



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Diseño de una Cavidad Óptica de Anillo para
Interferometría Atómica

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

MAESTRO EN CIENCIAS FÍSICA APLICADA

por

Lic. Alejandra López Vázquez

asesorada por

Dr. Eduardo Gómez García

y

Dr. Justiniano Lorenzo Díaz Cruz

Puebla Pue.
Julio 2017



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Diseño de una Cavidad Óptica de Anillo para
Interferometría Atómica

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

MAESTRO EN CIENCIAS FÍSICA APLICADA

por

Lic. Alejandra López Vázquez

asesorada por

Dr. Eduardo Gómez García

y

Dr. Justiniano Lorenzo Díaz Cruz

Puebla Pue.
Julio 2017

Título: Diseño de una Cavidad Óptica de Anillo para Interferometría Atómica

Estudiante: LIC. ALEJANDRA LÓPEZ VÁZQUEZ

COMITÉ

Dr. Luis Manuel Arévalo Aguilar
Presidente

Dr. Alfonso Rosado Sánchez
Secretario

Dr. Arturo Fernández Téllez
Vocal

Dr. Alexander John Franco Villafañe
Suplente

Dr. Eduardo Gómez García
Asesor

Dr. Justiniano Lorenzo Díaz Cruz
Asesor

*A mi nan
dad
B
y mis 6 hijos.*

Después de todo, el hombre es ese ser que ha inventado las cámaras de gas de Auschwitz, pero también es el ser que ha entrado en esas cámaras con la cabeza erguida y el Padre nuestro o el Shema Yisrael en sus labios. *El hombre en busca del sentido - Viktor Frankl*

Syrio dice que cada herida es una lección y que cada lección te lleva un paso más allá. *Canción de Hielo y Fuego - Juego de Tronos - George R. R. Martin*

El rey Robb no tiene vasallo más leal que Wyman Manderly. *Canción de Hielo y Fuego - Cheque de reyes - George R. R. Martin*

¿Estáis ciego además de tullido, ser? Levantad la vista y veréis que el lobo huargo aún ondea por encima de nuestras murallas - Brynden Tully. *Canción de Hielo y Fuego - Festín de Cuervos - George R. R. Martin*

Frodo.- Merece la muerte

Gandalf.- La merece, sin duda. Muchos de los que viven merecen morir y algunos de los que mueren merecen la vida. ¿Puedes devolver la vida? Entonces no te apresures a dispensar la muerte, pues ni el más sabio conoce el fin de todos los caminos. *El señor de los anillos - J. R. R. Tolkien*

Índice general

Agradecimientos	VI
Resumen	VII
Objetivos	VIII
1. Introducción	1
2. Cavidades ópticas	5
2.1. Propagación en el espacio libre de un haz gaussiano	5
2.2. Propagación de un haz gaussiano en un sistema óptico	7
2.3. Cavidades ópticas	8
2.3.1. Conceptos generales	8
2.3.2. Condición de estabilidad	9
2.4. Cavidad óptica de anillo tipo <i>bow-tie</i>	11
3. Construcción experimental de la cavidad óptica <i>bow-tie</i>	17
4. Caracterización de la cavidad óptica <i>bow-tie</i>	21
5. Síntesis del perfil transversal <i>flat-top</i>	27
6. Conclusiones y Perspectivas	33

Índice de figuras

2.1.	Propagación de un haz gaussiano en el espacio libre.	6
2.2.	a) Representación de la amplitud compleja del campo eléctrico dentro de una cavidad <i>Fabri-Perot</i> . b) Espectro de frecuencias típico de una cavidad <i>Fabry-Perot</i>	9
2.3.	Rayo entrante con posición y_1 y ángulo θ_1 y rayo saliente con posición y_2 y ángulo θ_2	10
2.4.	Ángulos y posiciones de un rayo para m vueltas.	11
2.5.	Cavidad óptica <i>bow-tie</i>	12
2.6.	Diagrama de lentes para cavidades con $n = 2$	12
2.7.	Diferentes tipos de cavidades que corresponden a $n=2$. a) Cavidad cóncava-cóncava, b) Cavidad de lente, c) Cavidad triangular, d) Cavidad <i>bow-tie</i>	13
2.8.	Diagrama de la cavidad <i>bow-tie</i>	14
2.9.	Diagrama de los planos tangencial y sagital del espejo.	14
2.10.	Diagrama de estabilidad para la cavidad <i>Fabry-Perot</i> (líneas negras) y para la cavidad <i>bow-tie</i> (líneas azules - plano tangencial y líneas moradas - plano sagital). El punto en rojo es donde nuestra cavidad <i>bow-tie</i> se encuentra.	16
3.1.	Diagrama de la simulación del perfil del haz	18
3.2.	Simulación del perfil del haz con: $d_1 = 9cm$, $R = 50cm$, (a) $\theta = 15^\circ$ y (b) $\theta = 50^\circ$	18
3.3.	Diseño de la cavidad óptica <i>bow-tie</i> en <i>CAD</i>	19
3.4.	Camino del haz para la alineación de este.	19
3.5.	Diagrama del montaje experimental de la cavidad óptica <i>bow-tie</i>	20
3.6.	Arreglo experimental de la cavidad óptica <i>bow-tie</i>	20
4.1.	Espectro transmitido a través de la cavidad como función de la frecuencia del láser. Se muestra un solo rango libre espectral. ν_0 es una frecuencia de referencia.	22
4.2.	Imagen del haz en la cámara a una distancia de, a) $15cm$ de la fibra y a b) $86,5cm$ de la fibra. Se muestra un corte transversal con su ajuste Gaussiano, para cada uno de los haces.	23
4.3.	Perfil del haz de la fibra respecto al esperado en la cavidad.	24
4.4.	Gráfica del cambio de tamaño y posición de la cintura del haz, debido al movimiento de la lente f_1	24
4.5.	Diagrama del montaje para realizar el acoplamiento del modo TEM_{00}	25
4.6.	Ancho del haz como función de la distancia a la lente f_2	25

4.7. Espectro transmitido a través de la cavidad como función de la frecuencia del láser después de acoplar el modo TEM_{00}	26
4.8. Otros modos transversales presentes, pero con una intensidad baja.	26
5.1. Diagrama del montaje experimental para obtener el perfil transversal <i>flat-top</i>	29
5.2. Imagen de las especificaciones de la fibra. Imágenes sacadas de la página web del fabricante.	31
5.3. Gráficas de los perfiles de intensidad de los modos <i>Laguerre-Gauss</i> TEM_{00} , TEM_{10} y la suma de estos para la obtención del perfil transversal <i>flat-top</i> , en orden descendiente. En la primera columna están los cortes en el plano xy de las intensidades, en la segunda mostramos la intensidad de los modos en $3D$ y en la última están los cortes transversales de los perfiles en una dirección.	32

Agradecimientos

Agradezco a la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (*BUAP*) y a la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas (*FCFM*) por permitirme realizar mis estudios de maestría y al Instituto de Física (*IF*) de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí (*UASLP*) por haberme brindado las facilidades de utilizar sus instalaciones e infraestructuras para la realización de este trabajo.

Agradezco al *CONACyT* por el apoyo económico brindado por medio de la beca de maestría. Y por los proyectos: Fronteras de la Ciencia 2015 titulado “Interferometría atómica potenciada por cavidades ópticas” y Ciencia Básica 2015 titulado “Interferometría atómica en clases de velocidades”.

Mi agradecimiento al Dr. Eduardo Gómez García por la dirección, asesoría y compartición de conocimientos, además de seguimiento en la realización de este trabajo de tesis y en el enriquecimiento de mis habilidades en el uso de un laboratorio óptico.

Mi agradecimiento al Dr. J. Lorenzo Díaz por su asesoría, compartición de conocimientos y seguimiento en mi estancia en *IF – UASLP*. Agradezco a todos mis profesores de la maestría por haberme brindado de su conocimiento, tiempo y paciencia para la contribución de mi formación académica.

Agradezco a mis amigos que siempre me han acompañado en esta travesía de vida, a mis compañeros del Laboratorio de Átomos Fríos del *IF – UASLP* por haberme apoyado cuando los necesite, a mis compañeros de generación en especial a Mario Aldair. Mi más profundo agradecimiento a la Dr. Georgina Olivares, Dr. Wanderson Maia y Dr. John Alexander Franco que más que considerarlos mis superiores los considero mis amigos. Y en mención especial a Miguel Ángel que en estos ocho años ha estado a mi lado soportando mis berrinches, traumas e histerias y no se da por vencido.

Por último y más importante a mi familia. A mi madre por su apoyo que siempre me ha brindado, por cuidar de mis 6 hijos en mi ausencia y por amarme demasiado. A mi padre, abuelo Luis y tío Luis quienes siempre me han brindado su apoyo moral y económico.

Gracias, muchas gracias a todos.

Resumen

Este trabajo de tesis muestra el diseño, construcción y caracterización de una cavidad óptica de anillo tipo *bow-tie* para aplicarla en experimentos de interferometría atómica colectiva, los cuales constan de trampas atómicas de enfriado láser. El diseño de esta cavidad está basado en una serie de requisitos impuestos por los experimentos de interferometría atómica, lo que llevó a tener restricciones principalmente en la geometría de la cavidad, tamaño de las cinturas y los modos transversales electromagnéticos (*TEM*, por sus siglas en inglés *Transverse Electromagnetic Modes*) del haz. Para comenzar el diseño nos basamos en la aproximación paraxial de rayos usando las matrices *ABCD*, lo cual nos dio ecuaciones que relacionan los parámetros de interés, como la cintura del modo dentro de la cavidad, la distancia de separación entre los espejos y el radio de curvatura de estos, con estas ecuaciones realizamos una simulación del perfil del haz para conocer las zonas de estabilidad de la cavidad, diseñamos en *CAD* una placa de aluminio que nos ayudó a sujetar las monturas de los espejos en posiciones muy específicas, procedimos a realizar el montaje y alineación de la cavidad en el laboratorio, caracterizamos la cavidad para obtener un perfil transversal gaussiano y propusimos un modelo para obtener un perfil transversal plano *flat-top*.

Objetivos

General

Diseño, construcción y caracterización de una cavidad óptica de anillo tipo *bow-tie* para su aplicación en interferometría atómica con trampas atómicas de enfriado láser.

Específicos

- ✿ Obtención de conocimientos acerca de cavidades ópticas.
- ✿ Obtención de conocimientos acerca de cavidades ópticas en experimentos de interferometría atómica.
- ✿ Diseño teórico y construcción experimental de la cavidad óptica
- ✿ Caracterización de la cavidad óptica.
- ✿ Propuesta experimental para la obtención de un perfil transversal tipo *flat-top* para el haz de la cavidad.
- ✿ Estudiar de manera general las posibles aplicaciones de la cavidad óptica en gravimetría.

Capítulo 1

Introducción

La interferometría atómica la definen Cronin *et al.* [1] como el arte de manipular coherentemente el movimiento de translación de los átomos, donde con movimiento se refieren a desplazamiento de centros de masa y con coherente a la fase de la onda que representa al movimiento. La interferometría atómica es una técnica muy usada hoy en día para medidas de precisión, ejemplos de estas medidas esta: el estudio de gravimetría [2], observación de efectos cuánticos [1] y mediciones de constantes fundamentales: constante de gravitación de *Newton* [3, 4] y constante de estructura fina [5].

En interferometría óptica tenemos ondas electromagnéticas que se recombinan después de propagarse a lo largo de caminos diferentes y dependiendo de la diferencia de fase que las ondas obtienen a lo largo de sus trayectorias, la luz puede interferir constructiva o destructivamente.

En interferometría atómica tenemos nubes de átomos fríos (los cuales se enfrían mediante técnicas como: Trampas Magneto-Ópticas [6–8], Trampas Ópticas Dipolares [8, 9], Trampas de Presión por Radiación [8, 10], etc.). Aquí se utiliza el hecho de que la materia exhibe propiedades ondulatorias, pero que a diferencia de la luz, los átomos tienen masa y por lo tanto una interacción gravitacional más fuerte.

La técnica que se utiliza para construir este tipo de interferómetros es la técnica de campos separados de *Ramsey* [6, 11–13]. La cual consiste en preparar el estado inicial en un átomo con dos niveles hiperfinos, $|g_1\rangle$ y $|g_2\rangle$, en el estado base, por conveniencia se toma al nivel $|g_1\rangle$ como estado inicial, después se aplica un pulso $\pi/2$ para tener una superposición de los niveles $|g_1\rangle$ y $|g_2\rangle$, Ecuación 1.1.

$$|\Psi\rangle = \frac{|g_1\rangle - i|g_2\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (1.1)$$

se deja evolucionar el sistema por un cierto tiempo T (tiempo de evolución o tiempo a oscuras), donde la función de onda adquiere una fase relativa debido a las oscilaciones en la resonancia atómica,

$$|\Psi\rangle = \frac{|g_1\rangle - ie^{-i\omega_a T} |g_2\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (1.2)$$

Finalmente se aplica un segundo pulso $\pi/2$, al aplicar este segundo pulso obtenemos información acerca de cómo cambia la fase de la función de onda en el tiempo de evolución comparada contra la fase del láser, la cual resulta en una diferencia de fase relativa entre

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

los dos de: $\Delta\phi = \delta T$, donde $\delta = \omega_a - \omega_l$, ω_a es la frecuencia de separación entre los estados $|g_1\rangle$ y $|g_2\rangle$ y ω_l es la frecuencia del láser. La función de onda adquiere esta fase, debido a las oscilaciones entre los niveles $|g_1\rangle$ y $|g_2\rangle$ y ω_l a causa del pulso $\pi/2$ y al cambio de frecuencia que tiene el láser al aplicar el segundo pulso.

En el siglo *XIX* los interferómetros con luz fueron desarrollados por *Fizeau* (1853), *Michelson* (1881), *Rayleigh* (1881) y *Fraby-Perot* (1899) realizando varios experimentos y obteniendo mediciones de precisión. La idea de *Broglie* y *Schrödinger* de propagar partículas como ondas dio paso a los interferómetros de electrones [14], neutrones [15] y átomos [16]. El concepto de interferómetro atómico fue patentado por *Altschuler* y *Franz* en 1973 y desde entonces ha sido muy discutido el tema. Muchas propuestas de interferómetros fueron hechas por *Chobotayev* en 1985 [17], *Clauser* en 1988 [18], *Keith* en 1988 [19], *Martin* en 1988 [20], *Borde* en 1989 [21] y *Kasevich-Chu* en 1991 [22]. Y una gran variedad de ellos se han construido desde entonces, tales como: *March-Zender* [16], *Ramsey-Borde* [23], *Talbot-Lau* [24], etc.

Una de las aplicaciones más conocidas de la interferometría atómica es la gravimetría, donde ahora los átomos ganan una fase gravitacional en el tiempo a oscuras. La forma para obtener esta fase gravitacional es dividiendo el átomo espacialmente en dos y medir la fase relativa debido a la separación (o posición) de las mitades del átomo. Este experimento se realiza mediante las transiciones *Raman*. Una transición *Raman* (o transición de dos fotones), utiliza un átomo con tres niveles, donde dos de ellos son niveles hiperfinos del estado base $|g_1\rangle$, $|g_2\rangle$ y el tercero es un nivel excitado $|e\rangle$, en interacción con dos campos láser (\vec{k}_1, \vec{k}_2). Para esta transición tenemos a los láseres en configuración contra-propagante con diferencia de frecuencias aproximadamente igual a la separación hiperfina de $|g_1\rangle$ y $|g_2\rangle$ (corrección debido al corrimiento *Doppler*). La frecuencia de los láseres k_1, k_2 debe estar desintonizada con respecto a la transición de $|g_1\rangle$ y $|g_2\rangle$ con $|e\rangle$, respectivamente. Entonces el átomo absorbe un fotón del láser k_1 y emite otro por emisión estimulada en el láser k_2 . Con esto se puede demostrar que la población del átomo va de $|g_1\rangle$ a $|g_2\rangle$ sin pasar por $|e\rangle$, produciendo oscilaciones de *Rabi* entre los niveles hiperfinos, con una frecuencia de *Rabi* dada por:

$$\Omega_R = \frac{\Omega_1\Omega_2}{2\delta}, \quad (1.3)$$

donde Ω_1 es la frecuencia de *Rabi* entre la transición $|g_1\rangle \rightarrow |e\rangle$, Ω_2 es la frecuencia de *Rabi* entre la transición $|g_2\rangle \rightarrow |e\rangle$, δ es la desintonía del láser respecto al estado excitado. En general la frecuencia de *Rabi* está dada por:

$$\Omega_i = \frac{-q\langle e | \vec{r} \cdot \vec{E}_0 | g_i \rangle}{2\hbar}, \quad (1.4)$$

donde q es la carga del electrón, $|e\rangle$ y $|g_i\rangle$ son los niveles en lo que se hace la transición. Este tipo de transición se utiliza debido que al mismo tiempo que tenemos una superposición en los niveles atómicos, también tenemos una división espacial del átomo. Ya que la luz en una transición óptica tiene el momento ($p = \hbar k = \omega/c$) necesario para poder dividir al átomo.

