



**BENEMÉRITA UNIVERSIDAD  
AUTÓNOMA DE PUEBLA**

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**LA INFLUENCIA DE LA ESTRUCTURA LINGÜÍSTICA EN LA  
CONSTRUCCIÓN DEL MODELO SITUACIONAL EN UN  
PROBLEMA MATEMÁTICO: LOS PÁJAROS QUE SE QUEDAN  
SIN GUSANO**

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
MAESTRA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTADA POR  
**KARINA ISIDRO MORA**

DIRECTORES DE TESIS  
**LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR  
JOSIP SLISKO INGJATOV**

PUEBLA, PUE. JUNIO DE 2017





**BUAP**

**DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR**  
**SECRETARIA DE INVESTIGACIÓN Y**  
**ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP**  
**P R E S E N T E:**

Por este medio le informo que la C:

**KARINA ISIDRO MORA**

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 18 de mayo de 2017, con la tesis titulada:

**“La influencia de la estructura lingüística en la construcción del modelo situacional en un problema matemático: los pájaros que se quedan sin gusano”**

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

**A T E N T A M E N T E.**  
H. Puebla de Z. a 31 de mayo de 2017

  
**DR. JOSÉ ANTONIO JUÁREZ LÓPEZ**  
**COORDINADOR DE LA MAESTRÍA**  
**EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



Cep. Archivo.  
DRA. LAHR / l'agm\*

Facultad  
de Ciencias  
Físico Matemáticas

Av. San Claudio y 18 sur, edif. 111 A,  
Ciudad Universitaria, Col. San  
Manuel, Puebla, Pue. C.P. 72570  
01 (222) 229 55 00 Ext. 7550 y 7552



## **Agradecimientos**

Agradezco a Dios por haberme guiado hacia este camino y poder concluir la maestría.

A mi familia, mis hermanos, mi mamá, mi papá, mis sobrinos y cuñada, quienes han estado apoyándome a lo largo de la maestría, los quiero mucho y agradezco que me quieran tanto.

Al amor de mi vida, Rolo, que me mantuvo de pie cuando me daba por vencida, gracias por tus regaños, consejos, abrazos y besos en la frente, los cuales me daban fuerza, gracias por consentirme y amarme tanto como yo a ti.

A mis compañeros de la maestría, de los cuales aprendí bastante, me llevo parte de ellos porque compartieron experiencias y consejos en cada una de las clases y pláticas que tuvimos, formamos un bonito grupo “segunda generación”. En especial a mis compañeritas Ana, Micaela y Alejandra por compartir experiencias inolvidables y ser unas mujeres ejemplares que siempre estaban presionando para ser mejores en la maestría, muchas gracias por no dejarme sola y compartir su vida conmigo.

A mis profesores de la maestría, Dr. Josip, Dr. José Antonio, Dr. Gabriel, Dra. Lidia y Dra. Araceli, quienes me apoyaron para llegar hasta aquí, me quedo mucho aprendizaje que han compartido conmigo, gracias por mostrarme cosas nuevas e interesantes de la educación matemática, me hicieron amar esta maestría y tener ganas de seguir adelante.

Un especial agradecimiento a mi Directora de Tesis, la Doctora Lidia, una mujer a la que admiro mucho y que me ha apoyado en todo momento, gracias por tenerme paciencia y adoptarme.

Al Doctor Josip, por ser una parte importante para continuar la tesis, es un honor trabajar con usted, gracias por sus regaños y consejos.

Al Doctor José Antonio, por haberme dado la oportunidad de ingresar a esta maestría y por guiarme con la tesis al principio de la maestría.

A CONACYT, que me apoyó económicamente para poder estudiar esta maestría, sin ellos tal vez este sueño no habría sido posible.

Por último, agradezco a mi jurado por tomarse el tiempo de revisar mi trabajo, darme consejos y recomendaciones para que pudiera tener un mejor resultado.



## Introducción

Los problemas matemáticos verbales son aquellos en los que se contextualiza una situación problemática que ha de resolverse a través de operaciones algebraicas o aritméticas. Los problemas algebraicos proponen situaciones relativamente complejas, cuya resolución implica el manejo de expresiones compuestas de constantes y variables (números y letras). Los problemas aritméticos son más sencillos que los algebraicos y se resuelven mediante la aplicación de operaciones aritméticas y, como éstos pueden clasificarse en función de la estructura matemática que poseen, es así como se puede establecer una distinción entre problemas de cambio (aquellos en los que una cantidad inicial sufre un cambio y da lugar a una cantidad final), de comparación (en los que una cantidad referente se compara con otra, dando lugar a un conjunto diferencia entre ambos) y de combinación (en los que dos cantidades o partes se combinan para dar lugar a una tercera o todo). Este tipo de problemas son los que a niños de primaria les causan dolores de cabeza, ya que se necesita, al igual que los algebraicos, realizar un modelo de la situación correcto para poder solucionarlos (Vicente y Orrantia, 2007).

Debemos aclarar que en nuestro estudio hablaremos sobre los problemas matemáticos verbales que han de resolverse a través de operaciones aritméticas.

Polya (1976) menciona que para resolver un problema de matemáticas se deben llevar a cabo 4 etapas esenciales que son, comprender el problema, trazar un plan para resolverlo, poner en práctica el plan y por último, comprobar los resultados. En nuestra investigación, nos centraremos en la primera etapa, que es comprender el problema. Así que en esta parte es en donde nos preguntamos qué es la comprensión y cómo es que esta etapa que menciona Polya resulta ser tan compleja a la hora de resolver un problema matemático verbal. Para responder estas cuestiones, nos basamos en algunos autores que han investigado sobre la comprensión textual y revisamos a van Dijk y Kintsch (1983), quienes argumentan que para estudiar la comprensión necesitamos considerar 3 niveles, código de superficie, texto base y modelo situacional. De estos tres niveles, nos interesa el modelo situacional, el cual se define como la representación mental que construye el lector de la situación que se describe en el texto. Dado que los modelos situacionales son considerados en la literatura como construcciones mentales, las cuales no podemos visualizar, en esta investigación se considera al dibujo de la situación, como una representación del Modelo Situacional.

Kintsch (1986) menciona que en la resolución de un problema textual, la información transmitida por el texto debe transformarse en un modelo de problema adecuado para hacer aritmética. Dado que la comprensión de un problema matemático verbal exige,

además de ciertos conocimientos matemáticos, conocimientos lingüísticos y semánticos, nos basamos en este estudio que realizó Kintsch en 1986, en donde argumenta que las modificaciones lingüísticas afectan la resolución de un problema y que no es sólo la formulación lingüística del problema que es importante, sino también es necesario comprender la situación descrita en el problema.

Presentamos nuestra investigación de la siguiente manera: En el primer capítulo hablamos sobre la comprensión textual, que sirve de marco para nuestra investigación. Se mencionan algunos modelos que describen teóricamente la comprensión textual, resaltamos la importancia de la comprensión textual en matemáticas y por último hablamos sobre la relación que hay entre la comprensión textual y la formulación lingüística de un problema verbal de matemáticas. En el capítulo 2 se presenta la metodología que se usó para llevar a cabo este trabajo y los resultados obtenidos, iniciando con la observación de las respuestas a los problemas planteados y luego con los modelos situacionales de dichos problemas, plasmados en los dibujos de los estudiantes. También se analiza la relación que existe entre los modelos situacionales, las respuestas y el tipo de problema que resolvieron los estudiantes. Finalmente se muestran las conclusiones de este trabajo.

# Índice general

## Introducción

<b>1. Antecedentes y revisión de literatura</b>	
1.1 Comprensión textual .....	10
1.1.1 Modelo Situacional.....	12
1.1.2 Texto base y modelo situacional.....	15
1.2 Modelo para la comprensión textual.....	16
1.2.1 Modelo de construcción-integración (MCI).....	16
1.2.2 Modelo de indexación de eventos.....	17
1.3 El modelo situacional (MS) en la clase de matemáticas.....	18
1.4 Influencia de las modificaciones lingüísticas en la construcción del modelo situacional.....	20
<b>2. Metodología y resultados</b>	
2.1 Objetivo.....	24
2.2 Pregunta de investigación.....	24
2.3 Método.....	24
2.3.1 Instrumento de recolección de datos.....	25
2.3.2 Participantes.....	25
2.4 Resultados.....	26
2.4.1 Resolución de los problemas.....	26
2.4.2 Niveles de congruencia de los dibujos.....	28
2.4.3 Representación del modelo situacional.....	35
<b>3. Relación entre el modelo situacional, las respuestas y el tipo de problema.....</b>	<b>48</b>
<b>Conclusiones.....</b>	<b>62</b>
<b>Referencias bibliográficas.....</b>	<b>64</b>



# Capítulo 1

## Antecedentes y Revisión de Literatura

### 1.1 Comprensión textual

Explorar la mente humana y conocer la forma en que ésta procesa la información no es una tarea fácil. Tijero (2009) comenta que algunos psicólogos cognitivos se han preocupado y han venido explorando la mente humana y la forma en que ésta incorpora la información del mundo, para lo cual han propuesto distintos modelos que describen la forma en que se procesa la información.

De acuerdo con Ibañez (2007) y Tijero (2009), la comprensión del discurso se concebía antes imaginando a la mente como un computador que procesaba la información secuencialmente en términos de reglas y símbolos abstractos.

Según Zwaan y Radvansky (1998) hasta la década de 1980, muchos psicólogos cognitivos vieron la comprensión de textos como la construcción y la recuperación de una representación mental del texto en sí y no de la situación descrita por el texto. Este cambio en el pensamiento era importante porque redefine el papel del lenguaje. En lugar de tratar la lengua como información para analizar sintácticamente y semánticamente y luego almacenar en la memoria, el lenguaje se ve ahora como un conjunto de instrucciones de procesamiento sobre la forma de construir una representación mental de la situación descrita.

A lo largo de las investigaciones se ha llegado a la idea de que la comprensión es “un proceso complejo e interactivo que requiere de la activación de una cantidad considerable de conocimiento por parte del lector y de la generación de un gran número de inferencias” (León, 2001; citado en Tijero, 2009).

Es así como surge una nueva forma de entender la comprensión, y la investigación respecto a este tema da un gran giro en su estudio dando lugar a distintos modelos de comprensión textual, los cuales tratan de explicar cómo los lectores comprenden los textos escritos.

Tijero (2009) menciona que la psicolingüística es una disciplina en la cual la comprensión de textos escritos se equipara, inicialmente, con la decodificación, y entre los grandes aportes que la psicolingüística ha entregado al estudio de este complejo fenómeno se encuentra el modelo estratégico de van Dijk y Kintsch (1983), el modelo de construcción-integración de Kintsch (1988, 1998), y el modelo de indexación de eventos de Zwaan (1999). Estos modelos son de gran importancia, ya que buscan describir el proceso de comprensión de lo que leemos.

El cerebro realiza diversas funciones cuando leemos y comprendemos un texto, sobre esto, algunos psicolingüistas han comentado al respecto.

Al comprender una palabra o una oración, se activarían procesos visuales, auditivos, motores o emocionales para representar los referentes, así la comprensión del lenguaje se asume como una simulación perceptual de la situación descrita. Este paradigma no implica solo plantear que el significado se ejecuta en el cerebro y que el cerebro es un órgano del cuerpo, la comprensión del lenguaje implicaría una resonancia que, usualmente, gobierna la percepción, la acción e incluso la emoción (Zwaan, 2004; citado en Ibáñez, 2007).

Para propósitos científicos, la actividad cognitiva humana debe ser descrita en términos de representaciones mentales, entendidas como constructos que subyacen a la revolución cognitiva en psicología y que resultan útiles para dar cuenta del pensamiento humano en términos conductuales, neurológicos, de influencias culturales o de la experiencia fenomenológica (Gardner, 1985; citado en Tijero, 2009).

Los estudios de la comprensión no han sido ajenos al concepto de las representaciones mentales, ya que para una buena comprensión de un texto se debe utilizar un conocimiento previo para construir el significado de éste. Para ello se debe partir de suponer que la conjunción de estas dos dimensiones de contenido, es decir, conocimiento previo y significado global del texto no constituye una representación desorganizada en la mente de los individuos, de esta manera, los investigadores de la comprensión conjeturan que los comprendedores “construyen un modelo mental o modelo del discurso, una representación dinámica en la que se van incluyendo entidades y eventos descritos en el mismo, cuyas relaciones se van actualizando a medida que transcurre el texto y se desarrolla información nueva”. De manera general, estas estructuras representacionales pueden ser denominadas “modelos mentales”, éstos tienen por objetivo central organizar de manera coherente el tipo de información que los hablantes poseen y les permitirá comprender un texto escrito (Carreiras y Alonso, 1999; citado en Tijero, 2009).

La noción de esquema fue desarrollada inicialmente por psicólogos europeos para explicar los procesos de pensamiento en los niños (Piaget, 1981; citado en Tijero, 2009), y los procesos de memoria y comprensión en ámbitos sociales (Bartlett, 1995; citado en Tijero, 2009). Por una parte los esquemas pueden concebirse como agrupamientos de información relacionada con las experiencias previas de los individuos que les permiten realizar actividades mentales de comprensión a gran velocidad y casi sin problemas. Por otra parte los esquemas se entienden como paquetes de información o estructuras de representaciones a gran escala que

desempeñan una función esencial en la interpretación lingüística, en la orientación de la acción y en el almacenamiento de los conocimientos en la memoria, es decir, esto limita la comprensión de un texto, pues si en la memoria no hay conocimientos o experiencias previas de lo que está en el texto no sea lograr una buena interpretación de la situación que se quiere dar a conocer. Por todo lo dicho antes, los esquemas forman parte importante para comprender la cognición. Algunas veces los esquemas son llamados modelos mentales, marcos o guiones, pero esto ya depende del autor y todos ellos se enfocan al almacenamiento de conceptos. A partir de los esquemas, los lectores podrían establecer cuáles son las partes esenciales del texto.

### **1.1.1 Modelo Situacional**

La comprensión del lenguaje implicaría una resonancia que, usualmente, gobierna la percepción, la acción e incluso la emoción (Zwaan, 2004; citado en Ibáñez, 2007).

Según Tijero (2009), la comprensión es el resultado de la interacción que se da entre las expresiones explícitas del texto y el conocimiento del mundo del comprendedor. Para hacer referencia a estas construcciones mentales se han asignado distintos términos que refieren, por un lado, a la representación que hacen los individuos de la información textual como las “proposiciones” y, por otro lado, al conocimiento individual de cada comprendedor como “esquemas”, “modelos mentales”, “modelos de situación”, entre otros.

La comprensión del lenguaje implica necesariamente la construcción de una representación de la situación descrita en un texto (Zwaan y Radvansky, 1998).

Los investigadores de la comprensión conjeturan que los comprendedores “construyen un modelo mental o modelo del discurso, una representación dinámica en la que se van incluyendo entidades y eventos descritos en el mismo, cuyas relaciones se van actualizando a medida que transcurre el texto y se desarrolla información nueva”. Los modelos mentales tienen por objetivo central organizar coherentemente el tipo de información que los hablantes poseen y que les permitirá comprender un texto escrito (Tijero, 2009).

En un principio, se reconocen dos niveles de representación mental de la información construida a partir del procesamiento de los textos, por un lado el código de superficie y por otro el texto base. El código de superficie se entiende como la forma explícita de los términos y la sintaxis de las oraciones utilizadas en el texto. El texto base o base textual es definido a partir del establecimiento de proposiciones (que representan el contenido semántico de las oraciones explícitas en el texto) y sus relaciones (Kintsch y van Dijk, 1978; citado en Tijero, 2009). Más adelante se define al texto base como la representación mental de los significados de las oraciones del texto

(cadenas proposicionales), y para su construcción es necesario poseer un conocimiento semántico y pragmático de la lengua del texto (Tijero, 2009).

van Dijk y Kintsch (1983) agregan un nivel más, llamado “Modelo de Situación (MS)”, el cual es definido como la representación mental de la situación descrita en el texto.

Importancia del modelo situacional según estos autores:

- Los modelos situacionales son esenciales para la comprensión, inclusive, son la base para la interpretación textual.
- Permiten recordar y organizar la información generada a partir de un texto base desorganizado.
- Debido a que las palabras y expresiones que se utiliza en un texto refieren a varios elementos, de objetos individuales y sus relaciones hasta hechos en algún mundo posible, los modelos situacionales permiten que cada comprendedor genere una interpretación particular del texto la cual está sujeta a la experiencia de cada individuo.
- Además de integrar la base textual con el conocimiento previo del lector, constituye el fundamento para el aprendizaje.

