



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

**DESCOMPOSICIÓN ORTOGONAL DE UN CAMPO
ÓPTICO ALEATORIO USANDO EL MODULADOR
ESPACIAL DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO.**

Tesis presentada para obtener el título de: Licenciatura en Física Aplicada

Presenta: Jorge Luis Rodríguez Garciapiña

Asesorado por: Dr. Andrey Sergeyevich Ostrovsky

Puebla, Puebla 06 de junio de 2016

Agradecimientos

Índice general

1. Introducción	1
2. Descomposición ortogonal del campo óptico aleatorio	2
2.1. Representación del campo óptico aleatorio en modos coherentes	2
2.2. Problema de reconstrucción de la estructura modal del campo óptico.	3
2.3. Reconstrucción de la estructura modal en una base de referencia	4
2.4. Medición de coeficientes de descomposición ortogonales en un sistema óptico.	5
3. Modulador espacial de luz en base de cristal líquido nemático	8
3.1. Cristales líquidos	8
3.2. Modelo físico matemático de un modulador de cristal líquido MEL-CL	9
3.3. Modulador MEL-CL90°-twist.	11
3.4. Metodología de caracterización del MEL-CL	13
3.5. Experimentos y resultados.	19
4. Sistema experimental para la descomposición ortogonal de un campo óptico aleatorio	25
4.1. Generación de una fuente secundaria aleatoria con características dadas	25
4.2. Elección de la base de referencia y simulación numérica	26
4.3. Experimento	28
4.3.1. Materiales utilizados.	28
4.3.2. Caracterización de la fuente primaria	31
4.3.3. Caracterización de la fuente secundaria	33
4.4. Mascarillas de transmisión	35
5. Conclusiones	38
6. Apéndice 1: Tablas	41
6.1. Tabla	41
6.2. Código de las mascarillas.	41
6.3. Matriz \mathbf{C}_{kl}	42
6.4. Código para hallar la matriz de densidad espectral cruzada	42
Índice alfabético	44

Capítulo 1

Introducción

Durante la última década han sido hechos esfuerzos esenciales en el desarrollo de la teoría vectorial de coherencia para campos electromagnéticos [1]. La investigación experimental en esta área requiere de una fuente genuina, parcialmente coherente, parcialmente polarizada y propiedades estadísticas conocidas, sin embargo, la fuente comúnmente utilizada en la práctica es el láser de gas, cuya radiación es casi completamente coherente y completamente polarizada. Mediante el uso de moduladores espaciales de luz (MEL) y placas difusoras de fase [2-5] podemos modular a nuestra conveniencia las propiedades estadísticas de un láser convencional.

El análisis de sistemas ópticos con iluminación parcialmente coherente y parcialmente polarizada se simplifica de manera considerable utilizando la representación en modos coherentes (RMC) [6]. Para conocer dicha estructura modal, es necesario conocer de manera analítica la matriz de densidad espectral asociada al campo, y posteriormente resolver la ecuación integral de Fredholm, lo cual no siempre es posible. Para hacer frente a este problema se han desarrollado técnicas para la obtención de la representación modal de manera indirecta a través de la medición de cantidades físicas [7,8]. En el año 2015 el Dr. Andrey S. Ostrovsky plantea la representación de un campo electromagnético en una base de referencia para un campo electromagnético vectorial; este enfoque nos permite encontrar la estructura modal de un campo electromagnético resolviendo un problema de valores propios [9].

En esta tesis se pretende utilizar el enfoque propuesto por el Dr. Andrey S. Ostrovsky para realizar la descomposición modal de un campo óptico aleatorio escalar utilizando un modulador espacial de luz de cristal líquido de transmisión.

Capítulo 2

Descomposición ortogonal del campo óptico aleatorio

2.1. Representación del campo óptico aleatorio en modos coherentes

Consideremos un campo óptico escalar, quasi monocromático, ocupando algún dominio cerrado finito D [6]. Sea $V(\mathbf{r}, t)$ la señal analítica compleja asociada a este campo en el punto especificado por el vector de posición $\mathbf{r} = (x, y, z)$, en el tiempo t . Para cualquier campo óptico realista, $V(\mathbf{r}, t)$ es una función que fluctúa en el tiempo, la cual puede ser considerada como una visualización muestra de algún proceso aleatorio. Así, en el caso general, un campo óptico puede ser descrito en términos estadísticos. En el marco de la teoría de los momentos de segundo orden de los procesos aleatorios, la descripción estadística de un campo fluctuante está dada por la función de correlación cruzada $\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t_1, t_2)$, definida como:

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t_1, t_2) = \langle V^*(\mathbf{r}_1, t_1)V(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle, \quad (2.1)$$

donde el asterísco denota el complejo conjugado, y $\langle \rangle$ denotan el promedio tomado sobre un ensamble de todas las realizaciones posibles. Se dice que el campo aleatorio es estacionario en amplio sentido si la función de correlación cruzada depende de los dos argumentos temporales sólo a través de su diferencia $\tau = t_2 - t_1$, esto es:

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t_1, t_2) = \langle V^*(\mathbf{r}_1, t)V(\mathbf{r}_2, t + \tau) \rangle. \quad (2.2)$$

La función de correlación cruzada $\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)$ es conocida como la función de coherencia mutua, y representa la cantidad central de la teoría clásica de coherencia óptica. Puede notarse que $\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)$ describe un campo óptico en el dominio espacio tiempo.

Una descripción estadística alternativa de un campo óptico puede ser obtenida asumiendo que $\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)$ es absolutamente integrable en el rango $-\infty < \tau < \infty$ y, por consiguiente, puede ser representado por su transformada de Fourier:

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) \exp(-i2\pi\nu\tau) d\tau, \quad (2.3)$$

donde la variable de Fourier ν se entiende como la frecuencia. La función $W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu)$ es conocida como la función de densidad espectral cruzada del campo, y es la cantidad central de la teoría de coherencia en el dominio espacio frecuencia.

Veamos algunas propiedades de la función de densidad espectral cruzada. En primer lugar, asumiendo que $W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu)$ es una función continua de \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 acotada sobre algún dominio D , se encuentra que necesariamente es cuadrado integrable en D , es decir:

$$\int \int_D |W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu)|^2 d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 < \infty. \quad (2.4)$$

En segundo lugar, $W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu)$ posee simetría Hermitiana, esto es:

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu) = W^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu), \quad (2.5)$$

lo cual es consecuencia de tomar la transformada de Fourier en ambos lados de: $\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, -\tau) = \Gamma^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)$. En tercer lugar, se puede mostrar que: $W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu)$ es una función no negativa, es decir:

$$\int \int_D W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu) f^*(\mathbf{r}_1) f(\mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 > 0, \quad (2.6)$$

donde $f(\mathbf{r})$ es alguna función cuadrado integrable.

Como es bien sabido de la teoría de las ecuaciones integrales, cualquier función continua que satisface las condiciones (2.4) - (2.6), puede ser expresada en la forma de expansión de Mercer como:

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu) = \sum_n \lambda_n \varphi_n^*(\mathbf{r}_1, \nu) \varphi_n(\mathbf{r}_2, \nu), \quad (2.7)$$

donde $\lambda_n(\nu)$ son los eigenvalores y $\varphi_n(\mathbf{r}, \nu)$ son las eigenfunciones de la ecuación integral homogénea de Fredholm de segundo tipo:

$$\int_D W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu) \varphi_n(\mathbf{r}_1, \nu) d\mathbf{r}_1 = \lambda_n(\nu) \varphi_n(\mathbf{r}_2, \nu). \quad (2.8)$$

Es importante recalcar que todos los eigenvalores $\lambda_n(\nu)$ son reales y no negativos, es decir:

$$\lambda_n^*(\nu) = \lambda_n(\nu) \geq 0, \quad (2.9)$$

y las eigenfunciones $\varphi_n(\mathbf{r}, \nu)$ son mutuamente ortonormales en D (si esto no es así, puede lograrse usando el procedimiento Gram-Schmidt), es decir:

$$\int_D \varphi_n^*(\mathbf{r}, \nu) \varphi_m(\mathbf{r}, \nu) d\mathbf{r} = \delta_{nm}. \quad (2.10)$$

Las propiedades analizadas en esta sección son básicas en la representación en modos coherentes de un campo óptico aleatorio; éstas serán de suma importancia en el problema de la reconstrucción de la estructura modal de un campo óptico aleatorio, tanto para el caso escalar, como para el caso vectorial. En la siguiente sección se analizará a detalle este procedimiento.

2.2. Problema de reconstrucción de la estructura modal del campo óptico.

La representación en modos coherentes de un campo óptico, llevada a cabo por primera vez por Gammo [10] y después desarrollada por Wolf [11-13], es una herramienta esencial para describir los procesos y sistemas en óptica [6]. Hace no mucho, la teoría de la representación en modos coherentes, originalmente desarrollada para campos ópticos escalares, ha sido generalizada para el caso de campos electromagnéticos vectoriales [14-16]. Esta representación es definida a través de la solución a la ecuación integral de Fredholm, con el kernel tomado como la matriz de densidad espectral cruzada del campo. La matriz de densidad espectral cruzada del campo, como regla, es conocida a priori. En teoría, la matriz de densidad espectral cruzada del campo puede ser medida con cuatro experimentos de interferencia de Young [17,18], pero, en la práctica, tal medición es poco factible, en vista de la gran cantidad de datos por procesar.

Recientemente, un nuevo y prometedor enfoque al problema de la determinación experimental de la estructura de modos coherentes de un campo escalar ha sido propuesta por F. Ferreira y M. Belsley [19]. Este enfoque se basa en la descomposición de un campo escalar en alguna base ortogonal subsidiaria, lo cual permite una simplificación considerable en el proceso de medición de coherencia.

2.3. Reconstrucción de la estructura modal en una base de referencia

La estructura en modos coherentes de un campo electromagnético puede ser definida de una manera más práctica. Para hacer esto se asume que las realizaciones de cada componente ortogonal E_i del campo eléctrico pueden ser expandidas en alguna base ortogonal $\{\psi(\mathbf{x})\}$, la cual referiremos como la base de referencia, como sigue:

$$E_i(\mathbf{x}) = \sum_k a_{i;k} \psi_k(\mathbf{x}), \quad (2.11)$$

donde:

$$\int_D \psi_k^*(\mathbf{x}) \psi_l(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \delta_{kl}, \quad (2.12)$$

y:

$$a_{i;k} = \int_D E_i(\mathbf{x}) \psi_k^*(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (2.13)$$

Sustituyendo para E_i de (2.11) en (2.1):

$$\begin{aligned} W_{i,j}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) &= \langle \sum_k a_k^* \psi_k^*(\mathbf{x}_1) \sum_l a_l \psi_l(\mathbf{x}_2) \rangle \\ &= \sum_k \sum_l \langle a_k^* a_l \rangle \psi_k^*(\mathbf{x}_1) \psi_l(\mathbf{x}_2) \\ &= \sum_k \sum_l c_{kl} \psi_k^*(\mathbf{x}_1) \psi_l(\mathbf{x}_2), \end{aligned} \quad (2.14)$$

donde $c_{kl} = \langle a_k^* a_l \rangle$ es la representación del campo óptico en la base ortogonal de referencia.

Sustituyendo (2.14) en (2.8)

$$\sum_k \sum_l c_{kl} \psi_l(\mathbf{x}_2) \int_D \psi_k^*(\mathbf{x}_1) \varphi_n(\mathbf{x}_1) d\mathbf{x}_1 = \lambda_n \varphi_n(\mathbf{x}_2), \quad (2.15)$$

multiplicando ambas partes de (2.15) por $\psi_s^*(\mathbf{x}_2)$ e integrando sobre \mathbf{x}_2 :

$$\begin{aligned} \sum_k \sum_l c_{kl} \int_D \psi_l(\mathbf{x}_2) \psi_s^*(\mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_2 \int_D \psi_k^*(\mathbf{x}_1) \varphi_n(\mathbf{x}_1) d\mathbf{x}_1 \\ = \lambda_n \int_D \psi_s^*(\mathbf{x}_2) \varphi_n(\mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_2. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Expandiendo la suma dependiente de l , y tomando en cuenta la relación de ortogonalidad (2.10), tenemos que se eliminan todos los sumandos, a excepción de $l = s$, de esta forma obtenemos el sistema algebraico de ecuaciones lineales:

$$\sum_k c_{ks} \int_D \psi_k^*(\mathbf{x}_1) \varphi_n(\mathbf{x}_1) d\mathbf{x}_1 = \lambda_n \int_D \psi_s^*(\mathbf{x}_2) \varphi_n(\mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_2, \quad (2.17)$$

o bien:

$$\sum_k c_{kl} b_{kn} = \lambda_n b_{ln}, \quad (2.18)$$

donde:

$$b_{in} = \int_D \psi_i^* \varphi_n(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (2.19)$$

El sistema de ecuaciones (2.19) puede ser reescrito en forma matricial como:

$$\mathbf{C}\mathbf{B}_n = \lambda_n\mathbf{B}_n, \quad (2.20)$$

donde \mathbf{C} es la matriz cuadrada con elementos dados por (2.13) y \mathbf{B}_n es la matriz columna con elementos dado por (2.19). La solución del sistema (2.20) respecto a λ_n y \mathbf{B}_n con la matriz \mathbf{C} dada, es conocido como el problema de valores y funciones propios. Tomando en cuenta que la matriz \mathbf{C} es Hermitiana ($\mathbf{C}^\dagger = \mathbf{C}$); los valores propios λ_n pueden ser encontrados como solución del sistema característico:

$$\det(\mathbf{C} - \lambda_n\mathbf{I}) = 0. \quad (2.21)$$

Con esto, las funciones modales $\varphi_n(\mathbf{x})$ pueden ser calculadas como:

$$\varphi_n(\mathbf{x}) = \sum_k b_{kn}\psi_k(\mathbf{x})d\mathbf{x}. \quad (2.22)$$

Con base en nuestra asunción inicial (la viabilidad de la expansión de los componentes ortogonales en una base base de referencia ortogonal), hemos hallado una ecuación concreta para el cálculo de las funciones modales (2.22); esto nos permitirá reconstruir la estructura modal de nuestro campo electromagnético en alguna base de referencia.