Para realizar gravimetría combinamos las dos técnicas: *Ramsey* y *Raman*. Por lo tanto ahora preparamos como estado inicial a $|g_1, p\rangle$ y aplicamos un pulso $\pi/2$ para obtener:

$$|\Psi\rangle = \frac{|g_1, p\rangle - i |g_2, p + 2\hbar k\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (1.5)$$

dejamos interaccionar a los átomos un tiempo τ para aplicar un pulso π y después de otro tiempo τ ($T = 2\tau$) volver a aplicar un pulso $\pi/2$. Debido a que el átomo se divide en dos, la mitad que tiene momento $2\hbar k$ lleva una velocidad mayor, por lo que al aplicar el pulso π invertimos las velocidades para que puedan interferir al aplicar el segundo pulso $\pi/2$. La diferencia de fase que ahora se obtiene, es [6]:

$$\Delta\phi = \delta T + 2kgT^2, \quad (1.6)$$

donde g es la aceleración gravitacional, por lo tanto al obtener el patrón de difracción podemos conocer el valor de g .

Hoy en día la medición gravimétrica con mejor sensibilidad fue realizada por el grupo de *Kasevich*, al nivel de $6,7 \times 10^{-12}g$ [2]. Una de las áreas con más interés sobre la variación de este parámetro es la geofísica, que requiere de una sensibilidad de $5 \times 10^{-9}g$ ($5\mu Gal$) [25–27].

La meta en el laboratorio es poder obtener una sensibilidad de 10^{-9} o inclusive mayor en la medición de g . El lograr una medición con una sensibilidad mayor a esta, nos permitiría abrir puertas a nueva física, encontrando interacciones muy débiles entre partículas fundamentales, el desarrollo de sensores con gravímetros, etc.

El camino para obtener esta sensibilidad es mediante interferometría atómica colectiva. En interferometría atómica tenemos que un átomo solo interacciona con él mismo, debido a que cada átomo se encuentra espacialmente muy lejos de los demás y sus interacciones son débiles. En interferometría atómica colectiva se induce una interacción entre los átomos por medio de una cavidad óptica.

El primer tema que se toma para esto, son los corrimientos de los niveles energéticos debido a la interacción átomo-luz. En específico, el efecto *Stark* se produce con la interacción entre el momento dipolar eléctrico del átomo (\vec{p}) y un campo eléctrico externo (\vec{E}) [28]. Existen dos tipos de efecto *Stark*, lineal y cuadrático. En los átomos el corrimiento lineal es cero, por lo que se toma el corrimiento cuadrático. En particular para un átomo de dos niveles, usando transiciones *Raman*, el corrimiento *Stark* a.c. está dado por:

$$\Delta E_{ac} = \frac{\Omega_\alpha^2}{4\delta}, \quad (1.7)$$

$\alpha = 1, 2$. Esto significa que en presencia del campo eléctrico los dos niveles en el átomo se corren.

Cuando tenemos un solo átomo nos interesa la superposición de los estados $|g_1\rangle$ y $|g_2\rangle$, por lo tanto al agregar un segundo átomo, quisiéramos la superposición entre los niveles $|g_1, g_1\rangle$ y $|g_2, g_2\rangle$ y al agregar un tercer átomo, la superposición de $|g_1, g_1, g_1\rangle$ y $|g_2, g_2, g_2\rangle$, etc, hasta N átomos. Cuando tenemos dos átomos los niveles en los que se puede encontrar al átomo son: $|g_1, g_1\rangle$, $|g_1, g_2\rangle$, $|g_2, g_1\rangle$ y $|g_2, g_2\rangle$, estos niveles tiene un corrimiento lineal es decir, los niveles $|g_1, g_2\rangle$ y $|g_2, g_1\rangle$ se correrán en ΔE y el nivel $|g_2, g_2\rangle$ en $2\Delta E$, así que al realizar la transición entre $|g_1, g_1\rangle$ y $|g_2, g_2\rangle$ el átomo posiblemente caiga en los otros dos niveles. Debido a esto se busca la manera de obtener un corrimiento *Stark* a.c. no convencional donde el corrimiento del último nivel vaya aumentando según la cantidad de átomos en la nube. Esto es para correr el nivel $|g_2, g_2\rangle$ en una cantidad mayor respecto a los demás, para que al hacer la transición no coincidamos con algún nivel intermedio. En este caso podemos inducir oscilaciones de *Rabi* entre solo estos dos niveles, y después

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

de un pulso $\pi/2$ tendríamos el estado:

$$|\Psi\rangle = \frac{|g_1, g_1\rangle - i |g_2, g_2\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (1.8)$$

donde el cambio de fase después de aplicar los pulsos $\pi/2$, π y $\pi/2$ es:

$$\delta T = (\omega_\beta - \omega_l)T, \quad (1.9)$$

$\hbar\omega_\beta = E_\beta = E_{hfs1} + E_{hfs2} + mgz_1 + mgz_2$. Donde E_{hfs1} es la separación hiperfina del primer átomo, E_{hfs2} es la separación hiperfina del segundo átomo, z_1 y z_2 , son las posiciones de los átomos, las cuales son iguales $z_1 = z_2 = z$. Por lo tanto $\hbar\omega_\beta = E_{hfs1} + E_{hfs2} + 2mgz$. Cuando tenemos N átomos, tendríamos que el último término es $Nmgz$. Al hacer la medición con N átomos acoplados ganamos mejor sensibilidad al realizar la medición, ya que la incertidumbre decrece como $1/N$ (límite de *Heisenberg*) y no como $1/\sqrt{N}$ (límite cuántico estándar) como en el caso de átomos no acoplados.

Una forma de obtener un fuerte acoplamiento entre la luz y átomos para lograr el corrimiento de niveles deseado, es colocarlos en una cavidad óptica, en la cual uno de los parámetros que nos describe la fuerte interacción entre los átomos y los fotones es la cooperatividad C , la cual se describe mediante la Ecuación 1.10 [29]:

$$C(\vec{r}_a) = \frac{3\lambda_a^3 |\vec{E}(\vec{r}_a)/\vec{E}_{max}|^2 Q}{8\pi^2 V_m}, \quad (1.10)$$

donde λ_a es la longitud de onda del láser, $E(\vec{r}_d)$ es el campo eléctrico en la posición \vec{r}_a , E_{max} es el campo máximo dentro de la cavidad, Q es el factor de calidad de la cavidad y V_m es el volumen del modo electromagnético de la cavidad. Como vemos en esta ecuación el factor de cooperatividad depende de la posición de los átomos, debido a que el campo electromagnético dentro de cavidades ópticas tipo *Fabry-Perot*, es una onda estacionaria que nos da diferentes valores para C . La propuesta de este trabajo es la construcción de una cavidad óptica de anillo tipo *bow-tie*, debido a que en este tipo de cavidades tenemos una onda viajera de campo electromagnético, lo que nos va a dar un valor para la cooperatividad constante en toda la nube atómica.

Por lo tanto este trabajo de tesis se centra en el diseño y construcción de una cavidad óptica de anillo tipo *bow-tie*. En el Capítulo 2 presentamos la descripción de un haz Gaussiano en el espacio libre y a través de diferentes elementos ópticos, las generalidades sobre las cavidades ópticas tipo *Fabry-Perot*, y la descripción de las cavidades ópticas de anillo tipo *bow-tie*, donde al mismo tiempo introducimos las especificaciones requeridas por los experimentos de interferometría atómica para el diseño de nuestra cavidad. En el Capítulo 3 mostramos cómo llevamos a cabo el diseño y montaje experimental de la cavidad en el laboratorio. En el Capítulo 4 presentamos las mediciones obtenidas con la cavidad y la caracterización de esta para la obtención de un único modo transversal electromagnético dentro de la cavidad. En el Capítulo 5 sugerimos una propuesta experimental para obtener un perfil *flat-top* del haz dentro de la cavidad, para tener una intensidad uniforme de luz para los átomos. Y finalmente en el Capítulo 6 señalamos las conclusiones y perspectivas obtenidas en este trabajo.

Capítulo 2

Cavidades ópticas

En este capítulo se da una breve introducción a las cavidades ópticas, comenzando por las cavidades tipo *Fabry-Perot* donde se exponen a grandes rasgos sus propiedades como: condición de estabilidad y rango libre espectral (*FSR*, por sus siglas en inglés *free spectral range*) de frecuencias, para después aplicar estos conocimientos en el diseño de la cavidad óptica de anillo tipo *bow-tie* mediante el formalismo de ondas paraxiales.

2.1. Propagación en el espacio libre de un haz gaussiano

La descripción de una onda plana viajando a lo largo del eje óptico z , e^{ikz} (con longitud de onda λ y número de onda $k = 2\pi/\lambda$) se da mediante la solución a la ecuación de *Helmholtz* $U(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \exp(-ikz)$, donde $A(\mathbf{r})$ es una envolvente que depende de la posición que a su vez satisface la ecuación paraxial de *Helmholtz* y tiene como solución: [30–33]

$$A(\mathbf{r}) = \frac{A_1}{q(z)} \exp \left[-ik \frac{\rho^2}{2q(z)} \right], \quad (2.1)$$

donde $q(z) = z + iz_0$ y $\rho^2 = x^2 + y^2$. La cantidad $q(z)$ es llamada el “**parámetro q** ” del haz, y z_0 se conoce como la longitud de *Rayleigh*, la cual a su vez está relacionada con la cintura del haz ω_0 . Para obtener la amplitud y la fase de esta envolvente, se calcula $1/q(z) = 1/(z + iz_0)$

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{z_0 \left(\frac{z}{z_0} + \frac{z_0}{z} \right)} - i \frac{\lambda}{\pi \omega_0^2 \left(1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right)}. \quad (2.2)$$

Donde se definen dos nuevas funciones reales

$$R(z) = z_0 \left(\frac{z}{z_0} + \frac{z_0}{z} \right), \quad W(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2}, \quad (2.3)$$

y el inverso del parámetro q queda como:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi W^2(z)}, \quad (2.4)$$

CAPÍTULO 2. CAVIDADES ÓPTICAS

2.1. PROPAGACIÓN EN EL ESPACIO LIBRE DE UN HAZ GAUSSIANO

donde $R(z)$ representa el radio de curvatura del frente de onda, $W(z)$ representa el radio del perfil de haz y ζ es la fase de *Gouy*. Sustituyendo las ecuaciones 2.1 y 2.4 en la solución a la ecuación de *Helmholtz* obtenemos:

$$U(\mathbf{r}) = A_0 \frac{\omega_0}{W(z)} \exp \left[-\frac{\rho^2}{W^2(z)} \right] \exp \left[-ikz - ik \frac{\rho^2}{2R(z)} + i\zeta(z) \right]. \quad (2.5)$$

La cual representa la amplitud compleja de un haz gaussiano, con parámetros:

$$W(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2}, \quad (2.6)$$

$$R(z) = z_0 \left(\frac{z}{z_0} + \frac{z_0}{z} \right), \quad (2.7)$$

$$\zeta(z) = \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_0} \right), \quad (2.8)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_0}{\pi}}. \quad (2.9)$$

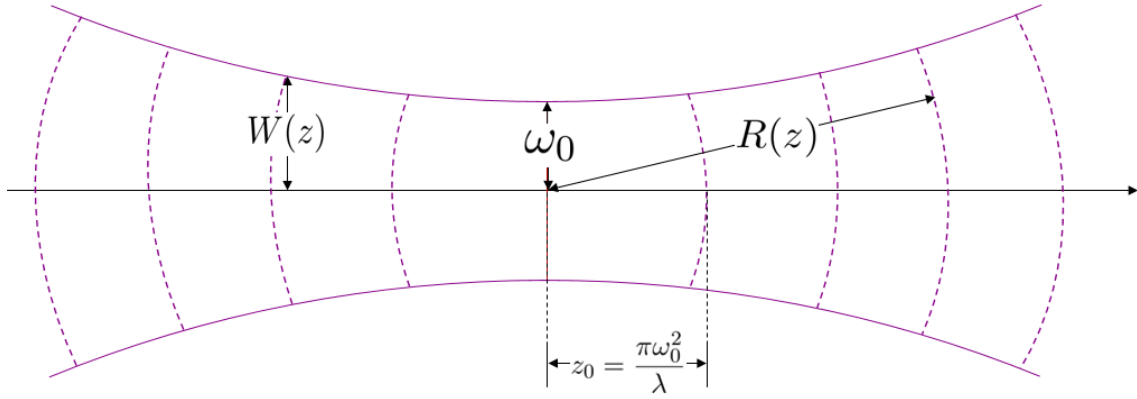


Figura 2.1: Propagación de un haz gaussiano en el espacio libre.

Las ecuaciones 2.6 - 2.9 se utilizan para calcular propiedades de los haces gaussianos, como: intensidad, potencia, ancho del haz, divergencia del haz, profundidad de foco, fase y frente de onda. En seguida hablaremos brevemente de algunas de estas propiedades.

La intensidad óptica se define como $I(r) = |U(r)|^2$, la cual resulta ser función de z y ρ :

$$I(\rho, z) = I_0 \left[\frac{\omega_0}{W(z)} \right]^2 \exp \left[-\frac{2\rho^2}{W^2(z)} \right], \quad (2.10)$$

donde $I_0 = |A_0|^2$. La función gaussiana tiene su valor máximo cuando $\rho = 0$, sobre el eje z , y va decreciendo monótonamente conforme ρ aumenta.

CAPÍTULO 2. CAVIDADES ÓPTICAS

2.2. PROPAGACIÓN DE UN HAZ GAUSSIANO EN UN SISTEMA ÓPTICO

La potencia total óptica es la integral de la intensidad óptica sobre cualquier plano transversal, lo que nos da el valor de:

$$P = \int_0^\infty I(\rho, z) 2\pi\rho d\rho = \frac{1}{2} I_0(\pi\omega_0^2). \quad (2.11)$$

La proporción de potencia dentro de un círculo de radio $\rho_0 = W(z)$ es de aproximadamente el 86 % de la potencia total.

En cualquier plano transversal, la intensidad adquiere su valor máximo sobre el eje óptico z , y decrece por un factor de $1/e^2 \approx 0,135$ sobre la distancia radial $\rho = W(z)$. A esa distancia se le llama el radio del haz (o ancho del haz). Esta tiene su valor mínimo ω_0 en el plano $z = 0$, en esta posición encontramos la cintura del haz donde ω_0 se conoce como el radio de la cintura, así el diámetro de la cintura está dado por $2\omega_0$ y tiene el nombre de *spot-size*. El radio del haz aumenta monótonamente conforme z aumenta y toma el valor de $\sqrt{2}\omega_0$ en $z = \pm z_0$.

Para $z \gg z_0$, la divergencia angular del haz, se puede describir en términos de la cintura del haz ω_0 , como:

$$\theta_0 = \frac{\lambda}{\pi\omega_0}. \quad (2.12)$$

Debido a que el haz tiene un valor mínimo de su radio en $z = 0$, logra su mejor enfoque en $z = 0$, así el haz crecerá gradualmente en ambas direcciones hasta salirse de foco. La distancia axial a la cual el haz no es mayor que $\sqrt{2}$ veces su valor mínimo, se conoce como profundidad de foco o parámetro confocal, la cual es dos veces la longitud de *Rayleigh*:

$$2z_0 = \frac{2\pi\omega_0^2}{\lambda}. \quad (2.13)$$

2.2. Propagación de un haz gaussiano en un sistema óptico

En esta sección utilizaremos la aproximación paraxial mediante el formalismo de las matrices $ABCD$, o matrices de transferencia, para describir el comportamiento de un haz gaussiano a través de un sistema óptico. En este formalismo se consideran al ángulo de inclinación y posición de los rayos de luz incidente y transmitido respecto al eje óptico. Razón por la cual las matrices son de dimensión 2.

