



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

---

Momento Dipolar Magnético de Neutrinos en Modelos de  
Leptoquarks

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**LICENCIADO EN FÍSICA**

por

Héctor Daniel Morales Ochoa

Asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Puebla Pue.  
Diciembre de 2020





Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

---

Momento Dipolar Magnético de Neutrinos en Modelos de  
Leptoquarks

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**LICENCIADO EN FÍSICA**

por

Héctor Daniel Morales Ochoa

Asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Puebla Pue.  
Diciembre de 2020



**Título:** Momento Dipolar Magnético de Neutrinos en Modelos de Leptoquarks

**Estudiante:** HÉCTOR DANIEL MORALES OCHOA

COMITÉ

---

Dr. Arturo Fernández Téllez  
Presidente

---

Dr. Cupatitzio Ramírez Romero  
Secretario

---

Dra. Azucena Bolaños Carrera  
Vocal

---

Dr. Ricardo Sánchez Vélez  
Vocal

---

Dr. Gilberto Tavares Velasco  
Asesor



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>5</b>
<b>2. El Modelo Estándar</b>	<b>7</b>
2.1. Teoría de campos de norma . . . . .	8
2.2. Electrodinámica Cuántica . . . . .	10
2.3. Interacción Débil y Teoría de Yang-Mills . . . . .	11
2.4. Cromodinámica Cuántica . . . . .	12
2.5. Ruptura Espontánea de la Simetría . . . . .	13
2.5.1. Rompimiento Espontáneo de una Simetría Global . . . . .	13
2.5.2. Mecanismo de Higgs . . . . .	15
2.6. Modelo Electro débil . . . . .	15
2.6.1. Densidad lagrangiana escalar . . . . .	16
2.6.2. Densidad lagrangiana de los bosones de norma . . . . .	17
2.6.3. Fermiones en el Modelo Estándar . . . . .	18
2.6.4. Lagrangiana invariante ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . . . . .	19
2.6.5. Rompimiento espontáneo de la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . . . . .	19
2.7. Reglas de Feynman del Modelo Estándar . . . . .	20
<b>3. Física del Neutrino</b>	<b>23</b>
3.1. Neutrinos en física nuclear y física de partículas . . . . .	23
3.2. Interacciones de los neutrinos en el ME . . . . .	25
3.3. Propiedades electromagnéticas del neutrino . . . . .	27
3.3.1. Factores de forma electromagnéticos de los neutrinos . . . . .	29
3.4. Límites Experimentales al Momento Magnético del Neutrino . . . . .	32
<b>4. Momento Dipolar Magnético del Neutrino en Modelos de Leptoquarks</b>	<b>35</b>
4.1. Modelos de Leptoquarks . . . . .	35
4.1.1. Propiedades de los LQs . . . . .	36
4.1.2. Reglas de Feynman de los LQs escalares . . . . .	37
4.2. Cálculo de las propiedades electromagnéticas del neutrino . . . . .	38
4.2.1. Cálculo de Amplitudes . . . . .	38
4.2.2. Estudio de los factores de forma . . . . .	43
4.2.3. Cotas sobre los parámetros del modelo de LQs . . . . .	44
4.3. Conclusiones . . . . .	45
<b>Bibliografía</b>	<b>47</b>



# Resumen

Se presenta el cálculo a nivel de un lazo en teoría de perturbaciones de las propiedades electromagnéticas de los neutrinos en una teoría efectiva con leptosquarks escalares, los cuales son partículas hipotéticas que se acoplarían simultáneamente a leptones y quarks y que son predichas por teorías de Gran Unificación y otros modelos de extensión. El estudio de estas partículas ha cobrado interés recientemente porque pueden explicar diversas anomalías encontradas en decaimientos de mesones  $B$ . El cálculo de las amplitudes que dan lugar a las propiedades electromagnéticas del neutrino, las cuales determinan la interacción del neutrino con el fotón y que pueden dar información sobre la naturaleza de Dirac o Majorana del neutrino, se realiza mediante el método de parametrización de Feynman y regularización dimensional para efectuar la integración en el espacio de momentos. El resultado queda expresado en términos de integrales sobre parámetros de Feynman y se obtienen los factores de forma asociados a la carga eléctrica, el momento dipolar eléctrico y el momento dipolar magnético del neutrino. Se muestra de manera explícita que tanto el factor de carga eléctrica y el del momento dipolar eléctrico se anulan a nivel de un lazo en nuestro modelo. En cuanto al momento dipolar magnético, éste es dependiente de la masa del neutrino, la masa del leptosquark y el acoplamiento del leptosquark con los neutrinos y los quarks. Una estimación burda del valor del momento dipolar magnético del neutrino considerando las cotas experimentales más recientes para los parámetros de un modelo de LQs escalares da el valor de  $\mu_\nu \sim 10^{-19} \mu_B$ . Como perspectiva del trabajo se tiene la de efectuar un estudio más completo de las cotas a partir de datos experimentales sobre los parámetros del modelo para obtener una estimación numérica más precisa sobre el momento dipolar magnético del neutrino y considerar si es posible estudiar un modelo particular de LQs para analizar si existen contribuciones adicionales de otras partículas predichas por el modelo completo.



# Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a mis padres, Rosa María Ochoa Rojano y Héctor Armando Morales Salazar, por todo el amor, comprensión, apoyo y guía que me han brindado durante toda mi vida. Por la sabiduría que me han podido transmitir, su apoyo en mis estudios, mis sueños y proyectos. Ustedes han sido y seguirán siendo mi inspiración. Toda mi gratitud hacia ustedes excede las palabras de este corto párrafo.

Expreso también mis agradecimientos al Dr. Gilberto Tavares, por su paciencia, apoyo y dirección en el desarrollo de esta tesis. Le agradezco por compartirme sus conocimientos y brindarme sus enseñanzas.

A mi jurado, por su valiosa participación en la culminación de mi licenciatura.

A Omar y Fernando, ser su hermano mayor es un gran honor, una fuente de inspiración y de gran diversión. Así como al resto de mi familia que siempre ha estado conmigo.

A Andrea, por su amor, apoyo, palabras de aliento, por acompañarme de tantas formas en la vida y por la inspiración que significan para mí nuestras metas juntos.

A todos los amigos y compañeros que hicieron de mi experiencia universitaria una etapa invaluable en mi vida.

A mis mascotas, mis dos perros y mi gato, por su fiel compañía, sobre todo en las largas noches de desvelo y estudio.

Muchas gracias a todos.



# Capítulo 1

## Introducción

¿De qué se compone toda la materia que nos rodea? Es una pregunta que la humanidad se ha planteado desde tiempos de la antigua Grecia y que hasta hace poco más de 100 años comenzamos a vislumbrar una respuesta más completa. Dicha respuesta se encuentra en la física de las partículas elementales, la cual comenzó a gestarse tal y como la conocemos en 1897 con el descubrimiento del electrón por J. J. Thomson. Posteriormente los descubrimientos del protón y neutrón, realizados por Rutherford y Chadwick respectivamente, contribuyeron a la creación de los primeros modelos atómicos. Fue así como a principios del siglo pasado la pregunta *¿de qué está hecha la materia?* tenía una respuesta muy simple: electrones, protones y neutrones. Sin embargo, los físicos de la época tardaron muy poco en descubrir que la respuesta no era tan sencilla después de todo. Hechos experimentales como los descubrimientos de más partículas y las evidencias experimentales de que el protón y neutrón no son elementales, sino que tienen estructura interna propia; así como nuevas propuestas teóricas que predicen las antipartículas como el positrón de Dirac, construyeron progresivamente la teoría que hoy conocemos como el Modelo Estándar de las interacciones electrodébil y fuerte, que en la actualidad provee el marco teórico para el estudio de las partículas elementales y sus interacciones o fuerzas. Mediante esta teoría es como el día de hoy entendemos que la materia se compone de fermiones (partículas de espín 1/2) los cuales interactúan mediante campos cuánticos de los cuales ellos mismos son las fuentes y sus interacciones son mediadas por bosones (partículas de espín entero). En la actualidad se conocen cuatro tipos de fuerzas fundamentales: gravitacional, electromagnética, débil y fuerte. Aunque los efectos de la fuerza de gravedad son despreciables a las escalas de energía en que se realizan los experimentos de altas energías y generalmente se omite el estudio de esta fuerza en el marco teórico.

Entre los fermiones existe un conjunto de partículas para el que nuestro conocimiento al día de hoy aún parece ser limitado: los neutrinos. Estos son partículas eléctricamente neutras que dentro del Modelo Estándar se predice que estarían desprovistas de masa y que sólo interactúan con el resto de la materia a través de la fuerza débil. Desde su descubrimiento, el comportamiento de estas partículas ha sido fuera de lo ordinario. A diferencia de la gran mayoría de las partículas, la existencia de los neutrinos no fue descubierta primero por la vía experimental, sino que primero fue postulada teóricamente. La historia del neutrino comenzó con las investigaciones del decaimiento  $\beta$ , lo que llevó al descubrimiento de la fuerza débil y la postulación de la existencia de estas enigmáticas partículas. Desde que los neutrinos fueron propuestos teóricamente, han proporcionado una ventana hacia la nueva física. Sin embargo, su investigación experimental siempre ha sido extremadamente complicada.

En la actualidad, todas las partículas postuladas por el Modelo Estándar han sido halladas y esta teoría ha predicho, con increíble precisión, una gran cantidad de mediciones experimentales. Es innegable el gran éxito de esta teoría, así como su importancia y exactitud. Sin embargo, la

física de partículas actual presenta problemas que no encuentran solución dentro de esta teoría que sobrepasan los límites de este modelo, de modo que buena parte de los descubrimientos revolucionarios que requieren el estudio de la física de partículas más allá del Modelo Estándar se han generado a partir de la física de los neutrinos. El establecimiento de una masa del neutrino distinta de cero a través de los experimentos de oscilación de neutrinos es uno de estos importantes avances. Si la masa de los neutrinos es distinta de cero su interacción electromagnética no necesariamente está restringida a ser nula y esto se ha convertido en un relevante objeto de estudio en la física de partículas actual. En general, los neutrinos masivos han sido de gran impacto en la física de partículas, la astrofísica y la cosmología. Sus propiedades podrían llevarnos a nueva física en forma de teorías de gran unificación y ofrecen un panorama que puede llevar a grandes descubrimientos.

Es precisamente dentro del marco de los modelos de gran unificación que surge naturalmente la propuesta de las partículas hipotéticas conocidas como *Leptoquarks*, partículas que acoplan simultáneamente leptones y quarks (acoplamientos evidentemente no considerados dentro del Modelo Estándar). Estas partículas hipotéticas han sido de utilidad para abordar las interrogantes afines a la masa de neutrinos y otros parámetros relacionados en extensiones del Modelo Estándar. En la literatura se ha planteado que la masa de los neutrinos (y por tanto, sus propiedades electromagnéticas) se originan a nivel de uno o dos lazos, donde algunos de los campos escalares que participan dentro de los lazos son los Leptoquarks escalares. Es a través de este enfoque que en el presente trabajo se plantea mostrar que un momento magnético del neutrino distinto de cero surge al considerar la contribución de los Leptoquarks en la interacción de los neutrinos con el fotón a nivel de un lazo.

## Capítulo 2

# El Modelo Estándar

En la naturaleza existen cuatro interacciones fundamentales. El Modelo Estándar (ME) es una teoría cuántica de campos que explica satisfactoriamente el comportamiento de tres de estas cuatro fuerzas, así como la interacción entre las partículas de materia debidas a dichas fuerzas [1]. La interacción electromagnética, que es mediada por el fotón; la interacción débil que es mediada por los bosones masivos  $W^+$ ,  $W^-$  y  $Z$ ; la interacción fuerte que es mediada por gluones; y la interacción gravitacional, la cual se teoriza es mediada por el gravitón (la cual es precisamente la fuerza que no se considera dentro del ME). A grandes rasgos, la interacción gravitacional se excluye del estudio de la física de partículas elementales debido a que a esta escala su intensidad es extremadamente débil comparada con la intensidad del resto de las interacciones y no tiene un efecto significativo sobre los experimentos de partículas.

Interacción	Mediador	Espín
Electromagnética	Fotón $\gamma$	1
Débil	$W^+, W^-, Z$	1
Fuerte	Gluón $g$	1
Gravitacional	Gravitón $G$	2

Tabla 2.1: Fuerzas fundamentales y las partículas mediadoras

En cuanto a la materia, esta se compone de fermiones, los cuales se clasifican en tres familias o generaciones. Cada familia fermiónica posee dos leptones y dos quarks. Los leptones no sufren la interacción fuerte y en cada familia fermiónica hay un leptón con carga eléctrica acompañado de su neutrino respectivo, un leptón eléctricamente neutro sin masa. En total existen tres leptones cargados eléctricamente: el electrón, el muón y el tau, y cada uno está acompañado por su respectivo neutrino. Dado que los neutrinos sólo sufren la interacción débil, su detección experimental nunca ha sido una tarea sencilla. Por el otro lado en cada familia fermiónica hay dos quarks, uno de tipo up (con carga eléctrica de  $2/3e$ ) y otro de tipo down (de carga eléctrica de  $-1/3e$ ). Entonces se tienen seis quarks: *up*, *down*, *charm*, *strange*, *top* y *bottom*; ellos tienen una propiedad llamada carga de color, lo que da lugar a la interacción fuerte, por la cual cada uno puede presentar un tipo de carga de color (que se denomina rojo, verde o azul). Los quarks son los componentes de las partículas que poseen estructura interna, denominadas hadrones y no es posible observar experimentalmente un quark fuera de la estructura hadrónica, esto es conocido como confinamiento [2]. Los hadrones a su vez se clasifican en bariones (como el protón y el neutrón), que están formados por 3 quarks o 3 antiquarks; y mesones, que están compuestos de un quark y un antiquark.

**CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR**  
2.1. TEORÍA DE CAMPOS DE NORMA

---

Leptón	Masa ( $MeV/c^2$ )	Carga eléctrica
Electrón $e^-$	0.5110	$-e$
Neutrino del electrón $\nu_e$	$< 3 \times 10^{-6}$	0
Muon $\mu^-$	105.658	$-e$
Neutrino del muon $\nu_\mu$	$< 1,9 \times 10^{-7}$	0
Tau $\tau^-$	1777.0	$-e$
Neutrino del tau $\nu_\tau$	$< 1,82 \times 10^{-5}$	0

Tabla 2.2: Familias de leptones en el ME

Quark	Masa ( $MeV/c^2$ )	Carga eléctrica
Up $u$	1.5 a 4	$2/3$
Down $d$	4 a 8	$-1/3$
Charm $c$	1.15 a 1.35	$2/3$
Strange $s$	80 a 130	$-1/3$
Top $t$	$1,74 \times 10^5$	$2/3$
Bottom $b$	$4,4 \times 10^3$	$-1/3$

Tabla 2.3: Familias de quarks en el ME

## 2.1. Teoría de campos de norma

Un concepto esencial para la construcción del ME es el de simetría, el cual está relacionado a leyes de conservación. Para hablar de estas importantes nociones es necesario dar un breve repaso a la teoría clásica de Lagrange. Para este fin, consideremos un sistema físico discreto con  $N$  grados de libertad. Las ecuaciones de movimiento pueden ser obtenidas mediante las ecuaciones de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad (2.1)$$

donde las  $q_i$  son las coordenadas generalizadas del sistema y el índice  $i$  corre desde 1 hasta  $N$ . Debemos extender este formalismo al caso de sistemas continuos, de modo que dejaremos de hablar de un Lagrangiano  $L$  y atenderemos ahora a una Densidad Lagrangiana  $\mathcal{L}$ , esto es

$$L(q_i, \dot{q}_i; t) \rightarrow \mathcal{L} \left( \phi, \frac{\partial \phi}{\partial x_\mu}; x_\mu \right).$$

Para sistemas discretos podíamos considerar como grados de libertad a las coordenadas  $(x, y, z)$ , las cuales dependen del parámetro  $t$ . Ahora, para un sistema continuo, el campo  $\phi$  depende de los parámetros  $(t, x, y, z)$ , los cuales están contenidos en el cuadri-vector  $x_\mu$ . De este modo, las ecuaciones de movimiento se obtendrán como

$$\partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0. \quad (2.2)$$

Si al aplicar una transformación  $U$  sobre el campo  $\phi$

$$\phi \rightarrow U\phi$$

la densidad Lagrangiana se mantiene invariante, lo cual se traduce en que no hay modificación alguna en las observables físicas, decimos que el sistema descrito es simétrico bajo dicha transformación.

Supongamos un conjunto  $G$  de simetrías independientes del sistema. Si  $G$  genera una estructura

**CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR**  
**2.1. TEORÍA DE CAMPOS DE NORMA**

---

algebraica de grupo, se dice que hay un grupo de simetría. La transformación dada por los elementos  $U$  de  $G$  puede ser global o local. Se habla de una simetría global cuando la transformación que se aplica es idéntica en todos los puntos del espacio-tiempo, mientras que una simetría local es aquella en que dicha transformación es distinta para cada punto del espacio-tiempo. Y en general, las simetrías de una Lagrangiana están asociadas a leyes de conservación [3].

En el ME los campos contienen una simetría interna abstracta conocida como invarianza de norma. Esto quiere decir que la densidad Lagrangiana que describe dichos campos es invariante bajo la acción de un grupo de Lie aplicado sobre las componentes del campo. Un campo de norma asociado a una teoría de norma es precisamente el mediador de la interacción física entre diferentes campos fermiónicos, es decir, un bosón de norma. De esta forma, la simetría de norma permite describir las interacciones entre las partículas y estas surgen como algo necesario de la teoría.

Al hablar del ME hemos de introducir dos grupos, los cuales están asociados a las transformaciones de norma. Estos son el grupo abeliano  $U(N)$ , conformado por matrices unitarias de dimensión  $N$ , y el grupo no abeliano  $SU(N)$ , el cual también se compone de matrices unitarias de dimensión  $N$  pero su determinante debe ser igual a 1.

Específicamente trataremos al grupo  $U(1)$ , cuyas matrices de transformación se expresan como

$$U = e^{i\theta} \tag{2.3}$$

siendo  $\theta$  un parámetro real que nos da la evolución asociada al grupo y puede ser constante o variable. Si pensamos en una partícula, por ejemplo un electrón, descrita por un campo complejo, este es invariante bajo transformaciones del tipo

$$\psi \rightarrow e^{i\theta}\psi. \tag{2.4}$$

Por otro lado, las matrices de transformación para  $SU(N)$  están dadas como

$$U = e^{iT_\alpha\theta^\alpha}, \tag{2.5}$$

donde las funciones  $\theta^\alpha$  representan los parámetros de evolución del espacio-tiempo, los cuales pueden ser constantes o variables, mientras que  $T_\alpha$  son los generadores del grupo. Los generadores deben satisfacer el álgebra de Lie

$$[t_\alpha, t_\beta] = 2iC_{\alpha\beta\gamma}t_\gamma, \tag{2.6}$$

para  $T_\alpha = \frac{t_\alpha}{2}$  y  $C_{\alpha\beta\gamma}$  son las constantes de estructura del álgebra correspondiente.