2.4. Medición de coeficientes de descomposición ortogonales en un sistema óptico.

Consideremos el sistema óptico representado en la Fig. 2.1

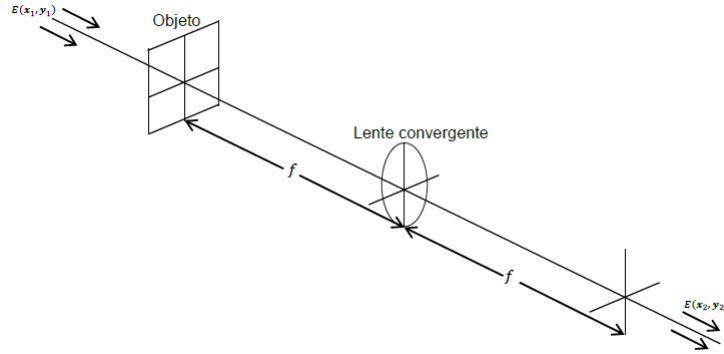


Figura 2.1: Representación de sistema óptico

Como se sabe [20], el campo óptico $E(x_2, y_2)$ en el plano focal posterior de la lente se describe por la transformada de Fourier bidimensional de la transmitancia del objeto $t(x_1, x_2)$ colocado en el plano focal anterior de la lente e iluminado con el campo óptico incidente $E(x_1, y_1)$, es decir:

$$E(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} E(x_1, y_1)t(x_1, y_1) \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda f}(x_1x_2 + y_1y_2)\right] dx_1 dy_1, \quad (2.23)$$

donde λ es la longitud de onda de iluminación y f es la distancia focal de la lente.

Podemos representar al objeto como un holograma con la transmitancia de amplitud dada por:

$$t_{kl}(x_1, y_1) = t_0 + 2|\psi_k(x_1, y_1)| \cos[\text{Arg } \psi_k(x_1, y_1) + 2\pi p_0 x_1 + \beta_k] \\ + 2|\psi_l(x_1, y_1)| \cos[\text{Arg } \psi_l(x_1, y_1) + 2\pi p_0 x_1 + \beta_l], \quad (2.24)$$

donde $\psi_k(x_1, x_2)$ y $\psi_l(x_1, y_1)$ son las funciones ortonormales definidas en la sección anterior, t_0 es una constante elegida para garantizar un valor positivo de t_{kl} , p_0 es la frecuencia portadora del holograma y $\beta_{k,l}$ es un parámetro, el sentido de este será aclarado más adelante.

Sustituyendo $t(x_1, y_1)$ en (2.23) por $t_{kl} = (x_1, y_1)$ de (2.24) y utilizando la fórmula de Euler:

$$\cos(\alpha) = \frac{1}{2}[\exp(i\alpha) + \exp(-i\alpha)], \quad (2.25)$$

obtenemos:

$$\begin{aligned} E_{kl}(x_2, y_2) &= t_0 \iint_{-\infty}^{\infty} E(x_1, y_1) \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda f}(x_1 x_2 + y_1 y_2)\right] dx_1 dy_1 \\ &+ \iint_{-\infty}^{\infty} E(x_1, y_1) [\psi_k(x_1, y_1) \exp(i\beta_k) + \psi_l(x_1, y_1) \exp(i\beta_l)] \\ &\quad \times \exp\left\{-i\frac{2\pi}{\lambda f}[x_1(x_2 + \lambda f p_0) + y_1 y_2]\right\} dx_1 dy_1 \\ &+ \iint_{-\infty}^{\infty} E(x_1, y_1) [\psi_k^*(x_1, y_1) \exp(-i\beta_k) + \psi_l^*(x_1, y_1) \exp(-i\beta_l)] \\ &\quad \times \exp\left\{-i\frac{2\pi}{\lambda f}[x_1(x_2 - \lambda f p_0) + y_1 y_2]\right\} dx_1 dy_1. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Si el valor de p_0 es bastante grande, las señales ópticas correspondientes a los tres sumandos en (2.26) aparecen separados en el espacio como se muestra esquemáticamente en la Fig. 2.1

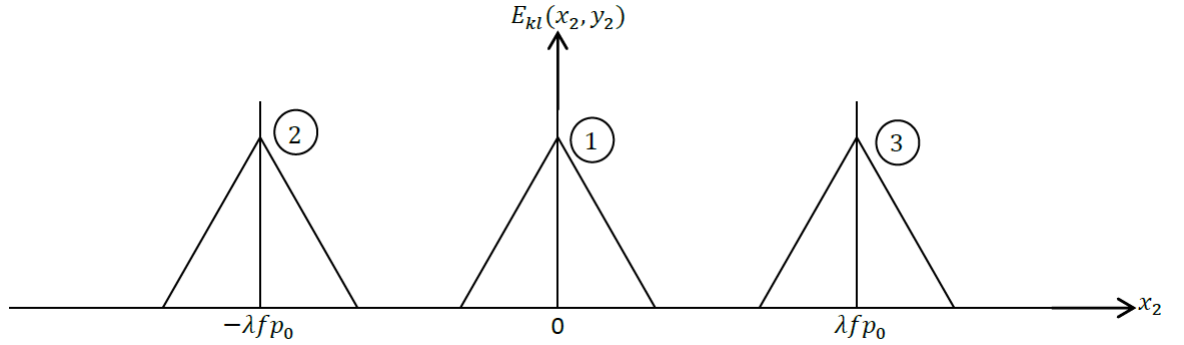


Figura 2.2: Representación de nuestra respuesta

Analizamos la señal óptica correspondiente al tercer sumando, es decir:

$$\begin{aligned} &\iint_{-\infty}^{\infty} E(x_1, y_1) [\psi_k^*(x_1, y_1) \exp(-i\beta_k) + \psi_l^*(x_1, y_1) \exp(-i\beta_l)] \\ &\quad \times \exp\left\{-i\frac{2\pi}{\lambda f}[x_1(x_2 - \lambda f p_0) + y_1 y_2]\right\} dx_1 dy_1. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Calculamos la intensidad media de la señal (2.27) en el punto específico $(x_2 = \lambda f p_0, y_2 = 0)$:

$$\begin{aligned} I_{kl} &= \langle |E_{kl}(0, 0)|^2 \rangle \\ &= \left\langle \left| \iint_{-\infty}^{\infty} E(x_1, y_1) [\psi_k^*(x_1, y_1) \exp(-i\beta_k) + \psi_l^*(x_1, y_1) \exp(-i\beta_l)] dx_1 dy_1 \right|^2 \right\rangle \\ &= \left\langle \left| \iint_{-\infty}^{\infty} E(x_1, y_1) \psi_k^*(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \right|^2 \right\rangle + \left\langle \left| \iint_{-\infty}^{\infty} E(x_1, y_1) \psi_l^*(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \right|^2 \right\rangle \\ &+ \exp(-i\beta_{kl}) \left\langle \iint_{-\infty}^{\infty} E(x_1, y_1) \psi_k^*(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \iint_{-\infty}^{\infty} E^*(x_1, y_1) \psi_l(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \right\rangle \end{aligned}$$

$$+ \exp(i\beta_{kl}) \left\langle \iint_{-\infty}^{\infty} E^*(x_1, y_1) \psi_k(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \iint_{-\infty}^{\infty} E(x_1, y_1) \psi_l^*(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \right\rangle, \quad (2.28)$$

donde $\beta_{kl} = \beta_k - \beta_l$. Utilizando la definición (2.13), podemos reescribir (2.28) de la siguiente forma:

$$I_{kl} = \langle |a_k|^2 \rangle + \langle |a_l|^2 \rangle + \exp(-i\beta_{kl}) \langle a_k a_l^* \rangle + \exp(i\beta_{kl}) \langle a_k^* a_l \rangle, \quad (2.29)$$

utilizando la notación (2.13) y la propiedad:

$$c_{kl} = c_{kl}^*, \quad (2.30)$$

la intensidad (2.29) puede ser reescrita como:

$$I_{kl}(\beta_{kl}) = c_{kk} + c_{ll} + c_{kl}^* \exp(-i\beta_{kl}) + c_{kl} \exp(i\beta_{kl}). \quad (2.31)$$

Consideramos dos valores específicos del parámetro β_{kl} : $\beta_{kl} = 0$ y $\beta_{kl} = -\frac{\pi}{2}$. Para estos valores:

$$I_{kl}(0) = c_{kk} + c_{ll} + (c_{kl} + c_{kl}^*) \quad (2.32)$$

$$I_{kl}\left(-\frac{\pi}{2}\right) = c_{kk} + c_{ll} - i(c_{kl} + c_{kl}^*). \quad (2.33)$$

Utilizando las relaciones de números complejos:

$$\text{Re}(c) = \frac{1}{2}(c + c^*), \quad \text{Im}(c) = \frac{1}{2i}(c - c^*), \quad (2.34)$$

es muy simple mostrar que:

$$\text{Re}(c_{kl}) = \frac{1}{2}I_{kl}(0) - \frac{1}{8}I_{kk}(0) - \frac{1}{8}I_{ll}(0), \quad (2.35)$$

$$\text{Im}(c_{kl}) = \frac{1}{2}I_{kl}\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{8}I_{kk}(0) - \frac{1}{8}I_{ll}(0). \quad (2.36)$$

Veamos ahora como aplicaremos estos principios en la construcción de nuestra fuente secundaria.

Capítulo 3

Modulador espacial de luz en base de cristal líquido nemático

3.1. Cristales líquidos

Los cristales líquidos son sustancias transparentes que poseen propiedades físicas tanto de sólidos como de líquidos, sus moléculas tienen forma elipsoidal alrededor de cuyo eje largo hay simetría circular en cualquier plano transversal. De acuerdo a la organización espacial que adquieren sus moléculas, se distinguen tres tipos principales de cristales líquidos [20]: nemáticos, esméticos y colestéricos.

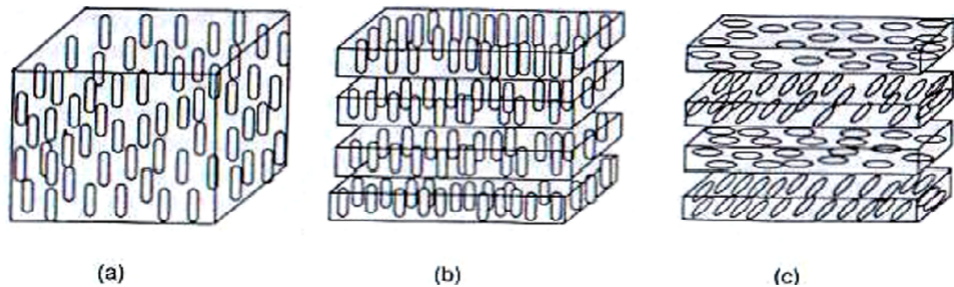


Figura 3.1: Tipos de cristales líquidos a)Nemático b)Esmético c)Colestérico

En el arreglo nemático, los ejes largos de las moléculas de cristal líquido tienden a permanecer paralelos, mientras que sus centros se encuentran suspendidos aleatoriamente en el espacio. Los cristales esméticos forman arreglos similares al tipo nemático con excepción de que se agrupan en capas. Finalmente, en los cristales colestéricos, además de formar capas, las moléculas rotan periódicamente. En particular, el tipo de cristal líquido más utilizado es el nemático, por lo que de ahora en adelante se hablará solamente de esta configuración.

Debido a su estructura interna, el cristal líquido exhibe un comportamiento óptico anisotrópico, y posee diferentes índices de refracción para la luz polarizada en diferentes direcciones. Desde el punto de vista óptico, el cristal líquido puede ser considerado como un cristal uniaxial con índice de refracción ordinario n_0 a lo largo de su eje molecular corto, é índice de refracción extraordinario n_e paralelo a su eje molecular largo, de tal forma que puede ser caracterizado por el retardo de fase:

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda}(n_e - n_0,) \quad (3.1)$$

donde λ es la longitud de onda y d es el grosor de la sección de cristal líquido. Físicamente, los cristales líquidos son moléculas orgánicas, cuyo tamaño típico oscila entre $20 - 100\text{Å}$ por $5 - 20\text{Å}$ de ancho [21]

3.2. Modelo físico matemático de un modulador de cristal líquido MEL-CL

Cuando se coloca un cristal líquido dentro de un contenedor con paredes de vidrio en sus extremos, se forma una celda de cristal líquido, que es la unidad fundamental del MEL-CL. En una celda de cristal líquido las paredes de vidrio del contenedor son linealmente pulidas, de forma que el eje largo de las moléculas de cristal líquido se alinea paralelamente en esa dirección. Si las paredes de vidrio tienen direcciones de pulido diferentes, entonces las moléculas de cristal líquido dentro de la celda rotan gradualmente hasta alinearse con la otra pared (Fig. 3.2). En el diagrama, la dirección de pulido por donde penetra la luz se conoce como director ϕ_D y la rotación de las moléculas dentro de la celda recibe el nombre de ángulo *twist* ϕ

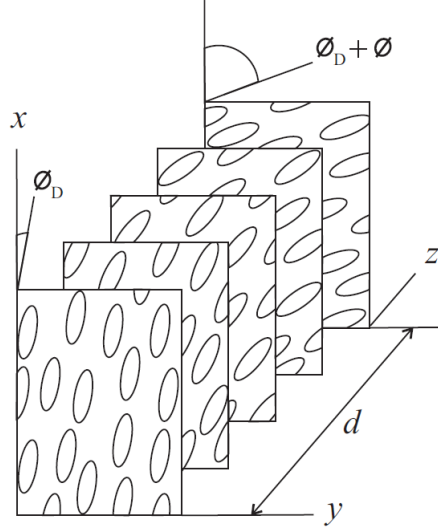


Figura 3.2: Modelo de la celda de cristal líquido con ángulo twist ϕ y director ϕ_D

Por medio del formalismo de Jones, la matriz de transmisión de la celda de cristal líquido nemático [22] se encuentra como la multiplicación de las transmitancias individuales de N cristales uniaxiales rotados linealmente desde ϕ_D hasta $\phi_D + N\rho$ con $N\rho = \phi$ como:

$$\mathbf{J}_{CL} = \prod_{n=0}^N \mathbf{R}(\phi_D + n\rho) \mathbf{W}_0 \mathbf{R}(-\phi_D - n\rho), \quad (3.2)$$

donde el término $n = 0$ aparece al extremo derecho del producto de matrices;

$$\mathbf{W}_0 = \exp\left(-i\frac{\beta}{N}\right) \begin{pmatrix} \exp\left(-i\frac{\beta}{N}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(i\frac{\beta}{N}\right) \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

corresponde a la transmitancia del n -ésimo cristal uniaxial en que se ha descompuesto la celda, y:

$$\mathbf{R}_{n\rho} = \begin{pmatrix} \cos(n\rho) & \sin(n\rho) \\ -\sin(n\rho) & \cos(n\rho) \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

es la matriz de rotación del sistema coordenado. Al expandir la expresión (3.2)

$$\mathbf{J}_{CL} = \mathbf{R}(\phi_D + N\rho) \mathbf{W}_0 \mathbf{R}(-\phi_D - N\rho) \mathbf{R}[\phi_D + (N-1)\rho] \mathbf{W}_0 \dots \mathbf{R}(-\phi_D - \rho) \mathbf{R}(\phi_D) \mathbf{W}_0 \mathbf{R}(-\phi_D), \quad (3.5)$$

y aplicando la propiedad de la matriz de rotación

$$\mathbf{R}(\rho_1) \mathbf{R}(\rho_2) = \mathbf{R}(\rho_1 + \rho_2), \quad (3.6)$$

la matriz \mathbf{J}_{CL} se reescribe como:

$$\mathbf{J}_{CL} = \mathbf{R}(\phi_D + \phi) \left[\mathbf{W}_0 \mathbf{R} \left(-\frac{\phi}{N} \right) \right]^N \mathbf{R}(-\phi_D), \quad (3.7)$$

