



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

GENERACIÓN DE ESTRUCTURAS SOCIALES A PARTIR DE DINÁMICAS DE
MOVIMIENTO ESPACIAL

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito para la obtención del grado de

Maestría en Ciencias (Física Aplicada)

por

Gabriel Guarneros Bejarano

asesorado por

Dr. J. Fernando Rojas R.

Puebla Puebla

(2015)

Título:
**GENERACIÓN DE ESTRUCTURAS SOCIALES A PARTIR DE DINÁMICAS
DE MOVIMIENTO ESPACIAL**

Estudiante:

Gabriel Guarneros Bejarano

COMITÉ

Dr. J. Jacobo Oliveros O.
PRESIDENTE

Dr. Martha Palomino Ovando.
Secretario

Dr. Alejandro Rangel Huerta.
VOCAL

Dr. Adrián Hernandez Santiago.
SUPLENTE

Dr. J. Fernando Rojas R.
ASESOR

**GENERACIÓN DE ESTRUCTURAS
SOCIALES A PARTIR DE DINÁMICAS
DE MOVIMIENTO ESPACIAL**

¿Que busco?
esa es una buena pregunta.
he tratado muchas veces de buscar
a dios y a la justicia.
Soy un pobre diablo
que anda
entre el cielo y el infierno.
Soy una gente
que lo quiere todo
y que no ha alcanzado nada.
durante meses o años,
busco
la justicia,el pan la comida,
la sal , la mujer,
y hay momentos
breves momentos, en que he querido buscar a dios...
Nunca lo he encontrado,
el dia que lo encuentre
me quedo callado.

Jaime Sabines.

A mis padres, que con su apoyo y cariño nunca me han dejado caer.
A mis amigos, que nunca fallan y siempre han estado conmigo.
A mi familia, que es un gran apoyo.

Índice

Lista de figuras	9
Resumen	11
Objetivos	13
Introducción	15
1 Complejidad	15
1 Estudio de los Sistemas Complejos	19
1.1 Sistemas Dinámicos	19
1.1.1 Vectores de estado	19
1.1.2 Sistemas dinámicos en el tiempo	20
1.1.2.1 Tiempo discreto	20
1.1.2.2 Tiempo continuo	20
1.2 Modelos de Agentes	21
1.2.1 Agentes	21
1.2.2 Medio	21
1.3 Redes	22
1.3.1 Tipos de redes	22
1.3.2 Propiedades de las redes	23
1.3.2.1 Matriz de adyacencia	23
1.3.2.2 Grado de un nodo	25
1.3.2.3 Caminos y conectividad	26
1.3.2.4 Clustering	27
1.3.2.5 Mundos pequeños	28
1.3.3 Redes sociales (dinámicas)	29
1.3.3.1 Triadic Closure	29
1.4 Análisis de Redes Sociales y Métricas	30
1.4.1 Closeness	30
1.4.2 Densidad de la red	31
1.4.3 Centralidad: Local y Global	31
1.4.4 Betweenness	31
1.4.5 Centralización	32
1.4.6 Eficiencia de la red	32

2 Modelo	33
2.1 Modelo de segregación de Schelling	33
2.2 Ampliación del modelo de Schelling	34
2.2.1 Distribución de riqueza	34
2.2.2 Distribución de costo en el terreno	35
2.3 Construcción de una red social (amistad)	35
2.3.1 Construcción de la red con movimiento.	36
3 Resultados	37
3.1 Segregación espacial	37
3.2 Red Social de amistad	41
3.2.0.1 Medidas estadísticas de las redes	46
Conclusiones	49
Bibliografía	51

Lista de figuras

Ejemplo de una red no dirigida con 5 nodos	23
Ejemplo de una red dirigida con 4 nodos	24
Red de ciudades conectadas por fibra óptica.	26
Esquema gráfico de la definición del coeficiente de clustering.	27
Principio de triadic closure.	29
Distribuciones de grado, redes dispersas hasta redes densas	31
Condición inicial para el modelo de Schelling.	33
Patrones de segregación obtenidos al final de la dinámica de Schelling.	34
Distribución de costo en el terreno.	35
Estructura generada por el algoritmo de construcción de red social de amistad.	36
Patrón de segregación espacial del parámetro de raza para costo en el terreno $ct = 2$	38
Patrón de segregación espacial del parámetro de riqueza para costo en el terreno $ct = 2$	38
Densidad de agentes en el terreno por partes de costo en el terreno $ct = 2$ y sin costo $ct = 0$ en términos de la riqueza de los agentes	39
Segregación espacial del parámetro de raza para costo en el terreno $ct = 3$	40
Segregación espacial del parámetro de riqueza para costo en el terreno $ct = 3$	40
Densidad de agentes en el terreno por partes de costo en el terreno $ct = 3$ y sin costo $ct = 0$ en términos de la riqueza de los agentes	41
Red de amistad obtenida para un sistema de 600 agentes y tolerancia global $T = 0.1$	42
Red de amistad obtenida para un sistema de 600 agentes y tolerancia global $T = 0.3$	43
Red de amistad obtenida para un sistema de 600 agentes y tolerancia global $T = 0.7$	44
Red de amistad obtenida para un sistema de 600 agentes y tolerancia global $T = 1$	45
Distribución de betweenness centrality para variaciones en el parámetro de tolerancia global.	46
Variación del betweenness centrality promedio para cambios en la tolerancia en tres ensayos diferentes.	47
Variaciones del coeficiente de clustering promedio para cambios en la tolerancia global en tres ensayos diferentes.	47
Variaciones del camino mínimo promedio para cambios en la tolerancia en tres ensayos diferentes.	48

Resumen

En este trabajo se presenta una aplicación del modelo de Ising 2-dimensional que describe segregación de población en términos de interacciones cercanas (con los primeros vecinos) conocida como modelo de segregación de Schelling. A este modelo se le hace una ampliación para considerar términos de riqueza agregándolo como atributo a los agentes y modificando la regla de interacción de Schelling. Se agregó también un término de costos en el terreno donde se mueven los agentes, de manera que se favorezca la segregación en términos del parámetro de riqueza. Con esto se obtuvieron dos patrones de segregación, el primero en términos de la étnia, equivalente a los patrones de segregación de Schelling, el segundo en términos de los parámetros de riqueza, su segregación sólo es significativa para la parte en el terreno donde se asignó un costo. Se hace una propuesta de dinámica de formación de amistad, es decir se propone un algoritmo para la construcción de una red social de amistad asignando atributos de personalidad (qué tipo de personas son), y un atributo de que tan amistosos son los agentes (cuántas amistades puede sostener). Se define un parámetro de tolerancia global para la formación de amistad, esto es: qué tan diferentes pueden ser los agentes en su parámetro de personalidad para que estos agentes puedan formar una amistad. Al cambiar los valores para este parámetro de tolerancia se obtuvieron distintas estructuras para la red social de amistad al finalizar la dinámica. En estas estructuras de red se observa que un sistema con un valor global de tolerancia muy pequeño para la formación de amistad se encuentra menos conectado y favorece la aparición de agentes con un mayor nivel de betweenness centrality, y un betweenness centrality promedio mayor que un sistema con un valor alto para el parámetro de tolerancia global. Se obtuvieron las relaciones entre los parámetros importantes de la red como el coeficiente de clustering promedio, el camino mínimo promedio y el betweenness centrality promedio en función de la tolerancia global del sistema para formar amistad, donde se observa que el betweenness centrality promedio en función del parámetro de tolerancia global de formación de amistad siguen la ley de Pareto que significa que esta relación es libre de escala.

Objetivos

- El objetivo principal del presente trabajo consiste en estudiar los efectos de incorporar en un modelo de agentes que conforman una red social, en el que se estudia la segregación por afinidad (publicado por Schelling), un factor económico: la posibilidad de desplazarse a nuevos sitios tiene un costo económico. Bajo esta idea se pueden plantear los siguientes objetivos parciales.
- Agregar un factor de costo local al terreno donde se hace la dinámica de Schelling para favorecer la segregación en términos de su nuevo atributo de riqueza.
- Elaborar un modelo para construir una red social de amistad partiendo de la dinámica de movimiento espacial de Schelling.
- Definir un parámetro de tolerancia global para la formación de amistad de manera que se pueda observar cómo los distintos valores de este parámetro afectan las estructuras de red social al finalizar la dinámica de formación de amistad
- Realizar un análisis formal, detallado, de la dinámica de construcción de la red social así como de sus métricas.

Introducción

La evolución de la materia es un hecho irrefutable. Es una tendencia generalizada en la naturaleza. Es una propiedad de la materia observable y comprobable desde su origen que no es otro que el del universo mismo [1]. Para el estudio de este fenómeno de evolución de sistemas se hace uso de varias herramientas como son la física estadística o la modelación por computadora entre otros. Por otro lado el estudio de sistemas de muchas partículas interactuantes (los cuales pueden ser: átomos en un sólido, hormigas en un hormiguero o personas en una comunidad) se convierte en un reto, ya que estos sistemas carecen de linealidad, y muchas de sus interacciones tampoco son lineales en sí mismas, por lo que se vuelve una necesidad utilizar la imaginación para estudiar o modelar este tipo de sistemas [2].

Cuando Einstein en “1905” presentó su trabajo sobre el movimiento browniano lo describió a partir del promedio estadístico de los choques de las moléculas de agua y una partícula de polen la cual, se mueve de manera aleatoria por el agua. Este estudio es uno de los primeros sobre sistemas de muchas partículas que dio como resultado la ecuación de difusión [3]. Este método de la mecánica estadística de promediar las interacciones de las partículas es el fundamento teórico para las simulaciones moleculares que a su vez son la puerta de entrada a las simulaciones de diversos sistemas en varias áreas de la ciencia. En estas simulaciones las partículas pasan a ser de manera más general agentes o las partes que interactúan del sistema en cuestión [4].

El estudio de sistemas de muchas partículas lo lleva a cabo entre otros la física estadística, esta es muy funcional para el estudio de gases, cristales, fluidos, y bastantes sistemas estocásticos. Cuando nos encontramos con sistemas donde la suma de estas interacciones no alcanza a describir por completo el comportamiento del sistema, como en los sistemas fuera de equilibrio, con inhomogeneidades y disipativos, nos vemos en la necesidad de medir nuevas propiedades, a estas particularidades se les llama propiedades emergentes, mismas que caracterizan a los sistemas complejos y se necesita de otras herramientas para complementar su estudio [5].

1 Complejidad

Como bien menciona Christopher R. Stephens en “What Isn’t Complexity? [6]”, definir qué es complejidad y más aún poder identificarla no es nada fácil, sin embargo hay ciertos factores que se presentan regularmente en los sistemas complejos así como características

generales. Una característica importante de estos sistemas es que presentan una jerarquía de bloques, es decir que partes pequeñas componen partes más complicadas del sistema, pero más que eso, estos bloques tienen una semántica implícita en su forma de interactuar, no cualquier manera de interactuar es igual en términos de importancia o funcionalidad. Otra característica presente en los sistemas complejos es la invarianza de escala, la cual tiene que ver con leyes de potencias, esta invarianza de escala se refiere a algún atributo en particular del sistema en cuestión, como puede ser la distribución de grado en una red o la distribución de población en una ciudad entre otros.

Melanie Mitchell en su libro “Complexity: a guided tour [7]” menciona algunas propiedades que tienen en común los sistemas complejos y con las que se pueden identificar, estas son:

1. Comportamiento colectivo complejo: Una colección grande de componentes individuales con comportamientos relativamente simples sin un líder central. Son las acciones colectivas de este gran número de componentes las que originan lo complejo. Patrones cambiantes de comportamiento, difíciles de predecir.
2. Comunicación y el proceso de la información: Todos estos sistemas producen y utilizan la información y las señales de su ambiente interno y externo.
3. Adaptación: Todos estos sistemas se adaptan, esto es, cambian su comportamiento para mejorar sus oportunidades de supervivencia, a través del aprendizaje o proceso evolutivo.

Con estas propiedades se da una posible definición de sistema complejo: es un sistema en el que grandes redes de componentes sin un control central y simples reglas de operación dan emergencia a comportamiento colectivo complejo, procesamiento sofisticado de información, y adaptación via aprendizaje o evolución. Esta definición, como cualquier otra que podamos encontrar tiene un problema, es muy ambigua, es interpretativa y básicamente condensa las propiedades enumeradas arriba en un enunciado, por otro lado estas propiedades se pueden presentar en sistemas que no son necesariamente complejos, lo que da lugar a proponer nuevas definiciones o posibles definiciones que a su vez producen una incertidumbre real sobre qué es complejo y qué no lo es, como bien dice Stephens los sistemas complejos están caracterizados más por lo que hacen que por lo que son [6].