Importancia del modelo situacional según Zwaan y Radvansky (1998):

- El almacenamiento de la información en modelos de situación tiene cierta influencia beneficiosa sobre el rendimiento de la memoria.
- Son necesarios para integrar la información a través de sentencias. Así se desprende de la observación directa que la comprensión del discurso conectado es más que la comprensión de un conjunto de oraciones individuales.
- Son necesarios para explicar los efectos de la experiencia en el campo de la comprensión. Hay diferencias en el rendimiento de la comprensión que no se pueden explicar por las diferencias en la capacidad verbal. Más fuerte, los comprendedores con habilidades verbales relativamente bajas pueden superar a comprendedores más calificados cuando tienen más conocimiento y dominio del tema.
- Son necesarios para explicar traducción. La traducción de un texto de un idioma a otro implica mucho más que simplemente la traducción de cada una de sus palabras individuales. La capacidad de formar modelos de situación durante la traducción es una parte importante.
- Son necesarios para explicar cómo la gente aprende acerca de un dominio de múltiples documentos. Gran parte del aprendizaje consiste en la integración de

información de diferentes documentos. Un medio eficaz de organizar esta información es integrar el conocimiento de diferentes fuentes en un modelo de situación común, el aprendizaje y el razonamiento real se lleva a cabo cuando la gente integra la información de los documentos en un modelo de situación.

- Se necesitan modelos para explicar la integración de la información verbal y visual. Varios géneros de texto, tales como artículos científicos, libros de texto, folletos y artículos de periódicos, suelen ir acompañados de gráficos e imágenes destinadas a mejorar la comprensión.

Importancia de los diagramas según Diezmann (2000a y 2000b):

- El uso de la estrategia de dibujar un diagrama está fuertemente defendida como una herramienta para la resolución de problemas.
- Un diagrama es una representación particularmente eficaz del problema porque explota disposición espacial de una manera significativa, lo que permite los procesos y estructuras complejas para ser representado de manera integral (Winn, 1987; citado en Diezmann, 2000a y 2000b).
- Generar un diagrama facilita la conceptualización de la estructura del problema y es el primer paso hacia una solución exitosa (van Essen y Hamaker, 1990; citado en Diezmann, 2000b y 2000b).
- Sin embargo, es una falacia suponer que los diagramas son herramientas eficaces para los estudiantes de forma espontánea. Como representaciones esquemáticas inadecuadas limitan las capacidades de resolución de problemas de los estudiantes (Klahr, 1978; citado en Diezmann, 2000a y 2000b), es importante analizar los factores que influyen en la representación del problema (Goldman, 1986; citado en Diezmann, 2000a y 2000b).
- Un diagrama es una representación particularmente eficaz del problema porque explota disposición espacial de una manera significativa, lo que permite los procesos y estructuras complejas para ser representado de manera integral.
- Para algunos estudiantes, la generación de un diagrama es el primer paso hacia una solución exitosa.
- Sin embargo, los estudiantes también pueden ser engañados por los diagramas auto-generados en el proceso de solución (Antonietti y Angelini, 1991; citado en Diezmann, 2000a y 2000b).
- Representaciones esquemáticas inadecuadas de problemas pueden limitar la capacidad de resolución de problemas de los niños (Klahr, 1978; citado en Diezmann, 2000a y 2000b), por lo tanto, es importante investigar los factores que influyen en la representación del problema (Goldman, 1986; citado en Diezmann, 2000a y 2000b).

No todas las tareas de procesamiento del lenguaje involucran un modelo situacional. Hay casos de procesamiento del lenguaje que no implican necesariamente la construcción de un modelo situacional. Un ejemplo es la corrección de pruebas. La tarea de un corrector de pruebas es comprobar la ortografía de las palabras individuales, y parecería que los procesos de integración serían innecesarios para tomar recursos de memoria de trabajo. Las personas que son buenas en la construcción de modelos de situación deben demostrar esta capacidad a través de diferentes modalidades. Esto es exactamente lo que encontraron Gernsbacher, Varner, y Fausto (1990; citado en Zwaan y Radvansky, 1998). Ellos trabajaron con estudiantes universitarios que debían comprender historias en tres modalidades: escrita, auditiva y visual. El rendimiento de los estudiantes en estas tres tareas correlaciona sustancialmente. Estos resultados sugieren que existe una habilidad de comprensión general que trasciende las deficiencias de procesamiento de modalidad específica (por ejemplo, el reconocimiento visual de palabras). Con toda probabilidad, esta habilidad es la capacidad de construir un modelo de situación coherente (Zwaan y Radvansky, 1998).

Zwaan y Radvansky (1998) y Kintsch (2004; citado en Tijero, 2009) comentan que el Modelo Situacional resulta de la combinación de la información textual y del conocimiento previo del lector e incluye también sus metas, intereses y creencias que juegan un rol crucial en la comprensión de un texto. El problema es que la información no es conocida por el observador, quien no puede “meterse” en la cabeza del comprendedor para ver las representaciones que construye. Los modelos situacionales (MS) suelen utilizar otro tipo de formatos para representar la información, como las imágenes. Las imágenes sirven como representación del MS (Kintsch 2004; citado en Tijero, 2009).

Por lo tanto, coincidimos con Zwaan y Radvansky (1998), ya que nuestra pretensión no es que los modelos de situación se requieran en todas las tareas de procesamiento de lenguaje. Sin embargo, nosotros afirmamos que son una parte integral de todas las tareas de comprensión del lenguaje.

### **1.1.2 Texto base y Modelo Situacional**

El texto base y el modelo situacional son dimensiones de la misma huella que deja el texto en la memoria de los lectores. Para Kintsch (1998; citado en Tijero, 2009) la distinción entre texto base y modelo situacional es metodológica.

Plantear una distinción metodológica entre texto base y modelo situacional ha ayudado a los investigadores para eliminar el problema de cómo llegar del texto base al modelo situacional, porque en realidad no se pasa de un nivel a otro, sino que los

investigadores establecen dicha separación para poder estudiar la comprensión textual.

El texto base utiliza un lenguaje proposicional cuya fuente es la información textual, mientras que el modelo situacional contempla el conocimiento previo de los comprendedores, sus intereses y metas. Estos niveles no son consecutivos sino simultáneos. La construcción del texto base y el MS no se concibe como un proceso cuyo objetivo es generar un compartimento cerrado de opciones sino como segmentos de conocimiento que se van activando según los cambios contextuales (Tijero, 2009).

El lenguaje puede ser considerado como un conjunto de instrucciones de procesamiento sobre la manera de construir una representación mental de la situación descrita. Los lectores hacen uso de señales léxicas, como causales y temporales conectivas, para construir modelos de situación. Del mismo modo, hacen uso de señales gramaticales como el orden de palabras para identificar el referente de un pronombre o para identificar el orden cronológico de los acontecimientos descritos. En conjunto con las señales lingüísticas, los lectores hacen uso de sus conocimientos acerca de las situaciones experimentadas para construir modelos de situación, en particular, para llevar a cabo tareas como la identificación de relaciones causales y de motivación entre las acciones y eventos, para colocar los eventos en tiempo y espacio, y asociar rasgos con protagonistas (Zwaan y Radvansky, 1998).

## **1.2 Modelos para la comprensión textual**

En este apartado se presentan de manera general dos modelos de comprensión textual que buscan explicar cómo los lectores comprenden los textos escritos, **el modelo de construcción- integración (MCI) y el modelo de indexación de eventos.**

### **1.2.1 Modelo de Construcción- Integración (MCI)**

El MCI considera que en la comprensión textual, tanto la información del texto como el conocimiento previo del comprendedor son igual de relevantes. Para ello, el MCI presenta dos fases: la construcción y la integración. La fase de construcción supone que el comprendedor va construyendo la representación proposicional o semántica de las oraciones a partir de la información textual. La fase de integración consiste en la depuración de todos aquellos significados irrelevantes para la comprensión del texto. Kintsch (1998; citado en Tijero, 2009) subraya que el objetivo del MCI es explicar cómo se integran el texto base y el modelo situacional, que sería el último resultado de la fase de integración.

El MCI permite al investigador manipular la fuerza de los vínculos entre los nodos del modelo de situación y las que existen entre los diferentes niveles de presentación

(estructura superficial, texto base y el modelo situacional) (Zwaan y Radvansky, 1998).

### **1.2.2 Modelo de indexación de eventos**

Zwaan (1995; citado en Ibáñez, 2007) propone el modelo de indexación de eventos, describiendo cómo un modelo de situación se construye y actualiza a partir de 5 dimensiones (tiempo, espacio, protagonistas, causalidad e intencionalidad). Los eventos son los puntos focales de las situaciones comunicadas en la narración y se conectan a la memoria a través de las cinco dimensiones antes mencionadas, por lo que al comprender una historia simple, los lectores construyen representaciones de los personajes, eventos, estados, metas y acciones descritos.

Al procesar el primer evento de la historia, el lector construye cinco índices. Cada evento de la historia es indexado en el marco de tiempo en el que este ocurre, la región espacial en la que ocurre, los protagonistas que involucra, el estatus causal en relación con los eventos previos y su relación con las metas del protagonista. De esta forma, y en tanto que la narración es procesada, el lector monitorea la construcción en curso, con el propósito de detectar si los eventos nuevos requieren de la actualización de cualquiera de las dimensiones que ya han sido establecidas, (Zwaan, Langston y Graesser, 1995; citado en Ibáñez, 2007).

Zwaan y Radvansky (1998) dan un ejemplo para ilustrar cómo asumen que el modelo opera durante la comprensión. Supongamos que alguien lee el siguiente relato: Peter tomó el ascensor hasta el quinto piso. Él fue a hablar con su profesor. Estaba ansioso por saber cómo el profesor veía su proyecto. Se acercó a la oficina del profesor y llamó a la puerta. El profesor levantó la vista de su trabajo.

Al leer la primera frase, el lector crea un modelo de situación en la que un símbolo que representa un individuo llamado Peter que sube a un ascensor por razones aún desconocidas. Suponemos que el lector infiere que Peter se encuentra en un edificio y que el evento se llevó a cabo antes del momento de la emisión de la sentencia (dado el tiempo pasado; ver Reichenbach (1947; citado en Zwaan y Radvansky, 1998). De este modo, se crea un marco espacio-temporal. Este es el contenido del modelo actual, que se convierte en el modelo integrado cuando el lector pasa a la segunda frase.

En primer lugar, el pronombre es una señal para que el comprendedor mire hacia atrás en el modelo integrado para un referente apropiado (Gordon, Grosz, y Gilliom, 1993; citado en Zwaan y Radvansky, 1998). Este referente se encuentra en Peter, que es el único referente disponible y comparte la característica de ser "hombre". En segundo lugar, un objetivo se construye "fue para" sugiere intencionalidad (Trabasso

y Suh, 1993; citado en Zwaan y Radvansky, 1998). En tercer lugar, la ausencia de un cambio en la tensión o cualquier otro marcador temporal explícito indica que todavía estamos en el mismo intervalo temporal (Zwaan, 1996; Zwaan, Magliano, y Graesser, 1995; citado en Zwaan y Radvansky, 1998). En cuarto lugar, la ausencia de un marcador espacial indica que todavía estamos en la misma región espacial (Zwaan, Magliano, y Graesser, 1995; citado en Zwaan y Radvansky, 1998). En quinto lugar, se crea un segundo testigo que representa el profesor. El lector probablemente también infiere que Peter es un estudiante. Este es el contenido del modelo actual en Tiempo  $t_2$ . Aunque se describe el establecimiento secuencialmente, es más probable que estos procesos ocurran en paralelo tan pronto como la información relevante está disponible. Como siguiente paso, el modelo integrado se actualiza incorporando el modelo ( $t_2$ ) en el mismo. En concreto, el referente es identificado como Peter, por lo que el objetivo se atribuye a él (es decir, se establece un vínculo entre Peter y el nodo objetivo), como puede ser la propiedad de ser un estudiante. Además, se establecen enlaces temporales y espaciales entre el segundo y el primer evento. Esta amalgama constituye el modelo integrado en el tiempo  $t_2$ . El mismo proceso continúa entonces para las sentencias posteriores. De especial interés es el hecho de que se ha establecido una relación causal entre Peter de llamar a la puerta y el profesor está mirando hacia arriba. El modelo completo existe cuando todas las sentencias se integran de esta manera.

### **1.3 El Modelo Situacional (MS) en la clase de matemáticas**

En ocasiones como docentes en el aula nos enfrentamos a distintas situaciones, una de ellas es cuando en la clase de matemáticas presentamos a los estudiantes un problema verbal de matemáticas, el cual describe una situación que los estudiantes deben entender para poder resolverlo adecuadamente. En ese momento podemos cometer muchos errores como docentes.

Ciertos autores mencionan la importancia de usar el dibujo como un medio para conocer lo que los estudiantes interpretan de un texto, tal es el caso de Ainsworth, Prain y Tytler (2011), quienes argumentan a favor del uso del dibujo en clases de ciencias. Ellos comentan que aunque los científicos para hacer descubrimientos no solo se basan en palabras sino también en diagramas, fotos, dibujos entre otras cosas, en el aula de ciencias no ocurre de esta manera, se centran en la visualización de otras interpretaciones y no en el dibujo, es raro que se les anime sistemáticamente a los alumnos a crear sus propias formas visuales para desarrollar y mostrar la comprensión.

D'Amore (1995) menciona que un dibujo es bueno siempre y cuando no se force al estudiante a construirlo, ya que esto en lugar de ayudar a veces entorpece la forma de

solucionar el problema. Este autor también menciona que hay que encontrar y hacer uso de problemas adecuados para empujar al estudiante lo más posible a un dibujo. Con sus evidencias D'Amore (1995) llega a la conclusión de que un buen dominio imaginativo de la situación descrita en el texto del problema implica también, relativamente a menudo, una respuesta correcta a la pregunta, aunque se necesita obviamente pruebas mucho más profundas y específicas.

Algunas veces se puede pensar que hacer un dibujo es la cosa más fácil, ya que desde el preescolar o antes, empezamos a construirlos, sin embargo, realizar un dibujo que sea coherente con el texto del problema de matemáticas ya no es tan simple, en su opinión, Diezmann (2000b) comenta que a pesar de que "dibujar un diagrama" es defendido como una estrategia útil de solución de problemas, generar un gráfico apropiado es un problema para muchos estudiantes. En otro trabajo, Diezmann (2000a) menciona la importancia de dibujar diagramas para la solución de problemas de matemáticas, el propósito de este trabajo es explorar la experiencia de los distintos alumnos y sus dificultades en la generación de diagramas. Este artículo discute la similitud entre los resultados de los problemas estructuralmente diferentes de dos estudios separados. El estudio 1 fue un estudio de caso explicativo en el que se investigó el efecto de la instrucción en el uso de los diagramas de los niños en la resolución de problemas. El estudio 2 se centró en la identificación de la serie de dificultades que los estudiantes con experiencia presentan en la generación de diagramas de propósito general para problemas nuevos. Estos dos estudios revelaron que las dificultades en la generación de diagramas pueden ser debido a la falta de comprensión de la estructura del problema y la falta de comprensión de los diagramas de fines generales específicos. Aunque, en general, los resultados no presentan grandes aportaciones y es por ello que se menciona que se seguirá investigando al respecto.

En un trabajo de Leiss, Schukajlow, Blum, Messner y Pekrun (2010) se menciona que las aplicaciones y el modelado han sido un tema importante en la educación matemática, se enfatiza que esto tiene que ir acompañado de una investigación adecuada y actividades de desarrollo. Además, que hasta el momento existe poco conocimiento empírico acerca de cómo esta compleja competencia de modelado puede ser adquirida por los estudiantes y sobre todo cómo los profesores pueden intervenir de manera adecuada y apoyar los procesos sustanciales de aprendizaje. En particular, dos elementos adicionales demostraron ser especialmente importantes, que incluyen procesos cognitivos esenciales para la solución de tareas de modelado: el llamado "modelo de situación", por un lado, y el llamado "modelo real" en la otra.

## 1.4 Influencia de las modificaciones lingüísticas en la construcción del modelo situacional

En esta investigación nos enfocaremos en el trabajo que realizó Kintsch (1986), en donde presentó dos estudios que exploran la contribución relativa de cada tipo de representación (texto base y Modelo Situacional) y su interacción durante la resolución de problemas matemáticos verbales. En el primero, los niños de escuela primaria resuelven problemas aritméticos de tres tipos: de cambio, de combinación y comparación, este estudio se ocupa de cómo estos niños entienden problemas aritméticos verbales. En el segundo estudio, estudiantes universitarios formaron mapas mentales al leer dos tipos de textos que describen el diseño de una ciudad, este estudio se ocupa de cómo estos estudiantes universitarios forman mapas mentales de los textos que leen. Nos vamos a enfocar en el primer estudio de este trabajo, en el cual Kintsch menciona el trabajo de De Corte, Verschaffel, y De Win (1982; citado en Kintsch, 1986), quienes argumentan que las modificaciones lingüísticas menores afectan en gran medida la capacidad de los estudiantes para resolver un problema. Veamos el ejemplo.