Llevando a cabo el producto de matrices dentro de los corchetes cuadrados en la ecuación anterior, se obtiene la expresión:

$$\mathbf{J}_{CL} = \mathbf{R}(\phi_D + \phi) \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} \cos(\frac{\phi}{N}) \exp\left(-i\frac{\beta}{N}\right) & -\sin(\frac{\phi}{N}) \exp\left(-i\frac{\beta}{N}\right) \\ \sin(\frac{\phi}{N}) \exp\left(i\frac{\beta}{N}\right) & \cos(\frac{\phi}{N}) \exp\left(i\frac{\beta}{N}\right) \end{pmatrix}^N \mathbf{R}(-\phi_D), \quad (3.8)$$

la cual puede ser simplificada usando la identidad de Chebyshev:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^m = \begin{pmatrix} \frac{A \sin(mK\Lambda) - \sin(m-1)K\Lambda}{\sin(K\Lambda)} & B \frac{\sin(mK\Lambda)}{\sin(K\Lambda)} \\ C \frac{\sin(mK\Lambda)}{\sin(K\Lambda)} & \frac{D \sin(mK\Lambda) - \sin(m-1)K\Lambda}{\sin(K\Lambda)} \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

donde:

$$K\Lambda = \arccos \left[\frac{1}{2}(A + D) \right]. \quad (3.10)$$

Después de aplicar la identidad de Chebyshev y calculando el límite cuando $N \rightarrow \infty$, la Ec. (3.8) tiene la forma

$$\mathbf{J}_{CL} = \mathbf{R}(\phi_D + \phi) \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} \cos(\gamma) - i\frac{\beta}{\gamma} \sin(\gamma) & -\frac{\phi}{\gamma} \sin(\gamma) \\ \frac{\phi}{\gamma} \sin(\gamma) & \cos(\gamma) + i\frac{\beta}{\gamma} \sin(\gamma) \end{pmatrix} \mathbf{R}(-\phi_D), \quad (3.11)$$

donde la variable γ queda definida como:

$$\gamma = \sqrt{\beta^2 + \phi^2}. \quad (3.12)$$

Las ecuaciones (3.1), (3.11) y (3.12) describen a una celda de cristal líquido en su estado de reposo. Sin embargo, cuando se aplica voltaje, en dirección normal a las paredes de la celda de cristal líquido, el retardo de fase de β deja de ser un valor constante y adquiere la forma:

$$\beta(\theta) = \frac{\pi d}{\lambda} [n_e(\theta) - n_0], \quad (3.13)$$

donde θ es el ángulo de inclinación de las moléculas de cristal líquido en respuesta al campo eléctrico a lo largo del eje z. Particularmente, cuando $\Delta n = (n_e - n_0) \ll 1$ con $\Delta n \sim 0, 1$, en la mayoría de los cristales líquidos la relación entre el índice de refracción extraordinario y la inclinación molecular se escribe como:

$$n_e(\theta) = (n_e - n_0) \cos^2(\theta) + n_0. \quad (3.14)$$

A su vez, la dependencia entre el voltaje aplicado y la inclinación molecular se da por la fórmula empírica:

$$g(x) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & V_{rms} \leq V_c \\ \frac{\pi}{2} - 2 \arctan \left\{ \exp \left[- \left(\frac{V_{rms} - V_c}{V_0} \right) \right] \right\} & V_{rms} > V_c \end{array} \right\}, \quad (3.15)$$

donde V_m es el voltaje efectivo, V_c es el voltaje de umbral, también conocido como *voltaje de transición de Fréedericksz* [23] y V_0 es el voltaje de saturación. Con el fin de conocer la relación entre el retardo de fase respecto al voltaje, se grafica la función normalizada $\beta(\theta)/\beta$ la cual se muestra en la Fig. 3.3. La gráfica indica que el retardo de fase es una función aproximadamente inversa al voltaje.

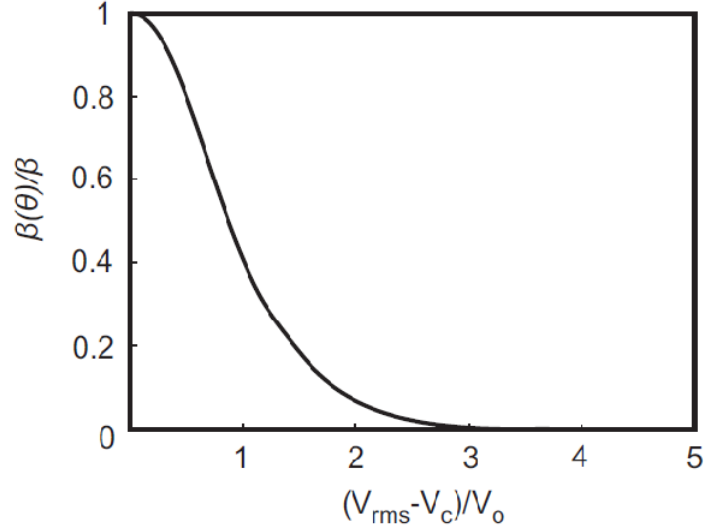


Figura 3.3: Dependencia del parámetro normalizado $\beta(\theta)/\beta$ contra el voltaje de la celda de cristal líquido Nemático

Típicamente, el voltaje aplicado a la celda de cristal líquido oscila entre 5 y 10Vac para evitar daño permanente en el material. Por su parte, el tiempo de respuesta de las moléculas depende de la magnitud del campo eléctrico y el grosor de la pantalla, siendo un valor frecuente 20 – 40ms. Finalmente, un MEL-CL se define como un dispositivo electro-óptico compuesto por un número muy grande de celdas de cristal líquido (píxeles), cuyo retardo de fase se controla individualmente por medio de señales electricas aplicadas a través de electrodos transparentes. De esta forma, el modelo matemático del MEL-CL es el mismo que (3.11) y (3.12) con la única diferencia que el parámetro β se transforma en la función espacial $\beta(\mathbf{x})$.

3.3. Modulador MEL-CL90°-twist.

El modulador Holoeye 2002 es un modulador MEL-CL90°-twist. La matriz asociada a este sistema tiene la forma:

$$\mathbf{J}_{90} = \begin{pmatrix} \frac{\pi}{2\gamma} \sin(\gamma) & -\cos(\gamma) - i\frac{\beta}{\gamma} \sin(\gamma) \\ \cos(\gamma) - i\frac{\beta}{\gamma} \sin(\gamma) & \frac{\pi}{2\gamma} \sin(\gamma) \end{pmatrix}, \quad (3.16)$$

donde:

$$\gamma = \sqrt{\beta^2 + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2}. \quad (3.17)$$

Como se puede ver en la Ec. (3.16), esta vez el elemento general j_{ij} de la matriz \mathbf{J}_{90} realiza modulación simultánea de amplitud y fase del campo óptico y por tanto el MEL-CL90°-twist genera pérdidas de energía en el campo transmitido. No obstante, colocando al MEL-CL90°-twist entre dos polarizadores con ángulos de transmisión ψ_1 y ψ_2 respecto al eje x , se puede conseguir modulación sólo de fase (Fig. 3.4).

La matriz de Jones para el sistema de la Fig. 3.4 se encuentra por medio de la expresión:

$$\mathbf{T} = \mathbf{J}_P(\psi_2)\mathbf{J}_{90}\mathbf{J}_P(\psi_1), \quad (3.18)$$

donde \mathbf{J}_{90} está dada en la Ec. (3.16) y:

$$\mathbf{J}_P(\psi) = \begin{pmatrix} \cos^2(\psi) & \cos(\psi) \sin(\psi) \\ \cos(\psi) \sin(\psi) & \sin^2(\psi) \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$

es la matriz de Jones del polarizador. En particular, Saleh y Lu [24] calcularon (3.18) para el caso $\psi_1 = 0^\circ$ y $\psi_2 = 90^\circ$ y de esta forma obtienen la matriz:

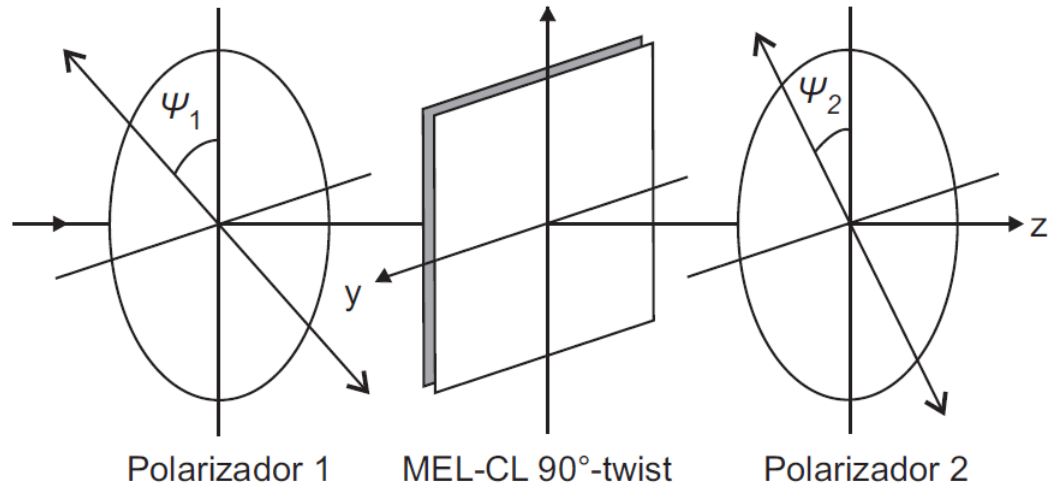


Figura 3.4: Celda de cristal líquido 90°

$$\mathbf{T} = \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \cos(\gamma) - i\frac{\beta}{\gamma} \sin(\gamma) & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.20)$$

la cual se compone por un solo elemento diferente de cero caracterizado por la función de transmisión:

$$t_{yx} = \exp(-i\beta) \left[\cos(\gamma) - i\frac{\beta}{\gamma} \sin(\gamma) \right]. \quad (3.21)$$

La ecuación anterior es una cantidad compleja que puede ser reescrita en la forma exponencial, al hacer esto, la función (3.21) tiene el módulo:

$$|t_{yx}| = \left[1 - \left(\frac{\pi}{2\gamma} \right)^2 \sin^2(\gamma) \right]^{1/2}, \quad (3.22)$$

y el argumento:

$$\arg(t_{yx}) = \beta + \arctan \left[\frac{\beta}{\gamma} \tan(\gamma) \right]; \quad (3.23)$$

tomando en cuenta la definición (3.17), las curvas dadas por las Ecs. (3.22) y (3.23) como función del parámetro β se muestran en la Fig. (3.5). Por medio de la figura se observa que más allá del valor $\beta_c = \sqrt{3}\pi/2$, la amplitud se vuelve unitaria y la fase crece linealmente con una pendiente $m \approx 2\beta$, alcanzando un cambio de fase 2π en $\beta = 2\beta_c$. Cuando el retardo β supera estos valores, la matriz de transmisión (3.20) se transforma en:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \exp(-i2\beta) & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.24)$$

y el MEL-CL90°-twist en medio de polarizadores cruzados realiza modulación de fase; adecuada para modular coherencia y polarización y generar vortices ópticos sin pérdidas de energía. A diferencia del MEL-CL0°-twist, el MEL-CL90°-twist es más accesible económicamente, es por esta razón que se usa ampliamente en interfaces visuales para desplegar información.

El modelo (3.24) describe el comportamiento del MEL-CL90°-twist como modulador puro de fase cuando su retardo de fase cumple $\beta_c \leq \beta < 2\beta_c$, como se muestra en la Fig.(3.5); sin embargo, el retardo de fase de un espécimen particular de MEL-CL90°-twist puede resultar menor. De la Fig. 3.3, el retardo

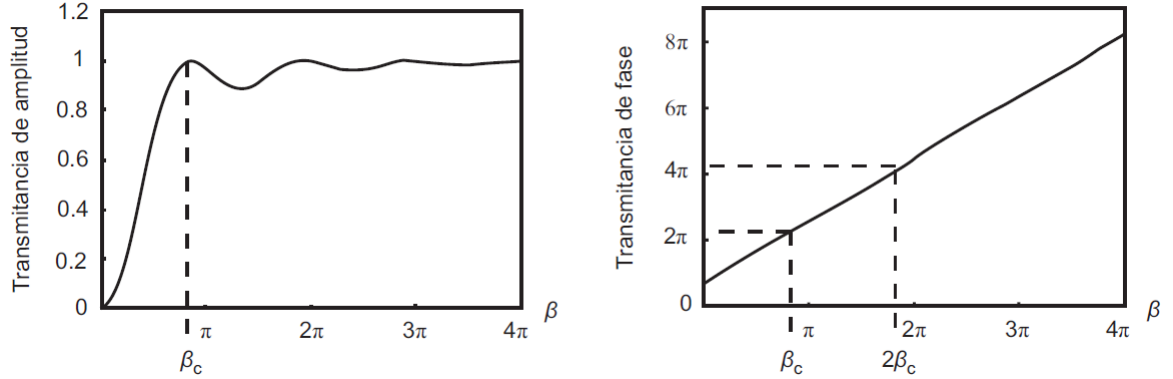


Figura 3.5: Transmitancia compleja del sistema de la Ec. (3.21) como función de β . Izquierda: amplitud. Derecha: fase.

máximo de cualquier MEL-CL ocurre cuando el dispositivo está apagado y está dada por la expresión $\beta_{max} = \pi d(n_e n_0)/\lambda$. La opción más sencilla para incrementar β_{max} consiste en cambiar la longitud de onda de iluminación, por ejemplo utilizando un láser verde en lugar de un láser rojo. Con todo lo demás igual, el cambio en β se evalúa como:

$$\frac{\beta_{verde}}{\beta_{rojo}} = \frac{633}{532} = 1,18, \quad (3.25)$$

el cual corresponde a una diferencia de 18 %.

