



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Propiedades electromagnéticas del bosón de norma W^\pm en el modelo estándar con dimensiones extra

Tesis presentada al

Posgrado en Física Aplicada

como requisito parcial para la obtención del grado de

Maestro en Ciencias (Física Aplicada)

por

Josué Rodríguez Lima

asesorado por

Dr. J. Jesús Toscano Chávez

Dra. María Alicia López Osorio

Puebla Pue.
Noviembre 2015

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla



Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Propiedades electromagnéticas del bosón de norma W^\pm en el
modelo estándar con dimensiones extra

Tesis presentada al

Posgrado en Física Aplicada

como requisito parcial para la obtención del grado de

Maestro en Ciencias (Física Aplicada)

por

Josué Rodríguez Lima

asesorado por

Dr. J. Jesús Toscano Chávez

Dra. María Alicia López Osorio

Puebla Pue.
Noviembre 2015

Título: Propiedades electromagnéticas del bosón de norma W^\pm en el modelo estándar con dimensiones extra

Estudiante: JOSUÉ RODRÍGUEZ LIMA

COMITÉ

Dr. Gilberto Tavares Velasco
Presidente

Dr. Gerardo Francisco Torres del Castillo
Secretario

Dr. Lorenzo Justiniano Díaz Cruz
Vocal

Dr. Eric Martínez Pascual
Suplente

Dr. J. Jesús Toscano Chávez
Asesor

Dra. María Alicia López Osorio
Asesor

Índice general

Resumen	III
Introducción	V
1. Modelo Estándar	1
1.1. Rompimiento espontáneo de una simetría	2
1.2. Los sectores del Modelo Estándar Electro débil	4
1.2.1. Sector de Yang-Mills	5
1.2.2. El sector de Higgs	6
1.2.3. Sector de Yukawa	7
1.2.4. Sector de corrientes	8
2. El vértice $W^+W^-\gamma$ en el modelo estándar	9
2.1. Contribución del sector de Yang-Mills	10
2.1.1. Contribución de diagramas con un fotón virtual	13
2.1.2. Contribución de diagramas con un Z virtual	16
2.1.3. Contribución del diagrama con sólo W s virtuales	19
2.2. Contribución Higgs-Bosón de Norma	20
2.3. Contribución fermiónica	23
2.3.1. Contribución leptónica	23
2.3.2. Contribución de quarks	25
3. El Modelo Estándar con n dimensiones extra	29
3.1. El sector de Yang-Mills	30
3.2. El Sector de Higgs	33
4. Contribución bosónica de un lazo al vértice $WW\gamma$ en dimensiones extra	37
4.1. Contribución vectorial del sector de Yang-Mills	39
4.1.1. Contribución vectorial del fotón γ	43
4.1.2. Contribución vectorial del bosón W	47
4.1.3. Contribución vectorial del bosón Z	48
4.2. Contribución Higgs-vectorial	51
5. Conclusiones	57
Bibliografía	58
A. Objetos covariantes del sector de Higgs	63

Resumen

Se estudian las contribuciones, a orden de un lazo, debidas a excitaciones de Kaluza-Klein al vértice $WW\gamma$. Dicho estudio se lleva a cabo en el contexto del Modelo Estándar definido en un espacio con n dimensiones espaciales extra compactas. Este vértice es parametrizado mediante los llamados factores de forma, los cuales definen las propiedades electromagnéticas del bosón W . En una primera etapa, se estudia a detalle dicho vértice en el marco del Modelo Estándar en 4 dimensiones mediante programas realizados en el software FeynCalc, en estos programas se hace uso de la descomposición covariante de Passarino-Veltman implementada en el software. En una segunda etapa, los programas obtenidos son usados para calcular las contribuciones al vértice $WW\gamma$ que surgen de las excitaciones de Kaluza-Klein correspondientes a los bosones de norma electrodébiles y al bosón de Higgs predichas en el Modelo Estándar con n dimensiones espaciales extra compactas. Estas nuevas aportaciones son finitas en lo que respecta a las 4 dimensiones conocidas y respetan invariancia de norma electromagnética.

Introducción

El descubrimiento del bosón de Higgs por los experimentos ATLAS [1] y CMS [2] del Gran Colisionador de Hadrones (LHC por sus siglas en inglés) impulsará nuevos experimentos y la construcción de colisionadores más potentes, como el Colisionador Lineal Internacional [3] (ILC por sus siglas en inglés). Dichos experimentos permitirán examinar con mayor precisión ciertas observables del Modelo Estándar (ME) a energías que por ahora no están disponibles y que podrían conducir a evidencia de nueva física. El sector de Yang-Mills de la teoría electrodébil del ME es uno de los menos explorados experimentalmente con alta precisión; en este sector se tienen los vértices trilineales $W^-W^+\gamma$ y W^-W^+Z , cuyas mediciones reportadas por el Particle Data Group [4], si bien consistentes con la predicción del ME, tienen un nivel de precisión adecuado para el orden de la acción clásica, pero son insuficientes para el orden de un lazo. Las fluctuaciones cuánticas de estos vértices han sido estudiadas ampliamente en la literatura en diversos contextos [5]; en particular el vértice $W^-W^+\gamma$, con las tres partículas reales, ha permitido determinar las propiedades electromagnéticas estáticas del bosón W : carga, dipolos eléctrico y magnético y cuadrupolos eléctrico y magnético. Este vértice fue calculado por W.A. Bardeen *et al.* en 1972 en el contexto del ME usando la norma unitaria [6]. La sensibilidad de este vértice a efectos de nueva física ha sido estudiada en diversas teorías de extensión, como modelos con dos dobletes de Higgs [7], con un triplete de Higgs [8], teorías supersimétricas [9], modelos con bosones Z extra [10], teorías con bosones W y Z extra [11], teorías efectivas [12], modelos 331 [13], modelos con Higgs pequeño [14] y ME con una dimensión extra compacta [15].

En esta tesis de maestría se estudia el vértice $WW\gamma$ en dos contextos: en el del ME definido en un espaciotiempo de cuatro dimensiones y en el del ME en presencia de un número arbitrario de dimensiones espaciales extra compactas [16, 17].

Dentro del ME en cuatro dimensiones, se analizará el mencionado vértice mediante programas realizados en FeynCalc, aplicando la descomposición covariante de Passarino-Veltman y la regla de l'Hôpital. Analizando así las contribuciones correspondientes a los sectores de Yang-Mills, de Higgs y fermiónico que aportan a los factores de forma $\Delta\kappa$ y ΔQ .

El otro contexto está basado en un modelo que es una extensión del ME donde el espacio tiempo está compuesto por una variedad de Minkowski en cuatro dimensiones y una variedad compacta formada con n copias de S^1/Z_2 , considerando cada copia de S^1 con un radio distinto R_i ; este espacio tiempo ya ha sido implementado para el caso de una teoría de Yang-Mills [18]. Una extensión del ME de esta naturaleza comprende aspectos técnicos como la introducción de representaciones espinoriales y tensoriales del grupo de Lorentz $SO(1, 3+n)$, así como su posterior mapeo a representaciones del grupo $SO(1, 3)$. Por ejemplo, los espinores de $SO(1, 3+n)$, los cuales tienen dimensión $2^{\frac{4+n}{2}}$, se pueden descomponer en $2^{\frac{n}{2}}$ espinores de $SO(1, 3)$. Este mapeo requiere una formulación explícita de las $4+n$ matrices de Dirac de dimensión $2^{\frac{4+n}{2}} \times 2^{\frac{4+n}{2}}$ en términos de las matrices de Dirac cuadrimensionales. Aspectos de este tipo y otros que aun están en la etapa de revisión [19], no se conocen en la literatura concerniente al tema.

Otro punto importante es la interpretación en este modelo. En contraste con otras extensiones del ME, los nuevos campos que parecen en este tipo de teorías no describen a nuevas partículas, sino que deben ser vistos como resultado de que las partículas ya conocidas se pueden propagar en más de cuatro dimensiones. Así, una partícula que en el espacio extendido es descrita por un tipo de campo que se transforma bajo una representación de $SO(1, 3+n)$, en el espacio de 4 dimensiones es caracterizada por varios campos, cada uno de ellos siendo transformado bajo una representación del grupo $SO(1, 3)$.

Ésto es resultado de un mapeo de objetos covariantes bajo $SO(1, 3 + n)$ a objetos covariantes bajo $SO(1, 3)$, el cual es necesario con el fin de implementar el proceso de compactificación. También existe otro tipo de multiplicidad, la cual surge como consecuencia de romper explícitamente el subgrupo de las traslaciones asociado al grupo de Poincaré $ISO(1, 3 + n)$ al subgrupo de las traslaciones del grupo de Poincaré $ISO(1, 3)$. A este tipo de campos, cuyo número es infinito, se les conoce con el nombre de excitaciones de Kaluza-Klein.

Aunque el vértice $WW\gamma$ ya ha sido estudiado en el contexto del ME con sólo una dimensión extra [20, 21], en esta tesis se estudia la generalización a n dimensiones extra, con el objetivo de investigar la sensibilidad de las propiedades electromagnéticas del bosón de norma W no sólo al tamaño de la variedad compacta, sino también a su dimensión. El trabajo está enfocado al cálculo, al orden de un lazo, que involucra las contribuciones, a los factores de forma $\Delta\kappa$ y ΔQ , de los diversos tipos de campos que surgen del sector bosónico de la teoría, dejando las contribuciones de quarks, leptones y campos escalares de Kaluza-Klein asociados a los bosones de norma electrodébiles para una análisis posterior. En esta primera aproximación, se examinarán aspectos de consistencia, como son ausencia de divergencias ultravioletas en la teoría efectiva (es decir, la resultante de la compactificación) e invariancia bajo el grupo de norma electromagnético. Otros aspectos, tales como las divergencias asociadas a la presencia de dimensiones extra y el análisis fenomenológico del proceso, no serán abordados.

Capítulo 1

Modelo Estándar

La descripción de las fuerzas fundamentales, sin tomar en cuenta la gravitacional, ha llevado a la física a desarrollar un marco teórico donde es posible describir a éstas y a sus consecuencias mediante herramientas y modelos matemáticos conocidos en conjunto como Modelo Estándar de partículas elementales (ME). En este contexto las fuerzas involucradas, electrodébil y fuerte, son representadas mediante el grupo de norma $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$.

El grupo $SU_C(3)$ ¹ representa la fuerza nuclear fuerte o cromodinámica cuántica (QCD por sus siglas en inglés) donde se tienen ocho campos de norma G_μ^a $a = 1 \dots 8$, asociados los gluones, y una constante de acoplamiento g_s ². Además dentro de la teoría, este grupo no es roto espontáneamente por lo que los gluones permanecen sin masa.

Por otro lado $SU_L(2) \times U_Y(1)$ ³ representa la fuerza electrodébil de la cual surgen las interacciones⁴ débil y electromagnética mediante la ruptura espontánea del grupo donde los campos W_μ^i (con $i = 1, 2, 3$) y B_μ , asociados a $SU_L(2)$ y $U_Y(1)$ respectivamente, dan origen a los campos W_μ^+ , W_μ^- , Z_μ , A_μ que emergen como combinaciones lineales de los primeros.

Los campos de eigenestados de masa W_μ^\pm asociados a los bosones W^\pm se definen en términos de los campos $W_\mu^{1,2}$ como:

$$W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 - iW_\mu^2), \quad (1.1)$$

$$W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + iW_\mu^2), \quad (1.2)$$

mientras que los campos asociados al bosón Z y el fotón A son introducidos en la teoría a través de la rotación

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_W & s_W \\ -s_W & c_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

siendo c_W (s_W) una notación corta para $\cos \theta_W$ ($\sin \theta_W$), y están definidos de la siguiente forma

$$c_W = \frac{g}{\sqrt{g'^2 + g^2}}, \quad (1.4)$$

$$s_W = \frac{g'}{\sqrt{g'^2 + g^2}}, \quad (1.5)$$

¹El subíndice C indica “color” de ahí surge el término cromodinámica.

²El subíndice s indica “strong” haciendo referencia a fuerza nuclear fuerte.

³El subíndice L indica la helicidad izquierda de la cual se hablará más adelante mientras que Y corresponde a la hipercarga.

⁴Se están tomando de forma equivalente las palabras fuerza e interacción.

con g y g' las constantes de acoplamiento de $SU_L(2)$ y $U_Y(1)$ respectivamente, en tanto que, θ_W es el llamado ángulo débil.

Finalmente una característica que tiene esta interacción es la capacidad de distinguir los llamados estados de helicidad asociados con los operadores de proyección, P_L y P_R , definidos como:

$$P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5), \quad (1.6)$$

$$P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5), \quad (1.7)$$

en donde $\gamma^5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$, siendo γ_μ con $\mu = 0, 1, 2, 3$ las matrices de Dirac. Estos operadores son hermíticos y proyectan espinores a estados de helicidad izquierda o derecha respectivamente, los cuales se transforman de distinta forma bajo el grupo $SU_L(2)$. Los fermiones con helicidad izquierda se transforman de forma no trivial por lo que son agrupados en dobletes.

1.1. Rompimiento espontáneo de una simetría

Dado que un grupo de norma no puede dar masa a los campos involucrados es necesario introducir un mecanismo mediante el cual sea posible hacerlo sin destruir la simetría original del grupo.

La ruptura espontánea de una simetría aparece cuando el vacío del sistema (estado de mínima energía) está degenerado. El vacío físico del sistema es sólo uno de los posibles estados mínimos de energía, los cuales están conectados por las simetrías del potencial. Cuando se accede a este estado de energía particular se rompe la simetría de los estados físicos, aunque el lagrangiano de la teoría sigue siendo invariante bajo el grupo en consideración. Una definición simple del fenómeno de rompimiento espontáneo de la simetría (RES) es la siguiente:

Un sistema físico tiene una simetría que es espontáneamente rota si las interacciones que gobiernan la dinámica del sistema poseen tal simetría pero el estado base no.

Véase el caso de una simetría discreta. Se considera una teoría que comprende un campo escalar real $\phi(x)$, con lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - V(\phi), \quad (1.8)$$

donde el potencial escalar o potencial de Higgs es

$$V(\phi) = \frac{\mu^2}{2}\phi^2 + \frac{\lambda}{4}\phi^4, \quad (1.9)$$

siendo λ es un número real positivo. Este potencial es invariante ante reflexiones dadas por la transformación $\phi \rightarrow -\phi$, es decir, este potencial tiene una simetría discreta. Se busca el valor ϕ_0 del campo que hace mínimo al potencial:

$$\left. \frac{\partial V}{\partial \phi} \right|_{\phi_0} = (\mu^2 + \lambda\phi_0^2)\phi_0 = 0. \quad (1.10)$$

De esta expresión se puede apreciar que se tienen dos casos:

- Caso 1. $\mu^2 > 0$. La condición de extremo se satisface para $\phi_0 = 0$, lo cual corresponde a un mínimo no degenerado. El mínimo de energía (estado base) es cero. La energía del sistema es siempre mayor o igual a cero, como se ilustra en la figura 1.1. Este caso corresponde al de una partícula escalar con masa dada por $m = \mu$.

CAPÍTULO 1. MODELO ESTÁNDAR
1.1. ROMPIMIENTO ESPONTÁNEO DE UNA SIMETRÍA

- Caso 2. $\mu^2 < 0$. La condición de extremo se satisface para $\phi_0 \neq 0$. Los posibles valores de ϕ_0 están determinados por la ecuación

$$\phi_0^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda} \equiv v^2, \quad (1.11)$$

así que el vacío tiene un grado de degeneración igual a 2, ya que, $\phi_0 = \pm v$ (ver figura 1.1). Note que los estados de vacío están relacionados mediante una transformación de reflexión. Se dice que la simetría se rompe espontáneamente cuando uno de estos vacíos es elegido.

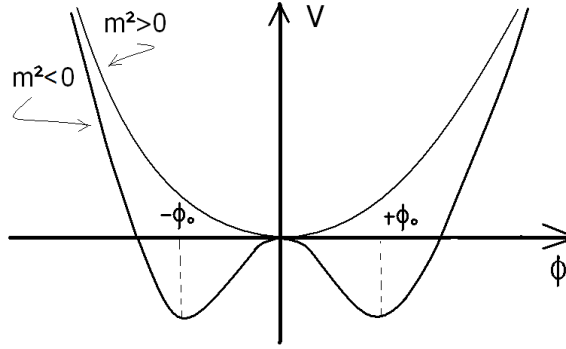


Figura 1.1: Potencial de Higgs, se muestran los dos mínimos para el caso 2.

Se consideran pequeñas perturbaciones alrededor de un mínimo degenerado, tomando

$$\phi(x) = v + h(x), \quad (1.12)$$

con $h(x)$ un campo escalar real. Sustituyendo en (1.8) y usándose las condiciones de mínimo se obtiene

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 - \lambda v^2 h^2 - \lambda v h^3 - \frac{\lambda}{4} h^4 + \frac{\lambda}{4} v^4. \quad (1.13)$$

Note que el campo $h(x)$ adquiere una masa dada por $m = \sqrt{2\lambda}v$.

El fenómeno del RES toma especial relevancia cuando la simetría involucrada es continua. Suponga que se tiene un grupo de Lie G ($SU(N)$ por ejemplo) y un potencial de Higgs idéntico en forma al dado anteriormente, sólo que ahora depende de un multiplete complejo Φ , es decir, se tiene

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - V(\Phi^\dagger \Phi), \quad (1.14)$$

donde el potencial de Higgs está dado por

$$V(\Phi) = \frac{\mu^2}{2}\Phi^\dagger \Phi + \frac{\lambda}{4}(\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (1.15)$$

siendo

$$\Phi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{pmatrix}, \quad (1.16)$$

el multiplete mencionado con anterioridad. Suponga que dicho potencial es invariante bajo transformaciones globales de G . Cuando $\mu^2 < 0$ el sistema presenta RES. En este caso, la ecuación que determina los estados de vacío es

$$\Phi_0^\dagger \Phi_0 = -\frac{\lambda}{\mu^2} \equiv v^2. \quad (1.17)$$

Así que el número infinito de vacíos definen la superficie de una esfera de radio v y dimensión determinada por el número de campos escalares reales que involucra al multiplete complejo de G , Φ . El potencial es mínimo sobre todos los puntos de esta esfera, así que el estado base tiene degeneración infinita.

La definición de la teoría requiere que uno de estos estados de vacíos sea elegido, pero se puede elegir cualquiera de ellos, ya que todos son equivalentes en virtud de que están relacionados mediante el grupo G , la elección de uno de ellos causa el RES. Con esto, la teoría resultante contiene un cierto número de campos escalares con masa exactamente igual a cero, los cuales son conocidos con el nombre de bosones de Goldstone, así como otro número de escalares con masa proporcional a la escala v , los cuales reciben el nombre de bosones de Higgs. El número de bosones de Goldstone coincide con el número de generadores del grupo G que son rotos cuando se elige uno de los vacíos Φ_0 . Los generadores de G que no son rotos, definen un subgrupo H , el cual gobierna las simetrías de la teoría rota espontáneamente en forma manifiesta. Se dice que el grupo G es roto espontáneamente a H , lo anterior se sintetiza en el llamado Teorema de Goldstone.

Cuando G es un grupo de norma el RES da origen a un fenómeno más interesante, el cual, a diferencia del caso de la simetría global, podría realizarse en la naturaleza. Cuando la simetría es de norma, el término cinético en el sector de Higgs, $(\partial_\mu \Phi)^\dagger (\partial^\mu \Phi)$ debe remplazarse por $(D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi)$, con D_μ la derivada covariante del grupo G . Después del RES se tiene, como en el caso global, la presencia de bosones de Goldstone y bosones de Higgs, pero hay un ingrediente adicional, el cual consiste en que un número de bosones de norma, exactamente igual al número de bosones de Goldstone, adquieren una masa proporcional a la escala v . A este fenómeno se le conoce con el nombre de Mecanismo de Higgs. En esta teoría, los bosones de Goldstone no representan grados de libertad físicos, ya que pasan a formar parte de las componentes de polarización longitudinales de los bosones de norma que adquirieron masa por lo que reciben el nombre de pseudo bosones de Goldstone. El mecanismo de Higgs juega un papel esencial en la teoría electrodébil, ya que permite dotar de masas a los bosones débiles W^\pm y Z mediante el rompimiento del grupo electrodébil al grupo electromagnético: $SU_L(2) \times U_Y(1) \rightarrow U_e(1)$. Como veremos a continuación, este esquema de RES se implementa mediante un doblete de escalares o doblete de Higgs del grupo electrodébil.

1.2. Los sectores del Modelo Estándar Electrodébil

El Lagrangiano del Modelo Estándar Electrodébil es un invariante de Lorentz, siéndolo también ante las transformaciones de norma particulares del grupo involucrado. Sus términos se construyen con los campos asociados a las partículas involucradas en los procesos electrodébiles y con la derivada covariante, que en la representación fundamental del grupo tiene la siguiente forma:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig' \frac{Y}{2} B_\mu - ig \frac{\tau^i}{2} W_\mu^i, \quad (1.18)$$

donde B_μ y $\frac{Y}{2}$ representan al campo de norma y al generador del grupo abeliano de hipercarga $U_Y(1)$ respectivamente. Para el caso de un singlete derecho, W_μ^i son los campos de norma y $\frac{\tau^i}{2}$ son los generadores en la representación de dobletes, asociados con el grupo $SU_L(2)$; g' y g son las constantes de acoplamiento propias de los grupos $U_Y(1)$ y $SU_L(2)$, respectivamente.

El lagrangiano puede ser dividido en diferentes sectores: sector de Higgs, de Yang–Mills, de Corrientes y sector de Yukawa, donde cada uno tiene un propósito bien definido. Esto se indica de la siguiente manera:

CAPÍTULO 1. MODELO ESTÁNDAR
1.2. LOS SECTORES DEL MODELO ESTÁNDAR ELECTRODÉBIL

$$\mathcal{L}_{MEE} = \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_C + \mathcal{L}_Y, \quad (1.19)$$

en esta expresión, \mathcal{L}_H , \mathcal{L}_{YM} , \mathcal{L}_C y \mathcal{L}_Y son los lagrangianos asociados a los sectores de Higgs, de Yang–Mills, de Corrientes y Yukawa, respectivamente. A continuación se presenta una breve descripción de cada uno de estos sectores.

1.2.1. Sector de Yang-Mills

El sector de Yang–Mills está compuesto de los términos de autointeracciones y cinéticos de los campos de norma, W_μ^i y B_μ , asociados con el grupo electrodébil $SU_L(2) \times U_Y(1)$. Dado que estos campos no se transforman covariantemente bajo el grupo de norma, los invariantes deben ser construidos usando curvaturas.

- Grupo $SU_L(2)$. La curvatura $W_{\mu\nu}$ está definida por

$$[D_\mu, D_\nu] = -igW_{\mu\nu}, \quad (1.20)$$

donde $D_\mu = \partial_\mu - igW_\mu$ es la derivada covariante y $W_\mu = T^i W_\mu^i$ es la conexión, siendo T^i los generadores del grupo. En términos de la conexión, la curvatura está dada por

$$W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu + ig[W_\mu, W_\nu] = T^i \partial_\mu W_\nu - T^i \partial_\nu W_\mu + ig[T^j, T^k] W_\mu^j W_\nu^k = W_{\mu\nu}^i T^i, \quad (1.21)$$

la cual se transforma bajo la representación adjunta de $SU_L(2)$ como:

$$W'_{\mu\nu}(x) = U(x)W_{\mu\nu}(x)U^\dagger(x), \quad U(x) \in SU_L(2). \quad (1.22)$$

Tomando las componentes de $W_\mu = T^i W_\mu^i$ y $W_{\mu\nu} = T^i W_{\mu\nu}^i$, podemos escribir

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g\epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k, \quad (1.23)$$

donde se usó el álgebra del grupo $[T^i, T^j] = i\epsilon^{ijk} T^k$.

- Grupo $U_Y(1)$. La curvatura $B_{\mu\nu}$ esta definida por

$$[D_\mu, D_\nu] = -ig'B_{\mu\nu}, \quad (1.24)$$

donde $D_\mu = \partial_\mu - ig'B_\mu$ es la derivada covariante. En este caso de un grupo abeliano, en términos de la conexión la curvatura está dada por

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (1.25)$$

la cual es un invariante de $U_Y(1)$:

$$B'_{\mu\nu}(x) = B_{\mu\nu}(x). \quad (1.26)$$

Con estas curvaturas, el invariante más general de hasta dimensión cuatro que se puede construir es:

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{2}Tr[W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}] - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}. \quad (1.27)$$

Utilizando la normalización $Tr[T_i T_j] = \delta_{ij}/2$, para los generadores de $SU_L(2)$, el lagrangiano adquiere la forma

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}. \quad (1.28)$$

Al introducir los campos de eigenestados de masa W^\pm , Z^μ y A^μ , junto con las siguientes definiciones

$$\begin{aligned} \hat{W}_{\mu\nu}^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_{\mu\nu}^1 \mp iW_{\mu\nu}^2), \\ Z_{\mu\nu} &= \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu, \\ F_{\mu\nu} &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \end{aligned} \quad (1.29)$$

el sector de Yang–Mills toma la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{YM} &= -\frac{1}{2}\hat{W}_{\mu\nu}^-\hat{W}_+^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ &\quad -\frac{1}{4}Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} - ig(s_W F_{\mu\nu} + c_W Z_{\mu\nu})W^{-\mu}W^{+\nu} \\ &\quad +g^2(W_\mu^-W_\nu^+ - W^{+\mu}W^{-\nu})(W^{-\mu}W^{+\nu} - W^{+\mu}W^{-\nu}). \end{aligned} \quad (1.30)$$

Esta lagrangiana contiene las partes cinéticas de los cuatro bosones de norma, así como sus autointeracciones.

1.2.2. El sector de Higgs

El sector de Higgs es exclusivamente bosónico y es el encargado de generar las masas de los bosones de norma débiles, W^\pm y Z , vía el rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil. En este sector también se genera la masa del bosón de Higgs; así como sus autointeracciones y acoplamientos con los bosones de norma W^\pm y Z . Este sector es determinado por un doblete (dobleto de Higgs) del grupo electrodébil, Φ , con hipercarga $Y = +1$, el cual es dado por

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{pmatrix}, \quad (1.31)$$

donde Φ_i con $i = 1, 2$ son campos complejos. La lagrangiana que define a este sector está dada por

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) - V(\Phi), \quad (1.32)$$

donde el primer término corresponde al sector cinético de Higgs y el segundo al potencial de Higgs, dado por

$$V(\Phi) = \mu^2(\Phi^\dagger\Phi) + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2, \quad (1.33)$$

para este caso la derivada covariante adquiere la forma

$$D_\mu = \partial_\mu - ig'\frac{1}{2}B_\mu - ig\frac{\tau^i}{2}W_\mu^i, \quad (1.34)$$

debido al valor de hipercarga $Y = +1$.

Se toma $\mu^2 < 0$, por lo que la teoría presenta RES, con esto el grupo electrodébil es roto al grupo electromagnético cuando la componente Φ_2 del dobleto de Higgs desarrolla un valor esperado en el vacío. Suele elegirse el siguiente valor del vacío:

CAPÍTULO 1. MODELO ESTÁNDAR
1.2. LOS SECTORES DEL MODELO ESTÁNDAR ELECTRODÉBIL

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.35)$$

para hacer un desarrollo perturbativo de la teoría entorno a este. Para ello se realiza la traslación

$$\Phi \rightarrow \Phi' = \Phi + \Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_W^+ \\ \frac{H+iG_Z}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_W^+ \\ \frac{v+H+iG_Z}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.36)$$

siendo H el bosón de Higgs, mientras que G_W^\pm y G_Z son los pseudo bosones de Goldstone asociados con los bosones de norma débiles W^\pm y Z , respectivamente. En la norma unitaria, $G_W^\pm = 0$ y $G_Z = 0$, con lo que se tiene

$$\Phi' = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.37)$$

así la lagrangiana para el sector de Higgs toma la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_H = & \frac{1}{2}(\partial_\mu H)(\partial^\mu H) - \frac{1}{2}m_H^2 H^2 - \frac{g}{2} \frac{m_H^2}{m_W} H^3 - \frac{g^2}{8} \frac{m_H^2}{m_W^2} H^4 + m_W^2 W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{1}{2}m_Z^2 Z_\mu Z^\mu \\ & + gm_W H W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{gm_Z}{2c_W} H Z_\mu Z^\mu + \frac{g^2}{4} H^2 W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{g^2}{8c_W^2} H^2 Z_\mu Z^\mu, \end{aligned} \quad (1.38)$$

donde $m_W = \frac{gv}{2}$, $m_Z = \frac{m_W}{c_W}$ y $m_H = \sqrt{\lambda}v$ son las masas de los bosones W^\pm , Z y H , respectivamente. Como se puede apreciar de esta expresión, el sector de Higgs sirve para generar las masas de las partículas bosónicas del modelo, así como los acoplamientos del bosón de Higgs con los bosones electrodébiles.

1.2.3. Sector de Yukawa

Este sector tiene el objetivo de generar las masas de los fermiones vía el rompimiento espontáneo de la simetría, esto es, la lagrangiana de Yukawa genera las masas de los fermiones así como sus acoplamientos con el bosón de Higgs. Como los neutrinos no tienen helicidad derecha, no aparecen en este sector. En otras palabras, los neutrinos no adquieren masa y como consecuencia de ello no interactúan con el bosón de Higgs.

