



# BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

## **Respuesta Óptica No-Local de Microestructuras Metalodieléctricas**

Tesis Presentada al

**Posgrado en Física Aplicada**

como requisito para la obtención del grado de

**Doctor en Ciencias  
(Física Aplicada)**

por el

M. C. Alejandro Paredes Juárez

asesorado por los doctores

Dr. Nykolay M. Makarov (ICUAP)

Dr. Benito Flores Desirena (FCFM)

Puebla, Pue.  
5 de febrero de 2016

# Respuesta Óptica No-Local de Microestructuras Metalodieléctricas

M. C. Alejandro Paredes Juárez

Dr. Nikolay M. Makarov (ICUAP)

Dr. Benito Flores Desirena (FCFM)



**Título:** Respuesta Óptica No-Local de Microestructuras Metalodieléctricas.

**Estudiante:** M.C. Alejandro Paredes Juárez

## COMITÉ

---

Dra. Martha A. Palomino Ovando  
Presidente

---

Dr. Rosendo L. Lozada Morales  
Secretario

---

Dr. Miller Toledo Solano  
Vocal

---

Dr. Gregorio Hernández Cocoltzi  
Vocal Externo

---

Dr. Felipe Pérez Rodríguez  
Vocal Externo

---

Dr. Martín R. Palomino Merino  
Suplente

---

Dr. Nykolay M. Makarov  
Asesor

---

Dr. Benito Flores Desirena  
Co-Asesor

## *Agradecimientos*

Agradezco profundamente al Dr. Nykolay M. Makarov, a quien admiro como científico y aprecio como persona, por las enseñanzas transmitidas durante todo el trayecto de la licenciatura al doctorado, no sólo relacionadas con la ciencia y el desempeño intelectual, sino también por la enseñanza de ser una mejor persona. También, al Dr. Benito Flores Desirena por su apoyo en la dirección mis tesis de maestría y doctorado, de quien he aprendido mucho en la parte numérica de mi trabajo y por todos sus consejos técnicos y personales. A los co-autores de los trabajos publicados, en particular, al Dr. Felipe Pérez Rodríguez por su valiosa aportación.

También a los miembros de mi jurado evaluador, la Dra. Martha A. Palomino Ovando, el Dr. Rosendo L. Lozada Morales y el Dr. Rodolfo Palomino Merino, quienes dieron seguimiento a mi tesis doctoral y a los jurados que se integraron al final, el Dr. Gregorio Hernández Cocoltzi y el Dr. Miller Toledo Solano.

Agradezco también a toda mi familia por el apoyo moral y económico, sin el cual no hubiera sido posible llegar a estas instancias. A mis hermanos Manuel, Gerardo, Silvia y Marisol por ser las personas que son, a mis sobrinos Abi, Bárbara, Iliana, Rubén y Alam, a mis padres Gerardo y Guillermina, por haberme dado la vida y a mi hija Itzi Ester, que es todo lo bello de esta vida para mi.

A mis amigos de la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas: Samuel Tehuacanero, Roberto Álvarez, Francisco Alejandro Lara, Luis Manuel Aquino, Erika Cervantes y Emanuel Guevara. Especialmente, a Samuel y Roberto cuya amistad y discusiones sobre física han sido muy valiosas.

Por último, agradezco el apoyo económico brindado por parte de CONACyT durante mis estudios de maestría y doctorado, y el apoyo económico recibido a través del proyecto SEP-CONACYT No. CB-2011-01-166382.

# Contenido

<b>1. Estructura Periódica de Bicapas Dieléctricas. Teoría General</b>	<b>1</b>
1.1. Matriz de Transferencia General . . . . .	1
1.2. Transmitancia. Resultados Generales . . . . .	6
1.3. Arreglo Periódico con Parámetros Ópticos Reales . . . . .	9
1.3.1. Adaptación de las Capas Básicas . . . . .	10
1.3.2. Resonancias de Fabry-Perot . . . . .	11
1.3.3. Resonancias del Tipo $b$ . . . . .	11
1.4. Diagrama de Bandas, Transmitancia y Reflectancia en un Arreglo Periódico con Parámetros Reales . . . . .	12
<b>2. Modelo Clásico vs Modelo Cinético</b>	<b>21</b>
2.1. Modelo Clásico de Drude-Lorentz . . . . .	21
2.2. Modelo Cinético de Boltzmann . . . . .	23
<b>3. Cristal Fotónico Metalodieléctrico</b>	<b>27</b>
3.1. Campo Electromagnético en la Celda Unitaria del Cristal Fotónico Metalodieléctrico . . . . .	27
3.2. Matriz de Transferencia, Ecuación de Dispersión y Transmitancia . . . . .	31
<b>4. Análisis de Resultados</b>	<b>35</b>
4.1. Análisis de las Impedancias . . . . .	35
4.2. Diagrama de Bandas . . . . .	41
4.3. Influencia del Amortiguamiento de Landau sobre los Espectros Ópticos . . . . .	43

<b>5. Conclusiones</b>	<b>47</b>
<b>A. Ecuaciones de Maxwell para Dieléctricos</b>	<b>49</b>
A.1. General . . . . .	49
A.2. Onda TE . . . . .	50
<b>B. Eigenvectores y Eigenvalores</b>	<b>53</b>
<b>C. Teorema de Chebyshev</b>	<b>55</b>

# Resumen

En este trabajo discutimos la propagación de las ondas electromagnéticas a través de un arreglo periódico unidimensional de bicapas con inclusiones metálicas. Sobre la base del formalismo de la ecuación cinética de Boltzmann para la función de distribución de los electrones de conducción, se estudia teóricamente la estructura de bandas fotónica de la estructura binaria dieléctrico-metal.

Utilizando la relación no-local constitutiva entre la densidad de corriente eléctrica y el campo eléctrico dentro de la capa metálica, la ecuación de dispersión para los eigenmodos fotónicos en el arreglo periódico, se expresa analíticamente en términos de las impedancias superficiales en las interfases de las capas del metal y del dieléctrico. En el caso en el que las capas metálicas son muy delgadas, el espectro óptico de la red exhibe bandas de paso muy delgadas como resultado del contraste fuerte entre las impedancias del dieléctrico y del metal. Estas bandas de paso estrechas se atribuyen a las resonancias de Fabry-Perot en la capa relativamente gruesa del dieléctrico. La no-localidad metálica está muy pronunciada en el infrarrojo y, por lo tanto, el efecto no-local sobre el espectro de bandas fotónicas de la red puede ser fuerte cuando las resonancias de Fabry-Perot están en ese rango de frecuencias. Nuestros resultados han sido comparados con aquellos que se obtienen con el modelo local de Drude-Lorentz. Se encuentran diferencias notables no sólo en la magnitud, sino también en el signo de la parte real del número de onda de Bloch en la resonancia de Fabry-Perot.

También, mostramos que la no-localidad de la conductividad en el metal conduce al surgimiento del amortiguamiento fundamental de Landau sin colisiones. Éste no debe ser despreciado, no sólo cuando prevalece sobre el amortiguamiento de colisiones ordinario, sino también cuando estas dos clases de amortiguamiento electromagnético son del mismo orden. El amortiguamiento de Landau existe siempre y altera considerablemente la transmisión fotónica del arreglo dentro del rango de frecuencias de THz e infrarrojo cercano.



# Trabajos Publicados

## Artículos en Revistas con Arbitraje

1. A. Paredes-Juárez, D. A. Iakushev, B. Flores-Desirena, N. M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, *Nonlocal effect on optic spectrum of a periodic dielectric-metal stack*, Opt. Express **22**, 7, 7851-7586 (2014).
2. A. Paredes-Juárez, D. A. Iakushev, B. Flores-Desirena, N. M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, *Landau damping of electromagnetic transport via dielectric-metal superlattices*, Opt. Lett. **40**, 15, 3588-3591 (2015).

## Proceedings

1. A. Paredes-Juárez, D. A. Iakushev, B. Flores-Desirena, N. M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, *Photonic bands for superlattices of dielectric and spatially-dispersive metal*, in the 5th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics, META 2014. May 20-23, 2014, Singapore. ISBN: 978-2-9545460-2-5.
2. A. Paredes-Juárez, D. A. Iakushev, B. Flores-Desirena, N. M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, *Landau damping of electromagnetic transport via dielectric-metal superlattices*, in the 6th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics, META 2015. August 4-7, 2015, New York, USA. ISBN: 978-2-9545460-7-0.

## Participación en Congresos

1. A. Paredes-Juárez, B. Flores-Desirena, N. M. Makarov, *Efectos no locales presentes en un cristal fotónico 1D con inclusión metálica* (sesión mural), en el LV Congreso Nacional de Física. Del 8 al 12 de octubre de 2012, Morelia, Mich., México.

2. A. Paredes-Juárez, B. Flores-Desirena, *Respuesta óptica de un cristal fotónico 2D con celda unitaria metal-dieléctrico polar* (sesión mural), en el LV Congreso Nacional de Física. Del 8 al 12 de octubre de 2012, Morelia, Mich., México.
3. A. Paredes-Juárez, D. A. Iakushev, B. Flores-Desirena, N. M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, *Propiedades ópticas de microestructuras periódicas de capas alternantes de metal y dieléctrico* (sesión simultánea), en el LVI Congreso Nacional de Física. Del 28 de octubre al 1 de noviembre de 2013, San Luis Potosí, S.L.P., México.
4. A. Paredes-Juárez, D. A. Iakushev, B. Flores-Desirena, N. M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, *Propiedades ópticas de un cristal fotónico unidimensional usando el modelo no-local de Boltzmann* (sesión simultánea), en el LVII Congreso Nacional de Física. Del 6 al 10 de octubre de 2014, Mazatlán, Sinaloa, México.

# Capítulo 1

## Estructura Periódica de Bicapas Dieléctricas. Teoría General

### 1.1. Matriz de Transferencia General

Utilizamos un modelo que describe la propagación perpendicular de una onda electromagnética de frecuencia  $\omega$  a través de un arreglo de dos capas dieléctricas alternantes  $a$  y  $b$  (ver Fig. 1.1),

$$(a_1 b_1), \dots, (a_n b_n), \dots, (a_N b_N). \quad (1.1)$$

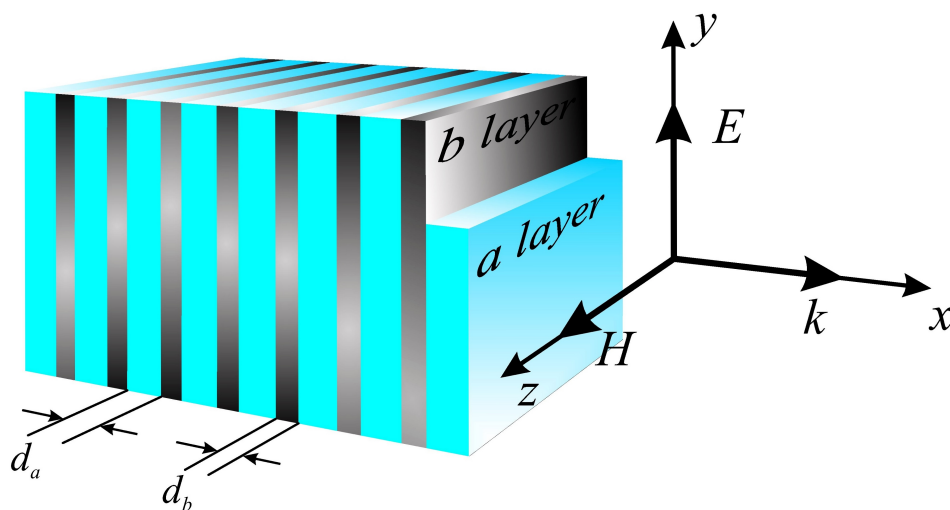


Figura 1.1: Arreglo periódico de dos capas dieléctricas,  $a$  y  $b$ , alternantes.

El número entero  $n = 1, 2, 3, \dots, N$  corresponde a la  $n$ -ésima celda unitaria  $(a, b)$ . Se asume que todas las celdas son idénticas y su número total es  $N$ . Cada capa,  $a$  o  $b$ , está especificada, respectivamente, por la función dieléctrica o permitividad  $\varepsilon_{a,b}$ , su permeabilidad magnética  $\mu_{a,b}$ , su correspondiente índice de refracción  $n_{a,b}$ , impedancia  $Z_{a,b}$  y número de onda  $k_{a,b}$ ,

$$n_a = \sqrt{\varepsilon_a \mu_a}, \quad Z_a = \mu_a / n_a, \quad k_a = n_a k = \omega n_a / c; \quad (1.2a)$$

$$n_b = \sqrt{\varepsilon_b \mu_b}, \quad Z_b = \mu_b / n_b, \quad k_b = n_b k = \omega n_b / c. \quad (1.2b)$$

Note que, en general, las permitividades  $\varepsilon_{a,b}$  y/o permeabilidades  $\mu_{a,b}$  pueden ser de valores complejos. En este caso los demás parámetros ópticos (1.2) también son complejos. Cada capa alternante,  $a$  o  $b$ , tiene un espesor constante,  $d_a$  o  $d_b$ , respectivamente. Así, el tamaño  $d$  de cualquier celda unitaria  $(a, b)$ , también es constante

$$d = d_a + d_b. \quad (1.3)$$

En otras palabras, el arreglo de bicapas es regular y periódico, con período  $d$ .

Debido a la incidencia normal de la onda entrante, la polarización de ésta puede escogerse como se muestra en la Fig. 1.1,

$$\mathbf{E}(x, t) = \{0, E(x), 0\} \exp(-i\omega t), \quad (1.4a)$$

$$\mathbf{H}(x, t) = \{0, 0, H(x)\} \exp(-i\omega t). \quad (1.4b)$$

Dentro de cada capa  $a$  o  $b$ , la componente del campo eléctrico  $E(x) \exp(-i\omega t)$  obedece a la ecuación 1D de Helmholtz. La relación de la componente del campo magnético  $H(x) \exp(-i\omega t)$  con la derivada de la componente del campo eléctrico está descrita por las ecuaciones de Maxwell. También, se agregan dos condiciones de frontera en las interfaces entre capas vecinas (vea el Apéndice A). Entonces, el sistema cerrado de ecuaciones se lee así:

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + k_{a,b}^2 \right) E_{a,b}(x) = 0, \quad (1.5a)$$

$$H_{a,b}(x) = -i(\mu_{a,b} k)^{-1} \frac{dE_{a,b}(x)}{dx}, \quad (1.5b)$$

$$E_a(x_i) = E_b(x_i), \quad H_a(x_i) = H_b(x_i). \quad (1.5c)$$

Aquí, el eje  $x$  está dirigido a lo largo del arreglo de bicapas, perpendicular a la estratificación, con  $x = x_i$  denotando la coordenada de la interfase entre el material  $a$  y el material  $b$ .

La solución general de las Ecs. (1.5a),(1.5b), dentro de la  $n$ -ésima celda unitaria  $(a, b)$  se presenta como una superposición de ondas planas que viajan hacia la izquierda y hacia la derecha,

$$E_{a_n}(x) = A_n^+ \exp[ik_a(x - x_{a_n})] + A_n^- \exp[-ik_a(x - x_{a_n})], \quad (1.6a)$$

$$H_{a_n}(x) = Z_a^{-1} \{A_n^+ \exp[ik_a(x - x_{a_n})] - A_n^- \exp[-ik_a(x - x_{a_n})]\}, \quad (1.6b)$$

dentro de la capa  $a_n$ , donde  $x_{a_n} \leq x \leq x_{b_n}$ ;

$$E_{b_n}(x) = B_n^+ \exp[ik_b(x - x_{b_n})] + B_n^- \exp[-ik_b(x - x_{b_n})], \quad (1.6c)$$

$$H_{b_n}(x) = Z_b^{-1} \{B_n^+ \exp[ik_b(x - x_{b_n})] - B_n^- \exp[-ik_b(x - x_{b_n})]\}, \quad (1.6d)$$

dentro de la capa  $b_n$ , donde  $x_{b_n} \leq x \leq x_{a_{n+1}}$ .

Aquí,  $A_n^\pm$  y  $B_n^\pm$  son las amplitudes complejas de las ondas viajeras derecha (+) e izquierda (-). Las coordenadas  $x_{a_n}$  y  $x_{b_n}$  hacen referencia a las orillas izquierdas de capas sucesivas  $a_n$  y  $b_n$ , respectivamente, que pertenecen a la  $n$ -ésima celda unitaria  $(a, b)$ . Note que

$$x_{b_n} - x_{a_n} = d_a, \quad x_{a_{n+1}} - x_{b_n} = d_b, \quad (1.7)$$

son los espesores de cada una de las capas dieléctricas que componen a la celda unitaria.

La solución (1.6) da relaciones útiles, por una parte, entre los valores de los campos eléctrico y magnético, y por otra parte, entre las amplitudes introducidas  $A_n^\pm$  y  $B_n^\pm$ , en las fronteras opuestas de las capas  $a_n$  o  $b_n$ ,

$$E_{a_n}(x_{b_n}) = A_n^+ \exp(i\varphi_a) + A_n^- \exp(-i\varphi_a), \quad (1.8a)$$

$$E_{b_n}(x_{b_n}) = B_n^+ + B_n^-, \quad (1.8b)$$

$$H_{a_n}(x_{b_n}) = Z_a^{-1} [A_n^+ \exp(i\varphi_a) - A_n^- \exp(-i\varphi_a)], \quad (1.8c)$$

$$H_{b_n}(x_{b_n}) = Z_b^{-1} (B_n^+ - B_n^-), \quad (1.8d)$$

$$E_{b_n}(x_{a_{n+1}}) = B_n^+ \exp(i\varphi_b) + B_n^- \exp(-i\varphi_b), \quad (1.8e)$$

$$E_{a_{n+1}}(x_{a_{n+1}}) = A_{n+1}^+ + A_{n+1}^-, \quad (1.8f)$$

$$H_{b_n}(x_{a_{n+1}}) = Z_b^{-1} [B_n^+ \exp(i\varphi_b) - B_n^- \exp(-i\varphi_b)], \quad (1.8g)$$

$$H_{a_{n+1}}(x_{a_{n+1}}) = Z_a^{-1} (A_{n+1}^+ - A_{n+1}^-). \quad (1.8h)$$

Aquí, los corrimientos de fase correspondientes,  $\varphi_a$  o  $\varphi_b$ , de la onda que pasa por la capa  $a$  o  $b$ , se definen como

$$\varphi_a = k_a d_a = \omega n_a d_a / c, \quad (1.9a)$$

$$\varphi_b = k_b d_b = \omega n_b d_b / c. \quad (1.9b)$$

Aplicamos las condiciones de frontera (1.5c) en las interfases  $x_i = x_{b_n}$  y  $x_i = x_{a_{n+1}}$  entre capas vecinas  $a$  y  $b$ , esto es,

$$E_{a_n}(x_{b_n}) = E_{b_n}(x_{b_n}), \quad (1.10a)$$

$$H_{a_n}(x_{b_n}) = H_{b_n}(x_{b_n}), \quad (1.10b)$$

$$E_{b_n}(x_{a_{n+1}}) = E_{a_{n+1}}(x_{a_{n+1}}), \quad (1.10c)$$

$$H_{b_n}(x_{a_{n+1}}) = H_{a_{n+1}}(x_{a_{n+1}}). \quad (1.10d)$$

Combinando las ecuaciones (1.8) con las condiciones de frontera (1.10), es posible, de acuerdo con la Ref. [1], reescribir el modelo en forma de dos matrices de transferencia,

$$\begin{pmatrix} B_n^+ \\ B_n^- \end{pmatrix} = \hat{Q}^{(a)} \begin{pmatrix} A_n^+ \\ A_n^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11}^{(a)} & Q_{12}^{(a)} \\ Q_{21}^{(a)} & Q_{22}^{(a)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_n^+ \\ A_n^- \end{pmatrix}, \quad (1.11a)$$

$$\begin{pmatrix} A_{n+1}^+ \\ A_{n+1}^- \end{pmatrix} = \hat{Q}^{(b)} \begin{pmatrix} B_n^+ \\ B_n^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11}^{(b)} & Q_{12}^{(b)} \\ Q_{21}^{(b)} & Q_{22}^{(b)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_n^+ \\ B_n^- \end{pmatrix}. \quad (1.11b)$$

La matriz  $\hat{Q}^{(a)}$  determina la transferencia de la onda desde la frontera izquierda  $x_{a_n}$  de la capa  $a_n$  hasta la frontera izquierda  $x_{b_n}$  de la capa  $b_n$ . Sus elementos matriciales están dados por las

expresiones

$$Q_{11}^{(a)} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{Z_b}{Z_a} \right) \exp(i\varphi_a), \quad (1.12a)$$

$$Q_{12}^{(a)} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{Z_b}{Z_a} \right) \exp(-i\varphi_a), \quad (1.12b)$$

$$Q_{21}^{(a)} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{Z_b}{Z_a} \right) \exp(i\varphi_a), \quad (1.12c)$$

$$Q_{22}^{(a)} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{Z_b}{Z_a} \right) \exp(-i\varphi_a). \quad (1.12d)$$

Análogamente, la matriz de transferencia  $\hat{Q}^{(b)}$  describe la transferencia de la onda desde la frontera izquierda  $x_{b_n}$  de la capa  $b_n$  hasta la frontera izquierda  $x_{a_{n+1}}$  de la capa  $a_{n+1}$ . Sus elementos matriciales son

$$Q_{11}^{(b)} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{Z_a}{Z_b} \right) \exp(i\varphi_b), \quad (1.13a)$$

$$Q_{12}^{(b)} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{Z_a}{Z_b} \right) \exp(-i\varphi_b), \quad (1.13b)$$

$$Q_{21}^{(b)} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{Z_a}{Z_b} \right) \exp(i\varphi_b), \quad (1.13c)$$

$$Q_{22}^{(b)} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{Z_a}{Z_b} \right) \exp(-i\varphi_b). \quad (1.13d)$$

Note que las matrices de transferencia  $\hat{Q}^{(a)}$  y  $\hat{Q}^{(b)}$  pueden obtenerse una de la otra por reemplazo mutuo (o recíproco) de los índices de capa  $a \leftrightarrow b$ . No dependen del índice  $n$  de la celda debido a la estructura periódica y regular del arreglo. Sus determinantes son

$$\det \hat{Q}^{(a)} = Z_b/Z_a, \quad \det \hat{Q}^{(b)} = Z_a/Z_b. \quad (1.14)$$

Las ecuaciones matriciales (1.11) nos dan la relación de transferencia para las amplitudes  $A_n^\pm$  y  $A_{n+1}^\pm$  de la dos celdas unitarias  $(a, b)$  adyacentes,

$$\begin{pmatrix} A_{n+1}^+ \\ A_{n+1}^- \end{pmatrix} = \hat{Q} \begin{pmatrix} A_n^+ \\ A_n^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_n^+ \\ A_n^- \end{pmatrix}. \quad (1.15)$$

De (1.11) es simple ver que la matriz de transferencia  $\hat{Q}$  es igual al producto

$$\hat{Q} = \hat{Q}^{(b)} \hat{Q}^{(a)} \quad (1.16)$$

de las matrices de transferencia en las capas constituyentes de la celda.