La segunda opción; al cambiar el grosor d del MEL-CL se logra una versión con menor resolución del espécimen que se está utilizando. Yamauchi y Eiju [25] citan que los MEL-CL90°-twist con alta resolución son muy delgados por que su grosor es aproximadamente es aproximadamente igual al tamaño de pixel. Ya que tecnológicamente resulta más sencillo hacer MEL-CL con menor resolución, puede ser atractivo para los fabricantes vender este tipo de dispositivos. Así, cuando el grosor del MEL-CL se dobla, el cambio en β es igual a 50 %. Finalmente, la birrefringencia $\Delta n = (n_e - n_0)$ caracteriza al tipo de cristal líquido y no puede ser modificada tan fácilmente.

Suponiendo el retardo de fase del MEL-CL90°-twist no cubra el punto $2\beta_c$, se tiene un modulador de fase incompleta. En el caso cuando $\beta_{max} < \beta_c$ el MEL-CL90°-twist modula principalmente amplitud y la configuración de polarizadores cruzados no es óptima para este dispositivo.

3.4. Metodología de caracterización del MEL-CL

El modelo matemático del MEL-CL deducido en la Ec.(3.11) es una aproximación idealizada inadecuada para predecir el comportamiento de un MEL-CL real. Como se mencionó anteriormente, es común colocar al MEL-CL en medio de dos polarizadores de forma que la función de transmitancia de todo el sistema pueda ser descrita por medio de la matriz dependiente de la posición:

$$\mathbf{T}(V; \lambda, d, n_e, \phi_D, \phi; \psi_1, \psi_2) = \mathbf{J}_P(\psi_2)\mathbf{J}_{LC}(V; \lambda, d, n_0, \phi_D, \phi)\mathbf{J}_P(\psi_1) \quad (3.26)$$

donde \mathbf{J}_p y \mathbf{J}_{LC} son las matrices de Jones del polarizador y el MEL-CL, respectivamente. En la Ec.(3.26) el parámetro V es la señal eléctrica de control; λ es la longitud de onda de iluminación; n_e y d son el índice de refracción extraordinario y el grosor del MEL-CL, respectivamente; ϕ_D es el ángulo director de entrada del MEL-CL; ϕ es el ángulo de torsión del MEL-CL, ψ_1 y ψ_2 son los ángulos de los ejes extraordinarios de los polarizadores.

Los llamados parámetros del sistema (d, n_0, ϕ_D, ϕ) deben ser conocidos *a priori* mientras que los parámetros de control (ψ_1, ψ_2) tienen que ser elegidos por el usuario para obtener el modo operacional deseado (modulación de sólo amplitud o sólo de fase) del MEL-CL. Desafortunadamente, los parámetros del sistema no son proporcionados por los fabricantes y surge el problema de su determinación experimental. Muchos métodos han sido propuestos para medir los parámetros del sistema de los MEL-CL. Sin

embargo, dichos métodos resultan muy complicados y costosos en vista de la ambigüedad introducida para las funciones trigonométricas involucradas [26].

Por otra parte, el modelo matemático (3.11) no toma en cuenta los llamados efectos de borde cuando se aplica voltaje al MEL-CL. Cuando el MEL-CL está apagado, el ángulo de torsión $\phi(z)$ se incrementa en forma lineal entre $0 < z < d$, mientras que la inclinación molecular $\theta(z)$ es cero en todo punto Fig. 3.6 a), b). Idealmente, cuando el MEL-CL está encendido, el ángulo de torsión no sufre cambios y la inclinación molecular del MEL-CL adquiere un valor constante en todo el intervalo d . No obstante, las distribuciones de $\phi(z)$ y $\theta(z)$ no siguen este patrón y presentan los llamados efectos de borde Fig. 3.6 b), d). Este fenómeno surge debido a que cerca de las paredes del MEL-CL las moléculas de cristal líquido están fuertemente ancladas por las placas alieadoras.

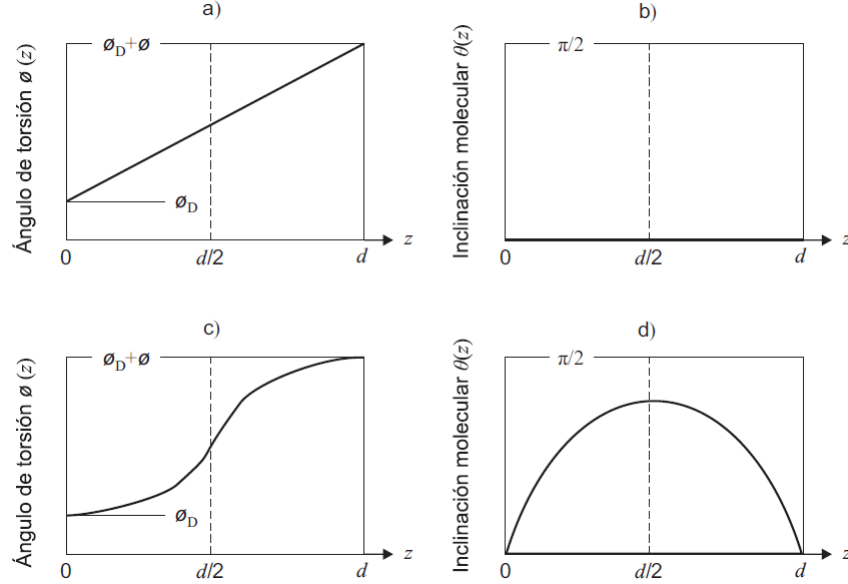


Figura 3.6: Distribución de los ángulos de torsión y molecular a lo largo del eje z del MEL-CL, a),b), estado apagado y c),d), estado encendido

La inclusión de los efectos de frontera en el modelo matemático requiere considerar que las propiedades del MEL-CL varían a lo largo de su anchura d y este proceso no es una tarea trivial [27].

Por lo anterior, se desarrolla una técnica alternativa para la caracterización óptica del MEL-CL que no se basa en medir los parámetros físicos del MEL-CL sino sus parámetros de modulación. Por medio de la técnica propuesta se evita lidiar con los problemas de ambigüedad y efectos de borde y son determinadas las condiciones donde el MEL-CL realiza modulación de fase de manera sencilla.

Desde el punto de vista del usuario, la transmitancia compleja $T(x)$ del MEL-CL se modifica por medio de los ángulos ψ_1 y ψ_2 de los polarizadores y el nivel de gris de la señal de video U_{mod} enviada al MEL-CL. En el caso particular del modelo Holoeye LC2002, existen dos parámetros adicionales que afectan la transmisión: brillo B y contraste C . De esta forma, se definen los siguientes modos de operación del MEL-CL: modulación sólo en amplitud:

$$I(U_{mod}, \psi_1, \psi_2, B, C) = K_1 U_{mod}, \quad (3.27)$$

$$\delta(U_{mod}, \psi_1, \psi_2, B, C) = cte, \quad (3.28)$$

y modulación sólo en fase:

$$I(U_{mod}, \psi_1, \psi_2, B, C) = cte, \quad (3.29)$$

$$\delta(U_{mod}, \psi_1, \psi_2, B, C) = K_2 U_{mod}, \quad (3.30)$$

donde I corresponde a la intensidad del campo y δ , su fase. Para medir I y δ se propone el arreglo experimental basado en el interferómetro de Young de la Fig. 3.7. En dicho arreglo se mide el patrón de interferencia producido por dos haces al atravesar el MEL-CL en medio de dos polarizadores cuando se introduce la señal de video U_{mod} .

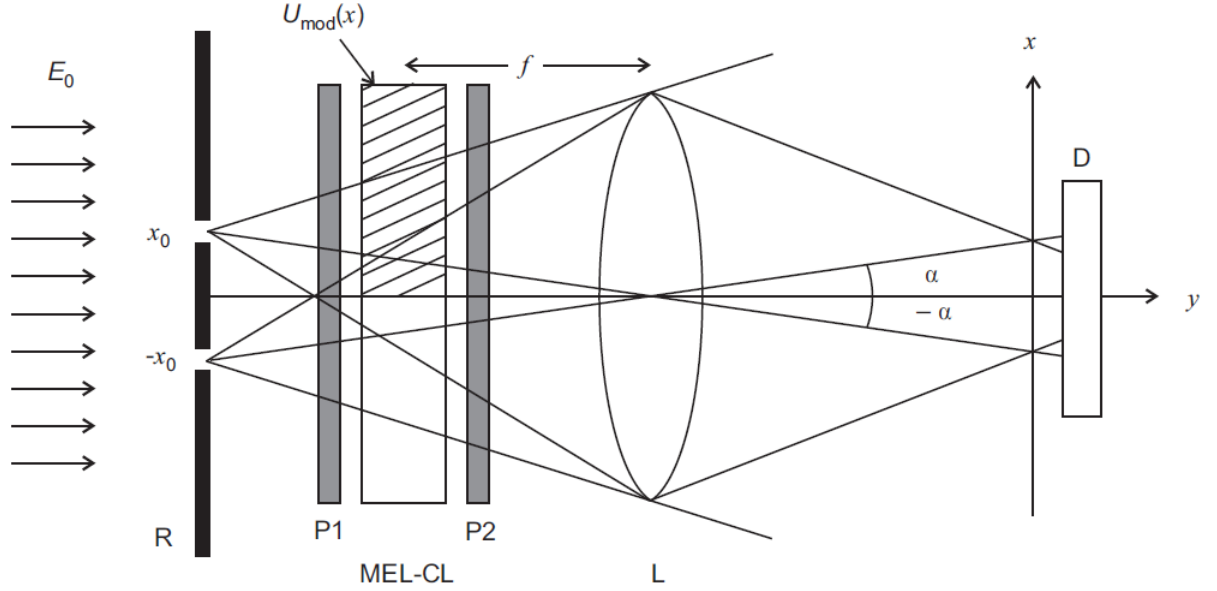


Figura 3.7: Interferómetro de Young: E_0 señal óptica, R rejilla con dos aberturas, P_1 polarizador 1, P_2 polarizador 2 (analizador), f distancia focal, L lente, D detector, U_{mod} señal de video.

Si se aplica al MEL-CL la señal de video:

$$U_{mod} = \begin{cases} u_1, & x < 0 \\ u_2, & x > 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

La transmitancia correspondiente en el MEL-CL se escribe como:

$$T(x) = \begin{cases} |T(u_1)| \exp[i\delta(u_1)], & x < 0 \\ |T(u_2)| \exp[i\delta(u_2)], & x > 0 \end{cases}, \quad (3.32)$$

y las señales ópticas en el plano x son:

$$\begin{aligned} E_1(x) &= E_0 |T(u_1)| \exp[i\delta(u_1)] \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda} x \sin(\alpha)\right), \\ &= E_0 |T(u_1)| \exp\left\{-i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin(\alpha) - \delta(u_1) \right]\right\}, \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} E_2(x) &= E_0 |T(u_2)| \exp[i\delta(u_2)] \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} x \sin(\alpha)\right), \\ &= E_0 |T(u_2)| \exp\left\{i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin(\alpha) - \delta(u_2) \right]\right\}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

cuya intensidad está dada por la expresión:

$$I(x) = |E_1(x) + E_2(x)|^2 = |E_1(x)|^2 + |E_2(x)|^2 + E_1^*(x)E_2(x) + E_1(x)E_2^*(x), \quad (3.35)$$

donde el asterísco denota el complejo conjugado. Sustituyendo los valores de las Ecs. (3.33) y (3.34) en la ecuación anterior, obtenemos:

$$\begin{aligned}
I(x) &= E_0^2 |T(u_1)|^2 + E_0^2 |T(u_2)|^2, \\
&+ E_0^2 |T(u_1)| |T(u_2)| \exp \left\{ i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin(\alpha) - \delta(u_1) \right] \right\} \exp \left\{ i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin(\alpha) - \delta(u_2) \right] \right\}, \\
&+ E_0^2 |T(u_1)| |T(u_2)| \exp \left\{ -i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin(\alpha) - \delta(u_1) \right] \right\} \exp \left\{ -i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin(\alpha) - \delta(u_2) \right] \right\}, \tag{3.36}
\end{aligned}$$

y utilizando la identidad de Euler:

$$\cos(\theta) = \frac{\exp(i\theta) + \exp(-i\theta)}{2}, \tag{3.37}$$

es posible reescribir (3.36) como:

$$\begin{aligned}
I(x) &= E_0^2 |T(u_1)|^2 + E_0^2 |T(u_2)|^2 \\
&+ 2E_0^2 |T(u_1)| |T(u_2)| \cos \left[\frac{4\pi}{\lambda} x \sin(\alpha) - \delta(u_1) + \delta(u_2) \right] \tag{3.38}
\end{aligned}$$

Aplicando la aproximación paraxial:

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha = \frac{x_0/2}{f}, \tag{3.39}$$

se llega finalmente a:

$$I(x) = E_0^2 |T(u_1)|^2 + E_0^2 |T(u_2)|^2$$

$$+2E_0^2|T(u_1)||T(u_2)| \cos \left[\frac{2\pi x_0}{\lambda f} x - \delta(u_1) + \delta(u_2) \right]. \quad (3.40)$$

La Fig 3.8 muestra la curva correspondiente a la Ec. (3.40). El patrón de interferencia tiene periodo $\lambda f/x_0$ y fase $\Delta(u_1, u_2) = \delta(u_1) - \delta(u_2)$ y contiene información acerca de $I(U)$ y $\delta(U)$. Un parámetro importante que caracteriza el patrón de interferencia es la visibilidad de franjas.