Problema 1: Tom y Joe tienen 6 canicas en total. Tom tiene 4 canicas, ¿Cuántas canicas tiene Joe?

Reemplazando "canicas" en la línea 2 con "de estas" los resultados aumentan un 14% en la frecuencia de solución para los estudiantes de primer grado. Las palabras clave "*de estas*" nos dicen que la estrategia de la aritmética es apropiada en este punto. Específicamente, las palabras indican un subconjunto, y sin estas palabras clave, el solucionador de problemas tiene que inferir sin apoyo lingüístico que las canicas de Joe constituyen un subconjunto, que es más exigente y este proceso es propenso a error (Kintsch y Greeno, 1985; citado en Kintsch, 1986).

Con este trabajo, Kintsch (1986) comenta que no es sólo la formulación lingüística del problema que es importante, más allá de eso, es necesario comprender la situación descrita en el problema. Si un problema verbal implica una situación o acción en la que los estudiantes estén familiarizados, les resulta más fácil formar un modelo apropiado. Para argumentar esto, Kintsch (1986) menciona el trabajo de Hudson (1983).

Hudson (1983) plantea problemas de aritmética con dos formulaciones distintas del tipo "Hay \_\_\_ y \_\_\_, ¿cuántos \_\_\_ hay más que \_\_\_?" y "Hay \_\_\_ y \_\_\_, ¿cuántos \_\_\_ no obtendrán \_\_\_?". Para realizar su investigación realiza tres experimentos con niños de 4 a 8 años, en el primer experimento usa imágenes con puntos que representan ardillas y nueces, niños y bicicletas, insectos y hojas, personas y sombreros, pájaros y

gusanos, mariposas y flores, perros y huesos, personas y galletas. En el segundo usa dos filas verticales o dos filas horizontales de bloques cuadrados de 2.5 cm. En el tercero usa fichas de colores. En cada experimento conserva la forma de plantear los problemas. Con este trabajo se concluye que en los primeros 2 experimentos, el éxito observado de los niños al responder a las preguntas de "no obtendrán" indica que muchos niños pequeños son hábiles para establecer correspondencias y determinar las diferencias numéricas exactas entre conjuntos disjuntos; Su pobre desempeño en las preguntas estándar parece reflejar una interpretación errónea o una comprensión inadecuada de las construcciones comparativas de la forma general "¿Cuántos ... [término comparativo] ...? El experimento final trató con las estrategias de solución de los niños al responder a las preguntas de "no obtendrán". La estrategia de solución más frecuentemente observada fue una sofisticada estrategia de conteo indirecto en lugar de una estrategia de emparejamiento guiada perceptualmente. En conjunto, los hallazgos restringen el dominio de la aplicabilidad de la teoría de que los niños pequeños se limitan a las formas perceptualmente basadas en el razonamiento matemático.

Kintsch (1986) se enfoca en los siguientes problemas que toma del trabajo de Hudson (1983):

Problema 2: Hay 5 pájaros y 3 gusanos, ¿cuántos pájaros hay más que gusanos?

Problema 3: Hay 5 pájaros y 3 gusanos, ¿cuántos pájaros no obtendrán un gusano?

Según los resultados de Hudson (1983), el problema 2 fue resuelto correctamente por el 39% de los sujetos, mientras que el problema 3 aritméticamente equivalente fue resuelto en un 79%. Con este trabajo, Kintsch concluye que en el problema 3 la expresión lingüística permitió a los sujetos formar un modelo situacional definitivo - pájaros comiendo gusanos - que les proporcionaban la estructura aritmética correcta para resolver el problema. En el problema 2, sin embargo, el término relacional abstracto "más que" no contempla tal ayuda. En el trabajo de Hudson (1983) también se menciona que la respuesta incorrecta que se encontró con mayor frecuencia es la cardinalidad del conjunto mayor, es decir "5 pájaros".

Kintsch (1986) se hace la pregunta: ¿Qué hacen los estudiantes cuando se enfrentan a un problema que es demasiado complejo para manejar? y menciona que una estrategia es convertir un problema difícil en uno más simple que se puede resolver y para ello menciona el trabajo de Dellarosa Weimer y Kintsch (1985; citado en Kintsch, 1986). Ellos averiguan si existe una relación entre la respuesta producida en la solución del problema y la forma mal recordada. La existencia de una relación de este tipo proporciona soporte experimental para la afirmación hecha anteriormente, de que el modelo del problema utilizado para la solución de un problema verbal

determina la forma en que más adelante se recordará. Kintsch (1986) también menciona el trabajo que realizó junto con Dellarosa y Weimer en 1985, en donde trabajaron con 30 estudiantes de segundo grado, ellos realizaron una práctica extensa de resolver y recordar problemas verbales de la forma utilizada por Riley, Greeno & Heller (1983; citado en Kintsch, 1986). Los datos experimentales aquí presentados se basaron en los últimos 24 problemas que cada estudiante trabajó, de cambio, combinación y comparación. Los sujetos resolvieron cuatro problemas de cada tipo. Ellos simplemente escucharon un problema y luego lo recordaron, después resolvieron otro problema sin recordarlo; dos problemas fueron resueltos primero y luego recordados. Por lo tanto, había 6 problemas de sólo recordar, 6 de sólo resolver y 12 de recordar y resolver, además de algunos problemas de práctica.

Tabla 1.1: Ejemplos de los problemas basados en Riley, Greeno y Heller (1983; citado en Kintsch, 1986)

<b>Fácil</b>	<b>Difícil</b>
<p><b>Cambio</b> Joe tenía 3 canicas. Entonces Tom le dio 5 canicas más, ¿cuántas canicas tiene Joe ahora?</p>	<p><b>Cambio</b> Joe tenía algunas canicas. Entonces Tom le dio 5 canicas más. Ahora Joe tiene 8 canicas, ¿cuántas canicas tenía Joe al principio?</p>
<p><b>Combinación</b> Joe tiene 3 canicas. Tom tiene 5 canicas, ¿cuántas canicas tienen en total?</p>	<p><b>Combinación</b> Joe y Tom tienen 8 canicas en total. Joe tiene 3 canicas, ¿cuántas canicas tiene Tom?</p>
<p><b>Comparación</b> Joe tiene 8 canicas. Tom tiene 5 canicas menos de Joe, ¿cuántas canicas tiene Tom?</p>	<p><b>Comparación</b> Joe tiene 8 canicas. Él tiene 5 canicas más que Tom, ¿cuántas canicas tiene Tom?</p>

Las frecuencias de soluciones que se muestran en el primer panel de la tabla 1.1 confirman que se hizo con éxito la selección de problemas difíciles y fáciles y que estos últimos se resolvieron con una frecuencia significativamente mayor que el primero. Más interesantes son los resultados de recuerdo (resultados esencialmente idénticos se obtienen si el análisis se basa en el número de proposiciones recordadas). Cuando los sujetos sólo tenían que recordar los problemas pero no resolverlos, no hubo diferencia significativa entre los recuerdos de los problemas fáciles y difíciles, lo que confirma que a nivel de la base textual estos problemas eran bastante comparables. Por otro lado, después de resolver los problemas, los sujetos recordaron problemas significativamente más fáciles que los problemas difíciles.

Con este trabajo, Kintsch (1986) concluye que la complejidad del modelo del problema requerido para la solución de estos problemas confunde a los sujetos y las propiedades específicas del modelo que los sujetos construyen en la solución de los problemas son los responsables de las distorsiones de recuerdos observados.

La versión difícil del problema de cambio fue mal recordada por el 81%. La versión difícil de problemas de combinación era mal recordada por el 94%. El problema difícil de comparación era mal recordado por un 71%.

En los dos primeros casos, la estructura verbal se simplificó, en consecuencia cambió la estructura aritmética del problema (lo que resulta una solución incorrecta). En el tercer caso la estructura aritmética correcta se conserva cuando el problema se recordó mal. Los sujetos tienden a simplificar los problemas cuando cometen un error en el recuerdo. Además, cuando un problema se simplificó, se simplificó a un problema del mismo tipo. Es decir, un problema de cambio sigue siendo un problema de cambio, sólo se convirtió en una versión más sencilla.

Cuando la versión de un problema difícil de combinación se limitó a recordar, pero no se resolvió, la simplificación a la versión sencilla se produjo a una velocidad relativamente baja. Sin embargo, cuando el problema se resolvió primero y se cometió un error, este tipo particular de mal recuerdo se pudo haber convertido en mucho más probable. Cuando el error fue un error de subconjunto, el texto se recordó en conformidad con ese error en el 73% de los casos. Claramente, la base textual del problema no estaba siendo utilizada como la base para el recuerdo; más bien, el texto se reconstruyó a partir del modelo del problema.

Cuando los problemas aritméticos fueron recordados después de la solución, el modelo de problema dominó la base textual. Cuando los dos divergieron, como cuando los sujetos forman una estructura aritmética desviada al resolver el problema, el modelo del problema determinó la forma de recuerdo, por lo tanto, se convirtió en altamente reconstructivo.

## Capítulo 2

### Metodología y Resultados

#### 2.1 Objetivo

El objetivo que nos planteamos fue analizar cómo ciertas modificaciones en el enunciado de un problema verbal de matemáticas influyen en la construcción del modelo situacional en estudiantes de nivel básico, con la finalidad de contrastar los resultados con el trabajo de Kintsch (1986).

#### 2.2 Pregunta de investigación

El objetivo planteado nos llevó a preguntarnos:

¿Cómo influye la estructura lingüística de un problema verbal de matemáticas en la construcción del modelo situacional y la solución del problema?

#### 2.3 Método

El estudio que realizamos es de tipo mixto. Se calculan porcentajes de respuestas correctas e incorrectas para evaluar el desempeño de los estudiantes y compararlo en las dos formulaciones del problema. Se analizan los dibujos para distinguir categorías o niveles de congruencia entre éstos y la situación planteada en el problema.

Se aplicaron dos hojas de trabajo, las cuales incluían los dos problemas mencionados por Kintsch (1986), quien a su vez tomó de Hudson (1983). Como se mencionó antes, estos problemas difieren en su estructura lingüística y matemática y lo que se espera observar es el modelo situacional de cada problema a través de los dibujos de la situación que realizarán los estudiantes. En contraste con lo realizado por Dellarosa Weimer y Kintsch (1985; citado en Kintsch, 1986), en esta investigación se analizan las construcciones mentales de los estudiantes a través de los dibujos y no de sus recuerdos, es por eso que cabe destacar que este trabajo de investigación no se considera como una réplica. La hipótesis que se desea comprobar es que la formulación lingüística del problema 2 “Hay 5 pájaros y 3 gusanos, ¿cuántos pájaros no obtendrán un gusano?” permite la construcción de modelos situacionales que favorecen la solución del problema.

Dado que los modelos situacionales son considerados en la literatura como construcciones mentales, las cuales no podemos visualizar, en el análisis de las producciones de los alumnos se consideró al dibujo, que los sujetos realizaron después de leer el problema, como una representación del Modelo Situacional, tal como lo hacen Juárez y Slisko (2011).

### 2.3.1 Instrumento de recolección de datos

Los dos problemas que se aplicaron a los estudiantes son los siguientes:

Problema 1: Hay 5 pájaros y 3 gusanos, ¿cuántos pájaros hay más que gusanos?

Problema 2: Hay 5 pájaros y 3 gusanos, ¿cuántos pájaros no obtendrán un gusano?

Vemos que hay un cambio en la estructura lingüística del Problema 1 al Problema 2, este cambio se puede notar en la pregunta de ambos problemas. En la pregunta del Problema 1 se maneja el término “más que”, lo cual supone Kintsch (1986) que no ayuda mucho a los estudiantes a construir un modelo situacional coherente. Sin embargo, él afirma que la pregunta del segundo problema permite construir un modelo situacional más coherente que permite resolver mejor el problema, pero no presenta evidencias para probar esta afirmación. La representación aritmética es la misma en ambos problemas.

Las instrucciones que se les dieron a los estudiantes fueron las mismas para ambos problemas.

*Instrucciones: Lee con cuidado el problema, escribe tu respuesta y realiza un dibujo que represente lo que imaginaste en tu mente para resolverlo.*

1. Hay 5 pájaros y 3 gusanos, ¿cuántos pájaros hay más que gusanos?

Respuesta: \_\_\_\_\_

2. Hay 5 pájaros y 3 gusanos, ¿cuántos pájaros no obtendrán un gusano?

Respuesta: \_\_\_\_\_

Es necesario mencionar que a los niños de primer grado de primaria se les entregó el mismo instrumento pero que se les leyó el problema varias veces, ya que algunos todavía no sabían leer. También se les apoyó para que escribieran la respuesta que ellos trataban de comunicar, es decir, si su respuesta era dos, se les recordaba cómo se escribía el número dos, aunque en este caso la mayoría ya sabía escribir los números.

### 2.3.2 Participantes

Los participantes fueron 116 estudiantes de los tres grados de secundaria y 87 estudiantes de los primeros tres grados de primaria de dos escuelas públicas de la ciudad de Puebla, México. Se procuró que la mitad de los estudiantes resolviera el Problema 1 y la otra mitad el Problema 2. Sin embargo, la distribución no fue exacta y se obtuvo que 109 estudiantes respondieran el Problema 1 y 94 el Problema 2.

## 2.4 Resultados

### 2.4.1 Resolución de los problemas

Lo primero que vamos a analizar son las respuestas que dieron los estudiantes al problema, para ello tenemos en la tabla 2.1 el número de estudiantes de primaria que contestaron correctamente cada uno de los problemas. El 0% de primero, el 31.25% de segundo y el 76.47% de tercero contestaron correctamente el Problema 1, mientras que, el 11.11% de primero, el 78.94% de segundo y el 100% de tercero contestaron correctamente el Problema 2. Los resultados obtenidos son similares a los de Kintsch (1986), en el sentido de que el porcentaje de estudiantes que contestan correctamente el Problema 2 es mayor que el del Problema 1, y el aumento en el número de respuestas correctas se ve conforme aumenta el grado. También se nota que la dificultad de los problemas disminuye de primero a tercero, pero es el problema 2 el que se responde correctamente por todos los que lo intentaron en 3er. grado

Tabla 2.1: Estudiantes de primaria que contestan correctamente.

	Hay 5 pájaros y 3 gusanos. ¿Cuántos pájaros hay más que gusanos?			Hay 5 pájaros y 3 gusanos. ¿Cuántos pájaros no obtendrán un gusano?		
Grado	1°	2°	3°	1°	2°	3°
#Estudiantes	0 de 15	5 de 16	13 de 17	1 de 9	15 de 19	11 de 11
%Estudiantes	0%	31.25%	76.47%	11.11%	78.94%	100%

En la tabla 2.2 se muestra que la mayoría de los estudiantes de primero, segundo y tercer grado de secundaria, contestó correctamente los dos problemas. Este resultado se esperaba ya que el grado de dificultad de estos problemas es muy bajo para este nivel educativo. Sin embargo, se nota un porcentaje mayor de respuestas correctas en el Problema 2, aunque la diferencia es muy pequeña. Por ejemplo, en el 3er. grado 2 de los estudiantes que intentaron el Problema 1 fallan en la respuesta mientras que ninguno de los que intentaron el Problema 2 falló.

Tabla 2.2: Estudiantes de secundaria que contestaron correctamente

	Hay 5 pájaros y 3 gusanos.			Hay 5 pájaros y 3 gusanos.		
	¿Cuántos pájaros hay más que gusanos?			¿Cuántos pájaros no obtendrán un gusano?		
Grado	1°	2°	3°	1°	2°	3°
#Estudiantes	24 de 25	18 de 19	15 de 17	17 de 17	23 de 24	14 de 14
%Estudiantes	96%	94.7%	88.23 %	100%	95.8%	100%

Comparando los resultados de primaria y secundaria como se muestra en la tabla 2.3, notamos que, en general, el porcentaje de estudiantes que contestan correctamente el Problema 2 es mayor que el porcentaje de estudiantes que contestan correctamente el Problema 1. Este es un resultado que coincide con lo reportado por Kintsch (1986). A partir de este resultado, este investigador concluye que el modelo situacional que construyeron los estudiantes en el Problema 2 fue mejor que el del Problema 1, pero él lo deduce solo de las respuestas. En la sección que sigue se podrá verificar dicha conjetura a través de los dibujos de los estudiantes.