Por cada generador del grupo es necesario introducir un campo de norma; los cuales, a su vez, están asociados a los bosones mediadores de fuerzas. Para hablar de una interacción en la teoría hemos de imponer la condición de que la Lagrangiana tenga invarianza de norma ante las transformaciones de un grupo de simetría. En otras palabras, cada interacción está asociada a un grupo de simetría y a un conjunto de campos de norma.

El ME es una teoría de norma basada en el grupo de simetría  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ , el cual describe las interacciones fuerte, débil y electromagnética mediante el intercambio de campos de norma.

Grupo	Número de Generadores	Bosón
$U(1)$	1	$A_\mu$
$SU(2)$	3	$W^\pm, Z$
$SU(3)$	8	$G_\mu^\alpha$

Tabla 2.4: Grupos de norma y bosones asociados en el Modelo Estándar

## 2.2. Electrodinámica Cuántica

Los fermiones con carga eléctrica distinta de cero, tales como electrones, muones, quarks, entre otros, interactúan con el campo electromagnético. La teoría que describe estas interacciones es llamada Electrodinámica Cuántica o simplemente QED, por sus siglas en inglés (Quantum Electrodynamics). Para obtener el Lagrangiano de QED, revisemos la ecuación de Dirac para un fermión libre cargado de masa  $m$

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0, \quad (2.7)$$

donde  $\psi(x)$  es un espinor de cuatro componentes y  $\gamma^\mu$  son las matrices de Dirac.

La ecuación (2.7) se obtiene al introducir en las ecuaciones de Euler-Lagrange, para  $\bar{\psi}(x)$ , el Lagrangiano

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x). \quad (2.8)$$

El Lagrangiano de esta teoría debe ser invariante de norma bajo el grupo  $U(1)$ . Así, ante una transformación global, tenemos

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{-iq\theta} \psi(x), \quad (2.9)$$

con  $q$  la carga del fermión y  $\theta$  el parámetro de transformación, un número real constante.

Si se lleva a cabo una variación en el espacio-tiempo arbitrariamente pequeña para el parámetro  $\theta$ , donde  $\theta \rightarrow \theta'(x) = \theta + \delta\theta(x)$ , las correspondientes variaciones a primer orden  $\delta S$  en la acción dadas por los operadores  $\partial_\mu$  actuando sobre  $e^{-iq\theta}$ , serán cero para una función arbitraria  $\delta\theta(x)$  solo si

$$\partial_\mu(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi) = 0. \quad (2.10)$$

Esto es, la invariancia implica la existencia de una corriente que se conserva

$$j^\mu = q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi. \quad (2.11)$$

Exigiremos ahora que la Lagrangiana sea invariante ante una transformación local

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{-iq\chi(x)}\psi(x), \quad (2.12)$$

siendo  $\chi(x)$  una función arbitraria del espacio-tiempo, veremos en breve que esta generalización nos obliga a introducir un campo de norma  $A_\mu$ .

Dada esta transformación local, la regla de transformación para el gradiente es ahora

$$\partial_\mu\psi(x) \rightarrow \partial_\mu\psi'(x) = e^{-iq\chi(x)}(\partial_\mu\psi - iq(\partial_\mu\chi)\psi). \quad (2.13)$$

Esto implica que el Lagrangiano (8) adquiere un término extra

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' = \mathcal{L} + j^\mu \partial_\mu \chi. \quad (2.14)$$

Para cancelar este término adicional será necesaria la introducción del campo de norma  $A_\mu$ , el cual deberá cumplir con la propiedad de transformación

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \chi \quad (2.15)$$

Desde este punto de vista, el campo electromagnético aparece como una consecuencia de la invariancia del Lagrangiano bajo una transformación local simétrica. Incorporaremos el campo de norma a un nuevo término, conocido como derivada covariante de norma  $U(1)$

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + iqA_\mu. \quad (2.16)$$

Así, reescribimos la Lagrangiana  $\mathcal{L}$  como

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi(x). \quad (2.17)$$

La presencia del campo  $A_\mu$ , requiere que sea añadido el término cinético para este campo. Este término es un escalar de Lorentz invariante ante la transformación (15)

$$\mathcal{L}_k = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (2.18)$$

donde  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ .

Así, de las expresiones (17) y (18) obtenemos el Lagrangiano de Electrodinámica Cuántica

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi(x) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (2.19)$$

### 2.3. Interacción Débil y Teoría de Yang-Mills

El estudio de la interacción débil, fuerza fundamental responsable de fenómenos relacionados a la descomposición radiactiva, se remonta a inicios de la década de 1930 con la teoría de Fermi del decaimiento beta, publicada en 1933. Mientras la teoría para describir interacciones débiles siguió en desarrollo durante las décadas posteriores al trabajo de Fermi, se esperaba que, al igual que la gravitación clásica y el electromagnetismo, esta fuerza respetara conservación de paridad.

Sin embargo, a mediados de la década de 1950, guiados por algunas evidencias experimentales acerca de dos partículas en ese entonces denominadas como  $\theta$  y  $\tau$ , Chen Ning Yang y Tsung-Dao Lee sugirieron que la interacción débil podría violar paridad; lo cual fue descubierto experimentalmente pocos años más tarde por Chien Shiung Wu y sus colaboradores.

En 1957, en base a las importantes aportaciones a la teoría alcanzadas esa década, Robert Marshak, George Sudarshan y posteriormente Richard Feynman y Murray Gell-Mann propusieron un vector-axial lagrangiano para las interacciones débiles. En esta teoría, la fuerza débil actúa solo en las partículas levógiras. Dado que la reflexión de una partícula levógira es una partícula dextrógira, esto explica la violación de paridad.

Finalmente, a finales de la década de 1960 se propuso la teoría electrodébil, la cual comprende una explicación amplia y satisfactoria de la interacción débil como un campo de Yang-Mills asociado a un grupo de norma  $SU(2)$ .

El trabajo de Chen Ning Yang y Robert Mills, publicado en 1954, surge como una generalización de QED, que es una teoría con invariancia de norma bajo el grupo de norma  $U(1)$ . La teoría de Yang-Mills plantea la extensión de los grupos de norma mediante campos bosónicos que deben ser no masivos para poder mantener la invariancia de norma. Debido a esto, la teoría fue inicialmente criticada e ignorada. Más tarde la teoría sería retomada al ser introducido el concepto del rompimiento de simetría y las partículas adquiriendo su masa a través de estos mecanismos; pero estos temas serán discutidos más adelante. Por ahora nos compete centrarnos en el grupo de norma  $SU(2)$ .

Consideremos las matrices de Pauli  $\tau_k$ , con  $k = 1, 2, 3$ . Los generadores de  $SU(2)$  están dados

$$T_k = \frac{\tau_k}{2}.$$

Estos generadores constituyen un álgebra de Lie y no conmutan, es decir  $SU(2)$  es no abeliano. Sean  $\theta_k$  los parámetros correspondientes a los generadores  $T_k$ , una transformación global ante el grupo  $SU(2)$  se escribe como

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{-gT_k\theta_k}\psi(x), \quad (2.20)$$

con  $g$  la constante de acoplamiento del grupo.

La lagrangiana

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - M)\psi,$$

donde  $\psi$  son campos espinoriales, es invariante ante la transformación de norma (2.20). Por el Teorema de Noether, existe una densidad de corriente que se conserva

$$J_k^\mu = g\bar{\psi}\gamma^\mu T_k\psi.$$

Ahora, para una transformación ante el grupo  $SU(2)$  que sea local, tenemos

$$\psi(x) \rightarrow \psi(x)' = e^{-gT_k\theta_k(x)}, \quad (2.21)$$

y será necesario definir la derivada covariante para tener apropiadamente una lagrangiana invariante ante (2.21). Introducimos los campos de norma  $A_\mu^k(x)$  que operarán a través de la derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu - igT_k A_\mu^k. \quad (2.22)$$

Sea  $\mathbf{W}_\mu = T_k A_\mu^k$ , cuyas sus componentes se transforman como

$$W_\mu^{i'} = W_\mu^i - \partial_\mu\theta^i - g\epsilon^{kji}\theta^j W_\mu^k,$$

y a partir de las cuales definimos el término cinético del lagrangiano en analogía con QED

$$\mathcal{L}_W = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu}, \quad (2.23)$$

donde

$$W_{\mu\nu}^i = (\partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i) + g\epsilon^{ijk}W_\mu^j W_\nu^k. \quad (2.24)$$

Uniendo las piezas, obtenemos la lagrangiana completa de la teoría

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} + \bar{\psi}i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - gJ_i^\mu W_\mu^i, \quad (2.25)$$

o bien

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} + \bar{\psi}i\gamma^\mu D_\mu\psi. \quad (2.26)$$

Los términos de masa se han omitido para preservar invarianza de norma.

## 2.4. Cromodinámica Cuántica

Bajo el grupo  $SU(3)$ , la denominada Interacción Fuerte dada entre quarks y gluones, es descrita por la teoría conocida como Cromodinámica Cuántica (QCD). Esta teoría fue propuesta a comienzos de la década de 1970 por David Politzer, Frank Wilczek y David Gross como una teoría para entender la estructura de los hadrones. El carácter de la interacción fuerte está determinado por una simetría especial entre las cargas de color de los quarks. Además, QCD es una teoría no abeliana de  $SU(3)$ .

Esta teoría tiene por generadores las ocho Matrices de Gell-Mann  $\lambda^\alpha$  asociados a los gluones, los campos de norma de la teoría. Escribimos las transformaciones de norma para los campos como

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\Lambda_i\theta^i}\psi(x), \quad (2.27)$$

donde  $\Lambda_i = \frac{\lambda_i}{2}$ .

La derivada covariante toma la siguiente forma

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_s \Lambda_i G_\mu^i, \quad (2.28)$$

como es costumbre,  $g_s$  es la constante de acoplamiento. Para esta teoría tenemos el tensor

$$G_{\mu\nu}^i = (\partial_\mu G_\nu^i - \partial_\nu G_\mu^i) + g \epsilon^{ijk} G_\mu^j G_\nu^k,$$

a partir del cual construimos el término cinético del lagrangiano

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} G^{i\mu\nu} G_{\mu\nu}^i, \quad (2.29)$$

que es invariante bajo transformaciones de norma.

Por el lado de los quarks, estos aparecen en la teoría mediante arreglos de tripletes de color

$$\psi^A = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}, \quad (2.30)$$

con  $A = 1, \dots, 6$  denotando cada uno de los seis sabores de quark y  $q_i$ , con  $i = 1, 2, 3$ , representa los colores rojo, verde y azul respectivamente. Los quarks tienen su propia regla de transformación

$$q_i'(x) = e^{-i\alpha^\beta(x)\lambda_\beta} q_i(x).$$

Recurriendo nuevamente a la densidad Lagrangiana de Dirac, tenemos

$$\mathcal{L}_q = \bar{q}_i (i\gamma^\mu D_\mu - m_q) q_i, \quad (2.31)$$

con  $m_q$  la masa del quark y  $D_\mu$  definida de acuerdo con (2.28).

Finalmente, hemos obtenido la lagrangiana para QCD

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} G^{i\mu\nu} G_{\mu\nu}^i + \bar{q}_i (i\gamma^\mu D_\mu - m_q) q_i. \quad (2.32)$$

## 2.5. Ruptura Espontánea de la Simetría

Asumiendo una lagrangiana simétrica  $\mathcal{L}_0$  respecto a un grupo de simetría, el concepto de Ruptura Espontánea de la Simetría se entiende como un proceso mediante el cual el sistema descrito por  $\mathcal{L}_0$  cae en un estado vacío que no es simétrico. En otras palabras, si el estado fundamental de un sistema es menos simétrico que las ecuaciones que lo rigen, la simetría es rota al acceder a este estado de mínima energía.

Como ya se mencionó, los términos de masa, como en la Interacción Débil por ejemplo, violan invariancia de norma; el concepto de rompimiento espontáneo de la simetría es fundamental en el Modelo Estándar pues es a través de estos mecanismos de rompimiento que es posible generar masas para los bosones vectoriales  $W^\pm$  y  $Z^0$ , sin destruir la simetría de norma de toda la teoría.

### 2.5.1. Rompimiento Espontáneo de una Simetría Global

Para llevar a cabo este mecanismo, se introduce un campo escalar complejo  $\Phi = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}}$ , cuya lagrangiana es

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - V(\Phi^\dagger \Phi), \quad (2.33)$$

**CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR**  
**2.5. RUPTURA ESPONTÁNEA DE LA SIMETRÍA**

---

donde

$$V(\Phi^\dagger\Phi) = \frac{m^2}{2\phi_0^2} [\Phi^\dagger\Phi - \phi_0^2]^2, \quad (2.34)$$

y  $\phi_0$  y  $m$  son parámetros reales.

El mínimo de energía en  $V$  es obtenido con  $\Phi$  constante e independiente del espacio-tiempo, pero tal que

$$\Phi^\dagger\Phi = |\Phi|^2 = \phi_0^2. \quad (2.35)$$

Tal mínimo está localizado en el círculo  $|\Phi| = \phi_0$  en el espacio  $(\phi_1, \phi_2)$ , así que el número de posibles estados de vacío es infinito.

La lagrangiana (2.33) es simétrica bajo una transformación global de  $U(1)$ :

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{-i\alpha}\Phi, \quad (2.36)$$

para cualquier parámetro  $\alpha$  real. Efectuando una transformación de acuerdo a la ecuación (2.36), tenemos

$$\begin{aligned} \phi'_1 &= \phi_1 \cos \alpha + \phi_2 \sin \alpha, \\ \phi'_2 &= -\phi_1 \sin \alpha + \phi_2 \cos \alpha. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Esta transformación rota el estado en torno a un círculo  $|\Phi|^2 = cte$  en el espacio  $(\phi_1, \phi_2)$ . Si elegimos una dirección en particular en el espacio  $(\phi_1, \phi_2)$ , tal que  $\Phi$  sea real y elegimos el estado fundamental como  $(\phi_0, 0)$ , se ha efectuado la ruptura de la simetría bajo  $U(1)$ .

Expandimos alrededor del estado base  $(\phi_0, 0)$ , haciendo

$$\Phi = \phi_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi + i\rho),$$

la densidad lagrangiana se convierte en

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\xi\partial^\mu\xi + \frac{1}{2}\partial_\mu\rho\partial^\mu\rho - \frac{m^2}{2\psi_0^2} \left[ \sqrt{2}\phi_0\xi + \frac{\xi^2}{2} + \frac{\rho^2}{2} \right]^2. \quad (2.38)$$

En lugar de un campo complejo  $\Phi$ , tenemos ahora dos campos escalares reales acoplados  $\xi$  y  $\rho$ . Escribimos

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{Lib} + \mathcal{L}_{Aco},$$

donde  $\mathcal{L}_{Lib}$  representa a las partículas libres y contiene todos los términos cuadráticos de  $\mathcal{L}$ .

Podemos considerar

$$\mathcal{L}_{Lib} = \frac{1}{2}\partial_\mu\xi\partial^\mu\xi - m^2\xi^2 + \frac{1}{2}\partial_\mu\rho\partial^\mu\rho, \quad (2.39)$$

pues, para pequeñas oscilaciones estos son los términos que dominan. El resto de la densidad lagrangiana  $\mathcal{L}_{Aco}$  corresponde a interacciones entre partículas y correcciones de orden superior a sus movimientos.

El término cuadrático  $-m^2\xi^2$  en (2.39) es tal que  $\xi$  corresponde a un campo escalar de espín cero y masa  $\sqrt{2}m$ . En caso del campo  $\rho$  no existe tal término cuadrático, este corresponde a un campo escalar de espín cero y sin masa. La partícula sin masa que ha aparecido como resultado del rompimiento global de la simetría se conoce como Bosón de Goldstone. Mientras que el procedimiento que nos llevó a la aparición de este bosón se conoce como mecanismo de Nambu-Goldstone. Este mecanismo solo es válido para teorías con simetría global [4].

### 2.5.2. Mecanismo de Higgs

El paso natural para generalizar el resultado de la sección anterior es buscar el rompimiento de una simetría local en lugar de una global. Sea este el caso de una lagrangiana de campo complejo escalar  $\phi$  invariante ante transformaciones locales bajo  $U(1)$  dada por

$$\mathcal{L} = D_\mu \Phi^\dagger D^\mu \Phi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - V(\Phi^\dagger \Phi), \quad (2.40)$$

cuya derivada covariante está definida como  $D_\mu = \partial_\mu - iA_\mu$  y utilizaremos el potencial de la ecuación (2.34).

Esta lagrangiana es invariante bajo transformaciones de norma locales de  $U(1)$

$$\begin{aligned} \Phi(x) &\rightarrow \Phi'(x) = e^{-iq\theta(x)} \Phi, \\ A_\mu(x) &\rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu \theta(x), \end{aligned} \quad (2.41)$$

con  $\theta = \theta(x)$  dependiente del espacio-tiempo.

Un mínimo de energía se obtiene cuando  $A_\mu$  desvanece y  $\Phi$  es una constante definida como un punto en el círculo  $|\Phi| = \phi_0$ .

Dado  $\Phi(x)$ , siempre podemos elegir  $\theta(x)$  tal que el campo  $\Phi'(x)$  sea real. Esto rompería la simetría de norma, pues no podremos continuar haciendo transformaciones de norma. Sea este  $\Phi'(x)$  tal que

$$\Phi'(x) = \phi_0 + \frac{H(x)}{\sqrt{2}}, \quad (2.42)$$

siendo  $H(x)$  una función real de  $x$ .

Realizando esta transformación, nos resulta la siguiente lagrangiana

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \left[ (\partial_\mu - iqA'_\mu)(\phi_0 + \frac{H}{\sqrt{2}}) \right] \left[ (\partial^\mu + iqA'^\mu)(\phi_0 + \frac{H}{\sqrt{2}}) \right] - \dots \\ & \dots - \frac{1}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2\phi_0^2} (\sqrt{2}\phi_0 H + \frac{H^2}{2})^2 \end{aligned} \quad (2.43)$$

Una vez más, separamos en dos partes la lagrangiana para tener mejor claridad

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{Lib} + \mathcal{L}_{Aco}, \quad (2.44)$$

eliminando las primas en el campo de norma, las expresiones más explícitas de ambas partes resultan

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Lib} &= \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H - m^2 H^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + q^2 \phi_0^2 A_\mu A^\mu, \\ \mathcal{L}_{Aco} &= q^2 A_\mu A^\mu (\sqrt{2}\phi_0 H + \frac{H^2}{2}) - \frac{m^2 H^2}{2\phi_0^2} (\sqrt{2}\phi_0 H + \frac{H^2}{4}). \end{aligned} \quad (2.45)$$

Antes del rompimiento de la simetría teníamos un campo escalar complejo  $\Phi = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}}$  y un campo vectorial  $A_\mu$  con dos estados de polarización. En la expresión para  $\mathcal{L}_{Lib}$  tenemos un solo campo escalar  $H(x)$  correspondiente a un boson sin espín de masa  $\sqrt{2}m$ , y un campo vectorial  $A_\mu$ , correspondiente a un bosón vectorial de masa  $\sqrt{2}q\phi_0$ . Este mecanismo para la introducción de masa en la teoría fue inventado por Higgs y publicado en 1964, la partícula introducida correspondiente al campo  $H(x)$  es llamada el bosón de Higgs. Como consecuencia de la ruptura espontánea de la simetría, el campo de norma ha adquirido masa y el bosón de Goldstone es reemplazado por un bosón masivo de espín uno.