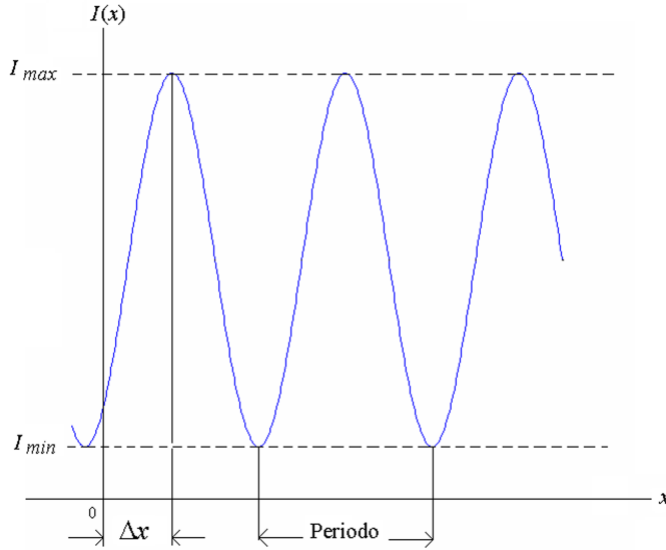


Figura 3.8: Patrón de interferencia de la Ec. (3.40)

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \quad (3.41)$$

Sustituyendo los valores máximo y mínimo de (3.40)

$$I_{max}(x) = I(x)|_{\cos(\cdot)=1} = E_0^2|T(u_1)|^2 + E_0^2|T(u_2)|^2 + 2E_0^2|T(u_1)||T(u_2)|, \quad (3.42)$$

$$I_{min}(x) = I(x)|_{\cos(\cdot)=-1} = E_0^2|T(u_1)|^2 + E_0^2|T(u_2)|^2 - 2E_0^2|T(u_1)||T(u_2)|, \quad (3.43)$$

la visibilidad puede expresarse como:

$$V = 2 \frac{|T(u_1)||T(u_2)|}{|T(u_1)|^2 + |T(u_2)|^2}. \quad (3.44)$$

Al elegir la señal de video medida en niveles de gris:

$$\begin{aligned} u_{max} &= 255, & x < 0 \\ u_{min} &= 0, & x > 0, \end{aligned} \quad (3.45)$$

donde el nivel 0 corresponde al negro y el nivel 255 corresponde al blanco, habrá modulación en amplitud cuando se cumpla la condición:

$$T(0) \approx 0, \quad T(255) \approx 1, \quad (3.46)$$

con lo que la visibilidad del patrón de interferencia es:

$$V = 2 \frac{0 \cdot 1}{0 + 1} = 0. \quad (3.47)$$

Por otro lado, según la Ec. (3.29), ocurre modulación de fase cuando la amplitud permanece constante (de preferencia en su valor máximo)

$$T(0) \approx T(255) \approx 1, \quad (3.48)$$

con esto, la visibilidad del patrón de interferencia vale:

$$V = 2 \frac{1 \cdot 1}{1 + 1} = 1. \quad (3.49)$$

Es decir, se obtiene modulación de amplitud cuando el patrón luce más borroso u homogéneo, mientras la modulación de fase ocurre cuando el contraste de las franjas es máximo. Por medio del grado de visibilidad del patrón de interferencia se determinan los ángulos ψ_1 y ψ_2 donde el MEL-CL realiza modulación en amplitud y modulación de fase de la señal de video U_{mod} . Para ello una de las señales de video (3.31) enviada al MEL-CL es fijada a negro (0), mientras que la otra señal se hace variar en el rango 0-255

Cuando ψ_1 y ψ_2 se eligen para obtener modulación en amplitud, la curva de la intensidad con respecto al nivel de gris se obtiene a partir de la intensidad máxima del patrón de interferencia:

$$\begin{aligned} I_{max}(x) &= I(x)|_{\cos(\cdot)=1} = E_0^2 |T(u_1)|^2 + E_0^2 |T(u_2)|^2 + 2E_0^2 |T(u_1)||T(u_2)| \\ &= E_0^2 [|T(u_1)| + |T(u_2)|]^2, \end{aligned} \quad (3.50)$$

al fijar $|T(u_1)| \approx 0$, entonces:

$$I_{max} = E_0^2 |T(u_2)|^2, \quad (3.51)$$

donde E_0 representa el campo de la fuente (láser) con la que se ilumina al MEL-CL. Cuando ψ_1 y ψ_2 se eligen para obtener modulación de fase, el valor de δ es el argumento del patrón de interferencia cuando la intensidad es máxima:

$$\cos \left[\frac{2\pi x_0}{\lambda f} x - \delta(u_1) + \delta(u_2) \right] = 1 \Leftrightarrow \frac{2\pi x_0}{\lambda f} x - \delta(u_1) + \delta(u_2) = 0. \quad (3.52)$$

Si de nuevo se fija $|T(u_1)| \approx 0$, se obtiene:

$$\delta(u_2) = \frac{2\pi x_0}{\lambda f} x, \quad (3.53)$$

donde: x = desplazamiento longitudinal del patrón de interferencia,

x_0 = separación entre las aberturas de la pantalla donde se originan los haces interferentes.

λ = longitud de onda del láser,

f = distancia focal de la lente.

Las mediciones de intensidad del patrón de interferencia contra el nivel de gris se llevan a cabo con un fotodetector; por su parte la curva de fase contra nivel de gris se determina midiendo el desplazamiento x de las franjas del patrón por medio de una cámara CCD.

El interferómetro descrito en la Fig. 3.7 no es práctico debido a la dificultad para construir una pantalla con dos aberturas del mismo tamaño y separación, además de que gran parte de la luz de la fuente (aprox. 99%) es desperdiciada al atravesar las aberturas. Por lo tanto, es necesario hacer una modificación al interferómetro de Young (Fig. 3.9).

Sustituyendo a la pantalla por una rejilla de Ronchi comercial y un sistema compuesto por un obstáculo y un diafragma, los dos primeros órdenes de difracción se hacen interferir. Por medio de esta configuración, los haces interferentes poseen alrededor del 70% de la energía total de la fuente y su montaje es más sencillo que el sistema propuesto originalmente.

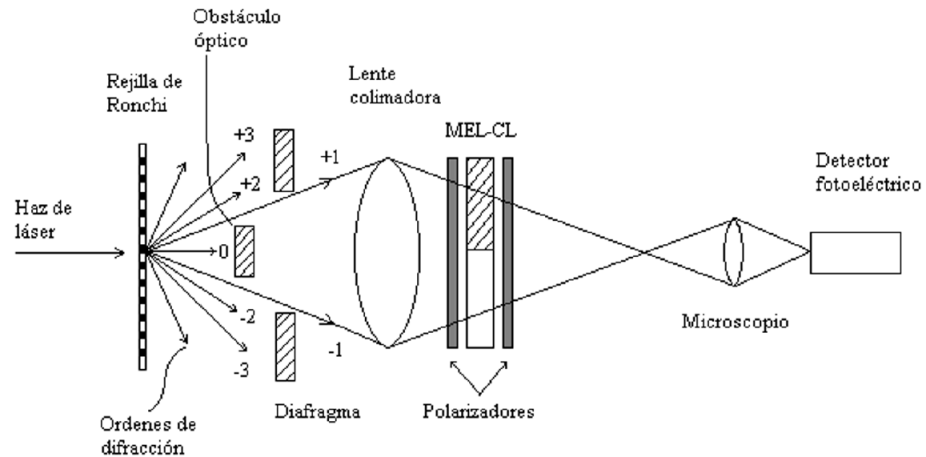
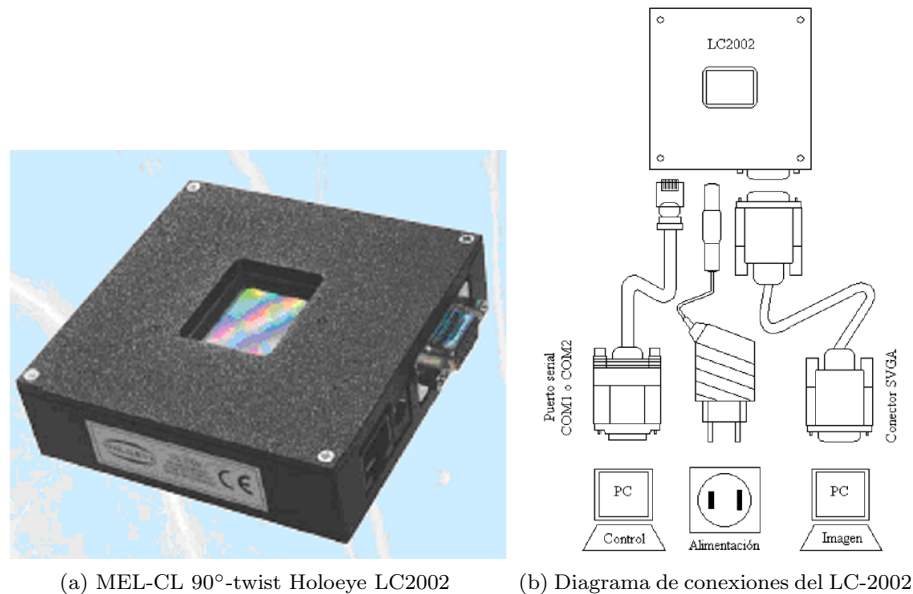


Figura 3.9: Interferómetro de Young modificado

3.5. Experimentos y resultados.

El MEL-CL90°-twist LC2002 es una micropantalla de transmisión fabricada por la empresa alemana Holoeye (Fig. 3.10a). Este dispositivo posee un área activa de $26,6\text{mm} \times 20\text{mm}$ y 800×600 píxeles de resolución, cada uno de los cuales mide $32\mu\text{m}$ cuadrados.



(a) MEL-CL 90°-twist Holoeye LC2002

(b) Diagrama de conexiones del LC-2002

Figura 3.10: Montaje experimental

Para su funcionamiento el LC2002 tiene tres entradas: control, alimentación e imagen (Fig. 3.10b). La señal de control proviene del puerto serial de la PC; la alimentación es proporcionada por un convertidor de 15Vac y la señal de video se envía por medio de la conexión VGA de la computadora.

El LC-2002 se configura desde la computadora por medio de un software proporcionado por la compañía que permite modificar en tiempo real los parámetros de la señal de video proyectada en la pantalla. Una vez abierto, el programa comprueba el correcto funcionamiento del dispositivo por medio de un indicador rojo.

La primera ventana en aparecer es la de los controles de video, en ella se modifican los valores de brillo B , contraste C y posición de la imagen (Fig. 3.11). El rango de valores B y C varía de 0 a 255.

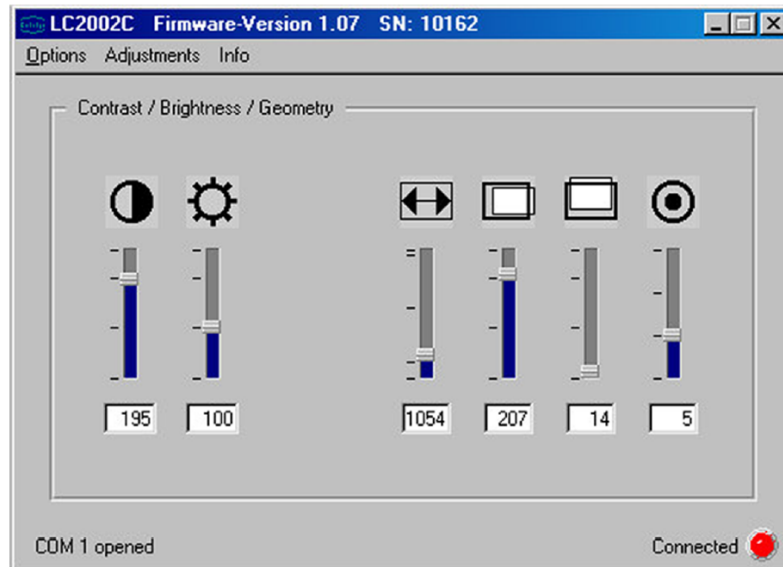


Figura 3.11: Controles de video del LC2002

La segunda ventana de control corresponde a la corrección gamma, la cual a través de los comandos Adjustment > Gamma control. A través de esta ventana se modifica la ganancia en intensidad que se otorga a cada nivel de gris (Fig. 4.5). La ganancia se mide de 0 a 255.

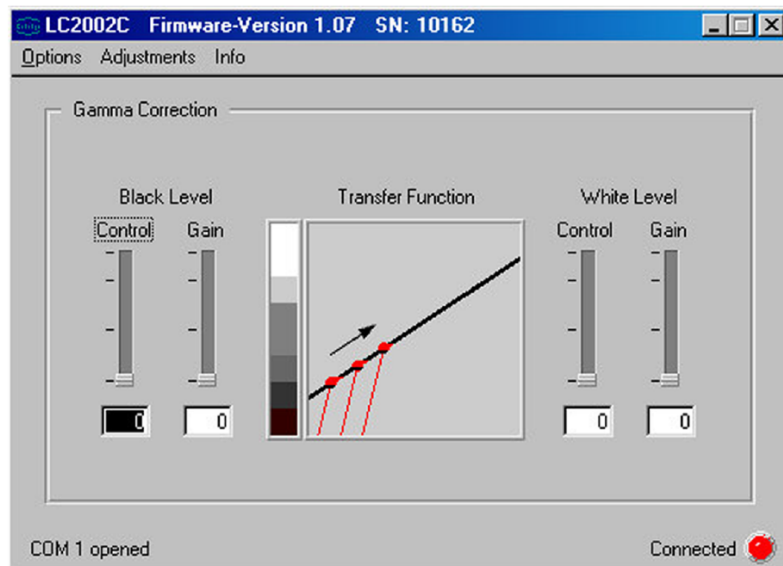


Figura 3.12: Controles gamma del LC-2002

Por último, la ventana de formato se encarga de realizar la inversión de la imagen en el plano horizontal o vertical y elegir el formato de la imagen (VGA, SVGA). Dicha ventana es accesada a través de los comandos Adjustment > Format (Fig. 3.14).

Según datos proporcionados por el fabricante [28], el retardo de fase del LC-2002 para la longitud de onda $\lambda = 633nm$ es aproximadamente 2.11 radianes, valor menor a $\beta_c = 2,72$ radianes requeridos para llevar a cabo modulación de fase con polarizadores cruzados. Por esta razón fue necesario llevar a cabo la caracterización óptica del LC-2002 para encontrar las condiciones donde este espécimen realiza modulación de amplitud y modulación de fase del frente de onda.

El arreglo experimental del sistema descrito en la Fig. 3.9 se muestra en la Fig. 3.15. En la imagen se

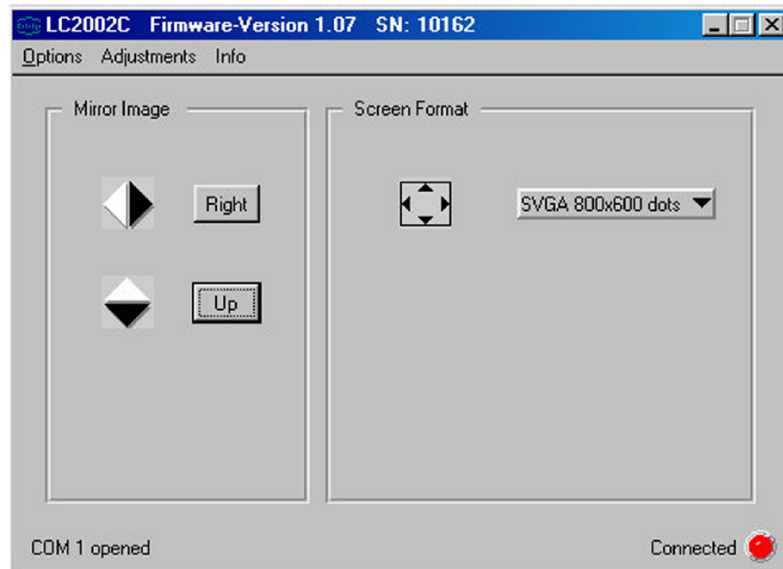


Figura 3.13: Control de formato del LC-2002

pueden apreciar todas las partes necesarias para llevar a cabo las pruebas, como las computadoras dónde se envía la señal de video y dónde se captura el patrón de interferencia. A fin de evitar interferencias con el polarizador ψ_1 , en el arreglo se incluyó una placa $\lambda/4$ justo después del láser para hacer que la fuente estuviese circularmente polarizada.

