



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

INSTITUTO DE FÍSICA "ING. LUIS RIVERA
TERRAZAS"

**"ASPECTOS TEÓRICOS Y FENOMENOLÓGICOS
DEL MODELO ESTÁNDAR CON DIMENSIONES
EXTRAS"**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

**DOCTOR EN CIENCIAS
(FÍSICA)**

PRESENTA:

M.C. IRVING GARCÍA JIMÉNEZ

ASESOR:

DR. J. JESÚS TOSCANO CHÁVEZ

SEPTIEMBRE DE 2017

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Instituto de Física “Ing. Luis Rivera Terrazas”

Aspectos teóricos y fenomenológicos del Modelo Estándar con dimensiones extras

Tesis presentada por

M. C. Irving García Jiménez

como requisito para la obtención del grado de

**Doctorado en Ciencias
(Física)**

Dirigida por

**Dr. J. Jesús Toscano Chávez
(FCFM-BUAP)**

Puebla, México
Septiembre 2017

©Septiembre 2017 - M. C. Irving García Jiménez

Derechos Reservados

Resumen

En este trabajo de tesis doctoral se presenta un estudio sobre algunos aspectos teóricos y fenomenológicos del Modelo Estándar con dimensiones extras. La tesis consta de dos partes. La Parte I, en la cual se discute un esquema para extender el Modelo Estándar a dimensiones extras, y la Parte II, en la cual se presentan aplicaciones fenomenológicas del Modelo en el ámbito de las corrientes neutras que cambian el sabor.

En la Parte I, partiendo de una extensión extra dimensional del Modelo Estándar que es invariante bajo los grupos de Poincaré y de norma extendidos $\{ISO(1, 3 + n), G(\mathcal{M}^d)_{SM}\}$, se realizan dos transformaciones de punto, las cuales, mediante un esquema de compactificación elegido apropiadamente, permitiendo ocultar esta simetría en los grupos estándar $\{ISO(1, 3), G(\mathcal{M}^4)_{SM}\}$ y crear las condiciones necesarias para generar masas de bosones de norma por medio del mecanismo de Kaluza-Klein. Se presentan resultados explícitos para todos los sectores de la teoría efectiva, a partir de los cuales se pueden derivar reglas de Feynman para realizar estudios fenomenológicos.

En la Parte II, se presentan estudios fenomenológicos sobre corrientes neutras con cambio de sabor mediadas por el bosón de Higgs y por el fotón. En el caso del bosón de Higgs, se presenta un estudio completo de los decaimientos a pares de quarks $H \rightarrow q_i q_j$ ($q_i q_j = bs, bd, sd, cu$) en el contexto del Modelo Estándar. Además de presentar expresiones exactas para las amplitudes de estos decaimientos, se presenta un análisis numérico completo a la luz de los resultados experimentales relacionados con el descubrimiento del bosón de Higgs. Por otra parte, se presentan las amplitudes de los decaimientos electromagnéticos $q_i \rightarrow q_j \gamma$ en el contexto del Modelo Estándar con dimensiones extras. Se verifica que las amplitudes tengan como caso límite de bajas energías los resultados ya conocidos en la literatura dentro del Modelo Estándar.

Summary

In this work, some theoretical and phenomenological aspects of the Standard Model with extra dimensions are studied. The work has been divided into two parts. Part I, in which a scheme to extend the Standard Model to extra dimensions is discussed, and Part II, which is devoted to discuss some phenomenological applications of the model in the context of flavor changing neutral currents.

In Part I, by starting from an extra-dimensional extension of the Standard Model that is invariant under the Poincaré and gauge extended groups $\{\text{ISO}(1, 3 + n), G(\mathcal{M}^d)_{SM}\}$, two point transformations are implemented, which, by choosing an appropriate compactification scheme, allow us to hide this symmetry into the standard groups $\{\text{ISO}(1, 3), G(\mathcal{M}^4)_{SM}\}$, thus establishing the necessary conditions to endow with mass the gauge fields via the Kaluza-Klein mechanism. Explicit results for all the sectors of the effective theory are presented, from which Feynman rules can be derived to carry out phenomenological studies.

In Part II, phenomenological studies on flavor changing neutral currents mediated by the Higgs boson and the photon are presented. In the Higgs boson case, a comprehensive study of the $H \rightarrow q_i q_j$ ($q_i q_j = bs, bd, sd, cu$) decays in the context of the Standard Model is presented. Besides presenting exact expressions for the decay amplitudes, a complete numerical analysis is presented in the light of the experimental results related with the Higgs boson discovery. On the other hand, the amplitudes for the $q_i \rightarrow q_j \gamma$ decay in the context of the Standard Model with extra dimensions are presented. The known results given in the literature on the low energy limit predicted by the Standard Model are verified.

Índice general

Resumen	III
Summary	V
Índice general	VII
Agradecimientos	IX
Dedicatoria	XI
Publicaciones	XIII
Introducción	XV
I Aspectos Teóricos del Modelo Estándar con Dimensiones Extras	1
1. El Modelo Estándar	3
1.1. El sector de Higgs	3
1.2. El Sector de Yang-Mills	6
1.3. El sector de Yukawa	7
1.3.1. Sector de Quarks	8
1.3.2. Sector de Leptones	10
1.4. El sector de corrientes	11
2. El Modelo Estándar con dimensiones extras	13
2.1. Características generales de teorías de campos en dimensiones extras	14
2.2. Sector Yang-Mills	18
2.2.1. Teoría de Yang-Mills en un espacio $4 + n$ -dimensional	18
2.2.1.1. Espectro de masas	21
2.2.2. El sector QCD: Gluones	23
2.2.3. Sector electrodébil	25
2.3. Sector fermiónico	33
2.3.1. Sector de Yukawa	34
2.3.2. Sector de Corrientes	36
2.3.3. Espectros de Masa fermiónica	38

2.3.4. Acoplamientos del sector fermiónico efectivo	41
2.3.4.1. Corrientes Débiles	42
2.3.4.2. Corrientes QED	44
2.3.4.3. Corrientes QCD	46
2.3.4.4. Interacción Higgs-fermión	47
II Aspectos Fenomenológicos del Modelo Estándar con Dimensiones Ex-	
tras	49
3. El decaimiento del bosón de Higgs $H \rightarrow q_i q_j$ en el Modelo Estándar	51
3.1. Decaimiento $H \rightarrow q_i q_j$ en el Modelo Estándar	52
3.1.1. Discusión	57
4. Decaimientos electromagnéticos con cambio de sabor en el sector de quarks	61
4.1. El decaimiento $q_i \rightarrow q_j \gamma$ en el Modelo Estándar	62
4.1.1. El decaimiento $t \rightarrow c \gamma$	66
4.2. El decaimiento $q_i \rightarrow q_j \gamma$ en el Modelo Estándar con dimensiones extras.	67
5. Conclusiones	77
Apéndices	81
A. Integrales útiles y convenciones	83
B. Matrices de Dirac para dimensiones mayor que cuatro	87
C. Términos covariantes del Sector de Corrientes	89
D. Corrientes cargadas escalares asociados con el bosón de norma W	91
E. Corrientes neutras escalares asociados con el bosón de norma Z	95
F. Reglas de Feynman del sector fermiónico	97
G. Reglas de Feynman útiles para FCNC	115
Bibliografía	117

Agradecimientos

Agradezco,

A los doctores Germán Luna Acosta, Emerson Sadurní Hernández, Arturo Fernández Téllez y Alfonso Rosado Sánchez, por sus amables y útiles comentarios al respecto de mi tesis.

A mi asesor de tesis, Dr. J. Jesús Toscano Chávez, por su imprescindible orientación durante el desarrollo de mi investigación.

A todo el personal administrativo y de servicios del Instituto de Física “Ing. Luis Rivera Terraza” por el apoyo prestado.

El apoyo económico prestado por parte del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología para la terminación de este trabajo de tesis (Proyecto CONACyT No. 245107).

A pesar de que la distancia estuvo presente y el frío calara hasta el corazón,
siempre, de alguna manera, motivaron a continuar mi curiosidad sobre la Ciencia.

Dedico esta tesis

A mis padres Flórida y Leoncio

A mis hermanos Blanca Flor, Israel, Juana Ines y Maria del Rosario

A mi esposa Lilia Fany

A mi hija Emmy

A mis amigos de estudio y profesores de este Instituto.

Publicaciones

Este proyecto de tesis de doctorado contribuyó a las siguientes publicaciones:

1. **I. García-Jiménez**, M. A. López-Osorio, E. Martínez-Pascual, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, **Standard Model with extra dimensions I: The Kaluza-Klein mass generating mechanism and the classical Lagrangian**, arXiv:1603.03128[hep-ph] (enviado a Physical Review D).

En este artículo, actualmente en consideración para su publicación como una serie de dos artículos en la revista Physical Review D, aparece el material presentado en el capítulo 2 de la Parte I de esta tesis, denominada Aspectos teóricos del Modelo Estándar en dimensiones extras.

2. L. G. Benitez-Guzmán, **I. García-Jiménez**, M. A. López-Osorio, E. Martínez-Pascual, J. J. Toscano, **Revisiting the flavor changing neutral current Higgs decays $H \rightarrow q_i q_j$ in the Standard Model**. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics 42, 085002 (2015).

El contenido de esta publicación aparece en el capítulo I de la Parte II de esta tesis, denominada aspectos fenomenológicos del Modelo Estándar en dimensiones extras. Este trabajo tuvo como propósito adquirir experiencia sobre los procesos físicos mediados por corrientes neutras que cambian el sabor en el sector de quarks del modelo, el cual es un tema de importante interés experimental en la actualidad. Una aplicación concreta en el contexto de la extensión del Modelo Estándar a dimensiones extras, dada en el capítulo 2 de la Parte I de esta tesis, es presentada en el capítulo 2 de la Parte II.

3. **I. García-Jiménez**, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, **Distinctive ultraviolet structure of extra-dimensional Yang-Mills theories by integration of heavy Kaluza-Klein modes**. Physical Review D 93, 096007 (2016).

Mi participación en este trabajo se dio mientras se concluía el contenido del capítulo 2 de la Parte I de esta tesis y puede ser considerada como una aplicación del Modelo Estándar en dimensiones extras, la cual contiene aspectos teóricos de la estructura de la teoría a orden de un lazo. Aunque estrechamente relacionado con mi proyecto de investigación doctoral, su contenido no es presentado en esta tesis por cuestiones de espacio.

Introducción

El Modelo Estándar (ME) es una teoría de norma basada en el grupo $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$, el cual describe las interacciones fuerte, débil y electromagnética entre las partículas elementales. Con el descubrimiento del bosón de Higgs en el 2012 [1, 2], el modelo ha recibido confirmación experimental, en el sentido de que todas las partículas que predice ya han sido descubiertas. Sin embargo, a pesar de su rotundo éxito, existen bases teóricas y experimentales sólidas para pensar que el modelo es incompleto y que sólo es una teoría apropiada para describir los fenómenos físicos a escalas de energías del orden de la escala de Fermi. Por ejemplo, una grave deficiencia del modelo es que los neutrinos que predice son estrictamente sin masa, contrario a la evidencia experimental ya disponible de que estos tienen masa [3]. El modelo también es incompleto si se toma en cuenta que no describe la interacción gravitacional, hecho que se justifica por la escala de energías consideradas. Debido a esto, existen diversas extensiones muy bien motivadas del modelo que predicen la existencia de nueva física a escalas de energías que podrían estar al alcance del Gran Colisionador de Hadrones (LHC, por sus siglas en inglés).

Una teoría muy popular que predice la unificación de todas las fuerzas a la escala de Plank, es la teoría de supercuerdas [4, 5], la cual, por consistencia interna, requiere de un espacio-tiempo de más de cuatro dimensiones. Esta teoría predice la existencia de un número infinito de partículas de todos los espines. En un principio, esta predicción careció de interés fenomenológico debido a las muy altas energías involucradas. No fue sino hasta los trabajos de Antoniadis, Arkani-Hamed, Dimopoulos y Dvali [6–8], en los cuales argumentan que dimensiones extras relativamente grandes pueden ser observadas a escalas del orden de TeV, que las teorías con dimensiones extra compactas fueron objeto de renovado interés. Esto significa que, si existen tales dimensiones extras, su presencia puede afectar la dinámica de las partículas conocidas. En el caso de que estas dimensiones fueran lo suficientemente grandes, los campos de norma y materia del ME se propagarían a través de ellas, influyendo sobre las observables que estarán bajo el escrutinio del LHC. Entre los diferentes modelos de dimensiones extras [6–17], hay uno particularmente interesante, conocido como el esquema de Dimensiones Extras Universales (DEU) [14–17], donde el ME es definido en un espacio-tiempo extra-dimensional, en el cual todos los campos del modelo se propagan en las dimensiones extras. En esta visión, los campos del ME en cuatro dimensiones son manifestaciones a bajas energías de los campos definidos en las altas-dimensiones, los cuales describen la naturaleza a altas energías.

Por consistencia con los experimentos, se suponen que las dimensiones extras están apropiadamente compactificados en una variedad de tamaño suficientemente pequeño. Como consecuencia de esto, los campos que inicialmente son gobernados por los grupos extendidos

$\{\text{ISO}(1, 3 + n), G(\mathcal{M}^d)_{SM}\}$ [con $G(\mathcal{M}^d)_{SM} = \text{SU}_C(3, \mathcal{M}^d) \times \text{SU}_L(2, \mathcal{M}^d) \times \text{U}_Y(1, \mathcal{M}^d)$ y $\mathcal{M}^d = \mathcal{M}^4 \times \mathcal{N}^n$, siendo \mathcal{N}^n la variedad espacial extra], son desarrollados en serie de Fourier con respecto a las coordenadas que definen a las dimensiones extras, tal que sus coeficientes son campos con leyes de transformación bien definidas bajo los grupos estándar $\{\text{ISO}(1, 3), G(\mathcal{M}^4)_{SM}\}$, conocidos con el nombre de excitaciones de Kaluza-Klein (KK). Por otro lado, si la teoría con dimensiones extras es gobernada por el grupo de norma $G(\mathcal{M}^d)_{SM}$, después de la compactificación, los coeficientes de los campos de norma asociados a este grupo, los excitaciones de KK, también son campos de norma que transforman en la representación adjunta de $G(\mathcal{M}^4)_{SM}$ [18], esto significa que un mecanismo *tipo* Higgs, que bien puede ser llamado mecanismo de Kaluza-Klein, actúa en el proceso de compactificación [19], el cual no opera de la forma estándar, pues del paso de la teoría gobernada por $G(\mathcal{M}^d)_{SM}$ a la teoría efectiva caracterizada por el grupo $G(\mathcal{M}^4)_{SM}$ no involucra un rompimiento de simetría espontáneo. En realidad, este mecanismo generador de masa de campos de norma opera por compactificación, es decir, mediante la acción de los generadores del subgrupo de las traslaciones $T(n)$ definido en la variedad \mathcal{N}^n .

El paso de la teoría gobernada por los grupos extendidos $\{\text{ISO}(1, 3 + n), G(\mathcal{M}^d)_{SM}\}$ a los grupos estándar $\{\text{ISO}(1, 3), G(\mathcal{M}^4)_{SM}\}$, implica, como ya se dijo, un mapeo de Fourier multidimensional, el cual manda los campos de norma asociados con el grupo $G(\mathcal{M}^d)_{SM}$, denotados colectivamente por $\mathcal{A}_\mu(x, \bar{x})$, con $x \in \mathcal{M}^4$ y $\bar{x} \in \mathcal{N}^n$, a un conjunto infinito de campos (coeficientes de Fourier), denotados por $\{A_\mu^{(0)}(x), A_\mu^{(\underline{m})}(x)\}$, con (\underline{m}) una notación compacta para denotar una configuración posible de índices de Fourier. Los campos $A_\mu^{(0)}(x)$ corresponden a los campos de norma del grupo estándar $G(\mathcal{M}^4)_{SM}$, mientras que el conjunto infinito de campos $A_\mu^{(\underline{m})}(x)$ son sus excitaciones de KK. Como se ha demostrado en los trabajos [19–21], los campos $A_\mu^{(\underline{m})}(x)$ son también campos de norma, los cuales están sujetos a transformaciones de norma, llamadas transformaciones de norma no estándar (TNNE), determinadas por las excitaciones de KK, $\alpha^{(\underline{m})}$, de los parámetros $\alpha^{(0)}$ asociados al grupo estándar $G(\mathcal{M}^4)_{SM}$, llamadas transformaciones de norma estándar (TNE). Aunque intrincada, la teoría puede ser cuantizada usando los métodos convencionales basados en la simetría BRST [22–25]. Cabe mencionar que los dos tipos de invariancia pueden ser fijados de manera independiente para cuantizar la teoría, lo cual resulta útil desde el punto de vista práctico [26, 27].

El propósito de esta tesis es presentar el estudio que aparece como contribución en los trabajos que han sido desarrollados en las referencias [18–21] tendientes a establecer una extensión del ME a dimensiones extras [21]. El énfasis será puesto en el sector fermiónico del modelo, en el cual se dio la contribución principal. Otro objetivo importante de este trabajo de tesis es la aplicación del modelo en cálculos de correcciones radiativas, enfocado al sector de corrientes neutras con cambio de sabor (FCNC, por sus siglas en inglés). Primero, se presenta un estudio completo de los decaimientos del bosón de Higgs $H \rightarrow q_i q_j$ [28] ($q_i q_j = bs, cu, bd, sd$) en el contexto del ME usando los datos recientes de los experimentos ATLAS y CMS. Una contribución importante de esta parte de la tesis es el estudio del decaimiento $t \rightarrow c\gamma$ en el contexto del ME y su extensión a dimensiones extras. De esta manera, la tesis se ha organizado de manera natural en dos partes, una primera parte que tiene que ver con los desarrollos teóricos que conducen a una formulación del ME en dimensiones extras [21], con énfasis en el sector

fermiónico del modelo, ya que este proyecto de tesis tuvo como objetivo central el desarrollo de esta parte del modelo. La segunda parte de la tesis está enfocada a realizar algunas aplicaciones del modelo en el ámbito de las correcciones radiativas. Se comienza con un estudio de los decaimientos del bosón de Higgs con cambio de sabor en el sector de quarks, dado a la luz de los resultados experimentales obtenidos con el descubrimiento del Higgs, lo cual dio lugar a la publicación dada en la referencia [28]. En esta parte también se presenta el estudio del decaimiento $t \rightarrow c\gamma$ [29] en el contexto de la extensión del modelo a dimensiones extras. Un objetivo importante de este cálculo es mostrar la consistencia, a orden de un lazo, de la extensión del Modelo Estándar a dimensiones extras que se ha propuesto en el capítulo 2 de la tesis. En la tesis, el estudio de este problema concluye con la presentación de expresiones analíticas para la amplitud correspondiente y, con base en éstas, se da la discusión de la consistencia interna del modelo. El análisis numérico de los resultados, así como su interpretación física, está actualmente en proceso, con lo cual se planea generar una publicación adicional vinculada a este proyecto de tesis. Además, me gustaría comentar que mientras desarrollaba mi programa doctoral, tuve la oportunidad de participar en una colaboración que está estrechamente relacionada con mi tema de investigación, la cual dio lugar a la publicación señalada en la referencia [30]. Aunque el material que aparece en esta publicación es un producto más de mi proyecto doctoral, se ha decidido no incluirlo en esta tesis por cuestiones de espacio.

El contenido de la tesis se ha dividido en dos partes. Parte I: Aspectos teóricos del Modelo Estándar con dimensiones extras y Parte II: Aplicaciones fenomenológicas del Modelo Estándar con dimensiones extras. La Parte I está conformada por los capítulos 1 y 2, en el primero de los cuales se da una breve revisión del Modelo Estándar, mientras que en el segundo se presenta una discusión bastante completa de la estructura del Modelo Estándar con dimensiones extra, en cuyo sector fermiónico se ha dado una de las contribuciones de esta tesis. La Parte II contiene los capítulos 3 y 4 de la tesis. En el capítulo 3 se presenta un análisis completo del decaimiento del bosón de Higgs a pares de quarks de diferente sabor, en tanto que en el capítulo 4 se presenta el cálculo completo del decaimiento con cambio de sabor de quarks $q_i \rightarrow q_j\gamma$, el cual, además de su interés fenomenológico intrínseco, tiene como propósito poner a prueba, a nivel de correcciones radiativas, la consistencia interna de la extensión del Modelo Estándar a dimensiones extras presentada en el capítulo 2 de la tesis. Este capítulo contiene, además, una discusión completa del decaimiento $t \rightarrow c\gamma$ en el contexto del Modelo Estándar. Finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones. Algunos desarrollos y resultados útiles no explicados en el cuerpo de la tesis, son presentados en los apéndices.

Parte I

Aspectos Teóricos del Modelo Estándar con Dimensiones Extras

Capítulo 1

El Modelo Estándar

En este capítulo presentaremos una breve descripción del Modelo Estándar (ME). El ME de la física de partículas es la teoría matemática que describe las interacciones débil, electromagnética y fuerte entre leptones y quarks, partículas básicas del ME [31]. Este modelo concuerda muy bien con los resultados experimentales disponibles hasta la fecha.

El ME es una teoría de norma basada en el grupo de simetría $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ [32–35], donde las interacciones fuertes entre las partículas están caracterizadas por el grupo de norma $SU_C(3)$, mientras que la teoría electrodébil está representada por el grupo $SU_L(2) \times U_Y(1)$. Este modelo contiene el conjunto más general de interacciones renormalizables, es decir, interacciones de dimensión canónica menor o igual a cuatro.

El lagrangiano del ME se divide en dos partes: La parte bosónica, la cual contiene interacciones puramente de campos bosónicos, que a su vez se divide en los sectores de Higgs y Yang-Mills. La parte fermiónica, que contiene las interacciones bosón-fermión, se divide en los sectores de Yukawa y Corrientes. Este lagrangiano se escribe como

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}^b + \mathcal{L}^f, \quad (1.1)$$

siendo

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^b &= \mathcal{L}^H + \mathcal{L}^{YM}, \\ \mathcal{L}^f &= \mathcal{L}^Y + \mathcal{L}^C, \end{aligned} \quad (1.2)$$

donde \mathcal{L}^H , \mathcal{L}^{YM} , \mathcal{L}^Y y \mathcal{L}^C representan los sectores de Higgs, Yang-Mills, Yukawa y Corrientes, respectivamente, los cuales se describirán a continuación.

1.1. El sector de Higgs

En el ME es necesario incluir términos de masa para los bosones electrodébiles Z y W^\pm , así como también para los fermiones. Sin embargo, al introducir términos de masa de manera directa, se destruye la invarianza de norma electrodébil, $SU_L(2) \times U_Y(1)$, y por lo tanto la renormalizabilidad de la teoría. Para evitar este problema, es necesario implementar un mecanismo que dote de masa a las partículas fundamentales del ME sin destruir la invarianza de norma de la teoría. A la idea que permite realizar esto se le conoce con el nombre de mecanismo de Higgs [36]. Para implementar este mecanismo, es necesaria la introducción de un sector

escalar apropiado, el cual se conoce en la literatura con el nombre de sector de Higgs. Este sector permite implementar un rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil al grupo electromagnético, $U_Q(1)$. El proceso consiste en primero implementar un mapeo de punto que transforme objetos covariantes de $SU_L(2) \times U_Y(1)$ en objetos covariantes de $U_Q(1)$, esto es, dicho mapeo se implementa con el fin de ocultar la simetría electrodébil en la simetría electromagnética. El mapeo es tal que 3 de las 4 conexiones asociadas con el grupo electrodébil son mapeadas en objetos que transforman tensorialmente bajo el grupo electromagnético, mientras que la restante pasa a ser la conexión de este último grupo. Así, desde la perspectiva del grupo electromagnético, 3 de las conexiones del grupo electrodébil aparecen como campos de materia y pueden, por lo tanto, ser dotados con masa. El mecanismo a través del cual se logra esto tiene su origen en un mínimo del sistema escalar con degeneración infinita, el cual permite elegir una dirección particular que es invariante bajo el grupo electromagnético pero no bajo el grupo electrodébil, rompiendo en este sentido 3 de los 4 generadores del grupo, a la vez que dota con masa a los campos de norma asociados.

El ME mínimo, incluye un doblete escalar complejo bajo $SU_L(2)$,

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

el cual es un singlete bajo $SU_C(3)$ y con hipercarga $Y = +1$ [37]. El sector de Higgs es descrito por el lagrangiano

$$\mathcal{L}^H = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi), \quad (1.4)$$

donde la derivada covariante es

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{\sigma^a}{2} W_\mu^a - ig' \frac{Y}{2} B_\mu, \quad (1.5)$$

con $\frac{\sigma^a}{2}$ (W_μ^a) y $\frac{Y}{2}$ (B_μ) los generadores (bosones de norma asociados a los generadores) de los grupos $SU_L(2)$ y $U_Y(1)$, respectivamente; con σ^a las matrices de Pauli y g y g' las respectivas constantes de acoplamiento de los grupos. El lagrangiano de Higgs (1.4) es invariante bajo la transformación de norma infinitesimal

$$\delta \Phi = \left(ig \frac{\sigma^i}{2} \alpha_2^i + ig' \frac{Y}{2} \alpha_1 \right) \Phi, \quad (1.6)$$

donde α_1 y α_2 son los parámetros de norma de los grupos $U_Y(1)$ y $SU_L(2)$, respectivamente.

El término $V(\Phi)$ es el potencial de Higgs, dado por

$$V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (1.7)$$

el cual es renormalizable. La constante λ es un número real y positivo. Si el término de masa μ^2 es positivo, el mínimo del potencial es obtenido por $\langle 0 | \Phi | 0 \rangle \equiv \Phi_0 = 0$, entonces la teoría describe una partícula de espín cero y masa μ . Por otro lado, si μ^2 es negativo se desarrolla un valor de expectación de un vacío degenerado, caracterizados por los puntos de la superficie

$$\Phi_0^\dagger \Phi_0 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} \equiv \frac{v^2}{2} \quad \text{con} \quad v = \left(-\frac{\mu^2}{\lambda} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.8)$$

Observe que todos los posibles estados de vacío están relacionados por rotaciones globales SU(2). De este modo podemos elegir un vacío específico,

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

el cual es invariante bajo el grupo electromagnético $U_Q(1)$.

La teoría debe ser considerada en el entorno de estado de mínima energía. Para ello se realiza la traslación

$$\Phi \rightarrow \Phi_0 + \Phi = \begin{pmatrix} G_W^+ \\ \frac{v+H+iG_Z}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$

Al aplicar esta traslación en (1.4), el lagrangiano resultante sigue siendo invariante bajo el grupo electrodébil. Sin embargo, el vacío ya no es invariante bajo este grupo si no sólo bajo grupo electromagnético. Es en este sentido que se dice que la simetría electrodébil es rota espontáneamente al grupo electromagnético.

Se sabe que cuando la simetría es global, como resultado del rompimiento de simetría es la presencia de escalares sin masa, llamados bosones de Goldstone [38], donde su número es igual al número de simetrías rotas. El mecanismo de Higgs es la combinación del rompimiento de simetría e invarianza de norma local [36], resultando la presencia de campos de norma masivos, el número de estos es igual al número de simetrías rotas, mientras que el número de bosones de norma sin masa es igual al número de simetrías del vacío. Entonces al usar la traslación (1.10), los campos G_W^+ y G_Z resultan ser pseudo-bosones de Goldstone los cuales pueden ser removidos mediante una transformación de norma específica [39], llamada norma unitaria, dejando en la teoría solo campos físicos. De esta manera, en vez de utilizar (1.10), se considera la siguiente traslación

$$\Phi \rightarrow \Phi_0 + \Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.11)$$

donde H es el bosón de Higgs. Es bien sabido que los bosones de norma masivos tienen tres grados de libertad en vez de los dos que caracterizan a los campos de norma sin masa. El grado de libertad longitudinal de los bosones de norma W y Z surgen como consecuencia de la absorción de los campos escalares G_W^+ y G_Z , los cuales, dado que representan grados de libertad espurios, reciben el nombre de pseudo bosones de Goldstone.

Después de sustituir (1.11) en (1.4) y realizar las siguientes rotaciones

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad Z_\mu = c_W W_\mu^3 - s_W B_\mu, \quad A_\mu = s_W W_\mu^3 + c_W B_\mu, \quad (1.12)$$

donde $c_W = \cos \theta_W$, $s_W = \sin \theta_W$, con θ_W es el ángulo débil, el cual es dado por $\tan \theta_W = g'/g$. Además, la carga del positrón se define como $e = gs_W$, con el operador de carga eléctrica dado por $Q = \frac{\sigma^3}{2} + \frac{Y}{2}$. Los campos W_μ^\pm , Z_μ y A_μ son eigenestados de masa. La masa que adquieren los bosones de norma débil, W_μ^\pm y Z_μ , son

$$m_W = \frac{gv}{2} \quad \text{y} \quad m_Z = \frac{m_W}{c_W}, \quad (1.13)$$

respectivamente. Mientras que la masa del fotón, bosón de norma A_μ , es cero. El bosón de Higgs, H , tiene masa igual a $m_H = v\sqrt{2\lambda}$.

El valor de expectación del vacío, v , es determinado en el análisis del decaimiento del muón [40, 41], obteniéndose

$$m_W = \frac{gv}{2} = \left(\frac{\sqrt{2}g^2}{8G_F} \right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow v = \frac{1}{(\sqrt{2}G_F)^{\frac{1}{2}}} \simeq 246 \text{ GeV}, \quad (1.14)$$

con G_F la constante de Fermi.

1.2. El Sector de Yang-Mills

El ME es una teoría de norma cuyo ingrediente fundamental son las teorías de Yang-Mills [42, 43]. El tensor de campo de Yang-Mills, o curvatura, es dado por

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + ig[A_\mu, A_\nu]. \quad (1.15)$$

Se sabe que un campo de norma A_μ puede escribirse como $A_\mu = T^a A_\mu^a$, donde T^a son los generadores del álgebra del grupo de norma y A_μ^a el campo de norma o conexión. De esta manera el tensor de Yang-Mills se reescribe en su forma más conocida

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (1.16)$$

donde f^{abc} son las constantes de estructura del grupo de norma.

En el ME los bosones de norma asociados a los generadores del grupo de norma son [44]:

$$\begin{array}{ccc} \text{SU}_C(3) & \times & \text{SU}_L(2) & \times & \text{U}_Y(1) \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 8 G_\mu^a & & 3 W_\mu^i & & B_\mu \end{array}$$

Las ocho partículas de espín uno, G_μ^a ($a = 1, 2, \dots, 8$), asociados a la interacción fuerte, son llamados gluones y el subíndice C es para denotar ‘‘color’’. Estas partículas son las que emiten o absorben las partículas asociadas a los campos de materia, como los quarks. Todo campo o conjunto de campos que no se transforme trivialmente bajo el grupo $\text{SU}_C(3)$ tiene contenido de carga de color. Tres partículas de espín uno, W_μ^i ($i = 1, 2, 3$), son asociados al grupo de la interacción débil, y uno, B_μ , asociado al grupo de la hipercarga débil. El subíndice L , en $\text{SU}_L(2)$, indica que solo los fermiones izquierdos se transforman no trivialmente bajo el grupo $\text{SU}_L(2)$, a saber, como dobletes. El subíndice Y es usados para distinguir el grupo asociado con el número cuántico de la hipercarga débil, denotado por Y , del grupo asociado con la carga eléctrica ordinaria, $\text{U}_Q(1)$.

El sector de Yang-Mills contiene los campos de norma y sus auto-interacciones, este es

descrito por el lagrangiano

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{YM} &= -\frac{1}{2}\text{tr}[G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}] - \frac{1}{2}\text{tr}[W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}] - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \\ &= -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu},\end{aligned}\quad (1.17)$$

donde tr denota la traza y se ha utilizado la normalización $\text{tr}[T^a T^b] = \frac{1}{2}\delta_{ab}$ para los generadores de los diferentes grupos de norma del ME. Las intensidades de los campos de norma son

$$\begin{aligned}G_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c, \\ W_{\mu\nu}^i &= \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g\varepsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k, \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu.\end{aligned}\quad (1.18)$$

El lagrangiano (1.17) es invariante bajo las siguientes transformaciones de norma

$$\begin{aligned}\delta G_\mu^a &= \partial_\mu \alpha^a - g_s f^{abc} \alpha^b G_\mu^c, \\ \delta W_\mu^i &= \partial_\mu \alpha^i - g\varepsilon^{ijk} \alpha^j W_\mu^k, \\ \delta B_\mu &= \partial_\mu \alpha,\end{aligned}\quad (1.19)$$

donde α^a , α^i y α son los parámetros de norma de los grupos respectivos.

En términos de los campos eigenestados de masa, el sector de Yang-Mills se puede escribir de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}^{YM} = -\frac{1}{4}[G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} + Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} + A_{\mu\nu} A^{\mu\nu}] - \frac{1}{2}W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu\nu} + \mathcal{L}_{int}^{YM}, \quad (1.20)$$

con

$$\begin{aligned}Z_{\mu\nu} &= \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu, & W_{\mu\nu}^\pm &= \partial_\mu W_\nu^\pm - \partial_\nu W_\mu^\pm, \\ A_{\mu\nu} &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu,\end{aligned}\quad (1.21)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{int}^{YM} &= \frac{ig}{2}(W_3^{\mu\nu} W_\mu^+ W_\nu^- - 2W_3^\nu W^{+\mu} W_{\mu\nu}^-) - \frac{g^2}{2}W_\mu^3 W_\nu^3 (W_\alpha^+ W^{-\alpha} g^{\mu\nu} - W^{+\mu} W^{-\nu}) \\ &\quad - \frac{g^2}{4}W^{+\mu} W^{-\nu} (W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-) + h.c.,\end{aligned}\quad (1.22)$$

donde

$$W_{\mu\nu}^3 = \partial_\mu W_\nu^3 - \partial_\nu W_\mu^3, \quad (1.23)$$

y W^3 es definido en la expresión (1.12).

1.3. El sector de Yukawa

Además de las partículas bosónicas, conformadas por los bosones de norma, que tienen espín 1, y el bosón de Higgs, el cual tiene espín 0, el modelo contiene partículas de espín 1/2, las cuales son descritas en su forma libre por la ecuación de Dirac [45, 46]. En el ME existen dos tipos de fermiones elementales, los leptones y los quarks, los cuales son organizados en tres

generaciones o familias, como se muestra en la Tabla 1.1. Cada generación está formada por dos sabores de quarks (tipo up, tipo down) y dos de leptones (neutrino, leptón cargado).

	Primera generación	Segunda generación	Tercera generación
Leptones	Neutrino del electrón $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}$	Neutrino del muón $\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}$	Neutrino del tau $\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}$
Quarks	Up $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$	Charm $\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$	Top $\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$

Tabla 1.1: Generación de fermiones en el ME.

Los quarks interactúan a través de la interacción fuerte, débil y electromagnética, mientras que los leptones sólo reaccionan ante la interacción electrodébil. Bajo $SU_C(3)$ cada especie de quark se transforma como triplete [35], de donde resulta que cada quark puede existir en tres diferentes estados de color. La interacción débil distingue quiralidad, la cual se introduce en la teoría asumiendo que los estados de quiralidad izquierda se transforman como dobletes de $SU_L(2)$ [47], mientras que los estados derechos se transforman como singletes de este grupo.

El sector de Yukawa del modelo tiene como propósito dotar de masa, via el mecanismo de Higgs, a los leptones cargados y quarks [48]. Dicho sector está hecho de invariantes electrodébiles de dimensión canónica cuatro, los cuales se pueden construir con el doblete de Higgs, los dobletes izquierdos y singletes derechos de los fermiones. Este sector se divide en dos partes,

$$\mathcal{L}^Y = \mathcal{L}_q^Y + \mathcal{L}_l^Y, \quad (1.24)$$

donde \mathcal{L}_q^Y y \mathcal{L}_l^Y son los sectores de quarks y leptones, respectivamente.

1.3.1. Sector de Quarks

En el caso de los quarks, el sector de Yukawa está dado por

$$\mathcal{L}_q^Y = -Y_{ij}^d \bar{Q}'_i \Phi d'_{jR} - Y_{ij}^u \bar{Q}'_i \tilde{\Phi} u'_{jR} + h.c. \quad (1.25)$$

donde se tiene una suma implícita sobre los índices de sabor, i y j . La prima establece que estos campos son eigenestados de norma. Los términos d_{iR} y u_{iR} son singletes derechos de tipo down y up, respectivamente, de sabor i . Los dobletes izquierdos de sabor i son

$$Q_i = \begin{pmatrix} u_{iL} \\ d_{iL} \end{pmatrix}, \quad \text{con} \begin{cases} u_i \in \{u_1, u_2, u_3\} = \{u, c, t\}, \\ d_i \in \{d_1, d_2, d_3\} = \{d, s, b\}. \end{cases} \quad (1.26)$$

Los números cuánticos de los quarks son dados en la Tabla 1.2. Las matrices constantes de Yukawa, Y^d y Y^u , son de tamaño 3×3 , las cuales mezclan los quarks de distintos sabores. Estas matrices son adimensionales y completamente arbitrarias. El segundo término de (1.25), que también transforma covariantemente bajo el grupo electrodébil, es construido con el doblete

$$\tilde{\Phi} = i\sigma^2 \Phi = \begin{pmatrix} \phi^0 \\ -\phi^- \end{pmatrix}. \quad (1.27)$$

Después de implementar el mecanismo de Higgs y considerar la norma unitaria, en (1.25) aparecen términos de masa de la forma

$$-\frac{v}{\sqrt{2}}Y_{ij}^d\bar{d}'_iLd'_jR - \frac{v}{\sqrt{2}}Y_{ij}^u\bar{u}'_iL u'_jR + h.c. \quad (1.28)$$

Debido a la arbitrariedad de las matrices Y^d y Y^u , las cuales no necesariamente son diagonales, es necesario obtener los eigenestados de masa. Dado que estamos en la representación quiral, donde los fermiones izquierdos y derechos son independientes, tales rotaciones deben ser biunitarias [50], a saber,

$$\begin{aligned} D'_R &= U_R^d D_R, & U'_R &= U_R^u U_R, \\ D'_L &= U_L^d D_L, & U'_L &= U_L^u U_L, \end{aligned} \quad (1.29)$$

donde se han definidos los siguientes vectores en el espacio de sabor

$$D = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}. \quad (1.30)$$

y las matrices $U_{R,L}^{d,u}$ son definidas unitarias. De esta manera el lagrangiano (1.25) se reescribe como

$$\mathcal{L}_q^Y = - \left(1 + \frac{H}{v}\right) [\bar{D}_L M_D D_R + \bar{U}_L M_U U_R] + h.c. \quad (1.31)$$

donde los vectores de sabor U y D , sin prima, son eigenestados de masa y las matrices M_D y M_U , de tamaño 3×3 , contiene las masas de los quarks tipo down y up, respectivamente, las cuales están dadas por

$$\begin{aligned} M_D &= \frac{v}{\sqrt{2}}U_L^{d\dagger}Y^dU_R^d = \text{diag}(m_d, m_s, m_b), \\ M_U &= \frac{v}{\sqrt{2}}U_L^{u\dagger}Y^uU_R^u = \text{diag}(m_u, m_c, m_t). \end{aligned} \quad (1.32)$$

Al ser $U_{R,L}^{d,u}$ matrices unitarias, se garantiza que las masas m_i de los quarks sean reales. Las masas de las partículas del ME son dados en la Tabla 1.3.

Números Cuánticos	u_{iR}	u_{iL}	d_{iR}	d_{iL}	ν_{iL}	e_{iR}	e_{iL}
Hipercarga débil Y	4/3	1/3	-2/3	1/3	-1	-2	-1
Isoespín débil $t_L^3 = \sigma^3/2$	0	1/2	0	-1/2	1/2	0	-1/2
Carga electromagnética Q	2/3	2/3	-1/3	-1/3	0	-1	-1

Tabla 1.2: Números cuánticos de los fermiones del ME [49].

Masa Leptones (MeV)		Masa Quark (GeV)		Masa bosones (GeV)	
ν_e	0	u	0.0023	γ	0
e	0.510998928	d	0.0048	G	0
ν_μ	0	c	1.275	Z	91.1876
μ	105.6583715	s	0.095	W	80.385
ν_τ	0	t	173.21	H	125.09
τ	1776.86	b	4.18		

Tabla 1.3: Masas de las partículas elementales del ME [49].
El fotón es denotado por la letra griega γ .

1.3.2. Sector de Leptones

En el caso de los leptones, el ME sólo considera neutrinos izquierdos, así que no es posible dotarlos de masa a través del mecanismo de Higgs. Como ya se mencionó en la introducción, esta es una deficiencia del modelo, ya que los neutrinos tienen masa, las cuales son mucho menor que la masa del electrón [3, 51–53]. El sector leptónico de Yukawa es descrito por el lagrangiano

$$\mathcal{L}_l^Y = -Y_{ij}^l \bar{L}_i' \Phi e_{jR}' + h.c., \quad (1.33)$$

donde e_{iR}' son los singletes derechos de leptones cargados, mientras que los dobletes izquierdos son de la forma

$$L_i = \begin{pmatrix} \nu_{iL} \\ e_{iL} \end{pmatrix}, \quad \text{con } \begin{cases} \nu_i \in \{\nu_1, \nu_2, \nu_3\} = \{\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau\}, \\ e_i \in \{e_1, e_2, e_3\} = \{e, \mu, \tau\}. \end{cases} \quad (1.34)$$

Al implementar el mecanismo de Higgs, surgen términos de masa para los leptones cargados, los cuales son mezclados por la matriz arbitraria Y^l , mientras que los neutrinos izquierdos no aparecen más en este sector. Por lo tanto, su masa es exactamente cero. Para determinar los eigenestados de masa de los leptones cargados, es necesario implementar una rotación en el espacio de sabor leptónico. Debido a la ausencia de los neutrinos en este sector, estamos en libertad de elegir la transformación de estos. Con el fin de preservar la estructura covariante de los términos cinéticos en el sector de corrientes, descrito en la siguiente sección, se eligen las siguientes transformaciones unitarias

$$\begin{aligned} E_L' &= U_L^l E_L, & N_L' &= U_L^l N_L, \\ E_R' &= U_R^l E_R, \end{aligned} \quad (1.35)$$

donde se han introducido los vectores de sabor

$$E = \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}, \quad N = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}. \quad (1.36)$$

Note que los neutrinos izquierdos transforman igual que los leptones cargados izquierdos. De

esta forma el lagrangiano (1.33) se reescribe como

$$\mathcal{L}_q^Y = - \left(1 + \frac{H}{v} \right) \bar{E}_L M_L E_R + h.c. \quad (1.37)$$

donde la matriz de masa de los leptones cargados es

$$M_L = \frac{v}{\sqrt{2}} U_L^{l\dagger} Y^l U_R^l = \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau). \quad (1.38)$$

1.4. El sector de corrientes

En este sector se describe la parte cinética de los fermiones quirales. Aquí aparecen las matrices de Dirac que caracterizan la estructura de Lorentz, γ^μ y γ^5 . Este sector es construido tal que los términos cinéticos sean invariantes de norma, lo cual da lugar a la presencia de interacciones de campos de norma con los fermiones. El sector de corrientes fermiónicas es descrito por el lagrangiano

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^C = & i\bar{Q}'_i \gamma^\mu D_\mu Q'_i + i\bar{d}'_{iR} \gamma^\mu D_\mu d'_{iR} + i\bar{u}'_{iR} \gamma^\mu D_\mu u'_{iR} \\ & + i\bar{L}'_i \gamma^\mu D_\mu L'_i + i\bar{e}'_{iR} \gamma^\mu D_\mu e'_{iR}, \end{aligned} \quad (1.39)$$

donde, como en el sector de Yukawa, la prima sobre los campos fermiónicos indica que estos son campos eigenestados de norma. La derivada covariante está dada por

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s \frac{\lambda^a}{2} G_\mu^a - ig \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^i - ig' \frac{Y}{2} B_\mu, \quad (1.40)$$

donde $\frac{\lambda^a}{2}$ son los generadores del grupo $SU_C(3)$ en la representación fundamental, con λ^a las matrices de Gell-Man. La derivada covariante actuando sobre los singletes no contiene a los campos W_μ^a ni la parte asociada con los gluones. El lagrangiano (1.39) es invariante bajo las transformaciones de norma infinitesimales

$$\delta L'_i = \left(ig \frac{\sigma^i}{2} \alpha^i + ig' \frac{Y}{2} \alpha \right) L'_i, \quad (1.41)$$

$$\delta e'_{iR} = ig' \frac{Y}{2} \alpha e'_{iR}, \quad (1.42)$$

$$\delta Q'_i = \left(ig_s \frac{\lambda^a}{2} \alpha^a + ig \frac{\sigma^i}{2} \alpha^i + ig' \frac{Y}{2} \alpha \right) Q'_i, \quad (1.43)$$

$$\delta u'_{iR} = \left(ig_s \frac{\lambda^a}{2} \alpha^a + ig' \frac{Y}{2} \alpha \right) u'_{iR}, \quad (1.44)$$

$$\delta d'_{iR} = \left(ig_s \frac{\lambda^a}{2} \alpha^a + ig' \frac{Y}{2} \alpha \right) d'_{iR}. \quad (1.45)$$

Pasando a los eigenestados de masa tanto para los campos de norma como los fermiones, dados por las transformaciones (1.12), (1.29) y (1.35), este sector se reescribe de la siguiente

forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^C = & i\bar{D}\gamma^\mu\tilde{D}_\mu D + i\bar{U}\gamma^\mu\tilde{D}_\mu U + i\bar{E}\gamma^\mu\partial_\mu E + i\bar{N}_L\gamma^\mu\partial_\mu N_L \\ & + W_\mu^+ J^{+\mu} + W_\mu^- J^{-\mu} + Z_\mu J_Z^\mu + A_\mu J_A^\mu, \end{aligned} \quad (1.46)$$

donde

$$\tilde{D}_\mu = \partial_\mu - i\frac{\lambda^\alpha}{2}G_\mu^\alpha, \quad (1.47)$$

D , U , E y N son los vectores de sabor ya definidos.

Los acoplamientos de fermiones con bosones de espín uno cargados, W^+ , son llamados *interacciones de corrientes vectoriales cargadas*. La corriente cargada es dado por

$$J^{+\mu} = \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{N}_L\gamma^\mu E_L + \bar{U}_L K\gamma^\mu D_L), \quad (1.48)$$

donde sólo se acoplan fermiones izquierdos. Note que este tipo de corrientes dan lugar al cambio de sabor. Para los leptones, los cambios de sabor son entre la misma familia y todas con la misma intensidad de transición. En el caso de los quarks, involucran transiciones a diferentes familias y la amplitud de transición es regido por la matriz unitaria de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [54, 55], definida por

$$K = U_L^{u\dagger} U_L^d. \quad (1.49)$$

El fenómeno de transición a diferentes familias, es transmitido del sector de Yukawa, con la determinación de los eigenestados de masa de los fermiones. Los elementos de la matriz CKM son medidos experimentalmente [49].

Los acoplamientos de fermiones con los bosones de norma, espín uno y carga neutra, Z_μ y A_μ , se conocen como *interacciones de corriente neutra*. Las corrientes neutras son

$$\begin{aligned} J_Z^\mu = & \frac{g}{2c_W} [\bar{E}\gamma^\mu (g_V^E - g_A^E\gamma^5) E + \bar{N}_L\gamma^\mu N_L \\ & + \bar{D}\gamma^\mu (g_V^D - g_A^D\gamma^5) D + \bar{U}\gamma^\mu (g_V^U - g_A^U\gamma^5) U], \end{aligned} \quad (1.50a)$$

$$J_A^\mu = e [Q_E \bar{E}\gamma^\mu E + Q_D \bar{D}\gamma^\mu D + Q_U \bar{U}\gamma^\mu U], \quad (1.50b)$$

donde

$$g_V^F = t_{3L(F)} - 2s_W^2 Q_F, \quad g_A^F = t_{3L(F)}, \quad t_{3L(F)} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & F = U, \\ -\frac{1}{2}, & F = E, D, \end{cases} \quad (1.51)$$

con Q_F la carga del fermión $F = E, D, U$ en unidades de la carga del positrón y $t_{3L(F)}$ es el isoespín débil del fermión F . En el ME los procesos de Corrientes Neutras Cambiando Sabor, por ejemplo $t \rightarrow cV$ (con $V = \gamma, Z$), son prohibidos a nivel de árbol, pero están permitidos a partir de un lazo, los cuales, sin embargo, están muy suprimidos [56, 57] debido al mecanismo de Glashow-Iliopoulos-Maiani (GIM) [58].

Los acoplamientos con el campo electromagnético, A_μ , reciben el nombre de corrientes electromagnéticas.

Capítulo 2

El Modelo Estándar con dimensiones extras

Las teorías de Kaluza y Klein (KK) inicialmente proponían una manera de unificar la teoría de Relatividad General de Einstein con la teoría Electromagnética [10, 59, 60], sugiriendo un dispositivo ingenioso consistente en postular una quinta dimensión espacial, la cual tiene una topología compacta dada por el círculo S^1 . Dada la topología de la variedad compacta, todos los campos son periódicos respecto a la dimensión extra y deberían poderse escribir como una expansión en serie de Fourier, obteniendo una torre infinita de tensores, vectores y modos escalares con masas cuantizadas en unidades de la inversa del radio de S^1 . Sin embargo la teoría fue abandonada debido a problemas de consistencia [61, 62].

Con el paso del tiempo, el procedimiento de KK se implementó a cualquier teoría de campo, diferente a Relatividad General, obteniendo de esta manera teorías efectivas de Kaluza-Klein. Al aplicar el procedimiento de KK a teorías de norma formuladas en un espacio-tiempo con dimensiones extras universales compactas surgen campos de norma, llamados excitaciones de KK, dotados de masa en la ausencia de un vacío degenerado, de donde se infiere que el procedimiento de KK es otro mecanismo de generación de masas, alternativo al rompimiento espontáneo de simetría [61, 63, 64].

Existen varios modelos con dimensiones extras que surgen de diversas motivaciones físicas [65]. Las dimensiones extras, para que sean detectables, deben ser compactas pero de un tamaño compatible con las energías en consideración. Pueden ser planas o involucrar una métrica extra-dimensional deformada, como los modelos de Randall-Sundrum (RS) [12, 13]. Las dimensiones extras pueden ser accesibles solo por gravedad, como los modelos de Arkani-Hamed, Dimopoulos, Dvali (ADD) [7–9], o incorporar campos del ME dentro de las dimensiones adicionales, como los modelos de Dimensiones Extras Universales (DEU) [14–17]. En particular, los modelos DEU consisten de un espacio-tiempo $4 + n$ dimensional con todas las n dimensiones adicionales compactas. En estas teorías, los campos de norma y materia viven igualmente en todas las dimensiones; además, su cuantización requiere que los parámetros de norma estén también definidos en todas las dimensiones [20]. Las características que definen a los modelos DEU son el número de dimensiones extras compactas, su topología y sus tamaños.

Las teorías con dimensiones extras se volvieron populares desde que se argumentó [6–8] que dimensiones extras relativamente grandes podrían manifestarse a la escala de TeVs, lo que las convierte en foco de atención fenomenológica [66–70]. En efecto, si existen dimensiones extras

relativamente grandes, éstas podrían afectar la dinámica de las partículas conocidas, estando, por lo tanto, al alcance de los experimentos que se realizarán en el colisionador LHC.

En este capítulo, se presenta una extensión del ME a dimensiones extra basado en la aproximación de DEU, con un número arbitrario de dimensiones extras compactas. Se describen los resultados obtenidos para los diferentes sectores del ME, con énfasis especial en los sectores fermiónicos del modelo, en el cual se dio la contribución de esta tesis. Los resultados descritos en esta unidad están reportados en la referencia [21].

2.1. Características generales de teorías de campos en dimensiones extras

En este trabajo se propone una extensión del ME definido en una variedad espacio-tiempo plano $\mathcal{M}^d = \mathcal{M}^4 \times \mathcal{N}^n$, donde \mathcal{M}^4 es el espacio-tiempo de Minkowski 4-dimensional y \mathcal{N}^n una variedad n -dimensional representando una extensión puramente espacial, con n arbitrario.

Como punto de partida, se considera una teoría de campo efectiva [71, 72], la cual es gobernada por los grupos de Poincaré $ISO(1, 3 + n)$ y de norma $G(\mathcal{M}^d)_{SM} \equiv SU_C(3, \mathcal{M}^d) \times SU_L(2, \mathcal{M}^d) \times U_Y(1, \mathcal{M}^d)$, cuyos parámetros son definidos sobre toda la variedad \mathcal{M}^d . Los campos de materia y de norma de la teoría, denotados colectivamente por $\Phi_A(x, \bar{x})$, con $(x, \bar{x}) \in \mathcal{M}^d$, los cuales proporcionan una representación del grupo de Lorentz extendido $SO(1, 3 + n)$. Bajo estas consideraciones, la acción de la teoría puede ser escrita como

$$S = \int d^4x d^n\bar{x} \mathcal{L}_{4+n}(\Phi_A(x, \bar{x}), \partial_M \Phi_A(x, \bar{x})) , \quad (2.1)$$

con

$$\mathcal{L}_{4+n} = \mathcal{L}_{(4+n)}^{\text{SM}}(\Phi_A(x, \bar{x}), \partial_M \Phi_A(x, \bar{x})) + \sum_{K,i} \frac{\lambda_{K,i}}{\Lambda^K} \mathcal{O}_i^{(K+d)}(\Phi_A(x, \bar{x}), \partial_M \Phi_A(x, \bar{x})) , \quad (2.2)$$

donde el primer término corresponde a una extensión directa de la estructura funcional del lagrangiano del ME 4-dimensional a la variedad d -dimensional, el cual no es renormalizable en el sentido de Dyson [73]. Debido a esto, no existe criterio para ignorar invariantes de más altas dimensiones, de ahí la razón de incluir el segundo término en (2.2), el cual, de hecho, corresponde a una serie infinita, compuesto por operadores invariantes de Lorentz y de norma, $\mathcal{O}_i^{(K+d)}$, de dimensión canónica mayor que d , multiplicados por constantes de acoplamiento desconocidos $\lambda_{K,i}/\Lambda^K$, donde Λ es una escala de energía. Bajo las suposiciones mencionadas y después de hipótesis juiciosas, la ecuación (2.2) nos permite construir una teoría efectiva para el ME extra-dimensional, el cual incluye el ME, más términos que involucran interacciones entre campos del ME y excitaciones de KK, así como interacciones sólo entre campos de KK.

