

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**LA INCOHERENCIA CURRICULAR ENTRE CIENCIAS 2 Y MATEMÁTICAS 3
EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA: EL CASO DE LA CAÍDA LIBRE Y LOS
TIROS PARÁBOLICOS**

Tesis

que para obtener el título de:

Maestro en Educación Matemática

Presenta

Gabriel Guzmán Salazar

Director de Tesis
Dr. Josip Slisko Ignjatov

Co-director de Tesis
MC Adrián Corona Cruz

Puebla, junio de 2017



BUAP

DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
SECRETARIA DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSTGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que el C:

GABRIEL GUZMÁN SALAZAR

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 30 de mayo de 2017, con la tesis titulada:

"La Incoherencia curricular entre ciencias 2 y matemáticas 3 en la educación secundaria: El caso de la caída libre y los tiros parabólicos"

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E.
H. Puebla de Z. a 02 de junio de 2017

DR. JOSÉ ANTONIO JUÁREZ LÓPEZ
COORDINADOR DE LA MAESTRÍA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.



Cop. Archivo.
DRA. LAHH / Tagn*

Facultad
de Ciencias
Físico Matemáticas

Av. San Claudio y 18 sur, edif. 111 A,
Ciudad Universitaria, Col. San
Manuel, Puebla, Pue. C.P. 72570
01 (222) 229 55 00 Ext. 7550 y 7552

DEDICATORIAS

A mis padres:

Alicia Salazar de la Cruz, por el amor, cariño, cuidados, desvelos y palabras de aliento que toda su vida me ha dispensado. ¡Gracias mamá!

En homenaje eterno a mi papá, Gabriel Guzmán Saínos, por ser mi ejemplo y guía. ¡Agradezco todos tus consejos, cuidado y amor que siempre me diste!

A mi esposa:

Por ser mi luz y fuente de amor e inspiración.

¡Bety! gracias por todo tu amor, comprensión y apoyo.

Gracias por compartir anhelos y sueños en esta aventura que son nuestros hijos.

¡Que Dios te tenga siempre a mi lado!

A mis hijos:

Gabriel Raúl

David Enrique

Y mi princesa, Valeria

¡Gracias por darme la dicha de tener unos hijos tan maravillosos como ustedes!

¡No desmayen en alcanzar sus sueños!

¡Siempre tendrán a mamá y papá cuando los necesiten!

A mi hermana Mary:

Por ser ejemplo y motivación constante para la familia.

AGRADECIMIENTOS

El trabajo ha concluido, no fue fácil, pero es muy gratificante encontrar las bondades de la investigación realizada, con la esperanza puesta en que pueda incidir en lograr un mejor aprendizaje y comprensión de las Matemáticas por parte de los adolescentes.

Es esta la oportunidad de agradecer a todas las personas e instituciones que de manera directa o indirecta me ayudaron y me permitieron dar forma a la investigación realizada.

En primer lugar, quiero agradecer a mi hijo, Gabriel Raúl, por su apoyo técnico e ideas que me compartió al estar redactando el texto.

Agradezco la orientación y asesoría de mi director de Tesis, Dr. Josip Slisko Ignjatov, gracias al cual hoy veo cristalizado el trabajo de dos años de estudio. Un agradecimiento y felicitación a todo el staff de la Maestría en Educación Matemática, encabezado por su director, el Dr. José Antonio Juárez López; dado que su trabajo y esfuerzo continuo les permitió ingresar la maestría, al Programa de Posgrados de Calidad del CONACYT. Todo ello sin lugar a dudas, pronto se verá reflejado al hacer del docente en el aula un ser crítico y reflexivo de su práctica educativa, a través de la investigación.

También sea el espacio para agradecer al CONACYT, organismo público descentralizado del gobierno federal, el apoyo que brinda a los profesionales de las distintas disciplinas y muy particularmente al área educativa; sabiendo que una mejor formación del docente incidirá en la obtención de mejores estándares de calidad educativa, que permitan el logro de los fines de la educación plasmados en el Artículo 3 de la Constitución Política Mexicana.

Por último, quiero externar mi más sincero agradecimiento al Mtro. Jesús José George Dávila, actual Director General del Benemérito Instituto Normal del Estado, por todo el apoyo y facilidades brindadas para el logro de los estudios de la maestría.

Gabriel Guzmán Salazar

Introducción

Uno de los temas del álgebra, que presenta gran complejidad para su aprendizaje, es el de las ecuaciones cuadráticas que se estudia durante el tercer año de secundaria. La resolución de problemas contextualizados permite al alumno entender cuál es el significado del modelo matemático, siendo la naturaleza la que aporta situaciones de la vida real apropiadas. Son precisamente los temas del movimiento en caída libre y el lanzamiento de proyectiles los que aportan situaciones de la vida real significativas al alumno y son utilizados en los libros de texto de Matemáticas 3 como contextos para modelar las ecuaciones propuestas como ejercicios.

El contextualizar los problemas con eventos de la vida real, que permitan al alumno construir su andamiaje a partir de experiencias significativas y a su alcance, se refleja en la aseveración que dice “el currículum de matemáticas está estrechamente relacionado con las vivencias que se experimentan diariamente, lo que se aprende de ellas y cómo se hace” (Gamboa y Fonseca, 2014, p. 2). Por lo tanto, es necesario que dichas vivencias se implementen, incrementen y experimenten diariamente.

También es necesario enfatizar que la formación actual debe ser integral, holística y multidisciplinaria, para lo cual se establece el currículum, que tiene como una de sus principales características la coherencia curricular, el factor que influye positivamente en el desempeño del alumno.

Los Programas oficiales vigentes y, en consecuencia, los libros de texto gratuito en nuestro país consideran al estudio del movimiento en caída libre durante el 2º grado de

educación secundaria, en la asignatura de Ciencias 2 Énfasis en Física, dejando a un lado el estudio del movimiento de proyectiles (tiro hacia abajo, tiro vertical, tiro horizontal y tiro parabólico) temas que solo se mencionan en unas cuantas líneas en tres de los libros de texto de manera conceptual.

La investigación documental, realizada a los Programas de estudio del 2011 y libros de texto de la CONALITEG, da origen al presente trabajo. Se ha encontrado que los temas referidos en la asignatura de Ciencias 2 son abordados durante el primer bloque (primeros dos meses del ciclo escolar), pero solo de manera cualitativa y se halló un alto porcentaje de los problemas propuestos al alumno vinculados al tema de caída libre, dejando los problemas con situaciones del lanzamiento de proyectiles a un lado, debido a que el tema de la ecuación de segundo grado se estudia hasta el tercer grado. Sin embargo, en el tercer año, en la materia de Matemáticas 3, cuando se estudia el tema de la ecuación cuadrática, un porcentaje superior al 58% de los problemas de la vida real corresponden a situaciones de tiro vertical y tiro parabólico, movimientos que no fueron abordados ni a profundidad ni con el rigor de las matemáticas, en el segundo año de secundaria.

Los problemas planteados a los estudiantes en los libros de texto de la materia de Matemáticas 3 se presentan como descripciones textuales que deben guardar estrecha simulación con los eventos de la vida real. El tema que abarca el presente trabajo es el de la ecuación cuadrática, la cual está contextualizada en 237 situaciones problemáticas referentes a la caída libre y los tiros parabólico y vertical.

Es precisamente esta incoherencia curricular de los contenidos y entre los grados, manifestada en los ejercicios propuestos en los libros de textos oficiales de las materias de Ciencias 2 (Física) y Matemáticas 3, la que motiva la presente investigación documental.

En el Capítulo 1, después de exponer el marco teórico, se estudia la importancia de los programas de estudio vigentes, que constituyen el currículum oficial, así como los libros de texto publicados por la CONALITEG (currículum potencial), de las asignaturas de Ciencias 2 y Matemáticas 3, fuertemente vinculadas a través de la solución de situaciones problemáticas para el estudio de la ecuación cuadrática mediante problemas contextualizados con eventos físicos que ocurren en la naturaleza y donde está presente la aceleración gravitacional, siendo un contexto ideal para los estudiantes, ya que dichos movimientos forman parte de su experiencia desde su infancia y lo serán a lo largo de toda su vida. Es la coherencia la característica deseable que debe tener un currículum para que permita al alumno el asegurar un aprendizaje de calidad y pertinente para el desarrollo de sus competencias. Se entiende por coherencia curricular “la alineación de los temas del currículum, la profundidad en la que se estudian dichos temas y la secuencia de los temas dentro de cada grado y a través de los grados” (Fortus y Krajcik, 2012, p. 783).

En el Capítulo 2 se estudian las características de las actividades propuestas al alumno en los libros de texto de la materia Ciencias 2, Énfasis en Física. Se presentan los resultados de la investigación documental realizada a los 24 libros de la CONALITEG, que arrojaron un total de 95 actividades o situaciones problemáticas vinculadas a los movimientos donde está presente la aceleración gravitacional. También se presentan los resultados de un instrumento que se aplicó a estudiantes de segundo y tercer grado de la secundaria matutina del BINE, donde se obtuvo un pobre rendimiento por parte de los alumnos, resultado de la falta de coherencia que presentan los libros de texto de Ciencias 2 y Matemáticas 3.

En el Capítulo 3, se muestran los resultados de las características de los 237 problemas encontrados en los libros de Matemáticas 3 de la CONALITEG, referentes al estudio de la ecuación de segundo grado, los cuales utilizan como contexto físico el movimiento de un objeto en caída libre, así como el del lanzamiento de proyectiles. Además de mostrar algunos aspectos relativos a la incoherencia que guarda la asignatura con la de Ciencias 2, también se analizan las características que tienen dichos problemas que hacen que un porcentaje muy alto de las situaciones problemáticas propuestas al estudiante para su solución sean consideradas como tareas no auténticas, de acuerdo al marco de la Teoría de las tareas de situaciones auténticas. Palm (2002).

Finalmente se presentan las conclusiones de la presente tesis, que al final tiene como único objetivo coadyuvar a incrementar el aprendizaje de las matemáticas a través de promover la coherencia curricular de los programas y libros de texto de los alumnos y el empleo de tareas auténticas de la vida real, que permitan al alumno una mejor comprensión de la situación, ya que los contextos deben formar parte de su experiencia diaria.

ÍNDICE

	Pág.
Dedicatorias	
Agradecimientos	
Introducción	
Índice	
CAPÍTULO 1. Los Programas de Estudio y los libros de texto de Ciencias 2 y Matemáticas 3, en el caso de la ecuación cuadrática y su relación con el tema de caída libre	1
1.1.Marco Teórico	1
1.2. Metodología de la investigación y la muestra de los documentos	4
CAPÍTULO 2. Los libros de texto de Ciencias 2 Física	11
2.1. Estructura de los libros de texto de Ciencias 2 Énfasis en Física	13
2.2. Características de las situaciones problemáticas planteadas en los libros de texto en relación al tema de caída libre y lanzamiento de proyectiles	15
2.3. Interpretación de tablas y/o gráficas para el estudio de la caída libre, el inicio para el aprendizaje formal y matemático del evento físico	25
2.4. Problemas numéricos de caída libre propuestos al estudiante, con escasa o nula orientación matemática por parte de los autores de los libros de texto de Ciencias 2	28
2.4.1. Problemas propuestos a los alumnos para su resolución	29
2.4.2. Ejemplos resueltos por los autores como modelo a seguir por el alumno	34
2.5. Elementos de los libros de texto de Ciencias 2, que indican la falta de coherencia curricular con la materia de Matemáticas 3	36

2.6. La incoherencia curricular existente entre Ciencias 2 y Matemáticas 3, factor que inhibe el aprendizaje de los alumnos	43
2.6.1. Pregunta 1, del examen aplicado en la secundaria matutina del BINE.	45
2.6.2. Pregunta 2, del examen aplicado en la secundaria matutina del BINE.	47
2.6.3. Pregunta 3, del examen aplicado a los en la secundaria matutina del BINE.	53
CAPÍTULO 3. Los libros de texto de Matemáticas 3	64
3.1. Estructura de los libros de texto de Matemáticas 3	68
3.2. Descripción de los problemas relativos a la ecuación cuadrática, contextualizados con el evento físico de caída libre y lanzamiento de proyectiles	70
3.3. Problemas propuestos en la asignatura de Matemáticas 3 para la solución de ecuaciones cuadráticas, contextualizados con el evento de caída libre y movimiento de proyectiles, pero que carecen del soporte de contenidos de la materia de Ciencias 2 (Incoherencia curricular entre asignaturas)	80
3.4. Características de las 237 situaciones problemáticas que se presentan en los libros de texto de Matemáticas 3, de acuerdo a la Teoría de las Situaciones Auténticas de Palm	83
3.5. Otras características del marco de referencia de acuerdo a la Teoría de Palm para evaluar las tareas escolares. (Evento, Presentación, Estrategias de solución)	92
3.6. Algunos ejemplos de problemas bien contextualizados y que cumplen con los aspectos de importancia del marco de las tareas auténticas de acuerdo a la Teoría de Palm	102
Conclusiones	105
Bibliografía	111
Anexos	

Capítulo 1

Los Programas de Estudio y los libros de texto de Ciencias 2 y Matemáticas 3, en el caso de la ecuación cuadrática y su relación con el tema de caída libre

1.1. Marco Teórico

En años recientes, se han visto los procesos de enseñanza-aprendizaje de las asignaturas como procesos aislados, cuando la realidad es muy diferente, exigiendo los tiempos actuales una educación integral y multidisciplinaria. Aún con los currículos tradicionales, las matemáticas se aplican y relacionan con todos los campos del quehacer científico y tecnológico y es mucha la vinculación existente entre las tareas de los libros de texto de matemáticas y los de física.

Se ha comprobado que, para construir el conocimiento de forma más efectiva y pertinente para el estudiante, es necesario tener un currículo con coherencia interdisciplinaria, es decir que se busquen formas efectivas de vincular materias a lo largo de la vida escolar del estudiante para asegurar un aprendizaje integral. El uso de currículums interdisciplinarios puede traer enormes beneficios:

“...lo que se traduce en realzar los niveles de calidad del servicio que se presta y recibe en la atención a la diversidad, además de alcanzar un impacto mayor en la tramitación y solución de problemas sociales y cumplir de una mejor forma con el encargo social de formar a las nuevas generaciones...” (Gamboa y Fonseca, 2014, p. 1).

Este trabajo de investigación documental pretende demostrar la importancia de entender como un obstáculo al aprendizaje de la Matemática y de la Ciencias, la

incoherencia curricular existente entre Ciencias 2 (Física) y Matemáticas 3, mostrando como evidencia existente los libros de texto oficiales publicados por la Comisión Nacional del Libro de Texto Gratuito (CONALITEG) y que es coincidente con los planes y programas oficiales vigentes para toda la educación secundaria que se imparte en nuestro país.

Es por eso que la investigación documental y su metodología es lo que guía el presente trabajo. Sirven también como sustento las Teorías de Diseño Curricular que señalan que cualquier proceso educativo debe estar regido por un Currículum Oficial. Se considera el currículum “como el conjunto de objetivos, contenidos, criterios metodológicos y de evaluación que los alumnos deberán alcanzar en cualquier nivel educativo de su proceso escolar.” (Dolores Flores, 2011, p. 166).

En una definición más amplia, según Alsina (2000), el currículum puede ser: “oficial, potencial, impartido y aprendido”.

El *currículum oficial* está formado por todos los documentos institucionalizados por la autoridad educativa como son planes y programas de estudio, guías metodológicas, etc.

El *potencial*, integrado por los libros de texto, materiales didácticos, publicaciones de los docentes, etc.; constituye el desarrollo del currículum oficial

El *impartido*, se refiere a lo que el docente realiza a lo largo del curso.

El *currículum aprendido* se relaciona con lo que el estudiante realmente adquiere. La definición anterior da los elementos de sustento para el análisis de la presente propuesta.

Cualidad deseable que todo currículum debe poseer es la coherencia curricular. Fortus y Krajcik (2012) describen la coherencia curricular “como la alineación de las ideas

especificadas, la profundidad con la que se estudian las ideas y la secuencia de los temas dentro de cada grado y a través de los grados” (p. 783), añadiendo que existen diferentes tipos de coherencia: de estándares, de contenidos, de objetivos de aprendizaje, de la unidad, entre unidades, de evaluaciones y a lo largo de su trayecto formativo de un nivel educativo. El logro de la coherencia entre todos los elementos del currículum permite el desarrollo del aprendizaje de los alumnos, cuando vinculan ideas y conceptos anteriores a nuevas ideas y experiencias adquiridas a través del proceso enseñanza- aprendizaje. Pero eso solo se logra si los materiales como los libros de texto son articulados con metas de aprendizaje y la coherencia curricular entre unidades y entre las materias que conforman un nivel escolar.

La evaluación de la autenticidad de los problemas en los libros de texto de Matemáticas 3, relacionados con los movimientos de la caída libre y el tiro parabólico, está basada en la Teoría de Palm. Esta teoría, también llamada de las Tareas con situaciones auténticas, describe las características que deben tener los problemas verbales, también llamados problemas textuales. Los han definido anteriormente Verschaffel, Greer y De Corte (2000), diciendo que esos problemas “son descripciones verbales de situaciones que deben ser comprensibles por el lector, dentro de los cuales las preguntas o problemas matemáticos pueden ser contextualizados” y añadiendo que los problemas verbales “proveen de manera conveniente, un vínculo entre la abstracción de las matemáticas puras y su aplicación a los fenómenos del mundo real” (p. IX).

La Teoría de Palm establece el Marco Teórico para evaluar que un problema pueda ser considerado como una representación adecuada de la vida real, a través de algunos indicadores, entre ellos: considera el tipo de evento, la veracidad de los datos, las preguntas

que se planteen deben ser específicas al tema a tratar, el evento planteado en la situación problemática puede ser llevado a cabo en el mundo real.

“En el estudio de cualquier tema matemático es importante que se plantee la búsqueda de conexiones y relaciones en áreas diferentes al de las matemáticas, de manera que se facilite el entendimiento y significado de los conceptos fundamentales al relacionarlos con otros contenidos” (NTCM, 2000).

1.2. Metodología de la investigación y la muestra de los documentos

Los objetivos centrales del presente trabajo son investigar:

La incoherencia curricular existente en los libros de texto de las asignaturas de Ciencias 2 y Matemáticas 3;

Los efectos negativos de esta incoherencia en el aprendizaje de los alumnos de secundaria;

La autenticidad de los problemas relacionados con los movimientos en el campo gravitacional terrestre planteados en los libros de texto de Matemáticas 3.

En primer lugar, se abordan los Planes y Programas de Estudio de la Secretaría de Educación Pública vigentes para Educación Secundaria de 2011 (Currículum oficial), donde se encuentran los elementos esenciales como son: los Propósitos, los Estándares, los Enfoques y la Organización de los Aprendizajes de las asignaturas de Ciencias 2 y Matemáticas 3; siendo esos, los elementos fundamentales para entender el qué, para qué y cómo enseñar las materias que forman parte del currículo actual.

La importancia de los libros de texto (Currículum potencial) se ha estudiado en otros países, a manera de ejemplo, en los Estados Unidos en 1999, después de haberse aplicado el TIMSS y haber terminado en la posición número 18 de los 38 países participantes se levantaron algunos focos rojos. Tratando de explicar el porqué de tan mal desempeño, investigadores descubrieron errores en los libros empleados en esos años, en palabras propias de los investigadores: "...Carecían (los libros) de coordinación y consistencia a lo largo del tiempo, temas y disciplinas. Los conceptos clave a menudo fueron enterrados entre ideas no relacionadas, rodeados por detalles inapropiados" (Kesidou & Roseman, 2002).

El alumno entra en contacto con expresiones algebraicas desde la primaria, donde se trabajan con fórmulas para obtener perímetros y superficies de figuras geométricas. Sin embargo, el desarrollo del pensamiento algebraico se introduce de manera formal en la escuela secundaria. La complejidad de la enseñanza- aprendizaje del álgebra plantea retos al docente de matemáticas; los avances de la matemática educativa le proporcionan elementos de reflexión y pedagógicos para el desarrollo y diversificación de sus estrategias y métodos de enseñanza para lograr que sus alumnos puedan competir en el concierto internacional.

Para empezar, mencionaré brevemente lo referente a los Programas de Estudio oficiales de las materias de Física 2 y de Matemáticas 3, vigentes desde el 2011, expedidos por la Secretaría de Educación Pública (Currículum Oficial).

Para **Ciencias II (Énfasis en Física)**, tenemos:

Descripción general: En el curso de Ciencias 2 el estudio de los fenómenos físicos está orientado a favorecer la construcción y aplicación de los conocimientos en situaciones de la vida cotidiana, con base en la representación de los fenómenos y procesos naturales, y en el uso de conceptos, modelos y del lenguaje científico. La materia está dividida en cinco bloques:

Bloque I. La descripción del movimiento y la fuerza.

Bloque II. Leyes del movimiento.

Bloque III. Un modelo para describir la estructura de la materia.

Bloque IV. Manifestaciones de la estructura interna de la materia.

Bloque V. Conocimiento, sociedad y tecnología.

El tema de caída libre se encuentra dentro del Bloque I, que presenta los siguientes *Aprendizajes Esperados*:

a. Interpreta la velocidad como la relación entre desplazamiento y tiempo, y la diferencia de la rapidez, a partir de datos obtenidos de situaciones cotidianas.

b. Interpreta tablas de datos y gráficas de posición-tiempo, en las que describe y predice diferentes movimientos a partir de datos que obtiene en experimentos y/o de situaciones del entorno.

c. Describe características del movimiento ondulatorio con base en el modelo de ondas: cresta, valle, nodo, amplitud, longitud, frecuencia y periodo, y diferencia el

movimiento ondulatorio transversal del longitudinal, en términos de la dirección de propagación.

d. Describe el comportamiento ondulatorio del sonido: tono, timbre, intensidad y rapidez, a partir del modelo de ondas.

e. Identifica las explicaciones de Aristóteles y las de Galileo respecto al movimiento de caída libre, así como el contexto y las formas de proceder que las sustentaron.

f. Argumenta la importancia de la aportación de Galileo en la ciencia como una nueva forma de construir y validar el conocimiento científico, con base en la experimentación y el análisis de los resultados.

g. Relaciona la aceleración con la variación de la velocidad en situaciones del entorno y/o actividades experimentales.

h. Elabora e interpreta tablas de datos y gráficas de velocidad-tiempo y aceleración-tiempo para describir y predecir características de diferentes movimientos, a partir de datos que obtiene en experimentos y/o situaciones del entorno.

De la lectura de los incisos e) al h), podemos notar que los planes de estudio de la materia de Ciencias II, no incluyen el estudio del tiro vertical ni el de tiro parabólico, movimientos que los libros de texto de Matemáticas 3 incluyen como contexto físico para la solución de ecuaciones de segundo grado.

Para **Matemáticas 3**, que se imparte en el tercer grado de secundaria, los *Propósitos del estudio* son:

a. Utilicen el cálculo mental, la estimación de los resultados o las operaciones escritas con números enteros, fraccionarios o decimales, para resolver problemas aditivos y multiplicativos.

b. Modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones.

c. Justifiquen las propiedades de rectas, segmentos, ángulos, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, círculo, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera.

d. Utilicen el teorema de Pitágoras, los criterios de congruencia y semejanza, las razones geométricas y el teorema de Tales al resolver problemas.

e. Justifiquen y usen las fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y expresen e interpreten medidas con distintos tipos de unidad.

f. Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en tablas o gráficas de diferentes tipos, para comunicar información que responda a preguntas planteadas por ellos mismos u otros.

g. Calculen la probabilidad de experimentos aleatorios simples, mutuamente excluyentes e independientes.

Es el inciso b), el que nos interesa y que a lo largo de los libros de texto de Matemáticas 3, los diversos autores y editoriales trabajan.

La parte principal del presente trabajo es el Análisis de los Libros de Texto oficiales de Ciencias 2 y Matemáticas 3.

Es el libro de texto gratuito uno de los principales instrumentos de mediación entre el aprendizaje del alumno y la actividad del maestro en el aula de la escuela pública de México. Además, como puede notarse en la clasificación de Alsina (2000), los libros de texto constituyen parte del currículum y son elemento primordial de apoyo al aprendizaje del escolar. Sin lugar a dudas, el aprendizaje de las matemáticas exige de los mejores apoyos de recursos impresos y de multimedia. El tema de la ecuación cuadrática es abordado en el tercer año, y ha sido interés del presente trabajo presentar un resumen de la discrepancia curricular entre la enseñanza de la ecuación cuadrática en el tercer año y la enseñanza del evento físico de caída libre que se aborda desde el segundo año de la escuela secundaria.

En México existe la Comisión Nacional del Libro de Texto Gratuito (CONALITEG), que es una institución descentralizada, fundada por el Presidente López Mateos el 12 de febrero de 1959; con la visión de que el libro de texto gratuito, además de un derecho social, fuera un vehículo que facultara el diálogo y la equidad en la escuela. Actualmente la CONALITEG agrupa 32 editoriales que se encargan de la elaboración de los textos gratuitos oficiales.

En primer lugar, haremos referencia al libro de texto gratuito de Matemáticas 3; en el nuevo modelo educativo basado en el enfoque por competencias y centrado en el alumno, el aprendizaje de la matemática y de las ciencias debe ser a través de problemas que reflejen situaciones reales para que sea significativo al alumno, por lo que se requiere que los libros contengan situaciones problemáticas reales que el estudiante pueda

comprobar. Es el tema de la ecuación cuadrática que tiene una fuerte vinculación con eventos de la naturaleza tal y como lo muestra la (Figura 2.1).

En nuestra investigación documental encontramos que de las 32 editoriales que agrupa la CONALITEG solo 21 editoriales editan libros de texto de Matemáticas 3, quienes se encargan de publicar 35 libros. En estos libros encontramos 237 situaciones problemáticas para el estudio de la Ecuación de segundo grado vinculadas con el contexto de caída libre y el de lanzamiento de proyectiles (tiro hacia abajo, tiro vertical y tiro parabólico).

Mientras que para los libros de Ciencias 2 (Física), de las 32 editoriales solo 16 editoriales publican al menos un libro, teniéndose un total de 24 libros publicados donde encontramos 95 situaciones problemáticas.

Antes de entrar en el análisis de las situaciones problemáticas propuestas, es necesario observar a través de la descripción de los programas de estudio (currículum oficial) y de los libros de texto (currículum potencial) una primera incoherencia de la cual en el próximo capítulo hablaremos más detalladamente: **los contenidos de ciencia y matemáticas, no son coherentes a través de los grados, ni entre asignaturas**. Al estudiante se le plantea contestar reactivos de física sin tener las herramientas matemáticas que adquieren hasta el tercer año. (Incoherencia entre grados). Tampoco se le dan en la materia de Ciencias 2, las situaciones problemáticas necesarias que permitieran al estudiante construir un andamiaje, al menos conceptual, de la temática relativa a los lanzamientos de proyectiles que se utilizan como contexto en los problemas contextualizados de Matemáticas 3. (Incoherencia de estándares y contenidos a través de los grados).

Capítulo 2

Los libros de texto de Ciencias 2, Física

“La física puede definirse como la ciencia que investiga los conceptos fundamentales de la materia, la energía y el espacio, así como las relaciones entre ellos” (Tippens, 2011, p. 2). Es la física una de las materias que más nos ayuda a comprender el mundo y cuya aplicación de sus principios teóricos ha permitido al ser humano el desarrollo de tecnología para su bienestar: la industria automotriz, la aeronáutica y espacial, la de las telecomunicaciones, son solo algunos pequeños ejemplos donde el desarrollo de los principios físicos elementales, sirvieron de herramienta para su creación.