Con este concepto de que los sistemas complejos están más caracterizados por lo que hacen que por lo que son, se puede analizar un sistema social que en esencia es un sistema que se compone de muchos agentes (personas) que forman redes de interacción, qué dan origen a nuevos componentes del sistema que a su vez forman redes de interacción (jerarquía de bloques), las reglas de interacción en estos sistemas son simples (como comprar y vender) y dan lugar a un comportamiento colectivo complejo que sería la economía en este ejemplo. El sistema procesa información, evoluciona y se adapta, entonces es claramente complejo. El estudio de estos fenómenos sociales es un tema de interés para la física, en especial para la física de los fenómenos complejos [8]. Gran parte de las ciencias de los sistemas complejos que intentan comprender los fenómenos sociales han hecho uso principalmente del desarrollo de modelos computacionales conocidos como modelos de agentes o modelos basados en

individuos; esta clase de modelos consisten de un conjunto de partículas -los agentes- que tienen reglas de conducta y pueden interactuar entre sí en un cierto espacio para modificar tales conductas, este proceso simple es la base de todo fenómeno colectivo de carácter social, es decir la capacidad de interactuar con otros individuos similares. Estos modelos de agentes nos permiten estudiar dinámicas sociales, por ejemplo: cómo se origina la marginación y la exclusión social, la dinámica del surgimiento espontáneo de grupos y su interacción global y como la tolerancia e intolerancia puede traer consecuencias positivas o negativas [8]. Estos modelos de agentes están basados principalmente en el modelo de Ising, el cual es un modelo físico para estudiar el comportamiento de los materiales ferromagnéticos, este fue concebido para demostrar que el sistema presentaba una transición de fase y consiste en variables discretas que representan los momentos dipolares magnéticos del espín atómico que puede estar en uno de dos estados (+1 ó -1), en el caso en el caso 2-dimensional los espines se colocan en una malla permitiéndole a cada espín interactuar con sus vecinos. Estas interacciones dan origen a transiciones entre estados inicialmente desordenados para formar zonas con estados +1 y zonas con estados -1 [4]. Esto se generaliza para atacar distintos problemas donde los agentes interactuantes tienen dos tipos de estado y tienen interacciones de corto alcance. Un ejemplo de estos sistemas con agentes que tienen dos estados es el modelo de segregación de Schelling, mismo que presenta como interacciones de corto alcance producen patrones de segregación. Este modelo fue presentado en 1971 y muestra que una preferencia por que sus vecinos espaciales sean del mismo tipo que uno produce segregación social [9].

En particular un fenómeno social que es importante estudiar es el fenómeno de formación de amistad, es decir, en qué manera las personas se asocian para formar amistad y que parámetros son los que afectan esta manera de asociarse. Entender cómo es que sucede esta formación de amistad y cómo es que diversos parámetros afectan la estructura social, puede ofrecer respuesta a diversas problemáticas como: dónde se origina la segregación de los grupos, o cómo es que la tolerancia de las personas hacia los diferentes tipos de persona puede afectar quien controla el flujo de información y quien tiene mayor poder de influencia (popularidad).

Para el estudio de este fenómeno de formación de amistad, en este trabajo se hace uso de una ampliación del modelo de segregación de Schelling donde los agentes tienen parámetros extra para contemplar la segregación en términos no solo de la raza como Schelling, sino también en términos de la riqueza de los agentes. Por otro lado se agregó un parámetro de costo al terreno en donde estos agentes se mueven. Se asignaron atributos de personalidad y número de amistades que pueden sostener, y haciendo uso de la dinámica de reubicación de Schelling se hizo que formaran lazos de amistad los distintos agentes con sus primeros vecinos espaciales. Se agregó un término global de tolerancia a la formación de amistad que hace que el sistema solo permita amistades entre agentes a lo más tan diferentes en magnitud como este parámetro. Se obtuvieron estructuras de las configuraciones de la red social de amistad para diferentes valores del parámetro de tolerancia, donde se observa que una mayor tolerancia produce un sistemas conectado y con un promedio betweenness centrality menor que sugiere que un sistema menos tolerante favorece agentes con un mayor control del flujo de información.

En el primer capítulo se presentan las herramientas empleadas en este trabajo, un resumen de lo que son las redes y su estudio para este trabajo, y las herramientas empleadas para el análisis de las redes sociales obtenidas.

En el segundo capítulo se hace la descripción del modelo y cada una de sus partes: en que consiste el modelo de Schelling, como se amplía para considerar recursos y costos en el terreno, y la forma de construir la red social de amistad por contacto espacial (la interacción que se genera cuando dos agentes son vecinos en el entorno espacial).

En el tercer capítulo se presentan los resultados obtenidos: los patrones de segregación desde el punto de vista racial y económico, los tipos de redes obtenidas al finalizar la dinámica para distintos valores en la tolerancia y las medidas estadísticas que se aplicaron sobre las mismas que teóricamente indican que la densidad en la distribución de los agentes en el terreno se debe al costo del terreno mismo, y una mayor tolerancia en los agentes para formar amistad genera que las redes de amistad estén más conectadas.

Por último se presentan las conclusiones del trabajo.

Capítulo 1

Estudio de los Sistemas Complejos

Los sistemas complejos son principalmente aquellos que están formados por grandes cantidades de agentes que al interactuar entre ellos crean efectos que no produce por sí mismo uno solo. La sociedad, el internet y un enjambre de abejas son ejemplos de este tipo de sistemas. El estudio de los sistemas complejos es un área nueva en la ciencia donde se estudian los efectos de autoorganización, sincronización, propiedades emergentes y efectos colectivos entre otros, el cual debe ser multidisciplinario, en parte porque los fenómenos pertenecen a varias disciplinas y en parte porque los modelos con los que se cuenta también lo hacen, en su mayoría pertenecientes a las ciencias de la computación, las matemáticas y la física, y finalmente porque los métodos estándar raramente toman en cuenta las características y puntos de vista de los múltiples niveles de estos sistemas.

1.1 Sistemas Dinámicos

Cualquier sistema que evoluciona a través del tiempo se puede considerar un sistema dinámico, por lo que los sistemas dinámicos matemáticos se adaptan muy bien a muchos sistemas en la física y otras áreas. Un sistema dinámico tiene dos partes: un vector de estado, que describe el estado de algún sistema real o hipotético, y una función (o regla) que nos dice, dado el estado actual del sistema, en qué estado se encontrará en el futuro [10].

1.1.1 Vectores de estado

Los sistemas físicos pueden ser descritos por números gracias a lo vinculadas que están la ciencias con las matemáticas. Por ejemplo una pelota que cae puede ser descrita por dos números, la velocidad con la que cae v , y la altura a la que se encuentra h . Una vez que se conocen esos dos números el destino de la pelota queda completamente determinado. El par de números (v, h) es un vector que describe el estado de la pelota, por eso se le llama vector de estado del sistema. Los vectores de estado para diferentes sistemas pueden ser de distintos tamaños ya sea desde un solo número, como podría ser una cuenta de banco, hasta millones de variables, como sería el modelo del clima mundial.

1.1.2 Sistemas dinámicos en el tiempo

Dado un vector de estado, la segunda parte de un sistema dinámico es una función o regla que nos dice cómo cambia el sistema a través del tiempo. Esto puede darse de dos maneras, ya sea que el tiempo se considere discreto o continuo.

1.1.2.1 Tiempo discreto

Existen sistemas que cambian de estado en <<trozos>> o intervalos de tiempo de manera que se puede considerar el tiempo en el que evolucionan como discreto. Por ejemplo el balance de una cuenta de banco cambia mes con mes, ya que así es como se pagan los intereses.

Siguiendo esa idea, para todos los sistemas dinámicos con tiempo discreto se tiene un vector de estado $\vec{x} \in R^n$ y una función $f: R^n \rightarrow R^n$ para el cual:

$$\vec{x}(k+1) = f(\vec{x}(k)) \quad (1.1)$$

Una vez que tenemos la condición inicial $x_0 = \vec{x}(0)$ junto con la ecuación (1.1) entonces se puede, en un principio, computar todos los valores $\vec{x}(k)$, como sigue:

$$\begin{aligned} \vec{x}(1) &= f(\vec{x}(0)) = f(x_0) \\ \vec{x}(2) &= f(\vec{x}(1)) = f(f(x_0)) \\ \vec{x}(3) &= f(\vec{x}(2)) = f(f(f(x_0))) \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \vec{x}(k) &= f(\vec{x}(k-1)) = f(f(\dots(f(x_0))\dots)). \end{aligned}$$

1.1.2.2 Tiempo continuo

A pesar de que muchos sistemas se comportan de manera discreta, hay muchos otros para los cuales es mejor pensar en el tiempo como continuo, tal como en el ejemplo de la pelota.

Su estado instantáneo queda descrito por el vector de estado $\vec{x} = \begin{bmatrix} h \\ v \end{bmatrix}$. De cualquier modo

no hace sentido preguntarse por el estado en que se encontrará en el siguiente instante de tiempo ya que el tiempo avanza de manera continua. Como no se puede dar una regla para el siguiente instante de tiempo, entonces se debe describir cómo el sistema va cambiando para cualquier tiempo dado. Primero si la bola lleva una velocidad v , entonces se sabe que $dh/dt = v$. Segundo, la aceleración sobre la bola que es la gravedad se sabe es: $dv/dt = a$. Entonces el cambio en el sistema puede ser descrito por:

$$h'(t) = v(t) \quad (1.2)$$

$$v'(t) = a \quad (1.3)$$

que puede ser escrito en forma de matriz como:

$$\begin{bmatrix} h'(t) \\ v'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(t) \\ v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix}$$

debido a que $\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} h(t) \\ v(t) \end{bmatrix}$, esto se puede escribir como:

$$\vec{x}' = f(\vec{x}) \tag{1.4}$$

donde $f(\vec{x}) = A\vec{x} + \vec{b}$, A es la matriz $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, y \vec{b} es el vector constante $\begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix}$.

De hecho la ecuación (1.4) es la forma para todos los sistemas dinámicos continuos, entonces un sistema dinámico continuo tiene un vector de estado $\vec{x}(t) \in R^n$ y se da una función $f: R^n \rightarrow R^n$ que especifica qué tan rápido cada componente de $\vec{x}(t)$ va cambiando, o sea $\vec{x}' = f(\vec{x}(t))$ [10].

1.2 Modelos de Agentes

El principio de los modelos de agentes es generar trayectorias individuales (espacio fase) a partir de reglas dinámicas. Es un tipo de modelación en donde los individuos y su medio son representados en un programa o incluso en otra entidad física como podría ser un robot. Los individuos modelados son, por ejemplo, personas, animales o grupos de células.

Una ventaja de este enfoque es que las trayectorias se pueden simular con ciertas reglas propuestas que permiten su estudio de la misma manera que el de los datos reales, con lo que después se puede evaluar la relevancia de las reglas propuestas. Gracias a que el uso de computadoras se ha generalizado, en un futuro se podrán plantear condiciones en el modelo casi sin restricción, para que aunque no se pueda obtener una solución matemática con el estudio de un modelo computacional se puedan identificar o predecir algún fenómeno nuevo en el sistema estudiado [2].

1.2.1 Agentes

La representación de individuos del mundo real como agentes en un programa es quizá la característica más típica de los modelos de agentes, pero las instancias físicas como los robots se han hecho cada vez más importantes. En la parte individual, se busca identificar la información que un individuo necesita, cómo la puede manipular y cómo es que interactúa con el medio. Entonces en la parte de la programación se incluyen los tipos de agente y se especifica la información, así como mecanismos de manipulación de la información y las reglas de cómo interactúan entre sí y con el medio.

1.2.2 Medio

En los modelos de agentes estos interactúan con el medio en que se encuentran (espacio real). El medio se caracteriza por el espacio en el que los agentes se desenvuelven e interactúan, por ejemplo, los espacios pueden ser discretos o continuos, o caracterizados por redes. Dependiendo de la naturaleza del espacio donde se encuentran se debe definir el tipo de reglas de interacción bajo las que estos evolucionan, o sea cómo se mueven o cómo interactúan con los otros agentes, con lo cual nos vemos forzados a ser específicos con el tipo de asunciones que se han hecho para el modelo [2].

1.3 Redes

Las redes se han convertido en un concepto general para modelar la estructura de las relaciones arbitrarias entre entidades de un sistema. Una red es un conjunto de agentes que se denotan como nodos conectados y a cada conexión se le llama vínculo o liga; a la sucesión de ligas que unen dos nodos se le denomina camino o ruta, y una ruta que conecta a un nodo consigo mismo se llama ciclo (bucle o loop). Estas estructuras se presentan muchísimas veces y se pueden utilizar para estudiar problemas cotidianos como la eficiencia de un oleoducto o incluso qué persona tiene más amigos en facebook. Algunos ejemplos de estas estructuras son el Internet, la red de distribución de agua y el facebook mismo. El estudio de estas estructuras se ha incrementado gracias a la capacidad computacional de producir redes mucho más grandes y con las que el uso de nuestros ojos sobre una simple proyección gráfica resultaría inútil para obtener información valiosa sobre aquellos. Aquí se tratará de explicar cómo encontrar sus propiedades estadísticas como la longitud de los caminos y el grado de la distribución, qué caracteriza la estructura y el comportamiento del sistema conectado, la creación de modelos que nos ayuden a entender el significado de estas propiedades y cómo es que son de esta forma y cómo se relacionan una con la otra.

La estructura de red para modelar un sistema físico nos da un nuevo esquema para modelar la topología de este, en particular la red sirve como base sobre la cual correr una dinámica con lo que se obtienen nuevos efectos topológicos emergentes que se conocen como, por ejemplo, redes complejas y otras [11].