## 2.6. Modelo Electrodébil

En 1961, Sheldon Lee Glashow, con la intención de unificar las interacciones débil y electromagnética en un solo sistema teórico, propone a ambas fuerzas como distintas manifestaciones de una interacción más fundamental llamada interacción **electrodébil**. En ese entonces, esto pareció

una afirmación atrevida, en primera lugar por la enorme diferencia en la magnitud de fuerza entre estas dos interacciones. Sin embargo, Glashow y otros más reconocieron que esto se debe a que la interacción débil es mediada por bosones muy masivos. Basándose en los trabajos de Glashow, en 1967 y 1968, Steven Weinberg y Abdus Salam formularon de manera independiente una teoría que emplea el mecanismo de Higgs para dotar de masa no sólo a los mediadores de la interacción débil, sino también a fermiones.

Este modelo de Glashow-Weinberg-Salam es más conocido como Modelo Estándar. Se trata de una teoría de norma no abeliana con invarianza local ante el grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . El modelo ha sido ampliamente exitoso debido a la precisión con que se obtienen predicciones que concuerdan con los datos experimentales; a pesar de esto, el ME no es perfecto y aún deja varios fenómenos sin ser explicados.

En el ME, las fuerzas electromagnética y débil no pueden ser descritas por separado ya que actúan sobre los mismos campos fermiónicos, por ello el grupo de norma que describe la interacción electrodébil es  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , el cual es el mínimo grupo de norma posible que permite describir lo que ocurre en la naturaleza. Se exige una lagrangiana que sea invariante ante transformaciones locales bajo este grupo y que describa la interacción electrodébil de los leptones y quarks mediante bosones de norma sin masa, para posteriormente llevar a cabo el rompimiento espontáneo de la simetría mediante un campo de Higgs. Así, se obtiene una lagrangiana que se puede asociar a partículas masivas, pero ya no será invariante ante  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Cabe mencionar que durante el rompimiento espontáneo de la simetría hay que cuidar que el fotón se mantenga sin masa y sólo los bosones  $W^\pm$  y  $Z$  adquieran masa. Para este propósito, la lagrangiana debe mantener invarianza de norma bajo el grupo  $U(1)$ .

### 2.6.1. Densidad lagrangiana escalar

Los primeros en explorar la idea de construir una lagrangiana invariante bajo una transformación local bajo  $SU(2)$  fueron Yang y Mills, sin embargo esta contenía campos de norma sin masa. Dado que en la naturaleza el fotón es el único bosón de norma sin masa, es necesario que emplear el mecanismo de Higgs para construir una lagrangiana con términos de masa para los bosones de norma. Con este fin, introduciremos un campo escalar con dos componentes, un doblete de Higgs

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \end{pmatrix}, \quad (2.46)$$

siendo  $\Phi_A$  y  $\Phi_B$  campos escalares complejos, lo que nos da un total de cuatro campos reales

$$\begin{aligned} \Phi_A &= \phi_1 + i\phi_2, \\ \Phi_B &= \phi_3 + i\phi_4. \end{aligned}$$

Se requiere que la densidad lagrangiana sea invariante bajo transformaciones del grupo  $SU(2) \times U(1)$

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{-i\theta} U \Phi, \quad (2.47)$$

siendo  $U$  un elemento de  $SU(2)$ .

Una densidad lagrangiana con simetría global bajo el grupo ya mencionado está dada por

$$\mathcal{L}_\Phi = \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - V(\Phi^\dagger \Phi), \quad (2.48)$$

más adelante discutiremos la forma de  $V(\Phi^\dagger \Phi)$ . En el modelo estándar, la simetría global es promovida a una simetría local. Entonces podemos escribir la transformación bajo  $U(1)$  como

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{-i\theta \tau^0} \Phi, \quad (2.49)$$

donde  $\tau^0$  es la matriz identidad. Para obtener una simetría local, debemos introducir un campo de norma electromagnética  $B_\mu(x)$  y hacer el reemplazo en la derivada ordinaria para tener la derivada covariante

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ig_1 B_\mu \quad (2.50)$$

donde  $g_1$  es el parámetro de acoplamiento adimensional del grupo  $U(1)$ . La matriz de transformación ante la simetría global  $SU(2)$  puede ser escrita como

$$U = e^{-\alpha^k \tau^k}, \quad (2.51)$$

donde las  $\alpha^k$  son tres números reales y  $\tau^k$  son las matrices de Pauli. Para que la simetría global de este grupo se promueva a una simetría local, debemos introducir un campo de norma  $W_\mu^k(x)$  por cada generador  $\tau^k$ . De modo que hemos obtenido la forma completa de la derivada covariante de  $SU(2) \times U(1)$

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_1 B_\mu - ig_2 \frac{\tau^k}{2} W_\mu^k, \quad (2.52)$$

donde  $g_2$  es el parámetro de acoplamiento adimensional del grupo  $SU(2)$ . Cabe destacar que el grupo  $U(1)$  debe ser independiente del grupo  $SU(2)$ , por lo que los generadores de cada grupo deben conmutar entre ellos. Con la derivada covariante (2.52), tenemos la densidad lagrangiana escalar correspondiente

$$\mathcal{L}_\Phi = (D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi - V(\Phi^\dagger \Phi). \quad (2.53)$$

### 2.6.2. Densidad lagrangiana de los bosones de norma

En el caso de los campos de norma electromagnética  $B_\mu$ , ya hemos definido previamente el tensor de intensidad  $B_{\mu\nu}$  y sabemos que la dinámica de los campos podrá escribirse como

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}. \quad (2.54)$$

Debido a que el grupo  $SU(2)$  es no abeliano, los campos tensoriales de intensidad deben ser definidos como

$$W_{\mu\nu} = \left( \partial_\mu + \frac{ig_2}{2} W_\mu \right) W_\nu - \left( \partial_\nu + \frac{ig_2}{2} W_\nu \right) W_\mu. \quad (2.55)$$

En base a esto, la dinámica de los campos de norma estará descrita por la lagrangiana

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{8} \text{Tr}[W_{\mu\nu} W^{\mu\nu}], \quad (2.56)$$

que es invariante bajo una transformación de norma ante  $SU(2)$ . Utilizando  $[\tau^i, \tau^j] = 2i\tau^k$ , podemos escribir

$$W_{\mu\nu} = W_{\mu\nu}^i \tau^i, \quad (2.57)$$

donde

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g_2 \epsilon_{ijk} W_\mu^j W_\nu^k \quad (2.58)$$

Haciendo la observación de que  $\text{Tr}(\tau^i)^2 = 2$  y  $\text{Tr}(\tau^i \tau^j) = 0$  para  $i \neq j$ , y la densidad lagrangiana adquiere la forma

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu}. \quad (2.59)$$

En esta lagrangiana los términos de masa de los bosones de norma no aparecen debido a la invariancia de norma local. Para proporcionar masa a los bosones de norma en concordancia con los datos experimentales, se requiere el rompimiento espontáneo de la simetría.

### 2.6.3. Fermiones en el Modelo Estándar

Empezaremos estudiando el electrón  $e$  y su correspondiente neutrino  $\nu_e$ , que conforman la primer familia de leptones. De la evidencia experimental, se sabe que para leptones sólo la parte izquierda es sensible a la interacción débil, por lo que las corrientes cargadas están dadas por

$$J_\mu \equiv J_\mu(x)^+ = \bar{\nu}_{eL}\gamma_\mu e_L(x), \quad (2.60)$$

$$J_\mu^\dagger \equiv J_\mu(x)^- = \bar{e}_L(x)\gamma_\mu \nu_{eL} \quad (2.61)$$

Los términos  $e_L$  y  $\nu_{eL}$  se incorporan en el siguiente doblete de  $SU(2)$ ,

$$l_L = \frac{1-\gamma_5}{2} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}. \quad (2.62)$$

Con el objetivo de tener (2.60) y (2.61) en términos de  $l_L$  emplearemos las matrices generadoras del grupo  $SU(2)$

$$\tau^+ = \frac{\tau^1 + i\tau^2}{2}, \quad (2.63)$$

$$\tau^- = \frac{\tau^1 - i\tau^2}{2}. \quad (2.64)$$

De este modo

$$J_\mu^+ = \bar{l}_L \gamma_\mu \tau^+ l_L, \quad (2.65)$$

$$J_\mu^- = \bar{l}_L \gamma_\mu \tau^- l_L. \quad (2.66)$$

Se requiere además de una corriente neutra

$$J_\mu^3 = \frac{\bar{\nu}_e \gamma_\mu \nu_e - \bar{e}_L \gamma_\mu e_L}{2} = \bar{L} \gamma_\mu \frac{\tau^3}{2} L. \quad (2.67)$$

Estas tres corrientes pueden incluirse dentro de un mismo término como sigue

$$J_\mu^i(x) = \bar{l}_L \gamma_\mu \frac{\tau^i}{2} l_L, \quad (2.68)$$

con  $i = 1, 2, 3$ . De esta forma trataremos al resto de los dobletes de  $SU(2)_L$  del ME. Esto es, para las componentes izquierdas de quarks y leptones se tiene que

$$Q_L \equiv \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix} \quad ; \quad l_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix} \quad (2.69)$$

Las componentes derechas son introducidas como singletes, los cuales están definidos como

$$U_R \equiv u_R, c_R, t_R; \quad D_R \equiv d_R, s_R, b_R; \quad E_R \equiv e_R, \mu_R, \tau_R \quad (2.70)$$

Note que sólo las componentes izquierdas de las tres familias de neutrinos toman parte en las interacciones débiles. Los quarks y leptones también llevan las hipercargas  $Y$ , las cuales están relacionadas a las componentes  $I_3$  del isospin débil y a las cargas eléctricas mediante la relación  $Q = I^3 + Y$ . Se debe añadir un factor de hipercarga  $Y$  al término que contiene  $B_\mu$  en la derivada covariante, sin embargo por ahora se omitirá.

El término correspondiente al sector fermiónico de la Lagrangiana está dado como

$$\mathcal{L}_f = \bar{Q}_L i \not{D} Q_L + \bar{l}_L i \not{D} l_L + \bar{U}_R i \not{\partial}' U_R + \bar{D}_R i \not{\partial}' D_R + \bar{E}_R i \not{\partial}' E_R \quad (2.71)$$

donde las derivadas covariantes están definidas por la ecuación (2.52) y por

$$\partial'_\mu = \partial_\mu - ig_1 B_\mu \quad (2.72)$$

respectivamente.

#### 2.6.4. Lagrangiana invariante ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$

Retomaremos la lagrangiana escalar (2.53), ahora con la expresión explícita para el potencial

$$\mathcal{L}_s = (D_\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2.73)$$

Finalmente, con el propósito de generar la masa de los leptones cargados y los quarks después del rompimiento de la simetría, introducimos un término de acoplamiento conocido como lagrangiano de Yukawa, el cual es también invariante de norma ante  $SU(2)_L \times U(1)_Y$

$$\mathcal{L}_Y = -G_e (\bar{L}_e \Phi E_R + \bar{E}_R \Phi^\dagger L_e) + \dots + h.c. \quad (2.74)$$

donde  $G_e$  es la constante de acoplamiento de Yukawa y los puntos denotan los términos correspondientes a los demás leptones cargados y los quarks. En cuanto a los quarks, el tratamiento es un tanto distinto ya que se requiere generar masa para los quarks up y down, mientras que no se requiere generar masa para los neutrinos. Por esta razón el término de masa para los quarks no se discutirá en esta tesis.

La densidad lagrangiana completa del ME está dada por

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_s + \mathcal{L}_Y. \quad (2.75)$$

#### 2.6.5. Rompimiento espontáneo de la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$

En el lagrangiano escalar (2.53), el potencial  $V(\Phi^\dagger \Phi)$  tiene un mínimo en el valor dado por

$$\Phi^\dagger \Phi = \frac{1}{2} \frac{\mu^2}{\lambda}. \quad (2.76)$$

Sea  $v = \sqrt{\mu^2/\lambda}$ , el rompimiento espontáneo de la simetría ocurre cuando el doblete escalar  $\Phi$  tiene el valor de expectación en el vacío

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (2.77)$$

Por motivos de conveniencia, parametrizamos el doblete en términos de los campos que denotan la variación de  $\Phi_0$

$$\Phi = \exp\left(i \frac{\tau^i \xi_i}{2v}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.78)$$

donde  $\xi_i$ , para  $i = 1, 2, 3$ , son los bosones de Goldstone y  $H$  el bosón de Higgs. A partir de la transformación unitaria

$$U(\xi) = \exp\left(-i \frac{\tau^i \xi_i}{2v}\right), \quad (2.79)$$

definimos los nuevos campos

$$\Phi' = U(\xi)\Phi = \frac{v+H}{\sqrt{2}}\chi \quad (2.80)$$

$$L' = U(\xi)L \quad (2.81)$$

$$\mathbf{W}'_\mu = U(\xi)\mathbf{W}U(\xi)^{-1} - \frac{i}{g_2}(\partial U(\xi))U^\dagger(\xi) \quad (2.82)$$

con  $\chi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . El singlete  $E_R$  permanece invariante bajo esta transformación.

La lagrangiana completa del ME es invariante bajo esta transformación. Veamos el sector escalar.

$$\mathcal{L}_s = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi) \quad (2.83)$$

**CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR**  
**2.7. REGLAS DE FEYNMAN DEL MODELO ESTÁNDAR**

---

donde

$$(D_\mu \Phi)' = \left( \partial_\mu - \frac{ig_1}{2} B'_\mu - ig_2 \frac{\tau_i}{2} W_\mu^i \right) \frac{1}{\sqrt{2}} (v + H) \chi. \quad (2.84)$$

El primer término de  $\mathcal{L}_s$  contiene los términos cuadráticos de masa para los bosones de norma. Para los bosones cargados, introduciremos los campos definidos como

$$\mathcal{W}_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp iW_\mu^2}{\sqrt{2}} \quad (2.85)$$

de modo que tenemos

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = \frac{1}{4} g_2^2 v^2 \mathcal{W}_\mu^+ \mathcal{W}^{-\mu} + \frac{v^2}{2} (g_2 W_\mu^3 - g_1 B'_\mu)^2 \quad (2.86)$$

Esto implica que los bosones vectoriales cargados  $\mathcal{W}^\pm$  adquieren una masa  $m_W = \frac{g_2 v}{2}$ . El segundo término de la lagrangiana escalar puede escribirse en términos de campos neutros como

$$\frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & B'_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_2^2 & -g_2 g_1 \\ -g_2 g_1 & g_1^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{\prime 3\mu} \\ B'^\mu \end{pmatrix}. \quad (2.87)$$

Mediante la transformación ortogonal

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B'_\mu \end{pmatrix} \quad (2.88)$$

donde  $\theta_W$  es llamado el ángulo de Weinberg. Ortogonalizamos la ecuación (2.87) y podemos ver que el bosón neutral  $Z$  tiene masa de  $m_Z = \frac{1}{2} v \sqrt{g_1^2 + g_2^2}$ . Mientras que el bosón neutral  $A_\mu$  permanece sin masa y podemos identificarlo como el fotón.

Después del rompimiento espontáneo de la simetría, el potencial escalar ha quedado

$$V(\Phi^\dagger \Phi) = -\frac{\mu^2 v^2}{2} + \frac{1}{2} 2\mu^2 H^2 + \lambda v H^3 + \frac{\lambda^4}{4} \quad (2.89)$$

donde se observa la masa del bosón de Higgs  $m_H = \sqrt{2\mu^2}$ .

## 2.7. Reglas de Feynman del Modelo Estándar

En 1948 Richard Feynman introdujo por primera vez los diagramas de Feynman, los cuales son gráficos que representan la trayectoria de las partículas durante diversos procesos. Estos diagramas son de gran utilidad para resolver de manera eficaz los cálculos implicados en dichos procesos entre partículas elementales, los cuales provienen de la teoría cuántica de campos. Para el desarrollo de los cálculos se emplean, las así llamadas, reglas de Feynman, que se pueden derivar del lagrangiano del sistema. Cada modelo tiene sus propias reglas de Feynman, a continuación se dan las reglas más relevantes para el ME en la norma de Feynman-'t Hooft.

### Propagadores

1. Por cada fotón interno, con cuadri-momento  $k$ , se escribe

$$\begin{array}{c} \gamma \\ \mu \quad \text{~~~~~} \quad \nu \\ \text{~~~~~} \end{array} \quad \frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2 + i\epsilon} \quad (2.90)$$

mientras que si el fotón es externo se introducen los vectores de polarización  $\epsilon_\mu$  y  $\epsilon_\mu^*$  para fotones entrantes o salientes, respectivamente.

**CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR**  
**2.7. REGLAS DE FEYNMAN DEL MODELO ESTÁNDAR**

---

2. Por cada bosón vectorial tenemos

$$\begin{array}{c} W \\ \mu \text{ ~~~~~ } \nu \\ \text{~~~~~} \end{array} \quad \frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2 - m_W^2 + i\epsilon} \quad (2.91)$$

$$\begin{array}{c} Z \\ \mu \text{ ~~~~~ } \nu \\ \text{~~~~~} \end{array} \quad \frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2 - m_Z^2 + i\epsilon} \quad (2.92)$$

donde  $m_W$  y  $m_Z$  son las masas del bosón  $W^\pm$  y  $Z$ , respectivamente.

3. Por cada línea fermiónica con momento  $p$ , se escribe

$$\begin{array}{c} \text{-----} \\ p \end{array} \quad \frac{i(\not{p} + m_f)}{k^2 - m_f^2 + i\epsilon} \quad (2.93)$$

4. Por un fermión saliente se usa un espinor  $\bar{u}$ , mientras que para un fermión entrante se usa un espinor  $u$ .

5. Por un antifermión saliente se usa un espinor  $v$ , mientras que para un antifermión entrante se usa un espinor  $\bar{v}$ .

6. Por cada línea interna correspondiente al bosón de Higgs, con momento  $p$ , se escribe

$$\begin{array}{c} h \\ \text{-----} \\ p \end{array} \quad \frac{i}{p^2 - m_h^2 + i\epsilon} \quad (2.94)$$

con  $m_h$  la masa del bosón de Higgs.