Es por eso que el estudio de las ciencias forma parte del currículum de la educación básica en cualquier sistema educativo alrededor del mundo. El impulso al estudio de la ciencia debe nacer en la escuela, desde el aula de preescolar hasta la edad adulta. Al menos los principios fundamentales deberían formar parte del acervo cultural de nuestros ciudadanos, las naciones que marchan a la vanguardia en el desarrollo de nuevas tecnologías han puesto énfasis en el aprendizaje de las ciencias. Desafortunadamente, existe una percepción generalizada que la ciencia y la tecnología no forman parte de la cultura de nuestro país, lo cual se ve reflejado, desde el punto de vista educativo, en el bajo rendimiento de los estudiantes en las pruebas estandarizadas a nivel internacional como es la prueba PISA, donde en 2015 se obtuvo un promedio de 416 puntos que lo sitúa por abajo del promedio de los países de la OCDE que fue de 493 puntos. (Fuente: OCDE, Base de datos de PISA 2015, tablas 1.2.4a, 1.2.6).

Uno de los factores de este distanciamiento de las ciencias tiene sus orígenes en la educación básica, donde el aprendizaje de ellas se ha relegado por diversos motivos, como puede ser la falta de infraestructura y deficiente formación de los profesores, a un lugar secundario; las reformas curriculares del 2006 y el 2011 se han sumado a los cambios propuestos, pero no han pasado más allá de los programas.

Ya hemos discutido en el capítulo anterior, la propuesta de la enseñanza de Ciencias 2 durante el segundo año de la escuela secundaria presentada en los Planes y Programas de Educación Secundaria de acuerdo a la Reforma vigente del 2011, también analizamos que el currículum potencial lo constituyen los libros de texto oficiales que se reparten de manera gratuita a todos los estudiantes del sistema educativo mexicano al inicio de cada ciclo escolar.

La finalidad de este capítulo es encontrar qué aspectos, de los libros de texto de Ciencias 2 Énfasis en Física, inhiben la coherencia curricular que debe existir entre materias, contenidos y grados escolares, para lograr una mayor comprensión y significado de las situaciones problemáticas planteadas en los ejercicios para los alumnos y cuya pertinencia incide en el aprendizaje escolar; sin olvidar que su importancia se incrementa al recordar que la educación basada en competencias busca que sea a través de su trabajo el que permita al alumno generar su aprendizaje, siendo el libro de texto un elemento mediador y que forma parte del currículum.

2.1. Estructura de los libros de texto de Ciencias 2 Énfasis en Física

Son veinticuatro los libros publicados por la CONALITEG para la materia de Ciencias 2 y que sirven como instrumentos auxiliares para el aprendizaje al alcance de los alumnos. Ante tal diversidad, el proceso de selección del libro varía de escuela en escuela, en algunos casos donde las escuelas son muy grandes el libro de texto es acordado en academia por todos sus integrantes, previa visita de las editoriales que acuden a mostrar su material; en escuelas pequeñas el libro de texto que habrán de ocupar los alumnos recae en la elección que hará el titular de la materia. (Ver todos los títulos en Anexo I).

En el curso de Ciencias 2 el estudio de los fenómenos físicos está orientado a favorecer la construcción y aplicación de los conocimientos en situaciones de la vida cotidiana, con base en la representación de los fenómenos y procesos naturales, y en el uso de conceptos, modelos y del lenguaje científico.

(Programas de estudio 2011. Guía para el maestro, SEP, p. 49)

Uno de los eventos de la naturaleza que está siempre presente en la vida del ser humano es sin lugar a dudas la acción de la gravedad, de la que ningún objeto o ser vivo se escapa. Por lo tanto, entender su significado, medirla y predecir el movimiento de un cuerpo en caída libre o el del lanzamiento de un proyectil constituye una experiencia cercana al estudiante, donde el valor de la aceleración gravitacional es constante y único. Los temas de caída libre y el de lanzamiento de proyectiles (tiro hacia abajo, tiro vertical, tiro horizontal y tiro parabólico) constituyen información básica y fundamental para la solución de 237 problemas propuestos al estudiante para el estudio de la ecuación cuadrática que aparecen en los libros de texto oficiales de Matemáticas 3.

Es en el Bloque 1 de los libros de Física 2, donde se deberían estudiar dichos temas; los aprendizajes esperados en relación al tema de caída libre y el de los tiros parabólicos son:

- a. Identifica las explicaciones de Aristóteles y las de Galileo respecto al movimiento de caída libre, así como el contexto y las formas de proceder que las sustentaron.
- b. Argumenta la importancia de la aportación de Galileo en la ciencia como una nueva forma de construir y validar el conocimiento científico, con base en la experimentación y el análisis de los resultados.
- c. Relaciona la aceleración con la variación de la velocidad en situaciones del entorno y/o actividades experimentales.
- d. Elabora e interpreta tablas de datos y gráficas de velocidad-tiempo y aceleración-tiempo para describir y predecir características de diferentes movimientos, a partir de datos que obtiene en experimentos y/o situaciones del entorno.

De la lectura de los aprendizajes esperados, podemos notar que el *programa de estudio (currículum oficial)* de la materia de Ciencias 2, no incluye el tema de lanzamiento de proyectiles; movimientos que los libros de texto de Matemáticas 3 incluyen como contexto físico para la solución de problemas que involucran ecuaciones de segundo grado. Recordemos que el aprendizaje de la matemática y de las ciencias debe ser a través de problemas que reflejen situaciones reales para que sea significativo al alumno, por lo que se requiere que los libros contengan situaciones problemáticas reales que el estudiante pueda comprobar. Es el tema de caída libre y el de lanzamientos de proyectiles que están en

estrecha vinculación con el del aprendizaje de la ecuación cuadrática, y cuya estrecha relación la podemos representar mediante la composición de imágenes de la (Figura 2.1.).

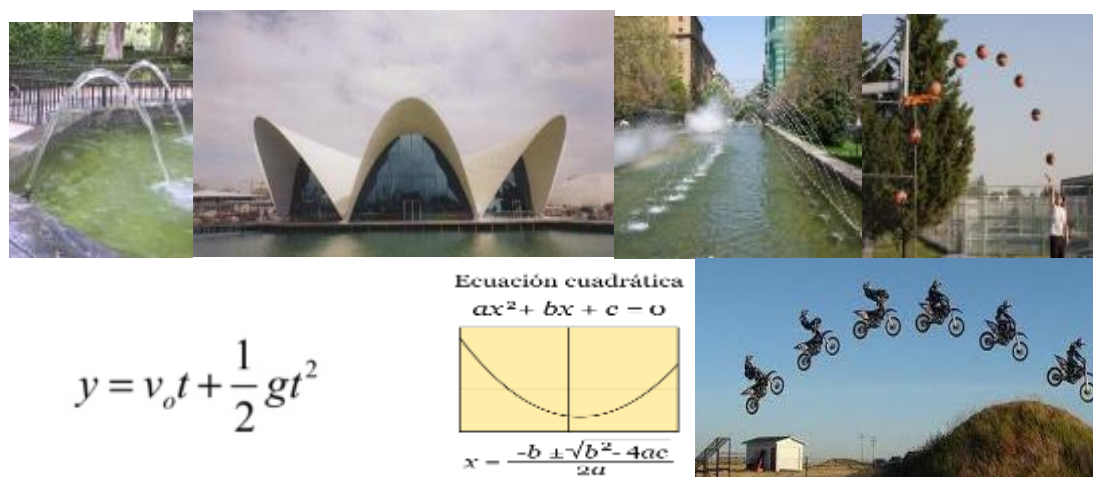


Figura 2.1. Diferentes representaciones de la ecuación cuadrática

Fuente: Google Imágenes. <https://www.google.com/imghp?hl=es-419>

2.2. Características de las situaciones problemáticas planteadas en los libros de texto en relación al tema de caída libre y lanzamiento de proyectiles

Con la información obtenida de la investigación a los libros de Ciencias 2, uno de los primeros resultados que llama la atención, es la forma en como los autores de los libros de texto, pretenden que se desarrollen las actividades. Es la Física una ciencia experimental, donde el conocimiento debe adquirirse en el laboratorio a través de prácticas donde el estudiante junto con sus compañeros y profesor establezcan hipótesis, interpreten resultados, deduzcan conclusiones, elaboren ensayos, etc.; sin embargo, el 55 % de las actividades propuestas por los autores de los libros de texto manifiestan que los estudiantes las deben resolver de manera individual.

¿Qué tipo de actividades son diseñadas por los autores de los libros de texto, para la materia de Ciencias 2, con la finalidad de que el estudiante adquiriera el conocimiento de los movimientos de cuerpo en caída libre y lanzamiento de proyectiles? De las 32 editoriales agrupadas a la CONALITEG, solo 16 de ellas publican al menos un libro de texto de la asignatura de Ciencias 2 (Énfasis en Física) impartida en el segundo año de educación secundaria; teniéndose un total de 24 libros publicados donde encontramos 95 situaciones problemáticas relativas al movimiento de caída libre y lanzamiento de proyectiles (tiro hacia abajo, tiro vertical, parabólico y horizontal); los libros de texto forman el currículum potencial que materializa al currículum oficial, el cual está formado por los objetivos, enfoques, estándares y organización de los contenidos.

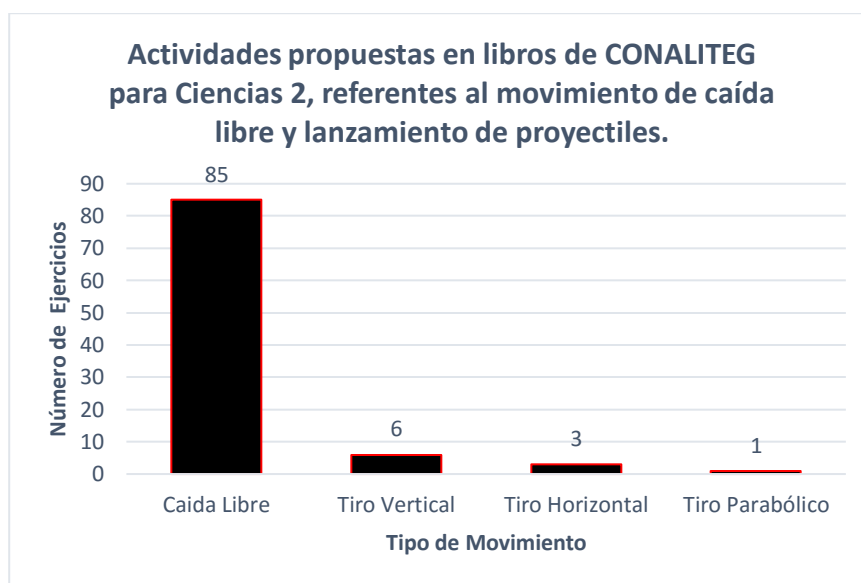


Figura 2.2. Clasificación de los problemas propuestos en los libros de texto de de acuerdo al tipo de movimiento del objeto

Claramente se observa en la Figura 2.2. que en los libros de texto se plantea un alto porcentaje de situaciones problemáticas correspondientes a la caída libre, mientras que un

porcentaje mínimo de las situaciones corresponden al resto de movimientos donde está presente la aceleración de la gravedad (10.5%). ***Esta ausencia de análisis del movimiento de tiro vertical, parabólico, hacia abajo y horizontal (generalmente denominados lanzamiento de proyectiles), habrá de quedar como una enorme laguna que no será cubierta en el resto de su formación correspondiente al nivel de secundaria y generará confusión en los alumnos cuando en su materia de Matemáticas 3, en el estudio de la ecuación cuadrática, un alto porcentaje de los problemas se contextualizarán con dichos movimientos.***

Muy claramente se puede concluir la ausencia de la deseable coherencia que deberían tener todos los programas de las asignaturas que se imparten en el nivel de secundaria, muy particularmente en aquellas, cuyos contenidos se vinculan como contextos en la solución de problemas, tal es el caso de la asignatura de Matemáticas 3, en el estudio de ecuaciones de segundo grado, que utilizan como contexto físico el tema del movimiento en caída libre y lanzamiento de proyectiles, impartidos en la materia de Ciencias 2.

La Figura 2.3., nos permite analizar el tipo de problemas que se plantean al estudiante en esas 95 situaciones problemáticas que aparecen en los libros de texto de Ciencias 2 y cómo se podrían justificar de acuerdo al enfoque de la materia. La presente investigación permite analizar la ausencia de ciertos contenidos necesarios para una comprensión integral del problema. Se tiene el incremento de una actividad, dado que en un libro de texto se presenta una doble situación, en la primera parte del ejercicio, el autor modela matemáticamente como debe resolver el estudiante el ejercicio y en la segunda parte pide al alumno encontrar los valores para otros instantes.

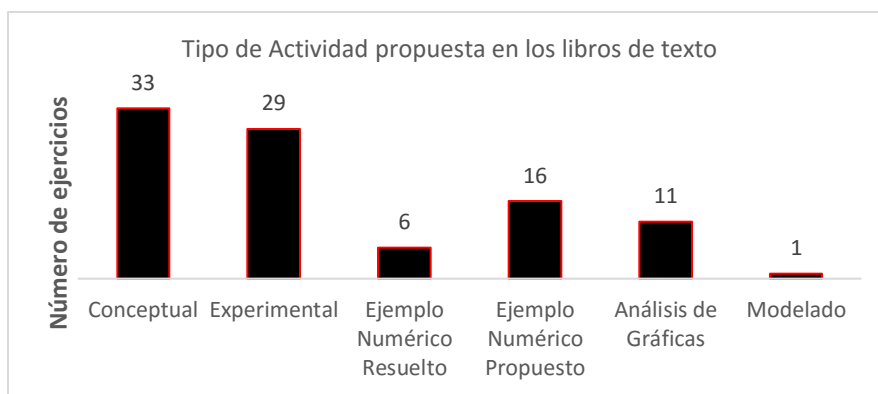


Figura 2.3. Tipo de actividades propuestas

Al ser la Física una ciencia experimental, la materia de Ciencias 2 (Física), de acuerdo al Programa vigente del 2011 para educación secundaria de la Secretaría de Educación Pública, tiene el mismo enfoque; es decir, que el estudiante lleve a cabo su aprendizaje a través de la experimentación y la modelación de los problemas de la naturaleza. Lo anterior se refleja en las actividades o problemas planteados al estudiante en los diferentes libros de texto.

Actividades para el desarrollo conceptual

En la Figura 2.3 se observa que son 33 las actividades que refuerzan el concepto de caída libre, ya sea a través de la reflexión del alumno acerca de su conocimiento de los fenómenos que ocurren en la naturaleza, la contrastación de las teorías de Aristóteles y Galileo o simplemente el problema pide que el alumno reflexione sobre los contenidos que el autor ha presentado en el libro. Se presentan a continuación un par de ejemplos:

Ejemplo 1

La siguiente actividad se presenta en el libro Ciencias 2 Física de los autores González Dávila, Alejandra; Helena Lluís Arroyo y Abraham Pita Larrañaga de la editorial Correo del Maestro en la página 49 (Figura 2.4).

Pretende rescatar los conocimientos previos del estudiante. La imagen del paracaidista ayuda sobre todo cuando en otra de las preguntas el autor propone “Si dejas caer al mismo instante y desde la misma altura una piedra y una hoja de papel extendida. ¿Cuál de esos cuerpos tocará primero el suelo? Luego también al autor pregunta ¿Hay alguna manera en que al dejar caer la piedra y el papel desde la misma altura y al mismo tiempo, toquen el suelo al mismo tiempo? ¿Planteen como lo lograrían?”

B1

Explicaciones de Aristóteles y Galileo acerca de la caída libre

 Explora

1. Reflexiona y responde en tu cuaderno:
 - ¿Qué entiendes por caída libre?
2. Piensa en una experiencia de caída de algún cuerpo, escríbela y coméntala con tus compañeros.
 - ¿Cómo funciona un paracaídas? Explica.
3. Haz una predicción sobre la siguiente situación: Si dejas caer al mismo instante y desde la misma altura una piedra y una hoja de papel extendida:
 - ¿Cuál de estos cuerpos tocará primero el suelo?
4. Realiza la experiencia y anota el resultado en tu cuaderno; después coméntala con el grupo entre cuestionamientos:
 - ¿Qué característica de los objetos que cayeron determinó que uno de ellos llegara primero al suelo?
 - ¿Hay alguna manera en que al dejar caer la piedra y el papel, desde la misma altura y al mismo tiempo, toquen suelo al mismo tiempo? ¿Planteen cómo lo lograrían?
 - Pongan en práctica su idea y revisen su respuesta a la primera pregunta. ¿Qué cambio?



• Podemos experimentar la caída libre de diversas maneras... y, desde luego, tenemos que tomarlas debidas precauciones, como tendrá que hacerlo este paracaidista.

Figura 2.4. Movimiento de un objeto en caída libre

Ejemplo 2

En la página 51 del libro Ciencias 2 Física, de Gutiérrez, Israel; Gabriela Pérez y Ricardo Medel de Ediciones Castillo se presenta la siguiente actividad de carácter conceptual (Figura 2.5.):

Cierre

Piensa y sé crítico

1. Analiza las siguientes situaciones y contesta:
 - a) Imagina que en la superficie de la Tierra se deja caer 1 kg de papel desde una altura de 20 m, y que, de manera simultánea, en una cámara de vacío se deja caer un 1 kg de papel como el anterior también desde una altura de 20 m. ¿Cuál llegará primero al suelo? Explica tu respuesta.
 - b) Aristóteles afirmaba que los objetos pesados caen más rápido que los ligeros, esto considerando la presencia del medio; Galileo afirmaba que los objetos caen a la misma rapidez independientemente de su masa en el vacío. ¿Quién tenía la razón? ¿Por qué?

De regreso al inicio

1. Analiza nuevamente la situación inicial.
 - a) Resuelve el problema de las piedras. Si el argumento es contradictorio significa que una o varias de las hipótesis son falsas, ¿cuáles son? ¿Qué sucedería realmente?
 - b) ¿En qué condiciones 1 kg de plomo y 1 kg de algodón caerían con la misma rapidez? ¿En qué condiciones no? ¿Puede un kilogramo de plomo caer más despacio que uno de algodón? ¿Cómo?

Figura 2. 5. Actividad conceptual de caída libre

La actividad corresponde a un movimiento en caída libre, plantea cuatro preguntas detonadoras, sin embargo, al ser la Física una ciencia experimental, bien pudieron los autores realizar la actividad de manera experimental, prefiriendo tal y como lo escriben en la pregunta 1a), que el estudiante “imagine” la situación. Esta situación problemática también plantea como objetivo: la comparación de la Teoría Aristotélica con la de Galileo Galilei acerca de la caída de un cuerpo.

Actividades Experimentales

Respondiendo al enfoque de la asignatura de Ciencias 2, en los libros de texto se plantean 29 actividades para el alumno, a desarrollarse en una gran mayoría en el salón de clases y realizar las mediciones correspondientes.

Experimento

Observa cómo aceleran los cuerpos sobre la superficie de la tierra.

Materiales

- 2 limones o dos pelotas de esponja del mismo tamaño
- 2 cronómetros

Procedimiento

- Un miembro del equipo sujeta los dos objetos aproximadamente esféricos con una mano entre el dedo índice y el pulgar, procurando que la palma esté hacia abajo. Para apreciar mejor los resultados súbelo a una silla, o si es posible haz el experimento desde un balcón.
- Con la otra mano da un fuerte golpe horizontal a uno de ellos, para que salga disparado hacia el frente, mientras el otro cae libremente de forma vertical. Pero antes de dar el golpe cuenta en voz alta hasta tres para que dos de sus compañeros activen sus cronómetros y estén al pendiente de desactivarlos cuando los objetos hagan contacto con el suelo.
- Hagan una prueba preliminar para asegurarse que ninguno de los objetos hará contacto con la silla o el balcón y que ambos inician su movimiento al mismo instante.
- Repitan los pasos anteriores cinco veces. Tomen un promedio de los tiempos.

Análisis de resultados

- Registre sus tiempos promedio en una tabla como la siguiente. Copien la tabla en sus cuadernos.

3. Comparen los tiempos que anotaron en la tabla. Si la diferencia entre ambos es menor que 1 s, considérenlos iguales, ya que deben tomar en cuenta que existe la posibilidad de cometer errores al medir.

4. En caso de ser iguales o aproximadamente iguales los tiempos, respondan:

- ¿A qué se debe esto, si uno de los objetos recorrió mayor distancia que el otro?
- ¿Qué pasaría si se soltaran juntos los dos objetos aproximadamente esféricos? Expliquen.

	Objeto esférico en caída libre (vertical)	Objeto esférico disparado hacia el frente
Tiempo promedio (s), desde que el objeto esférico empieza a caer hasta que hace contacto con el suelo		

Figura 2.6. Actividad experimental

Ejemplo 1

Presente en el libro Ciencias 2 Física, en la página 124 de los autores González Dávila, Alejandra; Helena Lluís Arroyo y Abraham Pita Larrañaga de la editorial Correo del Maestro. Los autores proponen la actividad de aprendizaje de la Figura 2.6., esta situación experimental que se propone al alumno le permitirá sacar sus conclusiones a través de la medición de sus resultados, que son reportados en la tabla anexa.

Este es un buen ejemplo de una actividad que busca desarrollar en los estudiantes la experimentación, como base de la obtención de resultados y conclusiones. El evento

corresponde al movimiento cuando un objeto es proyectado horizontalmente y compara los resultados, considerando que simultáneamente un objeto fuera dejado caer libremente. Es decir, esta actividad permite al estudiante predecir el comportamiento de dos objetos que se mueven simultáneamente, uno que es dejado caer libremente y otro, que sufre un impulso inicial de manera horizontal, planteándose la pregunta ¿cuál caerá primero?

Ejemplo 2

Dentro de la misma clasificación de actividades experimentales se encuentra la situación problemática propuesta en el libro Ciencias 2 Física. Vida en Movimiento, del autor Jorge Alonso Marbán Hernández, de editorial Oxford University Press, en la página 58 (Ver Figura 2.7.).



Físicos en acción

Conocimiento experimental

Para hacer un ejercicio de comprobación muy sencillo, intenta el siguiente experimento:

1. Desde la altura de tus hombros, deja caer al mismo tiempo dos monedas de distinta denominación o dos piedras de tamaño diferente, que tengan evidentemente pesos distintos. ¿Qué sucedió? ¿Caen al mismo tiempo?
2. Intenta después hacer lo mismo con una moneda y una hoja de papel extendida o una bolsa de plástico. ¿Qué sucede? ¿Caen al mismo tiempo?
3. Anota en tu cuaderno lo que observaste en los experimentos y responde: Además de la observación, ¿qué instrumentos te ayudarían a saber con mayor exactitud qué ha ocurrido durante el experimento?
4. A partir de lo que sabes hasta ahora, conversa con un compañero y elaboren una teoría que explique por qué algunos objetos caen más rápido que otros, aún cuando Galileo afirma que todos los objetos caen a la misma velocidad. Antes de responder, consideren que el 2 de agosto de 1971, el astronauta David Scott realizó un experimento similar en la Luna (Figura 1.29). En este caso, los objetos que dejó caer fueron un martillo y una pluma: ambos cayeron al mismo tiempo en la superficie lunar.

Anoten sus respuestas y consérvénlas como evidencia de su avance en esta actividad. Regresarán a ellas más adelante.

Figura 2.7. Actividad experimental a desarrollarse en el aula

La actividad debe realizarse en parejas, con la finalidad de reportar las observaciones realizadas al dejar caer dos monedas o dos piedras de diferente tamaño simultáneamente, ¿Cuál caerá primero?

También el autor brinda información adicional, al recordar el experimento realizado por el astronauta David Scott, el 2 de agosto de 1971, cuando en la superficie lunar dejó caer un martillo y una pluma simultáneamente, comprobando así la teoría de Galileo, al observar que no obstante la diferencia de pesos ambos tocaron al mismo tiempo el suelo.

Actividades de Modelación

A este tipo de actividades le unimos un ejercicio de modelación encontrado en el libro de Ciencias II (Física) de los autores Gutiérrez, Israel; Gabriela Pérez y Ricardo Medel de Ediciones Castillo de la página 45 (Figura 2.8.).

En acción

Modela y analiza

Introducción
La caída libre es un caso particular del movimiento curvo llamado tiro parabólico, muy común en muchas situaciones de la vida cotidiana: el lanzamiento de una piedra, el brinco de un saltamontes, el chorro de agua saliendo de una manguera...

Propósito
Construir un modelo que ilustre el tiro parabólico como efecto de la gravedad.

Material
Una varilla de madera, hilo, regla, plumón, cuentas (o abalorios) de bisutería idénticos.

Procedimiento

1. A 10 cm de un extremo de la varilla haz una marca con el plumón y señálala con el número 0; a partir de allí haz marcas cada 5 cm y numéralas consecutivamente: 1, 2, 3, etcétera.
2. Para cada marca corta un trozo de hilo y ata una cuenta o abalorio en uno de sus extremos; amarra el otro extremo a la varilla, justo en la marca correspondiente, de modo que el largo del hilo sea igual (en centímetros) al cuadrado del número de la marca. Por ejemplo, para la marca 3 la longitud del hilo correspondiente debe ser 9 cm.
3. Coloca horizontalmente la varilla y observa atentamente el patrón que forman los abalorios. ¿Qué te sugiere? Registra tus observaciones en tu bitácora.
4. Coloca la varilla en distintos ángulos y observa el patrón de los abalorios.

Análisis de resultados y conclusiones

- a) Si imaginas este modelo como una secuencia de fotos estroboscópicas, ¿qué tipo de movimiento representa?
- b) ¿Qué pasa cuando cambias el ángulo de la varilla? ¿Qué semejanza tiene con la trayectoria de un objeto lanzado al aire?
- c) ¿Cómo podrías simular con tu modelo la caída libre? ¿cómo tendrías que poner la varilla? ¿cómo simularías un lanzamiento vertical?
- d) ¿Por qué elegimos las longitudes del hilo como el cuadrado de los números naturales? ¿qué tiene que ver ello con la caída libre? ¿recuerdas la fórmula de Galileo para la distancia recorrida por un objeto en caída libre?
- e) ¿Por qué elegimos una misma separación a lo largo de la varilla? Si no hubiera gravedad, ¿cómo se movería un objeto lanzado en cualquier dirección? ¿Qué representaría en nuestro modelo cambiar los 5 cm de separación entre abalorios por cualquier otra distancia?
- f) ¿Dirías que el movimiento parabólico es la combinación de dos tipos distintos de movimiento? Comenta tus conclusiones con tus compañeros y maestro o maestra.

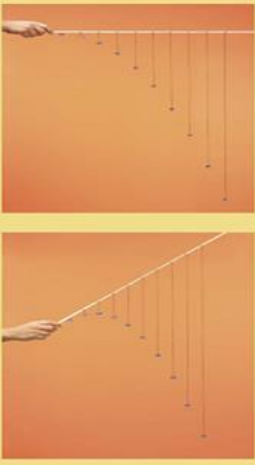


Figura 2.8. Construcción de un modelo para ilustrar el tiro parabólico

La actividad consiste en construir un modelo que ilustre el tiro parabólico como efecto de la aceleración gravitacional. En la actividad se solicita al alumno el material correspondiente, así como se anotan las instrucciones que el alumno deberá seguir; se plantean al estudiante seis preguntas detonadoras mediante las cuales el alumno reflexiona

acerca de los movimientos en donde está presente la aceleración gravitacional, también se analiza la relación cuadrática como la existente entre la distancia recorrida por el móvil sujeto a la aceleración y el tiempo que tarda en hacerlo. En el inciso *d*) se induce al alumno a relacionar la fórmula propuesta por Galileo Galilei con el modelo construido. También la actividad promueve la manipulación del modelo para tratar de representar los diferentes movimientos donde está presente la aceleración gravitacional.

No es motivo de la presente tesis, pero si es importante puntualizar la carencia de laboratorios de ciencias en la mayoría de instituciones oficiales, lo que impide el desarrollo integral del aprendizaje ideal de los contenidos, predicción, anticipación, medición de los eventos y comprobación de los resultados.