1.3.1 Tipos de redes

Un conjunto de nodos conectados por ligas es sólo la estructura más simple que puede tener una red, ya que hay maneras de tener una red mucho más complicada que esto. Puede haber más de un tipo de nodo o más de un tipo de liga y además cada nodo o liga puede tener distintas propiedades asociadas con él, estas pueden ser numéricas o de otro tipo. Tomando el ejemplo de una red social donde los nodos pueden ser hombres o mujeres, representar distintos tipos raciales, la cantidad de dinero que tienen o la edad. Las ligas pueden representar lazos de amistad, relación genética, intercambio, comunicación etc. Estas pueden tener peso, representando digamos qué tan bien se conoce a una persona. Estas también pueden estar dirigidas apuntando en sólo una dirección.

Los grafos compuestos de ligas dirigidas se les conoce como directed-graphs o dgraphs para más corto. Un grafo representando llamadas telefónicas o mensajeo por e-mail sería un dgraph, ya que los mensajes se mueven en una sola dirección. Los dgraphs pueden ser cíclicos, que contienen loops cerrados, o acíclicos, que no los tienen. Algunas redes como las cadenas alimenticias, son aproximadamente aunque no perfectamente, acíclicas. Uno puede tener también hiperligas que conectan más de dos nodos a la vez. Los grafos que contienen dichas ligas se denominan hipergrafos. Las hiperligas pueden ser usadas para indicar los lazos familiares en una red social.

En el mundo real se presentan muchísimos sistemas con estructura en forma de red, éstas se pueden dividir en varios tipos como son: las redes sociales, las redes de información, las redes tecnológicas y las redes biológicas. Muchas de estas son algo difíciles de clasificar ya que bien pueden caer dentro de más de una categoría [11].

1.3.2 Propiedades de las redes

Como ya se mencionó antes, una red está formada por nodos que se encuentran conectados por ligas y estas se puede representar de varias maneras. La manera gráfica que es un dibujo de la red, el cual no siempre facilita su análisis, en computación se usan una lista con nodos y otra con las parejas de los que se encuentran conectados, por ejemplo: $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $M = \{(1, 2), (1, 4), (1, 5), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5)\}$ que corresponde a la figura 1.1

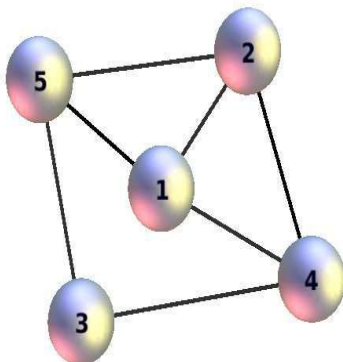


Figura 1.1. Ejemplo de una red no dirigida con 5 nodos

Una mejor representación es la matriz de adyacencia, que es la matriz que indica como están conectados los nodos.

1.3.2.1 Matriz de adyacencia

La matriz de adyacencia A de una red simple es la matriz cuyos elementos a_{ij} cumplen con:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si hay un vínculo entre los nodos } i \text{ y } j \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

Por ejemplo la matriz de adyacencia de la red en la figura 1.1 sería:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Algo de llamar la atención es que si la red no tiene auto-ligas (ligas que van de un nodo a él mismo) la diagonal de la matriz es siempre cero y que la matriz es simétrica, ya que si hay una liga del nodo i al j entonces hay una liga del nodo j al i , de este modo se puede decir que se cuenta cada vínculo dos veces, así si hay una auto liga para el nodo i se colocará un 2 en el elemento a_{ii} .

Otra manera de verlo es que se puede recorrer cada liga en cualquier sentido, o sea que si fuera un grafo dirigido tendría dos ligas, una de ida y otra de regreso. En el caso de este tipo de grafos la matriz de adyacencia es:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si hay un vínculo del nodo } j \text{ al nodo } i \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

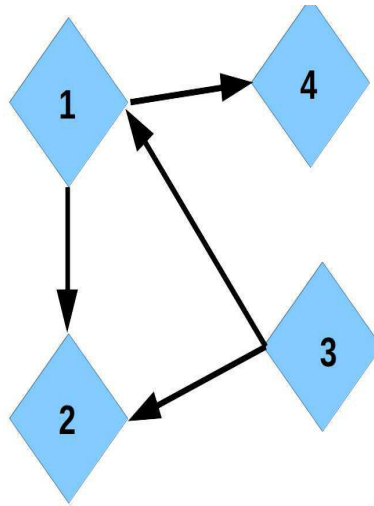


Figura 1.2. Ejemplo de una red dirigida con 4 nodos

tomando como un ejemplo la figura 1.2, la matriz de adyacencia sería:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Siguiendo de esta manera, si se presentan ligas múltiples se colocará el número de ligas en el elemento a_{ij} .

1.3.2.2 Grado de un nodo

El grado de un nodo es el número k de ligas que tiene conectadas, de esta manera se denotará el grado del nodo i como k_i el cual si es de un grafo no dirigido con n nodos se puede calcular en base a su matriz de adyacencia como sigue:

$$k_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \quad (1.5)$$

cada liga de un grafo no dirigido tiene dos extremos con lo que se tiene $2m$ extremos de ligas, y el número de los extremos de las ligas es la suma de todos los grados de los nodos:

$$2m = \sum_{i=0}^n k_i \quad (1.6)$$

de aquí se tiene que el grado promedio de un grafo es:

$$c = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n k_i \quad (1.7)$$

combinando las ecuaciones (1.6) y (1.7) se tiene

$$c = \frac{2m}{n} \quad (1.8)$$

Entonces el máximo número de ligas en un grafo simple sin auto-ligas o multi-ligas es $\binom{n}{2} = \frac{1}{2}n(n-1)$. La densidad de conectividad ρ es la fracción de estas que se encuentra presente en la res y se define como:

$$\rho = \frac{m}{\binom{n}{2}} = \frac{2m}{n(n-1)} = \frac{c}{n-1} \quad (1.9)$$

la cual está dentro del rango $0 \leq \rho \leq 1$. Muchas redes son lo suficientemente grandes para que se pueda aproximar $\rho = \frac{c}{n}$.

Una red se considera densa si su densidad ρ tiende a una constante cuando $n \rightarrow \infty$, en este caso la fracción de elementos de matriz distintos de cero se mantiene constante a medida que la red crece. Por otro lado si a medida que $n \rightarrow \infty$ la densidad $\rho \rightarrow 0$, se dice que la red es dispersa o poco densa. Estas definiciones son útiles en el sentido teórico pero debido a que la mayoría de las redes del mundo real no son de mundo pequeño o aleatorias, resulta imposible tomar el límite cuando $n \rightarrow \infty$ sin cambiar la configuración de la red de tal forma que la información que esta nos brinda no se pierda, por lo que se vuelve mudo intentar calcular si es o no densa la red, como en el caso de una red metabólica donde solo se tiene lo que la naturaleza nos da. Existen algunos casos particulares en que la red si cambia de tamaño como para poder intuir si se clasifica como densa o dispersa, como el caso de la red social global.

Para una red dirigida se tienen dos tipos de grados: el grado de entrada y de salida, que son el número de vínculos que entran o salen respectivamente de cada nodo. Dado que $a_{ij} = 1$ si existe una liga del nodo i al j se definen como sigue:

$$k_i^{\text{in}} = \sum_{j=1}^n a_{ji} \quad , \quad k_i^{\text{out}} = \sum_{j=1}^n a_{ij}$$

como el número total de ligas es equivalente al número total de entradas, o al número total de salidas, entonces

$$m = \sum_{i=1}^n k_i^{\text{in}} = \sum_{j=1}^n k_j^{\text{out}} = \sum_{ij} a_{ij} \quad (1.10)$$

con lo que el grado promedio de entrada c_{in} y el grado promedio de salida c_{out} de todas las redes dirigidas es igual

$$c_{\text{in}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n k_i^{\text{in}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n k_j^{\text{out}} = c_{\text{out}} = c \quad (1.11)$$

combinando las ecuaciones (1.10 y (1.11) se tiene:

$$c = \frac{m}{n}$$

1.3.2.3 Caminos y conectividad

Un camino en una red es una secuencia de nodos con la propiedad de que cada par consecutivo en la secuencia está unido por un vínculo. A veces es útil considerar además de los nodos también la secuencia de ligas subsecuentes que los conectan.



Figura 1.3. Red de ciudades conectadas por fibra óptica.

Por ejemplo, la secuencia de nodos McAllen, Laredo, San Antonio, Austin es un camino en la red de fibra óptica de la Figura 1.3. Dada una red, es natural preguntarse si todos los nodos pueden alcanzar a todos los restantes siguiendo un camino, de esta manera si para cada par de nodos existe un camino que los conecte se dice que la red está conectada. Así que si se trata de una red de información se espera que esté conectada o que al menos lo intente. Hay muchos ejemplos donde este no es el caso, tal como una red social con individuos aislados para los cuales es imposible encontrar un camino que los conecte, ya sea porque no tienen lazos de amistad con el grupo estudiado, o lazos consanguíneos en el caso de una red social familiar [11].

1.3.2.4 Clustering

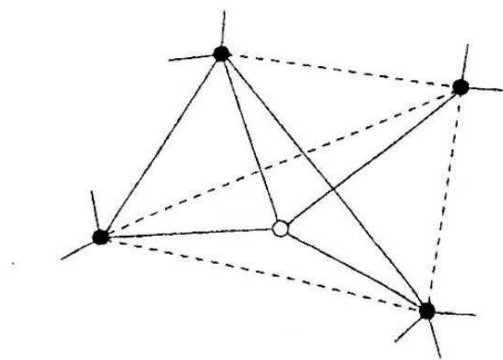


Figura 1.4. Esquema gráfico de la definición del coeficiente de clustering. Solo una parte de las conexiones entre los primeros vecinos del nodo en cuestión se encuentran presentes. En este caso el nodo en cuestión (el blanco) tiene cuatro primeros vecinos y hay dos vínculos entre ellos, entonces el coeficiente de clustering es: $2/6 = 1/3$

Convencionalmente, el coeficiente de clustering C de un nodo es la relación entre el número total de vínculos existente x que conectan a sus primeros vecinos y el número total de vínculos posibles entre los mismos:

$$C = \frac{2x}{z(z-1)} \quad (1.12)$$

Así se refleja que tan cerrado es el ambiente del nodo, es decir cuántos de los amigos de este son amigos entre sí. Usualmente se considera el grado promedio de clustering \bar{C} de una red, este muestra la probabilidad de que exista un vínculo entre dos primeros vecinos de algún nodo escogido aleatoriamente. También se puede decir que el coeficiente de clustering promedio \bar{C} indica la densidad de triángulos o loops de longitud 3, entonces el coeficiente de clustering de un árbol es cero por definición y se puede notar que el coeficiente de clustering de una red totalmente conectada es igual a 1. En la clásica red aleatoria con N nodos y L ligas, cada nodo está conectado con la misma probabilidad ($\approx z/N$.) Aquí $z = \bar{k} = 2L/N$. Entonces, el coeficiente de clustering de una clásica red aleatoria es $\bar{C} = z/N$ [12].

1.3.2.5 Mundos pequeños

Los términos “mundos pequeños” y “efecto de mundo pequeño” son estándar en la ciencia de redes, estos describen redes compactas, lo que se refiere a la longitud lineal de la red. No hay duda de que para medir la longitud lineal de una cuadrícula simplemente se usa una regla, pero en las redes el concepto de distancia es más complicado.

Supóngase que una red es no dirigida y todas sus ligas de longitud unitaria, la distancia entre dos nodos es la longitud del camino más corto entre ellos. Las distancias l entre pares de nodos de una red aleatoria están distribuidas con alguna función $P(l)$. Esta es la probabilidad de que la longitud del camino más corto entre dos nodos escogidos de manera aleatoria sea l . $P(l)$ es una de las características estructurales principales de la red, y es ésta la que permite evaluar el tamaño lineal de la red. Para distribuciones rápidamente decrecientes, la distancia característica es del orden del camino más corto promedio $\bar{l} \equiv \sum_{l=1}^{l_{\max}} l P(l)$.