Tabla 2.3 Porcentaje de estudiantes de primaria y secundaria que contestan correctamente

	Problema 1			Problema 2		
Grado	1°	2°	3°	1°	2°	3°
<b>Estudiantes de primaria</b>	0%	31.25%	76.47%	11.11%	78.94%	100%
<b>Estudiantes de secundaria</b>	96%	94.7%	88.23 %	100%	95.8%	100%

## Respuestas incorrectas en primaria y secundaria

Tabla 2.4 Respuestas incorrectas que dan los estudiantes de primaria y secundaria

Primaria	Problema 1		Problema 2	
	Respuesta	estudiantes	Respuesta	estudiantes
	5 ó 5 pájaros	12	5 ó 5 pájaros	5
	537	1	Más pájaros	1
	8	1	3	2
	Pájaros	4	3m	1
	15 gusanos	1	Sin respuesta	3
	3 pájaros y 3 gusanos	1		
	Los pollos	1		
	2 gusanos	1		
	Sin respuesta	7		
Secundaria	Pájaros	1	Todos, si es que lo dividimos , solo uno tendría un entero	1
	Sólo hay dos pájaros	1		
	2 gusanos o dos pájaros	1		
	Sin respuesta	1		

En la tabla 2.4 se puede observar que la respuesta incorrecta que aparece con mayor frecuencia es 5 o 5 pájaros y que ésta aparece solo en primaria y con mayor frecuencia en los estudiantes que abordaron el Problema 1. Esto también concuerda con los resultados de Hudson (1983).

### 2.4.2 Niveles de congruencia de los dibujos

Para realizar el análisis de los modelos situacionales nos dimos a la tarea de categorizar los distintos dibujos de acuerdo a un cierto nivel de congruencia o de correspondencia entre los dibujos y la situación planteada. Es decir, si un dibujo contiene todos los elementos y las relaciones entre ellos, tal y como lo describe la situación planteada en el problema, entonces el nivel de congruencia es alto. El nivel más alto de congruencia será denotado como Nivel 1. El nivel de congruencia irá disminuyendo cuando el dibujo carezca de algunos elementos o relaciones entre ellos, o cuando estos aspectos no estén representados correctamente. Es decir, se entenderá por dibujo congruente con la situación a aquel que se corresponda fielmente con la situación o historia que se describe en el problema. La categorización que aquí se propone nos indicará qué tanto se corresponde el dibujo con la situación.

Como menciona Zwaan y Radvansky (1998), los principales protagonistas son un componente crucial de los modelos de situación, es por ello que los tomamos en cuenta para categorizar el primer y el segundo nivel.

En esta sección del trabajo se analiza, indirectamente, la coherencia del modelo situacional (Tapiero, 2007), pues estamos considerando al dibujo de la situación como una representación del modelo situacional. Sin embargo, el análisis se concentra en la correspondencia que se observa entre el dibujo y la situación del problema, a lo cual hemos denominado “congruencia entre el dibujo y la situación”.

A continuación se presentan los niveles en los que ubicamos a los modelos situacionales de los estudiantes.

**Nivel 1:** Protagonistas y relación. En este nivel se ubican los estudiantes que construyen un dibujo en el que aparecen los protagonistas (pájaros y gusanos) y se representa la relación entre éstos tal y como se indica en el texto del problema, asociándolos con una marca, asignando gusanos a pájaros, etc. A continuación se muestran algunos ejemplos de los dibujos que se ubicaron en este nivel.

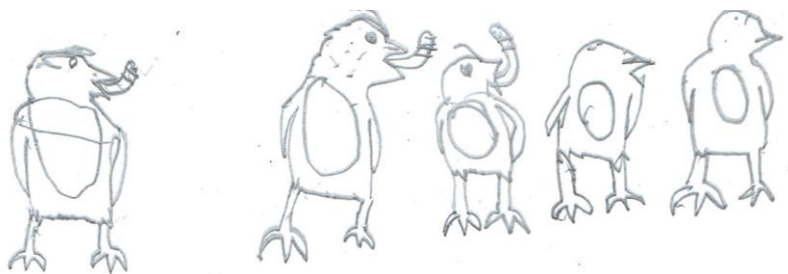


Figura 2.3: Estudiante 37 de 2º grado de primaria- Problema 2

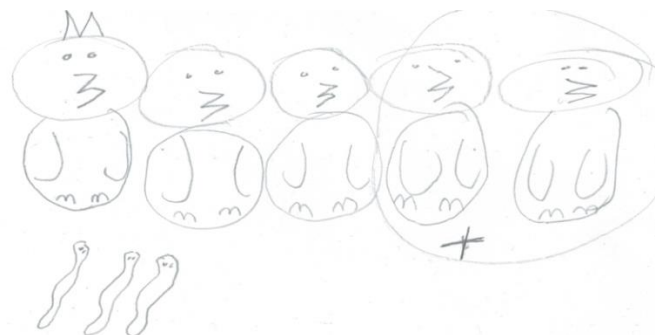


Figura 2.17: Estudiante 20 de 1º grado de secundaria- Problema 1

**Nivel 2:** Cantidad congruente. En este nivel ubicamos los dibujos en los que aparece una cantidad de pájaros y/o gusanos congruente con la situación del problema, pero en los que no se representa una relación entre éstos. Ver las siguientes figuras.

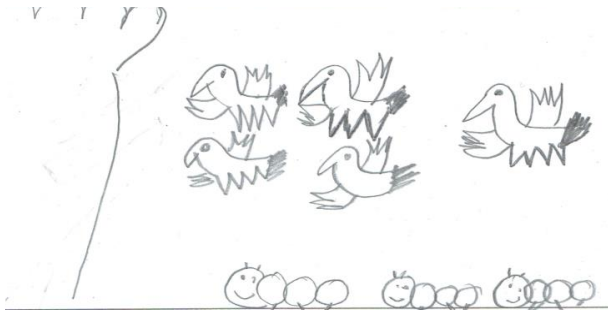


Figura 2.6: Estudiante 86 de 3° grado de primaria- Problema 1

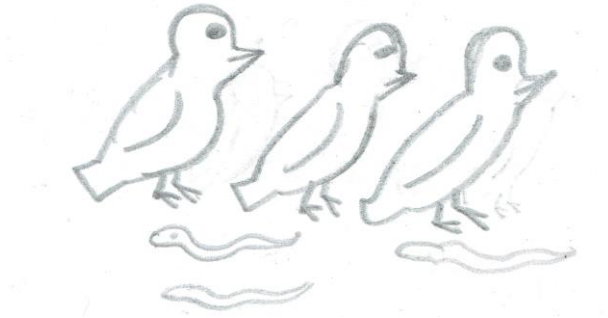


Figura 2.21: Estudiante 74 de 2° grado de secundaria- Problema 1

**Nivel 3:** Cantidad no congruente. En este nivel se encuentran los dibujos en los que aparece una cantidad de pájaros y/o gusanos no congruente con la situación del problema. A continuación se muestran ejemplos de modelos que ubicamos en este nivel. Estos dibujos representan Modelos situacionales con un menor grado de congruencia con el texto debido a que solo muestran a los protagonistas de la historia pero no en cantidades adecuadas ni relacionados de la forma como lo indica el texto del problema.

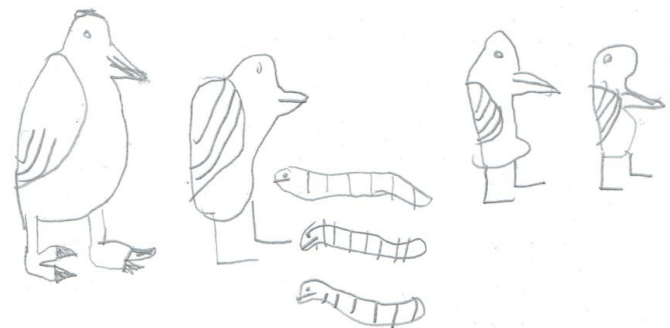


Figura 2.11: Estudiante 84 de 3° grado de primaria- Problema 1

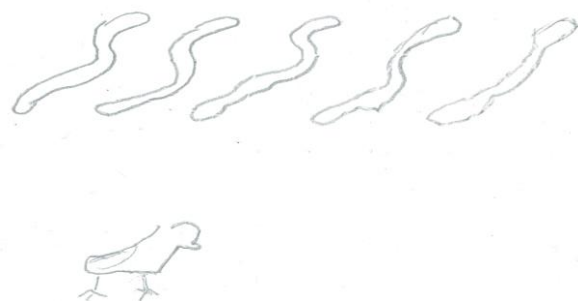


Figura 2.25: Estudiante 114 de 1° grado de secundaria- Problema 1

**Nivel 4:** Modelo totalmente incongruente. En estos dibujos aparecen objetos que no están relacionados con la situación o en los que no se logra identificar lo que construye el estudiante en su modelo. Veamos algunos ejemplos de los modelos que ubicamos en este nivel.



Figura 2.13: Estudiante 16 de 1° grado de primaria- Problema 1

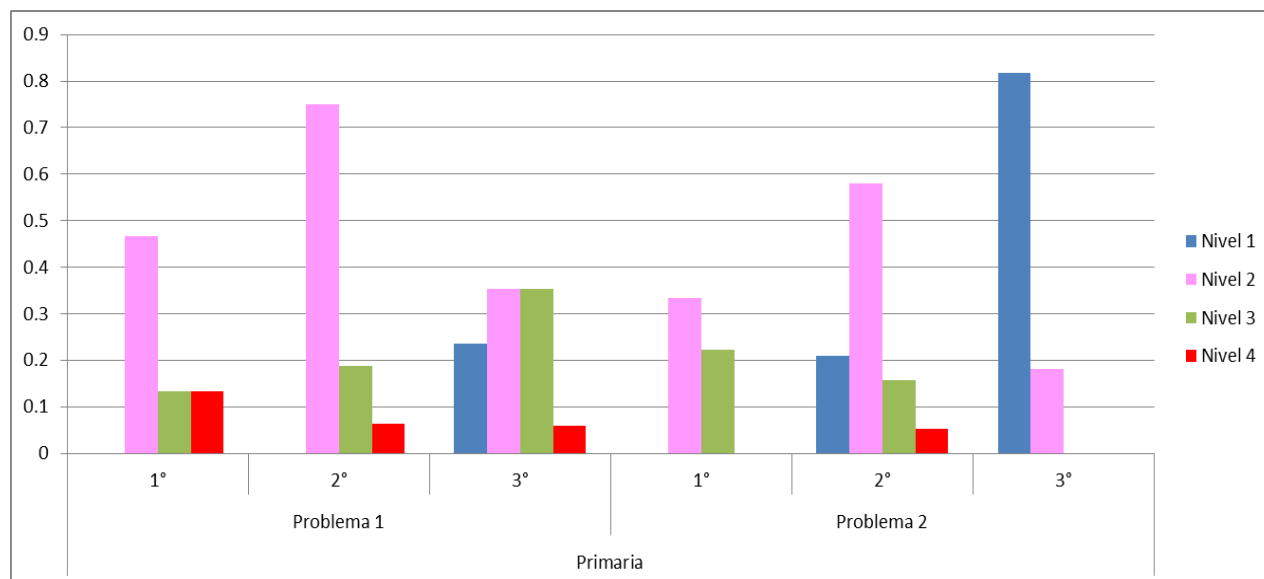
## Primaria

Tabla 2.5: Niveles representados en primaria

Grado de estudio	Problema	Grado	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Primaria	Problema 1	1°		46.66%	13.33%	13.33%
		2°		75%	18.75%	6.25%
		3°	23.52%	35.29%	35.29%	5.88%
	Problema 2	1°		33.33%	22.22%	
		2°	21.05%	57.89%	15.78%	5.26%
		3°	81.81%	18.18%		

En la tabla 2.5 se muestran los porcentajes de estudiantes que hicieron dibujos en cada nivel de congruencia y para cada problema.

A continuación se presenta una gráfica con los datos de la tabla anterior.



Gráfica 2.1: Niveles de congruencia en primaria

En primer grado de primaria ningún estudiante hizo un dibujo de nivel 1. Los que dibujaron la situación del Problema 1 se distribuyeron entre los niveles 2, 3 y 4, mientras que los que trabajaron con el Problema 2 se concentraron en los niveles 2 y 3. En este grado se observó que los estudiantes tuvieron dificultades para dibujar. El 26.66 % de los estudiantes que resolvieron el Problema 1 y el 44.44 % que resolvieron el Problema 2 no dibujaron.

En segundo grado de primaria, los estudiantes que dibujaron la situación del Problema 1 se ubicaron en los niveles 2, 3 y 4, mientras que los del Problema 2 se ubicaron en los niveles 1, 2 y 3. Así que, ningún estudiante que enfrentó el Problema 1 representó la relación entre pájaros y gusanos, pero los del Problema 2 sí lo hicieron y fueron un 21.05%.

En tercer grado, en el Problema 1, ya hubo estudiantes que con su dibujo de la situación se ubicaron en el nivel 1, (23.5%) mientras que para el Problema 2 el 81.81% logra llegar a este mismo nivel. Los dibujos del Problema 1 se distribuyeron en los 4 niveles y los del Problema 2 se ubicaron en los niveles 1 y 2. Esto hace notar una mayor congruencia del modelo situacional en el Problema 2.

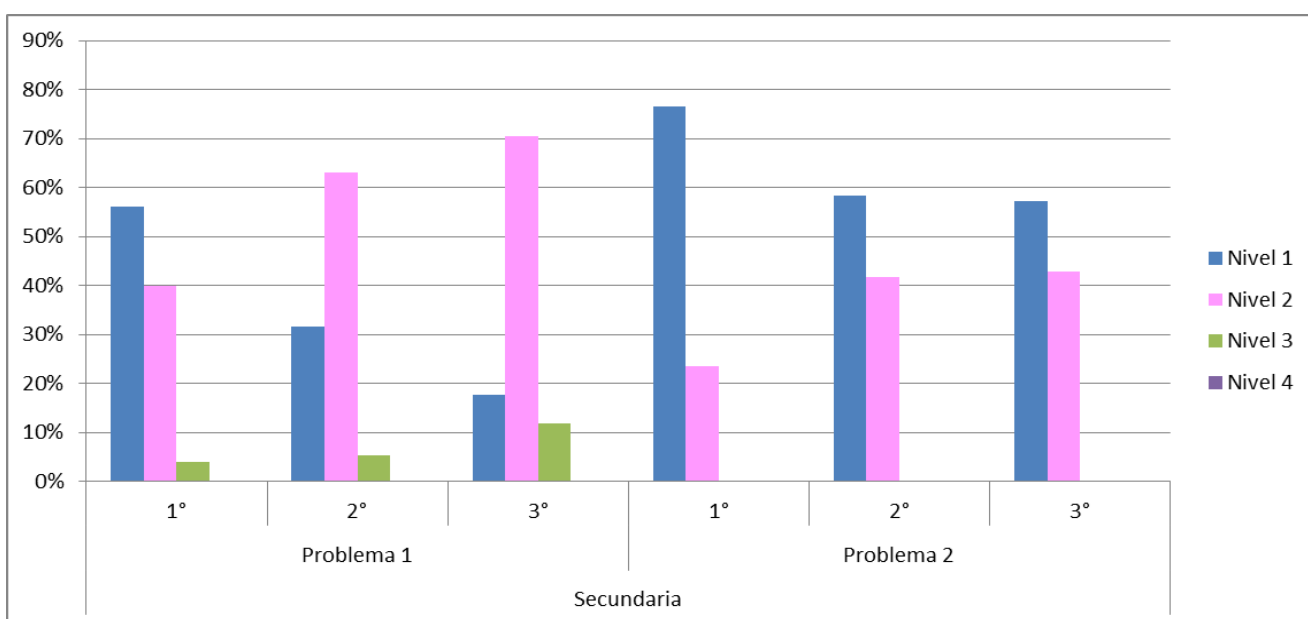
## Secundaria

A continuación se presenta una tabla en donde se muestran los porcentajes de estudiantes que ubicamos en los distintos niveles.

Tabla 2.6: Niveles de congruencia en secundaria

Grado de estudio	Problema	Grado	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Secundaria	Problema 1	1°	56%	40%	4%	
		2°	31.57%	63.15%	5.26%	
		3°	17.63%	70.58%	11.76%	
	Problema 2	1°	76.47%	23.52%		
		2°	58.33%	41.66%		
		3°	57.14%	42.85%		

A continuación se muestra una gráfica con los datos de la tabla anterior.



Gráfica 2.2: Niveles de congruencia en secundaria

En primer grado de secundaria, de los estudiantes que realizan el modelo de la situación en el Problema 1, el 56% se ubica en el nivel 1, pero en el Problema 2 es el 76.47%. Los dibujos de la situación del Problema 1 se ubicaron en los 3 niveles y en el Problema 2 solo en los niveles 1 y 2. En este grado se obtuvo una mayor congruencia en la construcción del modelo situacional del Problema 2.