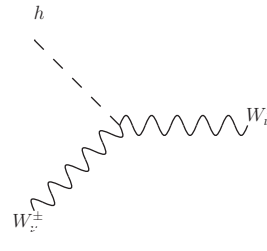
**Interacciones** Para construir los diagramas de Feynman correspondientes a un cierto proceso utilizaremos los siguientes vértices

$$\begin{array}{c} W_\alpha^- \\ \text{~~~~~} \\ p \\ \text{~~~~~} \\ q \\ \text{~~~~~} \\ A_\mu \\ \text{~~~~~} \\ k \\ \text{~~~~~} \\ W_\beta^+ \end{array} \quad -ie[g_{\alpha\beta}(p-k)_\mu + g_{\beta\mu}(k-q)_\alpha + g_{\mu\alpha}(q-p)_\beta] \quad (2.95)$$

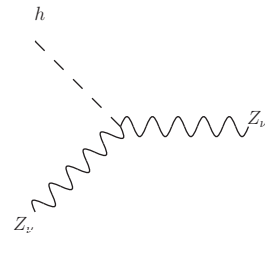
$$\begin{array}{c} f \\ \text{-----} \\ \text{-----} \\ f \end{array} \quad \begin{array}{c} h \\ \text{-----} \end{array} \quad -i \frac{gm_f}{2m_W} \quad (2.96)$$

**CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR**  
**2.7. REGLAS DE FEYNMAN DEL MODELO ESTÁNDAR**

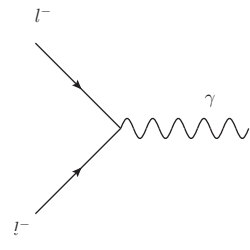
---



$igm_W g_{\mu\nu}$  (2.97)



$i \frac{g}{\cos \theta_W} m_Z g_{\mu\nu}$  (2.98)



$-ie\gamma^\mu$  (2.99)

## Capítulo 3

# Física del Neutrino

Un neutrino, de acuerdo con la definición de Pauli, es una partícula extremadamente ligera, eléctricamente neutra y de espín  $1/2$ . En el modelo estándar (ME) se postula la existencia de tres especies de neutrinos ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ), lo cual es consistente con la existencia de las tres familias de leptones cargados ( $e, \mu, \tau$ ). Los neutrinos son leptones muy esquivos y a pesar de que durante más de ocho décadas hemos acumulado basto conocimiento acerca de ellos, sus distintivas propiedades los hacen una de las partículas elementales más enigmáticas en la naturaleza ya que sólo interactúan mediante las fuerzas débil y gravitacional, por lo que sólo pueden detectarse sus interacciones de carácter débil de manera indirecta a nivel experimental.

A continuación daremos un breve repaso a la historia de la física de neutrinos, a sus principales interacciones dentro del ME y una introducción a las posibles señales de nueva física que tenemos precisamente a partir de los experimentos del neutrino.

### 3.1. Neutrinos en física nuclear y física de partículas

Como ya hemos discutido, la meta final de la física de partículas es explorar los bloques fundamentales de materia y sus interacciones entre sí, para así descubrir las leyes básicas que gobiernan estos comportamientos de la naturaleza. Las teorías que existían sobre estos temas a principios del siglo XX estaban en problemas debido al espectro continuo de energía del decaimiento beta.

Recordemos que en aquella época se consideraba que el estado final del decaimiento beta de un núcleo atómico inestable consistía de sólo dos partículas: el núcleo resultante y un electrón. Un análisis de la cinemática del modelo de este decaimiento a dos cuerpos exigía, por la ley de conservación del momento lineal, que el electrón debía ser emitido con una energía constante y fija. Sin embargo, una distribución continua en el espectro de energía del electrón emitido durante el decaimiento beta fue descubierta por James Chadwick en 1914. Chadwick hizo pasar los electrones a través de un campo magnético; el ángulo en el cual el electrón era deflectado por el campo revelaría la energía con la cual era emitido. Sus mediciones demostraron claramente que el electrón emitido no tenía siempre el mismo valor de la energía, sino que la energía de los electrones de los modos de decaimiento individuales se distribuían continuamente. Cómo resolver la crisis de la energía observada en el decaimiento beta se convirtió en un reto importante para muchos teóricos en la década de 1920. Incluso Niels Bohr llegó a sugerir abandonar las leyes de conservación y momento para procesos subatómicos.

Fue en 1930 que Pauli, como un remedio desesperado, postuló que el decaimiento beta debería ser explicado por un modelo de decaimiento a tres cuerpos, con una partícula eléctricamente neutra, extremadamente ligera, de espín  $1/2$  y de un momento magnético pequeño que fuera

### CAPÍTULO 3. FÍSICA DEL NEUTRINO

#### 3.1. NEUTRINOS EN FÍSICA NUCLEAR Y FÍSICA DE PARTÍCULAS

---

también emitida por el núcleo inestable. Una consecuencia obvia de las hipótesis de Pauli era obvia: en el estado final del decaimiento beta el electrón tendría que compartir la energía disponible con la nueva partícula, y por lo tanto su espectro de energía debe ser continuo. Posteriormente, Fermi llamó **neutrino** a la partícula neutra teorizada por Pauli y en 1933 formuló una teoría más efectiva para el decaimiento beta.

A partir de la hipótesis de Pauli y la teoría cuántica electromagnética de Dirac, Fermi propuso un Hamiltoniano efectivo

$$H_\beta = g(\bar{p}\gamma^\mu n)(\bar{e}\gamma_\mu \nu_e), \quad (3.1)$$

para explicar el decaimiento

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e,$$

donde existe una interacción entre dos corrientes vectoriales que tienen carga débil, semejante a lo que ocurre con la fuerza electromagnética, de la cual es responsable la carga eléctrica. Esta teoría efectiva permitió a Fermi mostrar el espectro correcto de energía del decaimiento beta. Él incluso sugirió que una medición apropiada del espectro de energía continuo sería útil para precisar la masa en reposo del neutrino. Sin embargo, resultó que  $H_\beta$  era muy selectivo para explicar el decaimiento beta. Esta situación motivó a otros teóricos a postular diferentes reglas para ciertos modos de decaimiento. La forma invariante de Lorentz más general del Hamiltoniano responsable del decaimiento beta debe contener las interacciones escalar ( $S$ ), vectorial  $\gamma^\mu$  ( $V$ ), tensorial  $\sigma^{\mu\nu}$  ( $T$ ), pseudoescalar  $\gamma_5$  ( $P$ ) y pseudovectorial  $\gamma^\mu\gamma_5$  ( $A$ ).

Antes de la década de 1950, todos los experimentos eran diseñados para observar la energía y el momento llevados por el neutrino en el decaimiento beta. Esta clase de medición cinemática era realizada al detectar el retroceso de los núcleos y electrones emitidos. Sin embargo, estas mediciones sólo daban pistas indirectas que no comprobaban fehacientemente la existencia de un neutrino. Parecía prácticamente imposible detectar neutrinos en su estado libre, sin embargo existe un proceso que indudablemente es provocado por neutrinos. Este proceso es el decaimiento beta inverso, que consiste en la captura de un neutrino por un núcleo atómico junto con la emisión de un electrón o positrón. Por lo tanto, evidencias concluyentes de la hipótesis del neutrino deberían ser observadas en el decaimiento beta inverso

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+.$$

En 1952, Clyde Cowan y Frederick Reines lograron la observación no ambigua del decaimiento beta inverso, demostrando que su sección eficaz era compatible con las predicciones teóricas.

Los avances más grandes tuvieron lugar a partir de 1956 y 1957. Tsung-Dao Lee y Chen Ning Yang, al cuestionar la validez de la conservación de la paridad en la interacción débil, propusieron un experimento para examinar la distribución angular de los rayos beta emitidos por un núcleo de isótopos radioactivos de cobalto, con espines polarizados a lo largo de un campo magnético externo. Si la paridad fuera conservada, no debería existir correlación entre el espín y el momento de cada electrón emitido durante el decaimiento. Chien-Shiung Wu y sus colaboradores hicieron este experimento y encontraron que los electrones eran casi siempre emitidos en dirección opuesta al espín del núcleo, lo cual se interpreta como un signo de violación máxima de paridad. Poco después de las observaciones de violación de paridad en procesos débiles realizadas por distintos grupos experimentales, muchos teóricos presentaron independientemente la idea de que los neutrinos serían simplemente partículas carentes de masa y podrían ser naturalmente descritos en términos de espinores de Weyl de dos componentes. En esta teoría de neutrinos de dos componentes la helicidad de un neutrino debe ser idéntica a su quiralidad. El experimento con cobalto previamente mencionado indica que el electrón emitido y su acompañante antineutrino electrónico deberían tener helicidades izquierda ( $\lambda = -1/2$ ) y derecha ( $\lambda = +1/2$ ) respectivamente. Mediciones directas de helicidad confirmaron  $\lambda = -1/2$  para neutrinos y  $\lambda = +1/2$  para antineutrinos. Es por esto que los neutrinos se aceptaron como desprovistos de masa y puramente izquierdos por muchas décadas antes de que los fenómenos de oscilaciones de neutrinos solares y

**CAPÍTULO 3. FÍSICA DEL NEUTRINO**  
**3.2. INTERACCIONES DE LOS NEUTRINOS EN EL ME**

---

atmosféricos fueran firmemente establecidos a finales de la década de 1990.

El descubrimiento de violación de paridad, junto con un análisis de muchos otros datos experimentales en varios procesos débiles, llevaron a la observación teórica de que la interacción débil tiene una forma  $V - A$  con violación máxima de paridad y de conjugación de carga. Por tanto el Hamiltoniano efectivo

$$H_\beta = g\bar{p}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)n\bar{e}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)\nu_e, \quad (3.2)$$

es el que gobierna el decaimiento beta. Esta visión de una interacción entre corrientes sirve como una aproximación a bajas energías a las interacciones débiles mediadas por los bosones de norma  $W^\pm$  y  $Z$  del ME.

En el ME los neutrinos solo tienen un estado de helicidad y por lo tanto no podrían tener masa de Dirac, pues esto requeriría ambos estados de helicidad. En general, los neutrinos pueden tener un término de masa de un tipo distinto, llamado término de masa de Majorana, que sólo requiere de un estado de helicidad por partícula y usa el estado de helicidad opuesto de la antipartícula, lo cual ya hemos mencionado un párrafo arriba. Sin embargo, dado que  $\nu_L$  es parte del campo de doblete de  $SU(2)_L$  y su número leptónico es  $+1$ , el término de masa se transforma como un triplete de  $SU(2)_L$ ; es decir, no es invariante de norma. Además, este tipo de masa divide el número leptónico entre dos. Por otro lado, echando un vistazo al lagrangiano del ME podemos convencernos de que este conserva el número leptónico aún después del rompimiento de simetría, por lo que dichos términos nunca podrían aparecer mediante teorías perturbativas. En resumen, dentro del ME, los neutrinos carecen de masa a todos los órdenes de teoría de perturbación.

Los neutrinos participan tanto en las interacciones mediadas por las corrientes cargadas como en las interacciones mediadas por las corrientes neutras. Los resultados experimentales de colisiones neutrino-electrón y neutrino-núcleo son consistentes con el ME, que por lo tanto prevalece como la teoría adecuada para las interacciones de los neutrinos. Sin embargo, desde 1998, fuertes evidencias experimentales han observado convincentemente la oscilación en los neutrinos atmosféricos, solares, de reactor y de acelerador. Además, las pruebas apuntan hacia el hecho de que los neutrinos solamente pueden oscilar si tienen masas finitas, lo que implica que el ME está incompleto. Es decir, los neutrinos en realidad sí son masivos pero su masa en reposo es muy pequeña. Estos avances han abierto una importante ventana hacia física más allá del ME.

A pesar de que actualmente conocemos bastante acerca de los neutrinos, existen aún muchas preguntas abiertas acerca de estas misteriosas partículas. ¿Son los neutrinos masivos partículas de Dirac o de Majorana? ¿Existen neutrinos cósmicos ultra-energéticos? ¿Cómo detectar neutrinos de fondo cósmico? ¿Qué rol juegan los neutrinos en la evolución del universo? ¿Qué otras sorpresas depara el estudio de la física de neutrinos? La historia de la física de neutrinos está llena de sorpresas, así que es plausible que encontremos más sorpresas en el futuro. En este sentido, cabe esperar que se encuentren evidencias experimentales en la física de los neutrinos que sean completamente inesperadas.

### 3.2. Interacciones de los neutrinos en el ME

Dado que los neutrinos solamente pueden interactuar con otras partículas elementales mediante los bosones de norma  $W^\pm$  y  $Z^0$ , estudiemos las interacciones de corrientes cargadas y corrientes neutras entre quarks, leptones cargados y neutrinos dentro del modelo estándar.

La ecuación (2.71) nos permite fijar las interacciones de corriente cargada de los quarks

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{cc}^q &= g\bar{Q}_L\gamma^\mu(\tau_1 W_\mu^1 + \tau_2 W_\mu^2)Q_L = \frac{g}{\sqrt{2}}\bar{Q}_L\gamma^\mu\tau^+W_\mu^+Q_L + h.c. \\ &= \frac{g}{\sqrt{2}}\overline{(u\ c\ t)}_L\gamma^\mu\begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L W_\mu^+ + h.c. \end{aligned} \quad (3.3)$$

**CAPÍTULO 3. FÍSICA DEL NEUTRINO**  
**3.2. INTERACCIONES DE LOS NEUTRINOS EN EL ME**

---

donde  $W_\mu^+$  y  $W_\mu^-$  son definidas en la ecuación (2.85), y

$$\tau^+ \equiv \tau_1 + i\tau_2, \quad \tau^- \equiv \tau_1 - i\tau_2. \quad (3.4)$$

Es posible diagonalizar las matrices de masa de quarks  $M_u$  y  $M_d$  usando transformaciones bi-unitarias. Este tratamiento es equivalente a transformar los eigenestados de sabores de quarks del tipo up y down en sus eigenestados de masa ( $u'$ ,  $c'$ ,  $t'$  y  $d'$ ,  $s'$ ,  $b'$ ). De esta manera, podemos reescribir  $\mathcal{L}_{cc}^q$  como

$$\mathcal{L}_{cc}^q = \frac{g}{\sqrt{2}} \overline{(u' c' t')_L} \gamma^\mu V \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L W_\mu^+ + h.c. \quad (3.5)$$

siendo  $V \equiv U_u^\dagger U_d$  es la matriz de mezcla de sabor de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM). Similarmente, las interacciones de corrientes cargadas para leptones están descritas por

$$\mathcal{L}_{cc}^l = \frac{g}{\sqrt{2}} \overline{(e \mu \tau)_L} \gamma^\mu \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L W_\mu^- + h.c. \quad (3.6)$$

Dado que los neutrinos no poseen masa dentro del ME, siempre es posible hacer que los eigenestados de los leptones cargados y los neutrinos coincidan simultáneamente con sus correspondientes eigenestados de sabor. Es decir, no hay mezcla de sabor leptónico. Sin embargo, si tres neutrinos tienen masas no degeneradas, una matriz de mezcla de sabor leptónico tipo CKM aparecerá en  $\mathcal{L}_{cc}^l$ .

La ecuación (2.71) también nos ayuda a determinar las interacciones de corriente neutra de quarks

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{nc}^q &= g \overline{Q}_L \gamma^\mu \tau_3 Q_L W_\mu^3 + g' (\overline{Q}_L \gamma^\mu Y Q_L + \overline{U}_R \gamma^\mu Y U_R + \overline{D}_R \gamma^\mu Y D_R) B_\mu \\ &= \sum_{i=1}^3 \left[ g \overline{(q_i q'_i)_L} \gamma^\mu \begin{pmatrix} I_{q_i L}^3 & 0 \\ 0 & I_{q'_i L}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_i \\ q'_i \end{pmatrix}_L W_\mu^3 \right. \\ &\quad + g \overline{(q_i q'_i)_L} \gamma^\mu \begin{pmatrix} Y_{q_i L}^3 & 0 \\ 0 & Y_{q'_i L}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_i \\ q'_i \end{pmatrix}_L B_\mu \\ &\quad \left. + g \overline{(q_i q'_i)_R} \gamma^\mu \begin{pmatrix} Y_{q_i R}^3 & 0 \\ 0 & Y_{q'_i R}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_i \\ q'_i \end{pmatrix}_R B_\mu \right] \end{aligned} \quad (3.7)$$

donde  $q_i$  y  $q'_i$ , con  $1 = 1, 2, 3$  corre sobre  $(u, c, t)$  y  $(d, s, b)$ , respectivamente. Las interacciones de corriente neutral de leptones se pueden escribir análogamente. Utilizando la ecuación (2.88), expresamos las interacciones débiles de corriente neutra de quarks y leptones en términos del campo físico de norma  $Z_\mu$  como sigue

$$\mathcal{L}_{nc} = \frac{g}{\cos \theta_W} \sum_f \left( C_L^f \overline{f}_L \gamma^\mu f_L Z_\mu + C_R^f \overline{f}_R \gamma^\mu f_R Z_\mu \right), \quad (3.8)$$

donde  $C_L^f \equiv I_{fL}^3 - Q_f \sin^2 \theta_W$ ,  $C_R^f \equiv I_{fR}^3 - Q_f \sin^2 \theta_W$ , y  $f$  corre sobre todos los quarks y leptones. Los resultados explícitos para  $C_L^f$  y  $C_R^f$  se muestran en la tabla (3.1). Además, las interacciones electromagnéticas para leptones y quarks toman la forma

$$\mathcal{L}_{EM} = e \sum_f Q_f \overline{f} \gamma^\mu f A_\mu, \quad (3.9)$$

con  $Q_f = I_f^3 + Y_f$ . Algunas veces es más conveniente expresar  $\mathcal{L}_{nc}$  como una suma de las contribuciones de corrientes vectoriales y pseudovectoriales. En este caso

$$\mathcal{L}_{nc} = \frac{g}{\cos \theta_W} \sum_f \overline{f} \gamma^\mu \left( C_V^f - C_A^f \gamma_5 \right) f Z_\mu, \quad (3.10)$$

**CAPÍTULO 3. FÍSICA DEL NEUTRINO**  
**3.3. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO**

---

	$f = u$	$f = d$	$f = l$	$f = \nu$
$C_L^f$	$+\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$	$-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W$	$-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W$	$+\frac{1}{2}$
$C_R^f$	$-\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$	$+\frac{1}{3} \sin^2 \theta_W$	$\sin^2 \theta_W$	$0$
$C_V^f$	$+\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W$	$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$	$-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W$	$+\frac{1}{2}$
$C_A^f$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$

Tabla 3.1: Coeficientes para interacciones débiles de corriente neutra de leptones y quarks en el modelo estándar [6].

### 3.3. Propiedades electromagnéticas del neutrino

A pesar de la basta cantidad de estudios experimentales avocados a medir las propiedades electromagnéticas del neutrino, hasta ahora no hay datos experimentales que confirmen su existencia. Sin embargo, las evidencias de oscilación de neutrinos indican que sus propiedades electromagnéticas no son triviales. Muchas décadas después de que Pauli postuló la existencia del neutrino y discutió acerca de la posibilidad de que esta partícula tuviera un momento magnético asociado, el estudio sistemático de las propiedades electromagnéticas del neutrino inició con la demostración de que el momento magnético de un neutrino masivo es distinto de cero y su valor es proporcional a su masa.