La idea esencial consiste en pasar de la teoría descrita anteriormente, la cual está gobernada por los grupos extendidos $\{ISO(1, 3 + n), G(\mathcal{M}^d)_{SM}\}$, a una teoría que sea invariante bajo los grupos de simetría estándar $\{ISO(1, 3), G(\mathcal{M}^4)_{SM}\}$. Para llevar a cabo este programa, es necesario implementar dos transformaciones de punto. En una primera transformación, uno mapea objetos covariantes de $SO(1, 3 + n)$ en objetos covariantes de $SO(1, 3)$. Sin embargo, la teoría que resulta de esta transformación está escrita en términos de campos que aún dependen de los puntos de la variedad completa, (x, \bar{x}) , por lo que es necesario realizar una segunda

transformación que nos permita remover los puntos \bar{x} como índices de conteo de grados de libertad. Dicho de manera equivalente, es necesario eliminar todo papel dinámico del subgrupo $\text{ISO}(n)$ de $\text{ISO}(1, 3 + n)$, ya que deseamos arribar a una teoría en la que las únicas simetrías exactas sean dictadas por los grupos estándar $\{\text{ISO}(1, 3), G(\mathcal{M}^4)_{SM}\}$. Dado que los mapeos que se implementan son invertibles, lo que en realidad se está haciendo es ocultar la simetría $\{\text{ISO}(1, 3 + n), G(\mathcal{M}^d)_{SM}\}$ en la simetría $\{\text{ISO}(1, 3), G(\mathcal{M}^4)_{SM}\}$. Pero esto es justamente lo que permite dotar con masa a campos de norma, ya que bajo la perspectiva del grupo $\{\text{ISO}(1, 3), G(\mathcal{M}^4)_{SM}\}$ aparecen como representaciones tensoriales de $G(\mathcal{M}^4)_{SM}$, es decir como campos de materia. Aunque el ocultamiento de la simetría es común al mecanismo de Higgs, en nuestro caso no existe rompimiento espontáneo de la simetría, ya que $G(\mathcal{M}^d)_{SM}$ y $G(\mathcal{M}^4)_{SM}$ son idénticos como grupos de Lie (tienen el mismo número de generadores), pero difieren como grupos de norma debido que tienen diferentes variedades soporte. En nuestro caso, el mecanismo que dota de masa a los campos de norma tiene que ver con el segundo mapeo, dado por una serie de Fourier multidimensional, el cual, en esencia, es un mapeo del grupo de las traslaciones extendido $T(1, 3 + n)$ al grupo de las traslaciones estándar $T(1, 3)$. Las masas de Kaluza-Klein surgen de la actuación de derivadas con respecto a dimensiones extras, lo cual tiene que ver con los generadores del subgrupo de las traslaciones $T(n)$.

Ahora pasemos a describir brevemente el primero de los mapeos. En el caso donde $\Phi_A(x, \bar{x})$ representa un campo escalar $\Phi(x, \bar{x})$, también es un escalar con respecto $\text{SO}(1, 3)$; si $\Phi_A(x, \bar{x})$ representa una componente de un campo vectorial de $\text{SO}(1, 3 + n)$, este puede ser renombrado como $\mathcal{A}_M(x, \bar{x})$ ($M = 0, 1, \dots, 3; 5, \dots, d \equiv \mu; \bar{\mu}$), el cual es mapeado a dos objetos diferentes, un campo vectorial con componentes \mathcal{A}_μ y n campos escalares, denotados por $\mathcal{A}_{\bar{\mu}}$; para el caso de un espinor $\Psi(x, \bar{x})$ (de $2^{d/2} = 2^{\frac{4+n}{2}}$ componentes, con d par) de $\text{SO}(1, 3 + n)$ puede ser desdoblado en $2^{\frac{n}{2}}$ espinores (de 4-componentes) de $\text{SO}(1, 3)$. En general, la transformación del conjunto de objetos $\{\Phi_A\}$ bien definidos con respecto a $\text{SO}(1, 3 + n)$, al conjunto de objetos $\{\varphi_\alpha\}$, de la misma cardinalidad, bien definidos con respecto a $\text{SO}(1, 3)$, es una transformación de punto que puede ser elevada en una transformación canónica en el formalismo Hamiltoniano [19, 18]. Esta transformación es importante, ya que al cuantizar el sistema es necesario tener objetos bien definidos respecto a las simetrías espacio-temporales estándar. Bajo este mapeo el lagrangiano (2.2) es ahora una función de los campos covariantes de $\text{SO}(1, 3)$, $\{\varphi_\alpha\}$, el cual podemos escribir simbólicamente como

$$\mathcal{L}_{4+n} = \mathcal{L}_{(4+n)}^{\text{SM}}(\varphi_\alpha, \partial_\mu \varphi_\alpha, \partial_{\bar{\mu}} \varphi_\alpha) + \sum_{K,i} \frac{\lambda_{K,i}}{\Lambda^K} \mathcal{O}_i^{(K+d)}(\varphi_\alpha, \partial_\mu \varphi_\alpha, \partial_{\bar{\mu}} \varphi_\alpha). \quad (2.3)$$

La teoría definida por (2.3) es todavía invariante bajo el grupo de norma $G(\mathcal{M}^d)_{SM}$ y es manifiestamente invariante solo bajo $\text{SO}(1, 3)$. Aunque la simetría $\text{ISO}(1, 3 + n)$ todavía está presente, ya no es manifiesta, está oculta [19].

Para implementar el segundo mapeo, uno necesita asumir que la variedad \mathcal{N}^n es compacta e introducir una geometría específica. En este trabajo, asumimos que \mathcal{N}^n es dada por n copias del orbifold S^1/Z_2 , donde, en general, uno puede introducir diferentes radios R_i para cada copia. Entonces, uno puede asumir que los campos $\{\varphi_\alpha(x, \bar{x})\}$ son periódicos en las dimensiones extras espaciales, permitiendo realizar un mapeo canónico [19] que asegura, desde el punto de vista clásico, la equivalencia de las teorías antes y después de la compactificación. Este mapeo es una expansión en serie de Fourier de los campos básicos, cuyos coeficientes dependen únicamente

de x , $\{\phi_\alpha^{(0,\dots,0)}(x), \phi_\alpha^{(m_1,0,\dots,0)}(x), \dots, \phi_\alpha^{(m_1,\dots,m_n)}(x)\} \equiv \{\phi_\alpha^{(\underline{0})}, \phi_\alpha^{(\underline{m})}\}$, con $m_i \in \mathbb{N} - \{0\}$. Donde el índice de Fourier colectivo (\underline{m}) significa alguna combinación de $(\underline{m}_1, \dots, \underline{m}_n)$, con $\underline{m}_i \in \mathbb{N}$, y la opción $(0, \dots, 0) \equiv (\underline{0})$, modo cero, es excluido considerando únicamente modos excitados de KK. Nos referimos a cada tipo de coeficientes, *p.ej.* $\{\phi_\alpha^{(0,m_2,0,m_4,\dots,0)}\}$, como una torre de excitaciones de KK de un campo correspondiente; bajo este lenguaje especial, algún campo φ_α tiene asociado $2^n - 1$ torres de excitaciones de KK ($\phi_\alpha^{(\underline{m})}$) y un modo cero ($\phi_\alpha^{(\underline{0})}$).

Con el fin de recuperar el ME en el límite $R_i \rightarrow 0$, es necesario definir paridad sobre cada campo. Permitiendo elegir aquellos campos básicos que podrán tener el modo cero de KK, $\phi_\alpha^{(\underline{0})}$, en la expansión, que identificaremos como los campos del ME 4-dimensional, es decir, la teoría de bajas energías. De esta forma, el conjunto de campos $\{\varphi_\alpha\}$ es dividido en campos par $\{\varphi_a^E\}$ e impar $\{\varphi_{a'}^O\}$, tal que su expansión de Fourier es escrita de manera sucinta como

$$\varphi_a^E(x, \bar{x}) = \phi_a^{(\underline{0})}(x) f_E^{(\underline{0})} + \sum_{(\underline{m})} \phi_a^{(\underline{m})}(x) f_E^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}), \quad (2.4a)$$

$$\varphi_{a'}^O(x, \bar{x}) = \sum_{(\underline{m})} \phi_{a'}^{(\underline{m})}(x) f_O^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}), \quad (2.4b)$$

donde el símbolo $\sum_{(\underline{m})}$ resumen un total de $2^n - 1$ series diferentes de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \sum_{(\underline{m})} \phi^{(\underline{m})}(x) f_{E,O}^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) &:= \sum_{m_1=1}^{\infty} \phi^{(m_1,0,\dots,0)}(x) f_{E,O}^{(m_1,0,\dots,0)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) + \sum_{m_2=1}^{\infty} \phi^{(0,m_2,0,\dots,0)}(x) f_{E,O}^{(0,m_2,0,\dots,0)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) \\ &+ \dots + \sum_{m_1, m_2=1}^{\infty} \phi^{(m_1, m_2, 0, \dots, 0)}(x) f_{E,O}^{(m_1, m_2, 0, \dots, 0)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) + \dots \\ &+ \sum_{m_1, \dots, m_n=1}^{\infty} \phi^{(m_1, \dots, m_n)}(x) f_{E,O}^{(m_1, \dots, m_n)}(\bar{p} \cdot \bar{x}). \end{aligned} \quad (2.5)$$

El conjunto de funciones $\{f_E^{(\underline{0})}, f_E^{(\underline{m})}, f_O^{(\underline{m})}\}$ y $\{\phi_a^{(\underline{0})}(x), \phi_a^{(\underline{m})}(x), \phi_{a'}^{(\underline{m})}(x)\}$ son definidos en el apéndice A.

La masa física de una partícula que se propaga en la variedad $4+n$ -dimensional es $P_M P^M = m_{\phi^{(\underline{0})}}^2$, con momento $P^M = \{p^\mu, p^{\bar{\mu}}\}$, donde, de las relaciones $\partial_{\bar{\mu}} f_{O,E}^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = \pm p_{\bar{\mu}} f_{E,O}^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x})$, el momento correspondientes a las dimensiones extras, $p^{\bar{\mu}}$, se discretiza de manera natural, ya que este depende del modo de KK (\underline{m}) . Desde la perspectiva de $SO(1, 3)$ se tiene $p_\mu p^\mu = -p_{\bar{\mu}} p^{\bar{\mu}} + m_{\phi^{(\underline{0})}}^2$, consecuentemente en la teoría efectiva 4-dimensional las masas de las partículas excitaciones de KK surgen con masa igual a¹

$$m_{\phi^{(\underline{m})}}^2 = m_{(\underline{m})}^2 + m_{\phi^{(\underline{0})}}^2, \quad -p_{\bar{\mu}} p^{\bar{\mu}} \equiv m_{(\underline{m})}^2. \quad (2.6)$$

De los puntos anteriores, puede verse que este proceso de compactificación induce un mecanismo *tipo Higgs* [19], donde la escala de compactificación, $m_{(\underline{m})}$, contribuye a las masas de los excitaciones de KK exclusivamente en la forma de (2.6). El mapeo (2.4) conduce a un sistema físico cuyos grados de libertad, $\{\phi_a^{(\underline{0})}(x), \phi_a^{(\underline{m})}(x), \phi_{a'}^{(\underline{m})}(x)\}$, ya no dependen de los

¹Usamos la métrica con signatura negativa: $g_{MN} = \text{diag}(+1, -1, \dots, -1)$.

índices continuos \bar{x} . Después de asumir paridad sobre los parámetros de norma $\alpha(x, \bar{x})$ (similar a (2.4a)), las transformaciones de norma asociadas con $G(\mathcal{M}^d)$ se descomponen en dos tipos de transformaciones de norma independientes, un grupo de transformaciones de norma está definido por los parámetros $\alpha^{(0)}(x)$, el modo cero de KK, el cual corresponde a la Transformación de Norma Estándar (TNE) del ME en \mathcal{M}^4 describiendo al grupo de norma $G(\mathcal{M}^4)_{SM} = \text{SU}(3, \mathcal{M}^4) \times \text{SU}(2, \mathcal{M}^4) \times \text{U}(1, \mathcal{M}^4)$. Los otros tipos de transformaciones de norma están determinados por los parámetros $\alpha^{(\underline{m})}(x)$, las cuales llamamos Transformaciones de Norma No Estándar (TNNE), las cuales no forman un álgebra cerrada de Lie. Como se ha demostrado en [18–20], la existencia de estos dos tipos de simetrías es común al fenómeno de ocultamiento de una simetría. Para cuantizar la teoría, es necesario tener en cuenta ambos tipos de transformaciones de norma [20].

Después de sustituir la expansión de Fourier e integrar las dimensiones extras compactas en la acción (2.1), uno obtiene una teoría efectiva en la que las simetrías estándar $\{\text{SO}(1, 3), G(\mathcal{M}^4)_{SM}\}$ son manifiestas, esto es,

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \mathcal{L}_{\text{eff}}^{D=4} + \mathcal{L}_{\text{eff}}^{D>4}, \quad (2.7)$$

donde $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{D=4}$, viene directamente de $\mathcal{L}_{4+n}^{\text{SM}}$ en la ecuación (2.3) y contiene solo interacciones renormalizables descritas por

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{D=4} = \mathcal{L}^{\text{SM}} \left(\phi_{\alpha}^{(0)}, \partial_{\mu} \phi_{\alpha}^{(0)} \right) + \sum_{(\underline{m})} \mathcal{L}^{(\underline{m})} \left(\phi_{\alpha}^{(0)}, \partial_{\mu} \phi_{\alpha}^{(0)}; \phi_{\alpha}^{(\underline{n})}, \partial_{\mu} \phi_{\alpha}^{(\underline{n})} \right), \quad (2.8)$$

siendo \mathcal{L}^{SM} el lagrangiano del ME. El segundo término corresponde a una serie infinita que contiene acoplamientos entre campos del ME y excitaciones de KK, así como interacciones únicamente entre excitaciones de KK. Este lagrangiano depende de la escala de compactificación vía las masas de los campos excitaciones de KK, $m_{(\underline{m})}$, asociados a las partículas conocidas, pero no depende de la escala Λ , además se espera que $v < m_{(\underline{m})} < \Lambda$, con v la escala de Fermi. También, debido a la presencia de los campos excitaciones de KK, el lagrangiano (2.8), además de las divergencias que surgen en la teoría cuántica de campos asociado con los efectos de distancias cortas, contiene divergencias que surgen de considerar las contribuciones virtuales de un número infinito de partículas, a saber, las excitaciones de KK. Más adelante, en la segunda parte de la tesis, donde se estudian efectos virtuales de un lazo de excitaciones de KK sobre observables electrodébiles, mostraremos como regularizar y renormalizar este tipo de divergencias.

El término $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{D>4}$ en (2.7) contiene solo términos no renormalizables, los cuales dependen explícitamente (y posiblemente implícitamente a través de los coeficientes desconocidos) de la escala de la nueva física Λ . Tal lagrangiano es descrito por

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{D>4} = \sum_{K,i} \frac{\alpha_{K,i}}{\Lambda^K} \mathcal{O}_i^{(K+4)} \left(\phi_{\alpha}^{(0)}, \partial_{\mu} \phi_{\alpha}^{(0)} \right) + \sum_{K,i} \frac{\beta_{K,i}}{\Lambda^K} \sum_{(\underline{m})} \mathcal{O}_i^{(K+4)(\underline{m})} \left(\phi_{\alpha}^{(0)}, \partial_{\mu} \phi_{\alpha}^{(0)}; \phi_{\alpha}^{(\underline{n})}, \partial_{\mu} \phi_{\alpha}^{(\underline{n})} \right), \quad (2.9)$$

donde el primer término depende únicamente de los modos cero, estos es, de las partículas del ME, mientras que el segundo término depende también de los excitaciones de KK. Este lagrangiano no renormalizable depende de las tres escalas: v , R^{-1} (R tamaño de la variedad

compacta o escala de compactificación) y Λ .

En lo que sigue, nos enfocaremos en el lagrangiano $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{D=4}$, el cual contiene términos de dimensión canónica $D = 4$ y es derivado de la extensión directa del ME como sigue

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{D=4} := \int d^n \bar{x} \mathcal{L}_{(4+n)}^{\text{SM}}, \quad (2.10)$$

donde

$$\mathcal{L}_{(4+n)}^{\text{SM}} = \mathcal{L}_{(4+n)}^{\text{YM}} + \mathcal{L}_{(4+n)}^{\text{H}} + \mathcal{L}_{(4+n)}^{\text{C}} + \mathcal{L}_{(4+n)}^{\text{Y}}, \quad (2.11)$$

con $\mathcal{L}_{(4+n)}^{\text{YM}}$, $\mathcal{L}_{(4+n)}^{\text{H}}$, $\mathcal{L}_{(4+n)}^{\text{C}}$, y $\mathcal{L}_{(4+n)}^{\text{Y}}$ representan, respectivamente, la generalización directa $(4+n)$ -dimensional de los sectores de Yang-Mills, Higgs, Corrientes, y Yukawa tal como los conocemos en el ME. En lo que sigue, describiremos cada uno de estos sectores.

2.2. Sector Yang-Mills

La teoría de Yang-Mills es un ingrediente fundamental del Modelo Estándar, así que iniciaremos con una discusión general del proceso de compactificación de este tipo de teoría [18] para posteriormente pasar a los casos específicos de los grupos de norma involucrados en el modelo.

2.2.1. Teoría de Yang-Mills en un espacio $4+n$ -dimensional

El lagrangiano de Yang-Mills extendido a la variedad \mathcal{M}^d es

$$\mathcal{L}_{EDYM}(x, \bar{x}) = -\frac{1}{4} \mathcal{F}_{MN}^a(x, \bar{x}) \mathcal{F}_a^{MN}(x, \bar{x}), \quad (2.12)$$

el cual es invariante bajo los grupos extendidos $\{\text{ISO}(1, 3+n), \text{SU}(N, \mathcal{M}^d)\}$. La conexión definida en \mathcal{M}^d , tiene componentes $\mathcal{A}_M^a(x, \bar{x})$, las cuales se conocen también con el nombre de campos de norma. En esta teoría, los índices de norma corren de 1 a $N^2 - 1$. Estos campos transforman bajo $\text{SU}(N, \mathcal{M}^d)$ de la siguiente forma

$$\delta \mathcal{A}_M^a(x, \bar{x}) = \mathcal{D}_M^{ab} \alpha^b(x, \bar{x}), \quad (2.13)$$

siendo $\mathcal{D}_M^{ab} = \delta^{ab} \partial_M - g_d C^{abc} \mathcal{A}_M^c$ la derivada covariante en la representación adjunta, los $\alpha^a(x, \bar{x})$ son los parámetros de norma definidos en todo \mathcal{M}^d , g_d es la constante de acoplamiento, la cual tiene dimensión canónica $-n/2$. Las componentes de la curvatura en términos de las componentes de los campos de norma es dada por

$$\mathcal{F}_{MN}^a(x, \bar{x}) = \partial_M \mathcal{A}_N^a(x, \bar{x}) - \partial_N \mathcal{A}_M^a(x, \bar{x}) + g_d f^{abc} \mathcal{A}_M^b(x, \bar{x}) \mathcal{A}_N^c(x, \bar{x}), \quad (2.14)$$

utilizando (2.13), las componentes de la curvatura transforma como

$$\delta \mathcal{F}_{MN}^a(x, \bar{x}) = g_d f^{abc} \mathcal{F}_{MN}^b(x, \bar{x}) \alpha^c(x, \bar{x}). \quad (2.15)$$

A continuación hagamos un primer mapeo, el cual consiste en organizar las componentes de la conexión $\mathcal{A}_M^a(x, \bar{x})$ en las componentes de los campos 1-forma $\mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x})$ y n escalares

$\mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x})$, respecto al subgrupo $\text{SO}(1, 3)$ de $\text{SO}(1, 3+n)$. Bajo este mapeo, $\mathcal{A}_M^a \mapsto \{\mathcal{A}_\mu^a, \mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a\}$, las curvaturas se descomponen en $\mathcal{F}_{MN}^a(x, \bar{x}) \mapsto \{\mathcal{F}_{\mu\nu}^a(x, \bar{x}), \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x}), \mathcal{F}_{\bar{\mu}\nu}^a(x, \bar{x})\}$, donde los objetos $\mathcal{F}_{\mu\nu}^a, \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a$, y $\mathcal{F}_{\bar{\mu}\nu}^a$ transforman, respectivamente, como una 2-forma, 1-forma, y 0-forma bajo el subgrupo $\text{SO}(1, 3)$. Entonces, el lagrangiano de Yang-Mills extradimensional (2.12) toma la siguiente forma

$$\mathcal{L}_{EDYM} = -\frac{1}{4} [\mathcal{F}_{\mu\nu}^a(x, \bar{x})\mathcal{F}_a^{\mu\nu}(x, \bar{x}) + 2\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x})\mathcal{F}_a^{\bar{\mu}\bar{\nu}}(x, \bar{x}) + \mathcal{F}_{\bar{\mu}\nu}^a(x, \bar{x})\mathcal{F}_a^{\bar{\mu}\nu}(x, \bar{x})] . \quad (2.16)$$

Este lagrangiano sigue siendo manifiestamente invariante bajo $\text{SU}(N, \mathcal{M}^d)$, pero ahora la invarianza bajo $\text{SO}(1, 3+n)$ está oculta, en el sentido que es manifiestamente invariante bajo $\text{SO}(1, 3)$.

Ahora postulamos que la variedad n -dimensional, correspondientes a las dimensiones extras, es una variedad compacta, a saber, un n -toro, el cual está formado por n productos directos de S^1 . Con esto los campos de norma son periódicos en esta variedad. Un paso clave para recuperar la teoría de Yang-Mills estándar 4-dimensional, es imponer condiciones de paridad sobre los campos de norma, tal que los modos ceros de Fourier correspondan a los campos de la teoría de Yang-Mills estándar. La variedad compacta, conteniendo las características anteriores, se denota por n productos directos de orbifold S^1/Z_2 . Entonces los campos y parámetros de norma cumplen

$$\mathcal{A}_M^a(x, \bar{x} + 2\pi R) = \mathcal{A}_M^a(x, \bar{x}) , \quad (2.17a)$$

$$\alpha^a(x, \bar{x} + 2\pi R) = \alpha^a(x, \bar{x}) , \quad (2.17b)$$

donde $R = (R_1, R_2, \dots, R_n)$, R_i es radio del i -ésimo círculo S^1 . Además, con la finalidad de recuperar la teoría de Yang-Mills estándar 4-dimensional en el límite $R_i \rightarrow 0$, se define las siguientes condiciones de paridad

$$\mathcal{A}_\mu^a(x, -\bar{x}) = \mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x}) , \quad (2.18a)$$

$$\mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a(x, -\bar{x}) = -\mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a(x, \bar{x}) , \quad (2.18b)$$

$$\alpha^a(x, -\bar{x}) = \alpha^a(x, \bar{x}) , \quad (2.18c)$$

estas condiciones de paridad son heredadas a las componentes de las curvaturas, resultando que $\mathcal{F}_{\mu\nu}^a, \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a$, y $\mathcal{F}_{\bar{\mu}\nu}^a$ tengan paridad par, impar y par, respectivamente.

Con lo anterior podemos realizar el segundo mapeo, una expansión en serie de Fourier de los campos, sobre la variedad compacta, de la siguiente forma

$$\mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x}) = f_E^{(0)} A_\mu^{(0)a}(x) + \sum_{\langle m \rangle} f_E^{(m)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) A_\mu^{(m)a}(x) , \quad (2.19a)$$

$$\mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a(x, \bar{x}) = \sum_{\langle m \rangle} f_O^{(m)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x) , \quad (2.19b)$$

este mapeo, en el espacio fase, corresponde a una transformación canónica [19], de tal manera que se preserve la estructura de norma de la teoría. Implicando que la teoría escrita en términos de los campos $\mathcal{A}_M^a(x, \bar{x})$ es, clásicamente, equivalente a la descrita por los coeficientes de

Fourier $\{A_\mu^{(0)a}(x), A_\mu^{(m)a}(x), A_{\bar{\mu}}^{(m)a}(x)\}$. Las transformaciones (2.19) permiten mapear campos de norma \mathcal{A}_M^a de $SU(N, \mathcal{M}^d)$ a campos de norma del grupo $SU(N, \mathcal{M}^4)$ y otros campos con leyes de transformación bien definidas bajo $SU(N, \mathcal{M}^4)$ e $ISO(1, 3)$. Cabe mencionar que la diferencia entre $SU(N, \mathcal{M}^d)$ y $SU(N, \mathcal{M}^4)$ [18–20], no es el número de generadores, si no el número de componentes de las conexiones asociados a cada grupo, ya que para $SU(N, \mathcal{M}^d)$ se tienen $(N^2 - 1) \times (4 + n)$ mientras que para $SU(N, \mathcal{M}^4)$ es $(N^2 - 1) \times 4$. Además, los parámetros de norma son mapeados en $\alpha_a(x, \bar{x}) \mapsto \{\alpha_a^{(0)}(x), \alpha_a^{(m)}(x)\}$, donde el primero, modo cero de KK, corresponde a los parámetros del grupo $SU(N, \mathcal{M}^4)$ que pertenece al grupo de transformaciones que son llamados TNE, mientras que los parámetros de norma excitaciones de KK, no forman un álgebra Lie cerrada y estos definen a las TNNE.

La expansión de las componentes de la curvatura toma la forma

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}^a(x, \bar{x}) = f_E^{(0)} \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(0)a}(x) + \sum_{(m)} f_E^{(m)} (\bar{p} \cdot \bar{x}) \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(m)a}(x), \quad (2.20a)$$

$$\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^a(x, \bar{x}) = \sum_{(m)} f_O^{(m)} (\bar{p} \cdot \bar{x}) \mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)a}(x), \quad (2.20b)$$

$$\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x}) = f_E^{(0)} \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(0)a}(x) + \sum_{(m)} f_E^{(m)} (\bar{p} \cdot \bar{x}) \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)a}(x), \quad (2.20c)$$

donde los coeficientes de Fourier de las curvaturas (2.20), utilizando (2.19) y las propiedades de las funciones $\{f_E^{(0)}, f_E^{(m)}, f_O^{(m)}\}$, son

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}^{(0)a} = F_{\mu\nu}^{(0)a} + g_4 f^{abc} \sum_{(m)} A_\mu^{(m)b} A_\nu^{(m)c}, \quad (2.21a)$$

$$\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^{(0)a} = g_4 f^{abc} \sum_{(m)} A_{\bar{\mu}}^{(m)b} A_{\bar{\nu}}^{(m)c}, \quad (2.21b)$$

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}^{(m)a} = \mathcal{D}_\mu^{(0)ab} A_\nu^{(m)b} - \mathcal{D}_\nu^{(0)ab} A_\mu^{(m)b} + g_4 f^{abc} \sum_{(kr)} \Delta_{(mkr)} A_\mu^{(k)b} A_\nu^{(r)c}, \quad (2.21c)$$

$$\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)a} = p_{\bar{\mu}}^{(m)} A_{\bar{\nu}}^{(m)a} - p_{\bar{\nu}}^{(m)} A_{\bar{\mu}}^{(m)a} + g_4 f^{abc} \sum_{(kr)} \Delta'_{(krm)} A_{\bar{\mu}}^{(k)b} A_{\bar{\nu}}^{(r)c}, \quad (2.21d)$$

$$\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)a} = \mathcal{D}_\mu^{(0)ab} A_{\bar{\nu}}^{(m)b} + p_{\bar{\nu}}^{(m)} A_\mu^{(m)a} + g_4 f^{abc} \sum_{(kr)} \Delta'_{(mrk)} A_\mu^{(k)b} A_{\bar{\nu}}^{(r)c}, \quad (2.21e)$$

donde en lugar de usar $p_{\bar{\mu}}$, utilizado en la sección 2.1, es conveniente utilizar

$$p_{\bar{\mu}}^{(m)} = \sum_{\alpha=1}^n \frac{m_\alpha}{R_\alpha} \delta_{\bar{\mu} 4+\alpha}. \quad (2.22)$$

Los símbolos $\Delta_{(krm)}$ y $\Delta'_{(krm)}$ son definidos en el apéndice A. Las expresiones $F_{\mu\nu}^{(0)a}$ y $\mathcal{D}_\mu^{(0)ab}$ son, respectivamente, las componentes de la curvatura y derivada covariante asociadas al grupos de

norma $SU(N, \mathcal{M}^4)$, dado por

$$F_{\mu\nu}^{(0)a} = \partial_\mu A_\nu^{(0)a} - \partial_\nu A_\mu^{(0)a} + g_4 f^{abc} A_\mu^{(0)b} A_\nu^{(0)c}, \quad (2.23a)$$

$$\mathcal{D}_\mu^{(0)ab} = \delta^{ab} \partial_\mu - g_4 f^{abc} A_\mu^{(0)c}. \quad (2.23b)$$

Las constantes de acoplamiento g_d están relacionadas con las constantes adimensional g_4 mediante la relación

$$g_4 = \frac{g_d}{\sqrt{\prod_{\alpha=1}^n (2\pi R_\alpha)}}. \quad (2.24)$$

Al sustituir las expresiones de la curvatura, dados arriba, en el lagrangiano (2.16) e integrar las dimensiones extras, obtenemos el lagrangiano efectivo de Yang-Mills en el espacio-tiempo 4-dimensional,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{4DYM}(x) &= \int_0^{2\pi R} \mathcal{L}_{EDYM}(x, \bar{x}) d^n \bar{x}, \\ &= -\frac{1}{4} \left\{ \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(0)a}(x) \mathcal{F}_a^{(0)\mu\nu}(x) + \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(0)a}(x) \mathcal{F}_a^{(0)\bar{\mu}\bar{\nu}}(x) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\underline{(m)}} \left[\mathcal{F}_{\mu\nu}^{(\underline{m})a}(x) \mathcal{F}_a^{(\underline{m})\mu\nu}(x) + 2\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\underline{m})a}(x) \mathcal{F}_a^{(\underline{m})\bar{\mu}\bar{\nu}}(x) + \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\underline{m})a}(x) \mathcal{F}_a^{(\underline{m})\bar{\mu}\bar{\nu}}(x) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

el cual es manifiestamente invariante bajo los grupos estándar $\{\text{ISO}(1, 3), SU(N, \mathcal{M}^4)\}$.

2.2.1.1. Espectro de masas

Como una consecuencia de tener una variedad extra-dimensional compacta y, simultáneamente, el rompimiento explícito del grupo $\text{ISO}(1, 3 + n)$ al grupo $\text{ISO}(1, 3)$, surgen términos de masa para las torres de excitaciones de KK de los campos vectoriales $A_\mu^{(\underline{m})a}$ y campos escalares $A_{\bar{\mu}}^{(\underline{m})a}$, estas son contenidos, respectivamente, en las siguientes expresiones

$$-\frac{1}{2} \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\underline{m})a} \mathcal{F}_a^{(\underline{m})\bar{\mu}\bar{\nu}} = \frac{1}{2} m_{(\underline{m})}^2 A_\mu^{(\underline{m})a} A_a^{(\underline{m})\mu} + \dots \quad (2.26a)$$

$$-\frac{1}{4} \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\underline{m})a} \mathcal{F}_a^{(\underline{m})\bar{\mu}\bar{\nu}} = -\frac{1}{2} A_{\bar{\mu}}^{(\underline{m})a} \tilde{\mathfrak{M}}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\underline{m})} A_{\bar{\nu}}^{(\underline{m})a} + \dots, \quad (2.26b)$$

donde los campos vectoriales excitaciones de KK, $A_\mu^{(\underline{m})a}$, dado una configuración de $\underline{(m)}$, tienen masa igual a $m_{(\underline{m})}$, descrito por la siguiente expresión

$$m_{(\underline{m})}^2 = \left(\frac{m_1}{R_1} \right)^2 + \dots + \left(\frac{m_n}{R_n} \right)^2 = p_\mu^{(\underline{m})} p_\mu^{(\underline{m})}, \quad (2.27)$$

p.ej. el campo vectorial $A_\mu^{(m_1, 0, m_2, 0, \dots, 0)a}$ tiene asociada la masa $m_{(m_1, 0, m_2, 0, \dots, 0)}^2 = \left(\frac{m_1}{R_1} \right)^2 + \left(\frac{m_2}{R_2} \right)^2$. Estas masas corresponden a cantidades invariantes de $\text{SO}(1, 3)$. La masa de los campos escalares, $A_{\bar{\mu}}^{(\underline{m})a}$, es descrito por la matriz de masa simétrica $\tilde{\mathfrak{M}}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\underline{m})} = m_{(\underline{m})}^2 \delta_{\bar{\mu}\bar{\nu}} - p_{\bar{\mu}}^{(\underline{m})} p_{\bar{\nu}}^{(\underline{m})}$ de

dimensión $n \times n$. Note que esta matriz coincide con el tensor de inercia, por unidad de masa, de una partícula masiva localizada en $\mathbf{r}^\dagger = (p_5, \dots, p_{n+4})$, respecto a algún sistema de referencia Euclideo n -dimensional, rotando con velocidad angular ω alrededor de un eje arbitrario $\hat{\omega} = \boldsymbol{\omega}/\omega$. De aquí la matriz $\mathfrak{M}^{(\underline{m})}$ puede ser descompuesto como

$$\tilde{\mathfrak{M}}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\underline{m})} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(\underline{m})} \mathfrak{M}_{\bar{\mu}'\bar{\nu}'}^{(\underline{m})} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(\underline{m})} . \quad (2.28)$$

La matriz $\tilde{\mathfrak{M}}^{(\underline{m})}$ es singular, $\left(\tilde{\mathfrak{M}}^{(\underline{m})}\right)^2 = m_{(\underline{m})}^2 \tilde{\mathfrak{M}}^{(\underline{m})}$, su traza es $(n-1)m_{(\underline{m})}^2$ y dado que una matriz idempotente, $A = \tilde{\mathfrak{M}}^{(\underline{m})}/m_{(\underline{m})}^2$, tiene eigenvalores 1 ó 0, se determina que $\mathfrak{M}^{(\underline{m})} = \text{diag}(m_{(\underline{m})}^2, m_{(\underline{m})}^2, \dots, m_{(\underline{m})}^2, 0)$, y $\mathcal{R}^{(\underline{m})}$ es una matriz ortogonal que transforma las componente de los egenectores de masa $A_{\bar{\mu}'}^{(\underline{m})a} \equiv (A_{\bar{n}}^{(\underline{m})a}, A_G^{(\underline{m})a})$ en $A_{\bar{\mu}}^{(\underline{m})a}$, a saber,

$$A_{\bar{\mu}}^{(\underline{m})a} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(\underline{m})} A_{\bar{\mu}'}^{(\underline{m})a} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(\underline{m})} A_{\bar{n}}^{(\underline{m})a} + \mathcal{R}_{\bar{\mu}G}^{(\underline{m})} A_G^{(\underline{m})a}, \quad \bar{n} = 1, 2, \dots, n-1 . \quad (2.29)$$

Note que de esta transformación, dado una (\underline{m}) , surgen $n-1$ escalares $A_{\bar{n}}^{(\underline{m})a}$ masivos y un escalar $A_G^{(\underline{m})a}$ sin masa. Dar una expresión exacta de las columnas de las matrices $\mathcal{R}^{(\underline{m})}$ no es trivial, sin embargo podemos obtener las siguientes identidades útiles (y suficientes)

$$p_{\bar{\nu}}^{(\underline{m})} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(\underline{m})} = m_{(\underline{m})} \delta_{\bar{\nu}G} , \quad (2.30)$$

del cual

$$\mathcal{R}_{\bar{\nu}G}^{(\underline{m})} = \frac{p_{\bar{\nu}}^{(\underline{m})}}{m_{(\underline{m})}} , \quad (2.31)$$

observe que estos son las componentes del eigenvector con valor propio nulo, el cual tiene la dirección del vector de posición \mathbf{r} . Después de considerar la transformación (2.29) en la teoría efectiva (2.25), este queda descrito por un campo de norma $A_{\bar{\mu}}^{(0)a}$, para todas las posibles configuraciones de (\underline{m}) (torres de KK), hay $(2^n - 1)$ torres excitaciones de KK de campos vectoriales masivos $A_{\bar{\mu}}^{(\underline{m})a}$, $(2^n - 1)$ torres de campos escalares sin masa y $(2^n - 1)(n-1)$ torres de KK de campos escalares masivos. Note que el número de torres de KK de campos vectoriales masivos coincide con el número de torres de KK de escalares sin masa (pseudo-Golstone), de aquí el esquema de compactificación implica un mecanismo generador de masa diferente al mecanismo de Higgs, ya que los seudo bosones de Goldstone no surgen de generadores rotos. Estos pseudo-Goldstone pueden ser removidos mediante una TNNE específica, de la misma manera como se realiza en teorías que tienen implementado el mecanismo de Higgs. En ambos esquemas, dicha transformación define la llamada norma unitaria, ya que la eliminación de los pseudo bosones de Goldstone de la teoría permite identificar a los campos de norma que son dotados de masa como campos de Proca [19]. Cabe mencionar que en el caso de una dimensión extra, $n = 1$, no hay campos escalares masivos [20].

Habiendo presentado una discusión sobre los sectores de Yang-Mills con dimensiones extras en general, pasemos a describir el caso específico del sector de Yang-Mills del ME con

dimensiones extras. Dicho sector está dado por

$$\mathcal{L}_{(4+n)}^{\text{YM}} = -\frac{1}{4}\mathcal{G}_{MN}^a(x, \bar{x})\mathcal{G}_a^{MN}(x, \bar{x}) - \frac{1}{4}\mathcal{W}_{MN}^i(x, \bar{x})\mathcal{W}_i^{MN}(x, \bar{x}) - \frac{1}{4}\mathcal{B}_{MN}(x, \bar{x})\mathcal{B}^{MN}(x, \bar{x}), \quad (2.32)$$

donde $\mathcal{G}_{MN}^a(x, \bar{x})$, $\mathcal{W}_{MN}^i(x, \bar{x})$, y $\mathcal{B}_{MN}(x, \bar{x})$ son las componentes de la curvatura valuados sobre las álgebras de Lie $su_C(3, \mathcal{M}^d)$, $su_L(2, \mathcal{M}^d)$, y $u_Y(1, \mathcal{M}^d)$, respectivamente, las cuales, en términos de las componentes correspondientes de las conexiones, son dados por

$$\mathcal{G}_{MN}^a = \partial_M \mathcal{G}_N^a - \partial_N \mathcal{G}_M^a + g_{s(4+n)} f^{abc} \mathcal{G}_M^b \mathcal{G}_N^c, \quad a, b, c = 1, \dots, 8 \quad (2.33a)$$

$$\mathcal{W}_{MN}^i = \partial_M \mathcal{W}_N^i - \partial_N \mathcal{W}_M^i + g_{(4+n)} \epsilon^{ijk} \mathcal{W}_M^j \mathcal{W}_N^k, \quad i, j, k = 1, 2, 3 \quad (2.33b)$$

$$\mathcal{B}_{MN} = \partial_M \mathcal{B}_N - \partial_N \mathcal{B}_M, \quad (2.33c)$$

donde $g_{s(4+n)}$ y $g_{(4+n)}$ son las constantes de acoplamiento de los grupos de color y débil, respectivamente, las cuales tienen dimensión canónica $-\frac{n}{2}$, mientras que f^{abc} y ϵ^{ijk} son las constantes de estructura que definen las respectivas álgebras de Lie.

Después de introducir las descomposiciones de Fourier de las componentes de las curvaturas en la ecuación (2.32) e integrando sobre \mathcal{N}^n , obtenemos el lagrangiano efectivo del sector de Yang-Mills 4-dimensional,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{YM}} = & -\frac{1}{4} \sum_{\mathcal{F}=\mathcal{G}, \mathcal{W}, \mathcal{B}} \left\{ \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(0)a} \mathcal{F}_a^{(0)\mu\nu} + \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(0)a} \mathcal{F}_a^{(0)\bar{\mu}\bar{\nu}} \right. \\ & \left. + \sum_{(m)} \left[\mathcal{F}_{\mu\nu}^{(m)a} \mathcal{F}_a^{(m)\mu\nu} + 2\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)a} \mathcal{F}_a^{(m)\mu\bar{\nu}} + \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)a} \mathcal{F}_a^{(m)\bar{\mu}\bar{\nu}} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.34)$$

donde, implícito en estas expresiones, está el uso apropiado de las expresiones (2.21)-(2.29).

Debido a los acoplamientos que genera el mecanismo de Higgs entre los bosones de norma del sector electrodébil con los campos escalares que aparecen el doblete de Higgs, conviene tratar separadamente a los sectores de cromodinámica cuántica (QCD) y electrodébil (EW), esto es, dividimos a este sector en dos partes:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{YM}} = \mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{YMQCD}} + \mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{YMEW}}, \quad (2.35)$$

cada una de las cuales será descrita a continuación.

2.2.2. El sector QCD: Gluones

Al considerar que \mathcal{A}_M representa a \mathcal{G}_M ($A \mapsto G$) en las expresiones (2.21)-(2.29) el lagrangiano efectivo del sector de QCD es dividido en tres sectores diferentes, dependiendo del tipo de interacción local, a saber,

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{YMQCD}} = \mathcal{L}_{\text{s-s}}^{\text{YMQCD}} + \mathcal{L}_{\text{v-s}}^{\text{YMQCD}} + \mathcal{L}_{\text{v-v}}^{\text{YMQCD}}, \quad (2.36)$$

los cuales describiremos a continuación.

Espectro de masas y autointeracciones de escalares. Como se mostró anteriormente, los

$(2^n - 1)n$ torres de KK de campos escalares $G_{\bar{\mu}}^{(m)a}$ se manifiestan en forma bilineal, tal que, después de una diagonalización adecuada, ec. (2.29), uno reconoce $(2^n - 1)$ torres de bosones pseudo-Goldstone, el cual denotamos aquí como $G_G^{(m)a}$ y $(2^n - 1)(n - 1)$ torres de KK de campos escalares masivos, denotados por $G_{\bar{n}}^{(m)a}$, con $\bar{n} = 1, 2, \dots, n - 1$. Con esto el sector que contiene las masas y autointeracciones de escalares es

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{s-s}^{\text{YM QCD}} &:= -\frac{1}{4} \left[\mathcal{G}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(0)a} \mathcal{G}_a^{(0)\bar{\mu}\bar{\nu}} + \sum_{(m)} \mathcal{G}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)a} \mathcal{G}_a^{(m)\bar{\mu}\bar{\nu}} \right] \\
 &= -\frac{1}{2} \sum_{(m)} \left\{ m_{(m)}^2 G_{\bar{n}}^{(m)a} G_{\bar{n}}^{(m)a} + 2g_s f^{abc} p_{\bar{\mu}}^{(m)} \sum_{(rs)} \Delta'_{(rsm)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(m)} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(r)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(s)} G_{\bar{\nu}'}^{(m)a} G_{\bar{\mu}'}^{(r)b} G_{\bar{\nu}'}^{(s)c} \right. \\
 &\quad + \frac{1}{2} g_s^2 f^{abc} f^{ade} \left[\sum_{(rspq)} \Delta'_{(rsm)} \Delta'_{(pqm)} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(r)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(s)} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(p)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(q)} G_{\bar{\mu}'}^{(r)b} G_{\bar{\nu}'}^{(s)c} G_{\bar{\rho}'}^{(p)d} G_{\bar{\sigma}'}^{(q)e} \right. \\
 &\quad \left. \left. + \sum_{(r)} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(m)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(m)} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\rho}'}^{(r)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\sigma}'}^{(r)} G_{\bar{\mu}'}^{(m)b} G_{\bar{\nu}'}^{(m)c} G_{\bar{\rho}'}^{(r)d} G_{\bar{\sigma}'}^{(r)e} \right] \right\}, \tag{2.37}
 \end{aligned}$$

donde inmediatamente reconocemos los campos masivos $G_{\bar{n}}^{(m)}$, con masa $m_{(m)}$, así como varias interacciones trilineales y cuárticas entre ellos. Además, una TNNE apropiada [21] nos permite obtener $G_G^{(m)} = 0$; esto es lo que llamamos la norma unitaria, debido a su similitud con la norma usada en el ME para eliminar a los pseudo bosones de Goldstone que aparecen en el sector electrodébil. En esta norma, se tiene $G_{\bar{\mu}}^{(m)} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(m)} G_{\bar{\mu}'}^{(m)} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} G_{\bar{n}}^{(m)}$.

Espectro de masa de excitaciones de norma y interacciones vector-escalar. El sector que contiene las masas de las excitaciones de KK vectoriales $G_{\bar{\mu}}^{(m)a}$, así como sus interacciones con los escalares $G_{\bar{\mu}'}^{(m)a}$, están contenidos en el lagrangiano

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{s-v}^{\text{YM QCD}} &:= -\frac{1}{2} \sum_{(m)} \mathcal{G}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)a} \mathcal{G}_a^{(m)\bar{\mu}\bar{\nu}} \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{(m)} \left\{ \mathcal{D}_{\bar{\nu}'}^{(0)ab} G_{\bar{\nu}'}^{(m)b} \mathcal{D}_{ac}^{(0)\mu} G_{\bar{\nu}'}^{(m)c} + 2m_{(m)} G_{\bar{\mu}}^{(m)a} \mathcal{D}_{ab}^{(0)\mu} G_G^{(m)b} + m_{(m)}^2 G_{\bar{\mu}}^{(m)a} G_a^{(m)\mu} \right. \\
 &\quad + 2g_s f^{abc} \sum_{(kr)} \Delta'_{(mkr)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\rho}'}^{(r)} G_{\bar{\mu}}^{(k)b} G_{\bar{\rho}'}^{(r)c} \left[\mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(m)} \mathcal{D}_{ad}^{(0)\mu} G_{\bar{\nu}'}^{(m)d} + p_{\bar{\nu}}^{(m)} G_a^{(m)\mu} \right] \\
 &\quad \left. + g_s^2 f^{abc} f^{ade} \sum_{(rspq)} \Delta'_{(mrs)} \Delta'_{(mpq)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\nu}'}^{(s)} \mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{\rho}'}^{(q)} G_a^{(r)\mu} G_{\bar{\nu}'}^{(s)b} G_{\bar{\mu}}^{(p)d} G_{\bar{\rho}'}^{(q)e} \right\}. \tag{2.38}
 \end{aligned}$$

En este lagrangiano están los términos cinéticos para cada uno de los escalares $G_{\bar{\nu}'}^{(m)}$, las masas de los campos de norma excitaciones de KK $G_{\bar{\mu}}^{(m)a}$, así como las interacciones entre los campos de norma de QCD del ME, $G_{\bar{\mu}}^{(0)}$, sus excitaciones de KK, $G_{\bar{\mu}}^{(m)}$, y los escalares excitaciones de KK $G_{\bar{\mu}'}^{(m)}$. Note que el acoplamiento entre un campo vectorial excitado de norma $G_{\bar{\mu}}^{(m)a}$ y campos escalares sin masa $G_G^{(m)a}$, aunque es tratado como un vértice en la teoría de perturba-

ciones, no hay necesidad de hacerlo cuando se considera la norma $G_G^{(m)} = 0$.

Sector vector-vector. El sector conteniendo las interacciones puramente vectorial es descrito por el lagrangiano

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{v-v}}^{\text{YM QCD}} &:= -\frac{1}{4} \left\{ \mathcal{G}_{\mu\nu}^{(0)a} \mathcal{G}_a^{(0)\mu\nu} + \sum_{(m)} \mathcal{G}_{\mu\nu}^{(m)a} \mathcal{G}_a^{(m)\mu\nu} \right\}, \\ &= \mathcal{L}_{\text{SM}}^{\text{QCD}} - \frac{1}{4} \sum_{(m)} \left\{ 2g_s f^{abc} G_{\mu\nu}^{(0)a} G_b^{(m)\mu} G_c^{(m)\nu} \right. \\ &\quad \left. + g_s^2 f^{abc} f^{ade} \sum_{(s)} G_\mu^{(m)b} G_\nu^{(m)c} G_d^{(s)\mu} G_e^{(s)\nu} + \mathcal{G}_{\mu\nu}^{(m)a} \mathcal{G}_a^{(m)\mu\nu} \right\}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Note que este lagrangiano no es afectado por la rotación \mathcal{R} . Observe también que el sector de Yang-Mills usual está contenido en el término

$$\mathcal{L}_{\text{SM}}^{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^{(0)a} G_a^{(0)\mu\nu}. \quad (2.40)$$

También se encuentran los términos cinéticos asociados a $G_\mu^{(m)}$, los cuales surgen del siguiente término

$$\mathcal{G}_{\mu\nu}^{(m)a} = \mathcal{D}_\mu^{(0)ab} G_\nu^{(m)b} - \mathcal{D}_\nu^{(0)ab} G_\mu^{(m)b} + g_s f^{abc} \sum_{(kr)} \Delta_{(mkr)} G_\mu^{(k)b} G_\nu^{(r)c}. \quad (2.41)$$

2.2.3. Sector electrodébil

El sector de Yang-Mills electrodébil está dado por el siguiente lagrangiano efectivo

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{YM EW}} &= -\frac{1}{4} \left\{ \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)i} \mathcal{W}_i^{(0)\mu\nu} + \mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(0)i} \mathcal{W}_i^{(0)\bar{\mu}\bar{\nu}} + \sum_{(m)} \left[\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)i} \mathcal{W}_i^{(m)\mu\nu} + 2\mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)i} \mathcal{W}_i^{(m)\mu\bar{\nu}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)i} \mathcal{W}_i^{(m)\bar{\mu}\bar{\nu}} \right] \right\} - \frac{1}{4} \left\{ \mathcal{B}_{\mu\nu}^{(0)} \mathcal{B}^{(0)\mu\nu} + \sum_{(m)} \left[\mathcal{B}_{\mu\nu}^{(m)} \mathcal{B}^{(m)\mu\nu} + 2\mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)} \mathcal{B}^{(m)\mu\bar{\nu}} + \mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)} \mathcal{B}^{(m)\bar{\mu}\bar{\nu}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Donde las componentes de las diferentes curvaturas que aparecen en esta expresión se obtienen de las expresiones (2.21) mediante los siguientes reemplazamientos: $\mathcal{A} \mapsto \mathcal{W}$ (\mathcal{B}) ($A \mapsto W$ (B)), $f^{abc} \mapsto \epsilon^{ijk}$ (0) y $g_4 \mapsto g$ (g'). Note que para el caso abeliano, $\mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(0)} = 0$. Este lagrangiano es invariante bajo las TNE, las cuales son identificadas con el grupo electrodébil estándar $\text{SU}_L(2, \mathcal{M}^4) \times \text{U}_Y(1, \mathcal{M}^4)$.

Para determinar las masas de las partículas del ME es necesario implementar el mecanismo de Higgs a la escala de Fermi, el cual, como se verá, introduce cambios en las masas de KK del sector electrodébil. El sector de Higgs en la variedad \mathcal{M}^d está dado por

$$\mathcal{L}_{(4+n)}^{\text{H}} = (D_M \Phi)^\dagger (D^M \Phi) - V(\Phi^\dagger, \Phi), \quad (2.43)$$

donde Φ es el doblete de Higgs definido sobre el espacio $(4+n)$ -dimensional. La derivada

covariante en la representación fundamental es

$$D_M = \partial_M - ig_{4+n} \frac{\sigma^i}{2} \mathcal{W}_M^i - ig'_{4+n} \frac{Y}{2} \mathcal{B}_M, \quad (2.44)$$

y la extrapolación directa del potencial de Higgs al espacio $(4+n)$ -dimensional es

$$V(\Phi^\dagger, \Phi) = \mu^2 (\Phi^\dagger \Phi) + \lambda_{(4+n)} (\Phi^\dagger \Phi)^2. \quad (2.45)$$

donde μ y $\lambda_{(4+n)}$ son parámetros reales con dimensión canónica de 1 y $-n$, respectivamente.