Candela, Gamboa, Rojano, Sánchez Carvajal y Alvarado (2012) señalan:

En general, las prácticas de laboratorio que se llevan a cabo en cada curso son escasas. En la mayoría de los casos se carece del material adecuado, mobiliario e instalaciones que permitan llevar a cabo las actividades de tipo experimental de forma segura y exitosa, lo cual se usa como pretexto para ni siquiera intentar realizarlas. Cuando se llevan a cabo, la experimentación se concibe como una rutina de comprobación de resultados, que han sido enunciados previamente por el profesor, y no como una actividad de prueba de hipótesis o anticipaciones que favorezca la búsqueda de explicaciones racionales a los fenómenos estudiados (p.73).

Agrupando las 33 actividades conceptuales, más las 29 experimentales y está última, que corresponde a la construcción del modelo para el tiro parabólico, tenemos un subtotal de 63 que representan el 66.3% del total de situaciones problemáticas que se le presentan en los libros de texto oficiales al alumno, como auxiliares para su aprendizaje. Si bien ese porcentaje cumple con el enfoque anotado en el Programa de Ciencias 2 vigente, debemos recordar que una herramienta auxiliar y fundamental en el aprendizaje de la ciencia es ineludiblemente el empleo de las matemáticas.

2.3. Interpretación de tablas y/o gráficas para el estudio de la caída libre, el inicio para el aprendizaje formal y matemático del evento físico

Sin lugar a dudas, a los libros de texto de la asignatura Ciencias 2 Física, les falta proponer un mayor número de situaciones problemáticas, que permitan al alumno una mejor comprensión de los problemas planteados y adquirir desde temprana edad el desarrollo del pensamiento matemático ligado a las ciencias. Sobre todo, en situaciones como el tema de la caída libre y el del lanzamiento de proyectiles que están muy ligados al contexto del estudiante, ya que todo ser vivo está expuesto a la acción de la aceleración gravitacional, que es una constante.

Continuando con la revisión del tipo de actividades propuestas a los estudiantes en los libros de texto de Ciencias 2 relativas al movimiento de caída libre y lanzamiento de proyectiles, vemos que el deseable aprendizaje integral, donde ciencia y matemáticas contribuyan a la comprensión del problema es muy limitado. Es el *análisis de tablas y gráficas*, con datos obtenidos a través de actividades experimentales o simplemente proporcionados por los autores de los libros de texto, el primer encuentro entre ciencia y

matemática que permite al alumno reflexionar y analizar, pero no solo de manera conceptual el evento físico, sino habilitarlo para comprender que todos los fenómenos físicos pueden ser medidos y predecir con ello su comportamiento. En los libros de texto de la CONALITEG aparecen 11 actividades, a manera de ejemplo se presentan las siguientes situaciones problemáticas:

Actividad 1

Examinemos el problema presentado en la página 38 del libro de Conect@ Entornos. Física, de los autores Tagüña Parga, Julia; Mariano López de Haro y Sergio Cuevas García de Ediciones SM (Figura 2.9.), en dicha situación hipotética se pide al alumno, con base en los datos proporcionados en la tabla, dibujar la gráfica correspondiente de distancia- tiempo y realizar su descripción. Calcular la rapidez media de la piedra y al último revisar si el resultado obtenido va acorde con el pensamiento aristotélico.

Es digno de destacar que, ante la ausencia de laboratorios de ciencias en las escuelas, el autor propone a los alumnos desarrollar una serie de actividades extra-escolares donde el empleo de las tecnologías de la comunicación juega un papel muy importante.

conect@mos

Observa esta representación del experimento de Galileo: http://www.faltesecundaria.dgma.sep.gob.mx/recursos/rec_02.php?id=587

Una pista

Para medir

Para hacer experimentos relacionados con la caída libre sigue las instrucciones que se encuentran en: http://red.lice.edu.mx/sitios/proyectos/trabajo_galileo_pr12/docs/experimentos_calida_cuerpos.pdf

Desarrolla tu pensamiento científico

1. Analiza la siguiente situación hipotética. Luego, en tu cuaderno haz lo que se pide.

Supón que los datos de la siguiente tabla corresponden al movimiento en caída libre de una piedra desde una altura de 125 metros.

Tiempo en segundos (s)	Distancia recorrida en metros (m)
1	5
2	20
3	45
4	80
5	125

- Representa los datos en una gráfica de distancia-tiempo.
- Describe la gráfica que obtuviste.
- Analiza la rapidez media de la piedra para intervalos de un segundo.
- Contesta. ¿Consideras que el resultado anterior es consistente con el pensamiento aristotélico? ¿Por qué?

Figura 2.9. Actividad de interpretación de datos de una tabla

Actividad 2

Dentro de la misma clasificación encontramos en la página 52, del libro Competencias Científicas 2 editorial Norma Ediciones, de los autores Álvarez Arellano, Daniel; Ramón Álvarez Arellano; Luz Lazos Ramírez; Mónica María Lozano Hincapié; José Mario Mendoza Toraya y José Manuel Posada de la Concha el problema mostrado en la (Figura 2.10.). Se tienen los datos en una tabla elaborada a partir de la imagen de una pelota, captada en caída libre mediante una cámara con luz estroboscópica. Se pide construir con dichos datos las gráficas posición- tiempo y velocidad- tiempo, posteriormente dar respuesta a tres preguntas detonadoras mediante el análisis de dichas gráficas.



Figura 2.10. Actividad de análisis de la información a partir de una tabla

2.4. Problemas numéricos de caída libre propuestos al estudiante, con escasa o nula orientación matemática por parte de los autores de los libros de texto de Ciencias 2

Limón Jiménez (2016), en uno de los libros de texto oficiales de Ciencias 2, afirma, “Un científico predice haciendo uso de las matemáticas y confirma sus resultados a partir de la experimentación” (p. 42), con lo que puntualiza la importancia de dotar de herramientas matemáticas al alumno paralelamente al aprendizaje de la ciencia y de esa manera pueda comprender de manera integral la problemática planteada. En el terreno de la didáctica de la matemática, la resolución de problemas se considera una de las estrategias necesarias para la enseñanza de la ciencia y de la Física en particular, desde la educación básica hasta la universitaria; siendo fundamental en todo el proceso enseñanza-aprendizaje. A dichos problemas los autores de los libros de texto y los docentes deberán proporcionarles un contexto real, para que de esa manera los estudiantes puedan aprender conceptos y teorías, desarrollando de esa manera las competencias necesarias para valorar la ciencia como impulsora de los avances tecnológicos de la sociedad contemporánea. Es por eso que la resolución de problemas se utiliza como metodología fundamental de aprendizaje en las distintas ramas del conocimiento humano, ingenierías, matemáticas, psicología y la ciencia en general. Pero dicha formación debe empezar desde la educación básica, donde al estudiante se le presenten problemas que lo enfrenten a situaciones reales y dotarles de una visión integral, donde las matemáticas y contenidos científicos van de la mano.

Finalmente llegamos a uno de los objetivos que responde el presente trabajo: el análisis de los problemas numéricos propuestos por los autores de los libros de texto de Ciencias 2 a los estudiantes para consolidar su aprendizaje. En los libros de texto de la CONALITEG se proponen 16 ejercicios numéricos que el joven debe resolver, mientras

que solo se modelan 6 ejercicios numéricos resueltos por los autores; lo que implica poca exposición de los alumnos al análisis integral de los problemas de caída libre. Todo ello responde al hecho de que no existe coherencia entre los contenidos de algunas de las asignaturas propuestas para la educación secundaria, muy específicamente Ciencias 2 y Matemáticas 3. Es necesario destacar que la totalidad de problemas numéricos presentes en los libros de texto de Ciencias 2, tanto los propuestos como tarea, así como los resueltos por los autores, corresponden al movimiento de caída libre.

2.4.1. Problemas propuestos a los alumnos para su resolución

Ejemplo 1

Examinemos algunos de esos problemas: consideremos la situación propuesta en el libro de Ciencias 2 Física Explora, página 35, de Ediciones de Castillo (Figura 2.11.).

BLOQUE 1

Actividad
Resuelve un problema: ¿En cuánto tiempo cae un cuerpo?

1. Resuelve las siguientes situaciones en tu cuaderno. Considera la fórmula $d = \frac{1}{2}gt^2$; toma en cuenta que sólo es válida si un objeto cae libremente.

- Si se suelta una bala de cañón desde la azotea de un edificio alto, ¿qué distancia recorrerá en dos segundos de caída?
- Suponiendo que cada piso del edificio tiene una altura de 2.5 m, ¿cuántos pisos recorrerá en ese lapso?
- ¿En cuánto tiempo llegará al suelo una piedra que se suelta desde una altura de 10 m?

2. Como ya observamos, no siempre sucede una caída libre porque el aire produce una fricción con el objeto que se opone al movimiento de caída.

- ¿A qué objetos piensas que afecta más esta fricción, a los ligeros o a los pesados? ¿Cómo caerían los objetos en un medio sin aire, por ejemplo, en la Luna?

Escriben sus conclusiones sobre las características del movimiento de caída libre, e incluyen las explicaciones de Aristóteles y Galileo, así como las razones que sustentaron cada postura.

¿Sabes?
 En sus hipótesis sobre caída libre, Aristóteles tenía razón al decir que el aire ofrece resistencia a la caída de los objetos y, por tanto, impide que los objetos incrementen su rapidez de caída indefinidamente. Este hecho es aprovechado para calcular la rapidez de caída de un paracaidista, pues los físicos utilizan datos como la masa del paracaidista, la resistencia del aire, el área transversal del paracaídas abierto y su forma.

35

Figura 2.11. Problema propuesto de caída libre

Los autores plantean al estudiante resolver el ejercicio a partir de la fórmula de caída libre, los dos primeros incisos implican la sustitución del valor de la variable *tiempo*

en la fórmula y calcular la *distancia recorrida*, dando respuesta al primer inciso. Para el segundo inciso simplemente se divide la *distancia* entre la *altura* de cada nivel y tendríamos el número de pisos recorridos.

El problema se le presenta al estudiante para dar respuesta al tercer inciso, donde se le pide al estudiante calcular el *tiempo* que tarda en recorrer la piedra que se soltó desde una altura de 10 m. En el inciso 2.6. se analizan los resultados que se obtuvieron al aplicar este cuestionamiento a un grupo de alumnos, los que ante el poco adiestramiento matemático no pudieron resolver el problema. La solución exige que el alumno tenga el dominio de algunas herramientas matemáticas, desde el concepto de despeje de una fórmula hasta el de entender el significado de la fórmula de la caída libre como ecuación de segundo grado, donde el valor de la altura h depende de la variable independiente t .

En el libro, los autores no proponen ningún ejercicio numérico que pudiera servir como antecedente al alumno para tratar de resolverlo, la tarea se la dejan al docente, el cual en la mayoría de los casos omite resolverlo al carecer de la formación adecuada y en varias ocasiones le indica al alumno preguntar a su maestro de matemáticas como hacerlo. Por lo que el planteamiento central de esta tesis es que *debe existir coherencia curricular entre las materias y niveles a lo largo de todo el trayecto formativo del individuo para lograr un mejor aprendizaje; y que debe empezar desde los mismos programas y los libros de texto*, los cuales son elementos primordiales y rectores del currículum.

Ejemplo 2

La misma situación acontece en otro problema propuesto por los autores Gutiérrez, Israel; Gabriela Pérez y Ricardo Medel en el libro de Ciencias 2 Física, Fundamental, de la misma editorial, en la página 76 (Figura 2.12.).

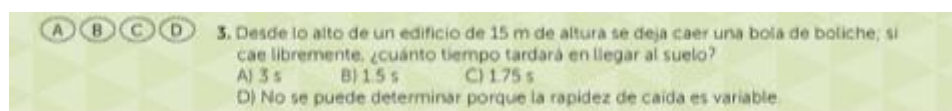


Figura 2.12. Problema propuesto al alumno

El alumno debe saber despejar, a partir de la ecuación cuadrática de caída libre, la variable t . Problema que también fue aplicado a los alumnos de segundo grado de secundaria y cuyos resultados anticipamos líneas arriba. También en este caso los autores hacen prevalecer el enfoque planteado en los programas oficiales de la materia y omiten dar al alumno algún planteamiento numérico o algebraico que le permita, por sí solo, dar respuesta al problema; dejando la tarea al docente.

Ejemplo 3

Un último ejercicio de este tipo es el propuesto en la página 77 del libro de texto *Acércate a la Física, Ciencias 2 Física*, de Ediciones Larousse, autores Gutiérrez Aranzeta, Carlos y Alicia Zarzosa Pérez, donde se plantea resolver un crucigrama que a su vez implica resolver 12 problemas, todos ellos relativos al tema de caída libre, considerando un valor redondeado para la aceleración de la gravedad de 10m/s^2 (Figura 2.13.).

IV. Resuelve de manera individual los siguientes problemas de caída libre. Registra los resultados en el crucigrama. A cada casilla le corresponde un dígito. Si los resultados son correctos, las operaciones indicadas en el crucigrama se deberán cumplir, tanto de manera horizontal como vertical.

Nota: en la solución de estos problemas, considera $g = 10 \text{ m/s}^2$ (para simplificar los cálculos).

1		+	2				=	3				
+								X				+
4	X	5	=	6				7		8		
=								=				=
9	+	10				=	11				12	

1. Calcula el tiempo que tarda en caer una manzana que llega al piso con una velocidad de 100 m/s.
2. Una piedra tarda 100 s en caer. Calcula magnitud de la velocidad con la que llega al piso.
3. Calcula la magnitud de la velocidad media de una piedra que se deja caer desde un acantilado y llega al fondo con una velocidad de 2 020 m/s.
4. ¿Qué tiempo tarda en caer un objeto que se suelta desde una altura de 125 m?
5. Una canica tarda en caer 0.4 s, ¿con qué valor de velocidad llega al suelo?
6. ¿Qué distancia recorre un móvil en 2 segundos cuando se le suelta de un edificio de 100 m de altura?
7. Una torre tiene una altura de 245 m, ¿qué tiempo tarda en caer un objeto que se suelta desde su punto más alto?
8. Un costal se deja caer desde un globo, ¿qué tiempo tarda en recorrer 2 000 m?
9. Un cuerpo se suelta desde una altura de 180 m, ¿qué tiempo tarda en llegar al suelo?
10. ¿Con qué velocidad llega al suelo una pelota que tarda 18.1 s en caer (se le suelta del reposo)?
11. Un objeto que se deja caer desde un helicóptero llega al suelo con una rapidez de 1 870 m/s, ¿qué tiempo tardó en caer?
12. Calcula la magnitud de la velocidad media de una pelota que llega al suelo con una rapidez de 40 m/s.

Figura 2.13. Crucigrama para resolver 12 problemas de caída libre

Son 12 los reactivos, cuyas respuestas dan solución al crucigrama propuesto por los autores para la comprensión del fenómeno de objetos que caen libremente sobre la superficie terrestre. Los autores no presentan ningún ejercicio numérico resuelto en el libro de texto que pudiera servir como modelo a seguir para que el mismo estudiante comprenda y de solución al problema.

Los ejercicios 2, 5 y 10 implican sustituir el valor del tiempo en la fórmula $v = gt$. Se efectúa la multiplicación del tiempo por la aceleración y el problema está resuelto.

Para los ejercicios 3 y 12 se emplea la fórmula de la velocidad media $v_m = (v_i + v_f)/2$ en ambos ejercicios la velocidad inicial es cero, porque los objetos de caída libre parten del reposo.

En el ejercicio 6 se pide calcular la distancia recorrida al cabo de cierto tiempo, por lo que simplemente se sustituye el valor del dato correspondiente al tiempo t en la fórmula de la caída libre $d = \frac{1}{2}gt^2$.

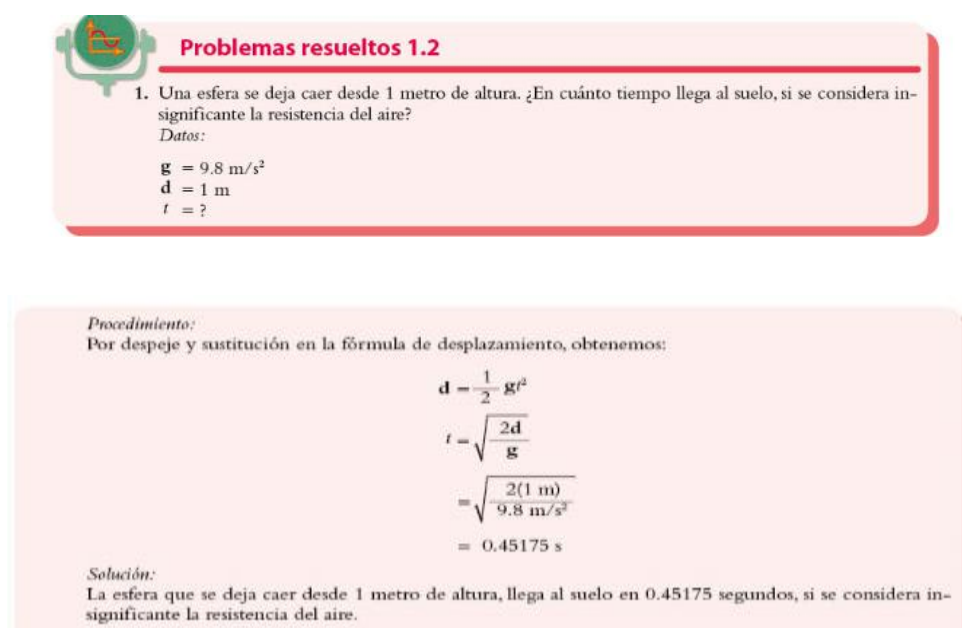
Mención aparte, por su importancia en el desarrollo del pensamiento matemático, merecen los ejercicios donde la variable a calcular es el tiempo t , ya que hallar su solución implica que el estudiante esté dotado de herramientas algebraicas básicas: en los ejercicios 1 y 11 el estudiante encontrará la solución al despejar el tiempo de la fórmula $v = g t$, presentado algunas ocasiones el error de no saber realizar el despeje de una variable dentro de una fórmula, considerando que este proceso consiste simplemente en cambiar de lado la incógnita, es decir el estudiante resuelve el problema con la expresión $t = v/g$. Los ejercicios 4, 7, 8 y 9 plantean al estudiante un mayor reto, en primer lugar, tener el significado físico de la ecuación cuadrática, dado que la fórmula a utilizar en este caso es $d = \frac{1}{2}gt^2$, al despejar el alumno debe saber resolver una raíz cuadrada. El conocimiento matemático será adquirido hasta el tercer año en la asignatura de Matemáticas 3. Este ejemplo será retomado en el inciso 2.5. como ejemplo de la existencia de incoherencia curricular entre algunas asignaturas y entre grados de la educación secundaria.

2.4.2. Ejemplos resueltos por los autores como modelo a seguir por el alumno

En la investigación realizada a los libros de texto de Ciencias 2 Física, se encontraron solamente dos ejercicios dentro del libro de texto, que modela el desarrollo algebraico seguido, antes que el autor proponga ejercicios a resolver.

Ejemplo 1

Uno es el caso del problema presentado en las páginas 47 y 48 del libro de texto de editorial Trillas de los autores Braun Gutler, Eliezer e Irma Isabel Gallardo Montes (Figura 2.14.).



Problemas resueltos 1.2

1. Una esfera se deja caer desde 1 metro de altura. ¿En cuánto tiempo llega al suelo, si se considera insignificante la resistencia del aire?

Datos:

$g = 9.8 \text{ m/s}^2$
 $d = 1 \text{ m}$
 $t = ?$

Procedimiento:
 Por despeje y sustitución en la fórmula de desplazamiento, obtenemos:

$$d = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2d}{g}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(1 \text{ m})}{9.8 \text{ m/s}^2}}$$

$$= 0.45175 \text{ s}$$

Solución:
 La esfera que se deja caer desde 1 metro de altura, llega al suelo en 0.45175 segundos, si se considera insignificante la resistencia del aire.

Figura 2.14. Problema resuelto paso a paso.

Habiendo planteado el desarrollo algebraico completo a través del ejercicio anterior, considerando de esa forma que el estudiante ya se encuentra dotado de las habilidades matemáticas necesarias, en la página 49 los autores presentan al estudiante un ejercicio numérico por resolver (Figura 2.15.).



Ejercicio 1.2.

1. Si desde una altura de 50 metros en la Torre de Pisa, Galileo hubiera dejado caer una esfera, ¿en cuánto tiempo la esfera habría llegado al suelo, si se considera insignificante la resistencia del aire?

Figura 2.15. Problema propuesto al alumno de caída libre

Ejemplo 2

En la página 51, el autor Josip Slisko Ignjatov en su libro de texto, Ciencias 2 Física. Serie Saberes, editorial Pearson Educación propone el ejemplo de la (Figura 2.16).

FPE70. Bloque 1, Tema 2, Pág. 51

----- Construye tu conocimiento 

Los datos de una caída libre en los primeros 5 segundos

Tipo de actividad: de análisis.

Propósito: conocer las velocidades que alcanzan y las distancias que recorren los cuerpos en caída libre.

Habilidades: observación, registro y análisis de información.

Material: calculadora de bolsillo, cuaderno de física, regla y lápiz.

En el primer segundo un cuerpo en caída libre logra alcanzar la velocidad:

$$v = g t = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (1 \text{ s}) = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Si se usa el valor aproximado para la aceleración, el valor aproximado de la velocidad es:

$$v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (1 \text{ s}) = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Expresadas en km/h, estas dos velocidades son, respectivamente, de 35.3 km/h y 36 km/h. Recuerda que 1 m/s equivale a 3.6 km/h. La distancia que recorre un cuerpo en caída libre en el primer segundo es:

$$d = \frac{1}{2} g t^2 = (0.5) (9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (1 \text{ s})^2 = (4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (1 \text{ s}^2) = 4.9 \text{ m}$$

El valor aproximado de esa distancia, si se usa $g = 10 \text{ m/s}^2$, resulta ser de 5 m.

Figura 2.16. Problema resuelto, paso a paso, de caída libre

Después de la explicación y el procedimiento algebraico modelado, el autor propone en la segunda parte del ejercicio, que el alumno refuerce su aprendizaje a través del cálculo de la velocidad y distancia recorrida para los instantes $t=2$ s, 3 s, 4 s y 5 s, que los tabule y reporte en una gráfica (Figura 2.17). Este es un ejemplo en que el libro de texto realmente sirve como herramienta auxiliar de aprendizaje en la resolución de una tarea.

1. Efectúa los cálculos correspondientes y elabora en tu cuaderno un cuadro como la Tabla 1.10 con los valores de la velocidad y de la distancia recorrida en la caída libre para los instantes de tiempo $t = 1$ s, 2 s, 3 s, 4 s y 5 s. Copia la tabla en tu cuaderno y en los paréntesis anota los valores en cuyo cálculo se usa el valor aproximado para la aceleración de caída libre ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

Instante (s)	Velocidad instantánea (m/s)	Velocidad instantánea (km/h)	Distancia recorrida (m)
0	0	0	0
1	9.8 (10)	35.3 (36)	4.9 (5)

Tabla 1.9. Los valores de la velocidad y la distancia recorrida en la caída libre.

2. Considera que la velocidad es proporcional al tiempo transcurrido y la distancia recorrida al cuadrado del tiempo transcurrido y determina, sin usar la calculadora, el valor aproximado de la velocidad (en m/s) y de la distancia recorrida (en m) después de 10 s. Anota las respuestas en tu cuaderno.

Los números de la Tabla 1.9 permiten trazar las gráficas que representan visualmente la velocidad y la posición del cuerpo que cae en los diferentes instantes del intervalo de tiempo observado. El valor de la posición instantánea del cuerpo con respecto a la posición inicial es igual a la distancia recorrida hasta tal instante.

Figura 2.17. Problema propuesto al alumno para calcular la distancia y la velocidad

2.5. Elementos de los libros de texto de Ciencias 2, que indican la falta de coherencia curricular con la materia de Matemáticas 3

Destacable recordar la importancia que tienen dos elementos del currículum: los programas de estudio (currículum oficial) y los libros de texto (currículum potencial). Los libros de texto constituyen la puesta en práctica del currículum oficial y son los que directamente impactan en el aula escolar, siendo la *coherencia curricular* una de las cualidades deseables

que deben tener, manifestada a través de las secuencias de los temas estudiados dentro de cada grado y a través de las disciplinas con las que se contextualizan y a través de los grados de un nivel de escolaridad.

Los temas de caída libre (Ciencias 2) y ecuación cuadrática (Matemáticas 3) están estrechamente relacionados entre sí, a través de un alto porcentaje de los problemas matemáticos propuestos para el aprendizaje de la ecuación cuadrática, que utilizan como contexto dicho evento físico.

Como resultado de la investigación se reporta en este trabajo algunos factores de los libros de texto que modifican la deseable coherencia curricular que debiesen tener los textos de la materia de Ciencias 2 (Énfasis en Física) con los de Matemáticas 3.

A. Los propósitos y estándares de la materia de Ciencias 2, en relación al evento de caída libre y lanzamientos de proyectiles, no alcanzan a cubrir los contenidos curriculares que servirán de andamiaje a la asignatura de Matemáticas 3, en el tema relativo al estudio de la ecuación cuadrática, donde múltiples situaciones problemáticas se encuentran contextualizadas con dicho evento, específicamente con el de lanzamiento de proyectiles.

Además del pequeño porcentaje (10.5 %) de situaciones problemáticas encontradas en los libros de texto, reportadas en la (Figura 2.2.), relativas al lanzamiento de proyectiles, es necesario puntualizar que el tratamiento que dan los autores, en cumplimiento a los programas de estudio vigentes para educación secundaria del 2011, es solo conceptual, no realizan ninguna actividad experimental ni mucho menos plantean algún ejemplo numérico.

De los 24 libros de texto de la materia de Ciencias 2 de la CONALITEG, solamente en tres de ellos se hace una referencia conceptual de los otros movimientos diferentes al de caída libre y estos son:

1. En la página 16, del libro de Ciencias 2 Física Enlace, del autor Díaz Delgado, Rolando, de Ediciones Castillo dice: “Si un objeto se mueve en una única dimensión, sólo se requiere un eje para describirlo (puede ser horizontal o vertical). Pero si queremos referirnos al movimiento de un jugador tirando una pelota a una portería, es imposible utilizar un solo eje de referencia, ya que el movimiento se produce en dos dimensiones”.

2. En el libro Ciencias 2 Física Horizontes, de Camacho Flores, Fernando y Leticia Gallegos Cázares de editorial Santillana, en las páginas 47 y 48, se hacen las siguientes referencias, sin mencionarlo por su nombre, del tiro vertical: “Por ejemplo, cuando lanzamos un objeto hacia arriba podemos darnos cuenta que su velocidad disminuye conforme llega al punto más alto, y cuando baja aumenta nuevamente. ¿Qué sucede justo en el instante en el que deja de subir y comienza a bajar?”, “En el caso del objeto lanzado hacia arriba, la aceleración de la gravedad es siempre la misma g y actúa hacia abajo”.

3. En las páginas 41 y 42 del libro de Ciencias 2 Énfasis en Física de la editorial Terracota- Cengage, los autores del libro Palma Aramburu, Nicolás, Carlos Andrés Altamirano Allende y José Adrián Martínez González hacen una descripción completa del tiro vertical, dedicando página y media de su libro al estudio y análisis cualitativo del movimiento, sin mencionar lo numérico del evento.