Es de destacar el hecho de que la ausencia de carga eléctrica en los neutrinos no implica que no puedan tener interacción electromagnética, ya que es posible que las propiedades electromagnéticas de los neutrinos surjan por efectos debidos a las correcciones radiativas. Las propiedades electromagnéticas de los fermiones aparecen en teoría cuántica de campos por su interacción con el fotón. Consideremos el vértice mostrado en la figura 3.1.

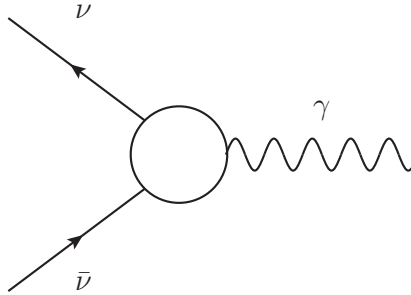


Figura 3.1: Vértice  $\bar{\nu}\nu\gamma$

Si estuviéramos considerando fermiones cargados, tendríamos un diagrama de Feynman que contribuiría a este vértice a nivel de árbol, ya que el lagrangiano básico de interacción contiene un término que se escribe de acuerdo a la ecuación (3.9). Para los neutrinos no existe un término de carga en diagramas a nivel de árbol, por lo que las interacciones sólo aparecen a nivel de un lazo u órdenes más altos. Haciendo una analogía a la propia ecuación (3.9), escribimos la función vértice de un neutrino como

$$\mathcal{L}_{ef} = -A^\mu \bar{\nu} \Lambda_\mu \nu. \quad (3.11)$$

La forma del término  $\Lambda_\mu$  depende de si se considera un neutrino de Dirac o de Majorana. Consideremos un elemento matricial de la corriente electromagnética

$$J_\mu^{EM} = e \sum_f Q_f \bar{\nu}(p) \gamma_\mu \nu(p'). \quad (3.12)$$

**CAPÍTULO 3. FÍSICA DEL NEUTRINO**  
**3.3. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO**

---

Entre el estado fermionico inicial  $\psi(p)$  y el estado final ( $p'$ ), que puede ser representada como

$$\langle \nu(p') | J_\mu^{EM} | \nu(p) \rangle = \overline{u(p')} \Lambda_\mu (p' - p, p' + p) u(p). \quad (3.13)$$

La matriz  $\Lambda_\mu$  actúa sobre los espinores y está compuesta de 4-vectores. Para encontrar la expresión más general de  $\Lambda_\mu$ , utilizaremos los siguientes términos

$$\mathbf{1}, \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu}, \gamma_5 \gamma_\mu, \gamma_5 \quad (3.14)$$

con  $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ . Además consideremos el tensor métrico, los cuadvectores  $q_\mu = p'_\mu - p_\mu$  y  $l_\mu = p'_\mu + p_\mu$ , y el tensor antisimétrico  $\epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma}$ . Existen tres conjuntos de operadores mediante los cuales podemos construir  $\Lambda_\mu$ . En el primer conjunto, el índice de Lorentz es llevado por los vectores  $q_\mu$  y  $l_\mu$ :

$$\mathbf{1} q_\mu, \mathbf{1} l_\mu, \gamma_5 q_\mu, \gamma_5 l_\mu. \quad (3.15)$$

Existen dos conjuntos más del mismo tipo

$$\not{q} q_\mu, \not{q} l_\mu, \gamma_5 \not{q} q_\mu, \gamma_5 \not{q} l_\mu, \gamma_5 \not{l} q_\mu, \sigma_{\alpha\beta} q^\alpha l^\beta q_\mu, \quad (3.16)$$

así como los correspondientes a realizar el intercambio  $q_\mu \leftrightarrow l_\mu$  en la ecuación (3.16). El segundo tipo de contribución a  $\Lambda_\mu$  lo podemos obtener a partir de (3.14), con la restricción de que el índice de Lorentz es llevado por una matriz

$$\gamma_\mu, \gamma_5 \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu} q^\nu, \sigma_{\mu\nu} l^\nu. \quad (3.17)$$

El tercer tipo de términos puede ser construido por el tensor  $\epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma}$ :

$$\epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma} \sigma^{\alpha\beta} q^\nu, \epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma} \sigma^{\alpha\beta} l^\nu, \epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma} \sigma^{\nu\beta} q_\beta q^\sigma l^\gamma, \quad (3.18)$$

$$\epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma} \sigma^{\nu\beta} l_\beta q^\sigma l^\gamma, \epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma} \gamma^\nu q^\sigma l^\gamma \mathbf{1}, \epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma} \gamma^\nu q^\sigma l^\gamma \gamma_5. \quad (3.19)$$

A partir de los términos anteriores y usando álgebra de matrices de Dirac, es posible llegar a la expresión más general para el vértice  $\Lambda_\mu$ :

$$\Lambda_\mu(q, l) = f_1(q^2) q_\mu + f_2(q^2) q_\mu \gamma_5 + f_3(q^2) \gamma_\mu + f_4(q^2) \gamma_\mu \gamma_5 + f_5(q^2) \sigma_{\mu\nu} q^\nu + f_6(q^2) \epsilon_{\mu\nu\rho\lambda} \sigma^{\rho\lambda} q^\nu. \quad (3.20)$$

Requerimos la conservación de corriente  $\partial_\mu j^\mu = 0$ , así que se tiene

$$f_1(q^2) q^2 + f_2(q^2) q^2 \gamma_5 + 2m f_4(q^2) \gamma_5 = 0, \quad (3.21)$$

de donde podemos observar que

$$f_1(q^2) = 0, \quad f_2(q^2) q^2 + 2m f_4(q^2) = 0. \quad (3.22)$$

Por lo que en el caso más general, que es consistente con invarianza de norma electromagnética de Lorentz, la función vértice está definida en términos de 4 factores de forma:

$$\Lambda_\mu(q) = f_Q(q^2) \gamma_\mu + f_M(q^2) i \sigma_{\mu\nu} q^\nu + f_E(q^2) \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5 + f_A(q^2) (q^2 \gamma_m u - q_\mu \not{q}) \gamma_5, \quad (3.23)$$

donde  $f_Q$  está asociado al factor de forma eléctrico,  $f_M$  está asociado al momento magnético,  $f_E$  es el momento dipolar eléctrico y  $f_A$  es llamado momento anapolar. Se puede observar que los factores de forma son invariantes de Lorentz y que sólo dependen de  $q^2$ , que es la única variable dinámica independiente que es invariante de Lorentz.

Los factores de forma son en general diferentes para el caso de neutrinos de Dirac y neutrinos de Majorana. En el caso de neutrinos de Dirac, la invarianza ante  $CP$ , junto con la condición de hermiticidad de la corriente  $J_\mu^{EM}$  implica que el momento dipolar eléctrico es cero y los factores de forma  $f_Q$ ,  $f_M$  y  $f_A$  son reales. En el caso de los neutrinos de Majorana, independientemente de

**CAPÍTULO 3. FÍSICA DEL NEUTRINO**  
**3.3. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO**

---

que la simetría  $CP$  sea conservada o no, los factores de forma dipolar magnético, dipolar eléctrico y carga son todos cero. Debido a esto, únicamente el factor de forma anapolar puede ser distinto de cero. En general, los elementos de matriz de la corriente electromagnética se puede considerar entre un estado inicial  $\nu_i(p)$  y un estado final  $\nu_j(p')$  con diferentes sabores de neutrinos, esto es,  $p^2 = m_i^2$  y  $p'^2 = m_j^2$ . En este caso se tiene

$$\langle \nu_j(p') | J_\mu^{EM} | \nu_i(p) \rangle = \overline{u_j(p')} \Lambda_\mu(q) u_i(p), \quad (3.24)$$

y su correspondiente función de vértice se define de la siguiente manera [9]

$$\Lambda_\mu(q) = (f_Q(q^2)_{ij} + f_A(q^2)_{ij} \gamma_5)(q^2 \gamma_\mu - q_\mu \not{q}) + f_M(q^2)_{ij} i \sigma_{\mu\nu} q^\nu + f_E(q^2)_{ij} \sigma_{\mu\nu} q^\mu \gamma_5. \quad (3.25)$$

Los factores de forma son matrices en el espacio de eigenestados de masa de los neutrinos. Es posible demostrar que si se conserva la simetría  $CP$ , entonces los factores de forma deben ser reales. En el caso de neutrinos de Majorana, si la simetría  $CP$  se conserva podría ocurrir una transición magnética o una transición eléctrica, pero no ambas.

### 3.3.1. Factores de forma electromagnéticos de los neutrinos

En el caso en que  $q^2 = 0$ , los factores de forma electromagnéticos son elementos de la matriz de dispersión y, en cualquier modelo consistente, los factores de forma deben ser independientes de la norma y deben ser finitos, esto es, no deben tener divergencias. Los factores de forma evaluados en  $q^2 = 0$  determinan las propiedades electromagnéticas de los neutrinos estáticos, las cuales pueden ser medidas con la interacción directa con un campo electromagnético. En el caso de que  $q^2 \neq 0$ , los factores de forma dependen en general del parámetro de norma. En este caso los factores de forma en los elementos de la matriz de la expresión (3.13) no se pueden medir experimentalmente con la interacción de un campo electromagnético externo. Sin embargo, éstos pueden contribuir a diagramas de mayor orden que describan algún proceso que sea accesible a observación experimental.

Existe una importante diferencia entre la función vértice electromagnética de los neutrinos masivos y los neutrinos sin masa. En el caso de los neutrinos sin masa, los elementos de matriz de la corriente electromagnética en la ecuación (3.13) pueden ser representados en términos de un factor de forma  $f_D(q^2)$

$$\overline{u(p')} \Lambda_\mu(q) u(q) = f_D(q^2) \overline{u(p')} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u(p) \quad (3.26)$$

A partir de esto se sigue que los factores de forma eléctrico y anapolar, en el caso de neutrinos no masivos, están relacionados con el factor de forma de Dirac  $f_D(q^2)$  de acuerdo a

$$f_Q(q^2) = f_D(q^2), \quad f_A(q^2) = \frac{f_D(q^2)}{q^2} \quad (3.27)$$

En el caso de neutrinos masivos, no se tiene una relación simple entre los factores de forma eléctrico y anapolar, debido a que el término  $q_\mu \not{q} \gamma_5$  en la expresión (3.23) no es despreciable. Pasemos a considerar el conjunto completo de diagramas de Feynman que contribuyen a la función vértice de neutrinos masivos de Dirac en el marco del modelo estándar ampliado con neutrinos derechos en la norma general  $R_\xi$ . La función vértice  $\Lambda_\mu(q)$  a orden de un lazo contiene las contribuciones proporcionadas por los dos tipos de diagramas: diagramas propios (Fig. 3.2) y diagramas de autoenergía  $Z - \gamma$  (Fig. 3.3). El cálculo directo de la función vértice para neutrinos masivos tomando en cuenta los diagramas de las Figuras (3.2) y (3.4), predice que cada uno de los diagramas de Feynman contribuye con términos proporcionales de  $\gamma_\mu \gamma_5$ . Estos términos se cancelan entre sí al sumar todas las contribuciones.

**CAPÍTULO 3. FÍSICA DEL NEUTRINO**  
**3.3. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO**

---

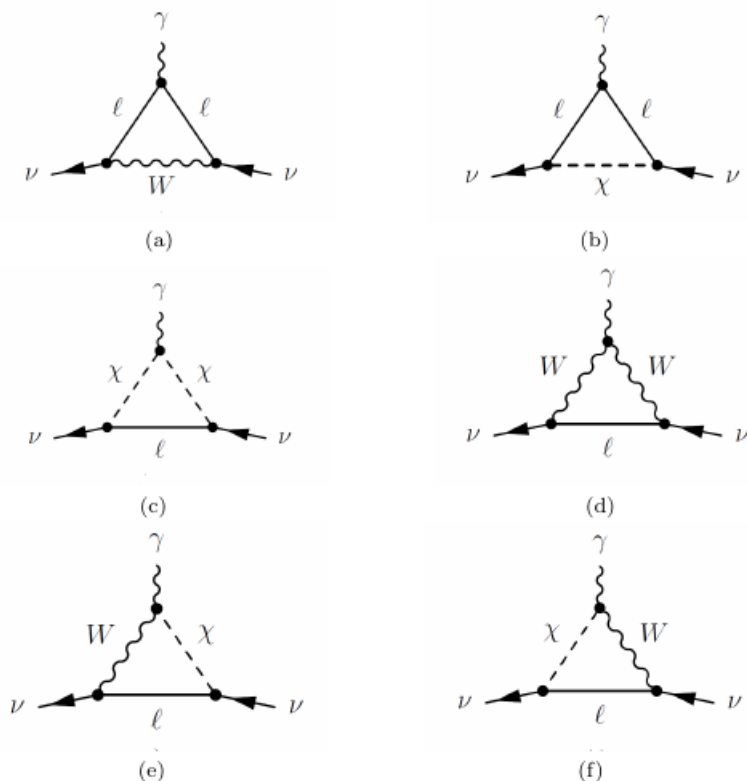


Figura 3.2: (a) – (f) Diagramas propios que contribuyen a la función vértice del neutrino en la norma  $R_\xi$ .

**Carga Eléctrica** En el modelo estándar es posible demostrar que la carga eléctrica de los neutrinos se cancela a cualquier orden de teoría de perturbaciones. La carga eléctrica para las partículas en este modelo está relacionada a los eigenvalores de  $SU(2)_L$  y  $U(1)_Y$  dados por  $Q = I_3 + \frac{Y}{2}$ . Sin incluir neutrinos derechos  $\nu_R$  en el modelo estándar, la cancelación de anomalías triangular fijan la hipercarga  $Y$  y como consecuencia la carga eléctrica está cuantizada. Esta es la razón por la que los neutrinos son eléctricamente neutros. Mediante cálculos directos en diferentes teorías de extensión, se ha demostrado a nivel de un lazo que la carga eléctrica de los neutrinos no masivos es independiente de la norma e igual a cero. Sin embargo, en el caso de neutrinos masivos, no resulta evidente que su carga eléctrica deba ser cero a cualquier orden en teoría de perturbaciones. Por esta razón no se puede asegurar que la carga eléctrica deba estar cuantizada. Los estrictos requerimientos para la cuantización de la carga pueden desaparecer en extensiones del ME de las interacciones electrodébiles si se incluyen neutrinos derechos  $\nu_R$  con hipercarga  $Y \neq 0$ . Los experimentos realizados imponen restricciones acerca de la carga eléctrica del neutrino de orden de

$$q_\nu \leq 10^{-21}e. \tag{3.28}$$

Cantidad que se obtiene asumiendo la conservación de carga eléctrica en el decaimiento beta.

**Momento Anapolar** El factor de forma anapolar es el más misterioso y ambiguo de los factores de forma del neutrino. Es una cantidad adimensional con características inusuales. Es conveniente acoplar el término correspondiente de la corriente de un campo electromagnético externo, para poder obtener la ecuación de Dirac de movimiento para el campo de neutrino  $\nu$  con masa  $m$  y finalmente obtener la interacción de la energía con el campo electromagnético estático en un límite

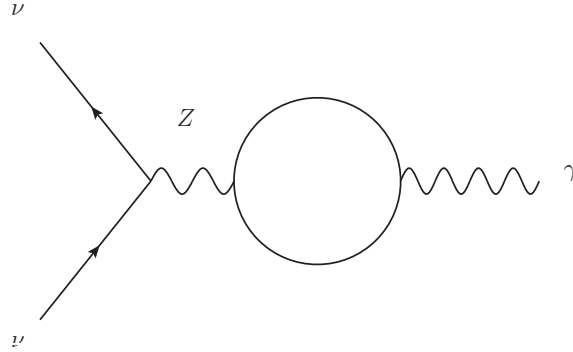


Figura 3.3: Contribución a la función vértice del neutrino de diagramas de auto-energía

no relativista. Desde esta óptica, se entiende directamente que el factor de forma  $f_Q(q^2)$  evaluado en  $q^2 = 0$  es la carga eléctrica. Análogamente  $\mu = f_M(0)$  y  $\epsilon = if_E(0)$ , son el momento dipolar magnético y eléctrico respectivamente. En la aproximación no relativista del término anapolar de la corriente electromagnética del neutrino, es posible obtener la energía de interacción

$$H_{int} \propto f_A(0)(\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \times \mathbf{B} - \dot{\mathbf{E}}), \quad (3.29)$$

que corresponde a una interacción de forma toroidal del neutrino invariante ante reversión temporal que no conserva  $C$  ni  $P$ . Esta interacción define la interacción vector-axial con un campo electromagnético externo.

**Momentos dipolar magnético y dipolar eléctrico** Los momentos dipolares magnético y eléctrico son los factores de forma más estudiados teóricamente y los mejores comprendidos. Dichos factores han sido ampliamente estudiados a nivel experimental, esto a pesar de que el momento magnético del neutrino dentro del modelo estándar es proporcional a su masa y por lo tanto su magnitud es muchos ordenes de magnitud menor que los límites experimentales actuales. Los primeros cálculos de los momentos dipolar eléctrico y magnético en el modelo estándar se realizaron mediante la evaluación de los diagramas (a) y (d) en la figura (3.2). De la evaluación directa de estos diagramas se obtiene el momento magnético en el caso de neutrinos de Dirac

$$\mu_{ii}^D = \frac{3eG_f m_i}{8\sqrt{2}\pi^2} \left( 1 - \frac{1}{2} \sum_{l=e,\mu,\tau} a_l |U_{li}|^2 \right), \quad (3.30)$$

siendo  $a_l = \frac{m_l^2}{M_W^2}$ . El momento magnético del neutrino es una propiedad asociada con los eigenestados de masa, si el neutrino tiene masa no nula entonces tiene también momento magnético. En modelos de extensión del ME se induce el momento magnético para neutrinos de Dirac en términos del magnetón de Bohr  $\mu_B = \frac{e}{2m_e}$

$$\mu_\nu = \frac{3G_F m_e m_\nu}{4\sqrt{2}\pi^2} \mu_B \quad (3.31)$$

mientras que en caso de neutrinos de Dirac no masivos, el momento magnético es cero.