Debido a que el parámetro \mathbf{q} nos da información sobre el perfil y radio de curvatura del haz, este se puede describir en términos de las matrices $ABCD$ como: [30–33]

$$q_2 = \frac{\mathbf{A}q_1 + \mathbf{B}}{\mathbf{C}q_1 + \mathbf{D}}, \quad (2.14)$$

donde q_1 es el haz incidente y q_2 es el haz transmitido. Esta expresión es llamada ley $ABCD$, la cual describe el efecto de un sistema paraxial arbitrario sobre el haz gaussiano. En el caso donde el haz se propaga una distancia d en el espacio libre, tenemos que $q_2 = q_1 + d$,

CAPÍTULO 2. CAVIDADES ÓPTICAS
2.3. CAVIDADES ÓPTICAS

de donde deducimos que la matriz que describe la propagación del haz en el espacio libre es:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

De este pequeño ejemplo se pueden obtener las matrices de transferencia para casi cualquier sistema óptico. Aquí solo mostraremos las matrices de transferencia para los sistemas ópticos más comunes [31]:

$$M_{LD} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix}, \quad M_{EE} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{bmatrix}, \quad M_{IDE} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1-n_2}{n_2 R} & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}, \quad (2.16)$$

la matriz M_{LD} corresponde a la propagación del haz a través de una lente delgada de distancia focal f , M_{EE} corresponde a la propagación del haz a través de un espejo esférico de curvatura R y M_{IDE} corresponde a la propagación del haz a través de una interfaz dieléctrica esférica de curvatura R e índices de refracción n_1 y n_2 .

2.3. Cavidades ópticas

2.3.1. Conceptos generales

Las cavidades *Fabry-Perot* consisten de dos espejos paralelos altamente reflejantes los cuales son colocados sobre el eje óptico separados una distancia d . Consideremos el caso ideal donde no tenemos pérdidas de ningún tipo para describir matemáticamente las ecuaciones que caracterizan a este tipo de cavidades.

Para analizar el comportamiento del campo electromagnético dentro de la cavidad se resuelve la ecuación de *Helmholtz* $\nabla^2 U(\mathbf{r}) + k^2 U(\mathbf{r}) = 0$ donde $k = 2\pi\nu/c$ y cuya solución es $U(\mathbf{r}) = A \text{sen}(kz)$. Aplicando las condiciones de frontera debidas a los espejos, obtenemos que:

$$k = n\pi/d, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (2.17)$$

por lo tanto la solución a la cavidad son modos de una onda estacionaria $A_n \text{sen}(k_n z)$. De la ecuación 2.17 obtenemos que las frecuencias ($\nu = ck/2\pi$) asociadas a la cavidad están restringidas por valores discretos, esto es:

$$\nu_n = \frac{nc}{2d}, \quad (2.18)$$

a estas frecuencias se les conoce como frecuencias de resonancia, las cuales están separadas por una frecuencia constante que tiene por nombre rango libre espectral (*FSR*) y está dado por la siguiente ecuación:

$$\nu_F = \frac{c}{2d}. \quad (2.19)$$

Las longitudes de onda asociadas a esas resonancias son $\lambda_n = 2d/n$, por lo tanto el camino del haz dentro de la cavidad óptica debe ser igual a un número entero de mitades de longitudes de onda.

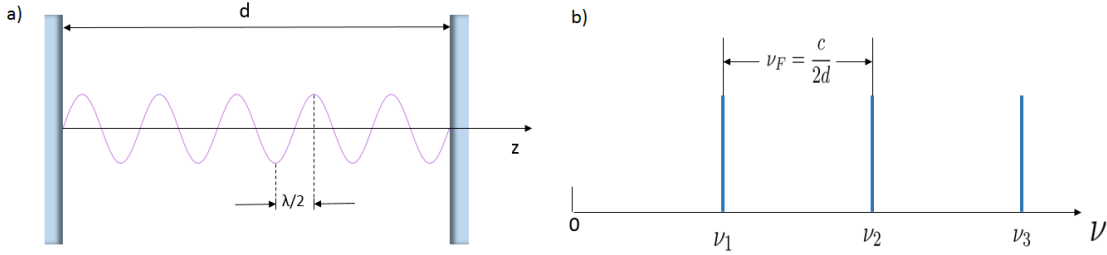


Figura 2.2: a) Representación de la amplitud compleja del campo eléctrico dentro de una cavidad *Fabry-Perot*. b) Espectro de frecuencias típico de una cavidad *Fabry-Perot*.

Otros parámetros que describen propiedades de la cavidad, son [33]: la finesa (F), ecuación 2.20, que describe que tan gruesos ($\delta\nu$) son los picos para las frecuencias de resonancia (ν_n), ecuación 2.21, el tiempo de vida del fotón (τ), ecuación 2.22, y el factor de calidad (Q), ecuación 2.23, que se puede entender como el tiempo de almacenamiento del resonador, para grandes valores del factor de calidad tenemos menores pérdidas en la cavidad,

$$F = \frac{\pi\sqrt{|r|}}{1 - |r|}, \quad (2.20)$$

$$\delta\nu \approx \frac{\nu_F}{F}, \quad (2.21)$$

$$\tau_p = \frac{1}{2\pi\delta\nu}, \quad (2.22)$$

$$Q \approx \frac{\nu_0}{\nu_F} F, \quad (2.23)$$

la variable ν_0 corresponde a la frecuencia del láser y $|r| = \sqrt{R_1 R_2 e^{-2\alpha_s d}}$ [33], donde R_1 y R_2 son las reflectividades de cada uno de los espejos, d es la distancia total de la cavidad y α_s es un coeficiente asociado a las pérdidas por absorción y dispersión debido al medio.

Un parámetro adicional que nos da información acerca de la cavidad es el número de *Fresnel* [33] $N_F = a^2/\lambda d$, esta cantidad se usa para determinar las pérdidas por difracción asociadas a los modos de una cavidad con espejos esféricos, de radio a (aquí nos referimos al radio físico del espejo y no al radio de curvatura). El cual para una cavidad confocal (espejos del mismo radio de curvatura R separados por una distancia R) tiene el valor de $N_F = a^2/\pi\omega_0^2$, grandes valores de N_F corresponden a pequeñas pérdidas por difracción.

2.3.2. Condición de estabilidad

Para describir la condición de estabilidad en las cavidades *Fabry-Perot* de una forma sencilla, vamos a utilizar la ley *ABCD*. Como vimos en la sección 2.2 el camino del haz dentro de la cavidad óptica se puede describir mediante las matrices de transferencia. Entonces para una cavidad *Fabry-Perot*, con curvatura de espejos R_1 , R_2 y distancia de separación d , la matriz de transferencia para una vuelta completa es:

$$M_{FP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.24)$$

CAPÍTULO 2. CAVIDADES ÓPTICAS
2.3. CAVIDADES ÓPTICAS

$$M_{FP} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{2d}{R_2} & 2d - \frac{2d^2}{R_2} \\ -\frac{2}{R_1} - \frac{2}{R_2} \left(-\frac{2d}{R_1} + 1\right) & -\frac{2d}{R_1} + \left(-\frac{2d}{R_1} + 1\right) \left(-\frac{2d}{R_2} + 1\right) \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

Para encontrar el modo estacionario dentro de la cavidad tenemos que resolver la ecuación:

$$q_2 = \frac{\mathbf{A}q_1 + \mathbf{B}}{\mathbf{C}q_1 + \mathbf{D}} = q_1, \quad (2.26)$$

la cual nos dice que tenemos que regresar a la posición inicial en el espejo R_1 . Resolviendo esta ecuación y utilizando la ecuación 2.4, tenemos:

$$R = \frac{2B}{D - A}, \quad (2.27)$$

$$\omega_0^2 = \frac{\lambda}{\pi} \frac{2B}{\sqrt{4 - (A + D)^2}}. \quad (2.28)$$

Donde observamos que $4 - (A + D)^2$ tiene que ser mayor que cero, ya que el perfil del haz W , es una cantidad real. Por lo tanto $2 \geq |A + D|$. Esta condición se debe de cumplir para que le haz no escape de los espejos, cuando esto sucede se dice que la cavidad es estable.

Otra forma de explicar la condición de estabilidad para un haz en una cavidad de espejos esféricos, es mediante el formalismo de trazado de rayos, donde solo vamos a considerar rayos paralelos al eje óptico. En la aproximación paraxial de rayos, la relación entre (y_2, θ_2) y (y_1, θ_1) (Figura 2.5) es lineal y en general puede escribirse de la siguiente forma:

$$y_2 = Ay_1 + B\theta_1, \quad (2.29)$$

$$\theta_2 = Cy_1 + D\theta_1, \quad (2.30)$$

lo que nos da como resultado una ecuación de *eigen*-valores:

$$\begin{bmatrix} y_{m+1} \\ \theta_{m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_m \\ \theta_m \end{bmatrix}. \quad (2.31)$$

Esta ecuación es válida para la vuelta $m + 1$. Los valores para A , B , C y D están determinados por el sistema óptico que estén atravesando los rayos, en este caso estamos considerando una cavidad tipo *Fabry-Perot* de espejos esféricos (Figura 2.4). La matriz para este sistema es la ecuación 2.25.

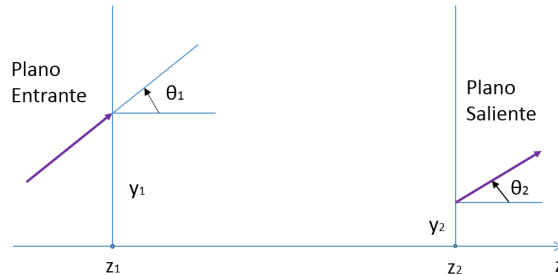


Figura 2.3: Rayo entrante con posición y_1 y ángulo θ_1 y rayo saliente con posición y_2 y ángulo θ_2 .

CAPÍTULO 2. CAVIDADES ÓPTICAS
2.4. CAVIDAD ÓPTICA DE ANILLO TIPO *BOW-TIE*

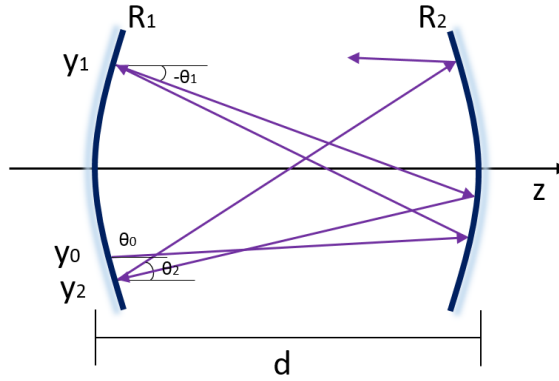


Figura 2.4: Ángulos y posiciones de un rayo para m vueltas.

La solución a la ecuación 2.31 es de la forma $y_m = y_0 e^{\pm im\theta}$, donde

$$e^{\pm i\theta} = \frac{A+D}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{A+D}{2}\right)^2 - 1} = \cos\theta \pm i\sin\theta, \quad (2.32)$$

lo que nos da:

$$\cos\theta = \frac{A+D}{2} \quad \Rightarrow \quad \left|\frac{A+D}{2}\right| \leq 1. \quad (2.33)$$

Esta ecuación nos dice que al tener soluciones reales para θ el haz de luz estará confinado entre los espejos, y al obtener θ imaginario la solución $y_m = y_0 e^{\pm im\theta}$ ya no será la función de una onda viajera, si no, una función real que tendera a infinito o menos infinito, según el valor de θ , lo que provocara que el haz escape de los espejos. De las ecuaciones 2.28 y 2.33 observamos que tenemos la misma condición de estabilidad, por lo tanto en términos de la matriz M_{FP} , ecuación 2.25, la condición de estabilidad puede escribirse como:

$$g = \frac{A+D}{2} = 2 \left(1 - \frac{d}{R_1}\right) \left(1 - \frac{d}{R_2}\right) - 1. \quad (2.34)$$

Matemáticamente tenemos que si $|g| \leq 1$ entonces $-1 \leq g \leq 1$ y nuestra condición de estabilidad para una cavidad *Fabry-Perot* queda como:

$$0 \leq \left(1 - \frac{d}{R_1}\right) \left(1 - \frac{d}{R_2}\right) \leq 1, \quad (2.35)$$

esta condición se puede poner en términos de los parámetros g , $0 \leq g_1 g_2 \leq 1$, donde $g_1 = 1 - d/R_1$ y $g_2 = 1 - d/R_2$.

2.4. Cavidad óptica de anillo tipo *bow-tie*

En esta sección hablaremos sobre las generalidades de una cavidad óptica de anillo tipo *bow-tie*, el por qué construir una cavidad de este tipo, que especificaciones debe cumplir para utilizarla en experimentos de interferometría atómica y como se diseñó.

CAPÍTULO 2. CAVIDADES ÓPTICAS
2.4. CAVIDAD ÓPTICA DE ANILLO TIPO *BOW-TIE*

Una cavidad óptica de anillo tipo *bow-tie* consiste en un arreglo óptico con 4 espejos altamente reflejantes, dos espejos curvos y dos espejos planos, la cual tiene una composición geométrica como en la Figura 2.5. Esta cavidad entra en la clasificación de cavidades ópticas con $n = 2$ [34], donde n describe el número de espejos curvos o lentes que tiene la cavidad (Figura 2.6). Hay diferentes configuraciones geométricas para cavidades con $n = 2$, donde la cavidad tipo *bow-tie* tiene 4 parámetros independientes, los cuales son d_1 , d_2 , R_1 y R_2 , que es el número máximo de parámetros independientes para una cavidad con dos grados de libertad, lo que implica que tenemos mayor libertad para manipular el parámetro q . Las cavidades en la Figura 2.7 tienen la misma matriz $ABCD$.

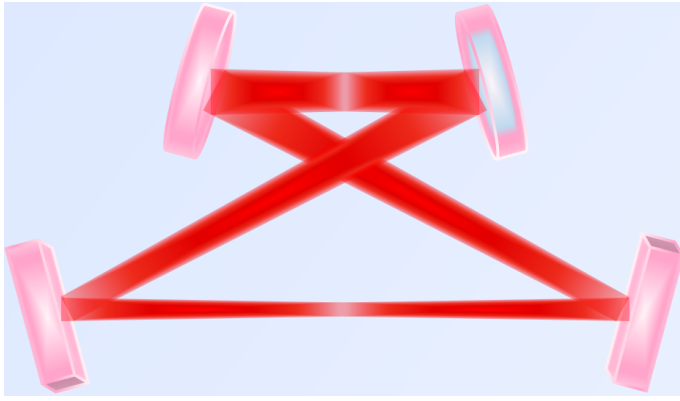


Figura 2.5: Cavidad óptica *bow-tie*.

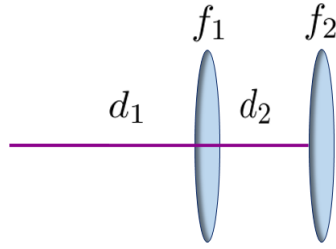


Figura 2.6: Diagrama de lentes para cavidades con $n = 2$.

La matriz $ABCD$ que describe a estas cavidades tiene la siguiente forma:

$$M_{n=2} = \begin{bmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.36)$$

la cavidad de nuestro interés es la cavidad *bow-tie*, la cual analizamos mediante esta matriz. El análisis lo comenzamos en el centro del camino d_1 , así nuestra matriz queda como:

$$M_{bt} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{d_1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{d_1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.37)$$

El principal interés de construir una cavidad de este tipo es debido a que obtenemos una onda viajera, que a diferencia de una cavidad tipo *Fabry-Perot* se tiene una onda

CAPÍTULO 2. CAVIDADES ÓPTICAS
2.4. CAVIDAD ÓPTICA DE ANILLO TIPO *BOW-TIE*

estacionaria. Esta onda viajera nos va a generar un corrimiento uniforme de los niveles de energía de los átomos.

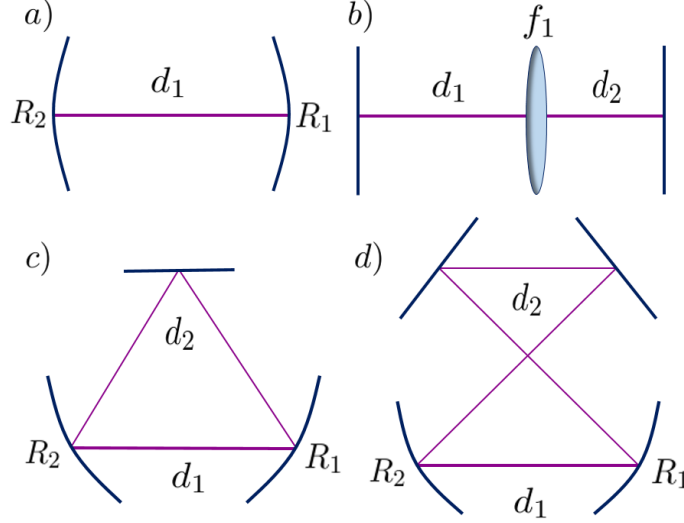


Figura 2.7: Diferentes tipos de cavidades que corresponden a $n=2$. a) Cavidad cóncava-cóncava, b) Cavidad de lente, c) Cavidad triangular, d) Cavidad *bow-tie*

Aquí vamos a introducir el primer requisito que se pide cumpla la cavidad, el cual es que en uno de sus caminos, d_1 o d_2 , el haz este lo más colimado posible (tener frentes de onda planos), ya que al ocupar esta cavidad en interferometría atómica se requiere que todos los átomos sientan la misma intensidad del campo electromagnético. Entonces la primera restricción que impusimos en el diseño de la cavidad fue, que en el centro del camino d_1 el radio de curvatura del haz fuera infinito. Lo que implica que la ecuación 2.27 tiene que ser igual a “infinito”, dando como resultado que $D = A$ en la matriz 2.37. Por esta condición obtenemos que los radios de curvatura de los espejos deben tener el mismo valor, $R_1 = R_2 = R$. Así nuestra matriz de transferencia queda como:

$$M = \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{f} \left(\frac{d_1 d_2}{2f} - d_1 - d_2 \right) & d_1 + d_2 + \frac{1}{f} \left(\frac{d_1^2 d_2}{4f} - \frac{d_1^2}{2} - d_1 d_2 \right) \\ \frac{1}{f} \left(\frac{d_2}{f} - 2 \right) & 1 + \frac{1}{f} \left(\frac{d_1 d_2}{2f} - d_1 - d_2 \right) \end{bmatrix}. \quad (2.38)$$

Por la condición de estabilidad de la ecuación 2.33, obtenemos que $1 \geq A^2$. Ahora esta expresión nos relaciona los tres parámetros resultantes que describen el comportamiento del haz dentro de la cavidad, d_1 , d_2 y R , esto es, conociendo dos de los parámetros puedo conocer el tercero, así solo nos quedan dos variables independientes, en nuestro caso elegimos a d_1 y R .