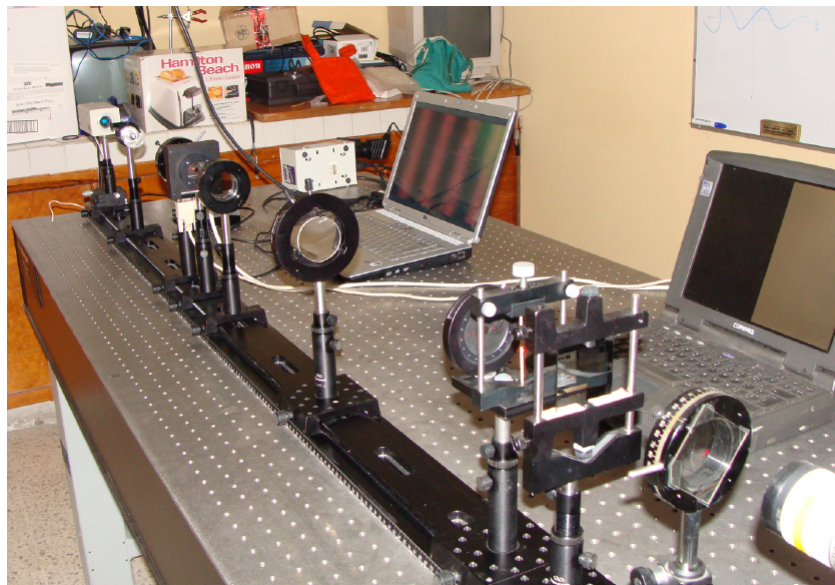


Figura 3.14: Arreglo experimental. De izquierda a derecha: cámara CCD, objetivo, analizador, LC2002, polarizador, lente, diafragma, obstáculo, rejilla de Ronchi, placa $\lambda/4$, láser

Por medio del arreglo anterior se registró el patrón de interferencia al variar el nivel de gris en una mitad de la pantalla del LC-2002 de 0 a 255, mientras la otra mitad permaneció en un nivel constante negro (0). Las curvas de amplitud y fase, relacionadas a la intensidad y el corrimiento de franjas del patrón de interferencia fueron medidas para diferentes combinaciones de ángulos ψ_1 y ψ_2 de los polarizadores, el brillo B y el contraste C de la señal de video. La Fig. 3.16 muestra los patrones típicos correspondientes a la modulación de amplitud y la modulación de fase del LC-2002. Como se puede ver, la modulación de amplitud es aquella donde idealmente no hay corrimiento de franjas y la intensidad varía linealmente; en

contraste, la modulación de fase no debe tener variaciones de intensidad y debe presentar corrimiento de fase.

Las posiciones óptimas donde se observó que el LC-2002 realiza modulación de amplitud y fase respecto al nivel de gris fueron $(\psi_1 = 90^\circ, \psi_2 = -2,5^\circ)$ y $(\psi_1 = 45^\circ, \psi_2 = -90^\circ)$ respectivamente. Una vez identificados los ángulos donde ocurre cada tipo de modulación, se procede a graficar las curvas de intensidad y fase para varios valores de brillo B y contraste C de la señal de video.

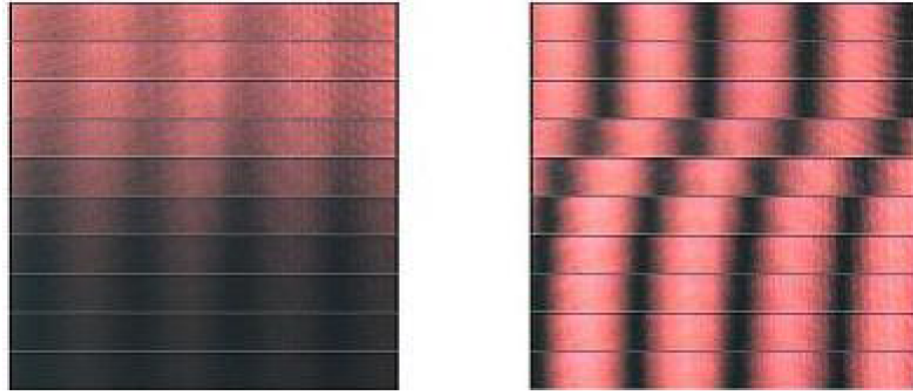


Figura 3.15: Ensamble de imágenes correspondientes a modulación de amplitud (izquierda) y fase (derecha) del patrón de interferencia

Las curvas del modo de modulación en amplitud $(\psi_1 = 90^\circ, \psi_2 = -2,5^\circ)$ del LC2002 fueron obtenidas por medio de mediciones de intensidad del patrón de interferencia para diferentes valores de brillo y contraste. Al realizar las mediciones, los controles gamma se fijan a cero.

Las gráficas de modulación en amplitud no incluyen curvas de fase acopladas debido a la poca visibilidad del patrón de interferencia, sin embargo, se procuró que durante la elección de ángulos, el corrimiento de fase fuera mínimo. La figura 3.17 muestra el cambio de amplitud respecto al nivel de gris de la señal de video para el valor de brillo 140 y contraste variable.

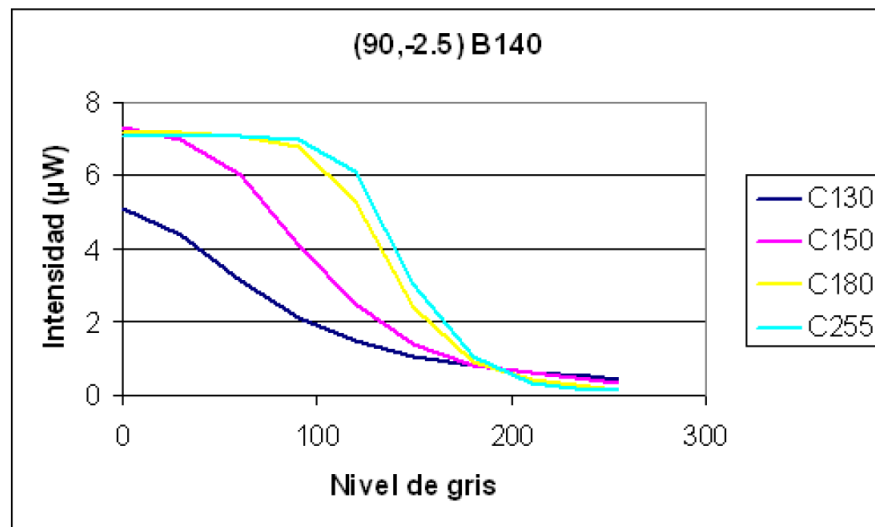


Figura 3.16: Modulación de amplitud para brillo 140 y contraste variable

La figura 3.18 muestra el cambio de intensidad respecto al nivel de gris de la señal de video para el valor de contraste 255 y brillo variable. Las gráficas del modo de modulación en amplitud muestran que

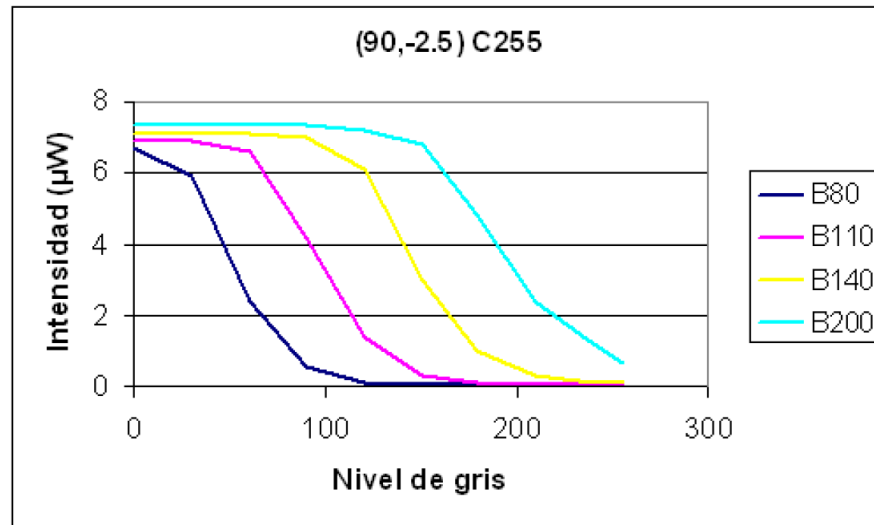


Figura 3.17: Modulación de amplitud para contraste 255 y brillo variable

la intensidad es aproximadamente lineal para valores de contraste bajos.

Las curvas del modo de modulación de fase ($\psi_1 = 45^\circ, \psi_2 = -90^\circ$) del LC2002 fueron realizadas para diferentes valores de brillo y contraste, mientras los controles gamma se fijaron a cero. El corrimiento de fase fue contabilizado a partir de las imágenes tomadas por la cámara CCD; en este caso, las curvas de fase incluyen curvas de intensidad acoplada medidas con ayuda del medidor de potencia. Las Figs. 3.19 y 3.20 muestran la modulación de fase e intensidad acoplada para brillo 140 y contraste variable.

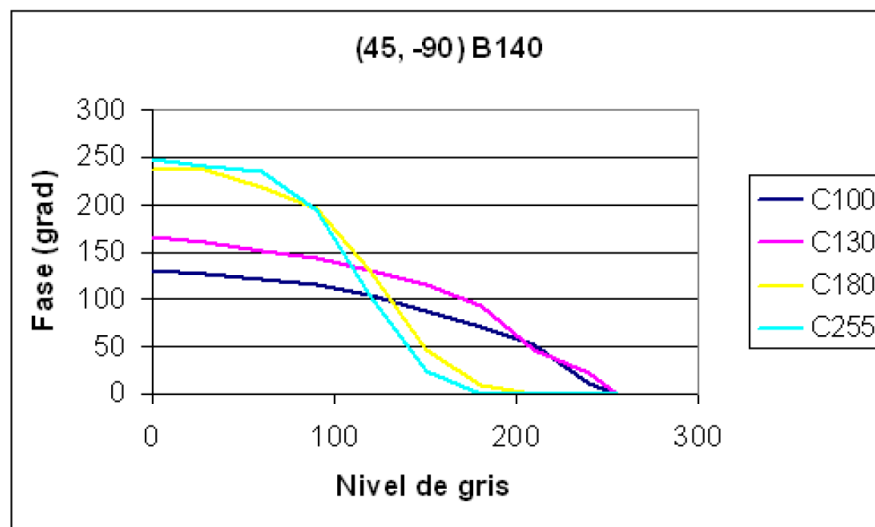


Figura 3.18: Modulación de fase para brillo 140 y contraste variable

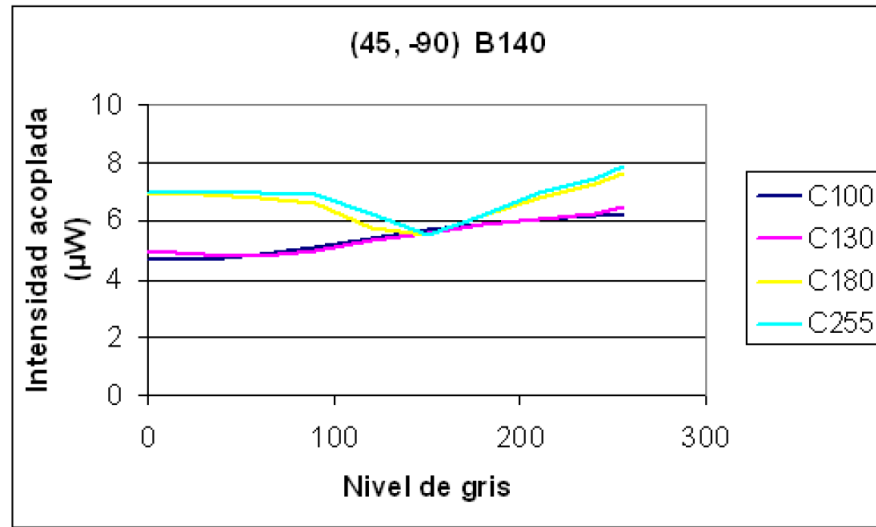
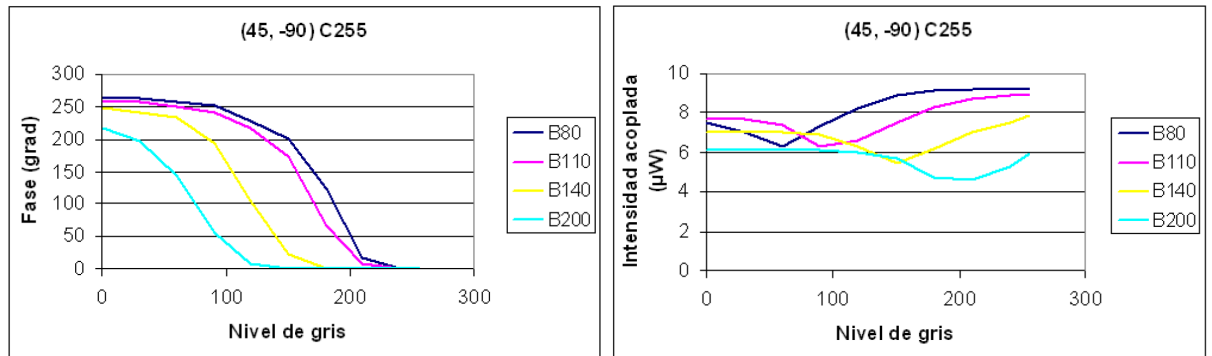


Figura 3.19: Intensidad acoplada para brillo 140 y contraste variable

Las Figs. 3.21 y 3.22 muestran la modulación de fase e intensidad acoplada para contraste 255 y brillo variable. Donde se demuestra que el LC-2002 es capaz de lograr un corrimiento de fase de 260° con una desviación estándar de amplitud de 11% usando una longitud de onda de iluminación $\lambda = 633nm$.



(a) Modulación de fase para contraste 255 y brillo variable

(b) Intensidad acoplada contraste 255 y brillo variable

Figura 3.20: Modulación de fase e intensidad acoplada

Capítulo 4

Sistema experimental para la descomposición ortogonal de un campo óptico aleatorio

4.1. Generación de una fuente secundaria aleatoria con características dadas

En la práctica, el método de descomposición ortogonal de un campo óptico aleatorio propuesto en el capítulo 2, requiere de una fuente de radiación óptica aleatoria con características estadísticas conocidas. Con este objetivo, en este trabajo adaptamos la técnica de generación de una fuente secundaria propuesta en [5], modificándola para el caso escalar. Lo que sigue es una breve descripción de esta adaptación.