En segundo grado de secundaria, de los estudiantes que dibujaron el modelo situacional del Problema 1, el 31.58% se ubicó en el nivel 1, mientras que en el Problema 2, el 58.33% se encontró en este nivel. También, en el Problema 1 el 63.15% de los estudiantes se pudieron ubicar en el nivel 2 y en el Problema 2 solo el 41.66%. Mencionamos también que se sigue viendo una mejor congruencia del modelo situacional en el Problema 2, ya que ningún estudiante que trabaja con el Problema 2 llega al nivel 3.

En tercer grado, de los estudiantes que dibujaron el modelo situacional del Problema 1 solo el 17.63% se ubica en el nivel 1, mientras que con el Problema 2 el 57.14% llega a este nivel. Pero en el Problema 1, el 70.58% de los estudiantes llega al nivel 2 y en el Problema 2 el 42.85% llega a este nivel. Se sigue notando una mejor congruencia, ya que con el Problema 2 no hay estudiantes que lleguen al nivel 3.

En secundaria, en el Problema 1, el porcentaje de los estudiantes que logran llegar al nivel 1 va disminuyendo conforme avanza el grado. En primer grado llegan al 56%, en segundo grado baja al 31.57% y en tercer grado ya solo es el 17.63%. Sin embargo, el porcentaje de estudiantes que llega al nivel 2 va aumentando, en primer grado solo es el 40%, en segundo grado llega al 63.15% y en tercer grado ya es el 70.58%. En este mismo problema observamos que el nivel de incongruencia va aumentando, ya que en primer grado solo el 4% llega al nivel 3, en segundo grado aumenta a 5.26% y en tercer grado es el 11.76%. En el Problema 2, observamos que el porcentaje de los estudiantes que logra llegar al nivel 1 va disminuyendo, cuando el grado escolar aumenta. En primer grado el porcentaje es de 76.47 %, en segundo grado baja al 58.33% y en tercer grado baja a 57.14%, lo que se nota con este mismo problema es que ningún estudiante de los tres grados se ubica en el nivel 3, esto es, que ningún estudiante dibuja objetos que no están relacionados con la situación o no se logra identificar lo que construye.

En general, las gráficas anteriores muestran que el nivel 1 (protagonistas y relación) alcanza su mayor porcentaje con niños de tercer grado de primaria y de primer grado de secundaria, ambos en el Problema 2. Notamos que el porcentaje de estudiantes que ubicamos en este nivel va aumentando en primaria y en secundaria va disminuyendo, sin importar el tipo de problema. Lo anterior se debe posiblemente a que en los primeros dos grados de primaria no les fue fácil dibujar la situación, y en los 2

últimos grados de secundaria, como lo dice D'Amore (2007), el construir un dibujo a cierta edad a veces les parece aburrido y tedioso cuando el problema es demasiado fácil, ya que entre más grandes son los estudiantes creen innecesario dibujar la situación del problema.

Al contrario de los estudiantes que se ubican en el nivel 1, el porcentaje de estudiantes que se ubican en el nivel 2 (cantidad congruente) va aumentando conforme se avanza en el grado de secundaria, en primaria no se nota esta relación. El nivel 2 se muestra con mayor porcentaje en los estudiantes que realizan el Problema 1, esto puede ser debido a que la relación “más que” no ayuda a los estudiantes a establecer la relación correcta entre pájaros y gusanos.

Los estudiantes que ubicamos en el nivel 3 (cantidad no congruente) y que resuelven el Problema 1 van aumentando de porcentaje conforme avanza el grado de estudios, mientras que, los que ubicamos en este nivel pero que resuelven el Problema 2 va disminuyendo conforme avanza el grado de estudios, es decir, que en el caso del Problema 1 va aumentando el nivel de incongruencia y en el caso del Problema 2 va disminuyendo.

El Nivel 4 (modelo totalmente incongruente), ya no se encuentra en secundaria, es decir, ningún estudiante en secundaria construye un modelo de la situación que sea totalmente incongruente con la situación del problema. En primaria, el mayor porcentaje que se ubica en este nivel se encuentra en primer grado de primaria con estudiantes que resuelven el Problema 1, es decir, en primer grado de primaria es donde un mayor porcentaje de estudiantes realizan un modelo totalmente incongruente con la situación.

## **2.4.2 Representación del modelo situacional**

### **Primaria**

A continuación se presentan algunos ejemplos de las representaciones que se ubican en los diferentes niveles de congruencia.

**Nivel 1:** Protagonistas y relación. En este nivel se ubican los estudiantes que construyen un dibujo en el que aparecen los protagonistas (pájaros y gusanos) y se representa la relación entre éstos tal y como se indica en el texto del problema, asociándolos con una marca, asignando gusanos a pájaros, etc. A continuación se muestran algunos ejemplos de los dibujos que se ubicaron en este nivel.

**Dibujos que presentaron los estudiantes de primaria y que se ubican en el nivel 1**

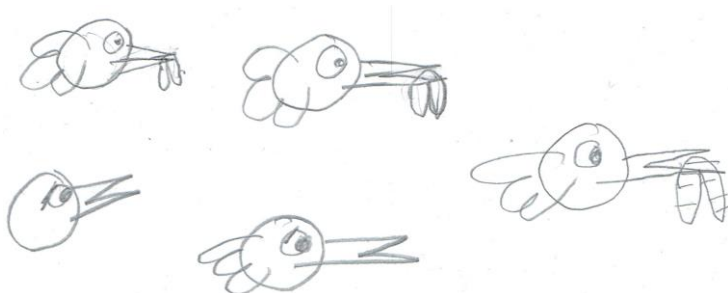


Figura 2.1: Estudiante 72 de 3º grado de primaria- Problema 1

En este dibujo se ve claramente la relación entre pájaros y gusanos, el estudiante representa 5 pájaros y a tres de ellos les coloca un gusano en su pico.

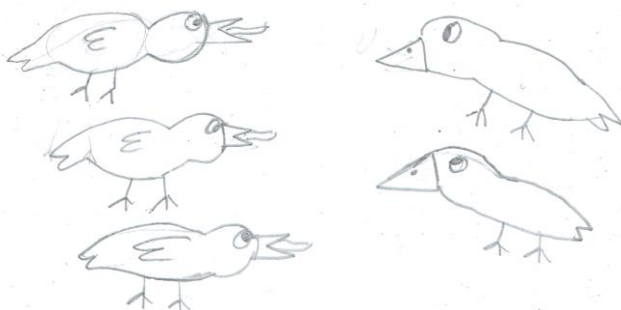


Figura 2.2: Estudiante 81 de 3º grado de primaria- Problema 1

Este estudiante, al igual que el anterior, relaciona los pájaros y gusanos colocando a cada uno de los tres pájaros un gusano.

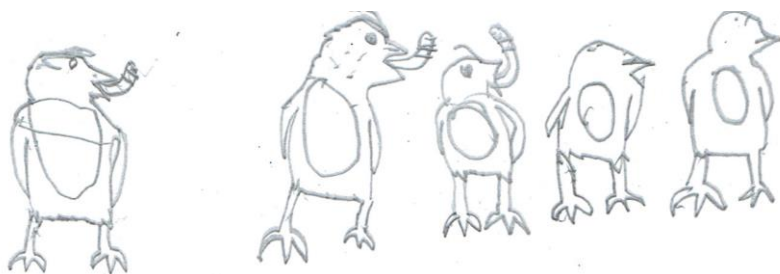


Figura 2.3: Estudiante 37 de 2º grado de primaria- Problema 2

En este dibujo el estudiante representa la relación entre pájaros y gusanos de acuerdo al texto del problema 2. A 3 pájaros les dibuja un gusano y a los otros dos pájaros no les asigna gusano.

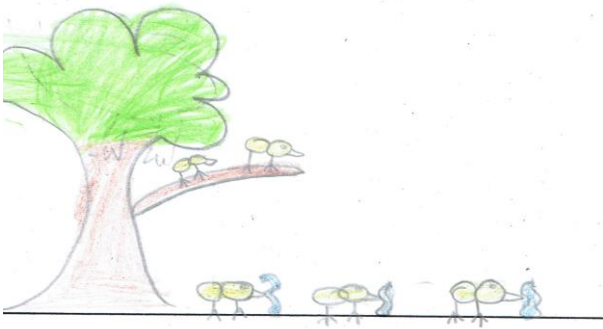


Figura 2.4: Estudiante 67 de 3º grado de primaria- Problema 2

En este dibujo se muestran 5 pájaros y 3 gusanos, 3 pájaros tienen un gusano y dos de ellos no, la relación entre pájaros y gusanos es congruente con la situación del problema 2.

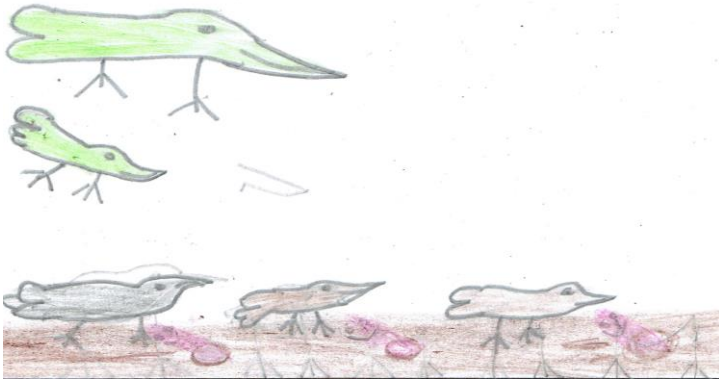


Figura 2.5: Estudiante 70 de 3º grado de primaria- Problema 2

En este dibujo también se ve que el estudiante relaciona correctamente los 3 pájaros con los 3 gusanos, dejando a dos pájaros sin gusano, la relación congruente entre el modelo situacional y la situación del Problema 2 es evidente.

**Nivel 2:** Cantidad congruente. En este nivel ubicamos los dibujos en los que aparece una cantidad de pájaros y/o gusanos congruente con la situación del problema, pero en los que no se representa una relación entre éstos. Ver las siguientes figuras.

**Dibujos que presentaron los estudiantes de primaria y que se ubican en el nivel 2**



Figura 2.6: Estudiante 86 de 3º grado de primaria- Problema 1

En este dibujo, el estudiante representa 5 pájaros y 3 gusanos pero no se ve la relación entre éstos.

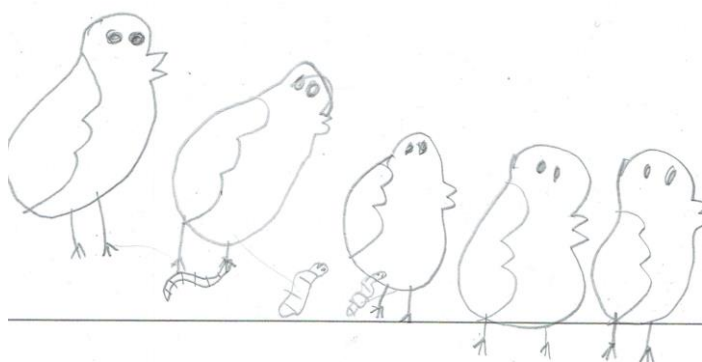


Figura 2.7: Estudiante 71 de 3º grado de primaria- Problema 1

Aquí se nota una cantidad congruente de pájaros y gusanos, pero no se muestra la relación entre ellos, eso hace que este dibujo lo ubiquemos en el nivel 2.

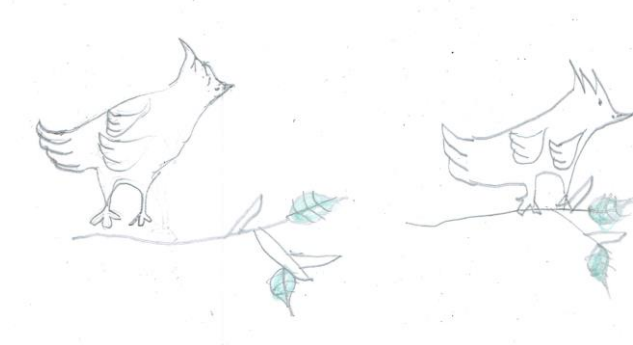


Figura 2.8: Estudiante 68 de 3º grado de primaria- Problema 2

En este caso, la cantidad de pájaros es congruente, aunque corresponde ahora a los dos pájaros que se quedan sin gusano. Este dibujo se ha ubicado en el nivel 2 porque en él no aparece la relación entre pájaros y gusanos. Sin embargo, es posible que el estudiante sí haya hecho esta relación en su mente y que solo haya dibujado la respuesta.

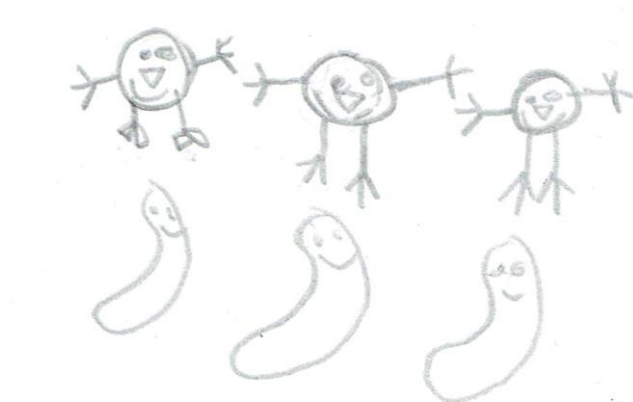


Figura 2.9: Estudiante 64 de 3° grado de primaria- Problema 2

En este caso, el estudiante representa 3 pájaros y 3 gusanos, estas cantidades son congruentes con la situación del problema, solo que no representa a los 2 pájaros que no obtendrán su gusano.

En general, los dibujos representan una cantidad de pájaros y gusanos congruentes con la situación que se describe en este problema, pero no se logra ver la relación que hay entre éstos.

**Nivel 3:** Cantidad no congruente. En este nivel se encuentran los dibujos en los que aparece una cantidad de pájaros y/o gusanos no congruente con la situación del problema. A continuación se muestran ejemplos de modelos que ubicamos en este nivel. Estos dibujos representan Modelos situacionales con un menor grado de congruencia con el texto debido a que solo muestran a los protagonistas de la historia pero no en cantidades adecuadas ni relacionados de la forma como lo indica el texto del problema.

**Dibujos que presentaron los estudiantes de primaria y que se ubican en el nivel 3**

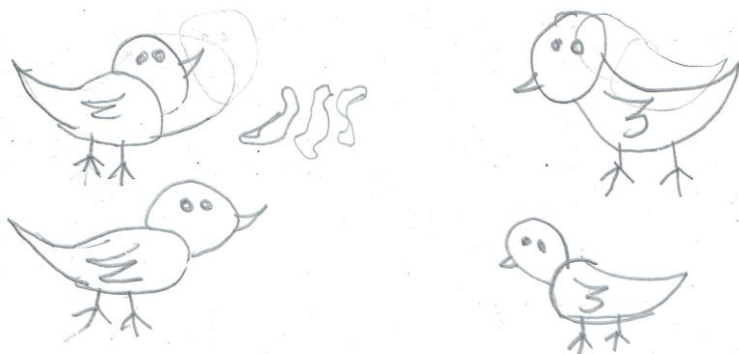


Figura 2.10: Estudiante 80 de 3° grado de primaria- Problema 1

En este dibujo el estudiante representó 4 pájaros y 3 gusanos, la cantidad de pájaros no es congruente con la del Problema 1, tampoco muestra la relación que hay entre pájaros y gusanos.

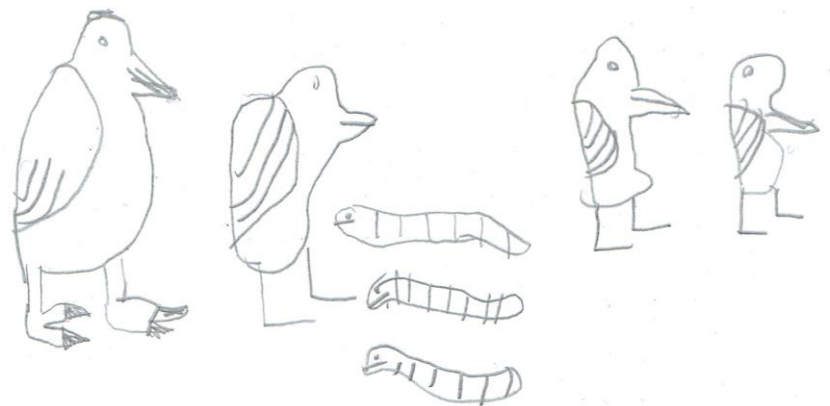


Figura 2.11: Estudiante 84 de 3° grado de primaria- Problema 1

Al igual que en la figura anterior, este estudiante solo representa 4 pájaros y 3 gusanos, la cantidad de pájaros no es congruente con la situación del Problema 2.