En los restantes libros no encontramos ninguna mención del lanzamiento de proyectiles, movimientos que, sin lugar a dudas, forman parte de las experiencias

inmediatas del estudiante desde su infancia, ya que todo lo que habita nuestro planeta está bajo la acción de la aceleración de la gravedad $g = 9.8 \text{ m/s}^2$. Que mejor experiencia que sus observaciones de la trayectoria seguida por los objetos al lanzar una pelota de béisbol o básquetbol, o al patear un balón de fútbol; o al observar un chorro de agua caer desde una cascada, etc. La importancia de dichos movimientos es tal, que son utilizados en 136 de las 237 situaciones problemáticas de los libros de texto de Matemáticas 3 como contexto para el estudio de la ecuación cuadrática.

B. Algunos autores de los libros de texto de Ciencias 2, proponen tareas de Física, donde se tienen que emplear procedimientos matemáticos que el estudiante aprenderá hasta el tercer grado, en Matemáticas 3.

Ya mencionamos en inciso anterior la ausencia de una orientación matemática, para resolver algunos problemas numéricos que se le plantean al estudiante. Los libros de texto son elaborados, tomando en consideración los enfoques, estándares y organización contemplados en los Programas de Estudio 2011 y bajo la visión e interpretación que tiene cada autor. En el caso de Ciencias 2, aunque el programa no exige la presencia de ejercicios numéricos de acuerdo al enfoque de la asignatura, tampoco los impide. Sin embargo, ante esta vaguedad, algunos autores de los libros de texto proponen al estudiante resolver tareas, pero no le dan los procedimientos matemáticos necesarios, dejando en el docente de grupo la completa responsabilidad de su solución. Al final, sin la información suficiente (que sería obligación del autor), ni la mediación del docente (carente en una gran mayoría de los contenidos suficientes de matemáticas) el estudiante queda a la deriva y con profundas carencias disciplinares tanto en una materia como en la otra.

De los 24 libros de Ciencias 2 publicados por la CONALITEG, solamente en 10 de ellos se presenta al estudiante algún problema numérico para su solución, relacionados con el movimiento de un cuerpo en caída libre, empleando en mayor o menor grado algún procedimiento algebraico, destacando las siguientes características:

1) Hay 3 libros donde los autores presentan un ejercicio resuelto, que acompañan paso a paso, para después proponer algún ejercicio al alumno para que aplique lo aprendido (6 problemas).

2) En 2 libros los autores proponen al estudiante problemas numéricos, sin que hayan presentado un ejercicio resuelto que sirva de apoyo didáctico al alumno, sin embargo, la teoría antecedente a los problemas auxilia al estudiante a encontrar el resultado (2 problemas).

3) Un libro solo desarrolla el proceso algebraico para el despeje de la variable tiempo de la fórmula de caída libre. Sin embargo, no contempla resolver ni proponer al estudiante algún ejemplo numérico para ayudar a su aprendizaje.

4) En 5 libros, los autores presentan ejemplos numéricos para los estudiantes, donde se tiene que emplear un procedimiento matemático que no está dentro de los conocimientos de los alumnos, dado que el tema será estudiado hasta el tercer grado (8 problemas).

Es este último grupo motivo de reflexión y donde está presente la incoherencia curricular entre las dos asignaturas, Ciencias 2 y Matemáticas 3. De manera específica se examinan ahora cuáles son los títulos de los libros de texto y sus autores que proponen ejercicios numéricos, pero no dan el soporte matemático a los alumnos, dado que el tema de

ecuaciones de segundo grado el alumno lo estudiará hasta el tercer grado, lo que sí es una incoherencia curricular.

De los 8 problemas propuestos son 4 los que presentan el mayor problema de incoherencia descrito, ya que el objetivo es hallar el valor del tiempo que tarda un objeto en caída libre en recorrer determinada distancia. Para dar solución al problema es necesario utilizar la fórmula de que describe el movimiento de un objeto en caída libre $d = \frac{1}{2}gt^2$, pero dado que se conoce el valor de la distancia recorrida o la altura desde que se deja caer el objeto, así como el valor de la constante de la aceleración gravitacional, es necesario realizar el despeje correspondiente para tener una expresión que calcule el tiempo en función de la distancia recorrida. La fórmula queda: $t = \sqrt{\frac{2d}{g}}$

La esencia de la incoherencia radica en que para la solución de los 4 ejercicios es necesario el empleo de un planteamiento algebraico, que para el estudiante de segundo grado de secundaria significa un reto, dado que el procedimiento matemático lo adquiere hasta el tercer año de educación secundaria, en la asignatura de Matemáticas 3.

Ejemplo

Como ejemplo de este tipo de incoherencia se retoma el ejercicio iniciado en la sección 2.4.1. (Figura 2.13.), el cual se encuentra en el libro de texto, *Acércate a la Física Ciencias II*, de los autores Gutiérrez Aranzeta, Carlos y Alicia Zarzosa Pérez, de Ediciones Larousse en la página 77. Realmente este problema está integrado por 12 situaciones problemáticas de un cuerpo en caída libre, los autores redondean el valor de la aceleración a 10 m/s^2 . Los problemas 2, 5, 10, 3, 12 y 6 ya fueron ampliamente discutidos en el inciso 2.4.1.

Los ejercicios (1) y (11) piden calcular el tiempo que tarda un objeto en alcanzar determinada velocidad. En este caso se emplea la fórmula: $v = g t$

Como se conoce la velocidad que alcanza el objeto en caída libre y el valor de la aceleración gravitacional, es necesario despejar la variable que corresponde al tiempo t :

$$t = \frac{v}{g}$$

Se sustituyen los valores conocidos y se obtiene el resultado numérico del tiempo.

Para hallar el valor del tiempo que tarda un objeto en caída libre en recorrer determinada distancia, la fórmula que se emplea es:

$$d = \frac{1}{2} g t^2 .$$

Como los datos conocidos son la distancia recorrida y el valor de la aceleración gravitacional, se tiene que realizar el despeje de la ecuación de la variable que se quiere calcular, en este caso, es el tiempo t :

$$2d = g t^2$$

$$\frac{2d}{g} = t^2$$

$$t^2 = \frac{2d}{g}$$

finalmente se despeja la variable que corresponde al tiempo

$$t = \sqrt{\frac{2d}{g}}$$

Resumiendo, son tres los libros de texto de la materia de Ciencias 2 donde aparece un despeje de fórmula de caída libre, para el cual es necesario el conocimiento que el estudiante adquiere hasta el tercer año en la materia de Matemáticas 3, el de la ecuación de segundo grado:

- | 1. *Ciencias 2 Física. Explora; Ediciones Castillo; en la página 35.*

- 2. *Ciencias 2 Física. Fundamental; Ediciones Castillo; autores Gutiérrrez, Israel; Gabriela Pérez y Ricardo Medel, página 76.*

- 3. *Acércate a la Física. Ciencias 2; Ediciones Larousse; autores Gutiérrez Aranzeta, Carlos y Alicia Zarzosa Pérez, páginas 49 y 71. Esta última página contiene el crucigrama que implica resolver 4 ejercicios de este tipo.*

Estos son tres libros de texto que pueden clasificarse como no coherentes con los estándares, contenidos y propósitos de la asignatura. Debido a que proponen resolver ejercicios numéricos a los estudiantes a los que no han apoyado con los contenidos matemáticos necesarios, ni realizado algún ejercicio que pudiera servir al estudiante como guía para dar solución al problema propuesto.

2.6. La incoherencia curricular existente entre Ciencias 2 y Matemáticas 3, factor que inhibe el aprendizaje de los alumnos (currículum aprendido)

Plenamente ha quedado demostrada la incoherencia curricular existente entre las asignaturas de Ciencias 2 y Matemáticas 3, que se manifiesta tanto en los programas de estudio como en los libros de texto respectivos. También se ha discutido lo concerniente a

la importancia de que, los problemas propuestos en los libros de texto deben ser problemas que aborden situaciones auténticas debidamente contextualizadas, sin embargo, ya también se demostró como un alto porcentaje de los problemas existentes en ambas materias no cumplen tales características.

¿Cómo influye tal incoherencia curricular en el aprendizaje de nuestros alumnos o, en otras palabras, en el currículum aprendido? Para dar respuesta a esta interrogante, realizamos una prueba diagnóstica a 134 alumnos de la escuela secundaria matutina del Benemérito Instituto Normal del Estado “Gral. Juan Crisóstomo Bonilla”, 65 alumnos de segundo grado y 69 de tercer grado; encontrándonos resultados que son muy significativos para tratar de entender que los materiales que conforman el currículum de los alumnos deben tener coherencia en su diseño, de lo contrario el rendimiento académico del estudiante será menor al deseable.

Fueron tres las preguntas: La primera de carácter cualitativo y las dos siguientes un par de problemas de situaciones que involucran la caída libre como contexto y que fueron compilados de libros oficiales de dos editoriales diferentes. Con estas tres preguntas se trató de diagnosticar el nivel de comprensión y conocimientos que tienen los estudiantes para dar solución a problemas que requiere el manejo conceptual del evento físico de caída libre, pero a la vez el estudiante debe poseer herramientas matemáticas básicas como son el de la ecuación de segundo grado, el despeje de una variable y el de la raíz cuadrada para dar respuesta al problema planteado.

2.6.1. Pregunta 1, del examen aplicado en la secundaria matutina del BINE

Te encuentras en la azotea de un edificio de 30 m y vas a realizar la siguiente actividad: Si desde la azotea dejas caer al mismo tiempo una pelota de acero de 1 kg y otra de 5 kg, ¿cuál caerá más rápidamente? Describe tus razones.

Esta primera pregunta pide del alumno el manejo del concepto de caída libre, ampliamente discutido en los libros de texto de Ciencias 2, Bloque 1; materia impartida en el segundo año de educación secundaria. Esta primera pregunta sirvió solo como introducción para que el estudiante rescatara sus conocimientos previos del tema de caída libre. En términos generales en una gran mayoría, los estudiantes obtuvieron la respuesta adecuada. Como ejemplos tenemos algunas respuestas del *segundo grado*.

Estudiante CYPM

“caen al mismo tiempo porque caen en la misma gravedad”

Estudiante MAVA

“caen igual porque tienen la misma fuerza de gravedad, aunque uno pese más que otro”;

Estudiante TLIC

“Como los dejas caer de la misma distancia y al mismo tiempo los objetos caerán igual. Ya que llevan la misma aceleración (10 m/s^2);

Estudiante IBB “caen igual, porque la gravedad de los objetos es la misma”

Estudiante GLF

“las dos caen al mismo tiempo porque no importa el peso sino la fuerza de gravedad en la que es atraída”.

Podemos notar que de estas cinco argumentaciones solamente la tercera se refiere de manera correcta a la aceleración.

En el *tercer año* se tienen entre algunas de las respuestas:

Estudiante AGG

“Ambos caen a la misma velocidad y aceleración con la gravedad, porque la fuerza de gravedad atrae a los cuerpos en la misma velocidad y aceleración sin importar las masas”;

Estudiante CENL

“caen al mismo tiempo ya que con el experimento de Neil Armstrong explica que si no hay resistencia los objetos caen a la misma velocidad”.

Esta última respuesta es muy significativa, ya que en la investigación realizada en los libros de texto de Ciencias 2, encontramos en cuatro de ellos: Competencias Científicas de Norma Ediciones, Ciencias 2 Física de Ediciones Castillo, Vida en Movimiento de Oxford University Press y en Física a tu Alcance, de Person Education la mención del experimento físico realizado en la superficie lunar el 2 de agosto de 1971 por el astronauta estadounidense David R. Scott.

El alumno, pese a no recordar el nombre correcto del astronauta, demuestra que adquirió el concepto de caída libre a través del experimento mencionado en su libro de texto, confirmando con ello que:

“Un objeto cultural tangible para el análisis del discurso matemático lo constituye el libro de texto, dado que es guía imprescindible para la acción didáctica de profesores y alumnos en todo proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas” (Santanero, 2011, p. 5).

2.6.2. Pregunta 2, del examen aplicado en la secundaria matutina del BINE

Calcula el tiempo que tarda en caer una manzana que llega al piso con una velocidad de 100 m/s.

La situación problemática planteada a los alumnos implica un conocimiento algebraico básico, el de despeje de una variable dada una expresión. La fórmula a utilizar es la que corresponde a la velocidad que alcanza un cuerpo en caída libre al cabo de cierto tiempo:

$$v = g t$$

En este caso dado, los datos conocidos son la aceleración de 10 m/s^2 y la velocidad que el objeto alcanza al cabo de cierto tiempo, el valor a calcular es el tiempo t , el cual se obtiene despejando la variable t de la fórmula, quedando:

$$\frac{v}{g} = t$$

de donde, $t = \frac{v}{g}$

La estadística de respuestas dadas por los alumnos se reporta en la Tabla 1.

Tabla 1. Resultados del segundo reactivo de la evaluación aplicada a alumnos de la secundaria del BINE

Respuestas de los estudiantes a la segunda pregunta de la evaluación diagnóstica a alumnos de segundo y tercer año de la secundaria matutina del BINE						
Grado escolar	Respuesta correcta	No contesta	Emplea procedimiento algebraico	Utiliza procedimiento aritmético	Realiza el despeje de la fórmula	Despeja la fórmula de manera incorrecta
2° Año 65 alumnos	8	11	14	14	4	7
3er año 69 alumnos	30	8	47	10	27	8

De la información reportada en la Tabla 1, podemos deducir que, pese a que el despeje de la variable t de la fórmula $V=g t$ no implica un gran pensamiento algebraico, las respuestas de los alumnos de segundo año es muy pobre, alcanzando solamente un 12.3% a contestar el ejercicio, porcentaje que se incrementa significativamente con los estudiantes del tercer año, 43.5%. Sin embargo, la complejidad del problema implicaba un mejor desempeño de los alumnos de ambos grados. Veamos las características más destacables de sus respuestas:

Alumnos de 2° año que contestan correctamente el ejercicio

Estudiante KYAF

3) Calcula el tiempo que tarda en caer una manzana que llega al piso con una velocidad de 100 m/s.

$$t = \frac{v}{g} \quad t = \frac{100 \text{ m/s}}{10 \text{ m/s}^2} \quad 10 \text{ segundos}$$

Estudiante HBR

3) Calcula el tiempo que tarda en caer una manzana que llega al piso con una velocidad de 100 m/s.

$$\frac{V}{g} = t \quad \begin{array}{l} V = 100 \text{ m/s} \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \\ t = ? \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \\ 10 \overline{) 100} \\ \underline{00} \end{array} \quad t = 10 \text{ segundos}$$

Alumnos de 3er año con respuestas correctas

Estudiante LDE

3) Calcula el tiempo que tarda en caer una manzana que llega al piso con una velocidad de 100 m/s. 10 seg

$$T = \frac{V}{g}$$

$$T = \frac{100 \text{ m/s}}{10 \text{ m/s}^2}$$

$$T = 10 \text{ s} \quad \begin{array}{r} 10 \\ 10 \overline{) 100} \\ \underline{00} \end{array}$$

Estudiante RSA

3) Calcula el tiempo que tarda en caer una manzana que llega al piso con una velocidad de 100 m/s.

$$t = 10 \text{ segundos} \quad t = \frac{100 \text{ m/s}}{10 \text{ m/s}^2} \quad \begin{array}{r} 10 \\ 10 \overline{) 100} \\ \underline{00} \end{array}$$

En las respuestas de ambos grados, no se muestra el algoritmo del despeje de la fórmula, presentado en su lugar la fórmula ya despejada.

Observaciones a las respuestas incorrectas

El investigador francés Guy Brousseau introdujo el término de “**contrato didáctico**” (Brousseau, 1986), al referirse al conjunto de comportamientos del profesor que son esperados por los alumnos y al conjunto de comportamientos de los alumnos que el profesor espera de ellos; parte de esos comportamientos son los que podemos observar cuando el estudiante se enfrenta a una situación problemática como la que ahora presentamos: Se les pide resolver el problema y si el alumno no tiene claro el significado de la situación o nunca ha trabajado con problemas similares, simplemente jugará con los valores que tiene, pero sin darles el significado correcto.

En el caso de los alumnos de segundo grado, al no haber estudiado situaciones similares en la asignatura de Ciencias 2, buscan encontrar la respuesta a través de realizar alguna operación con los datos conocidos y encontrar cierto significado con el resultado de la operación. Lo mismo ocurre con los alumnos de tercer grado que aún no han logrado desarrollar sus competencias de razonamiento algebraico.

Ante el desconocimiento del tema y la ausencia del concepto de despeje de una variable dentro de una fórmula, el estudiante, asumiendo el “contrato didáctico”, sabe que tiene que hallar el resultado a partir de los datos. Siendo ellos, el valor de la velocidad $v = 10\text{m/s}$ y el valor de la aceleración de la gravedad $g = 10\text{ m/s}^2$, le quedan dos opciones fuera del despeje correcto.

1. Considera que $t = vg$ o bien,
2. $t = g/v$

Con las respuestas dadas por los estudiantes construimos la Tabla 2.

Tabla 2. Alumnos que desconocen el despeje de una variable dentro de una fórmula y lo realizan de manera incorrecta.

	$t = v g$	$t = g/v$
Alumnos de 2º año	15	2
Alumnos de 3er año	4	2

La ausencia del conocimiento algebraico básico, que implica el despejar la variable de una expresión sencilla, se manifiesta en los alumnos de segundo año. Cuando un total de 17 estudiantes utilizan un despeje erróneo para resolver su problema, ya sea de manera aritmética o algebraica, en contra de solo 6 alumnos del tercer año.

Ejemplos de alumnos de 2º año que utilizan la expresión $t = vg$, para hallar el resultado.

Estudiante KAEM

3) Calcula el tiempo que tarda en caer una manzana que llega al piso con una velocidad de 100 m/s.

Formula: $v = gt$

Sustitucion: $v = (100 \text{ m/s}) (10 \text{ m/s}^2)$

Operacion: $\frac{100 \times 10}{1000}$

$v = 100 \text{ m/s}$

$g = 10 \text{ m/s}^2$

$v = 1000 \text{ m}^2$

En su respuesta se pone de manifiesto el completo desconocimiento del tema desde el punto de vista de la realidad, solo multiplica y lo asocia a una ecuación; lo pone de manifiesto cuando al final el valor hallado es el de la velocidad, que él mismo ha utilizado y escrito como dato de entrada. A esto se le suma que las unidades del resultado corresponden a una unidad de área.

Estudiante PGOA

3) Calcula el tiempo que tarda en caer una manzana que llega al piso con una velocidad de 100 m/s.

Handwritten work for PGOA student:

$$V = 100 \text{ m/s}$$

$$t = ?$$

$$g = 9.8$$

Formula

$$t = v/g$$

500 = lucion

$$t = (100 \text{ m/s}) (9.8)$$

$$t = 12.359$$

Respuesta

$$98 \overline{) 100} \begin{array}{r} 12.3 \\ 220 \\ 490 \end{array}$$

Aquí la alumna indica que realizará la multiplicación de (v) (g) al final efectúa una división, sin saber por qué, obtiene un valor aproximadamente correcto. Incluso recuerda el valor correcto de g , sin hacer caso a los datos del problema que marcan una aceleración de 10 m/s^2 .

Y los que ocupan la expresión $t = g/v$ son:

Estudiante de segundo año RCA

3) Calcula el tiempo que tarda en caer una manzana que llega al piso con una velocidad de 100 m/s.

Handwritten work for RCA student:

$$\frac{1 \times 100}{100} \text{ o } \frac{0.1}{100} \quad R = 0.1 \text{ segundo}$$

Estudiante del segundo año ECS.

3) Calcula el tiempo que tarda en caer una manzana que llega al piso con una velocidad de 100 m/s.

Handwritten work for ECS student:

$$100 \approx g t$$

$$100 = 10 \text{ m/s}^2 t$$

$$t = \frac{10 \text{ m/s}^2}{100}$$

$$t = \frac{1 \text{ m}}{10 \text{ s}^2}$$

La estudiante no revisa las unidades que resultan de dividir sus datos. Asumiendo el “contrato didáctico”, ve dos cantidades y las divide.

En la Tabla 1, se pone de manifiesto que la mayor exposición a resolver situaciones problemáticas por parte de los alumnos de tercer grado, permite que sean 47 los estudiantes de ese grado escolar que emplean una expresión algebraica contra solo 14 del segundo año.

2.6.3. Pregunta 3, del examen aplicado en la secundaria matutina del BINE

Desde lo alto de un edificio de 45m de altura se deja caer una bola de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

Las respuestas que los estudiantes dieron a esta pregunta se muestran resumidos en la Tabla 3, que es un comparativo de respuestas entre los alumnos de segundo grado y los de tercero.

Tabla 3. Resultados de la evaluación del reactivo 3 de alumnos de la escuela secundaria del BINE

Comparativo de respuestas de los estudiantes de segundo y tercer año, de la secundaria matutina del BINE						
Grado escolar	Respuesta correcta	No contesta	Emplea procedimiento algebraico	Utiliza procedimiento aritmético	Realiza el despeje de la fórmula	Despeja la fórmula de manera incorrecta
2º Año 65 alumnos	0	7	18	20	0	4
3er año 69 alumnos	4	2	43	18	6	23

La solución al problema planteado implica el uso de la fórmula para la distancia que recorre un cuerpo en caída libre $h = \frac{1}{2} g t^2$. En este ejemplo se pide determinar el tiempo

que tardará en caer una bola de boliche que se deja caer desde una altura de 45 m. El estudiante haciendo uso de su aprendizaje adquirido debe estar habilitado para:

a) Conocer el significado de la ecuación cuadrática y del movimiento de un objeto en caída libre, que es utilizado como contexto físico.

b) Dado que la ecuación no tiene coeficiente de la variable a la primera potencia, ni término independiente, el problema se reduce a un despeje de la fórmula, quedando la expresión: $t = \sqrt{\frac{2d}{g}}$ que permitirá, sustituyendo los valores conocidos calcular el valor del tiempo requerido. Al estudiante se le indicó que redondeara el valor de la aceleración de la gravedad a 10 m/s^2 .

c) Sustituir los datos conocidos y realizar las operaciones aritméticas, para ello debe tener claro el concepto de raíz cuadrada.

$$t = \sqrt{\frac{2(45 \text{ m})}{10 \text{ m/s}^2}} = \sqrt{\frac{90 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2}} = \sqrt{9 \text{ s}^2} = 3 \text{ s}$$

¿Qué conclusiones podemos tener de las respuestas dadas por los estudiantes de 2º y 3er año al problema planteado?

Respuestas de los alumnos de segundo año

No hubo un solo alumno de segundo año que pudiera contestar correctamente la pregunta. Realmente no es su culpa, pues el programa de Matemáticas 2 no contempla la solución de una ecuación cuadrática, el tema será estudiado hasta Matemáticas 3 y en los libros de texto de Ciencias 2, Énfasis en Física los autores no priorizan el acompañamiento matemático a la par que el desarrollo conceptual.

Pese a que, en la prueba impresa, se les anotaron las fórmulas y el significado de cada una de las variables que en ella intervienen, al no estar expuestos a la resolución de problemas numéricos (situación constante en la mayoría de los libros de texto), las principales respuestas de los alumnos del segundo año las podemos agrupar de la siguiente manera:

- a. 20 estudiantes toman los valores correspondientes de h y g y los multiplican, solamente 2 de ellos anotan una fórmula que, aunque es errónea, es indicativa que el estudiante está consciente que la solución exige un proceso algebraico. Los otros 18 estudiantes solamente plantean la operación numérica.

Estudiante SECA.

- 2) Desde lo alto de un edificio de 45 m de altura se deja caer una bolsa de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

$$\begin{aligned} g &= 10 \text{ m/s}^2 \\ h &= 45 \text{ m} \\ t &=? \\ t &= h g \quad t = (45 \text{ m})(10 \text{ m/s}^2) \\ t &= \end{aligned}$$

Estudiante MAR.

- 2) Desde lo alto de un edificio de 45 m de altura se deja caer una bolsa de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

$$\begin{aligned} h &= (45)(10 \text{ m/s}^2) \\ h &= 450 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Como se observa en ambas respuestas, los estudiantes no comprenden el problema, solo responden al “contrato didáctico” a través de estas operaciones, carecen del dominio de las unidades de medida y no existe ninguna lógica ante el manejo de variables y unidades.

- b. Bajo el mismo principio didáctico, para 17 alumnos dividir las cantidades desconocidas

$t = h/g$ es más significativo, escribiendo solo 5 de ellos la fórmula.

Ejemplo, estudiante EBC

2) Desde lo alto de un edificio de 45 m de altura se deja caer una bolsa de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

Datos	Fórmula	Sustitución	Operación	Resultado
$h = 45$ $g = 10 \text{ m/s}^2$ $t = ?$	$t = h/g$ $\frac{h}{g} = t$	$\frac{45}{10}$	$10 \overline{) 45}$ 50	4.5

Estudiante IAFR

2) Desde lo alto de un edificio de 45 m de altura se deja caer una bolsa de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

Datos	Fórmula	Sustitución	Operación	Resultado
$h = 45 \text{ m}$ $t = ?$ $g = 10 \text{ m/s}^2$	$t = \frac{h}{g}$	$\frac{45 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2}$	$10 \overline{) 45}$ 50	4.5 seg

- c. El estudiante RPD observa que en la fórmula que se les proporcionó, aparece un término al cuadrado y da solución al problema utilizando la expresión, $t = h^2/2$, que da indicios del pensamiento algebraico que adquirirá hasta el tercer año, aunque como en el ejercicio se observa al elevar 45 al cuadrado, simplemente confunde la operación y realiza “45 por 2 es igual a 90).

2) Desde lo alto de un edificio de 45 m de altura se deja caer una bolsa de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

Datos	Fórmula	Sustitución	Operaciones	Resultado
$h = 45$ $g = 9.8$ $t = ?$	$t = \frac{(h)^2}{2}$	$t = \frac{(45)^2}{2}$ $t = \frac{90}{2}$ $t = \frac{45}{9.8}$	$98 \overline{) 450}$ 058 392 58 450	$t = 4 \text{ seg}$

- d. El estudiante ECS, traduce el dos de la fórmula de caída libre y lo traduce como división entre dos y resuelve el problema con $h/2$.

2) Desde lo alto de un edificio de 45 m de altura se deja caer una bolsa de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

$R = 22.5$ segundos

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$45 = \frac{1}{2} g t^2$$

$$g = \frac{45}{2} = 22.5 \text{ s}^2$$

Claramente se observa en su respuesta la ausencia del significado de la situación, el valor calculado se lo asigna a la variable g , y con unidades del tiempo al cuadrado. Al final responde que tiempo es igual a 22.5 segundos.

- e. Algunos estudiantes solo tratan de dar una respuesta conceptual de la situación, tal y como la mayoría de las actividades presentadas en sus libros de texto lo realizan.

Alumno GLF

2) Desde lo alto de un edificio de 45 m de altura se deja caer una bolsa de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

El tiempo que tomaría llegar al suelo depende a cuanto fuerzo apliques

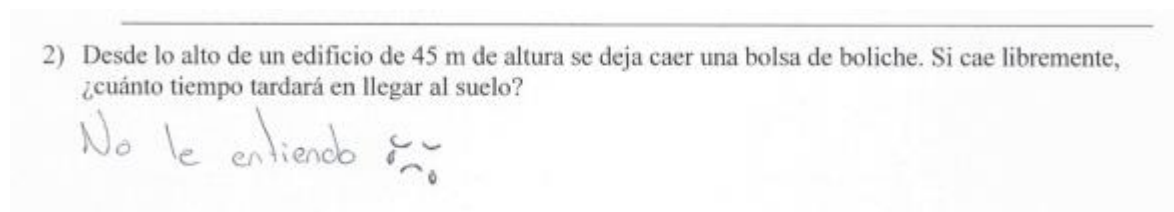
Alumna RFAD

2) Desde lo alto de un edificio de 45 m de altura se deja caer una bolsa de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

Es dependiendo tal vez el peso.

El caso de alumnos que manifiestan total sorpresa con la pregunta, dado que involucra un tema que jamás han abordado y que será parte de la asignatura de Matemáticas 3 que cursarán hasta el próximo ciclo escolar.