La ecuación (1.15) describe la transferencia de la onda a través de la  $n$ -ésima celda unitaria  $(a, b)$  completa, específicamente, desde la frontera izquierda  $x_{a_n}$  de la capa  $a_n$  hasta la frontera izquierda  $x_{a_{n+1}}$  de la capa  $a_{n+1}$ . La matriz de transferencia (1.15)-(1.16) de la celda unitaria tiene los elementos

$$Q_{11} = (\cos \varphi_b + i\alpha_+ \sin \varphi_b) \exp(i\varphi_a), \quad (1.17a)$$

$$Q_{12} = i\alpha_- \sin \varphi_b \exp(-i\varphi_a), \quad (1.17b)$$

$$Q_{21} = -i\alpha_- \sin \varphi_b \exp(i\varphi_a), \quad (1.17c)$$

$$Q_{22} = (\cos \varphi_b - i\alpha_+ \sin \varphi_b) \exp(-i\varphi_a). \quad (1.17d)$$

Aquí, hemos introducido los parámetros

$$\alpha_{\pm} = \frac{1}{2} \left( \frac{Z_a}{Z_b} \pm \frac{Z_b}{Z_a} \right), \quad \alpha_+^2 - \alpha_-^2 = 1. \quad (1.18)$$

Como la matriz  $\hat{Q}$  es el producto de dos matrices con determinantes (1.14), ésta resulta ser unimodular, es decir, su determinante  $\det \hat{Q} = \det \hat{Q}^{(b)} \det \hat{Q}^{(a)}$ , es igual a uno,

$$\det \hat{Q} = Q_{11} Q_{22} - Q_{12} Q_{21} = 1. \quad (1.19)$$

Debemos enfatizar que para un arreglo periódico regular de bicapas, la matriz de transferencia  $\hat{Q}$  (1.17) es independiente del índice  $n$  de la celda, porque las impedancias  $Z_{a,b}$  y los corrimientos de fase  $\varphi_{a,b}$  de cada capa constituyente,  $a$  y  $b$ , permanecen constantes de celda a celda.

La relación matricial de transferencia (1.15) manifiesta que, en general, después de pasar cualquier celda unitaria  $(a, b)$ , las ondas viajeras iniciales, izquierda y derecha, se mezclan dentro de las capas  $a$  y  $b$  debido a las múltiples reflexiones en las interfases.

## 1.2. Transmitancia. Resultados Generales

La transmisión de la onda a través de la estructura periódica 1D de bicapas se describe por las expresiones (1.6) para el campo electromagnético, en el cual las constantes de integración

$A_n^\pm$  y  $B_n^\pm$  están relacionadas unas con otras por las ecuaciones matriciales de transferencia (1.11) o (1.15). Para obtener una solución explícita univaluada del problema, debe uno formular condiciones de frontera en los extremos del sistema  $x = x_{a_1}$  y  $x = x_{a_{N+1}}$ .

La relación matricial de transferencia para el arreglo de  $N$  celdas unitarias involucra el producto de las matrices de transferencia  $\hat{Q}(n)$  para cada celda unitaria con índices  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ ,

$$\begin{pmatrix} A_{N+1}^+ \\ A_{N+1}^- \end{pmatrix} = \hat{Q}(N)\hat{Q}(N-1)\dots\hat{Q}(1)\begin{pmatrix} A_1^+ \\ A_1^- \end{pmatrix}. \quad (1.20)$$

Como todas las celdas unitarias son idénticas, sus matrices de transferencia son iguales e independientes del índice  $n$  de la celda. En este caso, la ecuación general (1.20) toma una forma más simple,

$$\begin{pmatrix} A_{N+1}^+ \\ A_{N+1}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix}^N \begin{pmatrix} A_1^+ \\ A_1^- \end{pmatrix}, \quad (1.21)$$

donde la  $N$ -ésima potencia de la matriz de transferencia  $\hat{Q}$  de la celda unitaria está dada por las ecuaciones:

$$\hat{Q}^N = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix}^N = \begin{pmatrix} Q_{11}J_N - J_{N-1} & Q_{12}J_N \\ Q_{21}J_N & Q_{22}J_N - J_{N-1} \end{pmatrix}, \quad (1.22a)$$

$$\text{con } J_N = \frac{\sin(N\gamma)}{\sin\gamma}, \quad (1.22b)$$

(vea el Apéndice C).

Asumimos que la onda electromagnética de amplitud unitaria incide sobre el lado izquierdo de la estructura. En el lado izquierdo del arreglo, el campo electromagnético es la suma de ondas incidentes y reflejadas, mientras que en el lado derecho de ésta, representa sólo la onda transmitida. En vista de la geometría escogida y de acuerdo a la presentación de ondas entrantes y salientes (1.6), las cantidades  $A_1^+ = 1$  y  $A_1^- = r_N$  deben considerarse, respectivamente, como las amplitudes de incidencia y de reflexión en el extremo izquierdo  $x = x_{a_1}$  del arreglo. Al mismo tiempo, la constante de integración  $A_{N+1}^+ = t_N$  es la amplitud de transmisión y  $A_{N+1}^- = 0$  en el extremo izquierdo  $x = x_{a_{N+1}}$  de las  $N$  celdas unitarias. En conjunto con la Ec. (1.21), las amplitudes de transmisión  $t_N$  y de reflexión  $r_N$  están especificadas por la relación

$$\begin{pmatrix} t_N \\ 0 \end{pmatrix} = \hat{Q}^N \begin{pmatrix} 1 \\ r_N \end{pmatrix}. \quad (1.23)$$

Esta relación de transferencia da lugar a las igualdades que asocian a  $t_N$  y a  $r_N$  con los corres-

pondientes elementos de la matriz de transferencia para  $N$  celdas unitarias idénticas,

$$t_N = \frac{1}{(\hat{Q}^N)_{22}}, \quad r_N = -\frac{(\hat{Q}^N)_{21}}{(\hat{Q}^N)_{22}}. \quad (1.24)$$

Al derivar la primera expresión en la Ec. (1.24), aplicamos la condición

$$\det(\hat{Q}^N) = 1, \quad (1.25)$$

(vea el Apéndice C).

La transmitancia  $T_N$  y la reflectancia  $R_N$ , de acuerdo a sus definiciones dadas en la Ref. [1],  $T_N \equiv |t_N|^2$  y  $R_N \equiv |r_N|^2$ , están expresadas en términos de la matriz de transferencia total  $\hat{Q}^N$  como

$$T_N = \frac{1}{|(\hat{Q}^N)_{22}|^2}, \quad R_N = \left| \frac{(\hat{Q}^N)_{21}}{(\hat{Q}^N)_{22}} \right|^2. \quad (1.26)$$

Estos resultados presentan una forma cerrada cuando se complementan con las ecuaciones (1.22) para  $\hat{Q}^N$  y la ecuación para la *fase de Bloch*  $\gamma$ ,

$$2 \cos \gamma = Q_{11} + Q_{22} = \text{Tr} \hat{Q}, \quad (1.27)$$

(vea el Apéndice B)

Debemos hacer notar que las Ecs. (1.23) - (1.27) son generales y aplicables para cualquier estructura unidimensional compuesta de elementos idénticos, aun con parámetros complejos (1.2). Es notable que la suma de la transmitancia y la reflectancia no es igual, en general, a uno, debido a las pérdidas y/o ganancias que surgen en la estructura. En tal caso, la cantidad

$$A_N = 1 - T_N - R_N \quad (1.28)$$

define la absorción,  $A_N > 0$ , o amplificación  $A_N < 0$ , en el sistema considerado.

Ahora, consideremos un *caso particular importante* cuando los elementos de la matriz de transferencia  $\hat{Q}$  de la celda unitaria satisfacen las condiciones

$$Q_{11} = Q_{22}^*, \quad Q_{12} = Q_{21}^*. \quad (1.29)$$

Aquí, el asterisco “\*” denota conjugación compleja. En este caso, la ecuación de dispersión (1.27) se convierte en

$$\cos \gamma = \text{Re } Q_{11} = \text{Re } Q_{22}. \quad (1.30)$$

Dependiendo del valor de  $\text{Re } Q_{22}$ , la fase de Bloch  $\gamma$  puede ser puramente real ( $|\text{Re } Q_{22}| < 1$ ) o puramente imaginaria ( $|\text{Re } Q_{22}| > 1$ ). Entonces, de acuerdo con la definición (1.22), la matriz

de transferencia total  $\hat{Q}^N$  obedece la misma condición de conjugación compleja (1.29) que  $\hat{Q}$ ,

$$(\hat{Q}^N)_{11} = (\hat{Q}^N)_{22}^*, \quad (\hat{Q}^N)_{12} = (\hat{Q}^N)_{21}^*. \quad (1.31)$$

Como consecuencia, la condición de unimodularidad (1.25), se transforma en

$$\det(\hat{Q}^N) = |(\hat{Q}^N)_{22}|^2 - |(\hat{Q}^N)_{12}|^2 = 1. \quad (1.32)$$

Utilizando esta igualdad y la definición (1.22), puede uno reducir la expresión general (1.26) para la transmitancia  $T_N$  a la forma particular dada por la ecuación (1.29), que es la más apropiada para el análisis,

$$T_N = \frac{1}{1 + |Q_{12}|^2 \sin^2(N\gamma)/\sin^2\gamma}. \quad (1.33)$$

Es importante enfatizar que debido a la Ec. (1.32), la ley de la conservación del flujo prevalece en el caso particular considerado (1.29),

$$T_N + R_N = 1. \quad (1.34)$$

### 1.3. Arreglo Periódico con Parámetros Ópticos Reales

En esta sección estudiamos la transmisión a través de una estructura periódica construida de  $N$  celdas unitarias idénticas de bicapa. El modelo fue formulado en la Sec. 1.1. Aquí, adicionalmente asumimos que las *características ópticas* (1.2) de las capas básicas,  $a$  y  $b$ , tienen *valores reales*. Si este es el caso, la matriz de transferencia  $\hat{Q}$  de la celda unitaria está determinada por la Ec. (1.17) y cuenta con las condiciones (1.29) de conjugación compleja. Por lo tanto, la Ec. (1.33) es válida y da la siguiente expresión explícita para la transmitancia:

$$T_N = \frac{1}{1 + \alpha_-^2 \sin^2 \varphi_b \sin^2(N\gamma)/\sin^2 \gamma}. \quad (1.35)$$

A la vez, tanto la ecuación general (1.27) como la ecuación (1.30) cambian por la ecuación de dispersión convencional,

$$\cos \gamma = \cos \varphi_a \cos \varphi_b - \frac{1}{2} \left( \frac{Z_a}{Z_b} + \frac{Z_b}{Z_a} \right) \sin \varphi_a \sin \varphi_b. \quad (1.36)$$

Esta relación de dispersión se deriva tradicionalmente a partir del teorema de Floquet, o lo mismo, la condición de Bloch,

$$E(x+d) = \exp(ikd)E(x), \quad (1.37)$$

la cual se formula para el arreglo *infinito* correspondiente de bicapas con período  $d$  y donde el número de onda de Bloch  $\kappa$  se define como

$$\kappa = \gamma/d. \quad (1.38)$$

En esta relación, vale la pena notar que mientras la Ec. (1.35) determina la transmitancia para un sistema de tamaño finito, la fase de Bloch  $\gamma$  que entra en esta expresión, está definida por su correspondiente contraparte infinita.

La ecuación de dispersión (1.36) define la estructura de bandas por medio de la dependencia de la fase de Bloch  $\gamma$  de la frecuencia  $\omega$  de la onda incidente. Dentro de las *bandas espectrales* permitidas,

$$|\cos \gamma| \leq 1, \quad (1.39)$$

la solución  $\gamma(\omega)$  de la Ec. (1.36) es real, y la onda electromagnética se propaga a través de la estructura de bicapas. De otra manera, cuando  $|\cos \gamma| > 1$ , la fase de Bloch  $\gamma$  se vuelve imaginaria pura dentro de los así llamados *gaps espectrales*, donde la onda representa estados evanescentes de Bloch atenuados en la escala del orden de  $|\gamma|^{-1}$ . Para una estructura suficientemente grande, ( $N|\gamma| > 1$ ), esto resulta en una transmisión exponencialmente pequeña (vea la Ec. (1.35)). Debido a la paridad y periodicidad de la Ec. (1.36) con respecto a  $\gamma$ , puede uno considerar sólo sus valores reales confinados al intervalo

$$0 \leq \gamma \leq \pi. \quad (1.40)$$

Es importante enfatizar que una las propiedades específicas de la transmitancia (1.35) es que es muy sensible a las características particulares de la estructura de bandas, es decir, a los parámetros del sistema periódico.

Hacemos notar que las Ecs. (1.35)-(1.36) describen la transmisión de la onda a través del arreglo de  $N$  capas  $b$  puestas en el medio  $a$ .

La Ec. (1.35) muestra que hay tres razones para el surgimiento de una transmisión perfecta para todo el arreglo de  $N$  celdas unitarias idénticas  $(a, b)$ , es decir, tres razones para tener  $T_N = 1$ .

### 1.3.1. Adaptación de las Capas Básicas

En este caso, las impedancias coinciden,

$$Z_a = Z_b. \quad (1.41)$$

Como las impedancias son iguales, el factor  $\alpha_-$  que entra en la Ec. (1.35) es cero, ver la Ec. (1.18). Así, la transmitancia  $T_N = 1$  y la transparencia perfecta emerge. Debido a que las capas están

perfectamente adaptadas, no hay ondas reflejadas en las interfases entre capas. De acuerdo con la Ec. (1.36), la estructura de bicapas es equivalente al medio homogéneo con espectro lineal e índice de refracción promedio  $\bar{n}$ ,

$$\kappa \equiv \gamma/d = \omega\bar{n}/c, \quad \bar{n} = \frac{n_a d_a + n_b d_b}{d_a + d_b}. \quad (1.42)$$

Note que en este caso, no hay gaps en el espectro.

### 1.3.2. Resonancias de Fabry-Perot

La segunda razón son las resonancias de Fabry-Perot asociadas con la longitud total  $Nd$  de una estructura de bicapas. Estas resonancias surgen bajo la condición de que  $\sin(N\gamma)/\sin\gamma = 0$ , que da lugar a

$$\gamma = m\pi/N, \quad m = 1, 2, 3, \dots, N-1. \quad (1.43)$$

A los valores resonantes (1.43), el arreglo de  $N$  celdas unitarias se vuelve perfectamente transparente, resultando así en  $N-1$  oscilaciones en la dependencia de  $T_N$  sobre  $\gamma$ . Debido a que la fase de Bloch  $\gamma$  es una función de  $\omega$ , que obedece la relación de dispersión (1.36), estas  $N-1$  oscilaciones contribuyen al perfil del espectro de transmisión  $T_N(\omega)$  en cada banda de frecuencia. Por lo tanto, la intensidad de estas resonancias está determinada por el número  $N$  de celdas unitarias: entre más grande es  $N$ , más pronunciadas son las resonancias en la banda espectral.

### 1.3.3. Resonancias del Tipo $b$

Otro tipo de resonancias de Fabry-Perot ocurre sólo en las capas  $b$ . Sucede cuando  $\sin\varphi_b = 0$ , es decir, cuando

$$k_b d_b = j_b \pi \quad j_b = 1, 2, 3, \dots \quad (1.44)$$

La naturaleza de estas resonancias es sustancialmente diferente a las primeras, y nos referimos a ellas como *resonancias del tipo  $b$* . Se originan de la condición, bajo la cual, el corrimiento de fase de una onda que pasa por cualquiera de las capas  $b$ , es múltiplo de  $\pi$ . Por lo tanto, estas capas  $b$  son “invisibles” para la onda y la transmisión es tal como si las capas  $b$  estuvieran ausentes. Claramente, en este caso, el arreglo es efectivamente homogéneo y, por lo tanto, su transmisión es perfecta. La propiedad distintiva de estas resonancias es que están distribuidas sobre todo el espectro  $T_N(\omega)$  y no están determinadas por la estructura de bandas del espectro de frecuencias. Realmente, la condición (1.44) depende del espesor  $d_b$  y no del período  $d$  que determina la estructura de bandas del espectro. Por lo tanto, cualquier banda de frecuencias específica puede o puede no contener tal resonancia de Fabry-Perot, dependiendo de los valores específicos de los parámetros del sistema. Tenemos que subrayar que las resonancias del

tipo  $b$  se tornan anchas, porque son a causa de una función trigonométrica que se desvanece suavemente. Como consecuencia, la transmitancia puede ser efectivamente grande dentro de una región ancha de banda espectral en la cual ocurra tal resonancia.

## 1.4. Diagrama de Bandas, Transmitancia y Reflectancia en un Arreglo Periódico con Parámetros Reales

En esta sección, mostramos los espectros de transmisión y reflexión (1.35), (1.34) correspondientes a un arreglo finito específico de  $N$  bicapas compuestas de dieléctrico-dieléctrico. Los acompañamos con el diagrama espectral de bandas fotónicas derivado de la ecuación de dispersión (1.36) correspondiente a la contraparte infinita de este arreglo. Aquí, damos énfasis a la explicación de las resonancias de Fabry-Perot y de las resonancias del tipo  $b$ , encontradas en las subsecciones 1.3.2 y 1.3.3, respectivamente.

De acuerdo con la definición (1.2) y debido a que consideramos materiales no-magnéticos ( $\mu_a = \mu_b = 1$ ), la ecuación de dispersión (1.36) se reescribe en la forma

$$\frac{\kappa d}{\pi} = \frac{1}{\pi} \cdot \arccos \left[ \cos \varphi_a \cos \varphi_b - \frac{1}{2} \left( \frac{n_a}{n_b} + \frac{n_b}{n_a} \right) \sin \varphi_a \sin \varphi_b \right], \quad (1.45)$$

donde los corrimientos de fase  $\varphi_{a,b}$  se expresan a través de las fórmulas normalizadas

$$\varphi_a = \pi n_a \left( \frac{\kappa d}{\pi} \right) \left( \frac{d_a}{d} \right), \quad (1.46a)$$

$$\varphi_b = \pi n_b \left( \frac{\kappa d}{\pi} \right) \left( \frac{d_b}{d} \right). \quad (1.46b)$$

De las ecuaciones (1.26), (1.35) y (C.1)-(C.2) podemos ver que la transmitancia  $T_N$  y la reflectancia  $R_N$  para un arreglo finito de  $N$  bicapas dieléctricas, dependen de la frecuencia  $\omega$  de la onda incidente y están dadas por las expresiones

$$T_N \equiv T_N(\kappa d/\pi) = \frac{1}{1 + \alpha_-^2 \sin^2 \varphi_b J_N^2}, \quad (1.47a)$$

$$R_N \equiv R_N(\kappa d/\pi) = \frac{\alpha_-^2 \sin^2 \varphi_b J_N^2}{1 + \alpha_-^2 \sin^2 \varphi_b J_N^2}. \quad (1.47b)$$

Nótese que prevalece la ecuación (1.34).

En las Figs. 1.2-1.6 presentamos el diagrama espectral de bandas fotónicas, o que es lo mismo, la ecuación de dispersión (1.45)-(1.46), a través de la parte real  $\text{Re}(\kappa d/\pi)$  y la parte

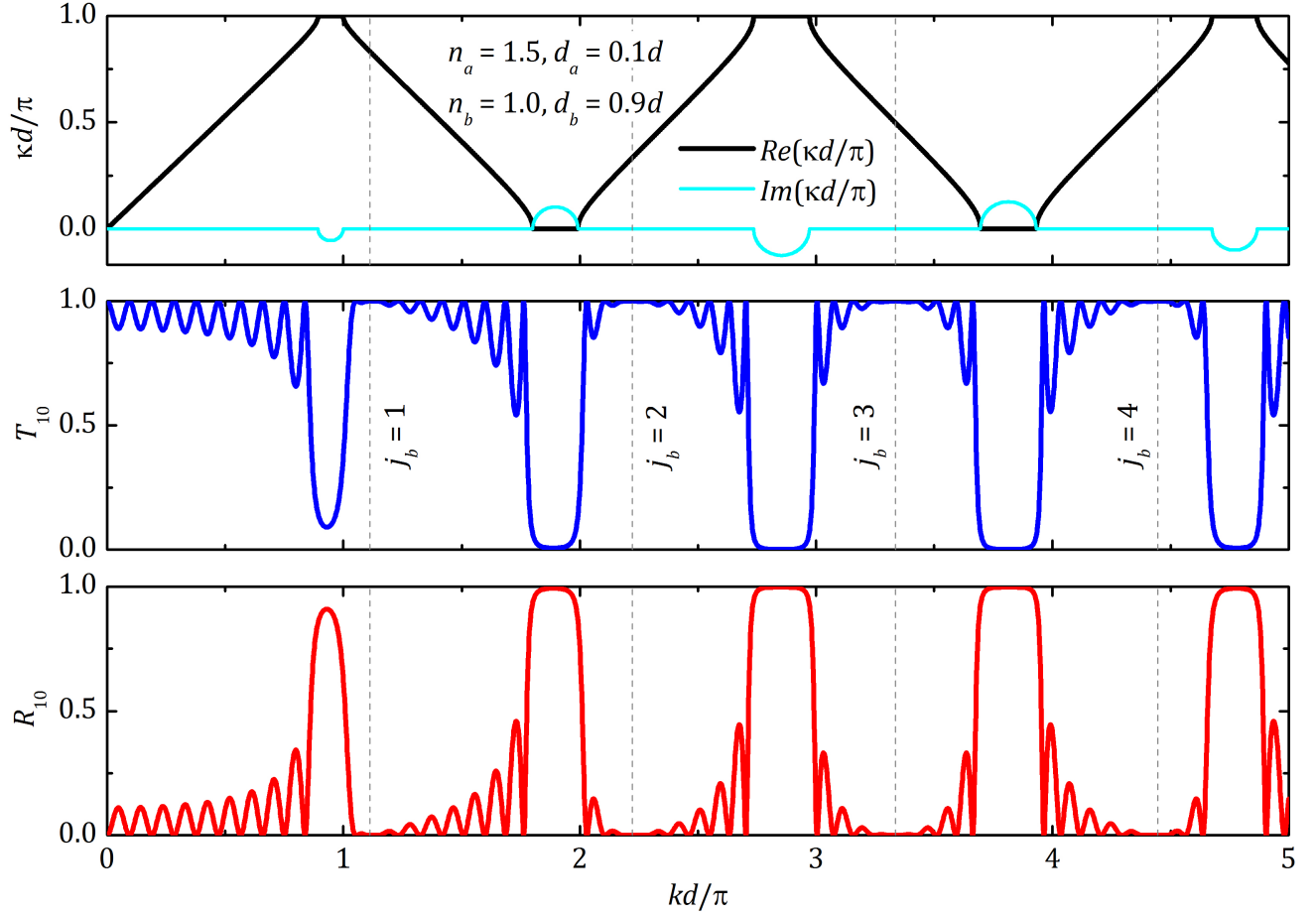


Figura 1.2: a) Diagrama espectral de bandas fotónicas,  $Re(\kappa d/\pi)$  (negro) e  $Im(\kappa d/\pi)$  (cyan) para una estructura periódica infinita compuesta de vidrio ( $n_a = 1.5$ ,  $d_a = 0.1d$ ) y vacío ( $n_b = 1.0$ ,  $d_b = 0.9d$ ). b) Espectros de transmisión (azul) y de reflexión (rojo) para la contraparte finita del mismo arreglo, con  $N = 10$  celdas unitarias.

imaginaria  $Im(\kappa d/\pi)$  del número de onda de Bloch  $\kappa$ . Como ya se ha dicho, esta ecuación es válida para una estructura periódica infinita. En particular, ponemos como primer medio al vidrio, con un índice de refracción  $n_a = 1.5$  y como segundo medio al vacío, con índice de refracción  $n_b = 1.0$ , con distintos espesores de las capas dieléctricas que constituyen a la celda unitaria. Junto con la ecuación de dispersión, graficamos la transmitancia (1.47a) y la reflectancia (1.47b) para la contraparte finita de esta estructura, con  $N = 10$  celdas unitarias.