Con la finalidad de recobrar el sector de Higgs del ME en el límite de dimensiones extras pequeñas, asumimos que el doblete de Higgs es una función par bajo la reflexión de todas las dimensiones extras espaciales,

$$\Phi(x, \bar{x}) = f_E^{(0)} \Phi^{(0)}(x) + \sum_{(m)} f_E^{(m)} (\bar{p} \cdot \bar{x}) \Phi^{(m)}(x). \quad (2.46)$$

Donde $\Phi^{(0)\dagger} = \left(G_W^{(0)-}, (v + H^{(0)} - iG_Z^{(0)})/\sqrt{2} \right)$ y $\Phi^{(m)\dagger} = \left(G_W^{(m)-}, (H^{(m)} - iG_Z^{(m)})/\sqrt{2} \right)$ representan, respectivamente, el doblete de Higgs del ME y sus excitaciones de KK. Estos excitaciones de KK tienen los mismos números cuánticos que los del ME y se asume que no poseen valor de expectación del vacío. Note que bajo esta condición de paridad, la cantidad $D_\mu \Phi$ ($D_{\bar{\mu}} \Phi$) es una función par (impar), la cual se transforma como vector (escalar) bajo $SO(1,3)$. Entonces, una vez integradas las dimensiones extras, se obtiene el siguiente lagrangiano efectivo para el sector escalar de Higgs

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^H = (D_\mu \Phi)^{(0)\dagger} (D^\mu \Phi)^{(0)} + \sum_{(m)} \left[(D_\mu \Phi)^{(m)\dagger} (D^\mu \Phi)^{(m)} + (D_{\bar{\mu}} \Phi)^{(m)\dagger} (D^{\bar{\mu}} \Phi)^{(m)} \right] - V(\Phi^{(0)}, \Phi^{(m)}), \quad (2.47)$$

con

$$(D_\mu \Phi)^{(0)} = D_\mu^{(0)} \Phi^{(0)} - ig \sum_{(m)} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \Phi^{(m)}, \quad (2.48a)$$

$$(D_\mu \Phi)^{(m)} = \sum_{(r)} D_\mu^{(mr)} \Phi^{(r)} - ig \mathcal{O}_\mu^{(m)} \Phi^{(0)}, \quad (2.48b)$$

$$(D_{\bar{\mu}} \Phi)^{(m)} = \sum_{(r)} D_{\bar{\mu}}^{(mr)} \Phi^{(r)} - ig \mathcal{O}_{\bar{\mu}}^{(m)} \Phi^{(0)}, \quad (2.48c)$$

donde se han definido las cantidades $\mathcal{O}_\mu^{(0)}$, $\mathcal{O}_\mu^{(m)}$ y $\mathcal{O}_{\bar{\mu}}^{(m)}$ como

$$\mathcal{O}_M^{(KK)} := \frac{\sigma^i}{2} W_M^{(KK)i} + \frac{g'}{g} \frac{Y}{2} B_M^{(KK)} \quad \text{con } (KK) \in (0), (m). \quad (2.49)$$

En términos de esta definición, la derivada covariante asociada a $SU_L(2, \mathcal{M}^4) \times U_Y(1, \mathcal{M}^4)$ toma la forma

$$D_\mu^{(0)} = \partial_\mu - ig \mathcal{O}_\mu^{(0)}, \quad (2.50a)$$

mientras que

$$D_\mu^{(mr)} = \delta^{(mr)} D_\mu^{(0)} - ig \sum_{(s)} \Delta_{(mrs)} \mathcal{O}_\mu^{(s)}, \quad D_{\bar{\mu}}^{(mr)} = -p_{\bar{\mu}}^{(m)} \delta^{(mr)} - ig \sum_{(s)} \Delta'_{(msr)} \mathcal{O}_{\bar{\mu}}^{(s)}. \quad (2.50b)$$

Por otra parte, el potencial de Higgs efectivo está dado por

$$\begin{aligned}
 V(\Phi^{(0)}, \Phi^{(m)}) &= V_{\text{SM}}(\Phi^{(0)}) + \left(\mu^2 + 2\lambda\Phi^{(0)\dagger}\Phi^{(0)} + \sum_{(m)} \Phi^{(m)\dagger}\Phi^{(m)} \right) \sum_{(r)} \Phi^{(r)\dagger}\Phi^{(r)} \\
 &+ \lambda \sum_{(m)} \left(\Phi^{(0)\dagger}\Phi^{(m)} + \Phi^{(m)\dagger}\Phi^{(0)} + \sum_{(kr)} \Delta_{(mkr)} \Phi^{(k)\dagger}\Phi^{(r)} \right)^2, \quad (2.51)
 \end{aligned}$$

donde identificamos el potencial de Higgs del ME,

$$V_{\text{SM}}(\Phi^{(0)}) = \mu^2\Phi^{(0)\dagger}\Phi^{(0)} + \lambda(\Phi^{(0)\dagger}\Phi^{(0)})^2. \quad (2.52)$$

La constante adimensional λ está relacionada con la constante con dimensiones $\lambda_{(4+n)}$ mediante $\lambda_{(4+n)} = (R_1 \cdots R_n)\lambda$.

Sumando los lagrangianos (2.42) y (2.47) obtenemos el lagrangiano efectivo electrodébil del sector bosónico, el cual se puede escribir como la suma de tres términos,

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{eff, boson}}^{\text{EW}} &:= \mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{YM EW}} + \mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{H}} \\
 &= \mathcal{L}_{\text{s-s}}^{\text{EW}} + \mathcal{L}_{\text{v-s}}^{\text{EW}} + \mathcal{L}_{\text{v-v}}^{\text{EW}}. \quad (2.53)
 \end{aligned}$$

Este lagrangiano es invariante bajo las transformaciones de norma infinitesimales (vea la expresión (1.6))

$$\delta\Phi^{(0)} = i \left[g \frac{\sigma^i}{2} \alpha^{(0)i} + g' \frac{Y}{2} \alpha^{(0)} \right] \Phi^{(0)} + i \sum_{(m)} \left[g \frac{\sigma^i}{2} \alpha^{(m)i} + g' \frac{Y}{2} \alpha^{(m)} \right] \Phi^{(m)}, \quad (2.54a)$$

$$\delta\Phi^{(m)} = i \left[g \frac{\sigma^i}{2} \alpha^{(0)i} + g' \frac{Y}{2} \alpha^{(0)} \right] \Phi^{(m)} + i \sum_{(r)} \left[g \frac{\sigma^i}{2} \alpha^{(r)i} + g' \frac{Y}{2} \alpha^{(r)} \right] \left[\delta^{(rm)} \Phi^{(0)} + \sum_{(s)} \Delta_{(mrs)} \Phi^{(s)} \right]. \quad (2.54b)$$

Espectro de masas y autointeracciones de escalares. El lagrangiano que contiene las interacciones y términos de masa de los diferentes escalares es

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{s-s, boson}}^{\text{EW}} &:= -\frac{1}{4} \left[\mathcal{W}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(0)i} \mathcal{W}_i^{(0)\bar{\mu}\bar{\nu}} + \sum_{(m)} \left(\mathcal{W}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)i} \mathcal{W}_i^{(m)\bar{\mu}\bar{\nu}} + \mathcal{B}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)} \mathcal{B}^{(m)\bar{\mu}\bar{\nu}} \right) \right] \\
 &+ \sum_{(m)} (D_{\bar{\mu}} \Phi)^{(m)\dagger} (D^{\bar{\mu}} \Phi)^{(m)} - V(\Phi^{(0)}, \Phi^{(m)}). \quad (2.55)
 \end{aligned}$$

Antes de implementar el mecanismo de Higgs es necesario ocultar la simetría $SU_L(2, \mathcal{M}^4) \times U_Y(1, \mathcal{M}^4)$ en la simetría $U_e(1, \mathcal{M}^4)$. Para tal propósito se introducen los campos cargados $W_\mu^{(0)\pm}$, $W_\mu^{(m)\pm}$ y $W_{\bar{\mu}}^{(m)\pm}$, definidos de la siguiente manera

$$W_M^{(KK)\pm} := \frac{1}{\sqrt{2}} \left(W_M^{(KK)1} \mp i W_M^{(KK)2} \right), \quad (2.56)$$

p.ej. $W_\mu^{(m)\pm} := \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^{(m)1} \mp i W_\mu^{(m)2})$. Los campos neutros $Z_\mu^{(0)}$, $Z_\mu^{(m)}$, $Z_{\bar{\mu}}^{(m)}$, $A_\mu^{(0)}$, $A_\mu^{(m)}$ y $A_{\bar{\mu}}^{(m)}$

se definen de la siguiente manera

$$Z_M^{(KK)} := c_w W_M^{(KK)3} - s_w B_M^{(KK)}, \quad A_M^{(KK)} := s_w W_M^{(KK)3} + c_w B_M^{(KK)}. \quad (2.57)$$

Reuniendo los términos cuadráticos de los diferentes escalares que aparecen en (2.55) en un mismo lagrangiano, el cual denotaremos como $\mathcal{L}_{\text{s-s, mass}}^{\text{EW}}$, aplicando la rotación

$$A_{\bar{\mu}}^{(m)} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(m)} A_{\bar{\mu}'}^{(m)} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} A_{\bar{n}}^{(m)} + \mathcal{R}_{\bar{\mu}G}^{(m)} A_G^{(m)}, \quad (2.58a)$$

$$Z_{\bar{\mu}}^{(m)} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(m)} Z_{\bar{\mu}'}^{(m)a} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} Z_{\bar{n}}^{(m)} + \mathcal{R}_{\bar{\mu}G}^{(m)} Z^{(m)}, \quad \bar{n} = 1, 2, \dots, n-1, \quad (2.58b)$$

$$W_{\bar{\mu}}^{+(m)} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{\mu}'}^{(m)} W_{\bar{\mu}'}^{+(m)a} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} W_{\bar{n}}^{+(m)} + \mathcal{R}_{\bar{\mu}G}^{(m)} W^{+(m)}, \quad (2.58c)$$

y considerando la norma unitaria del ME, $G_W^{(0)+} = G_Z^{(0)} = 0$, se obtiene la siguiente expresión para los términos de masa de los diferentes escalares

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{s-s, mass}}^{\text{EW}} = & -\frac{1}{2} m_{H^{(0)}}^2 H^{(0)} H^{(0)} - \sum_{(m)} \left\{ \frac{1}{2} m_{H^{(m)}}^2 H^{(m)} H^{(m)} + \frac{1}{2} m_{(m)}^2 A_{\bar{n}}^{(m)} A_{\bar{n}}^{(m)} \right. \\ & \left. + m_{W^{(m)}}^2 W_{\bar{n}}^{(m)-} W_{\bar{n}}^{(m)+} + \frac{1}{2} m_{Z^{(m)}}^2 Z_{\bar{n}}^{(m)} Z_{\bar{n}}^{(m)} + S_W^{(m)\dagger} M_W^{(m)} S_W^{(m)} + \frac{1}{2} S_Z^{(m)T} M_Z^{(m)} S_Z^{(m)} \right\}, \end{aligned} \quad (2.59)$$

donde la masa del boson de Higgs $H^{(0)}$ del ME es $m_{H^{(0)}} = \sqrt{2\lambda v^2}$, y el cuadrado de la masa de cada uno de los campos en las torres de KK $H^{(m)}$ es $m_{H^{(m)}}^2 = m_{H^{(0)}}^2 + m_{(m)}^2$. El cuadrado de las masas de los escalares $W_{\bar{n}}^{(m)\pm}$ y $Z_{\bar{n}}^{(m)}$ son, respectivamente, $m_{W^{(m)}}^2 = m_{W^{(0)}}^2 + m_{(m)}^2$ y $m_{Z^{(m)}}^2 = m_{Z^{(0)}}^2 + m_{(m)}^2$, donde $m_{W^{(0)}}$ y $m_{Z^{(0)}}$ son las masas de los campos W^\pm y Z del ME, estas masas (al igual que la del Higgs) provienen del mecanismo de Higgs estándar, mientras que la parte $m_{(m)}^2$ surge del esquema de compactificación de KK, descrito en la sección 2.1. Las masas de los escalares cargados $W^{(m)}$ y $G_W^{(m)+}$ ($Z^{(m)}$ y $G_Z^{(m)}$) son mezclados por la matriz $M_W^{(m)}$ ($M_Z^{(m)}$),

$$M_W^{(m)} = \begin{pmatrix} m_{W^{(0)}}^2 & -im_{W^{(0)}} m_{(m)} \\ im_{W^{(0)}} m_{(m)} & m_{(m)}^2 \end{pmatrix}, \quad M_Z^{(m)} = \begin{pmatrix} m_{Z^{(0)}}^2 & -m_{Z^{(0)}} m_{(m)} \\ -m_{Z^{(0)}} m_{(m)} & m_{(m)}^2 \end{pmatrix}, \quad (2.60)$$

las cuales pueden ser diagonalizadas a través de las siguientes transformaciones unitarias

$$S_W^{(m)} = \begin{pmatrix} W^{(m)+} \\ G_W^{(m)+} \end{pmatrix} = \mathcal{S} \begin{pmatrix} W_{\bar{n}}^{(m)+} \\ W_G^{(m)+} \end{pmatrix}, \quad S_Z^{(m)} = \begin{pmatrix} Z^{(m)} \\ G_Z^{(m)} \end{pmatrix} = \mathcal{T} \begin{pmatrix} Z_{\bar{n}}^{(m)} \\ Z_G^{(m)} \end{pmatrix}, \quad (2.61)$$

donde

$$\mathcal{S} = \begin{pmatrix} \frac{m_{W^{(0)}}}{m_{W^{(m)}}} & \frac{m_{(m)}}{m_{W^{(m)}}} \\ i \frac{m_{(m)}}{m_{W^{(m)}}} & -i \frac{m_{W^{(0)}}}{m_{W^{(m)}}} \end{pmatrix}, \quad \mathcal{T} = \begin{pmatrix} \frac{m_{Z^{(0)}}}{m_{Z^{(m)}}} & \frac{m_{(m)}}{m_{Z^{(m)}}} \\ -\frac{m_{(m)}}{m_{Z^{(m)}}} & \frac{m_{Z^{(0)}}}{m_{Z^{(m)}}} \end{pmatrix}. \quad (2.62)$$

Como consecuencia de este proceso de diagonalización, surgen los escalares masivos $W_{\bar{n}}^{(m)\pm}$ y

$Z_n^{(m)}$, con masa $m_{W^{(m)}}$ y $m_{Z^{(m)}}$, respectivamente, así como escalares sin masa $W_G^{(m)\pm}$ y $Z_G^{(m)}$. De este resultado, concluimos que para cada torre de KK asociados a los campos bosónicos masivos W^\pm (Z) hay un total de n campos escalares con masa $m_{W^{(m)}}$ ($m_{Z^{(m)}}$), en contraste con el caso de los gluones y fotón que tienen asociado solo $n - 1$ campos escalares con masa $m_{(m)}$ y un pseudo bosón de Goldstone.

Entonces, el lagrangiano (2.55) toma la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{s-s, boson}}^{\text{EW}} = & \sum_{(m)} \left\{ -\frac{1}{4} \left[2(\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)-} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)+} + \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)-} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)+}) + \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)3} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)3} + \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)3} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)3} \right. \right. \\ & + \mathcal{B}_{\mu\nu}^{(m)} \mathcal{B}_{\mu\nu}^{(m)} \left. \right] + igp_{\mu}^{(m)} \left[\Phi^{(m)\dagger} \mathcal{O}_{\mu}^{(m)} \Phi^{(0)} - \Phi^{(0)\dagger} \mathcal{O}_{\mu}^{(m)} \Phi^{(m)} \right. \\ & + \sum_{(s)} \Delta'_{(msr)} \left(\Phi^{(m)\dagger} \mathcal{O}_{\mu}^{(s)} \Phi^{(r)} - \Phi^{(r)\dagger} \mathcal{O}_{\mu}^{(s)} \Phi^{(m)} \right) \left. \right] + m_{(m)}^2 \Phi^{(m)\dagger} \Phi^{(m)} \\ & + g^2 \left[\Phi^{(0)\dagger} \mathcal{O}_{\mu}^{(m)} \mathcal{O}_{\mu}^{(m)} \Phi^{(0)} + \sum_{(rs)} \Delta'_{(msr)} \left(\Phi^{(0)\dagger} \mathcal{O}_{\mu}^{(m)} \mathcal{O}_{\mu}^{(s)} \Phi^{(r)} + \Phi^{(r)\dagger} \mathcal{O}_{\mu}^{(s)} \mathcal{O}_{\mu}^{(m)} \Phi^{(0)} \right) \right. \\ & \left. + \sum_{(rspq)} \Delta'_{(mpq)} \Delta'_{(msr)} \Phi^{(r)\dagger} \mathcal{O}_{\mu}^{(s)} \mathcal{O}_{\mu}^{(p)} \Phi^{(q)} \right] \left. \right\} - V(\Phi^{(0)}, \Phi^{(m)}). \end{aligned} \quad (2.63)$$

donde para pasar a los campos eigenestados de masa deben utilizarse las siguientes relaciones

$$\Phi^{(0)} = \Phi_P^{(0)} + \Phi_G^{(0)}, \quad \Phi^{(m)} = \Phi_P^{(m)} + \Phi_G^{(m)}, \quad (2.64)$$

con

$$\Phi_P^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H^{(0)}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \Phi_G^{(0)} = \begin{pmatrix} G_W^{(0)+} \\ \frac{iG_Z^{(0)}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.65)$$

$$\Phi_P^{(m)} = \begin{pmatrix} \mathcal{S}_{21} W_n^{(m)+} \\ \frac{H^{(m)}}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}} \mathcal{T}_{21} Z_n^{(m)} \end{pmatrix}, \quad \Phi_G^{(m)} = \begin{pmatrix} \mathcal{S}_{22} W_G^{(m)+} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} \mathcal{T}_{22} Z_G^{(m)} \end{pmatrix}, \quad (2.66)$$

y

$$W_{\mu}^{(m)+} = \mathcal{R}_{\mu\bar{n}}^{(m)} W_{\bar{n}}^{(m)+} + \frac{p_{\mu}^{(m)}}{m_{(m)}} (\mathcal{S}_{11} W_n^{(m)+} + \mathcal{S}_{12} W_G^{(m)+}), \quad (2.67a)$$

$$Z_{\mu}^{(m)} = \mathcal{R}_{\mu\bar{n}}^{(m)} Z_{\bar{n}}^{(m)} + \frac{p_{\mu}^{(m)}}{m_{(m)}} (\mathcal{T}_{11} Z_n^{(m)} + \mathcal{T}_{12} Z_G^{(m)}), \quad (2.67b)$$

$$A_{\mu}^{(m)} = \mathcal{R}_{\mu\bar{n}}^{(m)} A_{\bar{n}}^{(m)} + \frac{p_{\mu}^{(m)}}{m_{(m)}} A_G^{(m)}, \quad (2.67c)$$

Adicionalmente,

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)+} = & p_{\mu}^{(m)} W_{\nu}^{(m)+} - p_{\nu}^{(m)} W_{\mu}^{(m)+} + i \sum_{(rs)} \Delta'_{(rsm)} \left[gc_W (W_{\mu}^{(r)+} Z_{\nu}^{(s)} - W_{\nu}^{(s)+} Z_{\mu}^{(r)}) \right. \\ & \left. + e (W_{\mu}^{(r)+} A_{\nu}^{(s)} - W_{\nu}^{(s)+} A_{\mu}^{(r)}) \right], \end{aligned} \quad (2.68a)$$

$$\mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(0)+} = i \sum_{(m)} \left[g c_W (W_{\mu}^{(m)+} Z_{\bar{\nu}}^{(m)} - W_{\bar{\nu}}^{(m)+} Z_{\mu}^{(m)}) + e (W_{\mu}^{(m)+} A_{\bar{\nu}}^{(m)} - W_{\bar{\nu}}^{(m)+} A_{\mu}^{(m)}) \right], \quad (2.68b)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)3} &= c_W (p_{\mu}^{(m)} Z_{\bar{\nu}}^{(m)} - p_{\bar{\nu}}^{(m)} Z_{\mu}^{(m)}) + s_W (p_{\mu}^{(m)} A_{\bar{\nu}}^{(m)} - p_{\bar{\nu}}^{(m)} A_{\mu}^{(m)}) \\ &+ ig \sum_{(rs)} \Delta'_{(rsm)} (W_{\mu}^{(r)-} W_{\bar{\nu}}^{(s)+} - W_{\mu}^{(r)+} W_{\bar{\nu}}^{(s)-}), \end{aligned} \quad (2.68c)$$

$$\mathcal{O}_{\mu}^{(m)} = \begin{pmatrix} \frac{c_{2W} Z_{\mu}^{(m)} + s_{2W} A_{\mu}^{(m)}}{2c_W} & \frac{W_{\mu}^{(m)+}}{\sqrt{2}} \\ \frac{W_{\mu}^{(m)-}}{\sqrt{2}} & -\frac{Z_{\mu}^{(m)}}{2c_W} \end{pmatrix}. \quad (2.69)$$

Cuando uno introduce una TNNE específica para fijar los parámetros $\alpha^{(m)i}$ y $\alpha^{(m)}$, uno puede eliminar los campos $W_G^{(m)\pm}$, $Z_G^{(m)}$ y $A_G^{(m)}$ de la teoría, permaneciendo esta invariante bajo las TNE. Además, si se aplica la fijación de norma unitaria estándar, se tiene que $G_W^{(0)\pm} = 0 = G_Z^{(0)}$. Con estas fijaciones de norma unitaria, el lagrangiano (2.63) debe simplificarse considerablemente.

Espectro de masa de los excitaciones de norma e interacciones vector-escalar. Las interacciones vector-escalar provienen de dos partes, una del sector de Yang-Mills y la otra del sector cinético de Higgs, estas interacciones son reunidas en el lagrangiano

$$\mathcal{L}_{\text{v-s, boson}}^{\text{EW}} = \mathcal{L}_{\text{v-s, YM}}^{\text{EW}} + \mathcal{L}_{\text{v-s, HK}}^{\text{EW}}, \quad (2.70)$$

donde

$$\mathcal{L}_{\text{v-s, YM}}^{\text{EW}} = -\frac{1}{2} \sum_{(m)} (\mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)i} \mathcal{W}_i^{(m)\mu\bar{\nu}} + \mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)} \mathcal{B}^{(m)\mu\bar{\nu}}), \quad (2.71)$$

$$\mathcal{L}_{\text{v-s, HK}}^{\text{EW}} = \sum_{(m)} (D_{\mu} \Phi)^{(m)\dagger} (D^{\mu} \Phi)^{(m)} + (D_{\mu} \Phi)^{(0)\dagger} (D^{\mu} \Phi)^{(0)}. \quad (2.72)$$

En términos de los campos eigenestados de masa, se tiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{v-s, YM}}^{\text{EW}} &= \sum_{(m)} \left\{ \text{Tr} \left\{ (\mathcal{D}_{\mu}^{(0)} W_{\bar{n}}^{(m)}) (\mathcal{D}^{(0)\mu} W_{\bar{n}}^{(m)}) + (\mathcal{D}_{\mu}^{(0)} W^{(m)}) (\mathcal{D}^{(0)\mu} W^{(m)}) + m_{(m)}^2 W_{\mu}^{(m)} W^{(m)\mu} \right. \right. \\ &+ 2m_{(m)} W_{\mu}^{(m)} \mathcal{D}^{(0)\mu} W^{(m)} - 2ig \sum_{(rs)} \Delta'_{(rsm)} \left(\mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{n}}^{(s)} [W_{\mu}^{(r)}, W_{\bar{n}}^{(s)}] + \frac{p_{\bar{\nu}}^{(s)}}{m_{(s)}} [W_{\mu}^{(r)}, W^{(s)}] \right) \\ &\times \left(\mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{n}}^{(m)} \mathcal{D}^{(0)\mu} W_{\bar{n}}^{(m)} + \frac{p_{\bar{\nu}}^{(m)}}{m_{(m)}} \mathcal{D}^{(0)\mu} W^{(m)} + p_{\bar{\nu}}^{(m)} W^{(m)\mu} - \frac{ig}{2} \sum_{(pq)} \Delta'_{(pqm)} \left(\mathcal{R}_{\bar{\nu}\bar{n}}^{(q)} [W^{(p)\mu}, W_{\bar{n}}^{(q)}] \right. \right. \\ &+ \left. \left. \frac{p_{\bar{\nu}}^{(q)}}{m_{(q)}} [W^{(p)\mu}, W^{(q)}] \right) \right\} + \frac{1}{2} (\partial_{\mu} B_{\bar{n}}^{(m)}) (\partial^{\mu} B_{\bar{n}}^{(m)}) \\ &+ \left. \frac{1}{2} (\partial_{\mu} B^{(m)}) (\partial^{\mu} B^{(m)}) + \frac{1}{2} m_{(m)}^2 B_{\mu}^{(m)} B^{(m)\mu} + m_{(m)} B_{\mu}^{(m)} \partial^{\mu} B^{(m)} \right\}, \end{aligned} \quad (2.73)$$

donde el símbolo $[\cdot, \cdot]$ representa el conmutador, $\mathcal{D}_\mu^{(0)}$ es la derivada covariante de $SU(2, \mathcal{M}^4)$ en la representación adjunta, y se han introducido los siguientes objetos

$$W_{\bar{n}}^{(m)} = \begin{pmatrix} \frac{c_W Z_{\bar{n}}^{(m)} + s_W A_{\bar{n}}^{(m)}}{2} & \frac{W_{\bar{n}}^{(m)+}}{\sqrt{2}} \\ \frac{W_{\bar{n}}^{(m)-}}{\sqrt{2}} & -\frac{c_W Z_{\bar{n}}^{(m)} + s_W A_{\bar{n}}^{(m)}}{2} \end{pmatrix}, \quad (2.74)$$

$$W^{(m)} = \begin{pmatrix} \frac{c_W (\mathcal{T}_{11} Z_n^{(m)} + \mathcal{T}_{12} Z_G^{(m)}) + s_W A_G^{(m)}}{2} & \frac{\mathcal{S}_{11} W_n^{(m)+} + \mathcal{S}_{12} W_G^{(m)+}}{\sqrt{2}} \\ \frac{\mathcal{S}_{11} W_n^{(m)-} + \mathcal{S}_{12} W_G^{(m)-}}{\sqrt{2}} & -\frac{c_W (\mathcal{T}_{11} Z_n^{(m)} + \mathcal{T}_{12} Z_G^{(m)}) + s_W A_G^{(m)}}{2} \end{pmatrix}, \quad (2.75)$$

$$W_\mu^{(m)} = \begin{pmatrix} \frac{c_W Z_\mu^{(m)} + s_W A_\mu^{(m)}}{2} & \frac{W_\mu^{(m)+}}{\sqrt{2}} \\ \frac{W_\mu^{(m)-}}{\sqrt{2}} & -\frac{c_W Z_\mu^{(m)} + s_W A_\mu^{(m)}}{2} \end{pmatrix}, \quad (2.76)$$

$$B_{\bar{n}}^{(m)} = -s_W Z_{\bar{n}}^{(m)} + c_W A_{\bar{n}}^{(m)}, \quad (2.77)$$

$$B^{(m)} = -s_W (\mathcal{T}_{11} Z_n^{(m)} + \mathcal{T}_{12} Z_G^{(m)}) + c_W A_G^{(m)}. \quad (2.78)$$

Por otra parte, el término cinético de Higgs puede expresarse de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{v-s,HK}}^{\text{EW}} &= (D_\mu^{(0)} \Phi^{(0)})^\dagger (D^{(0)\mu} \Phi^{(0)}) + \sum_{(m)} \left\{ (D_\mu^{(0)} \Phi^{(m)})^\dagger (D^{(0)\mu} \Phi^{(m)}) \right. \\ &\quad \left. + ig \left[\Phi^{(m)\dagger} \mathcal{O}^{(m)\mu} D_\mu^{(0)} \Phi^{(0)} + \Phi^{(0)\dagger} \mathcal{O}^{(m)\mu} D_\mu^{(0)} \Phi^{(m)} + \sum_{(rs)} \Delta_{(mrs)} \Phi^{(r)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(s)} D^{(0)\mu} \Phi^{(m)} - \text{h. c.} \right] \right. \\ &\quad \left. + g^2 \left[\Phi^{(0)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \mathcal{O}^{(m)\mu} \Phi^{(0)} + \sum_{(r)} \Phi^{(m)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \mathcal{O}^{(r)\mu} \Phi^{(r)} \right] + g^2 \sum_{(rs)} \Delta_{(mrs)} \left[\Phi^{(r)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(s)} \mathcal{O}^{(m)\mu} \Phi^{(0)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \Phi^{(0)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \mathcal{O}^{(s)\mu} \Phi^{(r)} + \sum_{(pq)} \Delta_{(mpq)} \Phi^{(p)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(q)} \mathcal{O}^{(s)\mu} \Phi^{(r)} \right] \right\}, \quad (2.79) \end{aligned}$$

donde

$$\mathcal{O}_\mu^{(m)} = \begin{pmatrix} \frac{c_2 W Z_\mu^{(m)} + s_2 W A_\mu^{(m)}}{2c_W} & \frac{W_\mu^{(m)+}}{\sqrt{2}} \\ \frac{W_\mu^{(m)-}}{\sqrt{2}} & -\frac{Z_\mu^{(m)}}{2c_W} \end{pmatrix}. \quad (2.80)$$

En esta expresión, $D_\mu^{(0)}$ es la derivada covariante del grupo electrodébil (2.50a), con $\mathcal{O}_\mu^{(0)}$ dado por la expresión (2.80) con el intercambio de (m) por (0) .

Los términos en (2.70) que inducen espectros de masa de los excitaciones de KK de los bosones de norma electrodébil son los siguientes

$$\mathcal{L}_{\text{v-s,mass}}^{\text{EW}} = \sum_{(m)} \left\{ g^2 \Phi_0^{(0)\dagger} \mathcal{O}_\mu^{(m)} \mathcal{O}^{(m)\mu} \Phi_0^{(0)} + m_{(m)}^2 \text{Tr}(W_\mu^{(m)} W^{(m)\mu}) + \frac{1}{2} m_{(m)}^2 B_\mu^{(m)} B^{(m)\mu} \right\}, \quad (2.81)$$

con $\Phi_0^{(0)\dagger} = (0, v/\sqrt{2})$. Estos términos conducen a las masas $m_{W^{(m)}}$, $m_{Z^{(m)}}$, y $m_{A^{(m)}} = m_{(m)}$ de los bosones de norma electrodébil excitaciones de KK $W_\mu^{(m)\pm}$, $Z_\mu^{(m)}$, $A_\mu^{(m)}$, respectivamente.

Sector vector-vector. El lagrangiano que contiene las interacciones puramente vectoriales, se puede escribir como

$$\mathcal{L}_{\text{v-v}}^{\text{EW}} := \mathcal{L}_{\text{v-v}}^{(0,\text{KK})} + \mathcal{L}_{\text{v-v}}^{(\text{KK})}, \quad (2.82)$$

donde

$$\mathcal{L}_{\text{v-v}}^{(0,\text{KK})} = -\frac{1}{4}(\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)i}\mathcal{W}^{(0)i\mu\nu} + B_{\mu\nu}^{(0)}B^{(0)\mu\nu}), \quad (2.83)$$

$$\mathcal{L}_{\text{v-v}}^{(\text{KK})} = -\frac{1}{4}\sum_{(m)}(\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)i}\mathcal{W}^{(m)i\mu\nu} + B_{\mu\nu}^{(m)}B^{(m)\mu\nu}). \quad (2.84)$$

En términos de los campos eigenestados de masa (vea ec. (2.56) y (2.57)), el lagrangiano (2.83) toma la siguiente forma

$$\mathcal{L}_{\text{v-v}}^{(0,\text{KK})} = -\frac{1}{2}\hat{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(0)-}\hat{\mathcal{W}}^{(0)+\mu\nu} - \frac{1}{4}(\hat{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(0)3}\hat{\mathcal{W}}^{(0)3\mu\nu} + B_{\mu\nu}^{(0)}B^{(0)\mu\nu}), \quad (2.85)$$

donde

$$\hat{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(0)+} = \hat{W}_{\mu\nu}^{(0)+} + ig\sum_{(m)}(W_{\mu}^{(m)+}W_{\nu}^{(m)3} - W_{\nu}^{(m)+}W_{\mu}^{(m)3}), \quad (2.86)$$

$$\hat{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(0)3} = \hat{W}_{\mu\nu}^{(0)3} + ig\sum_{(m)}(W_{\mu}^{(m)-}W_{\nu}^{(m)+} - W_{\mu}^{(m)+}W_{\nu}^{(m)-}). \quad (2.87)$$

En estas expresiones,

$$\hat{W}_{\mu\nu}^{(0)+} = W_{\mu\nu}^{(0)+} + ig(W_{\mu}^{(0)+}W_{\nu}^{(0)3} - W_{\nu}^{(0)+}W_{\mu}^{(0)3}), \quad (2.88)$$

$$\hat{W}_{\mu\nu}^{(0)3} = W_{\mu\nu}^{(0)3} + ig(W_{\mu}^{(0)-}W_{\nu}^{(0)+} - W_{\mu}^{(0)+}W_{\nu}^{(0)-}), \quad (2.89)$$

donde

$$W_{\mu\nu}^{(0)\pm} = \partial_{\mu}W_{\nu}^{(0)\pm} - \partial_{\nu}W_{\mu}^{(0)\pm}, \quad W_{\mu\nu}^{(m)\pm} = \partial_{\mu}W_{\nu}^{(m)\pm} - \partial_{\nu}W_{\mu}^{(m)\pm}, \quad (2.90a)$$

$$W_{\mu\nu}^{(0)3} = \partial_{\mu}W_{\nu}^{(0)3} - \partial_{\nu}W_{\mu}^{(0)3}, \quad W_{\mu\nu}^{(m)3} = \partial_{\mu}W_{\nu}^{(m)3} - \partial_{\nu}W_{\mu}^{(m)3}. \quad (2.90b)$$

Por otra parte, el lagrangiano (2.84) toma la forma

$$\mathcal{L}_{\text{v-v}}^{(\text{KK})} = -\frac{1}{2}\hat{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(m)-}\hat{\mathcal{W}}^{(m)+\mu\nu} - \frac{1}{4}\hat{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(m)3}\hat{\mathcal{W}}^{(m)3\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}^{(m)}B^{(m)\mu\nu}, \quad (2.91)$$

donde

$$\hat{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(m)+} = \hat{W}_{\mu\nu}^{(m)+} - ig\sum_{(rs)}\Delta_{(mrs)}(W_{\mu}^{(r)3}W_{\nu}^{(s)+} - W_{\nu}^{(s)3}W_{\mu}^{(r)+}), \quad (2.92)$$

$$\hat{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(m)3} = \hat{W}_{\mu\nu}^{(m)3} - ig\sum_{(rs)}\Delta_{(mrs)}(W_{\mu}^{(r)+}W_{\nu}^{(s)-} - W_{\nu}^{(s)+}W_{\mu}^{(r)-}), \quad (2.93)$$

con

$$\hat{W}_{\mu\nu}^{(m)+} = W_{\mu\nu}^{(m)+} - ig(W_{\mu}^{(0)3}W_{\nu}^{(m)+} - W_{\nu}^{(0)3}W_{\mu}^{(m)+} + W_{\mu}^{(m)3}W_{\nu}^{(0)+} - W_{\nu}^{(m)3}W_{\mu}^{(0)+}), \quad (2.94)$$

$$\hat{W}_{\mu\nu}^{(m)3} = W_{\mu\nu}^{(m)3} - ig(W_{\mu}^{(0)+}W_{\nu}^{(m)-} - W_{\nu}^{(0)+}W_{\mu}^{(m)-} + W_{\mu}^{(m)+}W_{\nu}^{(0)-} - W_{\nu}^{(m)+}W_{\mu}^{(0)-}). \quad (2.95)$$

2.3. Sector fermiónico

Antes de adentrarnos en la discusión de este sector, conviene discutir la representación espinorial del grupo de Lorentz extendido $\text{SO}(1, 3+n)$. Se aprovechará esta presentación para establecer nuestra notación y convenciones. El contenido de esta sección constituye la contribución de este trabajo de tesis al artículo [21].

Asumiremos que n es par, así que quiralidad está bien definida en este espacio plano. Entonces, existen $4+n$ matrices Γ^M de dimensión $2^{\frac{4+n}{2}} \times 2^{\frac{4+n}{2}}$, los cuales transforman como 1-tensor bajo $\text{SO}(1, 3+n)$ y satisfacen el álgebra de Clifford,

$$\{\Gamma^M, \Gamma^N\} = 2g^{MN}. \quad (2.96)$$

Estas matrices definen a los generadores de la representación espinorial de $\text{SO}(1, 3+n)$ mediante los $\frac{1}{2}(4+n)(4+n-1)$ conmutadores independientes que pueden ser construidos:

$$S^{MN} = \frac{i}{4} [\Gamma^M, \Gamma^N]. \quad (2.97)$$

Además, existe una matriz adicional,

$$\Gamma^{5+n} = i^{\frac{2+n}{2}} \Gamma^0 \dots \Gamma^3 \Gamma^5 \dots \Gamma^{4+n}, \quad (2.98)$$

la cual transforma como un 0-tensor bajo $\text{SO}(1, 3+n)$. Esta matriz permite definir los proyectores izquierdos y derechos por $P_{\mp} = (1 \mp \Gamma^{5+n})/2$.

Como se ha venido haciendo a lo largo de la tesis, nuestro esquema de compactificación requiere de un mapeo de punto de objetos covariantes de $\text{SO}(1, 3+n)$ a objetos covariantes de $\text{SO}(1, 3)$. De acuerdo con esto, es necesario construir una representación particular de las matrices Γ^M tal que un espinor $\Psi(x, \bar{x})$ de $\text{SO}(1, 3+n)$ sea descompuesto en espinores $\psi(x, \bar{x})$ de $\text{SO}(1, 3)$. Para esto, notemos que $\text{SO}(1, 3)$ es un subgrupo de $\text{SO}(1, 3+n)$, de aquí que los seis generados $S^{\mu\nu}$ de $\text{SO}(1, 3+n)$ debe coincidir con los generadores de $\text{SO}(1, 3)$ dados por $S_4^{\mu\nu} = (i/4)[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$, es decir, debe estar compuesto únicamente de bloques de dimensión 4×4 en su diagonal, donde estos $2^{\frac{n}{2}}$ bloques deben ser las matrices γ^μ de Dirac. Las cuatro matrices Γ^μ que cumplen este requerimiento son de la forma

$$\Gamma_{ab}^\mu = \delta_{ab} \gamma^\mu \quad \text{con } a, b = 1, 2, \dots, 2^{\frac{n}{2}}. \quad (2.99)$$

Las n matrices $\Gamma^{\bar{\mu}}$ restantes, como no dependen de los índices de Lorentz estándar, deben ser construido por las matrices γ^5 de Dirac usuales. Estas n matrices también deben obedecer el álgebra de Clifford del grupo ortogonal $\text{SO}(n) \subset \text{SO}(1, 4+n)$, dado por

$$\{i\Gamma^{\bar{\mu}}, i\Gamma^{\bar{\nu}}\} = 2\delta^{\bar{\mu}\bar{\nu}}. \quad (2.100)$$

Las matrices que satisfacen los requerimientos de arriba son de la forma

$$\Gamma_{ab}^{\bar{\mu}} = \Lambda_{ab}^{\bar{\mu}} \gamma^5, \quad (2.101)$$

donde la mitad de las matrices $\Lambda^{\bar{\mu}}$, de dimensión $2^{\frac{n}{2}} \times 2^{\frac{n}{2}}$, tienen componentes que pueden ser ceros ó ± 1 , mientras que la otra mitad de matrices tienen ceros ó $\pm i$ en sus entradas.

Las matrices $\Gamma^{\bar{\mu}}$ con $\bar{\mu}$ impar son reales y antisimétricas, mientras que aquellas con $\bar{\mu}$ par son puramente imaginarias y simétricas (vea apéndice B). La matriz Γ^{5+n} resulta ser

$$\Gamma_{ab}^{5+n} = (-1)^{1+a} \delta_{ab} \gamma^5. \quad (2.102)$$

Note que las matrices Γ^μ y Γ^{5+n} se reducen a las ordinarias cuando $n = 0$ ($a, b = 1$), mientras que $\Gamma^{\bar{\mu}} = 0$ pues no hay dimensiones extras.

En esta representación los proyectores quirales izquierdos (levógiros) y derechos (dextrógiros), respectivamente, son

$$P_- = \text{diag}(P_L, P_R, \dots, P_L, P_R), \quad P_+ = \text{diag}(P_R, P_L, \dots, P_R, P_L), \quad (2.103)$$

con $P_{L,R}$ definidos en el capítulo anterior. Entonces, se tiene que un espinor $\Psi(x, \bar{x})$ de $\text{SO}(1, 3+n)$ está hecho de $2^{\frac{n}{2}}$ espinores $\psi(x, \bar{x})$ de $\text{SO}(1, 3)$, de la siguiente forma

$$\Psi_-(x, \bar{x}) = \begin{pmatrix} \psi_{L(1)} \\ \psi_{R(2)} \\ \vdots \\ \psi_{L(2^{\frac{n}{2}-1})} \\ \psi_{R(2^{\frac{n}{2}})} \end{pmatrix} (x, \bar{x}), \quad \Psi_+(x, \bar{x}) = \begin{pmatrix} \psi_{R(1)} \\ \psi_{L(2)} \\ \vdots \\ \psi_{R(2^{\frac{n}{2}-1})} \\ \psi_{L(2^{\frac{n}{2}})} \end{pmatrix} (x, \bar{x}), \quad (2.104)$$

donde $\psi_{L(a)}$ y $\psi_{R(a)}$ representan espinores izquierdos y derechos de $\text{SO}(1, 3)$.

De esta manera, en el contexto de los grupos extendidos $\{\text{SO}(1, 3+n), G(\mathcal{M}^d)_{SM}\}$, denotaremos a un singlete derecho de $\text{SU}_L(2, \mathcal{M}^d)$ por $\hat{e}_+(x, \bar{x})$ (leptones cargados), $\hat{d}_+(x, \bar{x})$ (quark de tipo down), y $\hat{u}_+(x, \bar{x})$ (quark de tipo up). Similarmente, los dobletes izquierdos de leptones o quarks de $\text{SU}_L(2, \mathcal{M}^d)$ los denotaremos como

$$\hat{L}_-(x, \bar{x}) = \begin{pmatrix} \hat{\nu}_- \\ \hat{e}_- \end{pmatrix} (x, \bar{x}), \quad \hat{Q}_-(x, \bar{x}) = \begin{pmatrix} \hat{u}_- \\ \hat{d}_- \end{pmatrix} (x, \bar{x}), \quad (2.105)$$

donde el símbolo “ $\hat{}$ ” es para indicar que se trata de un espinor de $\text{SO}(1, 3+n)$.

Con los resultados anteriores a nuestra disposición, podemos pasar a discutir la estructura de los sectores de Yukawa y Corrientes del ME en dimensiones extras.

2.3.1. Sector de Yukawa

A continuación discutiremos el sector de Yukawa extra-dimensional, este es una extensión directa del sector de Yukawa del ME, el cual es gobernado por los grupos extendidos $\{\text{ISO}(1, 3+n), G(\mathcal{M}^d)_{SM}\}$, y es descrito por el lagrangiano

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{(4+n)}^Y(x, \bar{x}) = & - Y_{(4+n)ij}^\ell \bar{\hat{L}}_{i-}(x, \bar{x}) \Phi(x, \bar{x}) \hat{e}_{j+}(x, \bar{x}) + h.c. \\ & - Y_{(4+n)ij}^d \bar{\hat{Q}}_{i-}(x, \bar{x}) \Phi(x, \bar{x}) \hat{d}_{j+}(x, \bar{x}) + h.c. \\ & - Y_{(4+n)ij}^u \bar{\hat{Q}}_{i-}(x, \bar{x}) \tilde{\Phi}(x, \bar{x}) \hat{u}_{j+}(x, \bar{x}) + h.c., \end{aligned} \quad (2.106)$$

donde i y j etiquetan los diferentes sabores. Las matrices $Y_{(4+n)}^\ell$, $Y_{(4+n)}^d$ y $Y_{(4+n)}^u$ representan las matrices de Yukawa y tienen dimensiones canónicas de $-\frac{n}{2}$. Note que estas matrices no

dependen de las dimensiones extras. Los fermiones y campos escalares tienen dimensión $\frac{n+3}{2}$ y $\frac{n+2}{2}$, respectivamente. De aquí en adelante, es conveniente adoptar la siguiente notación: los índices a, b, \dots deben tomar valores de 1 a $2^{\frac{n}{2}}$, los que son etiquetados con un gorro, \hat{a}, \hat{b}, \dots , corren solo sobre los enteros pares $2, 4, \dots, 2^{\frac{n}{2}}$, y los etiquetados con un barra, \bar{a}, \bar{b}, \dots solo sobre los enteros impares $1, 3, \dots, 2^{\frac{n}{2}} - 1$. Así como en el caso de los índices de sabor, para índices repetidos, debemos asumir suma implícita sobre estos tres tipos de índices.

Empleando el mapeo de espinores de $\text{SO}(1, 3 + n)$ a los espinores de $\text{SO}(1, 3)$ (2.104), el lagrangiano anterior se puede reescribir como

$$\mathcal{L}_{(4+n)}^Y(x, \bar{x}) = \mathcal{L}_{(4+n)}^{Y\ell}(x, \bar{x}) + \mathcal{L}_{(4+n)}^{Yq}(x, \bar{x}), \quad (2.107)$$

con

$$\mathcal{L}_{(4+n)}^{Y\ell}(x, \bar{x}) = -Y_{(4+n)ij}^\ell \left[\bar{L}_{iL(\bar{a})}(x, \bar{x}) \Phi(x, \bar{x}) e_{jR(\bar{a})}(x, \bar{x}) + \bar{L}_{iR(\hat{a})}(x, \bar{x}) \Phi(x, \bar{x}) e_{jL(\hat{a})}(x, \bar{x}) \right] + h.c., \quad (2.108)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{(4+n)}^{Yq}(x, \bar{x}) = & -Y_{(4+n)ij}^d \left[\bar{Q}_{iL(\bar{a})}(x, \bar{x}) \Phi(x, \bar{x}) d_{jR(\bar{a})}(x, \bar{x}) + \bar{Q}_{iR(\hat{a})}(x, \bar{x}) \Phi(x, \bar{x}) d_{jL(\hat{a})}(x, \bar{x}) \right] + h.c. \\ & - Y_{(4+n)ij}^u \left[\bar{Q}_{iL(\bar{a})}(x, \bar{x}) \tilde{\Phi}(x, \bar{x}) u_{jR(\bar{a})}(x, \bar{x}) + \bar{Q}_{iR(\hat{a})}(x, \bar{x}) \tilde{\Phi}(x, \bar{x}) u_{jL(\hat{a})}(x, \bar{x}) \right] + h.c. \end{aligned} \quad (2.109)$$

Donde los diferentes singletes y dobletes sin gorro (“ \wedge ”) son objetos de $\text{SO}(1, 3)$. A continuación asumimos que los singletes izquierdos y derechos, $f(x, \bar{x})$, y dobletes, $F(x, \bar{x})$, del grupo electrodébil, son funciones periódicas en la variedad compacta. Con el fin de recuperar el ME en el límite de un tamaño muy pequeño de la variedad compacta, se definen paridades para los diferentes campos espinoriales, tal que conduzca a espectros de masas consistentes con el teorema de desacoplo. Para tal propósito, adoptaremos las siguientes condiciones de paridad: los dobletes $F_{iL(\bar{a})}$ y singletes $f_{iR(\bar{a})}$ son definidos pares, mientras que los dobletes $F_{iR(\hat{a})}$ y singletes $f_{iL(\hat{a})}$ son definidos impares, esto es,

$$F_{iL(1)}(x, \bar{x}) = f_E^{(0)} F_{iL(1)}^{(0)}(x) + \sum_{(m)} f_E^{(m)}(\bar{x}) F_{iL(1)}^{(m)}(x), \quad (2.110a)$$

$$F_{iR(\hat{a})}(x, \bar{x}) = \sum_{(m)} f_O^{(m)}(\bar{x}) F_{iR(\hat{a})}^{(m)}(x), \quad (2.110b)$$

$$F_{iL(\bar{a})}(x, \bar{x}) = \sum_{(m)} f_E^{(m)}(\bar{x}) F_{iL(\bar{a})}^{(m)}(x), \quad \bar{a} \geq 3, \quad (2.110c)$$

$$f_{iR(1)}(x, \bar{x}) = f_E^{(0)} f_{iR(1)}^{(0)}(x) + \sum_{(m)} f_E^{(m)}(\bar{x}) f_{iR(1)}^{(m)}(x) \quad (2.111a)$$

$$f_{iL(\hat{a})}(x, \bar{x}) = \sum_{(m)} f_O^{(m)}(\bar{x}) f_{iL(\hat{a})}^{(m)}(x), \quad (2.111b)$$

$$f_{iR(\bar{a})}(x, \bar{x}) = \sum_{(m)} f_E^{(m)}(\bar{x}) f_{iR(\bar{a})}^{(m)}(x), \quad \bar{a} \geq 3. \quad (2.111c)$$

Note que hemos elegido sólo al doblete $F_{iL(1)}(x, \bar{x})$ y al singlete $f_{iR(1)}(x, \bar{x})$ con modo cero, ya que sólo es necesario un par de este tipo de objetos para hacer contacto con el ME. Una vez integradas las coordenadas compactas, se tiene

$$\mathcal{L}_{\text{EDSM}}^Y = \mathcal{L}_{\text{EDSM}}^{Y^\ell} + \mathcal{L}_{\text{EDSM}}^{Yq}, \quad (2.112)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{EDSM}}^{Y^\ell}(x) = & -Y_{ij}^\ell \left\{ \bar{L}_{iL(1)}^{(0)} \Phi^{(0)} e_{jR(1)}^{(0)} + \sum_{(\underline{m})} \left[\left(\bar{L}_{iL(\bar{a})}^{(\underline{m})} e_{jR(\bar{a})}^{(\underline{m})} + \bar{L}_{iR(\hat{a})}^{(\underline{m})} e_{jL(\hat{a})}^{(\underline{m})} \right) \Phi^{(0)} \right. \right. \\ & + \left. \left(\bar{L}_{iL(1)}^{(0)} e_{jR(1)}^{(\underline{m})} + \bar{L}_{iL(1)}^{(\underline{m})} e_{jR(1)}^{(0)} \right) \Phi^{(\underline{m})} \right. \\ & \left. \left. + \sum_{(sr)} \left(\Delta_{(msr)} \bar{L}_{iL(\bar{a})}^{(\underline{m})} e_{jR(\bar{a})}^{(\underline{s})} + \Delta'_{(msr)} \bar{L}_{iR(\hat{a})}^{(\underline{m})} e_{jL(\hat{a})}^{(\underline{s})} \right) \Phi^{(r)} \right] \right\} + h.c., \quad (2.113) \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{EDSM}}^{Yq}(x) = & -Y_{ij}^d \left\{ \bar{Q}_{iL(1)}^{(0)} \Phi^{(0)} d_{jR(1)}^{(0)} + \sum_{(\underline{m})} \left[\left(\bar{Q}_{iL(\bar{a})}^{(\underline{m})} d_{jR(\bar{a})}^{(\underline{m})} + \bar{Q}_{iR(\hat{a})}^{(\underline{m})} d_{jL(\hat{a})}^{(\underline{m})} \right) \Phi^{(0)} \right. \right. \\ & + \left. \left(\bar{Q}_{iL(1)}^{(0)} d_{jR(1)}^{(\underline{m})} + \bar{Q}_{iL(1)}^{(\underline{m})} d_{jR(1)}^{(0)} \right) \Phi^{(\underline{m})} \right. \\ & \left. \left. + \sum_{(sr)} \left(\Delta_{(msr)} \bar{Q}_{iL(\bar{a})}^{(\underline{m})} d_{jR(\bar{a})}^{(\underline{s})} + \Delta'_{(msr)} \bar{Q}_{iR(\hat{a})}^{(\underline{m})} d_{jL(\hat{a})}^{(\underline{s})} \right) \Phi^{(r)} \right] \right\} + h.c. \\ & -Y_{ij}^u \left\{ \bar{Q}_{iL(1)}^{(0)} \tilde{\Phi}^{(0)} u_{jR(1)}^{(0)} + \sum_{(\underline{m})} \left[\left(\bar{Q}_{iL(\bar{a})}^{(\underline{m})} u_{jR(\bar{a})}^{(\underline{m})} + \bar{Q}_{iR(\hat{a})}^{(\underline{m})} u_{jL(\hat{a})}^{(\underline{m})} \right) \tilde{\Phi}^{(0)} \right. \right. \\ & + \left. \left(\bar{Q}_{iL(1)}^{(0)} u_{jR(1)}^{(\underline{m})} + \bar{Q}_{iL(1)}^{(\underline{m})} u_{jR(1)}^{(0)} \right) \tilde{\Phi}^{(\underline{m})} \right. \\ & \left. \left. + \sum_{(sr)} \left(\Delta_{(msr)} \bar{Q}_{iL(\bar{a})}^{(\underline{m})} u_{jR(\bar{a})}^{(\underline{s})} + \Delta'_{(msr)} \bar{Q}_{iR(\hat{a})}^{(\underline{m})} u_{jL(\hat{a})}^{(\underline{s})} \right) \tilde{\Phi}^{(r)} \right] \right\} + h.c.. \quad (2.114) \end{aligned}$$

Donde las matrices Y^ℓ , Y^d y Y^u son las matrices de Yukawa del ME, las cuales están relacionadas con la matrices de Yukawa dimensionales a través de la expresión

$$Y^{\ell,d,u} = \frac{Y_{(4+n)}^{\ell,d,u}}{\sqrt{\prod_{\alpha=1}^n (2\pi R_\alpha)}}. \quad (2.115)$$

Note que aquellos términos formados puramente de modos ceros de KK, reproducen el sector de Yukawa del ME.