Alumno PLD



- f. Para hallar la solución, 20 alumnos trataron de hacerlo aritméticamente y 18 de manera algebraica. Sin embargo, dado que carecen del manejo algebraico, utilizan una fórmula equivocada. No existe algún alumno que trate de realizar el despeje de la fórmula, en función de que, en los libros de texto, de acuerdo a los Programas del 2011, la materia de Ciencias 2 no tiene como propósito, ni como estándar de contenido, el estudio de la ecuación cuadrática. Siendo esta una incoherencia curricular de parte de quienes diseñan los programas y los libros de texto.

Respuesta de los alumnos de 3er año

En tercer año, el estudiante ya trabajó con ecuaciones cuadráticas que utilizan el movimiento de caída libre como contexto. Sin embargo, la misma incoherencia prevalece entre ambas asignaturas ya que, en la gran mayoría de las ocasiones, merced al número de alumnos, al tiempo destinado a la materia, a que no se abarcó el estudio tanto de la caída libre como de los lanzamientos de proyectiles en segundo año, o bien a la falta de dominio de los contenidos por parte del titular de la asignatura, el tema no fue bien aprendido por los

alumnos. De ahí que se esperaba un mejor rendimiento de este grado escolar. Sin embargo, solo fueron 4 las personas que contestaron completamente el problema.

El razonamiento matemático de los alumnos de tercer grado se refleja en el mayor número de alumnos, que trabajaron de manera algebraica (43) en comparación con los 18 de segundo; 6 realizaron el despeje correcto de la ecuación, mientras que ningún alumno de segundo año lo hizo. 23 alumnos intentaron el despeje de la variable t , aunque de manera incorrecta, contra 4 de segundo año.

- a. Examinemos algunas respuestas de los alumnos de tercer año, empezando por dos alumnos que contestan de manera correcta el problema:

Alumno LDE:

2) Desde lo alto de un edificio de 45 m de altura se deja caer una bolsa de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

Tardará 3 segundos

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$T = \sqrt{\frac{2 \cdot 45 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2}}$$

$$T = \sqrt{\frac{90}{10}}$$

$$T = \sqrt{9}$$

$$T = 3 \text{ seg.}$$

Alumno CENL:

2) Desde lo alto de un edificio de 45 m de altura se deja caer una bolsa de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

t = 3 segundos

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 45 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2}}$$

$$t = \sqrt{\frac{90}{10}}$$

$$t = \sqrt{9}$$

En ambos casos no se observa el ejercicio completo del despeje, la fórmula resultante es la correcta. Los estudiantes sustituyen los datos de manera correcta, realizan paso a paso las

operaciones y al final presentan el resultado deseado. Se puede observar, también, el desarrollo del pensamiento matemático logrado en el tercer año, a través del comparativo de respuestas entre ambos grados.

- b.** Los estudiantes de este grado, ya tienen una mejor comprensión de las expresiones algebraicas y aunque sus concepciones demuestran errores ya manifiestan que para resolver el problema tienen que hacer uso de una expresión algebraica.

Son solo dos alumnos que, siguiendo el contrato didáctico, multiplican h por g , para hallar el resultado.

Alumno PAE

2) Desde lo alto de un edificio de 45 m de altura se deja caer una bolsa de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

$$g = 10 \text{ m/s}^2 \quad t = g \cdot h \quad t = 10 \text{ m/s} \cdot 45 \text{ m} = 450 \text{ s}$$

$$h = 45 \text{ m}$$

$$t = 7.5 \text{ minutos}$$

$$\begin{array}{r} 7.5 \\ 60 \overline{) 450} \\ \underline{300} \end{array}$$

El manejo de tareas con situaciones auténticas son el objetivo de la enseñanza de las Matemática, a través de su experiencia de los fenómenos de la vida real, el estudiante debe adquirir conciencia plena y anticipar algunos resultados o por lo menos pensar en valores razonables que den solución al problema por resolver. Resulta increíble que un estudiante acostumbrado a jugar fútbol o béisbol no tenga sentido común acerca de la caída libre y considere que el tiempo que tarda en recorrer los 45 m de altura es de 7.5 minutos. Se muestra también el desconocimiento y manejo de las unidades, tema que ineludiblemente forma parte de la asignatura de Ciencias 2.

Con esta misma característica de solución, encontramos a la estudiante JSNE, quien propone la siguiente solución:

- 2) Desde lo alto de un edificio de 45 m de altura se deja caer una bolsa de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

$$\begin{array}{r}
 45 \times 9.8 \\
 \hline
 360 \\
 405 \\
 \hline
 441.0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 v = g t \\
 v = (9.8 \text{ m/s}^2)(45 \text{ m}) \\
 v = 441.0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7.3 \\
 60 \overline{) 441.0} \\
 \underline{200} \\
 200
 \end{array}$$

$v = 7.3 \text{ hrs ó } 441 \text{ segundos}$

Esta alumna no relaciona el problema con la realidad, simplemente resuelve operaciones.

- c. Un grupo de 17 alumnos encuentran la respuesta errónea (3 de ellos solo dan el resultado) a través de la fórmula, $t = \frac{\sqrt{g/2}}{h}$, en dichos estudiantes hallamos mayor indicio del desarrollo del pensamiento algebraico, ya que identifican en su despeje la existencia de una raíz cuadrada, sin embargo, no logran hacerlo de manera correcta.

Alumna ASS

- 2) Desde lo alto de un edificio de 45 m de altura se deja caer una bolsa de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

$$\begin{array}{l}
 t = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} g}}{45 \text{ m}} \\
 t = \frac{1/2 (10 \text{ m/sec}^2)}{45 \text{ m}}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 t = \frac{5}{45} \\
 t = \sqrt{.111} \\
 t = .333 \text{ seg.}
 \end{array}$$

Estudiante CASP

2) Desde lo alto de un edificio de 45 m de altura se deja caer una bolsa de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

Sustitución	Operación
$t = \frac{\sqrt{1/2g}}{45m}$	$t = \frac{5}{45}$
$t = \frac{\sqrt{1/2(10m/seg)}}{45m}$	$t = \sqrt{.9}$
	$t = 0.33 \text{ seg}$

- d. Todavía existen estudiantes, que aún no desarrollan su pensamiento algebraico. Tal es el caso de la alumna LCDP y simplemente reportan un resultado, producto de una aproximación o de la copia a algún compañero.

2) Desde lo alto de un edificio de 45 m de altura se deja caer una bolsa de boliche. Si cae libremente, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

4.5 segundos ~

Resumiendo, podemos notar que el mal uso de las reglas de los números reales, la incoherencia curricular presente entre asignaturas como la de Ciencias 2 y Matemáticas 3, la apatía y desinterés por parte de alumnos y docentes hace que actividades como la presente no sean bien comprendidas y se obtengan respuestas incorrectas. Lo que es peor, el alumno no reflexiona el significado y valores de sus respuestas numéricas, no las relaciona con el mundo real.

En conclusión, se tiene que destacar que los resultados de esta micro-investigación piloto indican que la incoherencia curricular en los libros de texto de física (currículum potencial) causa mal desempeño de los alumnos al enfrentarse con los problemas numéricos para cuya solución no cuentan con las herramientas matemáticas

(currículum aprendido). Es recomendable, en futuras investigaciones, verificar este fenómeno con un mayor número de alumnos.

Capítulo 3

Los libros de texto de Matemáticas 3

¿Cómo puede ser que la Matemática, siendo al fin y al cabo un producto del pensamiento humano independiente de la experiencia, esté tan admirablemente adaptada a los objetos de la realidad?

Albert Einstein.

La asignatura de Matemáticas 3 forma parte de las materias correspondientes al tercer grado de educación secundaria en nuestro país, de acuerdo a los Programas de Estudio de la Secretaría de Educación Pública para educación secundaria, vigentes desde 2011. El interés que despierta la investigación realizada a los libros de texto, radica en la importancia que tiene esta asignatura para impulsar el desarrollo del pensamiento lógico y analítico.

Al igual que los resultados alcanzados en la materia de Ciencias 2 Física, los puntajes obtenidos en la prueba estandarizada PISA en la asignatura de Matemáticas, sitúa a los estudiantes de México, que obtuvieron 408 puntos en promedio, con un porcentaje inferior al promedio de los países miembros de la OCDE, que fue de 490 puntos (Fuente: OCDE, Base de datos de PISA 2015, tablas 1.2.4a, 1.2.6). Hablar de matemáticas significa entender la importancia que tiene como herramienta auxiliar en el aprendizaje de todas las demás ramas del conocimiento humano y cuya práctica coadyuva al desarrollo de los procesos de abstracción, modelación y creación de teorías y leyes que rigen los distintos fenómenos sociales, naturales y del desarrollo humano en general. El Programa de Matemáticas del 2011 se instrumentó con el conocimiento, que una formación matemática integral y coherente entre todas las asignaturas de la educación secundaria permiten a los

estudiantes afrontar con éxito los problemas de la vida diaria. Esencialmente la metodología didáctica planteada en los Planes del 2011, para Matemáticas, consiste en utilizar secuencias didácticas con situaciones problemáticas que permitan motivar a los alumnos y puedan reflexionar, para así poder resolver los problemas y además formular razonamientos válidos para la obtención de los resultados. Complementario a este punto Schoenfeld (citado en Santos, 1997) sugiere que, “para entender el proceso llevado a cabo por quienes resuelven problemas matemáticos y poder proponer líneas a seguir en la instrucción matemática, es necesario tomar en cuenta la disciplina, la dinámica del salón de clases y el aprendizaje junto con el proceso de pensar” (p. 58).

Es el tema de la ecuación cuadrática uno de los tópicos del álgebra, que presenta gran complejidad para su aprendizaje, siendo este tema contemplado en los Programas del 2011 a ser estudiado durante el tercer año de secundaria. Son precisamente los temas del movimiento en caída libre y el lanzamiento de proyectiles, los que aportan situaciones de la vida real y permiten el aprendizaje de los aspectos fundamentales de la ecuación cuadrática, ya que las ecuaciones de segundo grado son una excelente herramienta de análisis y medición en el estudio de diferentes tópicos de la Física.

El punto medular que vincula a ambas asignaturas impartidas en distintos grados escolares, es el significado que tiene la ecuación que permite calcular la distancia de un cuerpo en tiro hacia abajo y que corresponde a una ecuación de segundo grado:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0$$

En donde: y Desplazamiento del objeto hacia arriba o hacia abajo del origen

y_0	Altura inicial del objeto
g	Valor de la aceleración gravitacional
v_0	Velocidad inicial del objeto

La caída libre es el caso especial en que la velocidad inicial del objeto es cero.

En la fórmula conviene recordar que “Los signos de aceleración (g), desplazamiento (y) y velocidad (v) son interdependientes y cada uno se determina por criterios distintos”, también, “Es útil recordar que sólo el signo de la velocidad se determina por la dirección del movimiento. El del desplazamiento depende de la ubicación o la posición del objeto, en tanto que el de la aceleración queda determinado por la fuerza que hace que la velocidad cambie” (Tippens, 2011, p.119).

El criterio de los signos lo podemos ilustrar con el siguiente ejemplo que aparece en el libro de Física, Conceptos y Aplicaciones de Paul E. Tippens (2011) “Imagine una pelota de béisbol lanzada hacia arriba (Figura 3.1.). La pelota se mueve hacia arriba en línea recta hasta que se detiene y regresa siguiendo una trayectoria descendente en la misma línea. Consideremos el punto de lanzamiento como el inicio del movimiento ($y=0$). Ahora, el signo del desplazamiento será positivo en cualquier punto ubicado hacia arriba del lanzamiento y negativo en cualquier punto por debajo de él. Su desplazamiento se vuelve negativo sólo cuando la pelota se encuentra por debajo del punto de lanzamiento.

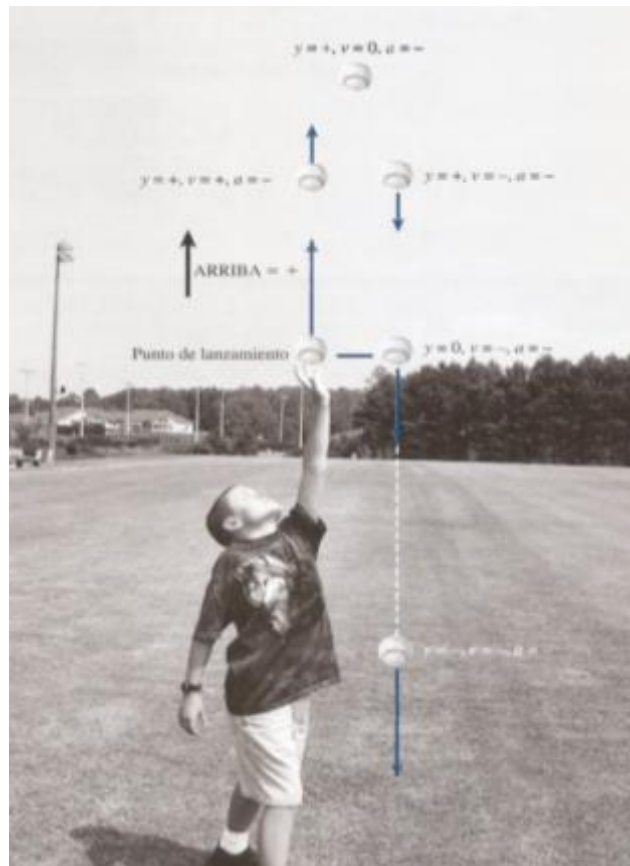


Figura 3.1. Signos del desplazamiento, velocidad y aceleración en un tiro vertical

Observe ahora los signos de la velocidad durante el vuelo de la pelota. Si suponemos que la dirección hacia arriba es positiva, la velocidad de la pelota es positiva siempre que su movimiento se dirija hacia arriba y negativa cada vez que su movimiento va hacia abajo. No importa que el valor de la velocidad cambie con el tiempo, ni tampoco su ubicación en el espacio.

Por último, considere la aceleración de la pelota durante su vuelo. La única fuerza que actúa sobre ella durante su recorrido es su peso, el cual siempre se dirige hacia abajo. Por lo tanto, el signo de la aceleración es negativo (hacia abajo) durante todo el movimiento. Observe que la aceleración es negativa cuando la pelota se mueve hacia arriba y también cuando se mueve hacia abajo” (Tippens, 2011, p. 119, 120).

Respecto al valor de la aceleración gravitacional, g , es 9.8 m/s^2 (con la finalidad de simplificar las operaciones, algunos autores de libros de texto redondean su valor a 10 m/s^2) si utilizamos el sistema métrico; o 32 ft/s^2 si nos referimos al sistema inglés de medidas. Algunos de los problemas encontrados en los libros de texto de Ciencias 2 utilizan como contexto para la caída libre el de la superficie lunar, para lo cual el valor de la aceleración sería de 1.62 m/s^2 en el sistema métrico decimal y de 5.3 ft/s^2 en el sistema de medidas inglés.

3.1. Estructura de los libros de texto de Matemáticas 3

Es el libro de texto, proporcionado al alumno al inicio del ciclo escolar, el recurso didáctico más utilizado para reforzar su aprendizaje dentro y fuera del aula. El texto de Matemáticas 3 sigue los lineamientos emanados de los Programas de estudio de 2011 de educación secundaria respecto a los propósitos, estándares y enfoque didáctico.

Son 21, las editoriales pertenecientes a la CONALITEG que publican al menos un libro de texto de la asignatura de Matemáticas 3, haciendo un universo de 35 libros que los estudiantes de tercer año podrían consultar (Ver Anexo II, para todos los títulos de los libros de texto). Sin embargo, al igual que el resto de los libros de texto, la selección del libro recae en la academia de la asignatura en las escuelas grandes, o en instituciones pequeñas la selección de este material didáctico recae en el maestro titular de la materia. La CONALITEG establece los propósitos, competencias y estructura de los 35 libros de texto de Matemáticas 3, que, salvo pequeños detalles son similares. Uno de los propósitos de la materia es que los estudiantes desarrollen la capacidad de resolver problemas a través del diseño de secuencias didácticas donde se han considerado las cuatro competencias

matemáticas: Resolver problemas de manera autónoma, Comunicar información matemática, Validar procedimientos y resultados, y Manejar técnicas eficientemente.

A manera de ejemplo citaré el libro de Ediciones Castillo, de los autores Baltazar Vicencio, Carlos; Eric Ruiz Flores González y Luis Fernando Ojeda Ánimas, que lleva por título Matemáticas 3. Explora.

El libro está dividido en 5 bloques, uno para cada bimestre del ciclo escolar y cada bloque se divide en secuencias didácticas:

Bloque 1 (Secuencias didácticas de la 1 a la 7)

Bloque 2 (Secuencias didácticas de la 8 a la 13)

Bloque 3 (Secuencias didácticas de la 14 a la 20)

Bloque 4 (Secuencias didácticas de la 21 a la 27)

Bloque 5 (Secuencias didácticas de la 28 a la 33)

Aunque el tema a tratar es el mismo, el título de cada secuencia depende de los diferentes autores, así por ejemplo: la Secuencia 16 del Bloque 3, se denomina en el libro arriba mencionado “Tales por cuales”, mientras en el de los autores Trigueros Gaisman, María; Mercedes Cortés Lascurain y otros, de editorial Santillana, la secuencia se llama “El teorema de Tales y sus aplicaciones”. En el de la editorial Ríos de Tinta los autores denominan a las secuencias didácticas como lecciones y la que corresponde a la Secuencia 16 del Bloque 3, es la Lección 3 del Bloque 3 llamada “Resolución de problemas geométricos mediante el Teorema de Tales”.

A esta estructura básica los autores añaden algunas secciones complementarias como exámenes tipo ENLACE o PISA, algunos otros, el desarrollo de habilidades digitales o bien algunas actividades experimentales.

3.2. Descripción de los problemas relativos a la ecuación cuadrática, contextualizados con el evento físico de caída libre y lanzamiento de proyectiles

En los 35 libros de texto de Matemáticas 3, de las diferentes editoriales de la CONALITEG, encontramos 237 problemas planteados para abordar el tema de la ecuación cuadrática y que utilizan como contexto el movimiento de caída libre y el de proyectiles. Todos los problemas fueron analizados de acuerdo a la Teoría de las Tareas de Situaciones Auténticas de Palm, con la finalidad de evaluar su pertinencia para que sirvan como instrumentos de aprendizaje para los alumnos.

Como resultado de la investigación documental y de verificar si los problemas propuestos son tareas auténticas, encontramos observaciones interesantes, que comentaremos a continuación:

1) “La *comprensión*, la *fidelidad*, y la *representatividad* son conceptos fundamentales que serán utilizados en lo referente al concepto de simulación” (Santanero, 2011, p. 20) refiriéndose a los datos del problema y las características del *Evento*, son cuatro cualidades de las situaciones problemáticas mencionadas dentro del Marco Teórico que influyen de manera primordial, de acuerdo a la Teoría de Palm, para garantizar que la tarea propuesta al estudiante sea considerada como una situación auténtica y por lo tanto pueda ser un recurso adecuado de aprendizaje.

La Tabla 3 resume el número de problemas que presentan un contexto no específico, en función de que el evento físico a que hacen referencia de acuerdo a la descripción textual no coincide con el fenómeno físico que se obtiene a partir de la fórmula y datos de la situación problemática propuesta. Aunado a los errores que muestran algunos de ellos, en cuanto al valor de la aceleración gravitacional, podemos asegurar que este tipo de problemas no pueden considerarse como una situación auténtica de la vida real de acuerdo a la teoría de Palm. Investigadores, redactores de libros de texto y desarrolladores de evaluaciones tienen como objetivo proponer actividades escolares con un alto grado de simulación de las situaciones reales fuera del aula escolar, de tal manera que la tarea sugerida para el estudiante le sea pertinente y sirva como material auxiliar para cumplir los objetivos matemáticos y la comprensión coherente del evento físico vinculado.

Tabla 3. Clasificación de problemas que muestran incoherencia en el tipo de evento descrito

Número de problemas propuestos con contexto ambiguo, en libros de la CONALITEG	Tipo de evento físico de acuerdo a la descripción textual	Tipo de evento físico que corresponde a la realidad de acuerdo a la fórmula proporcionada
27	Tiro parabólico	Tiro vertical
2	Tiro vertical	Caída libre
2	Caída libre	Tiro vertical
1	Tiro parabólico	Caída libre
1	Tiro vertical	Tiro vertical hacia abajo
1	Tiro parabólico	Tiro vertical hacia abajo
34	Total de situaciones problemáticas que demuestran una incoherencia entre el evento físico descrito y el que los datos proporcionados para su solución representan	

De esta manera, la estadística de los problemas de acuerdo a la realidad dada por los datos no corresponde a la de su descripción textual, por lo tanto, estamos hablando que al estudiante se le proponen eventos confusos, donde los datos no son bien comprendidos ya que no son fidedignos ni representativos del problema planteado.

Por lo tanto, se tiene una primera incoherencia en los libros de texto de Matemáticas 3, dado que, en un porcentaje significativo de las situaciones problemáticas propuestas, no guardan la concordancia entre la descripción textual del evento y la realidad planteada a través de los datos que habrán de dar solución al problema. En total, la información estadística arrojó 34 de los 237 problemas propuestos (14.3%), en los cuales la descripción textual no corresponde con la fórmula para cada situación problemática.

Examinemos de manera particular algunos casos: de 47 problemas que han sido descritos textualmente usando el contexto de tiro parabólico en realidad solo son 18 los problemas que de acuerdo a los datos corresponden a dicho evento físico, por lo tanto existen 29 problemas cuya descripción textual es la de un tiro parabólico y de acuerdo al análisis de la fórmula proporcionada el evento físico al que hacen referencia es otro movimiento.

Ejemplo 1

En la página 237, del libro Matemáticas 3 Habilidades y Competencias, de los autores Ángeles Ángeles, Javier; Ramón Guerrero Leyva y Elías Loyola Campos de la editorial Ángeles Editores (Figura 3.2.) proponen el siguiente problema.

V. En el lanzamiento de jabalina, la altura de ésta se describe con la ecuación $h(t) = -16t^2 + 79t + 5$

Donde t es el tiempo en segundos que transcurre desde que se lanza la jabalina hasta que llega al suelo.

a) ¿Cuál es el valor de la altura cuando la jabalina toca el suelo? _____

b) ¿Qué se debe hacer para calcular el tiempo que la jabalina está en el aire? _____

c) ¿Qué método empleas para resolver la ecuación? _____

Resolución

d) ¿Cuáles son las soluciones de la ecuación? _____ y _____

e) ¿Cuál solución debe desecharse y por qué? _____

Compara tu resultado con el de otros compañeros y con el apoyo de su profesor; aclaren las dudas sobre el procedimiento y su resultado.

Manejo de la información 237

Figura 3.2. Problema con contexto ambiguo

Cuando los autores del texto escriben “En el lanzamiento de jabalina, la altura...”, el lector se imagina la trayectoria descrita y sin duda alguna en su mente está la de una parábola. Revisando la fórmula correspondiente a la altura que alcanza, $h(t) = -16t^2 + 79t + 5$, la ecuación corresponde a un tiro vertical. Aquí tenemos una ambigüedad en la situación problemática propuesta, ocasionando que el problema no se le presente al estudiante con la comprensión y fidelidad necesaria, para que pueda ser considerada como una tarea de una situación auténtica. También los autores omiten mencionar que las unidades para este problema corresponden al sistema de medidas inglés, solamente el estudiante que se encuentre plenamente habilitado con el conocimiento matemático adecuado, se dará cuenta que el valor del coeficiente de la variable cuadrática corresponde a la mitad del valor de la aceleración gravitacional en el sistema inglés $g=32\text{ft/s}^2$.

Ejemplo 2

Otro segundo problema perteneciente a esta categoría se encuentra en la página 74 del libro de texto Jaque Mate 3, Matemáticas III de los autores Xique Anaya, Juan Carlos; Ana Laura Barriendos Rodríguez; José Lorenzo Sánchez Alavez de Ediciones Larousse

(Figura 3.3.). En el inciso a) los autores preguntan ¿De qué factores depende la trayectoria de una bala de cañón?; la pregunta y la imagen presentada no dejan lugar a dudas para el estudiante, quien inmediatamente identificará al movimiento con el evento físico denominado tiro parabólico.

3. En parejas, resuelvan los problemas que se plantean.

a) ¿De qué factores depende la trayectoria de una bala de cañón? _____

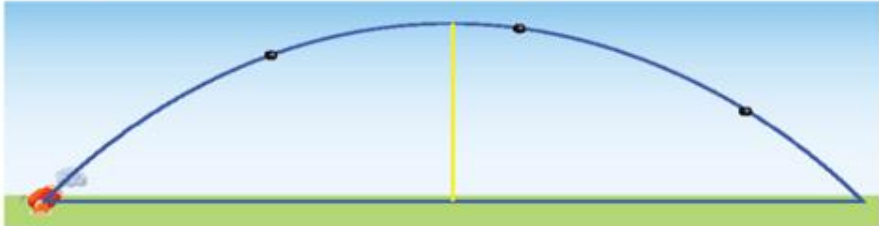


Figura 5

Si la trayectoria de la bala del cañón de la figura 5 se modela con la expresión $f(t) = t^2 + 14t - 40$, ¿cómo puede saberse cuánto tiempo estuvo la bala en el aire? _____

Escriban en su cuaderno un procedimiento para determinar la altura máxima que alcanzó la bala del cañón. ¿A qué altura se encontrará la bala después de 5 s de haber sido lanzada? _____

b) Laura leyó en una revista de divulgación científica que el peso promedio (en kg) ganado por una raza de puercos, sometidos a una dieta de harina de sorgo, en comparación con los que se alimentan sin esta harina, se calcula por medio de la expresión $f(p) = p^2 + p$, donde p representa el porcentaje de harina de sorgo en el alimento del puerco.

Si esta información es cierta, ¿qué porcentaje de harina de sorgo se ha puesto en el alimento de los puercos que han aumentado 6 kg más que los que no la han consumido? _____

¿Cómo se podría saber cuál es el mayor porcentaje de harina de sorgo que conviene incluir en la dieta de esta raza de cerdos? _____

 Comparen con otras parejas tanto sus resultados como los procedimientos que siguieron. Si requieren ayuda de su maestro de ciencias, solicitenla para entender mejor en qué consiste el tiro parabólico.

Figura 3.3. Ejemplo de contexto incoherente

Los autores continúan con el problema y escriben: “Si la trayectoria de la bala del cañón de la figura 5 se modela con la expresión $f(t) = t^2 + 14t - 40$, ¿Cómo puede saberse cuanto tiempo estuvo la bala en el aire?

Al analizar la expresión algebraica propuesta vemos que la expresión modela un tiro vertical, donde el valor de la aceleración gravitacional es de 2m/s^2 , valor que a su vez no corresponde con el valor real de la aceleración, la velocidad con el que es lanzado el objeto verticalmente es de 14 m/s . Adicionalmente, hay que destacar que en la fórmula para tiro

vertical hacia arriba el miembro con t^2 viene con el signo negativo (el signo positivo corresponde al tiro vertical hacia abajo).

Por lo tanto, tenemos dos características que hacen que este problema no pueda ser tomada como una situación auténtica de acuerdo a la teoría de Palm sino solamente un contexto simulado, lo que puede convertirse en un obstáculo para el aprendizaje integral de la ciencia y la matemática:

- 1) La descripción textual y la imagen corresponden a un tiro vertical, mientras que la información proporcionada por la fórmula es de un tiro vertical.
- 2) El valor de la aceleración gravitacional no corresponde a la realidad.