Cada una de estas figuras ilustra las resonancias de Fabry-Perot, así como el efecto físico que tienen las resonancias del tipo  $b$  sobre el espectro. Estas últimas, tienen una ubicación bien determinada por la fórmula (1.44), la cual se reescribe como

$$\frac{kd}{\pi} = \frac{j_b}{n_b} \left( \frac{d_b}{d} \right)^{-1}, \quad j_b = 1, 2, 3, \dots \quad (1.48)$$

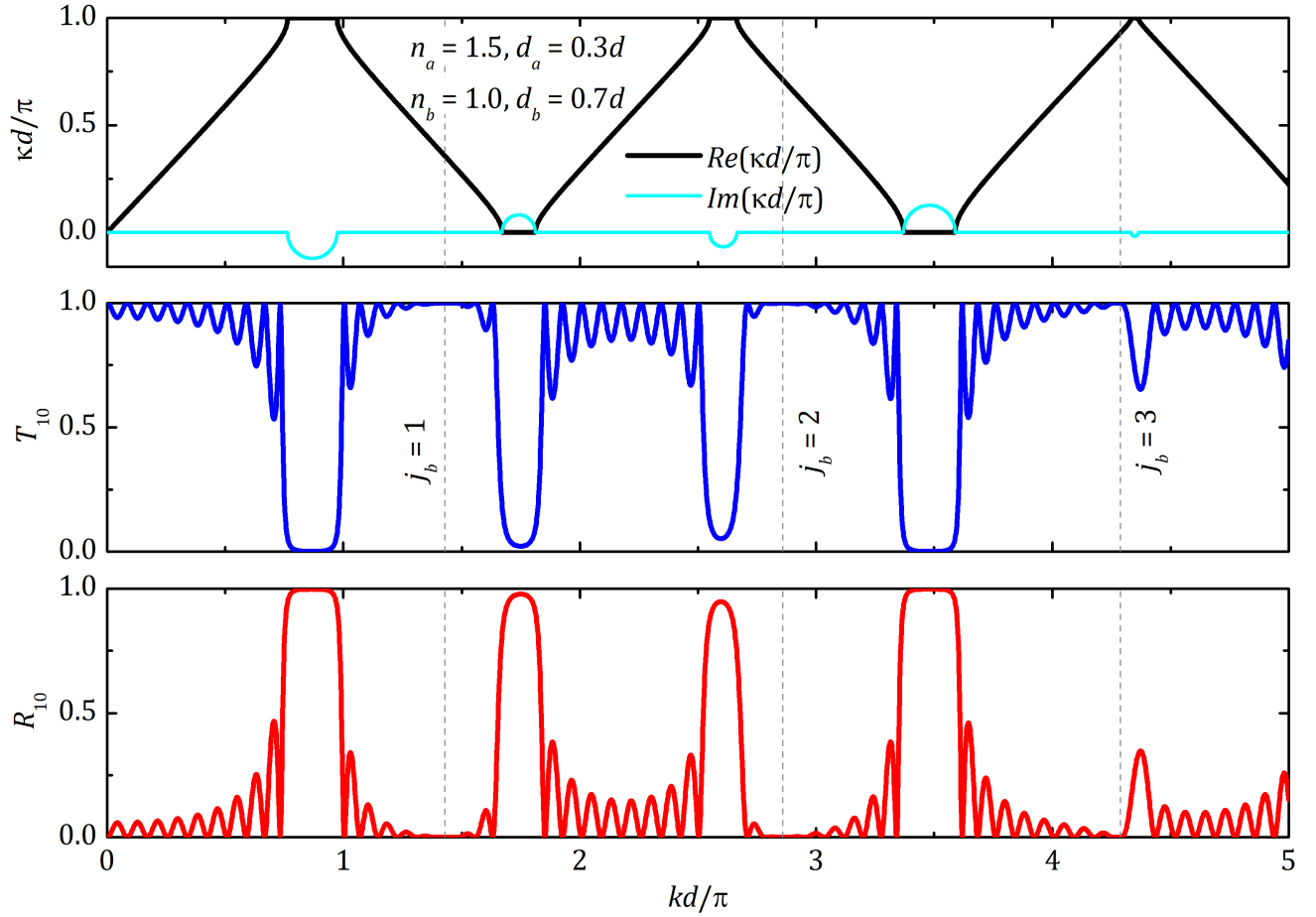


Figura 1.3: a) Diagrama espectral de bandas fotónicas,  $Re(\kappa d/\pi)$  (negro) e  $Im(\kappa d/\pi)$  (cyan) para una estructura periódica infinita compuesta de vidrio ( $n_a = 1.5$ ,  $d_a = 0.3d$ ) y vacío ( $n_b = 1.0$ ,  $d_b = 0.7d$ ). b) Espectros de transmisión (azul) y de reflexión (rojo) para la contraparte finita del mismo arreglo, con  $N = 10$  celdas unitarias.

Para  $N = 10$  celdas unitarias, tenemos un total de  $N - 1 = 9$  resonancias de Fabry-Perot. De tal modo, el efecto físico de las resonancias del tipo  $b$  es amortiguamiento de las resonancias de Fabry-Perot, forzando a que  $T_N = 1$  y  $R_N = 0$  en la vecindad de éstas.

Como se muestra en las figuras, cuando una resonancia del tipo  $b$  se encuentra cercana a un gap, hace que  $Im(\kappa d/\pi) \approx 0$ . Con esto, el gap se reduce en anchura y  $T_N \neq 0$  y  $R_N \neq 1$ . Por ejemplo, en la Fig. 1.3 (para  $j_b = 3$ ) y en la Fig. 1.5 (para  $j_b = 1$ ) se ilustra este hecho. Aquí, se puede ver que la transmitancia es levantada por el efecto de la resonancia a un valor distinto de cero, por lo cual, podemos considerar que en esta región tenemos una banda prohibida cuyo efecto sobre el espectro es más débil que el efecto de una banda prohibida ordinaria.

Notamos que cuando se aumenta el espesor del medio más denso, las resonancias del tipo  $b$  se van recorriendo hacia la derecha del espectro y se encuentran más espaciadas entre sí, a lo largo de todo el eje  $kd/\pi$ .

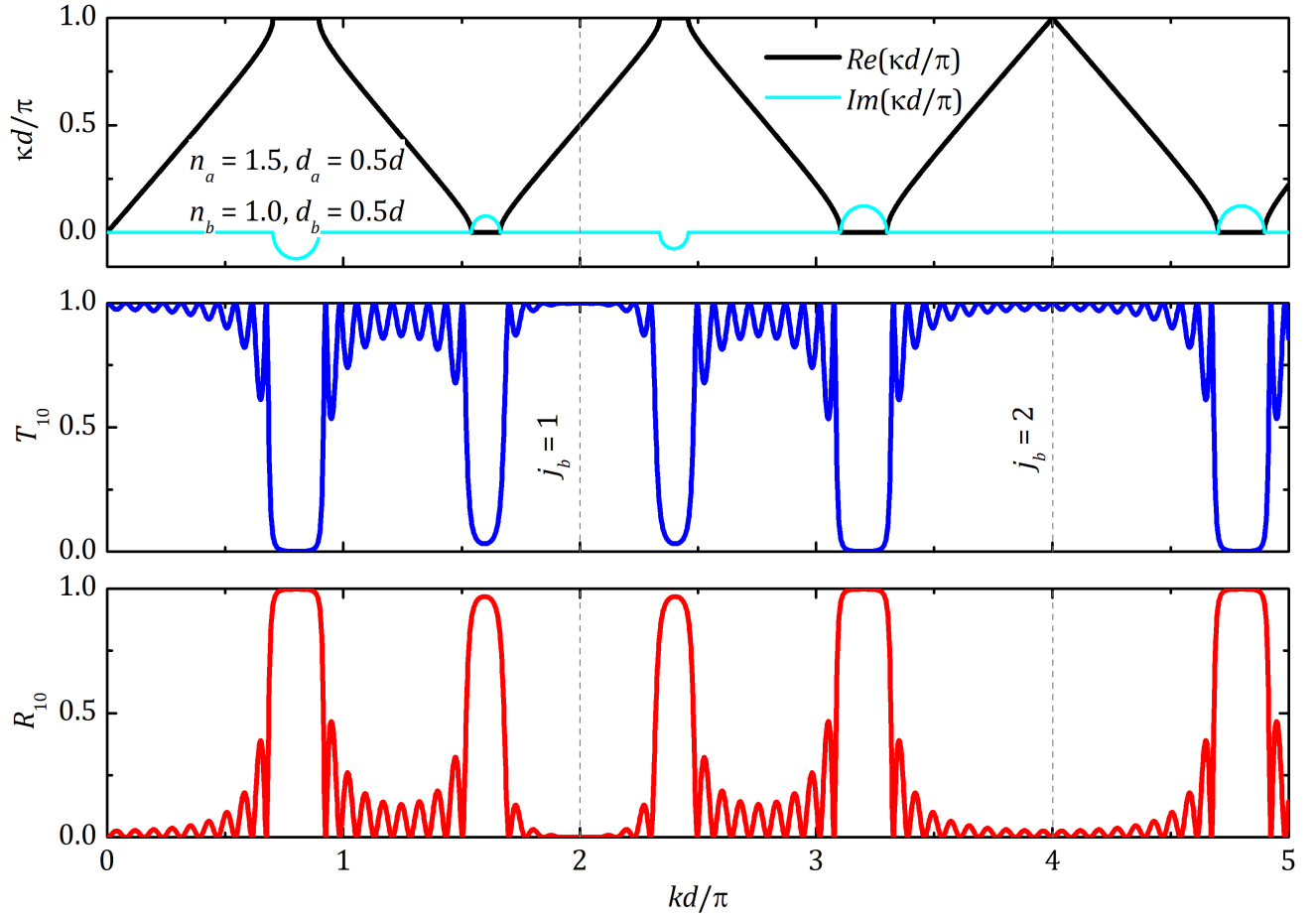


Figura 1.4: a) Diagrama espectral de bandas fotónicas,  $\text{Re}(\kappa d/\pi)$  (negro) e  $\text{Im}(\kappa d/\pi)$  (cyan) para una estructura periódica infinita compuesta de vidrio ( $n_a = 1.5$ ,  $d_a = 0.5d$ ) y vacío ( $n_b = 1.0$ ,  $d_b = 0.5d$ ). b) Espectros de transmisión (azul) y de reflexión (rojo) para la contraparte finita del mismo arreglo, con  $N = 10$  celdas unitarias.

En la Fig. 1.4 (para  $j_b = 2$ ) se muestra que cuando una resonancia  $b$  coincide con la ubicación de un gap, éste desaparece, es decir, no tenemos banda prohibida, debido a que  $\text{Im}(\kappa d/\pi) = 0$ , y en su lugar, una sola banda con un ancho igual al doble del ancho de una banda regular y con el doble de resonancias de Fabry-Perot.

Presentamos dos efectos de las resonancias  $b$  comparando las Figs. 1.2 y 1.6. En la Fig. 1.2, la resonancia  $j_b = 3$  está justamente en medio de la cuarta banda fotónica y sólo atenúa las resonancias de Fabry-Perot que están sobre el ancho de esa banda, en cambio, en la Fig. 1.6, la resonancia  $j_b = 1$  también está a la mitad de la banda y su efecto no sólo es sobre las resonancias de Fabry-Perot, sino también sobre las dos bandas prohibidas adyacentes. Esto significa que entre más lejos estén las resonancias del origen  $kd/\pi = 0$ , mayor será su efecto sobre los gaps. Por otra parte, en la Fig. 1.2, ninguna de las resonancias del tipo  $b$  actúan amortiguando las resonancias de Fabry-Perot presentes en la primera banda fotónica, mientras que en la Fig. 1.6 sólo

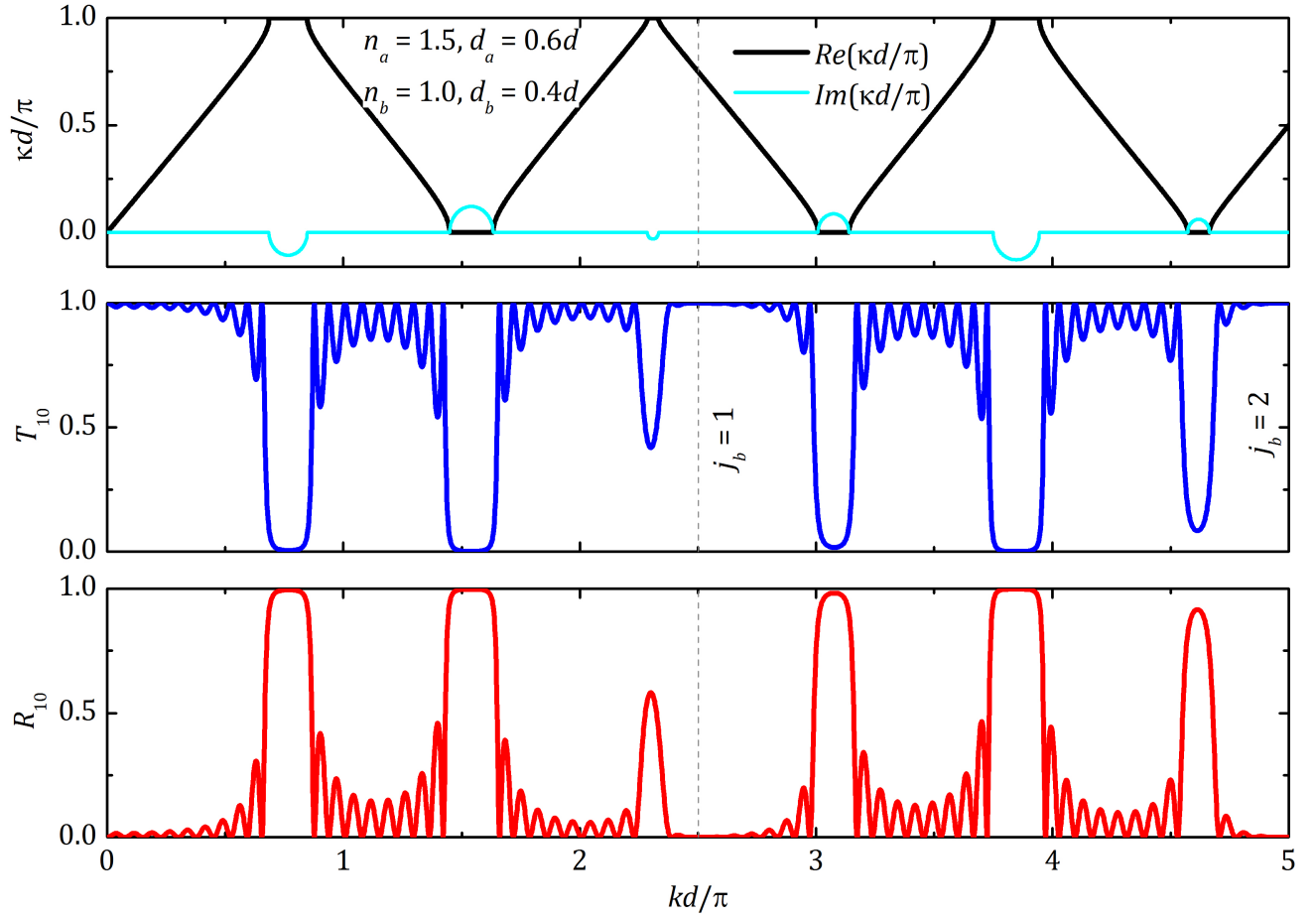


Figura 1.5: a) Diagrama espectral de bandas fotónicas,  $\text{Re}(\kappa d/\pi)$  (negro) e  $\text{Im}(\kappa d/\pi)$  (cyan) para una estructura periódica infinita compuesta de vidrio ( $n_a = 1.5$ ,  $d_a = 0.6d$ ) y vacío ( $n_b = 1.0$ ,  $d_b = 0.4d$ ). b) Espectros de transmisión (azul) y de reflexión (rojo) para la contraparte finita del mismo arreglo, con  $N = 10$  celdas unitarias.

la primera resonancia  $j_b = 1$ , amortigua las resonancias de Fabry-Perot de la primera banda, forzando a  $T_{10} = 1$ .

Por último, en la Fig. 1.7 presentamos el caso particular de la así llamada *estructura de cuarto de onda* (*quarter stack wave*). Tal estructura, de acuerdo con la Ref. [1], cumple con la propiedad

$$n_a d_a = n_b d_b, \quad (1.49)$$

o dicho de otra manera,

$$\varphi_a = \varphi_b. \quad (1.50)$$

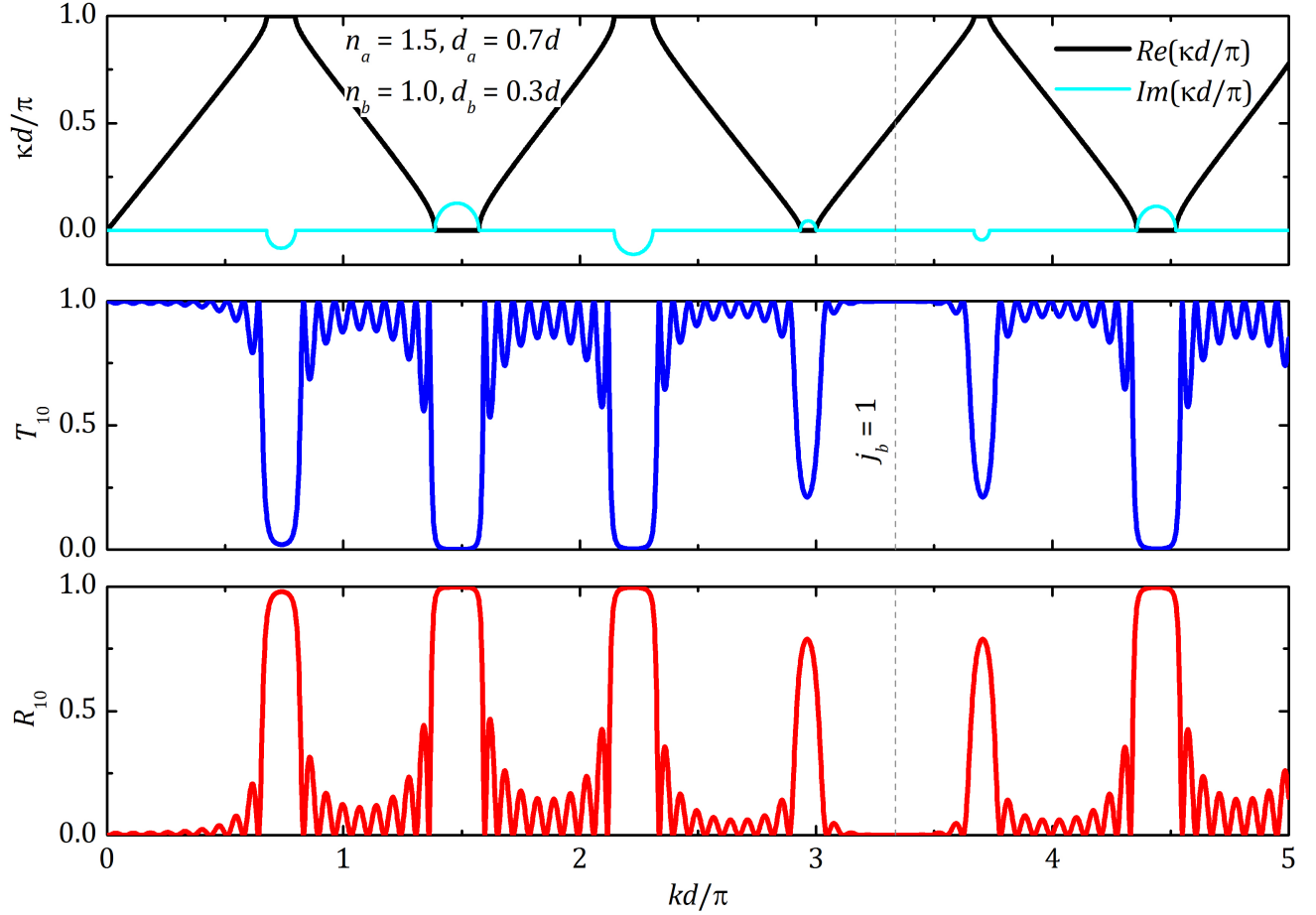


Figura 1.6: a) Diagrama espectral de bandas fotónicas,  $\text{Re}(\kappa d/\pi)$  (negro) e  $\text{Im}(\kappa d/\pi)$  (cyan) para una estructura periódica infinita compuesta de vidrio ( $n_a = 1.5$ ,  $d_a = 0.7d$ ) y vacío ( $n_b = 1.0$ ,  $d_b = 0.3d$ ). b) Espectros de transmisión (azul) y de reflexión (rojo) para la contraparte finita del mismo arreglo, con  $N = 10$  celdas unitarias.