2.3.2. Sector de Corrientes

El sector de Corriente contiene la información dinámica de los fermiones con los campos de norma. Este sector extradimensional se construye con invariantes de los grupos extendidos $\{\text{SO}(1, 3+n), G(\mathcal{M}^d)_{SM}\}$. Este sector está dado por el siguiente lagrangiano

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{(4+n)}^C(x, \bar{x}) = & i\tilde{L}_{i-} \Gamma^M D_M \hat{L}_{i-} + i\tilde{e}_{i+} \Gamma^M D_M \hat{e}_{i+} \\ & + i\tilde{Q}_{i-} \Gamma^M D_M \hat{Q}_{i-} + i\tilde{u}_{i+} \Gamma^M D_M \hat{u}_{i+} + i\tilde{d}_{i+} \Gamma^M D_M \hat{d}_{i+}, \quad (2.116) \end{aligned}$$

donde la derivada covariante D_M asociado al grupo de norma extendido es dada por

$$D_M = \partial_M - ig_{s(4+n)} \frac{\lambda^a}{2} \mathcal{G}_M^a - ig_{(4+n)} \frac{\sigma^i}{2} \mathcal{W}_M^i - ig'_{(4+n)} \frac{Y}{2} \mathcal{B}_M. \quad (2.117)$$

Al aplicar el mapeo de punto del grupo $\text{SO}(1, 3+n)$ al grupo $\text{SO}(1, 3)$, uno obtiene

$$\mathcal{L}_{(4+n)}^C(x, \bar{x}) = \mathcal{L}_{(4+n)}^{VC}(x, \bar{x}) + \mathcal{L}_{(4+n)}^{SC}(x, \bar{x}), \quad (2.118)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{(4+n)}^{VC}(x, \bar{x}) = & i\bar{L}_{iL(\bar{a})}\gamma^\mu D_\mu L_{iL(\bar{a})} + i\bar{e}_{iR(\bar{a})}\gamma^\mu D_\mu e_{iR(\bar{a})} \\ & + i\bar{L}_{iR(\hat{a})}\gamma^\mu D_\mu L_{iR(\hat{a})} + i\bar{e}_{iL(\hat{a})}\gamma^\mu D_\mu e_{iL(\hat{a})} \\ & + i\bar{Q}_{iL(\bar{a})}\gamma^\mu D_\mu Q_{iL(\bar{a})} + i\bar{d}_{iR(\bar{a})}\gamma^\mu D_\mu d_{iR(\bar{a})} + i\bar{u}_{iR(\bar{a})}\gamma^\mu D_\mu u_{iR(\bar{a})} \\ & + i\bar{Q}_{iR(\hat{a})}\gamma^\mu D_\mu Q_{iR(\hat{a})} + i\bar{d}_{iL(\hat{a})}\gamma^\mu D_\mu d_{iL(\hat{a})} + i\bar{u}_{iL(\hat{a})}\gamma^\mu D_\mu u_{iL(\hat{a})}, \end{aligned} \quad (2.119)$$

y

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{(4+n)}^{SC}(x, \bar{x}) = & i\Lambda_{\hat{a}\hat{b}}^{\bar{\mu}} \left(\bar{L}_{iL(\bar{a})} D_{\bar{\mu}} L_{iR(\hat{b})} - \bar{e}_{iR(\bar{a})} D_{\bar{\mu}} e_{iL(\hat{b})} \right) \\ & - i\Lambda_{\hat{b}\hat{a}}^{\bar{\mu}} \left(\bar{L}_{iR(\hat{b})} D_{\bar{\mu}} L_{iL(\bar{a})} - \bar{e}_{iL(\hat{b})} D_{\bar{\mu}} e_{iR(\bar{a})} \right) \\ & + i\Lambda_{\hat{a}\hat{b}}^{\bar{\mu}} \left(\bar{Q}_{iL(\bar{a})} D_{\bar{\mu}} Q_{iR(\hat{b})} - \bar{d}_{iR(\bar{a})} D_{\bar{\mu}} d_{iL(\hat{b})} - \bar{u}_{iR(\bar{a})} D_{\bar{\mu}} u_{iL(\hat{b})} \right) \\ & - i\Lambda_{\hat{b}\hat{a}}^{\bar{\mu}} \left(\bar{Q}_{iR(\hat{b})} D_{\bar{\mu}} Q_{iL(\bar{a})} - \bar{d}_{iL(\hat{b})} D_{\bar{\mu}} d_{iR(\bar{a})} - \bar{u}_{iL(\hat{b})} D_{\bar{\mu}} u_{iR(\bar{a})} \right). \end{aligned} \quad (2.120)$$

Ahora, implementando el segundo mapeo de punto a través de los desarrollos de Fourier apropiados e integrando las coordenadas extras, se obtiene

$$\mathcal{L}_{\text{EDSM}}^C = \mathcal{L}_{\text{EDSM}}^{VC} + \mathcal{L}_{\text{EDSM}}^{SC}, \quad (2.121)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{EDSM}}^{VC}(x) = & i \sum_{F=L,Q} \left\{ \bar{F}_{iL(1)}^{(0)} \gamma^\mu (D_\mu F_{iL(1)})^{(0)} + \sum_{(\underline{m})} \left[\bar{F}_{iL(\bar{a})}^{(\underline{m})} \gamma^\mu (D_\mu F_{iL(\bar{a})})^{(\underline{m})} \right. \right. \\ & \left. \left. + \bar{F}_{iR(\hat{a})}^{(\underline{m})} \gamma^\mu (D_\mu F_{iR(\hat{a})})^{(\underline{m})} \right] \right\} \\ & + i \sum_{f=e,u,d} \left\{ f_{iR(1)}^{(0)} \gamma^\mu (D_\mu f_{iR(1)})^{(0)} + \sum_{(\underline{m})} \left[\bar{f}_{iR(\bar{a})}^{(\underline{m})} \gamma^\mu (D_\mu f_{iR(\bar{a})})^{(\underline{m})} \right. \right. \\ & \left. \left. + \bar{f}_{iL(\hat{a})}^{(\underline{m})} \gamma^\mu (D_\mu f_{iL(\hat{a})})^{(\underline{m})} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.122)$$

y

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{EDSM}}^{SC}(x) = & i \sum_{F=L,Q} \left\{ \Lambda_{1\hat{b}}^{\bar{\mu}} \bar{F}_{iL(1)}^{(0)} (D_{\bar{\mu}} F_{iR(\hat{b})})^{(0)} + \sum_{(\underline{m})} \left[\Lambda_{\hat{a}\hat{b}}^{\bar{\mu}} \bar{F}_{iL(\bar{a})}^{(\underline{m})} (D_{\bar{\mu}} F_{iR(\hat{b})})^{(\underline{m})} \right. \right. \\ & \left. \left. - \Lambda_{\hat{b}\hat{a}}^{\bar{\mu}} \bar{F}_{iR(\hat{b})}^{(\underline{m})} (D_{\bar{\mu}} F_{iL(\bar{a})})^{(\underline{m})} \right] \right\} \\ & - i \sum_{f=e,u,d} \left\{ \Lambda_{1\hat{b}}^{\bar{\mu}} \bar{f}_{iR(1)}^{(0)} (D_{\bar{\mu}} f_{iL(\hat{b})})^{(0)} + \sum_{(\underline{m})} \left[\Lambda_{\hat{a}\hat{b}}^{\bar{\mu}} \bar{f}_{iR(\bar{a})}^{(\underline{m})} (D_{\bar{\mu}} f_{iL(\hat{b})})^{(\underline{m})} \right. \right. \\ & \left. \left. - \Lambda_{\hat{b}\hat{a}}^{\bar{\mu}} \bar{f}_{iL(\hat{b})}^{(\underline{m})} (D_{\bar{\mu}} f_{iR(\bar{a})})^{(\underline{m})} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.123)$$

Donde los diferentes objetos covariantes apareciendo en las expresiones anteriores son dados en el apéndice C.

2.3.3. Espectros de Masa fermiónica

Una vez integrada las dimensiones extras y aplicado el mecanismo de Higgs al sector fermiónico, los espectros de masa de los fermiones surgen tanto de la parte de Yukawa como del sector de Corrientes, así que es necesario determinar los eigenestados de masa.

Después de el rompimiento de simetría espontáneo, los quarks y leptones modos cero y excitaciones de KK adquieren masa que es proporcional a la escala de Fermi. La diagonalización del sector estándar, fermiones modo cero de KK, nos permite pasar de la base de norma a la base de sabor, lo cual es alcanzado a través de las transformaciones unitarias descritas en las secciones 1.3.1 y 1.3.2, a saber,

$$N_L^{(0)} = U_L^l N_L'^{(0)}, \quad (2.124a)$$

$$E_L^{(0)} = U_L^l E_L'^{(0)}, \quad E_R^{(0)} = U_R^l E_R'^{(0)}, \quad (2.124b)$$

$$U_L^{(0)} = U_L^u U_L'^{(0)}, \quad U_R^{(0)} = U_R^u U_R'^{(0)}, \quad (2.124c)$$

$$D_L^{(0)} = U_L^d D_L'^{(0)}, \quad D_R^{(0)} = U_R^d D_R'^{(0)}, \quad (2.124d)$$

donde N_L , $E_{L,R}$, $U_{L,R}$ y $D_{L,R}$ son vectores en el espacio de sabor. Estas transformaciones nos permiten obtener las masas de los fermiones del ME descritos en la sección 1.3.1 y 1.3.2. Por otro lado, en virtud de que hemos asumido que las matrices que mezclan los sabores, esto es, las matrices de Yukawa, no dependen de las coordenadas compactas, la diagonalización del sabor conmuta con el proceso de compactificación, es decir, uno puede primero realizar la diagonalización de sabor y posteriormente implementar el esquema de compactificación o viceversa. Esto quiere decir que los vectores de sabor (izquierdos o derechos) $\hat{N}_{-,+}$, $\hat{E}_{-,+}$, $\hat{U}_{-,+}$ y $\hat{D}_{-,+}$ deben satisfacer la misma relación de los modos ceros de KK dada anteriormente. Entonces, los excitaciones de KK de los quarks son transformados como

$$U_{\hat{L}}^{(m)} = U_L^u U_{\hat{L}}'^{(m)}, \quad U_{\hat{R}}^{(m)} = U_R^u U_{\hat{R}}'^{(m)}, \quad (2.125a)$$

$$U_{\hat{R}}^{(m)} = U_L^u U_{\hat{R}}'^{(m)}, \quad U_{\hat{L}}^{(m)} = U_R^u U_{\hat{L}}'^{(m)}, \quad (2.125b)$$

$$D_{\hat{L}}^{(m)} = U_L^d D_{\hat{L}}'^{(m)}, \quad D_{\hat{R}}^{(m)} = U_R^d D_{\hat{R}}'^{(m)}, \quad (2.125c)$$

$$D_{\hat{R}}^{(m)} = U_L^d D_{\hat{R}}'^{(m)}, \quad D_{\hat{L}}^{(m)} = U_R^d D_{\hat{L}}'^{(m)}, \quad (2.125d)$$

donde se ha introducido la siguiente notación

$$F_{\hat{L}}^{(m)} = \begin{pmatrix} F_{L(1)}^{(m)} \\ \vdots \\ F_{L(2^{\frac{n}{2}}-1)}^{(m)} \end{pmatrix}, \quad F_{\hat{L}} = \begin{pmatrix} F_{L(2)}^{(m)} \\ \vdots \\ F_{L(2^{\frac{n}{2}})}^{(m)} \end{pmatrix}, \quad \text{con } F = U, D. \quad (2.126)$$

En estas expresiones, $F_{\hat{L}}^{(m)}$ contiene sólo a los espinores $F_{L(\hat{a})}^{(m)}$, mientras que $F_{\hat{L}}$ contiene sólo a los espinores $F_{L(\hat{a})}$. Similarmente, cambiando el subíndice R por L en las expresiones anteriores,

obtenemos los objetos $F_{\hat{R}}^{(m)}$ y $F_{\hat{L}}^{(m)}$. En el caso del sector de leptones, las transformaciones unitarias son

$$N_{\hat{L}}^{(m)} = U_L^l N_L'^{(m)}, \quad (2.127a)$$

$$N_{\hat{R}}^{(m)} = U_L^l N_{\hat{R}}'^{(m)}, \quad (2.127b)$$

$$E_{\hat{L}}^{(m)} = U_L^l E_L'^{(m)}, \quad E_{\hat{R}}^{(m)} = U_R^l E_R'^{(m)}, \quad (2.127c)$$

$$E_{\hat{R}}^{(m)} = U_L^l E_{\hat{R}}'^{(m)}, \quad E_{\hat{L}}^{(m)} = U_R^l E_{\hat{L}}'^{(m)}. \quad (2.127d)$$

Donde la manera especial en que transforman los neutrinos se debe al hecho de que no hay neutrinos derechos $\hat{\nu}_+(x, \bar{x})$ en la teoría gobernada por los grupos extendidos $\{\text{ISO}(1, 3 + n), G(\mathcal{M}^d)_{SM}\}$. Consecuentemente, como se nota en la expresiones de arriba, los neutrinos son descritos por $2^{\frac{n}{2}}/2$ torres de excitaciones de KK, a diferencia de los fermiones cargados que son descritos por $2^{\frac{n}{2}}$ torres. Note que conviene definir vectores de dimensión $2^{\frac{n}{2}}$ de la siguiente forma

$$F_{VL,VR}^{(m)} = \begin{pmatrix} F_{\hat{L},\hat{R}}^{(m)} \\ F_{\hat{L},\hat{R}}^{(m)} \end{pmatrix}, \quad \text{con } F = U, D, E, N. \quad (2.128)$$

Con esto, los espectros de masa de los excitaciones de KK de los fermiones son coleccionados en el siguiente lagrangiano

$$\mathcal{L}_{Mass}^{\text{KK}} = - \sum_{F=U,D,E,N} \sum_{(m)} \bar{F}_{VL}^{(m)} M_F F_{VR}^{(m)} + h.c., \quad (2.129)$$

siendo

$$M_F = \begin{pmatrix} M_{F^{(0)}} & i\Lambda \\ i\Lambda^\dagger & M_{F^{(0)}} \end{pmatrix}, \quad M_N = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ i\Lambda^\dagger & 0 \end{pmatrix}, \quad F = U, D, E. \quad (2.130)$$

Donde $\Lambda = p_{\hat{\mu}}^{(m)} \Theta^{\hat{\mu}}$ es una matriz de dimensión $(2^{\frac{n}{2}}/2) \times (2^{\frac{n}{2}}/2)$, definido en el apéndice B, y los términos $M_{F^{(0)}}$ son matrices diagonales de sabor y dimensión 3×3 , que contiene las masa de los fermiones del ME (vea las expresiones (1.32) y (1.38)), por ejemplo, $M_{U^{(0)}} = \text{diag}(m_{u^{(0)}}, m_{c^{(0)}}, m_{t^{(0)}})$. Note que las matrices $M_{F^{(0)}}$ y Λ son multiplicados por matrices identidad de dimensión $(2^{\frac{n}{2}}/2) \times (2^{\frac{n}{2}}/2)$ y 3×3 , respectivamente. Los términos proporcionales a $M_{F^{(0)}}$ vienen del sector de Yukawa, mientras que los proporcionales a Λ provienen del sector de Corrientes. Además, note que la estructura de Λ depende de la representación de las matrices $\Gamma^{\hat{\mu}}$.

Para diagonalizar las matrices (2.130), uno nota lo siguiente

$$M_F M_F^\dagger = \begin{pmatrix} M_{F^{(m)}}^2 & 0 \\ 0 & M_{F^{(m)}}^2 \end{pmatrix}, \quad F = U, D, E, \quad (2.131)$$

donde $M_{F^{(m)}}^2 = M_{F^{(0)}}^2 + m_{(m)}^2$. Mientras que para el caso de los neutrinos tenemos

$$M_N M_N^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_{N^{(m)}}^2 \end{pmatrix}, \quad (2.132)$$

siendo $M_{N^{(m)}}^2 = m_{(m)}^2$. Para determinar las expresiones de arriba se utilizó el álgebra de Clifford que satisface las matrices $\Gamma^{\bar{\mu}}$, obteniendo la relación $\Lambda\Lambda^\dagger = \Lambda^\dagger\Lambda = m_{(m)}^2$. Con esto, uno concluye que las matrices M_F ($F = U, D, E$) son diagonalizadas por las matrices

$$V_F^{(m)} = \frac{1}{M_{F^{(m)}}} M_F^\dagger = \frac{M_{F^{(0)}}}{M_{F^{(m)}}} - \frac{i\Omega}{M_{F^{(m)}}}, \quad (2.133)$$

donde

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & \Lambda \\ \Lambda^\dagger & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.134)$$

En el caso de los neutrinos, su diagonalización es mediante la matriz

$$V_N^{(m)} = -\frac{i\Omega}{M_{N^{(m)}}}. \quad (2.135)$$

Con esto las masas de los fermiones excitaciones de KK cargados ($F = U, D, E$) tienen masa $M_{F^{(m)}}^2 = M_{F^{(0)}}^2 + m_{(m)}^2$, mientras que la familia de neutrinos excitaciones de KK tienen masa $M_{N^{(m)}}^2 = m_{(m)}^2$. Además, para cada sabor, no existe manera de distinguir una torre de KK de otra, ya que ellos tienen la misma masa, la cual es dada por

$$m_{f^{(m)}}^2 = m_{(m)}^2 + m_{f^{(0)}}^2, \quad f = q, l, \nu_l. \quad (2.136)$$

Dado que las matrices M_F es una matriz normal, $M_F M_F^\dagger = M_F^\dagger M_F$, existen dos posibilidades de ir de la base de sabor a la base de masas. Una manera consiste en considerar la siguiente transformación

$$F'_{VL}{}^{(m)} = F''_{VL}{}^{(m)}, \quad F'_{VR}{}^{(m)} = V_F^{(m)} F''_{VR}{}^{(m)}, \quad (2.137)$$

$$N'_{VL}{}^{(m)} = N''_{VL}{}^{(m)}, \quad N'_{VR}{}^{(m)} = V_N^{(m)} N''_{VR}{}^{(m)}, \quad (2.138)$$

donde cada componente de estos vectores corresponde a vectores del espacio de sabor. La otra manera de diagonalizar las matrices de masa consiste en realizar las transformaciones

$$F'_{VL}{}^{(m)} = V_F^{(m)\dagger} F''_{VL}{}^{(m)}, \quad F'_{VR}{}^{(m)} = F''_{VR}{}^{(m)}, \quad (2.139)$$

$$N'_{VL}{}^{(m)} = V_N^{(m)\dagger} N''_{VL}{}^{(m)}, \quad N'_{VR}{}^{(m)} = N''_{VR}{}^{(m)}. \quad (2.140)$$

Sin embargo, ambas transformaciones son equivalente, ya que están relacionadas mediante una transformación unitaria, dada por $V_F^{(m)}$ y $V_N^{(m)}$. Aquí, consideraremos la primera transformación y definimos la base de las masas de las excitaciones de KK fermiónicas de la siguiente forma

$$F''_{VL,R}{}^{(m)} = \begin{pmatrix} F''_{L,R(1)}{}^{(m)} \\ F''_{L,R(2)}{}^{(m)} \\ \vdots \\ F''_{L,R(2^{\frac{n}{2}})}{}^{(m)} \end{pmatrix}, \quad F = U, D, E. \quad (2.141)$$

Notemos que cada sabor tiene asociado $2^{\frac{n}{2}}$ torres de espinores excitaciones de KK. Para los

neutrinos es

$$N''_{V L,R} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ N''_{L,R(1)} \\ N''_{L,R(2)} \\ \vdots \\ N''_{L,R(\frac{n}{2})} \end{pmatrix}, \quad (2.142)$$

de donde resulta claro que cada sabor de neutrino tiene asociado $2^{\frac{n}{2}}/2$ torres de excitaciones de KK, lo cual se debe a la ausencia de neutrinos derechos. Conviene usar la siguiente notación para los fermiones del ME

$$F''_{V L,R} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ F_{L,R}^{(0)} \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad N''_{V L} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ N_L^{(0)} \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.143)$$

donde $F_{L,R}^{(0)}$ y $N_L^{(0)}$ aparecen, respectivamente, como la $\frac{2^{\frac{n}{2}}}{2} + 1$ componente de los vectores $F''_{V L,R}$ y $N''_{V L}$.

2.3.4. Acoplamiento del sector fermiónico efectivo

Las propagaciones libres de los fermiones, así como sus acoplamientos con escalares y bosones de norma, surgen de los lagrangianos efectivos que describen el sector de Yukawa (2.112) y el sector de Corrientes (2.121). Dichos sectores pueden ser reagrupados de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eff}^f &= \mathcal{L}_{EDSM}^Y + \mathcal{L}_{EDSM}^C \\ &= \mathcal{L}_p^{SM} + \mathcal{L}_p^{KK} + \mathcal{L}_{int}, \end{aligned} \quad (2.144)$$

donde los lagrangianos que definen los propagadores son

$$\mathcal{L}_p^{SM} = \sum_{F=E,D,U} \bar{F}^{(0)} (i\cancel{\partial} - M_{F^{(0)}}) F^{(0)} + i\bar{N}^{(0)} \cancel{\partial} N^{(0)}, \quad (2.145)$$

$$\mathcal{L}_p^{KK} = \sum_{F=E,N,D,U} \bar{F}_V^{(m)} (i\cancel{\partial} - M_{F^{(m)}}) F_V^{(m)}, \quad (2.146)$$

note que la matriz $M_{F^{(m)}}$ es multiplicada por una matriz identidad de dimensión $2^{\frac{n}{2}} \times 2^{\frac{n}{2}}$. De aquí en adelante, con el fin de simplificar la notación, omitiremos la doble prima sobre los eigenestados de masa. El lagrangiano \mathcal{L}_{int} , contiene todas las interacciones entre fermiones y campos de norma o escalares, ya sean puramente del ME, excitaciones de KK o campos del

ME (modos cero de KK) con excitaciones de KK. Este contiene las corrientes resultantes de los sectores Débil, QED, QCD y las interacciones de Higgs-fermión, los cuales describiremos a continuación.

2.3.4.1. Corrientes Débiles

Las corrientes débiles cargadas y neutras son mediadas por las familias de campos $\{W_\mu^{(0)\pm}, W_\mu^{(m)\pm}, W_{\bar{n}}^{(m)\pm}, W_n^{(m)\pm}\}$ y $\{Z_\mu^{(0)}, Z_\mu^{(m)}, Z_{\bar{n}}^{(m)}, Z_n^{(m)}\}$, respectivamente.

Las corrientes vectoriales cargadas están dadas por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{VCC} = & W_\mu^{(0)+} \left[J_W^{(0)\mu} + \sum_{(m)} \left(J_{WL}^{(m)(m)\mu} + J_{WR}^{(m)(m)\mu} \right) \right] \\ & + \sum_{(m)} W_\mu^{(m)+} \left[J_W^{(0)(m)\mu} + \sum_{(r)(s)} J_W^{(r)(s)(m)\mu} \right] + h.c., \end{aligned} \quad (2.147)$$

donde los bosones de norma $W_\mu^{(0)+}$ del ME se acopla a la corriente vectorial cargada del ME,

$$J_W^{(0)\mu} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{N}^{(0)} \gamma^\mu P_L E^{(0)} + \bar{U}^{(0)} K \gamma^\mu P_L D^{(0)} \right), \quad (2.148a)$$

y también a las corrientes que involucran excitaciones de KK

$$J_{WL}^{(m)(m)\mu} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{N}_V^{(m)} \gamma^\mu P_L E_V^{(m)} + \frac{1}{2} \bar{U}_V^{(m)} K \gamma^\mu P_L D_V^{(m)} \right), \quad (2.148b)$$

$$J_{WR}^{(m)(m)\mu} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{N}_V^{(m)} \gamma^\mu P_R V_N^{(m)\dagger} V_E^{(m)} E_V^{(m)} + \bar{U}_V^{(m)} \gamma^\mu P_R \hat{V}_U^{(m)\dagger} K \hat{V}_D^{(m)} D_V^{(m)} \right). \quad (2.148c)$$

En estas expresiones, la matriz de transformación $V_F^{(m)}$ se ha dividido en dos partes: $V_F^{(m)} = \hat{V}_F^{(m)} + \bar{V}_F^{(m)}$ ($F = E, D, U$), donde

$$\hat{V}_F^{(m)} = \frac{1}{M_{F(m)}} \begin{pmatrix} M_{F(0)} & -i\Lambda \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{V}_F^{(m)} = \frac{1}{M_{F(m)}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -i\Lambda^\dagger & M_{F(0)} \end{pmatrix}. \quad (2.149)$$

Por otra parte, los campos vectoriales $W_\mu^{(m)+}$ se acopla a las siguientes corrientes

$$\begin{aligned} J_W^{(0)(m)\mu} = & \frac{g}{\sqrt{2}} \left[\bar{N}_V^{(0)} \gamma^\mu P_L E_V^{(m)} + \bar{N}_V^{(m)} \gamma^\mu P_L E_V^{(0)} \right. \\ & \left. + \bar{U}_V^{(0)} K \gamma^\mu P_L D_V^{(m)} + \bar{U}_V^{(m)} K \gamma^\mu P_L D_V^{(0)} \right]. \end{aligned} \quad (2.150a)$$

Dado que en esta corriente aparecen sólo fermiones izquierdos, las matrices $V_F^{(m)}$ no aparecen. Las corrientes que involucran únicamente excitaciones de KK son

$$\begin{aligned} J_W^{(r)(s)(m)\mu} = & \frac{g}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{N}_V^{(r)} \gamma^\mu \left[\Delta'_{(rsm)} V_N^{(r)\dagger} V_E^{(s)} P_R + \Delta_{(rsm)} P_L \right] E_V^{(s)} \right. \\ & \left. + \bar{U}_V^{(r)} \gamma^\mu \left[\Delta'_{(rsm)} \hat{V}_U^{(r)\dagger} K \hat{V}_D^{(s)} P_R + \frac{1}{2} \Delta_{(rsm)} K P_L \right] D_V^{(s)} \right\}. \end{aligned} \quad (2.150b)$$

Por otra parte, las corrientes cargadas a las que se acoplan campos escalares, están dadas por

$$\mathcal{L}_{SCC} = \mathcal{L}_{G_W} + \mathcal{L}_{W_G} + \mathcal{L}_{W_{\bar{n}}} + \mathcal{L}_{W_n}, \quad (2.151)$$

donde las corrientes mediadas por los pseudo bosones de Goldstone $G_W^{(0)\pm}$ and $W_G^{(m)\pm}$ son dadas por

$$\mathcal{L}_{G_W} = G_W^{(0)+} \left[J_{G_W}^{(0)} + \sum_{(m)} J_{G_W}^{(m)(m)} \right] + h.c., \quad (2.152)$$

$$\mathcal{L}_{W_G} = \sum_{(m)} W_G^{(m)+} \left[J_{W_G}^{(0)(m)+} + \sum_{(rs)} J_{W_G}^{(r)(s)(m)+} \right] + h.c.. \quad (2.153)$$

Por otra parte, las corrientes mediadas por los escalares $W_{\bar{n}}^{(m)\pm}$ ($\bar{n} = 1, \dots, n-1$) y $W_n^{(m)\pm}$, son dadas por

$$\mathcal{L}_{W_{\bar{n}}} = \sum_{\bar{n}=1}^{n-1} \sum_{(m)} W_{\bar{n}}^{(m)+} \left[J_{W_{\bar{n}}}^{(0)(m)} + \sum_{(rs)} J_{W_{\bar{n}}}^{(r)(s)(m)} \right] + h.c., \quad (2.154)$$

$$\mathcal{L}_{W_n} = \sum_{(m)} W_n^{(m)+} \left[J_{W_n}^{(0)(m)} + \sum_{(rs)} J_{W_n}^{(r)(s)(m)} \right] + h.c.. \quad (2.155)$$

Observe que hemos separados los escalares $W_n^{(m)\pm}$ de los $n-1$ escalares $W_{\bar{n}}^{(m)\pm}$, ya que sus acoplamientos son diferentes, lo cual se debe a que el primer campo viene tanto del sector de corrientes como del sector de Yukawa, mientras que los últimos campos sólo surgen sólo del sector de corrientes. Las expresiones de estas corrientes escalares, incluyendo la de los pseudo-bosones de Goldstone, son dados en el apéndice D.

Ahora describiremos las corrientes neutras, las cuales son mediadas por la familia de campos $\{Z_\mu^{(0)}, Z_\mu^{(m)}, Z_{\bar{n}}^{(m)}, Z_n^{(m)}\}$, asociados al bosón de norma Z . Las interacciones con campos vectoriales pueden ser escritas como

$$\mathcal{L}_{VNC} = Z_\mu^{(0)} \left[J_Z^{(0)\mu} + \sum_{(m)} J_Z^{(m)(m)\mu} \right] + \sum_{(m)} Z_\mu^{(m)} \left[J_Z^{(0)(m)\mu} + \sum_{(rs)} J_Z^{(r)(s)(m)\mu} \right], \quad (2.156)$$

donde la corriente neutra que corresponde a la bien conocida del ME es dada por

$$J_Z^{(0)\mu} = \frac{g}{2c_W} \left[\bar{E}^{(0)} \gamma^\mu (g_V^E - g_A^E \gamma^5) E^{(0)} + \bar{N}^{(0)} \gamma^\mu P_L N^{(0)} \right. \\ \left. + \bar{D}^{(0)} \gamma^\mu (g_V^D - g_A^D \gamma^5) D^{(0)} + \bar{U}^{(0)} \gamma^\mu (g_V^U - g_A^U \gamma^5) U^{(0)} \right]. \quad (2.157)$$

Las definiciones de g_V^F y g_A^F son dados en la expresión (1.51). La corriente que involucra sólo fermiones excitaciones de KK, $J_Z^{(m)(m)\mu}$, puede ser convenientemente dividida en sus componentes izquierdas y derechas de la siguiente forma

$$J_Z^{(m)(m)\mu} = J_{ZL}^{(m)(m)\mu} + J_{ZR}^{(m)(m)\mu}, \quad (2.158)$$

con

$$J_{ZL}^{(m)(m)\mu} = \frac{g}{2c_W} \left[\sum_{F=E,D,U} g_V^F \bar{F}^{(m)} \gamma^\mu P_L F_V^{(m)} + \bar{N}_V^{(m)} \gamma^\mu P_L N_V^{(m)} \right], \quad (2.159a)$$

$$J_{ZR}^{(m)(m)\mu} = \frac{g}{2c_W} \left\{ \sum_{F=E,D,U} \bar{F}_V^{(m)} \gamma^\mu P_R \left[g_+^F \hat{V}_F^{(m)\dagger} \hat{V}_F^{(m)} + g_-^F \bar{V}_F^{(m)\dagger} \bar{V}_F^{(m)} \right] F_V^{(m)} + \bar{N}_V^{(m)} \gamma^\mu P_R N_V^{(m)} \right\}, \quad (2.159b)$$

donde $g_\pm^F = g_V^F \pm g_A^F$. Finalmente,

$$J_Z^{(0)(m)\mu} = \frac{g}{2c_W} \left\{ \sum_{F=E,D,U} \bar{F}_V^{(0)} \gamma^\mu \left[g_-^F V_F^{(m)} P_R + g_+^F P_L \right] F_V^{(m)} + \bar{N}_V^{(0)} \gamma^\mu P_L N_V^{(m)} \right\} + h. c., \quad (2.159c)$$

$$\begin{aligned} J_Z^{(r)(s)(m)\mu} &= \frac{g}{2c_W} \left\{ \sum_{F=E,D,U} \bar{F}_V^{(r)} \gamma^\mu \left[\left(\Delta'_{(rsm)} g_+^F \hat{V}_F^{(r)\dagger} \hat{V}_F^{(s)} + \Delta_{(rsm)} g_-^F \bar{V}_F^{(r)\dagger} \bar{V}_F^{(s)} \right) P_R \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{2} \left(\Delta'_{(rsm)} g_-^F + \Delta_{(rsm)} g_+^F \right) P_L \right] F_V^{(s)} \right. \\ &\quad \left. + \bar{N}_V^{(r)} \gamma^\mu \left[\Delta'_{(rsm)} V_N^{(r)\dagger} V_N^{(s)} P_R + \Delta_{(rsm)} P_L \right] N_V^{(s)} \right\}. \end{aligned} \quad (2.159d)$$

Por otra parte, las corrientes mediadas por los campos escalares neutros, se pueden organizar de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}_{SNC} = \mathcal{L}_{G_Z} + \mathcal{L}_{Z_G} + \mathcal{L}_{Z_{\bar{n}}} + \mathcal{L}_{Z_n}, \quad (2.160)$$

donde

$$\mathcal{L}_{G_Z} = G_Z^{(0)} \left[J_{G_Z}^{(0)} + \sum_{(m)} J_{G_Z}^{(m)(m)} \right], \quad (2.161)$$

$$\mathcal{L}_{Z_G} = \sum_{(m)} Z_G^{(m)} \left[J_{Z_G}^{(0)(m)} + \sum_{(rs)} J_{Z_G}^{(r)(s)(m)} \right], \quad (2.162)$$

$$\mathcal{L}_{Z_{\bar{n}}} = \sum_{\bar{n}=1}^{n-1} \sum_{(m)} Z_{\bar{n}}^{(m)} \left[J_{Z_{\bar{n}}}^{(0)(m)} + \sum_{(rs)} J_{Z_{\bar{n}}}^{(r)(s)(m)} \right], \quad (2.163)$$

$$\mathcal{L}_{Z_n} = \sum_{(m)} Z_n^{(m)} \left[J_{Z_n}^{(0)(m)} + \sum_{(rs)} J_{Z_n}^{(r)(s)(m)} \right]. \quad (2.164)$$

Cabe mencionar que, como en el caso vectorial, las interacciones de los campos $Z_n^{(m)}$ son generadas tanto por el sector de Yukawa como por el sector de Corrientes, mientras que los acoplamientos de los campos $Z_{\bar{n}}^{(m)}$ provienen sólo del sector de Corrientes. Las corrientes que aparecen en los lagrangianos anteriores son dados en el apéndice E.

2.3.4.2. Corrientes QED

Las corrientes electromagnéticas son mediadas por la familia de campos asociada al fotón, $\{A_\mu^{(0)}, A_\mu^{(m)}, A_{\bar{n}}^{(m)}, A_G^{(m)}\}$.

Los campos vectoriales $\{A_\mu^{(0)}, A_\mu^{(m)}\}$ se acoplan a corrientes vectoriales de la siguiente ma-

nera:

$$\mathcal{L}_{VQEDC} = A_\mu^{(0)} \left[J_A^{(0)\mu} + \sum_{(m)} J_A^{(m)(m)\mu} \right] + \sum_{(m)} A_\mu^{(m)} \left[J_A^{(0)(m)\mu} + \sum_{(rs)} J_A^{(r)(s)(m)\mu} \right], \quad (2.165)$$

donde el fotón, $A_\mu^{(0)}$, se acopla a la corriente electromagnética del ME,

$$J_A^{(0)\mu} = e \left[Q_E \bar{E}^{(0)} \gamma^\mu E^{(0)} + Q_D \bar{D}^{(0)} \gamma^\mu D^{(0)} + Q_U \bar{U}^{(0)} \gamma^\mu U^{(0)} \right], \quad (2.166a)$$

y a las corrientes hechas únicamente de excitaciones de KK,

$$J_A^{(m)(m)\mu} = e \sum_{F=E,D,U} Q_F \bar{F}_V^{(m)} \gamma^\mu F_V^{(m)}. \quad (2.166b)$$

Por otra parte, el campo $A_\mu^{(m)}$ se acopla a las siguientes corrientes vectoriales

$$J_A^{(0)(m)\mu} = e \sum_{F=E,D,U} Q_F \bar{F}_V^{(0)} \gamma^\mu [V_F^{(m)} P_R + P_L] F_V^{(m)} + h.c., \quad (2.166c)$$

$$\begin{aligned} J_A^{(r)(s)(m)\mu} = & e \sum_{F=E,D,U} Q_F \bar{F}_V^{(r)} \gamma^\mu \left[(\Delta'_{(rsm)} \hat{V}_F^{(r)\dagger} \hat{V}_F^{(s)} + \Delta_{(rsm)} \bar{V}_F^{(r)\dagger} \bar{V}_F^{(s)}) P_R \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} (\Delta'_{(rsm)} + \Delta_{(rsm)}) P_L \right] F_V^{(s)}. \end{aligned} \quad (2.166d)$$

Las corrientes escalares son mediadas por los pseudo bosones de Goldstone $A_G^{(m)}$ y por los $n - 1$ escalares físicos $A_{\bar{n}}^{(m)}$, cuyas interacciones pueden ser agrupadas como sigue:

$$\mathcal{L}_{SQEDC} = \sum_{(m)} \left\{ A_G^{(m)} \left[J_{A_G}^{(0)(m)} + \sum_{(rs)} J_{A_G}^{(r)(s)(m)} \right] \right. \quad (2.167)$$

$$\left. + \sum_{\bar{n}=1}^{n-1} A_{\bar{n}}^{(m)} \left[J_{A_{\bar{n}}}^{(0)(m)} + \sum_{(rs)} J_{A_{\bar{n}}}^{(r)(s)(m)} \right] \right\}, \quad (2.168)$$

con las corrientes de excitaciones de KK dadas por

$$J_{A_G}^{(0)(m)} = -e \sum_{F=E,D,U} Q_F \bar{F}_V^{(0)} \Pi^{(m)} \left[V_F^{(m)} P_R - P_L \right] F_V^{(m)} + h.c., \quad (2.169a)$$

$$J_{A_{\bar{n}}}^{(0)(m)} = -e \sum_{F=E,D,U} Q_F \bar{F}_V^{(0)} \mathcal{R}_{\mu\bar{n}}^{(m)} \Pi^{\bar{\mu}} \left[V_F^{(m)} P_R - P_L \right] F_V^{(m)} + h.c., \quad (2.169b)$$

$$\begin{aligned} J_{A_G}^{(r)(s)(m)} = & -e \sum_{F=E,D,U} Q_F \bar{F}_V^{(r)} \left[(\Delta'_{(msr)} \Pi^{(m)} - \Delta'_{(mrs)} \Pi^{(m)\dagger}) V_F^{(s)} P_R \right. \\ & \left. + V_F^{(r)\dagger} (\Delta'_{(mrs)} \Pi^{(m)\dagger} - \Delta'_{(msr)} \Pi^{(m)}) P_L \right] F_V^{(s)}, \end{aligned} \quad (2.169c)$$

$$\begin{aligned}
 J_{A\bar{n}}^{(r)(s)(m)} = & -e \sum_{F=E,D,U} Q_F \bar{F}_V^{(r)} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \left[(\Delta'_{(msr)} \Pi^{\bar{\mu}} - \Delta'_{(mrs)} \Pi^{\bar{\mu}\dagger}) V_F^{(s)} P_R \right. \\
 & \left. + V_F^{(r)\dagger} (\Delta'_{(mrs)} \Pi^{\bar{\mu}\dagger} - \Delta'_{(msr)} \Pi^{\bar{\mu}}) P_L \right] F_V^{(s)}, \quad (2.169d)
 \end{aligned}$$

donde se han definido las matrices

$$\Pi^{(m)} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \Pi^{\bar{\mu}}, \quad \Pi^{\bar{\mu}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \Theta^{\bar{\mu}\dagger} & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.170)$$

La matriz $\Theta^{\bar{\mu}}$ de dimensión $(2^{\frac{n}{2}}/2) \times (2^{\frac{n}{2}}/2)$ es discutida en el apéndice B.

2.3.4.3. Corrientes QCD

En este modelo el sector gluónico de QCD es descrito por la familia de campos $\{G_\mu^{(0)a}, G_\mu^{(m)a}, G_{\bar{n}}^{(m)a}, G_G^{(m)a}\}$.

Los acoplamientos de los campos vectoriales $\{G_\mu^{(0)a}, G_\mu^{(m)a}\}$ a las corrientes de color son descritos por el lagrangiano

$$\mathcal{L}_{VQCD} = G_\mu^{(0)a} \left[J_G^{(0)a\mu} + \sum_{(m)} J_G^{(m)a\mu} \right] + \sum_{(m)} G_\mu^{(m)a} \left[J_G^{(0)(m)a\mu} + \sum_{(rs)} J_G^{(r)(s)(m)a\mu} \right], \quad (2.171)$$

donde la corriente vectorial usual del ME es

$$J_G^{\mu a} = g_s \left[\bar{D}^{(0)} \gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} D^{(0)} + \bar{U}^{(0)} \gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} U^{(0)} \right], \quad (2.172a)$$

mientras que las corrientes que contienen a las excitaciones de KK son dadas por

$$J_G^{(m)(m)a\mu} = g_s \sum_{F=D,U} \bar{F}_V^{(m)} \gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} F_V^{(m)}, \quad (2.172b)$$

$$J_G^{(0)(m)a\mu} = g_s \sum_{F=D,U} \bar{F}_V^{(0)} \gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} [V_F^{(m)} P_R + P_L] F_V^{(m)} + h.c., \quad (2.172c)$$

$$\begin{aligned}
 J_G^{(r)(s)(m)a\mu} = & g_s \sum_{F=D,U} \bar{F}_V^{(r)} \gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} \left\{ [\Delta'_{(rsm)} \hat{V}_F^{(r)\dagger} \hat{V}_F^{(s)} + \Delta_{(rsm)} \bar{V}_F^{(r)\dagger} \bar{V}_F^{(s)}] P_R \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2} (\Delta'_{(rsm)} + \Delta_{(rsm)}) P_L \right\} F_V^{(s)}. \quad (2.172d)
 \end{aligned}$$

Los acoplamientos de los campos $\{G_{\bar{n}}^{(m)a}, G_G^{(m)a}\}$ a corrientes escalares, son dados por

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{SQCD} = & \sum_{(m)} \left\{ G_G^{(m)a} \left[J_{GG}^{(0)(m)a} + \sum_{(rs)} J_{GG}^{(r)(s)(m)a} \right] \right. \\
 & \left. + \sum_{\bar{n}=1}^{n-1} G_{\bar{n}}^{(m)a} \left[J_{G\bar{n}}^{(0)(m)a} + \sum_{(rs)} J_{G\bar{n}}^{(r)(s)(m)a} \right] \right\}, \quad (2.173)
 \end{aligned}$$

donde

$$J_{G_G}^{(0)(m)a} = -g_s \sum_{F=D,U} \bar{F}_V^{(0)} \frac{\lambda^a}{2} \Pi^{(m)} \left[V_F^{(m)} P_R - P_L \right] F_V^{(m)} + h.c. , \quad (2.174a)$$

$$J_{G_{\bar{n}}}^{(0)(m)} = -g_s \sum_{F=D,U} \bar{F}_V^{(0)} \frac{\lambda^a}{2} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \Pi^{\bar{\mu}} \left[V_F^{(m)} P_R - P_L \right] F_V^{(m)} + h.c. , \quad (2.174b)$$

$$\begin{aligned} J_{G_G}^{(r)(s)(m)a} = & -g_s \sum_{F=D,U} \bar{F}_V^{(r)} \frac{\lambda^a}{2} \left[(\Delta'_{(msr)} \Pi^{(m)} - \Delta'_{(mrs)} \Pi^{(m)\dagger}) V_F^{(s)} P_R \right. \\ & \left. + V_F^{(r)\dagger} (\Delta'_{(mrs)} \Pi^{(m)\dagger} - \Delta'_{(msr)} \Pi^{(m)}) P_L \right] F_V^{(s)} , \end{aligned} \quad (2.174c)$$

$$\begin{aligned} J_{G_{\bar{n}}}^{(r)(s)(m)a} = & -g_s \sum_{F=D,U} \bar{F}_V^{(r)} \frac{\lambda^a}{2} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \left[(\Delta'_{(msr)} \Pi^{\bar{\mu}} - \Delta'_{(mrs)} \Pi^{\bar{\mu}\dagger}) V_F^{(s)} P_R \right. \\ & \left. + V_F^{(r)\dagger} (\Delta'_{(mrs)} \Pi^{\bar{\mu}\dagger} - \Delta'_{(msr)} \Pi^{\bar{\mu}}) P_L \right] F_V^{(s)} . \end{aligned} \quad (2.174d)$$

2.3.4.4. Interacción Higgs-fermión

La familia de campos asociados al bosón de Higgs, $\{H^{(0)}, H^{(m)}\}$, se acoplan a corrientes neutras fermiónicas generadas por el sector de Yukawa. Estas interacciones se pueden agrupar como sigue:

$$\mathcal{L}_{Hff} = H^{(0)} \left[J_H^{(0)} + \sum_{(m)} J_H^{(m)(m)} \right] + \sum_{(m)} H^{(m)} \left[J_H^{(0)(m)} + \sum_{(rs)} J_H^{(r)(s)(m)} \right] , \quad (2.175)$$

donde la corriente asociada al ME está dada por

$$J_H^{(0)} = -\frac{g}{2m_{W^{(0)}}} \left[\bar{E}_V^{(0)} M_{E^{(0)}} E_V^{(0)} + \bar{D}_V^{(0)} M_{D^{(0)}} D_V^{(0)} + \bar{U}_V^{(0)} M_{U^{(0)}} U_V^{(0)} \right] . \quad (2.176a)$$

Por otra parte, las corrientes que contienen a los excitaciones de KK son dadas por

$$J_H^{(m)(m)} = -\frac{g}{2m_{W^{(0)}}} \sum_{F=E,D,U} \bar{F}_V^{(m)} M_{F^{(0)}} \tilde{V}_F^{(m)} F_V^{(m)} , \quad (2.176b)$$

$$J_H^{(0)(m)} = -\frac{g}{2m_{W^{(0)}}} \sum_{F=E,D,U} \bar{F}_V^{(0)} M_{F^{(0)}} \left[V_F^{(m)} P_R + P_L \right] F_V^{(m)} + h.c. , \quad (2.176c)$$

$$\begin{aligned} J_H^{(r)(s)(m)} = & -\frac{g}{2m_{W^{(0)}}} \sum_{F=E,D,U} \bar{F}_V^{(r)} M_{F^{(0)}} \left\{ \left[\Delta_{(rsm)} \bar{V}_F^{(s)} + \Delta'_{(rsm)} \hat{V}_F^{(s)} \right] P_R \right. \\ & \left. + \left[\Delta_{(rsm)} \bar{V}_F^{(r)\dagger} + \Delta'_{(rsm)} \hat{V}_F^{(r)\dagger} \right] P_L \right\} F_V^{(s)} . \end{aligned} \quad (2.176d)$$

Donde hemos definido la matriz

$$\tilde{V}_F^{(m)} = \frac{1}{M_{F^{(m)}}} \begin{pmatrix} M_{F^{(0)}} & -i\Lambda\gamma^5 \\ -i\Lambda^\dagger\gamma^5 & M_{F^{(0)}} \end{pmatrix} . \quad (2.177)$$

Parte II

Aspectos Fenomenológicos del Modelo Estándar con Dimensiones Extras

Capítulo 3

El decaimiento del bosón de Higgs $H \rightarrow q_i q_j$ en el Modelo Estándar

Las corrientes neutras con cambio de sabor (FCNC, por sus siglas en inglés) son importantes para analizar la estructura a distancias cortas del ME. Además, al ser procesos subdominantes o ausentes en el ME, contribuciones de nueva física, tales como supersimetría, modelos con dimensiones extras, sectores de Higgs extendido, o fermiones pesados [74–80], pueden dominar sobre las predicciones del ME. En el ME, los procesos FCNC están prohibidos a nivel de árbol, pero pueden ser inducidos a orden de un lazo por corrientes cargadas que cambian el sabor, las cuales sí son generados a nivel de árbol (vea expresiones (1.48) y (1.50)). Debido a que primero surgen a orden de un lazo, los procesos FCNC están suprimidos de manera natural. Además, puede entrar en juego un ingrediente característico de este tipo de procesos, ya que las amplitudes dependen de la razón m_k^2/m_W^2 , con m_k la masa del quark circulando dentro del loop y m_W la masa del bosón W^\pm . Resulta que los decaimientos con $m_k^2/m_W^2 \ll 1$ están fuertemente suprimidos debido al mecanismo de Glashow-Iliopoulos-Maiani (GIM) [58]. Este es el caso de los decaimiento del quark top $t \rightarrow cV$ ($V = \gamma, g, Z$) [81, 82] o $t \rightarrow cH$ [83], los cuales están suprimidos por el factor m_b^2/m_W^2 , con m_b la masa del quark bottom, lo cual da lugar a un factor de supresión del orden de $m_b^2/m_W^2 \simeq 2.5 \times 10^{-3}$. Mientras que para el caso $m_k^2/m_W^2 > 1$, no se da la supresión de GIM, como sucede en el decaimiento $b \rightarrow s\gamma$ [84, 85], en el cual $m_k = m_t$, así que $m_t^2/m_W^2 \simeq 5$. En este caso, la razón de decaimiento (BR) es aproximadamente 10 órdenes de magnitud mayor que los BR de los decaimientos del quark top antes mencionados.

Como se ha comentado en el capítulo 2 de esta tesis, las excitaciones de KK no pueden afectar las observables electrodébiles a nivel de árbol, ya que no existen acoplamientos de sólo una excitación de KK con dos o más campos del ME, lo cual es consecuencia directa de la conservación del momento en más de cuatro dimensiones, una propiedad que se conoce como paridad KK [21, 86]. La importancia que podría tener los efectos de dimensiones extras sobre algunos procesos de FCNC ya han sido comentados en la literatura [77, 87–89]. En este trabajo de tesis, presentamos algunos resultados sobre este tipo de procesos dentro del ME y en su extensión a dimensiones extra dada en el capítulo 2 de la tesis [21]. Este capítulo es dedicado a la discusión de los decaimientos del bosón de Higgs con cambio de sabor $H \rightarrow q_i q_j$, con

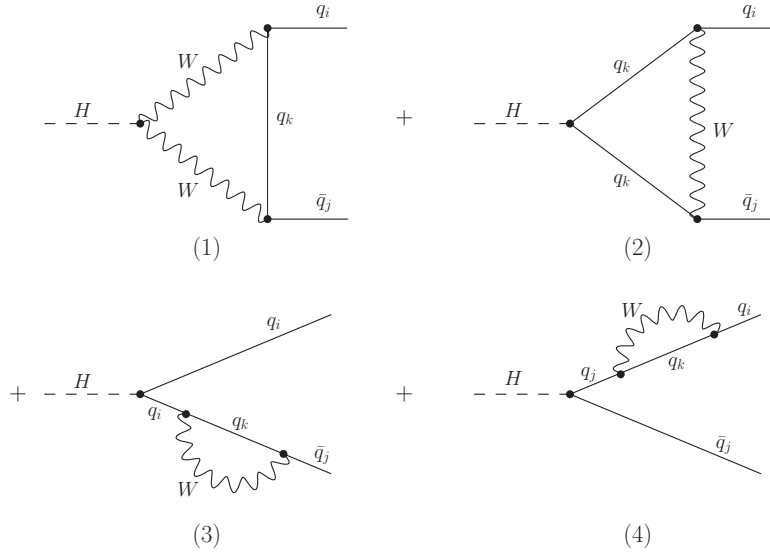


Figura 3.1: Diagramas contribuyendo al decaimiento $H \rightarrow q_i q_j$ en la norma unitaria.

$q_i q_j = bs, bd, sb, cu$, en el contexto del ME, cuyos resultados fueron reportados en [28].

3.1. Decaimiento $H \rightarrow q_i q_j$ en el Modelo Estándar

Ahora que el bosón de Higgs ha sido descubierto [1, 2], un análisis más cuidadoso para algunos procesos raros o suprimidos de esta partícula en el contexto del ME¹ adquieren relevancia, ya que el valor medido de su masa permite predecir una anchura total relativamente pequeña, la cual realzaría significativamente algunos de sus decaimientos. Este es el caso de los decaimientos con cambio de sabor $H \rightarrow q_i q_j$, con $q_i q_j = bs, bd, sd, cu$, los cuales estudiaremos a continuación.

En el contexto del ME, las transiciones $H \rightarrow \bar{q}_i q_j$ surgen hasta orden de un lazo. Los diagramas que contribuyen a este decaimiento en la norma unitaria son mostrados en la figura 3.1, mientras que los vértices involucrados en el proceso son dados en los apéndices F y G. Siguiendo las técnicas de correcciones radiactivas, la amplitud correspondiente puede ser escrita de la siguiente manera,

$$\mathcal{M}(H \rightarrow \bar{q}_i q_j) = -\frac{g^3}{2} \bar{u}(p_i, s_i) \sum_k K_{ik} K_{kj}^\dagger \left\{ \sum_{a=1}^4 \Gamma_a(m_i, m_j, m_k, m_H, m_W) \right\} v(p_2, s_2), \quad (3.1)$$

donde K es la matriz de mezcla CKM (vea ec. (1.49)). Las amplitudes para los diagramas de

¹ Este problema también ha sido estudiado en extensiones del ME: El ME con una cuarta generación [90], el modelo de dos dobletes de Higgs [91] y el ME supersimétrico mínimo [92, 93].

la figura 3.1, son dadas por

$$\Gamma_1 = m_W \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{P_R \gamma^\mu \not{q} \gamma^\nu}{\Lambda_1} g^{\beta\alpha} \left[g_{\nu\beta} - \frac{(p_j+q)_\nu (p_j+q)_\beta}{m_W^2} \right] \left[g_{\alpha\mu} - \frac{(p_i-q)_\alpha (p_i-q)_\mu}{m_W^2} \right], \quad (3.2a)$$

$$\Gamma_2 = \frac{m_k^2}{2m_W} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{P_R \gamma^\mu (2\not{q} + \not{p}_i - \not{p}_j) \gamma^\nu}{\Lambda_2} \left[g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{m_W^2} \right], \quad (3.2b)$$

$$\Gamma_3 = \frac{m_i}{2m_W(m_j^2 - m_i^2)} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{\Lambda_3} (-\not{p}_j + m_i) P_R \gamma^\mu (\not{q} - \not{p}_j) \gamma^\nu \left[g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{m_W^2} \right], \quad (3.2c)$$

$$\Gamma_4 = \frac{m_j}{2m_W(m_i^2 - m_j^2)} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{P_R}{\Lambda_4} \gamma^\nu (\not{q} + \not{p}_i) \gamma^\mu (\not{p}_i + m_j) \left[g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{m_W^2} \right], \quad (3.2d)$$

con

$$\Lambda_1 = (q^2 - m_k^2 + i\varepsilon) [(q + p_j)^2 - m_W^2 + i\varepsilon] [(p_i - q)^2 - m_W^2 + i\varepsilon], \quad (3.3a)$$

$$\Lambda_2 = (q^2 - m_W^2 + i\varepsilon) [(q + p_i)^2 - m_k^2 + i\varepsilon] [(q - p_j)^2 - m_k^2 + i\varepsilon], \quad (3.3b)$$

$$\Lambda_3 = (q^2 - m_W^2 + i\varepsilon) [(q - p_j)^2 - m_k^2 + i\varepsilon], \quad (3.3c)$$

$$\Lambda_4 = (q^2 - m_W^2 + i\varepsilon) [(q + p_i)^2 - m_k^2 + i\varepsilon], \quad (3.3d)$$

donde m_i y m_j son las masas de los quark externos, mientras m_k y m_W denotan la masa del quark y del bosón cargado W , respectivamente, circulando dentro del loop. Note que las amplitudes de los diagramas (1) y (2) se anulan cuando $m_i = 0 = m_j$, mientras que los diagramas (3) y (4) no existen en este caso, ya que uno de los vértices es proporcional a la masa del quark externo. Esto significa que la amplitud debe ser proporcional a las masas externas m_i y m_j .