Un neutrino de Majorana sólo puede tener momentos magnéticos de transición; un neutrino de Dirac puede tener momentos magnéticos tanto diagonales como no-diagonales, a pesar de que en el ME los momentos magnéticos no diagonales están suprimidos en relación con los momentos diagonales. Cálculos independientes de modelos muestran que si nueva física en el orden de TeVs contribuye al momento magnético del neutrino y si se encuentra que  $\mu_\nu \geq 10^{-15} \mu_B$ , entonces los

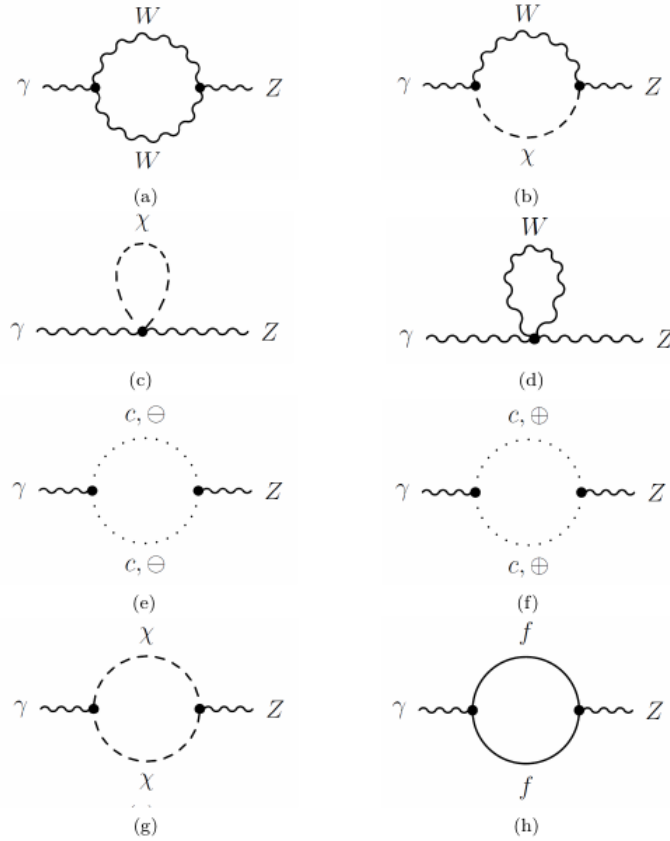


Figura 3.4: (a)–(h) Diagramas de auto-energía que contribuyen a las propiedades electromagnéticas del neutrino en la norma  $R_\xi$ .

neutrinos deben ser partículas de Majorana y no de Dirac (Barger 2012, insertar referencia) . Cabe resaltar que los esfuerzos experimentales para medir el momento magnético del neutrino son de gran interés.

### 3.4. Límites Experimentales al Momento Magnético del Neutrino

Los métodos mejor establecidos para la investigación experimental del momento magnético del neutrino están dados por mediciones directas en laboratorios de colisiones neutrino-electrón y antineutrino-electron a bajas energías, tanto con neutrinos (antineutrinos) solares, de acelerador y de reactor.

Una gran cantidad de estudios experimentales del momento magnético del neutrino, son estimulados por la esperanza de observar un valor mucho más grande que

$$\mu_{ii}^D \approx 3,2 \times 10^{-19} \left( \frac{m_i}{1 \text{ eV}} \right) \mu_B, \tag{3.32}$$

predicho en extensiones mínimas del ME (donde las masas de los neutrinos son distintas del cero). Esto sería un claro indicador de física más allá del ME. Por ejemplo, en cálculos de la contribución del momento magnético a  $\bar{\nu}_e - e$  en modelos con dimensiones extra se ha demostrado que la

### CAPÍTULO 3. FÍSICA DEL NEUTRINO

#### 3.4. LÍMITES EXPERIMENTALES AL MOMENTO MAGNÉTICO DEL NEUTRINO

contribución a la sección eficaz es comparable con la correspondiente al caso sin dimensiones extra y con el momento magnético del neutrino a un orden de  $\mu_\nu \sim 10^{-10} \mu_B$ . Experimentos futuros de mayor precisión pueden proveer nuevas cotas experimentales para estas teorías de dimensiones extra.

La sección efectiva para neutrinos del electrón en colisión con electrones puede ser escrita como una suma de la contribución del ME y del momento magnético del neutrino

$$\frac{d\sigma}{dt} = \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{SM} + \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_\mu. \quad (3.33)$$

La contribución del ME es [9]

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{SM} = \frac{G_F^2 m_e}{2\pi} \left[ (g_V + g_A)^2 + (g_V - g_A)^2 \left(1 - \frac{T}{E_\nu}\right)^2 + (g_V - g_A)^2 \frac{m_e T}{E_\nu^2} \right], \quad (3.34)$$

donde  $E_\nu$  es la energía inicial del neutrino y  $T$  es la energía de retroceso del electrón, la cual es medible experimentalmente. Los factores  $g_V$  y  $g_A$  son constantes de acoplamiento, en el caso de  $g_V$  están relacionadas al ángulo de Weinberg  $\theta_W$ .

La contribución del momento magnético del neutrino a la sección eficaz está dada por

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_\mu = \frac{\pi \alpha_{em}^2}{m_e^2} \left(\frac{1 - T/E_\nu}{T}\right) \left(\frac{\mu_\nu}{\mu_B}\right)^2. \quad (3.35)$$

La contribución del momento magnético cambia la helicidad del neutrino, contrario a la contribución del ME. Por lo tanto, para energías relativistas del neutrino la interferencia entre ambas contribuciones tiene un efecto despreciable sobre la sección eficaz total. Los dos términos,  $\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{SM}$  y  $\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_\mu$  exhiben una dependencia muy distinta de la energía de retroceso del electrón  $T$  de acuerdo a lo experimentalmente observable. Las secciones eficaces son promediadas sobre el espectro típico de neutrinos de reactor. Entre menor sea la energía de retroceso medida, menos serán los momentos magnéticos del neutrino investigados en el experimento. Se tiene que  $\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_\mu$  supera a  $\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{SM}$  por

$$T < \frac{\pi^2 \alpha^2}{G_F^2 m_e^2} \left(\frac{\mu_\nu}{\mu_B}\right)^2. \quad (3.36)$$

Los valores obtenidos de las cotas para los momentos magnéticos del neutrino en mediciones experimentales directas están muy lejos de provocar alguna distorsión observable en el espectro de la energía de retroceso del electrón. Los experimentos de este tipo comenzaron hace más de 30 años en el Savannah River Laboratory, donde colisiones  $\bar{\nu} - e$  fueron estudiadas por primera vez. Los resultados en los experimentos de los reactores de Krasnoyarsk y Rovno son, respectivamente,

$$\mu_\nu \leq 2,4 \times 10^{-10} \mu_B \quad \text{y} \quad \mu_\nu \leq 1,9 \times 10^{-10} \mu_B.$$

El análisis del espectro de la energía de retroceso del electrón en el experimento SuperKamiokande da

$$\mu_\nu \leq 1,1 \times 10^{-10} \mu_B.$$

Los límites de las cotas superiores se siguen actualizando, habiéndose obtenido en el experimento de neutrinos solares Borexino el límite

$$\mu_\nu \leq 5,8 \times 10^{-11} \mu_B.$$

Cabe mencionar que lo que se ha medido en los experimentos es un momento magnético efectivo  $\mu_e^{exp}$ , cuyo valor es una complicada función de los momentos magnéticos de transición  $\mu_{ij}$ . Los momentos magnéticos  $\mu_{ij}$ , en presencia de mezcla de neutrinos, son asociados a los eigenestados de masa de los neutrinos  $\nu_i$ .



## Capítulo 4

# Momento Dipolar Magnético del Neutrino en Modelos de Leptoquarks

### 4.1. Modelos de Leptoquarks

Los leptoquarks (LQs) son partículas hipotéticas que emergen de manera natural en modelos de gran unificación, los cuales tienen el objetivo de unificar las fuerzas electromagnética, débil y fuerte en una teoría invariante de norma bajo un grupo de gran unificación. Ciertas simetrías del ME, la existencia de 3 familias de leptones y quarks, y el hecho de que la cancelación de anomalías quirales requiere a todos los fermiones, sugieren que existe una relación fundamental entre los leptones y los quarks más allá de lo predicho en el ME. Los LQs fueron propuestos por Pati y Salam en 1974, quienes plantearon una teoría de gran unificación bajo el grupo de norma  $SU(4)_R \times SU(4)_L \times SU(4)$ , donde leptones y quarks se introducen en los multipletes del grupo de norma. En teorías bajo este grupo de norma, el número leptónico se considera como el cuarto número de color, los bosones de norma acarrean simultáneamente número bariónico y número leptónico. Esta es la propiedad especial que coloca a los LQs de otras partículas elementales: se acoplan simultáneamente a leptones y quarks. Así, estas partículas representan una fuente de nueva física que puede ser explorada en los experimentos de altas energías. Sin embargo, los LQs también se acoplarían a pares de quarks en interacciones que violan la conservación del número bariónico, por lo que podrían dar contribuciones peligrosas para el decaimiento del protón, el cual se llevaría a nivel de árbol. Esto último requiere de una simetría extra que prohíba acoplamientos de los LQs a diquarks, de otra manera las masas de los LQs deberían ser muy pesadas y sus efectos no serían observables a escalas de energías bajas. Debido a esto, sólo son fenomenológicamente atractivas las teorías renormalizables donde las interacciones de los LQs conservan los números bariónico y leptónico. Pese a estas restricciones, existe una gran cantidad de modelos de extensión del ME, con sólidas motivaciones, los cuales predicen LQs de tipo escalar y de tipo vectorial.

Los LQ son serios candidatos para explicar posibles anomalías presentes en mediciones en experimentos de colisionadores de partículas. Sin embargo, dichas anomalías no han sido confirmadas por mediciones más detalladas y no se ha logrado confirmar la presencia de estas partículas en tales procesos. Se ha propuesto la posibilidad de que los LQs sean responsables de anomalías como desviaciones con respecto a estimaciones teóricas del ME reportadas por el LHCb en el decaimiento  $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ .

Una forma muy práctica para estudiar los LQs sin considerar la complejidad de un modelo que lo predice se base en el uso de teorías efectivas para estudiar sus acoplamientos y sus efectos en diversos procesos. En particular, en este trabajo nos interesa estudiar los efectos de los LQs

## CAPÍTULO 4. MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO DEL NEUTRINO EN MODELOS DE LEPTOQUARKS

### 4.1. MODELOS DE LEPTOQUARKS

---

en las propiedades electromagnéticas de los neutrinos, que se inducen mediante el vértice  $\nu\nu \rightarrow \gamma$  a nivel de un lazo ya que como sabemos a nivel de árbol este vértice tiene una amplitud nula. Esto se debe a que, como bien sabemos, los neutrinos son eléctricamente neutros y en principio no deberían tener interacción con el fotón. Sin embargo, como ya se ha mencionado, la evidencia experimental arroja pistas que hacen relevante el estudio teórico y fenomenológico de las propiedades electromagnéticas de los neutrinos. En nuestro trabajo consideraremos la contribución de los LQs en diagramas a un lazo, mediante las reglas de Feynman que emanan de teorías efectivas, para llevar a cabo los cálculos y obtener información acerca de las propiedades electromagnéticas del neutrino; más específicamente una forma explícita para el factor de forma de momento magnético.

#### 4.1.1. Propiedades de los LQs

En virtud de la gran cantidad de modelos que predicen la existencia de leptosquarks [10], es conveniente el estudio de la fenomenología de LQs mediante de un enfoque independiente de un modelo a través de una lagrangiana efectiva. Una teoría efectiva no es más que una aproximación a bajas energías de una teoría más completa cuyos detalles no conocemos. Esto nos lleva a la conjetura de que el ME es, de hecho, una teoría efectiva de una teoría más extensa y completa cuyos detalles aún ignoramos. Podemos concentrarnos en interacciones de LQs a baja energía y, sin pérdida de generalidad, omitir de nuestro estudio los detalles de la teoría completa a altas energías (conocida como ultraviolet completion en inglés) [8]. Para realizar nuestro estudio consideraremos un modelo simple y renormalizable de LQs de tipo escalar, cuyos términos de interacción son invariantes bajo el grupo de norma  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  y que no requiere de una simetría extra para prevenir el decaimiento del protón ya que de manera natural prohíben interacciones con diquarks. Cabe destacar que solo consideramos LQs de tipo escalar porque las cotas experimentales que existen para los acoplamientos de LQs de tipo vectorial son muy fuertes y actualmente este tipo de partículas no son consideradas de gran interés.

La convención usual es que los quarks tienen número bariónico  $B = 1/3$  y los leptones tienen número leptónico  $L = 1$ , de manera que los LQs poseen un número fermiónico bien definido, el cual está dado por  $F = 3B + L$ . Las posibles cargas eléctricas de los LQs son  $Q = \pm 5/3e$ ,  $Q = \pm 4/3e$ ,  $Q = \pm 2/3e$  y  $Q = \pm 1/3e$ . Dependiendo del número fermiónico, los leptosquarks se acoplan a los fermiones del ME, tal que si  $|F| = 2$  estos decaen a pares quark-leptón, mientras que en el caso  $F = 0$  decaen a pares antiquark-leptón.

Bajo el grupo  $SU(3)$  todos los quarks son tripletes, mientras que los leptones son representados por singletes. Esto implica que los LQs deben transformarse como tripletes o antitripletes en la representación de  $SU(3)$ . Debido a esta representación, se tiene como consecuencia el acoplamiento de LQs a pares quark-quark. Por otro lado, bajo  $SU(2)$  los quarks y leptones son representados como singletes o dobletes. Las contracciones quark-leptón pueden ser tripletes, dobletes o singletes del grupo  $SU(2)$ . Estas representaciones necesitan ser contraídas con los multipletes de LQs que tengan la misma dimensionalidad de  $SU(2)$  para que los términos sean invariantes de norma. De esta manera, los LQs pueden ser introducidos como tripletes, dobletes o singletes de  $SU(2)$  y su dimensionalidad bajo este grupo es un distintivo entre los distintos tipos de LQs. Es decir, la representación de LQs bajo el grupo  $SU(2)$  es menos trivial respecto a la representación bajo  $SU(3)$ . Particularmente, en los modelos de LQs que nos interesan, de donde se desprenderán las reglas de Feynman necesarias para nuestro cálculo, se añade al ME un doblete de  $SU(2)$  de LQs con hipercarga  $7/6$ , dando lugar a dos LQs con cargas eléctricas  $5/3e$  y  $2/3e$  respectivamente. La fenomenología de este modelo ha sido estudiada en [11].

Otra forma de clasificar a los LQs es de acuerdo a la quiralidad de sus acoplamientos con los fermiones del ME. Si los LQs se acoplan a quarks izquierdos y derechos simultáneamente, estos se conocen como LQs no-quirales. Mientras que si se acoplan exclusivamente a quarks derechos o izquierdos, se clasifican como LQs quirales. De los dos LQs que surgen en el modelo de nuestro

**CAPÍTULO 4. MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO DEL NEUTRINO EN  
MODELOS DE LEPTOQUARKS  
4.1. MODELOS DE LEPTOQUARKS**

---

LQ	$SU_c(3)$	$SU_L(2)$	$Y$	$Q_{em}$	L	B
$S_0$	<b>3</b>	<b>1</b>	$-2/3$	$-1/3$	1	$1/3$
$S_{1/2}$	<b>3*</b>	<b>2</b>	$-7/3$	$(-2/3, 5/3)$	1	$-1/3$
$\tilde{S}_{1/2}$	<b>3*</b>	<b>2</b>	$-1/3$	$(1/3, -2/3)$	1	$-1/3$
$S_1$	<b>3</b>	<b>3</b>	$-2/3$	$(2/3, -1/3, -4/3)$	1	$1/3$

Tabla 4.1: LQs escalares que se introducen en multipletes del grupo  $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ .

interés, el LQ que posee carga eléctrica  $Q = 5/3e$  es no-quiral.

#### 4.1.2. Reglas de Feynman de los LQs escalares

En nuestro análisis únicamente consideraremos a los LQs escalares con número fermiónico  $F = 0$ . En general existen 5 tipos de LQs, pero sólo 4 de éstos se acoplan a neutrinos. Estos son los que se muestran en la Tabla 4.1 junto con sus números cuánticos respectivos bajo el grupo de norma  $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ .

En particular, sin pérdida de generalidad consideraremos el LQ denominado  $S_{1/2} = (S_{1/2}, S_{-1/2})^T$ , el cual tiene números cuánticos  $(3, 2, -7/3)$  bajo el grupo de norma  $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ . Este LQ se acopla a los neutrinos y puede dar lugar a las propiedades electromagnéticas de estos. A Este doblete da lugar a dos LQs escalares que se acoplan a quarks y leptones, denominados  $\Omega_{5/3} \equiv S_{1/2}$  y  $\Omega_{-2/3} \equiv S_{-1/2}$ , de cargas eléctricas  $5/3e$  y  $2/3e$ , respectivamente, pero solo el LQ  $S_{-2/3}$  se acopla a los neutrinos. Este doblete de LQs tiene la siguiente interacción efectiva renormalizable

$$\mathcal{L}_{F=0} = h_{2L}^{ij} R_2^T \bar{u}_R^i i\tau_2 L_L^j + h_{2R}^{ij} \bar{Q}_L^i e_R^j R_2 + h.c., \quad (4.1)$$

donde  $L_L^i$  y  $Q_L^i$  son leptones y quarks representados en dobletes de  $SU(2)$ , mientras que  $e_R^i$  y  $q_R^i$  son singletes, siendo  $i$  y  $j$  índices de generación;  $\tau_2$  es la matriz de Pauli de índice  $i = 2$ .

Después de rotar a los eigenestados de masa de los LQ  $S_{1/2}$  y  $S_{-1/2}$ , obtenemos la siguiente interacción con los neutrinos (omitimos otros términos que no son de interés para nuestro trabajo)

$$\mathcal{L}_R = \lambda_L^{ij} \bar{u}^i P_L \nu^j S_{-1/2}^* + h.c. \quad (4.2)$$

donde  $P_{L,R}$  son los operadores de proyección quirál

$$P_{L,R} = \frac{1 \mp \gamma^5}{2}. \quad (4.3)$$

Los acoplamientos  $\lambda_L^{ij}$  contienen la información sobre los eigenestados de masa y por ahora, no hará falta conocer sus formas específicas. Cabe resaltar que mientras  $S_{1/2}$  tiene acoplamientos izquierdos y derechos, el LQ  $S_{-1/2}$  solo tiene acoplamientos quirales.

Sin embargo, para tener un cálculo más general, consideraremos un LQ escalar  $S$  con carga eléctrica  $Q_S$  con una interacción a un par quark-neutrino con acoplamientos tanto izquierdos y derechos como sigue

$$\mathcal{L}^{Sq\nu} = i\bar{q} \left( \lambda_L^{Sq\nu} P_L + \lambda_R^{Sq\nu} P_R \right) \nu S^* + h.c. \quad (4.4)$$

Esto permitirá abarcar más modelos de LQs y no solo el que hemos descrito arriba. Dado que no se está especificando un mecanismo para la generación de masa del neutrino, añadir el acoplamiento derecho nos permite asumir que de esta forma el cálculo es más general.