Sustituyendo (1.50) en la ecuación de dispersión general (1.36), obtenemos

$$\cos \gamma = 1 - \frac{(Z_a + Z_b)^2}{2Z_a Z_b} \sin^2 \varphi_a. \quad (1.51)$$

Esta es la ecuación de dispersión correspondiente a la estructura de cuarto de onda con la condición (1.49).

En la Fig. 1.7 se aprecia que el efecto de las resonancias del tipo  $b$  sobre una estructura de cuarto de onda es el de hacer desaparecer los gaps pares y juntar dos bandas de transmisión adyacentes en una sola banda continua.

Así, podemos resumir los efectos de las resonancias del tipo  $b$  sobre el espectro de la siguiente manera:

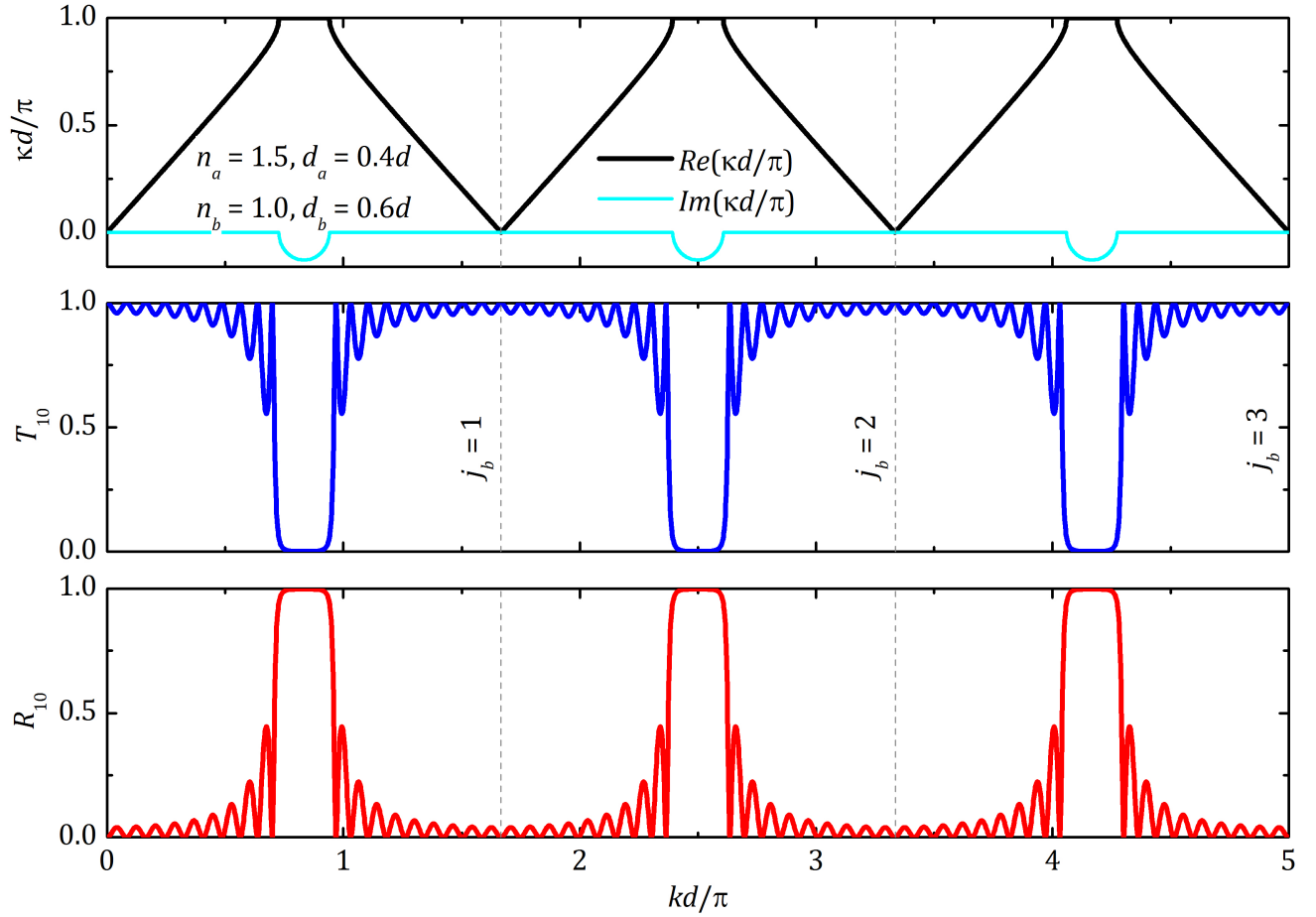


Figura 1.7: a) Diagrama espectral de bandas fotónicas,  $Re(\kappa d/\pi)$  (negro) e  $Im(\kappa d/\pi)$  (cyan) para una estructura periódica infinita compuesta de vidrio ( $n_a = 1.5$ ,  $d_a = 0.4d$ ) y vacío ( $n_b = 1.0$ ,  $d_b = 0.6d$ ). b) Espectros de transmisión (azul) y de reflexión (rojo) para la contraparte finita del mismo arreglo, con  $N = 10$  celdas unitarias.

- La presencia de una resonancia del tipo  $b$  sobre una banda de transmisión fuerza a una transparencia, es decir, obliga al amortiguamiento o desaparición de las resonancias naturales de Fabry-Perot en la vecindad de ésta.
- La presencia de una resonancia del tipo  $b$  en la vecindad de un gap fuerza a que la parte imaginaria  $Im(\kappa d/\pi) \approx 0$ , dando como resultado que la transmisión no sea exactamente igual a cero en la región que ocupa el gap reducido en su ancho de banda.
- Conforme se aumenta el espesor del medio más denso (en este caso, el vidrio), las resonancias del tipo  $b$  se recorren hacia la derecha, espaciándose más y más sobre todo el eje  $kd/\pi$ .
- La presencia de una resonancia del tipo  $b$  justamente en un gap hace que éste desaparezca, juntando dos bandas de transmisión y creando una nueva banda de transmisión que

tiene el doble de ancho que una banda ordinaria.

- Entre más lejos se encuentre la primera resonancia del tipo  $b$  del origen  $kd/\pi = 0$ , mayor será el efecto que tengan ésta y las demás resonancias sobre los dos gaps adyacentes entre los que se encuentran.
- Entre más lejos se encuentre la primera resonancia del tipo  $b$  del origen  $kd/\pi = 0$ , mayor será el efecto de amortiguamiento que ésta ejerza sobre las resonancias de Fabry-Perot que se encuentran en la primera banda fotónica.
- Si se trata de una estructura de cuarto de onda con la condición  $n_a d_a = n_b d_b$ , el efecto de las resonancias del tipo  $b$  es hacer desaparecer todos los gaps pares.



# Capítulo 2

## Modelo Clásico vs Modelo Cinético

### 2.1. Modelo Clásico de Drude-Lorentz

En esta sección estudiamos el transporte en el arreglo dieléctrico-metal. La celda unitaria consiste, como antes, de dos estratos  $a$  y  $b$ , ver Ec. (1.1). El estrato  $a$  está hecho de dieléctrico con los parámetros ópticos (1.2) positivos. El estrato  $b$  es de metal y ésta es la única diferencia con el arreglo analizado en la sección anterior. La electrodinámica de las capas metálicas se trata con el modelo de Drude-Lorentz. Debe mencionarse que la permitividad  $\epsilon_b$  de los metales aceptada en el modelo de Drude-Lorentz es una consecuencia directa de la teoría electrónica de los metales dentro del modelo isotrópico del líquido de Fermi, en la ausencia de efectos de dispersión espacial. Así, la permitividad de las capas metálicas  $b$  se lee

$$\epsilon_{\text{DL}} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu)} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} \left(1 - i\frac{\nu}{\omega}\right), \quad (2.1)$$

donde la frecuencia de plasma  $\omega_p$  y la frecuencia  $\nu$  de relajación de los electrones deben satisfacer la desigualdad

$$0 \leq \nu \ll \omega_p. \quad (2.2)$$

Denotamos

$$\omega/\omega_p = k\delta, \quad (2.3)$$

donde

$$\delta = c/\omega_p \quad (2.4)$$

es la profundidad de piel.

De tal modo, podemos reescribir la permitividad metálica (??) en la forma

$$\varepsilon_{\text{DL}} = 1 - \left[ \frac{\omega}{\omega_p} \left( \frac{\omega}{\omega_p} + i \frac{\nu}{\omega_p} \right) \right]^{-1} = 1 - \left( 1 - i \frac{\nu}{\omega} \right) \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^2 + \left( \frac{\nu}{\omega_p} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (2.5)$$

y el intervalo (2.2) como

$$0 \leq \frac{\nu}{\omega_p} \ll 1. \quad (2.6)$$

La peculiaridad esencial de la permitividad metálica  $\varepsilon_b$  es que es de valor complejo y dependiente de la frecuencia. De (2.1) o (2.5) es simple ver que la parte real y la parte imaginaria de  $\varepsilon_b$  están dadas por las relaciones

$$\text{Re } \varepsilon_{\text{DL}} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} = 1 - \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^2 + \left( \frac{\nu}{\omega_p} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (2.7a)$$

$$\text{Im } \varepsilon_{\text{DL}} = \frac{\nu \omega_p^2}{\omega(\omega^2 + \nu^2)} = \frac{\nu}{\omega_p} \left\{ \frac{\omega}{\omega_p} \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^2 + \left( \frac{\nu}{\omega_p} \right)^2 \right] \right\}^{-1}. \quad (2.7b)$$

Por otra parte, de (2.7a), se puede ver que la parte real de la permitividad puede ser positiva o negativa, dependiendo del valor de la frecuencia  $\omega$ ,

$$-\left( \frac{\nu}{\omega_p} \right)^{-2} + 1 < \text{Re } \varepsilon_{\text{DL}} \leq 0 \quad \text{para} \quad 0 < \frac{\omega}{\omega_p} \leq \sqrt{1 - \left( \frac{\nu}{\omega_p} \right)^2}, \quad (2.8a)$$

$$0 \leq \text{Re } \varepsilon_{\text{DL}} < 1 \quad \text{para} \quad \sqrt{1 - \left( \frac{\nu}{\omega_p} \right)^2} \leq \frac{\omega}{\omega_p} < \infty; \quad (2.8b)$$

en tanto que la Ec. (2.7b) muestra que el signo de la parte imaginaria de la permitividad está definido por  $\nu$ . Debido a que la frecuencia de relajación de los electrones no es negativa,  $\nu \geq 0$ , la parte imaginaria de  $\varepsilon_{\text{DL}}$  es no negativa también,

$$\text{Im } \varepsilon_{\text{DL}} \geq 0, \quad \forall \frac{\omega}{\omega_p}. \quad (2.9)$$

Así, el medio metálico  $b$  es *dissipativo*. Debemos recordar que la parte imaginaria de la permitividad está ausente para medios sin pérdidas ni ganancias. Cuando la frecuencia de relajación  $\nu = 0$ , la parte imaginaria de  $\varepsilon_{\text{DL}}$  desaparece. En este caso particular del modelo de Drude-Lorentz, las capas  $b$  representan el medio sin pérdidas ni ganancias.

## 2.2. Modelo Cinético de Boltzmann

Las ecuaciones de Maxwell en los metales incluyen la densidad de corriente eléctrica  $\mathbf{j}$  de los electrones de conducción,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (2.10a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (2.10b)$$

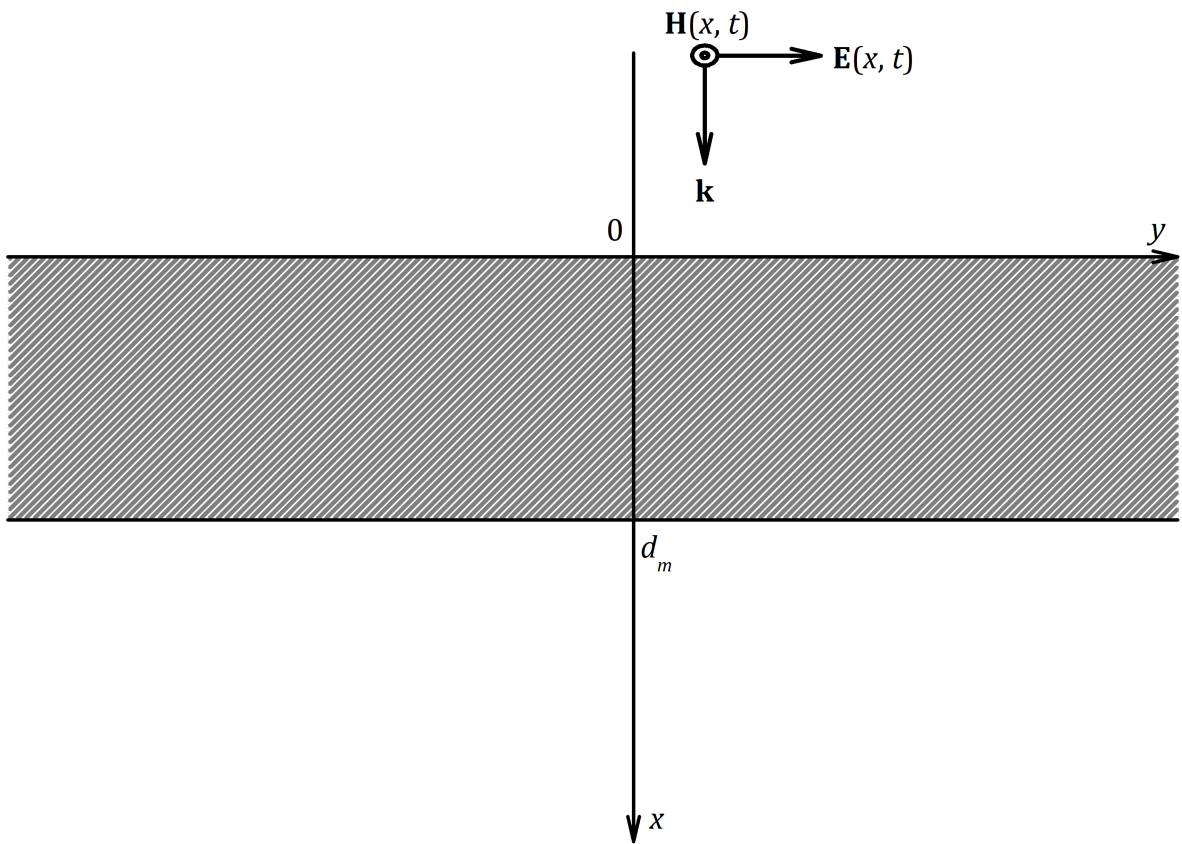


Figura 2.1: Placa metálica.

Debido a la incidencia normal de la onda entrante (ver Fig. 2.1), tiene la misma polarización (1.4),

$$\mathbf{E}(x, t) = \{0, E(x), 0\} \exp(-i\omega t), \quad (2.11a)$$

$$\mathbf{H}(x, t) = \{0, 0, H(x)\} \exp(-i\omega t). \quad (2.11b)$$

Suponemos que la densidad de corriente  $\mathbf{j}$ , tal como el campo eléctrico  $\mathbf{E}$ , contiene sólo componente  $y$ , que en la aproximación lineal con respecto a  $\mathbf{E}$  también es monocromática,

$$\mathbf{j}(x, t) = \{0, j(x), 0\} \exp(-i\omega t). \quad (2.12)$$

De las ecuaciones de Maxwell (2.10) encontramos que los campos eléctrico y magnético, en el metal, obedecen a las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{d^2 E(x)}{dx^2} + k^2 E(x) + \frac{4\pi i k^2}{\omega} j(x) = 0, \quad (2.13a)$$

$$H(x) = -ik^{-1} \frac{dE(x)}{dx}, \quad (2.13b)$$

donde  $k = \omega/c$  es el número de onda en el espacio vacío. La ecuación (2.13a) se resuelve encontrando la densidad de corriente  $j(x)$  en el intervalo de la placa metálica  $(0, d_m)$ . Para encontrarla, es conveniente utilizar la ecuación cinética de Boltzmann, la cual se escribe con respecto a la función de distribución electrónica  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  de no-equilibrio en el espacio fase  $(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ . El cambio total de  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  en el tiempo está dado por la derivada total

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \hat{I}\{f\}, \quad (2.14)$$

donde  $\hat{I}\{f\}$  es la llamada integral de colisión, la cual depende de los procesos de dispersión electrónica. El modelo fenomenológico más simple para la integral de colisión es de la forma

$$\hat{I}\{f\} = -\frac{f - f_F}{\tau}. \quad (2.15)$$

La ecuación (2.15) toma en cuenta las propiedades generales de la integral de colisión. En particular, los procesos de dispersión electrónica se describen por un solo parámetro fenomenológico  $\tau = \nu^{-1} > 0$ , que actúa como el tiempo de relajación para el establecimiento del equilibrio.

La integral de colisión (2.15) se caracteriza por la desviación de la función de distribución electrónica  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  de su cantidad de equilibrio  $f_F(\epsilon)$ , llamada función de distribución de Fermi-Dirac. Ésta depende explícitamente sólo de la energía electrónica  $E$  y tiene como parámetros la energía de Fermi  $E_F$  y la temperatura  $T$ ,

$$f_F(E) = \left[ 1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{T}\right) \right]^{-1}. \quad (2.16)$$

Por lo anterior, la integral de colisión (2.15) es evidentemente cero cuando el sistema está en equilibrio, es decir, para  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f_F$ . También, (2.15) se conoce como  $\tau$ -aproximación de la

integral de colisión.

La velocidad de los electrones y la fuerza que actúa sobre ellos en el campo eléctrico  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  se escriben, respectivamente como

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{\partial E}{\partial \mathbf{p}}, \quad \text{dado que} \quad E = \frac{\mathbf{p}^2}{2m}, \quad (2.17a)$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad \text{con} \quad e > 0 \quad \text{la carga del electrón.} \quad (2.17b)$$

Sustituyendo (2.15) y (2.17) en (2.14), la ecuación cinética toma la siguiente forma en la  $\tau$ -aproximación:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = -\frac{f - f_F}{\tau}. \quad (2.18)$$

En [2] la corriente eléctrica se expresa en términos de la función de distribución  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  por medio de la siguiente fórmula:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = -\frac{2e}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3p \mathbf{v} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t). \quad (2.19)$$

Se busca la función de distribución en la forma

$$f(x, \mathbf{v}, t) = f_F(E) + \frac{\partial f_F}{\partial E} \chi(x, \mathbf{v}) \exp(-i\omega t). \quad (2.20)$$

Aquí, el segundo término del lado derecho es la pequeña adición lineal de no-equilibrio a la función de distribución de Fermi  $f_F(E)$  ( $|\chi(x, \mathbf{v})| \ll E_F$ ). Como el campo eléctrico depende sólo de la coordenada  $x$  y es monocromático con dependencia del tiempo  $t$  como  $\exp(-i\omega t)$ , es evidente que la corrección de no-equilibrio también depende sólo de  $x$  y debe ser proporcional al factor  $\exp(-i\omega t)$ .

Para encontrar componente  $y$  de la corriente eléctrica, sustituimos (2.20) en (2.19),

$$\begin{aligned} \mathbf{j}(x, t) &= -\frac{2e}{(2\pi\hbar)^3} \left[ \int d^3p \mathbf{v} f_F(E) + \int d^3p \mathbf{v} \frac{\partial f_F}{\partial E} \chi(x, \mathbf{v}) \exp(-i\omega t) \right] = \\ &= -\frac{2e}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3p \mathbf{v} \frac{\partial f_F}{\partial E} \chi(x, \mathbf{v}) \exp(-i\omega t). \end{aligned} \quad (2.21)$$

Es evidente que la primera integral es igual a cero porque en estado de equilibrio, no existe ninguna corriente eléctrica.

Comparando (2.21) con (2.12), tenemos la expresión general para la componente  $y$  de la

densidad de corriente  $\mathbf{j}$ ,

$$j(x) = -\frac{2e}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3p v_y \frac{\partial f_F}{\partial E} \chi(x, \mathbf{v}). \quad (2.22)$$

El cálculo de  $j(x)$  usando la fórmula (2.22) se desarrolla con todo detalle en [27]. Aquí, escribimos únicamente la expresión final:

$$j(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dx' \sigma(x-x') E(x'). \quad (2.23)$$

Aquí, el kernel integral del operador conductividad, se define como

$$\sigma(x) = \frac{3\sigma_{\text{DL}}}{4l_\omega} \int_0^1 dn_x \frac{n_t^2}{n_x} \exp\left(-\frac{|x|}{l_\omega n_x}\right), \quad \sigma(x) = \sigma(-x). \quad (2.24)$$

En el cálculo se introducen las notaciones

$$n_x = \frac{|p_x|}{p_F} = \frac{|v_x|}{v_F} = \frac{m|v_x|}{p_F}, \quad n_t = \frac{p_t}{p_F} = (1 - n_x^2)^{1/2}, \quad (2.25)$$

que resultan del cambio a coordenadas cilíndricas  $\{p_x, p_t, \varphi\}$  en el espacio del momentum,

$$p_x = p_x, \quad p_y = mv_y = p_t \cos \varphi, \quad p_z = mv_z = p_t \sin \varphi, \quad (2.26)$$

También, se toman en cuenta las expresiones para la conductividad clásica de Drude-Lorentz  $\sigma_{\text{DL}}$  y el paso promedio efectivo  $l_\omega$ ,

$$\sigma_{\text{DL}} = \frac{p_F^3 e^2}{3\pi^2 \hbar^3 m(\nu - i\omega)} = \frac{\omega_p^2}{4\pi(\nu - i\omega)}, \quad l_\omega = \frac{v_F}{\nu - i\omega}. \quad (2.27)$$

Es sobresaliente que la ecuación (2.23) nos da una relación no-local entre la densidad de corriente  $j(x)$  y el campo eléctrico  $E(x)$  en la placa metálica, a diferencia de la relación clásica local (??) de Drude-Lorentz.

# Capítulo 3

## Cristal Fotónico Metalodieléctrico

### 3.1. Campo Electromagnético en la Celda Unitaria del Cristal Fotónico Metalodieléctrico

En algunos trabajos dedicados al estudio de la propagación de ondas electromagnéticas a través de sistemas ópticos con inclusiones metálicas, la densidad de corriente electrónica en un punto dado del metal está especificada por el campo eléctrico en el mismo punto,

$$j(x) = \sigma_{\text{DL}} E(x), \quad \sigma_{\text{DL}} = \frac{\omega_p^2}{4\pi(\nu - i\omega)}. \quad (3.1)$$

Con el uso de las ecuaciones de Maxwell, se puede demostrar que el medio descrito por la ley de Ohm (3.1) tiene la permitividad dependiente de la frecuencia

$$\epsilon_b = \epsilon_{\text{DL}}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu)}. \quad (3.2)$$

Es la llamada permitividad de Drude-Lorentz. En el capítulo anterior, el metal se describe en términos de esta permitividad, vea la ecuación (2.1).