Figura 2.12: Estudiante 27 de 2° grado de primaria- Problema 2

En este caso, el estudiante solo representa un pájaro, esto hace que lo ubiquemos en el nivel 3.

En los ejemplos anteriores, se nota que los estudiantes dibujan a los protagonistas pero con cantidades que no son congruentes con la situación del problema.

**Nivel 4:** Modelo totalmente incongruente. En estos dibujos aparecen objetos que no están relacionados con la situación o en los que no se logra identificar lo que construye el estudiante en su modelo. Veamos algunos ejemplos de los modelos que ubicamos en este nivel.

**Dibujos que presentaron los estudiantes de primaria y que se ubican en el nivel 4**

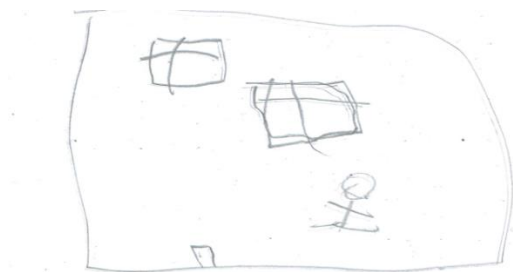


Figura 2.13: Estudiante 16 de 1° grado de primaria- Problema 1

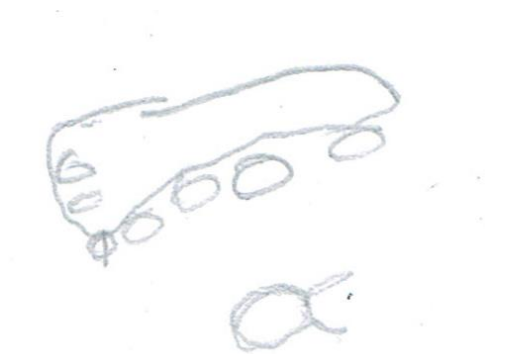


Figura 2.14: Estudiante 34 de 2° grado de primaria- Problema 2

En las dos figuras anteriores se muestran los dibujos de dos estudiantes que no hacen una representación congruente con la situación, no dibujan pájaros ni gusanos y la cantidad de bolitas, en el caso de la figura 2.14 no es congruente con la situación del problema.

## Secundaria

**Nivel 1:** Protagonistas y relación. En este nivel se ubican los estudiantes que construyen un dibujo en el que aparecen los protagonistas (pájaros y gusanos) y se representa la relación entre éstos tal y como se indica en el texto del problema,

asociándolos con una marca, asignando gusanos a pájaros, etc. A continuación se muestran algunos ejemplos de los dibujos que se ubicaron en este nivel.

**Dibujos que presentaron los estudiantes de secundaria y que se ubican en el nivel 1**

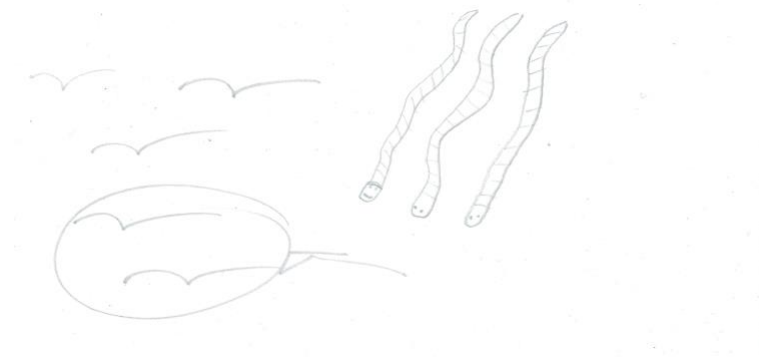


Figura 2.15: Estudiante 102 de 3° grado de secundaria- Problema 1

En este dibujo se muestra que el estudiante construye un modelo situacional apropiado con la situación, dibuja 5 pájaros y 3 gusanos, dado que resuelve el Problema 1 y la pregunta es ¿cuántos pájaros hay más que gusanos?, encierra los dos pájaros que hay más que gusanos.

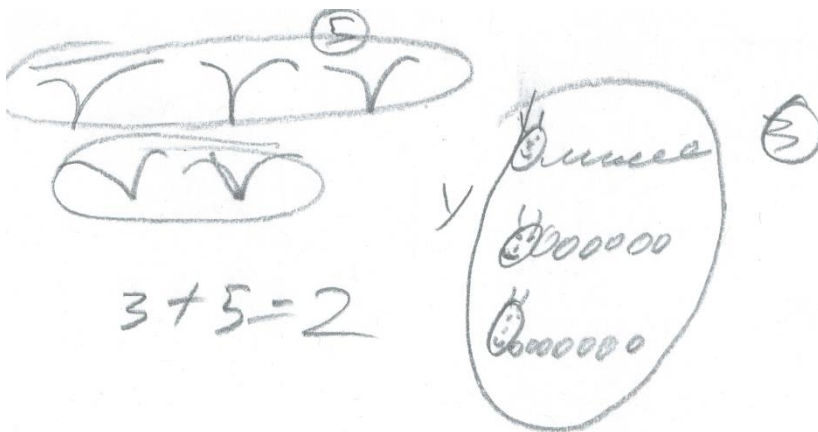


Figura 2.16: Estudiante 18 de 1° grado de secundaria- Problema 1

En este dibujo, se ve como el estudiante relaciona los pájaros y gusanos, encerrando los 3 gusanos y encerrando por separado los pájaros haciendo un conjunto de 3 y otro de 2, la operación que indica es incorrecta, pero podríamos interpretarlo como una comparación entre las cantidades de gusanos (3) y de pájaros (5), de donde obtiene que sobran 2.

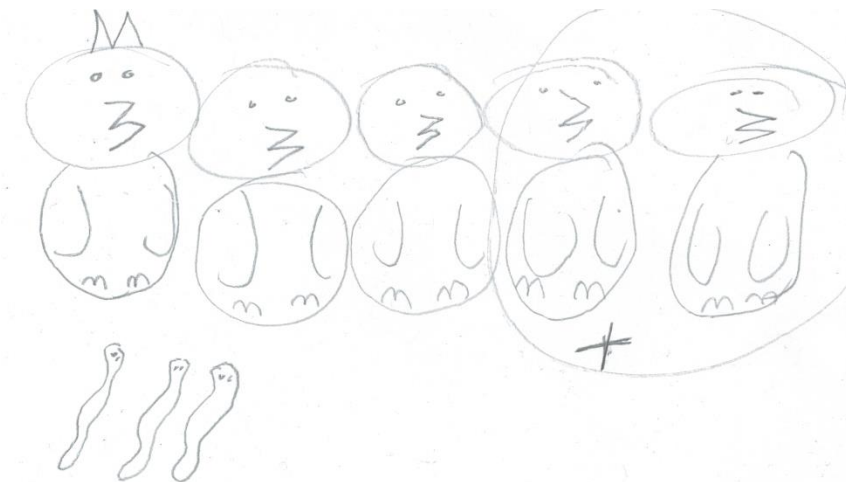


Figura 2.17: Estudiante 20 de 1° grado de secundaria- Problema 1

Este estudiante representa la situación del Problema 1, la pregunta ¿cuántos pájaros hay más que gusanos? se ve reflejada cuando encierra los dos pájaros y les pone un signo de más. Esto es interesante, ya que se nota claramente la relación que establece el estudiante entre los protagonistas y cómo ésta se refleja en el Modelo Situacional que construye.

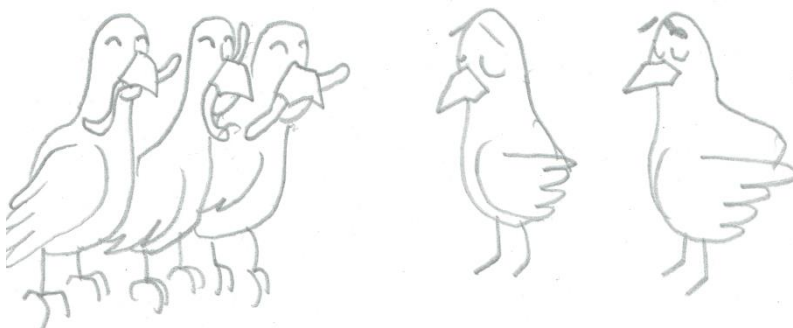


Figura 2.18: Estudiante 96 de 2° grado de secundaria- Problema 2

En este caso, se ve claramente la relación entre pájaros y gusanos, aquí el estudiante trabajó con el Problema 2 en donde la pregunta es ¿cuántos pájaros no obtendrán un gusano?, el modelo situacional es congruente con la situación de este problema, solo a 3 pájaros les toca gusano y a los otros dos no.

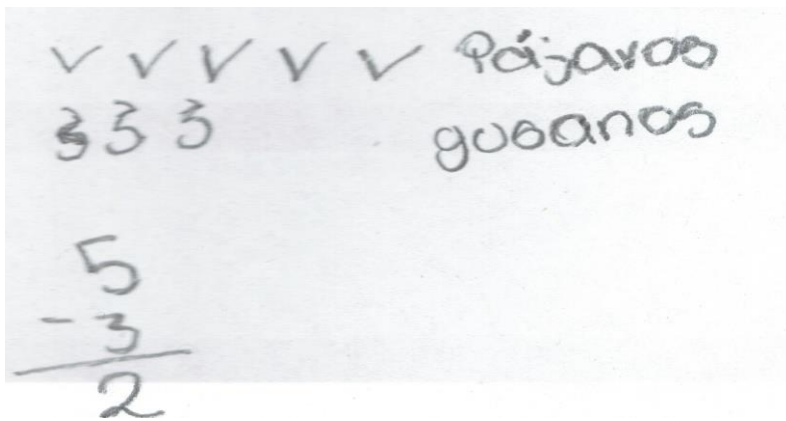


Figura 2.19: Estudiante 1 de 1º grado de secundaria- Problema 2

En este dibujo se hace una representación de los 5 pájaros y los 3 gusanos, tomando en cuenta que son 5 pájaros y 3 gusanos el estudiante hace una resta “ $5-3=2$ ”, Se nota cómo la representación situacional adecuada lo lleva al modelo matemático correcto y a la respuesta correcta también.

La relación “más que” que se maneja en el Problema 1 resalta esta vez en la construcción del modelo situacional, el estudiante en esta ocasión dibuja una cantidad congruente de pájaros y gusanos pero la relación se muestra cuando encierra en un círculo 2 pájaros, esto para denotar la cantidad de pájaros que hay más que gusanos.

Los estudiantes que trabajaron con el Problema 2 y que ubicamos en el nivel 1, dibujan un cantidad congruente de pájaros y gusanos, es decir, 5 pájaros y 3 gusanos, además de esto, representa la relación que existe entre éstos, se ve claramente que la formulación lingüística de este problema lleva al estudiante a relacionar pájaros comiendo gusanos y los dos pájaros sobrantes se quedan sin gusano.

**Nivel 2:** Cantidad congruente. En este nivel ubicamos los dibujos en los que aparece una cantidad de pájaros y/o gusanos congruente con la situación del problema, pero en los que no se representa una relación entre éstos. Ver las siguientes figuras.

**Dibujos que presentaron los estudiantes de secundaria y que se ubican en el nivel 2**

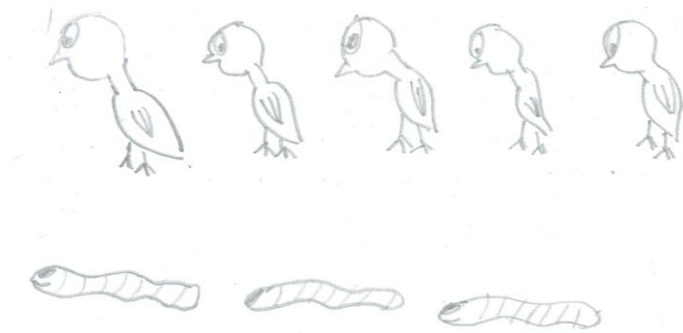


Figura 2.20: Estudiante 70 de 2° grado de secundaria- Problema 1

En este dibujo se muestra una cantidad de congruente de protagonistas, pero no se ve la relación entre pájaros y gusanos.

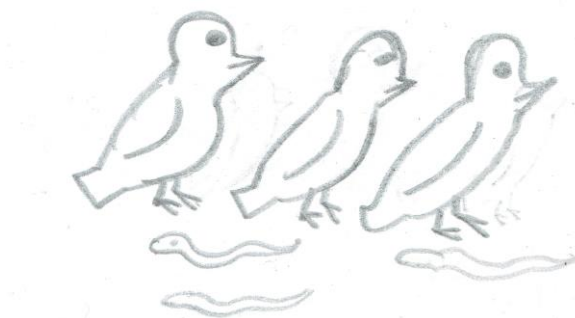


Figura 2.21: Estudiante 74 de 2° grado de secundaria- Problema 1

En la figura anterior se muestra una cantidad congruente de pájaros y gusanos, aunque no dibuje los 5 pájaros pero suponemos que solo representa la cantidad de pájaros a los que les toca gusano, aunque dibuje una cantidad congruente no se ve una relación clara entre estos, también se nota la relación “más que”.

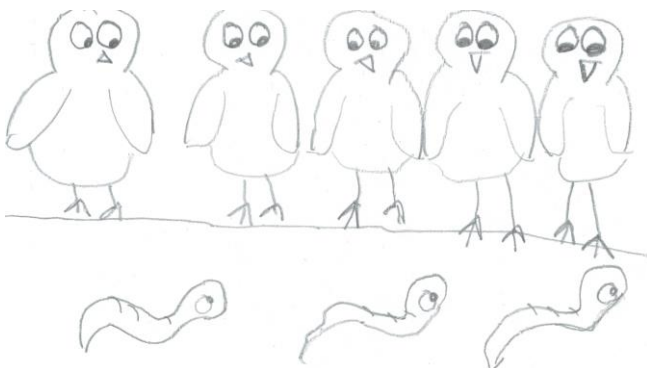


Figura 2.22: Estudiante 3 de 1° grado de secundaria- Problema 2

En el modelo anterior, el estudiante representó 5 pájaros y 3 gusanos pero no se ve claramente la relación entre los pájaros y los gusanos, es por eso que lo ubicamos en el nivel 2.

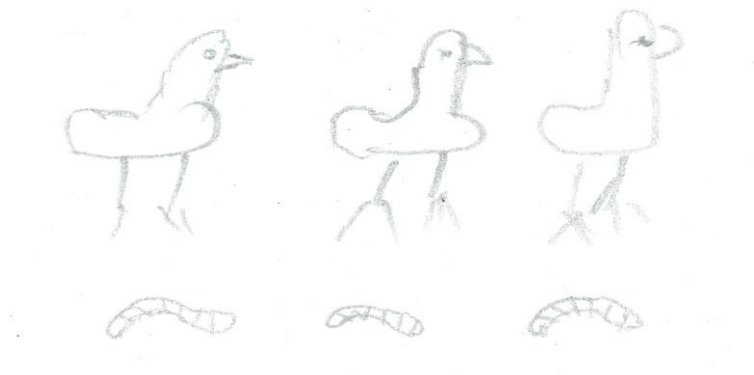


Figura 2.23: Estudiante 97 de 1° grado de secundaria- Problema 2

En este caso, el estudiante representa solo 3 pájaros y 3 gusanos, lo cual es un número congruente de acuerdo a la situación del Problema 2.

En la figura 2.21 y 2.23 se muestran dos dibujos, en donde el estudiante no representa los 5 pájaros y los 3 gusanos, sino que decide solo dibujar los 3 pájaros con los 3 gusanos, no importando en problema, esta situación se presenta en ambos casos.

**Nivel 3:** Cantidad no congruente. En este nivel se encuentran los dibujos en los que aparece una cantidad de pájaros y/o gusanos no congruente con la situación del problema. Estos dibujos representan Modelos situacionales con un menor grado de congruencia con el texto debido a que solo muestran a los protagonistas de la historia pero no en cantidades adecuadas ni relacionados de la forma como lo indica el texto del problema.

### **Dibujo que presentó un estudiante de secundaria y que se ubica en el nivel 3**

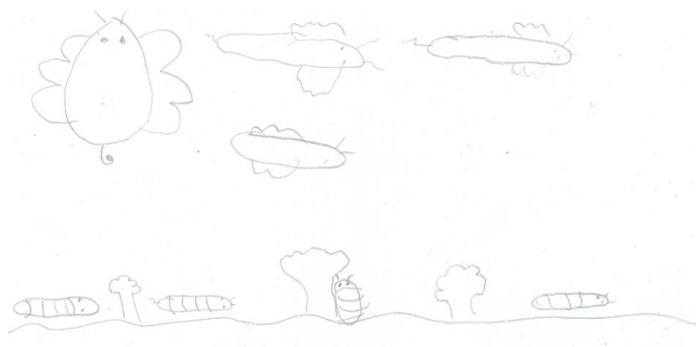


Figura 2.24: Estudiante 40 de 1° grado de secundaria- Problema 1

En la figura anterior se muestra un dibujo que cuenta con 4 pájaros y 4 gusanos, estas cantidades no son congruentes con la situación del problema, la relación entre pájaros y gusanos no se muestra.