Con ayuda del programa de cálculo simbólico FeynCalc [94], la amplitud completa se puede reescribir de la siguiente forma

$$\mathcal{M} = -\frac{ig^3}{2(4\pi)^2} \bar{u}(p_i, s_i) [F_L P_L + F_R P_R] v(p_j, s_j), \quad (3.4)$$

donde

$$F_L = \sqrt{\frac{x_i}{x_W}} \sum_k K_{ik} K_{kj}^\dagger \left[f_0 + m_H^2 \sum_{l=1}^2 f_l C_0(l) + \sum_{l=1}^7 g_l B_0(l) \right], \quad (3.5)$$

en tanto que la parte derecha, F_R , está relacionada con la parte izquierda, F_L , mediante los cambios $F_R = F_L$ ($i \leftrightarrow j$). Los términos $C_0(l)$ y $B_0(l)$ son las funciones escalares de Passarino-Veltman (PV) [95, 96], las cuales, en la notación dada en la referencia [94], están dadas por

$$C_0(1) = C_0(m_i^2, m_j^2, m_H^2, m_W^2, m_k^2, m_W^2), \quad (3.6a)$$

$$C_0(2) = C_0(m_i^2, m_j^2, m_H^2, m_k^2, m_W^2, m_k^2), \quad (3.6b)$$

$$B_0(l) = B_0(m_l^2, m_k^2, m_W^2), \quad l = 1, 2; \quad m_1 = m_i, \quad m_2 = m_j, \quad (3.6c)$$

$$B_0(r) = B_0(m_H^2, m_r^2, m_r^2), \quad r = 3, 4; \quad m_3 = m_W, \quad m_4 = m_k, \quad (3.6d)$$

$$B_0(5) = B_0(0, m_k^2, m_W^2), \quad (3.6e)$$

$$B_0(s) = B_0(0, m_s^2, m_s^2), \quad s = 6, 7; \quad m_6 = m_W, \quad m_7 = m_k. \quad (3.6f)$$

El mecanismo de GIM, el cual hace uso de la unitariedad de la matriz CKM, implica que términos de la forma

$$\sum_k K_{ik} K_{kj}^\dagger f(m_i, m_j, m_H, m_W), \quad (3.7)$$

donde $f(m_i, m_j, m_H, m_W)$ es una función arbitraria que no depende de la masa del quark interno, m_k , debe anularse para $i \neq j$. Bajo esta consideración, las funciones que aparecen como coeficientes de las funciones de PV son:

$$f_0 = \frac{x_k (x_k + x_W - x_j)}{2x_W (x_j - x_i)}, \quad (3.8a)$$

$$\begin{aligned} f_1 = \frac{1}{2x_W \delta} \left\{ x_W \left[2(x_j - x_i) (x_i^2 - x_i x_j + x_j^2) + 2x_i (2x_i - 1) - x_j (x_i + x_j + 1) \right] \right. \\ \left. + 2x_W^2 x_j (x_i - x_j + 1) + (x_i - x_j - 1) \left[x_W x_k (1 + 2(x_i + x_j - x_W - x_k)) \right. \right. \\ \left. \left. + 2x_W^2 (2x_W - 1) + x_k (x_i + x_j - x_k - 1) - x_i x_j \right] \right\}, \quad (3.8b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2 = \frac{x_k}{2x_W \delta} \left\{ 2x_W [x_i - (x_i - x_j) (x_i + 2x_j)] + x_k [(x_i - x_j)^2 - x_i - 3x_j] \right. \\ \left. + (x_i - x_j - 1) [4x_W^2 - 2x_k^2 + x_W (1 - 2x_k)] + x_j (x_i + x_j) (x_i - x_j + 1) \right\}, \quad (3.8c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_1 = \frac{1}{4x_W x_i (x_i - x_j) \delta} \left\{ (2x_W^2 - x_W x_k - x_k^2) \left[4x_i^3 + x_i^2 (x_j - 4) - 2x_i x_j (3x_j - 1) \right. \right. \\ \left. \left. + x_j (x_j - 1)^2 \right] - x_W x_i \left[4(x_i^3 - x_j^3) - x_i^2 (3x_j + 4) + 2x_i x_j (x_j - 1) \right. \right. \\ \left. \left. + x_j (x_j + 1)^2 \right] + 2x_k x_i \left[x_i ((x_i + x_j)^2 - 4x_j^2 - 2x_j - 1) - 2x_j (x_j - 1) \right] \right. \\ \left. - x_j x_i^2 [(x_i - x_j)^2 + 2x_i - 6x_j + 1] \right\}, \quad (3.8d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_2 = \frac{1}{4x_W (x_i - x_j) \delta} \left\{ (x_k^2 + x_W x_k - 2x_W^2) [(x_i - x_j) (x_i + 7x_j) - 2(x_i + x_j) + 1] \right. \\ \left. + x_W \left[3x_i (x_i - 1)^2 + x_i x_j (7x_j - 4x_i + 2) - 2x_j (3x_j^2 + 1) \right] \right. \\ \left. - x_k \left[x_i (x_i - 1)^2 + x_i x_j (3x_i - x_j) + x_j (1 - 3x_j^2 - 6x_j) \right] \right. \\ \left. - x_j \left[x_i (1 - x_i^2) + x_i x_j (2x_i - x_j + 2) + 2x_j (x_j - 1) \right] \right\}, \quad (3.8e) \end{aligned}$$

$$g_3 = \frac{x_k}{2x_W \delta} (2x_W + 1) (1 - x_i + x_j), \quad (3.8f)$$

$$g_4 = \frac{x_k}{2x_W \delta} \left[2(x_k + 2x_W) (x_i - x_j - 1) - 2x_j (x_i - x_j) - x_i - x_j + 1 \right], \quad (3.8g)$$

$$g_5 = \frac{(x_i + x_j) (x_W - x_k) (x_i - x_k - 2x_W)}{4x_i x_W (x_i - x_j)}, \quad (3.8h)$$

$$g_6 = \frac{x_k}{2(x_i - x_j)}, \quad (3.8i)$$

$$g_7 = \frac{x_k(x_j - x_k - 2x_W)}{2x_W(x_i - x_j)}, \quad (3.8j)$$

donde $\delta = 1 - 2(x_i + x_j) + (x_i - x_j)^2$. Además, se han introducido las siguientes variables adimensionales $x_i = m_i^2/m_H^2$, $x_j = m_j^2/m_H^2$, $x_k = m_k^2/m_H^2$ y $x_W = m_W^2/m_H^2$. Términos de la forma (3.7) se removieron de f_0 , así como en los factores de forma g_3 y g_6 , ya que las funciones asociadas $B_0(3)$ y $B_0(6)$ no dependen de m_k . Las divergencias ultravioleta (UV) están contenidas en las funciones B_0 de PV y, en el esquema de regularización dimensional, el factor que contiene a dichas divergencias es común a todas las funciones B_0 . Entonces, la amplitud será libre de divergencias UV si la suma de todos los factores de forma asociados a estas funciones es nula. De hecho, la suma es

$$\sum_{l=1}^7 g_l = \frac{x_i - x_j}{4x_W^2}, \quad (3.9)$$

la cual desaparece al utilizar la unitariedad de la matriz CKM. Las funciones B_0 aún pueden contener términos independientes de m_k , el cual debe conducir a cancelaciones adicionales debido al mecanismo de GIM. Esto implica que no podemos usar programas computacionales como FF [97] o LoopTools [98] para la evaluación directa de estas funciones. Entonces, para aplicar el mecanismo de GIM correctamente y remover alguna contribución redundante, son necesarias las soluciones analíticas de las funciones B_0 .

En la amplitud (3.4) se tienen tres tipos de funciones de B_0 , (3.6c), (3.6d) y (3.6e, 3.6f), esencialmente diferentes. El tipo correspondiente a la expresión (3.6c) tiene la siguiente solución analítica

$$B_0(l) = \Delta + 1 + \frac{x_W}{x_k - x_W} \log(x_W) - \frac{x_k}{x_k - x_W} \log(x_k) + F(x_l, x_k, x_W), \quad (3.10)$$

con $l = 1, 2$, $x_{(1,2)} = x_{(i,j)}$, y el factor común a todas las funciones B_0 que contienen la divergencia UV es $\Delta = \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E - \log\left(\frac{m_H^2}{4\pi\mu^2}\right)$, el cual desaparece de la amplitud completa. La función $F(x_l, x_k, x_W)$ es

$$F(x_l, x_k, x_W) = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_k - x_W}{x_l} - \frac{x_k + x_W}{x_k - x_W} \right) \log\left(\frac{x_W}{x_k}\right) + \frac{x_+ x_-}{x_l} \log\left(\frac{x_+ + x_-}{x_+ - x_-}\right), \quad (3.11)$$

con la restricción que $x_l < (\sqrt{x_k} - \sqrt{x_W})^2$ (vea tabla 1.3). Se ha definido $x_{\pm} \equiv \sqrt{(\sqrt{x_k} \pm \sqrt{x_W})^2 - x_l}$. Note que $F(x_l, x_k, x_W)$ se anula en el límite $x_l \rightarrow 0$. El segundo tipo de funciones B_0 descrito por la expresión (3.6d) tienen la solución analítica

$$B_0(l) = \Delta + 2 - \log(x) - F(x), \quad (3.12)$$

siendo $l = 3, 4$, x es x_k o x_W , y la función $F(x)$ es

$$F(x) = 2\sqrt{4x - 1} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{4x - 1}}\right), \quad x > 1/4. \quad (3.13)$$

Por último, el tercer tipo de funciones B_0 es descrito por las expresiones (3.6e) y (3.6f), y tienen la siguiente solución

$$B_0(5) = \Delta + 1 + \frac{x_W}{x_k - x_W} \log(x_W) - \frac{x_k}{x_k - x_W} \log(x_k), \quad (3.14)$$

$$B_0(6, 7) = \Delta - \log(x_W, x_k). \quad (3.15)$$

Sustituyendo las funciones B_0 en la amplitud, podemos reescribir la parte izquierda F_L de la siguiente manera

$$F_L = \sqrt{\frac{x_i}{x_W}} \sum_k K_{ik} K_{kj}^\dagger \left[\bar{f}_0 + \sum_{l=1}^2 f_l m_H^2 C_0(l) + f_3 \log\left(\frac{x_W}{x_k}\right) + f_4 F(x_W) + f_5 F(x_k) + f_6 F(x_i, x_k, x_W) + f_7 F(x_j, x_k, x_W) \right], \quad (3.16)$$

con

$$\bar{f}_0 = \frac{x_k}{x_W \delta} [(x_k + x_W)(1 - x_i + x_j) + x_i - 1 + x_j(x_i - x_j)], \quad (3.17a)$$

$$f_3 = \frac{x_k}{2x_W(x_k - x_W)\delta} [(x_k - x_W)(x_i - x_j - 1) + x_j(x_j - x_i - 1)], \quad (3.17b)$$

$$f_4 = \frac{x_k}{2x_W\delta} (2x_W + 1)(x_i - x_j - 1), \quad (3.17c)$$

$$f_5 = \frac{x_k}{2x_W\delta} [2(x_k + 2x_W)(1 - x_i + x_j) + 2x_j(x_i - x_j) + x_i + x_j], \quad (3.17d)$$

$$f_6 = \frac{x_k}{4x_i x_W D} \left\{ (x_k + x_W) [x_i (4x_i(1 - x_i) - x_i x_j + 2x_j(3x_j - 1)) - x_j(1 - x_j)^2] + 2x_i [x_i ((x_i + x_j)^2 - 2x_j(2x_j + 1) - 1) + 4x_j(1 - x_j)] \right\}, \quad (3.17e)$$

$$f_7 = \frac{x_k}{4x_W D} \left\{ (x_k + x_W) [(1 - x_i - x_j)^2 + 4x_j(x_i - 2x_j)] + x_i [x_j^2 - (1 - x_i)^2] - 3x_j [x_i^2 - (1 + x_j)^2 + \frac{4}{3}] \right\}, \quad (3.17f)$$

donde $D = (x_i - x_j)^3 - 2(x_i^2 - x_j^2) + x_i - x_j$. Ahora la amplitud F_L es libre de divergencias. Por supuesto, se sigue cumpliendo que $F_R = F_L(x_i \leftrightarrow x_j)$. Con esto uno puede mostrar que F_R desaparece en el límite $x_j \rightarrow 0$ pero no F_L , e inversamente, F_L se anula cuando $x_i \rightarrow 0$ pero F_R no lo hace.

Como un chequeo de nuestros resultados, analicemos el límite de masas pesadas dentro del loop. Consistencia con el teorema de desacoplo requiere que las amplitudes desaparezcan en este límite. En este caso, se toma $m_W = m_k$ en F_L dada por la expresión (3.5), ya que ambas masas son proporcionales a la escala de Fermi v y se espera que sean esencialmente iguales cuando se consideran muy grandes haciendo grande v . Con esto se tiene que $C_0(1) = C_0(2) = C_0(m_i^2, m_j^2, m_H^2, m_k^2, m_k^2, m_k^2)$, $B_0(3) = B_0(4) = B_0(m_H^2, m_k^2, m_k^2)$, y $B_0(5) = B_0(6) = B_0(7) = B_0(0, m_k^2, m_k^2)$. Ahora F_L toma la siguiente forma

$$F_L|_{m_W \rightarrow m_k} = \sum_k K_{ik} K_{kj}^\dagger \left\{ -\frac{1}{4} \sqrt{\frac{x_i}{x_k}} \left[2 + \frac{\log(x_k)}{x_k} \right] + c_{12} f(x_k) + b_1 F(x_i, x_k) + b_2 F(x_j, x_k) + b_{34} F(x_k) \right\}, \quad (3.18)$$

siendo

$$c_{12} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x_i}{x_k}} \left[\frac{x_i x_j (1 - x_i + x_j)}{x_k} + x_k + 1 - 2x_i + x_j \right], \quad (3.19a)$$

$$b_1 = -\frac{1}{4(x_i - x_j)} \sqrt{\frac{x_i}{x_k}} \left[\frac{x_i x_j (\delta + 4(x_i - x_j))}{\delta x_k} + 2(x_i - x_j) - x_j \right], \quad (3.19b)$$

$$b_2 = \frac{1}{4(x_i - x_j)} \sqrt{\frac{x_i}{x_k}} \left[\frac{x_i x_j (\delta + 2x_i) + 2x_j^2 (1 - x_j)}{\delta x_k} + 2(x_i - x_j) - x_j \right], \quad (3.19c)$$

$$b_{34} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x_i}{x_k}} \left[\frac{(x_i - 1)^2 - x_j^2}{x_k \delta} + 2 \right]. \quad (3.19d)$$

además

$$f(x_k) = -2 \left[\arcsin \left(\frac{1}{\sqrt{x_k}} \right) \right]^2, \quad (3.19e)$$

$$F(x, x_k) = i \sqrt{\frac{4x_k}{x} - 1} \log \left(\frac{\sqrt{\frac{4x_k}{x} - 1} + i}{\sqrt{\frac{4x_k}{x} - 1} - i} \right), \quad x = x_i, x_j, \quad (3.19f)$$

donde $f(x_k)$ es la solución de la función $C_0(m_i^2, m_j^2, m_H^2, m_k^2, m_k^2, m_k^2)$ para $m_i = 0 = m_j$, lo cual es válido, ya que esta función depende muy débilmente de esas masas. Note que cada término que aparece en $F_L|_{m_W \rightarrow m_k}$ desaparece separadamente cuando $x_k \rightarrow \infty$.

3.1.1. Discusión

Ahora pasaremos a discutir nuestros resultados. Para ello, necesitaremos la expresión para la razón de decaimiento o BR (Branching Ratio), definida por

$$BR(H \rightarrow \bar{q}_j q_i + \bar{q}_i q_j) = \frac{2N_C \Gamma(H \rightarrow \bar{q}_j q_i)}{\Gamma_H} \quad (3.20)$$

donde el factor de 2 es para considerar las posibilidades $\bar{q}_j q_i$ y $\bar{q}_i q_j$, $N_C = 3$ corresponde a los índices de color. El ancho de decaimiento es $\Gamma_H = 4.403 \times 10^{-3} GeV$ [99], mientras que el ancho de decaimiento parcial es

$$\Gamma(H \rightarrow \bar{q}_j q_i) = \frac{\sqrt{\delta}}{16\pi m_H} |\mathcal{M}(H \rightarrow \bar{q}_j q_i)|^2, \quad (3.21)$$

con

$$|\mathcal{M}(H \rightarrow \bar{q}_i q_j)|^2 = \left(\frac{m_H^2}{16\pi^2} \right) \left(\frac{\alpha}{s_W} \right)^3 [(1 - x_i - x_j) (|F_L|^2 + |F_R|^2) - 4\sqrt{x_i x_j} \text{Re}(F_L F_R^*)], \quad (3.22)$$

donde $\alpha = e^2/4\pi$ es la constante de estructura fina.

Para el cálculo de las razones de decaimientos permitidos se uso $m_H = 125 GeV$ y el resto de parámetros presentes aquí fueron tomados de la referencia [99]. Los valores de $C_0(1)$ y $C_0(2)$

se pueden determinar usando LoopTools [98]. Además se consideraron las siguientes aproximaciones: Para los decaimientos tipo down, canales bs y bd , se consideró sólo la contribución del quark top, mientras que para el canal ds , debido a los efectos de supresión de la matriz CKM, $|K_{st}K_{td}| = 3.36 \times 10^{-4}$ y $|K_{sc}K_{cd}| = 0.222$, se consideró únicamente la contribución del quark charm. Los resultados son mostrados en la tabla 3.1, mientras que en la tabla 3.2 son dados los diferentes valores de $m_H^2 C_0(1)$ y $m_H^2 C_0(2)$.

Tabla 3.1: Razón de decaimiento del FCNC para el decaimiento del Higgs $H \rightarrow q_i q_j$.

$H \rightarrow q_i q_j$	$ K_{ik}K_{kj} ^2$	F_L	F_R	BR
$H \rightarrow bs$	1.66×10^{-3}	-0.2246	0.1769	2.92×10^{-7}
$H \rightarrow bd$	7.34×10^{-5}	-0.2247	0.1469	1.14×10^{-8}
$H \rightarrow sd$	4.9×10^{-2}	7.95×10^{-4}	-1.06×10^{-2}	1.2×10^{-8}
$H \rightarrow cu$	2.88×10^{-8}	$(-3.8 + 0.047i) \times 10^{-3}$	-8.41×10^{-3}	5.31×10^{-15}

Tabla 3.2: Valores de las funciones escalares C_0 .

$H \rightarrow q_i q_j$	$m_H^2 C_0(1)$	$m_H^2 C_0(2)$
$H \rightarrow bs$	-0.79916758	-0.40298304
$H \rightarrow bd$	-0.79916754	-0.40298302
$H \rightarrow sd$	-3.17017656	-0.58 - 3.86i
$H \rightarrow cu$	-3.13929925	-0.61 - 3.85i

Comparando la razón de los decaimientos de bs , bd , sd y cu , dados en la tabla 3.1, con los decaimientos $b \rightarrow s\gamma$, $t \rightarrow c\gamma$, $t \rightarrow cZ$ y $t \rightarrow cH$, los cuales son del orden de 10^{-4} , 4×10^{-11} , 5×10^{-13} , 10^{-13} y 10^{-14} , respectivamente, vemos que el decaimiento $H \rightarrow bs$, aunque significativo comparado con los decaimientos FCNC del quark top, está aún muy suprimido como para que pueda ser detectado en los experimentos futuros.

Es interesante comparar nuestros resultados con restricciones encontradas recientemente de datos de bajas energías sobre este tipo de decaimientos del bosón de Higgs. En particular, fueron derivadas las siguientes restricciones $BR(H \rightarrow bs) < 4 \times 10^{-4}$ [100] ó $BR(H \rightarrow bs) < 2 \times 10^{-3}$ [101]. Aunque muy por arriba de la predicción del ME encontrada por nosotros, estos límites sugieren que el decaimiento $H \rightarrow bs$ sería bastante difícil de observar debido al ruido proveniente del sector de QCD.

Estudiar los procesos raros de desintegración del bosón de Higgs en el contexto del Modelo Estándar con dimensiones extras, presentado en la Parte I de esta tesis, tiene doble motivación. Por una parte, como se ha mostrado a lo largo de este capítulo, este tipo de procesos es una predicción, ciertamente no trivial, del Modelo Estándar que surge como una fluctuación cuántica de orden de un lazo, estando, por lo tanto, sujeta a satisfacer el requerimiento de ausencia de divergencias ultravioletas, lo cual, como se ha mostrado, ocurre sólo después de hacer un uso cuidadoso de la unitariedad de la matriz de CKM. Consideramos que este tipo de problema, y en general los problemas con cambio de sabor, proporcionan una especie de laboratorio para poner a prueba la consistencia interna del Lagrangiano efectivo para el Modelo Estándar con dimensiones extras. La otra motivación es, por supuesto, el interés fenomenológico intrínseco del problema en el contexto del Modelo Estándar a la luz de los datos

experimentales relacionados con el descubrimiento de esta partícula, especialmente el hecho del relativamente pequeño valor de su ancho de decaimiento, lo cual se traduce en razones de decaimiento significativamente más altos. El estudio de estos decaimientos en el contexto del Modelo Estándar con dimensiones extras implica un esfuerzo mucho mayor que el realizado en el contexto del Modelo Estándar, dado el número significativamente mayor de diagramas de Feynman que deben ser calculados y la manera altamente no trivial en que se da la cancelación de las divergencias ultravioletas [102]. Además, las amplitudes de un lazo, aunque libres de divergencias ultravioletas estándar, presentan divergencias más allá de una dimensión extra, las cuales se manifiestan a través de polos de funciones zeta, como las funciones de Epstein o la función zeta de Riemann [103, 104]. La definición de amplitudes físicas requiere, por lo tanto, de la introducción de un esquema de renormalización en un sentido moderno o amplio [47, 105, 106], ya que este tipo de teorías no son renormalizables en el sentido de Dyson. La implementación de este tipo de renormalización, el cual no ha sido estudiado en el contexto de teorías con dimensiones extras, a esta clase de decaimientos con cambio de sabor del bosón de Higgs, incluidos los decaimientos análogos del quark top, uno de los cuales será discutido en el próximo capítulo, está actualmente en proceso [102, 104].

Capítulo 4

Decaimientos electromagnéticos con cambio de sabor en el sector de quarks

El quark top es muy interesante, ya que es la partícula más pesada (entre las conocidas), cuya masa es mayor que la del bosón de Higgs o la del bosón de norma W (vea la tabla 1.3), y es muy cercana a la escala de rompimiento de simetría electrodébil $v \simeq 246$ GeV [107–110]. Es el único quark que decae antes de formar hadrones, pues su tiempo de vida en el ME es de alrededor de 4×10^{-25} s, mientras que el tiempo de hadronización es de alrededor de 28×10^{-25} s. Por lo tanto, es una partícula altamente inestable. Otro parámetro fundamental del quark top, aparte de su masa, es su ancho de decaimiento Γ_t que es del orden de 1.3 GeV [111], el cual es muy sensitivo a nueva física [109]. Por ejemplo, este puede aumentar si se consideran decaimientos adicionales como los predichos por el modelo de dos dobletes de Higgs [81, 112] o puede disminuir si se consideran modelos con más de tres generaciones de quarks [113, 114], debido a lo cual el estudio de las propiedades de esta partícula en el contexto del ME o sus extensiones es de gran interés.

Los decaimientos FCNC del quark top $t \rightarrow cV$ ($V = \gamma, g, Z$) o $t \rightarrow cH$ han sido ampliamente estudiados en el contexto del ME [81, 83], determinándose las siguientes razones de decaimientos: $BR(t \rightarrow cg) \sim 4 \times 10^{-11}$, $BR(t \rightarrow c\gamma) \sim 5 \times 10^{-13}$, $BR(t \rightarrow cZ) \sim 1.3 \times 10^{-13}$, $BR(t \rightarrow cH) \sim 10^{-13} - 10^{-14}$. Estos procesos también se han estudiado en extensiones del ME, como modelos con dimensiones extras, modelos con dos dobletes de Higgs, simetría Left-Right, modelos con cuatro generaciones, modelos supersimétricos [77, 82, 112, 114–116]. En el caso de los modelos supersimétricos, las razones de decaimiento pueden aumentar alrededor de 8 órdenes de magnitud con respecto a la predicción del ME [116], pero aún así diversos estudios [117–119] sugieren que estarían fuera del alcance experimental.

En este capítulo se discuten algunos aspectos fenomenológicos de decaimientos electromagnéticos de quarks con cambio de sabor. Como ya se mencionó al principio del capítulo 3, este tipo de decaimientos en el que un quark de una especie decae en otro quark de especie diferente junto con un fotón, $q_i \rightarrow q_j \gamma$, han recibido gran atención en la literatura debido a su alta sensibilidad a efectos de nueva física, ya que en el ME están muy suprimidos. Primeramente, se hará una revisión de este tipo de decaimientos en el contexto del ME, con comentarios especiales sobre el caso particular del decaimiento del quark top $t \rightarrow c\gamma$, el cual ha recibido importante atención en la literatura. En la segunda parte del capítulo, presentaremos el cálculo completo del decaimiento del $q_i \rightarrow q_j \gamma$ en el contexto de la extensión del ME a dimensiones

extras dada en el capítulo 2 de esta tesis. El objetivo de este estudio es doble, ya que por una parte deseamos ilustrar la consistencia interna de nuestro modelo (cuya estructura a nivel de lagrangiano clásico [21] fue discutida en el capítulo 2) en el contexto de este problema que tiene características no triviales por ser generado a orden de un lazo, y, por otra parte, nos interesa estudiar su sensibilidad tanto al número como al tamaño de las dimensiones extras. En esta tesis, sólo se discute el primero de estos objetivos. El segundo objetivo de este problema, el cual requiere de la discusión de conceptos como regularización y renormalización en presencia de dimensiones extras [120], está actualmente en estudio, así que no será presentado en esta tesis.

4.1. El decaimiento $q_i \rightarrow q_j \gamma$ en el Modelo Estándar

En la norma unitaria, la contribución al decaimiento $t \rightarrow c \gamma$ es dada por los diagramas mostrados en la figura 4.1. Los vértices necesarios para el cálculo son dados en los apéndices F y G. Aunque el decaimiento en el que estamos interesados es $t \rightarrow c \gamma$, presentaremos resultados para el caso más general $q_i \rightarrow q_j \gamma$, donde q_i y q_j son quarks ambos de tipo up o tipo down, sujetos a la condición $m_i > m_j$.

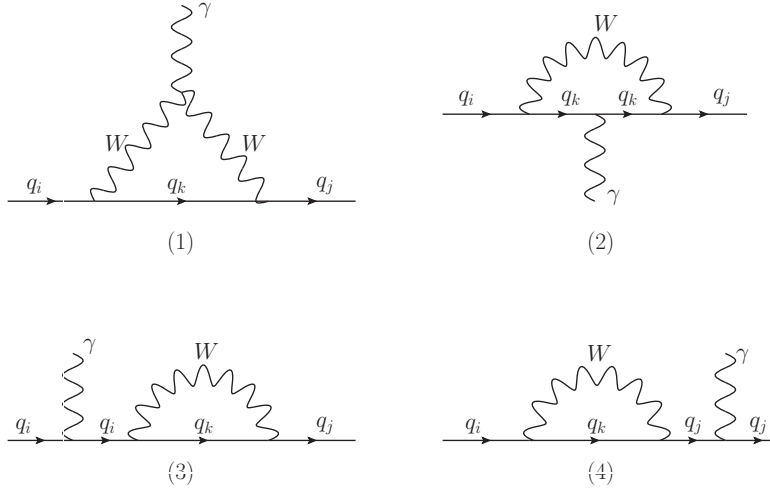


Figura 4.1: Diagramas contribuyendo al proceso $q_i \rightarrow q_j \gamma$, en la norma unitaria.

La amplitud del proceso está dada por

$$\mathcal{M}_{SM}(q_i \rightarrow q_j \gamma) = -\frac{g^2 e}{2} \bar{u}(p_j, s_j) \sum_k K_{jk} K_{ki}^\dagger \left\{ \sum_{a=1}^4 \Gamma_a^\mu(m_i, m_j, m_k, m_W) \right\} u(p_i, s_i) \varepsilon_\mu^*, \quad (4.1)$$

con

$$\Gamma_1^\mu = (Q_i - Q_k) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\gamma^\beta P_L}{\Delta_1^\gamma} (\not{q} + m_k) P_R \gamma^\alpha \left(g_{\alpha\rho} - \frac{(q-p_i)_\alpha (q-p_i)_\rho}{m_W^2} \right) \left[2g^{\rho\lambda} (q-p_i)^\mu - g^{\lambda\mu} (p_i + q - 2p_j)^\rho - g^{\mu\rho} (q + p_j - 2p_i)^\lambda \right] \left(g_{\lambda\beta} - \frac{(q-p_j)_\lambda (q-p_j)_\beta}{m_W^2} \right), \quad (4.2a)$$

$$\Gamma_2^\mu = -Q_k \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\gamma^\beta P_L}{\Delta_2^\gamma} (\not{q} + \not{p}_j + m_k) \gamma^\mu (\not{q} + \not{p}_i + m_k) P_R \gamma^\alpha \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{m_W^2} \right), \quad (4.2b)$$

$$\Gamma_3^\mu = \frac{Q_i}{m_i^2 - m_j^2} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\gamma^\beta P_L}{\Delta_3^\gamma} (\not{q} + \not{p}_j + m_k) P_R \gamma^\alpha (\not{p}_j + m_i) \gamma^\mu \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{m_W^2} \right), \quad (4.2c)$$

$$\Gamma_4^\mu = \frac{Q_i}{m_j^2 - m_i^2} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\gamma^\mu}{\Delta_4^\gamma} (\not{p}_i + m_j) \gamma^\beta P_L (\not{q} + \not{p}_i + m_k) P_R \gamma^\alpha \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{m_W^2} \right), \quad (4.2d)$$

donde

$$\Delta_1^\gamma = (q^2 - m_k^2) [(q-p_i)^2 - m_W^2] [(q-p_j)^2 - m_W^2], \quad (4.3a)$$

$$\Delta_2^\gamma = [(q+p_j)^2 - m_k^2] [(q+p_i)^2 - m_k^2] (q^2 - m_W^2), \quad (4.3b)$$

$$\Delta_3^\gamma = [(q+p_j)^2 - m_k^2] (q^2 - m_W^2), \quad (4.3c)$$

$$\Delta_4^\gamma = [(q+p_i)^2 - m_k^2] (q^2 - m_W^2). \quad (4.3d)$$

En estas expresiones m_i y m_j son las masas de los quark externos, mientras que m_k y m_W representan las masas del quark q_k y del bosón W , respectivamente, que circulan en el lazo; mientras que Q_i y Q_k representan las cargas, dado en unidades de la carga del positrón, de los quarks que participan en el proceso. Note que el vértice del fotón con los bosones W^\pm (ecuación (G.2) del apéndice G) se escribió en términos de las cargas Q_i y Q_k .

Calculando las amplitudes de lazo usando el programa FeynCalc y realizando algunas manipulaciones algebraicas, uno puede reescribir la amplitud (4.1) en la siguiente forma

$$\mathcal{M}_{SM}(q_i \rightarrow q_j \gamma) = \frac{g^2 e}{2(4\pi)^2 m_W} \bar{u}(p_j, s_j) (F_L^{SM} P_L + F_R^{SM} P_R) \sigma^{\mu\nu} p_\nu u(p_i, s_i) \varepsilon_\mu^*, \quad (4.4)$$

donde

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu], \quad p_\nu = (p_i - p_j)_\nu. \quad (4.5)$$

Observe que al escribir la amplitud de esta forma es fácil ver que se cumple la conservación de corriente electromagnética. En la expresión anterior, la parte izquierda de la amplitud está dada por

$$F_L^{SM} = \sum_k \frac{K_{jk} K_{ki}^\dagger}{2(x_i - x_j)^2 \sqrt{x_j}} \left[a_0 + m_W^2 \sum_{l=1}^2 a_l C_0(l) + \sum_{l=1}^3 b_l B_0(l) \right], \quad (4.6)$$

mientras que la parte derecha, F_R^{SM} , se obtiene de F_L^{SM} mediante el siguiente cambio

$$F_R^{SM} = F_L^{SM} (i \leftrightarrow j). \quad (4.7)$$

Las funciones de PV $C_0(l)$ y $B_0(l)$ son dadas por

$$C_0(1) = C_0 [0, m_i^2, m_j^2, m_W^2, m_W^2, m_k^2], \quad (4.8a)$$

$$C_0(2) = C_0 [0, m_i^2, m_j^2, m_k^2, m_k^2, m_W^2], \quad (4.8b)$$

$$B_0(l) = B_0 [m_l^2, m_k^2, m_W^2], \quad l = 1, 2, \quad m_1 = m_i, \quad m_2 = m_j, \quad (4.8c)$$

$$B_0(3) = B_0 [0, m_k^2, m_W^2], \quad (4.8d)$$

donde se han definido las cantidades adimensionales

$$x_i = \frac{m_i^2}{m_W^2}, \quad x_j = \frac{m_j^2}{m_W^2} \quad \text{y} \quad x_k = \frac{m_k^2}{m_W^2}. \quad (4.9)$$

En términos de estas cantidades, los factores de forma a_l y b_l son dados por

$$a_0 = -x_j x_k (Q_i - 2Q_k) (x_i - x_j), \quad (4.10a)$$

$$a_1 = 2x_j (Q_k - Q_i) (x_i - x_j) (x_i - 2x_j + x_k + 2), \quad (4.10b)$$

$$a_2 = -2Q_k x_j x_k (x_i - x_j) (x_j - x_k - 2), \quad (4.10c)$$

$$b_1 = x_j \{ x_i [(Q_i - 2Q_k) (x_j - x_k) - 4Q_i + 4Q_k] + Q_i [x_k^2 + x_k - x_j (x_k - 3) - 2] \}, \quad (4.10d)$$

$$b_2 = x_i \{ x_j (-2Q_k x_k + 5Q_i - 4Q_k) - x_j^2 (Q_i - 2Q_k) + Q_i (x_k^2 + x_k - 2) \} \\ + 2Q_i x_j [x_j (x_k - 2) - (x_k - 1) (x_k + 2)], \quad (4.10e)$$

$$b_3 = Q_i (x_k - 1) (x_i - x_j) (x_j - x_k - 2), \quad (4.10f)$$

donde términos de la forma (3.7) fueron eliminados sólo en el factor de forma a_0 . Se puede mostrar que las amplitudes son libres de divergencias UV, ya que

$$\sum_{l=1}^3 b_l = 0. \quad (4.11)$$

Como en el caso del decaimiento del bosón de Higgs analizado al principio de este capítulo, necesitamos expresar las funciones de PV en términos de sus soluciones analíticas con el fin de eliminar aquellos términos que son cancelados por la condición de unitariedad de la matriz de CKM. Las soluciones de las funciones $B_0(l)$ son

$$B_0(l) = \Delta + 1 - \frac{x_k}{x_k - 1} \log(x_k) + F(x_l, x_k, 1), \quad (4.12)$$

donde el factor común ahora es $\Delta = \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E - \log\left(\frac{m_W^2}{4\pi\mu^2}\right)$. La función $F(x_l, x_k, 1)$, con $x_1 = x_i$, $x_2 = x_j$ y $x_3 = 0$, distingue las distintas funciones $B_0(s)$, la cual tiene la forma

$$F(x_l, x_k, 1) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{x_k - 1}{x_l} - \frac{x_k + 1}{x_k - 1} \right) \log(x_k) + f(x_l, x_k), \quad (4.13)$$

y satisface $F(x_l, x_k, 1) \rightarrow 0$ cuando $x_l \rightarrow 0$. De acuerdo a las distintas masas de los quark

externos, la función $f(x_l, x_k)$ es

$$f(x_i, x_k) = -\frac{x_+ x_-}{x_i} \left[\log \left(\frac{x_+ + x_-}{x_+ - x_-} \right) - i\pi \right], \quad x_i > (\sqrt{x_k} + 1)^2, \quad (4.14)$$

$$f(x_j, x_k) = \frac{y_+ y_-}{x_j} \log \left(\frac{y_+ + y_-}{y_+ - y_-} \right), \quad x_j < (\sqrt{x_k} - 1)^2, \quad (4.15)$$

donde $x_{\pm} \equiv \sqrt{x_i - (\sqrt{x_k} \pm 1)^2}$ y $y_{\pm} \equiv \sqrt{(\sqrt{x_k} \pm 1)^2 - x_j}$. Finalmente, las funciones $C_0(l)$ tienen las siguientes soluciones

$$C_0(l) = \frac{1}{m_W^2 (x_j - x_i)} \left\{ S_p \left(\frac{1}{Z_1} \right) + S_p \left(\frac{1}{Z_2} \right) - S_p \left(\frac{1}{Z_3} \right) - S_p \left(\frac{1}{Z_4} \right) \right\}. \quad (4.16)$$

En esta expresión, las S_p son funciones de Spence, dadas por una serie infinita, cuyos argumentos son

$$Z_1, Z_2 = \frac{1}{2x_i} \left\{ x_i - x_a + x_b \pm \sqrt{(x_a - x_b - x_i)^2 - 4x_i(x_b - i\epsilon)} \right\}, \quad (4.17)$$

$$Z_3, Z_4 = \frac{1}{2x_j} \left\{ x_j - x_a + x_b \pm \sqrt{(x_a - x_b - x_j)^2 - 4x_j(x_b - i\epsilon)} \right\}, \quad (4.18)$$

donde para $C_0(1)$ se tiene que $x_a = x_k$ y $x_b = 1$, mientras que para $C_0(2)$ se tiene $x_a = 1$ y $x_b = x_k$. El valor numérico de estas funciones C_0 se pueden calcular con ayuda de los programas Mathematica o LoopTools.

Sustituyendo las funciones B_0 en la amplitud total, la parte izquierda se reescribe como

$$F_L^{SM} = \sum_k \frac{K_{jk} K_{ki}^\dagger}{2(x_i - x_j)^2 \sqrt{x_j}} \left[\bar{a}_0 + m_W^2 \sum_{l=1}^2 a_l C_0(l) + a_3 \log(x_k) + a_4 f(x_i, x_k) + a_5 f(x_j, x_k) \right], \quad (4.19)$$

la cual es libre de divergencias UV. En esta expresión,

$$\bar{a}_0 = x_k (x_i - x_j) [Q_i x_k - 2x_j(Q_i - Q_k) + Q_i], \quad (4.20)$$

$$a_3 = -\frac{x_i - x_j}{2x_i x_j} \left\{ x_i \left[2x_j^2 (Q_k x_k + Q_i - Q_k) - x_j (x_k^2 (Q_i + 2Q_k) - 2x_k (Q_i - Q_k) + 7Q_i - 4Q_k) + Q_i (x_k^3 - 3x_k + 2) \right] - Q_i x_j (x_k - 1) (-x_j (x_k - 3) + x_k^2 + x_k - 2) \right\}, \quad (4.21)$$

$$a_4 = x_j \left\{ x_i [(Q_i - 2Q_k) (x_j - x_k) - 4Q_i + 4Q_k] + Q_i [x_j (3 - x_k) + x_k^2 + x_k - 2] \right\}, \quad (4.22)$$

$$a_5 = x_i \left[x_j (5Q_i - 2Q_k x_k - 4Q_k) - x_j^2 (Q_i - 2Q_k) + Q_i (x_k^2 + x_k - 2) + 2Q_i x_j [x_j (x_k - 2) - x_k^2 - x_k + 2] \right] \quad (4.23)$$

La fracción de decaimiento para el proceso $q_i \rightarrow q_j \gamma$ está dada por

$$BR_{SM}(q_i \rightarrow q_j \gamma) = \frac{\Gamma(q_i \rightarrow q_j \gamma)}{\Gamma_{q_i}} \quad (4.24)$$

donde el ancho de decaimiento parcial es

$$\Gamma(q_i \rightarrow q_j \gamma) = \frac{x_i - x_j}{16\pi x_i^{3/2} m_W} |\mathcal{M}_{SM}(q_i \rightarrow q_j \gamma)|^2. \quad (4.25)$$

con

$$|\mathcal{M}_{SM}(q_i \rightarrow q_j \gamma)|^2 = \frac{\alpha^3 m_W^2}{8\pi s_W^4} (x_i - x_j)^2 \left(|F_L^{SM}|^2 + |F_R^{SM}|^2 \right). \quad (4.26)$$

4.1.1. El decaimiento $t \rightarrow c \gamma$

En este apartado, usaremos los resultados generales dados anteriormente para calcular la razón de decaimiento del proceso $t \rightarrow c \gamma$. Como anchura total del quark top usaremos el siguiente valor $\Gamma_t = 1.35 GeV$ [121], en tanto que los elementos de la matriz CKM que intervienen en el decaimiento son derivados de

$$K_{cd} = -\lambda + \frac{1}{2} A^2 \lambda^5 [1 - 2(\rho + i\eta)], \quad K_{cs} = 1 - \frac{\lambda^2}{2} - \frac{1}{8} \lambda^4 (1 + 4A^2), \quad (4.27)$$

$$K_{td} = A\lambda^3 \left[1 - \left(1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \right) (\rho + i\eta) \right], \quad K_{ts} = -A\lambda^2 + \frac{1}{2} A\lambda^4 [1 - 2(\rho + i\eta)], \quad (4.28)$$

$$K_{cb} = A\lambda^2, \quad K_{tb} = 1 - \frac{1}{2} A^2 \lambda^4, \quad (4.29)$$

donde

$$\rho + i\eta = \frac{(\bar{\rho} + i\bar{\eta}) \sqrt{1 - A^2 \lambda^4}}{\sqrt{1 - \lambda^2} [1 - A^2 \lambda^4 (\bar{\rho} + i\bar{\eta})]} \quad (4.30)$$

con $\lambda = 0.22506$, $A = 0.811$, $\bar{\rho} = 0.124$ y $\bar{\eta} = 0.356$. Las masa de los quarks son mostrados en la tabla 1.3, mientras que en la tabla 4.1 se muestran las razones de masas y los valores de los productos de los elementos de la matriz de CKM que aparecen en el proceso. Además, usamos $\alpha = 7.29735 \times 10^{-3}$ y $s_W^2 = 0.23129$. Con estos datos y sumando las contribuciones de todos los quark internos, se obtiene que $BR(t \rightarrow c \gamma) = 3.81 \times 10^{-13}$, el cual es un orden de magnitud mayor al obtenido en la referencia [113] y está dentro del margen obtenido en la referencia [81]. En la tabla 4.2 se muestran las diferentes razones de decaimiento en los casos de considerar solo un tipo de quark circulando dentro del loop.

Tabla 4.1: Valores de $x_k = m_k^2/m_W^2$ y los productos $K_{jk}K_{ki}^\dagger$, para el proceso $t \rightarrow c \gamma$.

x_k	$K_{jk}K_{ki}^*$
$x_d = 3.5656 \times 10^{-9}$	$(-1.82163 - 0.741329i) \times 10^{-3}$
$x_s = 1.39668 \times 10^{-6}$	$(-3.9235 + 0.0739787i) \times 10^{-2}$
$x_b = 2.70397 \times 10^{-3}$	4.10441×10^{-2}

Tabla 4.2: Razones de decaimiento del proceso FCNC para el $t \rightarrow c\gamma$, circulando el quark q_k dentro del loop.

x_k	F_L^{SM}	F_R^{SM}	BR_{SM}
x_d	$(-1.64869 - 0.675954i) \times 10^{-2}$	$(-0.06676 - 7.48647i) \times 10^{-3}$	1.27937×10^{-9}
x_s	$-0.35549 + 0.00578i$	$-0.06013 - 0.13675i$	5.09357×10^{-7}
x_b	$0.37187 + 0.00097i$	$0.06051 + 0.14421i$	5.57369×10^{-7}
<i>Todos</i>	$(-1.13504 - 0.13619i) \times 10^{-4}$	$(3.12434 - 0.25572i) \times 10^{-4}$	3.8131×10^{-13}

La razón de decaimiento del quark top es muy pequeña debido a la fuerte supresión de GIM, ya que tanto las razones de masa x_k como los elementos de la matriz de CKM que intervienen son muy pequeños. Cabe mencionar que el ancho de decaimiento es completamente dominado por el proceso de nivel de árbol $t \rightarrow bW^+$, el cual tiene una razón de decaimiento cercano a la unidad: $BR(t \rightarrow bW^+) = 0.998$, ya que en este caso la razón de decaimiento es proporcional al cuadrado de $|K_{tb}| \simeq 0.99915$.

4.2. El decaimiento $q_i \rightarrow q_j\gamma$ en el Modelo Estándar con dimensiones extras.

Siguiendo el esquema dado en el caso del ME, presentaremos resultados para el decaimiento general $q_i \rightarrow q_j\gamma$. Como se ha enfatizado en la introducción y al principio de este capítulo, en esta tesis sólo se presentarán los resultados analíticos para las amplitudes a orden de un lazo de este proceso. Nuestro objetivo es investigar la estructura a orden de un lazo de nuestro modelo.

En el modelo de dimensiones extras descrito en el capítulo 2, mostramos que el ME está contenido en la teoría efectiva que resulta de implementar el procedimiento de KK al ME con un número de dimensiones extras arbitrario. Por lo tanto, en esta teoría efectiva, la amplitud del decaimiento $q_i \rightarrow q_j\gamma$ está compuesta de dos partes, una que corresponde a la teoría de bajas energías, es decir, el ME, y la otra tiene que ver con los nuevos acoplamientos que se dan a altas energías, los cuales deben desacoplarse en el límite en que el tamaño de la variedad compacta pueda ser ignorado. Este es un primer requisito de consistencia interna de nuestro modelo. Además, dado que los acoplamientos involucrados entre partículas conocidas y sus excitaciones de KK son todos de tipo renormalizable en el sentido de Dyson, las amplitudes asociadas con las partículas de KK deben estar libres de divergencias ultravioletas, justo como ocurre para las amplitudes de las contribuciones del ME. Este es otro requerimiento de consistencia de nuestro modelo.

Entonces, en el contexto del ME con dimensiones extra, la amplitud del decaimiento $q_i \rightarrow q_j\gamma$ puede ser escrita como

$$\mathcal{M}_{ef}(q_i \rightarrow q_j\gamma) = \mathcal{M}_{SM}(q_i \rightarrow q_j\gamma) + \mathcal{M}_{ED}(q_i \rightarrow q_j\gamma), \quad (4.31)$$

donde \mathcal{M}_{SM} es la contribución del ME, calculada en la sección anterior y \mathcal{M}_{ED} contiene las contribuciones de KK, las cuales son dadas por las excitaciones de KK de la familia del bosón

de norma W , $\{W_\mu^{(m)\pm}, W_{\bar{n}}^{(m)\pm}, W_n^{(m)\pm}\}$, así como la familia de modos de KK de los quarks internos que circulan en el lazo, $q_k^{(m)}$. Esta amplitud puede ser escrita de la siguiente manera

$$\mathcal{M}_{ED}(q_i \rightarrow q_j \gamma) = \mathcal{M}_V(q_i \rightarrow q_j \gamma) + \sum_{\bar{n}=1}^{n-1} \mathcal{M}_{\bar{n}}(q_i \rightarrow q_j \gamma) + \mathcal{M}_n(q_i \rightarrow q_j \gamma), \quad (4.32)$$

donde la amplitud \mathcal{M}_V contiene las contribuciones de los cuatro diagramas mostrados en la figura 4.2, en los cuales circulan los bosones vectoriales $W_\mu^{(m)\pm}$, mientras que $\mathcal{M}_{\bar{n}}$ (\mathcal{M}_n) comprende la contribución de un escalar físico $W_{\bar{n}}^{(m)\pm}$ ($W_n^{(m)\pm}$) circulando en los diagramas 4.3. Note que en $\mathcal{M}_{\bar{n}}$ solo es considerado uno de los $n - 1$ escalares $W_{\bar{n}}^{(m)\pm}$.

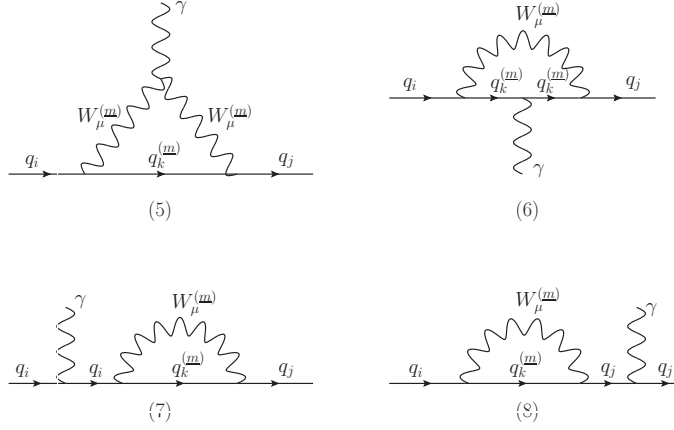


Figura 4.2: Diagramas que contribuyen al decaimiento $q_i \rightarrow q_j \gamma$ en la norma unitaria. En los lazos circulan el quark $q_k^{(m)}$, el bosón vectorial $W_\mu^{(m)\pm}$.

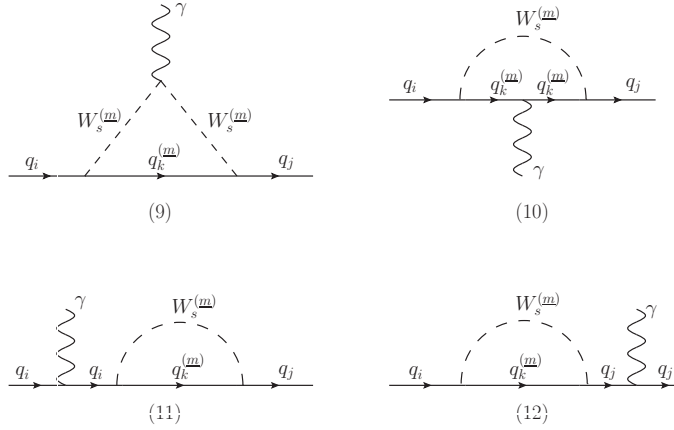


Figura 4.3: Diagramas que contribuyen al decaimiento $q_i \rightarrow q_j \gamma$ en la norma unitaria. En los lazos circulan el quark $q_k^{(m)}$, y uno de los bosones escalares $W_s^{(m)\pm} = \{W_{\bar{n}}^{(m)\pm}, W_n^{(m)\pm}\}$, con $\bar{n} = 1, 2, \dots, n - 1$.

Por otro lado, esta teoría efectiva tiene dos tipos de divergencia, una debido a los efectos de distancias cortas, las cuales corresponden a las divergencias ya presentes en el ME, a saber, las divergencias UV, mientras que el otro tipo de divergencias tiene que ver con el hecho de que se deben sumar las contribuciones virtuales de un número infinito de partículas virtuales, los excitaciones de KK. Las amplitudes \mathcal{M}_V , $\mathcal{M}_{\bar{n}}$ o \mathcal{M}_n son libres de divergencias UV, como ocurre con la predicción del ME. En efecto, veremos la cancelación de este tipo de divergencias se cancela cuando se suman los factores de forma que multiplican las funciones de PV B_0 , lo cual ocurre en cada una de estas tres amplitudes. En el caso del segundo tipo de divergencias, se necesita introducir una prescripción apropiada de renormalización en un sentido moderno [122]. Pero antes de renormalizar las amplitudes, es necesario introducir un esquema de regularización que permita manipular algebraicamente las sumas infinitas asociadas con las contribuciones virtuales de las partículas de KK. Un esquema es basado en la función zeta de Riemann y sus generalizaciones a más dimensiones [123, 124], es discutido en la referencia [120] y aplicado recientemente a un proceso físico de orden de un lazo en la referencia [125]. Sin embargo, lo anterior está aun en estudio, por lo tanto, en esta tesis el segundo tipo de divergencia no será presentado.

Ahora procederemos a calcular cada una de las amplitudes dadas en (4.32). Las reglas de Feynman necesarias para realizar los cálculos son dadas en los apéndices F y G. Note que los acoplamiento del bosón vectorial $W_\mu^{(m)\pm}$ con dos fermiones, uno virtual y el otro real (F.12)-(F.17), así como con el fotón (G.2), son iguales a los del ME. Entonces, en la norma unitaria, la amplitud \mathcal{M}_V puede ser escrita de la siguiente manera

$$\mathcal{M}_V = \sum_{(m)} \mathcal{M}_{SM} (m_k \rightarrow m_{k^{(m)}}, m_W \rightarrow m_{W^{(m)}}), \quad (4.33)$$

donde \mathcal{M}_{SM} es dado por la expresión (4.1), y (4.2)-(4.3). Aquí escribiremos las masas de las partículas del ME sin la etiqueta del modo cero de KK, (0) .