Viendo el problema desde otro punto de vista, la generalización natural de la noción de grado k de un nodo, que es el número de primeros vecinos $z = z_1$, es el número de n -ésimos vecinos $z = z_n$. En general hay z_m vecinos en la m -ésima esfera centrada en el nodo $z_0 = 1$. La distancia entre el nodo y cualquiera de sus m -ésimos vecinos es m , y esta es una manera equivalente de introducir la noción de distancia para una red. Se puede también introducir la distribución de los números de los m -ésimos vecinos, $P_m(z)$, esto es la probabilidad de que un nodo escogido aleatoriamente tenga z m -ésimos vecinos. Obviamente las distribuciones $P(l)$ y $P_m(z)$ están relacionadas y lo hacen de la siguiente manera:

$$P(l) = \frac{\sum_z z P_l(z)}{\sum_{z,l} z P_l(z)} = \frac{\bar{z}_l}{\sum_l \bar{z}_l} = \frac{1}{N} \sum_z z P_l(z) \quad (1.13)$$

donde \bar{z}_l es el promedio de los l -ésimos vecinos de un nodo en la red, $\bar{z} = \bar{z}_1$, y

$$P_l(z) = \binom{N-1}{z} P^z(l) [1 - P(l)]^{N-1-z} \quad (1.14)$$

La longitud del camino más corto promedio para una red no correlacionada, que es su tamaño lineal, se puede estimar de la siguiente manera: si una red aleatoria es grande, entonces usualmente tiene una estructura local como de árbol, o sea que casi no hay loops o ciclos cerrados en la vecindad de un nodo. En este caso, unos \bar{z}^l nodos se encuentran a una distancia l o más cerca de un nodo. Entonces se puede estimar la típica distancia que es la distancia promedio \bar{l} del camino más corto, usando la relación $N \sim \bar{z}^{\bar{l}}$. De esto se obtiene la bien conocida expresión para \bar{l} ,

$$\bar{l} \approx \frac{\ln N}{\ln \bar{z}} \quad (1.15)$$

entonces la longitud del camino más corto promedio es pequeña aún para redes muy grandes. Esto es conocido como el efecto de mundo-pequeño [11][12].

Las redes expuestas en el capítulo 3 no llegan a presentar el efecto de mundo pequeño a pesar de que se esperaba que fuera así. De acuerdo con Milligram [13] la red social de conocidos es de mundo pequeño y de igual forma las redes sociales virtuales como facebook o twitter son de mundo pequeño.

1.3.3 Redes sociales (dinámicas)

Aunque mucho del análisis se hace de manera estática, debe tomarse en cuenta cómo evolucionan las redes a lo largo del tiempo, en particular cuáles son los mecanismos para los que los nodos llegan o se van y para los que los vínculos se crean o se destruyen. En las redes sociales que son representaciones de cómo está relacionada la gente, ya sean sus lazos de amistad o jerarquía política entre otros, resulta provechoso entender cómo es que estos lazos afectan el flujo de información, la creación de nuevos lazos o la reestructuración de la sociedad misma.

1.3.3.1 Triadic Closure

Si dos personas en una red social se encuentran ligadas con otra en común, entonces hay una mayor posibilidad de que estas generen un lazo entre sí.

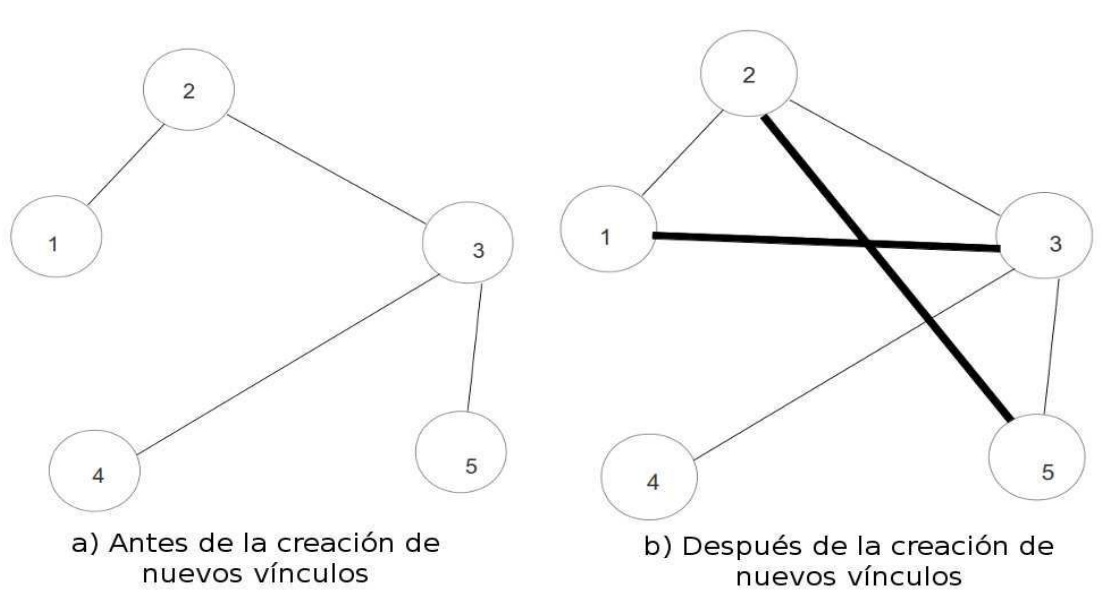


Figura 1.5. Una red dinámica después de un tiempo ha generado nuevos vínculos siguiendo el principio de triadic closure.

A este principio se le denomina triadic closure y se ilustra en la figura 1.5, en la que si los nodos 2 y 5 tienen al nodo 3 como amigo en común, entonces la creación de un vínculo entre estos genera la situación en la que los tres nodos 2, 3 y 5 están conectados entre sí, formando lo que se denomina triángulo en la red. El término triadic closure viene de que la formación del vínculo entre los nodos 2 y 5 tiene el efecto de cerrar el tercer lado del triángulo. Las razones para que se de el triadic closure son intuitivamente naturales. Una razón es que si dos personas tienen un amigo en común es más probable que estos se vuelvan amigos, ya que la probabilidad de que se conozcan crece. Una segunda razón es que en el proceso de formación de amistad el hecho de que dos personas, 1 y 3 sean amigas de 2 en la figura 1.5, y que ambos estén consientes de ello les da una base para confiar más entre sí que otro par de personas que no estén conectadas. La tercera razón es que quizá 2 tenga que juntar a 3 y 4, ya que si estos dos no son amigos entre sí la situación se convierte en una fuente de estrés latente en la relación. Es de esta manera como se generan nuevos vínculos entre los nodos de una red social.

1.4 Análisis de Redes Sociales y Métricas

Todos los sociólogos están de acuerdo en que una propiedad fundamental de las estructuras sociales es el poder y su concepto cercano la centralidad. Al entender las estructuras sociales en forma de redes se observa que el poder es inherente de las relaciones, un individuo no tiene poder por sí solo, tiene poder porque puede dominar a otros y el poder depende de la estructura de la red, en particular de la posición de cada agente. Para el análisis de estas redes se han definido medidas concretas para el poder que tiene cada posición en la estructura.

1.4.1 Closeness

Esto se refiere al grado con que cada individuo está cerca de todos los demás en la red ya sea directa o indirectamente [14]. Más aún, este permite la habilidad de acceder información a través del camino entre los miembros de la red descrito en la sección 1.3.2.3. En este sentido, closeness se considera el inverso de la suma del camino más corto entre cada individuo y todos los demás en la red. Para una red de n nodos, la closeness está dada por:

$$C_c(n_j) = \frac{n-1}{\sum_{k=i, j=k}^n d(n_i, n_j)} \quad (1.16)$$

donde $C_c n_j$ define la closeness de centralidad del nodo j y $d(n_i, n_j)$ denota el camino mínimo entre i y j .

1.4.2 Densidad de la red

La densidad de la red es la medida de conectividad, está definida como el número de vínculos en una red expresada en proporción del máximo número de vínculos posible. Es un número que varía entre 0 y 1. Cuando la densidad es cerca de 1, es decir cuando cada nodo está conectado con casi todos los nodos posibles como se muestra en las distribuciones de grado en la figura 1.6 se dice que la red es densa, de otra forma es dispersa. Cuando son redes dirigidas se usa el máximo número de pares. El problema con la medida de la densidad es que es sensible al número de nodos en la red; así que no puede ser usada para comparar redes que varían de tamaño significativamente [14].

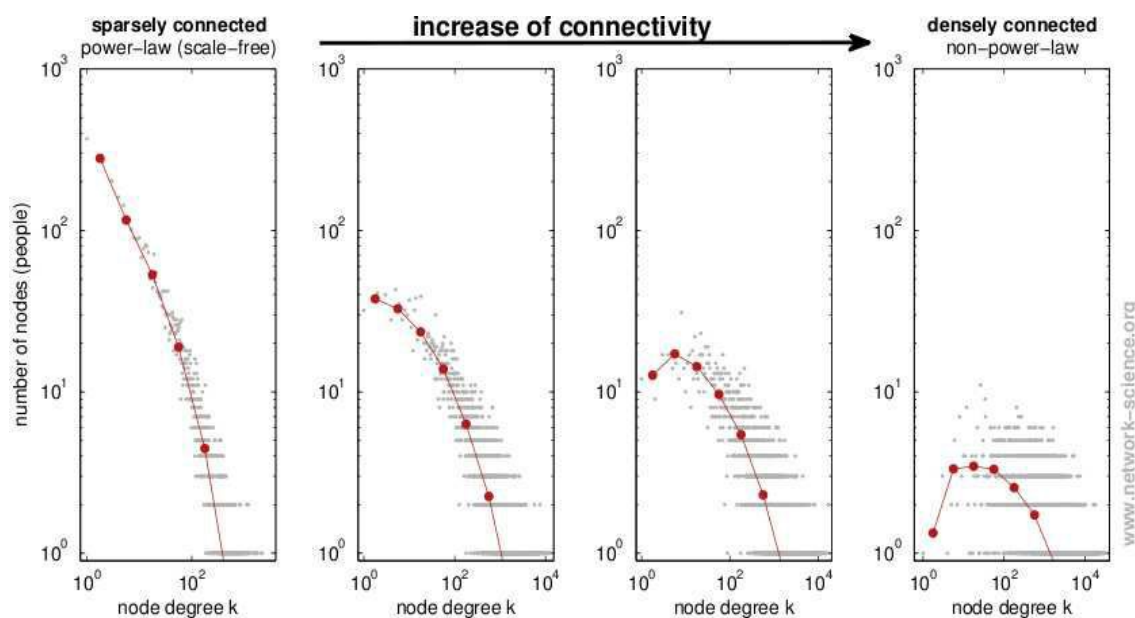


Figura 1.6. Distribuciones de grado, redes dispersas hasta redes densas

1.4.3 Centralidad: Local y Global

El concepto de centralidad abarca dos niveles: el local y el global. Un nodo es central localmente si es el que tiene más vínculos o mayor grado que los demás nodos, de manera similar, un nodo es central globalmente si se encuentra a distancia pequeña (camino más corto 1.3.2.3) de más nodos que los otros [14].

1.4.4 Betweenness

Está definida como la medida en que un nodo se encuentra entre otros nodos en la red, aquí la conectividad de un nodo es tomada en cuenta, de manera que un nodo que conecta a otros tenga un valor mayor. Esta métrica refleja el número de personas que están conectadas indirectamente por vínculos directos [14]. La betweenness de un agente (nodo) mide hasta qué grado puede tomar el papel de broker o gatekeeper con el potencial para el control sobre otros nodos y está dada por:

$$c_b(n_j) = \frac{2xx}{(n-2)(n-1)} \quad (1.17)$$

$$xx = \sum_{k < i, j = k, j = t} \frac{g_{kt}(n_j)}{g_{kt}} \quad (1.18)$$

donde $c_b(n_j)$ denota la betweenness estandarizada del nodo j , $g_{kt}(n_j)$ representa el número de caminos mínimos entre k y i que pasan por j .

1.4.5 Centralización

La centralización es la fracción entre la suma de las diferencias de el máximo número de vínculos y el número de vínculos que tiene cada agente, y el máximo número de vínculos posible de la red. La centralización describe hasta qué punto la conectividad está organizada alrededor de nodos focales particulares. Una red centralizada tendrá muchos de sus vínculos dispersos alrededor de pocos nodos y una red descentralizada es aquella donde existe una variación pequeña entre cuantos vínculos posee cada nodo. La medida de centralización basada en centralidad local de una red está dada por:

$$R = \frac{\sum_{j=1}^n \{\max(D_{ij}) - D_{ij}\}}{(n-1)^2} \quad (1.19)$$

donde D_{ij} representa el número de agentes en la red que están directamente ligados al agente j y n denota el número total de agentes presentes en la red [14].

1.4.6 Eficiencia de la red

Una vez terminado el análisis de la red, la dinámica de esta predice la eficiencia que puede ser evaluada por la combinación de: (1) la robustez de la red hacia la detección de nodos y vínculos de la red, (2) la eficiencia de la red en términos de la distancia de un nodo a otro y su tamaño no-redundante, (3) la efectividad de la red en términos de beneficios de información localizados en nodos centrales y por último, (4) la diversidad de la red en términos de la historia de cada nodo [14].

Capítulo 2

Modelo

2.1 Modelo de segregación de Schelling

El modelo de segregación de Schelling consiste en colocar dos tipos de agentes que representan distintos grupos étnicos. Con cierta densidad de estos agentes se llena una malla de manera aleatoria como se muestra en la figura 2.1. Se utilizan condiciones de frontera de tal modo que lo que se tiene en la malla es un toroide, esto es que si están en la frontera superior sus vecinos son los agentes de la frontera inferior y viceversa, de igual manera si se encuentran en la frontera derecha sus vecinos son los agentes de la frontera izquierda y viceversa.