Con el fin de generar las masas para los fermiones de tipo up, es necesario introducir el siguiente objeto:

$$\tilde{\Phi} = i\tau_2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \frac{v+H-iG_Z}{\sqrt{2}} \\ -G_W^- \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{v+H}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{en la norma unitaria}, \quad (1.39)$$

el cual se transforma como un doblete de $SU_L(2) \times U_Y(1)$ con $Y = +1$. De esta manera, este sector se construye con invariantes de la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_Y = -Y_{ij}^d \bar{F}_{Li} \Phi f_{dRj} - Y_{ij}^u \bar{F}_{Li} \tilde{\Phi} f_{uRj} + h.c., \quad (1.40)$$

donde F_L es un doblete izquierdo de leptones o quarks y f_R representa un estado derecho de un leptón cargado o un quark de tipo down o un quark de tipo up. Considerando las tres familias de leptones y quarks, el lagrangiano de Yukawa se puede escribir como

$$\mathcal{L}_{YW} = -Y_{ij}^u \bar{Q}_L^i \phi^c u_R^j - Y_{ij}^d \bar{Q}_L^i \phi d_R^j - Y_{ij}^u \bar{l}_L^i \phi^c l_R^j - Y_{ij}^d \bar{l}_L^i \phi l_R^j + h.c. \quad (1.41)$$

CAPÍTULO 1. MODELO ESTÁNDAR
1.2. LOS SECTORES DEL MODELO ESTÁNDAR ELECTRODÉBIL

Después del RES, este lagrangiano da lugar a las masas de los fermiones, dadas por $m_f = Y^f \frac{v}{\sqrt{2}}$, donde las cantidades adimensionales Y^f ($f = e, \mu, \tau, u, d, c, s, t, b$) reciben el nombre de constantes de Yukawa. De este mismo sector surgen las interacciones del bosón de Higgs con pares de fermiones, las cuales son dadas por

$$\mathcal{L}_{H\bar{f}f} = -\frac{gm_f}{2m_W} H\bar{f}f. \quad (1.42)$$

1.2.4. Sector de corrientes

En el sector de corrientes se obtienen los acoplamientos entre los fermiones con los bosones de norma. A los acoplamientos de pares de fermiones con los bosones W^\pm se les conoce como corrientes cargadas, mientras que, a los acoplamientos con los bosones Z y A , se les nombra corrientes neutras. Para los quarks la lagrangiana de corrientes es

$$\mathcal{L}_q^C = i\bar{Q}'_{iL}\gamma^\mu D_\mu Q'_{iL} + i\bar{u}'_{iR}\gamma^\mu D_\mu u'_{iR} + i\bar{d}'_{iR}\gamma^\mu D_\mu d'_{iR}, \quad (1.43)$$

la cual, expresada en términos de los campos eigenestados de masa, toma la forma

$$\mathcal{L}_q^C = i\bar{U}\gamma^\mu \partial_\mu U + i\bar{D}\gamma^\mu \partial_\mu D + \frac{g_2}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ J^{-\mu} + J_\mu^+ W^{-\mu}) + \frac{g_2}{2cw} Z_\mu J_Z^\mu + eA_\mu J_A^\mu, \quad (1.44)$$

donde se han definido las siguientes corrientes:

$$\begin{aligned} J^{-\mu} &= \bar{U}_L \gamma_\mu K D_L, \\ J_Z^\mu &= \bar{U} \gamma_\mu (g_v^u + g_A^u \gamma^5) U + \bar{D} \gamma_\mu (g_v^d + g_A^d \gamma^5) D, \\ J_A^\mu &= \bar{U} \gamma_\mu U + \bar{D} \gamma_\mu D. \end{aligned} \quad (1.45)$$

En esta expresión, K es la matriz de mezcla de Kobayashi–Maskawa, entretanto los coeficientes $g_A^{u_i}, g_V^{u_i}$ con $u_i = u, d$, son constantes de acoplamiento que dependen de la carga del quark en consideración. En este caso las corrientes neutras conservan el sabor mientras que las cargadas no. Las cantidades D y U son vectores en el espacio de sabor con componentes (d, s, b) y (u, c, t) respectivamente.

En el caso de los leptones, la lagrangiana de corrientes está dada por

$$\mathcal{L}_l^C = i\bar{L}'_{iL}\gamma^\mu D_\mu L'_{iL} + i\bar{l}'_{iR}\gamma^\mu D_\mu l'_{iR}, \quad (1.46)$$

que expresada en términos de los campos eigenestados de masa toma la forma:

$$\mathcal{L}_l^C = i\bar{E}_i \gamma^\mu \partial_\mu E_i + i\bar{\nu}_L \gamma^\mu \partial_\mu \nu_L + \frac{g}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ J^{-\mu} + J_\mu^+ W^{-\mu}) + \frac{g}{2cw} Z_\mu J_Z^\mu + eA_\mu J_A^\mu, \quad (1.47)$$

donde se han definido las siguientes corrientes:

$$\begin{aligned} J^{-\mu} &= \bar{\nu}_L \gamma^\mu E_L, \\ J_Z^\mu &= \bar{\nu} \gamma^\mu (g_v^\nu + g_A^\nu \gamma^5) \nu + \bar{E} \gamma^\mu (g_v^E + g_A^E \gamma^5) E, \\ j_A^\mu &= \bar{\nu} \gamma^\mu \nu + \bar{E} \gamma^\mu E. \end{aligned} \quad (1.48)$$

En estas expresiones, E y ν son vectores en el espacio de sabor leptónico con componentes (e, μ, τ) y $(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$, respectivamente. En este sector, las corrientes neutras y cargadas conservan el sabor a todo orden de la serie perturbativa.

Capítulo 2

El vértice $W^+W^-\gamma$ en el modelo estándar

Un bosón de norma cargado, como el W^\pm , puede tener cuatro momentos electromagnéticos, además del acoplamiento monopolar. Los momentos multipolares que respetan CP son: el dipolo magnético y el cuadropolo eléctrico, mientras que, el dipolo eléctrico y cuadropolo magnético son aquellos que violan CP. Dichos momentos multipolares son determinados por combinaciones lineales de cuatro factores de forma, dos de los cuales son pares bajo CP, denotados como $\Delta\kappa$ y ΔQ , y dos impares denotados por $\Delta\tilde{\kappa}$ y $\Delta\tilde{Q}$ [41]. Estos factores de forma determinan la forma más general del vértice sobre capa de masa $W^-W^+\gamma$, tal como se muestra en la figura:

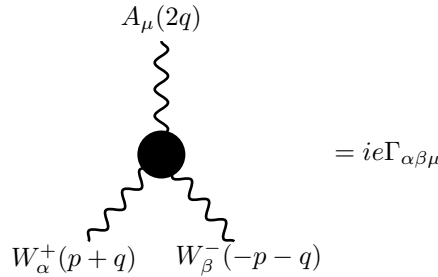


Figura 2.1: Forma genérica del vértice $WW\gamma$

La parametrización de dicho vértice en términos de los factores de forma es dada por:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha\beta\mu} = & A[2p_\mu g_{\alpha\beta} + 4(q_\beta g_{\alpha\mu} - q_\alpha g_{\beta\mu})] + 2\Delta\kappa(q_\beta g_{\alpha\mu} - q_\alpha g_{\beta\mu}) + \frac{4\Delta Q}{m_W^2} p_\mu q_\alpha q_\beta \\ & + 2\Delta\tilde{\kappa}\epsilon_{\alpha\beta\mu\lambda} q^\lambda + \frac{4\Delta\tilde{Q}}{m_W^2} q_\beta \epsilon_{\alpha\mu\lambda\rho} p^\lambda p^\rho. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Las propiedades electromagnéticas del bosón W^\pm que conservan CP, son definidas mediante los factores ΔQ y $\Delta\kappa$ de la siguiente manera:

$$\mu_W = \frac{e}{2m_W}(2 + \Delta\kappa) \rightarrow \text{momento dipolar magnético}, \quad (2.2)$$

$$Q_W = \frac{-2}{m_W^2}(1 + \Delta Q + \Delta\kappa) \rightarrow \text{momento cuadropolar eléctrico}. \quad (2.3)$$

CAPÍTULO 2. EL VÉRTICE $W^+W^-\gamma$ EN EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR DE YANG-MILLS

Por otra parte, los factores $\Delta\tilde{\kappa}$ y $\Delta\tilde{Q}$ definen el dipolo eléctrico y cuadropolo magnético:

$$\tilde{\mu}_W = \frac{e}{2m_W} \Delta\tilde{\kappa} \rightarrow \text{momento dipolar eléctrico} , \quad (2.4)$$

$$\tilde{Q}_W = \frac{-2}{m_w^2} (\Delta\tilde{Q} + \Delta\tilde{\kappa}) \rightarrow \text{momento cuadropolar magnético} . \quad (2.5)$$

En el modelo estándar, el factor de forma A es igual a 1 a nivel de árbol pero divergente a orden de un lazo, así que requiere de normalización. El resto de los factores de forma son cero a nivel de la acción clásica pero reciben contribuciones a orden de un lazo o más altos órdenes. A orden de un lazo, los factores ΔQ y $\Delta\kappa$ reciben contribuciones libres de divergencias ultravioletas. Por otro lado $\Delta\tilde{\kappa}$ y $\Delta\tilde{Q}$ a nivel de un lazo no reciben contribuciones en el modelo estándar, sino hasta el orden de dos lazos [42], razón por la cual están muy suprimidos.

Los factores de forma ΔQ y $\Delta\kappa$ reciben contribuciones de los sectores fermiónico (leptones y quarks), de Yang-Mills (bosones de norma electrodébiles) y de Higgs. Cada sector conduce de manera independiente a resultados invariantes de norma bajo el grupo electromagnético y libres de divergencias. De esta manera, las contribuciones de los diferentes sectores se pueden organizar de la siguiente manera:

$$\Delta\kappa = \Delta\kappa^F + \Delta\kappa^{YM} + \Delta\kappa^H , \quad (2.6)$$

$$\Delta Q = \Delta Q^F + \Delta Q^{YM} + \Delta Q^H , \quad (2.7)$$

donde F , YM y H indican los sectores fermiónico, de Yang-Mills y de Higgs, respectivamente.

2.1. Contribución del sector de Yang-Mills

En la norma unitaria, la contribución a un lazo del vértice $W^+W^-\gamma$ ocurre a través de los vértices $W^-W^+\gamma$, W^-W^+Z , $W^-W^+W^-W^+$, $W^-W^+\gamma\gamma$ y $W^-W^+Z\gamma$. En esta norma, la contribución ocurre a través de siete diagramas los cuales se pueden organizar en tres bloques de la siguiente manera:

- En el primer bloque se tienen los diagramas donde existe un fotón virtual los cuales son de tipo triángulo y burbuja.

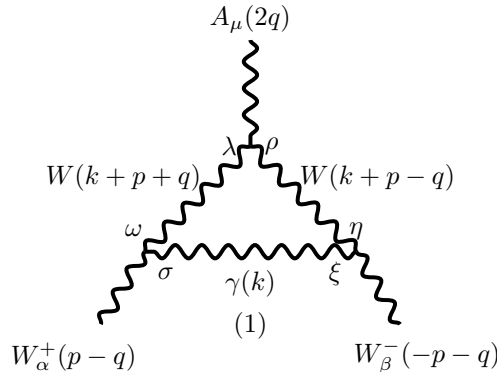


Figura 2.2: Diagrama de triángulo con un fotón virtual γ .

CAPÍTULO 2. EL VÉRTICE $W^+W^-\gamma$ EN EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR DE YANG-MILLS

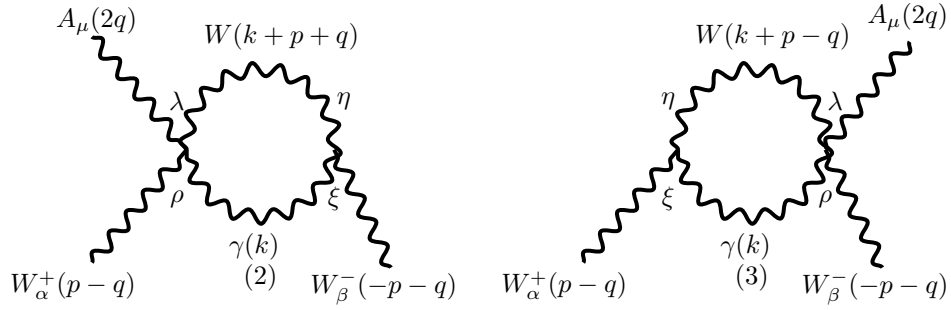


Figura 2.3: Burbujas con fotón virtual

- Pasamos ahora al bloque donde se tiene en lugar de un fotón (γ) un bosón Z virtual.

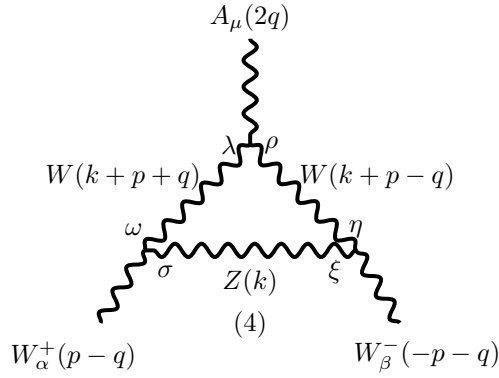


Figura 2.4: Diagrama de triangulo con un Z virtual.

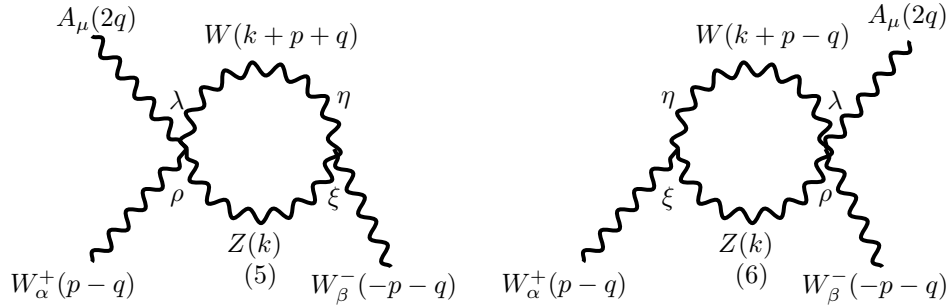


Figura 2.5: Burbujas con un Z virtual

- Existe además un último diagrama el cual no contiene bosones Z o γ sino únicamente bosones W^\pm , este diagrama corresponde al último bloque.

CAPÍTULO 2. EL VÉRTICE $W^+W^-\gamma$ EN EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR DE YANG-MILLS

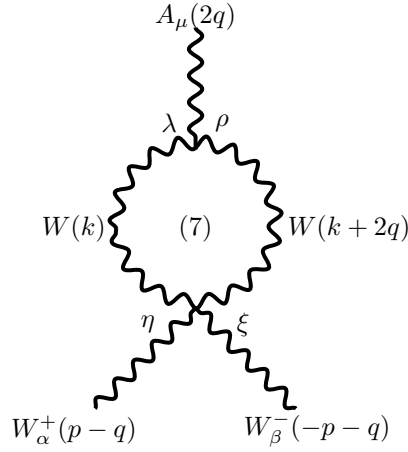
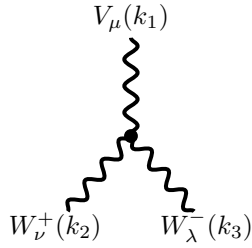


Figura 2.6: Diagrama de burbuja incluyendo únicamente bosones W^\pm .

Las reglas de Feynman necesarias para los cálculos de los diagramas anteriores son las siguientes:

- Acoplamiento vectorial de Z y γ con W^\pm



$$= -ig_V [(k_1 - k_2)_\lambda g_{\mu\nu} + (k_2 - k_3)_\mu g_{\nu\lambda} + (k_3 - k_1)_\nu g_{\lambda\mu}], \quad (2.8)$$

$$g_V = \begin{cases} e & \text{si } V = \gamma, \\ g_{cW} & \text{si } V = Z. \end{cases} \quad (2.9)$$

- Propagador de los bosones Z, W en la norma unitaria

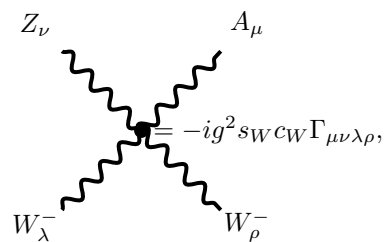
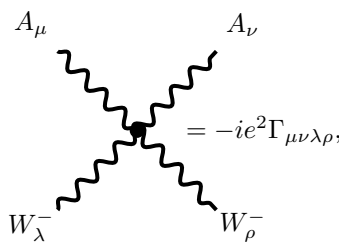
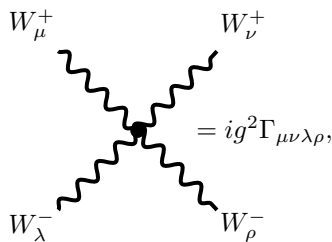
$$\delta \begin{array}{c} W^\pm(k) \\ \text{~~~~~} \\ \eta \end{array} = \frac{-ig}{k^2 - M_W^2} \left[g_{\delta\eta} - \frac{k_\delta k_\eta}{M_W^2} \right], \quad (2.10)$$

donde para el caso de Z se hace el cambio $M_W \rightarrow M_Z$.

- Propagador del fotón en la norma de t'Hooft-Feynman

$$\delta \begin{array}{c} \gamma(k) \\ \text{~~~~~} \\ \eta \end{array} = -i \frac{g_{\delta\eta}}{k^2}. \quad (2.11)$$

- Vértices de tipo $WWWW$, $WWAA$ y $WWAZ$



CAPÍTULO 2. EL VÉRTICE $W^+W^-\gamma$ EN EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR DE YANG-MILLS

donde

$$\Gamma_{\mu\nu\lambda\rho} = 2g_{\mu\nu}g_{\lambda\rho} - g_{\mu\lambda}g_{\nu\rho} - g_{\mu\rho}g_{\nu\lambda}. \quad (2.12)$$

Factorizando las cantidades $(ie), (ig^2)$, la contribución de un lazo al vértice $W^+W^-\gamma$ está dada por:

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu} = ig^2 \left[s_W^2 \sum_{i=1}^3 \Gamma_{\alpha\beta\mu}^{(i)} + c_W^2 \sum_{i=4}^6 \Gamma_{\alpha\beta\mu}^i + (s_W^2 + c_W^2) \Gamma_{\alpha\beta\mu}^{(7)} \right]. \quad (2.13)$$

Como veremos mas adelante, el bloque de diagramas (1),(2) y (3) contribuye a los tres factores de forma que caracterizan al vértice, pero sólo la contribución al factor de forma ΔQ es libre de divergencias ultravioletas. Una situación similar se presenta con la contribución del bloque de diagramas (4), (5) y (6). Por otra parte, el diagrama (7) sólo contribuye al factor de forma $\Delta\kappa$, pero como ocurre con las contribuciones de los otros bloques de diagramas, esta contribución es divergente. Un $\Delta\kappa^\gamma$ y un $\Delta\kappa^Z$ libre de divergencias son obtenidos sólo después de sumar la contribución del diagrama (7) a la contribución del bloque de diagramas (1) – (3) (proporcionales a s_W^2) y al bloque formado por los diagramas (4) – (6) (proporcionales a c_W^2).

De esta manera, los factores de forma generados por el sector de Yang-Mills a orden de un lazo, vienen dados como

$$\begin{aligned} \Delta\kappa^{\text{YM}} &= \Delta\kappa^\gamma + \Delta\kappa^Z, \\ \Delta Q^{\text{YM}} &= \Delta Q^\gamma + \Delta Q^Z. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Tomando en cuenta lo anterior, conviene agrupar las amplitudes tensoriales en tres partes correspondientes a cada bloque de diagramas mencionado.

2.1.1. Contribución de diagramas con un fotón virtual

Para el caso del bloque de diagramas con un fotón virtual se tiene la siguiente amplitud tensorial puede ser escrita como:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha\beta\mu}^\gamma &= s_W^2 \sum_{i=1}^3 \Gamma_{\alpha\beta\mu}^{(i)} \\ &= s_W^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D1} \{ g^{\sigma\xi} P^{\omega\lambda} P^{\rho\eta} \Gamma_{\lambda\rho\mu} \Gamma_{\omega\sigma\alpha} \Gamma_{\eta\xi\beta} \\ &\quad - [(k+p-q)^2 - m_W^2] g^{\xi\rho} \bar{P}^{\lambda\eta} \Gamma_{\lambda\rho\alpha\mu} \Gamma_{\eta\xi\beta} \\ &\quad - [(k+p+q)^2 - m_W^2] g^{\rho\xi} P^{\eta\lambda} \Gamma_{\lambda\rho\beta\mu} \Gamma_{\eta\xi\alpha} \}, \end{aligned} \quad (2.15)$$

donde

CAPÍTULO 2. EL VÉRTICE $W^+W^-\gamma$ EN EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR DE YANG-MILLS

$$\Gamma_{\lambda\rho\mu} = 2(k+p)_\mu g_{\lambda\rho} - (k+p-3q)_\rho g_{\mu\lambda} - (k+p+3q)_\lambda g_{\rho\mu}, \quad (2.16)$$

$$\Gamma_{\omega\sigma\alpha} = -2k_\alpha g_{\omega\sigma} + (k-p+q)_\omega g_{\sigma\alpha} + (k+2p-2q)_\sigma g_{\alpha\omega}, \quad (2.17)$$

$$\Gamma_{\eta\xi\beta} = -2k_\beta g_{\eta\xi} + (k-p-q)_\eta g_{\xi\beta} + (k+2p+2q)_\xi g_{\eta\beta}, \quad (2.18)$$

$$P^{\omega\lambda} = g^{\omega\lambda} - \frac{(k+p-q)^\omega (k+p-q)^\lambda}{m_W^2}, \quad (2.19)$$

$$P^{\eta\rho} = g^{\eta\rho} - \frac{(k+p+q)^\eta (k+p+q)^\rho}{m_W^2}, \quad (2.20)$$

$$P^{\eta\lambda} = g^{\eta\lambda} - \frac{(k+p+q)^\eta (k+p+q)^\lambda}{m_W^2}, \quad (2.21)$$

$$\Gamma_{\lambda\rho\alpha\mu} = 2g_{\rho\mu} g_{\alpha\lambda} - g_{\alpha\mu} g_{\lambda\rho} - g_{\lambda\mu} g_{\alpha\rho}, \quad (2.22)$$

$$\bar{P}^{\eta\lambda} = g^{\eta\lambda} - \frac{(k+p-q)^\eta (k+p-q)^\lambda}{m_W^2}, \quad (2.23)$$

$$\Gamma_{\lambda\rho\beta\mu} = 2g_{\lambda\rho} g_{\beta\mu} - g_{\lambda\mu} g_{\beta\rho} - g_{\beta\mu} g_{\lambda\rho}, \quad (2.24)$$

$$\Gamma_{\eta\xi\alpha} = -2k_\alpha g_{\eta\rho} + (k-p+q)_\eta g_{\alpha\xi} + (k+2p-2q)_\xi g_{\alpha\mu}, \quad (2.25)$$

$$D_1 = k^2[(k+p-q)^2 - m_W^2][(k+p+q)^2 - m_W^2]. \quad (2.26)$$

La cinemática del proceso surge de las condiciones de transversalidad y capa de masa sobre las partículas que definen al vértice en consideración. Las condiciones de transversalidad tienen las siguientes implicaciones

$$(p-q)_\alpha = 0 \Rightarrow p_\alpha = q_\alpha, \quad (2.27)$$

$$(p+q)_\beta = 0 \Rightarrow p_\beta = -q_\beta, \quad (2.28)$$

$$q_\mu = 0. \quad (2.29)$$

Además la condición de capa de masa conduce a

$$\begin{aligned} (p-q)^2 = m_W^2 &\Rightarrow p^2 = m_W^2 + q^2, \\ (p+q)^2 = m_W^2 &\quad p \cdot q = 0. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Aunque la condición de transversalidad sobre el fotón externo, $q_\mu \rightarrow 0$, será usada durante el cálculo, la condición de capa de masa $q^2 = 0$ sólo será usada hasta el final del cálculo. Lo anterior debido a que el método de descomposición covariante de Passarino-Veltman, el cual será usado en el cálculo, se indetermina cuando se toma $q^2 = 0$ desde el inicio. Cabe mencionar que los factores de forma A y $\Delta\kappa$ se obtienen directamente al evaluarlos en $q^2 = 0$, pero el factor de forma ΔQ requiere de un proceso de límite más elaborado que hace uso de la regla de l'Hopital [43].

Usando FeynCalc se encuentra que la contribución a los factores de forma A , $\Delta\kappa$ y ΔQ de los diagramas con un fotón virtual están dados en términos de las siguientes funciones de Passarino-Veltman

$$B_0(1) = B_0(0, 0, m_W^2), \quad (2.31)$$

$$B_0(2) = B_0(0, m_W^2, m_W^2), \quad (2.32)$$

$$B_0(3) = B_0(m_W^2, 0, m_W^2), \quad (2.33)$$

$$B_0(4) = B_0(4q^2, m_W^2, m_W^2), \quad (2.34)$$

$$C_0(1) = C_0(m_W^2, m_W^2, 4q^2, m_W^2, m_W^2, m_W^2). \quad (2.35)$$

CAPÍTULO 2. EL VÉRTICE $W^+W^-\gamma$ EN EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR DE YANG-MILLS

Las expresiones para estos factores de forma se simplifican notablemente después de usar las siguientes relaciones entre las funciones B_0 :

$$B_0(1) = 1 + B_0(2), \quad (2.36)$$

$$B_0(3) = 2 + B_0(2). \quad (2.37)$$

$$(2.38)$$

Además de que en el límite $q^2 \rightarrow 0$

$$B_0(4) = B_0(2). \quad (2.39)$$

Tomando en cuenta el factor global $ig^2(s_W^2)$ y el factor de loop $\frac{i}{(4\pi)^2}$, podemos escribir dichos factores de forma como:

$$A^{(123)} = -\frac{\alpha}{4\pi} \left[\frac{2}{3} - 2B_0(2) + 4m_W^2 C_0(1), \right] \quad (2.40)$$

$$\Delta\kappa^{(123)} = -\frac{\alpha}{4\pi} \left[\frac{31}{6} + \frac{9}{2}B_0(2) \right], \quad (2.41)$$

$$\Delta Q^{(123)} = -\frac{\alpha}{4\pi} \cdot \frac{m_W^2}{3(1 - \frac{q^2}{m_W^2})q^2} \left[B_0(2) - B_0(4) + \frac{2q^2}{m_W^2} \right], \quad (2.42)$$

donde la etiqueta (123) hace referencia al bloque de diagramas del cual se obtienen estos resultados. Nótese que con la excepción de $\Delta Q^{(123)}$, todos los factores de forma son divergentes. Más adelante veremos que esto se soluciona cuando se añade la contribución del diagrama (7) que es proporcional a s_W^2 . Sin embargo, como ya se mencionó, este diagrama solo contribuye al factor de forma $\Delta\kappa^{(123)}$, así que $\Delta Q^{(123)}$ debe ser un factor de forma físico, esto es,

$$\Delta Q^\gamma = \lim_{q^2 \rightarrow 0} \Delta Q^{(123)}. \quad (2.43)$$

En efecto, vemos que $\Delta Q^{(123)}$ puede ser escrito de la siguiente manera

$$\Delta Q^\gamma = -\frac{\alpha}{4\pi} \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{1}{3(1 - \frac{q^2}{m_W^2})} \left[\frac{h_0^{(123)}(q^2)}{q^2} + h_1^{(123)} \right], \quad (2.44)$$

donde

$$h_0^{(123)}(q^2) = m_W^2 [B_0(2) - B_0(4)], \quad (2.45)$$

$$h_1^{(123)} = 2. \quad (2.46)$$

Claramente, las condiciones para aplicar la regla de l'Hopital se cumplen, esto es,

$$h_0^{(123)}(0) = 0. \quad (2.47)$$

Entonces,

$$\Delta Q^\gamma = -\frac{\alpha}{4\pi} \left[\frac{2}{3} + \left. \frac{\partial h_0^{(123)}}{\partial q^2} \right|_{q^2=0} \right]. \quad (2.48)$$

Pero tomando en cuenta que sólo $B_0(4)$ depende de q^2 , se tiene que

CAPÍTULO 2. EL VÉRTICE $W^+W^-\gamma$ EN EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR DE YANG-MILLS

$$\left. \frac{\partial h_0^{(123)}}{\partial q^2} \right|_{q^2=0} = -4 \left. \frac{\partial B_0(Q^2, m_W^2, m_W^2)}{\partial Q^2} \right|_{Q^2=0} = -\frac{2}{3m_W^2}, \quad (2.49)$$

donde se ha definido $Q^2 = 4q^2$ y se ha usado el hecho de que

$$\frac{\partial B_0(Q^2, m_W^2, m_W^2)}{\partial Q^2} = \frac{1}{6m_W^2}. \quad (2.50)$$

Finalmente, se tiene que

$$\Delta Q^\gamma = -\frac{\alpha}{4\pi} \left(\frac{4}{9} \right). \quad (2.51)$$

2.1.2. Contribución de diagramas con un Z virtual

La contribución a los factores de forma A , $\Delta\kappa$ y ΔQ de un bosón de norma Z está dada por los diagramas (4) – (6). Dado que los vértices $WW\gamma$ y WWZ tienen la misma estructura de Lorentz, lo cual también es cierto para el vértice $WW\gamma Z$ y su análogo $WW\gamma\gamma$, la amplitud para la suma de estos diagramas tiene la misma forma que la amplitud correspondiente a la suma de diagramas (1), (2) y (3), excepto que por cada bosón Z debe incluirse la constante de acoplamiento gc_W en lugar de la e correspondiente al caso del fotón. También debe tomarse en cuenta que el propagador del bosón Z difiere del asociado al fotón por la parte longitudinal. Tomando todos estos hechos en cuenta, podemos escribir para la amplitud tensorial de la suma de estos diagramas como:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha\beta\mu}^Z &= c_W^2 \sum_{i=4}^6 \Gamma_{\alpha\beta\mu}^i \\ &= c_W^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_2} \{ P^{\sigma\xi} P^{\omega\lambda} P^{\rho\eta} \Gamma_{\lambda\rho\mu} \Gamma_{\omega\sigma\alpha} \Gamma_{\eta\xi\beta} \\ &\quad - [(k+p-q)^2 - m_W^2] P^{\rho\xi} P^{\lambda\eta} \Gamma_{\lambda\rho\alpha\mu} \Gamma_{\eta\xi\beta} \\ &\quad - [(k+p+q)^2 - m_W^2] P^{\rho\xi} \bar{P}^{\eta\lambda} \Gamma_{\lambda\rho\beta\mu} \Gamma_{\eta\xi\alpha} \}, \end{aligned} \quad (2.52)$$

donde

$$P^{\sigma\xi} = g^{\sigma\xi} - \frac{k^\sigma k^\xi}{m_Z^2}, \quad (2.53)$$

$$P^{\xi\rho} = g^{\xi\rho} - \frac{k^\xi k^\rho}{m_Z^2}, \quad (2.54)$$

$$D_2 = [k^2 - m_Z^2][(k+p-q)^2 - m_W^2][(k+p+q)^2 - m_W^2]. \quad (2.55)$$

son los términos que diferencian esta amplitud de la correspondiente al fotón, es decir, de 2.15 ya que los términos restantes son idénticos.