Para la amplitud $\mathcal{M}_{\bar{n}}$, consideramos los acoplamiento del bosón escalar excitación de KK, $W_{\bar{n}}^{(m)\pm}$, con pares de fermiones (F.21)-(F.24) y con el fotón (G.3), resultando la siguiente amplitud

$$\mathcal{M}_{\bar{n}} = -\frac{g^2 e}{2} \bar{u}_{(b)}(p_j, s_j) \sum_{(m)} \sum_k K_{jk} K_{ki}^\dagger \sum_{l=1}^4 \Gamma_{l^{(ba)}}^{\bar{n}\mu} (m_i, m_j, m_{k^{(m)}}, m_{W^{(m)}}) u_{(a)}(p_i, s_i) \varepsilon_\mu^*, \quad (4.34)$$

donde m_i y m_j son las masas de los quarks externos (modos cero de KK). Note que los espinores de los quarks externos tienen una etiqueta (a) y (b) (se ha asumido suma implícita sobre estos índices), el cual indica su posición en el vector de espinores definido por la expresión (2.143) (vea apéndice F) los cuales toman el valor $a = b = \frac{2\frac{n}{2}}{2} + 1$, así que en la amplitud deberá considerarse sólo una componente de la matriz $\Gamma_l^{\bar{n}\mu}$, que corresponde a un elemento de la diagonal de esta matriz, a saber, la componente $(\frac{2\frac{n}{2}}{2} + 1, \frac{2\frac{n}{2}}{2} + 1)$ de $\Gamma_l^{\bar{n}\mu}$. Entonces, podemos escribir

$$\mathbf{\Gamma}_1^{\bar{n}\mu} = (Q_i - Q_k) \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{2}{\Delta_1^{(m)}} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \Pi^{\bar{\mu}} V_k^{(m)} P_R(\not{q} + m_{k^{(m)}}) \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{\alpha}}^{(m)\dagger} V_k^{(m)\dagger} \Pi^{\bar{\alpha}\dagger} P_L(p_i - q)^\mu, \quad (4.35a)$$

$$\mathbf{\Gamma}_2^{\bar{n}\mu} = Q_k \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{1}{\Delta_2^{(m)}} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \Pi^{\bar{\mu}} V_k^{(m)} P_R(\not{q} + \not{p}_j + m_{k^{(m)}}) \gamma^\mu (\not{q} + \not{p}_i + m_{k^{(m)}}) \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{\alpha}}^{(m)\dagger} V_k^{(m)\dagger} \Pi^{\bar{\alpha}\dagger} P_L, \quad (4.35b)$$

$$\mathbf{\Gamma}_3^{\bar{n}\mu} = \frac{Q_i}{m_j^2 - m_i^2} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{1}{\Delta_3^{(m)}} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \Pi^{\bar{\mu}} V_k^{(m)} P_R(\not{q} + \not{p}_j + m_{k^{(m)}}) \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{\alpha}}^{(m)\dagger} V_k^{(m)\dagger} \Pi^{\bar{\alpha}\dagger} P_L(\not{p}_j + m_i) \gamma^\mu, \quad (4.35c)$$

$$\mathbf{\Gamma}_4^{\bar{n}\mu} = \frac{Q_i}{m_i^2 - m_j^2} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{1}{\Delta_4^{(m)}} \gamma^\mu (\not{p}_i + m_j) \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \Pi^{\bar{\mu}} V_k^{(m)} P_R(\not{q} + \not{p}_i + m_{k^{(m)}}) \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{\alpha}}^{(m)\dagger} V_k^{(m)\dagger} \Pi^{\bar{\alpha}\dagger} P_L, \quad (4.35d)$$

donde se ha asumido suma implícita en los índices $\bar{\mu}$ y $\bar{\alpha}$. La matriz unitaria, $V_k^{(m)}$, de dimensión $2^{\frac{n}{2}} \times 2^{\frac{n}{2}}$, es definida por la expresión (2.133), la cual se utilizó para obtener el eigenestado de masa del quark excitación de KK de sabor k , que aquí corresponde al quark que circula en el lazo. La matriz de dimensión $2^{\frac{n}{2}} \times 2^{\frac{n}{2}}$, $\Pi^{\bar{\mu}}$, está definida en la ecuación (2.170), mientras que $\mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)}$ son las componentes de la matriz ortogonal $\mathcal{R}^{(m)}$ dada por la ecuación (2.28). Además, estas matrices no depende de las matrices de Dirac 4-dimensional, así que es posible factorizar la siguiente expresión

$$\mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{\alpha}}^{(m)\dagger} \Pi^{\bar{\mu}} V_k^{(m)} V_k^{(m)\dagger} \Pi^{\bar{\alpha}\dagger} = \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{\alpha}}^{(m)\dagger} \Pi^{\bar{\mu}} \Pi^{\bar{\alpha}\dagger}, \quad (4.36)$$

que cuando se considera la suma sobre \bar{n} y las propiedades de la matriz $\mathcal{R}^{(m)}$ (2.31), y de la matriz $\Pi^{\bar{\alpha}}$ (2.170) y (B.11), se obtiene

$$\mathbf{R} \equiv \sum_{\bar{n}=1}^{n-1} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{\alpha}}^{(m)\dagger} \Pi^{\bar{\mu}} V_k^{(m)} V_k^{(m)\dagger} \Pi^{\bar{\alpha}\dagger} = (n-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\mathbf{1}} \end{pmatrix}, \quad (4.37)$$

donde $\tilde{\mathbf{1}}$ es una matriz identidad de dimensión $2^{\frac{n}{2}}/2 \times 2^{\frac{n}{2}}/2$. Note que la componente $(\frac{2^{\frac{n}{2}}}{2} + 1, \frac{2^{\frac{n}{2}}}{2} + 1)$ de la matriz \mathbf{R} en (4.37) es $(n-1)$. Las $\Delta_l^{(m)}$ de las expresiones (4.35) están relacionadas con las expresiones que aparecen en el caso del ME mediante el siguiente cambio

$$\Delta_1^{(m)} = \Delta_1^\gamma(m_k \rightarrow m_{k^{(m)}}, m_W \rightarrow m_{W^{(m)}}), \quad (4.38a)$$

$$\Delta_2^{(m)} = \Delta_2^\gamma(m_k \rightarrow m_{k^{(m)}}, m_W \rightarrow m_{W^{(m)}}), \quad (4.38b)$$

$$\Delta_3^{(m)} = \Delta_3^\gamma(m_k \rightarrow m_{k^{(m)}}, m_W \rightarrow m_{W^{(m)}}), \quad (4.38c)$$

$$\Delta_4^{(m)} = \Delta_4^\gamma(m_k \rightarrow m_{k^{(m)}}, m_W \rightarrow m_{W^{(m)}}), \quad (4.38d)$$

donde las Δ_l^γ son definidas en las expresiones (4.3). Tomando en cuenta lo anterior y después

de considerar todos los escalares $W_{\bar{n}}^{(m)\pm}$, la suma de las amplitudes (4.34) es de la forma

$$\sum_{\bar{n}=1}^{n-1} \mathcal{M}_{\bar{n}} = \bar{u}_{(b)}(p_j, s_j) \mathcal{M}_{ij}^{\mu}(m_i, m_j, m_{k^{(m)}}, m_{W^{(m)}}) \mathbf{R}_{(ab)} u_{(a)}(p_i, s_i) \varepsilon_{\mu}^*, \quad (4.39)$$

donde la función \mathcal{M}_{ij}^{μ} , además de las masas que participan en el decaimiento, depende de las matrices Gamma de Dirac 4-dimensional y los proyectores quirales, pero no de las matrices $\mathcal{R}^{(m)}$, $\Pi^{\bar{\mu}}$ o $V_k^{(m)}$. De tal manera que al considerar los valores que toma (a) y (b), a saber, $\frac{2\bar{n}}{2} + 1$, la amplitud (4.39) se reduce a la siguiente forma

$$\sum_{\bar{n}=1}^{n-1} \mathcal{M}_{\bar{n}} = \bar{u}(p_j, s_j)(n-1) \mathcal{M}_{ij}^{\mu}(m_i, m_j, m_{k^{(m)}}, m_{W^{(m)}}) u(p_i, s_i) \varepsilon_{\mu}^*, \quad (4.40)$$

la cual ya no depende de las matrices $\mathcal{R}^{(m)}$, $\Pi^{\bar{\mu}}$ o $V_k^{(m)}$.

Ahora, considerando los acoplamientos dados en (F.33)-(F.34) y (G.3), la amplitud \mathcal{M}_n puede ser escrita de la siguiente manera

$$\mathcal{M}_n = -\frac{g^2 e}{2} \bar{u}_{(b)}(p_j, s_j) \sum_{(m)} \sum_k K_{jk} K_{ki}^{\dagger} \sum_{l=1}^4 \mathbf{\Gamma}_{l^{(ba)}}^{\mu}(m_i, m_j, m_{k^{(m)}}, m_{W^{(m)}}) u_{(a)}(p_i, s_i) \varepsilon_{\mu}^*, \quad (4.41)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}_1^{\mu} &= (Q_k - Q_i) \frac{m_W^2}{m_{W^{(m)}}^2} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{2}{\Delta_1^{(m)}} \left[(\alpha_k^{(m)} - i\Pi^{(m)}) V_k^{(m)} P_R - \alpha_j^{(m)} P_L \right] (\not{q} + m_{k^{(m)}}) \\ &\quad \times \left[\alpha_i^{(m)} P_R - V_k^{(m)\dagger} (\alpha_k^{(m)} + i\Pi^{(m)\dagger}) P_L \right] (p_i - q)^{\mu}, \end{aligned} \quad (4.42a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}_2^{\mu} &= -Q_k \frac{m_W^2}{m_{W^{(m)}}^2} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{\Delta_2^{(m)}} \left[(\alpha_k^{(m)} - i\Pi^{(m)}) V_k^{(m)} P_R - \alpha_j^{(m)} P_L \right] (\not{q} + \not{p}_j + m_{k^{(m)}}) \\ &\quad \times \gamma^{\mu} (\not{q} + \not{p}_i + m_{k^{(m)}}) \left[\alpha_i^{(m)} P_R - V_k^{(m)\dagger} (\alpha_k^{(m)} + i\Pi^{(m)\dagger}) P_L \right], \end{aligned} \quad (4.42b)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}_3^{\mu} &= -\frac{Q_i}{m_j^2 - m_i^2} \frac{m_W^2}{m_{W^{(m)}}^2} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{\Delta_3^{(m)}} \left[(\alpha_k^{(m)} - i\Pi^{(m)}) V_k^{(m)} P_R - \alpha_j^{(m)} P_L \right] \\ &\quad \times (\not{q} + \not{p}_j + m_{k^{(m)}}) \left[\alpha_i^{(m)} P_R - V_k^{(m)\dagger} (\alpha_k^{(m)} + i\Pi^{(m)\dagger}) P_L \right] (\not{p}_j + m_i) \gamma^{\mu}, \end{aligned} \quad (4.42c)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}_4^{\mu} &= -\frac{Q_i}{m_i^2 - m_j^2} \frac{m_W^2}{m_{W^{(m)}}^2} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{\Delta_4^{(m)}} \gamma^{\mu} (\not{p}_i + m_j) \left[(\alpha_k^{(m)} - i\Pi^{(m)}) V_k^{(m)} P_R - \alpha_j^{(m)} P_L \right] \\ &\quad \times (\not{q} + \not{p}_i + m_{k^{(m)}}) \left[\alpha_i^{(m)} P_R - V_k^{(m)\dagger} (\alpha_k^{(m)} + i\Pi^{(m)\dagger}) P_L \right]. \end{aligned} \quad (4.42d)$$

En estas expresiones, los factores $\Delta_i^{(m)}$ son definidos en la ecuación (4.38), $\alpha_f^{(m)} = \frac{m^{(m)} m_f}{m_W^2}$ y m_f es la masa del quark de sabor f ($= i, j, k$) del ME. La presencia de esta masa se debe a que el bosón escalar $W_n^{(m)\pm}$ proviene de dos sectores, el sector de Higgs y de Corrientes, donde

los términos que vienen del sector de Higgs tienen como factor a $\alpha_f^{(m)}$ y los términos del sector de Corrientes tienen como factor a la matriz $\Pi^{(m)}$, la cual es definida en la expresión (2.170). Note que los términos $\alpha_f^{(m)}$ son multiplicado por una matriz identidad de dimensión $2^{\frac{n}{2}} \times 2^{\frac{n}{2}}$.

Debido a la presencia de las matrices $\Pi^{(m)}$ y $V_k^{(m)}$, la amplitud (4.41) debe tener la siguiente forma

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_n = \bar{u}_{(b)}(p_j, s_j) \sum_{(m)} \sum_k \left[\mathcal{M}_{1\,ikj}^{(m)\mu} \delta_{ab} + \mathcal{M}_{2\,ikj}^{(m)\mu} \left(\Pi^{(m)} \right)_{(ab)} + \mathcal{M}_{3\,ikj}^{(m)\mu} \left(V_k^{(m)} \right)_{(ab)} \right. \\ \left. + \mathcal{M}_{4\,ikj}^{(m)\mu} \left(\Pi^{(m)} V_k^{(m)} \right)_{(ab)} + \mathcal{M}_{5\,ikj}^{(m)\mu} \left(\Pi^{(m)} \Pi^{(m)\dagger} \right)_{(ab)} + \dots \right] u_{(a)}(p_i, s_i) \varepsilon_\mu^*, \end{aligned} \quad (4.43)$$

donde las diferentes amplitudes, $\mathcal{M}_l^{(m)\mu}$ ($l = 1, 2, 3, 4, 5$), dependen solo de las masas que participan en el decaimiento, las matrices Gammas de Dirac 4-dimensional y de los proyectores quirales. Los puntos suspensivos indican, más otros términos que contienen a las conjugadas de las matrices mostradas, por ejemplo, la matriz $V_k^{(m)\dagger} \Pi^{(m)\dagger}$. Como ya mencionamos, solo un elemento de la diagonal de los diferentes términos matriciales presentes en (4.43) debe ser considerado. A continuación describimos los términos a considerar:

1. La matriz $\Pi^{(m)}$, definida en la expresión (2.170), tiene ceros en su diagonal. Entonces su elemento $(\frac{2^{\frac{n}{2}}}{2} + 1, \frac{2^{\frac{n}{2}}}{2} + 1)$ es

$$\left(\Pi^{(m)} \right)_{(2^{\frac{n}{2}-1}+1, 2^{\frac{n}{2}-1}+1)} = 0. \quad (4.44)$$

2. La matriz $V_k^{(m)}$, en el caso de fermiones cargados (vea apéndice F) es

$$V_k^{(m)} = \frac{1}{m_{k(m)}} \begin{pmatrix} m_k & -i\Lambda \\ -i\Lambda^\dagger & m_k \end{pmatrix}, \quad (4.45)$$

en la cual vemos que el elemento $(\frac{2^{\frac{n}{2}}}{2} + 1, \frac{2^{\frac{n}{2}}}{2} + 1)$ es

$$\left(V_k^{(m)} \right)_{(2^{\frac{n}{2}-1}+1, 2^{\frac{n}{2}-1}+1)} = \frac{m_k}{m_{k(m)}}. \quad (4.46)$$

3. El producto matricial $\Pi^{(m)} V_k^{(m)}$ es

$$\Pi^{(m)} V_k^{(m)} = \frac{1}{m_{k(m)}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{m_k \Lambda^\dagger}{m_{(m)}} & -im_{(m)} \end{pmatrix}, \quad (4.47)$$

donde cada cuadrante es multiplicado por la matriz identidad $\tilde{\mathbf{1}}$. Por lo tanto, la componente $(\frac{2^{\frac{n}{2}}}{2} + 1, \frac{2^{\frac{n}{2}}}{2} + 1)$ es

$$\left(\Pi^{(m)} V_k^{(m)} \right)_{(2^{\frac{n}{2}-1}+1, 2^{\frac{n}{2}-1}+1)} = -\frac{im_{(m)}}{m_{k(m)}}. \quad (4.48)$$

4. Por último, tenemos a la matriz

$$\Pi^{(\underline{m})}\Pi^{(\underline{m})\dagger} = \Pi^{(\underline{m})}V_k^{(\underline{m})}V_k^{(\underline{m})\dagger}\Pi^{(\underline{m})\dagger} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\mathbf{1}} \end{pmatrix}, \quad (4.49)$$

donde es fácil ver que su componente $(\frac{2^{\frac{n}{2}}}{2} + 1, \frac{2^{\frac{n}{2}}}{2} + 1)$ es

$$\left(\Pi^{(\underline{m})}\Pi^{(\underline{m})\dagger}\right)_{(2^{\frac{n}{2}-1}+1, 2^{\frac{n}{2}-1}+1)} = 1. \quad (4.50)$$

Con estas consideraciones, la amplitud (4.43) se reduce a la siguiente forma

$$\mathcal{M}_n = \bar{u}(p_j, s_j) \sum_{(\underline{m})} \sum_k \left[\mathcal{M}_{1ikj}^{(\underline{m})\mu} + \frac{m_k}{m_{k(\underline{m})}} \mathcal{M}_{3ikj}^{(\underline{m})\mu} - \frac{im_{(\underline{m})}}{m_{k(\underline{m})}} \mathcal{M}_{4ikj}^{(\underline{m})\mu} + \mathcal{M}_{5ikj}^{(\underline{m})\mu} + \dots \right] u(p_i, s_i) \varepsilon_\mu^*, \quad (4.51)$$

donde se ha eliminado la etiqueta, $a = b = \frac{2^{\frac{n}{2}}}{2} + 1$ de los espinores de los quarks externos.

Después de tomar en cuenta todas las consideraciones hechas anteriormente, uno obtiene la siguiente expresión para la amplitud \mathcal{M}_{ED}

$$\mathcal{M}_{ED}(q_i \rightarrow q_j \gamma) = \frac{g^2 e}{2(4\pi)^2 m_W} \bar{u}(p_j, s_j) (F_L^{ED} P_L + F_R^{ED} P_R) \sigma^{\mu\nu} p_\nu u(p_i, s_i) \varepsilon_\mu^*. \quad (4.52)$$

Note que al igual que en el ME, invarianza electromagnética se cumple. La parte izquierda de esta amplitud es

$$F_L^{ED} = \sum_{(\underline{m})} \sum_k K_{jk} K_{ki}^\dagger \left[a_0^{(\underline{m})} + m_W^2 \sum_{l=1}^2 a_l^{(\underline{m})} C_0^{(\underline{m})}(l) + \sum_{l=1}^3 b_l^{(\underline{m})} B_0^{(\underline{m})}(l) \right], \quad (4.53)$$

mientras que la parte derecha, F_R^{ED} , al igual que en el caso del ME, está relacionado con la parte izquierda mediante el intercambio $i \leftrightarrow j$. Lo anterior se satisface al nivel de cada una de las amplitudes \mathcal{M}_V , $\mathcal{M}_{\bar{n}}$ y \mathcal{M}_n . En términos de funciones de PV, se tiene

$$C_0^{(\underline{m})}(1) = C_0 [0, m_i^2, m_j^2, m_{W(\underline{m})}^2, m_{W(\underline{m})}^2, m_{k(\underline{m})}^2], \quad (4.54a)$$

$$C_0^{(\underline{m})}(2) = C_0 [0, m_i^2, m_j^2, m_{k(\underline{m})}^2, m_{k(\underline{m})}^2, m_{W(\underline{m})}^2], \quad (4.54b)$$

$$B_0^{(\underline{m})}(l) = B_0 [m_l^2, m_{k(\underline{m})}^2, m_{W(\underline{m})}^2], \quad l = 1, 2, \quad m_1 = m_i, \quad m_2 = m_j, \quad (4.54c)$$

$$B_0^{(\underline{m})}(3) = B_0 [0, m_{k(\underline{m})}^2, m_{W(\underline{m})}^2], \quad (4.54d)$$

donde los factores de forma están dados por

$$a_0^{(m)} = \frac{\sqrt{x_j}(Q_i - 2Q_k)}{2(x_j - x_i)} \frac{m_{k^{(m)}}^2}{m_{W^{(m)}}^2}, \quad (4.55a)$$

$$a_1^{(m)} = -\frac{\sqrt{x_j}(Q_i - Q_k)}{x_i - x_j} \left\{ x_i - 2x_j + \frac{m_{k^{(m)}}^2}{m_W^2} + (n+1) \frac{m_{W^{(m)}}^2}{m_W^2} \right\}, \quad (4.55b)$$

$$a_2^{(m)} = \frac{Q_k \sqrt{x_j}}{x_i - x_j} \left\{ -x_j \frac{m_{k^{(m)}}^2}{m_{W^{(m)}}^2} + \frac{m_{k^{(m)}}^4}{m_{W^{(m)}}^2 m_W^2} + (n+1) \frac{m_{k^{(m)}}^2}{m_W^2} \right\}, \quad (4.55c)$$

$$b_1^{(m)} = \frac{\sqrt{x_j}}{2(x_i - x_j)^2} \left\{ x_i [2(n+1)Q_k - (n+3)Q_i] + 3Q_i x_j + nQ_i \frac{m_{k^{(m)}}^2}{m_W^2} + x_i x_j (Q_i - 2Q_k) \frac{m_W^2}{m_{W^{(m)}}^2} \right. \\ \left. - [x_i(Q_i - 2Q_k) + Q_i x_j] \frac{m_{k^{(m)}}^2}{m_{W^{(m)}}^2} + Q_i \frac{m_{k^{(m)}}^4}{m_W^2 m_{W^{(m)}}^2} - (n+1)Q_i \frac{m_{W^{(m)}}^2}{m_W^2} \right\}, \quad (4.55d)$$

$$b_2^{(m)} = \frac{1}{2\sqrt{x_j}(x_i - x_j)^2} \left\{ x_j [x_i \{(n+4)Q_i - 2(n+1)Q_k\} - 4Q_i x_j] \right. \\ \left. + nQ_i (x_i - 2x_j) \frac{m_{k^{(m)}}^2}{m_W^2} + 2x_j (Q_i x_j - Q_k x_i) \frac{m_{k^{(m)}}^2}{m_{W^{(m)}}^2} + Q_i (x_i - 2x_j) \frac{m_{k^{(m)}}^4}{m_W^2 m_{W^{(m)}}^2} \right. \\ \left. - (n+1)Q_i (x_i - 2x_j) \frac{m_{W^{(m)}}^2}{m_W^2} - x_i x_j^2 (Q_i - 2Q_k) \frac{m_W^2}{m_{W^{(m)}}^2} \right\}, \quad (4.55e)$$

$$b_3^{(m)} = \frac{Q_i}{2\sqrt{x_j}(x_j - x_i)} \left[\frac{m_{k^{(m)}}^2}{m_{W^{(m)}}^2} - 1 \right] \left\{ -x_j + \frac{m_{k^{(m)}}^2}{m_W^2} + (n+1) \frac{m_{W^{(m)}}^2}{m_W^2} \right\}. \quad (4.55f)$$

En el caso del factor de forma $a_0^{(m)}$ se aplicó la unitariedad de la matriz CKM para eliminar términos que no dependían de la masa del quark circulando en el lazo. Las cantidades x_f son definidas en la expresión (4.9).

Dado que cada amplitud, \mathcal{M}_V , $\mathcal{M}_{\bar{n}}$ y \mathcal{M}_n , en (4.32) es libre de divergencia UV, la amplitud \mathcal{M}_{ED} también lo es, de hecho, se comprueba que

$$\sum_{l=1}^3 b_l^{(m)} = 0. \quad (4.56)$$

En conclusión hemos mostrado que los resultados son consistentes, pues cada una de las amplitudes \mathcal{M}_V , $\mathcal{M}_{\bar{n}}$ y \mathcal{M}_n son libres de divergencias ultravioletas. Además, éstas por separado tienen la forma de la expresión (4.52), implicando que las contribuciones de los bosones vectoriales, $W_\mu^{(m)\pm}$, como de los escalares, $W_s^{(m)\pm} = \{W_{\bar{n}}^{(m)\pm}, W_n^{(m)\pm}\}$, dan resultados finitos e invariantes de norma por sí mismos. Entonces, al igual que el Modelo Estándar, la extensión de este Modelo a dimensiones extras predice un decaimiento $t \rightarrow c\gamma$ que es libre de divergencias ultravioletas. Sin embargo, como se mencionó en la parte final del capítulo anterior, las amplitudes, cuando se considera más de una dimensión extra, presentan divergencias que surgen como consecuencia de considerar la suma de contribuciones virtuales de un número infinito

de partículas (las partículas de KK). En este caso, las divergencias surgen como los polos de funciones zeta de Epstein, las cuales son generalizaciones a más altas dimensiones de la función zeta de Riemann. El tratamiento de este tipo de divergencias, requiere del uso de un esquema de regularización y un esquema de renormalización en un sentido moderno [47, 105, 106]. Dicho análisis está actualmente en proceso [102, 104].

Capítulo 5

Conclusiones

En esta tesis de doctorado se ha presentado un estudio de aspectos teóricos y fenomenológicos del Modelo Estándar con dimensiones extras. Nuestro estudio fue dividido en una parte de teoría y otra de aplicaciones fenomenológicas.

En la parte de teoría, se discuten las bases, así como la estructura de la teoría efectiva que resulta, de una extensión del Modelo Estándar a dimensiones extras. Las características más sobresalientes del modelo son:

- El punto de partida es una teoría de campo cuya estructura relativista y de norma es dictada por los grupos extendidos $\{ISO(1, 3+n), G(\mathcal{M}^d)_{SM} = SU_C(3, \mathcal{M}^d) \times SU_L(2, \mathcal{M}^d) \times U_Y(1, \mathcal{M}^d)\}$. Se construye una versión extra dimensional del Model Estándar gobernada por estos grupos.
- Para establecer contacto con el Modelo Estándar, se implementan dos mapeos de punto, los cuales transforman objetos covariantes de los grupos extendidos $\{ISO(1, 3+n), G(\mathcal{M}^d)_{SM}\}$ a objetos covariantes de los grupos estándar $\{ISO(1, 3), G(\mathcal{M}^4)_{SM}\}$. La idea esencial consiste en ocultar la simetría $\{ISO(1, 3+n), G(\mathcal{M}^d)_{SM}\}$ en $\{ISO(1, 3), G(\mathcal{M}^4)_{SM}\}$ y de esta manera estar en posición de generar masas para bosones de norma a través del mecanismo de Kaluza-Klein.

El propósito de un primer mapeo es ocultar la simetría de Lorentz extendida, $SO(1, 3+n)$, en la simetría de Lorentz estándar, $SO(1, 3)$. Para tal fin se acomodan objetos covariantes de $SO(1, 3+n)$ en objetos covariantes de $SO(1, 3)$. Así, un vector de $SO(1, 3+n)$ es mapeado en un vector y n escalares de $SO(1, 3)$; en tanto que un espinor de $SO(1, 3+n)$ es transformado en $2^{\frac{n}{2}}$ espinores de $SO(1, 3)$.

Para completar el programa de ocultar la simetría $\{ISO(1, 3+n), G(\mathcal{M}^d)_{SM}\}$ en la simetría $\{ISO(1, 3), G(\mathcal{M}^4)_{SM}\}$, es necesario un segundo mapeo, cuya implementación requiere de varios ingredientes. En primer lugar, uno debe introducir un proceso de compactificación de las dimensiones extras, el cual se realiza mediante un producto directo de la orbifold S^1/Z_2 . Dado este tipo de variedad compacta, uno puede asumir periodicidad y paridad definida para los diversos campos con respecto a las coordenadas extras, de tal suerte que el mapeo en consideración es dado por una serie de Fourier multidimensional

de paridad definida, la cual depende de funciones trigonométricas multidimensionales pares o impares $\{f_E^{(m)}(\bar{x}), f_O^{(m)}(\bar{x})\}$. Simbólicamente, cada campo $\varphi_A(x, \bar{x})$ tiene el siguiente mapeo:

$$\varphi_A(x, \bar{x}) \rightarrow \{f_{E,O}^{(m)}(\bar{x})\varphi_a^{(m)}(x)\}. \quad (5.1)$$

Un ingrediente esencial en este mapeo es que las funciones $f_{E,O}^{(m)}(\bar{x})$ no representan grados de libertad, esto es, las coordenadas \bar{x} ya no etiquetan grados de libertad, como ocurre en la teoría original. Otra manera de decirlo es que el subgrupo $\text{ISO}(n)$ de $\text{ISO}(1, 3+n)$, no tiene papel dinámico alguno en la teoría efectiva. Bajo la perspectiva de los grupos estándar $\{\text{ISO}(1, 3), G(\mathcal{M}^4)_{SM}\}$, los grados de libertad están dados por los coeficientes de Fourier del mapeo: campos del Modelo Estándar, $\varphi_a^{(0)}(x)$, y sus excitaciones de Kaluza-Klein, $\varphi_a^{(m)}(x)$. Por lo tanto, las coordenadas \bar{x} pueden ser integradas, lo cual da lugar a una acción efectiva que es invariante bajo los grupos estándar $\{\text{ISO}(1, 3), G(\mathcal{M}^4)_{SM}\}$. Sin embargo, la simetría extendida no se ha perdido, ya que puede ser recuperada usando las transformaciones inversas de los mapeos.

- Sucintamente, el mecanismo generador de masas de Kaluza-Klein puede ser establecido como sigue. El mapeo de Fourier es, en cierto sentido, un mapeo del grupo de las traslaciones extendido $\text{T}(1, 3+n)$ al grupo de las traslaciones estándar $\text{T}(1, 3)$. Note que el grupo de las traslaciones en la subvariedad \mathcal{N}^n , $\text{T}(n)$, es también un subgrupo de $\text{T}(1, 3+n)$. Observe que la acción de $\text{T}(1, 3)$ sobre las funciones de Fourier $P_\mu f_{E,O}^{(m)}(\bar{x}) = 0$, donde P_μ son los generadores del grupo, así que estas funciones son dejadas invariantes por el grupo de las traslaciones estándar. En cambio, la acción del subgrupo $\text{T}(n)$ sobre estas mismas funciones es distinto de cero. De hecho

$$P_{\bar{\mu}} f_{E,O}^{(m)} = \mp p_{\bar{\mu}}^{(m)} f_{O,E}^{(m)}. \quad (5.2)$$

Las masas de las partículas de Kaluza-Klein aparecen como productos de esta cantidad: $p_{\bar{\mu}}^{(m)} p_{\bar{\mu}}^{(m)} = m_{(m)}^2$. Estas partículas reciben, además, una contribución a su masa a la escala de Fermi generada por el mecanismo de Higgs. En general, la masa de una partícula de Kaluza-Klein está dada por

$$m_{\varphi^{(m)}}^2 = m_{(m)}^2 + m_{\varphi^{(0)}}^2, \quad (5.3)$$

donde $m_{\varphi^{(0)}}$ es la masa de la partícula del Modelo Estándar a la cual está asociada esta partícula de Kaluza-Klein. Un interesante paralelismo puede ser establecido con el mecanismo de Higgs.

- Como características específicas del modelo, que son necesarias en aplicaciones prácticas, podemos mencionar las siguientes:
 - En la teoría efectiva los campos de norma sin masa, como los Gluones o fotones, son descritos por la siguiente familia de campos vectoriales y escalares: $\{G_\mu^{(0)a}, G_\mu^{(m)a}, G_{\bar{n}}^{(m)a}, G_G^{(m)a}\}$ y $\{A_\mu^{(0)}, A_\mu^{(m)}, A_{\bar{n}}^{(m)}, A_G^{(m)}\}$, respectivamente.
 - El sector de Higgs es descrito por la familia de campos $\{H^{(0)}, H^{(m)}\}$.
 - Los bosones de norma débiles W y Z son descritos por la familia de campos $\{W_\mu^{(0)\pm}, W_\mu^{(m)\pm}, W_{\bar{n}}^{(m)\pm}, W_n^{(m)\pm}, W_G^{(m)\pm}\}$ y $\{Z_\mu^{(0)}, Z_\mu^{(m)}, Z_{\bar{n}}^{(m)}, Z_n^{(m)}, Z_G^{(m)}\}$. En este

caso, hay un total de n campos escalares físicos asociados con cada bosón, lo cual se debe a que su componente longitudinal es física.

- En el sector fermiónico, se encuentra que los leptones cargados y los quarks son descritos por una familia de $2^{\frac{n}{2}} + 1$ campos espinoriales, $\{f^{(0)}, f_1^{(m)}, \dots, f_{2^{\frac{n}{2}}}^{(m)}\}$, a diferencia de los neutrinos que son descrito por una familia de $2^{\frac{n}{2}}/2 + 1$ campos espinoriales, $\{f^{(0)}, f_1^{(m)}, \dots, f_{2^{\frac{n}{2}}/2}^{(m)}\}$. Esta diferencia radica en que, como ocurre en el Modelo Estándar, no se introdujeron neutrinos derechos.

En lo que respecta a las aplicaciones fenomenológicas del modelo, se realizaron estudios de corrientes neutras que cambian el sabor en decaimientos del bosón de Higgs y del quark top. En esta parte de la tesis se obtuvieron los siguientes resultados:

- Se presentó un estudio completo del decaimiento del bosón de Higgs a pares de quarks de diferente sabor $H \rightarrow q_i q_j$ ($q_i q_j = bs, bd, sd, cu$) en el contexto del Modelo Estándar. En la literatura se habían presentado resultados aproximados y de manera aislada de estos procesos. En esta tesis se han presentado resultados exactos para todos los procesos, así como un análisis numérico completo para las razones de decaimiento usando los resultados recientes sobre el descubrimiento del bosón de Higgs. Nuestros resultados se pueden resumir como sigue:

Se mostró que los resultados satisfacen las siguientes condiciones de consistencia: *i*) Las amplitudes de los diagramas (1) y (2), mostrados en la figura 3.1, se anulan cuando $m_i = 0 = m_j$, mientras que los diagramas (3) y (4) no existen. *ii*) Después de utilizar la matriz de mezcla de CKM, la amplitud total es libre de divergencias ultravioletas. *iii*) La parte izquierda (derecha) de la amplitud del lazo F_L (F_R) se anula en el límite $m_i \rightarrow 0$ ($m_j \rightarrow 0$) y la parte derecha (izquierda) es diferente de cero.

Se calcularon las razones de decaimiento de los canales bs , bd , sd , y cu , encontrándose valores de 3×10^{-7} , 1.14×10^{-8} , 1.2×10^{-8} , y 5×10^{-15} , respectivamente. Este estudio fue realizado a la luz de los resultados recientes sobre el descubrimiento del bosón de Higgs, los cuales predicen una anchura de esta partícula lo suficientemente pequeña como para realizar significativamente algunos de sus decaimientos que están suprimidos, como es el caso de los canales en consideración. Sin embargo, nuestros resultados, aunque significativos para algunos de estos canales, principalmente el modo bs , no son aún lo suficientemente importantes como para que sean detectados en los próximos experimentos. Esto significa que, de ser observados, su ocurrencia tendría que ver necesariamente con la presencia de nueva física.

- Se presentó un estudio completo de los decaimientos electromagnéticos de quarks con cambio de sabor $q_i \rightarrow q_j \gamma$, los cuales ocurren a orden de un lazo tanto en el Modelo Estándar, como en su extensión a dimensiones extras presentada en esta tesis. Primero, este tipo de decaimientos fueron calculados en el contexto del Modelo Estándar, verificando los resultados existentes en la literatura para el proceso particular $t \rightarrow c \gamma$. Una

vez verificados los resultados para este proceso en el contexto del Modelo Estándar, se procedió a presentar los resultados para el mismo decaimiento pero en el contexto del Modelo Estándar con dimensiones extras. En ambos contextos, se presentaron expresiones exactas para las amplitudes de decaimiento.

En el caso del Modelo Estándar, mostramos que la amplitud total de cada proceso es libre de divergencias ultravioletas e invariante de norma. Se presentaron resultados exactos para la razón de decaimiento del proceso $t \rightarrow c\gamma$, encontrándose un valor de 3.81×10^{-13} , el cual coincide con los resultados de la literatura.

En el contexto de dimensiones extras, se presentaron expresiones exactas para las amplitudes de estos decaimientos. Se mostró que, como ocurre en el caso del Modelo Estándar, las amplitudes son libres de divergencias ultravioletas e invariantes de norma electromagnética, los cuales constituyen requerimientos esenciales para la consistencia interna del modelo.

Las perspectivas de este trabajo en el ámbito fenomenológico son amplias. De manera especial, nos interesa profundizar en el estudio de corrientes neutras con cambio de sabor en procesos mediados por el bosón de Higgs y el quark top. Un programa ya en curso consiste en completar el estudio de los decaimientos $q_i \rightarrow q_j\gamma$, así como extender el estudio a dimensiones extras de los decaimientos del bosón de Higgs $H \rightarrow q_i q_j$.

Apéndices

Apéndice A

Integrales útiles y convenciones

En este apéndice presentamos las expresiones ortonormales necesarias para realizar la expansión de los campo de norma y fermiones en serie de Fourier. Una funcional $\varphi_a(x, \bar{x})$ es definida en una variedad $\mathcal{M}^d = \mathcal{M}^4 \times \mathcal{N}^n$, siendo \mathcal{N}^n n copias de los orbifold S^1/Z_2 . De aquí el campo $\varphi_a(x, \bar{x})$ puede ser expandido en serie de Fourier, ya sea como una función par o impar, sobre las coordenadas, \bar{x} , de la variedad compacta \mathcal{N}^n , por ejemplo,

$$\varphi_a^E(x, \bar{x}) = \phi_a^{(0)}(x) f_E^{(0)} + \sum_{(m)} \phi_a^{(m)}(x) f_E^{(m)}(\bar{p} \cdot \bar{x}), \quad (\text{A.1})$$

$$\varphi_{a'}^O(x, \bar{x}) = \sum_{(m)} \phi_{a'}^{(m)}(x) f_O^{(m)}(\bar{p} \cdot \bar{x}), \quad (\text{A.2})$$

donde la etiqueta “E” en φ y en las f 's es para indicar que es una función par y “O” una función impar sobre la inversión, simultánea, de todas las coordenadas de la variedad compacta. Las funciones ortonormales apareciendo en la expansión son

$$f_E^{(0)} := \frac{1}{\sqrt{(2\pi R_1) \cdots (2\pi R_n)}} \quad (\text{A.3})$$

$$f_E^{(m)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) := \sqrt{\frac{2}{(2\pi R_1) \cdots (2\pi R_n)}} \cos(\bar{p} \cdot \bar{x}) \quad (\text{A.4})$$

$$f_O^{(m)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) := \sqrt{\frac{2}{(2\pi R_1) \cdots (2\pi R_n)}} \sin(\bar{p} \cdot \bar{x}), \quad (\text{A.5})$$

donde $\bar{p} \cdot \bar{x} = \frac{m_1 \bar{x}_1}{R_1} + \dots + \frac{m_n \bar{x}_n}{R_n}$, con $\underline{m}_i \in (\underline{m}) = (\underline{m}_1, \underline{m}_2, \dots, \underline{m}_i, \dots, \underline{m}_n)$, $\underline{m}_i \in \mathbb{N}$ y el modo cero, $(\underline{0})$, es excluido de esta configuración. Los coeficientes de la expansión son definidos por

$$\phi_a^{(\underline{0})}(x) = \int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} f_E^{(\underline{0})} \varphi_a^E(x, \bar{x}), \quad (\text{A.6})$$

$$\phi_a^{(\underline{m})}(x) = \int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} f_E^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) \varphi_a^E(x, \bar{x}), \quad (\text{A.7})$$

$$\phi_{a'}^{(\underline{m})}(x) = \int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} f_O^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) \varphi_{a'}^O(x, \bar{x}), \quad (\text{A.8})$$

siendo

$$\int_0^{2\pi R} \equiv \int_0^{2\pi R_n} \dots \int_0^{2\pi R_1}, \quad d^n \bar{x} \equiv dx^5 dx^6 \dots dx^{n+4}. \quad (\text{A.9})$$

El proceso de compactificación involucra integrales sobre la dimensiones extras $\bar{x} = (x_5, \dots, x_{4+n})$, de ciertas combinaciones de productos de funciones par o impar definidas arriba. De aquí las siguientes expresiones son útiles

- La integral de una función par o impar $f^{(\underline{m})}$ es

$$\int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} f_E^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = \int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} f_O^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = 0. \quad (\text{A.10})$$

- La ortonormalidad del conjunto $\{f_E^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}), f_O^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x})\}$ es

$$\int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} f_E^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_O^{(\underline{k})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = 0, \quad (\text{A.11})$$

$$\int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} f_E^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_E^{(\underline{k})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = \int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} f_O^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_O^{(\underline{k})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = \delta^{(\underline{mk})}, \quad (\text{A.12})$$

siendo $\delta^{(\underline{mk})} := \delta^{m_1 k_1} \dots \delta^{m_n k_n}$.

- Integrales de combinaciones de productos de funciones pares y/o impares de diferentes modos de Fourier son

$$\int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} f_E^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_E^{(\underline{k})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_E^{(\underline{r})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = f_E^{(\underline{0})} \Delta_{(\underline{mkr})}, \quad (\text{A.13})$$

$$\int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} f_O^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_O^{(\underline{k})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_E^{(\underline{r})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = f_E^{(\underline{0})} \Delta'_{(\underline{mkr})}, \quad (\text{A.14})$$

$$\int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} f_O^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_O^{(\underline{k})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_O^{(\underline{r})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = \int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} f_E^{(\underline{m})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_E^{(\underline{k})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_O^{(\underline{r})}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = 0. \quad (\text{A.15})$$

- Finalmente, las integrales de cuatro productos de funciones par o impar y, el producto

de dos funciones par con dos impares, de diferentes modos de Fourier son

$$\int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} f_E^{(m)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_E^{(k)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_E^{(r)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_E^{(s)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = (f_E^{(0)})^2 \Delta_{(mkr s)}, \quad (\text{A.16})$$

$$\int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} f_O^{(m)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_O^{(k)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_O^{(r)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_O^{(s)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = (f_E^{(0)})^2 \Delta'_{(mkr s)}, \quad (\text{A.17})$$

$$\int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} f_O^{(m)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_E^{(k)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_O^{(r)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_E^{(s)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = (f_E^{(0)})^2 \Delta''_{(mkr s)}. \quad (\text{A.18})$$

Las Δ que aparecen arriba son

$$\Delta_{(mkr)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\delta^{(m)} (k)+(r) + \delta^{(k)} (r)+(m) + \delta^{(r)} (m)+(k) \right), \quad (\text{A.19})$$

$$\Delta'_{(mkr)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\delta^{(m)} (k)+(r) + \delta^{(k)} (r)+(m) - \delta^{(r)} (m)+(k) \right), \quad (\text{A.20})$$

con

$$\delta^{(m)} (r)+(s) = \delta^{m_1 r_1+s_1} \delta^{m_2 r_2+s_2} \dots \delta^{m_n r_n+s_n}. \quad (\text{A.21})$$

Por ultimo, de las relaciones

$$f_E^{(r)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_E^{(s)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = f_E^{(0)} (f_E^{(0)} \delta^{(rs)} + f_E^{(m)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) \Delta_{(mrs)}), \quad (\text{A.22})$$

$$f_O^{(r)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_E^{(s)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = f_E^{(0)} f_O^{(m)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) \Delta'_{(mrs)}, \quad (\text{A.23})$$

$$f_O^{(r)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) f_O^{(s)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) = f_E^{(0)} (f_E^{(0)} \delta^{(rs)} + f_E^{(m)}(\bar{p} \cdot \bar{x}) \Delta'_{(rsm)}), \quad (\text{A.24})$$

se determina las siguientes expresiones

$$\Delta_{(mkr s)} = \delta^{(mk)} \delta^{(rs)} + \Delta_{(mkq)} \Delta_{(qrs)}, \quad (\text{A.25})$$

$$\Delta'_{(mkr s)} = \delta^{(mk)} \delta^{(rs)} + \Delta'_{(mkq)} \Delta'_{(rsq)}, \quad (\text{A.26})$$

$$\Delta''_{(mkr s)} = \delta^{(mr)} \delta^{(ks)} + \Delta'_{(mrq)} \Delta_{(qks)} = \Delta'_{(qmk)} \Delta'_{(qrs)}. \quad (\text{A.27})$$

Apéndice B

Matrices de Dirac para dimensiones mayor que cuatro

En este apéndice se dan las expresiones explícitas de las matrices Gamma de Dirac, Γ^M , para un espacio de dimensión mayor que cuatro, así como las matrices $\Lambda^{\bar{\mu}}$, Λ y $\Theta^{\bar{\mu}}$ presentes en el sector fermiónico del ME con dimensiones extras. Cabe mencionar, que en la literatura [126, 127] existen métodos de como construir las matrices de Dirac, sin embargo, estos no van de acuerdo a nuestro esquema de compactificación, impidiendo escribir a los objetos de $\text{SO}(1, 3 + n)$ en términos de objetos de $\text{SO}(1, 3)$, además, para obtener las matrices de Dirac correspondientes al espacio $(4 + n)$ -dimensional es necesario conocer las correspondientes al espacio $(2 + n)$ -dimensional. Para conocer la forma de las matrices de Dirac que presentamos en este apartado, basta dar el número de dimensiones extras, n .

En un espacio de dimensión $4 + n$, par, existen $4 + n$ matrices de Dirac $\Gamma^M = (\Gamma^\mu, \Gamma^{\bar{\mu}})$ ($\mu = 0, 1, 2, 3; \bar{\mu} = 5, \dots, 4 + n$), las cuales pueden escribirse en términos de objetos covariantes del grupo $\text{SO}(1, 3)$ como sigue

$$\Gamma_{ab}^\mu = \delta_{ab}\gamma^\mu \quad , \quad \Gamma_{ab}^{\bar{\mu}} = \Lambda_{ab}^{\bar{\mu}}\gamma^5, \quad (\text{B.1})$$

donde las matrices $\Lambda^{\bar{\mu}}$ de dimensión $2^{\frac{n}{2}} \times 2^{\frac{n}{2}}$ están hechos de productos directos de las matrices sigmas de Pauli, σ_i ($i = 1, 2, 3$):

$$\Lambda^{\bar{\mu}} = i(\mathbf{1} \otimes)^{S_{\bar{\mu}}} (\sigma_2 \otimes)^{\Delta_2^{\bar{\mu}} - \Delta_4^{\bar{\mu}}} (-\sigma_3 \otimes)^{\Delta_1^{\bar{\mu}} - \Delta_3^{\bar{\mu}}} (-\sigma_1 \otimes)^{S_n^{\bar{\mu}}} (\sigma_2 \otimes)^{1 - \Delta_4^{\bar{\mu}}}. \quad (\text{B.2})$$

En esta expresión se definen

$$\Delta_1^{\bar{\mu}} = \begin{cases} 1, & \text{si } \bar{\mu} \text{ es impar,} \\ 0, & \text{en otros casos,} \end{cases} \quad \Delta_2^{\bar{\mu}} = \begin{cases} 1, & \text{si } \bar{\mu} \text{ es par,} \\ 0, & \text{en otros casos,} \end{cases} \quad \Delta_3^{\bar{\mu}} = \delta_5^{\bar{\mu}}, \quad \Delta_4^{\bar{\mu}} = \delta_{n+4}^{\bar{\mu}}, \quad (\text{B.3a})$$

$$S_{\bar{\mu}} = \frac{1}{2}(\bar{\mu} - \Delta_1^{\bar{\mu}}) - 3 + \Delta_3^{\bar{\mu}}, \quad S_n^{\bar{\mu}} = \frac{1}{2}(n - \bar{\mu} + 2 + \Delta_1^{\bar{\mu}}) + 2\Delta_4^{\bar{\mu}}. \quad (\text{B.3b})$$

Además, $\mathbf{1}$ es la matriz identidad 2×2 , $(\sigma_i \otimes)^0 = 1$, $(\sigma_i \otimes)^1 = \sigma_i \otimes$, $(\sigma_i \otimes)^2 = \sigma_i \otimes \sigma_i \otimes$, etc. De (B.2), uno obtiene

$$\Lambda_{ab}^{\bar{\mu}} = (-1)^{V_{an}^{\bar{\mu}}} i^{\Delta_2^{\bar{\mu}}} \delta_{S_{an}^{\bar{\mu}} - a}^b, \quad (\text{B.4})$$

donde

$$V_{an}^{\bar{\mu}} = an_n^{\bar{\mu}} + (\Delta_1^{\bar{\mu}} - \Delta_3^{\bar{\mu}})K_a^{\bar{\mu}} + (\Delta_2^{\bar{\mu}} - \Delta_4^{\bar{\mu}})X_a^{\bar{\mu}} + (1 - \Delta_4^{\bar{\mu}})(a + 1). \quad (\text{B.5})$$

Para una $\bar{\mu}$, las diversas cantidades apareciendo en esta expresi3n y en (B.4) son dados por

$$S_{an}^{\bar{\mu}} = 2^S(2K_a^{\bar{\mu}} - 1) + 1, \quad S = \frac{1}{2}(n - \bar{\mu} - \Delta_1^{\bar{\mu}}) + 3, \quad K = \frac{1}{2}(\bar{\mu} + \Delta_1^{\bar{\mu}}) - 3, \quad (\text{B.6a})$$

$$K_a^{\bar{\mu}} = \sum_{k=1}^{2^S} \sum_{r=1}^{2^K} r \delta_{2^S(r-1)+k}^a, \quad X_a^{\bar{\mu}} = \sum_{k=1}^{2^{S-1}} \sum_{r=1}^{2^K} \delta_{2^S(r-1)+k}^a. \quad (\text{B.6b})$$

Note que $K_a^{\bar{\mu}}$ y $X_a^{\bar{\mu}}$ dependen del sub3ndice a de $\Lambda_{ab}^{\bar{\mu}}$.

Observe que el exponente del n3mero complejo i en (B.4) es $\Delta_2^{\bar{\mu}}$ y con un calculo no trivial se puede determinar las propiedades de simetr3a de la matriz $\Lambda^{\bar{\mu}}$, donde se concluye que este es sim3trico (antisim3trico) y puramente imaginario (real) cuando $\bar{\mu}$ es par (impar). Estas propiedades implica que

$$\Gamma^{\bar{\mu}\dagger} = -\Gamma^{\bar{\mu}}. \quad (\text{B.7})$$

Note que, como $S_{an}^{\bar{\mu}}$ es un n3mero impar, los elementos de $\Lambda^{\bar{\mu}}$ distintos de cero son de la forma $\Lambda_{\hat{a}\hat{a}}^{\bar{\mu}}$ y $\Lambda_{\hat{a}\bar{a}}^{\bar{\mu}}$, donde \hat{a} y \bar{a} son n3meros par e impar respectivamente.

De (B.2), puede mostrarse que la matriz Γ^{5+n} puede escribirse como

$$\Gamma^{5+n} = i^{\frac{2+n}{2}} \Gamma^0 \dots \Gamma^3 \Gamma^5 \dots \Gamma^{4+n} = (\mathbf{1} \otimes)^{\frac{n-2}{2}} \sigma_3 \otimes \gamma^5. \quad (\text{B.8})$$

Por otro lado, las matrices $\Theta^{\bar{\mu}}$ de dimensi3n $2^{\frac{n}{2}}/2 \times 2^{\frac{n}{2}}/2$, son definidos de la siguiente manera

$$\Theta^{\bar{\mu}} \equiv \Lambda_{\hat{a}\bar{a}}^{\bar{\mu}} = \begin{pmatrix} \Lambda_{21}^{\bar{\mu}} & \Lambda_{23}^{\bar{\mu}} & \dots \\ \Lambda_{41}^{\bar{\mu}} & \Lambda_{43}^{\bar{\mu}} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}, \quad (\text{B.9})$$

donde las entradas de las matrices $\Lambda^{\bar{\mu}}$ son obtenidas de las expresiones (B.4).