Ejemplo 3

Un tercer ejemplo de esta categoría se encuentra en las páginas 215 y 216 de libro Matemáticas 3 Desafíos matemáticos, de los autores Ramírez Cantú, Mariana; Ramón Castillo Castillo; David Vergara Rivera; María Eugenia Flores Olvera y Julieta Guadalupe Azpeitia Valadez de la editorial Fernández Educación (Figura 3.4.). La descripción textual del problema utiliza el contexto de tiro parabólico, pero, al igual que los dos ejercicios anteriores de acuerdo a los datos proporcionados por la fórmula, esta coincide con el tiro vertical; por lo tanto, estamos hablando de un contexto no específico debido a la ambigüedad existente, lo que califica al problema como una tarea no auténtica. Respecto a los datos del problema el valor de la aceleración es un dato correcto e igual a 10 m/s^2 y el valor de la velocidad con que sería arrojado el objeto es de 90 km/h .

2. Organizados en parejas, lean, comenten y resuelvan la siguiente situación.

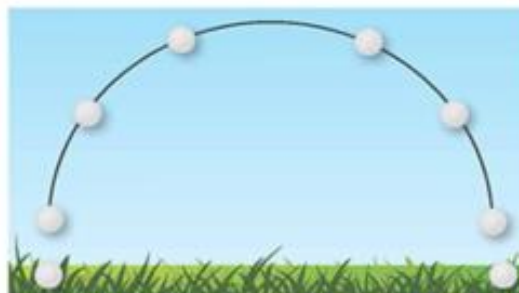
¿Han practicado o visto cómo se juega el golf? Se trata de un deporte al aire libre donde se utilizan palos diseñados especialmente para impulsar una bola pequeña y dura sobre un campo de juego que tiene 18 hoyos.

- a) Si un jugador hace un tiro, ¿qué trayectoria sigue la pelota? Investígalo u observa la ilustración.

Intercambien sus respuestas y establezcan conclusiones en forma grupal.

El golfista, aparte de practicar pegándole a la pelota, debe estudiar los tiros que efectuará; si la altura y que alcanza la pelota de golf depende del tiempo x (en segundos), esto se representa en la ecuación:

$$y = 25x - 5x^2$$



- ¿Qué altura máxima tendrá la pelota antes de tocar el suelo nuevamente?
 - Expliquen brevemente cómo calcular el tiempo que tarda la pelota en tocar el suelo.
 - Resuelvan en su cuaderno y contesten: ¿después de cuánto tiempo toca el suelo la pelota?
 - ¿Qué hicieron para determinar este resultado?
- b) Completen la tabla siguiente que permite calcular la altura de la pelota, a partir del tiempo x , en segundos.

x	0	1	2	3	4	5	6
y							

- Con $x = 6$, ¿cómo fue la altura y ?, ¿cómo se puede interpretar ese resultado?
 - ¿En cuántos segundos tocó el suelo la pelota?
 - ¿Entre qué tiempos alcanza la pelota su máxima altura?
 - ¿Consideran que existe un método más sencillo que la tabulación para determinar cuánto tardará la pelota en tocar el suelo?
- c) Para verificar cuánto tardará la pelota en tocar el suelo, resuelve algebraicamente la ecuación cuadrática por el método que prefieras. ¿Con qué debes igualar la altura para resolver la ecuación?
Comenten con otra pareja los resultados obtenidos y hagan una reflexión grupal sobre las ecuaciones cuadráticas y todos los datos que pueden proporcionar.

Figura 3.4. Problema contextualizado con un evento físico de manera incoherente

Existen dos problemas cuya descripción textual es la de un *movimiento de tiro vertical* y en realidad de acuerdo al análisis de la expresión algebraica proporcionada como dato constituyen un *movimiento en tiro hacia abajo*:

Problema 1

El primer problema se encuentra en la pág. 159 del libro Matemáticas 3 Fundamental, de Ediciones Castillo y autores Romero Hidalgo, Silvia Patricia; Silvia Piña Romero; Sharon Magali Valverde Esparza y María del Pilar Piñones Contreras (Figura 3.5.).

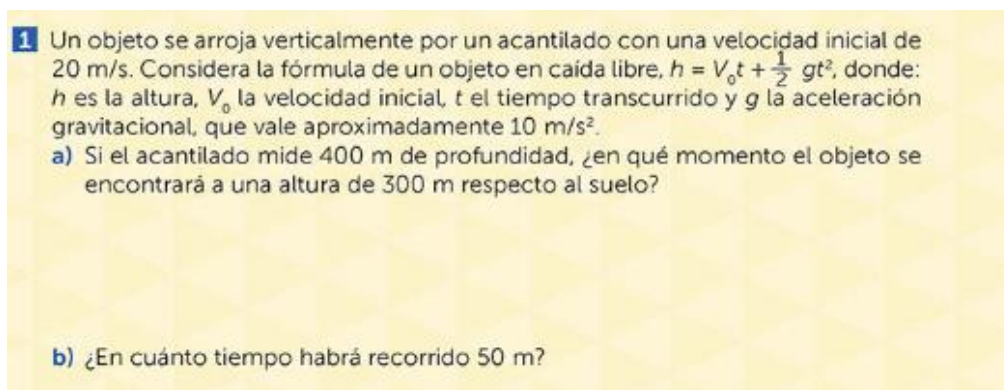


Figura 3.5. Problema con contexto incoherente

Esta situación problemática, al no aclarar lo que concierne al signo de la aceleración gravitacional estaría asumiendo que ambos son positivos y entonces la situación sería de un objeto que se arroja al vacío en caída libre con una velocidad inicial de 20 m/s, movimiento que sería contrario al descrito textualmente cuando dice que el objeto se arroja verticalmente.

Problema 2

El segundo problema de esta categoría se encuentra en la página 121 del libro Matemáticas 3 de la editorial Nuevo México y autor Covián Rué, Emilio (Figura 3.6.). La descripción textual del problema dice “Lucío realiza un experimento, lanzó hacia arriba ...” lo que es indicativo que se trata de un tiro vertical; sin embargo, dice que la expresión algebraica que describe el movimiento del objeto es $x^2 + 4x + 12 = 0$, al realizar el

análisis de los coeficientes de la ecuación encontramos que el valor que corresponde al coeficiente de la variable al cuadrado es 1, por lo tanto la aceleración gravitacional es de 2 m/s^2 , lo cual es incorrecto y significa un falso contexto para el problema; también como todos los coeficientes son positivos el tipo de movimiento es el de un objeto que es lanzado en caída libre con una velocidad inicial de 4 m/s desde una altura inicial de 12 m sobre el nivel de referencia.

3. Resuelvan el problema en su cuaderno.

Lucio realizó un experimento, lanzó hacia arriba diversos objetos desde una altura de 12 m y midió el tiempo que tardaron en tocar el piso. Después, modeló uno de los objetos que lanzó mediante la siguiente expresión: $x^2 + 4x + 12 = 0$.

Al revisar la expresión, Lucio comentó que tiene un error porque no puede resolverse, aunque es mínimo, puede considerarse grave.

- a) De la expresión algebraica dada, ¿cuántos valores puede adquirir x ?
 - ¿Es posible anticipar cuántos resultados se pueden adquirir de la ecuación sin resolver toda la fórmula? Argumenten.
 - b) ¿A qué se refiere Lucio cuando dice que la ecuación no tiene solución?
 - ¿Cuáles son los valores de x ?
- Comparen con otros compañeros cómo resolvieron los problemas.

Figura 3.6. Problema con contexto ambiguo

Por lo tanto, tenemos dos factores que permiten clasificar a este ejercicio como una tarea de una situación no auténtica y que desafortunadamente va a incidir en la comprensión y aprendizaje integral del evento físico y las matemáticas necesarias para evaluar el problema: el dato erróneo para la aceleración gravitacional y el contexto no específico debido a que la descripción textual señala un tiro vertical, mientras que los datos de la fórmula nos indican un objeto que se desplaza como tiro hacia abajo.

También se presentan situaciones problemáticas descritas textualmente como objetos en caída libre pero de acuerdo a los datos corresponden a objetos cuyo movimiento es el de un tiro vertical, ilustraremos un ejemplo.

Se encuentra impreso en la página 193 del libro MatemáticaMente 3, de los autores Arriaga Coronilla, Alfonso; Gilberto Zavala Guzmán; José de Jesús Gutiérrez Palacios; Mónica Compañ García; Susana Emilia Sesma Parra; Víctor Hugo Pineda Hernández y José Gabriel Zahoul Retes y editorial Pearson Educación (Figura 3.7.).

II Béisbol

Marcos suelta una pelota de béisbol, esta última empieza a moverse con una velocidad que varía de manera constante. Entonces se mide la distancia recorrida en algunos instantes y los resultados obtenidos permiten establecer que la distancia (d) en el tiempo transcurrido en segundos (t) puede obtenerse con la ecuación: $d = -2t^2 + 2t$

8. Marcos y Jorge quisieron representar con más detalle lo que experimentaron en el patio de la escuela con la pelota, ayúdalos revisando las respuestas de la tabla.

Tiempo (t)	0	1	2	3
Distancia (d)	-2	0	6	-16
Sí / No	Sí / No	Sí / No	Sí / No	Sí / No

9. Marcos repitió el experimento de la pelota de béisbol y en cada uno de los casos se determinó una ecuación diferente. ¿En cuál de las siguientes tablas, la pelota alcanzó la altura más alta?

a)

(t)	0	1	2	3	4
(h)	3	2.5	2	1.5	0

b)

(t)	-1	0	1	2	3
(h)	0	3	4	3.5	2

c)

(t)	0	6.5	9	12.8	15.4
(h)	0	5	10	20	30

d)

(t)	0	3	5	7	10
(h)	0	21	25	21	0

Ponte a prueba 173

Figura 3.7. Problema que presenta problemas de contexto ambiguo

El problema situacional describe “Marcos suelta una pelota de béisbol, ...”, el “soltar la pelota” significa que esta caerá libremente, sin embargo, la fórmula que describe la distancia recorrida es $d = -2t^2 + 2t$ que corresponde a un tiro vertical hacia arriba, lo que nos da un contexto no específico y por lo tanto una tarea que puede calificarse como una situación no auténtica. Aún más, el valor del coeficiente de la variable cuadrática es erróneo, si recordamos que el valor de dicho coeficiente corresponde a la mitad de la

aceleración entonces de acuerdo a este problema la aceleración gravitacional tiene un valor de 4 m/s^2 , que no coincide al igual que el problema planteado con la realidad.

3.3. Problemas propuestos en la asignatura de Matemáticas 3 para la solución de ecuaciones cuadráticas, contextualizados con el evento de caída libre y movimiento de proyectiles, pero que carecen del soporte de contenidos de la materia de Ciencias 2 (Incoherencia curricular entre asignaturas)

De acuerdo a la investigación documental realizada a las situaciones problemáticas propuestas en los libros de Texto de Matemáticas, existe un gran número de tareas escolares cuyo objetivo es aprender el concepto y solución de una ecuación cuadrática a través de problemas que utilizan el contexto físico correspondiente al lanzamiento de proyectiles (tiro hacia abajo, tiro vertical, tiro parabólico y tiro horizontal) además de los relativos a la caída libre. La Figura 3.8. nos indica el número de problemas pertenecientes a cada categoría, esta vez la clasificación toma en cuenta los problemas de acuerdo al evento definido por la fórmula proporcionada como dato del problema.

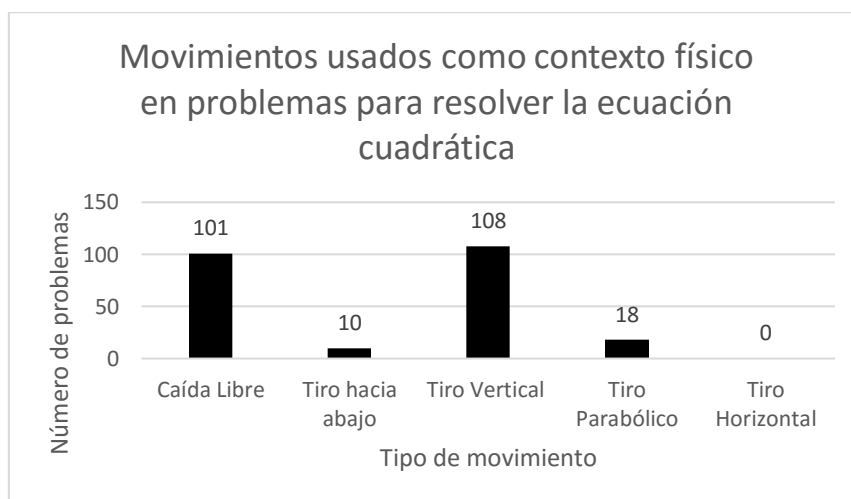


Figura 3.8. Clasificación de los problemas de acuerdo a su contextualización

Es conveniente recordar que en el capítulo anterior realizamos las observaciones al tipo de actividades propuestas a los alumnos en la asignatura Ciencias 2 Física, que se encuentran directamente vinculadas con el tema de ecuaciones cuadráticas, ya que los movimientos de un cuerpo en caída libre y el de lanzamiento de un proyectil, son utilizados como contexto físico para resolver problemas que involucran la ecuación de segundo grado. Recordamos que se hallaron 95 situaciones problemáticas, pero de ellas solo 6 corresponden al tiro vertical, 3 al tiro horizontal y solo 1 al tiro parabólico, esto representa el 10.5% de las situaciones propuestas al alumno, agregando a este pequeño porcentaje que todas ellas fueron trabajadas de manera conceptual, sin ninguna explicación formal, ni menos aún a través de la presentación de un ejercicio numérico que permita al alumno una comprensión integral del fenómeno físico. Esto en realidad se vuelve un obstáculo académico cuando en el tercer año en Matemáticas 3 y de acuerdo a la gráfica anterior observamos que existen 136 situaciones problemáticas (57.4%), de un total de 237, que utilizan el lanzamiento de proyectiles como contexto físico; *es este el punto donde se destaca la gran incoherencia curricular presente entre los libros de texto de las asignaturas de Física 2 y Matemáticas 3: Al estudiante de tercero de secundaria, en los libros de texto de Matemáticas 3, se le pide resolver problemas que utilizan el contexto físico del lanzamiento de un proyectil (tiro hacia abajo, tiro vertical y tiro parabólico).* Sin embargo, en el segundo grado en la materia de Ciencias con énfasis en Física, dichos movimientos no fueron analizados a profundidad ni mucho menos de manera sistemática.

No es problema del enfoque de la asignatura de Física 2, sino son los alcances de la materia que no han sido planificados adecuadamente, dado que el movimiento

correspondiente al de la trayectoria que sigue un proyectil están siempre presentes en la naturaleza, ya sea a través del lanzamiento de una pelota de béisbol, el de un misil, el de un balón de fútbol pateado por el jugador, el de un chorro de agua, etc., y los cuales deben ser tratados no tan solo cualitativamente sino también deben ser medidos y es ahí donde el tema de la ecuación de segundo grado se hace presente. Es importante recordar que en el aprendizaje de las matemáticas juega un papel muy importante la fenomenología de los conceptos y sus aplicaciones prácticas por lo que es necesario que “Se incluyan oportunidades de experimentar la Matemática en contextos y de aprender trabajando en problemas que surjan en contextos no matemáticos. Es importante que los estudiantes entiendan el porqué de su estudio, en que situaciones van a poder utilizar y que utilidad tienen los conceptos aprendidos” (Fonseca y Gamboa, 2014, p.18).

Es necesario puntualizar la importancia de la coherencia que debe existir en todos los elementos del currículum, ya que parte de la problemática que se le presenta al alumno en el aprendizaje y en las correspondientes evaluaciones de las asignaturas radica en que los materiales curriculares (planes de estudio, libros, etc.) “...carecen de coordinación y consistencia a lo largo del tiempo, temas y disciplinas. Los conceptos clave a menudo fueron enterrados entre ideas no relacionadas, rodeados por detalles inapropiados.” (Fortus & Krajcik, 2012).

La importancia de que exista esa coherencia entre temas, tiempo y disciplinas radica en que el estudiante se enfrenta a la solución de los problemas de la ecuación cuadrática como tarea escolar en casa, cuando carece de la mediación del docente; en otras ocasiones cuando el estudiante pregunta al maestro de Matemáticas 3 alguna duda sobre el tema del

movimiento en tiro vertical o parabólico su maestro lo remite al titular de la asignatura de Ciencias 2, evadiendo con ello su responsabilidad docente.

Schmidt y colaboradores (2005) definen a los estándares de contenidos como coherentes si:

... ellos son articulados a través del tiempo como una secuencia de tópicos y desempeños consistentes con la naturaleza lógica, y si corresponden a la estructura jerárquica del contenido disciplinario de la cual la asignatura deriva ... Deben evolucionar de estructuras particulares a las generales ... Esta evolución debe ocurrir tanto a lo largo del tiempo dentro de un mismo grado como a medida que el estudiante progresa a través de los grados. (Schmidt et al., 2005, p. 528).

3.4. Características de las 237 situaciones problemáticas que se presentan en los libros de texto de Matemáticas 3, de acuerdo a la Teoría de las Situaciones Auténticas de Palm

De acuerdo a la teoría de Palm uno de los aspectos, de las situaciones de la vida real más importante, a ser considerado en su simulación para considerarse como una tarea auténtica son los datos. Estos, deben tener las siguientes cualidades: existencia, realismo y especificidad. En la investigación documental realizada a los libros de texto de Matemáticas 3, encontramos que en las 237 situaciones problemáticas propuestas a los alumnos, referentes al tema de caída libre y lanzamiento de proyectiles en 49 (20.7%) de dichos problemas se utilizó un valor incorrecto para la aceleración gravitacional, es decir la tarea escolar no puede considerarse como una situación auténtica en virtud de que el dato

no corresponde a un evento que pueda ocurrir en ningún contexto físico del entorno del estudiante. La Figura 3.9. resume esta investigación:

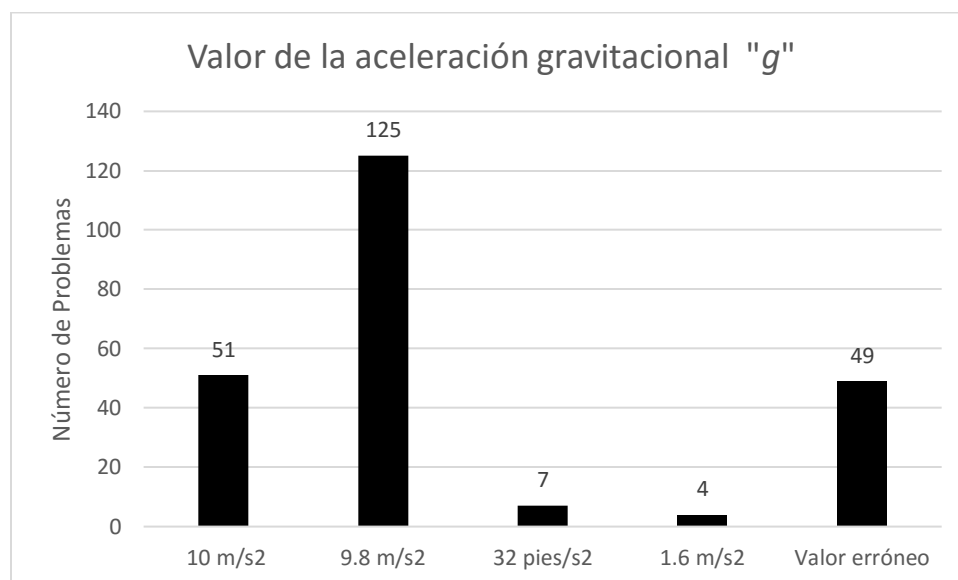


Figura 3.9. Valores de la aceleración utilizados en los problemas de los libros de texto

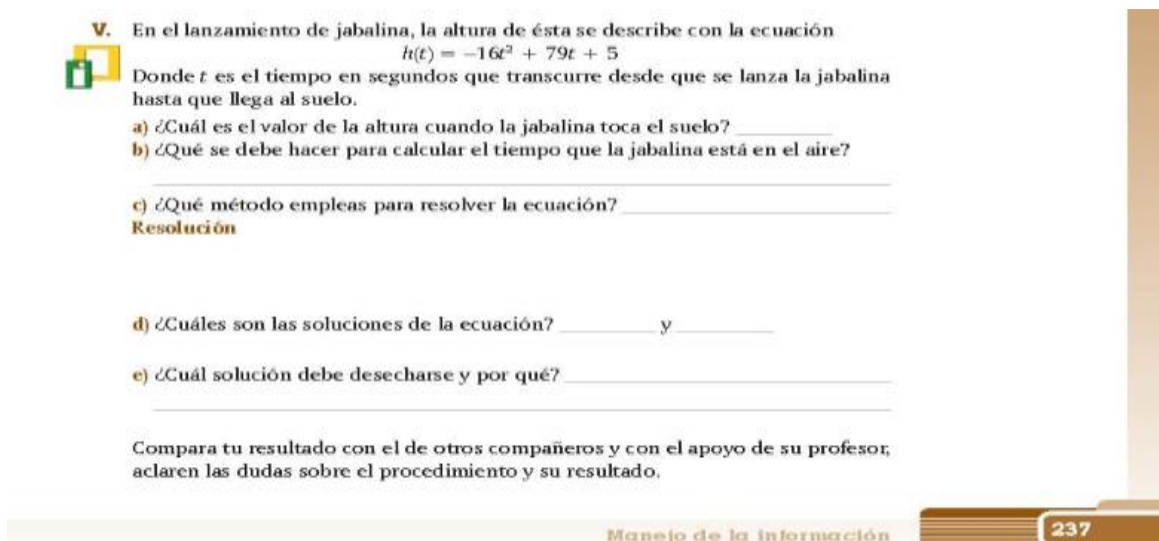
En los gráfica observamos que 125 problemas utilizan el valor de g de 9.8 m/s^2 ; mientras que en 51 situaciones problemáticas para facilitar los cálculos los autores de los libros de texto prefieren redondear dicho valor a 10 m/s^2 ; en 7 problemas se utiliza el valor para la aceleración de 32 pies/s^2 que corresponde a las unidades del sistema de medidas inglés; mientras que 4 utilizan como contexto el suelo lunar y dan un valor correcto para la aceleración gravitacional lunar de 1.6 m/s^2 , mismo que corresponde al de la aceleración con que caen los objetos en la superficie de la Luna. Lamentablemente se encontró que un alto número de los problemas utiliza un valor erróneo para la aceleración gravitacional (49 problemas), lo que los identifica como problemas que no constituyen una tarea auténtica, ya que no son reales.

Recordemos que en una ecuación cuadrática que utiliza como contexto los movimientos en caída libre o de un proyectil, el valor de la aceleración gravitacional se puede identificar muy fácilmente, ya que el coeficiente de la variable cuadrática es la mitad del valor de la aceleración gravitacional: $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0$

Como ejemplos citaremos en primer lugar los siguientes problemas propuestos en los libros de texto donde el valor de la aceleración gravitacional es el correcto.

Ejemplo con valor para g en el sistema de medidas inglés

En la página 237, del libro Matemáticas 3 Habilidades y Competencias, de Ángeles Ángeles, Javier; Ramón Guerrero Leyva y Elías Loyola Campos de editorial Ángeles Editores, se utiliza el valor de la aceleración gravitacional en el sistema de medidas inglés (Figura 3.10.).



V. En el lanzamiento de jabalina, la altura de ésta se describe con la ecuación

$$h(t) = -16t^2 + 79t + 5$$

Donde t es el tiempo en segundos que transcurre desde que se lanza la jabalina hasta que llega al suelo.

- ¿Cuál es el valor de la altura cuando la jabalina toca el suelo? _____
- ¿Qué se debe hacer para calcular el tiempo que la jabalina está en el aire? _____
- ¿Qué método empleas para resolver la ecuación? _____

Resolución

- ¿Cuáles son las soluciones de la ecuación? _____ y _____
- ¿Cuál solución debe desecharse y por qué? _____

Compara tu resultado con el de otros compañeros y con el apoyo de su profesor; aclaren las dudas sobre el procedimiento y su resultado.

Manejo de la información **237**

Figura 3.10. Problema contextualizado con evento de caída libre en la Luna

En la fórmula proporcionada como dato, se tiene que el valor del coeficiente de la ecuación cuadrática es 16, este dato como se anota en el párrafo anterior corresponde a la mitad de la aceleración, por lo tanto, el valor de g es el doble de dicho valor, es decir 32 pies/s², correspondiente al valor de la aceleración gravitacional en el sistema de medidas inglés.

Ejemplo con valor de g en la superficie lunar

Citamos otro ejemplo, en la página 144 del libro Matemáticas 3, de Covián Rué, Emilio, editorial Nuevo México, se tiene el siguiente problema propuesto al alumno (Figura 3.11.):

Analiza la información y resuelve lo que se indica.

En la Luna, el monte Leibniz se levanta a 8 200 m sobre la superficie lunar. Considera que en la Luna $g = 1.62 \text{ m/s}^2$.

- Si se deja caer un objeto desde lo más alto del monte, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo lunar?
- Elabora una tabla que relacione la posición del objeto en función del tiempo y, a partir de esta, construye la gráfica Posición-Tiempo.
- Realiza nuevamente la actividad anterior, pero ahora considera la gravedad de la Tierra ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$). Utiliza la misma altura del monte Leibnitz.
- Compara ambas gráficas. ¿En cuál se llega antes al suelo?
 - ¿Qué elemento propicia que el objeto llegue antes al suelo?

Figura 3.11. Problema contextualizado con evento de caída libre en la Luna

En la descripción textual encontramos que la situación se plantea en la superficie lunar, aunque el valor utilizado para la aceleración gravitacional es el correcto $g = 1.62$

m/s^2 , las preguntas a responder se pueden considerar simuladas, ya que es imposible dejar caer un objeto desde tal altura y menos en la superficie de la Luna, por lo que este evento no es realista.

Ejemplo con valor de la aceleración gravitacional de $10 m/s^2$

En la página 231 del texto Fortalezco mis competencias matemáticas 3 de Mata Ríos, David y Claudio Francisco Nebbia Rubio, Ediciones SM (Figura 3.12.) se encuentra el problema que dice “Unos estudiantes llevaron a cabo un experimento para medir la caída libre de los cuerpos. Para ello, dejaron caer una pelota desde lo alto de un edificio y midieron la distancia recorrida por la pelota. En 0.2 s recorrió 0.2m, en 0.4 s avanzó 0.8m y en 0.6 s recorrió 1.8m ...”. Haciendo operaciones y analizando los datos, dado que se trata de un evento en caída libre la fórmula es $d = \frac{1}{2} g t^2$, sustituyendo valores tenemos que el valor de g que hace cierta la expresión para los diferentes tiempos es $10 m/s^2$.

$$\text{Para } t = 0.2 \text{ s} \quad d = \frac{1}{2}(10)(0.2)^2 = 0.2 \text{ m}$$

$$\text{Para } t = 0.4 \text{ s} \quad d = \frac{1}{2}(10)(0.4)^2 = 0.8 \text{ m}$$

$$\text{Para } t = 0.6 \text{ s} \quad d = \frac{1}{2} (10)(0.6)^2 = 1.8 \text{ m}$$

Activo mis competencias


Unos estudiantes llevaron a cabo un experimento para medir la caída libre de los cuerpos. Para ello, dejaron caer una pelota desde lo alto de un edificio y midieron la distancia recorrida por la pelota. En 0.2 s recorrió 0.2 m, en 0.4 s avanzó 0.8 m y en 0.6 recorrió 1.8 m. Responde las preguntas y justifica tus respuestas.

a) La pelota tardó en llegar al piso tres segundos, ¿desde qué altura fue lanzada? _____

b) Al llegar al piso, la pelota iba con una velocidad de 29.4 m/s, ¿cuál era su velocidad en el segundo 1.5? _____

c) ¿Qué velocidad tiene la pelota al caer? ¿Por qué? _____

d) ¿La distancia recorrida es proporcional al tiempo transcurrido? ¿Por qué? _____

e) ¿La velocidad de la pelota es proporcional al tiempo transcurrido? ¿Por qué? _____

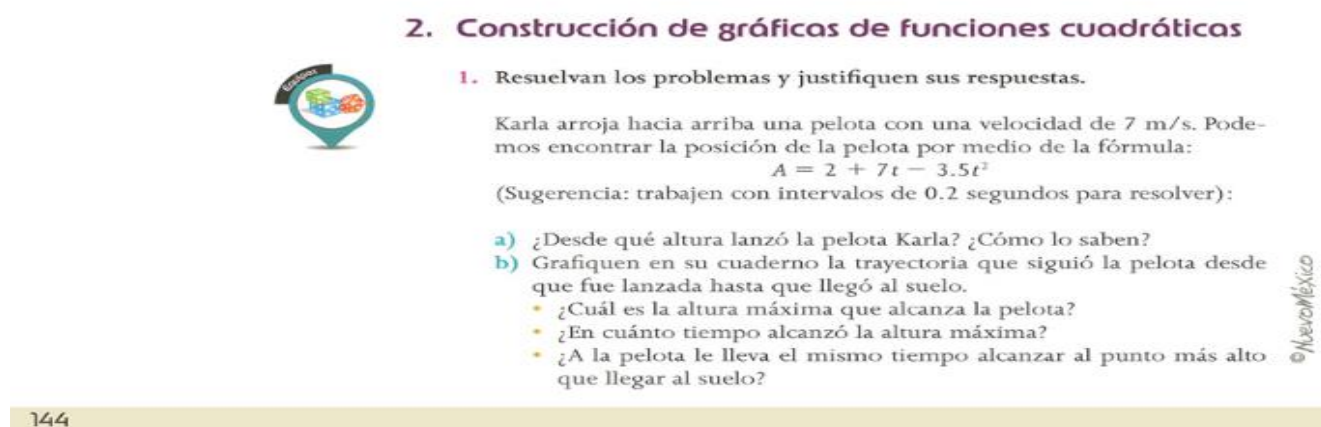
Figura 3.12. Problema que utiliza un valor de la aceleración de 10 m/s^2

Ejemplos con valores de la aceleración gravitacional incorrectos.