En este caso, el resultado depende de nuevas funciones escalares de Passarino-Veltman, además de algunas funciones B_0 dadas en el caso de la contribución de un fotón virtual. Estas nuevas funciones son

$$B_0(5) = B_0(m_W^2, m_W^2, m_Z^2), \quad (2.56)$$

$$B_0(6) = B_0(0, m_W^2, m_Z^2), \quad (2.57)$$

$$B_0(7) = B_0(0, m_Z^2, m_Z^2), \quad (2.58)$$

$$C_0(2) = C_0(m_W^2, m_W^2, 4q^2, m_W^2, m_Z^2, m_W^2). \quad (2.59)$$

CAPÍTULO 2. EL VÉRTICE $W^+W^-\gamma$ EN EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR DE YANG-MILLS

Los factores de forma que resultan, están dados por

$$\begin{aligned}
A^{(456)} = & -\frac{\alpha}{4\pi} \left(\frac{c_W}{s_W}\right)^2 \left\{ -\frac{21}{72} + 9\frac{m_W^2}{m_Z^2} + \frac{1}{24} \left(\frac{10}{3} - \frac{m_Z^2}{m_W^2}\right) \left(\frac{m_Z^2}{m_W^2}\right) \right. \\
& + \left[4 + 5 \left(1 - \frac{m_Z^2}{m_W^2} + \frac{1}{8} \frac{m_Z^4}{m_W^4} - \frac{1}{80} \frac{m_Z^6}{m_W^6}\right) \frac{m_Z^2}{m_W^2} \right] m_W^2 C_0(2) - B_0(7) \\
& - \left[2 + \frac{1}{12} \left(41 - 9\frac{m_Z^2}{m_W^2} - \frac{3}{4} \frac{m_Z^4}{m_W^4}\right) \frac{m_Z^2}{m_W^2} \right] B_0(2) \\
& + \frac{1}{48} \frac{m_Z^2}{m_W^2} \left(120 - 58\frac{m_Z^2}{m_W^2} - 5\frac{m_Z^4}{m_W^4}\right) B_0(5) \\
& \left. + \frac{1}{24} \frac{m_Z^2}{m_W^2} \left(-12 + 11\frac{m_Z^2}{m_W^2} + \frac{m_Z^4}{m_W^4}\right) B_0(6) \right\}, \tag{2.60}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\kappa^{(456)} = & -\frac{\alpha}{4\pi} \left(\frac{c_W}{s_W}\right)^2 \left\{ \frac{23}{6} + \frac{129}{4} \frac{m_Z^2}{m_W^2} - \frac{175}{24} \frac{m_Z^4}{m_W^4} - \frac{7}{12} \frac{m_Z^6}{m_W^6} \right. \\
& + \left[8 - 2\frac{m_Z^2}{m_W^2} + 2\frac{m_Z^4}{m_W^4} - \frac{1}{4} \frac{m_Z^6}{m_W^6} - \frac{1}{16} \frac{m_Z^8}{m_W^8} \right] m_W^2 C_0(2) \\
& + \left[-\frac{5}{2} - 2\frac{m_Z^2}{m_W^2} + \frac{11}{6} \frac{m_Z^4}{m_W^4} + \frac{1}{18} \frac{m_Z^6}{m_W^6} \right] B_0(2) \\
& + \frac{1}{48} \left[-16 + 56\frac{m_Z^2}{m_W^2} - 18\frac{m_Z^4}{m_W^4} - 3\frac{m_Z^6}{m_W^6} \right] B_0(4) \\
& + \left[2 - 12\frac{m_Z^2}{m_W^2} + \frac{9}{2} \frac{m_Z^4}{m_W^4} + \frac{7}{16} \frac{m_Z^6}{m_W^6} \right] B_0(5) \\
& + \frac{m_Z^4(m_W^2 - m_Z^2)}{24m_W^6} B_0(6) \\
& \left. + \left[4 + 6\frac{m_Z^2}{m_W^2} - 9\frac{m_Z^4}{m_W^4} - \frac{1}{3} \frac{m_Z^6}{m_W^6} \right] B_0(7) \right\}, \tag{2.61}
\end{aligned}$$

$$\Delta Q^{(456)} = -\frac{\alpha}{4\pi} \left(\frac{c_W}{s_W}\right)^2 \frac{1}{(1 - \frac{q^2}{m_W^2})^3} \left[\frac{h_0^{(456)}(q^2)}{q^2} + h_1^{(456)}(q^2) \right], \tag{2.62}$$

donde

$$\begin{aligned}
h_0^{(456)}(q^2) = & m_Z^2 \left\{ -\left[2 - \frac{5}{4} \frac{m_Z^2}{m_W^2} + \frac{1}{16} \frac{m_Z^4}{m_W^4} + \frac{1}{32} \frac{m_Z^6}{m_W^6} \right] m_W^2 C_0(2) \right. \\
& + \frac{m_Z^2 + 8m_W^2}{32m_Z^2} \left[-2(B_0(2) + B_0(4) - 3B_0(6) + 3) \right. \\
& + 2\frac{m_Z^2}{m_W^2} (2B_0(4) + B_0(5) - 3B_0(6) + 1) \\
& \left. \left. - \frac{m_Z^2}{m_W^2} (B_0(4) + B_0(5) - 2B_0(6)) \right] \right\}, \tag{2.63}
\end{aligned}$$

CAPÍTULO 2. EL VÉRTICE $W^+W^-\gamma$ EN EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR DE YANG-MILLS

$$\begin{aligned}
h_1^{(456)}(0) &= \frac{m_Z^2 + 8m_W^2}{48m_W^2} \left\{ \left[48 \frac{m_Z^2}{m_W^2} - 45 \frac{m_Z^4}{m_W^4} + 9 \frac{m_Z^6}{m_W^6} \right] m_W^2 C_0(2) \right. \\
&\quad \left. 4[2B_0(2) + B_0(4) - 3B_0(6) + 4] + \frac{m_Z^2}{m_W^2} [-24B_0(4) + 11B_0(5) + 13B_0(6) - 11] \right. \\
&\quad \left. \frac{m_Z^4}{m_W^4} [9B_0(4) - 8B_0(5) - B_0(6)] \right\}. \tag{2.64}
\end{aligned}$$

Note que, como ocurre con la contribución del fotón virtual, las contribuciones del bosón virtual Z a los factores A y $\Delta\kappa$ son divergentes, pero la contribución a ΔQ es finita, como debe ser, ya que esta cantidad debe ser física debido a que no recibe contribuciones del diagrama (7). Entonces,

$$\Delta Q^Z = \lim_{q^2 \rightarrow 0} \Delta Q^{(456)}. \tag{2.65}$$

Para que exista este límite es necesario que

$$h_0^{(456)}(0) = 0. \tag{2.66}$$

Tomando en cuenta que en el límite $q^2 = 0$,

$$B_0(4) = B_0(2), \tag{2.67}$$

$$B_0(6) = \frac{m_Z^2}{m_Z^2 - m_W^2} B_0(7) - \frac{m_W^2}{m_Z^2 - m_W^2} B_0(2) + 1, \tag{2.68}$$

$$C_0(2) = \frac{1}{4m_W^2 - m_Z^2} [B_0(2) - B_0(5) - 2B_0(7) - 2], \tag{2.69}$$

$$\tag{2.70}$$

entonces se obtiene

$$h_0^{(456)}(0) = 0. \tag{2.71}$$

Por lo tanto,

$$\Delta Q^Z = -\frac{\alpha}{4\pi} \left(\frac{c_w}{s_w} \right)^2 \left[4\beta_1 \frac{\partial C_0(2)}{\partial Q^2} \Big|_{Q^2=0} + 4\beta_2 \frac{\partial B_0(4)}{\partial Q^2} \Big|_{Q^2=0} + h_1^{(456)}(0) \right], \tag{2.72}$$

donde

$$\beta_1 = -m_W^2 m_Z^2 \left[2 - \frac{5}{4} \frac{m_Z^2}{m_W^2} + \frac{1}{16} \frac{m_Z^4}{m_W^4} + \frac{1}{32} \frac{m_Z^6}{m_W^6} \right], \tag{2.73}$$

$$\beta_2 = -\frac{m_W^2 + 8m_Z^2}{16m_Z^2} \left(1 - 2 \frac{m_Z^2}{m_W^2} \right) m_Z^2. \tag{2.74}$$

Pero

$$\frac{\partial B_0(4)}{\partial Q^2} \Big|_{Q^2=0} = \frac{1}{6m_W^2}, \tag{2.75}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C_0(2)}{\partial Q^2} \Big|_{Q^2=0} &= \frac{1}{4m_W^2(m_Z^2 - 4m_W^2)} \{ m_W^2 [2B_0(2) - 8B_0(7) + 6B_0(5)] \\
&\quad + m_Z^2 [B_0(7) - B_0(5)] - 4m_W^2 \}. \tag{2.76}
\end{aligned}$$

CAPÍTULO 2. EL VÉRTICE $W^+W^-\gamma$ EN EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. CONTRIBUCIÓN DEL SECTOR DE YANG-MILLS

Entonces,

$$\begin{aligned} \Delta Q^Z &= -\frac{\alpha}{4\pi} \left(\frac{c_W}{s_W} \right)^2 \frac{m_Z^2 + 8m_W^2}{96(4m_W^2 - m_Z^2)} \left\{ \frac{m_Z^2}{m_W^2} \left[-100B_0(2) + 148B_0(5) - 48B_0(7) - \frac{376}{3} \right] \right. \\ &\quad \left. + 2 \frac{m_Z^4}{m_W^4} [17B_0(2) - 76B_0(5) + 59B_0(7) + 70] + 31 \frac{m_Z^6}{m_W^6} [B_0(5) - B_0(7) - 32] \right\} \quad (2.77) \end{aligned}$$

2.1.3. Contribución del diagrama con sólo W s virtuales

La contribución del diagrama (7) está dada por

$$\begin{aligned} \Delta \kappa^{(7)} &= -\frac{\alpha}{4\pi} \left(1 + \frac{c_W^2}{s_W^2} \right) \frac{1}{2} [B_0(2) - 10B_0(4) + 3] \\ &= -\frac{\alpha}{4\pi} \left(1 + \frac{c_W^2}{s_W^2} \right) \frac{3}{2} [1 - 3B_0(2)], \quad (2.78) \end{aligned}$$

ya que $B_0(4) = B_0(2)$ cuando $q^2 = 0$. Cuando sumamos a $\Delta \kappa^{(123)}$ la parte de $\Delta \kappa^{(7)}$ que no depende del ángulo débil, se obtiene

$$\Delta \kappa^\gamma = -\frac{\alpha}{4\pi} \left(\frac{20}{3} \right). \quad (2.79)$$

Por otra parte, cuando sumamos a $\Delta \kappa^{(456)}$ la parte de $\Delta \kappa^{(7)}$ proporcional a $\frac{c_W^2}{s_W^2}$, se obtiene

$$\begin{aligned} \Delta \kappa^Z &= -\frac{\alpha}{4\pi} \left(\frac{c_W}{s_W} \right)^2 \left\{ -\frac{4}{3} + \frac{5}{6} \frac{m_Z^2}{m_W^2} + \frac{1}{8} \frac{m_Z^4}{m_W^4} \right. \\ &\quad - \frac{3}{16m_W^6} (m_Z^8 + 8m_Z^6 m_W^2 - 64m_Z^4 m_W^4 + 64m_Z^2 m_W^4) C_0(2) \\ &\quad - \frac{1}{48m_W^6} [6m_W^2 (3B_0(2) - 3B_0(5) + 1) \\ &\quad - 8m_W^4 m_Z^2 (48B_0(2) - 54B_0(5) + 6B_0(6) + 5) \\ &\quad + 6m_Z^4 m_W^2 (15B_0(2) - 22B_0(5) + 7B_0(6) - 1) \\ &\quad \left. + 3m_Z^6 (3B_0(2) - 5B_0(5) + 2B_0(6))] \right\}. \quad (2.80) \end{aligned}$$

Usando las relaciones 2.68 y 2.69, se obtiene

$$\begin{aligned} \Delta \kappa^Z &= -\frac{\alpha}{4\pi} \left(\frac{c_W}{s_W} \right)^2 \left\{ -34 - 3 \frac{m_W^2}{m_Z^2} + \frac{47}{6} \frac{m_Z^2}{m_W^2} - \frac{21}{4} \frac{m_Z^4}{m_W^4} - \frac{1}{2} \frac{m_Z^6}{m_W^6} - 4[B_0(2) - B_0(5)] \right. \\ &\quad + 6 \frac{m_Z^2}{m_W^2} [B_0(2) - 2B_0(5) + B_0(7)] + \frac{1}{2} \frac{m_Z^4}{m_W^4} [B_0(2) + 10B_0(5) - 11B_0(7)] \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \frac{m_Z^6}{m_W^6} [B_0(5) - B_0(7)] \right\}. \quad (2.81) \end{aligned}$$

En resumen, en este apartado se han calculado las contribuciones del sector de Yang-Mills a los factores de forma A , $\Delta \kappa$ y ΔQ , las cuales son divergentes para A , como debe ser, ya que esta cantidad debe ser renormalizada, y finitas para los otros factores de forma. Estos factores de forma han sido expresados en términos de funciones de Passarino-Veltman C_0 y B_0 , las cuales, en este caso, tienen soluciones simples en términos de funciones elementales. De hecho, dado que las dos masas que intervienen relacionadas por

$m_W = c_W m_Z$ y dado que las amplitudes son adimensionales, estas dependen en realidad de las funciones trigonométricas s_W y c_W , o sólo de una de ellas usando la relación $s_W^2 + c_W^2 = 1$. Sin embargo, no es necesario para nuestros propósitos presentar los resultados en esa forma.

2.2. Contribución Higgs-Bosón de Norma

La contribución de esta parte viene dada por el siguiente diagrama:

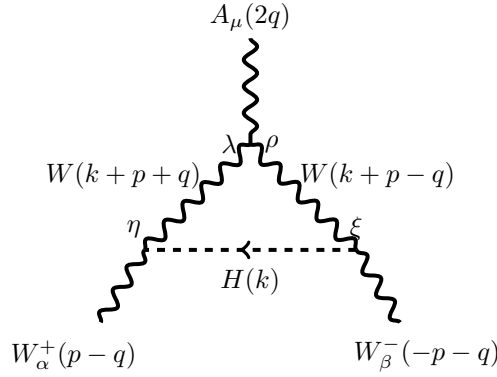


Figura 2.7: Diagrama de triángulo con Higgs virtual.

donde se tiene el bosón de Higgs circulando en lugar de un bosón vectorial neutro.

Algunas de las reglas de Feynman necesarias para este diagrama fueron dadas con anterioridad en 2.8 y 2.83; anexaremos a continuación las que hacen falta.

- Acoplamiento de H con W^\pm

$$= igm_W g_{\nu\lambda}. \quad (2.82)$$

- Propagador del bosón escalar H

$$= \frac{i}{k^2 - m_H^2}. \quad (2.83)$$

Salvo un factor de ie , la amplitud tensorial asociada con el diagrama está dada por:

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}^H = -ig^2 m_H^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{g_{\alpha\eta} g_{\xi\beta} P^{\eta\lambda} P^{\rho\xi} \Gamma_{\lambda\rho\mu}}{\Delta}, \quad (2.84)$$

donde

CAPÍTULO 2. EL VÉRTICE $W^+W^-\gamma$ EN EL MODELO ESTÁNDAR
2.2. CONTRIBUCIÓN HIGGS-BOSÓN DE NORMA

$$\Gamma_{\lambda\rho\mu} = 2(k+p)_\mu g_{\lambda\rho} - (k+p-3q)_\rho g_{\mu\lambda} - (k+p+3q)_\lambda g_{\rho\mu}, \quad (2.85)$$

$$P^{\eta\lambda} = g^{\eta\lambda} - \frac{(k+p-q)^\lambda(k+p-q)^\eta}{m_W^2}, \quad (2.86)$$

$$P^{\rho\xi} = g^{\rho\xi} - \frac{(k+p+q)^\rho(k+p+q)^\xi}{m_W^2}, \quad (2.87)$$

$$\Delta = [k^2 - m_H^2][(k+p-q)^2 - m_W^2][(k+p+q)^2 - m_W^2]. \quad (2.88)$$

Como en el caso de Yang-Mills, la condición de capa de masa para el fotón, $q^2 = 0$, es usada después de realizado el cálculo. Usando la descomposición covariante de Passarino-Veltman mediante el programa FeynCalc, se encuentra que los límites

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} A^H(q^2) = A^H(0), \quad (2.89)$$

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \Delta\kappa^H(q^2) = \Delta\kappa^H(0), \quad (2.90)$$

son triviales, pero no el correspondiente límite para ΔQ , el cual es de la forma $\frac{0}{0}$, debido a lo cual debe usarse la regla de l'Hopital. Esto es, debemos proceder de la misma forma que en el caso del sector de Yang-Mills.

Evaluando directamente en $q^2 = 0$, se obtiene

$$\begin{aligned} A^H &= \left(\frac{\alpha}{4\pi s_W^2} \right) \left(\frac{1}{48} \right) \left\{ \frac{2}{3} \left(\frac{3m_H^2 - 10m_W^2}{m_W^2} \right) \right. \\ &+ 48 \left[1 - \frac{m_H^2}{m_W^2} + \frac{3}{8} \frac{m_H^4}{m_W^4} - \frac{1}{16} \frac{m_H^6}{m_W^6} \right] m_W^2 C_0(3) \\ &- \frac{3m_H^4 - 12m_H^2 m_W^2 + 28m_W^4}{m_W^4} B_0(2) \\ &- 2m_H^2 (m_H^2 - m_W^2) B_0(8) \\ &\left. + \frac{5m_H^4 - 14m_H^2 m_W^2 + 24m_W^4}{m_W^4} B_0(9) \right\}, \end{aligned} \quad (2.91)$$

donde

$$B_0(2) = B_0(0, m_W^2, m_W^2), \quad (2.92)$$

$$B_0(8) = B_0(0, m_H^2, m_W^2), \quad (2.93)$$

$$B_0(9) = B_0(m_W^2, m_H^2, m_W^2), \quad (2.94)$$

$$C_0(3) = C_0(m_W^2, m_W^2, 0, m_W^2, m_H^2, m_W^2). \quad (2.95)$$

Note que este factor de forma es divergente.

Tomando $q^2 = 0$, se obtiene directamente $\Delta\kappa$,

$$\begin{aligned} \Delta\kappa^H &= \left(\frac{\alpha}{4\pi s_W^2} \right) \left(\frac{1}{48} \right) \left\{ 2 \left(4 - 3 \frac{m_H^2}{m_W^2} \right) + 48 \left(2 - \frac{m_H^2}{m_W^2} + \frac{3}{16} \frac{m_H^4}{m_W^4} \right) m_H^2 C_0(3) \right. \\ &+ 48[B_0(2) - B_0(9)] + \frac{m_H^2}{m_W^2} [36B_0(9) - 30B_0(2) - 6B_0(8)] \\ &\left. + 3 \frac{m_H^4}{m_W^4} [3B_0(2) + 2B_0(8) - 5B_0(9)] \right\}. \end{aligned} \quad (2.96)$$

CAPÍTULO 2. EL VÉRTICE $W^+W^-\gamma$ EN EL MODELO ESTÁNDAR
2.2. CONTRIBUCIÓN HIGGS-BOSÓN DE NORMA

Este factor de forma es libre de divergencias ultravioletas, como debe ser.

Por otra parte, el factor de forma ΔQ se puede escribir de la siguiente manera,

$$\Delta Q^H = -\frac{\alpha}{4\pi} \left(\frac{c_w}{s_w} \right)^2 \frac{1}{\left(1 - \frac{q^2}{m_W^2}\right)^3} \left[\frac{h_0^H(q^2)}{q^2} + h_1^H(q^2) \right], \quad (2.97)$$

donde

$$\begin{aligned} h_0^H(q^2) &= 3(2m_W^2 - m_H^2) + 3m_H^2 \left(-3 + 4\frac{m_W^2}{m_H^2} + \frac{1}{2}\frac{m_H^4}{m_W^4} \right) m_H^2 C_0(m_W^2, m_W^2, 4q^2, m_W^2, m_H^2, m_W^2) \\ &+ 2m_W^2 \left(1 - 3\frac{m_H^2}{m_W^2} + \frac{3}{4}\frac{m_H^4}{m_W^4} \right) B_0(4q^2, m_W^2, m_W^2) + 4m_W^2 B_2(2) \\ &+ 3m_H^2 \left(3 - 2\frac{m_W^2}{m_H^2} - \frac{m_H^2}{m_W^2} \right) B_0(5) - 3m_H^2 \left(1 - \frac{1}{2}\frac{m_H^2}{m_W^2} \right) B_0(6), \end{aligned} \quad (2.98)$$

$$\begin{aligned} h_1^H(q^2) &= -28 - 17\frac{m_H^2}{m_W^2} - 3 \left(26 - 21\frac{m_H^2}{m_W^2} + 4\frac{m_H^4}{m_W^4} \right) C_0(m_W^2, m_W^2, 4q^2, m_W^2, m_H^2, m_W^2) \\ &- 4 \left(2 - 9\frac{m_H^2}{m_W^2} + 3\frac{m_H^4}{m_W^4} \right) B_0(4q^2, m_W^2, m_W^2) - 16B_0(2) \\ &\left(24 - 31\frac{m_H^2}{m_W^2} + 7\frac{m_H^2}{m_W^2} \right) B_0(5) - 5\frac{m_H^2}{m_W^2} \left(1 - \frac{m_H^2}{m_W^2} \right) B_0(6). \end{aligned} \quad (2.99)$$

Note que $h_0(q^2)$ y $h_1(q^2)$ son finitos. Recordemos que la condición para que exista el límite

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{h_0(q^2)}{q^2} \quad (2.100)$$

es que $h_0(0) = 0$. Verifiquemos este hecho. Cuando $q^2 = 0$, se tiene que

$$B_0(4q^2, m_W^2, m_W^2) = B_0(0, m_W^2, m_W^2) = B_0(2), \quad (2.101)$$

$$C_0(m_W^2, m_W^2, 4q^2, m_W^2, m_H^2, m_W^2) = C_0(3). \quad (2.102)$$

Además usando las identidades

$$C_0(3) = \frac{1}{m_H^2 - 4m_W^2} [2B_0(10) - B_0(2) - B_0(9) + 2], \quad (2.103)$$

$$B_0(10) = B_0(0, m_H^2, m_H^2) = \frac{m_W^2 - m_H^2}{m_H^2} + \frac{m_H^2 - m_W^2}{m_H^2} B_0(8) + \frac{m_W^2}{m_H^2} B_0(2), \quad (2.104)$$

se obtiene que $h_0(0) = 0$. Por lo tanto el límite existe y podemos escribir

$$\Delta Q = \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left(\frac{1}{48} \right) \left[h_0(0) + 4\alpha_1 \frac{\partial C_0(Q^2)}{\partial Q^2} \Big|_{Q^2=0} + 4\alpha_2 \frac{\partial B_0(Q^2)}{\partial Q^2} \Big|_{Q^2=0} \right], \quad (2.105)$$

donde $Q^2 = 4q^2$ y además

$$C_0(q^2) = C_0(m_W^2, m_W^2, 4q^2, m_W^2, m_H^2, m_W^2), \quad (2.106)$$

$$B_0(q^2) = B_0(4q^2, m_W^2, m_W^2), \quad (2.107)$$

$$\alpha_1 = \frac{3m_H^2(m_H^2 - 2m_W^2)(m_H^2 - 4m_W^2)}{m_W^2}, \quad (2.108)$$

$$\alpha_2 = \frac{3m_H^2(m_H^2 - 4m_W^2) + 4m_W^4}{m_W^2}, \quad (2.109)$$

$$\begin{aligned} h_1(0) &= -28 + 17 \frac{m_H^2}{m_W^2} - 3 \left(26 - 21 \frac{m_H^2}{m_W^2} + 4 \frac{m_H^4}{m_W^4} \right) m_H^2 C_0(3) \\ &\quad - 24[B_0(2) - B_0(2)] + \frac{m_H^2}{m_W^2} [36B_0(2) - 31B_0(5) - 5B_0(6)] \\ &\quad \frac{m_H^4}{m_W^4} [12B_0(2) - 7B_0(5) - 5B_0(6)]. \end{aligned} \quad (2.110)$$

Haciendo las operaciones correspondientes, se obtiene el resultado final

$$\begin{aligned} \Delta Q^H &= \left(\frac{\alpha}{4\pi s_w^2} \right) \left[\frac{m_H^6}{288m_W^4(m_H^2 - 4m_W^2)} \right] \left\{ 3[14B_0(8) + 31B_0(9) - 45B_0(10) - 46] \right. \\ &\quad + 3 \frac{m_W^2}{m_H^2} [24B_0(2) - 59B_0(8) - 76B_0(9) + 111B_0(10) + 129] \\ &\quad + 4 \frac{m_W^4}{m_H^4} [-153B_0(2) + 222B_0(8) + 111B_0(9) - 180B_0(10) - 316] \\ &\quad \left. + 32 \frac{m_W^6}{m_H^6} [18B_0(2) - 18B_0(8) + 20] \right\}. \end{aligned} \quad (2.111)$$

2.3. Contribución fermiónica

La contribución fermiónica a las propiedades electromagnéticas estáticas del bosón W ocurre a orden de un lazo. Contribuyen las tres familias de leptones y quarks. A continuación se analiza cada uno de estos tipos de contribuciones.

2.3.1. Contribución leptónica

La contribución leptónica ocurre a través del siguiente diagrama:

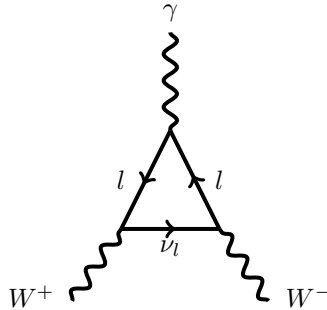


Figura 2.8: Contribución leptónica.

Las reglas de Feynman necesarias para el cálculo del diagrama anterior son:

CAPÍTULO 2. EL VÉRTICE $W^+W^-\gamma$ EN EL MODELO ESTÁNDAR
2.3. CONTRIBUCIÓN FERMIÓNICA

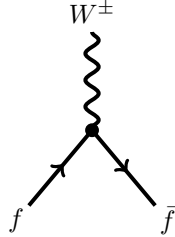
- Acoplamiento del fotón a un par de fermiones



$$= ieQ_i\gamma_\mu, \quad (2.112)$$

donde Q_i es la carga del fermión involucrado siendo, $Q_u = \frac{2}{3}$ (quark tipo up), $Q_d = -\frac{1}{3}$ (quark tipo down) y $Q_l = -1$ (para un leptón cargado).

- Acoplamiento del bosón W a un par de fermiones



$$= \frac{ig}{\sqrt{2}}\gamma_\mu P_L. \quad (2.113)$$

- Propagador fermiónico



$$= i\frac{\not{p} + m_f}{p^2 - m_f^2}, \quad (2.114)$$

con $\not{p} = \gamma_\mu p^\mu$.

La amplitud tensorial, salvo el factor ie , se puede escribir como

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}^L = -i\frac{g^2}{2} \sum_l \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{Q_l L_{\alpha\beta\mu}}{\Delta}, \quad (2.115)$$

donde la suma es sobre las tres familias de leptones conocidas y se tiene que

$$L_{\alpha\beta\mu} = Tr[\gamma_\beta P_L \not{k} \gamma_\alpha P_L (\not{k} - \not{p} + \not{q} + m_l) \gamma_\mu (\not{k} - \not{p} - \not{q} + m_l)], \quad (2.116)$$

$$\Delta = k^2[(k-p-q)^2 - m_l^2][(k-p+q)^2 - m_l^2]. \quad (2.117)$$

La amplitud ha sido multiplicada por un factor de -1 debido a que se trata de un lazo fermiónico.

Procediendo de la misma forma que en el caso bosónico (tomar el límite $q^2 \rightarrow 0$ después de realizar el cálculo de la amplitud y usando la regla de l'Hopital para el límite que define el factor de forma ΔQ^l) y tomando en cuenta el factor de loop $\frac{i}{(4\pi)^2}$, se obtienen las siguientes expresiones para los factores de forma

$$A^l = - \sum_l \frac{\alpha}{8\pi s_W^2} \frac{Q_l}{9} \left\{ \frac{6m_l^4}{m_W^4} [B_0(1) - B_0(2) + 1] + \frac{3m_l^2}{m_W^2} [2B_0(1) - 2B_0(2) + 3] + 2[4 - 3B_0(4)] \right\} \quad (2.118)$$

$$\Delta\kappa^l = \sum_l \frac{\alpha}{8\pi s_W^2} \frac{Q_l}{3} \left\{ \frac{2m_l^4}{m_W^4} [B_0(1) - B_0(2) + 1] + \frac{m_l^2}{m_W^2} - \frac{1}{3} \right\}, \quad (2.119)$$

$$\begin{aligned} \Delta Q^l &= - \sum_l \frac{\alpha}{8\pi s_W^2} Q_l \left\{ \frac{31}{24} \frac{m_l^4}{m_W^4} [B_0(1) - B_0(2) + 1] - \frac{1}{24} \frac{m_l^2}{m_W^2} [32(B_0(1) - B_0(2)) + 17] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{72} [3(B_0(1) - B_0(2)) - 29] \frac{1}{24} \frac{m_W^2}{m_l^2} \right\}. \end{aligned} \quad (2.120)$$

Note que $\Delta\kappa^l$ y ΔQ^l son finitos, pero que A^l es divergente. También surge una contribución al factor de forma que viola CP $\Delta\tilde{\kappa}$ dada por

$$\Delta\tilde{\kappa}^l = -\frac{\alpha}{8\pi s_W^2} 2i \sum_l Q_l, \quad (2.121)$$

la cual, sin embargo, es cancelada por la contribución dada por los quarks. En este caso, las funciones de Passarino-Veltman están dadas por

$$B_0(1) = B_0(0, m_l^2, m_l^2), \quad (2.122)$$

$$B_0(2) = B_0(m_W^2, 0, m_l^2). \quad (2.123)$$

Cabe notar que en el límite cuando $\frac{m_l}{m_W} \rightarrow 0$ los factores de forma ΔQ y $\Delta\kappa$ adquieren los valores

$$\Delta\kappa^l = \frac{G_F m_W^2}{\sqrt{2}(2\pi)^2} \left(-\frac{1}{3} \right), \quad (2.124)$$

$$\Delta Q^l = \frac{G_F m_W^2}{\sqrt{2}(2\pi)^2} \left(\frac{4}{9} \right), \quad (2.125)$$

donde

$$G_F = \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{g^2}{m_W^2} \quad (2.126)$$

es la constante de Fermi.

2.3.2. Contribución de quarks

La contribución de los quarks a las propiedades electromagnéticas del bosón W ocurre a través de los siguientes diagramas:

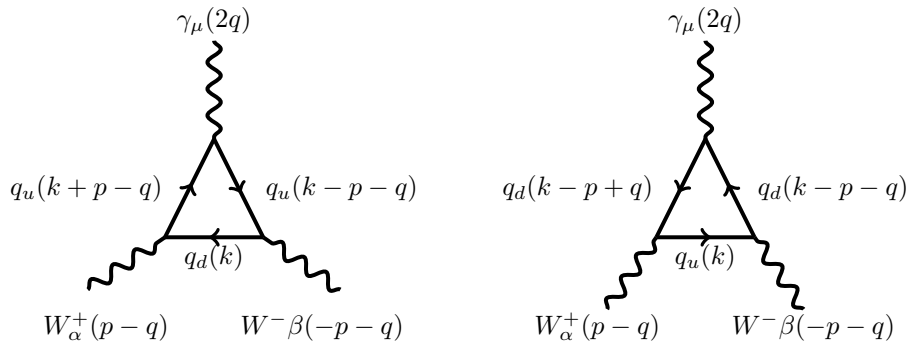


Figura 2.9: Contribución asociada a los quarks, donde $q_{u,d}$ indica un quark tipo up o down, respectivamente.