Respecto a la matriz Λ , esta es definida como

$$\Lambda \equiv p_{\bar{\mu}}^{(m)} \Lambda_{\hat{a}\bar{a}}^{\bar{\mu}} = \sum_{\alpha=1}^n \frac{m_{\alpha}}{R_{\alpha}} \Theta^{4+\alpha}, \quad \Lambda^{\dagger} \equiv -p_{\bar{\mu}}^{(m)} \Lambda_{\bar{a}\hat{a}}^{\bar{\mu}} = \sum_{\alpha=1}^n \frac{m_{\alpha}}{R_{\alpha}} \Theta^{4+\alpha\dagger}, \quad (\text{B.10})$$

donde las matrices $\Theta^{4+\alpha}$ son dados por (B.9). Del 3lgebra de Clifford se puede mostrar que cumplen las relaciones

$$\Theta^{\bar{\mu}} \Theta^{\bar{\alpha}\dagger} + \Theta^{\bar{\alpha}} \Theta^{\bar{\mu}\dagger} = 2\delta^{\bar{\mu}\bar{\alpha}}, \quad \Theta^{\bar{\mu}\dagger} \Theta^{\bar{\alpha}} + \Theta^{\bar{\alpha}\dagger} \Theta^{\bar{\mu}} = 2\delta^{\bar{\mu}\bar{\alpha}}, \quad Tr(\Theta^{\bar{\mu}} \Theta^{\bar{\alpha}\dagger}) = Tr(\Theta^{\bar{\alpha}\dagger} \Theta^{\bar{\mu}}) = \frac{2^{\frac{n}{2}}}{2} \delta^{\bar{\mu}\bar{\alpha}}. \quad (\text{B.11})$$

y de aqu3 se obtiene que

$$\Lambda \Lambda^{\dagger} = \Lambda^{\dagger} \Lambda = m_{(\underline{m})}^2. \quad (\text{B.12})$$

Apéndice C

Términos covariantes del Sector de Corrientes

Los objetos covariantes apareciendo en las expresiones (2.122) y (2.123) son

$$(D_\mu F_{iL(1)})^{(0)} = D_\mu^{(0)} F_{iL(1)}^{(0)} - \sum_{(m)} \left(ig \mathcal{O}_\mu^{(m)} + ig_s \mathbf{O}_\mu^{(m)} \right) F_{iL(1)}^{(m)}, \quad (\text{C.1a})$$

$$(D_\mu F_{iL(1)})^{(m)} = \sum_{(s)} D_\mu^{(m)(s)} F_{iL(1)}^{(s)} - \left(ig \mathcal{O}_\mu^{(m)} + ig_s \mathbf{O}_\mu^{(m)} \right) F_{iL(1)}^{(0)} \quad (\text{C.1b})$$

$$(D_\mu F_{iL(\bar{a})})^{(m)} = \sum_{(s)} D_\mu^{(m)(s)} F_{iL(\bar{a})}^{(s)}, \quad \bar{a} \geq 3, \quad (\text{C.1c})$$

$$(D_\mu F_{iR(\hat{a})})^{(m)} = \sum_{(s)} D_\mu^{(m)(s)} F_{iR(\hat{a})}^{(s)}, \quad (\text{C.1d})$$

$$(D_{\bar{\mu}} F_{iL(1)})^{(m)} = \sum_{(s)} D_{\bar{\mu}}^{(m)(s)} F_{iL(1)}^{(s)} - \left(ig \mathcal{O}_{\bar{\mu}}^{(m)} + ig_s \mathbf{O}_{\bar{\mu}}^{(m)} \right) F_{iL(1)}^{(0)}, \quad (\text{C.1e})$$

$$(D_{\bar{\mu}} F_{iL(\bar{a})})^{(m)} = \sum_{(s)} D_{\bar{\mu}}^{(m)(s)} F_{iL(\bar{a})}^{(s)}, \quad \bar{a} \geq 3 \quad (\text{C.1f})$$

$$(D_{\bar{\mu}} F_{iR(\hat{a})})^{(0)} = - \sum_{(m)} \left(ig \mathcal{O}_{\bar{\mu}}^{(m)} + ig_s \mathbf{O}_{\bar{\mu}}^{(m)} \right) F_{iR(\hat{a})}^{(m)}, \quad (\text{C.1g})$$

$$(D_{\bar{\mu}} F_{iR(\hat{a})})^{(m)} = \sum_{(s)} D_{\bar{\mu}}^{(m)(s)} F_{iR(\hat{a})}^{(s)}, \quad (\text{C.1h})$$

$$(D_\mu f_{iR(1)})^{(0)} = D_\mu^{(0)} f_{iR(1)}^{(0)} - \sum_{(m)} \left(ig \hat{\mathcal{O}}_\mu^{(m)} + ig_s \mathbf{O}_\mu^{(m)} \right) f_{iR(1)}^{(m)}, \quad (\text{C.2a})$$

$$(D_\mu f_{iR(1)})^{(m)} = \sum_{(s)} D_\mu^{(m)(s)} f_{iR(1)}^{(s)} - \left(ig \hat{\mathcal{O}}_\mu^{(m)} + ig_s \mathbf{O}_\mu^{(m)} \right) f_{iR(1)}^{(0)}, \quad (\text{C.2b})$$

$$(D_\mu f_{iR(\bar{a})})^{(m)} = \sum_{(\underline{s})} D_\mu^{(m)(\underline{s})} f_{iR(\bar{a})}^{(\underline{s})}, \quad \bar{a} \geq 3 \quad (\text{C.2c})$$

$$(D_\mu f_{iL(\hat{a})})^{(m)} = \sum_{(\underline{s})} D_\mu^{(m)(\underline{s})} f_{iL(\hat{a})}^{(\underline{s})}, \quad (\text{C.2d})$$

$$(D_{\bar{\mu}} f_{iR(1)})^{(m)} = \sum_{(\underline{s})} D_{\bar{\mu}}^{(m)(\underline{s})} f_{iR(1)}^{(\underline{s})} - \left(ig \hat{\mathcal{O}}_{\bar{\mu}}^{(m)} + ig_s \mathbf{O}_{\bar{\mu}}^{(m)} \right) f_{iR(1)}^{(0)}, \quad (\text{C.2e})$$

$$(D_{\bar{\mu}} f_{iR(\bar{a})})^{(m)} = \sum_{(\underline{s})} D_{\bar{\mu}}^{(m)(\underline{s})} f_{iR(\bar{a})}^{(\underline{s})}, \quad \bar{a} \geq 3 \quad (\text{C.2f})$$

$$(D_{\bar{\mu}} f_{iL(\hat{a})})^{(0)} = - \sum_{(m)} \left(ig \hat{\mathcal{O}}_{\bar{\mu}}^{(m)} + ig_s \mathbf{O}_{\bar{\mu}}^{(m)} \right) f_{iL(\hat{a})}^{(m)}, \quad (\text{C.2g})$$

$$(D_{\bar{\mu}} f_{iL(\hat{a})})^{(m)} = \sum_{(\underline{s})} D_{\bar{\mu}}^{(m)(\underline{s})} f_{iL(\hat{a})}^{(\underline{s})}, \quad (\text{C.2h})$$

donde

$$D_\mu^{(0)} = \partial_\mu - \left(ig \mathcal{O}_\mu^{(m)} + ig_s \mathbf{O}_\mu^{(m)} \right), \quad (\text{C.3a})$$

$$D_\mu^{(m)(\underline{s})} = \delta^{(m)(\underline{s})} D_\mu^{(0)} - \sum_{(r)} \Delta_{(m)(r)(\underline{s})} \left(ig \mathcal{O}_\mu^{(r)} + ig_s \mathbf{O}_\mu^{(r)} \right), \quad (\text{C.3b})$$

$$D_\mu^{\prime(m)(\underline{s})} = \delta^{(m)(\underline{s})} D_\mu^{(0)} - ig \sum_{(r)} \Delta'_{(m)(\underline{s})(r)} \left(ig \mathcal{O}_\mu^{(r)} + ig_s \mathbf{O}_\mu^{(r)} \right), \quad (\text{C.3c})$$

$$D_{\bar{\mu}}^{(m)(\underline{s})} = - m_{\bar{\mu}} \delta^{(m)(\underline{s})} - \sum_{(r)} \Delta'_{(m)(r)(\underline{s})} \left(ig \mathcal{O}_{\bar{\mu}}^{(r)} + ig_s \mathbf{O}_{\bar{\mu}}^{(r)} \right), \quad (\text{C.3d})$$

$$D_{\bar{\mu}}^{\prime(m)(\underline{s})} = m_{\bar{\mu}} \delta^{(m)(\underline{s})} - \sum_{(r)} \Delta'_{(\underline{s})(r)(m)} \left(ig \mathcal{O}_{\bar{\mu}}^{(r)} + ig_s \mathbf{O}_{\bar{\mu}}^{(r)} \right). \quad (\text{C.3e})$$

En las expresiones de arriba, las cantidades del tipo $\mathcal{O}^{(m)}$ fueron introducidas en el sector de Higgs, mientras que

$$\hat{\mathcal{O}}^{(m)} = \frac{g'}{g} \frac{Y}{2} B^{(m)}, \quad (\text{C.4a})$$

$$\mathbf{O}^{(m)} = \frac{\lambda^a}{2} G^{(m)}. \quad (\text{C.4b})$$

Observe que cuando las derivadas covariantes actúan sobre singletes, los operadores $\mathcal{O}^{(m)}$ deben ser reemplazados por $\hat{\mathcal{O}}^{(m)}$. El operador $\mathbf{O}^{(m)}$ no está presente en el caso de los leptones.

Apéndice D

Corrientes cargadas escalares asociados con el bosón de norma W

En este apéndice presentamos las corrientes de escalares cargados mediadas por campos escalares asociados al bosón de norma W . La corriente, ec. (2.152), mediadas por los bosones pseudo-Goldston estándar, $G_W^{(0)+}$, son dados por

$$J_{G_W}^{(0)} = -\frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \left\{ \bar{N}^{(0)} M_{E^{(0)}} P_R E^{(0)} + \bar{U}^{(0)} [K M_{D^{(0)}} P_R + M_{U^{(0)}} K P_L] D^{(0)} \right\}. \quad (\text{D.1})$$

Las corrientes que contienen a los excitaciones de KK es

$$\begin{aligned} J_{G_W}^{(\underline{m})(\underline{m})} = & -\frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \left\{ \bar{N}_V^{(\underline{m})} [V_E^{(\underline{m})} P_R + V_N^{(\underline{m})\dagger} P_L] M_{E^{(0)}} E_V^{(\underline{m})} \right. \\ & + \bar{U}_V^{(\underline{m})} \left[(K M_{D^{(0)}} \bar{V}_D^{(\underline{m})} - M_{U^{(0)}} K \hat{V}_D^{(\underline{m})}) P_R \right. \\ & \left. \left. + (\hat{V}_U^{(\underline{m})\dagger} K M_{D^{(0)}} - \bar{V}_U^{(\underline{m})\dagger} M_{U^{(0)}} K) P_L \right] D_V^{(\underline{m})} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

Las corriente, ec. (2.153), mediada por los pseudo-Goldstone $W_G^{(m)+}$, donde convenientemente se separaron en las corrientes conteniendo a los leptones (con la etiqueta ℓ) y quarks (q), son

$$J_{W_G}^{(0)(\underline{m})} = J_{W_G \ell}^{(0)(\underline{m})} + J_{W_G q}^{(0)(\underline{m})}, \quad (\text{D.3})$$

$$J_{W_G}^{(x)(\underline{s})(\underline{m})} = J_{W_G \ell}^{(x)(\underline{s})(\underline{m})} + J_{W_G q}^{(x)(\underline{s})(\underline{m})}, \quad (\text{D.4})$$

siendo

$$\begin{aligned} J_{W_G \ell}^{(0)(\underline{m})} = & -\frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(\underline{m})}}} \left\{ \bar{N}_V^{(0)} [M_{E^{(0)}} + im_{(\underline{m})} \Pi^{(\underline{m})}] V_E^{(\underline{m})} P_R E_V^{(\underline{m})} \right. \\ & \left. + \bar{N}_V^{(\underline{m})} [M_{E^{(0)}} P_R + im_{(\underline{m})} V_N^{(\underline{m})\dagger} \Pi^{(\underline{m})\dagger} P_L] E_V^{(0)} \right\}, \end{aligned} \quad (\text{D.5})$$

$$J_{W_G q}^{(0)(m)} = -\frac{g}{\sqrt{2}m_{W(m)}} \left\{ \bar{U}_V^{(0)} [K(M_{D(0)} + im_{(m)}\Pi^{(m)})V_D^{(m)}P_R - M_{U(0)}KPL]D_V^{(m)} + \bar{U}_V^{(m)} [KM_{D(0)}P_R - V_U^{(m)\dagger}(M_{U(0)} - im_{(m)}\Pi^{(m)\dagger})KPL]D_V^{(0)} \right\}, \quad (D.6)$$

$$J_{W_G \ell}^{(r)(s)(m)} = -\frac{g}{\sqrt{2}m_{W(m)}} \bar{N}_V^{(r)} \left\{ [\Delta_{(rsm)}M_{E(0)} + i\Delta'_{(msr)}m_{(m)}\Pi^{(m)}]V_E^{(s)}P_R + V_N^{(r)\dagger} [\Delta'_{(rsm)}M_{E(0)} + i\Delta'_{(mrs)}m_{(m)}\Pi^{(m)\dagger}]P_L \right\} E_V^{(s)}, \quad (D.7)$$

$$J_{W_G q}^{(r)(s)(m)} = -\frac{g}{\sqrt{2}m_{W(m)}} \bar{U}_V^{(r)} \left\{ [K(\Delta_{(rsm)}M_{D(0)}\bar{V}_D^{(s)} + i\Delta'_{(msr)}m_{(m)}\Pi^{(m)}V_D^{(s)}) - \Delta'_{(rsm)}M_{U(0)}K\hat{V}_D^{(s)}]P_R + [\Delta'_{(rsm)}\hat{V}_U^{(r)\dagger}KM_{D(0)} - (\Delta_{(rsm)}\bar{V}_U^{(r)\dagger}M_{U(0)} - i\Delta'_{(mrs)}m_{(m)}V_U^{(r)\dagger}\Pi^{(m)\dagger})K]P_L \right\} D_V^{(s)}. \quad (D.8)$$

Las corrientes cargadas, ec. (2.154), mediados por los campos escalares físicos $W_{\bar{n}}^{(m)+}$ ($\bar{n} = 1, \dots, n-1$), son descritos por

$$J_{W_{\bar{n}}}^{(0)(m)} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \left[\bar{N}_V^{(0)} \Pi^{\bar{\mu}} V_E^{(m)} P_R E_V^{(m)} + \bar{N}_V^{(m)} V_N^{(m)\dagger} \Pi^{\bar{\mu}\dagger} P_L E_V^{(0)} + \bar{U}_V^{(0)} \Pi^{\bar{\mu}} K V_D^{(m)} P_R D_V^{(m)} + \bar{U}_V^{(m)} V_U^{(m)\dagger} K \Pi^{\bar{\mu}\dagger} P_L D_V^{(0)} \right], \quad (D.9)$$

$$J_{W_{\bar{n}}}^{(r)(s)(m)} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \left\{ \bar{N}_V^{(r)} [\Delta'_{(msr)} \Pi^{\bar{\mu}} V_E^{(s)} P_R + \Delta'_{(mrs)} V_N^{(r)\dagger} \Pi^{\bar{\mu}\dagger} P_L] E_V^{(s)} + \bar{U}_V^{(r)} [\Delta'_{(msr)} K \Pi^{\bar{\mu}} V_D^{(s)} P_R + \Delta'_{(mrs)} V_U^{(r)\dagger} \Pi^{\bar{\mu}\dagger} K P_L] D_V^{(s)} \right\}. \quad (D.10)$$

Las corrientes cargadas, (2.155), mediadas por el escalare físico $W_n^{(m)+}$, convenientemente separado en las corrientes de leptones y quarks, son

$$J_{W_n}^{(0)(m)} = J_{W_n \ell}^{(0)(m)} + J_{W_n q}^{(0)(m)}, \quad (D.11)$$

$$J_{W_n}^{(r)(s)(m)} = J_{W_n \ell}^{(r)(s)(m)} + J_{W_n q}^{(r)(s)(m)}, \quad (D.12)$$

siendo

$$J_{W_n \ell}^{(0)(m)} = -\frac{gm_{W(0)}}{\sqrt{2}m_{W(m)}} \left\{ \bar{N}_V^{(0)} \left[\frac{m_{(m)}}{m_{W(0)}^2} M_{E(0)} - i\Pi^{(m)} \right] V_E^{(m)} P_R E_V^{(m)} + \bar{N}_V^{(m)} \left[\frac{m_{(m)}}{m_{W(0)}^2} M_{E(0)} P_R - iV_N^{(m)\dagger} \Pi^{(m)\dagger} P_L \right] E_V^{(0)} \right\}, \quad (D.13)$$

$$J_{W_n q}^{(0)(m)} = -\frac{gm_{W(0)}}{\sqrt{2}m_{W(m)}} \left\{ \bar{U}_V^{(0)} \left[K \left(\frac{m_{(m)}}{m_{W(0)}^2} M_{D(0)} - i\Pi^{(m)} \right) V_D^{(m)} P_R - \frac{m_{(m)}}{m_{W(0)}^2} M_{U(0)} K P_L \right] D_V^{(m)} + \bar{U}_V^{(m)} \left[\frac{m_{(m)}}{m_{W(0)}^2} K M_{D(0)} P_R - V_U^{(m)\dagger} \left(\frac{m_{(m)}}{m_{W(0)}^2} M_{U(0)} + i\Pi^{(m)\dagger} \right) K P_L \right] D_V^{(0)} \right\}, \quad (D.14)$$

$$\begin{aligned}
 J_{W_n \ell}^{(r)(s)(m)} &= -\frac{gm_{W^{(0)}}}{\sqrt{2}m_{W^{(m)}}} \bar{N}_V^{(r)} \left\{ \left[\Delta_{(rsm)} \frac{m_{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} M_{E^{(0)}} - i\Delta'_{(msr)} \Pi^{(m)} \right] V_E^{(s)} P_R \right. \\
 &\quad \left. + V^{N\dagger} \left[\Delta'_{(rsm)} \frac{m_{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} M_{E^{(0)}} - i\Delta'_{(mrs)} \Pi^{(m)\dagger} \right] P_L \right\} E_V^{(s)}, \tag{D.15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{W_n q}^{(r)(s)(m)} &= -\frac{gm_{W^{(0)}}}{\sqrt{2}m_{W^{(m)}}} \bar{U}_V^{(r)} \left\{ \left[K \left(\Delta_{(rsm)} \frac{m_{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} M_{D^{(0)}} \bar{V}_D^{(s)} - i\Delta'_{(msr)} \Pi^{(m)} V_D^{(s)} \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. - \Delta'_{(rsm)} \frac{m_{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} M_{U^{(0)}} K \hat{V}_D^{(s)} \right] P_R + \left[\Delta'_{(rsm)} \frac{m_{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} \hat{V}_U^{(r)\dagger} K M_{D^{(0)}} \right. \\
 &\quad \left. - \left(\Delta_{(rsm)} \frac{m_{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} \bar{V}_U^{(r)\dagger} M_{U^{(0)}} + i\Delta'_{(mrs)} V_U^{(r)\dagger} \Pi^{(m)\dagger} \right) K \right] P_L \left. \right\} D_V^{(s)}. \tag{D.16}
 \end{aligned}$$

Apéndice E

Corrientes neutras escalares asociados con el bosón de norma Z

En este apéndice presentamos las corrientes neutras mediadas por los campos escalares asociados con el bosón de norma Z .

La corriente, ec. (2.161)-(2.162), mediada por los pseudo-Goldstone estándar y no estándar, $G_Z^{(0)}$ y $Z_G^{(m)}$ respectivamente, son dados por

$$J_{G_Z}^{(0)} = -\frac{ig}{2m_{W^{(0)}}} \left[\bar{E}^{(0)} M_{E^{(0)}} \gamma^5 E^{(0)} + \bar{D}^{(0)} M_{D^{(0)}} \gamma^5 D^{(0)} - \bar{U}^{(0)} M_{U^{(0)}} \gamma^5 U^{(0)} \right], \quad (\text{E.1})$$

$$J_{G_Z}^{(m)(m)} = \frac{ig}{2m_{W^{(0)}}} \sum_{F=E,D,U} \epsilon_F \bar{F}_V^{(m)} M_{F^{(0)}} V_{F^-}^{(m)} \gamma^5 F_V^{(m)}, \quad (\text{E.2})$$

$$J_{Z_G}^{(0)(m)} = -\frac{ig}{2c_W m_{Z^{(m)}}} \left\{ \sum_{F=E,D,U} \bar{F}_V^{(0)} \left[(\epsilon_F M_{F^{(0)}} - ig_+^F m_{(m)} \Pi^{(m)}) V_F^{(m)} P_R - (\epsilon_F M_{F^{(0)}} - ig_-^F m_{(m)} \Pi^{(m)}) P_L \right] F_V^{(m)} - im_{(m)} \bar{N}_V^{(0)} \Pi^{(m)} V_N^{(m)} P_R N_V^{(m)} \right\} + h.c. \quad (\text{E.3})$$

$$J_{Z_G}^{(r)(s)(m)} = -\frac{igm_{(m)}}{2c_W m_{Z^{(m)}}} \left\{ \sum_{F=E,D,U} \bar{F}_V^{(r)} \left[g_{Z_G}^{F r s m} P_R + g_{Z_G}^{F r s m} P_L \right] F_V^{(s)} - i \bar{N}_V^{(r)} \left[\Delta'_{(msr)} \Pi^{(m)} V_N^{(s)} P_R + \Delta'_{(mrs)} V_N^{(r)\dagger} \Pi^{(m)\dagger} P_L \right] N_V^{(s)} \right\}, \quad (\text{E.4})$$

donde $V_{F^-}^{(m)} = \hat{V}_F^{(m)} - \bar{V}_F^{(m)}$ y se ha definido las siguientes expresiones

$$g_{Z_G}^{F r s m} = \epsilon_F \left(\Delta_{(rsm)} \bar{V}_F^{(s)} - \Delta'_{(rsm)} \hat{V}_F^{(s)} \right) \frac{M_{F^{(0)}}}{m_{(m)}} + i \left(\Delta'_{(mrs)} g_-^F \Pi^{(m)\dagger} - \Delta'_{(msr)} g_+^F \Pi^{(m)} \right) V_F^{(s)}, \quad (\text{E.5})$$

$$g_{Z_G}^{F L r s m} = \frac{\epsilon_F M_{F^{(0)}}}{m_{(m)}} \left(\Delta'_{(rsm)} \hat{V}_F^{(r)\dagger} - \Delta_{(rsm)} \bar{V}_F^{(r)\dagger} \right) + i V_F^{(r)\dagger} \left(\Delta'_{(msr)} g_-^F \Pi^{(m)} - \Delta'_{(mrs)} g_+^F \Pi^{(m)\dagger} \right). \quad (\text{E.6})$$

Las corrientes, ec. (2.163)-(2.164), mediadas por los escalares físicos $Z_{\bar{n}}^{(m)}$ y $Z_n^{(m)}$, son dados

por

$$J_{Z_n}^{(0)(m)} = -\frac{g}{2c_W} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \left\{ \sum_{F=E,D,U} \bar{F}_V^{(0)} \Pi^{\bar{\mu}} [g_+^F V_F^{(m)} P_R - g_-^F P_L] F_V^{(m)} + \bar{N}_V^{(0)} \Pi^{\bar{\mu}} V_N^{(m)} P_R N_V^{(m)} \right\} + h.c., \quad (E.7)$$

$$\begin{aligned} J_{Z_n}^{(r)(s)(m)} = & -\frac{g}{2c_W} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \left\{ \sum_{F=E,D,U} \bar{F}_V^{(r)} \left[\left(\Delta'_{(msr)} g_+^F \Pi^{\bar{\mu}} - \Delta'_{(mrs)} g_-^F \Pi^{\bar{\mu}\dagger} \right) V_F^{(s)} P_R \right. \right. \\ & + \left. V_F^{(r)\dagger} \left(\Delta'_{(mrs)} g_+^F \Pi^{\bar{\mu}\dagger} - \Delta'_{(msr)} g_-^F \Pi^{\bar{\mu}} \right) P_L \right] F_V^{(s)} \\ & \left. + \bar{N}_V^{(r)} \left[\Delta'_{(msr)} \Pi^{\bar{\mu}} V_N^{(s)} P_R + \Delta'_{(mrs)} V_N^{(r)\dagger} \Pi^{\bar{\mu}\dagger} P_L \right] N_V^{(s)} \right\}, \quad (E.8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{Z_n}^{(0)(m)} = & -\frac{igm_{Z(0)}}{2c_W m_{Z(m)}} \left\{ \sum_{F=E,D,U} \bar{F}_V^{(0)} \left[\left(\epsilon_F \frac{m(m)}{m_{Z(0)}^2} M_{F(0)} + ig_+^F \Pi^{(m)} \right) V_F^{(m)} P_R \right. \right. \\ & \left. \left. - \left(\epsilon_F \frac{m(m)}{m_{Z(0)}^2} M_{F(0)} + ig_-^F \Pi^{(m)} \right) P_L \right] F_V^{(m)} + i\bar{N}_V^{(0)} \Pi^{(m)} V_N^{(m)} P_R N_V^{(m)} \right\} + h.c., \quad (E.9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{Z_n}^{(r)(s)(m)} = & -\frac{igm_{Z(0)}}{2c_W m_{Z(m)}} \left\{ \sum_{F=E,D,U} \bar{F}_V^{(r)} \left[g_{Z_n}^{Frsm} P_R + g_{Z_n}^{FLsm} P_L \right] F_V^{(s)} \right. \\ & \left. + i\bar{N}_V^{(r)} \left[\Delta'_{(msr)} \Pi^{(m)} V_N^{(s)} P_R + \Delta'_{(mrs)} V_N^{(r)\dagger} \Pi^{(m)\dagger} P_L \right] N_V^{(s)} \right\}, \quad (E.10) \end{aligned}$$

siendo

$$g_{Z_n}^{Frsm} = \epsilon_F \frac{m(m)}{m_{Z(0)}^2} \left(\Delta_{(rsm)} \bar{V}_F^{(s)} - \Delta'_{(rsm)} \hat{V}_F^{(s)} \right) M_{F(0)} + i \left(\Delta'_{(msr)} g_+^F \Pi^{(m)} - \Delta'_{(mrs)} g_-^F \Pi^{(m)\dagger} \right) V_F^{(s)}, \quad (E.11)$$

$$g_{Z_n}^{FLsm} = \epsilon_F \frac{m(m)}{m_{Z(0)}^2} \left(\Delta'_{(rsm)} \hat{V}_F^{(r)\dagger} - \Delta_{(rsm)} \bar{V}_F^{(r)\dagger} \right) M_{F(0)} + i V_F^{(r)\dagger} \left(\Delta'_{(mrs)} g_+^F \Pi^{(m)\dagger} - \Delta'_{(msr)} g_-^F \Pi^{(m)} \right). \quad (E.12)$$

En las expresiones de arriba se definió

$$\epsilon_F = \begin{cases} 1, & F = E, D, \\ -1, & F = U. \end{cases} \quad (E.13)$$

Apéndice F

Reglas de Feynman del sector fermiónico

En este apéndice presentamos las reglas de Feynman para los distintos acoplamientos del sector fermiónico de la teoría efectiva del ME con dimensiones extras. Antes de presentar estos, es conveniente introducir algunas definiciones que ayudarán entender las expresiones de este apartado.

Las matrices unitarias, de dimensión $2^{\frac{n}{2}} \times 2^{\frac{n}{2}}$, que rotan a la familia de fermiones excitaciones de KK de quiralidad derecha, son

$$V_f^{(m)} = \frac{1}{m_{f^{(0)}}} \begin{pmatrix} m_{f^{(0)}} & -i\Lambda \\ -i\Lambda^\dagger & m_{f^{(0)}} \end{pmatrix}, \quad V_{\nu_\ell}^{(m)} = -\frac{i\Omega^{(m)}}{m_{\nu_\ell^{(m)}}}, \quad \Omega^{(m)} = \begin{pmatrix} 0 & \Lambda \\ \Lambda^\dagger & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{F.1})$$

donde la masas de los fermiones del ME, $m_{f^{(0)}}$, son multiplicado por una matriz identidad de dimensión $2^{\frac{n}{2}}/2 \times 2^{\frac{n}{2}}/2$ y Λ una matriz de dimensión $2^{\frac{n}{2}}/2 \times 2^{\frac{n}{2}}/2$ definida en el apéndice B. La matrices de arriba son definidas para un fermión de estado específico, $f = q, \ell$, ya sea un fermión de la familia de los quarks, $q = u_i, d_j$, o leptones cargados, $\ell = e, \mu, \tau$. La etiqueta ν_ℓ representa a los fermiones neutros, $\nu_\ell = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$. La expresión $f_{(a)}^{(0)}$ denota un fermión de ME (en ocasiones omitiremos la etiqueta (0) , entendienddo que corresponde al del ME) y $f_{(a)}^{(m)}$ un fermión excitación de KK, por ejemplo, $u_{i(a)}^{(m)}$ o $\ell_{(a)}^{(m)}$, donde la etiqueta (a) representa las componentes de los vectores de estados de masa definidos en las expresiones (2.141)-(2.143),

que después de elegir el sabor y eliminar la proyección quirral toma la forma

$$f^{(\underline{m})} = \begin{pmatrix} f_{(1)}^{(\underline{m})} \\ \vdots \\ f_{(a)}^{(\underline{m})} \\ \vdots \\ f_{(\frac{n}{2})}^{(\underline{m})} \end{pmatrix}, \quad \nu_{\ell}^{(\underline{m})} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \nu_{\ell(1)}^{(\underline{m})} \\ \vdots \\ \nu_{\ell(a)}^{(\underline{m})} \\ \vdots \\ \nu_{\ell(\frac{n}{2})}^{(\underline{m})} \end{pmatrix}, \quad \text{con } f = \ell, q. \quad (\text{F.2})$$

Las masas de los fermiones excitaciones de KK son

$$m_{f^{(\underline{m})}}^2 = m_{f^{(0)}}^2 + m_{(\underline{m})}^2, \quad m_{\nu_{\ell}^{(\underline{m})}} = m_{(\underline{m})}, \quad f = q, \ell. \quad (\text{F.3})$$

La matriz $V_f^{(\underline{m})}$ con $f = q, \ell$ es dividido en dos partes, $V_f^{(\underline{m})} = \hat{V}_f^{(\underline{m})} + \bar{V}_f^{(\underline{m})}$, con

$$\hat{V}_f^{(\underline{m})} = \frac{1}{m_{f^{(\underline{m})}}} \begin{pmatrix} m_{f^{(0)}} & -i\Lambda \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{V}_f^{(\underline{m})} = \frac{1}{m_{f^{(\underline{m})}}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -i\Lambda^\dagger & m_{f^{(0)}} \end{pmatrix}. \quad (\text{F.4})$$

Debido a la forma del vector de estado de masa para los neutrinos de KK, $\nu_{\ell}^{(\underline{m})}$ en ec. (F.2), donde la mitad superior esta formado de ceros, es necesario, en acoplamientos que incluyan a la familia de neutrinos de KK, introducir una matriz de la forma

$$\bar{\mathbf{1}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad (\text{F.5})$$

donde $\mathbf{1}$ es una matriz identidad de dimensión $2^{\frac{n}{2}}/2 \times 2^{\frac{n}{2}}/2$, ya que los acoplamiento que se describirán más adelante están en términos de matrices de dimensión $2^{\frac{n}{2}} \times 2^{\frac{n}{2}}$.

Dado que los fermiones del ME fueron situados en la entrada $2^{\frac{n}{2}} + 1$ del vector de estado de masa $\vec{f}^{(0)} = (0, \dots, \vec{f}_{(a)}^{(0)}, \dots, 0)$, entonces la etiqueta (a) de $f_{(a)}^{(0)}$ toma el único valor de $\frac{2^{\frac{n}{2}}}{2} + 1$, la cual es solo una *etiqueta* que al final del calculo de algún proceso puede ser ignorada. En proceso físicos de dispersión, es decir, donde los fermiones externos corresponde a los del ME, uno debe obtener expresiones para la amplitud con la siguiente forma

$$i\mathcal{M} \sim \vec{f}_{(a)}^{(0)} [A_{(ab)}P_R + B_{(ab)}P_L] f_{(b)}^{(0)}, \quad (\text{F.6})$$

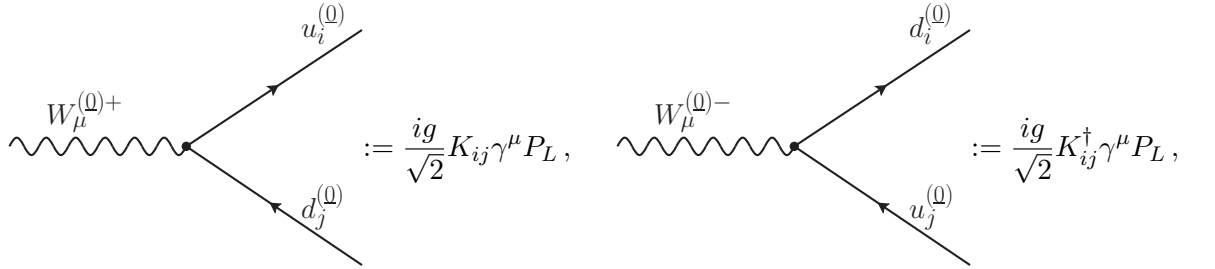
donde las matrices A y B, de dimensión $2^{\frac{n}{2}} \times 2^{\frac{n}{2}}$, están construidas por las matrices, que no dependen de las matrices Gamma de Dirac, definidas en (F.1), (F.4), $\bar{\mathbf{1}}$, $\Pi^{(\underline{m})}$ y $\Pi^{\bar{\mu}}$, presentes en los distintos acoplamientos. Puesto que (a) y (b) en $f^{(0)}$ solo toman el valor de $2^{\frac{n}{2}-1} + 1$, de todos los elementos de las matrices A y B únicamente se considera la componente $(ab) =$

$(2^{\frac{n}{2}-1} + 1, 2^{\frac{n}{2}-1} + 1)$, quedando, por ejemplo,

$$i\mathcal{M} \sim \bar{u}_i^{(0)} [A_{(2^{\frac{n}{2}-1}+1, 2^{\frac{n}{2}-1}+1)} P_R + B_{(2^{\frac{n}{2}+1}, 2^{\frac{n}{2}+1})} P_L] d_j^{(0)}. \quad (\text{F.7})$$

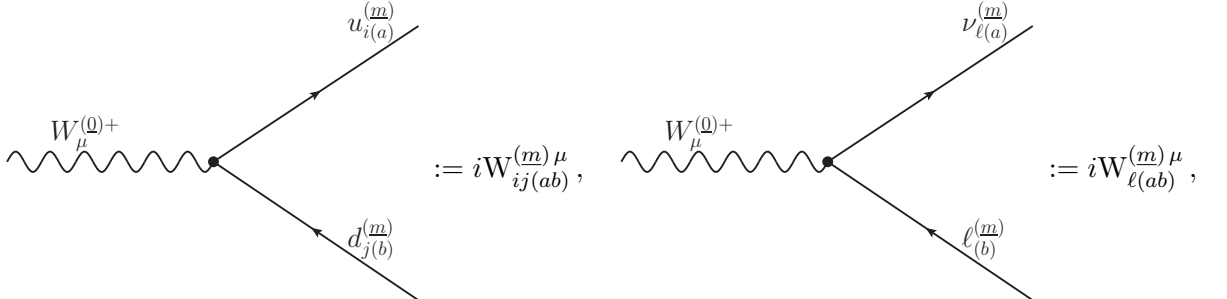
Vértices conteniendo a los bosones vectoriales cargados $W_\mu^{(0)+}$ y $W_\mu^{(m)+}$ acoplados a par de fermiones.

Los vértices conteniendo al bosón vectorial cargado del ME, $W_\mu^{(0)+}$, con pares de fermiones son: Los del ME,



$$:= \frac{ig}{\sqrt{2}} K_{ij} \gamma^\mu P_L, \quad := \frac{ig}{\sqrt{2}} K_{ij}^\dagger \gamma^\mu P_L, \quad (\text{F.8})$$

en el caso de los leptones se cambia K_{ij} por la identidad. Los acoplamientos que contienen las excitaciones de KK son



$$:= iW_{ij(ab)}^{(m)\mu}, \quad := iW_{l(ab)}^{(m)\mu}, \quad (\text{F.9})$$

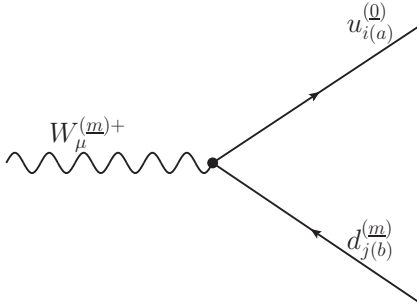
con $\ell = e, \mu, \tau$, y las matrices de este acoplamiento son

$$W_{ij}^{(m)\mu} = \frac{g}{\sqrt{2}} K_{ij} \gamma^\mu \left[\hat{V}_{u_i}^{(m)\dagger} \hat{V}_{d_j}^{(m)} P_R + \frac{1}{2} P_L \right], \quad (\text{F.10})$$

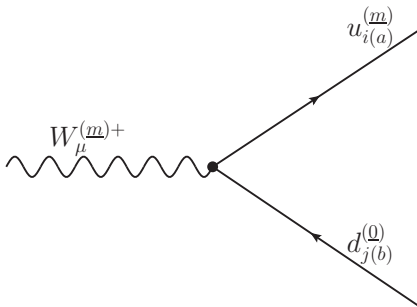
$$W_\ell^{(m)\mu} = \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma^\mu \bar{\mathbf{1}} \left[V_{\nu_\ell}^{(m)\dagger} V_\ell^{(m)} P_R + P_L \right]. \quad (\text{F.11})$$

Si en el vértice tenemos al bosón $W_\mu^{(m)-}$, debemos considerar la transpuesta conjugada de la cantidad $\bar{u}_{i(a)}^{(m)} W_{ij(ab)}^{(m)\mu} d_{j(b)}^{(m)}$ (similarmente para los leptones) y reemplazar las matrices W por las nuevas. En este caso, únicamente se modifican la matriz $K \rightarrow K^\dagger$ (la matriz $\bar{\mathbf{1}}$ queda del lado derecho de los corchetes, $[\] \cdot \bar{\mathbf{1}}$) y $\hat{V}_{f_i}^{(m)\dagger} \hat{V}_{f_j}^{(m)}$ debe ser reemplazado por $\hat{V}_{f_j}^{(m)\dagger} \hat{V}_{f_i}^{(m)}$, note que ahora, en el vértice, entra el fermión f_j y sale f_i .

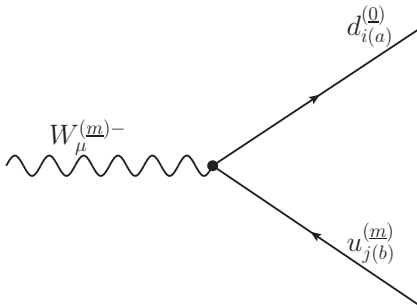
Los vertices conteniendo al bosón vectorial de KK $W_\mu^{(m)\pm}$ son:



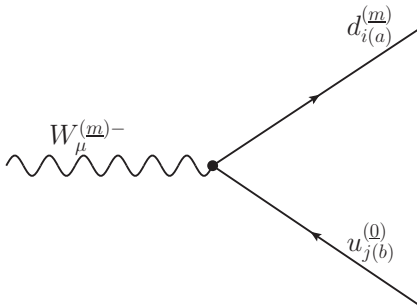
$$:= \frac{ig}{\sqrt{2}} K_{ij} \gamma^\mu P_L \delta_{ab}, \quad (\text{F.12})$$



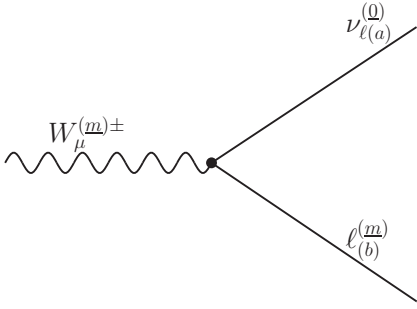
$$:= \frac{ig}{\sqrt{2}} K_{ij} \gamma^\mu P_L \delta_{ab}, \quad (\text{F.13})$$



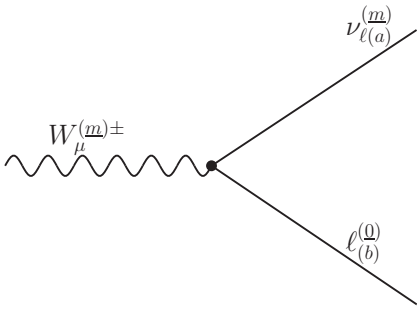
$$:= \frac{ig}{\sqrt{2}} K_{ij}^\dagger \gamma^\mu P_L \delta_{ab}, \quad (\text{F.14})$$



$$:= \frac{ig}{\sqrt{2}} K_{ij}^\dagger \gamma^\mu P_L \delta_{ab}, \quad (\text{F.15})$$

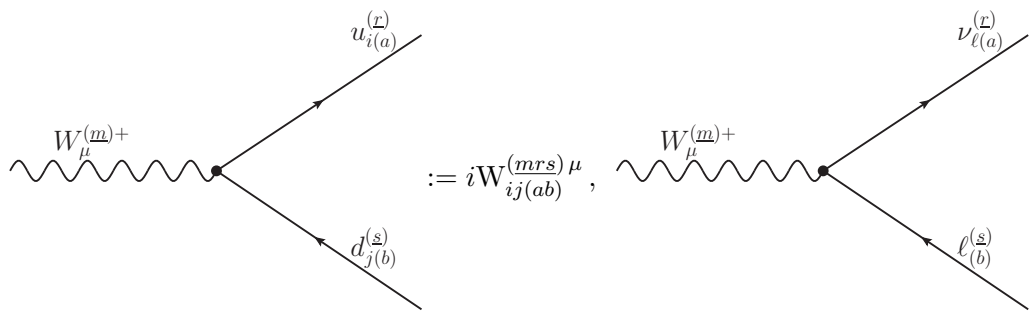


$$:= i \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L \delta_{ab}, \quad (\text{F.16})$$



$$:= i \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L \delta_{ab}. \quad (\text{F.17})$$

Note que las reglas (F.12)-(F.17) son idénticas a las que se determinan en el ME.



$$:= i W_{ij(ab)}^{(mrs)\mu}, \quad := i W_{\ell(ab)}^{(mrs)\mu}, \quad (\text{F.18})$$

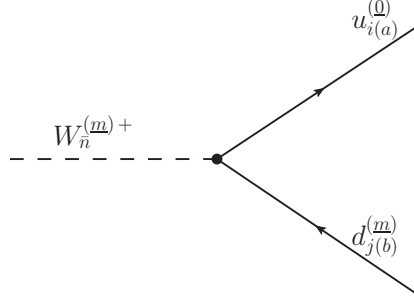
con $\ell = e, \mu, \tau$. Las matrices que caracterizan estos acoplamientos son

$$W_{ij}^{(mrs)\mu} = \frac{g}{\sqrt{2}} K_{ij} \gamma^\mu \left[\Delta'_{(rsm)} \hat{V}_{u_i}^{(r)\dagger} \hat{V}_{d_j}^{(s)} P_R + \frac{1}{2} \Delta_{(rsm)} P_L \right], \quad (\text{F.19})$$

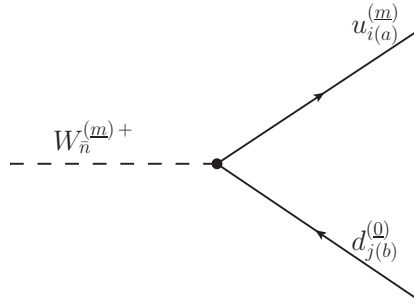
$$W_\ell^{(mrs)\mu} = \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma^\mu \bar{\mathbf{1}} \left[\Delta'_{(rsm)} V_{\nu_\ell}^{(r)\dagger} V_\ell^{(s)} P_R + \Delta_{(rsm)} P_L \right]. \quad (\text{F.20})$$

Vértices conteniendo a los bosones escalares cargados $W_{\bar{n}}^{(m)+}$ y $W_n^{(m)+}$ acoplados a par de fermiones.

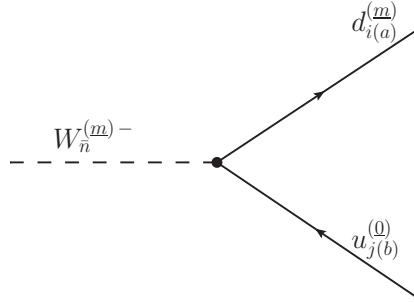
Los vértices conteniendo al bosón $W_{\bar{n}}^{(m)\pm}$ son:



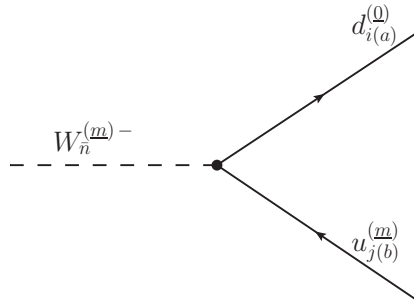
$$:= -\frac{ig}{\sqrt{2}} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} K_{ij} [\Pi^{\bar{\mu}} V_{d_j}^{(m)}]_{(ab)} P_R, \quad (\text{F.21})$$



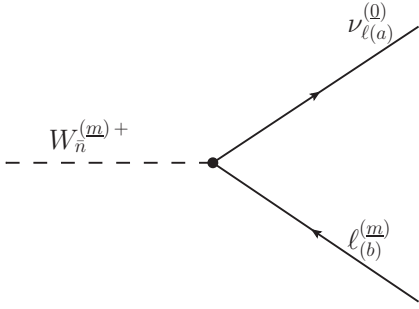
$$:= -\frac{ig}{\sqrt{2}} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} K_{ij} [V_{u_i}^{(m)\dagger} \Pi^{\bar{\mu}\dagger}]_{(ab)} P_L, \quad (\text{F.22})$$



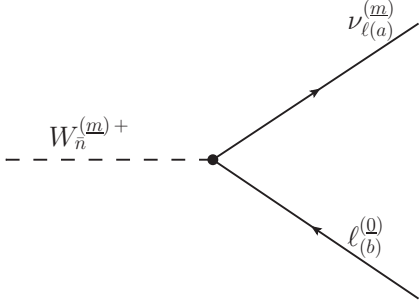
$$:= -\frac{ig}{\sqrt{2}} \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{\mu}}^{(m)\dagger} K_{ij} [V_{d_i}^{(m)\dagger} \Pi^{\bar{\mu}\dagger}]_{(ab)} P_L, \quad (\text{F.23})$$



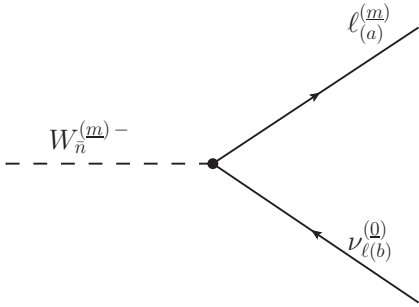
$$:= -\frac{ig}{\sqrt{2}} \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{\mu}}^{(m)\dagger} K_{ij} [\Pi^{\bar{\mu}} V_{u_j}^{(m)}]_{(ab)} P_R, \quad (\text{F.24})$$



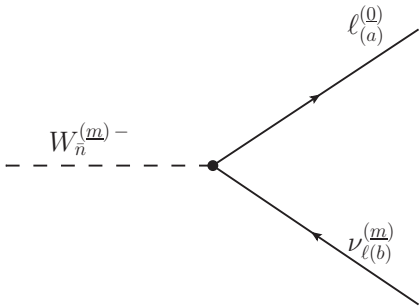
$$:= -\frac{ig}{\sqrt{2}} \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{m}}^{(m)} [\Pi^{\bar{\mu}} V_{\ell}^{(m)}]_{(ab)} P_R, \quad (\text{F.25})$$



$$:= -\frac{ig}{\sqrt{2}} \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{m}}^{(m)} [V_{\nu_{\ell}}^{(m)\dagger} \Pi^{\bar{\mu}\dagger}]_{(ab)} P_L, \quad (\text{F.26})$$



$$:= -\frac{ig}{\sqrt{2}} \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{m}}^{(m)\dagger} [V_{\ell}^{(m)\dagger} \Pi^{\bar{\mu}\dagger}]_{(ab)} P_L, \quad (\text{F.27})$$



$$:= -\frac{ig}{\sqrt{2}} \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{m}}^{(m)\dagger} [\Pi^{\bar{\mu}} V_{\nu_{\ell}}^{(m)}]_{(ab)} P_R, \quad (\text{F.28})$$

donde las matrices, dentro de los corchetes cuadrados, que aparecen en los vértices (F.21)-(F.28) tienen la siguiente forma ($f = q, \ell$)

$$\Pi^{\bar{\mu}} V_f^{(m)} = \frac{1}{m_{f^{(0)}}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ m_{f^{(0)}} \Theta^{\bar{\mu}\dagger} & -i \Theta^{\bar{\mu}\dagger} \Lambda \end{pmatrix}, \quad \Pi^{\bar{\mu}} V_{\nu_{\ell}}^{(m)} = \frac{1}{m_{\nu_{\ell}^{(m)}}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -i \Theta^{\bar{\mu}\dagger} \Lambda \end{pmatrix}. \quad (\text{F.29})$$

$$\begin{aligned}
 & \text{---} W_n^{(m)+} \text{---} \bullet \begin{cases} \nearrow u_{i(a)}^{(r)} \\ \searrow d_{j(b)}^{(s)} \end{cases} \quad := iW_{ij(ab)}^{\bar{n}(mrs)}, & \text{---} W_n^{(m)+} \text{---} \bullet \begin{cases} \nearrow \nu_{l(a)}^{(r)} \\ \searrow \ell_{l(b)}^{(s)} \end{cases} \quad := iW_{l(ab)}^{\bar{n}(mrs)}, \\
 & \hspace{15em} \text{(F.30)}
 \end{aligned}$$

las matrices que describen estos acoplamientos son

$$W_{ij}^{\bar{n}(mrs)} = -\frac{g}{\sqrt{2}} K_{ij} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} [\Delta'_{(mrs)} \Pi^{\bar{\mu}} V_{d_j}^{(s)} P_R + \Delta'_{(mrs)} V_{u_i}^{(r)\dagger} \Pi^{\bar{\mu}\dagger} P_L], \quad (\text{F.31})$$

$$W_{\ell ij}^{\bar{n}(mrs)} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} [\Delta'_{(mrs)} \Pi^{\bar{\mu}} V_{\ell}^{(s)} P_R + \Delta'_{(mrs)} V_{\nu_{\ell}}^{(r)\dagger} \Pi^{\bar{\mu}\dagger} P_L]. \quad (\text{F.32})$$

Los vértices conteniendo al escalar $W_n^{(m)+}$ son:

$$\begin{aligned}
 & \text{---} W_n^{(m)+} \text{---} \bullet \begin{cases} \nearrow u_{i(a)}^{(0)} \\ \searrow d_{j(b)}^{(m)} \end{cases} \quad := iW_{ij(ab)}^{(m)}, & \text{---} W_n^{(m)+} \text{---} \bullet \begin{cases} \nearrow u_{i(a)}^{(m)} \\ \searrow d_{j(b)}^{(0)} \end{cases} \quad := iW_{in ij(ab)}^{(m)}, \\
 & \hspace{15em} \text{(F.33)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{---} W_n^{(m)-} \text{---} \bullet \begin{cases} \nearrow d_{i(a)}^{(m)} \\ \searrow u_{j(b)}^{(0)} \end{cases} \quad := i\hat{W}_{in ij(ab)}^{(m)}, & \text{---} W_n^{(m)-} \text{---} \bullet \begin{cases} \nearrow d_{i(a)}^{(0)} \\ \searrow u_{j(b)}^{(m)} \end{cases} \quad := i\hat{W}_{ij(ab)}^{(m)}, \\
 & \hspace{15em} \text{(F.34)}
 \end{aligned}$$

con

$$W_{ij}^{(m)} = -\frac{igm_{W^{(0)}}}{\sqrt{2}m_{W^{(m)}}} K_{ij} \left[\left(\frac{m^{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} m_{d_j^{(0)}} - i\Pi^{(m)} \right) V_{d_j}^{(m)} P_R - \frac{m^{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} m_{u_i^{(0)}} P_L \right], \quad (\text{F.35})$$

$$W_{in ij}^{(m)} = -\frac{igm_{W^{(0)}}}{\sqrt{2}m_{W^{(m)}}} K_{ij} \left[\frac{m^{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} m_{d_j^{(0)}} P_R - V_{u_i}^{(m)\dagger} \left(\frac{m^{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} m_{u_i^{(0)}} + i\Pi^{(m)\dagger} \right) P_L \right], \quad (\text{F.36})$$

$$\hat{W}_{inij}^{(m)} = \frac{igm_{W^{(0)}}}{\sqrt{2}m_{W^{(m)}}} K_{ij}^\dagger \left[V_{d_i}^{(m)\dagger} \left(\frac{m^{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} m_{d_i^{(0)}} + i\Pi^{(m)\dagger} \right) P_L - \frac{m^{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} m_{u_j^{(0)}} P_R \right], \quad (\text{F.37})$$

$$\hat{W}_{ij}^{(m)} = \frac{igm_{W^{(0)}}}{\sqrt{2}m_{W^{(m)}}} K_{ij}^\dagger \left[\frac{m^{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} m_{d_i^{(0)}} P_L - \left(\frac{m^{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} m_{u_j^{(0)}} - i\Pi^{(m)} \right) V_{u_j}^{(m)} P_R \right], \quad (\text{F.38})$$

$$:= iW_{l(ab)}^{(m)}, \quad := iW_{in l(ab)}^{(mrs)}, \quad (\text{F.39})$$

$$:= i\hat{W}_{in l(ab)}^{(m)}, \quad := i\hat{W}_{l(ab)}^{(mrs)}, \quad (\text{F.40})$$

siendo

$$W_\ell^{(m)} = -\frac{igm_{W^{(0)}}}{\sqrt{2}m_{W^{(m)}}} \bar{\mathbf{1}} \left[\frac{m^{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} m_{\ell^{(0)}} - i\Pi^{(m)} \right] V_\ell^{(m)} P_R, \quad (\text{F.41})$$

$$W_{in\ell}^{(m)} = -\frac{igm_{W^{(0)}}}{\sqrt{2}m_{W^{(m)}}} \bar{\mathbf{1}} \left[\frac{m^{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} m_{\ell^{(0)}} P_R - iV_{\nu_\ell}^{(m)\dagger} \Pi^{(m)\dagger} P_L \right] \quad (\text{F.42})$$

$$\hat{W}_{in\ell}^{(m)} = \frac{igm_{W^{(0)}}}{\sqrt{2}m_{W^{(m)}}} V_\ell^{(m)\dagger} \left[\frac{m^{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} m_{\ell^{(0)}} + i\Pi^{(m)\dagger} \right] \bar{\mathbf{1}} P_L, \quad (\text{F.43})$$

$$\hat{W}_\ell^{(m)} = \frac{igm_{W^{(0)}}}{\sqrt{2}m_{W^{(m)}}} \left[\frac{m^{(m)}}{m_{W^{(0)}}^2} m_{\ell^{(0)}} P_L + i\Pi^{(m)} V_{\nu_\ell}^{(m)} P_R \right] \bar{\mathbf{1}} \quad (\text{F.44})$$

$$(F.45)$$

$$W_{ij}^{(mrs)} = -\frac{igm_{W^{(0)}}K_{ij}}{\sqrt{2}m_{W^{(m)}}} \left\{ \left[\Delta_{(rsm)} \frac{m^{(m)}m_{d_j^{(0)}}}{m_{W^{(0)}}^2} \bar{V}_{d_j}^{(s)} - i\Delta'_{(msr)} \Pi^{(m)} V_{d_j}^{(s)} - \Delta'_{(rsm)} \frac{m^{(m)}m_{u_i^{(0)}}}{m_{W^{(0)}}^2} \hat{V}_{d_j}^{(s)} \right] P_R \right. \\ \left. + \left[\Delta'_{(rsm)} \frac{m^{(m)}m_{d_j^{(0)}}}{m_{W^{(0)}}^2} \hat{V}_{u_i}^{(x)\dagger} - \Delta_{(rsm)} \frac{m^{(m)}m_{u_i^{(0)}}}{m_{W^{(0)}}^2} \bar{V}_{u_i}^{(x)\dagger} - i\Delta'_{(mrs)} V_{u_i}^{(x)\dagger} \Pi^{(m)\dagger} \right] P_L \right\}, \quad (F.46)$$

$$W_{\ell}^{(mrs)} = -\frac{igm_{W^{(0)}}}{\sqrt{2}m_{W^{(m)}}} \bar{\mathbf{1}} \left\{ \left[\Delta_{(rsm)} \frac{m^{(m)}m_{\ell^{(0)}}}{m_{W^{(0)}}^2} - i\Delta'_{(msr)} \Pi^{(m)} \right] V_{\ell}^{(s)} P_R \right. \\ \left. + V_{\nu_{\ell}}^{(x)\dagger} \left[\Delta'_{(rsm)} \frac{m^{(m)}m_{\ell^{(0)}}}{m_{W^{(0)}}^2} - i\Delta'_{(mrs)} \Pi^{(m)\dagger} \right] P_L \right\}. \quad (F.47)$$

Vértices conteniendo a los bosones vectoriales neutro $Z_{\mu}^{(0)}$ y $Z_{\mu}^{(m)}$ acoplados a pares de fermiones.