Hablando en términos estrictos, este modelo puede ser adecuado para muestras de bulto. Sin embargo, es conocido que los efectos de dispersión espacial (o efectos no locales), los cuales son causados por la inhomogeneidad del campo electromagnético y se manifiestan en el efecto piel anómalo, deben tomarse en cuenta aun en estas muestras, bajo ciertas condiciones. Además, es necesario tomar en cuenta el efecto del tamaño en micro- y nano-estructuras, en el cual, el ancho de la inclusión metálica es comparable con la profundidad de penetración de la onda electromagnética en esta inclusión.

En el enfoque de la ecuación cinética de Boltzmann, la relación entre la densidad de co-

riente electrónica y el campo eléctrico en el metal es integral, en contraste con el modelo de Drude-Lorentz. Como consecuencia, la ecuación de Maxwell (vea [30]) que describe el campo eléctrico en la placa metálica se convierte en una ecuación integro-diferencial definida en un intervalo finito. La solución de esta ecuación se simplifica por la continuación analítica del campo eléctrico a todo el eje  $x$ , con el uso de las condiciones de paridad y continuidad. Sin dar más detalles del cálculo, presentamos la fórmula integral para la densidad de corriente,

$$j(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dx' \sigma(x-x') E(x'), \quad (3.3a)$$

$$\sigma(x) = \frac{3\sigma_{cl}}{4l_\omega} \int_0^1 dn_x \frac{1-n_x^2}{n_x} \exp\left(-\frac{|x|}{l_\omega n_x}\right), \quad (3.3b)$$

$$l_\omega = \frac{v_F}{\nu - i\omega}; \quad (3.3c)$$

donde  $v_F$  es la velocidad de Fermi,  $\nu$  es la frecuencia de relajación electrónica,  $l_\omega$  implica la trayectoria media libre efectiva de los electrones debida tanto a sus colisiones con dispersores como al cambio de fase del campo electromagnético.

En el límite de dispersión espacial débil  $|l_\omega| \ll |\delta|$ , donde  $\delta$  es la profundidad de penetración, el kernel  $\sigma(x-x')$  se vuelve una función casi delta. Es fácil checar que en este caso la relación (3.3a) entre  $j(x)$  y  $E(x)$  toma una forma local y está exactamente dada por la ecuación (3.1),

$$j(x) = E(x) \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(x') dx', \quad \text{donde} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(x') dx' = \sigma_{DL}. \quad (3.4)$$

Las ecuaciones que describen el campo electromagnético en la capa dieléctrica, son las mismas que las ecuaciones (1.5a) y (1.5b). Por lo tanto, la distribución del campo electromagnético  $E_{a_n}$  y  $H_{a_n}$  dentro de la capa dieléctrica está dada por las ecuaciones (1.6a) y (1.6b). La expresión para el campo eléctrico dentro de la capa  $b$  metálica puede ser obtenida basándose en los resultados de [30]. En dicho trabajo se asume que el metal es no magnético, sin embargo, los resultados obtenidos ahí pueden generalizarse fácilmente al caso en el que  $\mu_b \neq 1$ . De tal modo, la distribución del campo electromagnético dentro de la  $n$ -ésima celda unitaria ( $a, b$ ) está dado por

$$E_{a_n}(x) = A_n^+ \exp\left[ik_a(x-x_{a_n})\right] + A_n^- \exp\left[-ik_a(x-x_{a_n})\right], \quad (3.5a)$$

$$H_{a_n}(x) = Z_a^{-1} \left\{ A_n^+ \exp\left[ik_a(x-x_{a_n})\right] - A_n^- \exp\left[-ik_a(x-x_{a_n})\right] \right\}, \quad (3.5b)$$

dentro de la capa  $a_n$ , donde  $x_{a_n} \leq x \leq x_{b_n}$ ;

$$E_{b_n}(x) = \frac{ik\mu_b}{d_b} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{H_{b_n}(x_{a_{n+1}}) \cos[k_s(x_{a_{n+1}} - x)] - H_{b_n}(x_{b_n}) \cos[k_s(x - x_{b_n})]}{k_s^2 - k^2 \varepsilon(k_s) \mu_b}, \quad (3.6a)$$

$$H_{b_n}(x) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{k_s}{d_b} \times \frac{H_{b_n}(x_{a_{n+1}}) \sin[k_s(x_{a_{n+1}} - x)] + H_{b_n}(x_{b_n}) \sin[k_s(x - x_{b_n})]}{k_s^2 - k^2 \varepsilon(k_s) \mu_b}, \quad (3.6b)$$

dentro de la capa  $b_n$ , donde  $x_{b_n} \leq x \leq x_{a_{n+1}}$ .

Aquí,  $k = \omega/c$  es el número de onda en el espacio vacío. La expresión (3.6a) representa una serie de Fourier de los modos electromagnéticos normales con número de onda discreto

$$k_s = \pi s/d_b. \quad (3.7)$$

La interacción del  $s$ -ésimo modo con los electrones de conducción de las capas metálicas está especificado por su propia permitividad  $\varepsilon(k_s)$ , la cual no es una permitividad asociada con el campo electromagnético total. La permitividad modal  $\varepsilon(k_s)$  depende del número de onda discreto  $k_s$  a través del factor de no-localidad  $\mathcal{K}(k_s l_\omega)$ :

$$\varepsilon(k_s) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu)} \mathcal{K}(k_s l_\omega), \quad (3.8a)$$

$$\mathcal{K}(k_s l_\omega) = \frac{3}{2} \int_0^1 \frac{(1 - n_x^2) dn_x}{1 + (k_s l_\omega n_x)^2} = \frac{3}{2} \left\{ \left[ \frac{1}{k_s l_\omega} + \frac{1}{(k_s l_\omega)^3} \right] \arctan(k_s l_\omega) - \frac{1}{(k_s l_\omega)^2} \right\}. \quad (3.8b)$$

Dependiendo del número de onda  $k_s$ , el factor  $\mathcal{K}(k_s l_\omega)$  define completamente el efecto de dispersión espacial en la permitividad efectiva  $\varepsilon(k_s)$ . Debido a esto, vale la pena escribir sus asíntotas,

$$\mathcal{K}(k_s l_\omega) \approx 1 - \frac{(k_s l_\omega)^2}{5}, \quad \text{para } (k_s l_\omega)^2 \ll 1; \quad (3.9a)$$

$$\mathcal{K}(k_s l_\omega) \approx \frac{3\pi}{4|k_s l_\omega|}, \quad \text{para } |k_s l_\omega| \gg 1. \quad (3.9b)$$

Las ecuaciones(3.9) muestran que el efecto no-local puede despreciarse sólo cuando se encuentra la condición (3.9a) para todos los modos que contribuyen a (3.6a). Como en este caso  $\varepsilon(k_s)$  es la misma para todos los modos y coincide con el modelo de Drude-Lorentz, este último puede ser aplicado para la descripción electrodinámica de la placa metálica.

Las fórmulas (3.6) hacen referencia al así llamado régimen no-local donde la dispersión espacial es relevante. En el régimen no-local, el metal no puede ser descrito en términos de una conductividad y una permitividad únicas.

En el enfoque local, con la permitividad de Drude-Lorentz (3.2) como la permitividad efectiva del metal, el campo eléctrico dentro de la capa metálica  $b_n$  es

$$E_{b_n}(x) = \frac{ik\mu_b}{k_b} \left\{ H_{b_n}(x_{b_n}) \frac{\cos[k_b(x_{a_{n+1}} - x)]}{\sin(k_b d_b)} - H_{b_n}(x_{a_{n+1}}) \frac{\cos[k_b(x - x_{b_n})]}{\sin(k_b d_b)} \right\}. \quad (3.10)$$

Aquí, el número de onda  $k_b$  se define como  $k_b = k\sqrt{\varepsilon_{\text{DL}}(\omega)\mu_b}$  ( $\text{Re}k_b > 0$ ,  $\text{Im}k_b > 0$ ). La expresión (3.10) no es más que la expresión para  $E_{b_n}(x)$  a partir de la ecuación (1.6c) en la representación de ondas estacionarias.

Tomamos las expresiones (3.5) y (3.6) para el campo electromagnético en la  $n$ -ésima celda unitaria de la estructura dieléctrico-metal y las evaluamos en las fronteras opuestas de la capa metálica  $b_n$ . Como resultado, obtenemos las expresiones que relacionan al campo electromagnético en las dos superficies  $x = x_{b_n}$  y  $x = x_{a_{n+1}}$  de la placa metálica con las amplitudes de las ondas viajeras incidentes y reflejadas dentro de las capas dieléctricas  $a_n$  y  $a_{n+1}$ ,

$$E_{a_n}(x_{b_n}) = A_n^+ \exp(i\varphi_a) + A_n^- \exp(-i\varphi_a), \quad (3.11a)$$

$$E_{b_n}(x_{b_n}) = H_{b_n}(x_{b_n})\zeta_0 - H_{b_n}(x_{a_{n+1}})\zeta_d, \quad (3.11b)$$

$$H_{a_n}(x_{b_n}) = Z_a^{-1} [A_n^+ \exp(i\varphi_a) - A_n^- \exp(-i\varphi_a)], \quad (3.11c)$$

$$E_{a_{n+1}}(x_{a_{n+1}}) = A_{n+1}^+ + A_{n+1}^-, \quad (3.11d)$$

$$E_{b_n}(x_{a_{n+1}}) = -H_{b_n}(x_{a_{n+1}})\zeta_0 + H_{b_n}(x_{b_n})\zeta_d, \quad (3.11e)$$

$$H_{a_{n+1}}(x_{a_{n+1}}) = Z_a^{-1} (A_{n+1}^+ - A_{n+1}^-). \quad (3.11f)$$

Aquí, se definen las impedancias adimensionales superficiales  $\zeta_0$  y  $\zeta_d$  de las fronteras izquierda y derecha, respectivamente, como:

$$\zeta_0 = -\frac{ik\mu_b}{d_b} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_s^2 - k^2 \varepsilon(k_s)\mu_b}, \quad (3.12a)$$

$$\zeta_d = -\frac{ik\mu_b}{d_b} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{\cos(k_s d_b)}{k_s^2 - k^2 \varepsilon(k_s)\mu_b}. \quad (3.12b)$$

Éstas tienen el sentido físico de un cociente del campo eléctrico entre el campo magnético. La suma infinita en (3.12) se debe a la cuantización del campo electromagnético (3.6) dentro de la placa metálica.

Es fácil ver de (3.8)  $\mathcal{K}(k_s l_\omega) = 1$ ,  $\varepsilon(k_s) = \varepsilon_{\text{DL}}$ , y las sumas infinitas en (3.12) se pueden calcular

explícitamente, dando como resultado,

$$\zeta_0^{(\text{DL})} = iZ_b \frac{\cos(k_b d_b)}{\sin(k_b d_b)}, \quad (3.13a)$$

$$\zeta_d^{(\text{DL})} = iZ_b \frac{1}{\sin(k_b d_b)}, \quad (3.13b)$$

que son las impedancias correspondientes al modelo local de Drude-Lorentz.

## 3.2. Matriz de Transferencia, Ecuación de Dispersión y Transmancia

Las condiciones de frontera para los campos eléctrico y magnético son las mismas que las utilizadas en la Sección 1.1, a saber, están dadas por las ecuaciones (1.10). Combinando las expresiones (3.11) con las condiciones de frontera (1.10), llegamos a las siguientes dos relaciones:

$$\begin{pmatrix} H_{b_n}(x_{a_{n+1}}) \\ H_{b_n}(x_{b_n}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11}^{(a)} & Q_{12}^{(a)} \\ Q_{21}^{(a)} & Q_{22}^{(a)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_n^+ \\ A_n^- \end{pmatrix}, \quad (3.14a)$$

$$\begin{pmatrix} A_{n+1}^+ \\ A_{n+1}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11}^{(b)} & Q_{12}^{(b)} \\ Q_{21}^{(b)} & Q_{22}^{(b)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_{b_n}(x_{a_{n+1}}) \\ H_{b_n}(x_{b_n}) \end{pmatrix}. \quad (3.14b)$$

La matriz  $\hat{Q}^{(a)}$  nos da la posibilidad de expresar los campos magnéticos en las fronteras opuestas de la capa metálica  $b_n$  in en términos de las amplitudes  $A_n^\pm$  de la capa dieléctrica  $a_n$  dentro de la vecindad de la capa  $b_n$ . Se encuentra que los elementos de la matriz  $\widehat{Q}^{(a)}$  son

$$Q_{11}^{(a)} = \frac{\zeta_0 - Z_a}{Z_a \zeta_d} \exp(i\varphi_a), \quad (3.15a)$$

$$Q_{12}^{(a)} = -\frac{\zeta_0 + Z_a}{Z_a \zeta_d} \exp(-i\varphi_a), \quad (3.15b)$$

$$Q_{21}^{(a)} = \frac{\exp(i\varphi_a)}{Z_a}, \quad (3.15c)$$

$$Q_{22}^{(a)} = -\frac{\exp(-i\varphi_a)}{Z_a}. \quad (3.15d)$$

La matriz  $\hat{Q}^{(b)}$  relaciona las amplitudes  $A_{n+1}^\pm$  dentro de la capa dieléctrica  $a_{n+1}$  y los campos magnéticos en las fronteras de la capa metálica  $b_n$ . Los elementos de la matriz  $\hat{Q}^{(b)}$  están dados

por

$$Q_{11}^{(b)} = (Z_a - \zeta_0)/2, \quad (3.16a)$$

$$Q_{12}^{(b)} = \zeta_d/2, \quad (3.16b)$$

$$Q_{21}^{(b)} = -(Z_a + \zeta_0)/2, \quad (3.16c)$$

$$Q_{22}^{(b)} = \zeta_d/2. \quad (3.16d)$$

Los determinantes de las matrices  $\hat{Q}^{(a)}$  y  $\hat{Q}^{(b)}$  son

$$\det \hat{Q}^{(a)} = 2/Z_a \zeta_d, \quad \det \hat{Q}^{(b)} = Z_a \zeta_d/2. \quad (3.17)$$

Las ecuaciones (3.14) dan como resultado la siguiente relación importante que conecta las amplitudes  $A_{n+1}^\pm$  y  $A_n^\pm$  de las capas dieléctricas vecinas  $a_n$  y  $a_{n+1}$ ,

$$\begin{pmatrix} A_{n+1}^+ \\ A_{n+1}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_n^+ \\ A_n^- \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

La matriz de transferencia  $\hat{Q} = \hat{Q}^{(b)}\hat{Q}^{(a)}$  tiene los elementos

$$Q_{11} = -\frac{(\zeta_0 - Z_a)^2 - \zeta_d^2}{2Z_a \zeta_d} \exp(i\varphi_a), \quad (3.19a)$$

$$Q_{12} = -\frac{Z_a^2 - \zeta_0^2 + \zeta_d^2}{2Z_a \zeta_d} \exp(-i\varphi_a), \quad (3.19b)$$

$$Q_{21} = \frac{Z_a^2 - \zeta_0^2 + \zeta_d^2}{2Z_a \zeta_d} \exp(i\varphi_a), \quad (3.19c)$$

$$Q_{22} = \frac{(\zeta_0 + Z_a)^2 - \zeta_d^2}{2Z_a \zeta_d} \exp(-i\varphi_a). \quad (3.19d)$$

Claramente, la sustitución de las impedancias de Drude-Lorentz (4.2) en las ecuaciones (3.19) da como resultado las ecuaciones (1.17).

De la representación de producto de la matriz de transferencia  $\hat{Q} = \hat{Q}^{(b)}\hat{Q}^{(a)}$ , y de las ecuaciones (3.17), vemos que la matriz de transferencia es unimodular,

$$\det \hat{Q} = \det \hat{Q}^{(a)} \det \hat{Q}^{(b)} = 1. \quad (3.20)$$

De acuerdo con la ecuación (1.27), la fase de Bloch  $\gamma = \kappa d$ , la cual está definida por la traza

de la matriz de transferencia  $\hat{Q}$ , satisface la siguiente relación de dispersión:

$$\cos \gamma = \frac{\zeta_0}{\zeta_d} \cos \varphi_a - i \frac{Z_a^2 + \zeta_0^2 - \zeta_d^2}{2Z_a \zeta_d} \sin \varphi_a. \quad (3.21)$$

Podemos asegurarnos de que al sustituir las impedancias de Drude-Lorentz (3.13) en la relación de dispersión (3.21), esta relación de dispersión se transforma en la ecuación (1.36).

No es posible derivar una expresión simple para la transmitancia y la reflectancia, debido a que, como es fácil apreciar, las condiciones (1.29) no se encuentran para la matriz de transferencia (3.19). Evaluando los cuadrados de los valores absolutos de  $(\hat{Q}^N)_{21}$  y  $(\hat{Q}^N)_{22}$ , dados por las ecuaciones (C.1)-(C.2), con el uso de la ecuación (1.26), presentamos explícitamente la transmitancia y la reflectancia como

$$T_N = \frac{1}{|Q_{22}J_N|^2 + |J_{N-1}|^2 - 2\text{Re}(Q_{22}J_N J_{N-1}^*)}, \quad (3.22a)$$

$$R_N = -\frac{|Q_{21}J_N|^2}{|Q_{22}J_N|^2 + |J_{N-1}|^2 - 2\text{Re}(Q_{22}J_N J_{N-1}^*)}. \quad (3.22b)$$

Debido a que el metal es un medio disipativo de energía, tenemos que la absorbancia se puede escribir en términos de la transmitancia y la reflectancia,

$$A_N = 1 - T_N - R_N. \quad (3.23)$$

Estos resultados teóricos para la relación de dispersión, la transmitancia, la reflectancia y la absorción serán aplicados en el siguiente capítulo de resultados.



# Capítulo 4

## Análisis de Resultados

### 4.1. Análisis de las Impedancias

En la Sec. 3.1 definimos las impedancias adimensionales en las dos superficies de la capa metálica de la superred metalodieléctrica. En particular, en esta sección nos concierne el análisis de la dependencia de estas cantidades sobre la frecuencia normalizada  $\omega/\omega_p$  de la onda incidente, cuando metales no-magnéticos forman parte de la celda unitaria del cristal, es decir, con  $\mu_b = 1$ , de modo que las impedancias (3.12) quedan expresadas por

$$\zeta_0 = -\frac{ik}{d_b} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_s^2 - k^2 \varepsilon(k_s)}, \quad (4.1a)$$

$$\zeta_d = -\frac{ik}{d_b} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{\cos(k_s d_b)}{k_s^2 - k^2 \varepsilon(k_s)}. \quad (4.1b)$$

Estas expresiones surgen de la evaluación de las condiciones de frontera para el campo eléctrico (3.6) en el metal y de la cuantización del mismo a través de la representación de Fourier y del número de onda discreto  $k_s = \pi s/d_b$ .

Cuando la dispersión espacial es débil, el argumento del factor de no-localidad es pequeño,  $|k_s l_\omega| \ll 1$ , y  $\mathcal{K}(k_s l_\omega)$  puede reemplazarse con  $\mathcal{K}(0) = 1$  (ver Ec. (3.8b)) para todos los modos discretos que contribuyen al campo electromagnético total. La permitividad efectiva (3.8a) es, de tal modo, independiente de  $s$  y se convierte en la permitividad local (3.2) descrita con el modelo local de Drude-Lorentz  $\varepsilon_{DL}$ :  $\varepsilon(k_s) \rightarrow \varepsilon(0) \equiv \varepsilon_{DL} \equiv \varepsilon_b$ . Así, las sumas infinitas en (4.1) se

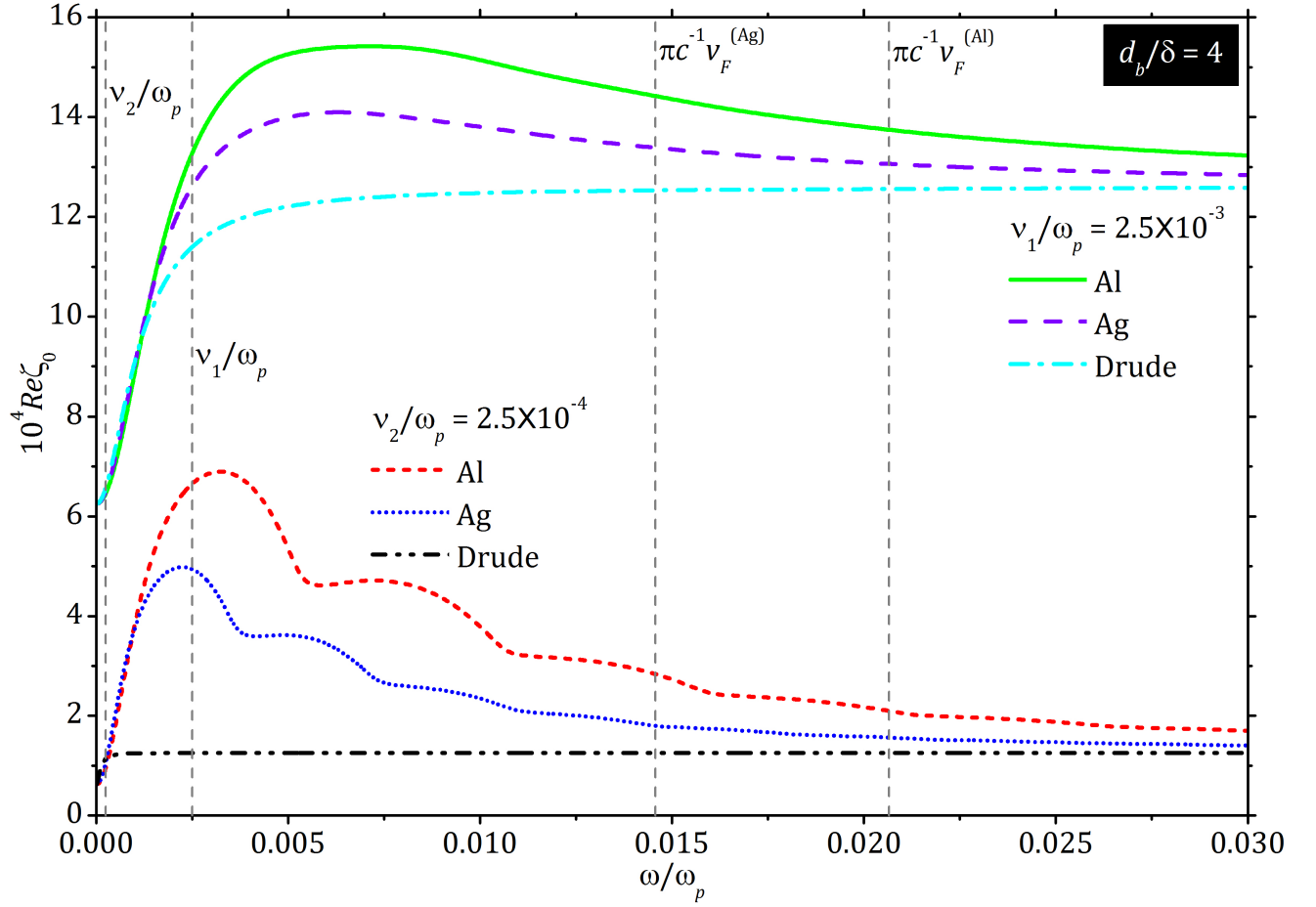


Figura 4.1: (Color) Gráfica de la parte real de la impedancia superficial  $\zeta_0$  en función de la frecuencia para una placa de aluminio ( $v_F = 2.03 \times 10^6 \text{ m/s}$ ,  $\omega_p = 3.82 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ ) y para una placa de plata ( $v_F = 1.39 \times 10^6 \text{ m/s}$ ,  $\omega_p = 0.96 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ ), para dos valores de la frecuencia de relajación  $\nu_1 = 2.5 \times 10^{-3} \omega_p$  (curvas superiores) y  $\nu_2 = 0.1 \nu_1$  (curvas inferiores), ambas con un espesor  $d_b = 4\delta = 4c/\omega_p$ .

pueden calcular explícitamente dando como resultado las impedancias superficiales locales

$$\zeta_0^{(\text{DL})} = iZ_b \frac{\cos(k_b d_b)}{\sin(k_b d_b)}, \quad (4.2a)$$

$$\zeta_d^{(\text{DL})} = iZ_b \frac{1}{\sin(k_b d_b)}, \quad (4.2b)$$

con los parámetros ópticos de Drude-Lorentz

$$\varepsilon_b = \varepsilon(0) = \varepsilon_{\text{DL}} = 1 - \omega_p^2 / \omega(\omega + i\nu), \quad (4.3a)$$

$$n_b = \sqrt{\varepsilon_b}, \quad Z_b = 1/n_b, \quad k_b = n_b k = \omega n_b / c, \quad (4.3b)$$

dados por la ecuación general (1.2).