CAPÍTULO 2. EL VÉRTICE $W^+W^- \gamma$ EN EL MODELO ESTÁNDAR
2.3. CONTRIBUCIÓN FERMIÓNICA

La amplitud tensorial asociada a estos dos diagramas puede ser escrita como sigue,

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}^q = -\frac{ig^2}{2} \sum_q N_C \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left(\frac{Q_d T_{\alpha\beta\mu}^d}{\Delta_1} + \frac{Q_u T_{\alpha\beta\mu}^u}{\Delta_2} \right), \quad (2.127)$$

donde N_C es el índice de color y

$$T_{\alpha\beta\mu}^d = \text{Tr}[\gamma_\beta P_L (\not{k} + m_u) \gamma_\alpha P_L (\not{k} - \not{p} + \not{q} + m_d) \gamma_\mu (\not{k} - \not{p} - \not{q} + m_d)], \quad (2.128)$$

$$T_{\alpha\beta\mu}^u = \text{Tr}[\gamma_\alpha P_L (\not{k} + m_d) \gamma_\beta P_L (\not{k} + \not{p} + \not{q} + m_u) \gamma_\mu (\not{k} + \not{p} - \not{q} + m_u)], \quad (2.129)$$

$$\Delta_1 = [k^2 - m_u^2][(k-p+q)^2 - m_d^2][(k-p-q)^2 - m_d^2], \quad (2.130)$$

$$\Delta_2 = [k^2 - m_d^2][(k+p+q)^2 - m_u^2][(k+p-q)^2 - m_u^2]. \quad (2.131)$$

En estas amplitudes se ha incluido un factor global de -1 por tratarse de lazos fermiónicos.

Siguiendo el procedimiento usado en el cálculo del sector leptónico, se obtienen los siguientes factores de forma:

$$\begin{aligned} A^q &= \left(\frac{\alpha}{8\pi s_W^2} \right) \sum_q \frac{N_C}{D} \left\{ \right. \\ &+ 2x_d^2 [(x_u^2 - x_d^2) ((x_u^2 - x_d^2)^2 - x_d^2) + x_d^2 - 1] B_0(1) \\ &+ 2x_u^2 [(x_d^2 - x_u^2) ((x_d^2 - x_u^2)^2 - x_u^2) + x_u^2 - 1] B_0(2) \\ &+ 2 [(x_d^2 - x_u^2)^2 ((x_d^2 - x_u^2)^2 - x_d^2 - x_u^2) - x_d^2(x_u^2 + 1) - x_u^2(x_d^2 + 1) + 1] B_0(3) \\ &+ (x_d^2 - x_u^2) \left[-2(x_d^2 - x_u^2)^3 + (x_d^2 - x_u^2)(x_d^2 + x_u^2) + \frac{4}{3}(x_d^2 - x_u^2) \right] \\ &\left. + \frac{7}{3}(x_d^2 + x_u^2) - \frac{8}{3} \right\}, \end{aligned} \quad (2.132)$$

donde se han definido las cantidades adimensionales $x_d = m_d^2/m_W^2$ y $x_u = m_u^2/m_W^2$. Además,

$$B_0(1) = B_0(0, m_d^2, m_d^2), \quad (2.133)$$

$$B_0(2) = B_0(0, m_u^2, m_u^2), \quad (2.134)$$

$$B_0(3) = B_0(m_W^2, m_d^2, m_u^2), \quad (2.135)$$

$$D = (x_d^2 - x_u^2)^2 - 2(x_d^2 + x_u^2) + 1. \quad (2.136)$$

Además, se han sustituido los valores $Q_d = -1/3$ y $Q_u = 2/3$. Debe observarse que la suma de los coeficientes de las funciones B_0 no es cero, lo cual significa que no hay cancelación de divergencias. Pero esto es consistente con el hecho de que este factor de forma debe ser renormalizado.

En lo que respecta al factor de forma $\Delta\kappa^q$, se obtiene

$$\begin{aligned} \Delta\kappa^q &= \left(\frac{\alpha}{8\pi s_W^2} \right) \sum_q \left(\frac{N_C}{D} \right) \sum_q N_C \left\{ \frac{2}{3} x_d^2 (x_d^2 - x_u^2) [(x_d^2 - x_u^2)^2 - 2x_u^2 - 1] B_0(1) \right. \\ &- \frac{2}{3} x_u^2 (x_d^2 - x_u^2) [(x_d^2 - x_u^2)^2 + x_d^2 - x_u^2 - 2x_u^2 + 2] B_0(2) \\ &- \frac{2}{3} (x_d^2 - x_u^2) [(x_d^2 - x_u^2)^3 - 3x_u^2 (x_d^2 - x_u^2) - x_d^2 - 2x_u^2] B_0(3) \\ &+ \frac{1}{3} (x_d^2 - x_u^2) \left[3(x_d^2 - x_u^2)^3 + (x_d^2 - x_u^2)^2 - 4x_u^2 (x_d^2 - x_u^2) - \frac{1}{3}(x_d^2 - x_u^2) - \frac{7}{3} \right] \\ &\left. + \frac{4}{9} x_u^2 - \frac{1}{9} \right\}. \end{aligned} \quad (2.137)$$

CAPÍTULO 2. EL VÉRTICE $W^+W^-\gamma$ EN EL MODELO ESTÁNDAR
2.3. CONTRIBUCIÓN FERMIÓNICA

Nótese que la suma de los coeficientes de las funciones B_0 es idénticamente cero, lo cual significa que este factor de forma no tiene divergencias ultravioletas, como debe ser.

Por otra parte, se encuentra que el factor de forma ΔQ^q se puede escribir de la siguiente manera,

$$\begin{aligned}
\Delta Q^q &= \left(\frac{\alpha}{8\pi s_W^2} \right) \sum_q \left(\frac{N_C}{72 D} \right) \left\{ \left[- (31x_d^2 + 44)(x_d^2 - x_u^2)^3 + (41x_u^2 + 110)(x_d^2 - x_u^2)^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + (375x_u^2 - 36)(x_d^2 - x_u^2) + (184x_u^2 - 41)x_u^2 + 1 \right] B_0(1) \right. \\
&\quad \left. + \left[(31x_u^2 + 6)(x_d^2 - x_u^2)^3 + (81x_u^2 - 14)(x_d^2 - x_u^2)^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - (88x_u^4 + 63x_u^2 - 10)(x_d^2 - x_u^2) - (248x_u^2 - 79)x_u^2 - 2 \right] B_0(2) \right. \\
&\quad \left. + \left[31(x_d^2 - x_u^2)^4 + 38(x_d^2 - x_u^2)^3 - (122x_u^2 + 96)(x_d^2 - x_u^2)^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - (144x_u^2 - 26)(x_d^2 - x_u^2) + (64x_u^2 - 38)x_u^2 + 1 \right] B_0(3) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{3x_d^2 x_u^2} \left[- (93x_d^2 x_u^2 + 195x_u^2 - 24)(x_d^2 - x_u^2)^4 - 6(x_d^2 - x_u^2)^5 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + (72x_u^4 + 314x_u^2 - 36)(x_d^2 - x_u^2)^3 + (264x_u^6 + 926x_u^4 - 106x_u^2 + 24)(x_d^2 - x_u^2)^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + (648x_u^6 - 120x_u^4 + 83x_u^2 - 6)(x_d^2 - x_u^2) - (32x_u^4 - 47x_u^2 + 3)x_u^2 \right] \right\}. \tag{2.138}
\end{aligned}$$

En este caso también se cumple que la suma de los coeficientes de las funciones B_0 es idénticamente cero, de tal suerte que el factor de forma no tiene divergencias, como debe ser.

Finalmente, los diagramas de quarks también arrojan una contribución que viola CP, similar a la que aparece en el caso de la contribución leptónica, la cual está dada por

$$\Delta \tilde{\kappa}^q = - \left(\frac{\alpha}{8\pi s_W^2} \right) (2i) \sum_q N_C (Q_d + Q_u). \tag{2.139}$$

Se puede ver fácilmente que $\Delta \tilde{\kappa}^l + \Delta \tilde{\kappa}^q = 0$ para cada familia. Esto significa que el dipolo eléctrico y cuadrupolo magnético del bosón de norma W no son generados a orden de un lazo en el ME.

Capítulo 3

El Modelo Estándar con n dimensiones extra

Este capítulo está dedicado a presentar una breve descripción del Modelo Estándar con n dimensiones extra compactas. Antes, conviene presentar la notación y convenciones que serán usadas a lo largo del trabajo. La variedad que caracteriza al espacio-tiempo plano en consideración es denotada por $\mathcal{M}^{4+n} = \mathcal{M}^4 \times \mathcal{N}^n$, donde \mathcal{M}^4 es la variedad de espacio-tiempo estándar y \mathcal{N}^n representa las dimensiones espaciales extra. Puntos sobre \mathcal{M}^{4+n} son denotados por $x^M = (x^\mu, x^{\bar{\mu}})$, donde $x^\mu \in \mathcal{M}^4$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) y $x^{\bar{\mu}} \in \mathcal{N}^n$ ($\bar{\mu} = 5, 6, \dots, n+4$). La distancia entre puntos se determina usando una métrica con signatura $diag(1, -1, \dots, -1)$. Los grupos de Poincaré y Lorentz son denotados por $ISO(1, 3+n)$ y $SO(1, 3+n)$, respectivamente. Los grupos de norma de esta extensión del ME son denotados por $G_{4+n} \equiv SU_C(3, \mathcal{M}^{4+n}) \times SU_L(2, \mathcal{M}^{4+n}) \times U_Y(1, \mathcal{M}^{4+n})$, en contraposición con los grupos estándar, los cuales son denotados por $G_4 \equiv SU_C(3, \mathcal{M}^4) \times SU_L(2, \mathcal{M}^4) \times U_Y(1, \mathcal{M}^4)$. La notación hace énfasis en que los grupos de norma de ambas teorías no difieren en el número de generadores, el cual es en realidad el mismo, sino sólo en las variedades soporte, sobre las cuales los parámetros de norma toman valores [20, 21, 18].

En el espacio de $(4+n)$ dimensiones, el ME es una teoría de campo efectiva gobernada por los grupos $ISO(1, 3+n)$ y G_{4+n} . Dado que la teoría es no renormalizable en el sentido de Dyson, no hay límite para el número de invariantes independientes bajo estos grupos que pueden ser introducidos en la acción del modelo. Esto significa que la lagrangiana en $(4+n)$ dimensiones comprende una serie infinita de invariantes de dimensión canónica creciente:

$$\mathcal{L}_{(4+n)}^{eff} = \mathcal{L}_{(4+n)}^{SM} + \sum_N \frac{\beta_N \hat{g}_{(4+n)}^{N_1}}{M_s^{N_2}} \mathcal{O}_N, \quad (3.1)$$

donde $\mathcal{L}_{(4+n)}^{SM}$ representa la lagrangiana de la versión del ME en $(4+n)$ dimensiones, \mathcal{O}_N son objetos invariantes de Lorentz y de norma de dimensión canónica mayor que $4+n$, M_s es una escala de energía por encima de la cual se manifestarían nuevas partículas gobernadas por algún tipo desconocido de interacción, β_N es un parámetro adimensional, el cual depende de los detalles de la física desconocida. Se asume que en esta lagrangiana se han incluido todos los términos independientes que respetan las simetrías $ISO(1, 3+n)$ y G_{4+n} y que cada uno de ellos es multiplicado por un parámetro desconocido adimensional β_i . La dimensión canónica de cada término de la serie está corregido de manera apropiada mediante la introducción de constantes de acoplamiento de los grupos de norma, las cuales tienen dimensiones en el espacio-tiempo extendido, (g_{4+n} es una notación estándar para $g_{s\ 4+n}$, g_{4+n} , and g'_{4+n}) y M_s . En estas expresiones, \hat{g}_{4+n} es una notación compacta para un producto apropiado de constantes de acoplamiento del grupo de norma del ME en el espacio extendido, las cuales están relacionadas con las constantes adimensionales, g , por $g_{4+n} = \sqrt{R_1 \cdots R_n} g$, donde las cantidades R_i denotan el tamaño de las diversas dimensiones extra. Es de esperarse que las contribuciones que pueden surgir de términos de dimensiones

canónicas más altas sean de carácter marginal comparadas con los efectos generados por $\mathcal{L}_{(4+n)}^{SM}$, ya que aquellos involucran potencias de M_s^{-1} [15]. La lagrangiana efectiva en 4 dimensiones, la cual contiene sólo interacciones de dimensión menor o igual que 4, está dada por

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_4^{eff} &= \int d^n \bar{x} \mathcal{L}_{(4+n)}^{eff} \\ &= \int d^n \bar{x} \mathcal{L}_{(4+n)}^{SM} + \sum_N \frac{\beta_N \hat{g}_{(4+n)}^{N_1}}{\Lambda^{N_2}} \int d^n \bar{x} \mathcal{O}_N.\end{aligned}\quad (3.2)$$

En lo que sigue, enfocaremos la discusión sobre el primer término de esta expresión. Aunque esta lagrangiana efectiva contiene sólo acoplamientos de tipo renormalizable en el sentido de Dyson, la teoría no es renormalizable debido a la presencia de sumas discretas infinitas que resultan del proceso de compactificación de las dimensiones extras. Para $n > 1$, tales sumas divergen.

El resto del capítulo está dedicado a presentar una breve descripción de los sectores bosónicos de la versión del ME en $4 + n$ dimensiones, los cuales surgen de la lagrangiana $\mathcal{L}_{(4+n)}^{eff}$ [19].

3.1. El sector de Yang-Mills

Siguiendo la referencia [18], la lagrangiana del sector de Yang-Mills en $4 + n$ dimensiones puede ser escrita como

$$\mathcal{L}_{(4+n)}^{YM} = -\frac{1}{4} \mathcal{G}_{MN}^a(x, \bar{x}) \mathcal{G}_a^{MN}(x, \bar{x}) - \frac{1}{4} \mathcal{W}_{MN}^i(x, \bar{x}) \mathcal{W}_i^{MN}(x, \bar{x}) - \frac{1}{4} \mathcal{B}_{MN}(x, \bar{x}) \mathcal{B}^{MN}(x, \bar{x}), \quad (3.3)$$

donde $\mathcal{G}_{MN}^a(x, \bar{x})$, $\mathcal{W}_{MN}^i(x, \bar{x})$, y $\mathcal{B}_{MN}(x, \bar{x})$ son las curvaturas de los grupos de norma $SU_C(3, \mathcal{M}^{4+n})$, $SU_L(2, \mathcal{M}^{4+n})$ y $U_Y(1, \mathcal{M}^{4+n})$, respectivamente, las cuales son dadas por

$$\mathcal{G}_{MN}^a = \partial_M \mathcal{G}_N^a - \partial_N \mathcal{G}_M^a + g_{s4+n} f^{abc} \mathcal{G}_M^b \mathcal{G}_N^c, \quad (3.4)$$

$$\mathcal{W}_{MN}^i = \partial_M \mathcal{W}_N^i - \partial_N \mathcal{W}_M^i + g_{4+n} \epsilon^{ijk} \mathcal{W}_M^j \mathcal{W}_N^k, \quad (3.5)$$

$$\mathcal{B}_{MN} = \partial_M \mathcal{B}_N - \partial_N \mathcal{B}_M. \quad (3.6)$$

La lagrangiana (3.3) puede ser expresada en términos de objetos del tipo $\mathcal{F}_{\mu\nu}$, $\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}$ y $\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}$, los cuales se transforman como un 2-tensor, un 1-tensor y un 0-tensor bajo $SO(1, 3)$, respectivamente [20, 21, 18]. Lo anterior surge como consecuencia del hecho que las componentes $\mathcal{A}_\mu(x, \bar{x})$ y $\mathcal{A}_{\bar{\mu}}(x, \bar{x})$ del campo de norma $\mathcal{A}_M(x, \bar{x})$ se transforman como un 1-tensor y 0-tensor bajo $SO(1, 3)$, respectivamente. Aquí, \mathcal{A} representa a cualquiera de los campos \mathcal{G} , \mathcal{W} o \mathcal{B} .

La variedad \mathcal{N}^n es considerada como el producto de n círculos de radios R_1, \dots, R_n . También, se asume que los campos y parámetros de norma son periódicos sobre esta variedad:

$$\mathcal{A}_M(x, \bar{x} + 2\pi R) = \mathcal{A}_M(x, \bar{x}), \quad (3.7)$$

$$\alpha^a(x, \bar{x} + 2\pi R) = \alpha^a(x, \bar{x}), \quad (3.8)$$

donde α^a representa cualquiera de los parámetros de norma α^a , α^i y α . Cada dimensión extra es reemplazada por un círculo sujeto a la acción de Z_2 , de tal suerte que \bar{x} es identificado con el punto diametralmente opuesto sobre S^1 . Lo anterior hace posible la recuperación de la bien conocida teoría pura de Yang-Mills en 4 dimensiones. Para tal propósito, uno supone las siguientes condiciones de paridad sobre los campos y parámetros de norma:

$$\mathcal{A}_\mu(x, -\bar{x}) = \mathcal{A}_\mu(x, \bar{x}), \quad (3.9)$$

$$\mathcal{A}_{\bar{\mu}}(x, -\bar{x}) = -\mathcal{A}_{\bar{\mu}}(x, \bar{x}), \quad (3.10)$$

$$\alpha^a(x, -\bar{x}) = \alpha^a(x, \bar{x}). \quad (3.11)$$

CAPÍTULO 3. EL MODELO ESTÁNDAR CON N DIMENSIONES EXTRA
3.1. EL SECTOR DE YANG-MILLS

Observe que esto significa que las curvaturas $\mathcal{F}_{\mu\nu}$, $\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}$ y $\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}$ son par, impar y par, respectivamente. De estas consideraciones, junto con el hecho de que estas curvaturas son periódicas sobre la subvariedad compacta, uno puede expresarlas como desarrollos en serie de Fourier y enseguida realizar la integración sobre las coordenadas extra para obtener [18]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{4YM} = & -\frac{1}{4} \sum_{\mathcal{F}=\mathcal{G},\mathcal{W},\mathcal{B}} \left[\mathcal{F}_{\mu\nu}^{(0,\dots,0)a} \mathcal{F}_a^{(0,\dots,0)\mu\nu} + \mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^{(0,\dots,0)a} \mathcal{F}_a^{(0,\dots,0)\bar{\mu}\bar{\nu}} \right. \\ & + \sum'_{\underline{m}_1,\dots,\underline{m}_n} \left(\mathcal{F}_{\mu\nu}^{(\underline{m}_1,\dots,\underline{m}_n)a} \mathcal{F}_a^{(\underline{m}_1,\dots,\underline{m}_n)\mu\nu} \right. \\ & \quad \left. + 2\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^{(\underline{m}_1,\dots,\underline{m}_n)a} \mathcal{F}_a^{(\underline{m}_1,\dots,\underline{m}_n)\bar{\mu}\bar{\nu}} \right. \\ & \quad \left. \left. + \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\underline{m}_1,\dots,\underline{m}_n)a} \mathcal{F}_a^{(\underline{m}_1,\dots,\underline{m}_n)\bar{\mu}\bar{\nu}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.12)$$

La suma discreta que aparece en esta expresión es una notación compacta para una expresión más elaborada dada por [18]

$$\begin{aligned} \sum'_{\underline{m}_1,\dots,\underline{m}_n} \mathcal{A}^{(\underline{m}_1,\dots,\underline{m}_n)} = & \sum_{m_1=1}^{\infty} \mathcal{A}^{(m_1,0,\dots,0)} + \sum_{m_2=1}^{\infty} \mathcal{A}^{(0,m_2,0,\dots,0)} + \dots + \sum_{m_n=1}^{\infty} \mathcal{A}^{(0,0,\dots,m_n)} \\ & + \sum_{m_1=1}^{\infty} \sum_{m_2=1}^{\infty} \mathcal{A}^{(m_1,m_2,\dots,0)} + \dots + \sum_{m_{n-1}=1}^{\infty} \sum_{m_n=1}^{\infty} \mathcal{A}^{(0,0,\dots,m_{n-1},m_n)} \\ & + \dots + \sum_{m_1=1}^{\infty} \dots \sum_{m_n=1}^{\infty} \mathcal{A}^{(m_1,\dots,m_n)}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Hay n sumas simples, $n(n-1)/2!$ sumas dobles, $n(n-1)(n-2)/3!$ sumas triples, \dots , y 1 suma de multiplicidad n . Estas sumas infinitas son las responsables de la presencia de divergencias ultravioletas, las cuales vienen de las dimensiones compactas. En un proceso dado, algunas de estas sumas son finitas por debajo de cierto grado de multiplicidad, lo cual depende de manera crucial del grado de divergencia de las sumas continuas, esto es, de las integrales usuales que surgen de las 4 dimensiones infinitas. Las curvaturas que aparecen en esta expresión son dadas en la referencia [18] y no serán presentadas aquí. En este trabajo adoptaremos una notación más compacta, la cual consiste en lo siguiente: $(\underline{0}) \equiv (0, \dots, 0)$ y $(\underline{m}) \equiv (m_1, \dots, m_n)$. Toda cantidad con índices repetidos de la forma $S^{(\underline{m})}T^{(\underline{m})}$ implicará una suma del tipo ya descrito.

En lo que resta de esta sección, nos enfocaremos en los vértices de este sector que contribuyen al vértice $W^-W^+\gamma$ a orden de un lazo. Analizaremos por separado cada parte de la lagrangiana para el sector de Yang-Mills dada por la ecuación (3.12).

En el ME, los vértices que contribuyen a orden de un lazo al acoplamiento $W^{(\underline{0})}-W^{(\underline{0})}+A^{(\underline{0})}$ (el superíndice $(\underline{0})$ denota al modo cero de Fourier, el cual es identificado con el campo estándar) son: $W^{(\underline{0})}-W^{(\underline{0})}+A^{(\underline{0})}$, $W^{(\underline{0})}-W^{(\underline{0})}+Z^{(\underline{0})}$, $W^{(\underline{0})}-W^{(\underline{0})}+A^{(\underline{0})}A^{(\underline{0})}$, $W^{(\underline{0})}-W^{(\underline{0})}+A^{(\underline{0})}Z^{(\underline{0})}$ y $W^{(\underline{0})}-W^{(\underline{0})}+W^{(\underline{0})}-W^{(\underline{0})}$. En el contexto del ME en $4+n$ dimensiones se deben considerar, además, los vértices que permiten que en los lazos circulen solamente excitaciones de Kaluza-Klein (KK). Dichos vértices son: $W^{(\underline{m})}-W^{(\underline{m})}+A^{(\underline{0})}$, $W^{(\underline{0})}\pm W^{(\underline{m})}\mp A^{(\underline{m})}$, $W^{(\underline{0})}\pm W^{(\underline{m})}\mp Z^{(\underline{m})}$, $W^{(\underline{0})}\pm W^{(\underline{m})}\mp A^{(\underline{m})}A^{(\underline{0})}$, $W^{(\underline{0})}\pm W^{(\underline{m})}\mp A^{(\underline{m})}A^{(\underline{0})}$, $W^{(\underline{0})}\pm W^{(\underline{m})}\mp Z^{(\underline{m})}A^{(\underline{0})}$ y $W^{(\underline{0})}-W^{(\underline{0})}+W^{(\underline{m})}-W^{(\underline{m})}$.

La deducción de estos vértices requiere pasar de la base de campos de eigenestados de norma $(W^{(\underline{0})i}, B^{(\underline{0})}, W^{(\underline{m})i}, B^{(\underline{m})})$ a la base de campos de eigenestados de masa $(W^{(\underline{0})\pm}, Z^{(\underline{0})}, A^{(\underline{0})})$ y $(W^{(\underline{m})\pm}, Z^{(\underline{m})}, A^{(\underline{m})})$ por medio de la transformación usual del ME (ver capítulo 1). Estos vértices surgen del siguiente término contenido en la ecuación (3.12):

$$\mathcal{L}_{YMED} = -\frac{1}{4} \left(\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\underline{0})i} \mathcal{W}^{(\underline{0})i\mu\nu} + \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\underline{m})i} \mathcal{W}^{(\underline{m})i\mu\nu} \right), \quad (3.14)$$

CAPÍTULO 3. EL MODELO ESTÁNDAR CON N DIMENSIONES EXTRA
3.1. EL SECTOR DE YANG-MILLS

el cual, usando las expresiones para estas curvaturas dadas en [18], se convierte en

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{YMED} = & -\frac{1}{2}\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)-}\mathcal{W}^{(0)+\mu\nu} - \frac{1}{4}\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)3}\mathcal{W}^{(0)3\mu\nu} \\ & -\frac{1}{2}\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)-}\mathcal{W}^{(m)+\mu\nu} - \frac{1}{4}\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)3}\mathcal{W}^{(m)3\mu\nu}, \end{aligned} \quad (3.15)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)+} = & \hat{W}_{\mu\nu}^{(0)+} + ie \left(W_{\mu}^{(m)+} A_{\nu}^{(m)} - W_{\nu}^{(m)+} A_{\mu}^{(m)} \right) \\ & + igc_W \left(W_{\mu}^{(m)+} Z_{\nu}^{(m)} - W_{\nu}^{(m)+} Z_{\mu}^{(m)} \right), \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)3} = \hat{W}_{\mu\nu}^{(0)3} + ig \left(W_{\mu}^{(m)-} W_{\nu}^{(m)+} - W_{\mu}^{(m)+} W_{\nu}^{(m)-} \right), \quad (3.17)$$

con

$$\hat{W}_{\mu\nu}^{(0)+} = W_{\mu\nu}^{(0)+} + ie \left(W_{\mu}^{(0)+} A_{\nu}^{(0)} - W_{\nu}^{(0)+} A_{\mu}^{(0)} \right) + igc_W \left(W_{\mu}^{(0)+} Z_{\nu}^{(0)} - W_{\nu}^{(0)+} Z_{\mu}^{(0)} \right), \quad (3.18)$$

$$\hat{W}_{\mu\nu}^{(0)3} = s_W F_{\mu\nu}^{(0)} + c_W Z_{\mu\nu}^{(0)} + ig \left(W_{\mu}^{(0)-} W_{\nu}^{(0)+} - W_{\mu}^{(0)+} W_{\nu}^{(0)-} \right). \quad (3.19)$$

Además, $\hat{W}_{\mu\nu}^{(0)-} = (\hat{W}_{\mu\nu}^{(0)+})^\dagger$. Finalmente,

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)+} = & W_{\mu\nu}^{(m)+} + \Delta_{mkr} \\ & \times \left[ie \left(W_{\mu}^{(k)+} A_{\nu}^{(r)} - W_{\nu}^{(r)+} A_{\mu}^{(k)} \right) + igc_W \left(W_{\mu}^{(k)+} Z_{\nu}^{(r)} - W_{\nu}^{(r)+} Z_{\mu}^{(k)} \right) \right] \\ & + ie \left(W_{\mu}^{(0)+} A_{\nu}^{(m)} - W_{\nu}^{(m)+} A_{\mu}^{(0)} + W_{\mu}^{(m)+} A_{\nu}^{(0)} - W_{\nu}^{(0)+} A_{\mu}^{(m)} \right) \\ & + igc_W \left(W_{\mu}^{(0)+} Z_{\nu}^{(m)} - W_{\nu}^{(m)+} Z_{\mu}^{(0)} + W_{\mu}^{(m)+} Z_{\nu}^{(0)} - W_{\nu}^{(0)+} Z_{\mu}^{(m)} \right), \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)3} = & s_W F_{\mu\nu}^{(m)} + c_W Z_{\mu\nu}^{(m)} \\ & + \Delta_{mkr} \left(W_{\mu}^{(k)-} W_{\nu}^{(r)+} - W_{\mu}^{(k)+} W_{\nu}^{(r)-} \right) \\ & + ig \left(W_{\mu}^{(m)-} W_{\nu}^{(0)+} - W_{\mu}^{(m)+} W_{\nu}^{(0)-} + W_{\nu}^{(m)+} W_{\mu}^{(0)-} - W_{\mu}^{(0)+} W_{\nu}^{(m)-} \right), \end{aligned} \quad (3.21)$$

donde $\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)-} = (\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)+})^\dagger$. En estas expresiones, $s_W(c_W)$ representan el seno(coseno) del ángulo débil y se han introducido las siguientes definiciones: $W_{\mu\nu}^{\pm} \equiv \partial_{\mu} W_{\nu}^{\pm} - \partial_{\nu} W_{\mu}^{\pm}$, $Z_{\mu\nu} \equiv \partial_{\mu} Z_{\nu} - \partial_{\nu} Z_{\mu}$, $F_{\mu\nu} \equiv \partial_{\mu} A_{\nu} - \partial_{\nu} A_{\mu}$ y $W_{\mu\nu}^3 \equiv \partial_{\mu} W_{\nu}^3 - \partial_{\nu} W_{\mu}^3$

Directamente de las expresiones anteriores, uno puede obtener las lagrangianas para los vértices que contribuyen a orden de un lazo al acoplamiento $W^{(0)-}W^{(0)+}A^{(0)}$. El vértice $W^{(m)-}W^{(m)+}A^{(0)}$ está dado por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{WW\gamma} = & -ie \left[\left(W_{\mu\nu}^{(0)-} W^{(0)+\mu} - W_{\mu\nu}^{(0)+} W^{(0)-\mu} \right) A^{(0)\nu} + F_{\mu\nu}^{(0)} W^{(0)-\mu} W^{(0)+\nu} \right. \\ & \left. + \left(W_{\mu\nu}^{(m)-} W^{(m)+\mu} - W_{\mu\nu}^{(m)+} W^{(m)-\mu} \right) A^{(0)\nu} + F_{\mu\nu}^{(0)} W^{(m)-\mu} W^{(m)+\nu} \right], \end{aligned} \quad (3.22)$$

donde también se ha incluido la expresión para el vértice estándar. Es muy importante resaltar que ambos vértices, estándar y no estándar, tiene la misma estructura de Lorentz. Esto significa que dichos vértices tienen asociada exactamente la misma regla de Feynman. Como se verá más adelante, este hecho simplifica de manera considerable los cálculos de las propiedades electromagnéticas del bosón W . Otros

vértices trilineales necesarios para el cálculo son $W^{(0)\pm}W^{(m)\mp}A^{(m)}$ y $W^{(0)\pm}W^{(m)\mp}Z^{(m)}$, los cuales están dados por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{W^{(0)\pm}W^{(m)\mp}W^{(m)3}} &= -ig \left[\left(W_{\mu\nu}^{(0)-}W^{(m)+\mu} - W_{\mu\nu}^{(0)+}W^{(m)-\mu} \right) W^{(m)3\nu} \right. \\ &\quad \left. + W_{\mu\nu}^{(m)3} \left(W^{(m)-\mu}W^{(0)+\nu} - W^{(m)+\mu}W^{(0)-\nu} \right) \right], \end{aligned} \quad (3.23)$$

donde debe tenerse presente la definición $W^3 = c_W Z + s_W A$. La regla de Feynman muestra que las funciones vértices asociadas con $W^{(0)-}W^{(m)+}W^{(m)3}$ o con $W^{(0)+}W^{(m)-}W^{(m)3}$ son exactamente iguales a las funciones vértice de los acoplamientos $W^{(0)-}W^{(0)+}A^{(0)}$ y $W^{(m)-}W^{(m)+}A^{(0)}$. Estos son los únicos vértices trilineales que contribuyen al proceso.