El vértice que contiene al bosón de norma neutro del MS, $Z_{\mu}^{(0)}$ es

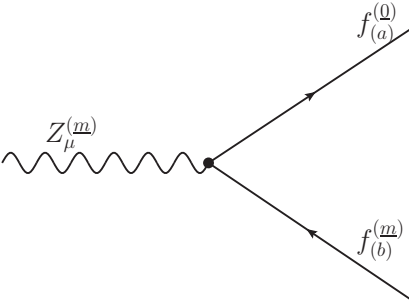
$$:= \begin{cases} iZ_{(ab)}^{(m)\mu} & \text{para } f = q, \ell, \\ iZ'_{(ab)}{}^{(m)\mu} & \text{para } f = \nu_{\ell}, \end{cases} \quad (F.48)$$

donde la matrices que describe estos acoplamientos son

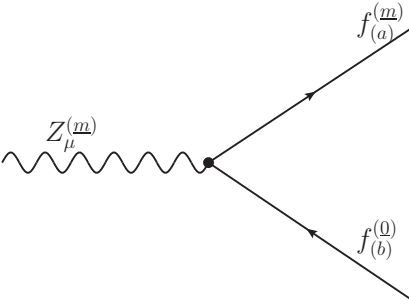
$$Z^{(m)\mu} = \frac{g}{2c_W} \gamma^{\mu} \left[(g_+^f \hat{V}_f^{(m)\dagger} \hat{V}_f^{(m)} + g_-^f \bar{V}_f^{(m)\dagger} \bar{V}_f^{(m)}) P_R + g_V^f P_L \right] \quad (F.49)$$

$$Z'^{(m)\mu} = \frac{g}{2c_W} \gamma^{\mu} \bar{\mathbf{1}}. \quad (F.50)$$

Los vértices conteniendo al bosón vectorial de KK $Z_\mu^{(m)}$ son:



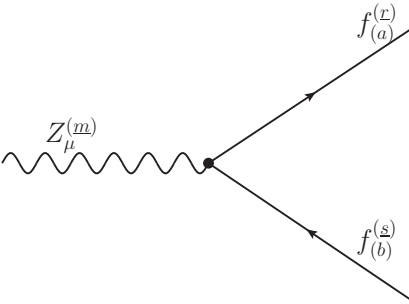
$$:= \begin{cases} iZ_{0(ab)}^{(m)\mu} & \text{para } f = q, \ell, \\ i\frac{g}{2c_W}\gamma^\mu P_L \delta_{ab}, & \text{para } f = \nu_\ell, \end{cases} \quad (\text{F.51})$$



$$:= \begin{cases} iZ_{0in(ab)}^{(m)\mu} & \text{para } f = q, \ell, \\ i\frac{g}{2c_W}\gamma^\mu P_L \delta_{ab}, & \text{para } f = \nu_\ell, \end{cases} \quad (\text{F.52})$$

siendo las matrices

$$Z_0^{(m)\mu} = \frac{g}{2c_W}\gamma^\mu \left[g_-^f V_f^{(m)} P_R + g_+^f P_L \right], \quad Z_{0in}^{(m)\mu} = \frac{g}{2c_W}\gamma^\mu \left[g_-^f V_f^{(m)\dagger} P_R + g_+^f P_L \right]. \quad (\text{F.53})$$



$$:= \begin{cases} iZ_{(ab)}^{(mrs)\mu} & \text{para } f = q, \ell, \\ iZ'_{(ab)}^{(mrs)\mu} & \text{para } f = \nu_\ell, \end{cases} \quad (\text{F.54})$$

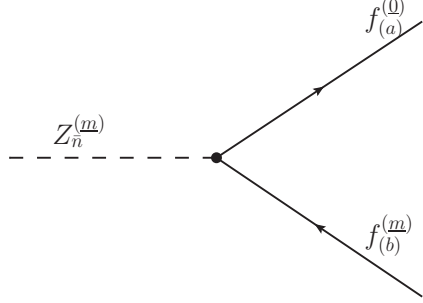
las matrices Z 's son

$$Z^{(mrs)\mu} = \frac{g}{2c_W}\gamma^\mu \left[\left(\Delta'_{(rsm)} g_+^f \hat{V}_f^{(r)\dagger} \hat{V}_f^{(s)} + \Delta_{(rsm)} g_-^f \bar{V}_f^{(r)\dagger} \bar{V}_f^{(s)} \right) P_R + \frac{1}{2} \left(\Delta'_{(rsm)} g_-^f + \Delta_{(rsm)} g_+^f \right) P_L \right], \quad (\text{F.55})$$

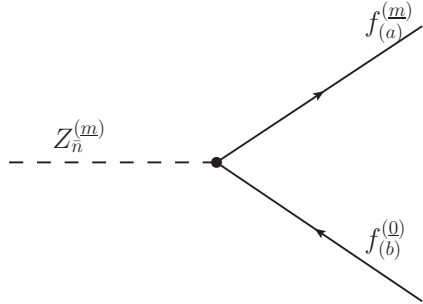
$$Z'^{(mrs)\mu} = \frac{g}{2c_W}\gamma^\mu \bar{\mathbf{1}} \left[\Delta'_{(rsm)} V_{\nu_\ell}^{(r)\dagger} V_{\nu_\ell}^{(s)} P_R + \Delta_{(rsm)} P_L \right]. \quad (\text{F.56})$$

Vértices conteniendo a los escalares neutro $Z_{\bar{n}}^{(m)}$ y $Z_n^{(m)}$ acoplados a pares de fermiones.

Los vértices que contienen al bosón escalar $Z_{\bar{n}}^{(m)}$ son:



$$:= \begin{cases} iZ_{(ab)}^{\bar{n}(m)}, & \text{para } f = q, \ell, \\ -\frac{ig}{2c_W} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} [\Pi^{\bar{\mu}} V_{\nu_\ell}^{(m)}]_{(ab)} P_R, & \text{para } f = \nu_\ell, \end{cases} \quad (\text{F.57})$$

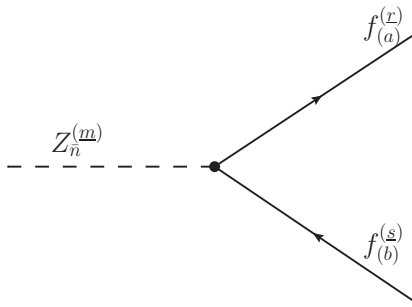


$$:= \begin{cases} iZ_{in(ab)}^{\bar{n}(m)} & \text{para } f = q, \ell, \\ -\frac{ig}{2c_W} \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{\mu}}^{(m)\dagger} [V_{\nu_\ell}^{(m)\dagger} \Pi^{\bar{\mu}\dagger}]_{(ab)} P_L, & \text{para } f = \nu_\ell, \end{cases} \quad (\text{F.58})$$

con

$$Z^{\bar{n}(m)} = -\frac{g}{2c_W} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \Pi^{\bar{\mu}} [g_+^f V_f^{(m)} P_R - g_-^f P_L], \quad (\text{F.59})$$

$$Z_{in}^{\bar{n}(m)} = -\frac{g}{2c_W} \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{\mu}}^{(m)\dagger} [g_+^f V_f^{(m)\dagger} P_L - g_-^f P_R] \Pi^{\bar{\mu}\dagger}. \quad (\text{F.60})$$



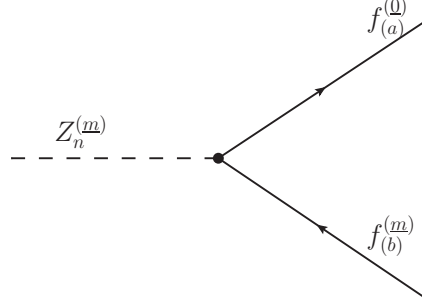
$$:= \begin{cases} iZ_{(ab)}^{\bar{n}(mrs)} & \text{para } f = q, \ell, \\ iZ_{\nu(ab)}^{\bar{n}(mrs)}, & \text{para } f = \nu_\ell, \end{cases} \quad (\text{F.61})$$

donde

$$\begin{aligned} Z^{\bar{n}(mrs)} = & -\frac{g}{2c_W} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \left[\left(\Delta'_{(msr)} g_+^f \Pi^{\bar{\mu}} - \Delta'_{(mrs)} g_-^f \Pi^{\bar{\mu}\dagger} \right) V_f^{(s)} P_R \right. \\ & \left. + V_f^{(r)\dagger} \left(\Delta'_{(mrs)} g_+^f \Pi^{\bar{\mu}\dagger} - \Delta'_{(msr)} g_-^f \Pi^{\bar{\mu}} \right) P_L \right], \end{aligned} \quad (\text{F.62})$$

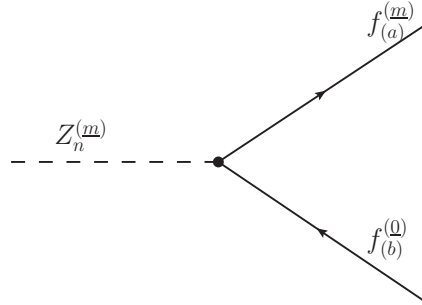
$$Z_{\nu}^{\bar{n}(mrs)} = -\frac{g}{2c_W} \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \left[\Delta'_{(msr)} \Pi^{\bar{\mu}} V_{\nu\ell}^{(s)} P_R + \Delta'_{(mrs)} V_{\nu\ell}^{(r)\dagger} \Pi^{\bar{\mu}\dagger} P_L \right]. \quad (\text{F.63})$$

Los vértices que contienen al bosón $Z_n^{(m)}$ son:



A Feynman diagram showing a vertex where a dashed line representing a $Z_n^{(m)}$ boson enters from the left. Two solid lines representing fermions exit to the right: the upper one is labeled $f_{(a)}^{(0)}$ and the lower one is labeled $f_{(b)}^{(m)}$.

$$:= \begin{cases} iZ_{(ab)}^{(m)} & \text{para } f = q, \ell, \\ \frac{-igm_{Z^{(0)}}}{2c_W m_{Z^{(m)}}} [\Pi^{(m)} V_{\nu\ell}^{(m)}]_{(ab)} P_R, & \text{para } f = \nu_\ell, \end{cases} \quad (\text{F.64})$$



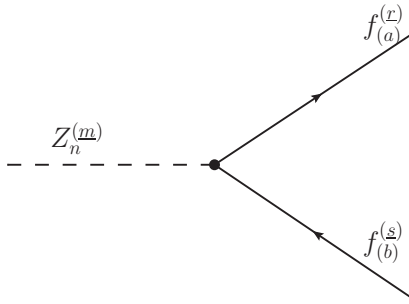
A Feynman diagram showing a vertex where a dashed line representing a $Z_n^{(m)}$ boson enters from the left. Two solid lines representing fermions exit to the right: the upper one is labeled $f_{(a)}^{(m)}$ and the lower one is labeled $f_{(b)}^{(0)}$.

$$:= \begin{cases} iZ_{in(ab)}^{(m)} & \text{para } f = q, \ell, \\ \frac{-igm_{Z^{(0)}}}{2c_W m_{Z^{(m)}}} [V_{\nu\ell}^{(m)\dagger} \Pi^{(m)\dagger}]_{(ab)} P_L, & \text{para } f = \nu_\ell, \end{cases} \quad (\text{F.65})$$

donde las matrices Z 's de estos vértices son

$$Z^{(m)} = \frac{igm_{Z^{(0)}}}{2c_W m_{Z^{(m)}}} \left[\left(\epsilon_f \frac{m_{(m)}}{m_{Z^{(0)}}^2} m_{f^{(0)}} + ig_+^f \Pi^{(m)} \right) V_f^{(m)} P_R - \left(\epsilon_f \frac{m_{(m)}}{m_{Z^{(0)}}^2} m_{f^{(0)}} + ig_-^f \Pi^{(m)} \right) P_L \right], \quad (\text{F.66})$$

$$Z_{in}^{(m)} = -\frac{igm_{Z^{(0)}}}{2c_W m_{Z^{(m)}}} \left[V_f^{(m)\dagger} \left(\epsilon_f \frac{m_{(m)}}{m_{Z^{(0)}}^2} m_{f^{(0)}} - ig_+^f \Pi^{(m)\dagger} \right) P_L - \left(\epsilon_f \frac{m_{(m)}}{m_{Z^{(0)}}^2} m_{f^{(0)}} - ig_-^f \Pi^{(m)\dagger} \right) P_R \right], \quad (\text{F.67})$$



A Feynman diagram showing a vertex where a dashed line representing a $Z_n^{(m)}$ boson enters from the left. Two solid lines representing fermions exit to the right: the upper one is labeled $f_{(a)}^{(r)}$ and the lower one is labeled $f_{(b)}^{(s)}$.

$$:= \begin{cases} iZ_{(ab)}^{(mrs)} & \text{para } f = q, \ell, \\ iZ'_{(ab)}^{(mrs)} & \text{para } f = \nu_\ell, \end{cases} \quad (\text{F.68})$$

con

$$Z(\underline{mrs}) = \frac{igm_{Z(0)}}{2c_W m_{Z(m)}} \left[g_{Z_n}^{FRsm} P_R + g_{Z_n}^{FLsm} P_L \right], \quad (\text{F.69})$$

$$Z'(\underline{mrs}) = \frac{-gm_{Z(0)}}{2c_W m_{Z(m)}} \bar{\mathbf{1}} \left[\Delta'_{(\underline{msr})} \Pi^{(m)} V_{\nu_\ell}^{(s)} P_R + \Delta'_{(\underline{mrs})} V_{\nu_\ell}^{(r)\dagger} \Pi^{(m)\dagger} P_L \right], \quad (\text{F.70})$$

siendo

$$g_{Z_n}^{FRsm} = \epsilon_f \frac{m^{(m)} m_{f(0)}}{m_{Z(0)}^2} (\Delta_{(\underline{rsm})} \bar{V}_f^{(s)} - \Delta'_{(\underline{rsm})} \hat{V}_f^{(s)}) + i(\Delta'_{(\underline{msr})} g_+^f \Pi^{(m)} - \Delta'_{(\underline{mrs})} g_-^f \Pi^{(m)\dagger}) V_f^{(s)}, \quad (\text{F.71})$$

$$g_{Z_n}^{FLsm} = \epsilon_f \frac{m^{(m)} m_{f(0)}}{m_{Z(0)}^2} (\Delta'_{(\underline{rsm})} \hat{V}_f^{(r)\dagger} - \Delta_{(\underline{rsm})} \bar{V}_f^{(r)\dagger}) + iV_f^{(r)\dagger} (\Delta'_{(\underline{mrs})} g_+^f \Pi^{(m)\dagger} - \Delta'_{(\underline{msr})} g_-^f \Pi^{(m)}), \quad (\text{F.72})$$

y

$$\epsilon_f = \begin{cases} -1, & f = u, \\ 1, & f = d, e, \end{cases} \quad (\text{F.73})$$

note que $\epsilon_f = -2g_A^f$.

Vértices de pares de fermiones de KK o uno de ellos del SM acoplados con los campos vectoriales $A_\mu^{(m)}$ y a los escalares $A_n^{(m)}$.

Para determinar los reglas de Feynman para el sector QCD, solo hay que reemplazar eQ_f por $g_s \frac{\lambda^a}{2}$.

Los vértices conteniendo al fotón, $A_\mu^{(0)}$, son:

$$:= ieQ_f \gamma^\mu \delta_{ab}, \quad f = \{f^{(0)}, f^{(m)}\}, \quad (\text{F.74})$$

Los vértices que contiene al bosón vectorial excitación de KK, $A_\mu^{(m)}$, son:

$$\begin{aligned}
 & \text{Diagram 1: } A_\mu^{(m)} \text{ (wavy) } \rightarrow \text{Vertex} \rightarrow \begin{cases} f_{(a)}^{(0)} \\ f_{(b)}^{(m)} \end{cases} \quad := i\Gamma_{(ab)}^{(m)\mu}, \\
 & \text{Diagram 2: } A_\mu^{(m)} \text{ (wavy) } \rightarrow \text{Vertex} \rightarrow \begin{cases} f_{(a)}^{(m)} \\ f_{(b)}^{(0)} \end{cases} \quad := i\Gamma_{in(ab)}^{(m)\mu},
 \end{aligned}
 \tag{F.75}$$

donde las matrices son

$$\Gamma^{(m)\mu} = eQ_f \gamma^\mu [V_f^{(m)} P_R + P_L], \quad \Gamma_{in}^{(m)\mu} = eQ_f \gamma^\mu [V_f^{(m)\dagger} P_R + P_L], \tag{F.76}$$

$$\text{Diagram: } A_\mu^{(m)} \text{ (wavy) } \rightarrow \text{Vertex} \rightarrow \begin{cases} f_{(a)}^{(L)} \\ f_{(b)}^{(S)} \end{cases} \quad := i\Gamma_{(ab)}^{(mrs)\mu} \tag{F.77}$$

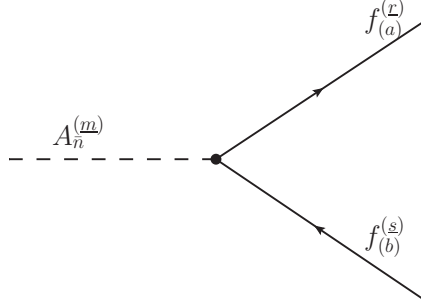
$$\Gamma^{(mrs)\mu} = eQ_f \gamma^\mu \left[\left(\Delta'_{(rsm)} \hat{V}_f^{(r)\dagger} \hat{V}_f^{(s)} + \Delta_{(rsm)} \bar{V}_f^{(r)\dagger} \bar{V}_f^{(s)} \right) P_R + \frac{1}{2} (\Delta'_{(rsm)} + \Delta_{(rsm)}) P_L \right]. \tag{F.78}$$

Los vértices conteniendo al bosón escalar $A_{\bar{n}}^{(m)}$ son:

$$\begin{aligned}
 & \text{Diagram 1: } A_{\bar{n}}^{(m)} \text{ (dashed) } \rightarrow \text{Vertex} \rightarrow \begin{cases} f_{(a)}^{(0)} \\ f_{(b)}^{(m)} \end{cases} \quad := i\Gamma_{(ab)}^{\bar{n}(m)}, \\
 & \text{Diagram 2: } A_{\bar{n}}^{(m)} \text{ (dashed) } \rightarrow \text{Vertex} \rightarrow \begin{cases} f_{(a)}^{(m)} \\ f_{(b)}^{(0)} \end{cases} \quad := i\Gamma_{in(ab)}^{\bar{n}(m)},
 \end{aligned}
 \tag{F.79}$$

$$\Gamma^{\bar{n}(m)} = -eQ_f \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \Pi^{\bar{\mu}} \left[V_f^{(m)} P_R - P_L \right], \quad (\text{F.80})$$

$$\Gamma_{in}^{\bar{n}(m)} = -eQ_f \mathcal{R}_{\bar{n}\bar{\mu}}^{(m)\dagger} \left[V_f^{(m)\dagger} P_R - P_L \right] \Pi^{\bar{\mu}\dagger}, \quad (\text{F.81})$$

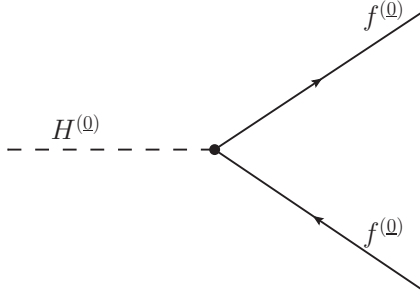


$$:= i\Gamma_{(ab)}^{(mrs)} \quad (\text{F.82})$$

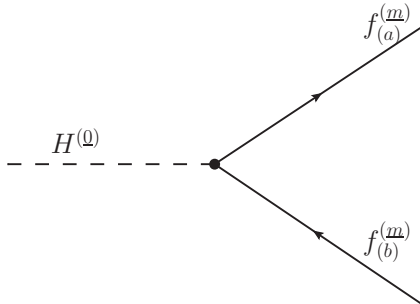
$$\Gamma^{(mrs)} = -eQ_f \mathcal{R}_{\bar{\mu}\bar{n}}^{(m)} \left[(\Delta'_{(msr)} \Pi^{\bar{\mu}} - \Delta'_{(mrs)} \Pi^{\bar{\mu}\dagger}) V_f^{(s)} P_R + V_f^{(r)\dagger} (\Delta'_{(mrs)} \Pi^{\bar{\mu}\dagger} - \Delta'_{(msr)} \Pi^{\bar{\mu}}) P_L \right]. \quad (\text{F.83})$$

Vértices conteniendo el escalar de Higgs y sus excitación de KK, $\{H^{(0)}, H^{(m)}\}$

Los vértices conteniendo al bosón de Higgs neutro del ME, $H^{(0)}$ son:



$$:= -\frac{igm_{f^{(0)}}}{2m_{W^{(0)}}}. \quad (\text{F.84})$$



$$:= -\frac{igm_{f^{(0)}}}{2m_{W^{(0)}} m_{f^{(m)}}} \left[m_{f^{(0)}} - i\Omega^{(m)} \gamma^5 \right]_{(ab)}, \quad (\text{F.85})$$

donde el término $m_{f^{(0)}}$ dentro del corchete cuadrado es multiplicado por una matriz identidad de dimensión $2^{\frac{n}{2}} \times 2^{\frac{n}{2}}$.

Los vértices conteniendo al bosón escalar $H^{(m)}$ son

$$\begin{aligned}
 & \text{---} H^{(m)} \text{---} \bullet \begin{cases} \nearrow f_{(a)}^{(0)} \\ \searrow f_{(b)}^{(m)} \end{cases} \quad := i\mathcal{H}_{(ab)}^{(m)}, & \text{---} H^{(m)} \text{---} \bullet \begin{cases} \nearrow f_{(a)}^{(m)} \\ \searrow f_{(b)}^{(0)} \end{cases} \quad := i\mathcal{H}_{in(ab)}^{(m)}, \\
 & \hspace{15em} \text{(F.86)}
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{H}^{(m)} = -\frac{gm_{f^{(0)}}}{2m_{W^{(0)}}} [V_f^{(m)} P_R + P_L], \quad \text{(F.87)}$$

$$\mathcal{H}_{in}^{(m)} = -\frac{gm_{f^{(0)}}}{2m_{W^{(0)}}} [V_f^{(m)\dagger+} P_L + P_R], \quad \text{(F.88)}$$

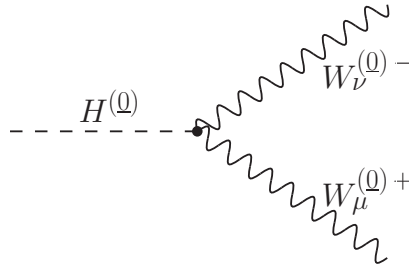
$$\text{---} H^{(m)} \text{---} \bullet \begin{cases} \nearrow f_{(a)}^{(L)} \\ \searrow f_{(b)}^{(S)} \end{cases} \quad := i\mathbf{H}_{(ab)}^{(mrs)}, \quad \text{(F.89)}$$

con

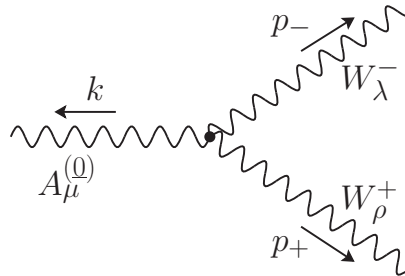
$$\mathbf{H}^{(mrs)} = -\frac{gm_{f^{(0)}}}{2m_{W^{(0)}}} \left\{ \left[\Delta_{(rsm)} \bar{V}_f^{(s)} + \Delta'_{(rsm)} \hat{V}_f^{(s)} \right] P_R + \left[\Delta_{(rsm)} \bar{V}_f^{(r)\dagger} + \Delta'_{(rsm)} \hat{V}_f^{(r)\dagger} \right] P_L \right\}. \quad \text{(F.90)}$$

Apéndice G

Reglas de Feynman útiles para FCNC

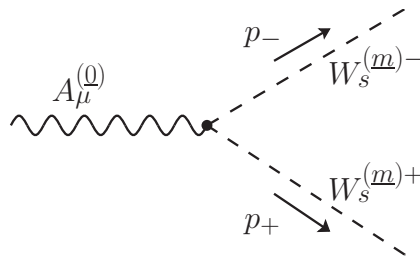


$$:= igm_{W^{(0)}} g^{\mu\nu}. \quad (\text{G.1})$$



$$:= ie[g^{\lambda\mu}(k - p_-)^\rho + g^{\mu\rho}(p_+ - k)^\lambda + g^{\rho\lambda}(p_- - p_+)^\mu], \quad (\text{G.2})$$

con $W = \{W^{(0)}, W^{(\underline{m})}\}$



$$:= ie(p_+ - p_-)^\mu, \quad \text{con } W_s = \{W_{\bar{n}}, W_n\} \quad (\text{G.3})$$

Bibliografía

- [1] ATLAS Collaboration. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. *Phys. Lett. Sect. B Nucl. Elem. Part. High-Energy Phys.*, 716(1):1–29, 2012. doi: 10.1016/j.physletb.2012.08.020.
- [2] CMS Collaboration. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. *Phys. Lett. Sect. B Nucl. Elem. Part. High-Energy Phys.*, 716(1):30–61, 2012. doi: 10.1016/j.physletb.2012.08.021.
- [3] Takaaki Kajita. Atmospheric neutrino results from super-kamiokande and kamiokande — evidence for ν_μ oscillations. *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, 77(1–3):123 – 132, 1999. doi: 10.1016/S0920-5632(99)00407-7.
- [4] Joseph Polchinski. *String Theory*. Cambridge University Press, Cambridge, 1998. ISBN 9780511816079. doi: 10.1017/CBO9780511816079.
- [5] Dean Rickles. *A Brief History of String Theory*. The Frontiers Collection. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2014. ISBN 978-3-642-45127-0. doi: 10.1007/978-3-642-45128-7.
- [6] I Antoniadis. A possible new dimension at a few TeV. *Phys. Lett. B*, 246(3-4):377–384, aug 1990. doi: 10.1016/0370-2693(90)90617-F.
- [7] Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos, and Gia Dvali. The hierarchy problem and new dimensions at a millimeter. *Phys. Lett. B*, 429(3):263–272, 1998. doi: 10.1016/S0370-2693(98)00466-3.
- [8] Ignatios Antoniadis, Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos, and Gia Dvali. New dimensions at a millimeter to a fermi and superstrings at a tev. *Physics Letters B*, 436(3–4):257 – 263, 1998. doi: 10.1016/S0370-2693(98)00860-0.
- [9] Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos, and Gia Dvali. Phenomenology, astrophysics, and cosmology of theories with submillimeter dimensions and TeV scale quantum gravity. *Physical Review D*, 59(8):086004, 1999. doi: 10.1103/PhysRevD.59.086004.
- [10] Theodor Kaluza. On the problem of unity in physics. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)*, 1921:966–972, 1921.
- [11] Oskar Klein. Quantentheorie und fünfdimensionale relativitätstheorie. *Zeitschrift für Physik*, 37(12):895–906, 1926. doi: 10.1007/BF01397481.
- [12] Lisa Randall and Raman Sundrum. A Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension. *Physical Review Letters*, page 9, 1999. doi: 10.1103/PhysRevLett.83.3370.
- [13] Lisa Randall and Raman Sundrum. An Alternative to Compactification. *Physical Review Letters*, 83(23):4690–4693, 1999. doi: 10.1103/PhysRevLett.83.4690.

-
- [14] Keith R. Dienes, Emilian Dudas, and Tony Gherghetta. Extra spacetime dimensions and unification. *Physics Letters B*, 436(1–2):55 – 65, 1998. doi: 10.1016/S0370-2693(98)00977-0.
- [15] Gary Shiu and S.-H. Henry Tye. Tev scale superstring and extra dimensions. *Phys. Rev. D*, 58:106007, Oct 1998. doi: 10.1103/PhysRevD.58.106007.
- [16] Keith R Dienes, Emilian Dudas, and Tony Gherghetta. Grand unification at intermediate mass scales through extra dimensions. *Nuclear Physics B*, 537(1-3):47–108, jan 1999. doi: 10.1016/S0550-3213(98)00669-5.
- [17] Thomas Appelquist, Hsin-Chia Cheng, and Bogdan A. Dobrescu. Bounds on universal extra dimensions. *Phys. Rev. D*, 64(3):035002, jun 2001. doi: 10.1103/PhysRevD.64.035002.
- [18] M. A. López-Osorio, E. Martínez-Pascual, H. Novales-Sánchez, and J. J. Toscano. Yang-mills theories with an arbitrary number of compactified extra dimensions. *Phys. Rev. D*, 89:116015, Jun 2014. doi: 10.1103/PhysRevD.89.116015.
- [19] M. A. López-Osorio, E. Martínez-Pascual, H. Novales-Sánchez, and J. J. Toscano. Hidden symmetries induced by a canonical transformation and gauge structure of compactified yang-mills theories. *Phys. Rev. D*, 88:036015, Aug 2013. doi: 10.1103/PhysRevD.88.036015.
- [20] H. Novales-Sánchez and J. J. Toscano. Gauge invariance and quantization of yang-mills theories in extra dimensions. *Phys. Rev. D*, 82:116012, Dec 2010. doi: 10.1103/PhysRevD.82.116012.
- [21] M. A. Martínez-Pascual E. Novales-Sánchez-H. García-Jiménez, I. López-Osorio and J. J. Toscano. Standard Model with extra dimensions I: The Kaluza-Klein mass generating mechanism and the classical Lagrangian. *arXiv:1603.03128*, 2016. URL <http://arxiv.org/abs/1603.03128>.
- [22] C. Becchi, A. Rouet, and R. Stora. Renormalization of the abelian Higgs-Kibble model. *Communications in Mathematical Physics*, 42(2):127–162, jun 1975. doi: 10.1007/BF01614158.
- [23] C Becchi, A Rouet, and R Stora. Renormalization of gauge theories. *Annals of Physics*, 98(2):287–321, jun 1976. doi: 10.1016/0003-4916(76)90156-1.
- [24] I V Tyutin. Gauge Invariance in Field Theory and Statistical Physics in Operator Formalism. (39):22, 1975. URL <http://arxiv.org/abs/0812.0580>.
- [25] Joaquim Gomis, Jordi París, and Stuart Samuel. Antibracket, antifields and gauge-theory quantization. *Phys. Rep.*, 259(1-2):1–145, aug 1995. doi: 10.1016/0370-1573(94)00112-G.
- [26] H. Novales-Sánchez and J. J. Toscano. Integration of kaluza-klein modes in yang-mills theories. *Phys. Rev. D*, 84:076010, Oct 2011. doi: 10.1103/PhysRevD.84.076010.
- [27] A. Flores-Tlalpa, J. Montaña, H. Novales-Sánchez, F. Ramírez-Zavaleta, and J. J. Toscano. One-loop effects of extra dimensions on the $WW\gamma$ and WWZ vertices. *Phys. Rev. D*, 83(1):016011, jan 2011. ISSN 1550-7998. doi: 10.1103/PhysRevD.83.016011. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.83.016011>.
- [28] L. G. Benitez-Guzmán, I. García-Jiménez, M. A. López-Osorio, E. Martínez-Pascual, and J. J. Toscano. Revisiting the flavor changing neutral current Higgs decays $H \rightarrow q_i q_j$ in the Standard Model. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 42(8):85002, 2015. doi: 10.1088/0954-3899/42/8/085002.
- [29] Toscano-J. J. Granados-González-A. García-Jiménez, I. Decay $t \rightarrow c\gamma$ in a standard model extension to extra dimensions. .
-

- [30] Novales-Sánchez H. Toscano-J. J. García-Jiménez, I. Distinctive ultraviolet structure of extra-dimensional yang-mills theories by integration of heavy kaluza-klein modes. .
- [31] W. N. Cottingham and D. A. Greenwood. *An introduction to the standard model of particle physics*. Cambridge University, second edition, March 2007.
- [32] Steven Weinberg. A model of leptons. *Phys. Rev. Lett.*, 19:1264–1266, Nov 1967. doi: 10.1103/PhysRevLett.19.1264.
- [33] Sheldon L. Glashow. Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear Physics*, 22(4):579 – 588, 1961. doi: 10.1016/0029-5582(61)90469-2.
- [34] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani. Weak interactions with lepton-hadron symmetry. *Phys. Rev. D*, 2:1285–1292, Oct 1970. doi: 10.1103/PhysRevD.2.1285.
- [35] M. Gell-Mann. A schematic model of baryons and mesons. *Physics Letters*, 8(3):214 – 215, 1964. doi: 10.1016/S0031-9163(64)92001-3.
- [36] Peter W. Higgs. Broken symmetries and the masses of gauge bosons. *Phys. Rev. Lett.*, 13: 508–509, Oct 1964. doi: 10.1103/PhysRevLett.13.508.
- [37] Abdelhak Djouadi. The anatomy of electroweak symmetry breaking: Tome i: The higgs boson in the standard model. *Physics Reports*, 457(1–4):1 – 216, 2008. doi: 10.1016/j.physrep.2007.10.004.
- [38] J. Goldstone. Field theories with « superconductor » solutions. *Il Nuovo Cimento (1955-1965)*, 19(1):154–164, 1961. doi: 10.1007/BF02812722.
- [39] Steven Weinberg. General theory of broken local symmetries. *Phys. Rev. D*, 7:1068–1082, Feb 1973. doi: 10.1103/PhysRevD.7.1068.
- [40] Fred L. Wilson. Fermi’s Theory of Beta Decay. *American Journal of Physics*, 36(12):1150, 1968. doi: 10.1119/1.1974382.
- [41] Timo van Ritbergen and Robin G. Stuart. On the precise determination of the Fermi coupling constant from the muon lifetime. *Nuclear Physics B*, 564(3):343–390, 2000. doi: 10.1016/S0550-3213(99)00572-6.
- [42] C. N. Yang and R. L. Mills. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance. *Phys. Rev.*, 96:191–195, Oct 1954. doi: 10.1103/PhysRev.96.191.
- [43] Sheldon L Glashow and Murray Gell-Mann. Gauge theories of vector particles. *Annals of Physics*, 15(3):437 – 460, 1961. doi: 10.1016/0003-4916(61)90193-2.
- [44] Cliff Burgess Guy Moore. *The Standard Model A Primer*. Cambridge University, first edition, December 2006.
- [45] P. A. M. Dirac. The quantum theory of the electron. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 117(778):610–624, 1928. doi: 10.1098/rspa.1928.0023.
- [46] P. A. M. Dirac. A theory of electrons and protons. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 126(801):360–365, 1930. doi: 10.1098/rspa.1930.0013.
- [47] Steven Weinberg. *The Quantum Theory of Fields*, volume I Foundations. Cambridge University, first edition, August 1995.

-
- [48] Hideki Yukawa. On the interaction of elementary particles. i. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 1:1–10, 1955. doi: 10.1143/PTPS.1.1.
- [49] K.A. Olive and et. al. (Particle Data Group). Review of particle physics. *Chinese Physics C*, 38(9):090001, 2014. doi: 10.1088/1674-1137/38/9/090001.
- [50] Charles R. Johnson Roger A. Horn. *Matrix Analysis*. Cambridge University, second edition, 2013.
- [51] S. M. Bilenky and S. T. Petcov. Massive neutrinos and neutrino oscillations. *Rev. Mod. Phys.*, 59:671–754, Jul 1987. doi: 10.1103/RevModPhys.59.671.
- [52] A.B. McDonald. Solar neutrino measurements. *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, 110:219 – 225, 2002. doi: 10.1016/S0920-5632(02)01485-8.
- [53] S. M. Bilenky. Neutrino masses and oscillations. 2011. URL <https://arxiv.org/abs/1105.2306v2>.
- [54] Nicola Cabibbo. Unitary symmetry and leptonic decays. *Phys. Rev. Lett.*, 10:531–533, Jun 1963. doi: 10.1103/PhysRevLett.10.531.
- [55] Makoto Kobayashi and Toshihide Maskawa. Cp-violation in the renormalizable theory of weak interaction. *Progress of Theoretical Physics*, 49(2):652–657, 1973. doi: 10.1143/PTP.49.652.
- [56] Reza Goldouzian. Search for anomalous single top quark production in association with a photon in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ tev. *Nuclear and Particle Physics Proceedings*, 273-275:2799–2801, apr 2016. doi: 10.1016/j.nuclphysbps.2015.10.068.
- [57] T. Aaltonen et al. (CDF Collaboration). Search for the flavor-changing neutral-current decay $t \rightarrow zq$ in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV. *Phys. Rev. Lett.*, 101:192002, Nov 2008. doi: 10.1103/PhysRevLett.101.192002.
- [58] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani. Weak interactions with lepton-hadron symmetry. *Physical Review D*, 2(7):1285–1292, 1970. doi: 10.1103/PhysRevD.2.1285.
- [59] Oskar Klein. Quantum theory and five-dimensional theory of relativity. (in german and english). *Z. Phys.*, 37:895–906, 1926. doi: 10.1007/BF01397481.
- [60] M.J. Duff, B.E.W. Nilsson, and C.N. Pope. Kaluza-klein supergravity. *Physics Reports*, 130(1): 1 – 142, 1986. doi: 10.1016/0370-1573(86)90163-8.
- [61] D Bailin and A Love. Kaluza-klein theories. *Reports on Progress in Physics*, 50(9):1087, 1987. doi: 10.1088/0034-4885/50/9/001.
- [62] J.M. Overduin and P.S. Wesson. Kaluza-Klein gravity. *Phys. Rep.*, 283(5-6):303–378, apr 1997. doi: 10.1016/S0370-1573(96)00046-4.
- [63] Joseph Kouneiher and Burra G. Sidharth. Mass generation without the higgs mechanism. *International Journal of Theoretical Physics*, 54(9):3044–3082, 2015. doi: 10.1007/s10773-015-2542-1.
- [64] Venkitesh Ayyar and Shailesh Chandrasekharan. Origin of fermion masses without spontaneous symmetry breaking. 2015. doi: 10.1103/PhysRevD.93.081701.
- [65] David E. Morrissey, Tilman Plehn, and Tim M.P. Tait. Physics searches at the LHC . *Physics Reports*, 515(1–2):1 – 113, 2012. doi: 10.1016/j.physrep.2012.02.007.
-

- [66] Gianfranco Bertone, Dan Hooper, and Joseph Silk. Particle dark matter: evidence, candidates and constraints. *Physics Reports*, 405(5–6):279 – 390, 2005. doi: 10.1016/j.physrep.2004.08.031.
- [67] Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos, Gia Dvali, and John March-Russell. Neutrino masses from large extra dimensions. *Phys. Rev. D*, 65:024032, Dec 2001. doi: 10.1103/PhysRevD.65.024032.
- [68] Thomas Appelquist and Ho-Ung Yee. Universal extra dimensions and the higgs boson mass. *Phys. Rev. D*, 67:055002, Mar 2003. doi: 10.1103/PhysRevD.67.055002.
- [69] Joseph D. Lykken. Beyond the Standard Model. 2010. URL http://lss.fnal.gov/cgi-bin/find_paper.pl?conf-10-103.
- [70] A. Cordero-Cid, M. Gómez-Bock, H. Novales-sánchez, and Toscano J. J. The standard model with one universal extra dimension. *Pramana*, 80(3):369–412, 2013. doi: 10.1007/s12043-012-0501-4.
- [71] C.P. Burgess. An Introduction to Effective Field Theory. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 57(1):329–362, nov 2007. doi: 10.1146/annurev.nucl.56.080805.140508.
- [72] M Beneke. Effective field theory – concepts and applications. pages 145–148, 2010. doi: 10.5170/CERN-2010-002.145.
- [73] F. J. Dyson. The radiation theories of tomonaga, schwinger, and feynman. *Physical Review*, 75(3):486–502, feb 1949. doi: 10.1103/PhysRev.75.486.
- [74] Junjie Cao, Chengcheng Han, Lei Wu, Jin Min Yang, and Mengchao Zhang. SUSY induced top quark FCNC decay $t \rightarrow ch$ after Run I of LHC. *Eur. Phys. J. C*, 74(9):3058, sep 2014. doi: 10.1140/epjc/s10052-014-3058-1.
- [75] Y. Adachi, N. Kurahashi, C. S. Lim, N. Maru, and K. Tanabe. Flavor mixing in gauge-Higgs unification. In *AIP Conf. Proc.*, volume 1467, pages 258–261, 2012. doi: 10.1063/1.4742112.
- [76] Giacomo Cacciapaglia, Csaba Csáki, Jamison Galloway, Guido Marandella, John Terning, and Andreas Weiler. A GIM mechanism from extra dimensions. *J. High Energy Phys.*, 2008(04):006–006, apr 2008. doi: 10.1088/1126-6708/2008/04/006.
- [77] G.A. González-Sprinberg, R. Martínez, and J.-A. Rodríguez. FCNC top quark decays in extra dimensions. *Eur. Phys. J. C*, 51(4):919–926, aug 2007. doi: 10.1140/epjc/s10052-007-0344-1.
- [78] B. Grzadkowski, J.F. Gunion, and P. Krawczyk. Neutral current flavor changing decays for the Z boson and the top quark in two-Higgs doublet models. *Physics Letters B*, 268(1):106–111, oct 1991. doi: 10.1016/0370-2693(91)90931-F.
- [79] Michael Luke and Martin J Savage. Flavour changing neutral currents, weak-scale scalars and rare top decays. *Physics Letters B*, 307(3-4):387–393, jun 1993. doi: 10.1016/0370-2693(93)90238-D.
- [80] G C Branco and M N Rebelo. New Physics in the Flavour Sector in the presence of Flavour Changing Neutral Currents. *arXiv:1308.4639*, aug 2013.
- [81] G Eilam, J L Hewett, and A Soni. Rare decays of the top quark in the standard and two-Higgs-doublet models. *Physical Review D*, 44(5):1473–1484, sep 1991. doi: 10.1103/PhysRevD.44.1473.
- [82] J. L. Díaz-Cruz, R. Martínez, M. A. Pérez, and A. Rosado. Flavor-changing radiative decay of the t quark. *Physical Review D*, 41(3):891–894, feb 1990. doi: 10.1103/PhysRevD.41.891.

-
- [83] B. Mele, S. Petrarca, and A. Soddu. A new evaluation of the decay width in the standard model. *Physics Letters B*, 435(3-4):401–406, sep 1998. doi: 10.1016/S0370-2693(98)00822-3.
- [84] Nilendra G. Deshpande and M. Nazerimonfared. Flavor-changing electromagnetic vertex in a non-linear R_ξ gauge. *Nucl. Phys. B*, 213(3):390–408, mar 1983. doi: 10.1016/0550-3213(83)90228-6.
- [85] Bruce A. Campbell and Patrick J. O’Donnell. Mass of the top quark and induced decay and mixing of neutral B mesons. *Physical Review D*, 25(7):1989–1992, apr 1982. doi: 10.1103/PhysRevD.25.1989.
- [86] Hsin-Chia Cheng, Konstantin T. Matchev, and Martin Schmaltz. Radiative corrections to Kaluza-Klein masses. *Phys. Rev. D*, 66(3):036005, aug 2002. doi: 10.1103/PhysRevD.66.036005.
- [87] Andrzej J. Buras, Michael Spranger, and Andreas Weiler. The impact of universal extra dimensions on the unitarity triangle and rare K and B decays. *Nucl. Phys. B*, 660(1-2):225–268, jun 2003. doi: 10.1016/S0550-3213(03)00250-5.
- [88] Aleksandr Azatov, Manuel Toharia, and Lijun Zhu. Higgs mediated flavor changing neutral currents in warped extra dimensions. *Phys. Rev. D*, 80(3):035016, aug 2009. doi: 10.1103/PhysRevD.80.035016.
- [89] G G Devidze and A G Liparteliani. $t \rightarrow \gamma$ decay in the ACD model. pages 1–6, apr 2013. URL <http://arxiv.org/abs/1304.4348>.
- [90] G. Eilam, B. Haeri, and A. Soni. Flavor-changing Higgs-boson transitions. *Phys. Rev. D*, 41(3):875–883, feb 1990. doi: 10.1103/PhysRevD.41.875.
- [91] Santi Béjar, Jaume Guasch, and Joan Solà. Higgs boson flavor-changing neutral decays into top quark in a general two-Higgs-doublet model. *Nucl. Phys. B*, 675(1-2):270–288, dec 2003. doi: 10.1016/j.nuclphysb.2003.10.005.
- [92] Santi Bejar, Francesc Dilme, Jaume Guasch, and Joan Sola. Higgs Boson Flavor-Changing Neutral Decays into Bottom Quarks in Supersymmetry. *J. High Energy Phys.*, 2004(08):018–018, aug 2004. doi: 10.1088/1126-6708/2004/08/018.
- [93] Santi Béjar, Jaume Guasch, and Joan Solà. Production and FCNC decay of supersymmetric Higgs bosons into heavy quarks in the LHC. *J. High Energy Phys.*, 2005(10):113–113, oct 2005. doi: 10.1088/1126-6708/2005/10/113.
- [94] R. Mertig, M. Böhm, and A. Denner. Feyn Calc - Computer-algebraic calculation of Feynman amplitudes. *Computer Physics Communications*, 64(3):345–359, jun 1991. doi: 10.1016/0010-4655(91)90130-D.
- [95] G. Passarino and M. Veltman. One-loop corrections for e^+e^- annihilation into $\mu^+\mu^-$ in the Weinberg model. *Nuclear Physics B*, 160(1):151–207, nov 1979. doi: 10.1016/0550-3213(79)90234-7.
- [96] R. Keith Ellis, Zoltan Kunszt, Kirill Melnikov, and Giulia Zanderighi. One-loop calculations in quantum field theory: From Feynman diagrams to unitarity cuts. *Physics Reports*, 518(4-5):141–250, sep 2012. doi: 10.1016/j.physrep.2012.01.008.
- [97] G.J. van Oldenborgh. FF — a package to evaluate one-loop Feynman diagrams. *Computer Physics Communications*, 66(1):1–15, jul 1991. doi: 10.1016/0010-4655(91)90002-3.
- [98] T. Hahn and M. Pérez-Victoria. Automated one-loop calculations in four and D dimensions. *Computer Physics Communications*, 118(2):153–165, 1999. doi: 10.1016/S0010-4655(98)00173-8.
-

- [99] Particle Data Group. Review of particle physics*. *Phys. Rev. D*, 86:010001, Jul 2012. doi: 10.1103/PhysRevD.86.010001.
- [100] Gianluca Blankenburg, John Ellis, and Gino Isidori. Flavour-Changing Decays of a 125 GeV Higgs-like Particle. *Phys. Lett. B*, 712(4-5):386–390, 2012. doi: 10.1016/j.physletb.2012.05.007.
- [101] Roni Harnik, Joachim Kopp, and Jure Zupan. Flavor violating higgs decays. *J. High Energy Phys.*, 2013(3), 2013. doi: 10.1007/JHEP03(2013)026.
- [102] H. Novales-Sánchez J. J. Toscano A. Granados-González, I. García-Jiménez. Trabajo en proceso.
- [103] A Granados-González, M A López-Osorio, E Martínez-Pascual, G I Nápoles-Cañedo, H Novales-Sánchez, and J J Toscano. Standard Model with extra dimensions II: One-loop structure, regularization, renormalization, and asymptotic freedom. 11(1010):1–31, apr 2017. URL <http://arxiv.org/abs/1704.07339>.
- [104] I. García-Jiménez, J. Montaña, G. I. Nápoles-Cañedo, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, and E. S. Tututi. Diphoton Higgs signal strength in a Standard Model extension to extra dimensions. (1):1–25, 2017. URL <http://arxiv.org/abs/1705.02637>.
- [105] Aneesh V. Manohar. Effective field theories. In *Perturbative Nonperturbative Asp. Quantum F. Theory*, pages 311–362. Springer Berlin Heidelberg, 1995. doi: 10.1007/BFb0104294.
- [106] a. Pich. Effective Field Theory. (June 1998):106, 1998. URL <http://arxiv.org/abs/hep-ph/9806303>.
- [107] Dhiman Chakraborty, Jacobo Konigsberg, and David Rainwater. TOP-QUARK PHYSICS. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 53(1):301–351, dec 2003. doi: 10.1146/annurev.nucl.53.041002.110601.
- [108] Y Sumino. Top Quark Physics. pages 135–186. nov 2005. doi: 10.1142/9789812703491_0003.
- [109] W Bernreuther. Top-quark physics at the LHC. *J. Phys. G Nucl. Part. Phys.*, 35(8):083001, aug 2008. ISSN 0954-3899. doi: 10.1088/0954-3899/35/8/083001.
- [110] K Wendy and J George. THE TOP QUARK. *Part. Data Gr.*, pages 1–58, 2015. URL <http://pdg.lbl.gov>.
- [111] Marek Jezabek and Johann H. Kühn. Top quark width: Theoretical update. *Phys. Rev. D*, 48(5):R1910–R1913, sep 1993. doi: 10.1103/PhysRevD.48.R1910.
- [112] RICARDO GAITÁN LOZANO and LUIS G. CABRAL-ROSETTI. TOP QUARK DECAYS IN EXTENDED MODELS. *Int. J. Mod. Phys. E*, 20(supp01):175–182, dec 2011. doi: 10.1142/S0218301311040220.
- [113] J.A. Aguilar-Saavedra and B.M. Nobre. Rare top decays $t \rightarrow c\gamma$, $t \rightarrow cg$ and CKM unitarity. *Phys. Lett. B*, 553(3-4):251–260, feb 2003. doi: 10.1016/S0370-2693(02)03230-6.
- [114] Abdesslam Arhrib and Wei-Shu Hou. Flavor changing neutral currents involving heavy quarks with four generations. *J. High Energy Phys.*, 2006(07):009–009, jul 2006. doi: 10.1088/1126-6708/2006/07/009.
- [115] K. Suxho. Top-quark Decays to Higgs boson in MSSM. (May), dec 2015. URL <http://arxiv.org/abs/1512.08661>.

-
- [116] F. LARIOS, R. MARTÍNEZ, and M. A. PÉREZ. NEW PHYSICS EFFECTS IN THE FLAVOR-CHANGING NEUTRAL COUPLINGS OF THE TOP QUARK. *Int. J. Mod. Phys. A*, 21(17):3473–3493, jul 2006. doi: 10.1142/S0217751X06033039.
- [117] D0 Collaboration. Search for flavor changing neutral currents via quark–gluon couplings in single top quark production using 2.3 fb^{-1} of $p\bar{p}$ collision. *Phys. Lett. B*, 693(2):81–87, sep 2010. doi: 10.1016/j.physletb.2010.08.011.
- [118] CMS Collaboration. Search for the flavor-changing neutral-current decay $t \rightarrow zq$ in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96 \text{ tev}$. *Phys. Rev. Lett.*, 101(19):192002, nov 2008. doi: 10.1103/PhysRevLett.101.192002.
- [119] CMS Collaboration. Search for top quark decays $t \rightarrow qH$ with $H \rightarrow \gamma\gamma$ in pp collisions at $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$. Technical report, CERN, 2015. URL <http://cds.cern.ch/record/2034227>.
- [120] Granados-González A. Standard model with extra dimensions ii: One-loop structure, regularization, renormalization, and asymptotic freedom.
- [121] Particle Data Group. Review of Particle Physics. *Chinese Phys. C*, 38(9):090001, aug 2014. doi: 10.1088/1674-1137/38/9/090001.
- [122] Cambridge 1995); J. Polchinski *Effective field theory and the Fermi surface* hep-th/9210046; C. P. Burgess S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields* (Cambridge University Press, Phys. Rev. D **48** 4337 (1993); H. Georgi *Weak Interactions and Modern Particle Theory* (Benjamin/Cummings Menlo Park CA 1984); M. B. Einhorn D. London, *Uses and abuses of effective Lagrangians*, Nucl.Phys. **B876** 556 (2013) arXiv:1307.0478; T. Appelquist J. Wudka, *The Bases of Effective Field Theories*, and Phys. Rev. D **22** 200 (1980). C. Bernard, *Strongly interacting Higgs bosons*.
- [123] E. Elizalde, A. Romeo, S. D. Odintsov, A. A. Bytsenko, and S. Zerbini. zeta-function regularization of sums over known spectrum. In *Zeta Regul. Tech. with Appl.*, pages 23–55. WORLD SCIENTIFIC, may 1994. doi: 10.1142/9789812779342_0002.
- [124] Ariel Edery. Multidimensional cut-off technique, odd-dimensional Epstein zeta functions and Casimir energy of massless scalar fields. *J. Phys. A. Math. Gen.*, 39(3):685–712, jan 2006. doi: 10.1088/0305-4470/39/3/017.
- [125] I. García-Jiménez, J. Montaña, G. I. Nápoles-Cañedo, N. Novales-Sánchez, J. J. Tosacano, and E. S. Tututi. Diphoton higgs signal strength in a standard model extension to extra dimensions. *En preparación*.
- [126] Abraham Pais. On Spinors in n Dimensions. *J. Math. Phys.*, 3(6):1135, 1962. doi: 10.1063/1.1703856.
- [127] A. D. Kennedy. Clifford algebras in 2ω dimensions. *J. Math. Phys.*, 22(7):1330, 1981. doi: 10.1063/1.525069.
-