El cálculo que acabamos de realizar es solo considerando la propagación de la luz sobre el eje óptico, pero en realidad la cavidad *bow-tie* tiene un diseño bidimensional donde los espejos curvos-cóncavos tienen un ángulo de inclinación θ Figura 2.8, lo cual nos causa aberraciones del tipo astigmáticas [31, 32, 34].

CAPÍTULO 2. CAVIDADES ÓPTICAS
2.4. CAVIDAD ÓPTICA DE ANILLO TIPO *BOW-TIE*

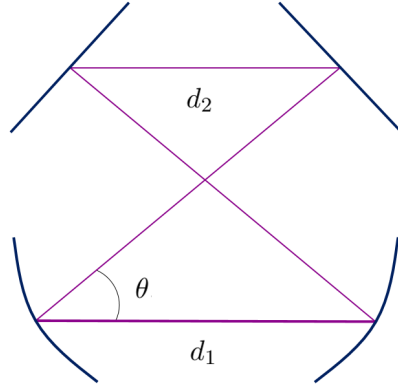


Figura 2.8: Diagrama de la cavidad *bow-tie*.

El defecto de aberraciones astigmáticas se produce cuando un punto objeto se encuentra a cierta distancia del eje óptico, esto es, que los rayos incidentes forman un ángulo apreciable con el eje del espejo [32]. El resultado es que en lugar de una imagen puntual se forman dos líneas de imagen mutuamente perpendiculares, una sobre el plano sagital y la otra el plano tangencial del espejo (Figura 2.9).

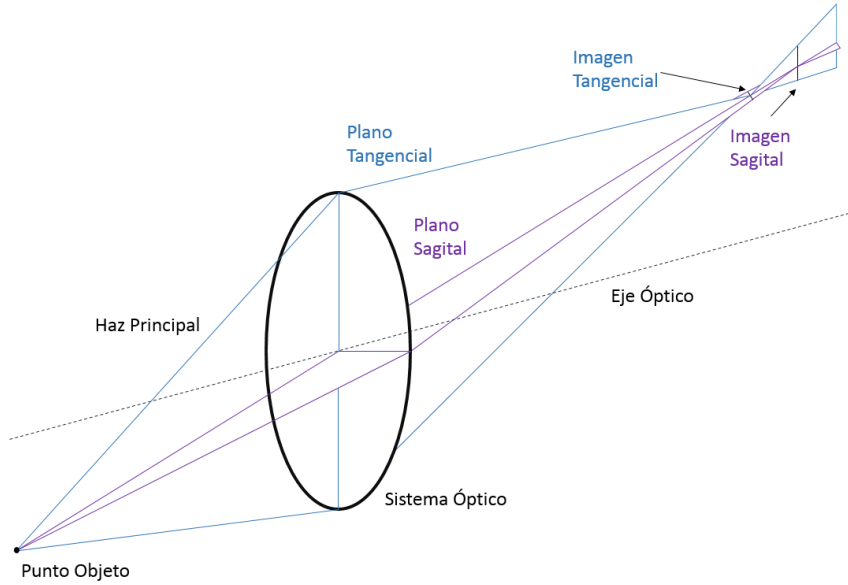


Figura 2.9: Diagrama de los planos tangencial y sagital del espejo.

Debido a que esta aberración depende del ángulo de incidencia del haz en el espejo, se tienen que hacer correcciones a los cálculos para obtener w_0 (radio de la cintura del haz) en los dos planos, esta misma corrección se debe ocupar para encontrar d_2 . Las ecuaciones que nos dan las distancias focales de los planos tangencial y sagital, para una sola superficie refractante [32], son:

$$\frac{n \cos^2 \phi}{s} + \frac{n' \cos^2 \phi'}{s_T} = \frac{n' \cos \phi' - n \cos \phi}{R} \quad y \quad \frac{n}{s} + \frac{n'}{s'_S} = \frac{n' \cos \phi' - n \cos \phi}{R}, \quad (2.39)$$

CAPÍTULO 2. CAVIDADES ÓPTICAS
2.4. CAVIDAD ÓPTICA DE ANILLO TIPO *BOW-TIE*

donde ϕ y ϕ' son los ángulos de incidencia y refracción del haz principal, R es el radio de curvatura, s es la distancia objeto, s_T y s_S son las distancias imagen en los planos tangencial y sagital respectivamente.

Para espejos esféricos estas ecuaciones se reducen a: [32, 34]

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'_T} = \frac{2}{R \cos \phi} = \frac{1}{f_T} \quad y \quad \frac{1}{s} + \frac{1}{s'_S} = \frac{2 \cos \phi}{R} = \frac{1}{f_S}. \quad (2.40)$$

Para la cavidad *bow-tie* tenemos que $\phi' = \phi = \theta/2$ (Figura 2.8) y definimos a c como:

$$\frac{2f_T}{R} = \cos(\theta/2) = c \quad y \quad \frac{2f_S}{R} = \frac{1}{\cos(\theta/2)} = \frac{1}{c}. \quad (2.41)$$

En estas ecuaciones se observa que el radio de curvatura cambia por una constante c , que para el plano tangencial es cR y para el plano sagital es R/c . Las ecuaciones que describen la cavidad *bow-tie* se corrigen únicamente en el radio de curvatura. Para saber si la cavidad es estable, ahora debemos fijarnos, tanto en el plano sagital como en el plano tangencial, si el haz está confinado entre los espejos. Así que tomamos la condición de estabilidad de la ecuación 2.35 para ambos planos:

$$0 \leq \left(1 - \frac{cd_1}{R}\right) \left(1 - \frac{cd_2}{R}\right) \leq 1 \quad y \quad 0 \leq \left(1 - \frac{d_1}{cR}\right) \left(1 - \frac{d_2}{cR}\right) \leq 1. \quad (2.42)$$

De estas ecuaciones se puede deducir que entre ellas se limitan. En la Figura 2.10 se muestra la región de estabilidad para una cavidad *Fabry-Perot* (región delimitada por las curvas negras) y para una cavidad *bow-tie*, para su plano tangencial y sagital (región delimitada por las curvas azules y moradas, respectivamente). La región sombreada en gris es donde la cavidad *bow-tie* cumple las condiciones de estabilidad para ambos planos, ecuaciones 2.42. El punto en rojo muestra la zona en donde se encuentra la cavidad *bow-tie* que diseñamos. Debido a la aberración astigmática el número de cinturas en la cavidad aumenta, en lugar de tener 2, vamos a tener 4, dos cinturas en el camino d_1 y dos en d_2 . El cambio que en realidad sufre el haz es que, en lugar de tener un perfil completamente esférico va a pasar a ser ligeramente elíptico. Las nuevas cinturas tienen la forma [34]:

$$\omega_{0,1T}^4 = \frac{\omega_C^4 x (c - x) (c + \alpha_2 c - \alpha_2 x)}{c - \alpha_2 x}, \quad \omega_{0,1S}^4 = \frac{\omega_C^4 x (1 - cx) (1 + \alpha_2 - \alpha_2 cx)}{c(1 - \alpha_2 cx)}, \quad (2.43)$$

$$\omega_{0,2T}^4 = \frac{\omega_C^4 x (c - \alpha_2 x) (c + \alpha_2 c - \alpha_2 x)}{c - x}, \quad \omega_{0,2S}^4 = \frac{\omega_C^4 x (1 - \alpha_2 cx) (1 + \alpha_2 - \alpha_2 cx)}{c(1 - cx)}, \quad (2.44)$$

donde $\omega_{0,1T}^4$ y $\omega_{0,1S}^4$ son los radios de las cinturas del haz en el plano tangencial y sagital, respectivamente, en el camino d_1 . $\omega_C^2 = \lambda R_1 / 2\pi$, $x = d_1 / R$ y $\alpha_2 = d_2 / d_1$.

CAPÍTULO 2. CAVIDADES ÓPTICAS
2.4. CAVIDAD ÓPTICA DE ANILLO TIPO *BOW-TIE*

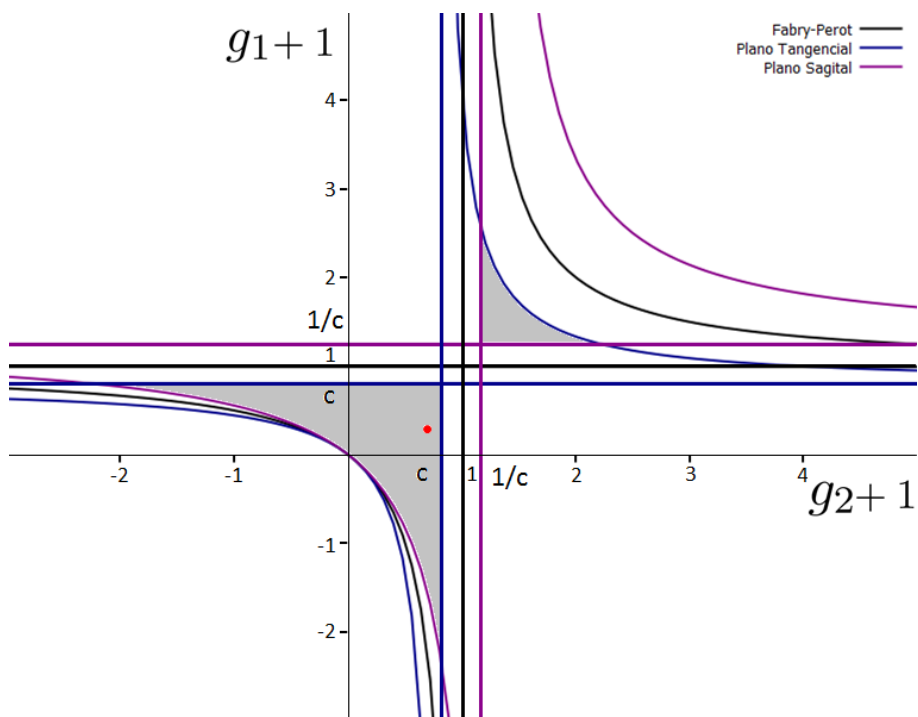


Figura 2.10: Diagrama de estabilidad para la cavidad *Fabry-Perot* (líneas negras) y para la cavidad *bow-tie* (líneas azules - plano tangencial y líneas moradas - plano sagital). El punto en rojo es donde nuestra cavidad *bow-tie* se encuentra.

Capítulo 3

Construcción experimental de la cavidad óptica *bow-tie*

En este capítulo hablaremos sobre el procedimiento que seguimos para construir una cavidad óptica tipo *bow-tie*. Del análisis teórico descrito en el capítulo anterior logramos relacionar los parámetros independientes d_1 , θ y R , y a partir de estos obtener los valores para d_2 y las cinturas de la cavidad.

Antes de comenzar a proponer ciertos valores para d_1 , θ y R , nos fijamos en los dos requisitos más importantes que debe de cumplir la cavidad. El primero es que el radio de la cintura en d_1 tenga un valor aproximado a $0,5mm$, ya que queremos que el haz de la cavidad cubra perfectamente a los átomos cuando se aplique en interferometría atómica. Se da esta cota debido a que la nube atómica que tenemos actualmente en la trampa del laboratorio tiene un radio aproximado de $0,5mm$. El segundo requisito es que la cavidad debe caber dentro de la cámara de vacío donde se llevan a cabo los experimentos de interferometría atómica. Este requisito depende en gran medida del radio de curvatura R de los espejos, ya que el valor de la distancia d_2 debe ser aproximadamente del tamaño del radio de curvatura del espejo. Esto es debido a que al pasar un haz de onda plano por un espejo, con radio de curvatura R , el haz se enfocara en $R/2$ y se expandirá hasta llegar al otro espejo, que está en R , de tal forma que al salir de este segundo espejo el haz volverá a tener un frente de onda plano. Nuestro objetivo es que en d_1 tengamos una haz con frente de onda lo más plano posible. Por lo tanto se escogieron valores de R entre $20cm$ y $50cm$, ya que con estos valores la geometría de la cavidad no excede las dimensiones de la cámara de vacío, por otra parte, estos espejos son los que teníamos disponibles en el laboratorio. La longitud de onda que ocupamos para la construcción de esta cavidad es $\lambda = 780nm$, debido que en el laboratorio se ocupa esa longitud de onda para las trampas atómicas donde se trabaja con átomos de ^{87}Rb , a esa frecuencia tiene su transición del nivel $5S_{1/2}$ al $5P_{3/2}$. El intervalo de valores para el ángulo se encuentra entre 80° y 10° , y los valores que se pueden escoger para d_1 , se encuentran entre cero y $R/2$.

Una vez obtuvimos una idea de que valores se podían tomar para cada variable independiente, se realizó una simulación del perfil del haz dentro de la cavidad en *MATLAB*. Esta simulación comienza en el centro del camino d_1 o en la cintura ω_{01t} . La Figura 3.1 muestra un diagrama de cómo es la simulación del programa. Este programa nos calcula

CAPÍTULO 3. CONSTRUCCIÓN EXPERIMENTAL DE LA CAVIDAD ÓPTICA BOW-TIE

las variables de interés, d_2 , ω_{01t} y ω_{01s} a partir de las variables independientes d_1 , θ y R , el nombre del programa es *Simulacion-perfil-haz.m*. Debido a que d_1 , θ y R pueden tomar muchos valores, obtuvimos varios diseños para la cavidad, principalmente con los espejos de 20cm y 50cm . A parte de que el programa nos daba el valor numérico de las variables de interés, nos graficaba la trayectoria que el haz sigue dentro de la cavidad. En la Figura 3.2 podemos observar las curvas que nos describe el perfil del haz al pasar por los espejos de la cavidad (las curvas de color rojo y negro representan el perfil del haz en el plano tangencial y sagital, respectivamente), la gráfica empieza en la mitad del camino d_1 , donde observamos una línea casi constante, cuando esta cambia de forma significa que está pasando por uno de los espejos curvos, en esta simulación no se tomaron en cuenta los espejos planos debido a que estos no cambian la forma del haz cuando inciden en ellos. Gracias a este programa fue muy fácil ir cambiando los parámetros independientes para ver cuál de ellos mostraba un confinamiento del haz y en cual, el haz del plano tangencial era muy parecido al haz del plano sagital. Para poder ver esto repetimos 7 veces el sistema de la cavidad, esto es graficamos $W(z)$ a lo largo de $7d_T = 7(d_1 + d_2)$. Esto nos sirvió para darnos una idea de que el sistema en principio podía repetirse un número m de veces.