En lo que respecta a los vértices cuárticos, se tiene lo siguiente

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{WWW^3W^3} &= -g^2 \left[2 \left(W_{\mu}^{(0)-}W_{\nu}^{(0)3} - W_{\nu}^{(0)-}W_{\mu}^{(0)3} \right) W^{(0)+\mu}W^{(0)3\nu} \right. \\ &\quad + 2 \left(W_{\mu}^{(m)+}W^{(0)-\mu} + W_{\mu}^{(m)-}W^{(0)+\mu} \right) W_{\nu}^{(m)3}W^{(0)3\nu} \\ &\quad - \left(W_{\mu}^{(m)-}W_{\nu}^{(0)+} + W_{\mu}^{(m)+}W_{\nu}^{(0)-} \right) W^{(m)3\nu}W^{(0)3\mu} \\ &\quad \left. - \left(W_{\mu}^{(0)-}W_{\nu}^{(m)+} + W_{\mu}^{(0)+}W_{\nu}^{(m)-} \right) W^{(m)3\nu}W^{(0)3\mu} \right], \end{aligned} \quad (3.24)$$

donde se ha incluido el vértice estándar. Note que, como en el caso anterior, todas las funciones vértice tienen la misma estructura de Lorentz. Otro vértice cuártico es

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{WWW} &= \frac{g^2}{2} \left[\left(W_{\mu}^{(0)-}W_{\nu}^{(0)+} - W_{\mu}^{(0)+}W_{\nu}^{(0)-} \right) W^{(0)-\mu}W^{(0)+\nu} \right. \\ &\quad + \left(W_{\mu}^{(m)-}W_{\nu}^{(0)+} - W_{\mu}^{(0)+}W_{\nu}^{(m)-} \right) W^{(0)-\mu}W^{(m)+\nu} \\ &\quad \left. + \left(W_{\mu}^{(m)+}W_{\nu}^{(0)-} - W_{\mu}^{(0)-}W_{\nu}^{(m)+} \right) W^{(0)+\mu}W^{(m)-\nu} \right]. \end{aligned} \quad (3.25)$$

En este caso también las dos funciones vértice coinciden.

Este sector también contiene escalares cargados que pueden contribuir a las propiedades electromagnéticas del bosón W pero éstos no serán considerados pues los lagrangianos de donde provienen están en un proceso de estudio más detallado donde deben tomarse en cuenta además campos escalares provenientes del sector de Higgs para poder llevar a cabo un estudio más general y completo de esta parte de la teoría.

3.2. El Sector de Higgs

La lagrangiana en $(4+n)$ dimensiones para el sector de Higgs está dada por

$$\mathcal{L}_{(4+n)}^H = (D_M \Phi)^\dagger(x, \bar{x})(D^M \Phi)(x, \bar{x}) - V(\Phi^\dagger, \Phi)(x, \bar{x}), \quad (3.26)$$

donde $\Phi(x, \bar{x})$ es el doblete de Higgs, $V(\Phi^\dagger, \Phi)(x, \bar{x}) = \mu^2(\Phi^\dagger\Phi) + \lambda_{4+n}(\Phi^\dagger\Phi)^2$ es el potencial de Higgs y D_M es la derivada covariante electrodébil, la cual, en la representación fundamental del grupo, es dada por

$$D_M = \partial_M - ig_{4+n} \frac{\sigma^i}{2} \mathcal{W}_M^i(x, \bar{x}) - ig'_{4+n} \frac{Y}{2} \mathcal{B}_M(x, \bar{x}). \quad (3.27)$$

Con el fin de recuperar el ME en el límite en que el tamaño de la variedad compacta es muy pequeño, es necesario asignarle paridad par al doblete de Higgs, de tal manera que su desarrollo de Fourier es:

$$\begin{aligned} \Phi(x, \bar{x}) &= \left(\frac{1}{R_1 \cdots R_n} \right)^{1/2} \Phi^{(0)}(x) \\ &\quad + \left(\frac{2}{R_1 \cdots R_n} \right)^{1/2} \sum'_{m_1, \dots, m_n} \Phi^{(m)}(x) \cos \left[2\pi \left(\frac{m_1 \bar{x}^1}{R_1} + \cdots + \frac{m_n \bar{x}^n}{R_n} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.28)$$

El sector cinético puede descomponerse como

$$\mathcal{L}_{(4+n)HK} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) + (D_{\bar{\mu}} \Phi)^\dagger (D^{\bar{\mu}} \Phi). \quad (3.29)$$

Dado que Φ es par, $D_\mu \Phi$ también es par, pero $D_{\bar{\mu}} \Phi$ es impar. Tomando en cuenta esto, uno puede escribir la lagrangiana en 4 dimensiones como sigue:

$$\mathcal{L}_{4HK} = (D_\mu \Phi)^{(0)\dagger} (D^\mu \Phi)^{(0)} + (D_\mu \Phi)^{(m)\dagger} (D^\mu \Phi)^{(m)} + (D_{\bar{\mu}} \Phi)^{(m)\dagger} (D^{\bar{\mu}} \Phi)^{(m)}, \quad (3.30)$$

donde

$$(D_\mu \Phi)^{(0)} = D_\mu^{(0)} \Phi^{(0)} - i \left(g \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^{(m)} + g' \frac{Y}{2} B_\mu^{(m)} \right) \Phi^{(m)}, \quad (3.31)$$

$$(D_\mu \Phi)^{(m)} = D_\mu^{(mr)} \Phi^{(r)} - i \left(g \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^{(m)} + g' \frac{Y}{2} B_\mu^{(m)} \right) \Phi^{(0)}, \quad (3.32)$$

$$(D_{\bar{\mu}} \Phi)^{(m)} = D_{\bar{\mu}}^{(mr)} \Phi^{(r)} - i \left(g \frac{\sigma^i}{2} W_{\bar{\mu}}^{(m)} + g' \frac{Y}{2} B_{\bar{\mu}}^{(m)} \right) \Phi^{(0)}, \quad (3.33)$$

con

$$D_\mu^{(0)} = \partial_\mu - ig \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^{(0)i} - ig' \frac{Y}{2} B_\mu^{(0)}, \quad (3.34)$$

$$D_\mu^{(mr)} = \delta^{mr} D_\mu^{(0)} - i \Delta^{mkr} \left(g \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^{(k)i} + g' \frac{Y}{2} B_\mu^{(k)} \right), \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} D_{\bar{\mu}}^{(mr)} &= -2\pi \left(\frac{m_1 \delta_{\bar{\mu}5}}{R_1} + \dots + \frac{m_n \delta_{\bar{\mu}4+n}}{R_n} \right) \delta^{mr} \\ &\quad - i \Delta'_{mkr} \left(g \frac{\sigma^i}{2} W_{\bar{\mu}}^{(k)i} + g' \frac{Y}{2} B_{\bar{\mu}}^{(k)} \right), \end{aligned} \quad (3.36)$$

donde el símbolo Δ_{mkr} es definido en la referencia [18]. En las expresiones anteriores, $\Phi^{(0)}$ es el doblete de Higgs estándar, en tanto que $\Phi^{(m)}$ representa sus excitaciones de KK, las cuales se transforman idénticamente bajo el grupo electrodébil, pero no adquieren un valor esperado en el vacío. Con el fin de identificar los vértices de interés, conviene desarrollar de manera explícita estas expresiones en términos de campos de eigenestados de masa. Dichas expresiones son presentadas en el Apéndice A. Con el uso de estos resultados, se encuentra que el término $(D_\mu \Phi)^{(0)\dagger} (D^\mu \Phi)^{(0)}$ genera el siguiente acoplamiento que contribuye al vértice $WW\gamma$:

$$\mathcal{L}_{HWW} = \frac{g}{2} m_{W^{(0)}} \left[H^{(m)} \left(W_\mu^{(0)-} W^{(m)+\mu} + W_\mu^{(0)+} W^{(m)-\mu} \right) \right]$$

Similarmente al caso del sector de Yang-Mills existen también campos escalares que a través de los acoplamientos correspondientes son capaces de contribuir a las propiedades electromagnéticas del bosón W . Dichas contribuciones no serán tomadas en cuenta dado que la derivación de los lagrangianos asociados a estos campos esta en proceso.

Por otra parte, la corrección que reciben las masas de las excitaciones de KK para los bosones de norma a la escala electrodébil está dada de la siguiente manera:

$$m_{W^{(m)}}^2 = \left(\frac{2\pi m_1}{R_1} \right)^2 + \dots + \left(\frac{2\pi m_n}{R_n} \right)^2 + m_{W^{(0)}}^2 \quad (3.37)$$

$$m_{Z^{(m)}}^2 = \left(\frac{2\pi m_1}{R_1} \right)^2 + \dots + \left(\frac{2\pi m_n}{R_n} \right)^2 + m_{Z^{(0)}}^2. \quad (3.38)$$

$$m_{A^{(m)}}^2 = \left(\frac{2\pi m_1}{R_1} \right)^2 + \dots + \left(\frac{2\pi m_n}{R_n} \right)^2. \quad (3.39)$$

CAPÍTULO 3. EL MODELO ESTÁNDAR CON N DIMENSIONES EXTRA
3.2. EL SECTOR DE HIGGS

Mientras que la masa de las excitaciones asociadas con el bosón de Higgs deben ser de la forma:

$$m_{H^{(m)}}^2 = \left(\frac{2\pi m_1}{R_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2\pi m_n}{R_n}\right)^2 + m_{H^{(0)}}^2. \quad (3.40)$$

Capítulo 4

Contribución bosónica de un lazo al vértice $WW\gamma$ en dimensiones extra

En este capítulo se presenta un estudio detallado de las contribuciones a un lazo del sector bosónico al vértice $WW\gamma$ en el contexto del ME extendido con n dimensiones espaciales extra compactas. Como ya se comentó en el capítulo anterior, una partícula que se puede propagar en $4 + n$ dimensiones está caracterizada por un campo vectorial del grupo de Lorentz extendido $SO(1, 3 + n)$. Para poder implementar la compactificación, dichos campos deben ser mapeados a otros campos que formen una representación del grupo de Lorentz estándar $SO(1, 3)$. Así, previo a la compactificación, los campos vectoriales asociados a las partículas W^\pm , Z y γ son mapeados, cada uno, a un campo vectorial (W_μ^\pm , Z_μ y γ_μ) y n campos escalares de $SO(1, 3)$ ($W_{\bar{\mu}}^\pm$, $Z_{\bar{\mu}}$ y $\gamma_{\bar{\mu}}$). Una vez establecida la geometría de la variedad compacta \mathcal{N} , que en nuestro caso es de la forma $S^1/Z_2 \times \cdots \times S^1/Z_2$, cada uno de los campos mencionados es desarrollado en serie de Fourier, cuyos coeficientes o modos de Fourier son conocidos con el nombre de campos de Kaluza-Klein o simplemente excitaciones de KK. Los modos cero de la serie corresponden a los campos de la teoría estándar. Cada tipo de partícula tiene asociadas diversas torres de KK. Con el fin de clarificar tanto como sea posible el contexto en el cual se presentarán los cálculos, a continuación se presenta una síntesis de dichas torres de KK.

Partícula W^\pm . Tiene asociado un campo vectorial y n campos escalares con sus correspondientes torres de KK:

★ *Parte Vectorial.* Hay $2^n - 1$ torres de KK asociadas al campo W_μ^\pm :

$$\begin{aligned}
 n : \quad & W_\mu^{(0, \dots, m_i, \dots, 0)^\pm}, \quad m_{W^{(0, \dots, m_i, \dots, 0)}}^2 = \left(\frac{2\pi m_i}{R_i} \right)^2 + m_{W^{(0)}}^2, \\
 \frac{n(n-1)}{2} : \quad & W_\mu^{(0, \dots, m_i, \dots, 0, m_j, \dots, 0)^\pm}, \quad m_{W^{(0, \dots, m_i, \dots, 0, m_j, \dots, 0)}}^2 = \left(\frac{2\pi m_i}{R_i} \right)^2 + \left(\frac{2\pi m_j}{R_j} \right)^2 + m_{W^{(0)}}^2, \\
 & \vdots \\
 & \vdots \\
 & \vdots \\
 1 : \quad & W_\mu^{(m_1, m_2, \dots, m_n)^\pm}, \quad m_{W^{(m_1, m_2, \dots, m_n)}}^2 = \left(\frac{2\pi m_1}{R_1} \right)^2 + \cdots + \left(\frac{2\pi m_n}{R_n} \right)^2 + m_{W^{(0)}}^2,
 \end{aligned}$$

donde se ha especificado la masa de cada modo en las torres.

★ *Parte Escalar.* De los n campos escalares que tiene asociada esta partícula, $n - 1$ emergen del sector de Yang-Mills, los cuales denotaremos por $W_{\hat{\mu}}^{(m)^\pm}$ ($\hat{\mu} = 1, 2, \dots, n - 1$), mientras que el campo

CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$ EN DIMENSIONES EXTRA

restante surge del sector de Higgs y será denotado por $G_W^{(m)\pm}$. Los $n - 1$ escalares $W_{\hat{\mu}}^{(m)\pm}$ están asociados con la naturaleza vectorial de la partícula W , mientras que $G_W^{(m)\pm}$ tiene que ver con el hecho de que esta partícula recibe su masa a través del mecanismo de Higgs. Cada uno de estos campos tiene asociado $2^n - 1$ torres de KK, justo como en el caso del campo vectorial. Dado que hay n escalares, tenemos un total de $n(2^n - 1)$ torres de KK. El espectro de masas de cada torre es una réplica exacta del espectro de la torre vectorial.

Partícula Z . Presenta una situación idéntica a la de la partícula W . Las torres vectoriales y escalares son denotadas por $Z_{\hat{\mu}}^{(m)}$ y $(Z_{\hat{\mu}}^{(m)}, G_Z^{(m)})$, respectivamente. Las masas son denotadas por $m_{Z^{(m)}}$, donde en lugar de $m_{W^{(m)}}$ tenemos ahora $m_{Z^{(m)}}$.

Partícula γ . Dado que el fotón no tiene masa en reposo, sólo tiene asociados $n - 1$ escalares. Las torres de KK vectoriales y escalares son denotadas por $A_{\mu}^{(m)}$ y $A_{\hat{\mu}}^{(m)}$. Las masas en este caso son de la forma

$$m_{A^{(m)}}^2 = \left(\frac{2\pi m_1}{R_1}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{2\pi m_n}{R_n}\right)^2. \quad (4.1)$$

Partícula H . Dado que el bosón de Higgs es una partícula escalar, el mapeo del grupo $SO(1, 3 + n)$ a $SO(1, 3)$ es dado por la identidad. Sus torres de KK asociadas serán denotadas por $H^{(m)}$. Las masas de estas torres son dadas por

$$m_{H^{(m)}}^2 = \left(\frac{2\pi m_1}{R_1}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{2\pi m_n}{R_n}\right)^2 + m_{H^{(0)}}^2. \quad (4.2)$$

Como fue mencionado en el capítulo anterior las contribuciones provenientes de los campos escalares de Kaluza-Klein correspondientes a los bosones de norma electrodébiles (W , Z y γ) no serán contempladas en este trabajo y su estudio es dejado para un análisis posterior.

Dado que los vértices no distinguen entre torres de KK, usaremos la notación compacta (\underline{m}) tanto en campos como en masas. De esta manera, los lazos son calculados genéricamente usando $W_{\mu}^{(m)\pm}$, $Z_{\mu}^{(m)}$, $A_{\mu}^{(m)}$, etc. Siguiendo la notación compacta, la suma sobre los modos de Fourier sera denotada en la siguiente forma

$$\sum'_{\underline{m}}. \quad (4.3)$$

También, haremos un uso sistemático de toda la información y resultados obtenidos en el capítulo 2 para el cálculo dentro del ME, ya que los detalles técnicos más sutiles son comunes a ambos escenarios. En el resto del capítulo se muestra que las aportaciones de cada sector a los factores de forma ΔQ y $\Delta \kappa$ conducen de manera independiente a resultados invariantes de norma bajo el grupo electromagnético.

Debido a que las partículas que definen al vértice en consideración (partículas externas) no cambian pues los modos cero de la teoría corresponden precisamente a las partículas del ME en 4 dimensiones se tiene que la cinemática del proceso no es alterada por la existencia de modos KK circulando en el lazo. Lo anterior trae como consecuencia que los resultados que se desprenden de la cinemática pueden ser usados nuevamente. Dichos resultados se escriben nuevamente para ser recordados.

La condición de transversalidad genera las siguientes identidades sobre los momentos de las partículas externas implicadas:

$$(p - q)_{\alpha} = 0 \Rightarrow p_{\alpha} = q_{\alpha}, \quad (4.4)$$

$$(p + q)_{\beta} = 0 \Rightarrow p_{\beta} = -q_{\beta}, \quad (4.5)$$

$$q_{\mu} = 0. \quad (4.6)$$

CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$ EN DIMENSIONES EXTRA

4.1. CONTRIBUCIÓN VECTORIAL DEL SECTOR DE YANG-MILLS

Mientras que la condición de capa de masa conduce a las igualdades:

$$\begin{aligned} (p - q)^2 = m_{W^{(0)}}^2 &\Rightarrow p^2 = m_{W^{(0)}}^2 + q^2, \\ (p + q)^2 = m_{W^{(0)}}^2 &\quad p \cdot q = 0, \\ (2q)^2 = m_{A^{(0)}}^2 &\quad q^2 = 0. \end{aligned} \tag{4.7}$$

Similarmente al caso de 4 dimensiones, la condición de capa de masa sobre el fotón, $q^2 = 0$, será usada solo al final del cálculo debido a que en la obtención del factor de forma ΔQ se requiere el empleo de la regla de L'Hopital; en tanto que las restantes serán utilizadas sistemáticamente desde el inicio.

Además en el capítulo 2 se encontraron identidades entre funciones de Passarino-Veltman que ayudan a simplificar de manera notable las expresiones de los factores de forma resultantes, algunas de las cuales surgen al tomar el límite $q^2 \rightarrow 0$. En el contexto del ME con n dimensiones extra dichas relaciones surgen nuevamente entre las nuevas funciones involucradas y se irán presentando de acuerdo al caso requerido.

Con esta breve introducción y recordatorio se comienza la descripción de los resultados obtenidos dentro del contexto del ME con n dimensiones espaciales extra.

4.1. Contribución vectorial del sector de Yang-Mills

En las siguientes secciones se calcula la contribución al vértice $WW\gamma$ de las torres vectoriales asociadas a las tres partículas de norma W , Z y γ las cuáles surgen del sector de Yang-Mills de la teoría. Estas contribuciones son dadas por medio de diagramas de Feynman idénticos a los incluidos en las figuras 2.2, 2.3, 2.4, 2.5 y 2.6; que fueron clasificados en el caso del ME (contribución del modo cero). Como se enfatizó en el capítulo anterior, los vértices en uno y otro caso son idénticos. Entonces, la única diferencia entre las amplitudes para aquellos diagramas y las que se calcularán aquí es debida a las masas de las partículas que circulan en los lazos, las cuales corresponden ahora a las masas de las torres de KK, esto es, $m_{W^{(m)}}^2$, $m_{Z^{(m)}}^2$ y $m_{A^{(m)}}^2$. Por lo tanto, los mismos programas diseñados en el software FeynCalc para el caso de ME pueden ser usados con tan sólo esta ligera modificación.

El diagrama genérico correspondiente al vértice que se está analizando, tomando en cuenta la notación descrita en el capítulo anterior, queda de la siguiente forma:

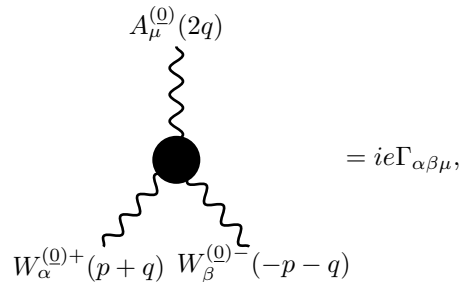


Figura 4.1: Diagrama del vértice $W^{(0)+}W^{(0)-}A^{(0)}$

en donde ahora se tiene que dentro del lazo solo circulan modos KK.

La aportación correspondiente puede agruparse en un caso análogo al modelo estándar en 4 dimensiones pues al tomar en cuenta que las estructuras de Lorentz de los vértices equivalentes involucrados en el proceso, es decir, $W^{(m)-}W^{(m)+}A^{(0)}$, $W^{(0)\pm}W^{(m)\mp}A^{(m)}$, $W^{(0)\pm}W^{(m)\mp}Z^{(m)}$, $W^{(0)\pm}W^{(m)\mp}Z^{(m)}A^{(0)}$, $W^{(0)\pm}W^{(m)\mp}A^{(m)}A^{(0)}$, $W^{(0)\pm}W^{(m)\mp}Z^{(m)}A^{(0)}$ y $W^{(0)-}W^{(0)+}W^{(m)-}W^{(m)+}$ coinciden, se obtiene que surgen diagramas idénticos a su contraparte descrita en el capítulo 2.

Siguiendo la analogía mencionada en párrafos anteriores iniciamos con el bloque de diagramas donde se tiene el campo vectorial asociado al fotón dentro del lazo.

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**

4.1. CONTRIBUCIÓN VECTORIAL DEL SECTOR DE YANG-MILLS

1. Como se mencionó, los diagramas son idénticos a aquellos del ME en 4 dimensiones con la diferencia que dentro del lazo existen únicamente modos KK y además la masa asociada al campo vectorial que representa al fotón no es considerada igual a cero.

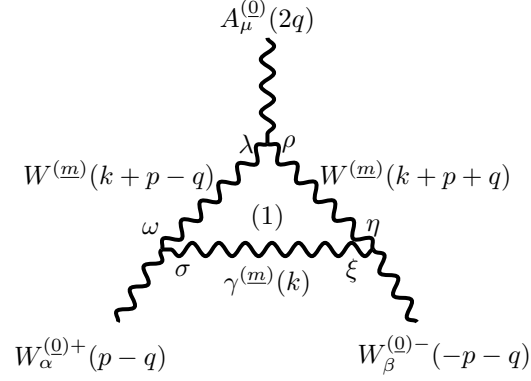


Figura 4.2: Diagrama de triángulo con un fotón virtual $\gamma^{(m)}$.

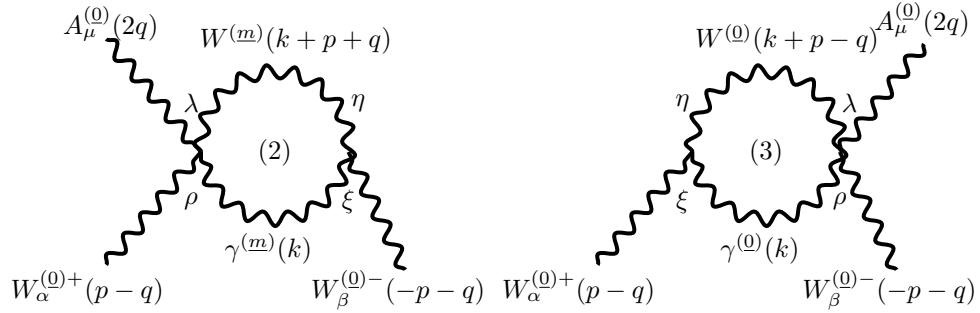


Figura 4.3: Burbujas correspondientes al caso donde se tiene un fotón dentro del lazo.

2. Ahora se consideran aquellos diagramas con la torres vectoriales KK, $Z^{(m)}$, circulando en el lazo.

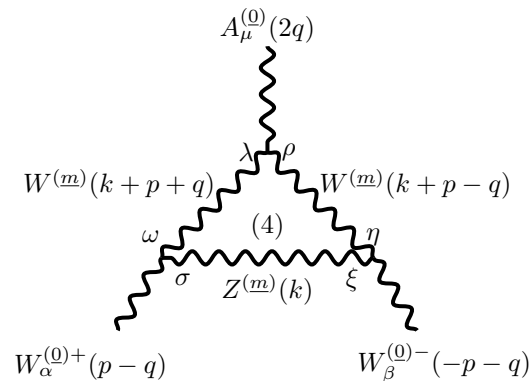


Figura 4.4: Diagrama de triángulo con un $Z^{(m)}$ virtual.

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**
4.1. CONTRIBUCIÓN VECTORIAL DEL SECTOR DE YANG-MILLS

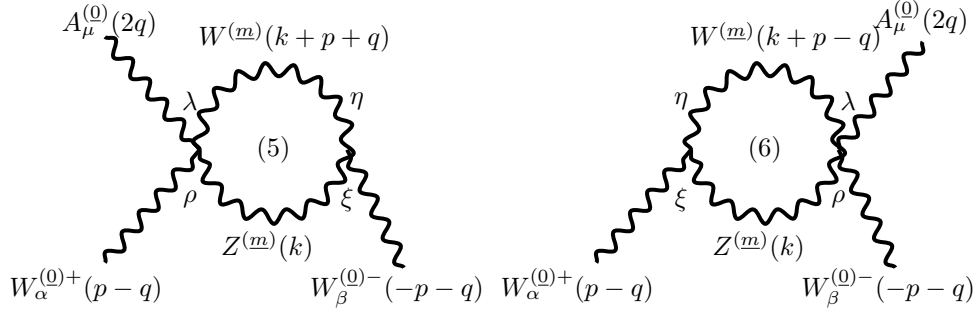


Figura 4.5: Burbujas correspondientes a un $Z^{(m)}$ dentro del lazo.

3. Finalmente se tiene la burbuja formada por solo campos vectoriales $W^{(m)\pm}$ circulando en el interior.

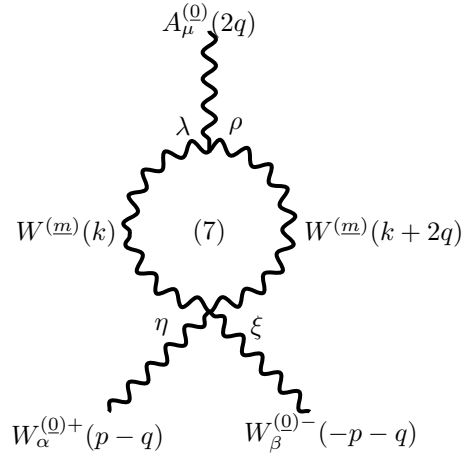


Figura 4.6: Diagrama de burbuja incluyendo únicamente bosones $W^{(m)\pm}$.

Las reglas de Feynman necesarias para el cálculo de los diagramas anteriores no cambian para el caso de los vértices, mientras que, en el caso de los propagadores esto no necesariamente se cumple debido a que se tienen modos KK circulando en lazo. Lo mencionado anteriormente se muestra a continuación:

- Acoplamiento vectorial entre $Z^{(0)}$ y $\gamma^{(0)}$ con $W^{(m)\pm}$

$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{c} V_\mu^{(0)}(k_1) \\ | \\ W_\nu^{(m)+}(k_2) \quad W_\lambda^{(m)-}(k_3) \end{array} &= & -ig_V[(k_1 - k_2)_\lambda g_{\mu\nu} \\
 & & & + (k_2 - k_3)_\mu g_{\nu\lambda} \\
 & & & + (k_3 - k_1)_\nu g_{\lambda\mu}] \quad (4.8) \\
 & g_V = \begin{cases} e & \text{si } V = \gamma^{(0)}, \\ gc_W & \text{si } V = Z^{(0)}. \end{cases} \quad (4.9)
 \end{aligned}$$

- Propagador de los bosones $W^{(m)\pm}$ en la norma unitaria

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**

4.1. CONTRIBUCIÓN VECTORIAL DEL SECTOR DE YANG-MILLS

$$\delta \begin{array}{c} W^{(m)\pm}(k) \\ \text{~~~~~} \\ \eta \end{array} = \frac{-i}{k^2 - m_{W^{(m)}}^2} \left(g\delta_{\eta} - \frac{k_{\delta}\kappa_{\eta}}{m_{W^{(m)}}^2} \right), \quad (4.10)$$

donde para el caso de $Z^{(m)}$ se hace el cambio $m_{W^{(m)}} \rightarrow m_{Z^{(m)}}$.

- Propagador del fotón $A^{(m)}$.

$$\delta \begin{array}{c} \gamma^{(m)}(k) \\ \text{~~~~~} \\ \eta \end{array} = \frac{-i}{k^2 - m_{A^{(m)}}^2} \left(g\delta_{\eta} - \frac{k_{\delta}\kappa_{\eta}}{m_{A^{(m)}}^2} \right). \quad (4.11)$$

A diferencia del ME en 4 dimensiones aquí sí tiene una masa asociada al campo vectorial correspondiente al fotón.

- Vértices de tipo $WWWW$, $WWAA$ y $WWAZ$

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} W_{\mu}^{(0)+} \\ \text{~~~~~} \\ \text{~~~~~} \\ \text{~~~~~} \\ W_{\lambda}^{(m)+} \end{array} & \begin{array}{c} W_{\nu}^{(0)-} \\ \text{~~~~~} \\ \text{~~~~~} \\ \text{~~~~~} \\ W_{\rho}^{(m)-} \end{array} & = ig^2\Gamma_{\mu\nu\lambda\rho}, \\ \begin{array}{c} A_{\mu}^{(0)} \\ \text{~~~~~} \\ \text{~~~~~} \\ \text{~~~~~} \\ W_{\lambda}^{(0)+} \end{array} & \begin{array}{c} A_{\nu}^{(m)} \\ \text{~~~~~} \\ \text{~~~~~} \\ \text{~~~~~} \\ W_{\rho}^{(m)-} \end{array} & = -ie^2\Gamma_{\mu\nu\lambda\rho}, \\ \begin{array}{c} Z_{\nu}^{(m)} \\ \text{~~~~~} \\ \text{~~~~~} \\ \text{~~~~~} \\ W_{\lambda}^{(0)+} \end{array} & \begin{array}{c} A_{\mu}^{(0)} \\ \text{~~~~~} \\ \text{~~~~~} \\ \text{~~~~~} \\ W_{\rho}^{(m)-} \end{array} & = -ig^2\Gamma_{\mu\nu\lambda\rho}, \end{array}$$

donde

$$\Gamma_{\mu\nu\lambda\rho} = 2g_{\mu\nu}g_{\lambda\rho} - g_{\mu\lambda}g_{\nu\rho} - g_{\mu\rho}g_{\nu\lambda}. \quad (4.12)$$

Puesto que los diagramas son idénticos al caso del ME, su contribución puede ser de nuevo separada de la siguiente manera:

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu} = ig^2 \left[s_W^2 \sum_{i=1}^3 \Gamma_{\alpha\beta\mu}^{(i)} + c_W^2 \sum_{i=4}^6 \Gamma_{\alpha\beta\mu}^{(i)} + (s_W^2 + c_W^2) \Gamma_{\alpha\beta\mu}^{(7)} \right]. \quad (4.13)$$

Del mismo modo los factores de forma tendrán contribuciones correspondientes a γ ó a Z como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} A^{YM} &= A^{\gamma} + A^Z, \\ \Delta\kappa^{YM} &= \Delta\kappa^{\gamma} + \Delta\kappa^Z, \\ \Delta Q^{YM} &= \Delta Q^{\gamma} + \Delta Q^Z. \end{aligned} \quad (4.14)$$

De manera inicial sólo los factores de forma $\Delta Q^{\gamma,Z}$ son libres de divergencias ultravioletas mientras que la obtención de factores de forma $\Delta\kappa^{\gamma,Z}$ finitos es lograda tomando en cuenta la contribución del diagrama (7) como sucedía en el caso usual.