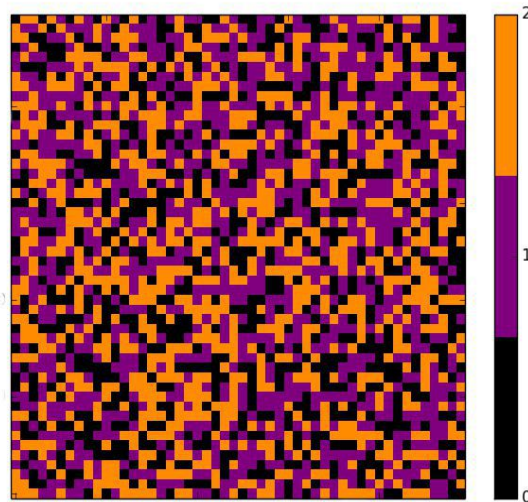


Figura 2.1. Condición inicial para el modelo de Schelling. Distribución aleatoria de dos tipos de agente, los agentes naranjas y morados, negro son lugares vacíos.

Los agentes buscan un lugar que les resulte más conveniente en función de cuántos de sus vecinos son iguales a ellos. Esto se logra definiendo un parámetro de aceptación λ que indica con qué fracción de vecinos espaciales iguales al agente este está conforme, si el lugar en el que el agente se encuentra no cumple con el requerimiento mínimo busca un lugar vacío que lo cumpla y se mueve a ese lugar, de tal forma que después de un cierto tiempo se obtienen patrones de segregación muy bien definidos como los que se muestran en la figura 2.2[9].

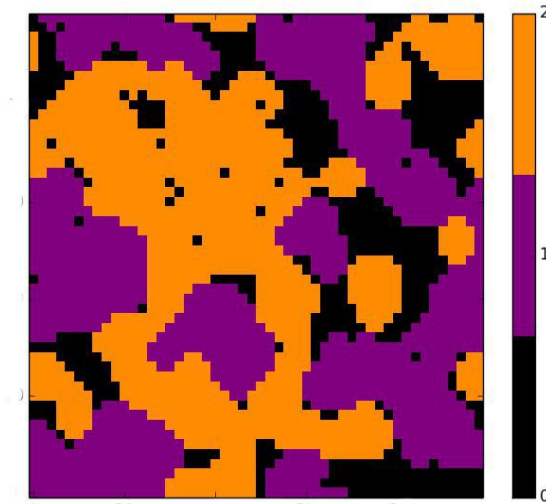


Figura 2.2. Patrones de segregación obtenidos al final de la dinámica de Schelling. Agentes naranjas y morados, negro son lugares vacíos.

2.2 Ampliación del modelo de Schelling

Las ampliaciones al modelo de Schelling que se presentan en este trabajo, consisten en agregar un término de riqueza a los nodos, así como una distribución de costos en el terreno donde estos se mueven, a su vez se elaboró un modelo para la construcción de una red social y se acopló junto con la dinámica de movimiento de Schelling.

2.2.1 Distribución de riqueza

Una vez generados los agentes de distintas etnias como en el modelo de Scelling descrito en la sección 2.1 se le agregó a cada agente una cierta cantidad de dinero como un atributo extra, con lo que la dinámica se ve modificada de la siguiente manera:

Cada agente toma en cuenta no sólo la similitud étnica para sentirse a gusto, sino también la diferencia en riqueza que estos poseen. El cálculo del nivel de conformidad de un nodo k con un lugar de la malla (i, j) es:

$$C_k(i, j) = \frac{\sum_{h=1} e_{kh} + R_{kh}}{N_v}$$

donde

$$e_{kh} = \begin{cases} 1 & \text{si etnia de } h = \text{etnia de } k \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

$$R_{kh} = \begin{cases} 1 & \text{si } |r_h - r_k| \leq u \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

Donde r_k es la riqueza del nodo k , u es un umbral de tolerancia definido para la dinámica similar a λ y h son los agentes en la vecindad espacial de (i, j) .

2.2.2 Distribución de costo en el terreno

A cada celda de la malla en donde se mueven los agentes se le asigna un atributo de costo binario, es decir caro o barato. Para simplificar los cálculos debido a la geometría de la malla donde ocurre la dinámica (toroidal), colocar las zonas de mayor costo en cualquier lugar es homólogo a simplemente hacer un rectángulo en alguna parte de la malla como se muestra en la figura 2.3, de esta manera la dinámica anterior se altera comparando el costo del lugar a donde se moverá el agente con su parámetro de riqueza y si este parámetro es mayor o igual al costo del terreno, entonces puede moverse a ese lugar. El resto de la dinámica se mantiene igual.

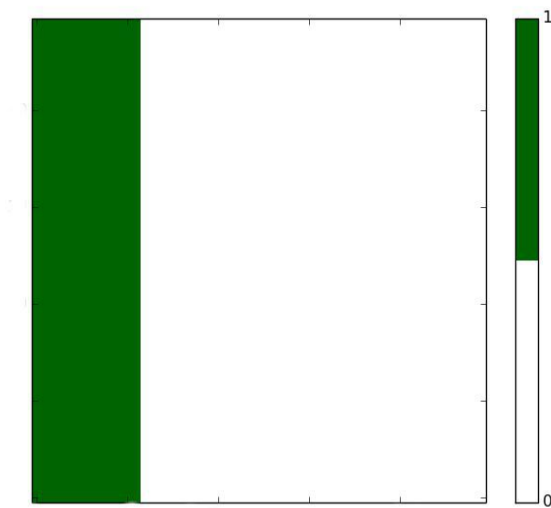


Figura 2.3. Distribución de costo en el terreno. La franja verde tiene un costo mayor, la parte blanca no tiene costo.

2.3 Construcción de una red social (amistad)

La construcción de la red se comienza con colocar los agentes como nodos de la red arbitrariamente, los cuales representan a las personas que pueden hacer amistad unas con otras. Cada agente tiene un juego de atributos que dictan los pormenores en que estos pueden hacer amistad y queda representada con un vínculo que conecta dos agentes. Los atributos de estos son: un número que representa qué tipo de personas son (su personalidad) y otro que limita el número de posibles relaciones que cada agente puede tener: entre 2 y 7 vínculos (amigos cercanos) [15].

Para la construcción se hace a cada agente escoger al azar otro y revisar si este es compatible con el, si ambos tienen capacidad para sostener esta relación, entonces se generan los vínculos como:

$$v(i, j) = \begin{cases} \text{hace vínculo} & \text{si } |p_i - p_j| \leq T \wedge n_i, n_j < n_{i \max}, n_{j \max} \\ \text{no hace vínculo} & \text{de otra manera} \end{cases}$$

donde T es la tolerancia del sistema o bien que tan parecidos deben ser los agentes en su personalidad para hacer un vínculo, p_i es la personalidad del nodo i , n_i es el número de vecinos de nodo i y $n_{i \max}$ es el máximo de vecinos que puede tener el nodo i . Con esto se obtienen estructuras similares a la que se muestra en la figura 2.4.

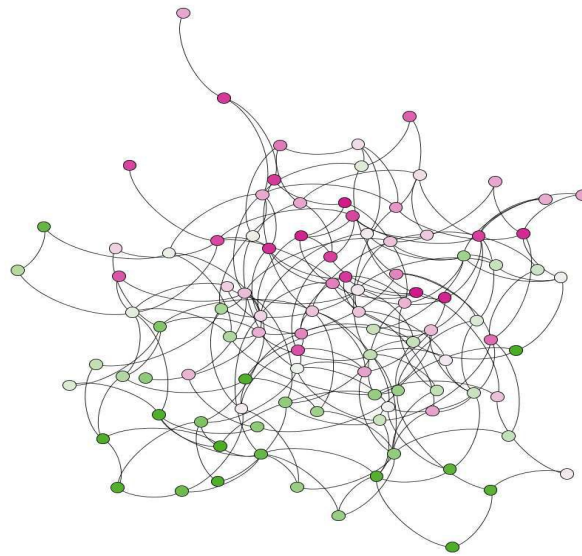


Figura 2.4. Estructura generada por el algoritmo de construcción de red social de amistad. Los colores en los nodos representan su tipo de personalidad.

2.3.1 Construcción de la red con movimiento.

Para construir la red utilizando la dinámica de Schelling se parte del algoritmo anterior pero haciendo que los agentes formen vínculos con quienes son sus vecinos en la malla de la dinámica de Schelling, esto es: cada agente conoce a lo más 8 agentes diferentes cada vez que los agentes cambian de lugar, de estos 8 posibles agentes decide con quien es más compatible y si ambos pueden sostener una nueva amistad para formar un nuevo vínculo. Dado que esta formación de amigos es dinámica se considera la posibilidad de que se conozcan dos personas muy compatibles que ya no puedan sostener nuevas amistades, de manera que desechan al amigo con el que tengan el menor nivel de compatibilidad y forman un nuevo vínculo entre ellos. Dado que se supone que la dinámica de formación de vínculos (amigos) es más rápida que la de movimiento de Schelling (vivienda) entonces por cada iteración de la dinámica de Schelling cada agente puede generar hasta 4 amigos (vínculos en la red).

Capítulo 3

Resultados

A continuación se presentan los datos obtenidos después de hacer la simulación aplicando el modelo descrito en el capítulo anterior, haciendo variaciones en el parámetro de tolerancia y el costo de la parte más cara del terreno. Para esto se generó una distribución de riqueza en tres partes iguales $\{1, 2, 3\}$ para los agentes, de la misma manera el costo de la parte más cara del terreno se asignó $ct = 2$ y $ct = 3$.

Los resultados están presentados en dos secciones principalmente, la parte espacial del modelo (dinámica de Schelling) y la parte de construcción de la red social de amistad.

3.1 Segregación espacial

En esta sección se puede observar la segregación espacial debida a la dinámica de Schelling al cambiar el valor de la parte más cara del terreno, debido a que las variaciones en el parámetro de tolerancia T para la formación de amistad no afectan los resultados de esta dinámica, solo se presentan estos dos casos: el valor del terreno en la parte donde tiene costo es intermedio o alto respecto a la distribución de riqueza, con valores de costo $ct = 2$ y $ct = 3$.

En las figuras 3.1 y 3.2 se presentan los patrones de segregación espacial al final de la dinámica para el caso donde la parte con costo del terreno tiene un valor $ct = 2$ que es intermedio respecto a la distribución de riqueza para los agentes. En la figura 3.1 se presenta el patrón de segregación del parámetro de raza de los agentes y en la figura 3.2 se presenta

el patrón de segregación para el parámetro de riqueza de los agentes.

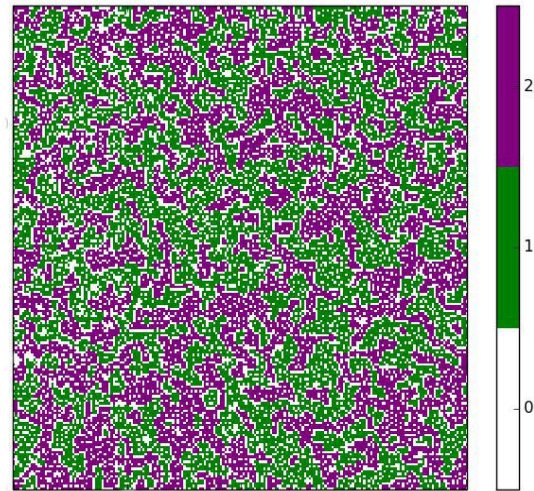


Figura 3.1. Patrón de segregación espacial del parámetro de raza para costo en el terreno $ct = 2$, donde los agentes son de tipo 1 y 2 respectivamente y 0 donde no hay agente

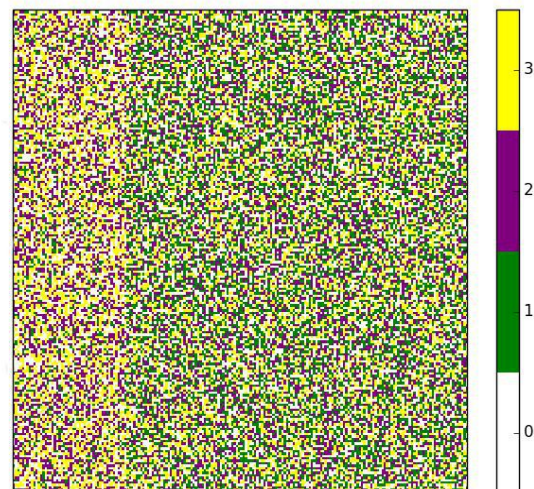


Figura 3.2. Patrón de segregación espacial del parámetro de riqueza para costo en el terreno $ct = 2$, donde la riqueza de los agentes vale 1, 2 o 3 y 0 donde no hay agente.