Los siguientes tres ejemplos corresponden a situaciones problemáticas donde se ha tomado un valor erróneo de la aceleración gravitacional, por lo que la tarea escolar no puede ser considerada como auténtica, sino simplemente puede ser considerada como un ejercicio matemático, ya que los datos no corresponden a la realidad y estamos hablando de una situación que se ha “vestido” falsamente de un contexto físico cuyo valor de la aceleración gravitacional no corresponde a la realidad.

Ejemplo 1

En la página 144 del libro Matemáticas 3, autor Covián Rué, Emilio, editorial Nuevo México (Figura 3.13.). En la fórmula proporcionada como dato se identifica que $\frac{1}{2}g = 3.5$, por lo tanto, el valor de la aceleración gravitacional $g = 7 \text{ m/s}^2$, no corresponde a la realidad terrestre.



2. Construcción de gráficas de funciones cuadráticas

1. Resuelvan los problemas y justifiquen sus respuestas.

Karla arroja hacia arriba una pelota con una velocidad de 7 m/s. Podemos encontrar la posición de la pelota por medio de la fórmula:

$$A = 2 + 7t - 3.5t^2$$

(Sugerencia: trabajen con intervalos de 0.2 segundos para resolver):

- ¿Desde qué altura lanzó la pelota Karla? ¿Cómo lo saben?
- Grafiquen en su cuaderno la trayectoria que siguió la pelota desde que fue lanzada hasta que llegó al suelo.
 - ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota?
 - ¿En cuánto tiempo alcanzó la altura máxima?
 - ¿A la pelota le lleva el mismo tiempo alcanzar al punto más alto que llegar al suelo?

144

Figura 3.13. Problema que utiliza un valor erróneo de la aceleración gravitacional

Ejemplo 2

Tenemos otro problema en la página 165 del libro Comunidad matemática 3, autores Vicuña Guante, Alicia; Apolo Castrejón Villar; Martha Lidia Reyes Salgado y Orto Soyus Castrejón Torres de Ediciones SM (Figura 3.14.).

8 La gráfica muestra la relación entre la altura (h) que alcanza una pelota lanzada al aire y el tiempo transcurrido (t) desde que se soltó. ¿Qué expresión corresponde a la situación anterior?

a) $h = -t^2 + 10t$

b) $h = -t^2 + 8t$

c) $h = -t^2 - 10t$

d) $h = -t^2 - 8t$

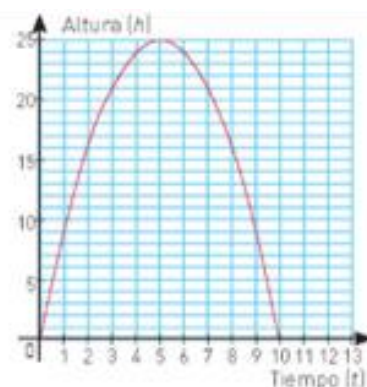


Figura 3.14. Problema que utiliza un valor erróneo de la aceleración gravitacional

El procedimiento de solución al problema planteado es algebraico y simplemente es evaluar alguno de los valores de la variable t (tiempo), sustituirlo en cualquiera de las cuatro ecuaciones dadas como respuesta y observar cuál es la opción correcta. En este caso la respuesta correcta fue: a) $h = -t^2 + 10t$; sin embargo, si analizamos los coeficientes, el valor del término al cuadrado es -1 que correspondería a la mitad de la aceleración, por lo tanto, la aceleración gravitacional g tiene un valor de -2 , que es inaceptable sobre la Tierra.

Ejemplo 3

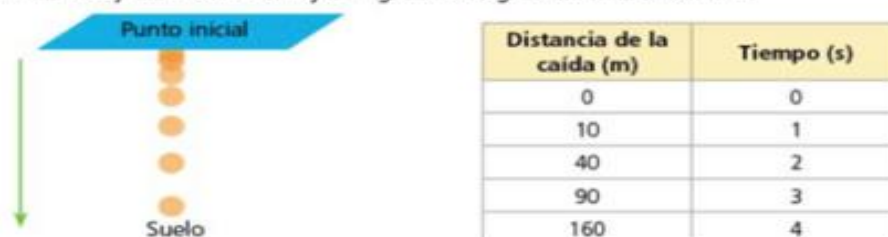
Una última situación problemática que mostramos en esta categoría es la que corresponde al ejercicio 4 de las páginas 228 y 229 del libro de texto Retos matemáticos 3; de Moreno Barrera, Jesús Adrián de Ediciones SM (Figura 3.15.).

El autor plantea una solución guiada al estudiante para hallar la ecuación cuadrática que modela el movimiento en caída libre. Después de resolver el sistema de ecuaciones, el autor hallará la ecuación $y = 10 t^2$. Como se observa el coeficiente de la variable cuadrática es 10, pero este valor es la mitad de la aceleración, por lo tanto, el valor de la aceleración

gravitacional $g = 20 \text{ m/s}^2$, que corresponde a un dato erróneo.

4. Reúnete con dos compañeros, analicen lo que se presenta, y respondan lo que se pide.

a) Se soltó un objeto en caída libre y se registraron algunos datos en la tabla.



i. Los datos de la tabla corresponden a los puntos.

$(0, 0)$, $(10, 1)$, $(\text{---}, \text{---})$, $(\text{---}, \text{---})$, $(\text{---}, \text{---})$

ii. Ubiquen los puntos en un plano cartesiano en su cuaderno y tracen la curva que pasa por ellos.

b) La expresión algebraica asociada a la distancia recorrida por el objeto en caída libre, en función del tiempo, es de la forma $y = at^2 + bt + c$. Hagan lo que se indica para determinar los valores de los coeficientes a , b y c de la ecuación.

i. Al tiempo $t = 0$ el objeto ha recorrido 0 m.

Entonces $0 = a(\text{---}) + b(\text{---}) + c$ Por lo que $c = \text{---}$

ii. Para $t = 1$, el objeto ha recorrido --- m.

Entonces $\text{---} = a(\text{---}) + b(\text{---}) + \text{---}$ Por lo que se obtiene la ecuación ---

iii. Para $t = 2$, el objeto ha recorrido --- m.

Entonces $\text{---} = a(\text{---}) + b(\text{---}) + \text{---}$ Por lo que se obtiene la ecuación ---

iv. Resuelvan en su cuaderno el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones de los incisos ii y iii.

$a = \text{---}$ $b = \text{---}$

v. Escriban la ecuación que modela el problema. ---

vi. Reúnanse con otro equipo y comparen sus respuestas. Comenten cómo resolvieron el sistema de ecuaciones lineales para calcular los valores de a y b . Comparen las ecuaciones que obtuvieron y comenten cómo verificarían que sean correctas. En caso de duda, coméntelas con su profesor.

Figura 3.15. Problema que utiliza un valor erróneo de la aceleración gravitacional

Estos tres problemas anteriores, constituyen claros ejemplos que nos describen tareas escolares no auténticas, ya que parten de un valor erróneo de alguno de los datos, en este caso del valor de la aceleración gravitacional, que no corresponde a la realidad.

3.5. Otras características del marco de referencia de acuerdo a la Teoría de Palm para evaluar las tareas escolares. (Evento, Presentación, Estrategias de solución)

Ya se analizaron las tareas problemáticas planteadas a los escolares en los libros de texto de Matemáticas 3, referente al tipo de movimiento con el que se contextualizan. Se obtuvo un alto porcentaje (57.4%) de problemas que se proponen al estudiante para resolver una ecuación cuadrática utilizando el contexto físico del lanzamiento de proyectiles (tiro hacia abajo, tiro vertical, tiro parabólico y tiro horizontal); sin embargo, en la materia de Ciencias 2, Énfasis en Física, impartida en el segundo año de secundaria, dichos temas son tratados de manera superficial y solo en un pequeño porcentaje del total de actividades propuestas al alumno (10.5%). El evento físico está siempre presente en la naturaleza y es de uso común de los estudiantes al jugar o simplemente observar cómo se mueven los objetos, bajo la acción de la aceleración gravitacional.

Es la teoría de Palm, la que fundamenta el marco teórico que permite evaluar qué tan auténtica se presenta la descripción textual, respecto al fenómeno físico de la realidad, para que pueda ser utilizada como un instrumento de enseñanza-aprendizaje.

Ya que muchas veces, como argumentan Verschaffel y colaboradores (2000)

En vez de funcionar como contextos realistas y auténticos invitando o incluso formando a los alumnos a usar su conocimiento con sentido común y experiencia acerca del mundo real en las diferentes etapas del proceso de solución de problemas de aplicación matemática, los problemas textuales de las matemáticas escolares son percibidas artificiales como tarea de rompecabezas que no están relacionadas con el mundo real (Verschaffel et al, 2000, p. XV).

Es el *evento*, uno de los aspectos de las situaciones de la vida real consideradas importantes en su simulación como tarea escolar. “Este aspecto se refiere al evento descrito en la tarea. En la simulación de una situación del mundo real es un requisito previo que el acontecimiento descrito en la tarea de la escuela ha ocurrido o tiene una ocasión justa de ocurrir” (Verschaffel et al, 2009, p. 9).

Existe un gran número de problemas propuestos a los alumnos, que, evaluados a través del marco de la teoría de Palm no pueden ser considerados como tareas de situaciones auténticas, debido a la incoherencia existente entre la descripción textual del evento y la realidad planteada a través de los datos que habrán de dar solución al problema, en relación a este aspecto se hallaron 34 problemas; también se consideraron aquellos problemas que utilizan un valor erróneo para la aceleración gravitacional, habiendo encontrado un total de 49 situaciones problemáticas en tales condiciones.

Sumadas a las anteriores situaciones problemáticas, encontramos otro tipo de problemas con un contexto físico incompleto o muy general, como puede ser el “se suelta una pelota y al cabo de 2 segundos a recorrido una distancia de 20 metros, ¿Qué distancia recorrerá después de 15 segundos?”. En esta situación el estudiante trata de comprender el problema, pero no logra una contextualización de la situación adecuada debido a que no conoce si se suelta desde un edificio o de un avión, o simplemente el sujeto lo suelta desde el nivel del piso. Como respuesta correcta a la pregunta y considerando el valor de la aceleración gravitacional igual a 10 m/s^2 , el estudiante contestará que la pelota recorrerá 1125 m; en este caso el estudiante cuando es crítico de su aprendizaje puede reflexionar: “Es una distancia muy grande para ser lanzada desde un edificio, ¿la lanzarían desde un avión? o ¿Desde un helicóptero?”, ¿Por qué no se dice algo al respecto, en la descripción

textual? Independientemente del razonamiento del alumno, para aprovechar los problemas matemáticos contextualizados con un evento de la física, es necesario que el evento descrito se encuentre bien especificado y que exista una adecuada redacción de la situación. Como ejemplo de estas situaciones se anotan los siguientes problemas.

Ejemplo 1

Del libro Matemáticas 3, de Palmas Pérez, Santiago Alonso y Rocío Guadalupe Balderas Robledo, editorial Correo del Maestro, en las páginas 170 y 171(Figura 3.16.) aparece la siguiente situación:

• **Cada vez más cerca**

Un objeto que se deja caer libremente registra las siguientes alturas dadas en metros:

995.1	980.4	955.9	921.6	877.5
-------	-------	-------	-------	-------

1. Encuentra una expresión para la sucesión anterior.
2. Verifica si la sucesión anterior se representa con una expresión cuadrática. De ser así:
 - ¿Cuál es el valor de r ? (Considera los signos de las diferencias.)
 - ¿Cuál es el término cuadrático?
3. Utilizando alguno de los métodos antes vistos encuentra los coeficientes de la expresión cuadrática.

170

4. De acuerdo con la sucesión presentada:
 - ¿Cuál es la siguiente altura registrada?
 - ¿Cuál será la décima altura registrada?
 - Al calcular la decimoquinta altura, se obtiene resultado negativo. ¿Tiene sentido este resultado? Coméntalo en el grupo y con tu maestro.

Figura 3.16. Problema con un contexto incompleto

En la descripción textual los autores del libro de texto dicen: “Un objeto que se deja caer libremente registra las siguientes alturas dadas en metros: 995.1, 980.4, ...” La

situación con tal descripción no ayuda a la solución del problema, ya que no especifica cómo hicieron para ascender a esa altura y respecto a las medidas, cómo es que logran medir hasta decímetros. Finalmente, los autores se remiten a la solución matemática, buscando que los estudiantes entiendan a la tabla dada como los elementos de una sucesión que habrá de resumirse en la fórmula de la caída libre.

Ejemplo 2

Otro problema lo encontramos en la página 135 del libro *Jaque Mate 3*, Ediciones Larousse, de los autores Xique Anaya, Juan Carlos; Ana Laura Barriendos Rodríguez; José Lorenzo Sánchez Alavez (Figura 3.17.).

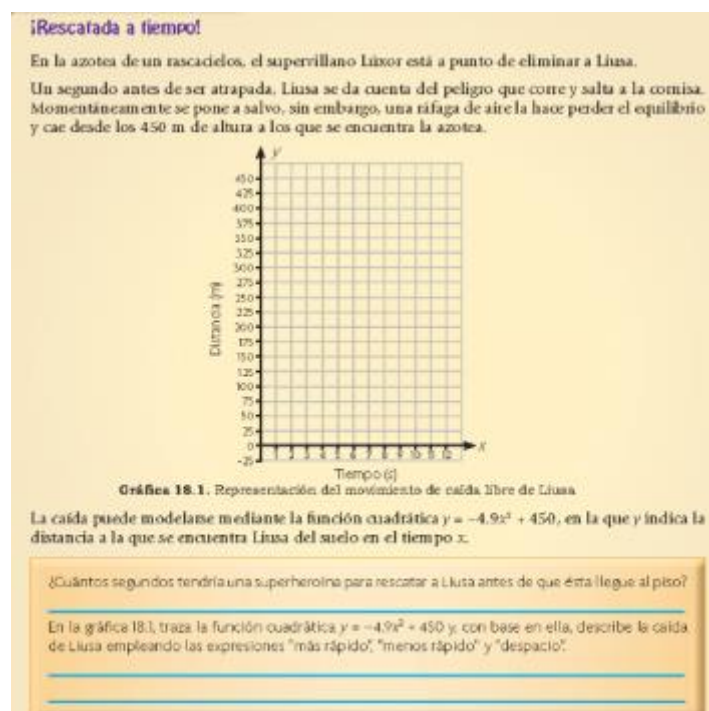


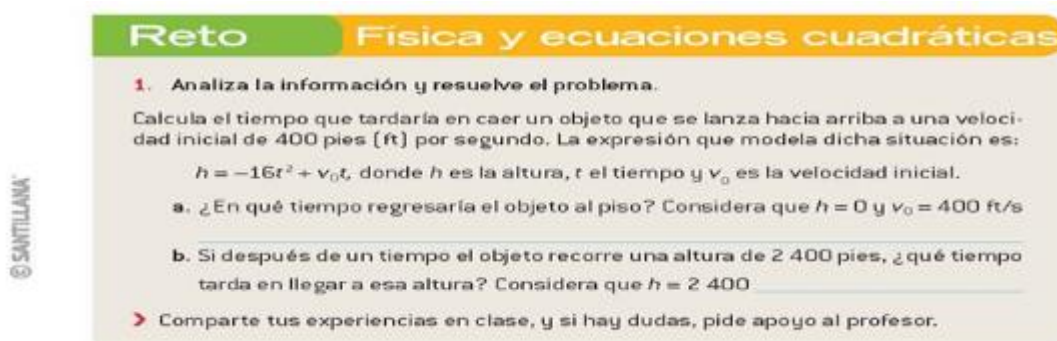
Figura 3.17. Problema con un contexto ficticio

La situación descrita emplea un contexto ficticio, donde además el valor de la altura de un rascacielos de 450 m difícilmente ayuda a comprender el problema, dado que dicha

altura no es alcanzada en ningún edificio de nuestro país y por lo tanto no forma parte de las experiencias personales del estudiante. Emplea el verdadero el valor de la aceleración de la gravedad igual a 9.8 m/s^2 , pero es muy importante marcar que las historietas o comics siempre rebasan las leyes de la Física, y en este sentido dado que hemos afirmado que todos los cuerpos caen a la misma velocidad, sería deseable conocer ¿cómo es posible que el héroe salve a una persona que cae antes que él?

Ejemplo 3

Un último ejemplo de un problema que no tiene un contexto bien definido y por lo tanto no puede considerarse como una tarea auténtica se tiene en la página 77 del libro de texto De Icaza Peña, Alejandro, Matemáticas 3. Todos juntos, editorial Santillana (Figura 3.18.).



Reto Física y ecuaciones cuadráticas

1. Analiza la información y resuelve el problema.

Calcula el tiempo que tardaría en caer un objeto que se lanza hacia arriba a una velocidad inicial de 400 pies [ft] por segundo. La expresión que modela dicha situación es:

$$h = -16t^2 + v_0t$$

donde h es la altura, t el tiempo y v_0 es la velocidad inicial.

a. ¿En qué tiempo regresaría el objeto al piso? Considera que $h = 0$ y $v_0 = 400 \text{ ft/s}$

b. Si después de un tiempo el objeto recorre una altura de 2 400 pies, ¿qué tiempo tarda en llegar a esa altura? Considera que $h = 2\,400$

➤ Comparte tus experiencias en clase, y si hay dudas, pide apoyo al profesor.

Figura 3.18. Problema con un contexto incompleto

Este ejercicio emplea unidades del Sistema de medidas inglés y, pese a que el valor de la velocidad está dentro del promedio que puede alcanzar un proyectil balístico, en este problema no se dan los detalles del lanzamiento y por lo tanto el estudiante no puede

valorar como se alcanza dicha velocidad y en función de ello dar un anticipo del resultado en base al razonamiento de las condiciones reales del problema.

Todos los problemas arriba mencionados forman parte de un altísimo porcentaje (62.4%) de situaciones problemáticas que se plantean, en los libros de texto de la CONALITEG, al estudiante como auxiliar de su aprendizaje en la asignatura de Matemáticas 3 con base en la solución de problemas, pero, de acuerdo al marco basado en la teoría de las situaciones auténticas de Palm, no cumplen con las características deseables que deberían poseer.

Otro de los aspectos de las situaciones del mundo real consideradas importantes para su simulación y puedan considerarse como tareas auténticas es la presentación de los datos, la cual se define como “El aspecto de la presentación de la tarea se refiere a la manera en que la tarea se transmite o se comunica a los estudiantes. Este aspecto se divide en dos subaspectos: Modo y lenguaje usado.” Palm, T, (2006) citado en Verschaffel et al. (2009, p. 10). El modo en que se transmite la tarea se refiere, a que si el problema se comunica al estudiante de manera oral o en mediante la redacción textual y si los datos del problema son transmitidos mediante texto, diagramas o tablas.

No menos importante es el uso del Lenguaje, los análisis lingüísticos demuestran que, en muchos problemas verbales los aspectos semánticos, de referencia y estilísticos de estos textos son diferentes de los textos que describen situaciones de la vida real. Tales tareas escolares requieren diversas capacidades en la interpretación de las tareas extraescolares correspondientes, y tal uso de la lengua impide así las posibilidades del mismo uso de las matemáticas en las situaciones escolares y extraescolares (Nesher, 1980) citado en Santanero (2011).

En la investigación realizada a los 237 problemas, relacionados con el estudio de la ecuación cuadrática existentes en los libros de texto de Matemáticas 3 de la CONALITEG, contextualizados con los movimientos de caída libre y lanzamiento de proyectiles, encontramos en lo referente a cómo es proporcionada la información que permite resolver la situación problemática, de acuerdo al marco de las situaciones auténticas de la Teoría de Palm, la siguiente estadística resumida en la (Figura 3.19.).

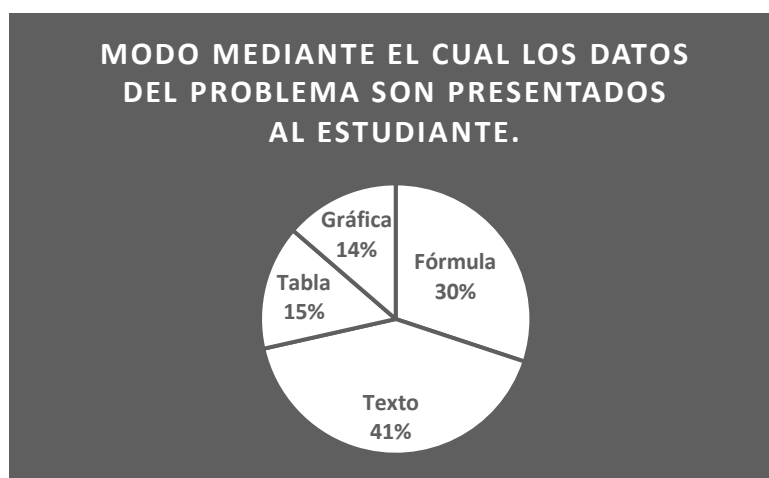


Figura 3.19. Presentación de los datos para resolver el problema

De la observación de la gráfica podemos concluir que la información se presenta en una mayor incidencia de manera textual, y aunque también se puede hacer a través de la fórmula, una tabla o una gráfica, siempre estarán acompañadas de una descripción textual. Por lo que es muy indispensable desarrollar en los alumnos no tan solo la competencia matemática sino también su habilidad de comprender textos científicos; además, los autores de los textos deben poner especial atención a la redacción de los textos para hacerlos comprensibles y destacar un mayor apego al marco de las tareas de situaciones auténticas de Palm.

Los siguientes problemas son ilustrativos de las presentaciones de las situaciones problemáticas a los estudiantes:

Descripción textual

En la página 53 del libro de texto Matemáticas 3. Construcción del pensamiento; del autor Sánchez Sandoval Fidel de editorial Fernández Educación, se presenta la siguiente situación problemática (Figura 3.20.).

 Analicen cada una de las fórmulas anteriores y realicen lo que se solicita a continuación.

Damián se encuentra en la orilla de la azotea de un edificio de 12 m de altura y lanza una pelota verticalmente hacia arriba, con una velocidad inicial de 5 m/s. Calculen los valores de h y v correspondientes para algunos valores de t .

1. Determinen las representaciones algebraicas para h y v en términos de t .
2. Elaboren las representaciones tabulares para h y v en función de t .
3. Calculen la máxima altura que alcanzará la pelota lanzada por Damián y el instante t en que esto sucederá.
4. Calculen la velocidad con que se moverá la pelota en el momento de alcanzar su máxima altura.
5. ¿En qué instante t la pelota tocará el suelo?



Sustituye los valores $v_0 = 0$, $h_0 = 0$ y explica el significado físico de éstos.

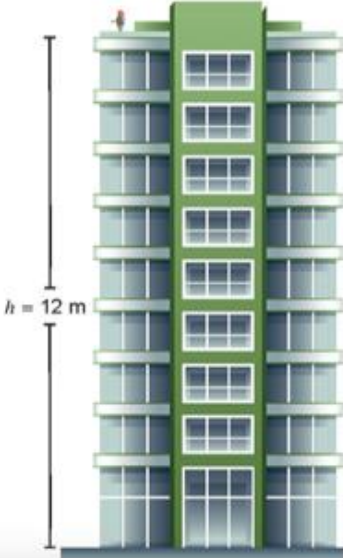


Figura 3.20. Los datos son descritos textualmente

El problema es presentado mediante la descripción textual del evento, en este caso la imagen sirve para aumentar la comprensión del problema.

Fórmula

En la página 141 del libro de Matemáticas 3, de los autores Sánchez Sánchez, Ernesto; Verónica Hoyos Aguilar, Mariana Luisa Sáiz Roldán del Grupo Editorial Patria se presenta el problema de la (Figura 3.21.), en donde se destaca la *fórmula* como dato que sobresale a la descripción textual del evento. Con la aplicación de la fórmula se pide llenar la tabla y terminar la gráfica, así como la interpretación de la misma.



Figura 3.21. La fórmula define los datos del problema

Imagen o gráfica

Pese a que este problema tiene una descripción textual y una fórmula, el valor que adquiere la imagen para el estudiante es trascendental para su comprensión (Figura 3.22.), ya que además de abarcar un espacio físico importante en el problema, el movimiento de la pelota es muy representativo del evento físico; en este caso observamos una contradicción entre lo que es más real para el alumno, la imagen que describe la trayectoria parabólica que sigue la pelota, y el evento dado por la fórmula, que corresponde a un tiro parabólico.

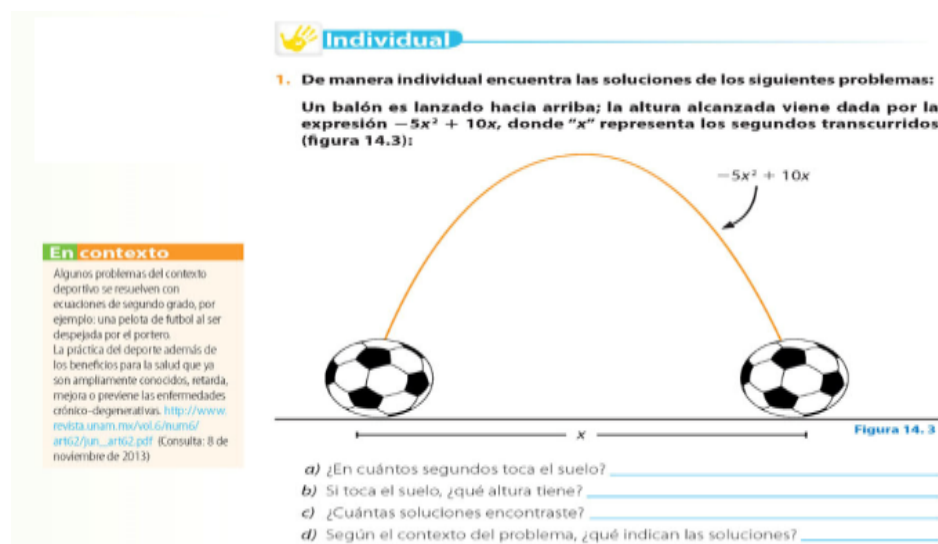


Figura 3.22. La imagen es la que define el problema

Tabla

En el libro Matemáticas 3, página 44, de Reyes García, Lidia editorial Terracota-Cengage, se propone una situación problemática donde la tabla contiene los datos esenciales del problema (Figura 3.23.).