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**
4.1. CONTRIBUCIÓN VECTORIAL DEL SECTOR DE YANG-MILLS

4.1.1. Contribución vectorial del fotón γ

Considerando los diagramas de las figuras 4.2 y 4.3, la amplitud tensorial puede ser escrita de la forma:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\alpha\beta\mu}^\gamma &= s_W^2 \sum_{i=1}^3 \Gamma_{\alpha\beta\mu}^{(i)} \\
&= s_W^2 \sum'_{\underline{m}} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left\{ \frac{1}{\Delta(\underline{m})} P^{(\underline{m})\sigma\xi} P^{(\underline{m})\omega\lambda} P^{(\underline{m})\eta\rho} \Gamma_{\lambda\rho\mu} \Gamma_{\omega\sigma\alpha} \Gamma_{\eta\xi\beta} \right. \\
&\quad - [(k+p-q)^2 - m_{W(\underline{m})}^2] P^{(\underline{m})\rho\xi} P^{(\underline{m})\eta\lambda} \Gamma_{\lambda\rho\alpha\mu} \Gamma_{\eta\xi\beta} \\
&\quad \left. - [(k+p+q)^2 - m_{W(\underline{m})}^2] P^{(\underline{m})\rho\xi} \bar{P}^{(\underline{m})\eta\lambda} \Gamma_{\lambda\rho\beta\mu} \Gamma_{\eta\xi\alpha} \right\}, \tag{4.15}
\end{aligned}$$

donde:

$$\Gamma_{\lambda\rho\mu} = 2(k+p)_\mu g_{\lambda\rho} - (k+p-3q)_\rho g_{\mu\lambda} - (k+p+3q)_\lambda g_{\rho\mu}, \tag{4.16}$$

$$\Gamma_{\omega\sigma\alpha} = -2k_\alpha g_{\omega\sigma} + (k-p+q)_\omega g_{\sigma\alpha} + (k+2p-2q)_\sigma g_{\alpha\omega}, \tag{4.17}$$

$$\Gamma_{\eta\xi\beta} = -2k_\beta g_{\eta\xi} + (k-p-q)_\eta g_{\xi\beta} + (k+2p+2q)_\xi g_{\eta\beta}, \tag{4.18}$$

$$P^{(\underline{m})\sigma\xi} = g^{\sigma\xi} - \frac{k^\sigma k^\xi}{m_{A(\underline{m})}^2}, \tag{4.19}$$

$$P^{(\underline{m})\omega\lambda} = g^{\omega\lambda} - \frac{(k+p-q)^\omega (k+p-q)^\lambda}{m_{W(\underline{m})}^2}, \tag{4.20}$$

$$P^{(\underline{m})\eta\rho} = g^{\eta\rho} - \frac{(k+p+q)^\eta (k+p+q)^\rho}{m_{W(\underline{m})}^2}, \tag{4.21}$$

$$P^{(\underline{m})\eta\lambda} = g^{\eta\lambda} - \frac{(k+p+q)^\eta (k+p+q)^\lambda}{m_{W(\underline{m})}^2}, \tag{4.22}$$

$$\Gamma_{\lambda\rho\alpha\mu} = 2g_{\rho\mu} g_{\alpha\lambda} - g_{\alpha\mu} g_{\lambda\rho} - g_{\lambda\mu} g_{\alpha\rho}, \tag{4.23}$$

$$\bar{P}^{(\underline{m})\eta\lambda} = g^{\eta\lambda} - \frac{(k+p-q)^\eta (k+p-q)^\lambda}{m_{W(\underline{m})}^2}, \tag{4.24}$$

$$P^{(\underline{m})\rho\xi} = g^{\rho\xi} - \frac{k^\rho k^\xi}{m_{A(\underline{m})}^2}, \tag{4.25}$$

$$\Gamma_{\lambda\rho\beta\mu} = 2g_{\lambda\rho} g_{\beta\mu} - g_{\lambda\mu} g_{\beta\rho} - g_{\beta\mu} g_{\lambda\rho}, \tag{4.26}$$

$$\Gamma_{\eta\xi\alpha} = -2k_\alpha g_{\eta\rho} + (k-p+q)_\eta g_{\alpha\xi} + (k+2p-2q)_\xi g_{\alpha\mu}, \tag{4.27}$$

$$\Delta(\underline{m}) = [k^2 - m_{A(\underline{m})}^2][(k+p-q)^2 - m_{W(\underline{m})}^2][(k+p+q)^2 - m_{W(\underline{m})}^2]. \tag{4.28}$$

La funciones de Passarino-Veltman que aparecen después de hacer uso de la descomposición covariante del mismo nombre mediante el empleo de FeynCalc son las siguientes:

$$B_{01}^{(\underline{m})} = B_0(0, m_{W(\underline{m})}^2, m_{W(\underline{m})}^2), \tag{4.29}$$

$$B_{02}^{(\underline{m})} = B_0(4q^2, m_{W(\underline{m})}^2, m_{W(\underline{m})}^2), \tag{4.30}$$

$$B_{03}^{(\underline{m})} = B_0(0, m_{A(\underline{m})}^2, m_{A(\underline{m})}^2), \tag{4.31}$$

$$B_{04}^{(\underline{m})} = B_0(0, m_{A(\underline{m})}^2, m_{W(\underline{m})}^2), \tag{4.32}$$

$$B_{05}^{(\underline{m})} = B_0(m_{W(\underline{m})}^2, m_{W(\underline{m})}^2, m_{A(\underline{m})}^2), \tag{4.33}$$

$$C_{01}^{(\underline{m})} = C_0(m_{W(\underline{m})}^2, m_{W(\underline{m})}^2, 4q^2, m_{W(\underline{m})}^2, m_{A(\underline{m})}^2, m_{W(\underline{m})}^2), \tag{4.34}$$

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**

4.1. CONTRIBUCIÓN VECTORIAL DEL SECTOR DE YANG-MILLS

donde dichas funciones han sido representadas en esta notación para diferenciarlas de aquellas empleadas en el capítulo 2. En el caso del modo KK asociado al fotón, $A^{(\underline{m})}$, las identidades entre funciones Passarino-Veltman (mencionadas en párrafos anteriores) que ayudan a tener expresiones mas simples de los factores de forma son:

$$B_{04}^{(\underline{m})} = \frac{(m_{A^{(\underline{m})}}^2(1 + B_{03}^{(\underline{m})}) - m_{W^{(\underline{m})}}^2(1 + B_{01}^{(\underline{m})}))}{(m_{A^{(\underline{m})}}^2 - m_{W^{(\underline{m})}}^2)}, \quad (4.35)$$

y en el caso del limite $q^2 \rightarrow 0$ se tiene que las identidades entre funciones de Passarino-Veltman adquieren validez,

$$B_{02}^{(\underline{m})}|_{q^2 \rightarrow 0} = B_{01}^{(\underline{m})}, \quad (4.36)$$

$$C_{01}^{(\underline{m})}|_{q^2 \rightarrow 0} = \frac{-(-2 + B_{01}^{(\underline{m})} - 2B_{03}^{(\underline{m})} + B_{05}^{(\underline{m})})m_{A^{(\underline{m})}}^2 + (2 + B_{01}^{(\underline{m})} - B_{05}^{(\underline{m})})(m_{W^{(\underline{m})}}^2 - m_{W^{(\underline{0})}}^2)}{m_{A^{(\underline{m})}}^4 + (m_{W^{(\underline{m})}}^2 - m_{W^{(\underline{0})}}^2)^2 - 2m_{A^{(\underline{m})}}^2(m_{W^{(\underline{m})}}^2 + m_{W^{(\underline{0})}}^2)}. \quad (4.37)$$

Considerando las relaciones anteriores, el factor global $ig^2 s_W^2$ y el de loop $\frac{i}{(4\pi)^2}$ se tienen las expresiones:

$$\begin{aligned} \Delta\kappa^{(123)} &= \sum'_{\underline{m}} \left(-\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left(\frac{1}{12m_{A^{(\underline{m})}}^2 m_{W^{(\underline{m})}}^2 m_{W^{(\underline{0})}}^4} \right) \left[-6(B_{03}^{(\underline{m})} - B_{05}^{(\underline{m})} + 1)m_{A^{(\underline{m})}}^8 \right. \\ &+ 3 \left(2(B_{01}^{(\underline{m})} - 9B_{03}^{(\underline{m})} + 8B_{05}^{(\underline{m})} - 8)m_{W^{(\underline{m})}}^2 + (-4B_{03}^{(\underline{m})} + 4B_{05}^{(\underline{m})} - 5)m_{W^{(\underline{0})}}^2 \right) m_{A^{(\underline{m})}}^6 \\ &+ \left(54(B_{01}^{(\underline{m})} + B_{03}^{(\underline{m})} - 2B_{05}^{(\underline{m})} + 2)m_{W^{(\underline{m})}}^4 + 3(6B_{01}^{(\underline{m})} - 6B_{05}^{(\underline{m})} - 5)m_{W^{(\underline{0})}}^2 m_{W^{(\underline{m})}}^2 \right. \\ &+ \left. (18B_{03}^{(\underline{m})} - 18B_{05}^{(\underline{m})} + 1)m_{W^{(\underline{0})}}^4 \right) m_{A^{(\underline{m})}}^4 + \left(6(-9B_{01}^{(\underline{m})} + B_{03}^{(\underline{m})} + 8B_{05}^{(\underline{m})} - 8)m_{W^{(\underline{m})}}^6 \right. \\ &+ 3(20B_{01}^{(\underline{m})} + 4B_{03}^{(\underline{m})} - 24B_{05}^{(\underline{m})} + 13)m_{W^{(\underline{0})}}^2 m_{W^{(\underline{m})}}^4 + 19m_{W^{(\underline{0})}}^6 \\ &\left. - 2(9B_{03}^{(\underline{m})} - 36B_{05}^{(\underline{m})} + 22)m_{W^{(\underline{0})}}^4 m_{W^{(\underline{m})}}^2 \right) m_{A^{(\underline{m})}}^2 - (m_{W^{(\underline{m})}}^2 - m_{W^{(\underline{0})}}^2)^2 \times \\ &\left. \left(6(B_{01}^{(\underline{m})} - B_{05}^{(\underline{m})} + 1)m_{W^{(\underline{m})}}^4 + 3(6B_{01}^{(\underline{m})} - 6B_{05}^{(\underline{m})} + 7)m_{W^{(\underline{0})}}^2 m_{W^{(\underline{m})}}^2 - m_{W^{(\underline{0})}}^4 \right) \right], \quad (4.38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A^\gamma &= \sum'_{\underline{m}} \left(-\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left(\frac{1}{36m_{A^{(\underline{m})}}^2 m_{W^{(\underline{m})}}^2 m_{W^{(\underline{0})}}^4} \right) \left[6(B_{03}^{(\underline{m})} - B_{05}^{(\underline{m})} + 1)m_{A^{(\underline{m})}}^8 \right. \\ &+ \left(3(9B_{03}^{(\underline{m})} - 9B_{05}^{(\underline{m})} + 10)m_{W^{(\underline{0})}}^2 - 6(B_{01}^{(\underline{m})} - 9B_{03}^{(\underline{m})} + 8B_{05}^{(\underline{m})} - 8)m_{W^{(\underline{m})}}^2 \right) m_{A^{(\underline{m})}}^6 \\ &- \left(54(B_{01}^{(\underline{m})} + B_{03}^{(\underline{m})} - 2B_{05}^{(\underline{m})} + 2)m_{W^{(\underline{m})}}^4 + (24B_{03}^{(\underline{m})} + 27B_{05}^{(\underline{m})} - 17)m_{W^{(\underline{0})}}^4 \right. \\ &+ \left. 3(11B_{01}^{(\underline{m})} + 10B_{03}^{(\underline{m})} - 21B_{05}^{(\underline{m})} + 10)m_{W^{(\underline{0})}}^2 m_{W^{(\underline{m})}}^2 \right) m_{A^{(\underline{m})}}^4 \\ &+ \left(6(9B_{01}^{(\underline{m})} - B_{03}^{(\underline{m})} - 8B_{05}^{(\underline{m})} + 8)m_{W^{(\underline{m})}}^6 \right. \\ &- 3(10B_{01}^{(\underline{m})} + 11B_{03}^{(\underline{m})} - 21B_{05}^{(\underline{m})} + 10)m_{W^{(\underline{0})}}^2 m_{W^{(\underline{m})}}^4 \\ &- 2(30B_{01}^{(\underline{m})} + 30B_{03}^{(\underline{m})} + 15B_{05}^{(\underline{m})} + 23)m_{W^{(\underline{0})}}^4 m_{W^{(\underline{m})}}^2 \\ &+ \left. (-9B_{03}^{(\underline{m})} + 51B_{05}^{(\underline{m})} - 56)m_{W^{(\underline{0})}}^6 \right) m_{A^{(\underline{m})}}^2 + (m_{W^{(\underline{m})}}^2 - m_{W^{(\underline{0})}}^2) \times \\ &\left(6(B_{01}^{(\underline{m})} - B_{05}^{(\underline{m})} + 1)m_{W^{(\underline{m})}}^6 + 3(11B_{01}^{(\underline{m})} - 11B_{05}^{(\underline{m})} + 12)m_{W^{(\underline{0})}}^2 m_{W^{(\underline{m})}}^4 \right. \\ &\left. + (9B_{01}^{(\underline{m})} - 60B_{05}^{(\underline{m})} + 53)m_{W^{(\underline{0})}}^4 m_{W^{(\underline{m})}}^2 - 3(3B_{05}^{(\underline{m})} + 1)m_{W^{(\underline{0})}}^6 \right) \right]. \quad (4.39) \end{aligned}$$

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**

4.1. CONTRIBUCIÓN VECTORIAL DEL SECTOR DE YANG-MILLS

Ambos factores de forma son divergentes, lo cual se espera para A^γ pero no así para $\Delta\kappa^{(123)}$ ¹. Con el fin de obtener un factor de forma $\Delta\kappa^\gamma$ finito es necesario considerar la aportación dada por el diagrama (7) para lograrlo.

Ahora toca el caso del factor de forma ΔQ^γ cuya obtención requiere de un método más complicado al tomar en cuenta el límite $q^2 \rightarrow 0$, es decir,

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \Delta Q^\gamma. \quad (4.40)$$

Dicho factor, antes de tomar el limite anterior, puede ser reescrito como

$$\Delta Q^\gamma = \sum'_m \left(-\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left(\frac{1}{96m_{W^{(m)}}^2 m_{A^{(m)}}^2 (m_{W^{(0)}}^2 - q^2)^3} \right) \left[\frac{h_0^{\gamma(m)}(q^2)}{q^2} + h_1^{\gamma(m)}(q^2) \right], \quad (4.41)$$

donde se tiene que

$$\begin{aligned} h_0^{\gamma(m)}(q^2) = & \left(-m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^4 \left(m_{A^{(m)}}^4 + 2(5m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2) m_{A^{(m)}}^2 + (m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2)^2 \right) \right. \\ & \left(C_{01}^{(m)} [3m_{A^{(m)}}^6 - 9m_{W^{(m)}}^2 m_{A^{(m)}}^4 - 9m_{W^{(0)}}^2 m_{A^{(m)}}^4 + 9m_{W^{(m)}}^4 m_{A^{(m)}}^2 \right. \\ & + 9m_{W^{(0)}}^4 m_{A^{(m)}}^2 + 6m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 m_{A^{(m)}}^2 - 3m_{W^{(m)}}^6 - 3m_{W^{(0)}}^6 + 3m_{W^{(m)}}^4 m_{W^{(0)}}^2 \\ & + 3m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^4] + 3B_{05}^{(m)} m_{A^{(m)}}^4 - 6B_{05}^{(m)} m_{W^{(m)}}^2 m_{A^{(m)}}^2 - 6m_{W^{(0)}}^2 m_{A^{(m)}}^2 \\ & + 3B_{05}^{(m)} m_{W^{(m)}}^4 - 3B_{05}^{(m)} m_{W^{(0)}}^4 + 8B_{01}^{(m)} m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 + 6m_{W^{(0)}}^4 + B_{02}^{(m)} (3m_{A^{(m)}}^4 \\ & - 6(m_{W^{(m)}}^2 + m_{W^{(0)}}^2) m_{A^{(m)}}^2 + 3(m_{W^{(m)}}^4 + m_{W^{(0)}}^4) - 2m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2) \\ & \left. \left. + 6m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 - 6B_{04}^{(m)} (m_{A^{(m)}}^2 - m_{W^{(m)}}^2) (m_{A^{(m)}}^2 - m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2) \right) \right), \quad (4.42) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_1^{\gamma(m)}(q^2) = & 2m_{W^{(m)}}^2 (m_{A^{(m)}}^4 + 2(5m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2) m_{A^{(m)}}^2 + m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2)^2 \\ & \left(4(6C_{01}^{(m)} m_{A^{(m)}}^2 + 1) q^4 m_{W^{(0)}}^2 + \left(C_{01}^{(m)} [9m_{A^{(m)}}^6 - 27m_{W^{(m)}}^2 m_{A^{(m)}}^4 - 18m_{W^{(0)}}^2 m_{A^{(m)}}^4 \right. \right. \\ & + 27m_{W^{(m)}}^4 m_{A^{(m)}}^2 + 15m_{W^{(0)}}^4 m_{A^{(m)}}^2 + 6m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 m_{A^{(m)}}^2 - 9m_{W^{(m)}}^6 - 6m_{W^{(0)}}^6 \\ & + 3m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^4 + 12m_{W^{(m)}}^4 m_{W^{(0)}}^2] - 8B_{05}^{(m)} m_{A^{(m)}}^4 + 16B_{05}^{(m)} m_{W^{(m)}}^2 m_{A^{(m)}}^2 \\ & - 5B_{05}^{(m)} m_{W^{(0)}}^2 m_{A^{(m)}}^2 - 11m_{W^{(0)}}^2 m_{A^{(m)}}^2 - 8B_{05}^{(m)} m_{W^{(m)}}^4 - 5B_{05}^{(m)} m_{W^{(0)}}^4 + 5m_{W^{(0)}}^4 \\ & + 8B_{01}^{(m)} m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 + 13B_{05}^{(m)} m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 + 11m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 \\ & - B_{04}^{(m)} (m_{A^{(m)}}^2 - m_{W^{(m)}}^2) (m_{A^{(m)}}^2 - m_{W^{(m)}}^2 - 11m_{W^{(0)}}^2) + B_{02}^{(m)} (9m_{A^{(m)}}^4 \\ & - 6(3m_{W^{(m)}}^2 + m_{W^{(0)}}^2) m_{A^{(m)}}^2 + 9m_{W^{(m)}}^4 + 5m_{W^{(0)}}^4 - 10m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2) m_{W^{(0)}}^2 \\ & - 2 \left((-18C_{01}^{(m)} m_{A^{(m)}}^4 - (+9B_{02}^{(m)} - 6C_{01}^{(m)} (4m_{W^{(m)}}^2 + m_{W^{(0)}}^2) + 4) m_{A^{(m)}}^2 \right. \\ & - 6C_{01}^{(m)} m_{W^{(m)}}^4 - m_{W^{(0)}}^2 (6C_{01}^{(m)} m_{W^{(0)}}^2 + 2B_{02}^{(m)} + 3) + m_{W^{(m)}}^2 (12C_{01}^{(m)} m_{W^{(0)}}^2 \\ & \left. + 2B_{01}^{(m)} + 3B_{02}^{(m)} + 4) m_{W^{(0)}}^2 + B_{04}^{(m)} (m_{A^{(m)}}^2 - m_{W^{(m)}}^2) \times \right. \\ & \left. (m_{A^{(m)}}^2 - m_{W^{(m)}}^2 + 4m_{W^{(0)}}^2) - B_{05}^{(m)} (m_{A^{(m)}}^4 - (2m_{W^{(m)}}^2 + 5m_{W^{(0)}}^2) m_{A^{(m)}}^2 \right. \\ & \left. + m_{W^{(m)}}^4 - 2m_{W^{(0)}}^4 + m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2) q^2 \right). \quad (4.43) \end{aligned}$$

Para calcular el limite mencionado anteriormente es necesario aplicar la regla de L'Hopital que requiere de las condiciones:

¹La etiqueta (123) será cambiada a γ cuando sea el resultado final el cuál debe ser finito

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**
4.1. CONTRIBUCIÓN VECTORIAL DEL SECTOR DE YANG-MILLS

a) $\lim_{q^2=0} h_0^{\gamma(m)}(q^2) = 0.$

b) $\lim_{q^2=0} h_1^{\gamma(m)}$ sea finito.

En efecto, dichas condiciones se cumplen pues se tiene que, usando las identidades 4.35, 4.36, y 4.37 junto al límite $q^2 \rightarrow 0$, resulta que

$$\lim_{q^2=0} h_0^{\gamma(m)}(q^2) = h_0^{\gamma(m)}(0) = 0 \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned} \lim_{q^2=0} h_1^{\gamma(m)}(q^2) = & \left(-\frac{1}{m_{A(m)}^4 - 2(m_{W(m)}^2 + m_{W(\Omega)}^2)m_{A(m)}^2 + (m_{W(m)}^2 - m_{W(\Omega)}^2)^2} \right) \\ & [2m_{W(m)}^2 m_{W(\Omega)}^2 (m_{A(m)}^4 + 2(5m_{W(m)}^2 - m_{W(\Omega)}^2)m_{A(m)}^2 + (m_{W(m)}^2 - m_{W(\Omega)}^2)^2) \\ & (-17(B_{03}^{(m)} - B_{05}^{(m)} + 1)m_{A(m)}^8 + (17(B_{01}^{(m)} + 3B_{03}^{(m)} - 4B_{05}^{(m)} + 4)m_{W(m)}^2 \\ & + (-3B_{01}^{(m)} + 23B_{03}^{(m)} - 20B_{05}^{(m)} + 16)m_{W(\Omega)}^2) m_{A(m)}^6 \\ & + (-51(B_{01}^{(m)} + B_{03}^{(m)} - 2B_{05}^{(m)} + 2)m_{W(m)}^4 + 2(5B_{03}^{(m)} - 5B_{05}^{(m)} + 4)m_{W(\Omega)}^2 m_{W(m)}^2 \\ & + (7B_{01}^{(m)} - 7B_{03}^{(m)} + 2)m_{W(\Omega)}^4) m_{A(m)}^4 + (17(3B_{01}^{(m)} + B_{03}^{(m)} - 4B_{05}^{(m)} + 4)m_{W(m)}^6 \\ & - (47B_{01}^{(m)} + 33B_{03}^{(m)} - 80B_{05}^{(m)} + 64)m_{W(\Omega)}^2 m_{W(m)}^4 \\ & + (B_{01}^{(m)} + 15B_{03}^{(m)} - 16B_{05}^{(m)} + 20)m_{W(\Omega)}^4 m_{W(m)}^2 \\ & + (-5B_{01}^{(m)} + B_{03}^{(m)} + 4B_{05}^{(m)} - 8)m_{W(\Omega)}^6) m_{A(m)}^2 \\ & - (m_{W(m)}^2 - m_{W(\Omega)}^2)^2 (17(B_{01}^{(m)} - B_{05}^{(m)} + 1)m_{W(m)}^4 \\ & - 2(8B_{01}^{(m)} - 8B_{05}^{(m)} + 3)m_{W(\Omega)}^2 m_{W(m)}^2 + (-B_{01}^{(m)} + B_{05}^{(m)} - 7)m_{W(\Omega)}^4))] \quad (4.45) \end{aligned}$$

donde se observa que $h_1^{\gamma(m)}(0)$ esta libre de divergencias ultravioletas. Ahora es posible calcular el limite

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{h_0^{\gamma(m)}(q^2)}{q^2} \quad (4.46)$$

el cual se realiza mediante la regla de L'Hopital y así obtener el factor de forma ΔQ^γ .

$$\begin{aligned} \Delta Q^\gamma = & \sum_{\underline{m}}' \left(-\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left[\frac{1}{96m_{W(m)}^2 m_{A(m)}^2 (m_{W(\Omega)}^2 - q^2)^3} \right] \times \\ & \left[h_1^{\gamma(m)}(0) + 4\alpha_1^{(m)} \frac{\partial C_{01}^{(m)}(Q^2)}{\partial Q^2} \Big|_{Q^2=0} + 4\alpha_2^{(m)} \frac{\partial B_{02}^{(m)}(Q^2)}{\partial Q^2} \Big|_{Q^2=0} \right], \quad (4.47) \end{aligned}$$

donde $Q^2 = 4q^2$ y además

$$\begin{aligned} \alpha_1^{(m)} = & -m_{W(m)}^2 m_{W(\Omega)}^4 (m_{A(m)}^4 + 2(5m_{W(m)}^2 - m_{W(\Omega)}^2)m_{A(m)}^2 + (m_{W(m)}^2 - m_{W(\Omega)}^2)^2) \\ & (3m_{A(m)}^4 - 6(m_{W(m)}^2 + m_{W(\Omega)}^2)m_{A(m)}^2 + 3m_{W(m)}^4 + 3m_{W(\Omega)}^4 - 2m_{W(m)}^2 m_{W(\Omega)}^2), \quad (4.48) \end{aligned}$$

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**
4.1. CONTRIBUCIÓN VECTORIAL DEL SECTOR DE YANG-MILLS

$$\begin{aligned} \alpha_2^{(m)} = & -m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^4 (3m_{A^{(m)}}^6 - 9m_{W^{(m)}}^2 m_{A^{(m)}}^4 - 9m_{W^{(0)}}^2 m_{A^{(m)}}^4 + 9m_{W^{(m)}}^4 m_{A^{(m)}}^2 \\ & + 9m_{W^{(0)}}^4 m_{A^{(m)}}^2 + 6m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 m_{A^{(m)}}^2 - 3m_{W^{(m)}}^6 - 3m_{W^{(0)}}^6 + 3m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^4 \\ & + 3m_{W^{(m)}}^4 m_{W^{(0)}}^2) \left(m_{A^{(m)}}^4 + 2(5m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2) m_{A^{(m)}}^2 + (m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2)^2 \right). \end{aligned} \quad (4.49)$$

Al hacer las operaciones correspondientes se obtiene el resultado

$$\begin{aligned} \Delta Q^\gamma = & \sum'_m \left(-\frac{\alpha}{4\pi} \right) \\ & \left(\frac{1}{(288m_{A^{(m)}}^2 m_{W^{(m)}}^4 m_{W^{(0)}}^4 (m_{A^{(m)}}^4 - 2(m_{W^{(m)}}^2 + m_{W^{(0)}}^2) m_{A^{(m)}}^2 + (m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2)^2))} \right) \\ & \left[(m_{A^{(m)}}^4 + 2(5m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2) m_{A^{(m)}}^2 + (m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2)^2) \left((9m_{W^{(0)}}^2 + 93B_{03}^{(m)} \right. \right. \\ & - 93B_{05}^{(m)} + 87)m_{W^{(m)}}^2 m_{A^{(m)}}^8 - 3 \left((31B_{01}^{(m)} + 93B_{03}^{(m)} - 124B_{05}^{(m)} + 116)m_{W^{(m)}}^4 \right. \\ & + (3B_{01}^{(m)} + 25B_{03}^{(m)} - 28B_{05}^{(m)} + 12)m_{W^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^2 + 12m_{W^{(0)}}^4 \left. \right) m_{A^{(m)}}^6 \\ & + \left(9(31(B_{01}^{(m)} + B_{03}^{(m)} - 2B_{05}^{(m)}) + 58)m_{W^{(m)}}^6 - 2(57(B_{03}^{(m)} - B_{05}^{(m)}) + 85)m_{W^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^4 \right. \\ & \left. \left. + 3(7(B_{01}^{(m)} - B_{03}^{(m)}) - 10)m_{W^{(0)}}^4 m_{W^{(m)}}^2 + 54m_{W^{(0)}}^6 \right) m_{A^{(m)}}^4 \right. \\ & + \left(-3(31(3B_{01}^{(m)} + B_{03}^{(m)} - 4B_{05}^{(m)}) + 116)m_{W^{(m)}}^8 + (291B_{01}^{(m)} + 189B_{03}^{(m)} \right. \\ & - 480B_{05}^{(m)} + 412)m_{W^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^6 + (3B_{01}^{(m)} - 99B_{03}^{(m)} + 96B_{05}^{(m)} - 128)m_{W^{(0)}}^4 m_{W^{(m)}}^4 \\ & - 3(5B_{01}^{(m)} - B_{03}^{(m)} - 4B_{05}^{(m)} - 12)m_{W^{(0)}}^6 m_{W^{(m)}}^2 - 36m_{W^{(0)}}^8 \left. \right) m_{A^{(m)}}^2 + (m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2)^2 \\ & \left. \left. \left((93B_{01}^{(m)} - 93B_{05}^{(m)} + 87)m_{W^{(m)}}^6 + 3(B_{01}^{(m)} - B_{05}^{(m)} - 13)m_{W^{(0)}}^4 m_{W^{(m)}}^2 + 9m_{W^{(0)}}^6 \right) \right] \right] \end{aligned} \quad (4.50)$$

el cual como se observa es finito.