Para nuestro cálculo también requerimos el acoplamiento del LQ  $S$  a un fotón. Esta interacción puede escribirse de manera genérica como

$$\mathcal{L} = ieQ_S \overleftrightarrow{\partial}_\mu S_i^* A_\mu, \quad (4.5)$$

**CAPÍTULO 4. MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO DEL NEUTRINO EN  
MODELOS DE LEPTOQUARKS**  
4.2. CÁLCULO DE LAS PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO

---

donde  $Q_S$  es la carga eléctrica del LQ en unidades de  $e$ , la cual evidentemente debe ser la misma del quark al que se acopla.

Las reglas de Feynman pertinentes a nuestro cálculo se obtienen de los Lagrangianos de interacción (4.2) y (4.5) y se muestran en la Fig. 4.1.

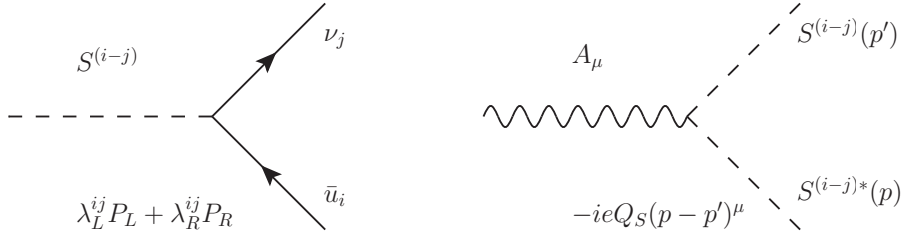


Figura 4.1: Reglas de Feynman más generales para las interacciones de un LQ escalar con los fermiones y con un fotón.

## 4.2. Cálculo de las propiedades electromagnéticas del neutrino

### 4.2.1. Cálculo de Amplitudes

El objetivo principal de este trabajo es el estudio de las propiedades electromagnéticas de los neutrinos mediante el uso de teorías efectivas de LQs. Dentro del modelo que ya hemos especificado, estas propiedades reciben contribuciones del LQ  $S_{-1/2}$ , que se acopla a un quark up y a un neutrino, mediante los diagramas de Feynman a un lazo que se muestran en la Fig. 4.2.

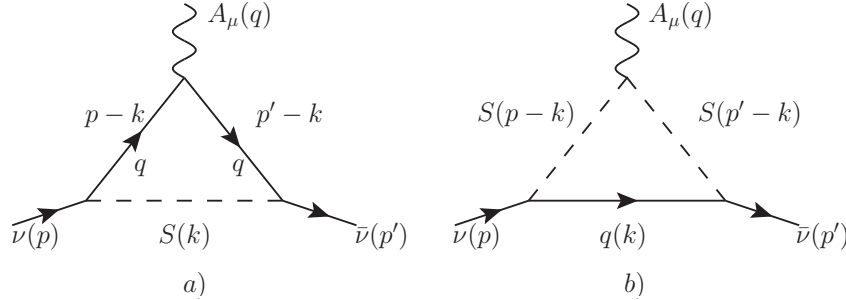


Figura 4.2: Diagramas de Feynman que contribuyen a las propiedades electromagnéticas de un neutrino en modelos efectivos de LQs invariantes de norma bajo  $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ .

Para nuestro cálculo utilizaremos las reglas de Feynman presentadas en la sección anterior. Como ya mencionamos, deseamos presentar las expresiones más generales para la contribución de un LQ al momento magnético de un neutrino. Por ello consideraremos un LQ de carga  $Q_S = Q_q$  que puede acoplarse a un quark  $q_i$  y un neutrino  $\nu_j$  de distinta familia fermiónica mediante un acoplamiento como el mostrado en la figura 4.1. En el caso del diagrama (a) tenemos el vértice que involucra al LQ  $S$ , neutrinos  $\nu$  y quarks  $q$ ; así como el vértice del ME cuya regla está dada por (2.99), el cual involucra un par de fermiones y un fotón. Notemos que no se está especificando a qué generación pertenecen los neutrinos en la interacción, por lo que el análisis es general para los tres tipos de neutrino ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ), esto siempre y cuando dentro del mismo diagrama tanto  $\nu(p)$  como  $\bar{\nu}(p')$  pertenezcan a la misma generación. En el diagrama (b) tenemos de nuevo el vértice

**CAPÍTULO 4. MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO DEL NEUTRINO EN  
MODELOS DE LEPTOQUARKS**  
4.2. CÁLCULO DE LAS PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO

---

entre el LQ  $S$ , el neutrino  $\nu$  y el quark  $q$ , así como la interacción entre par de LQs y el fotón  $\gamma$ . En ambos diagramas, para el LQ interno  $S$  se añade un propagador escalar análogo al requerido en el caso de un Bosón de Higgs, dado por la expresión (2.94).

Así mismo, se aplican las reglas del ME de propagadores para líneas fermiónicas internas, el vector de polarización para un fotón externo, así como los espinores  $\psi(p)$  y  $\bar{\psi}(p)$ , para fermiones entrantes y salientes respectivamente. Todo esto presentado en el Capítulo 1.

A continuación se establecerán las condiciones cinemáticas necesarias para realizar el cálculo. Veamos primero las condiciones de capa de masa de las partículas externas

$$p^2 = m_\nu^2, \quad p'^2 = m_\nu^2, \quad q^2 = 0, \quad (4.6)$$

donde  $q$ ,  $p$  y  $p'$  son los 4-momentos del fotón externo y de los neutrinos entrante y saliente, respectivamente. A partir de estas condiciones, por conservación de 4-momento se deriva la condición

$$\Rightarrow \begin{aligned} q^2 = 0 &= 2m_\nu^2 - 2p \cdot p' \\ p \cdot p' &= m_\nu^2. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Tomemos en cuenta también la condición de transversalidad para el cuadrimento del fotón

$$\epsilon^\mu q_\mu = 0 \quad (4.8)$$

gracias a la cual nos será posible llevar a cabo la sustitución  $p^\mu \rightarrow p'^\mu$  durante el cálculo.

Cuando se trata de diagramas de Feynman a nivel de un lazo, uno de los 4-momentos correspondientes a las líneas internas del diagrama permanece indeterminado, el cual se denomina por la letra  $k$ . Debido a esto es necesario realizar una integración para todos los posibles valores de  $k$ , es decir, integrar sobre el espacio de momentos. Para esta tarea emplearemos parametrización de Feynman junto con regularización dimensional. Es de resaltar que la elección de la partícula virtual que acarreará el cuadrimento indeterminado  $k$  es irrelevante, queda a libre elección pues el resultado será independiente; sin embargo, es posible que los pasos intermedios del cálculo de compliquen o faciliten dependiendo de la elección. A continuación, obtendremos las amplitudes de los diagramas en la Fig. 4.2.

Las amplitudes de ambos diagramas tendrán la siguiente forma

$$\mathcal{M}_{a,b}^\mu = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \mu^{4-D} \bar{u}(p', m_\nu) \Gamma_{a,b}^\mu u(p, m_\nu), \quad (4.9)$$

donde omitimos el vector de polarización correspondiente al fotón  $\epsilon_\mu^*$ . En lo posterior, por simplicidad de la notación, se omitirá la dependencia en  $m_\nu$  de los espinores.

Resaltemos que el cálculo se realizará por el método de regularización dimensional. Esto quiere decir que la integración se ha elevado a  $D$  dimensiones con la finalidad de manejar fácilmente las divergencias que surgen en la región  $|k| \rightarrow \infty$ . Al finalizar el cálculo las divergencias ultravioletas aparecen aisladas en polos de  $D-4$ , mientras que para los términos finitos se toma el límite  $D \rightarrow 4$ . Las divergencias ultravioletas deben cancelarse al sumar todos los diagramas que contribuyen a un proceso determinado, de otra manera se requerirá renormalización. Analizaremos primero la amplitud para el diagrama (b), para el cual el término  $\Gamma_b^\mu$  tiene la forma

$$\Gamma_b^\mu = -e Q_S \frac{(\lambda_L^{S\nu q} P_L + \lambda_R^{S\nu q} P_R)(\gamma^\alpha k_\alpha + m_q)(\lambda_L^{S\nu q} P_R + \lambda_R^{S\nu q} P_L)(p + p' - 2k)^\mu}{(k^2 - m_q^2)((k-p)^2 - m_S^2)((k-p')^2 - m_S^2)}. \quad (4.10)$$

Para resolver las integrales usaremos el método de parametrización de Feynman. Este método es una técnica ampliamente utilizada para evaluar las de integrales que surgen al calcular diagramas

**CAPÍTULO 4. MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO DEL NEUTRINO EN  
MODELOS DE LEPTOQUARKS**  
4.2. CÁLCULO DE LAS PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO

---

de Feynman a nivel de uno o más lazos. Para esto es necesario expresar el denominador en la ecuación (4.10) de la siguiente manera

$$\frac{1}{D_1 D_2 D_3} = 2 \int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{dy}{(xD_3 + yD_2 + (1-x-y)D_1)^3} \quad (4.11)$$

en donde (la elección de las  $D_i$  es arbitraria). En este caso,

$$D_1 = k^2 - m_q^2, \quad (4.12)$$

$$D_2 = (p' - k)^2 - m_S^2 = k^2 + m_\nu^2 - 2p' \cdot k - m_S^2, \quad (4.13)$$

$$D_3 = (p - k)^2 - m_S^2 = k^2 + m_\nu^2 - 2p \cdot k - m_S^2. \quad (4.14)$$

Así, al aplicar la parametrización de Feynman se tiene

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &= xD_1 + yD_2 + (1-x-y)D_3 \\ &= k^2 + 2(x+y+1)k \cdot p' - 2yk \cdot p + (x-1)m_S^2 - (x-1)m_\nu^2 - xm_q^2 \\ &= k^2 + 2k \cdot r - m_F^2 \end{aligned} \quad (4.15)$$

en donde

$$r = (x+y-1)p' - yp \quad (4.16)$$

$$m_F^2 = (1-x)m_S^2 + (x-1)m_\nu^2 + xm_q^2. \quad (4.17)$$

De manera que ahora es posible escribir la amplitud del diagrama (b) de la siguiente manera

$$\mathcal{M}_b^\mu = -2 \frac{eQ_S}{(2\pi)^D} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \bar{u}(p') T^\mu(p, p', k) u(p) \quad (4.18)$$

donde

$$\begin{aligned} T^\mu(p, p') &= \int d^D k \frac{(\lambda_L^{S\nu q} P_L + \lambda_R^{S\nu q} P_R)(\not{k} + m_q)(\lambda_L^{S\nu q} P_R + \lambda_R^{S\nu q} P_L)(p + p' - 2k)^\mu}{(k^2 - 2k \cdot r - m_F^2)^3} \\ &= \int d^D k \frac{\mathcal{T}^\mu(p, p', k)}{(k^2 - 2k \cdot r - m_F^2)^3}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Convengamos que el vector  $r$  como se ha definido en la expresión (4.16) es una constante en lo que a la variable  $k$  respecta. Una propiedad importante de estas integrales es que son invariantes ante desplazamientos de la variable de integración  $k$  por una constante, de este modo nos es posible realizar la sustitución  $k \rightarrow k - r$ . Esto nos permite hacer una simplificación crucial en el denominador de  $T^\mu$ , que ahora tendrá la forma

$$\mathcal{D}|_{k \rightarrow k-r} = k^2 - x(m_\nu^2(x-1) + m_q^2) + m_S^2(x-1) = k^2 - M_b^2. \quad (4.20)$$

Será necesario aplicar esta traslación a toda la integral, es decir, ahora se tiene  $\mathcal{T}^\mu(p, p', k) \rightarrow \mathcal{T}^\mu(p, p', k - r)$ , es decir:

$$\begin{aligned} T^\mu(p, p') &= \int \frac{d^D k}{(k^2 - M_b^2)^3} [\lambda_L^2 \not{k} P_R + \lambda_R^2 \not{k} P_L + \lambda_L (y\lambda_L \not{p} P_R - (x-1)\lambda_L \not{p}' P_R + \dots \\ &+ m_q \lambda_R) + y\lambda_R^2 \not{p} P_L - (x+y-1)\lambda_R^2 \not{p}' P_L - y\lambda_L^2 \not{p}' P_R] \times (k^\mu - x p^\mu) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Note que para simplificar la notación reemplazamos  $\lambda_L^{S\nu q}$  y  $\lambda_R^{S\nu q}$ , escribimos en su lugar  $\lambda_L$  y  $\lambda_R$ , respectivamente. Entonces la integral queda finalmente como

$$T^\mu(p, p') = \int \frac{d^D k}{(k^2 - M_b^2)^3} R^\mu(p, p', k). \quad (4.22)$$

**CAPÍTULO 4. MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO DEL NEUTRINO EN  
MODELOS DE LEPTOQUARKS**  
4.2. CÁLCULO DE LAS PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO

---

Recordemos que el Slash de Feynman  $\not{k}$  es notación para  $\gamma_\alpha k^\alpha$ . Así pues, notemos que las integrales a calcular en (4.21) son de la forma

$$\{J_3, J_3^\mu, J_3^{\mu\nu}\} = \int d^D k \frac{\{1, k^\mu, k^\mu k^\nu\}}{(k^2 - M^2)^3}. \quad (4.23)$$

Por invarianza de Lorentz, la integral  $J_3$  debe ser igual a un escalar, la integral  $J_3^\mu$  debe ser igual a un cuadrivector y la integral  $J_3^{\mu\nu}$  se debe igualar a un tensor de segundo orden. El integrando no contiene ningún cuadrivector constante, sólo el escalar  $M_b^2$  y el cuadrivector  $k$ , por lo que  $J_3^\mu = 0$  ya que no nos es posible construir un 4-vector a partir del integrando. En general, las integrales que contengan potencias impares en  $k$  serán cero, lo cual nos permitirá simplificar los resultados de las amplitudes. Ahora, el único tensor de segundo orden constante disponible es el tensor métrico  $g^{\mu\nu}$ , por lo que

$$J_3^{\mu\nu} = \int d^D k \frac{k^\mu k^\nu}{(k^2 - M^2)^3} = C g^{\mu\nu}, \quad \text{con } C = cte. \quad (4.24)$$

Esto permite llevar a cabo el reemplazo siguiente

$$k_\mu k_\nu \rightarrow \frac{k^2}{D} g_{\mu\nu}. \quad (4.25)$$

Las integrales que quedan pueden ser resueltas mediante coordenadas esféricas en  $D$  dimensiones. Llevando esos resultado al límite cuando  $D \rightarrow 4$ , obtenemos

$$I_3(M^2) = \int \frac{d^D k}{(k^2 - M^2)^3} = -\frac{i\pi^2}{2M^2}, \quad (4.26)$$

$$I_2(M^2) = \int \frac{d^D k}{(k^2 - M^2)^2} = i\pi^2(\Delta - \log M^2), \quad (4.27)$$

donde la divergencia ultravioleta que ha seguido al tomar el límite está contenida en el término  $\Delta$ , dado por

$$\Delta = -\frac{1}{\epsilon} + \gamma + \log \pi, \quad \text{con } \epsilon = \frac{D-4}{2}. \quad (4.28)$$

En la expresión (4.21) sustituiremos  $P_L$  y  $P_R$  por sus formas explícitas dependientes de  $\gamma^5$  y agrupamos los términos para aplicar los resultados (4.26) y (4.27).

$$\begin{aligned} T^\mu &= \frac{1}{4}[(\lambda_L^2 + \lambda_R^2)\gamma^\mu + (\lambda_L - \lambda_R)(\lambda_L + \lambda_R)\gamma^\mu\gamma^5]I_3(M_b^2) + \dots \\ &+ x p^\mu[(\lambda_L^2 + \lambda_R^2)(y \not{p} - (x+y-1)\not{p}') + \dots \\ &+ y(\lambda_L - \lambda_R)(\lambda_L + \lambda_R)\not{p}\gamma^5 - (\lambda_L - \lambda_R)(\lambda_L + \lambda_R)(x+y-1)\not{p}'\gamma^5 + \dots \\ &+ 2\lambda_L\lambda_R m_q]I_2(M_b^2). \end{aligned} \quad (4.29)$$

Tenemos ahora  $T^\mu$  en términos de los parámetros de Feynman  $x$  y  $y$  ya que se ha integrado sobre el cuadrimento indeterminado  $k$ .

En el siguiente paso introduciremos los espinores que aparecen en la expresión de la amplitud. Para poder extraer los factores de forma del resultado del cálculo, los cuales nos dan las propiedades electromagnéticas del neutrino, aplicaremos la identidad de Gordon. Es decir, haremos la sustitución

$$\bar{u}(p')p^\mu u(p) \rightarrow m_\nu \bar{u}(p')\gamma^\mu u(p) - \frac{1}{2}i\bar{u}(p')\sigma^{\mu\nu}q_\nu u(p) \quad (4.30)$$

$$\bar{u}(p')\gamma^5 p^\mu u(p) \rightarrow -\frac{1}{2}i\bar{u}(p')\sigma^{\mu\nu}\gamma^5 q_\nu u(p). \quad (4.31)$$

**CAPÍTULO 4. MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO DEL NEUTRINO EN  
MODELOS DE LEPTOQUARKS**  
4.2. CÁLCULO DE LAS PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO

---

De esta manera, una vez que hemos calculado  $\bar{u}(p')T^\mu u(p)$ , obtenemos la amplitud para el diagrama (b)

$$\mathcal{M}_b^\mu = \frac{-eQ_S}{8\pi^2} [F_{1b}\bar{u} \cdot \gamma^\mu \cdot u + F_{15b}\bar{u} \cdot \gamma^\mu \gamma^5 \cdot u + F_{2b}\bar{u} \cdot \sigma^{\mu\nu} q_\nu \cdot u + F_{25b}\bar{u} \cdot \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 q_\nu \cdot u] \quad (4.32)$$

donde los coeficientes  $F_{i b}$  son los factores de forma, los cuales tendrán la forma general

$$F_i = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy f_i. \quad (4.33)$$

Mientras que

$$f_{1b} = \frac{1}{2M_b^2} [ -2m_\nu^2(x-1)x + \Delta M_b^2 - M_b^2 \log(M_b^2) ] (\lambda_L^2 + \lambda_R^2) + 4xm_\nu m_q \lambda_L \lambda_R, \quad (4.34)$$

$$f_{15b} = \frac{1}{2} [ (\lambda_L^2 - \lambda_R^2) (\Delta - \log M_b^2) ], \quad (4.35)$$

$$f_{2b} = \frac{x}{2M_b^2} [ m_\nu(x-1)(\lambda_L^2 + \lambda_R^2) - 2m_q \lambda_L \lambda_R ], \quad (4.36)$$

$$f_{25b} = \frac{-m_\nu x}{2M_b^2} [ (\lambda_L^2 - \lambda_R^2)(x+2y-1) ]. \quad (4.37)$$

Por otro lado, el cálculo del diagrama (a) se realiza siguiendo la misma metodología mediante parametrización de Feynman. La amplitud de este diagrama tiene la forma dada en la expresión (4.9), con

$$\Gamma_a^\mu = eQ_q \frac{(\lambda_L^{S\nu q} P_L + \lambda_R^{S\nu q} P_R)(\not{p}' - \not{k} + m_q)\gamma^\mu(\not{p}' - \not{k} + m_q)(\lambda_L^{S\nu q} P_R + \lambda_R^{S\nu q} P_L)}{(k^2 - m_S^2)((p' - k)^2 - m_q^2)((p - k)^2 - m_q^2)}. \quad (4.38)$$

Una vez que se aplica la parametrización de Feynman, obtenemos un denominador de la forma  $k^2 - M_a^2$ , donde  $M_a^2$  está dada como

$$M_a^2 = x((x-1)m_\nu^2 + m_S^2) - (x-1)m_q^2. \quad (4.39)$$

Una vez que se realizan todos los pasos que llevamos acabo previamente para los cálculos del diagrama (b), se llega a una amplitud similar a la ecuación (4.32), la cual está dada por

$$\mathcal{M}_a^\mu = \frac{eQ_q}{8\pi^2} [F_{1a}\bar{u} \cdot \gamma^\mu \cdot u + F_{15a}\bar{u} \cdot \gamma^\mu \gamma^5 \cdot u + F_{2a}\bar{u} \cdot \sigma^{\mu\nu} q_\nu \cdot u + F_{25a}\bar{u} \cdot \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 q_\nu \cdot u], \quad (4.40)$$

con los factores de forma dados por

$$f_{1a} = \frac{-1}{2M_a^2} [ [m_\nu^2 x^2 + (\Delta - 1)M_a^2 - M_a^2 \log(M_a^2) + m_q^2] (\lambda_L^2 + \lambda_R^2) + 4xm_\nu m_q \lambda_L \lambda_R ] \quad (4.41)$$

$$f_{15a} = \frac{-1}{2M_a^2} [ (\lambda_L^2 - \lambda_R^2) (-m_\nu^2 x^2 + (\Delta - 1)M_a^2 - M_a^2 \log M_a^2 + m_q^2) ] \quad (4.42)$$

$$f_{2a} = \frac{x-1}{2M_a^2} [ m_\nu x (\lambda_L^2 + \lambda_R^2) + 2\lambda_L \lambda_R m_q ] \quad (4.43)$$

$$f_{25a} = \frac{m_\nu x}{2M_a^2} [ (\lambda_L^2 - \lambda_R^2)(x+2y-1) ]. \quad (4.44)$$

Una vez que hemos obtenido los factores de forma de ambos diagramas mediante el cálculo de las amplitudes, hay que sumar ambas contribuciones e integrar los resultados.