Como se puede observar en la figura 3.1 la segregación espacial en términos de raza corresponde a los resultados obtenidos por Schelling, misma que indica conservación de esta parte del modelo, por otro lado en ambas imágenes se puede observar una franja del lado izquierdo que corresponde a la parte con costo del terreno. En esta parte se observa una menor densidad de agentes y como se observa en la figura 3.2 de estos agentes la mayor parte son agentes con valores de riqueza 2 y 3. En la gráfica 3.3 se presenta la densidad de agentes para ambas partes del terreno donde este tiene costo $ct=2$ y donde no lo tiene. En la parte donde tiene costo es notorio que la densidad total de agentes es bastante menor que en la parte que no lo tiene, además la densidad de agentes con riqueza 2 y 3 es casi igual, como es de esperarse ambos tipos de agentes tienen recursos suficientes para poder reubicarse en esta parte del terreno, por otro lado el que existan agentes con nivel de riqueza 1 es debido a la condición inicial de aleatoriedad

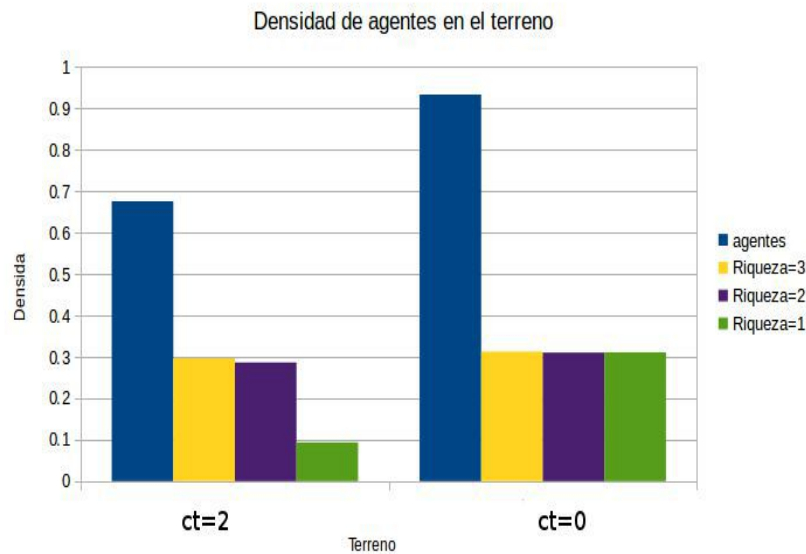


Figura 3.3. Densidad de agentes en el terreno por partes de costo en el terreno $ct = 2$ y sin costo $ct = 0$ en términos de la riqueza de los agentes

En las figuras 3.4 y 3.5 se presentan los patrones de segregación espacial al final de la dinámica para el caso donde la parte con costo del terreno tiene un valor de $ct = 3$ que es alto

respecto a la distribución de riqueza de los agentes. En la figura 3.4 se presenta el patrón de segregación en términos del parámetro de raza de los agentes y en la figura 3.5 se presenta el patrón de segregación en términos del parámetro de riqueza de los agentes.

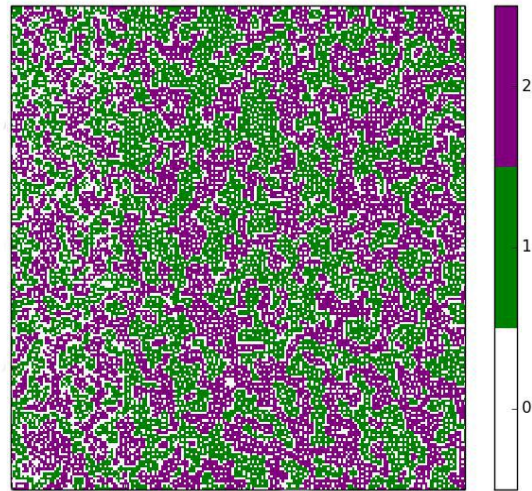


Figura 3.4. Segregación espacial del parámetro de raza para costo en el terreno $ct = 3$, donde los agentes son de tipo 1 y 2 respectivamente y 0 donde no hay agente

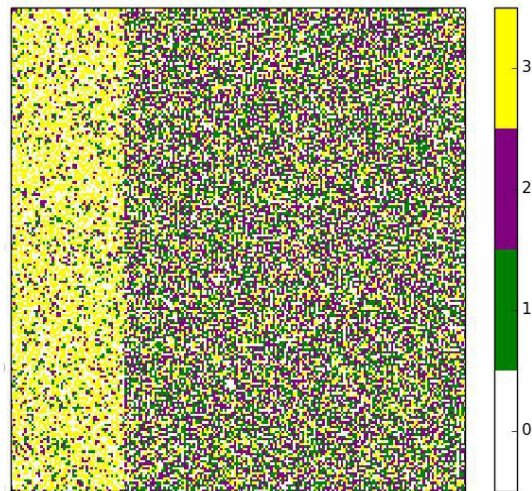


Figura 3.5. Segregación espacial del parámetro de riqueza para costo en el terreno $ct = 3$, donde la riqueza de los agentes vale 1, 2 o 3 y 0 donde no hay agente.

Una vez más el patrón de segregación en términos del parámetro de raza de la figura 3.4 corresponde a los patrones de segregación de Schelling, sin embargo esta vez es aún más notoria la segregación por riqueza como se observa en la figura 3.5. En la parte donde el terreno tiene costo con un valor de $ct=3$ ahora es menor la densidad de agentes comparada con el caso donde tenía costo $ct=2$. Como se muestra en la gráfica 3.6 en la parte que tiene costo se encuentra una mayor cantidad de agentes con un parámetro de riqueza de 3 ya que solo este tipo de agentes es el que tiene riqueza suficiente para ocupar estos lugares, por otro lado se encuentran un poco de agentes que tienen valores para el parámetro de riqueza $r=1$ y $r=2$ esto se debe igual que en el caso anterior a la condición inicial de aleatoriedad.

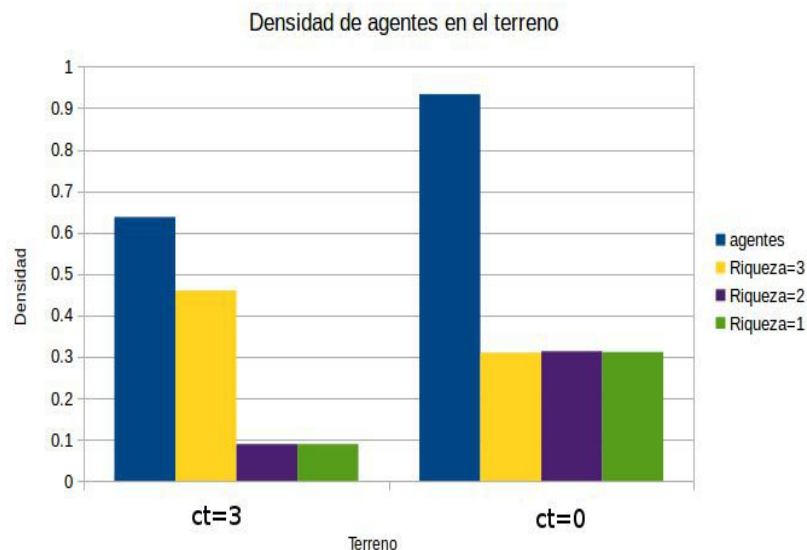


Figura 3.6. Densidad de agentes en el terreno por partes de costo en el terreno $ct = 3$ y sin costo $ct = 0$ en términos de la riqueza de los agentes

3.2 Red Social de amistad

En esta sección se muestran representaciones gráficas de las redes obtenidas al final de la dinámica, las medidas de sus métricas y la variación de los parámetros de interés respecto de la variación del parámetro de tolerancia.

Las figuras 3.7, 3.8, 3.9 y 3.10 muestran las redes de amistad obtenidas al final de la

dinámica para un sistema de 600 agentes con valores de tolerancia global $T = 0.1$, $T = 0.3$, $T = 0.7$ y $T = 1$ respectivamente, donde el color representa la personalidad del agente y el tamaño del nodo representa el nivel de betweenness centrality que tiene.

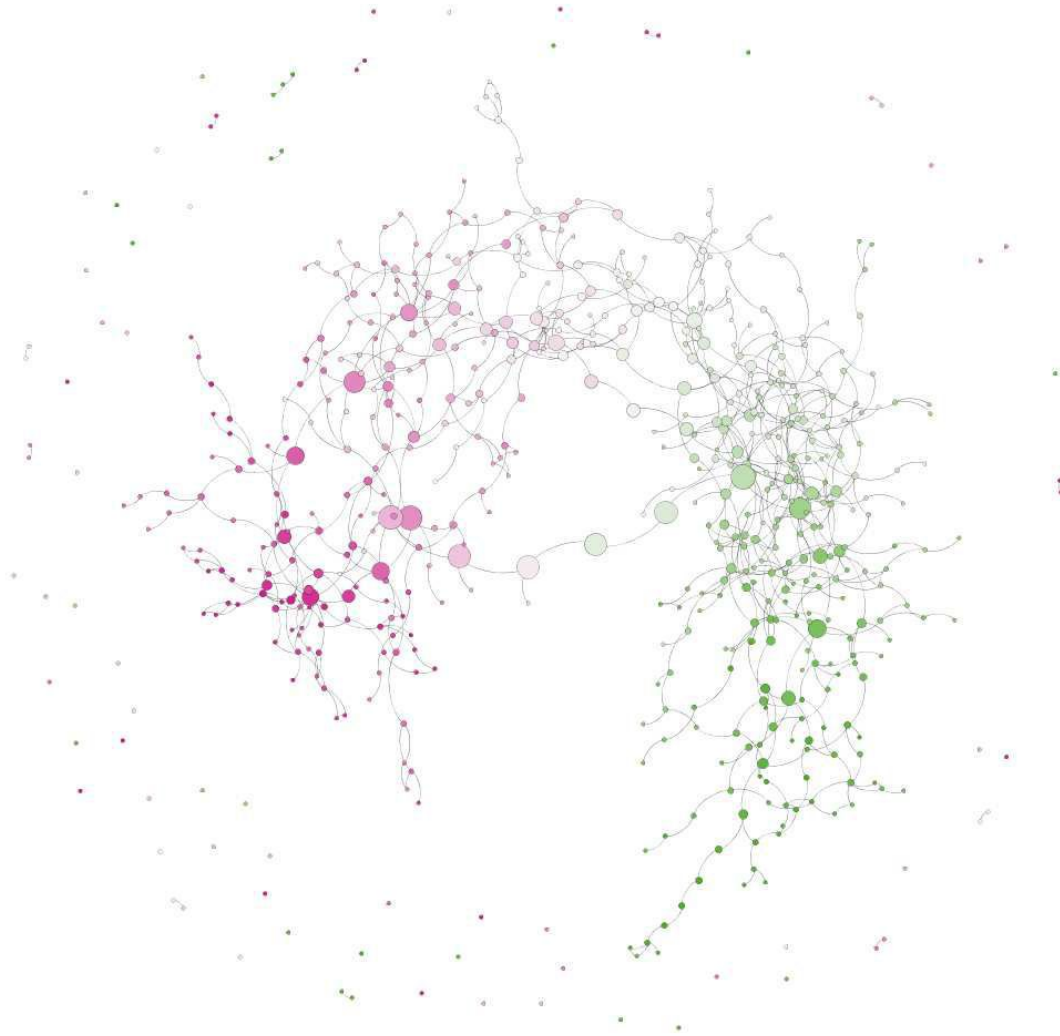


Figura 3.7. Red de amistad obtenida para un sistema de 600 agentes y tolerancia global $T = 0.1$. El color de los nodos representa su tipo de personalidad que varía en el intervalo $[0, 1]$ y el tamaño de los nodos es el betweenness centrality que tienen.

En la figura 3.7 se observa un sistema segregado en términos de personalidad, es decir los nodos rojos no están conectados con los nodos verdes, esto produce que la transmisión

de información en la red sea muy difícil entre nodos de distinto color particularmente los dos extremos del parámetro de personalidad que son los nodos verdes y rojos. Por otro lado los nodos que conectan los dos grupos y que además son los que tienen mayor nivel de betweenness centrality son los que tienen un parámetro de personalidad intermedio presentados como nodos blancos, lo que quiere decir que son más poderosos en términos de su posición social, es decir que tienen un mayor control sobre el flujo de información en la red, de manera que si cualquier nodo verde quiere compartir o intercambiar información con un nodo rojo, esta información tiene que pasar forzosamente por uno de los nodos grandes o por demasiados nodos. Esto se debe a que con un nivel tan bajo de tolerancia es muy difícil que dos agentes suficientemente parecidos establezcan vínculos de amistad.