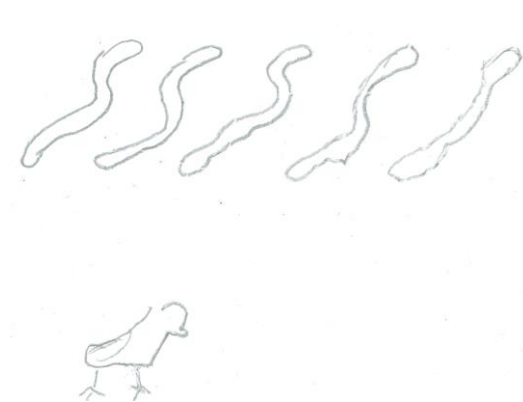


Figura 2.25: Estudiante 114 de 1° grado de secundaria- Problema 1

Ningún estudiante que resolvió el Problema 2 lo ubicamos en el nivel 3.

**Nivel 4:** En secundaria, ningún estudiante se ubica en este nivel, es decir, ningún estudiante de tercero hizo un modelo totalmente incongruente con la situación.

### Capítulo 3

#### Relación entre el modelo situacional, las respuestas y el tipo de problema

Ahora vamos a observar si los estudiantes que construyeron un modelo situacional más congruente con la situación resolvieron correctamente el problema y si esto depende del tipo de problema. Este análisis se realizó con toda la población del estudio, es decir, con los estudiantes de primaria y secundaria sin separarlos.

En la tabla 3.1 se tiene que el 96.29% de los estudiantes, cuyo dibujo se ubicó en el nivel 1 y que trabajaron con el Problema 1 contestaron correctamente, el 100% de los que trabajaron con el Problema 2 y que se ubicaron en este nivel contestó correctamente. Para el nivel 2, el 69.49% de los estudiantes que trabajaron con el Problema 1 lo resolvieron correctamente y de los que trabajaron con el Problema 2 son el 80.55%. Por lo tanto, podemos concluir que a mayor nivel de congruencia en el modelo situacional mayor porcentaje de respuestas correctas tienen los estudiantes, también notamos que esto depende del tipo de problema que resuelven, ya que en el Problema 2 hay un mayor porcentaje de estudiantes que contestan correctamente.

Nivel	Hay 5 pájaros y 3 gusanos. ¿Cuántos pájaros hay más que gusanos?	Hay 5 pájaros y 3 gusanos. ¿Cuántos pájaros no obtendrán un gusano?
1- Protagonistas y relación	96.29%	100%
2- Cantidad congruente	69.49%	80.55%
3- Cantidad no congruente	46.66%	40%
4- Modelo totalmente incongruente	0%	100%
No dibujó	25%	25%

Tabla 3.1: Relación de estudiantes que contestaron correctamente con el tipo de modelo situacional que construyeron

Veremos a continuación algunos ejemplos de cada caso que se menciona en la tabla anterior.

**De los estudiantes que ubicamos en el nivel 1 (protagonistas y relación) y que contestan correctamente el Problema 1, hallamos los siguientes ejemplos:**

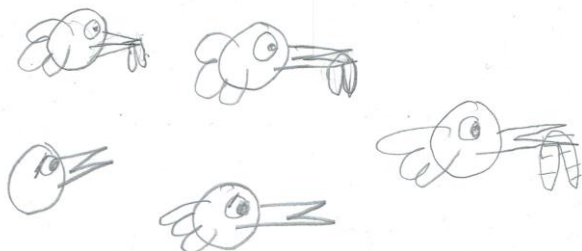


Figura 3.1: Estudiante 72 de 3º grado de primaria- Problema 1-Nivel 1

Respuesta: 2 no tenían gusano

En el dibujo anterior vemos la relación que hay entre pájaros y gusanos y una cantidad de éstos que es congruente con la situación. La respuesta que se da es la correcta y se ve la relación entre la respuesta correcta y el nivel en el que ubicamos el modelo situacional.

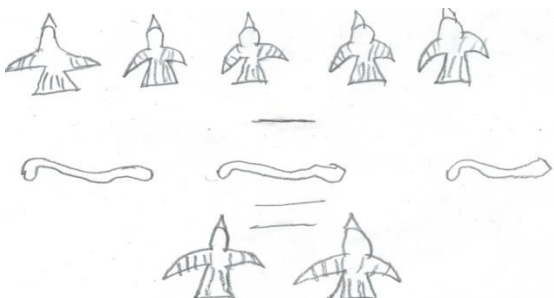


Figura 3.2: Estudiante 19 de 1º grado de secundaria- Problema 1-Nivel 1

Respuesta: 2 pájaros

En el dibujo anterior se muestra una cantidad congruente de pájaros y gusanos, se ve la relación entre estos. Hace una resta que interpretamos como: 5 pájaros - 3 gusanos = 2 pájaros, aunque no es correcto, la relación que hace le ayuda a llegar a la respuesta correcta.

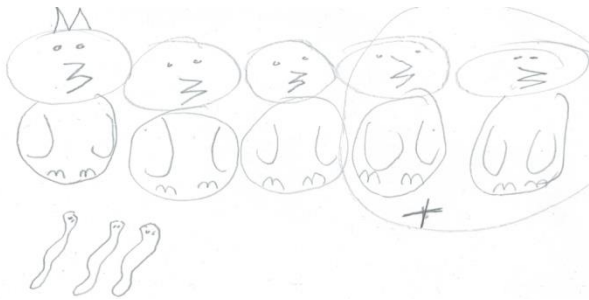


Figura 3.3: Estudiante 19 de 1° grado de secundaria- Problema 1-Nivel 1

Respuesta: 2 pájaros

En el dibujo anterior, se ve la relación entre los protagonistas y una cantidad congruente de éstos, como se había mencionado antes, este tipo de dibujos relaciona bien la pregunta ¿cuántos pájaros hay más que gusanos?, esto también se ve en la respuesta que da el estudiante.

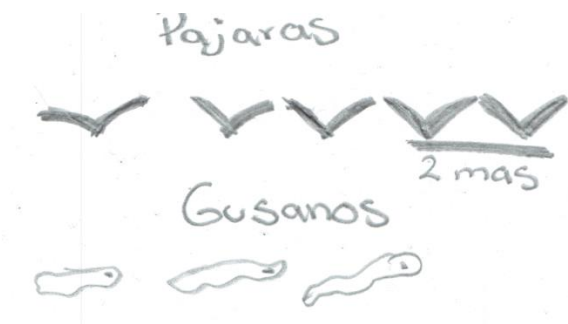


Figura 3.4: Estudiante 69 de 2° grado de secundaria- Problema 1-Nivel 1

Respuesta: Hay 2 pájaros más que los gusanos

Al igual que en la anterior figura, este estudiante representa la situación adecuada del problema 1, la relación la hace de acuerdo al problema y esto le ayuda para llegar a la respuesta correcta.

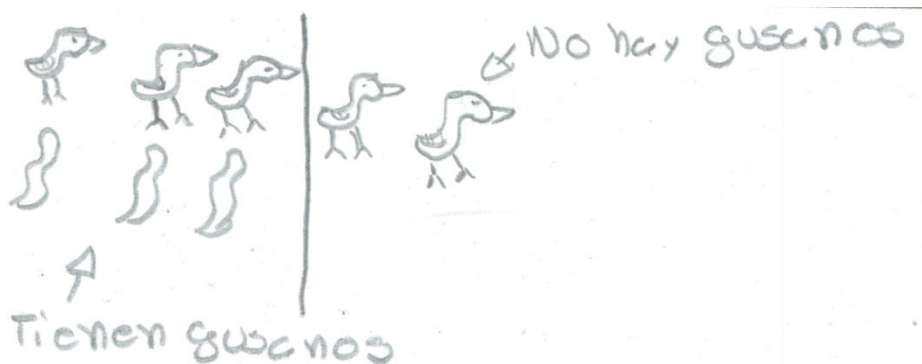


Figura 3.5: Estudiante 79 de 2° grado de secundaria- Problema 1-Nivel 1

Respuesta: Hay 2 pájaros más

Este estudiante muestra una cantidad de pájaros y gusanos congruente con la situación del Problema 1, la relación entre éstos se ve clara.

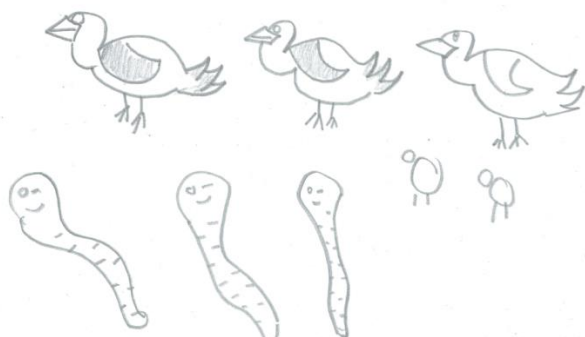


Figura 3.6: Estudiante 79 de 2° grado de secundaria- Problema 1-Nivel 1

Respuesta: 2

En el dibujo anterior, la cantidad de pájaros y gusanos es congruente y la relación se ve entre los pájaros grandes y los gusanos, los pájaros pequeños son los que se quedan sin gusano.

En todos los dibujos anteriores que se ubican en el nivel 1 y que responden correctamente vemos que el dibujo les ayuda a obtener a la respuesta correcta. La relación que establecen también les ayuda.

**De los estudiantes que ubicamos en el nivel 1 (protagonistas y relación) y que contestan correctamente el Problema 2, tenemos los siguientes ejemplos:**

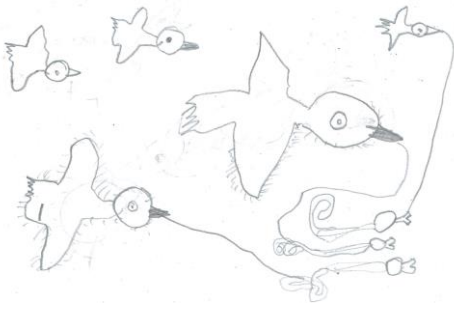


Figura 3.7: Estudiante 36 de 2º grado de primaria- Problema 2-Nivel 1

Respuesta: 2 pájaros

Este dibujo es congruente con la situación del Problema 2, la relación la hace a través de líneas entre los pájaros y los gusanos, debemos recalcar el grado de estudios de este estudiante, ya que el estudiante es de 2º grado y muy pocos estudiantes de este grado llegan al nivel 1 y contestan correctamente.

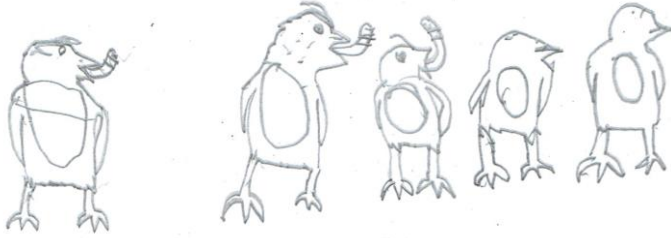


Figura 3.8: Estudiante 37 de 2º grado de primaria- Problema 2-Nivel 1

Respuesta: Dos pájaros

En este dibujo se ve la relación, 3 pájaros están comiendo gusanos y dos de ellos no, el estudiante da la respuesta correcta.

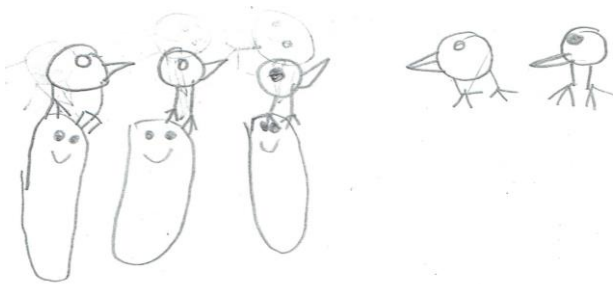


Figura 3.9: Estudiante 60 de 3º grado de primaria- Problema 2-Nivel 1

Respuesta: Dos

En la figura anterior se muestra un dibujo donde se ve la relación entre los 3 pájaros y los 3 gusanos.

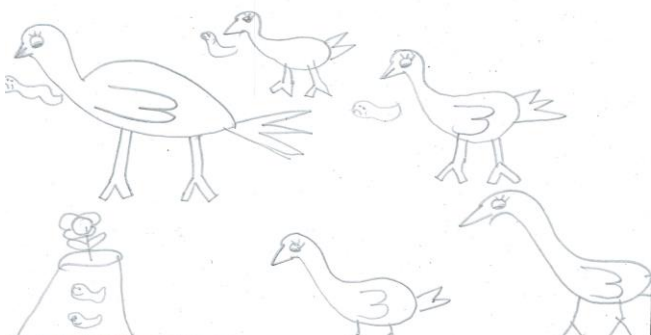


Figura 3.10: Estudiante 65 de 3º grado de primaria- Problema 2-Nivel 1

Respuesta: Dos no les tocó

En este caso, el estudiante dibuja 5 pájaros y 5 gusanos, pero relaciona los 3 pájaros con los 3 gusanos, la respuesta se relaciona con el dibujo que realiza.

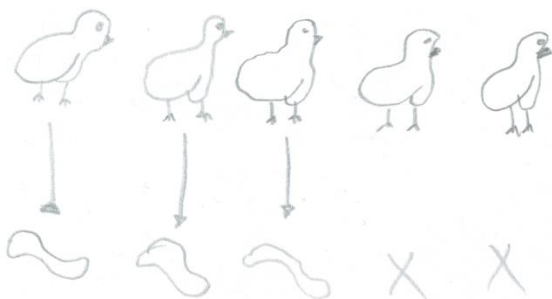


Figura 3.11: Estudiante 2 de 1º grado de secundaria- Problema 2-Nivel 1

Respuesta: 2 pájaros

El dibujo anterior muestra la relación entre pájaros y gusanos, la respuesta está relacionada con el dibujo.

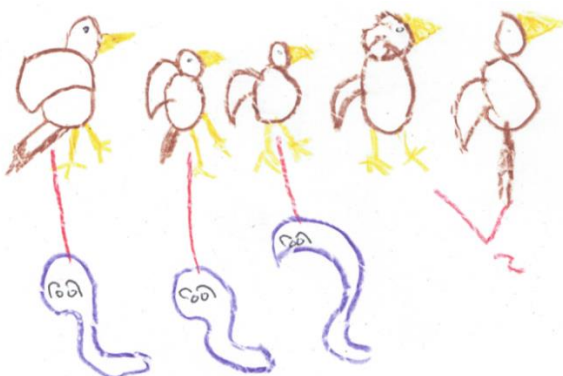


Figura 3.12: Estudiante 6 de 1° grado de secundaria- Problema 2-Nivel 1

Respuesta: 2 pájaros

En este caso, el estudiante relaciona correctamente los pájaros y los gusanos, la respuesta se relaciona con el dibujo.

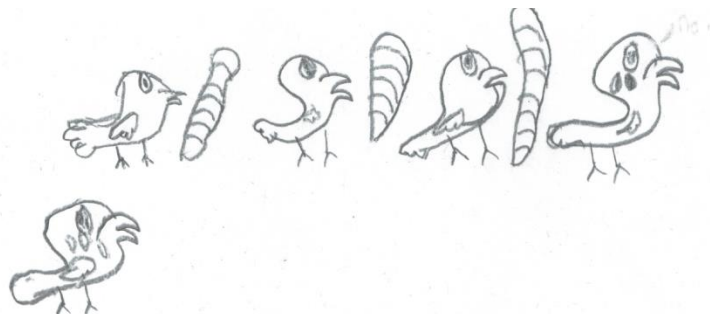


Figura 3.13: Estudiante 10 de 1° grado de secundaria- Problema 2-Nivel 1

Respuesta: 2

El dibujo muestra a 3 pájaros con su gusano y dos pájaros llorando y sin gusano, la respuesta se relaciona con la situación representada en el dibujo, en el siguiente dibujo se muestra la misma situación.