4.1.2. Contribución vectorial del bosón W

La contribución del diagrama en la figura 4.6 es posible obtenerla al hacer el cambio de variable $m_{W^{(0)}} \rightarrow m_{W^{(m)}}$, pues la única diferencia con su contraparte en 4 dimensiones proviene de las masas involucradas en los propagadores. Considerando lo anterior se obtiene de forma inmediata la aportación

$$\Delta \kappa^{(7)} = \sum'_m \left(-\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left(1 + \frac{c_W^2}{s_W^2} \right) \frac{3}{2} [1 - 3B_{01}^{(m)}], \quad (4.51)$$

con

$$B_{01}^{(m)} = B_0(0, m_{W^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2). \quad (4.52)$$

Ahora sumando la parte de $\Delta \kappa^{(7)}$ que no depende del ángulo electrodébil a $\Delta \kappa^{(123)}$ se obtiene el factor de forma

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**

4.1. CONTRIBUCIÓN VECTORIAL DEL SECTOR DE YANG-MILLS

$$\begin{aligned}
\Delta\kappa^\gamma = & \sum'_m \left(-\frac{\alpha}{4\pi}\right) \left(\frac{1}{12m_{A^{(m)}}^2 m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^4}\right) \left[-6(B_{03}^{(m)} - B_{05}^{(m)} + 1)m_{A^{(m)}}^8 \right. \\
& + 3\left(2(B_{01}^{(m)} - 9B_{03}^{(m)} + 8B_{05}^{(m)} - 8)m_{W^{(m)}}^2 + (-4B_{03}^{(m)} + 4B_{05}^{(m)} - 5)m_{W^{(0)}}^2\right) m_{A^{(m)}}^6 \\
& + \left(54(B_{01}^{(m)} + B_{03}^{(m)} - 2B_{05}^{(m)} + 2)m_{W^{(m)}}^4 + 3(6B_{01}^{(m)} - 6B_{05}^{(m)} - 5)m_{W^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^2 \right. \\
& \left. + (18B_{03}^{(m)} - 18B_{05}^{(m)} + 1)m_{W^{(0)}}^4\right) m_{A^{(m)}}^4 + \left(-6(9B_{01}^{(m)} - B_{03}^{(m)} - 8B_{05}^{(m)} + 8)m_{W^{(m)}}^6 \right. \\
& - 2(27B_{01}^{(m)} + 9B_{03}^{(m)} - 36B_{05}^{(m)} + 13)m_{W^{(0)}}^4 m_{W^{(m)}}^2 + 19m_{W^{(0)}}^6 \\
& \left. + 3(20B_{01}^{(m)} + 4B_{03}^{(m)} - 24B_{05}^{(m)} + 13)m_{W^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^4\right) m_{A^{(m)}}^2 - (m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2)^2 \\
& \left. \left(6(B_{01}^{(m)} - B_{05}^{(m)} + 1)m_{W^{(m)}}^4 + 3(6B_{01}^{(m)} - 6B_{05}^{(m)} + 7)m_{W^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^4\right)\right], \quad (4.53)
\end{aligned}$$

el cuál como se observa está libre de divergencias ultravioletas.

4.1.3. Contribución vectorial del bosón Z

La contribución a los factores de forma A^Z , $\Delta\kappa^Z$ y ΔQ^Z proviene de los diagramas mostrados en las figuras 4.4 y 4.5. Dicha aportación en comparación con aquellos contenidos en las figuras 4.2 y 4.3 solo difieren por un solo modo KK, es decir, $A^{(m)}$ ó $Z^{(m)}$ según sea el caso. Esta diferencia y el hecho de que los vértices de interacción involucrados en ambos casos tengan la misma estructura de Lorentz hace posible obtener dichos factores sin la necesidad de un cálculo explícito.

Como se concluyó en el párrafo anterior la obtención de A^Z , $\Delta\kappa^Z$ y ΔQ^Z es factible sin necesidad de procedimientos explícitos como en el caso del fotón, para poder lograrlo se debe considerar lo siguiente:

- a) Por cada acoplamiento con el modo $Z^{(m)}$ debe incluirse la constante de acoplamiento gc_W en lugar de e correspondiente al caso del fotón.
- b) Realizar el cambio de variable $m_A^{(m)} \rightarrow m_Z^{(m)}$ en las expresiones 4.39, 4.50 y 4.53.

Considerando lo anterior resulta: el cambio de factor global $(-\frac{\alpha}{4\pi})$ por $-\frac{\alpha}{4\pi} \left(\frac{c_W^2}{s_W^2}\right)$ y las funciones de Passarino-Veltman involucradas las cuales son:

$$B_{01}^{(m)} = B_0(0, m_{W^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2), \quad (4.54)$$

$$B_{02}^{(m)} = B_0(4q^2, m_{W^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2), \quad (4.55)$$

$$B_{06}^{(m)} = B_0(0, m_{Z^{(m)}}^2, m_{Z^{(m)}}^2), \quad (4.56)$$

$$B_{07}^{(m)} = B_0(0, m_{Z^{(m)}}^2, m_{W^{(m)}}^2), \quad (4.57)$$

$$B_{08}^{(m)} = B_0(m_{W^{(0)}}^2, m_{W^{(m)}}^2, m_{Z^{(m)}}^2), \quad (4.58)$$

$$C_{02}^{(m)} = C_0(m_{W^{(0)}}^2, m_{W^{(0)}}^2, 4q^2, m_{W^{(m)}}^2, m_{Z^{(m)}}^2, m_{W^{(0)}}^2). \quad (4.59)$$

Por otra parte observando los espectros de masas involucrados, es decir,

$$m_{W^{(m)}}^2 = \left(\frac{2\pi m_1}{R_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2\pi m_n}{R_n}\right)^2 + m_{W^{(0)}}^2, \quad (4.60)$$

$$m_{Z^{(m)}}^2 = \left(\frac{2\pi m_1}{R_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2\pi m_n}{R_n}\right)^2 + m_{Z^{(0)}}^2, \quad (4.61)$$

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**
4.1. CONTRIBUCIÓN VECTORIAL DEL SECTOR DE YANG-MILLS

surge la siguiente identidad entre las masas de los modos KK.

$$m_{Z^{(m)}}^2 = m_{Z^{(0)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2 + m_{W^{(m)}}^2. \quad (4.62)$$

la cuál sera aplicada sistemáticamente.

Así los factores de forma que resultan son:

$$\begin{aligned} A^Z &= \sum'_m \left(-\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left(\frac{c_W^2}{s_W^2} \right) \\ &\left(\frac{1}{36m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^4 (m_{W^{(m)}}^2 + m_{Z^{(0)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2)} \right) \left[-4(9B_{06}^{(m)} + 12B_{08}^{(m)} - 13)m_{W^{(0)}}^8 \right. \\ &+ 8 \left((3B_{01}^{(m)} + 9B_{06}^{(m)} + 30B_{08}^{(m)} - 14)m_{W^{(m)}}^2 + 3(4B_{06}^{(m)} + 2B_{08}^{(m)} - 1)m_{Z^{(0)}}^2 \right) m_{W^{(0)}}^6 \\ &- \left(12(5B_{01}^{(m)} - 6B_{06}^{(m)} + 22B_{08}^{(m)} - 5)m_{W^{(m)}}^4 + 12(B_{01}^{(m)} - 2B_{06}^{(m)} + 22B_{08}^{(m)} - 7)m_{Z^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^2 \right. \\ &+ (69B_{06}^{(m)} - 18B_{08}^{(m)} + 37)m_{Z^{(0)}}^4 \left. \right) m_{W^{(0)}}^4 + 3 \left(12(B_{01}^{(m)} - 3B_{06}^{(m)} + 2B_{08}^{(m)})m_{W^{(m)}}^6 + 4(4B_{01}^{(m)} \right. \\ &- 25B_{06}^{(m)} + 21B_{08}^{(m)} - 12)m_{Z^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^4 - (5B_{01}^{(m)} + 61B_{06}^{(m)} - 66B_{08}^{(m)} + 52)m_{Z^{(0)}}^4 m_{W^{(m)}}^2 \\ &+ (B_{06}^{(m)} - B_{08}^{(m)} + 2)m_{Z^{(0)}}^6 \left. \right) m_{W^{(0)}}^2 + (12m_{W^{(m)}}^4 + 12m_{Z^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^2 + m_{Z^{(0)}}^4) \\ &\left. \left. 6m_{Z^{(0)}}^2 \left((B_{06}^{(m)} - B_{01}^{(m)})m_{W^{(m)}}^2 + (B_{06}^{(m)} - B_{08}^{(m)} + 1)m_{Z^{(0)}}^2 \right) \right] \quad (4.63) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta Q^Z &= \sum'_m \left(-\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left(\frac{c_W^2}{s_W^2} \right) \frac{1}{288m_{W^{(m)}}^4 m_{W^{(0)}}^4} \\ &\left(\frac{1}{(m_{Z^{(0)}}^4 + 4m_{W^{(0)}}^2 (m_{Z^{(0)}}^2 - m_{W^{(m)}}^2 + m_{W^{(0)}}^2)) (m_{W^{(m)}}^2 + m_{Z^{(0)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2)} \right) \\ &\left[(144m_{W^{(0)}}^{10} + 48 \left((B_{01}^{(m)} + 3B_{06}^{(m)} - 4B_{08}^{(m)} - 6)m_{W^{(m)}}^2 - 6m_{Z^{(0)}}^2 \right) m_{W^{(0)}}^8 \right. \\ &- 4 \left(4(6B_{01}^{(m)} + 18B_{06}^{(m)} - 24B_{08}^{(m)} - 13)m_{W^{(m)}}^4 + 3(7B_{01}^{(m)} + 46B_{06}^{(m)} \right. \\ &- 53B_{08}^{(m)} - 6)m_{Z^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^2 - 54m_{Z^{(0)}}^4 \left. \right) m_{W^{(0)}}^6 + 2 \left(8(3B_{01}^{(m)} + 9B_{06}^{(m)} \right. \\ &- 12B_{08}^{(m)} - 4)m_{W^{(m)}}^6 - 2(45B_{01}^{(m)} - 204B_{06}^{(m)} + 159B_{08}^{(m)} - 38)m_{Z^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^4 \\ &+ 3(8B_{01}^{(m)} + 127B_{06}^{(m)} - 135B_{08}^{(m)} + 64)m_{Z^{(0)}}^4 m_{W^{(m)}}^2 - 36m_{Z^{(0)}}^6 \left. \right) m_{W^{(0)}}^4 + m_{Z^{(0)}}^2 \\ &\left(264(B_{01}^{(m)} - B_{06}^{(m)})m_{W^{(m)}}^6 + 2(126B_{01}^{(m)} - 309B_{06}^{(m)} + 183B_{08}^{(m)} - 112)m_{Z^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^4 \right. \\ &- 3(3B_{01}^{(m)} + 149B_{06}^{(m)} - 152B_{08}^{(m)} + 116)m_{Z^{(0)}}^4 m_{W^{(m)}}^2 + 9m_{Z^{(0)}}^6 \left. \right) m_{W^{(0)}}^2 \\ &+ 3(31B_{06}^{(m)} - 31B_{08}^{(m)} + 29)m_{W^{(m)}}^2 m_{Z^{(0)}}^8 - 93(B_{01}^{(m)} - B_{06}^{(m)})m_{W^{(m)}}^4 m_{Z^{(0)}}^6 \left. \right) \\ &\left. \left(12m_{W^{(m)}}^4 + 4(3m_{Z^{(0)}}^2 - 4m_{W^{(0)}}^2) m_{W^{(m)}}^2 + (m_{Z^{(0)}}^2 - 2m_{W^{(0)}}^2)^2 \right) \right] \quad (4.64) \end{aligned}$$

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**

4.1. CONTRIBUCIÓN VECTORIAL DEL SECTOR DE YANG-MILLS

$$\begin{aligned}
\Delta\kappa^Z &= \sum'_m \left(-\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left(\frac{c_W^2}{s_W^2} \right) \left(\frac{1}{12m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^4 (m_{W^{(m)}}^2 + m_{Z^{(0)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2)} \right) \\
&\left[8(3B_{06}^{(m)} - 3B_{08}^{(m)} - 1)m_{W^{(0)}}^8 + 4 \left(2(6B_{01}^{(m)} + 3B_{06}^{(m)} - 9B_{08}^{(m)} + 4)m_{W^{(m)}}^2 \right. \right. \\
&- (12B_{06}^{(m)} - 12B_{08}^{(m)} + 1)m_{Z^{(0)}}^2 \left. \left. \right) m_{W^{(0)}}^6 - 2 \left(12(2B_{01}^{(m)} + 5B_{06}^{(m)} - 7B_{08}^{(m)} + 1)m_{W^{(m)}}^4 \right. \right. \\
&+ 12(3B_{01}^{(m)} + 6B_{06}^{(m)} - 9B_{08}^{(m)} + 5)m_{Z^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^2 - (9B_{06}^{(m)} - 9B_{08}^{(m)} + 5)m_{Z^{(0)}}^4 \left. \left. \right) m_{W^{(0)}}^4 \right. \\
&+ 3 \left(24(B_{06}^{(m)} - B_{08}^{(m)})m_{W^{(m)}}^6 - 4(4B_{01}^{(m)} - 22B_{06}^{(m)} + 18B_{08}^{(m)} - 9)m_{Z^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^4 \right. \\
&+ 2(33B_{06}^{(m)} - 33B_{08}^{(m)} + 26)m_{Z^{(0)}}^4 m_{W^{(m)}}^2 + (4B_{06}^{(m)} - 4B_{08}^{(m)} + 3)m_{Z^{(0)}}^6 \left. \left. \right) m_{W^{(0)}}^2 \right. \\
&- 6m_{Z^{(0)}}^2 \left((B_{06}^{(m)} - B_{01}^{(m)})m_{W^{(m)}}^2 + (B_{06}^{(m)} - B_{08}^{(m)} + 1)m_{Z^{(0)}}^2 \right) \\
&\left. \left(12m_{W^{(m)}}^4 + 12m_{Z^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^2 + m_{Z^{(0)}}^4 \right) \right] \tag{4.65}
\end{aligned}$$

donde los factores de forma finitos son precisamente $\Delta\kappa^Z$ y ΔQ^Z como debe de ser.

En la obtención de los factores de forma anteriores se hizo uso de identidad 4.62 entre las masas de las torres de KK involucradas para hacer simplificaciones algebraicas y obtener así expresiones finales mas compactas. El mismo tipo de simplificaciones es posible en la aportación correspondiente a los diagramas que tienen el campo $A^{(m)}$ en su interior, solo basta observar las siguientes expresiones de las masas de los modos KK involucrados,

$$m_{W^{(m)}}^2 = \left(\frac{2\pi m_1}{R_1} \right)^2 + \dots + \left(\frac{2\pi m_n}{R_n} \right)^2 + m_{W^{(0)}}^2, \tag{4.66}$$

$$m_{A^{(m)}}^2 = \left(\frac{2\pi m_1}{R_1} \right)^2 + \dots + \left(\frac{2\pi m_n}{R_n} \right)^2, \tag{4.67}$$

donde es fácil notar que se cumple

$$m_{A^{(m)}}^2 = m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2, \tag{4.68}$$

por lo que es posible usar la igualdad 4.68 para simplificar las expresiones de los factores de forma A^γ , $\Delta\kappa^\gamma$ y ΔQ^γ definidos en 4.39, 4.53 y 4.50 respectivamente; obteniéndose las siguientes expresiones mas compactas:

$$\begin{aligned}
A^\gamma &= \sum'_m \left(-\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left[\frac{(B_{01}^{(m)} - 3B_{03}^{(m)} + 2B_{05}^{(m)})m_{W^{(m)}}^2}{m_{W^{(0)}}^2} + \frac{(9B_{03}^{(m)} + 12B_{05}^{(m)} - 13)m_{W^{(0)}}^2}{9m_{W^{(m)}}^2} \right. \\
&\left. + \frac{1}{3}(-2B_{01}^{(m)} - 3B_{03}^{(m)} - 16B_{05}^{(m)} + 5) \right], \tag{4.69}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\kappa^\gamma &= \sum'_m \left(-\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left[\frac{6(B_{03}^{(m)} - B_{05}^{(m)})m_{W^{(m)}}^2}{m_{W^{(0)}}^2} - \frac{2(3B_{03}^{(m)} - 3B_{05}^{(m)} - 1)m_{W^{(0)}}^2}{3m_{W^{(m)}}^2} \right. \\
&\left. - 4(B_{01}^{(m)} + B_{03}^{(m)} - 2B_{05}^{(m)}) - 2 \right], \tag{4.70}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta Q^\gamma &= \sum'_m \left(-\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left(-\frac{1}{18m_{W^{(m)}}^4 m_{W^{(0)}}^2} \right) (3m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2) \\ &\quad \left[(3B_{01}^{(m)} + 9B_{03}^{(m)} - 12B_{05}^{(m)} - 4)m_{W^{(m)}}^4 \right. \\ &\quad \left. - 3(B_{01}^{(m)} + 3B_{03}^{(m)} - 4B_{05}^{(m)} - 3)m_{W^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^2 - 9m_{W^{(0)}}^4 \right]. \end{aligned} \quad (4.71)$$

En esta sección se han calculado las contribuciones de la parte vectorial del sector de Yang-Mills en el contexto del ME con n dimensiones espaciales extra a los factores de forma $A^{\gamma,Z}$, $\Delta\kappa^{\gamma,Z}$ y $\Delta Q^{\gamma,Z}$. Donde los últimos dos factores, $\Delta\kappa^{\gamma,Z}$ y $\Delta Q^{\gamma,Z}$, están libres de divergencias ultravioletas mientras que $A^{\gamma,Z}$ son divergentes, como se esperaba. Además se hizo notar que dada las características de los diagramas involucrados no fue necesario hacer un cálculo para obtener la contribución dada por la torre vectorial asociada al bosón Z , es decir, $Z^{(m)}$. Finalmente observando las relaciones que existen entre las masas asociadas a las torres KK involucradas fue posible simplificar las expresiones de los factores de forma llegando a resultados finales mas compactos.

4.2. Contribución Higgs-vectorial

Se analiza la parte correspondiente al sector de Higgs en el marco de n dimensiones espaciales extra donde el campo escalar $H^{(m)}$ interactúa con las torres vectoriales $W^{(m)}$, en este caso el diagrama coincide en forma al estudiado en el capítulo 2.

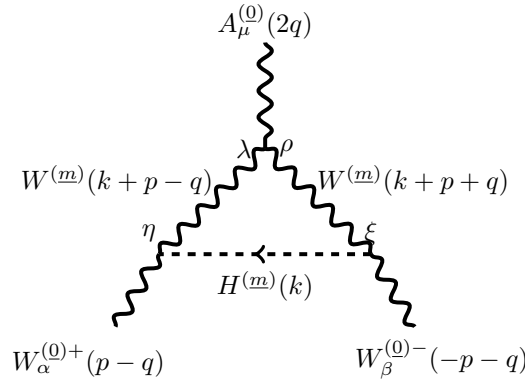
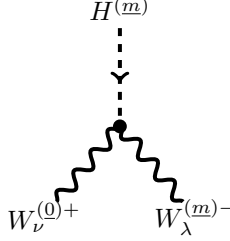


Figura 4.7: Diagrama de triángulo con Higgs virtual.

Como pasó en la parte vectorial del sector de Yang-Mills la estructura de Lorentz para los vértices involucrados es la misma que la de su contraparte en 4 dimensiones por lo que la diferencia del cálculo proviene de los propagadores dado que la masa asociada corresponde a un modo KK. Algunas de las reglas de Feynman ya han sido usadas anteriormente (4.8 y 4.10) por lo que solo se pondrán aquellas que faltan para poder calcular el diagrama.

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**
4.2. CONTRIBUCIÓN HIGGS-VECTORIAL

▷ Acoplamiento de $H^{(\underline{m})}$ con $W^{(\underline{0})+}W^{(\underline{m})-}$



$$= \frac{i}{2} g m_{W^{(\underline{0})}} g_{\nu\lambda}. \quad (4.72)$$

▷ Propagador del bosón escalar H



$$= \frac{-i}{k^2 - m_{H^{(\underline{m})}}^2}. \quad (4.73)$$

La amplitud tensorial toma la siguiente forma:

$$\Gamma_{\alpha\beta\mu}^H = -\frac{i}{2} g^2 m_{W^{(\underline{0})}}^2 \sum'_{\underline{m}} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{g_{\alpha\eta} g_{\xi\beta} P^{(\underline{m})\eta\lambda} P^{(\underline{m})\rho\xi} \Gamma_{\lambda\rho\mu}}{\Delta^{(\underline{m})}}, \quad (4.74)$$

donde

$$\Gamma_{\lambda\rho\mu} = 2(k+p)_{\mu} g_{\lambda\rho} - (k+p-3q)_{\rho} g_{\mu\lambda} - (k+p+3q)_{\lambda} g_{\rho\mu}, \quad (4.75)$$

$$P^{(\underline{m})\eta\lambda} = g^{\eta\lambda} - \frac{(k+p-q)^{\lambda} (k+p-q)^{\eta}}{m_{W^{(\underline{m})}}^2}, \quad (4.76)$$

$$P^{(\underline{m})\rho\xi} = g^{\rho\xi} - \frac{(k+p+q)^{\rho} (k+p+q)^{\xi}}{m_{W^{(\underline{m})}}^2}, \quad (4.77)$$

$$\Delta^{(\underline{m})} = [k^2 - m_{H^{(\underline{m})}}^2][(k+p-q)^2 - m_{W^{(\underline{m})}}^2][(k+p+q)^2 - m_{W^{(\underline{m})}}^2]. \quad (4.78)$$

Las funciones Passarino-Veltman que aparecen en este cálculo después de usar FeynCalc son:

$$B_{01}^{(\underline{m})} = B_0(0, m_{W^{(\underline{m})}}^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2), \quad (4.79)$$

$$B_{02}^{(\underline{m})} = B_0(4q^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2), \quad (4.80)$$

$$B_{09}^{(\underline{m})} = B_0(0, m_{H^{(\underline{m})}}^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2), \quad (4.81)$$

$$B_{010}^{(\underline{m})} = B_0(m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{H^{(\underline{m})}}^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2), \quad (4.82)$$

$$B_{011}^{(\underline{m})} = B_0(0, m_{H^{(\underline{m})}}^2, m_{H^{(\underline{m})}}^2), \quad (4.83)$$

$$C_{03}^{(\underline{m})} = C_0(m_{W^{(\underline{0})}}^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2, 4q^2, m_{W^{(\underline{m})}}^2, m_{H^{(\underline{m})}}^2, m_{W^{(\underline{0})}}^2). \quad (4.84)$$

Como en el caso de la aportación vectorial de Yang-Mills, surgen identidades entre funciones de Passarino-Veltman las cuales son aplicadas para obtener expresiones de los factores de forma mas simples. Dichas identidades en este caso son:

$$B_{09}^{(\underline{m})} = \frac{(m_{H^{(\underline{m})}}^2(1 + B_{011}^{(\underline{m})}) - m_{W^{(\underline{m})}}^2(1 + B_{01}^{(\underline{m})}))}{(m_{H^{(\underline{m})}}^2 - m_{W^{(\underline{m})}}^2)}, \quad (4.85)$$

$$B_{02}^{(\underline{m})}|_{q^2 \rightarrow 0} = B_{01}^{(\underline{m})} \quad (4.86)$$

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**
4.2. CONTRIBUCIÓN HIGGS-VECTORIAL

$$C_{03}^{(\underline{m})}|_{q^2 \rightarrow 0} = \frac{(2B_{011}^{(\underline{m})} - B_{01}^{(\underline{m})} - B_{010}^{(\underline{m})})m_{H^{(\underline{m})}}^2 + (B_{010}^{(\underline{m})} - B_{01}^{(\underline{m})} + 2)(m_{W^{(\underline{m})}}^2 - m_{W^{(\underline{0})}}^2)}{m_{H^{(\underline{m})}}^2 + (m_{W^{(\underline{m})}}^2 - m_{W^{(\underline{0})}}^2)^2 - 2m_{H^{(\underline{m})}}^2(m_{W^{(\underline{m})}}^2 + m_{W^{(\underline{0})}}^2)}. \quad (4.87)$$

Además se tienen las siguientes relaciones entre las masas involucradas

$$m_{W^{(\underline{m})}}^2 = \left(\frac{2\pi m_1}{R_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2\pi m_n}{R_n}\right)^2 + m_{W^{(\underline{0})}}^2, \quad (4.88)$$

$$m_{H^{(\underline{m})}}^2 = \left(\frac{2\pi m_1}{R_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2\pi m_n}{R_n}\right)^2 + m_{H^{(\underline{0})}}^2, \quad (4.89)$$

de las cuales se obtiene la siguiente identidad

$$m_{H^{(\underline{m})}}^2 = m_{H^{(\underline{0})}}^2 - m_{W^{(\underline{0})}}^2 + m_{W^{(\underline{m})}}^2. \quad (4.90)$$

Considerando las identidades anteriores junto al factor global $-ig^2 m_{W^{(\underline{0})}}^2$ y el de loop $\frac{i}{(4\pi)^2}$ se obtienen los factores de forma

$$\begin{aligned} A^H &= \sum_{\underline{m}}' \left(\frac{\alpha m_{W^{(\underline{0})}}^2}{4\pi s_W^2} \right) \left(\frac{1}{72m_{W^{(\underline{m})}}^2 m_{W^{(\underline{0})}}^2 (4m_{W^{(\underline{m})}}^2 m_{W^{(\underline{0})}}^2 - (m_{H^{(\underline{0})}}^2 - 2m_{W^{(\underline{0})}}^2)^2)} \right) \\ &\left[6(-B_{010}^{(\underline{m})} + B_{011}^{(\underline{m})} + 1)m_{H^{(\underline{0})}}^8 - 6(B_{01}^{(\underline{m})} - B_{011}^{(\underline{m})})m_{W^{(\underline{m})}}^2 m_{H^{(\underline{0})}}^6 \right. \\ &- 3 \left(4(B_{01}^{(\underline{m})} - B_{011}^{(\underline{m})})m_{W^{(\underline{m})}}^4 - (9B_{01}^{(\underline{m})} - 2B_{010}^{(\underline{m})} - 7B_{011}^{(\underline{m})} + 4)m_{H^{(\underline{0})}}^2 m_{W^{(\underline{m})}}^2 \right. \\ &\left. \left. - (13B_{010}^{(\underline{m})} - 13B_{011}^{(\underline{m})} - 12)m_{H^{(\underline{0})}}^4 \right) m_{W^{(\underline{0})}}^2 m_{H^{(\underline{0})}}^2 - 4(6B_{010}^{(\underline{m})} - 9B_{011}^{(\underline{m})} - 5)m_{W^{(\underline{0})}}^8 \right. \\ &- 4 \left((-3B_{01}^{(\underline{m})} + 6B_{010}^{(\underline{m})} + 5)m_{W^{(\underline{m})}}^2 + (-21B_{010}^{(\underline{m})} + 24B_{011}^{(\underline{m})} + 17)m_{H^{(\underline{0})}}^2 \right) m_{W^{(\underline{0})}}^6 \\ &\left. + \left(12(4B_{010}^{(\underline{m})} - B_{01}^{(\underline{m})} - 3B_{011}^{(\underline{m})})m_{W^{(\underline{m})}}^4 - 12(3B_{01}^{(\underline{m})} - 2B_{010}^{(\underline{m})} - B_{011}^{(\underline{m})} + 2)m_{H^{(\underline{0})}}^2 m_{W^{(\underline{m})}}^2 \right. \right. \\ &\left. \left. - (90B_{010}^{(\underline{m})} - 93B_{011}^{(\underline{m})} - 77)m_{H^{(\underline{0})}}^4 \right) m_{W^{(\underline{0})}}^4 \right], \quad (4.91) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\kappa^H &= \sum_{\underline{m}}' \left(\frac{\alpha m_{W^{(\underline{0})}}^2}{4\pi s_W^2} \right) \left(\frac{1}{24m_{W^{(\underline{m})}}^2 m_{W^{(\underline{0})}}^2 (4m_{W^{(\underline{m})}}^2 m_{W^{(\underline{0})}}^2 - (m_{H^{(\underline{0})}}^2 - 2m_{W^{(\underline{0})}}^2)^2)} \right) \\ &\left[6(B_{010}^{(\underline{m})} - B_{011}^{(\underline{m})} - 1)m_{H^{(\underline{0})}}^8 + 6(B_{01}^{(\underline{m})} - B_{011}^{(\underline{m})})m_{W^{(\underline{m})}}^2 m_{H^{(\underline{0})}}^6 + 8(3B_{010}^{(\underline{m})} - 3B_{011}^{(\underline{m})} - 1)m_{W^{(\underline{0})}}^8 \right. \\ &+ 3 \left(2(5B_{011}^{(\underline{m})} - 4B_{01}^{(\underline{m})} - B_{010}^{(\underline{m})})m_{W^{(\underline{m})}}^2 - (12B_{010}^{(\underline{m})} - 12B_{011}^{(\underline{m})} - 11)m_{H^{(\underline{0})}}^2 \right) m_{W^{(\underline{0})}}^2 m_{H^{(\underline{0})}}^4 \\ &+ 4 \left((12B_{011}^{(\underline{m})} - 12B_{01}^{(\underline{m})} + 2)m_{W^{(\underline{m})}}^2 - (18B_{010}^{(\underline{m})} - 18B_{011}^{(\underline{m})} - 11)m_{H^{(\underline{0})}}^2 \right) m_{W^{(\underline{0})}}^6 \\ &- 2 \left(12(B_{010}^{(\underline{m})} + B_{011}^{(\underline{m})} - 2B_{01}^{(\underline{m})})m_{W^{(\underline{m})}}^4 - 6(4B_{01}^{(\underline{m})} + 2B_{010}^{(\underline{m})} - 6B_{011}^{(\underline{m})} - 3)m_{H^{(\underline{0})}}^2 m_{W^{(\underline{m})}}^2 \right. \\ &\left. \left. - (39B_{010}^{(\underline{m})} - 39B_{011}^{(\underline{m})} - 31)m_{H^{(\underline{0})}}^4 \right) m_{W^{(\underline{0})}}^4 \right] \quad (4.92) \end{aligned}$$

los cuales se obtienen sin mayor complicación al tomarse el límite $q^2 \rightarrow 0$. Se observa que $\Delta\kappa^H$ es finito inicialmente a diferencia del caso vectorial de Yang-Mills.