La técnica propuesta se basa en el uso de una placa difusora girada en el plano normal a la dirección de propagación de la iluminación de una fuente primaria monocromática y coherente. Esta placa difusora puede ser considerada como una pantalla delgada transparente con la transmitancia de amplitud instantánea:

$$T(\mathbf{x}) = \exp[i f(\mathbf{x})], \quad (4.1)$$

donde $f(\mathbf{x})$ es una variable aleatoria dependiente de la posición \mathbf{x} y asociada a la rugosidad de la placa difusora. Consideramos que la variable $f(\mathbf{x})$ posee densidad de probabilidad Gaussiana, es decir:

$$\rho[f(\mathbf{x})] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\varepsilon^2} \exp\left[-\frac{f^2(\mathbf{x})}{2\varepsilon^2}\right], \quad (4.2)$$

y función de correlación

$$\langle f(\mathbf{x}_1)f(\mathbf{x}_2) \rangle = \varepsilon^2 \exp\left[-\frac{(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)^2}{2\gamma^2}\right]. \quad (4.3)$$

Si la placa difusora con tal transmitancia es iluminada por un haz Gaussiano con la amplitud de anchura efectiva σ_s , la señal óptica directamente atrás de la pantalla se da por:

$$E_{ss}(\mathbf{x}) = E_0 \exp\left(\frac{\mathbf{x}^2}{2\sigma_s^2}\right) \exp[-i f(\mathbf{x})]. \quad (4.4)$$

Entonces, la densidad espectral mutua de la fuente secundaria generada, puede ser encontrada como:

$$W_{ss}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \langle E_{ss}^*(\mathbf{x}_1)E_{ss}(\mathbf{x}_2) \rangle = E_0^2 \langle \exp i[f(\mathbf{x}_2) - f(\mathbf{x}_1)] \rangle. \quad (4.5)$$

En [5] la densidad espectral mutua, dada por la Ec. (4.5) está calculada con las condiciones (4.2) y (4.3). El resultado de este cálculo:

$$W_{ss}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = E_0^2 \exp \left[-\frac{(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2)^2}{2\sigma_s^2} \right] \times \exp \left\{ -\varepsilon^2 \left[1 - \exp \left(-\frac{(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)^2}{2\gamma^2} \right) \right] \right\}. \quad (4.6)$$

Hacemos notar que para una placa difusora, el parámetro ε es mucho menor que π radianes. Debido a esto, en nuestros siguientes cálculos es justo adaptar la aproximación:

$$\exp(-\varepsilon^2) \approx 0 \quad (4.7)$$

y, entonces,

$$W_{ss}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \approx E_0^2 \exp \left[-\frac{\mathbf{x}_1^2 + \mathbf{x}_2^2}{2\sigma_s^2} \right] \exp \left[-\frac{(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)^2}{2\sigma_\mu^2} \right], \quad (4.8)$$

donde: σ_μ/ε .

Como podemos concluir, la fuente secundaria generada con el uso de una placa difusora giratoria, representada por una fuente aleatoria parcialmente coherente. La anchura de coherencia transversal de esta fuente se determina por el parámetro σ_{mu} . Como es sabido, este parámetro puede ser evaluado con un experimento de Young con dos pinholes posicionados en los puntos $x_1 = x - \frac{\xi}{2}$ y $x_2 = x + \frac{\xi}{2}$. La intensidad óptica media del patrón de interferencia registrado en este experimento es:

$$I(\xi) \approx \left\langle E_{ss}^2 \left(\frac{\xi}{2} \right) \right\rangle + \left| W_{ss} \left(\frac{\xi}{2}, \frac{\xi}{2} \right) \right| \cos(\xi), \quad (4.9)$$

midiendo esta intensidad para diferentes valores de la distancia ξ entre pinholes podemos encontrar $\left| W_{ss} \left(\frac{\xi}{2}, -\frac{\xi}{2} \right) \right|$

$$\sigma_{mu} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left| W_{ss} \left(\frac{\xi}{2}, \frac{\xi}{2} \right) \right| d\xi}{W_{ss}(0, 0)}. \quad (4.10)$$

Más adelante se mostrarán los experimentos pertinentes para la comprobación de lo propuesto en esta sección.

4.2. Elección de la base de referencia y simulación numérica

Como ya mostramos en la sección anterior, la fuente secundaria generada en nuestro experimento es presentada por la expresión (para simplificar nuestras consideraciones, en adelante consideraremos sólo el caso de una dimensión)

$$W_{ss}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = E_0^2 \exp \left(-\frac{\mathbf{x}_1^2 + \mathbf{x}_2^2}{2\sigma_s^2} \right) \exp \left[-\frac{(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)^2}{2\sigma_\mu^2} \right]. \quad (4.11)$$

La fuente de radiación óptica con la densidad espectral mutua dada por la Ec. (4.11) es conocida como la fuente modelo Schell-Gaussiano. Esta fuente ha sido bien estudiada, y para ella ha sido obtenida la solución exacta a la ecuación de Fredholm (4.7) en forma de funciones propias:

$$\varphi_n(x) = \left(\frac{2c}{\pi} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} H_n(x\sqrt{2c}) \exp(-cx^2), \quad (4.12)$$

y valores propios:

$$\lambda_n = E_0^2 \left(\frac{\pi}{a+b+c} \right)^{1/2} \left(\frac{b}{a+b+c} \right)^n, \quad (4.13)$$

donde:

$$a = \frac{1}{4\sigma_s^2},$$

$$b = \frac{1}{2\sigma_s^2},$$

$$c = \sqrt{a^2 + 2ab}. \quad (4.14)$$

Cabe destacar que el modelo teórico (4.11) junto con su representación en modos coherentes Ecs. (4.12)- (4.14) tienen un carácter solo aproximado y siendo aplicado en el caso descrito en la sección anterior. Para aplicar esta técnica en la práctica, primero es necesario elegir una base de referencia ortogonal. Para tal base es natural usar un conjunto de funciones con la estructura cercana a las funciones propias dadas por la Ec. (4.12), es decir:

$$\psi_k(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\alpha 2^k k!} \right)^{1/2} \exp\left(\frac{x^2}{2\alpha^2}\right) H\left(\frac{x}{\alpha}\right), \quad (4.15)$$

donde α es un parámetro positivo, lo cual definimos más tarde. Utilizando la propiedad de polinomios de Hermite [29]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2) H_m(x) H_l(x) dx = 2^m m! \sqrt{\pi} \delta_{ml}, \quad (4.16)$$

es posible mostrar que las funciones $\psi_k(x)$ dadas por la Ec. (4.15) son ortonormales, la cual es la condición necesaria atribuida a la base de referencia por la definición (4.9). Notamos que el parámetro α en (4.15), se entiende como la escala espacial de la base ortogonal elegida. Por esta razón, es natural elegir este parámetro partiendo de la anchura efectiva de la fuente secundaria utilizada en los experimentos, es decir $\alpha = \sigma_s$. Entonces, la Ec.(4.15) toma la forma

$$\psi_k(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_s 2^k k!} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_s^2}\right) H\left(\frac{x}{\sigma_s}\right). \quad (4.17)$$

Con la elección de la base ortogonal de referencia en la forma de (4.17), la transmitancia de amplitud de holograma (2.24) utilizada en la técnica propuesta en la sección 2.4, se define por la siguiente expresión:

$$t_{kl}(x) = t_0 + 2 \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_s} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_s^2}\right) \times \left[\left(\frac{1}{2^k k!} \right)^{1/2} H_k\left(\frac{x}{\sigma_s}\right) \cos(2\pi p_0 x) + \left(\frac{1}{2^l l!} \right)^{1/2} H_l\left(\frac{x}{\sigma_s}\right) \cos(2\pi p_0 x + \beta) \right]. \quad (4.18)$$

Recordamos que la constante t_0 tiene que ser elegida para garantizar un valor positivo de $t_{kl}(x)$, es decir:

$$\begin{aligned} & \text{máx}_{x,kl} \left\{ 2 \left(\frac{1}{\pi\sigma_s} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_s^2}\right) \right\} \times \\ & \times \left[\left(\frac{1}{2^k k!} \right)^{1/2} H_k\left(\frac{x}{\sigma_s}\right) \cos(2\pi p_0 x) + \left(\frac{1}{2^l l!} \right)^{1/2} H_l\left(\frac{x}{\sigma_s}\right) \cos(2\pi p_0 x + \beta) \right]. \end{aligned} \quad (4.19)$$

ó bien,

$$t_0 = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_s} \right)^{1/2} = 4 \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_s} \right)^{1/2}. \quad (4.20)$$

Entonces la transmitancia de amplitud de holograma necesaria para la realización de la técnica propuesta puede ser descrita en forma normalizada como:

$$\begin{aligned} t_{kl}(x) &= 1 + 2 \left(\frac{1}{\sqrt{\pi} 2^l l!} \right)^{1/2} H_k\left(\frac{x}{\sigma_s}\right) \cos(2\pi p_0 x) \\ &+ 2 \left(\frac{1}{\sqrt{\pi} 2^l l!} \right)^{1/2} H_l\left(\frac{x}{\sigma_s}\right) \cos(2\pi p_0 x + \beta), \end{aligned} \quad (4.21)$$

donde $\beta = 0$ ó $\beta = -\pi/2$

En la siguiente sección se muestran los experimentos correspondientes, el análisis de los datos y la discusión pertinente para comprobación de la teoría concerniente a esta sección.

4.3. Experimento

Al final de la sección 4.1 se dijo que más adelante se mostrarían los experimentos pertinentes para la comprobación experimental de la teoría propuesta; en esta sección describimos el dicho proceso experimental.

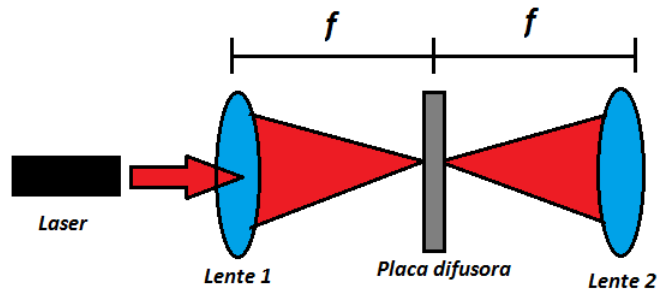
4.3.1. Materiales utilizados.

Fuente de luz primaria.

Debido a que presenta excelentes condiciones para experimentos de óptica en general, tales como: emisión de luz visible, diámetro milimétrico, casi monocromático, alta estabilidad y baja sensibilidad a la temperatura; como fuente primaria de iluminación se ha utilizado un láser He-Ne, modelo 25-LPH-828-249 de la compañía CVI Melles Griot, el cual cumple con las características siguientes: $\lambda = 633nm$, $20mW$ de potencia de salida y diámetro de $0,5mm$.



(a) Fuente láser utilizada



(b) Sistema 4f

Figura 4.1: Montaje experimental

Difusión y Colimación

Posteriormente a nuestra fuente primaria, montaremos el arreglo mostrado en la Fig. 4.1, el cual será utilizado para la colimación y modulación de las propiedades ópticas de nuestra fuente primaria. Este arreglo consta de dos lentes biconvexas de $f = 120,5mm$ y $f = 38,10mm$ respectivamente, con la placa difusora colocada en el foco de ambas (Fig. 4.1 b)



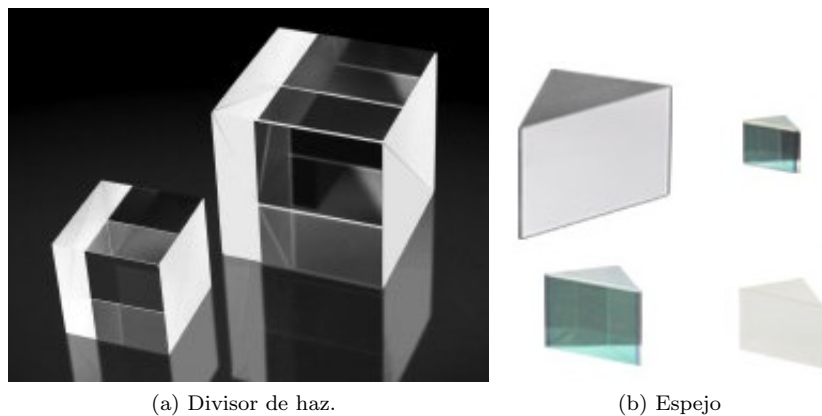
(a) Lente

(b) Placa

Figura 4.2: Dispositivos para difusión y colimación

Interferómetro Mach-Zehnder

Una vez que se realiza la modulación del grado de coherencia de nuestra fuente utilizaremos un interferómetro Mach-Zehnder para su caracterización. Para construir este interferómetro utilizaremos dos divisores de haz no polarizados de $2,5\text{cm}$ de lado. Además utilizamos 2 espejos triangulares Fig. 4.3 b), los cuales tienen una reflexión del 99%

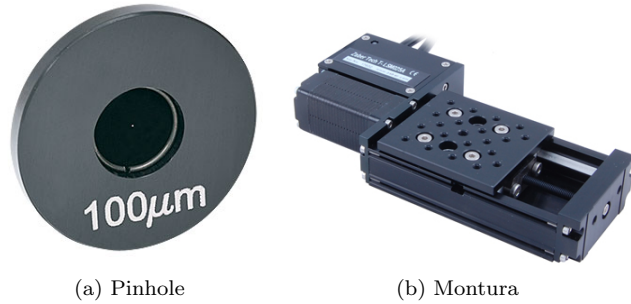


(a) Divisor de haz.

(b) Espejo

Figura 4.3: Dispositivos ópticos.

Finalmente, utilizaremos 2 pinholes de $200\mu\text{m}$ de la marca Thorlabs, los cuales son montados en monturas milimétricas Fig. 4.4



(a) Pinhole

(b) Montura

Figura 4.4: Interferómetro Mach-Zehnder

Cámara CCD e interfaz con la computadora

Después de haber pasado por el interferómetro, nuestro haz es enfocado en una cámara CCD marca Costar, SI-M400N (imagen 4.6), la cual funciona mediante el software: Honestch HD DVR 2.5, dicho software permite que la toma de imágenes sea un proceso personalizado y eficiente, la cual provoca que su posterior análisis se simplifique mucho.

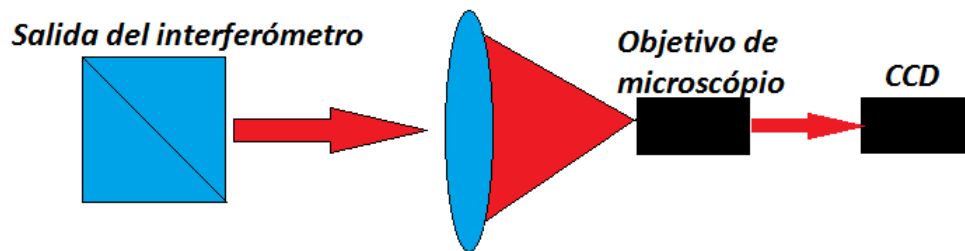


Figura 4.5: Controles gamma del LC-2002



(a) Cámara

No

(b) Objetivo de microscopio.