**CAPÍTULO 4. MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO DEL NEUTRINO EN  
MODELOS DE LEPTOQUARKS**  
4.2. CÁLCULO DE LAS PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO

---

**4.2.2. Estudio de los factores de forma**

Recordemos la ecuación (3.25). Los factores de forma  $F_{i'}$  obtenidos al sumar las contribuciones  $F_{i'a}$  y  $F_{i'b}$  nos darán las propiedades electromagnéticas que buscamos. Se tomará en cuenta que  $Q_S = -Q_q$  por conservación de la carga eléctrica en el vértice  $S\bar{q}\nu$ .

Para el caso de los factores de forma  $F_{25a,b}$ , que de acuerdo con la ecuación (3.25) están relacionados con el momento dipolar eléctrico del neutrino, es posible llevar a cabo las integrales paramétricas de forma analítica antes de sumar ambos términos y comprobamos que ambas contribuciones son cero de forma independiente. Este resultado era de esperarse en vista de que no se ha considerado violación de  $CP$ .

Para los siguientes factores de forma, realizamos la integral sobre el parámetro  $y$  independientemente en las expresiones para la contribución de cada diagrama y posteriormente sumamos ambas contribuciones. En el caso del factor de forma  $F_1 = F_{1a} + F_{1b}$ , conocido como factor de forma eléctrico, se escribe

$$F_1 = \int_0^1 dx f_1 \quad (4.45)$$

con

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{eQ_q(1-x)}{32\pi^2 M_a^2 M_b^2} [[x^2 m_\nu^2 (2x^2 - 3x + 1) + x m_\nu^2 (m_S^2 (x-1)^2 - m_q^2 (x^2 - 4x + 2))] \\ &+ x(m_q^2 - m_S^2)(x m_q^2 - x m_S^2 + m_S^2) + M_a^2 M_b^2 (\log(M_a^2) - \log(M_b^2))] (\lambda_L^{S\nu q^2} + \lambda_R^{S\nu q^2}) \\ &+ [4m_\nu m_q x (1-x)^2 (2x-1)(m_q^2 - m_S^2)] \lambda_L^{S\nu q} \lambda_R^{S\nu q}, \end{aligned} \quad (4.46)$$

notemos que las divergencias ultravioleta  $\Delta$  se han cancelado. Es decir, como se esperaba, el factor de forma es finito. Esto se cumple para el resto de los factores de forma.

Una vez calculada la integral sobre el parámetro  $x$  indicada en la ecuación (4.46), para lo cual se hizo uso del software Mathematica, obtenemos que

$$F_1 = 0, \quad (4.47)$$

que es el resultado esperado pues este factor es relacionado a la carga eléctrica del neutrino, que recordemos es una partícula eléctricamente neutra.

Para el factor de forma  $F_{15} = F_{15a} + F_{15b}$ , relacionado al momento anapolar del neutrino, una vez hecha la integral paramétrica sobre  $y$  es posible realizar la suma de contribuciones, teniendo un resultado de una forma análoga a (4.45), con

$$\begin{aligned} f_{15} &= \frac{eQ_q(1-x)(\lambda_L^{S\nu q^2} - \lambda_R^{S\nu q^2})}{32\pi^2 M_a^2} [x(m_\nu^2(2x-1) - m_q^2 + m_S^2) \\ &- M_a^2 [\log(M_b^2) - \log(M_a^2) + m_q^2(x-1)]] \end{aligned} \quad (4.48)$$

este factor de forma también se hace cero al evaluar la integral paramétrica restante.

Finalmente nos quedamos con el factor de forma  $F_2$  el cual está relacionado al momento dipolar magnético del neutrino y es, de hecho, el único factor de forma cuya contribución no es cero. Una vez realizada la integral paramétrica sobre  $y$  y antes de realizar la suma de las contribuciones, es necesario tomar en cuenta que  $M_a^2 \neq M_b^2$ . Sin embargo, a partir de una simple inspección de las expresiones (4.39) y (4.20), observamos que realizar un cambio de variable  $x \rightarrow 1-x$  sobre cualquiera de los dos términos de masa,  $M_a^2$  o  $M_b^2$ , igualaría los términos. La integral paramétrica sobre  $x$  admite este cambio de variable ya que los límites de integración no cambian, así que lo aplicaremos a los resultados obtenidos para el diagrama (b) una vez realizada la integral sobre el parámetro  $y$ . Este factor de forma nos da el momento magnético del neutrino  $\mu_\nu$ , es decir

$$\mu_\nu = F_2 \quad (4.49)$$

**CAPÍTULO 4. MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO DEL NEUTRINO EN  
MODELOS DE LEPTOQUARKS**  
4.2. CÁLCULO DE LAS PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO

---

donde

$$F_2 = \frac{eQ_q}{16\pi^2} \int_0^1 dx \frac{(x-1)[(\lambda_L^{S\nu q^2} + \lambda_R^{S\nu q^2})m_\nu x + 2\lambda_L^{S\nu q}\lambda_R^{S\nu q}m_q]}{x(m_\nu^2(x-1) + m_S^2) - m_q^2(x-1)}. \quad (4.50)$$

Dado que la masa del neutrino es pequeña, podemos hacer una expansión en serie al rededor de  $m = 0$ . Tomaremos los primeros tres términos de la serie

$$\begin{aligned} \mu_\nu &\approx \frac{-em_\nu Q_q}{64\pi^2(m_q^2 - m_S^2)^3} \left[ (m_q^4 - 4m_q^2 m_S^2 \log(m_q/m_S) - m_S^4)(\lambda_L^{S\nu q^2} + \lambda_R^{S\nu q^2}) \right] \\ &- \frac{em_q Q_q}{16\pi^2(m_q^2 - m_S^2)^2} \left[ (m_q^2 - 2m_S^2 \log(m_q/m_S) - m_S^2)\lambda_L^{S\nu q}\lambda_R^{S\nu q} \right] \end{aligned} \quad (4.51)$$

También es posible hacer una expansión en serie para la masa del quark interno  $m_q$  tomando dos términos

$$\begin{aligned} \mu_\nu &\approx \frac{-em_\nu Q_q(\lambda_L^{S\nu q^2} + \lambda_R^{S\nu q^2})}{64\pi^2 m_S^2} \\ &+ \frac{em_q Q_q \lambda_L^{S\nu q} \lambda_R^{S\nu q} (2\log(m_q) + 2\log(\frac{1}{m_S}) + 1)}{16\pi^2 m_S^2}. \end{aligned} \quad (4.52)$$

En el caso de nuestro modelo se tiene

$$|\mu_\nu| \approx \frac{em_\nu Q_q \lambda_L^{S\nu q^2}}{64\pi^2 m_S^2} = \frac{m_\nu m_e Q_q \lambda_L^{S\nu q^2}}{32\pi^2 m_S^2} \mu_B, \quad (4.53)$$

donde se expresa el resultado final en magetones de Bohr.

### 4.2.3. Cotas sobre los parámetros del modelo de LQs

Ahora discutiremos brevemente sobre las cotas existentes sobre los parámetros del modelo: el acoplamiento  $\lambda_L^{S\nu q}$  y la masa del LQ  $m_S$ . En la referencia [12] se presenta un análisis sobre las cotas más recientes sobre los modelos de LQs que se obtienen a partir de la búsqueda directa de los efectos de los LQs en el LHC, las cuales son altamente dependientes de las particularidades del modelo de LQ y de sus posibles decaimientos. En particular, para un LQ escalar que se acopla a un neutrino  $\nu$  y un quark, con acoplamientos diagonales, en [12] se presenta el área de parámetros permitida a partir de la búsqueda de monojets en el LHC, donde el neutrino y el jet son productos del decaimiento de un LQ escalar. En la figura 4.3 reproducimos la gráfica presentada en [12] donde se muestra el área permitida sobre los parámetros de un modelo de un LQ escalar en el plano  $\lambda^{S\nu q}$  vs  $m_S$  para un quark ligero. Observamos que en el mejor de los casos se tiene  $m_S$  del orden de 1000 GeV con un acoplamiento  $\lambda^{S\nu q}$  del orden  $O(1)$ . Si consideramos estos valores se obtiene la siguiente estimación para el momento magnético dipolar de un neutrino considerando una masa del neutrino del orden de 5,5 eV:

$$\mu_\nu \sim 8,82 \times 10^{-21} \mu_B, \quad (4.54)$$

el cual se puede comparar con el valor del momento magnético del neutrino en el ME extendido con con neutrinos derechos  $\mu_\nu \sim 3,1 \times 10^{-19} \mu_B$ . Sin embargo, se requiere un análisis más detallado del modelo de LQ y los parámetros para obtener una estimación más precisa.

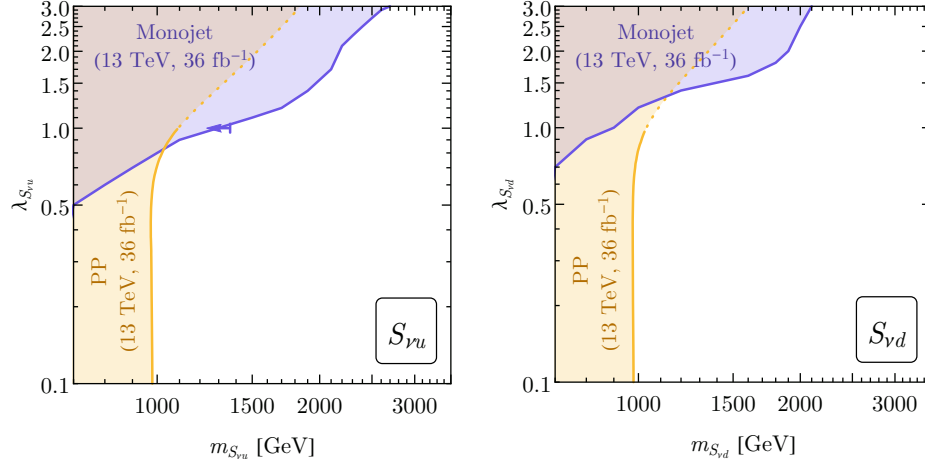


Figura 4.3: Región permitida sobre los parámetros de un modelo de un LQ escalar que decae predominantemente como  $S \rightarrow \nu u$  y  $S \rightarrow \nu d$  de acuerdo con la búsqueda de monojets en el LHC. Gráficas tomadas de la Ref. [12].

### 4.3. Conclusiones

Los neutrinos son partículas enigmáticas que ofrecen muchas oportunidades para la búsqueda de nueva física. Entre las interrogantes sobre el neutrino se encuentran el mecanismo de generación de su masa y su naturaleza como partícula de Dirac o de Majorana. En particular, el estudio de las propiedades electromagnéticas de los neutrinos, generadas por diagramas a nivel de uno o más lazos, puede arrojar evidencias de la naturaleza del neutrino. Entre las propiedades electromagnéticas de los neutrinos sobresale el momento dipolar magnético, que ha sido el foco de atención de diversos estudios experimentales y teóricos, ya que tiene una relación con la masa del neutrino. En la literatura existen diversos cálculos de las contribuciones de modelos de nueva física a las propiedades electromagnéticas de los neutrinos. En este sentido, las teorías de LQs recientemente han cobrado interés ya que estas partículas, que se acoplarían simultáneamente a leptones y quarks, podrían explicar diversas anomalías encontradas en decaimientos de mesones  $B$ , las cuales no son explicadas fehacientemente por el ME. Adicionalmente, los LQs ofrecen la posibilidad del estudio teórico y fenomenológico de fenómenos físicos no contemplados en el ME. Es por ello que desde hace décadas se ha tratado de encontrar evidencias de los LQs en los experimentos de altas energías pero los resultados no han sido conclusivos. Actualmente existen límites sobre la masa de estas partículas debido a su no observación en los experimentos realizados en el LHC. De acuerdo al tipo de LQ y sus modos de decaimiento, los límites para la masa de los LQ escalares se encuentra en el orden de unos cientos de GeV. Sin embargo, su búsqueda sigue y se podría esperar tener información concreta sobre ellos en futuros experimentos.

El objetivo del presente trabajo se centró en el estudio de las propiedades electromagnéticas del neutrino en una teoría de LQs escalares. Dichas propiedades describen la interacción del neutrino con el fotón en términos de factores de forma, inducidos por diagramas de un lazo, que están asociados a la carga eléctrica, el momento dipolar magnético, el momento dipolar eléctrico y el momento anapolar del neutrino. Se ha encontrado que los valores teóricos para el momento dipolar magnético del neutrino  $\mu_{\nu}$ , predichos por diversas teorías son varios órdenes de magnitud menores que las cotas experimentales reportadas en la actualidad. El cálculo que se realizó en este trabajo consistió en considerar un modelo efectivo lo más sencillo posible con LQs escalares en donde no hay decaimiento del protón. Los acoplamientos de los LQs están dados en términos de un lagran-

**CAPÍTULO 4. MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO DEL NEUTRINO EN  
MODELOS DE LEPTOQUARKS**  
4.3. CONCLUSIONES

---

giano efectivo. Después de obtener las amplitudes de los diagramas que inducen las propiedades electromagnéticas del neutrino en el modelo de estudio, se aplicó el método de parametrización de Feynman, junto con el esquema regularización dimensional, para realizar la integración en el espacio de momentos. Se obtuvo el resultado para los factores de forma de carga eléctrica  $F_1$ , momento dipolar eléctrico  $F_{25}$  y momento dipolar magnético  $F_2$  en términos de integrales de parámetros de Feynman. Posteriormente se demostró explícitamente que tanto los factores de forma de carga eléctrica como el del momento dipolar eléctrico se anulan, lo cual es consistente con el hecho de que el neutrino no tiene carga eléctrica y que el modelo que se estudia no contempla efectos de violación de la simetría  $CP$ .

En cuanto al factor de forma asociado al momento dipolar magnético del neutrino, se encontró que este depende de la masa del neutrino, como era de esperar, la masa del LQ y el acoplamiento  $\lambda_L^{S\nu q}$ . Cabe mencionar que en nuestro cálculo se considera que el neutrino tiene masa, aunque no se considera un modelo específico del mecanismo de generación de masa, la cual bien podría generarse por correcciones radiativas en el modelo de LQs. Como perspectiva de este trabajo se tiene la realización de un estudio bibliográfico más detallado de las cotas obtenidas por la búsqueda experimental de los LQs sobre la masa de éstos, así como las cotas indirectas que pueden obtenerse sobre sus acoplamientos. Esto nos permitiría obtener una estimación numérica más precisa de las contribuciones de LQs al momento magnético dipolar del neutrino en el modelo que estudiamos. Cabe mencionar que dado que nuestro cálculo fue realizado en una teoría efectiva de LQs, es posible que existan nuevas contribuciones a las propiedades electromagnéticas de los neutrinos una vez que se considere una teoría completa.

# Bibliografía

- [1] D. GRIFFITHS; *Introduction to elementary particles*. John Wiley and Sons, 1987.
- [2] F. HALZEN; A. D. MARTIN; *Quarks and leptons: an introductory course in modern particle physics*; John Wiley and Sons; 1984.
- [3] W.N. COTTINGHAM; D.A. GREENWOOD; *An introduction to the Standard Model of Particle Physics*. Cambridge University Press, 2007.
- [4] P. H. FRAMPTON; *Gauge field theories*; Wiley-vch; Third edition; 2008.
- [5] D. CALDWELL; *Current Aspects of Neutrino Physics*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2001.
- [6] Z. XING; S. ZHOU; *Neutrinos in Particle Physics, Astronomy and Cosmology*. Zhejiang University Press; Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.
- [7] R. MOHAPATRA; P. PAL; *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*. World Scientific Publishing Co, 2004.
- [8] A. BOLAÑOS, R. SÁNCHEZ AND G. TAVARES, Eur. Phys. J.C **79**, 700 (2019). <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-7211-8>
- [9] C. GIUNTI, A. STUDENIKIN, Phys. Atom. Nucl. **72**, 2089 (2009). arXiv:0812.3646v5 [hep-ph].
- [10] I. DORSNER, S. FAJFER, A. GRELJO, J. F. KAMENIK AND N. KOSNIK, Phys. Rept. **641**, 1 (2016). doi:10.1016/j.physrep.2016.06.001 [arXiv:1603.04993 [hep-ph]].
- [11] J.M. ARNOLD, B. FORNAL, M.B. WISE, Phys. Rev. D **88**, 35009 (2013). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.035009>
- [12] Y. ZHONG, M. SCHMALTZ, J. High Energ. Phys. 2019, 132 (2019). [https://doi.org/10.1007/JHEP01\(2019\)132](https://doi.org/10.1007/JHEP01(2019)132).