Para derivar las expresiones (4.2) hemos utilizado las fórmulas

$$\cot(\pi x) = \frac{x}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 - k^2}, \quad (4.4a)$$

$$\frac{1}{\sin(\pi x)} = \frac{x}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^k}{x^2 - k^2}, \quad (4.4b)$$

las cuales se pueden encontrar en la Ref. [10].

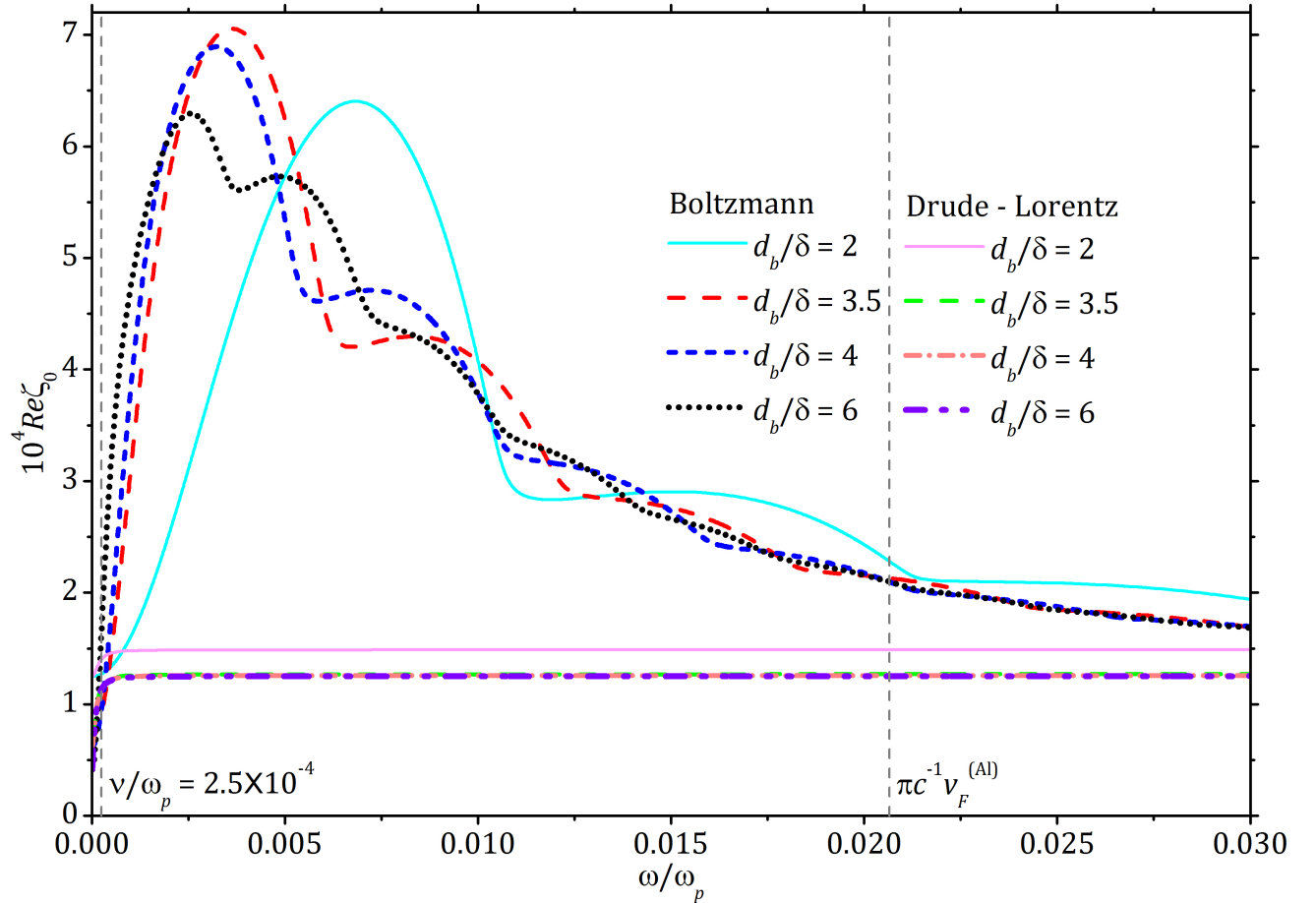


Figura 4.2: (Color) Parte real de la impedancia superficial  $\zeta_0$  en función de la frecuencia para una placa de aluminio para distintos espesores, con un valor de la frecuencia de relajación  $\nu = 2.5 \times 10^{-4} \omega_p$ . Comparación con el modelo local de Drude-Lorentz.

En la Figura 4.1, que es análoga a la presentada en la Ref. [30] para la absorción en una placa metálica, presentamos la dependencia de la parte real de la impedancia  $\zeta_0$  en las placas de aluminio (Al) ( $v_F = 2.03 \times 10^6 \text{m/s}$ ,  $\omega_p = 3.82 \times 10^{15} \text{s}^{-1}$ ) y plata (Ag) ( $v_F = 1.39 \times 10^6 \text{m/s}$ ,  $\omega_p =$

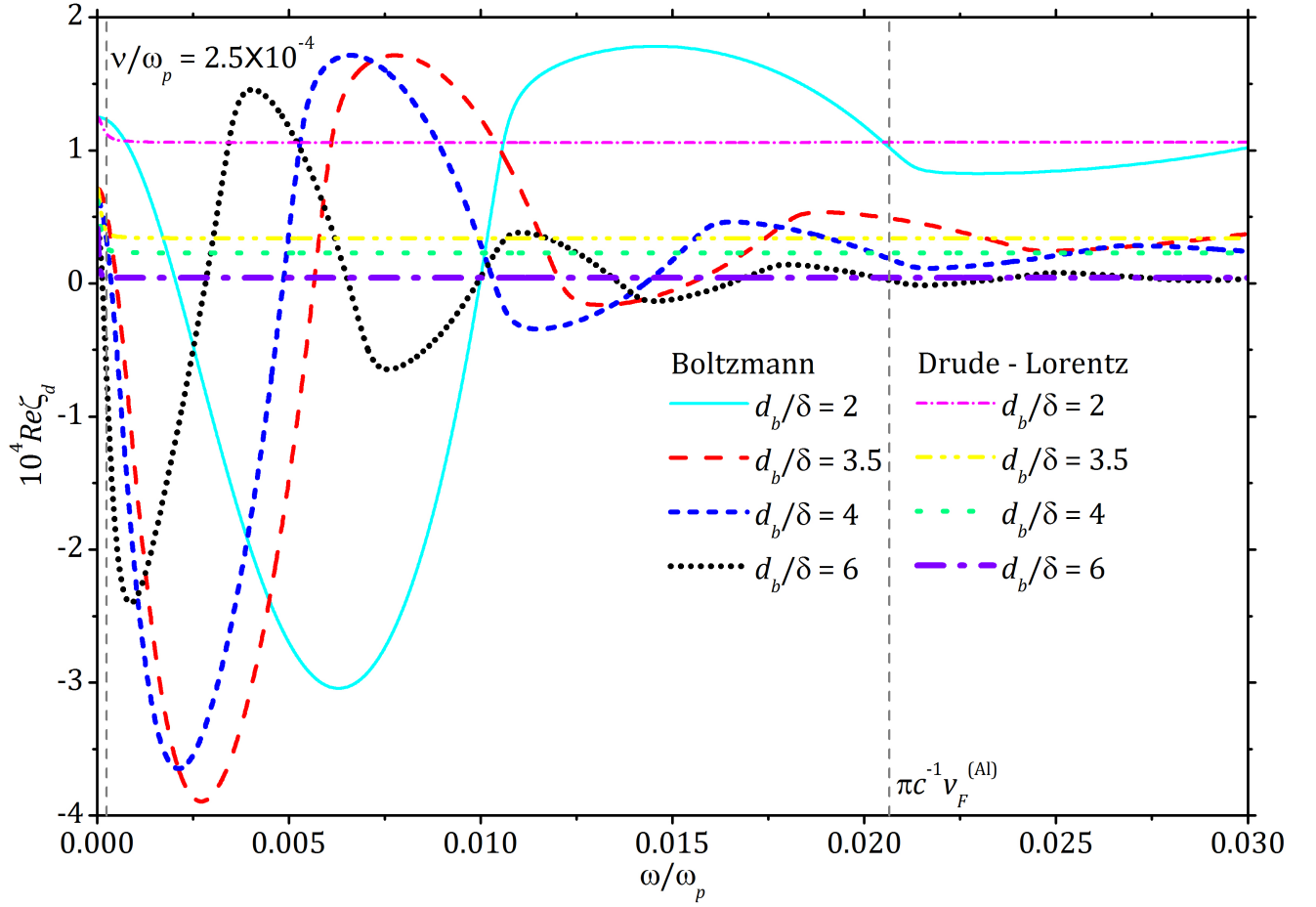


Figura 4.3: (Color) Parte real de la impedancia superficial  $\zeta_d$  en función de la frecuencia para una placa de aluminio para distintos espesores, con un valor de la frecuencia de relajación  $\nu = 2.5 \times 10^{-4} \omega_p$ . Comparación con el modelo local de Drude-Lorentz.

$0.96 \times 10^{15} \text{s}^{-1}$ ), para dos valores de la razón de relajación  $\nu/\omega_p$  con espesor normalizado  $d_b/\delta = 4$  fijo. Consideremos primero las tres curvas superiores graficadas para un valor  $\nu_1 = 2.5 \times 10^{-3} \omega_p$ . De esas tres curvas superiores, la curva inferior (cyan) no toma en cuenta los efectos de dispersión espacial, es decir, corresponde al modelo local (4.2a) de Drude-Lorentz. Notemos que la dependencia  $\text{Re}\zeta_0^{(\text{DL})}(\omega/\omega_p)$  es universal para todos los materiales (a valores dados de  $d_b/\delta$  y  $\nu/\omega_p$ ). La parte real  $\text{Re}\zeta_0(\omega/\omega_p)$  en las otras dos curvas (verde y violeta) incrementa rápido en el rango de frecuencias no-local y después el incremento se vuelve casi invisible en la escala común. En contraste con la curva inferior, las curvas superiores están graficadas de acuerdo con el enfoque cinético (4.1a). Éstas difieren cualitativamente de la curva inferior, debido a que en el rango de frecuencias de nuestro interés, las curvas graficadas con el modelo cinético presentan un comportamiento no monótono y un máximo pronunciado. Un caso más interesante y no-trivial aparece a valores menores del cociente de relajación para las tres curvas inferiores (con  $\nu_2 = 0.1 \nu_1 = 2.5 \times 10^{-4} \omega_p$ ). Aquí, debido al decremento de la razón  $\nu/\omega_p$ , se

pueden ver oscilaciones en lugar de un solo máximo. Las oscilaciones ocurren en el rango de frecuencias no-local.

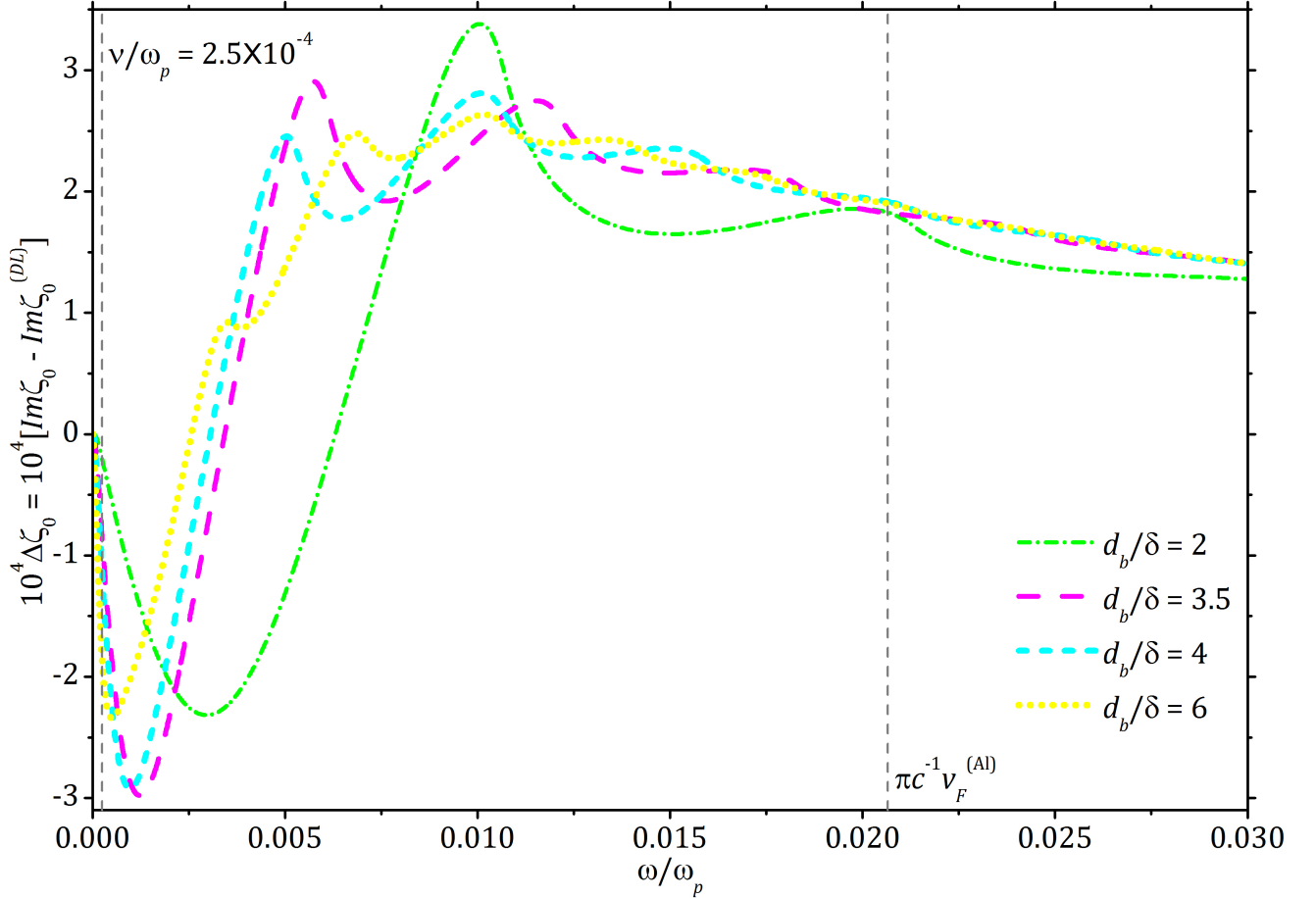


Figura 4.4: (Color) Diferencia  $\Delta\zeta_d = \text{Im} \zeta_d - \text{Im} \zeta_d^{(\text{DL})}$  de la parte imaginaria impedancia superficial  $\zeta_d$  en el modelo cinético menos la parte imaginaria de la impedancia superficial  $\zeta_d^{(\text{DL})}$  en el modelo local de Drude-Lorentz, para distintos valores del espesor  $d_b$  de la placa metálica.

Las oscilaciones se muestran con más detalle en las Figuras 4.2 y 4.3, donde se presentan las partes reales  $\text{Re} \zeta_0(\omega/\omega_p)$  y  $\text{Re} \zeta_d(\omega/\omega_p)$ , respectivamente, para diferentes espesores de la placa metálica. Por ejemplo, en la Figura 4.2, conforme aumentamos el espesor de la placa metálica, aumenta el número de oscilaciones. En ella, mostramos que para el rango de frecuencias no-local, la diferencia de las partes reales de la impedancia entre los modelos local y cinético, es evidente, en tanto que después de la frecuencia  $\omega = \pi v_F \omega_p / c$  ambos formalismos convergen.

Cabe resaltar que las impedancias de Drude-Lorentz (4.2) dependen de tres parámetros adimensionales: la frecuencia del campo electromagnético  $\omega/\omega_p$  y la razón de relajación electrónica  $\nu/\omega_p$ , ambas normalizadas a la frecuencia de plasma  $\omega_p$ , así como la razón  $d_b/\delta$  del grosor  $d_b$  de la placa metálica entre la profundidad de piel  $\delta = c/\omega_p$  en el bulto metálico, la cual es alcanzada en el rango de frecuencias  $\nu \ll \omega \ll \omega_p$ , donde  $\epsilon_b = \epsilon(0) \approx -\omega_p^2/\omega^2$ . Es de vital impor-

tancia notar que las impedancias cinéticas (4.1) dependen de un cuarto parámetro de control  $\pi v_F/c \ll 1$ , asociado con la velocidad de Fermi de los electrones en el metal. Este parámetro entra en el argumento del factor de no-localidad  $\mathcal{K}(k_s l_\omega)$  y es responsable del efecto de dispersión espacial, el cual se manifiesta perfectamente en el infrarrojo si  $\nu < \omega < (\pi v_F/c)\omega_p$  (ver Refs. [30, 31]).

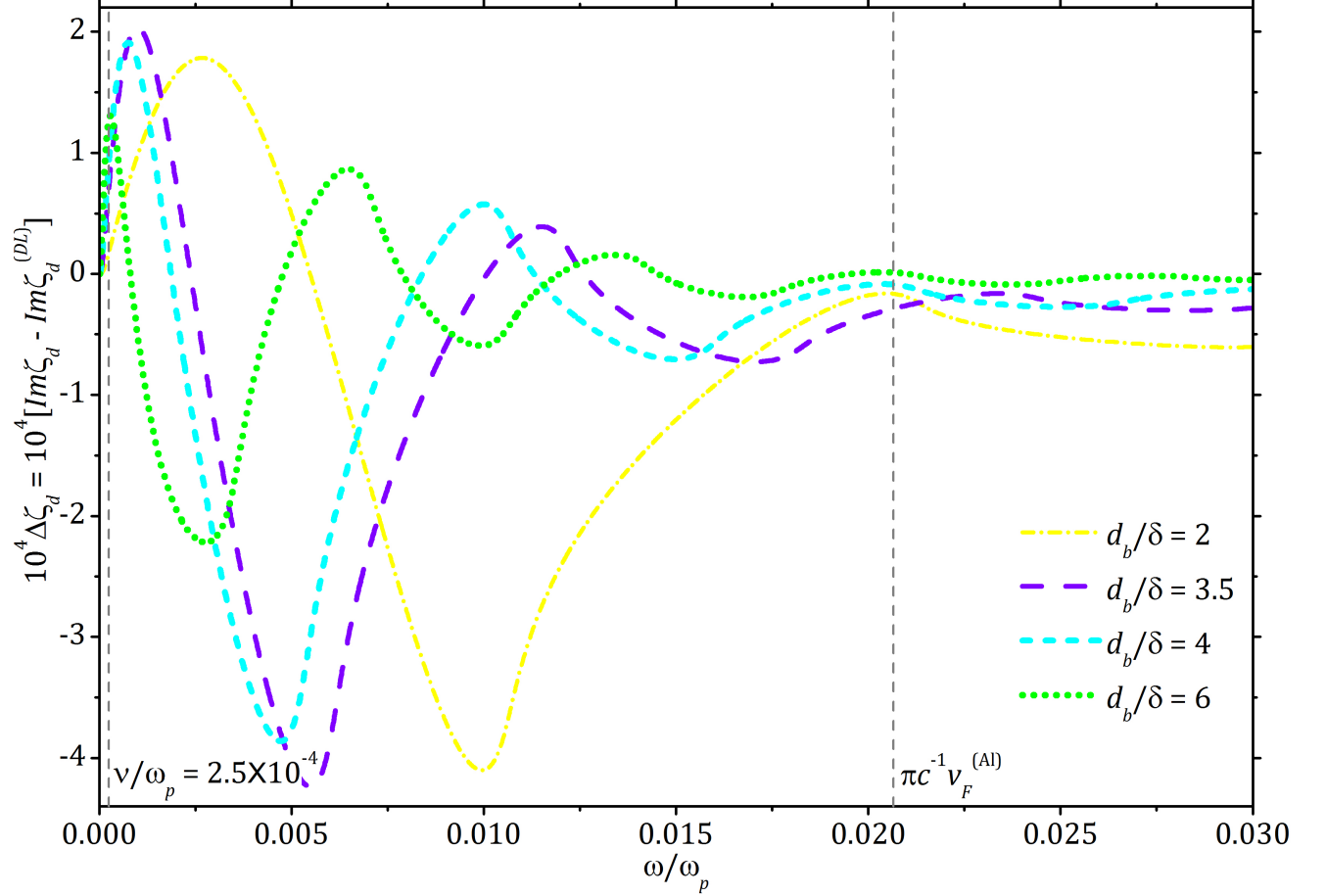


Figura 4.5: (Color) Diferencia  $\Delta\zeta_d = \text{Im}\zeta_d - \text{Im}\zeta_d^{(\text{DL})}$  de la parte imaginaria impedancia superficial  $\zeta_d$  en el modelo cinético menos la parte imaginaria de la impedancia superficial  $\zeta_d^{(\text{DL})}$  en el modelo local de Drude-Lorentz, para distintos valores del espesor  $d_b$  de la placa metálica.