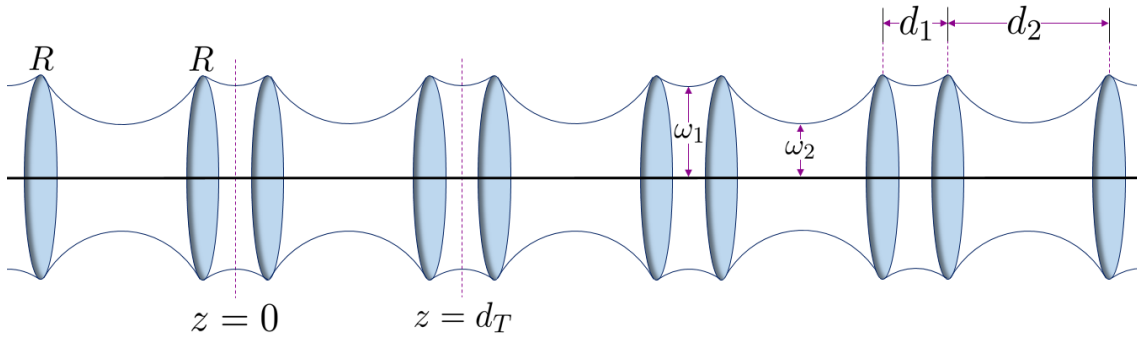


Figura 3.1: Diagrama de la simulación del perfil del haz

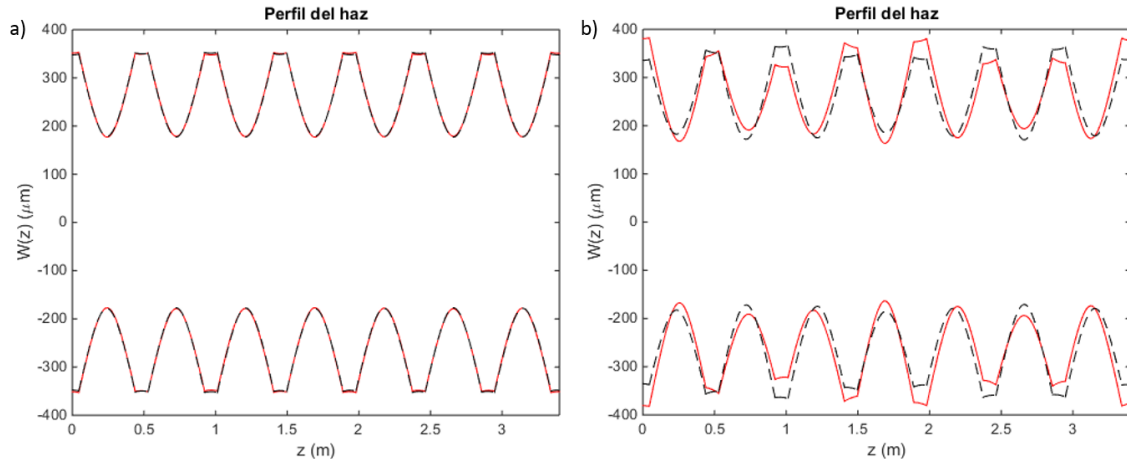


Figura 3.2: Simulación del perfil del haz con: $d_1 = 9\text{cm}$, $R = 50\text{cm}$, (a) $\theta = 15^\circ$ y (b) $\theta = 50^\circ$.

CAPÍTULO 3. CONSTRUCCIÓN EXPERIMENTAL DE LA CAVIDAD ÓPTICA *BOW-TIE*

En la Figura 3.2 mostramos la simulación del perfil del haz dentro de la cavidad para $d_1 = 9\text{cm}$, $R = 50\text{cm}$, a) $\theta = 15^\circ$ y b) $\theta = 50^\circ$, como es de esperarse a ángulos más pequeños obtenemos que los perfiles de los haces para cada uno de los planos son muy parecidos. El diseño que se escogió para montar en el laboratorio fue con un ángulo de 15° , $R = 50\text{cm}$ y $d_1 = 9\text{cm}$ lo cual nos dio valores para $d_2 = 39,37\text{cm}$, $\omega_{01T} = 351,27\mu\text{m}$ y $\omega_{01S} = 347,80\mu\text{m}$. La simulación de este diseño se muestra en la Figura 3.2 a). Este diseño lo consideramos conveniente ya que con el obtuvimos el tamaño de cintura más grande y como se ha mencionado queremos tener un radio de cintura aproximado de $500\mu\text{m}$. Así que el siguiente paso fue comenzar a montar la cavidad en el laboratorio. Una vez que decidimos esto, nos dimos cuenta que la alineación de la cavidad iba a ser muy difícil, por lo que se nos ocurrió diseñar una placa en *CAD*, donde se marcaron las posiciones “exactas” de los espejos. Para conocer estas posiciones se dibujaron las bases de las monturas donde iban a ir los espejos, Figura 3.3, el nombre del archivo es *Alineacion-cavidad*.

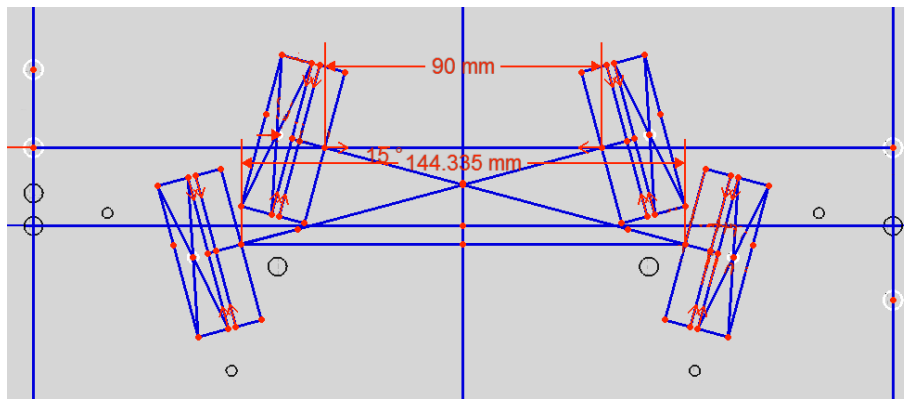


Figura 3.3: Diseño de la cavidad óptica *bow-tie* en *CAD*.

El material donde se llevó a cabo este diseño fue una placa de aluminio (*Al*), la cual perforamos con una maquina milimétrica. Algunas de estas perforaciones estaban alineadas a la mesa óptica. Esto para poder colocar un objeto en la mesa óptica y saber a qué distancia respecto a la placa se debía poner. Antes de colocar la placa en la mesa óptica, hicimos el trazado de rayos con hilo de tal forma que abarcáramos toda la mesa para así poder colocar iris lo más alejados posible a la cavidad y tener una alineación más precisa Figura 3.4

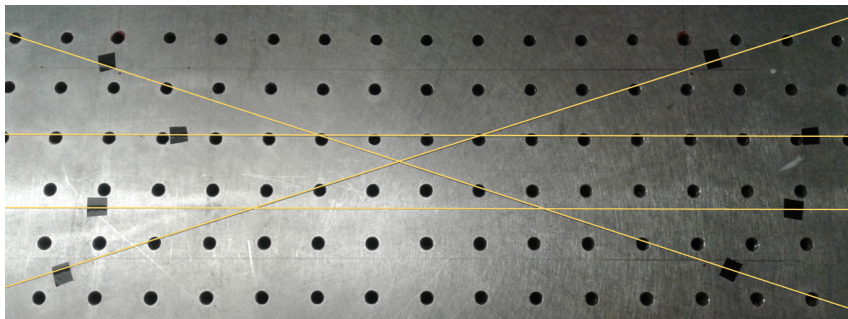


Figura 3.4: Camino del haz para la alineación de este.

CAPÍTULO 3. CONSTRUCCIÓN EXPERIMENTAL DE LA CAVIDAD ÓPTICA *BOW-TIE*

La placa la colocamos en la mesa y procedimos a alinear, en primer lugar el láser respecto al camino d_1 , una vez que logramos esto, colocamos el espejo 1 (Figura 3.5) el cual fue uno de los espejos cóncavos. Lo colocamos de tal manera que el haz diera lo más exactamente posible en el centro del espejo y a su vez en los dos iris correspondientes a su alineación. Este procedimiento se repitió con los otros tres espejos. El haz de entrada se encontraba en el espejo cóncavo 4.

Al terminar de colocar los espejos, nos fijamos que no tuviéramos múltiples reflexiones en los cuatro espejos y a la salida de la cavidad. Cuando dejamos de observar estas múltiples reflexiones colocamos un divisor de haz no polarizante en la salida de la cavidad, la cual se encontraba en el espejo cóncavo 1. En uno de los caminos colocamos un detector que a su vez se conectó a un osciloscopio, el otro camino lo mandamos a una cámara web para poder observar los modos transversales electromagnéticos TEM (Figura 3.5). Nuestro montaje final de la cavidad, quedo como se muestra en la Figura 3.6.

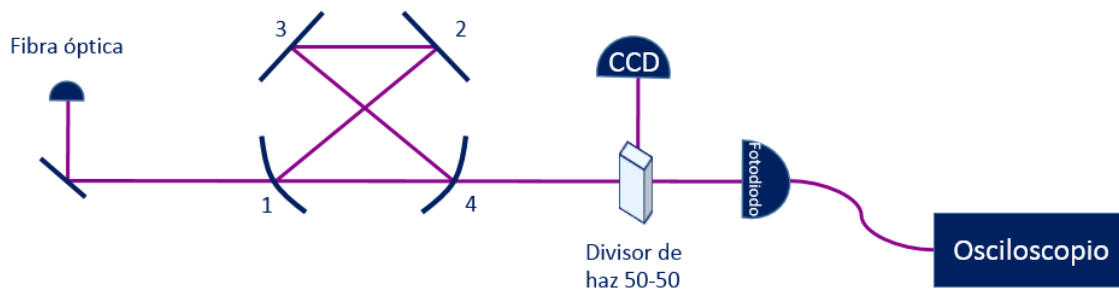


Figura 3.5: Diagrama del montaje experimental de la cavidad óptica *bow-tie*.

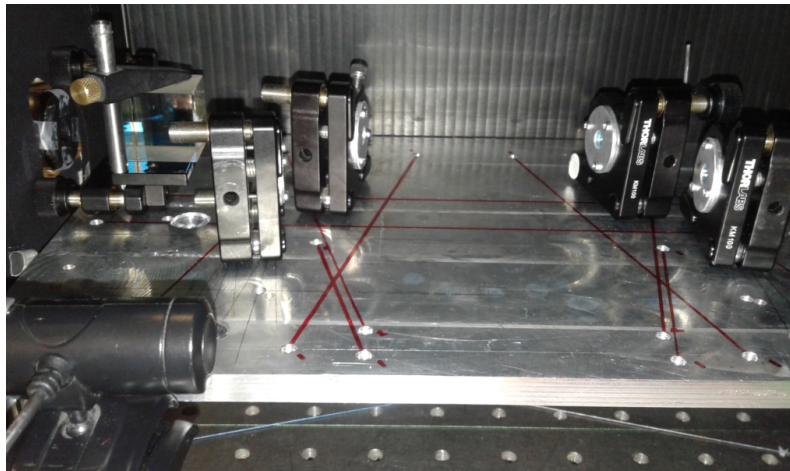


Figura 3.6: Arreglo experimental de la cavidad óptica *bow-tie*.

Capítulo 4

Caracterización de la cavidad óptica *bow-tie*

En este capítulo se muestran los resultados de las mediciones obtenidas de la cavidad óptica *bow-tie*, la descripción del arreglo experimental para la obtención del modo gaussiano, con el tamaño de cintura adecuado, dentro de la cavidad.

Los espejos utilizados para construir la cavidad tienen su máximo de reflectividad en $795nm$, por lo que para observar el haz a la salida de la cavidad, trabajamos con una longitud de onda de $920nm$, a esa longitud su reflectividad disminuye al 62% y se puede observar el haz de salida, aún sin tener un alineamiento perfecto. Hacemos un alineamiento inicial de la cavidad con esta baja reflectividad moviendo horizontal y verticalmente las monturas de los espejos (en específico solo se movieron los espejos 3 y 4 (Figura 3.5), debido a que fueron los últimos en ser colocados). Una vez que maximizamos la visibilidad de las franjas, bajamos la longitud de onda del láser a $910nm$ y volvimos a maximizar, este procedimiento lo repetimos hasta llegar a la longitud de onda de $860nm$ donde la señal obtuvo su máximo de visibilidad, ya que al seguir disminuyendo la longitud de onda, la amplitud de la transmisión en resonancia disminuía rápidamente. Esta reducción de la señal suponemos se debe a las vibraciones presentes en nuestro sistema que no dejan acumular un campo estacionario grande dentro de la cavidad antes de salir de resonancia. Se buscará aislar mecánicamente la cavidad para podernos acercarnos más a la longitud de onda objetivo de $780nm$. Las mediciones que presentamos fueron realizadas a $860nm$.

En la Figura 4.1 mostramos un rango libre espectral (FSR) de nuestra cavidad, el cual tiene un valor de $620MHz$ (Ecuación 2.19). Esta gráfica muestra 4 picos principales, los cuales representan las frecuencias resonantes de los modos transversales que se acoplaron en la cavidad, los modos transversales obtenidos fueron el TEM_{00} , TEM_{01} , TEM_{02} y TEM_{03} , estos modos transversales pertenecen a la familia *Hermitte-Gauss* de simetría cartesiana. Las imágenes de los modos transversales que aparecen en la Figura 4.1 fueron tomadas con una cámara web con resolución de 640×480 píxeles, el tamaño de cada píxel es de aproximadamente $2,63\mu m$. El cero de esta gráfica representa una frecuencia de referencia ν_0 . En la gráfica se alcanzan a ver varios picos en cada modo transversal, en lugar de solo uno. Esto se debe a que tenemos ruido proveniente del exterior que induce vibraciones en la cavidad y mueve la frecuencia de resonancia.

CAPÍTULO 4. CARACTERIZACIÓN DE LA CAVIDAD ÓPTICA
BOW-TIE

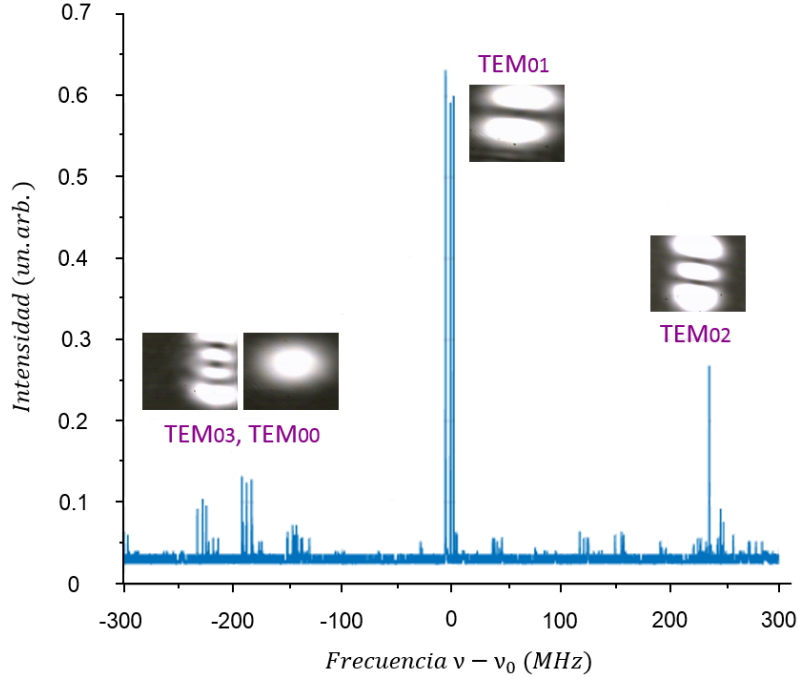


Figura 4.1: Espectro transmitido a través de la cavidad como función de la frecuencia del láser. Se muestra un solo rango libre espectral. ν_0 es una frecuencia de referencia.

Uno de los objetivos de este trabajo es lograr un modo transversal tipo *flat-top*. Para esto necesitamos superponer dos modos transversales, el TEM_{00} y el TEM_{01} , de simetría cilíndrica con fase $e^{i\phi}$ al cual nos vamos a referir como: TEM_{01}^* . Esto lo logramos dividiendo el haz principal en dos caminos, en uno de estos caminos vamos a acoplar el modo TEM_{00} y en el otro el modo TEM_{01}^* .

Por lo tanto realizamos la técnica de acoplamiento a un modo para el modo TEM_{00} . La técnica para acoplar este único modo a la cavidad (o suprimir lo que más se pueda a los demás) consiste en lograr que el haz *Gaussiano* que entra a la cavidad tenga su cintura en la misma posición donde esperamos tener la cintura de la cavidad, el mismo tamaño y la misma longitud de *Rayleigh*.

Para realizar la técnica, requerimos determinar el tamaño del haz a la entrada de la cavidad, por lo tanto, lo primero que hicimos fue colimar el haz que sale de la fibra (Figura 3.5). Entonces hicimos dos mediciones del perfil a lo largo del camino óptico, la primera medición la realizamos a 15cm de la fibra donde nos dio un valor de $572 \pm 4\mu\text{m}$ y la segunda fue a $86,5\text{cm}$ donde obtuvimos $596 \pm 4\mu\text{m}$, lo que nos dio un valor promedio de $584 \pm 4\mu\text{m}$ (Figura 4.2). Las imágenes del perfil se obtuvieron colocando una cámara web en el camino del láser, se tuvo el cuidado de que la posición del fotodiodo de la cámara coincidiera con la marca en la mesa óptica, la cámara que utilizamos para esta mediciones es la misma que mencionamos anteriormente.