Para el caso del factor de forma ΔQ^H es necesario aplicar nuevamente la regla de L'Hopital para lograr obtenerlo, dicho factor es posible escribirlo como

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**
4.2. CONTRIBUCIÓN HIGGS-VECTORIAL

$$\Delta Q^H = \sum'_{\underline{m}} \left(\frac{\alpha m_{W(\underline{0})}^2}{4\pi s_W^2} \right) \left(\frac{1}{96m_{W(\underline{m})}^4(m_{W(\underline{0})}^2 - q^2)^3} \right) \left[\frac{h_0^{H(\underline{m})}(q^2)}{q^2} + h_1^{H(\underline{m})}(q^2) \right], \quad (4.93)$$

donde se tiene que el término $h_1^{H(\underline{m})}(q^2)$, el cual debe ser finito, adquiere la forma

$$\begin{aligned} h_1^{H(\underline{m})}(q^2) = & 2m_{W(\underline{0})}^2 \left\{ 8(6C_{03}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^2 + 1)m_{W(\underline{0})}^2q^6 + 4 \left[(18C_{03}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^4 + (9B_{02}^{(\underline{m})} - 6C_{03}^{(\underline{m})} \times \right. \right. \\ & (5m_{W(\underline{m})}^2 + m_{W(\underline{0})}^2) + 4)m_{H(\underline{m})}^2 + 6C_{03}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{m})}^4 + m_{W(\underline{0})}^2(6C_{03}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{0})}^2 + 2B_{02}^{(\underline{m})} - 3) \\ & \left. \left. - m_{W(\underline{m})}^2(12C_{03}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{0})}^2 + 2B_{01}^{(\underline{m})} + 3B_{02}^{(\underline{m})} + 5) \right) m_{W(\underline{0})}^2 - B_{09}^{(\underline{m})}(m_{H(\underline{m})}^2 - m_{W(\underline{m})}^2) \times \right. \\ & (m_{H(\underline{m})}^2 - m_{W(\underline{m})}^2 + 4m_{W(\underline{0})}^2) + B_{010}^{(\underline{m})}(m_{H(\underline{m})}^4 - (2m_{W(\underline{m})}^2 + 5m_{W(\underline{0})}^2)m_{H(\underline{m})}^2 \\ & \left. + m_{W(\underline{m})}^4 - 2m_{W(\underline{0})}^4 + m_{W(\underline{m})}^2m_{W(\underline{0})}^2) \right] q^4 + 2 \left[(2B_{01}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{m})}^4 + 4m_{W(\underline{m})}^4 \right. \\ & \left. - 4m_{H(\underline{m})}^2m_{W(\underline{m})}^2 + 8B_{01}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^2 + 14m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^2 - 11m_{H(\underline{m})}^2m_{W(\underline{0})}^2 \right. \\ & \left. + 5m_{W(\underline{0})}^4 + B_{02}^{(\underline{m})}(9m_{H(\underline{m})}^4 - 3(9m_{W(\underline{m})}^2 + 2m_{W(\underline{0})}^2)m_{H(\underline{m})}^2 + 12m_{W(\underline{m})}^4 \right. \\ & \left. + 5m_{W(\underline{0})}^4 - 12m_{W(\underline{m})}^2m_{W(\underline{0})}^2) + 3C_{03}^{(\underline{m})}(3m_{H(\underline{m})}^6 - 3(5m_{W(\underline{m})}^2 + 2m_{W(\underline{0})}^2)m_{H(\underline{m})}^4 \right. \\ & \left. + (17m_{W(\underline{m})}^4 + 4m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^2 + 5m_{W(\underline{0})}^4)m_{H(\underline{m})}^2 - (m_{W(\underline{m})}^2 - m_{W(\underline{0})}^2)^2 \times \right. \\ & \left. (5m_{W(\underline{m})}^2 + 2m_{W(\underline{0})}^2) \right) m_{W(\underline{0})}^2 + B_{09}^{(\underline{m})}(m_{W(\underline{m})}^2 - m_{H(\underline{m})}^2)(m_{W(\underline{m})}^4 - 5m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^2 \\ & \left. - 11m_{W(\underline{0})}^4 + m_{H(\underline{m})}^2(m_{W(\underline{0})}^2 - m_{W(\underline{m})}^2)) - B_{010}^{(\underline{m})}(m_{W(\underline{m})}^6 + 9m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^4 \right. \\ & \left. - 15m_{W(\underline{0})}^4m_{W(\underline{m})}^2 + 5m_{W(\underline{0})}^6 + m_{H(\underline{m})}^4(m_{W(\underline{m})}^2 + 8m_{W(\underline{0})}^2) + m_{H(\underline{m})}^2 \times \right. \\ & \left. (-2m_{W(\underline{m})}^4 - 21m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^2 + 5m_{W(\underline{0})}^4) \right] q^2 - m_{W(\underline{0})}^2 \left[-9C_{03}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{m})}^8 \right. \\ & \left. + 27C_{03}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^2m_{W(\underline{m})}^6 + 9C_{03}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^6 + 9B_{02}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{m})}^6 \right. \\ & \left. - 27C_{03}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^4m_{W(\underline{m})}^4 + 6C_{03}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^4 - 18B_{02}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^2m_{W(\underline{m})}^4 \right. \\ & \left. + 15C_{03}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^2m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^4 + 8B_{01}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^4 - 7B_{02}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^4 \right. \\ & \left. + 11m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^4 + 9C_{03}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^6m_{W(\underline{m})}^2 - 3C_{03}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^6 \right. \\ & \left. + 9B_{02}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^4m_{W(\underline{m})}^2 + 21C_{03}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^2m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^2 + 8B_{01}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^2 \right. \\ & \left. + 3B_{02}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^2 + 11m_{W(\underline{0})}^4m_{W(\underline{m})}^2 - 27C_{03}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^4m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^2 \right. \\ & \left. - 12B_{02}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^2m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^2 - 11m_{H(\underline{m})}^2m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^2 - 3C_{03}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{0})}^8 \right. \\ & \left. + 9C_{03}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^2m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^6 + 3B_{02}^{(\underline{m})}m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^6 + 6m_{W(\underline{0})}^6 - 9C_{03}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^4m_{W(\underline{0})}^2 \right. \\ & \left. - 6B_{02}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^2m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^4 - 6m_{H(\underline{m})}^2m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^4 + 3C_{03}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^6m_{W(\underline{0})}^2 \right. \\ & \left. + 3B_{02}^{(\underline{m})}m_{H(\underline{m})}^4m_{W(\underline{0})}^2 - B_{09}^{(\underline{m})}(m_{W(\underline{m})}^2 - m_{H(\underline{m})}^2)(m_{W(\underline{m})}^4 + 17m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^2 \right. \\ & \left. + 6m_{W(\underline{0})}^4 - m_{H(\underline{m})}^2(m_{W(\underline{m})}^2 + 6m_{W(\underline{0})}^2) \right) - B_{010}^{(\underline{m})}(8m_{W(\underline{m})}^6 - 16m_{W(\underline{0})}^2m_{W(\underline{m})}^4 \\ & \left. + 5m_{W(\underline{0})}^4m_{W(\underline{m})}^2 + 3m_{W(\underline{0})}^6 + m_{H(\underline{m})}^4(8m_{W(\underline{m})}^2 - 3m_{W(\underline{0})}^2) \right. \\ & \left. + m_{H(\underline{m})}^2(11m_{W(\underline{m})}^2m_{W(\underline{0})}^2 - 16m_{W(\underline{m})}^4) \right] \}. \end{aligned} \quad (4.94)$$

mientras que para $h_0^{H(\underline{m})}(q^2)$ el cual debe ser igual a cero se tiene

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**
4.2. CONTRIBUCIÓN HIGGS-VECTORIAL

$$\begin{aligned}
h_0^{H^{(m)}}(q^2) = & m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^6 \left[3C_{03}^{(m)} m_{H^{(m)}}^6 - 9C_{03}^{(m)} m_{W^{(m)}}^2 m_{H^{(m)}}^4 - 9C_{03}^{(m)} m_{W^{(0)}}^2 m_{H^{(m)}}^4 \right. \\
& + 3B_{02}^{(m)} m_{H^{(m)}}^4 + 9C_{03}^{(m)} m_{W^{(m)}}^4 m_{H^{(m)}}^2 + 9C_{03}^{(m)} m_{W^{(0)}}^4 m_{H^{(m)}}^2 - 6B_{02}^{(m)} m_{W^{(m)}}^2 m_{H^{(m)}}^2 \\
& + 6C_{03}^{(m)} m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 m_{H^{(m)}}^2 - 6B_{02}^{(m)} m_{W^{(0)}}^2 m_{H^{(m)}}^2 - 6m_{W^{(0)}}^2 m_{H^{(m)}}^2 \\
& - 3C_{03}^{(m)} m_{W^{(m)}}^6 - 3C_{03}^{(m)} m_{W^{(0)}}^6 + 3B_{02}^{(m)} m_{W^{(m)}}^4 + 3C_{03}^{(m)} m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^4 \\
& + 3B_{02}^{(m)} m_{W^{(0)}}^4 + 6m_{W^{(0)}}^4 + 3C_{03}^{(m)} m_{W^{(m)}}^4 m_{W^{(0)}}^2 + 8B_{01}^{(m)} m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 \\
& - 2B_{02}^{(m)} m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 + 6m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 - 6B_{09}^{(m)} (m_{H^{(m)}}^2 - m_{W^{(m)}}^2)(m_{H^{(m)}}^2 \\
& \left. - m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2) + 3B_{010}^{(m)} (m_{H^{(m)}}^4 - 2m_{W^{(m)}}^2 m_{H^{(m)}}^2 + m_{W^{(m)}}^4 - m_{W^{(0)}}^4) \right], \quad (4.95)
\end{aligned}$$

Aplicando el limite $q^2 \rightarrow 0$ y la identidades entre funciones Passarino-Veltman resulta que las expresiones anteriores cumplen las condiciones para aplicar la regla de L'Hopital pues se tiene que

$$h_0^{H^{(m)}}(0) = 0, \quad (4.96)$$

$$\begin{aligned}
h_1^{H^{(m)}}(0) = & \left(\frac{1}{m_{H^{(m)}}^4 - 2(m_{W^{(m)}}^2 + m_{W^{(0)}}^2) m_{H^{(m)}}^2 + (m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2)^2} \right) \left[2m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^4 \right. \\
& \left(17(B_{010}^{(m)} - B_{011}^{(m)} - 1) m_{H^{(m)}}^8 + (17(B_{01}^{(m)} - 4B_{010}^{(m)} + 3B_{011}^{(m)} + 4) m_{W^{(m)}}^2 \right. \\
& \left. - (3B_{01}^{(m)} + 20B_{010}^{(m)} - 23B_{011}^{(m)} - 16) m_{W^{(0)}}^2 \right) m_{H^{(m)}}^6 - (51(2B_{010}^{(m)} - B_{011}^{(m)} \\
& - B_{01}^{(m)} - 2) m_{W^{(m)}}^4 - 2(5B_{010}^{(m)} - 5B_{011}^{(m)} - 4) m_{W^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^2 + (7B_{01}^{(m)} \\
& - 7B_{011}^{(m)} + 2) m_{W^{(0)}}^4 \left. \right) m_{H^{(m)}}^4 + (17(3B_{01}^{(m)} - 4B_{010}^{(m)} + B_{011}^{(m)} + 4) m_{W^{(m)}}^6 \\
& - (47B_{01}^{(m)} - 80B_{010}^{(m)} + 33B_{011}^{(m)} + 64) m_{W^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^4 + (B_{01}^{(m)} - 16B_{010}^{(m)} \\
& + 15B_{011}^{(m)} + 20) m_{W^{(0)}}^4 m_{W^{(m)}}^2 - (5B_{01}^{(m)} - 4B_{010}^{(m)} - B_{011}^{(m)} + 8) m_{W^{(0)}}^6 \left. \right) m_{H^{(m)}}^2 \\
& - (m_{W^{(m)}}^2 - m_{W^{(0)}}^2)^2 (17(B_{01}^{(m)} - B_{010}^{(m)} + 1) m_{W^{(m)}}^4 \\
& \left. - 2(8B_{01}^{(m)} - 8B_{010}^{(m)} + 3) m_{W^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^2 + (-B_{01}^{(m)} + B_{010}^{(m)} - 7) m_{W^{(0)}}^4 \right) \left. \right], \quad (4.97)
\end{aligned}$$

el cual como se observa es finito. Ahora es posible obtener el factor de forma ΔQ^H de forma similar al caso vectorial de Yang-Mills aplicando las operaciones correspondientes a la siguiente expresión

$$\begin{aligned}
\Delta Q^H = & \sum'_m \left(\frac{\alpha m_{W^{(0)}}^2}{4\pi s_W^2} \right) \left(\frac{1}{96m_{W^{(m)}}^4 (m_{W^{(0)}}^2 - q^2)^3} \right) \times \\
& \left[h_1^{H^{(m)}}(0) + 4\alpha_1 \left. \frac{\partial C_{03}^{(m)}(Q^2)}{\partial Q^2} \right|_{Q^2=0} + 4\alpha_2 \left. \frac{\partial B_{02}^{(m)}(Q^2)}{\partial Q^2} \right|_{Q^2=0} \right], \quad (4.98)
\end{aligned}$$

donde $Q^2 = 4q^2$ y los valores de $\alpha_1^{(m)}$ y $\alpha_2^{(m)}$ son:

$$\begin{aligned}
\alpha_1^{(m)} = & m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^6 (3m_{H^{(m)}}^4 - 6m_{W^{(m)}}^2 m_{H^{(m)}}^2 \\
& - 6m_{W^{(0)}}^2 m_{H^{(m)}}^2 + 3m_{W^{(m)}}^4 + 3m_{W^{(0)}}^4 - 2m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2), \quad (4.99)
\end{aligned}$$

**CAPÍTULO 4. CONTRIBUCIÓN BOSÓNICA DE UN LAZO AL VÉRTICE $WW\gamma$
EN DIMENSIONES EXTRA**
4.2. CONTRIBUCIÓN HIGGS-VECTORIAL

$$\begin{aligned}
\alpha_2^{(m)} &= m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^6 (3m_{H^{(m)}}^6 - 9m_{W^{(m)}}^2 m_{H^{(m)}}^4 - 9m_{W^{(0)}}^2 m_{H^{(m)}}^4 \\
&\quad + 9m_{W^{(m)}}^4 m_{H^{(m)}}^2 + 9m_{W^{(0)}}^4 m_{H^{(m)}}^2 + 6m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 m_{H^{(m)}}^2 \\
&\quad - 3m_{W^{(m)}}^6 - 3m_{W^{(0)}}^6 + 3m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^4 + 3m_{W^{(m)}}^4 m_{W^{(0)}}^2) \quad (4.100)
\end{aligned}$$

Una vez hechos los cálculos y simplificaciones correspondientes, se obtiene el valor de ΔQ^H

$$\begin{aligned}
\Delta Q^H &= \sum'_m \left(\frac{\alpha m_{W^{(0)}}^2}{4\pi s_W^2} \right) \left(\frac{1}{576m_{W^{(m)}}^4 m_{W^{(0)}}^2 (4m_{W^{(m)}}^2 m_{W^{(0)}}^2 - (m_{H^{(0)}}^2 - 2m_{W^{(0)}}^2)^2)} \right) \\
&\quad \left[144m_{W^{(0)}}^{10} + 48 \left((B_{01}^{(m)} - 4B_{010}^{(m)} + 3B_{011}^{(m)} - 6)m_{W^{(m)}}^2 - 6m_{H^{(0)}}^2 \right) m_{W^{(0)}}^8 \right. \\
&\quad - 4 \left(4(6B_{01}^{(m)} - 24B_{010}^{(m)} + 18B_{011}^{(m)} - 13)m_{W^{(m)}}^4 + 3(7B_{01}^{(m)} - 53B_{010}^{(m)} + 46B_{011}^{(m)} \right. \\
&\quad \left. - 6)m_{H^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^2 - 54m_{H^{(0)}}^4 \right) m_{W^{(0)}}^6 + 2 \left(8(3B_{01}^{(m)} - 12B_{010}^{(m)} + 9B_{011}^{(m)} \right. \\
&\quad \left. - 4)m_{W^{(m)}}^6 - 2(45B_{01}^{(m)} + 159B_{010}^{(m)} - 204B_{011}^{(m)} - 38)m_{H^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^4 + 3(8B_{01}^{(m)} \right. \\
&\quad \left. - 135B_{010}^{(m)} + 127B_{011}^{(m)} + 64)m_{H^{(0)}}^4 m_{W^{(m)}}^2 - 36m_{H^{(0)}}^6 \right) m_{W^{(0)}}^4 + m_{H^{(0)}}^2 \times \\
&\quad \left(264(B_{01}^{(m)} - B_{011}^{(m)})m_{W^{(m)}}^6 + 2(126B_{01}^{(m)} + 183B_{010}^{(m)} - 309B_{011}^{(m)} - 112)m_{H^{(0)}}^2 m_{W^{(m)}}^4 \right. \\
&\quad \left. - 3(3B_{01}^{(m)} - 152B_{010}^{(m)} + 149B_{011}^{(m)} + 116)m_{H^{(0)}}^4 m_{W^{(m)}}^2 + 9m_{H^{(0)}}^6 \right) m_{W^{(0)}}^2 \\
&\quad \left. + 3(-31B_{010}^{(m)} + 31B_{011}^{(m)} + 29)m_{W^{(m)}}^2 m_{H^{(0)}}^8 - 93(B_{01}^{(m)} - B_{011}^{(m)})m_{W^{(m)}}^4 m_{H^{(0)}}^6 \right] \quad (4.101)
\end{aligned}$$

Los resultados en este sector fueron obtenidos de forma totalmente análoga al caso del ME usual donde las diferencias en la dinámica del proceso fueron mencionadas al inicio (la masa de las partículas que circulan dentro del lazo son todas torres KK) obteniendo nuevamente que los factores de forma finitos son ΔQ^H y $\Delta \kappa^H$, siendo A^H el único con divergencias ultravioletas.

Capítulo 5

Conclusiones

En este trabajo de tesis se ha presentado un estudio del vértice $WW\gamma$ a orden de un lazo en el contexto del ME con n dimensiones espaciales extra compactas, donde dicho vértice permite definir las propiedades electromagnéticas del bosón W . Los resultados principales pueden dividirse en dos partes, siendo la primera un estudio detallado de las contribuciones hechas al vértice $WW\gamma$ dentro del contexto del Modelo Estándar en 4 dimensiones y la segunda el cálculo de las contribuciones hechas por las excitaciones de Kaluza-Klein predichas en el Modelo Estándar con n dimensiones espaciales extra compactas.

Dentro del Modelo Estándar en 4 dimensiones se tienen las siguientes aportaciones:

- Se analizó a detalle el vértice $WW\gamma$ mediante programas realizados en FeynCalc, aplicando la descomposición covariante de Passarino-Veltman (implementada dentro de este software) y el uso de la regla de L'Hopital.
- Fueron obtenidas todas las contribuciones correspondientes a los diferentes sectores que aportan a los factores de forma $\Delta\kappa$ y ΔQ , sector de Yang-Mills, de Higgs y fermiónico. Dichas contribuciones resultan ser invariantes de norma y libres de divergencias ultravioletas de manera independiente.
- Finalmente, los programas diseñados dentro de esta parte del trabajo, junto con la información obtenida, fueron utilizados para realizar los cálculos correspondientes al Modelo Estándar con n dimensiones espaciales extra compactas, debido a que los detalles técnicos más sutiles a ambos escenarios son comunes.

En el marco del Modelo Estándar con n dimensiones espaciales extra compactas se tienen los siguientes resultados:

- Se realizó el cálculo analítico de las contribuciones del sector bosónico a los factores de forma ΔQ y $\Delta\kappa$, considerando únicamente los campos vectoriales de Kaluza-Klein asociados a los bosones de norma electrodébiles y al campo escalar de Kaluza-Klein correspondiente al bosón de Higgs; dejando las aportaciones generadas por los campos escalares de KK restantes de este sector para un estudio posterior.
- Las aportaciones a los factores de forma ΔQ y $\Delta\kappa$ resultantes en este trabajo de manera independiente están libres de divergencias ultravioletas en lo que a 4 dimensiones respecta y además son invariantes de norma.

Las perspectivas de este trabajo contemplan el análisis completo del vértice $WW\gamma$ al incluir los campos escalares del sector bosónico de la teoría que no fueron contemplados en este análisis, así como calcular y anexar la contribución proveniente del sector fermiónico. Asimismo estudiar las divergencias provenientes de las sumas discretas de los modos KK que se han dejado indicadas en notación compacta.

Bibliografía

- [1] The ATLAS Collaboration, *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC*, Phys.Lett. **B716**, 1 (2012), arXiv:1207.7214 [hep-ex].
- [2] The CMS Collaboration, *Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC*, arXiv:1207.7235 [hep-ex].
- [3] Ver, por ejemplo, M. Battaglia, arXiv:0705.3997v1 [hep-ph]; J. Brau *et al*, arXiv: 0712.1950.
- [4] K. A. Olive et al. (Particle Data Group), Chin. Phys. C **38**, 090001 (2014).
- [5] Ver, por ejemplo, J. Montano, F. Ramírez-Zavaleta, G. Tavares-Velasco, J. J. Toscano, Phys. Rev. D **72**, 055023 (2005); *ibid* **75**, 075008 (2007); H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, Phys. Rev. D **84**, 076010 (2011).
- [6] R. Gastmans, and B. Lautrup, Nucl. Phys. **B46**, 319 (1972).
- [7] G. Couture, J. N. Ng, J. L. Hewett, and T. G. Rizzo, Phys. Rev. D **36**, 859 (1987).
- [8] G. Tavares-Velasco, J. J. Toscano, Phys. Rev. D **69**, 017701 (2004).
- [9] C. L. Bilachak, R. Gastmans, and A. van Proeyen, Nucl. Phys. **B273**, 46 (1986); G. Couture, J. N. Ng, J. L. Hewett, and T. G. Rizzo, Phys. Rev. D **38**, 860 (1988); A. B. Lahanas and V. C. Spanos, Phys. Lett. **B334**, 378 (1994); T. M. Aliyev, *ibid.* **155**, 364 (1985); A. Arhrib, J. L. Kneur, and G. Moultaka, *ibid.* **376**, 127 (1996).
- [10] N.K. Sharma, P. Saxena, Sardar Singh, A.K. Nagawat, and R.S. Sahu, Phys. Rev. D **56**, 4152 (1997).
- [11] F. Larios, J.A. Leyva, and R. Mart´ınez, Phys. Rev. D **53**, 6686 (1996).
- [12] G. Tavares-Velasco, J. J. Toscano, J. Phys. G **30**, 1299 (2004); J. Monta˜no, F. Ram´ırez-Zavaleta, G. Tavares-Velasco, J. J. Toscano, Phys. Rev. D **72**, 115009 (2005); J. Hern´andez-S´anchez, C. G. Honorato, F. Procopio, G. Tavares-Velasco, J. J. Toscano, Phys. Rev. D **75**, 073017 (2007).
- [13] G. Tavares-Velasco, J. J. Toscano, Phys. Rev. D **65**, 013005 (2001); *ibid* **69**, 093005 (2004).
- [14] A. Moyotl, G. Tavares-Velasco, J. Phys. G **37**, 105012 (2010).
- [15] A. Flores-Tlalpa, H. Novales-S´anchez, F. Ram´ırez-Zavaleta, J. J. Toscano, Phys. Rev. D **83**, 016011 (2011); M. A. L´opez-Osorio, E. Mart´ınez-Pascual, J. Monta˜no, H. Novales-S´anchez, J. J. Toscano, E. S. Tututi, Phys. Rev. D **88**, 016010 (2013).
- [16] I. Antoniadis, Phys. Lett. B **246**, 377 (1990).

- [17] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, and G. R. Dvali, Phys. Lett. B **429**, 263 (1998), arXiv:hep-ph/9803315; I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. R. Dvali, Phys. Lett. B 436, 257 (1998), arXiv:hep-ph/9804398.
- [18] M. A. López Osorio, E. Martínez-Pascual, H. Novales- Sánchez, and J. J. Toscano, Phys. Rev. D **89**, 116015 (2014); arXiv: 1402.5940 [hep-th].
- [19] I. García-Jiménez, M. A. López-Osorio, E. Martínez-Pascual, G. I. Nápoles-Cañedo, J. J. Toscano (trabajo en curso).
- [20] H. Novales-Sanchez, J.J. Toscano, Phys.Rev. D 82, 116012 (2010), arXiv: 1008.4638 [hep-ph].
- [21] M. A. López Osorio, E. Martínez-Pascual, H. Novales- Sánchez, and J. J. Toscano, Phys. Rev. D **88**, 036015 (2013), arXiv: 1302.2981 [hep-ph].
- [22] R. Mertig, M. Bohm, and A. Denner, Comput. Phys. Commun. **64**, 345 (1991).
- [23] W. A. Bardeen, R. Gastmans, and B. Lautrup, Nucl. Phys. **B46**, 319 (1972).
- [24] G. Couture, J. N. Ng, J. L. Hewett, and T. G. Rizzo, Phys. Rev. **D36**, 859 (1987).
- [25] T. M. Aliev, Phys. Lett. B155, 364 (1985); C. L. Bilchak, R. Gastmans, and A. Van Proeyen, Nucl. Phys. B273, 46 (1986); G. Couture, J. N. Ng, J. L. Hewett, and T. G. Rizzo, Phys. Rev. D 38, 860 (1988); A.B. Lahanas and V. C. Spanos, Phys. Lett. B334, 378 (1994).
- [26] T. G. Rizzo and M. A. Samuel, Phys. Rev. D 35, 403 (1987); A. J. Davies, G. C. Joshi, and R. R. Volkas, *ibid.* 42, 3226 (1990).
- [27] N. K. Sharma, P. Saxena, S. Singh, A. K. Nagawat, and R. S. Sahu, Phys. Rev. D 56, 4152 (1997).
- [28] F. Larios, J. A. Leyva, and R. Martnez, Phys. Rev. D 53, 6686 (1996).
- [29] G. Tavares-Velasco and J. J. Toscano, Phys. Rev. D 65, 013005 (2001); J. L. Garca-Luna, G. Tavares-Velasco, and J. J. Toscano, Phys. Rev. D 69, 093005 (2004).
- [30] A. Moyotl and G. Tavares-Velasco, J. Phys. G 37, 105012 (2010).
- [31] J. Ellison and J. Wudka, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 48, 33 (1998).
- [32] J. Brau et al., arXiv:0712.1950.
- [33] I. Antoniadis, A possible new dimension at a few TeV, Phys. Lett. B 246, 377 (1990); N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, and G. R. Dvali, The hierarchy problem and new dimensions at a millimeter, Phys.Lett. B 429, 263 (1998); I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, and G. R. Dvali, New dimensions at a millimeter to a fermi and superstrings at a TeV, Phys. Lett. B 436, 257 (1998).
- [34] H. Novales Sánchez and J. J. Toscano, Gauge invariance and quantization of Yang-Mills theories in extra dimensions, Phys. Rev. D 82, 116012 (2010).
- [35] H. Novales Sánchez and J. J. Toscano, Integration of Kaluza-Klein modes in Yang-Mills theories, Phys. Rev. D 84, 076010 (2011), eprint: arXiv:1105.2765 [hep-ph].
- [36] A. Flores.Tlalpa, J. Montaña, H. Novales.Sánchez, F. Ramírez-Zavaleta, and J. J. Toscano, One. loop effects of extra dimensions on the $WW\gamma$ and WWZ vertices, Phys. Rev. D 83, 016011 (2011).
- [37] David Griffiths *Introduction to Elementary Particles*. Jhon Wiley and sons.
- [38] Gordon Kane *Modern elementary particle physics* (updated edition). Adison Wesley
- [39] M. Herrero *The standard model* arXiv:hep-ph/9812242 v1 3 Dec 1998.

BIBLIOGRAFÍA
BIBLIOGRAFÍA

- [40] A. Cordero-Cid, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, *The standard model with one universal extra dimension*, arXiv: 1108.2926 [hep-ph].
- [41] K. Hagiwara, R.D. Peccei, D.Zeppenfeld, K. Hikasa, Nucl. Phys. B 282, 253 (1987); G, Tavares-Velasco, J.J. Toscano, J. Phys. G30, 1299 (2004).
- [42] D. Chang, W-Y Keung, J. Liu, Nucl. Phys. B355, 295 (1991)
- [43] Ganesh Devaraj, Robin G. Stuart (Michigan U.). Apr 1997. 37 pp. Nucl.Phys. B519 (1998) 483-513

Apéndice A

Objetos covariantes del sector de Higgs

En este apéndice se presentan expresiones para los objetos covariantes que definen la parte cinética del sector Higgs en términos de los campos eigenestados de masa. En la norma unitaria ($G_W^{(0)\pm} = 0$ y $G_Z^{(0)} = 0$), se tiene

$$\begin{aligned}
 (D_\mu \Phi)^{(0)} &= \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial_\mu H^{(0)}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} - \frac{ig}{2} (v + H^{(0)}) \left[W_\mu^{(0)+} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{\sqrt{2}c_W} Z_\mu^{(0)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \\
 &\quad - \frac{ig}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (H^{(m)} + iG_Z^{(m)}) W_\mu^{(m)+} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + G_W^{(m)+} W_\mu^{(m)-} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \\
 &\quad - \frac{ig}{2c_W} Z_\mu^{(m)} \begin{pmatrix} c_{2W} G_W^{(m)+} \\ -\frac{H^{(m)} + iG_Z^{(m)}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} - ieA_\mu^{(m)} G_W^{(m)+} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{A.1}
 \end{aligned}$$

donde $c_{2W} = c_W^2 - s_W^2$.

Por otra parte, la forma explícita del objeto $(D_\mu \Phi)^{(m)}$ en términos de campos eigenestados de masa está dada por

$$\begin{aligned}
 (D_\mu \Phi)^{(m)} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial_\mu G_W^{(m)+}}{\frac{\partial_\mu H^{(m)} + i\partial_\mu G_Z^{(m)}}{\sqrt{2}}} \end{pmatrix} - \frac{ig}{2c_W} Z_\mu^{(0)} \begin{pmatrix} c_{2W} G_W^{(m)+} \\ -\frac{H^{(m)} + iG_Z^{(m)}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} - ieA_\mu^{(0)} G_W^{(m)+} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &\quad - \frac{ig}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (H^{(m)} + iG_Z^{(m)}) W_\mu^{(0)+} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + G_W^{(m)+} W_\mu^{(0)-} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \\
 &\quad - \frac{ig}{2} (v + H^{(0)}) \left[W_\mu^{(m)+} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{\sqrt{2}c_W} Z_\mu^{(m)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \\
 &\quad - \Delta_{(m)(k)(r)} \left\{ \frac{ig}{\sqrt{2}} \left[\left(\frac{H^{(r)} + iG_Z^{(r)}}{\sqrt{2}} \right) W_\mu^{(k)+} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + G_W^{(r)+} W_\mu^{(k)-} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \right. \\
 &\quad \left. - \frac{ig}{2c_W} Z_\mu^{(k)} \begin{pmatrix} c_{2W} G_W^{(r)+} \\ -\frac{H^{(r)} + iG_Z^{(r)}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} - ieA_\mu^{(k)} G_W^{(r)+} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}. \tag{A.2}
 \end{aligned}$$

APÉNDICE A. OBJETOS COVARIANTES DEL SECTOR DE HIGGS

Finalmente,

$$\begin{aligned}
 (D_{\bar{\mu}}\Phi)^{(m)} &= -2\pi \left(\frac{m_1 \delta_{\bar{\mu}5}}{R_1} + \dots + \frac{m_n \delta_{\bar{\mu}4+n}}{R_n} \right) \left(\frac{G_W^{(m)+}}{H^{(m)} + iG_Z^{(m)}} \right) \\
 &\quad - \frac{ig}{2} (v + H^{(0)}) \left[W_{\bar{\mu}}^{(m)+} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{\sqrt{2}c_W} Z_{\bar{\mu}}^{(m)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \\
 &\quad - \Delta'_{(m)(k)(r)} \left\{ \frac{ig}{\sqrt{2}} \left[\left(\frac{H^{(r)} + iG_Z^{(r)}}{\sqrt{2}} \right) W_{\bar{\mu}}^{(k)+} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + G_W^{(r)+} W_{\bar{\mu}}^{(k)-} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \right. \\
 &\quad \left. - \frac{ig}{2c_W} Z_{\bar{\mu}}^{(k)} \begin{pmatrix} c_{2W} G_W^{(r)+} \\ -\frac{H^{(r)} + iG_Z^{(r)}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} - ieA_{\bar{\mu}}^{(k)} G_W^{(r)+} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}. \tag{A.3}
 \end{aligned}$$