Definimos también, las diferencias de las partes imaginarias de las impedancias en el modelo cinético menos las partes imaginarias en el modelo local de Drude-Lorentz, denotadas, respectivamente, por  $\Delta\zeta_0$  y  $\Delta\zeta_d$  mediante las fórmulas

$$\Delta\zeta_0 = \text{Im}\zeta_0 - \text{Im}\zeta_0^{(\text{DL})}, \quad (4.5a)$$

$$\Delta\zeta_d = \text{Im}\zeta_d - \text{Im}\zeta_d^{(\text{DL})}. \quad (4.5b)$$

En las Figuras 4.4 y 4.5, respectivamente, mostramos la dependencia de la frecuencia normalizada  $\omega/\omega_p$  de estas diferencias (4.5). Éstas, son cantidades oscilantes con un máximo y un mínimo absoluto y como se puede ver, las diferencias de  $\zeta_0$  y  $\zeta_d$  de aquellas predichas por el modelo local de Drude-Lorentz son del orden de  $10^{-4}$ , es decir, del orden de las partes reales de las impedancias mismas.

## 4.2. Diagrama de Bandas

Basándonos en la teoría presentada en los capítulos anteriores y en las Figuras 4.1-4.5, en esta sección presentamos el diagrama espectral de bandas del cristal fotónico metalodielectrico, en la región de no-localidad.

Suponemos ahora que el metal es componente de la celda unitaria de un cristal fotónico de capas alternantes dieléctrico-metal. En particular, vacío-aluminio, que es el material metálico estudiado en la sección anterior. En la placa metálica, el espesor sigue siendo  $d_b/\delta = 4$ , sin embargo, buscamos el espesor del dieléctrico correspondiente a tener un máximo o un mínimo en las partes reales de las impedancias o en sus diferencias. Esto es, debido a que los máximos o mínimos absolutos de estas cantidades se encuentran en la región de no-localidad, que es donde se muestra la diferencia mayor entre los modelos local y cinético. En la Fig. 4.6 presentamos el cálculo numérico de las frecuencias en las cuales, las partes reales de las impedancias  $\zeta_0$ ,  $\zeta_d$  y las diferencias (4.5) tienen sus máximos y mínimos absolutos, respectivamente. Estas frecuencias para los máximos absolutos son  $\omega/\omega_p = 3.22 \times 10^{-3}, 6.66 \times 10^{-3}, 1.101 \times 10^{-3}, 7.5 \times 10^{-4}$  para  $\text{Re}\zeta_0, \text{Re}\zeta_d, \Delta\zeta_0, \Delta\zeta_d$ , respectivamente y  $\omega/\omega_p = 2.12 \times 10^{-3}, 9.7 \times 10^{-4}, 4.7 \times 10^{-3}$  para los mínimo absolutos de  $\text{Re}\zeta_d, \Delta\zeta_0, \Delta\zeta_d$ , respectivamente.

Además las resonancias del tipo  $b$ , aparecen las resonancias del tipo  $a$ , donde se cumple que

$$\varphi_a = k_a d_a = j_a \pi, \quad j_a = 1, 2, 3, \dots \quad (4.6)$$

La ecuación (4.6) se puede reescribir, de manera muy simple como

$$d_a/\delta = j_a \pi (n_a \omega/\omega_p)^{-1}, \quad j_a = 1, 2, 3, \dots \quad (4.7)$$

De (4.7) es fácil ver que teniendo el conocimiento de la frecuencia normalizada  $\omega/\omega_p$ , es posible obtener el espesor normalizado  $d_a/\delta$  del dieléctrico  $a$ . Con esta información, es posible construir la solución numérica de la ecuación de dispersión (3.21). Esta solución se construye de modo que  $\text{Im}\gamma > 0, \forall \omega/\omega_p$ .

En el lado izquierdo de la Fig. 4.7 presentamos el diagrama de bandas completo correspondiente a una estructura periódica infinita de vacío-aluminio ( $n_a = 1, \mu_a = 1$ ), con espesor de la placa metálica  $d_b/\delta = 4$  y espesor del dieléctrico  $d_a/\delta \approx 3237.08$ , calculado numéricamente

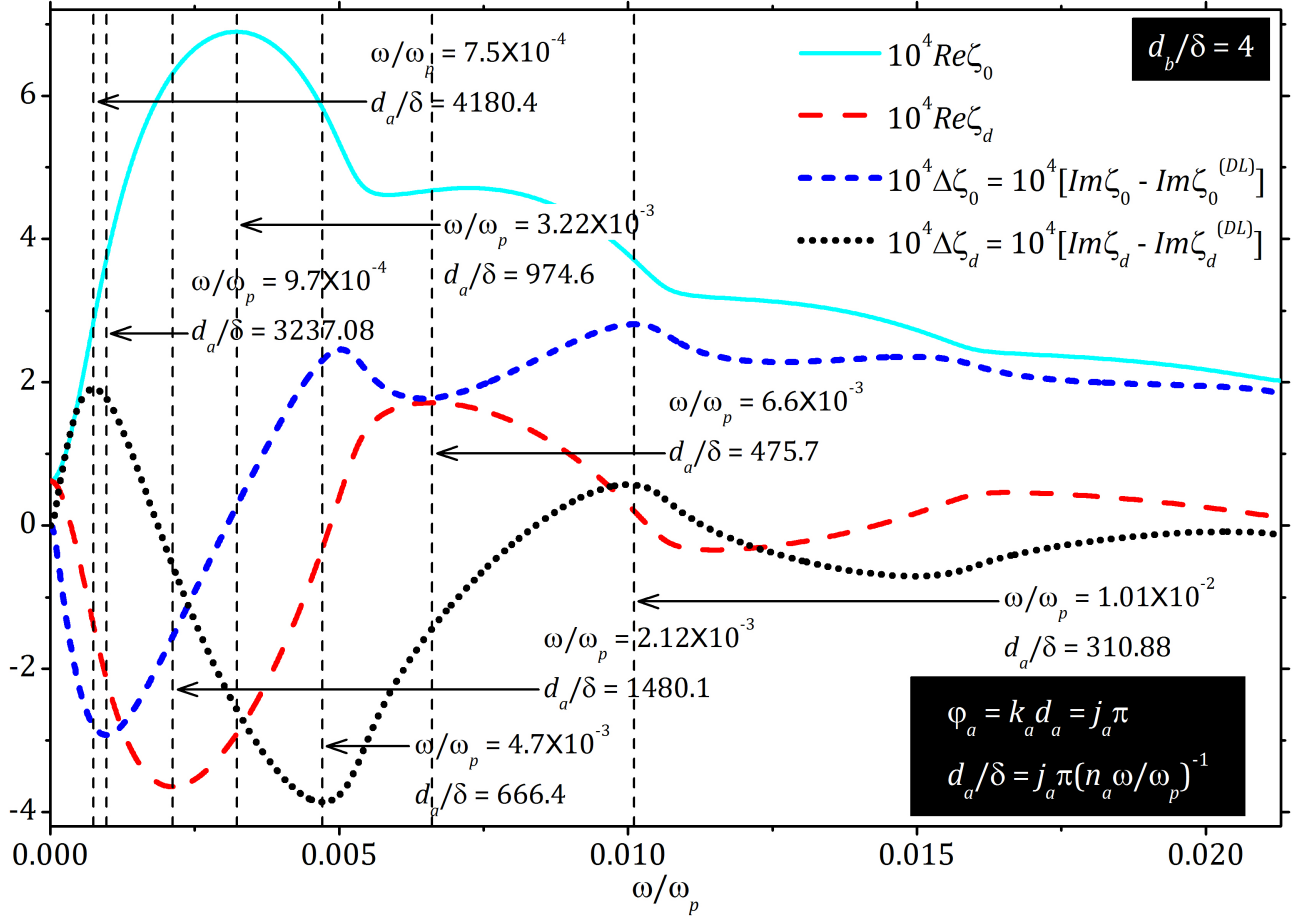


Figura 4.6: (Color) Cálculo numérico de la frecuencia a la cual las cantidades  $\text{Re}\zeta_0$ ,  $\text{Re}\zeta_d$ ,  $\Delta\zeta_0$  y  $\Delta\zeta_d$  presentan su máximo y su mínimo absoluto. Se calcula para aluminio ( $v_F = 2.03 \times 10^6 \text{m/s}$ ,  $\omega_p = 3.82 \times 10^{15} \text{s}^{-1}$ ) con un valor de la frecuencia de relajación  $\nu = 2.5 \times 10^{-4} \omega_p$  y un espesor de la placa metálica fijo,  $d_b/\delta = 4$ .

en la Fig. 4.6. El espesor  $d_a$  se selecciona de tal manera que la frecuencia  $\omega = \pi c/d_a$  para la primera resonancia de Fabry-Perot en la capa  $a$  coincide con la frecuencia  $\omega = 9.7 \times 10^{-4} \omega_p$ , donde se encuentra el mínimo absoluto de la diferencia  $\Delta\zeta_0 = \text{Im}\zeta_0 - \text{Im}\zeta_0^{(DL)}$  (curva azul en la Fig. 4.6). En la Fig. 4.7, las líneas en azul y cian corresponden al diagrama de bandas que predice el modelo cinético, mientras que las líneas en rojo y negro corresponden al diagrama de bandas que predice el modelo local de Drude-Lorentz. Del lado derecho, en a), b) y c), reportamos de las primeras tres bandas fotónicas, las cuales no se notan claramente en el lado izquierdo. En ella, se pueden observar varios efectos de dispersión espacial en la estructura de bandas. Primero, que las bandas de paso cinéticas se distinguen claramente de las bandas de paso locales. Segundo, tanto la magnitud como el signo de la parte real  $\text{Re}\kappa$  del vector Bloch cambian en comparación con el modelo local. Tercero, los saltos de  $\text{Re}\kappa$ , los cuales ocurren porque  $\text{Re}\kappa$  está confinada a la primera zona de Brillouin, son diferentes en uno y otro modelo.

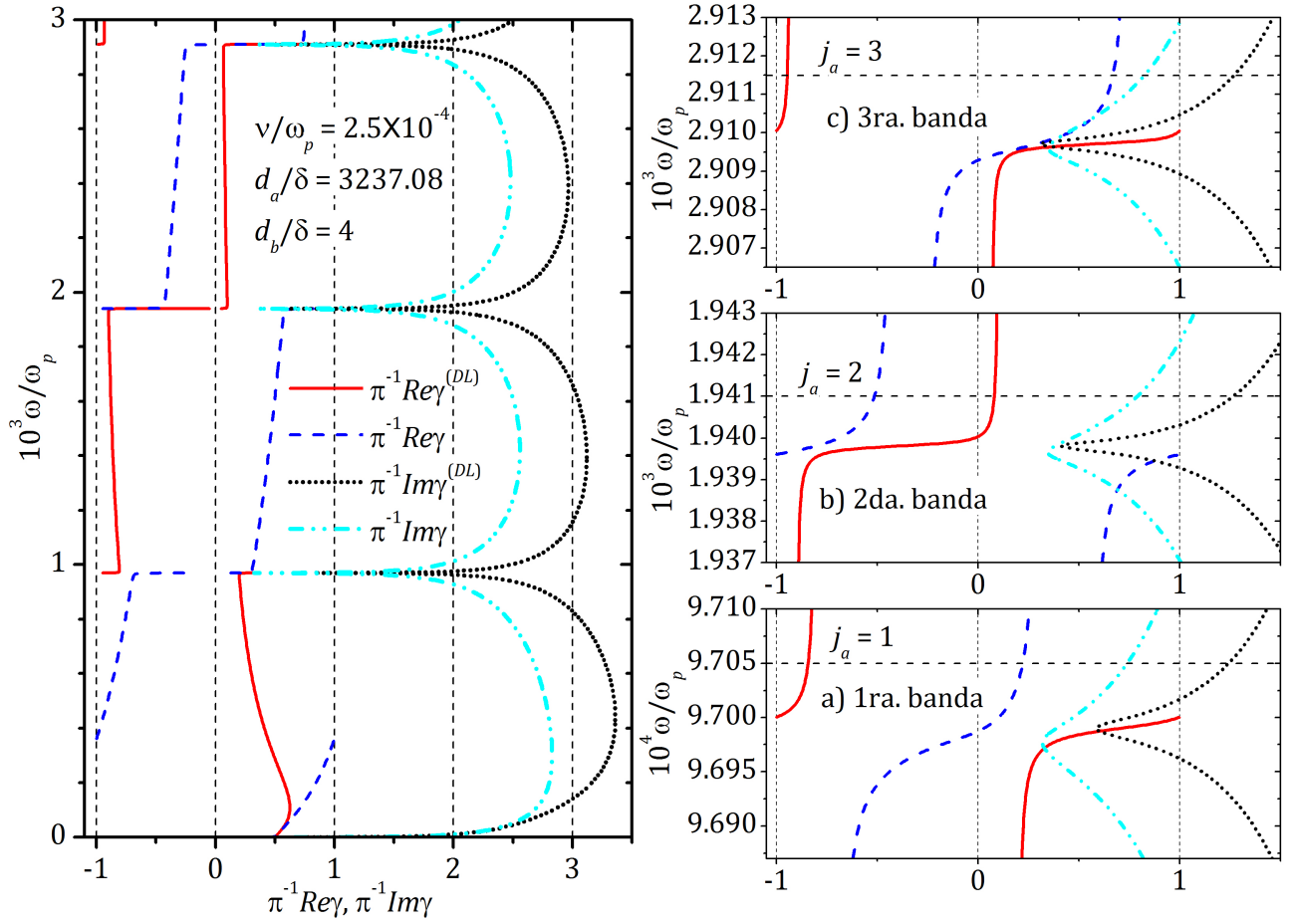


Figura 4.7: (Color) Parte real y parte imaginaria del número de onda de Bloch de un cristal fotónico vacío-aluminio. Comparación de los modelos cinético (azul y cian) y clásico (rojo y negro). Se muestran las primeras tres bandas de paso. Este diagrama de bandas se reporta en la Ref.[31].

Finalmente, el valor mínimo de la parte imaginaria  $\text{Im} \kappa$  en las bandas de resonancia prácticamente no varía de banda a banda dentro del formalismo no-local. Este resultado se reporta en las Refs. [28, 31].

### 4.3. Influencia del Amortiguamiento de Landau sobre los Espectros Ópticos

El amortiguamiento de Landau sin colisiones es un fenómeno que se manifiesta naturalmente bajo condiciones de dispersión espacial. Descubierta inicialmente en plasma, este fenómeno es el responsable de la absorción de radiación electromagnética en sólidos conductores. Es causado por la absorción directa de energía electromagnética por electrones de con-

ducción con trayectoria media libre grande, cuya velocidad  $\mathbf{v}$  coincide con la velocidad de fase de la onda con frecuencia  $\omega$  y vector de onda  $\mathbf{k}_m$  dentro del medio electrónico,

$$\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{v} = \omega. \quad (4.8)$$

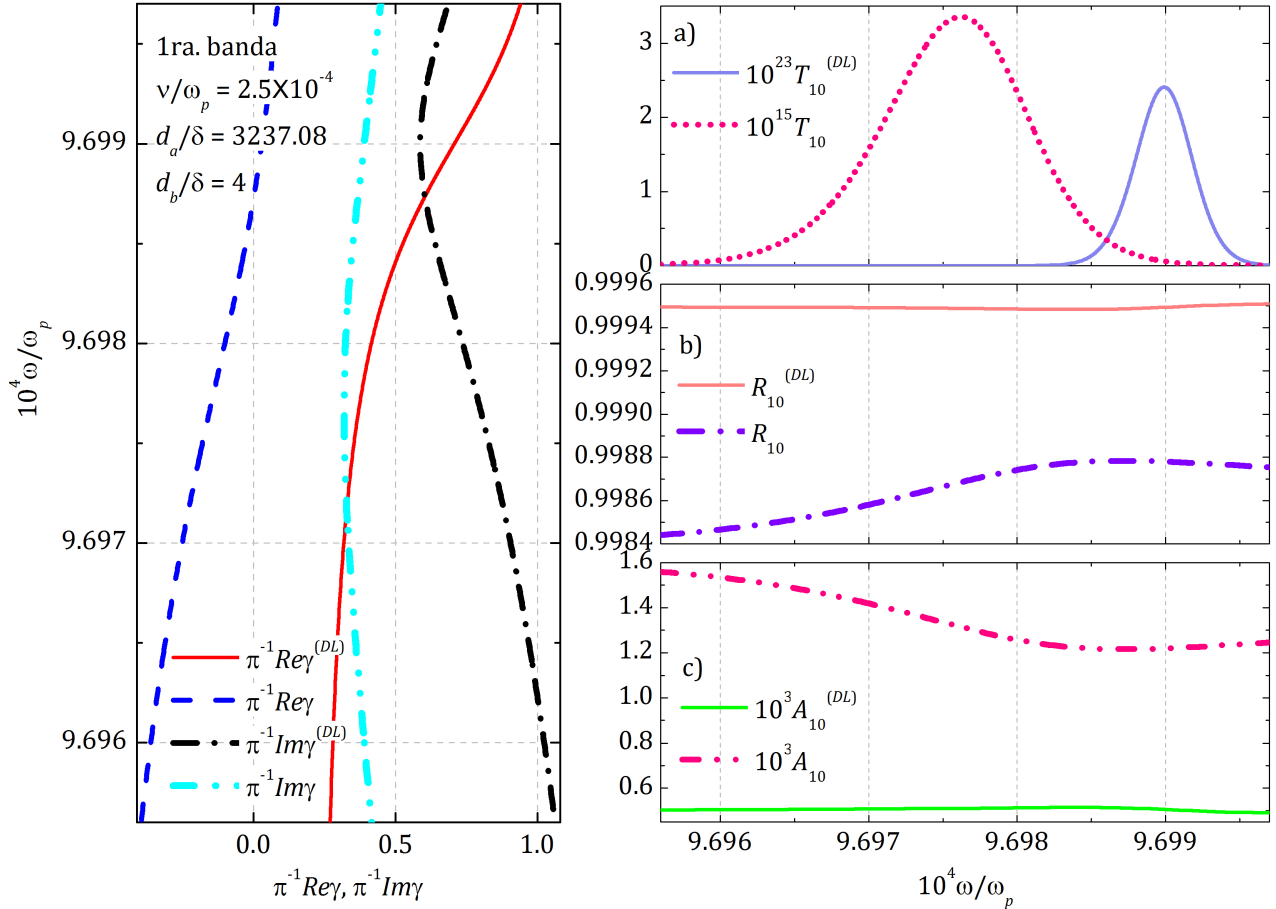


Figura 4.8: (Color) Comparación entre el modelo cinético y el modelo clásico de la primera banda fotónica (lado izquierdo) para una estructura vacío-aluminio. En el lado derecho se presenta a) la transmitancia, b) la reflectancia y c) la absorbancia, para un arreglo de  $N = 10$  bicapas.

Actualmente, se ha puesto atención a micro y nanoestructuras con inclusiones metálicas delgadas cuyo espesor es comparable con la profundidad de piel alcanzada por el campo electromagnético. La electrodinámica de placas metálicas en esos sistemas se describe comúnmente con el modelo de Drude-Lorentz, que asume una relación local entre la densidad de corriente electrónica y el campo eléctrico, y por lo tanto, ignora por completo el amortiguamiento de Landau. Sin embargo, a causa de la gran movilidad de los electrones de conducción y la inhomogeneidad del campo electromagnético, la ecuación material constitutiva debe tener una forma integral (i.e, no-local o de dispersión espacial). Como resultado, el mecanismo de ab-

sorción sin colisiones puede dominar sobre el mecanismo ordinario de colisiones. Para tomar en cuenta este amortiguamiento, aquí hemos utilizado el formalismo de la ecuación cinética de Boltzmann que automáticamente toma en cuenta los efectos de dispersión espacial y que incluye al modelo clásico de Drude-Lorentz como un caso especial.

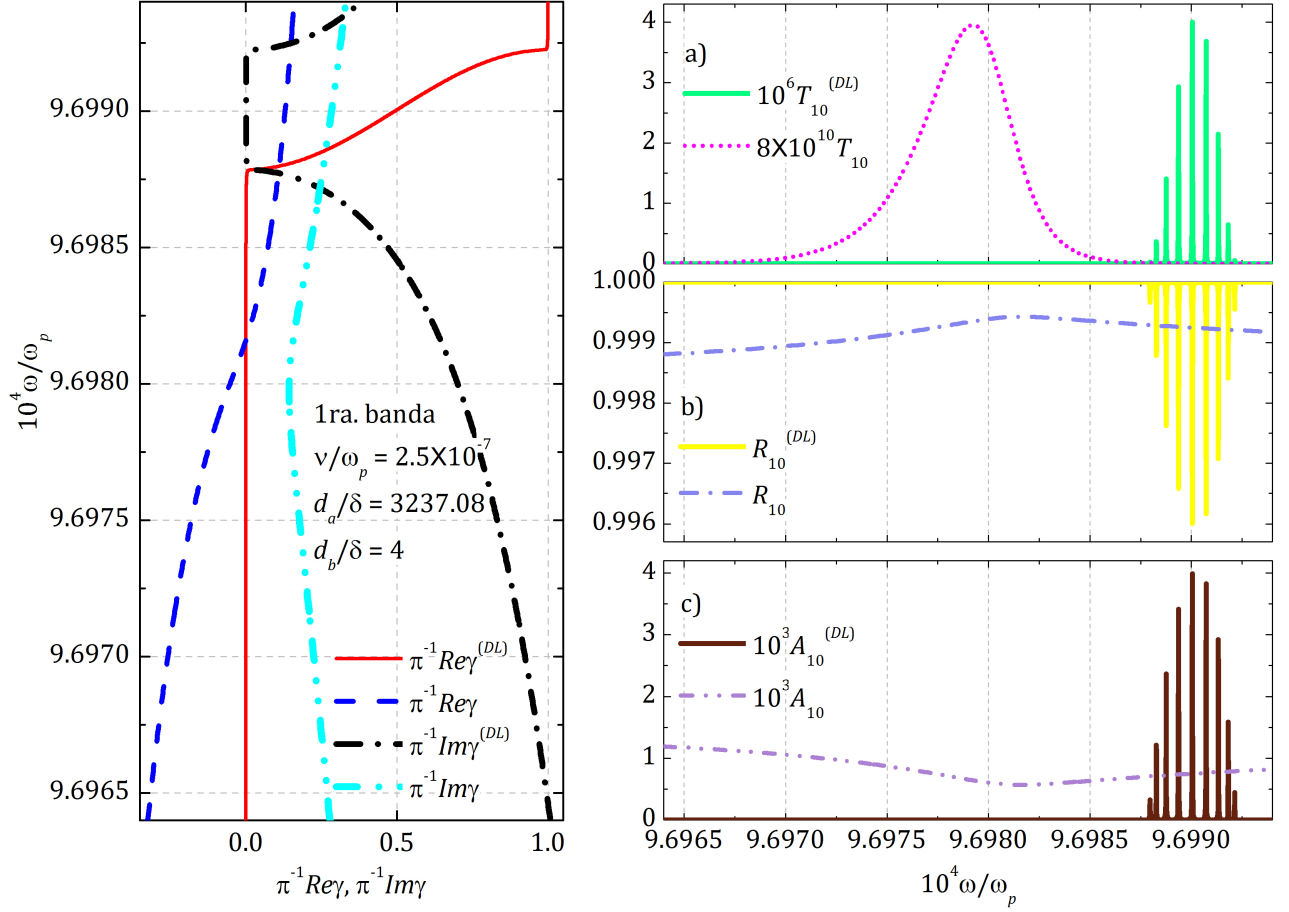


Figura 4.9: (Color) Comparación entre el modelo cinético y el modelo clásico de la primera banda fotónica (lado izquierdo) para una estructura vacío-aluminio. En el lado derecho se presenta a) la transmitancia, b) la reflectancia y c) la absorbancia, para un arreglo de  $N = 10$  bicapas. Aquí,  $\nu \approx 0$ .