De nuestros cálculos obtenidos en el programa de *MATLAB* tenemos que, las cinturas dentro de la cavidad tiene un valor de $\omega_{01T} = 351,27\mu\text{m}$ con una longitud de

CAPÍTULO 4. CARACTERIZACIÓN DE LA CAVIDAD ÓPTICA *BOW-TIE*

Rayleigh de $z_{TR} = 45,08\text{cm}$ y $\omega_{01S} = 347,80\mu\text{m}$ con una longitud de *Rayleigh* de $z_{SR} = 44,19\text{cm}$ para el plano tangencial y sagital, respectivamente. La cintura y longitud de *Rayleigh* en que nos fijamos fueron las del plano tangencial, ω_{01T} y z_{TR} . Por lo tanto el haz de entrada es mayor que el valor de ω_{01T} (Figura 4.3).

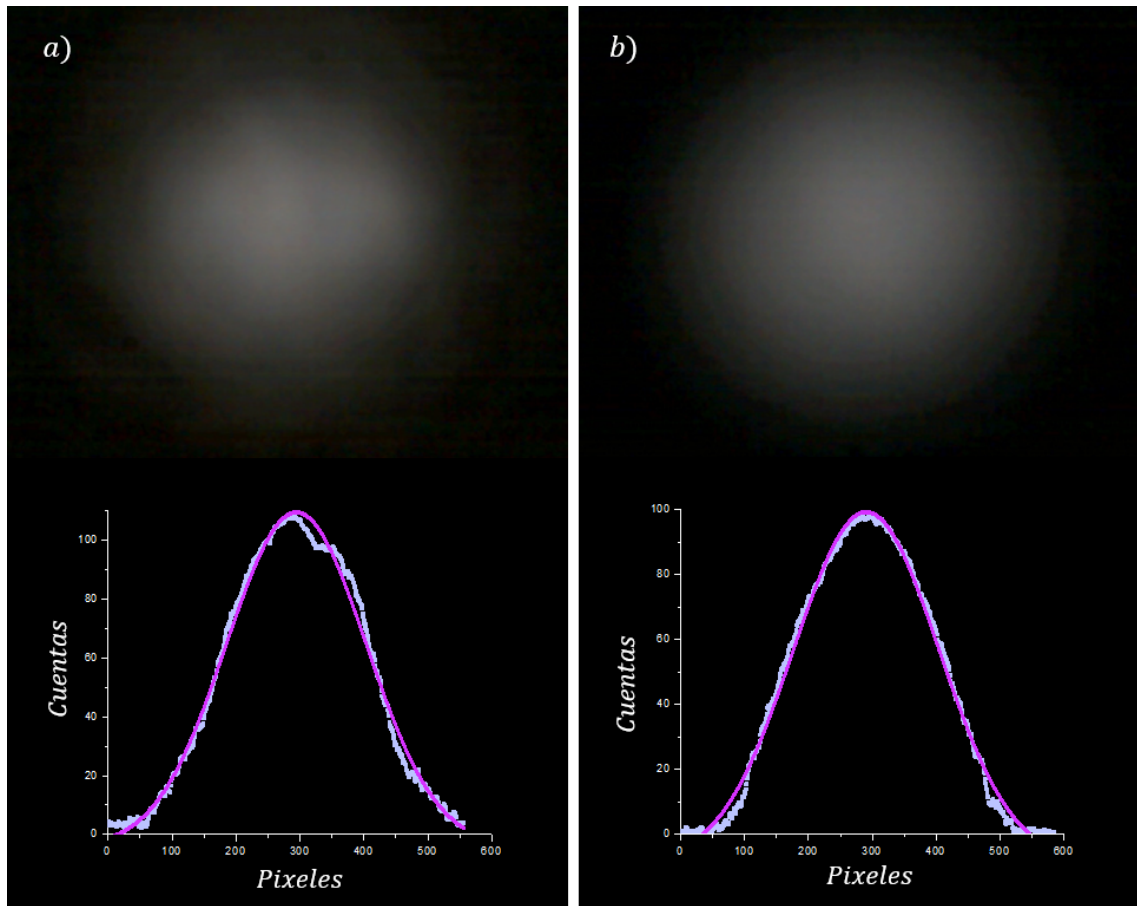


Figura 4.2: Imagen del haz en la cámara a una distancia de, a) 15cm de la fibra y a b) $86,5\text{cm}$ de la fibra. Se muestra un corte transversal con su ajuste Gaussiano, para cada uno de los haces.

Dado que el haz de entrada (haz proveniente de la fibra) es mucho mayor a la cintura esperada dentro de la cavidad, tuvimos que ajustar el valor la cintura y longitud de *Rayleigh* del haz para que coincidieran con las de la cavidad. Debido a que tenemos dos grados de libertad (parámetros que variar) necesitamos un sistema óptico de dos lentes para disminuir la cintura y tener el valor adecuado de la longitud de *Rayleigh*. Por lo tanto utilizamos estas lentes en configuración cercana a un telescopio, esto significa que colocamos la lente de mayor distancia focal f_1 enseguida de la fibra y después la lente de menor distancia focal f_2 , la distancia entre ellas fue de aproximadamente $f_1 + f_2$, estas lentes se escogieron de tal forma que redujeran el haz en un factor de 1,25. Este factor lo obtenemos calculando f_1/f_2 . Para ayudarnos a saber que lentes eran las adecuadas para este diseño, simulamos el perfil del haz pasando a través de este sistema de lentes y fuimos cambiando los valores de las

CAPÍTULO 4. CARACTERIZACIÓN DE LA CAVIDAD ÓPTICA *BOW-TIE*

distancias focales. La Figura 4.4 nos muestra una gráfica de cómo varia la cintura del haz conforme varia la distancia entre la lente f_2 y ω_0 , esta distancia varia moviendo lente f_1 y dejando f_2 fija. Mediante esta gráfica decidimos cual era la configuración de lentes adecuada para nuestra cavidad, ya que realizamos esta gráfica para diferentes configuraciones de lentes. Las lentes que escogimos al final fueron $f_1 = 12,5cm$ y $f_2 = 10cm$. El programa también nos ayudó a saber en qué posición colocar f_2 respecto de f_1 y el centro de la cavidad respecto de f_2 . En la Figura 4.5 mostramos el diagrama de cómo quedo el montaje final para poder acoplar el modo TEM_{00} a la cavidad. La distancia a la que se colocó la lente f_2 respecto a la lente f_1 fue $23,5cm$ y la distancia a la que se colocó el centro de la cavidad respecto a f_2 fue $49,14cm$. La distancia entre las lentes fue mayor que $f_1 + f_2$ debido a que queríamos un menor valor para la cintura del haz entrante.

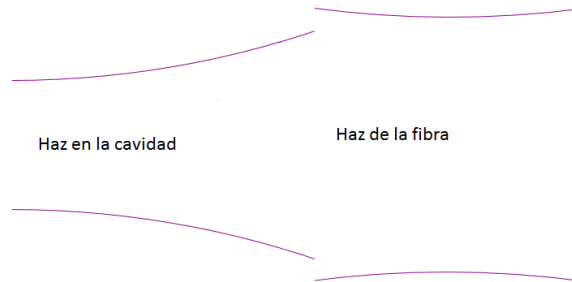


Figura 4.3: Perfil del haz de la fibra respecto al esperado en la cavidad.

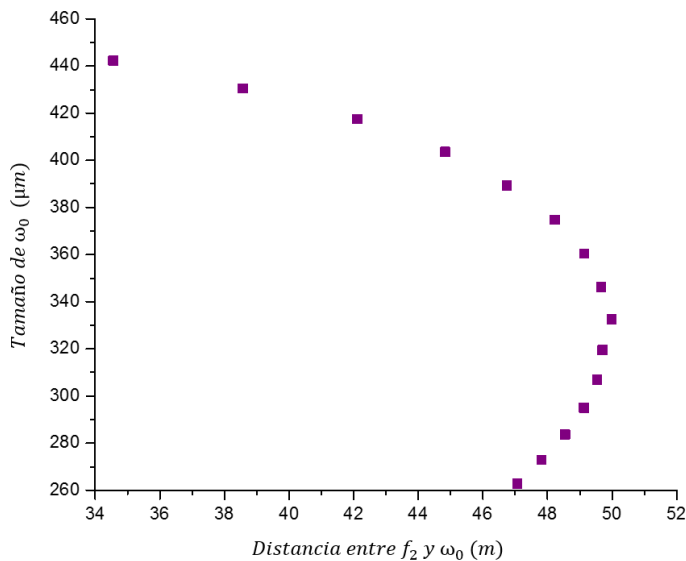


Figura 4.4: Gráfica del cambio de tamaño y posición de la cintura del haz, debido al movimiento de la lente f_1

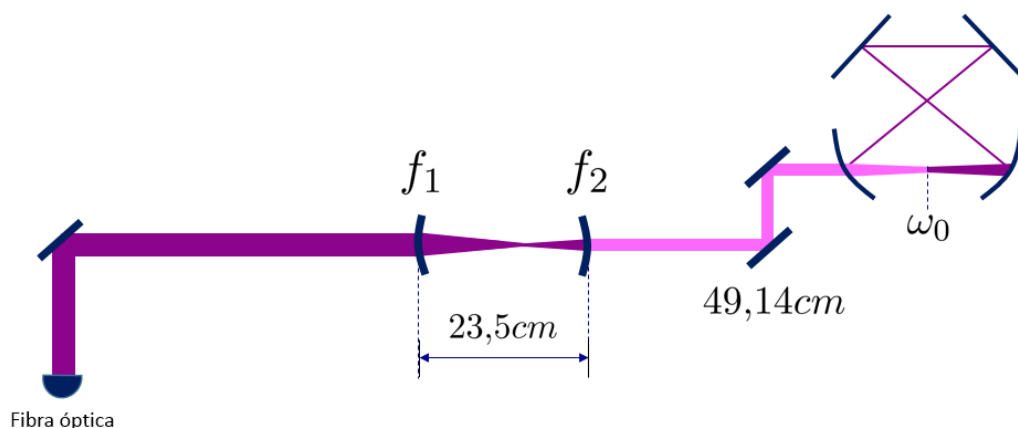


Figura 4.5: Diagrama del montaje para realizar el acoplamiento del modo TEM_{00} .

Una vez que realizamos este montaje nos aseguramos que el haz tuviera las características correctas midiendo su perfil transversal con la cámara a diferentes distancias. La figura 4.6 muestra los datos experimentales del ancho del haz como función de la distancia (puntos violetas) y el ajuste a esta curva (línea azul), el cual nos ayudó a determinar el valor de la cintura y longitud de *Rayleigh* adecuadas. Con esto listo alineamos el haz de vuelta en la cavidad.

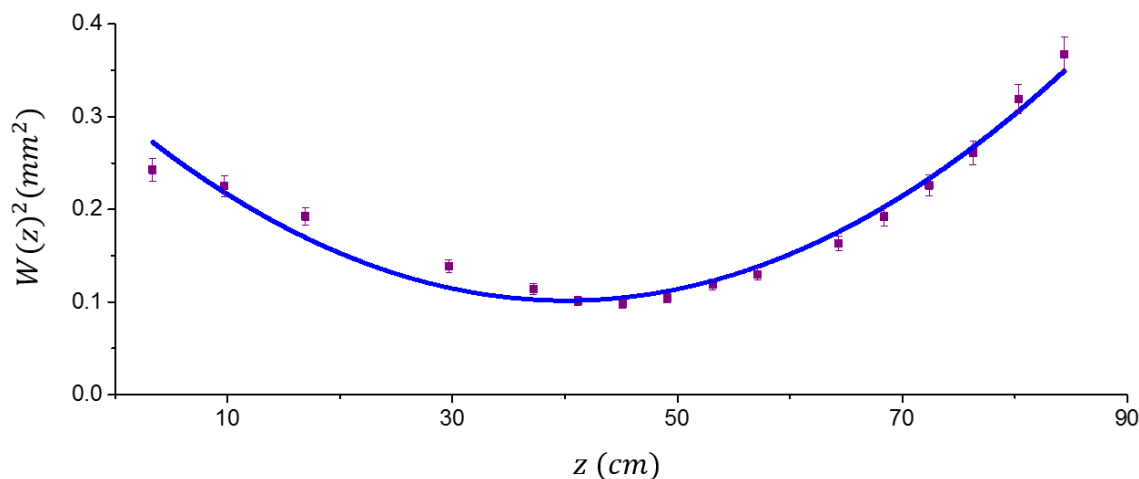


Figura 4.6: Ancho del haz como función de la distancia a la lente f_2 .

Con la nueva configuración solo apareció un pico en el espectro por cada rango libre espectral, el cual correspondía al TEM_{00} (Figura 4.7). Las franjas que se ven en la imagen del modo transversal se deben a reflexiones tipo *etalón* en la ventana que esta frente al *CCD* de la cámara. Por lo tanto nuestro acoplamiento al modo TEM_{00} funcionó con éxito. Sin embargo en la cámara aparecen otros modos transversales con una señal muy débil. La intensidad de estos modos transversales en comparación con la intensidad del modo TEM_{00} es muy pequeña ya que el osciloscopio no lo detecta o se pierden en el ruido, es por esto que solo se ve un pico en la gráfica de frecuencias. Los modos transversales de la (Figura 4.8) son los únicos que aparecen aparte del TEM_{00} .

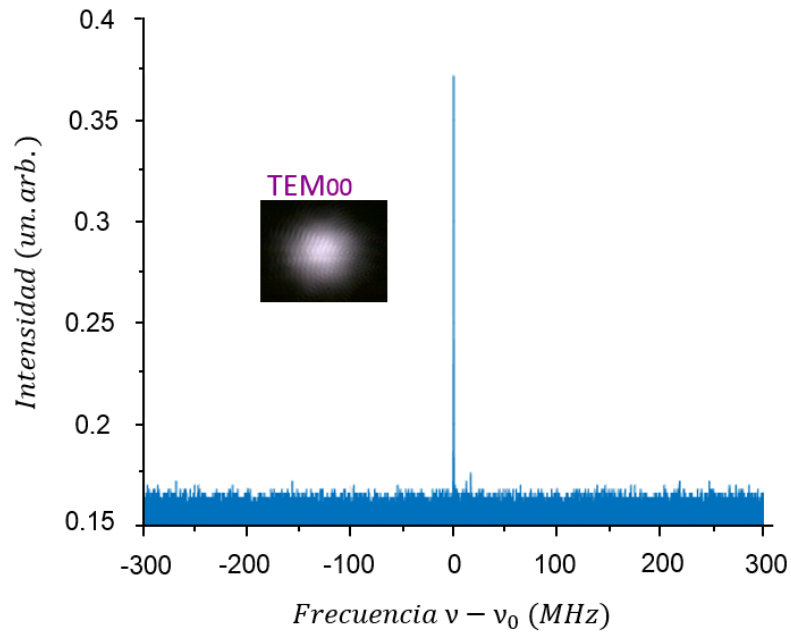


Figura 4.7: Espectro transmitido a través de la cavidad como función de la frecuencia del láser después de acoplar el modo TEM_{00} .

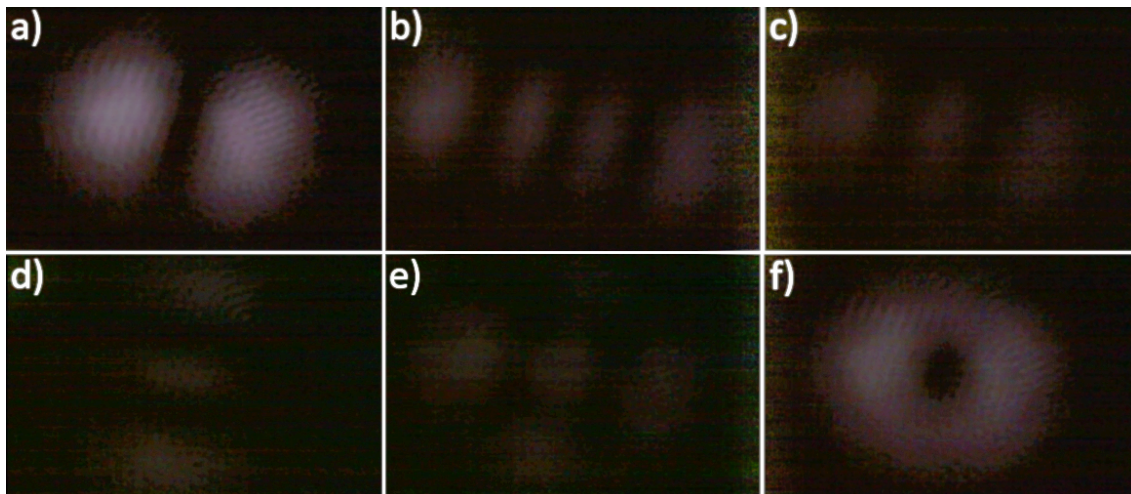


Figura 4.8: Otros modos transversales presentes, pero con una intensidad baja.