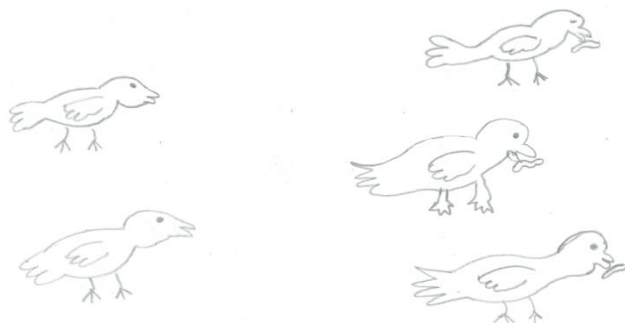


Figura 3.14: Estudiante 57 de 2° grado de secundaria- Problema 2-Nivel 1

Respuesta: 2 pájaros

**Ahora veamos algunos ejemplos de los modelos que ubicamos en el nivel 2 y que contestan correctamente el Problema 1**

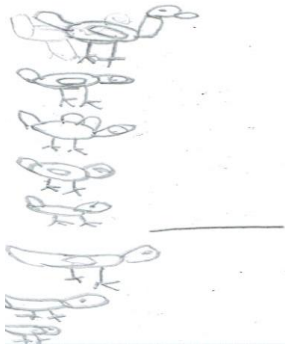


Figura 3.15: Estudiante 56 de 2° grado de primaria- Problema 1-Nivel 2

Respuesta: 2 pájaros

Aunque en el dibujo no se ve claramente la distinción entre pájaros y gusanos, hay una línea que los separa, observamos que no se nota una relación entre éstos pero sí da la respuesta correcta.

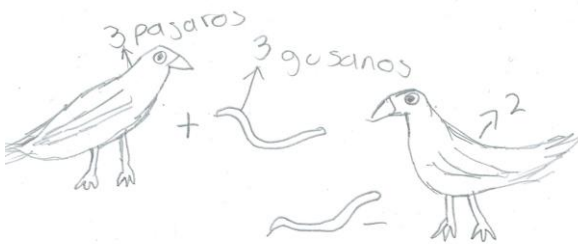


Figura 3.16: Estudiante 74 de 3° grado de primaria- Problema 1-Nivel 2

Respuesta: 2

En la figura anterior se muestra un dibujo en el cual se distingue un Modelo Situacional complejo. Este estudiante dibuja un pájaro y escribe sobre él 3 pájaros, luego dibuja 1 gusano y escribe sobre él 3 gusanos. En otro nivel aparece un gusano un signo menos y luego un pájaro pero le escribe un 2 arriba, los números muestran la relación entre pájaros y gusanos y la cantidad final es la respuesta, misma que es correcta.

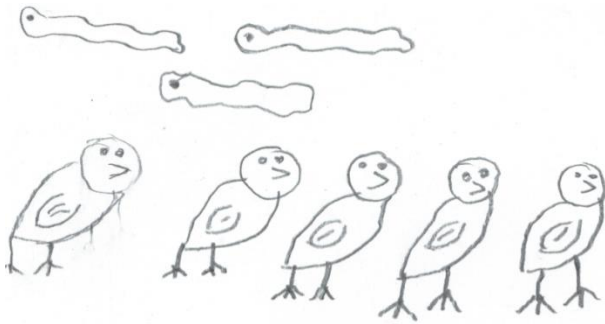


Figura 3.17: Estudiante 24 de 1° grado de secundaria- Problema 1-Nivel 2

Respuesta: 2 pájaros

En el dibujo anterior, se representa una cantidad congruente de pájaros y gusanos, aunque no se ve la relación entre éstos se llega a la respuesta correcta.

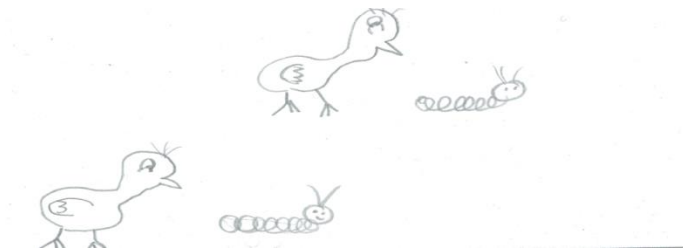


Figura 3.18: Estudiante 112 de 3° grado de secundaria- Problema 1-Nivel 2

Respuesta: Hay 2 pájaros más

En el dibujo anterior, solo se representa el número de pájaros que hay más que gusanos, pero no aparece explícitamente la relación entre ellos. Sin embargo, la respuesta es correcta.

**A continuación mostramos algunos ejemplos de estudiantes que ubicamos en el nivel 2 y que contestan correctamente el Problema 2**



Figura 3.19: Estudiante 25 de 2° grado de primaria- Problema 2-Nivel 2

Respuesta: 2 pájaros

Dado que la pregunta en el Problema 2 fue: ¿cuántos pájaros no obtendrán un gusano?, el estudiante solo representa la respuesta, que son 2 pájaros, el dibujo se relaciona con la respuesta.

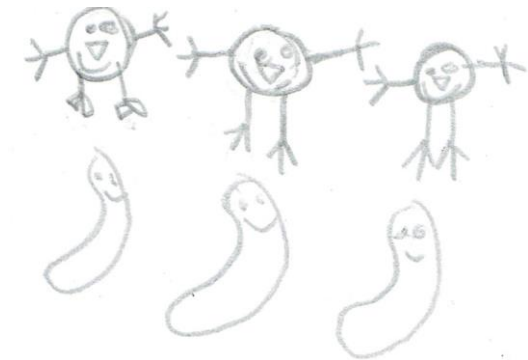


Figura 3.20: Estudiante 64 de 3° grado de primaria- Problema 2-Nivel 2

Respuesta: 2 pájaros

Al contrario del caso anterior, este estudiante realiza un dibujo con los tres pájaros y los 3 gusanos, sin dibujar los dos pájaros que no obtendrán un gusano.

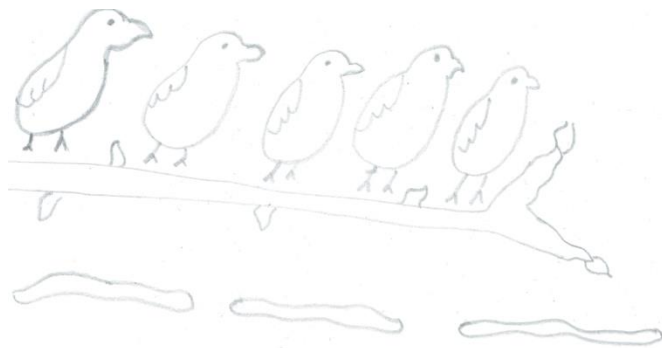


Figura 3.21: Estudiante 44 de 2° grado de secundaria- Problema 2-Nivel 2

Respuesta: 2 pájaros

En el dibujo anterior, se muestra una cantidad de pájaros y gusanos congruente con la situación del Problema 2.

**Ahora veremos algunos ejemplos de modelos que ubicamos en el nivel 3 y que contestan correctamente el Problema 1**

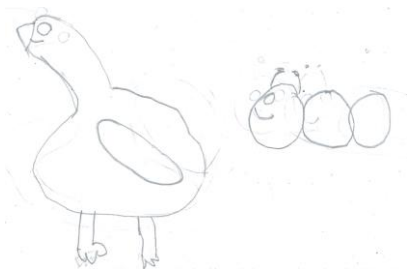


Figura 3.22: Estudiante 52 de 2° grado de primaria- Problema 1-Nivel 3

Respuesta: 2

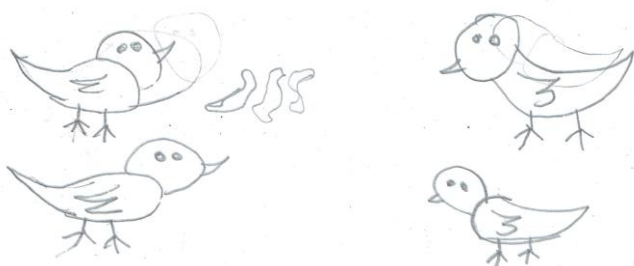


Figura 3.23: Estudiante 80 de 3° grado de primaria- Problema 1-Nivel 3

Respuesta: 2

En la figura 3.22 vemos un pájaro y un gusano, aunque la cantidad no es congruente con la situación, puede ser que el estudiante solo haya hecho una representación de los protagonistas de la situación ya que llega a la respuesta correcta.

En la figura 3.23, el estudiante representa 4 pájaros y 3 gusanos, aunque la cantidad de gusanos es incongruente con la situación da la respuesta correcta.

**También mostramos algunos ejemplos de modelos que ubicamos en el nivel 3 y que contestan correctamente el Problema 2.**



Figura 3.24: Estudiante 42 de 2° grado de primaria- Problema 2-Nivel 3

Respuesta: Dos



Figura 3.25: Estudiante 27 de 2º grado de primaria- Problema 2-Nivel 3

Respuesta: 2

En las figuras 3.24 y 3.25 se muestran cantidades de pájaros y gusanos que no son congruentes con la situación del Problema 2.

**Recordemos que, como se describe en la tabla, ningún estudiante de los que ubicamos en el nivel 4 contesta el Problema 1 correctamente.**

**Sin embargo, un estudiante de los que ubicamos en el nivel 4 sí contesta correctamente el Problema 2, veamos su modelo:**



Figura 3.26: Estudiante 34 de 2º grado de primaria- Problema 2-Nivel 4

Respuesta: 2

También pudimos observar lo que menciona Diezmann (2000b), que las representaciones de algunos estudiantes no son de utilidad para la resolución de problemas ya que la información relevante del problema no está incluida, como lo son algunos casos de los estudiantes que se encuentran ubicados en los niveles 3 y 4. Veamos algunos ejemplos:

Respuesta: 5

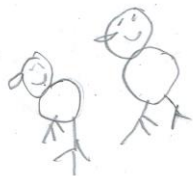


Figura 3.27: Estudiante 10 de primer grado de primaria-Problema 1-Nivel 3

Respuesta: 5

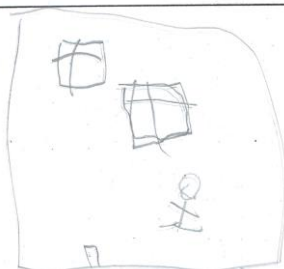


Figura 3.28: Estudiante 16 de primer grado de primaria-Problema 1- Nivel 4

Respuesta: pajaros.



Figura 3.29: Estudiante 83 de tercer grado de primaria-Problema 1-Nivel 3

Respuesta: 3 pajaros y 3 gusanos



Figura 3.30: Estudiante 84 de tercer grado de primaria- Problema 1-Nivel 3

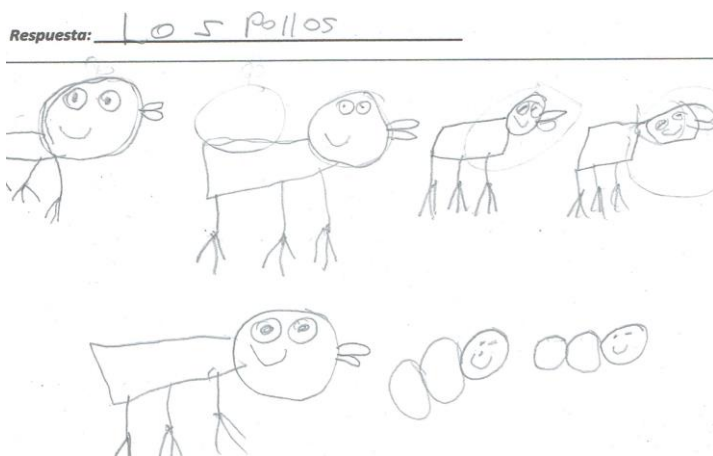


Figura 3.31: Estudiante 85 de tercer grado de primaria-Problema 1- Nivel 3

Es importante mencionar que los niños de primaria tuvieron dificultades para representar la situación por las pocas habilidades para dibujar.

De los 33 estudiantes que contestaron incorrectamente el problema 1, 19 ubicamos en el nivel 2, 7 en el nivel 3, 2 en el nivel 4 y 5 no dibujaron.

De los 13 estudiantes que contestaron incorrectamente, 7 ubicamos en el nivel 2, 3 en el nivel 3, y 3 no dibujaron.

## Conclusiones

Con los resultados obtenidos respecto a las respuestas correctas e incorrectas coincidimos con Hudson (1983), ya que es mayor el porcentaje de estudiantes que contestan correctamente el Problema 2. Con respecto a las respuestas incorrectas, es mayor el porcentaje de estudiantes que contestan incorrectamente “5 pájaros” o “5”.

Al analizar los modelos situacionales en los dos niveles, se logra ver un modelo más congruente con la situación en estudiantes que trabajan con el segundo problema, en donde la claridad de la expresión lingüística es mucho mejor. Podemos concluir como Kintsch (1986), que la complejidad del modelo del problema requerido para la solución del Problema 1 confunde a los sujetos, ya que los estudiantes que resuelven correctamente el Problema 2 construyen un modelo situacional más congruente con la situación que los estudiantes que resuelven correctamente el Problema 1. Lo anterior se pudo ver con mucha más claridad con los estudiantes de secundaria, en donde los estudiantes que se ubicaron en el nivel 1 y que resolvieron el Problema 1 realizaron dibujos en los que encerraron o tacharon a los dos pájaros que se quedan sin gusano, esto tal vez motivado por la expresión “más que”. Mientras que, los estudiantes que se ubicaron en el nivel 1 y que resolvieron el Problema 2, relacionaron los 3 pájaros con los 3 gusanos, por medio de líneas o colocando los gusanos en los picos y dejando a dos pájaros sin gusano. Lo anterior sugiere que la pregunta ¿Cuántos pájaros se quedan sin gusano? los llevó a asignar los gusanos a los pájaros.

En este trabajo, las diferencias entre los modelos situacionales para los Problemas 1 y 2 se pudieron observar en los dibujos de los estudiantes. El segundo resultado importante de este trabajo es que se comprobó que un MS congruente con la situación del problema favoreció la resolución del mismo en la población de estudio.

Por todo lo anterior concluimos que, la formulación lingüística del Problema 2 permitió la construcción de un modelo situacional tal que favoreció la resolución del mismo en porcentajes mayores que la formulación del Problema 1.

Consideramos que la aportación de este trabajo a la didáctica de las matemáticas es que la formulación lingüística puede influir en la construcción de un modelo situacional coherente y por tanto, en la resolución adecuada del problema verbal del que se trate.

Es necesario mencionar que en este trabajo solo se estudió un problema con formulaciones distintas, para llegar a conclusiones más generales sería necesario hacer otros estudios que puedan aportar mucho más a la relación entre la formulación lingüística y el modelo situacional.



## Referencias bibliográficas

Ainsworth, S., Prain, V. y Tytler, R. (2011). Drawing to learn in science. *Education Forum*, vol. 333, pag.1096-1097. [www.sciencemag.org](http://www.sciencemag.org).

D'Amore, B. (1995). Uso espontaneo del disegno nella risoluzione di problemi di matematica. *Dipartimento di Matematica Universita di Bologna*, 328-369.

Diezmann, C. (2000a). Making sense with diagrams: Students difficulties with feature-similar problems. *In Proceedings of the 23rd Annual Conference of Mathematics Education Research Group of Australasia*, 228-234, Freemantle.

Diezmann, C. (2000b). The difficulties students experience in generating diagrams for novel problems. En Nakahara, T. y Koyama, M. (Eds). *Proceedings 25th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 241-248.

Hudson, T. (1983). Correspondences and Numerical Differences between Disjoint Sets. *Child Development*. Vol. 54, No. 1, pp. 84-90.

Ibáñez, R. (2007). Cognición y comprensión. Una aproximación histórica y crítica al trabajo de investigación de Rolf Zwaan. *Revista Signos*, vol. 40, núm. 63, 81-100.

Juárez, J. A. y Slisko, J. (2011). Demostrando la importancia del modelo situacional en la resolución de problemas de matemática escolar: Un estudio inicial sobre la situación “el árbol caído”. *En Memorias del IX Congreso Virtual Internacional de Enseñanza de las Matemáticas CVEM 2011*. <http://cvem.webexone.com>.

Kintsch W. (1986). Learning from text. *Taylor and Francis group*. Vol. 3, núm. 2, p. 87-108.

Leiss, D., Schukajlow S., Blum, W., Messner, R. and Pekrun, R. (2010). The Role of the Situation Model in Mathematical Modelling—Task Analyses, Student Competencies, and Teacher Interventions. *J Math Didakt*, 31: 119–141

Polya, G. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas

Tapiero, I. (2007). *Situation models and levels of coherence: Toward a definition of comprehension*. Taylor & Francis.

Tijero, T. (2009). Representaciones mentales: discusión crítica del modelo de situación de Kintsch. *Onomazein*, vol. 1, núm. 19, 111-138.

van Dijk, T., & Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academic Press.

Vicente, S., y Orrantia, J. (2007). Resolución de problemas y comprensión situacional. *Cultura y Educación*, 19(1), 61-85.

Zwaan R. y Radvansky G. (1998). Situation models in lenguaje comprensión and memory. *The American psychological Association*. Vol.123, núm. 2, 162-185.