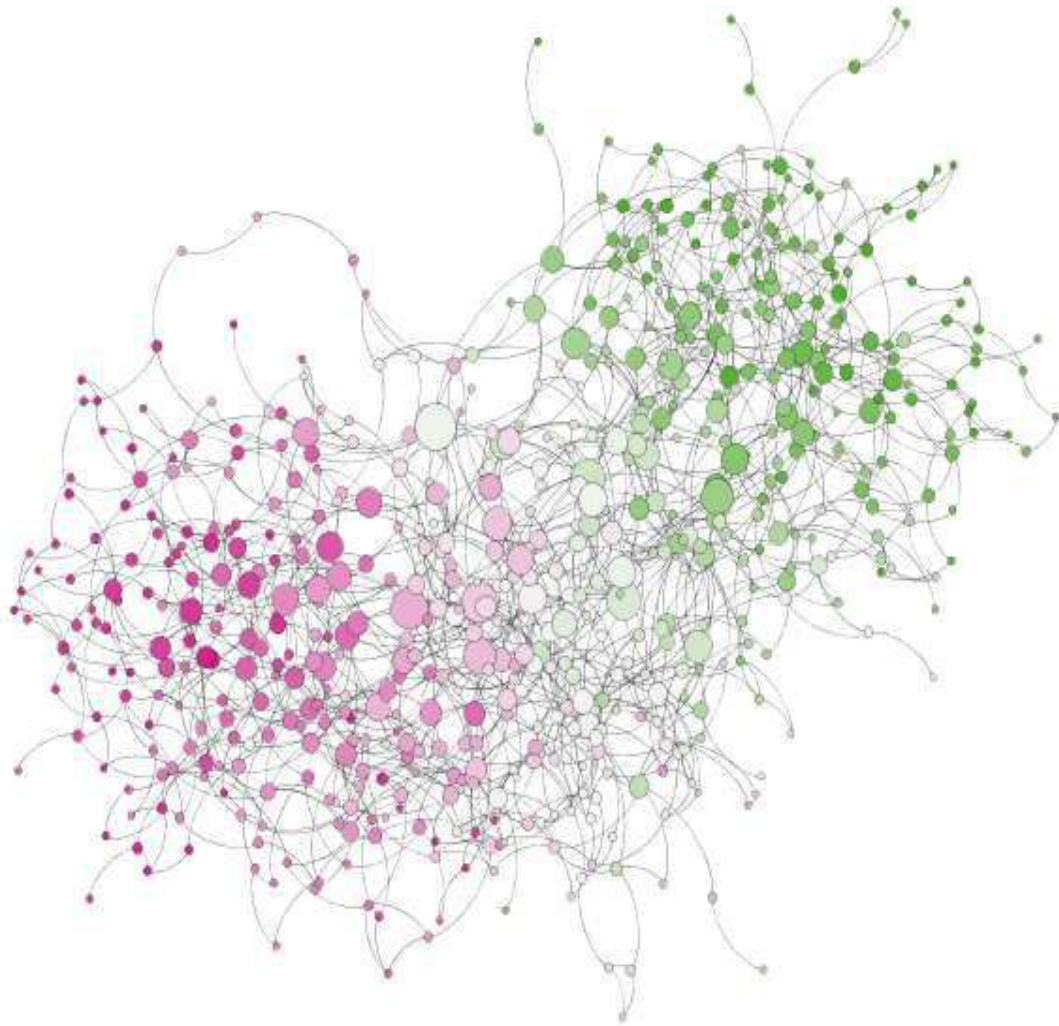


Figura 3.8. Red de amistad obtenida para un sistema de 600 agentes y tolerancia global $T = 0.3$. El color de los nodos representa su tipo de personalidad que varía en el intervalo $[0, 1]$ y el tamaño de los nodos es el betweenness centrality que tienen.

La figura 3.8 muestra un sistema segregado pero mucho más conectado que en la figura 3.7, los nodos verdes y los rojos están separados en dos grupos pero se notan mejor conectados entre sí. Ahora la mayor parte de los nodos blancos sirve de puente y ya no existe una única ruta corta para el intercambio de información entre nodos rojos y verdes evitando así que queden pocos agentes tengan un nivel de betweenness grande. También se observa una mejor distribución de agentes con una betweenness centrality grande, lo que implica que el poder está mejor distribuido en la red.

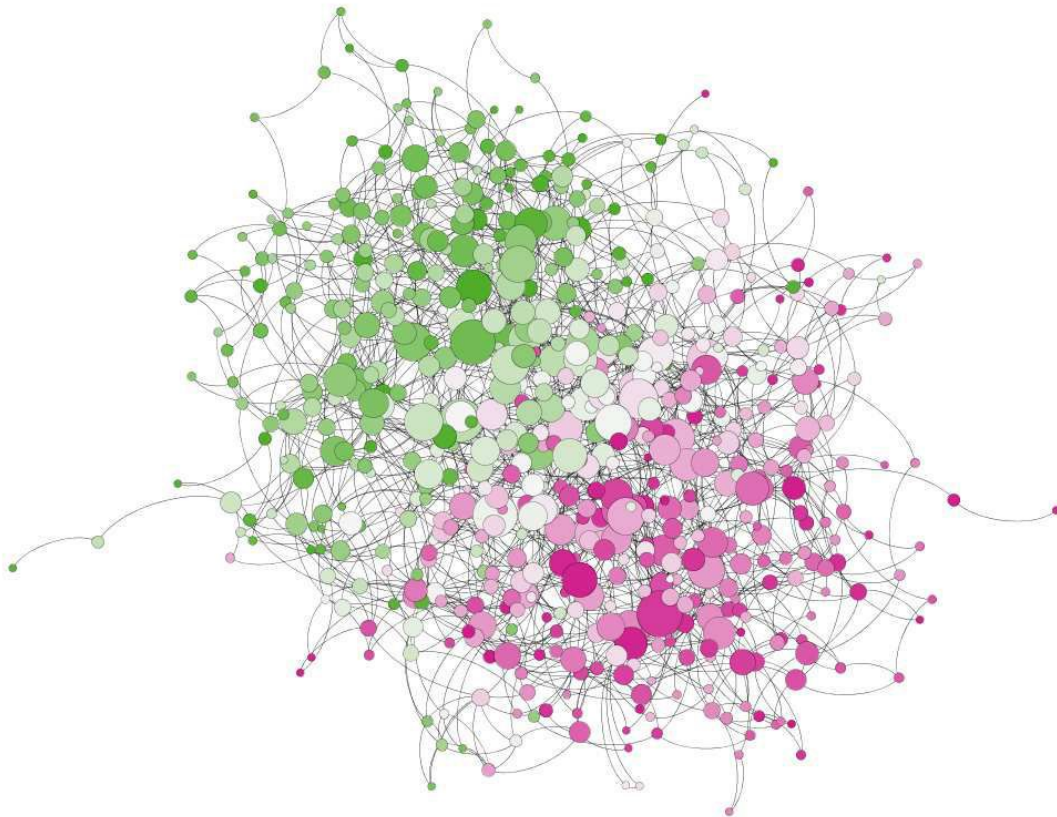


Figura 3.9. Red de amistad obtenida para un sistema de 600 agentes y tolerancia global $T = 0.7$. El color de los nodos representa su tipo de personalidad que varía en el intervalo $[0, 1]$ y el tamaño de los nodos es el betweenness centrality que tienen.

En la figura 3.9 se observan los nodos más conectados entre sí que en las figuras 3.8 y 3.7, debido a que la tolerancia es alta $T = 0.7$ se presentan vínculos entre los nodos verdes y rojos y los blancos ya no son un puente entre los dos grupos, sino que ahora solo hay un grupo de nodos conformado por todos ellos. La configuración de la red se debe en mucho mayor medida a la dinámica de segregación de Schelling ya que la mayor parte de los agentes cumplen con la condición de ser diferentes en al lo más el nivel de tolerancia global establecido para el sistema. También se observa un betweenness centrality mejor distribuido con lo que el sistema tiene más agentes con poder de controlar el flujo de información y su posición en la red depende más de la forma en cómo se fue asociando que de su tipo de personalidad.

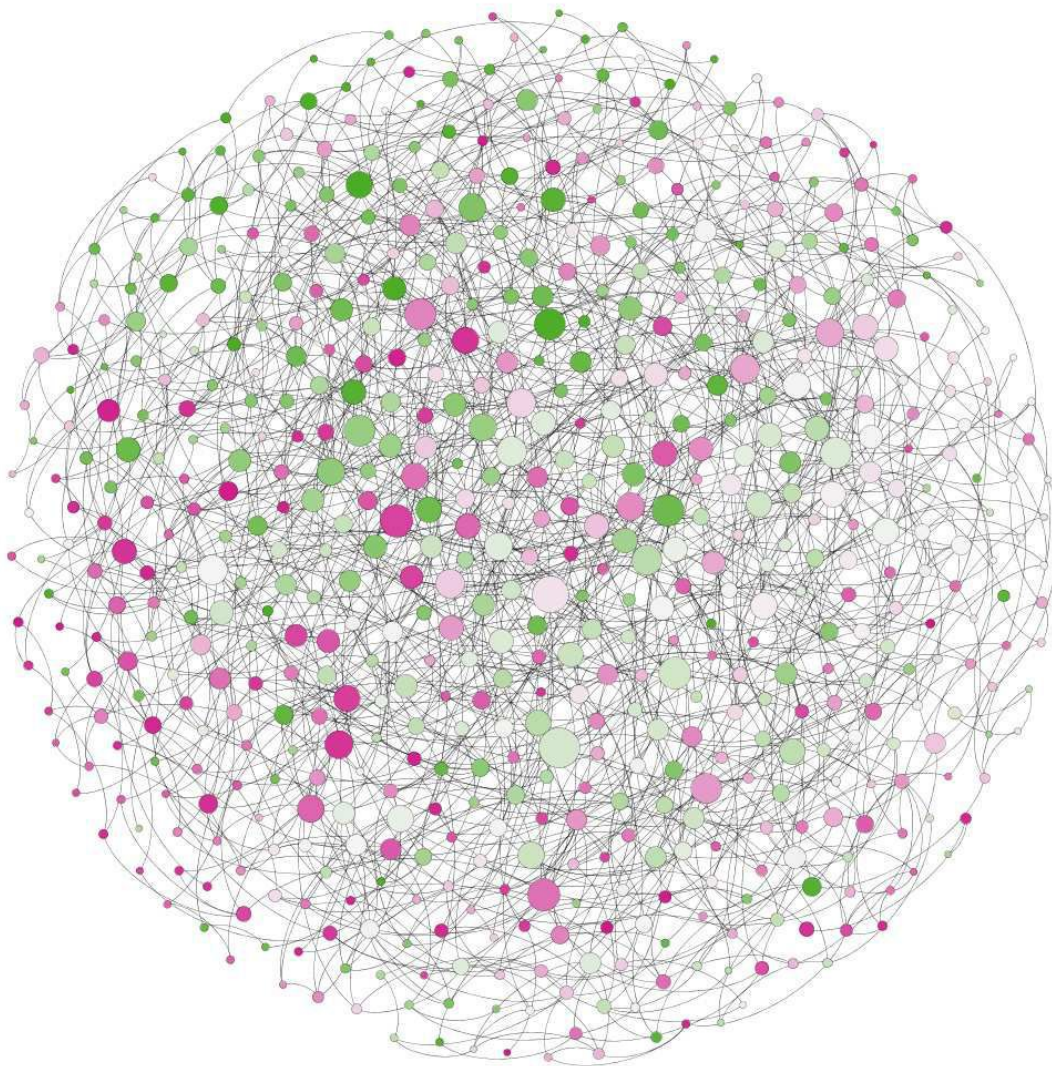


Figura 3.10. Red de amistad obtenida para un sistema de 600 agentes y tolerancia global $T = 1$. El color de los nodos representa su tipo de personalidad que varía en el intervalo $[0, 1]$ y el tamaño de los nodos es el betweenness centrality que tienen.

Como es de esperarse en la figura 3.10 los nodos quedan enlazados sin ningún impedimento de personalidad, lo que produce una red mucho más conectada, formando así un único cluster con vínculos entre nodos de distinto color. Como la tolerancia global establecida para el sistema es $T=1$ es equivalente a que no haya ningún impedimento del sistema para hacer vínculo y solo tenga cada agente la preferencia por estar conectado con los nodos más parecido a este con lo que haya tenido contacto, en otras palabras la estructura de la red se debe únicamente a la dinámica de Schelling y a la preferencia por los agentes parecidos y ya no a la tolerancia del sistema. Se observa que la posición de los nodos con mayor nivel de betweenness centrality es un poco azarosa, o bien solo depende de en qué forma fueron teniendo contacto con lo demás agentes y en ninguna medida de que tipo de personalidad tienen.

3.2.0.1 Medidas estadísticas de las redes

En las siguientes gráficas se muestran las medidas estadísticas más relevantes para las redes de amistad obtenidas después de realizar la dinámica para un sistema de 28000 agentes.

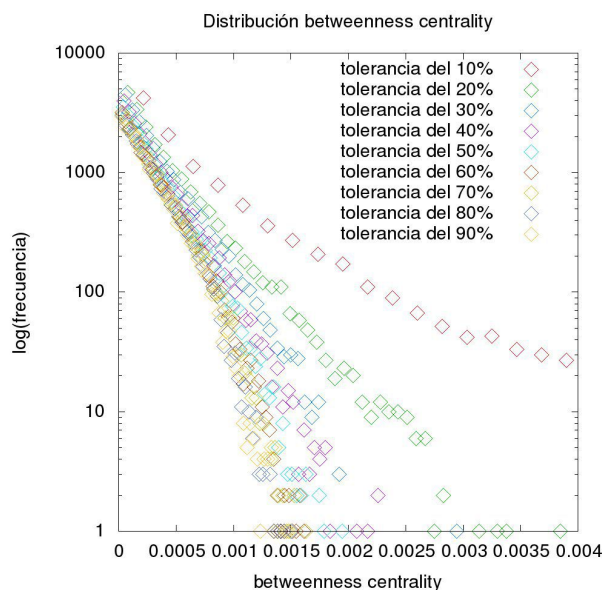


Figura 3.11. Distribución de betweenness centrality para variaciones en el parámetro de tolerancia global $T = \{10\%, 20\%, 30\%, 40\%, 50\%, 60\%, 70\%, 80\%, 90\%\}$.