Capítulo 5

Síntesis del perfil transversal *flat-top*

El interés por tener un haz con perfil transversal *flat-top* dentro de la cavidad es debido al efecto que queremos lograr sobre los átomos en interferometría atómica, esto significa que queremos tener átomos con el mismo corrimiento de niveles energéticos, por lo tanto éstos deben sentir la misma intensidad de campo electromagnético, ya que la intensidad del campo electromagnético provoca los corrimientos en los niveles atómicos. Así la distribución de intensidad debe ser uniforme en la región de la cavidad donde se van a colocar los átomos. Debido a que queremos lograr interferometría colectiva, utilizamos una cavidad óptica de alta cooperatividad para introducir un acoplamiento entre los átomos mediado por la cavidad [35]. En esta parte del trabajo se va a presentar una primera aproximación para la generación de este tipo de perfiles dentro de una cavidad óptica de anillo, también se hablara muy brevemente de las diferentes técnicas que hay para crearlos, cual escogimos para nuestro experimento, el porqué de escoger éste y el montaje propuesto para el laboratorio.

Un haz con perfil transversal *flat-top* es un haz laser que presenta una distribución de energía homogeneizada a lo largo de toda su superficie focal (perfil de intensidad transversal que es plano en la mayor parte de su área cubierta). Los rayos laser convencionales no cumplen estos requisitos, ya que producen un pico de energía en el centro del haz debido a su distribución de intensidad gaussiana y por lo tanto no proporciona una distribución homogénea focal. En los haces con perfil transversal *flat-top* sustituyen este pico por una distribución de intensidad uniforme, que proporciona la calidad focal requerida para diferentes tipos de aplicaciones. Algunas de las aplicaciones en las que se ocupan este tipo de haces son: cirugía médica [36], grabación óptica [36], acoplamiento del láser en fibras [36], etc.

Los métodos de producción de este tipo de haces se puede dividir en dos: extra e intra cavidad. La síntesis para haces extra-cavidad se logran manipulando haces de salida en propagación libre, un ejemplo de estas técnicas son: rayos de polarización escalares; que utiliza haces vectoriales cilíndricos donde proponen la suma de modos electromagnéticos transversales con polarización cilíndrica [37, 38], la suma de haces vectoriales cilíndricos con polarizaciones lineales con diferentes distribuciones focales para cada componente de polarización [39], fibras ópticas con geometría de núcleo rectangular, la cual homogeneiza la distribución de intensidad [40, 41], superposición de haces *Laguerre-Gauss* [38, 42], que

CAPÍTULO 5. SÍNTESIS DEL PERFIL TRANSVERSAL *FLAT-TOP*

a su vez utilizan técnicas para la creación de los modos TEM_{l0} *Laguerre-Gauss*, etc. El otro tipo de síntesis es intra-cavidad, donde se generan los haces *flat-top* como resultado de un modo de salida en una cavidad óptica, donde proponen diferentes superficies para los espejos o inclusive añaden elementos ópticos dentro de estas [43]. Una desventaja de esta última técnica es que este tipo de haz no es solución a la ecuación que describe los modos electromagnéticos dentro de las cavidades convencionales. Por lo tanto el reto en generar este tipo de haces en cavidades viene en que cada modo electromagnético tiene una frecuencia de resonancia particular, por lo tanto si nosotros queremos mandar un haz con cierto perfil transversal a la cavidad nos vamos a encontrar que la cavidad excita diferentes modos electromagnéticos y el haz pierde el perfil de entrada dentro de esta (esto lo podemos ver en la Figura 4.1 donde introducimos un haz con perfil transversal gaussiano y dentro de la cavidad se excitaron varios modos electromagnéticos con perfiles transversales diferentes). Los modos que aparecen dentro de la cavidad dependen de la forma y frecuencia que tenga el haz, el ángulo con el que entra a la cavidad y de la geometría de la cavidad. En la propuesta que planteamos más adelante tomamos el tamaño y frecuencia del haz para la manipulación de los modos dentro de la cavidad.

Una de las técnicas que nos llamó la atención para la generación del perfil *flat-top*, fue la de superposición de haces *Laguerre-Gauss*, debido a que la cavidad los puede excitar variando algunos de los parámetros mencionados anteriormente. Por lo tanto ahora nos enfocamos en la generación de haces TEM_{l0} *Laguerre-Gauss* o también llamados haces de vórtice. Algunas técnicas para la generación de haces de vórtice ocupan placas de fase espiral (*SPP*, *Spiral Phase Plate*) [44], para convertir un haz gaussiano en un vórtice óptico, moduladores espaciales de cristal líquido [45], que generan hologramas por computadora con el perfil transversal deseado, etc.

La técnica que planteamos ocupar en este trabajo es parecida a la de superposición de haces *Laguerre-Gauss* [38, 42]. La propuesta consiste en tener dos caminos ópticos donde en uno de ellos se genera un haz gaussiano con el tamaño de cintura deseado y mandarlo a la cavidad excitando únicamente el modo TEM_{00} (capítulo 4). En el otro camino se generara un haz con perfil TEM_{10} , mediante una fibra con un *SPP* (*aBeam technologies*), el cual se corre en frecuencia y manipula para tener el tamaño de cintura deseado, mandándolo a la cavidad excitando únicamente el modo TEM_{10} . El porqué de correrlo en frecuencia es debido a que los distintos modos transversales en la cavidad aparecen a diferentes frecuencias. Del espectro de frecuencias obtenido en la imagen 4.1 observamos que el modo TEM_{10} *Hermite-Gauss* esta corrido en frecuencia del TEM_{00} por aproximadamente $200MHz$ y dado que los modos TEM_{10} , TEM_{01} *Hermite-Gauss*, TEM_{01} y TEM_{10} *Laguerre-Gauss* están degenerados, podemos correr el modo TEM_{10} *Laguerre-Gauss* $200MHz$, teniendo simultáneamente en la cavida los modos TEM_{00} y TEM_{10} *Laguerre-Gauss*. Una vez logrado este paso, podemos sumar los haces antes de la cavidad para obtener el perfil de *flat-top* dentro de esta. Nosotros usamos la misma polarización para ambos, sin embargo, los átomos ven la suma de las intensidades y no la suma de los campos. Esta es una diferencia importante contra otras técnicas de generación de perfiles *flat-top* ya que aquí no es necesario tener un control interferométrico sobre los dos caminos, figura 5.1.

En la figura 5.1 tenemos el arreglo experimental propuesto para la obtención del *flat-top*. El diagrama describe el camino del haz comenzando por la fibra óptica, el haz tiene polarización lineal vertical. Este pasa a través de un divisor de haz no polarizante (*NP-BS* 50/50, *Non Polarizing Beam Splitter*, que divide al haz en dos haces que conservan la

CAPÍTULO 5. SÍNTESIS DEL PERFIL TRANSVERSAL *FLAT-TOP*

polarización). En el camino de arriba caracterizamos el haz para la obtener el modo TEM_{00} con el tamaño adecuado de cintura (razón por la cual se coloca el telescopio, capítulo 4). En el camino de abajo caracterizamos el haz para obtener el modo TEM_{10} , donde el haz pasa primero por una fibra con un SPP , el cual genera el modo TEM_{10} y al mismo tiempo cambia la polarización lineal vertical a polarización lineal horizontal. Este haz pasa por un divisor de haz polarizante ($P - BS$, *Polarizing Beam Splitter*, el cual refleja el haz con polarización lineal horizontal y transmite el haz con polarización lineal vertical), una vez que el haz se refleje por el $P - BS$ encontramos el arreglo óptico para cambiar la frecuencia del haz. Este arreglo consta de un modulador acusto-óptico (AOM *Acusto-Optic Modulator*) en doble paso; esto significa que la primera vez que pasa el haz tomamos la banda que se corre en ν , después este haz corrido con frecuencia $\nu_0 + \nu$ se vuelve a pasar por el AOM tomando nuevamente la banda corrida en ν , por lo tanto en total tenemos un haz con frecuencia de $\nu_0 + 2\nu$ (aquí ν_0 es la frecuencia del haz y ν es la frecuencia que se manda al AOM). El arreglo de doble paso lo realizamos debido a que los generadores de frecuencia con los que se cuentan solo llegan hasta $100MHz$ y nosotros queremos aproximadamente $200MHz$. Antes de que el haz pase una segunda vez por el AOM tenemos una placa retardadora de $\lambda/4$ (cambia la polarización lineal en circular y viceversa cambiando también el sentido de la polarización), así a la salida del AOM tenemos polarización lineal vertical. Este haz pasa a través de un $P - BS$ y llega al telescopio, donde ajustamos la cintura del haz al tamaño deseado. Por último los haces se vuelven a recombinar con un $NP - BS$, el cual se encuentra justo antes de la cavidad.

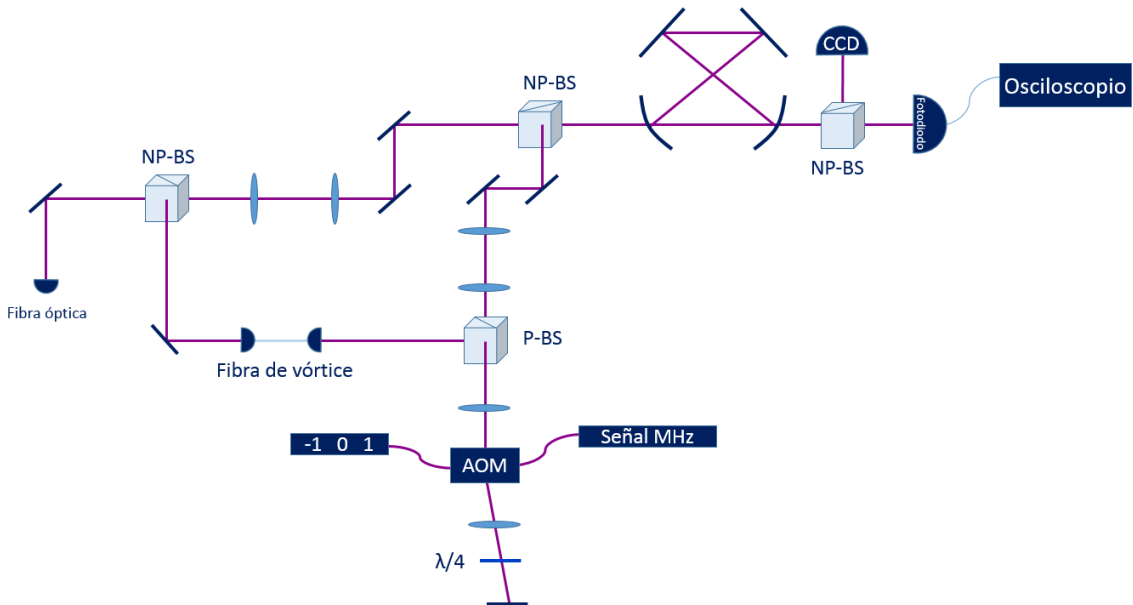


Figura 5.1: Diagrama del montaje experimental para obtener el perfil transversal *flat-top*.

En el procedimiento experimental propuesto, estamos sumando las intensidades y no los campos electromagnéticos. La explicación para esto es la siguiente: el campo electromagnético total está dado por $U_T = U_{00} + U_{10} \Rightarrow I \propto |U|^2 = |U_{00}|^2 + |U_{10}|^2 + Re(U_{00}^* U_{10}) \cos((\nu_{10} - \nu_{00})t)$. Por lo tanto al promediar la intensidad en

CAPÍTULO 5. SÍNTESIS DEL PERFIL TRANSVERSAL *FLAT-TOP*

el tiempo obtenemos que $I = |U_{00}|^2 + |U_{10}|^2$. Esto nos dice que el cambio en la intensidad producido por el último término es demasiado rápida para que el átomo lo perciba, percibiendo solamente el promedio de la intensidad.

Los láseres cuyo perfil transversal es alguno de los modos electromagnéticos TEM_{l0} *Laguerre-Gauss* se llaman laser de vórtice óptico. El cual consiste de un haz de luz que varía de forma helicoidal a lo largo de su eje de propagación y por lo tanto su frente de onda es un espiral. Esto quiere decir que su fase está cambiando de tal manera que describe un espiral [46]. Estos haces se describen mediante los haces TEM_{l0} *Laguerre-Gauss*, cuya distribución de campo eléctrico se escribe como [33, 38]:

$$U_{lm}(\rho, \phi, z) = \frac{A_{lm}}{\omega(z)} u(z)^{|l|} \mathbb{L}_m^{|l|}(u(z)^2) e^{\left(-\frac{u(z)^2}{2} + jkz + jk\frac{\rho^2}{2R(z)} + jl\phi - j(|l|+2m+1)\zeta(z)\right)}, \quad (5.1)$$

donde A_{lm} es una constante de normalización y está dada por: $A_{lm} = [2m!/(1 + \delta_{l,0})\pi(m + |l|)!]^{1/2}$, $u(z) = \frac{\sqrt{2}\rho}{\omega(z)}$, \mathbb{L}_m^l son los polinomios asociados de Laguerre, ζ es la fase de *Gouy*, l es el índice azimutal y m es el índice radial. Estos haces nos interesan en $z = 0$ donde se encuentra la cintura de la cavidad. Por lo tanto al evaluar este campo en $z = 0$, tenemos:

$$U_{lm}(\rho, \phi, z = 0) = \frac{A_{lm}}{\omega_0} u^l \mathbb{L}_m^l(u^2) e^{\left(-\frac{u^2}{2} + jl\phi\right)}, \quad (5.2)$$

donde $u(z = 0) = \frac{\sqrt{2}\rho}{\omega_0} = u$, por lo tanto la intensidad de esta distribución es:

$$I_{lm}(\rho, \phi, z = 0) = |U_{lm}(\rho, \phi, z = 0)|^2 = |A_{lm}|^2 \left(\frac{u^l}{\omega_0}\right)^2 \left(\mathbb{L}_m^l(u^2)\right)^2 e^{-u^2} \quad (5.3)$$

Los modos de interés son: TEM_{00} y TEM_{10} así que las intensidades de cada uno de estos modos en $z = 0$, quedan como:

$$I_{00} = \frac{1}{\omega_0^2 \sqrt{\pi}} e^{-u^2} \quad I_{10} = \frac{\sqrt{2}}{\omega_0^2 \sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2} \quad (5.4)$$

La obtención experimental de este vórtice óptico con carga topológica 1 es mediante la fibra óptica (*aBeam technologies*), la cual en su punta de salida contiene un *SPP* con un tamaño de aproximadamente de $4\mu m$ de diámetro, figura 5.2. La placa que tenemos tiene especificaciones para una longitud de onda de $780nm$ para obtener una carga topológica de 1.

A continuación explicaremos brevemente el funcionamiento de un *SPP*. Un *SPP* es una placa de algún material transparente en la cual su grosor es una función lineal del ángulo azimutal lo que provoca el cambio de fase en el haz. Este cambio de fase introducida por el *SPP* está dada por [47]:

$$\delta = \frac{(n_1 - n_2)h}{\lambda} \phi, \quad (5.5)$$

donde n_1 y n_2 son los índices de refracción dentro y fuera de la placa, h es la diferencia entre el máximo y el mínimo grosor, λ es la longitud de onda del láser.

El *SPP* se fabrica mediante la siguiente formula [47, 48]:

$$h = \frac{l\lambda}{n_1 - n_2}. \quad (5.6)$$

CAPÍTULO 5. SÍNTESIS DEL PERFIL TRANSVERSAL *FLAT-TOP*

Esta fórmula anuncia que para una determinada longitud de onda debemos tener h fija, aquí l es el número de carga topológica (l , índice azimutal). Al variar alguno de los parámetros en esta fórmula obtenemos diferentes cargas topológicas a una cierta altura del escalón y la longitud de onda del láser, fijas. Por lo tanto con una misma placa podrían obtenerse dos o más cargas topológicas variando la longitud del láser.

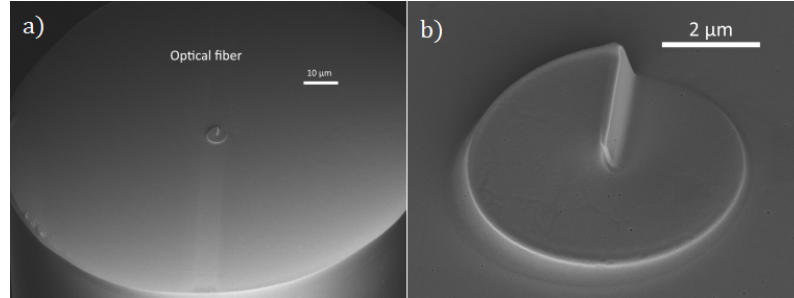


Figura 5.2: Imagen de las especificaciones de la fibra. Imágenes sacadas de la página web del fabricante.