Suponga que  $\nu \rightarrow 0$ , es decir, eliminamos mecanismo clásico de absorción correspondiente al modelo de Drude-Lorentz. En estas condiciones, las permitividades efectivas en los formalismos clásico y cinético, respectivamente, quedan expresadas por

$$\varepsilon_{DL} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu)} \quad \rightarrow \quad \varepsilon_{DL} \approx -\frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (4.9a)$$

$$\varepsilon(k_s) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu)} \mathcal{K}(k_s l_\omega) \quad \rightarrow \quad \varepsilon(k_s) \approx -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \mathcal{K}(k_s l_\omega). \quad (4.9b)$$

Esto es, debido a que consideramos el intervalo de frecuencias  $\nu \ll \omega \ll \omega_p$ .

Bajo esta suposición, podemos ver que  $\varepsilon_{\text{DL}}$  es una cantidad real, que no depende del amortiguamiento  $\nu$ . Sin embargo,  $\varepsilon(k_s)$  es una cantidad compleja, que sigue conteniendo al factor de no-localidad  $\mathcal{K}(k_s l_\omega)$ , el cual es el responsable de la dispersión espacial, y por lo tanto, del mecanismo de absorción de Landau.

Buscamos ahora dar una explicación de las Figs. 4.8 y 4.9. En ellas, graficamos el diagrama de bandas correspondiente a la ecuación de dispersión (3.21) de una estructura infinita vacío-aluminio (lado izquierdo) y a) la transmitancia (3.22a), b) la reflectancia (3.22b), c) la absorbancia (3.23), correspondientes a un arreglo finito compuesto de  $N = 10$  celdas unitarias (lado derecho). La diferencia entre estas dos figuras es el amortiguamiento, la primera está construida con  $\nu/\omega_p = 2.5 \times 10^{-4}$ , mientras que la segunda con  $\nu/\omega_p = 2.5 \times 10^{-7} \approx 0$ . Cada cantidad óptica se muestra en cada uno de los dos modelos.

En ausencia de colisiones, uno debiera esperar que en las cantidades ópticas como la transmitancia, reflectancia y absorbancia, aparezcan las resonancias de Fabry-Perot. Sin embargo, de las figuras, podemos notar que estas resonancias aparecen sólo en el modelo local (Fig. 4.9). Esto indica que el amortiguamiento de Landau está presente aún en la ausencia de colisiones. En el caso en el que  $\nu \neq 0$  (Fig. 4.8) las resonancias de Fabry-Perot obviamente desaparecen y la diferencia entre un modelo y otro es de varios órdenes de magnitud en la transmitancia, cantidad óptica importante desde el punto de vista experimental. Resultados semejantes a los presentados en esta sección se reportan en las Refs. [29, 32]

# Capítulo 5

## Conclusiones

En este trabajo hemos discutido la propagación de las ondas electromagnéticas a través de un cristal fotónico 1D con inclusión metálica, donde hemos considerado el análisis de no-localidad proveniente de la relación entre el campo eléctrico y la densidad de corriente eléctrica, usando el formalismo de la ecuación cinética de Boltzmann para la función de distribución de los electrones de conducción. La relación de dispersión del cristal fotónico, se ha expresado en términos de las impedancias de las interfases entre las capas del metal y el dieléctrico [30].

En este trabajo hemos encontrado que para fracciones de llenado pequeñas (en relación al metal) el diagrama de bandas presenta bandas de paso con poca dispersión como consecuencia del contraste fuerte entre las impedancias del dieléctrico y del metal. Estas bandas de paso estrechas se atribuyen a las resonancias de Fabry-Perot en la capa gruesa del dieléctrico.

Esta no-localidad cinética en el metal se presenta en el infrarrojo y, por lo tanto, el espectro de bandas fotónicas del cristal puede ser fuertemente modificado cuando las resonancias de Fabry-Perot están en ese rango de frecuencias.

Nuestros resultados han sido comparados con aquellos que se obtienen con el modelo local de Drude-Lorentz. Se encuentran diferencias notables no sólo en la magnitud, sino también en el signo de la parte real del número de onda de Bloch en la resonancia de Fabry-Perot [31].

También, mostramos que la no-localidad de la conductividad en el metal conduce al surgimiento del amortiguamiento fundamental de Landau sin colisiones, adicional al amortiguamiento de colisiones clásico de Drude-Lorentz. Concluimos que el amortiguamiento de Landau debe tomarse en cuenta no sólo cuando estas dos clases de amortiguamiento electromagnético son del mismo orden, sino aun cuando el amortiguamiento de colisiones ordinario es nulo. El amortiguamiento de Landau existe siempre y altera considerablemente la transmisión fotónica del arreglo dentro del rango de frecuencias de THz o infrarrojo cercano [32].



# Apéndice A

## Ecuaciones de Maxwell para Dieléctricos

### A.1. General

Las ecuaciones de Maxwell en un medio no-conductor se leen

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; \quad (\text{A.1a})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = 0. \quad (\text{A.1b})$$

Las relaciones entre el campo eléctrico  $\mathbf{E}$  y el desplazamiento  $\mathbf{D}$ , así como entre la intensidad magnética y la inducción, están dadas por

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}. \quad (\text{A.2})$$

Las condiciones de frontera son la continuidad de las componentes tangenciales de  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$

$$\mathbf{E}_t = \text{const}, \quad \mathbf{H}_t = \text{const}. \quad (\text{A.3})$$

Estas ecuaciones se obtienen a partir de la forma integral de las ecuaciones de Maxwell y son válidas en ausencia de densidad de carga y corriente superficiales, las cuales son condiciones que suponemos en este trabajo.

## A.2. Onda TE

La polarización de la onda electromagnética está dada por

$$\mathbf{E}(x, t) = \{0, E(x), 0\} \exp(-i\omega t), \quad (\text{A.4a})$$

$$\mathbf{H}(x, t) = \{0, 0, H(x)\} \exp(-i\omega t). \quad (\text{A.4b})$$

Aquí una onda electromagnética monocromática de frecuencia  $\omega$  se propaga en dirección  $x$ , perpendicular a la estratificación (a lo largo del arreglo de bicapas).

De acuerdo con las ecuaciones de Maxwell (A.1a) y la polarización (A.4), para cualquier capa  $a$  o  $b$  se tiene que

$$\nabla \times \mathbf{E}_{a,b} = \{0, 0, E'_{a,b}(x)\} \exp(-i\omega t), \quad (\text{A.5a})$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_{a,b} = -\{0, H'_{a,b}(x), 0\} \exp(-i\omega t), \quad (\text{A.5b})$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}_{a,b}}{\partial t} = -i\omega \mu_{a,b} \{0, 0, H_{a,b}(x)\} \exp(-i\omega t), \quad (\text{A.5c})$$

$$\frac{\partial \mathbf{D}_{a,b}}{\partial t} = -i\omega \varepsilon_{a,b} \{0, E_{a,b}(x), 0\} \exp(-i\omega t). \quad (\text{A.5d})$$

Sustituyendo los resultados (A.5) en las ecuaciones de Maxwell (A.1), éstas se reducen a

$$\frac{dE_{a,b}(x)}{dx} = i \frac{\omega \mu_{a,b}}{c} H_{a,b}(x), \quad (\text{A.6a})$$

$$\frac{dH_{a,b}(x)}{dx} = i \frac{\omega \varepsilon_{a,b}}{c} E_{a,b}(x). \quad (\text{A.6b})$$

Con la eliminación de los campos eléctrico o magnético, de las Ecs. (A.6), puede uno obtener la ecuación de Helmholtz, respectivamente, para  $E(x)$  o  $H(x)$  con las correspondientes condiciones de frontera, las cuales resultan directamente de la Ec. (A.3). Para el campo eléctrico se tiene

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + k_{a,b}^2 \right) E_{a,b}(x) = 0, \quad (\text{A.7a})$$

$$E_a(x_i) = E_b(x_i), \quad \mu_a^{-1} E'_a(x_i) = \mu_b^{-1} E'_b(x_i). \quad (\text{A.7b})$$

O bien, para el campo magnético,

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + k_{a,b}^2 \right) H_{a,b}(x) = 0, \quad (\text{A.8a})$$

$$H_a(x_i) = H_b(x_i), \quad \mu_a^{-1} H'_a(x_i) = \mu_b^{-1} H'_b(x_i). \quad (\text{A.8b})$$

Compare con la ecuación de Helmholtz (1.5a) y las condiciones de frontera (1.5c).



# Apéndice B

## Eigenvectores y Eigenvalores

Para desarrollar un tratamiento adecuado de un modelo regular y periódico, uno debe remitirse al problema de eigenvalores y eigenvectores de la matriz de transferencia  $\hat{Q}$ . El problema de eigenvectores  $\mathbf{e}^\pm$  y eigenvalores  $\lambda_\pm$  para cualquier matriz  $\hat{Q}$  de  $2 \times 2$  se formula como

$$\begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1^\pm \\ e_2^\pm \end{pmatrix} = \lambda_\pm \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1^\pm \\ e_2^\pm \end{pmatrix}, \quad (\text{B.1})$$

o bien,

$$\begin{pmatrix} Q_{11} - \lambda_\pm & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} - \lambda_\pm \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1^\pm \\ e_2^\pm \end{pmatrix} = 0, \quad (\text{B.2a})$$

$$\begin{vmatrix} Q_{11} - \lambda_\pm & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} - \lambda_\pm \end{vmatrix} = 0. \quad (\text{B.2b})$$

Debido a que la matriz  $\hat{Q}$  es unimodular ( $\det \hat{Q} = 1$ ), la ecuación característica resultante de (B.2b) para los eigenvalores  $\lambda_\pm$  se lee explícitamente

$$\lambda_\pm^2 - \text{Tr} \hat{Q} \lambda_\pm + 1 = 0, \quad \text{Tr} \hat{Q} = Q_{11} + Q_{22}. \quad (\text{B.3})$$

Sus soluciones se pueden presentar en una forma muy útil,

$$\lambda_\pm = \frac{\text{Tr} \hat{Q}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\text{Tr} \hat{Q}}{2}\right)^2 - 1} = \exp(\pm i\gamma). \quad (\text{B.4})$$

las cuales poseen propiedades interesantes

$$2 \cos \gamma = \text{Tr} \hat{Q} = \lambda_+ + \lambda_-, \quad \lambda_+ \lambda_- = 1. \quad (\text{B.5})$$

Note que la fase de Bloch  $\gamma$  es real, si la traza  $\text{Tr}\hat{Q}$  es real y cumple con la condición  $|\text{Tr}\hat{Q}| \geq 2$ . De otro modo, cuando  $|\text{Tr}\hat{Q}| < 2$ , la fase de Bloch  $\gamma$  es de valor complejo. Así, si la matriz  $\hat{Q}$  es una matriz de transferencia, la traza real  $\text{Tr}\hat{Q}$  junto con el requisito  $|\text{Tr}\hat{Q}| \geq 2$  representa una condición suficiente para la propagación de ondas.

# Apéndice C

## Teorema de Chebyshev

La identidad de Chebyshev (vea [6]) establece que la  $N$ -ésima potencia de cualquier matriz  $Q$  de  $2 \times 2$  que satisface la condición de unimodularidad (1.19), se expresa como

$$\hat{Q}^N = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix}^N = \begin{pmatrix} Q_{11}J_N - J_{N-1} & Q_{12}J_N \\ Q_{21}J_N & Q_{22}J_N - J_{N-1} \end{pmatrix}, \quad (\text{C.1})$$

donde

$$J_N = \frac{\sin(N\gamma)}{\sin \gamma}, \quad (\text{C.2})$$

con la fase de Bloch  $\gamma$  definida por las ecuaciones (B.4), (B.5).

La relación (C.1) puede demostrarse por *inducción matemática*. Primero, note que las Ecs. (C.1), (C.2) se verifican para  $N = 1$ , ya que  $J_0 = 0$  y  $J_1 = 1$ , haciendo que  $\hat{Q}^1 = \hat{Q}$ . En seguida, asumimos que la identidad (C.1) es válida para cualquier potencia  $N \geq 1$ . Entonces, debemos mostrar que también es válida para la potencia  $N + 1$ . Así, tenemos que demostrar que

$$\begin{aligned} \hat{Q}^{N+1} &= \hat{Q}\hat{Q}^N = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{11}J_N - J_{N-1} & Q_{12}J_N \\ Q_{21}J_N & Q_{22}J_N - J_{N-1} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} Q_{11}J_{N+1} - J_N & Q_{12}J_{N+1} \\ Q_{21}J_{N+1} & Q_{22}J_{N+1} - J_N \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Para calcular los elementos de la matriz  $\hat{Q}^{N+1}$ , hacemos uso de la relación de recurrencia

$$J_{N+1} + J_{N-1} = 2 \cos \gamma J_N, \quad (\text{C.4})$$

la cual también se puede demostrar por inducción matemática.

Así, utilizando la relación de recurrencia (C.4) y el producto (C.3), calculamos los elementos

de  $\hat{Q}^{N+1}$ ,

$$\begin{aligned}
(\hat{Q}^{N+1})_{11} &= Q_{11}^2 J_N - Q_{11} J_{N-1} + Q_{12} Q_{21} J_N = \\
&= Q_{11} [(Q_{11} + Q_{22}) J_N - J_{N-1}] - (Q_{11} Q_{22} - Q_{12} Q_{21}) J_N = \\
&= Q_{11} (2 \cos \gamma J_N - J_{N-1}) - J_N = Q_{11} J_{N+1} - J_N,
\end{aligned} \tag{C.5a}$$

$$\begin{aligned}
(\hat{Q}^{N+1})_{12} &= Q_{11} Q_{12} J_N + Q_{12} Q_{22} J_N - Q_{12} J_{N-1} = \\
&= Q_{12} J_N (Q_{11} + Q_{22}) - Q_{12} J_{N-1} = Q_{12} (2 \cos \gamma J_N - J_{N-1}) = \\
&= Q_{12} J_{N+1},
\end{aligned} \tag{C.5b}$$

$$\begin{aligned}
(\hat{Q}^{N+1})_{21} &= Q_{21} Q_{11} J_N - Q_{21} J_{N-1} + Q_{22} Q_{21} J_N = \\
&= Q_{21} J_N (Q_{11} + Q_{22}) - Q_{21} J_{N-1} = Q_{21} (2 \cos \gamma J_N - J_{N-1}) = \\
&= Q_{21} J_{N+1},
\end{aligned} \tag{C.5c}$$

$$\begin{aligned}
(\hat{Q}^{N+1})_{22} &= Q_{12} Q_{21} J_N + Q_{22}^2 J_N - Q_{22} J_{N-1} = \\
&= Q_{22} [(Q_{11} + Q_{22}) J_N - J_{N-1}] - (Q_{11} Q_{22} - Q_{12} Q_{21}) J_N = \\
&= Q_{22} (2 \cos \gamma J_N - J_{N-1}) - J_N = Q_{22} J_{N+1} - J_N.
\end{aligned} \tag{C.5d}$$

Así, hemos demostrado que la identidad de Chebyshev (C.1)-(C.2) es válida para cualquier entero  $N$ .

Debido a la condición de unimodularidad (1.19), para la matriz  $\hat{Q}$ , su  $N$ -ésima potencia (C.1), la matriz  $\hat{Q}^N$ , también es unimodular. Esta propiedad resulta del hecho de que el determinante de un producto de matrices cuadradas es igual al producto de sus determinantes, es decir,  $\det(\hat{Q}^N) = \det^N \hat{Q}$ , o bien, directamente del cálculo,

$$\begin{aligned}
\det(\hat{Q}^N) &= (Q_{11} J_N - J_{N-1})(Q_{22} J_N - J_{N-1}) - Q_{12} Q_{21} J_N^2 = \\
&= J_N^2 - J_{N-1} (2 \cos \gamma - J_{N-1}) = J_N^2 - J_{N-1} J_{N+1} = \\
&= \frac{\sin^2(N\gamma)}{\sin^2 \gamma} - \frac{\sin[(N-1)\gamma] \sin[(N+1)\gamma]}{\sin^2 \gamma} = \\
&= \frac{1 - \cos(2N\gamma)}{2 \sin^2 \gamma} - \frac{\cos(2\gamma) - \cos(2N\gamma)}{2 \sin^2 \gamma} = \\
&= \frac{1 - \cos(2\gamma)}{2 \sin^2 \gamma} = 1.
\end{aligned} \tag{C.6}$$

# Bibliografía

- [1] P. Markoš, C. M. Soukoulis, *Wave Propagation: From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials* (Princeton Univ. Press, Princeton, 2008).
- [2] A. A. Abrikosov, *Fundamentals of the Theory of Metals* (Elsevier, Amsterdam, 1988).
- [3] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics* (John Wiley & Sons, Inc., U.S.A., 2005).
- [4] C. Kittel, *Elementary Statistical Physics* (John Wiley & Sons, Inc., U.S.A., 1958).
- [5] Y. P. Terlietski, *Física Estadística* (Ciencia y Técnica, La Habana, 1971).
- [6] A. Yariv, P. Yeh, *Optical Waves in Crystals, Propagation and Control of Laser Radiation* (John Wiley & Sons, U.S.A., 1984).
- [7] I. M. Lifshits, M. Ya. Azbel, M. I. Kaganov, *Electron Theory of Metals* (Consultants Bureau, New York, 1973).
- [8] E. A. Kaner, A. A. Krokhin, N. M. Makarov, in *Spatial Dispersion in Solids and Plasmas*, Ed. by P. Halevy (Elsevier, Amsterdam, 1988).
- [9] *Negative-Refractive Metamaterials: Fundamental Principles and Applications*, Ed. by G. V. Eleftheriades and K. G. Balmain (Wiley, New York, 2005).
- [10] I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, *Tables of Integrals, Sums, Series and Products* (Izd. Nauka, Moscow, 1971) (in Russian).
- [11] N. M. Makarov, A. V. Moroz, V. A. Yampols'kii, *Phys. Rev. B* **52**, 6087 (1985).
- [12] V. Kuzmiak, A. A. Maradudin, *Phys. Rev. B* **55**, 7427 (1997).
- [13] N. Bonod, S. Enoch, L. Li, et al., *Opt. Express* **11**, 482 (2003).
- [14] N. N. Lepeshkin, A. Schweinsberg, G. Piredda, et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 123902 (2004).
- [15] N. Fang, H. Lee, Ch. Sun, X. Zhang, *Science* **308**, 534 (2005).
- [16] A. Benabbas, V. Haltre, J.-Y. Bigot, *Opt. Express* **13**, 8730 (2005).

- [17] B. Wood, J. B. Pendry, D. P. Tsai, Phys. Rev. B **74**, 115116 (2006).
- [18] D. Nau, A. Schönhardt, Ch. Bauer, et al., Phys. Rev. Lett. **98**, 133902 (2007).
- [19] A. V. Kats, M. L. Nesterov, A. Yu. Nikitin, Phys. Rev. B **76**, 045413 (2007).
- [20] V. G. Veselago, Usp. Fiz. Nauk **92**, 517 (1967) [Sov. Phys. Usp. **10**, 509 (1968)]; V. G. Veselago, E. E. Narimanov, Nature Matter **5**, 759 (2006).
- [21] K. Y. Bliokh, Y. P. Bliokh, Phys. Usp. **47**, 393 (2004).
- [22] W. L. Barnes, A. Dereux, T. W. Ebbesen, Nature **424**, 825 (2003).
- [23] A. W. Zayats, I. I. Smolyaninov, A. A. Maradudin, Phys. Rep. **408**, 131 (2005).
- [24] K. Busch, G. von Freymann, S. Linden, et al., Phys. Rep. **444**, 101 (2007).
- [25] X. Xu, Y. Xi, D. Han, X. Liu, J. Zi, Z. Zhu, APL **86**, 091112 (2005).
- [26] D. Soto-Puebla, M. Xiao, F. Ramos-Mendieta, Phys. Lett. A **326**, 273-280 (2004).
- [27] A. Paredes-Juárez, Tesis de Maestría, FCFM Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (2011).
- [28] A. Paredes-Juárez, D. A. Iakushev, B. Flores-Desirena, N. M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, *Photonic bands for superlattices of dielectric and spatially-dispersive metal*, in the 5th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics, META 2014. May 20-23, 2014, Singapore. ISBN: 978-2-9545460-2-5.
- [29] A. Paredes-Juárez, D. A. Iakushev, B. Flores-Desirena, N. M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, *Landau damping of electromagnetic transport via dielectric-metal superlattices*, in the 6th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics, META 2015. August 4-7, 2015, New York, USA. ISBN: 978-2-9545460-7-0.
- [30] A. Paredes-Juárez, F. Díaz-Monge, N. M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, JETP Lett. **90**, No. 9, 623-627 (2009).
- [31] A. Paredes-Juárez, D. A. Iakushev, B. Flores-Desirena, N. M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, Opt. Express **22**, 7, 7851-7586 (2014).
- [32] A. Paredes-Juárez, D. A. Iakushev, B. Flores-Desirena, N. M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, Opt. Lett. **40**, 15, 3588-3591 (2015).