En la figura 3.11 se observa que la distribución de betweenness centrality para valores en el parámetro de tolerancia global de $T = \{0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9\}$ tienen una forma exponencial cuyo exponente crece para valores grandes de la tolerancia, esto confirma lo antes observado en las redes de las figuras 3.7, 3.8, 3.9 y 3.10 donde observamos más agentes tes con un nivel de betweenness centrality pequeño y muy pocos con un nivel grande. Además la distribución de betweenness centrality para una tolerancia global de $T = 0.1$ sigue una ley de Pareto lo que implica que en este caso la distribución es libre de escala.

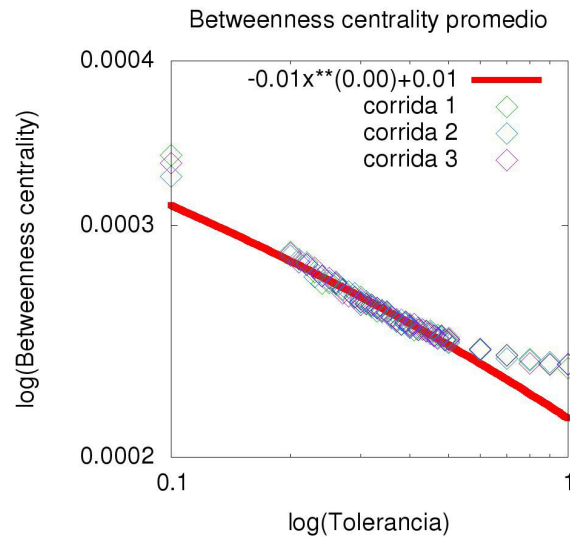


Figura 3.12. Variación del betweenness centrality promedio para cambios en la tolerancia en tres ensayos diferentes. La línea roja es el ajuste y cada punto corresponde al betweenness centrality promedio de la estructura de red al final de la dinámica.

En la figura 3.12 se presenta la variación del betweenness centrality promedio de las redes obtenidas al final de la dinámica para distintos valores del parámetro de tolerancia global. Se presentan tres ensayos para mostrar la consistencia de los datos, en los que se observa que el comportamiento del betweenness centrality sigue una ley de potencias (ley de Pareto) para los valores de tolerancia entre 0.2 y 0.5. Por otro lado los puntos fuera de este rango no siguen este comportamiento. Esto puede deberse a la finitud del modelo, o a un comportamiento diferente para valores de tolerancia mayores a 0.5.

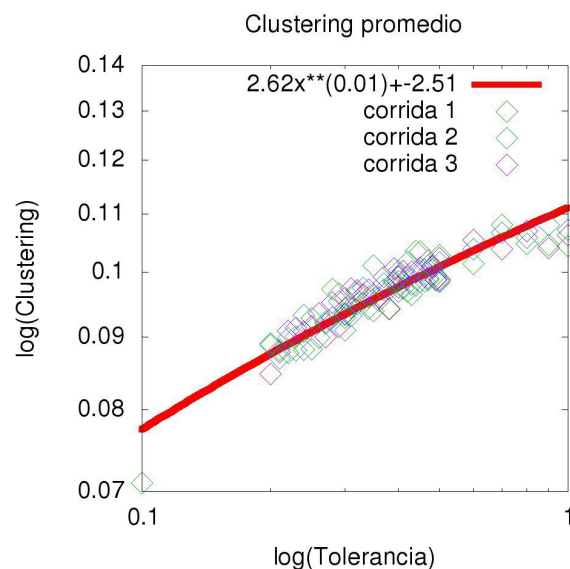


Figura 3.13. Variaciones del coeficiente de clustering promedio para cambios en la tolerancia global en tres ensayos diferentes. La línea roja es el ajuste y cada punto corresponde al clustering promedio de la estructura de red al final de la dinámica.

En la figura 3.13 se presentan las variaciones del coeficiente de clustering promedio de las redes obtenidas al final de la dinámica para distintos valores en el parámetro de tolerancia global. Una vez más se presentan tres ensayos para mostrar la consistencia de los datos y se observa que el coeficiente de clustering promedio sigue una ley de potencias para distintos valores en el parámetro de tolerancia global.

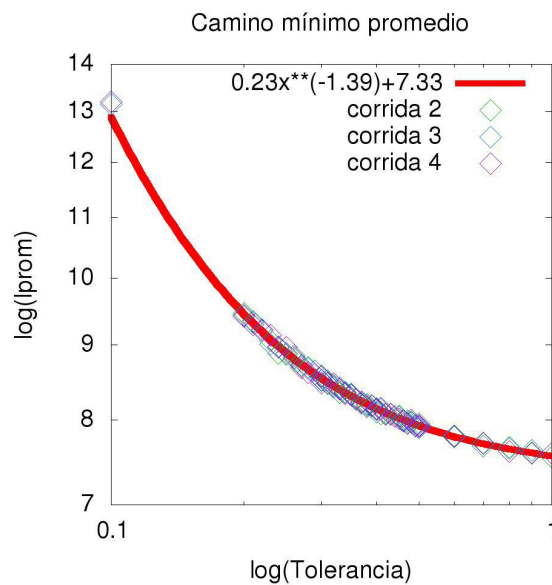


Figura 3.14. Variaciones del camino mínimo promedio para cambios en la tolerancia en tres ensayos diferentes. La línea roja es el ajuste y cada punto corresponde al camino mínimo promedio de la estructura de red al final de la dinámica.

En la figura 3.14 se presentan las variaciones de camino mínimo promedio en las redes obtenidas al finalizar la dinámica para los distintos valores de tolerancia global. Se observa que la longitud de camino mínimo promedio sigue una ley de potencias al cambiar la tolerancia, esto sucede para varios ensayos realizados con datos consistentes. Esto muestra que en un sistema donde la tolerancia global hacia agentes con distintos valores en el parámetro de personalidad crece también crece su conectividad. Se hace eficiente la red en términos de un posible flujo de información.

Conclusiones

La dinámica de segregación espacial, estudiada en esta tesis, es congruente con la dinámica de Schelling debido a que se obtienen patrones equivalentes de segregación, lo que sugiere que la ampliación al modelo respeta lo propuesto por Schelling. Sin embargo la segregación espacial, en términos del parámetro de riqueza de los agentes es significativa donde el costo del terreno es más alto, que sugiere que la distribución de costos es importante para formar grupos ubicados de acuerdo con un propósito en la planeación de asentamientos.

Uno de nuestros resultados muestra que la densidad de agentes en el terreno es menor en la parte con mayor costo lo que es congruente con lo observado en las ciudades actuales donde las zonas más costosas de la ciudad tienen una densidad de habitantes menor, sólo que el modelo sugiere que es más bien una consecuencia del costo y la densidad menor no una característica para elegir el costo del terreno.

Al hacer la dinámica de reubicación, junto con la de formación de la red de amistad y aplicando distintos valores del parámetro de tolerancia global para formar amigos, se observa que la dinámica de reubicación espacial es totalmente independiente de la dinámica de formación de amistad, sin embargo el modelo puede ser modificado para considerar la amistad como factor para la dinámica de reubicación lo que quedaría como un trabajo a futuro.

En las estructuras de red mostradas en el capítulo de resultados se observa que al variar la tolerancia global para la formación de amistad, la estructura de la red de amistad varía significativamente. Es notorio que un nivel de tolerancia global muy bajo hace que el sistema sea haga ineficiente en términos de comunicación, sin embargo produce pocas personas con un mayor nivel de *betweenness centrality*, lo que sugiere que si se conoce el nivel de tolerancia promedio del sistema y este es bajo hay manera de colocar a algún agente en posición con mayor nivel de *betweenness centrality* con una mayor facilidad. De tal manera que este saque ventaja del sistema (hacer un negocio, campaña política, etc).

Cuando la tolerancia global está en un nivel alto se vuelve mucho más difícil poder hacer una predicción de en qué posición social (con quien tiene que relacionarse el agente) debe estar el agente para tener un nivel de *betweenness centrality* alto, es decir el poder obtenido de su posición social solo se puede saber hasta que esté formada por completo la red. Por otro lado este sistema está mucho mejor comunicado y supone una mayor capacidad de organización.

El que la distribución de betweenness centrality sea en forma de Pareto para la tolerancia global más baja $T = 0.1$ indica que en este caso la red es invariante de escala esto es, sin importar el tamaño que tenga el sistema si este es muy poco tolerante entonces siempre habrá muy pocos agentes con betweenness centrality.

Dado que el cambio de camino mínimo promedio, clustering promedio y betweenness promedio siguen leyes de potencias para distintos valores de la tolerancia global a la formación de amistad, se puede entonces, ajustar la tolerancia en el modelo para obtener un tipo de red específica en términos de estos tres parámetros.

Se pueden hacer modificaciones al modelo para estudiar sistemas con interacciones de corto alcance como reacciones químicas o estructuras en un material particular. Como se observa al crecer el parámetro de tolerancia global el sistema pierde su estructura, lo que es homólogo a la temperatura en sistemas físicos. Es posible hacer extensiones de modelos propios de la Mecánica Estadística en términos de ampliar los conceptos de partícula y de interacción estableciendo los conceptos de “agente” y “vínculo”, es decir, partículas cuyos atributos (o propiedades) se modifican por influencia del entorno (vecinos y medio, locales y/o lejanos) a través de los vínculos o interacciones.

Bibliografía

- [1] O. Miramontes and K. Volke. *Fronteras de la física en el siglo XXI*. CopIt arXives, Mexico, 2013.
- [2] W.C. Wimsatt. False model as means to true theories. pages 23–55, 1987.
- [3] Albert Einstein. Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen. *Annalen der Physik und Chemie*, 17:549–560, 1905.
- [4] C. Castellano, S. Fortunato, and V. Loreto. Statistical physics of social dynamics. 2007.
- [5] M. E. J. Newman. Complex Systems: A Survey. *Am. J. Phys.* 79, 800-810 (2011), December 2011.
- [6] Christopher R. Stephens. What Isn't Complexity?, February 2015.
- [7] Melanie Mitchell. *Complexity: A Guided Tour*. Oxford University Press, USA, 2009.
- [8] Octavio Miramontes Vidal. Contribución de la física de los sistemas complejos al estudio de fenómenos sociales .
- [9] T. C. Schelling. Dynamic Models of Segregation. *J. Math. Sociol.*, 1(2):143–186, 1971.
- [10] Edward R. Scheinerman. Invitation to dynamical systems.
- [11] M. Newman. *Networks: an introduction*. Oxford University Press, Inc., 2010.
- [12] David A. Easley and Jon M. Kleinberg. *Networks, Crowds, and Markets - Reasoning About a Highly Connected World*. Cambridge University Press, 2010.
- [13] S. Milgram. The Small World Problem. *Psychology Today*, 61:60–67, 1967.
- [14] Ajith Abraham and Aboul Ella Hassanien. Computational social networks, 2012.
- [15] Nicholas A Christakis and James H Fowler. *Connected: The amazing power of social networks and how they shape our lives*. HarperPress London, 2010.
- [16] S. H. Strogatz. *Nonlinear Dynamics and Chaos*. Westview Press, Cambridge, MA, 1994.
- [17] Anatol Rapoport. Contribution to the theory of random and biased nets. *Bulletin of Mathematical Biology*, 19(4):257–277, dec 1957.
- [18] F. Guinea, E. Louis, and M. San Miguel. La ubicuidad como futuro de la física estadística y no lineal. *arxiv*.
- [19] Shagi-Di Shih. The period of a Lotka-Volterra system. *Taiwanese J. Math.*, 1:451–470, 1997.
- [20] Chao-Yang Wang, Feng Zhou, Yao-Long Zhu, Chong Tow Chong, Bo Hou, and Wei-Ya Xi. Simulation and Analysis of FC Network. In *Proceedings of the 28th Annual IEEE International Conference on Local Computer Networks*, LCN '03, pages 285–, Washington, DC, USA, 2003. IEEE Computer Society.
- [21] Didier Sornette. *Why stock markets crash: critical events in complex financial systems*. Princeton University Press, Oxford, 2003.
- [22] Paul Cilliers. COMPLEXITY, Deconstruction and Relativism. *Theory, Culture & Society*, 2005.
- [23] Gerardo Iñiguez, János Kertész, Kimmo K. Kaski, and R. A. Barrio. Opinion and community formation in coevolving networks. *Phys. Rev. E* 80, 066119 (2009), November 2009.
- [24] J. L. Moreno. Who Shall Survive? 1934.

- [25] F Liljeros, C Edling, L Amaral, and H Stanley. The web of human sexual contacts. *Nature*, 411:907–908, 2001.
- [26] Gueorgi Kossinets and Duncan J. Watts. Empirical Analysis of an Evolving Social Network. *Science*, 311(5757), 2006.
- [27] Michael Batty. *Cities and complexity: Understanding cities with cellular automata, agent-based models, and fractals*. MIT Press, Cambridge, MA, 2005.
- [28] P. W. Anderson. More Is Different. *Science*, 177(4047):393–396, 1972.
- [29] L. A. N. Amaral and J. M. Ottino. Complex Networks: Augmenting the Framework for the Study of Complex Systems. *European Physical Journal B*, 38(2):147–162, 2004.