Esta técnica la escogimos a causa de que en la mayoría de la literatura donde se generan este tipo de haces dentro de una cavidad meten elementos ópticos dentro de estas. En nuestro caso al meter algún elemento óptico arruinaríamos la alta finesa que tenemos. El escoger este tipo de fibra con el *SPP* incluido se debió a la alineación extra que realizaríamos si lo compráramos el *SPP* por separado.

En la figura 5.3 mostramos una simulación de los haces TEM_{00} , TEM_{10} y la suma de estos. La elección de las proporciones en las intensidades para la suma, la obtuvimos mediante la evaluación de la segunda derivada de la suma de intensidades en el punto $u = 0$, la cual después igualamos a cero para obtener las proporciones, de cada intensidad, donde la pendiente de la suma se mantiene en cero alrededor de $u = 0$.

Sea $A = 1/(\omega_0^2\sqrt{\pi})$ y $B = \sqrt{2}/(\omega_0^2\sqrt{\pi}) \Rightarrow B = A\sqrt{2}$. Entonces,

$$I = I_{00} + I_{10} = Ae^{-u^2} + Bu^2e^{-u^2} \Rightarrow \frac{d^2I}{du^2}|_{u=0} = 2(B - A), \quad (5.7)$$

colocamos las proporciones a los coeficientes de las funciones, esto es a A le colocamos una variable x y a B , $1 - x$, entonces igualando a cero, tenemos:

$$2[(1 - x)B - xA] = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}} = 0,5858. \quad (5.8)$$

Lo que nos dice que las proporciones con las que debemos sumar la funciones, para obtener un perfil lo más plano posible, son: 58,58 % para I_{00} y 41,42 % para I_{10} . La suma de las intensidades con estas proporciones se muestra en la figura 5.3, gráficas en la parte inferior.

Al realizar un cálculo previo nos dimos cuenta de que no es posible excitar el modo TEM_{10} *Laguerre-Gauss* dentro de la cavidad partiendo de un haz gaussiano con el tamaño de cintura correcto. Debido que al realizar el acoplamiento del haz gaussiano al modo TEM_{10} *Laguerre-Gauss*, obtuvimos:

CAPÍTULO 5. SÍNTESIS DEL PERFIL TRANSVERSAL *FLAT-TOP*

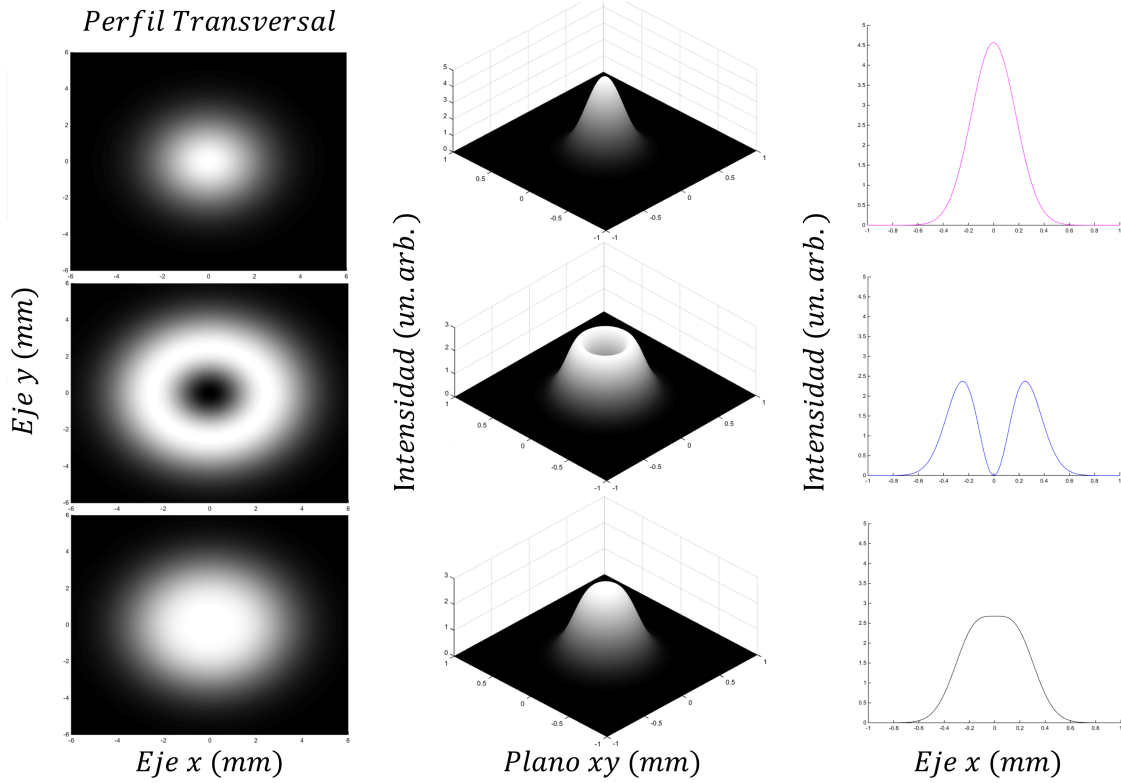


Figura 5.3: Gráficas de los perfiles de intensidad de los modos *Laguerre-Gauss* TEM_{00} , TEM_{10} y la suma de estos para la obtención del perfil transversal *flat-top*, en orden descendiente. En la primera columna están los cortes en el plano xy de las intensidades, en la segunda mostramos la intensidad de los modos en 3D y en la última están los cortes transversales de los perfiles en una dirección.

$$\begin{aligned}
 a_{10} &= \int \int U_{00}(\omega_x) U_{10}^*(\omega_0) d\rho d\phi = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{1}{\omega_x \sqrt{\pi}} e^{-\frac{u^2(\omega_x)}{2}} \frac{\sqrt{2}}{\omega_0 \sqrt{\pi}} u(\omega_0) e^{-\frac{u^2(\omega_0)}{2} - j l \phi} d\rho d\phi \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{\omega_x \omega_0 \pi} \int_0^\infty u(\omega_0) e^{-\frac{u^2(\omega_x) + u^2(\omega_0)}{2}} d\rho \int_0^{2\pi} e^{-j l \phi} d\phi,
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

donde ω_x es el valor de cintura en un haz gaussiano que se busca para acoplar el modo TEM_{10} y ω_0 es la cintura del haz gaussiano que tenemos dentro de la cavidad. Al realizar la última integral obtenemos:

$$\int_0^{2\pi} e^{-j l \phi} d\phi = 0 \Rightarrow a_{10} = 0. \tag{5.10}$$

Llegamos a la conclusión de que es imposible acoplar el modo TEM_{10} dentro de la cavidad a partir de un haz gaussiano, ya que no tiene ninguna dependencia angular. Por esta razón fue necesario considerar un *SPP* en el camino del haz antes de llegar a la cavidad.

Capítulo 6

Conclusiones y Perspectivas

De los resultados obtenidos en este trabajo, se presentan las siguientes conclusiones:

- ✿ A partir de la óptica de rayos, utilizando las matrices de transferencia $ABCD$, llegamos a un diseño teórico simple de la cavidad óptica de anillo (*bow-tie*) donde solo hicimos pequeñas correcciones a los planos tangencial y sagital debido al ángulo de inclinación de los espejos.
- ✿ La simulación de la cavidad nos ayudó a conocer todos los parámetros numéricos para la construcción física de la cavidad. Lo que quiere decir que también conocimos las limitaciones que tenían algunos de estos parámetros.
- ✿ Este tipo de cavidades no pueden tener una configuración confocal debido a su geometría.
- ✿ Se cumplieron con todos los requisitos impuestos por los experimentos de interferometría, como el tamaño de la cintura, el perfil de onda plano en ésta y las restricciones geométricas debido a la cámara de vacío.
- ✿ Observamos en las gráficas de frecuencia de resonancia que los picos no eran muy estables, esto se debe a la inestabilidad del láser y a los diferentes tipos de vibraciones que encontramos en el ambiente.
- ✿ El énfasis en la generación de un perfil transversal plano es debido a que queremos una intensidad uniforme de luz sobre los átomos para que estos puedan tener un corrimiento uniforme.
- ✿ La síntesis del perfil transversal plano y el aislamiento mecánico de la cavidad serán la continuación inmediata de este trabajo.

Bibliografía

- [1] A. D. Cronin, J. Schmiedmayer, and D. E. Pritchard. Optics and interferometry with atoms and molecules. *Reviews of Modern Physics*, 81:1051–1129, 2009.
- [2] S. M. Dickerson, J. M. Hogan, A. Sugarbaker, D. M. S. Johnson, and M. A. Kasevich. Multiaxis inertial sensing with long-time point source atom interferometry. *Physical Review Letters*, 111:083001–083004, 2013.
- [3] S. Schlamminger. A cool way to measure big g. *Nature*, 510:478–479, 2014.
- [4] J. B. Fixler, G. T. Foster, J. M. McGuirk, and M. A. Kasevich. Atom interferometer measurement of the newtonian constant of gravity. *Science*, 315:74–77, 2007.
- [5] M. Cadoret, E. de Mirandes, P. Cladé, C. Schwob, F. Nez, L. Julien, F. Biraben, and S. Guellati-Khélifa. Determination of the fine structure constant based on bloch oscillations of ultracold atoms in a vertical optical lattice. *Physical Review Letters*, 96:033001–033012, 2006.
- [6] V. M. Valenzuela Jiménez. *Sistema de Enfriamiento Láser Aplicado a Mezclas Isotópicas de Átomos Fríos*. PhD thesis, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2012.
- [7] Z. T. Lu, K. L. Corwin, M. J. Renn, M. H. Anderson, E. A. Cornell, and C. E. Wieman. Low-velocity intense source of atoms from a magneto-optical trap. *Physical Review Letters*, 77:3331–3334, 1996.
- [8] H. J. Metcalf and P. van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Springer, first edition, 1999.
- [9] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. B. Ovchinnikov. Optical dipole traps for neutral atoms. *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics*, 42:95–170, 2000.
- [10] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Physical Review Letters*, 59:2631–2634, 1987.
- [11] N. F. Ramsey. A new molecular beam resonance method. *Physical Review*, 76:996, 1949.
- [12] K. Moler, D. S. Weiss, M. Kasevich, and S. Chu. Theoretical analysis of velocity-selective raman transition. *Physical Review*, 45:342–348, 1992.

- [13] K. Moler, D. S Weiss, M. Kasevich, E. Riis, S. Kasapi, and S. Chu. Atomic velocity selection using stimulated raman transitions. *Physical Review Letters*, 66:2297–2300, 1991.
- [14] L. Marton. Electron interferometer. *Physical Review*, 85:1057–1058, 1952.
- [15] H. Rauch, W. Treimer, and U. Bose. Test of a single crystal neutron interferometer. *Physics Letters*, 47:369–371, 1974.
- [16] D. W. Keith, C. R. Ekstrom, Q. A. Turchette, and D. Pritchard. An interferometer for atoms. *Physical Review Letters*, 66:2693, 1991.
- [17] V. P. Chebotayev, B. Y. Dubetsky, A. P. Kasantsev, and V. P. Yakovlev. Interference of atoms in separated optical fields. *Journal of the Optical Society of America B*, 2:1791–1985, 1985.
- [18] J. F. Clauser. Ultra high sensitivity accelerometers and gyroscopes using neutral atom matter wave interferometry. *Physica B*, 151:262–272, 1988.
- [19] D. W. Keith, M. L. Schattenburg, H. I. Smith, and D. E. Pritchard. Diffraction of atoms by a transmission grating. *Physical Review Letters*, 61:1580–1583, 1988.
- [20] P. J. Martin, B. G. Oldaker, A. H. Miklich, and D. E. Pritchard. Bragg scattering of atoms from a standing light wave. *Physical Review Letters*, 60:515–518, 1988.
- [21] Ch. J. Bordé. Atomic interferometry with internal state labelling. *Physics Letters A*, 140:10–12, 1989.
- [22] M. Kasevich and S. Chu. Atomic interferometry using stimulated raman transitions. *Physical Review Letters*, 67:181–184, 1991.
- [23] C. J. Bordé. *Matter-Wave Interferometers: a Synthetic Approach*, in *Atom Interferometry, Laser Cooling and Trapping*, pages 257–292. Academic Press San Diego, first edition, 1997.
- [24] J. F. Clauser and S. Li. Talbot-vonlau atom interferometry with cold slow potassium. *Physical Review A*, 49:R2213–R2216, 1994.
- [25] L. J. B. Lacoste. Measurement of gravity at sea and in the air. *Reviews of Geophysics*, 5:477–527, 1967.
- [26] W. M. Telford, L. P. Geldart, and R. E. Sheriff. *Applied Geophysics*. Cambridge University Press, second edition, 1990.
- [27] D. S. Parasnis. *Principles of Applied Geophysics*. Chapman and Hall, fourth edition, 1986.
- [28] M. G. Littman. *The Encyclopedia of Physics*, chapter Zeeman and Stark Effects. R. M. Besancon, first edition, 1985.

- [29] H. Tanji-Suzuki, I. D. Leroux, M. H. Schleier-Smith, M. Cetina, A. T. Grier, J. Simon, and V. Vuletić. Interaction between atomic ensembles and optical resonators: Classical description. *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics*, 60:201–237, 2011.
- [30] E. Hetch. *Optics*. Pearson Addison Wesley, fourth edition.
- [31] N. Hodgson and H. Weber. *Laser Resonators and Beam Propagation, Fundamentals, Advanced Concepts and Applications*. Springer, second edition, 2005.
- [32] F. A. Jenkins and H. E. White. *Fundamentals of Optics*. McGraw Hill, fourth edition, 1965.
- [33] B. E. A. Saleh and M. C. Teich. *Fundamentals of Photonics*. John Wiley and Sons, second edition, 2007.
- [34] H. Abitan and T. Skettrup. Laser resonators with several mirrors and lenses with the bow-tie laser resonator with compensation for astigmatism and thermal lens effects as an example. *Journal of Optics A*, 7:7–20, 2005.
- [35] R. Culver, A. Lampis, B. Megyeri, K. Pahwa, L. Mudarikwa, M. Holynski, W. Courteille, and J. Goldwin. Collective strong coupling of cold potassium atoms in a ring cavity. *New Journal of Physics*, 18:113043 (8), 2016.
- [36] F. M. Dickey, S. C. Holswade, and D. L. Shealy, editors. *Laser Beam Shaping Applications*. CRC Press Taylor & Francis Group, second edition, 2017.
- [37] Q. Zhan and J. R. Leger. Focus shaping using cylindrical vector beams. *Optics Express*, 10:324–331, 2002.
- [38] F. M. Dickey, editor. *Laser Beam Shaping: Theory and Techniques*. CRC Press Taylor & Francis Group, second edition, 2014.
- [39] J. Dai and Q. Zhan. Beam shaping with vectorial vortex beams under low numerical aperture illumination condition. *SPIE*, 7062:70620D (8), 2008.
- [40] B. Hracek and H. Bächerle. New ways to generate flat-top profiles: Laser beam shaping via optical fibers with an orthogonal core. *Optik & Photonik*, 10:16–18, 2015.
- [41] K. Konishi, T. Kanie, K. Takahashi, O. Shimakawa, Y. Mitose, T. Sasaki, T. Taru, T. Nagashima, K. Fuse, and A. Inoue. Development of rectangular core optical fiber cable for high power laser. *Environment, Energy & Resources*, 10:109–112, 2010.
- [42] G. Yue, L. Kea, S. Zeng-yu, G. Lei, and G. Yu. Beam shaping with vortex beam generated by liquid crystal spatial light modulator. *SPIE*, 9446:94463Z (7), 2015.
- [43] I. A. Litvina and A. Forbesa. Intra-cavity flat-top beam generation. *Optics Express*, 17:15891–15903, 2009.
- [44] M. Massari, G. Ruffato, M. Gintoli, F. Ricci, and F. Romanato. Fabrication and characterization of high-quality spiral phase plates for optical applications. *Applied Optics*, 54:4077–4083, 2015.

- [45] H. Ma, Z. Liu, P. Zhou, X. Wang, Y. Ma, and X. Xu. Generation of flat-top beam with phase-only liquid crystal spatial light modulators. *Journal of Optics*, 12:8, 2010.
- [46] M. Padgett, J. Courtial, and L. Allen. Light's orbital angular momentum. *Physics Today*, pages 35–40, 2004.
- [47] V. D` Ambrosio. *Photonic High Dimensional Systems and Their Applications in Fundamental Quantum Mechanics, Quantum Information and Quantum Communication*. PhD thesis, Universidad de Roma, 2013.
- [48] K. Sueda, G. Miyaji, N. Miyanaga, and M. Nakatsuka. Laguerre-gaussian beam generated with a multilevel spiral phase plate for high intensity laser pulses. *Optics Express*, 12:3548–3553, 2004.