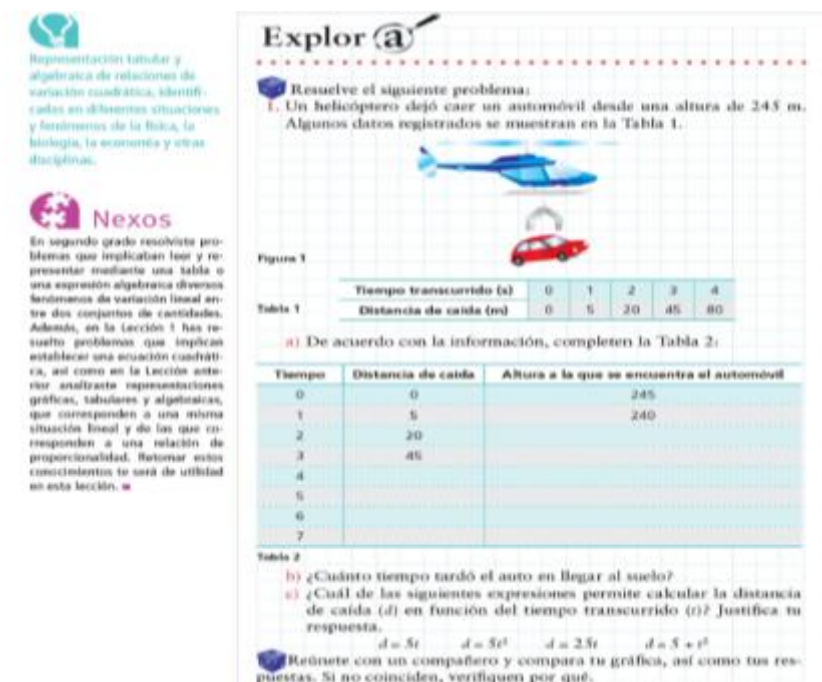


Figura 3.23. La tabla es la que contiene la información básica para la solución del problema

3.6. Algunos ejemplos de problemas bien contextualizados y que cumplen con los aspectos de importancia del marco de las tareas auténticas de acuerdo a la Teoría de Palm

Ejemplo 1

En la página 171 del libro Matemáticas 3 Construyo y aprendo Matemáticas, de los autores Pérez, Máximo y Sergio Pérez de Ediciones de Excelencia se encuentra el siguiente problema (Figura 3.24).

 **Analicen y resuelvan lo que se solicita.**

a) Como resultado de una explosión de prueba, una roca sale disparada y un observador, con ayuda de instrumentos registra las alturas (h) que alcanza la roca en tres momentos distintos (t).

t (s)	1	2	3
h (m)	40.1	70.4	90.9

b) Sabiendo que la altura de la roca se explica con la fórmula $h = at^2 + bt + c$ encuentren los coeficientes a , b y c que corresponden a este movimiento. Observen que cada una de las posiciones de la roca da lugar a una ecuación; por ejemplo, si $t = 1$, $h = 40.1$, da como resultado, por sustitución, la ecuación $40.1 = a + b + c$.

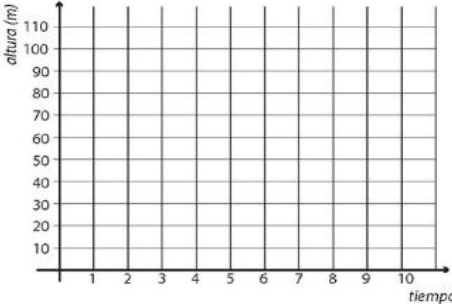
c) Obtengan otras dos ecuaciones y encuentren los coeficientes resolviendo el sistema de tres ecuaciones al que llegaron.

d) Reporten sus resultados:
 $a =$ $b =$ $c =$

e) Una vez que tengan los coeficientes, calculen los valores que faltan para completar la tabla.

t (s)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d (m)	40.1	70.4	90.9							

f) Tracen la gráfica que corresponde, uniendo los puntos con una línea suave.



g) Después de unir los puntos, observen la gráfica y respondan las preguntas.

- ¿Cuánto tiempo tarda la roca en alcanzar su altura máxima?
- ¿Qué altura máxima alcanza?
- ¿Cuánto tiempo tarda la roca en regresar al piso?

Figura 3.24. Ejemplo de una tarea auténtica de acuerdo a la Teoría de Palm

La descripción del evento está bien especificada al enunciar que la “roca sale disparada” habla de un evento violento, en este caso el de tiro vertical. El problema consiste en determinar la ecuación correspondiente a dicho movimiento a partir de los datos de la tabla $h - t$. La fórmula que se halla después de realizar el proceso algebraico que involucra resolver un sistema de ecuaciones es: $h = -4.9 t^2 + 45 t$, con lo que se confirma que se trata de un tiro vertical donde el objeto es arrojado con una velocidad inicial de 162 km/h y el valor de la aceleración gravitacional es 9.8 m/s^2 . Obtenida la fórmula es fácil calcular las distancias recorridas para los otros instantes (de 4 a 10 s), basta con sustituir los valores de cada instante dicha fórmula. Con la gráfica trazada se da respuesta a las preguntas del inciso g).

Ejemplo 2

Otro ejemplo es el de la página 55 del libro Matemáticas 3 de los autores Cantoral Uriza, Ricardo Arnoldo; Rosa María Farfán Márquez; María Guadalupe Cabañas Sánchez; Marcela Ferrari Escolá y Francisco Javier Lezama Andalón de editorial EPSA / McGraw-Hill (Figura 3.25.).

2. Se deja caer una moneda desde la azotea de un edificio de 50 m de altura. Sabiendo que la fórmula que representa el movimiento de caída libre es: $h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$ en donde $g = 9.8 \text{ m/s}^2$:
- ¿Cuál es la velocidad inicial, v_0 , con la que se lanza la moneda si está en las manos de una persona? _____
 - ¿En cuánto tiempo recorre la mitad de su altura? _____
 - ¿A qué altura, respecto al piso, se encuentra a los 3 s de haberse soltado? _____

Figura 3.25. Problema que representa una tarea auténtica de acuerdo a la Teoría de Palm

Se tiene la descripción completa del contexto: “Se deja caer la moneda desde la azotea de un edificio de 50 m de altura”, la fórmula utilizada es la de caída libre y el valor de la aceleración gravitacional es el correcto $g = 9.8 \text{ m/s}^2$. La respuesta a la primera pregunta se da del análisis del texto del problema, la respuesta al inciso b) se obtiene de resolver la ecuación igualándola con cero y la respuesta al inciso c) se obtiene sustituyendo el valor de $t = 3 \text{ s}$ en la ecuación de caída libre. El proceso es algebraico.

Como se ha demostrado ambos problemas propuestos pueden considerarse como tareas de situaciones auténticas ya que cumplen con todos los aspectos del marco de situaciones de la vida real que son consideradas como importantes en su simulación, de acuerdo a la teoría de las tareas de las situaciones auténticas de Palm. Garantizando que el proceso que lleve al alumno a resolver el problema constituya un aprendizaje significativo y que no solo sea un simple ejercicio matemático “vestido” de un evento físico.

CONCLUSIONES

Después de dar por terminada la presente investigación, se pudo comprobar la importancia de la coherencia curricular que debe guardar el currículum educativo en todos sus componentes. En otros sistemas nacionales, muy específicamente en el de Estados Unidos han realizado investigaciones al respecto, encontrando una estrecha relación entre los bajos rendimientos académicos y la incoherencia curricular que tenían los textos de los estudiantes. México, es uno de los países con mayor atraso y la incoherencia curricular, que manifiestan los libros de texto que se reparten a sus estudiantes, al igual que en los Estados Unidos, puede ser un factor de predicción de los bajos resultados en las pruebas estandarizadas a nivel mundial.

Las principales observaciones, realizadas a los libros de texto en dos asignaturas cuya vinculación está marcada por el fenómeno físico de la aceleración gravitacional, del que ningún ser vivo u objeto puede escapar, son:

- Los propósitos y estándares de la materia de Ciencias 2, en relación a los eventos de caída libre y lanzamientos de proyectiles, no alcanzan a cubrir los contenidos que servirán de andamiaje a la asignatura de Matemáticas 3, en el tema de la ecuación cuadrática, donde múltiples situaciones problemáticas se encuentran contextualizadas con dichos eventos. (incoherencia de los objetivos de aprendizaje a través de los grados).
- Algunos autores de los libros de texto de Ciencias 2 proponen tareas de Física, donde se tienen que emplear procedimientos matemáticos que el estudiante

aprenderá hasta el tercer grado, en Matemáticas 3. (incoherencia de estándares de contenidos a través de los grados).

- En los libros de texto hay un porcentaje significativo de las situaciones problemáticas propuestas, donde existe ambigüedad entre la descripción textual del evento y la realidad planteada a través de los datos que habrán de dar solución al problema (tareas con situaciones no auténticas de acuerdo a la Teoría de Palm).
- Los autores de los libros de texto de Matemáticas 3 desconocen la Física necesaria para elaborar sus situaciones problemáticas, dado que un alto porcentaje de los problemas manifiestan errores en los datos, como es el del valor de la aceleración gravitacional. (tareas no auténticas).
- Los problemas presentados en los libros de texto de Matemáticas 3 manifiestan contextos no bien definidos, que, sumados a los problemas donde no hay concordancia entre la descripción textual y los datos, más los problemas que tienen datos erróneos, dan un porcentaje superior al 50% de los problemas que, de acuerdo al marco fundamentado en la Teoría de Palm, se clasifican como tareas no auténticas.

Los libros de texto oficiales (currículum potencial) responden a los propósitos, enfoques, objetivos y estándares contemplados en los planes y programas de estudio (currículum oficial) de la Secretaría de Educación Pública, siendo los vigentes del 2011. Se creó un organismo público y descentralizado, la CONALITEG, encargada de la producción y su distribución a lo largo de todo el país. Sin embargo, es necesario la creación de una instancia revisora de los libros de texto, integrada por profesionales en los diversos

contenidos disciplinares y didácticos, que hiciera una revisión de los libros antes de su edición y producción. Para el caso concreto de los libros de matemáticas y ciencias, diseñadores de currículum, juntos con expertos en educación matemática, serían las personas indicadas para diseñar y revisar los libros, garantizando la coherencia curricular de los contenidos de cada asignatura.

Otro aspecto, que es necesario actualizar en la práctica educativa y observado en el presente trabajo, es, motivar al adolescente en ver a la ciencia y la matemática como parte de su vida, ya que ambas asignaturas sirven de soporte a la tecnología que todos usan diariamente. En la revisión de los libros de Física, respetando el enfoque de la asignatura y de la ciencia en general, se puede constatar que el enfoque es experimental, pero desde los libros de texto hasta el docente y la escuela deben promover la práctica experimental y el trabajo colaborativo como una constante dentro del aula. Resulta poco creíble, que ante un fenómeno tan común como es el de la caída libre de los cuerpos y su herramienta matemática auxiliar la ecuación cuadrática, se tienen tan altos índices de reprobación en ambas asignaturas.

Actualmente, para atender nuevas formas de aprender y servirse de las tecnologías al alcance de los alumnos, por citar un ejemplo, se pudiera equipar un laboratorio de ciencias con un sensor de movimiento. De esta manera, el estudiante observa la pelota caer (caída libre) y, del otro lado, el sensor de movimiento grafica la función distancia recorrida contra el tiempo (parábola) y el alumno de esa manera comprende el significado físico y su representación matemática a la vez.

Caben unas últimas preguntas tendiente a resolver la problemática de los aprendizajes de la ciencia y de la matemática:

¿Qué hay con los profesores?

¿Realmente tienen las competencias necesarias para ser mediadores en el aprendizaje de sus alumnos?

“Había una percepción generalizada de que los profesores tenían un dominio suficiente de las materias y disciplinas que enseñaban. Esta situación cambió cuando se reconoció que los docentes compartían ideas previas semejantes o idénticas a las que elaboran los alumnos.”

(Flores-Camacho, 2012, pp. 116- 117)

El docente de matemáticas debería estar habilitado en los contenidos de las disciplinas que se vinculan a través de la solución de problemas contextualizados, muy específicamente de las materias ampliamente discutidas en la presente tesis, la Física y la Matemática. Sin embargo, al revisar el Plan de estudios de la Licenciatura en Educación Secundaria vigente, que data de 1999, observamos en el mapa curricular algunas características que a continuación se resumen:

- Las materias se dividen en tres campos de formación: formación general para educación básica, formación común para todas las especialidades de secundaria y formación específica por especialidad.
- El campo de formación por especialidad está formado de 14 cursos escolarizados sobre contenidos disciplinarios y competencias didácticas.
- Los temas que corresponden a la especialidad en Matemáticas son: Introducción a la enseñanza de Matemáticas, Pensamiento algebraico, Los números y sus relaciones, Figuras y cuerpos geométricos, Plano cartesiano y funciones,

Procesos de cambio o variación, Medición y cálculo geométrico, Procesos cognitivos y cambio conceptual en matemáticas y ciencia, Escalas y semejanza, Seminario de investigación matemática, Seminario de temas selectos de historia de las matemáticas, Tecnología y didáctica de las matemáticas, La predicción y el azar y el tema de Presentación y tratamiento de la información.

Vemos que, de los 14 temas, no hay ninguno que aborde temas de física como el de los fenómenos físicos mencionados que sirven como contexto a un alto porcentaje de los problemas de matemáticas. Bien cabe el señalamiento de Flores-Camacho (2012), cuando dice “que los docentes compartían ideas previas semejantes o idénticas a las que elaboran los alumnos”. Por lo tanto, dado que los programas de estudio y los libros de texto manifiestan incoherencia curricular, los autores de texto no saben la física necesaria para usarlos como contexto para sus problemas y los maestros no han sido habilitados con los contenidos científicos necesarios en su formación docente, la pregunta obligada sería:

¿Qué puede hacer el estudiante para aprender la ciencia y la matemática necesaria para alcanzar los índices de los países que marchan a la vanguardia de la ciencia y la tecnología?

La aplicación del examen diagnóstico de los conocimientos adquiridos en Ciencias y Matemáticas por los alumnos de la secundaria matutina del BINE constituye un esfuerzo extraordinario que el docente debe realizar de manera permanente, que es el de la investigación reflexiva de su quehacer en el grupo y del aprendizaje de sus estudiantes. En este ejercicio se pudo contrastar el desarrollo del razonamiento algebraico entre dos grados escolares de un mismo nivel educativo, adquiriendo el concepto matemático de *despeje de una variable dentro de una fórmula* un significado especial, ya que es a través del

procedimiento correcto como el alumno puede hallar la solución a su problema. Falta mucho por investigar en torno al problema motivo de la presente tesis:

¿Por qué algunos autores en la fórmula de la caída libre hablan de distancia recorrida, mientras que otros hablan de altura?

¿Por qué el alumno confunde la parábola matemática con la parábola física?

¿El empleo de tecnología en el aula, incrementará la comprensión de los fenómenos físicos ligados a la aceleración gravitacional?

En fin, queda en manos del propio docente del aula, modificar su práctica educativa a través de la investigación y de la contrastación de sus resultados con las teorías de la matemática educativa existentes.

Bibliografía

- Alsina, C. (2000), “Mañana será otro día: un reto matemático llamado futuro”. En Dolores, C. y García, M. (2012) *¿Hacia dónde reorientar el Currículum de Matemáticas del Bachillerato?* México, DF: Plaza y Valdés SA de CV.
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. *Recherches en didactique des mathematiques*, 7(2), 33-115.
- Candela, A., Gamboa, F., Rojano, T., Sánchez, A., Carvajal, E. y Alvarado, C. (2012). Capítulo 3: Recursos y apoyos didácticos. En *La enseñanza de la ciencia en la educación básica en México* (pp. 57-76). México, DF: INEE.
- Dolores, C. (2011). Parte III. *¿Hacia dónde reorientar el currículum de Matemáticas del Bachillerato?* En *¿Hacia dónde reorientar el currículum de Matemáticas del Bachillerato?* (pp. 165- 181). Plaza y Valdés Editores. México, DF: Plaza y Valdés SA de CV.
- Flores-Camacho, F. (Coord.) (2012). *La enseñanza de la ciencia en la educación básica en México*. México: INEE.
- Fortus, D. y Krajcik, J. (2012). Cap. 52. *Curriculum Coherence and Learning Progressions*. En *Second International Handbook of Science Education* (pp. 783- 798). Fraser, B., Tobin, K., McRobbie, C. J. (Eds.) Springer International Handbook of Education 24. [Springer Science+Business Media](#). Berlín.
- Gamboa, M. E. y Fonseca, J. J. (2014). Las unidades didácticas contextualizadas para el aprendizaje de la matemática. *Revista Órbita Pedagógica*, 1(3), (pp. 1- 28).
- Kesidou, S., & Roseman, J. E. (2002). *How well do middle school science programs measure up?* Findings from Project 2061's Curriculum review. *Journal of Research in Science Teaching*, 39(6), 522-549.
- OECD (2015). *Pisa 2015. Resultados Clave*. Paris: OECD.
- Palm, T. (2002). *The realism of mathematical school tasks: Features and consequences*. Tesis doctoral. Umeå, Swedeen: Umeå University
- Palm, T. (2006). Word problems as simulations of real-world situations: A proposed framework. *For the learning of Mathematics*, 26(1), 42-47.
- Santanero, J. (2011). *Contextualización de los problemas en los libros de texto de matemáticas para secundaria*. Tesis de licenciatura. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Santos, L.M. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las Matemáticas*. Cap. 6. Centro de Investigación y de estudios avanzados del IPN.

Grupo Editorial Iberoamericano. Segunda Edición Recuperado el 9 de septiembre de 2016, de <https://fractus.uson.mx/geometría/Unidad III/Lectura 9b.pdf>

Schmidt, W. H., Wang, H. C., & McKnight, C. C. (2005). Curriculum coherence: An examination of US mathematics and science content standards from an international perspective. *Journal of Curriculum Studies*, 37(5), 525–559.

SEP (2011). Plan y Programas de Estudio Ciencias 2. Recuperado de: http://www.centrodemaestros.mx/programas_estudio/Ciencias_SEC.pdf

SEP (2011). Plan y Programas de Estudio Matemáticas 3. Recuperado de: http://www.centrodemaestros.mx/programas_estudio/Matematicas_SEC.pdf

SEP (2016). Comisión Nacional del Libro de Texto Gratuito. Recuperado de: <http://www.conaliteg.gob.mx>

SEP (1999) Plan de Estudios 1999. Documentos básicos. Licenciatura en Educación Secundaria.

SEP (2010). Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académico de las Escuelas Normales. México DF.

The National Council of Teachers of Mathematics (NTCM). 2000. “*Principios y estándares de la educación matemática*”. Sevilla, España Sociedad Andaluza de Educación Matemática, Thales. Recuperado el 10 de agosto de 2016, de <https://www.uaeh.edu.mx/scige/boletin/prepa3/n3/r3.html>

Tippens, P. E. (2005). *Física. Conceptos y Aplicaciones*. México: Mc GrawHill.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.

Anexo I

Libros de texto de Ciencias 2

CONALITEG

Libros de Ciencias 2 (Énfasis en Física). CONALITEG

Allier, R. y Castillo, S. (2014). La magia de la ciencia 2. Física. Ciudad de México: EPSA / McGraw-Hill.

Álvarez, D., Álvarez, R., Lazos, L., Lozano, M., Mendoza, J. y Posada, J. (2014). Competencias científicas 2. Ciudad de México: Norma Ediciones.

Barragán, C. (2017). Ciencias 2 con énfasis en Física. Un viaje a través de la ciencia. Ciudad de México: Fernández Educación.

Braun, E. y Gallardo, I. (2014). Ciencias 2 Física. Ciudad de México: Trillas.

Castañeda, R. (2013). Ciencias 2 Física. Todos Juntos. Ciudad de México: Santillana.

Chamizo, J. (2014). Ciencias 2 Física. Ciudad de México: Esfinge.

Colavita, E. (2013). Ciencias 2 Física. Mundo Amigo. Ciudad de México: Ediciones Castillo.

Covarrubias, H. Materia, energía y cambio. (2015). Ciudad de México: Ediciones SM.

Cuervo, A. (2013). Y, sin embargo, se mueve. Ciencias 2 Física. Ciudad de México: Oxford University Press.

Díaz, D. y Urrutia, A. (2013). Ciencias 2 Física. Ciudad de México: Nuevo México.

Díaz, R. (2013). Ciencias 2 Física. Enlaces. Ciudad de México: Ediciones Castillo.

Flores, F. y Gallegos, L. (2013). Ciencias 2 Física. Horizontes. Ciudad de México: Santillana.

González, A., Lluís, H. y Pita, A. (2014). Ciencias 2 Física. Ciudad de México: Correo del Maestro.

Gutiérrez, C. y Zarzosa, A. (2013). Acércate a la Física. Ciudad de México: Ediciones Larousse.

Gutiérrez, I., Pérez, G. y Medel, R. (2012). Ciencias 2 Física. Fundamental. Ciudad de México: Ediciones Castillo.

Limón, J. (2012). Ciencias 2 Física. Ciudad de México: Ríos de Tinta.

Lozano, N. y Manjarrez, J. (2013). Ciencias 2 Física. Integral. Ciudad de México: Santillana.

Marbán, J. (2013). Ciencias 2 Física. Vida en Movimiento. Ciudad de México: Oxford University Press.

Palma, N., Altamirano, C. y Martínez, J. (2013). Ciencias 2 con énfasis en Física. Un viaje a través de la ciencia. Ciudad de México: Terracota-Cengage.

Reshetkóv, A. (2017). Ciencias 2. Física. Ciudad de México: Limusa Noriega Editores.

Roa, E. y Quintanilla, M. (2016). Ciencias 2. La Física a tu alcance. Ciudad de México: Pearson Educación.

Slisko, J. (2013). Ciencias 2 Física. Serie Saberes. Ciudad de México: Pearson Educación.

Tagüeña, J., López, M. y Cuevas, S. (2013). Conect@ Entornos. Física. Ciudad de México: Ediciones SM.

Trigueros, M. y Pimentel, J. (2013). Ciencias 2 Física. Explora. Ciudad de México: Ediciones Castillo.

Anexo II

Libros de texto de Matemáticas 3

CONALITEG

Libros de texto de Matemáticas 3. CONALITEG

Almaguer, G., Rodríguez, L., Rodríguez, R. y García, E. (2017). Matemáticas 3. Ciudad de México: Limusa Noriega Editores.

Ángeles, J., Guerrero, R. y Loyola, E. (2013). Matemáticas 3 Habilidades y Competencias. Ciudad de México: Ángeles Editores.

Arriaga, A. y Benítez, M. Matemáticas 3. (2014). Por competencias. Ciudad de México: Pearson Educación.

Arriaga, A., Sesma, S., Pineda, V., Zavala, G., Compañ, M., Gutiérrez, J. y Zahoul, J. (2015). MatemáticaMente 3. Ciudad de México: Pearson Educación.

Arteaga, R. y Sánchez, A. Trabajo en proceso 3. (2013). Matemáticas. Ciudad de México: Oxford University Press.

Baltazar, C., Ruíz, E. y Ojeda, L. (2013). Matemáticas 3. Explora. Ciudad de México: Ediciones Castillo.

Covián, E. (2015). Matemáticas 3. Ciudad de México: Nuevo México.

Cuevas, C., González, O., Real, C. y Rodríguez, A. (2014). Matemáticas 3 Secundaria. Ciudad de México: Ríos de Tinta.

De Icaza, A. (2014). Matemáticas 3. Todos juntos. Ciudad de México: Santillana.

Escareño, F. y López, O. (2014). Matemáticas 3. Ciudad de México: Trillas.

Farfán, R., Cantoral, R., Cabañas, M., Ferrari, M. y Lezama, F. (2014). Matemáticas 3. Ciudad de México: EPSA / McGraw-Hill.

Filloy, E., Mourut, O., Ojeda, A., Rojano, M. y Zubieta, G. (2014). Matemáticas 3. Ciudad de México: Esfinge.

Flores, A., Gómez, A., Hernández, A. y Sánchez, J. (2015). Convive con las Matemáticas 3. Ciudad de México: Méndez Cortés Editores.

García, E., Villegas, C. y López, E. (2104). Matemáticas 3. Ciudad de México: Norma Ediciones.

García, S., Mendoza, T., García, J. y Block, D. Conect@ Estrategias. (2014). Matemáticas 3. Ciudad de México: Ediciones SM.

García, V., Villaseñor, R. y Montes, M. (2014). Matemáticas 3. Estado de México: Esfinge.

- Hernández, J., Solano, H. y Jiménez, L. (2014). Matemáticas 3. Estrategias del pensamiento. Ciudad de México: Grupo Editorial Patria.
- Mancera, E. y Basurto, E. (2014). Matemáticas 3. Serie Saberes. Ciudad de México: Pearson Educación.
- Mata, D. y Nebbia, C. (2013). Fortalezco mis competencias matemáticas 3. Ciudad de México: Ediciones SM.
- Moreno, J. (2014). Retos matemáticos 3. Ciudad de México: Ediciones SM.
- Núñez, N., García, D., Castillo, R. y Tovar, A. (2013). Matemáticas 3. Ciudad de México: Terracota-Cengage.
- Olea, A., Basurto, E. y Rivera, M. (2014). Contexto Matemático 3. Ciudad de México: Norma Ediciones.
- Palmas, S. y Balderas, R. (2014). Matemáticas 3. Ciudad de México: Correo del Maestro.
- Pérez, M. y Pérez, S. (2015). Matemáticas 3 Construyo y aprendo Matemáticas. Ciudad de México: Ediciones de Excelencia.
- Ramírez, M., Castillo, R., Vergara, D., Flores, M. y Azpeitia, J. (2014). Matemáticas 3. Desafíos matemáticos. Ciudad de México: Fernández Educación.
- Raull, L., González, J. y Prado, J. (2015). Matemáticas 3. Ciudad de México: Esfinge.
- Reyes, L. (2012). Matemáticas 3. Ciudad de México: Terracota-Cengage.
- Romero, S., Piña, S., Valverde, S. y Piñones, M. (2013). Matemáticas 3. Fundamental. Ciudad de México: Ediciones Castillo.
- Saiz, O. y Blumenthal, V. (2013). Matemáticas 3. Enlaces. Ciudad de México: Ediciones Castillo.
- Sánchez, E., Hoyos, V. y Sáiz, M. (2014). Matemáticas 3. Ciudad de México: Grupo Editorial Patria.
- Sánchez, F. (2014). Matemáticas 3. Construcción del pensamiento. Ciudad de México: Fernández Educación.
- Trigueros, M., Cortés, M., Jinich, E., Schulmeister, M., Lozano, M. y Sandoval, I. (2014). Matemáticas 3. Horizontes. Ciudad de México: Santillana.
- Vicuña, A., Castrejón, A., Reyes, M. y Castrejón, O. (2015). Comunidad matemática 3. Ciudad de México: Ediciones SM.

Vigueras, O., Sumano, E., Bañuelos, R. y Jara, R. Matemáticas 3. (2015). Ciudad de México: Macmillan Publishers.

Xique, J., Barriendos, A. y Sánchez, J. (2014). Jaque Mate 3. Ciudad de México: Ediciones Larousse.