Figura 4.6: Costar SI-M400N,

Para llevar a cabo la captura de nuestras imágenes utilizaremos el arreglo mostrado en la Fig.4.5 el cual consta de una lente convergente de longitud focal $f = 10\text{cm}$, un objetivo de microscopio $100x$ y una cámara CCD (Fig. 4.6)

4.3.2. Caracterización de la fuente primaria

Con el fin de conocer el grado de coherencia de nuestra fuente primaria, emplearemos el arreglo mostrado Fig. 4.7. El arreglo mostrado es un interferómetro Mach-Zehnder, el cual utilizaremos para realizar el experimento de Young modificado para sí poder medir el grado de coherencia de nuestra fuente primaria a partir de los patrones de interferencia.

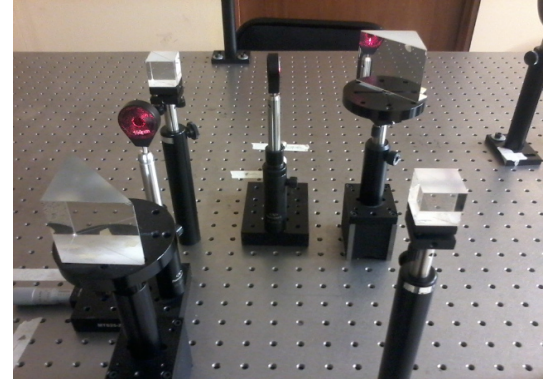
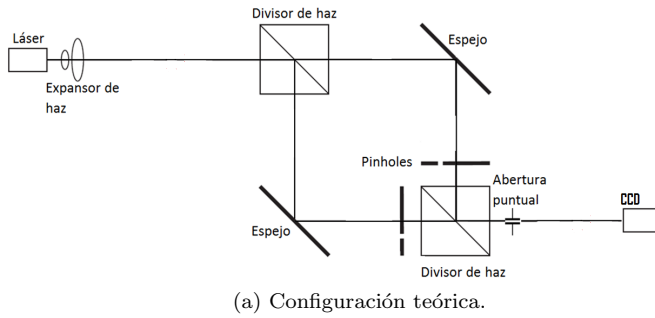


Figura 4.7: Caracterización fuente primaria

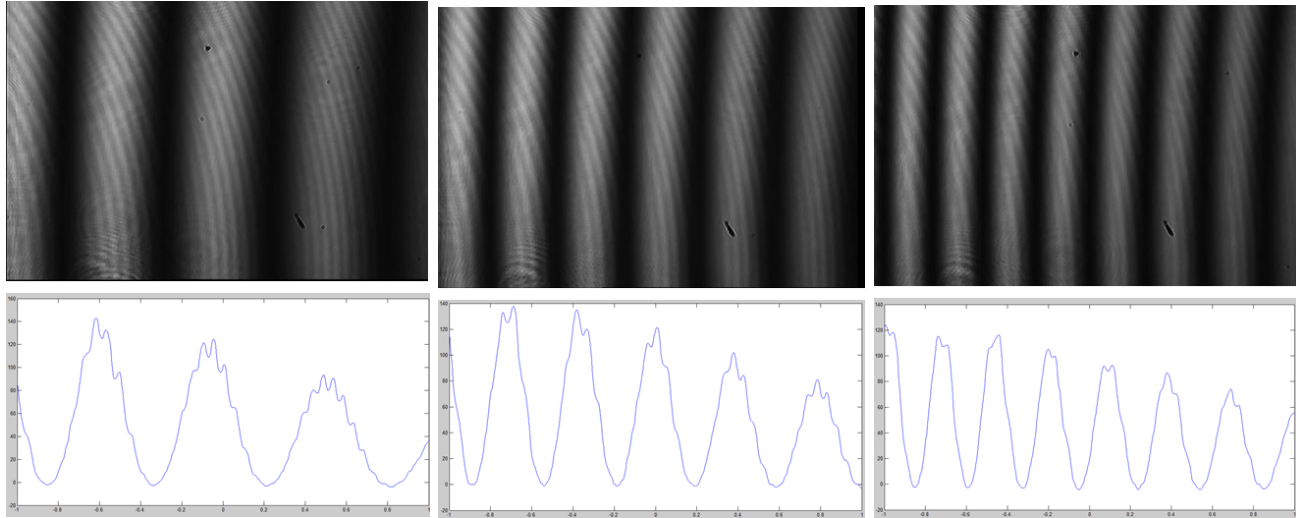


Figura 4.8: Patrones de interferencia de fuente primaria

En [1] se nos otorga un proceso muy eficaz y sencillo para medir la coherencia a partir del patrón de difracción obtenido. Partiendo de la así llamada "ley de interferencia espectral", la cual se escribe como:

$$S(\mathbf{x}) = S^{(1)}(\mathbf{x}) + S^{(2)}(\mathbf{x}) + 2[S^{(1)}(\mathbf{x})S^{(2)}(\mathbf{x})]^{\frac{1}{2}} \times |\mu(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)| \cos[\beta(\mathbf{x}, \mathbf{x}_2) - \delta] \quad (4.22)$$

Una vez que hemos obtenido los patrones de interferencia, la ley de interferencia espectral dada por la ecuación 4.22 tiene un máximo cuando $\cos[\] = 1$ y un mínimo cuando $\cos[\] = -1$, de este modo tenemos que:

$$S_{max}(\mathbf{x}) = S^{(1)}(\mathbf{x}) + S^{(2)}(\mathbf{x}) + 2|\mu(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)|[S^{(1)}(\mathbf{x})S^{(2)}(\mathbf{x})]^{\frac{1}{2}} \quad (4.23)$$

$$S_{min}(\mathbf{x}) = S^{(1)}(\mathbf{x}) + S^{(2)}(\mathbf{x}) - 2|\mu(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)|[S^{(1)}(\mathbf{x})S^{(2)}(\mathbf{x})]^{\frac{1}{2}} \quad (4.24)$$

Además, como es conocido [5] la visibilidad espectral se define como:

$$V(\mathbf{x}) = \frac{S^{(max)}(\mathbf{x}) - S^{(min)}(\mathbf{x})}{S^{(max)}(\mathbf{x}) + S^{(min)}(\mathbf{x})} \quad (4.25)$$

Al restar las ecuaciones 4.23 y 4.24, hacer algo de álgebra, sustituir 4.25 y despejar, tenemos que:

$$|\mu(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)| = \frac{S^{(1)}(\mathbf{x}) + S^{(2)}(\mathbf{x})}{2[S^{(1)}(\mathbf{x})S^{(2)}(\mathbf{x})]^{\frac{1}{2}}} V(\mathbf{x}) \quad (4.26)$$

De esta manera, midiendo los máximos y mínimos; así como las intensidades de cada fuente puntual, encontramos que el grado de coherencia de nuestra fuente primaria para diferentes separaciones de los pinholes; estos resultados se muestran en la figura 4.9.

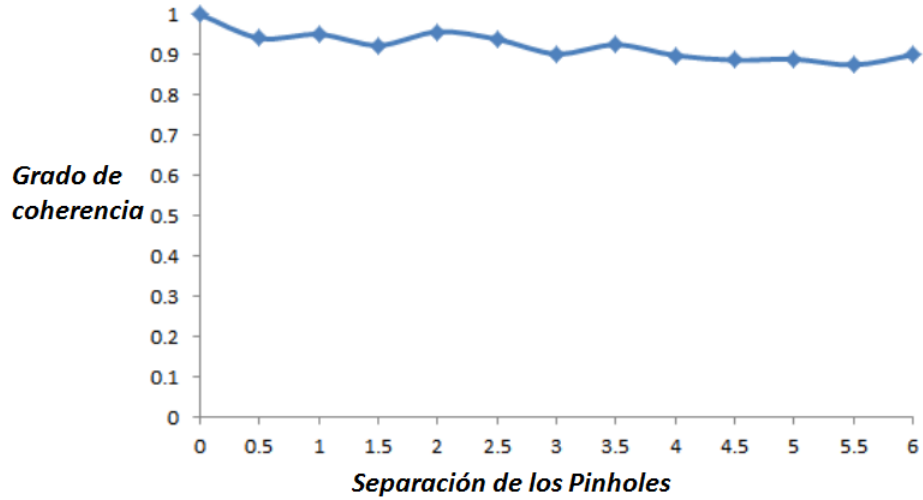


Figura 4.9: Grado de coherencia de la fuente primaria

También en [1], se nos brinda un método para calcular la función de correlación, ésta está dada por:

$$|W(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)| = |\mu(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)| [S^{(1)}(\mathbf{x})S^{(2)}(\mathbf{x})]^{\frac{1}{2}} \quad (4.27)$$

4.3.3. Caracterización de la fuente secundaria

Para generar y caracterizar nuestra fuente secundaria utilizaremos el arreglo experimental mostrado en la f

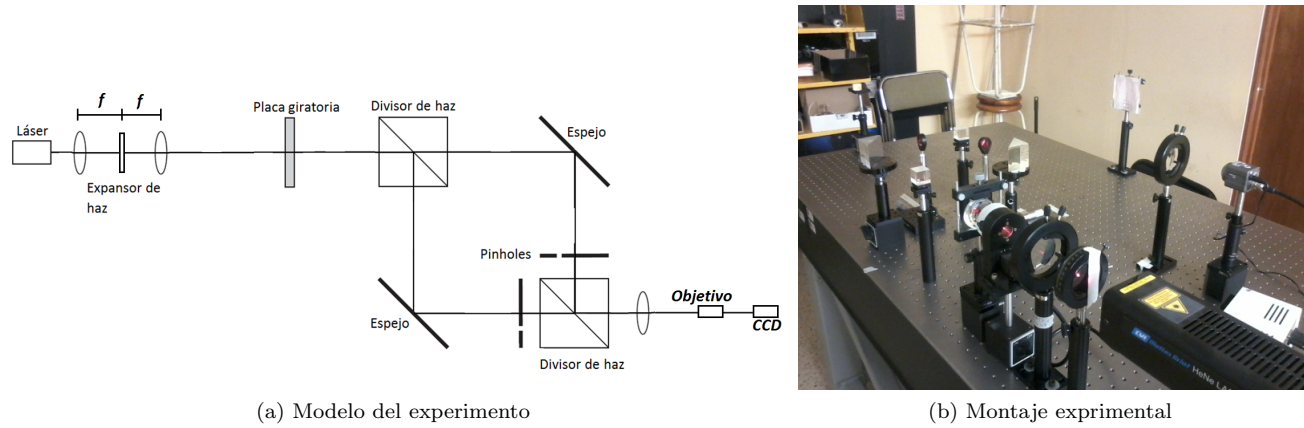


Figura 4.10: Fuente secundaria

La caracterización se hace para dos placas difusoras; una de 10° y otra de 30° , las Figs. 4.10 y 4.11 muestran los patrones de difracción de éstas.

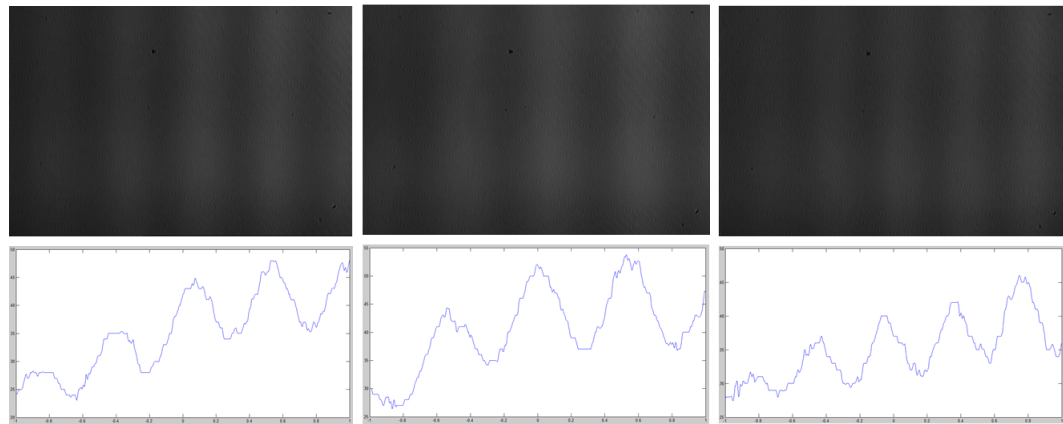


Figura 4.11: Patrones de difracción fuente secundaria placa 10°

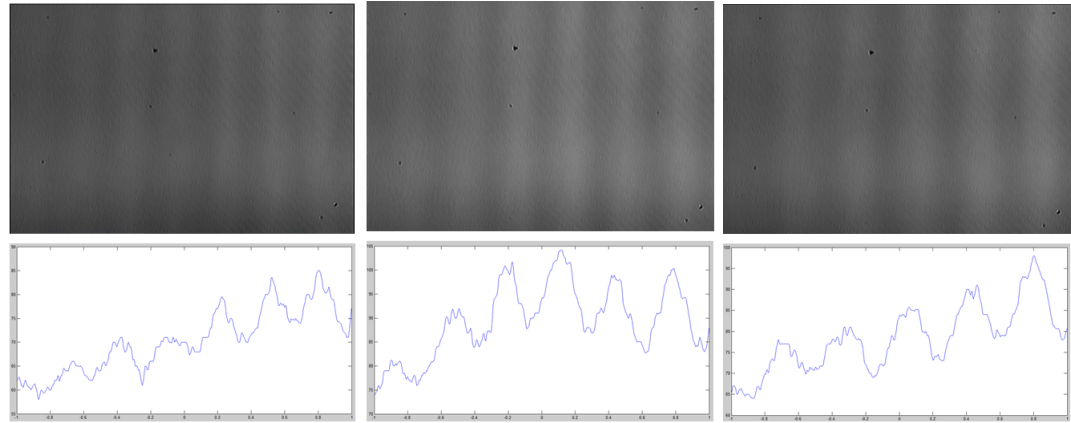


Figura 4.12: Patrones de difracción de fuente secundaria placa 30°

Debido a que en esencia, el análisis de coherencia es el mismo para la fuente secundaria, y debido a que estamos interesados en la función de correlación, presentaremos sólo las gráficas de esta función calculada para la fuente secundaria con la placa de 30° y la placa de 10° . Finalmente, para comprobar nuestras hipótesis teóricas, se montó el arreglo experimental mostrado en la Fig. 4.12.

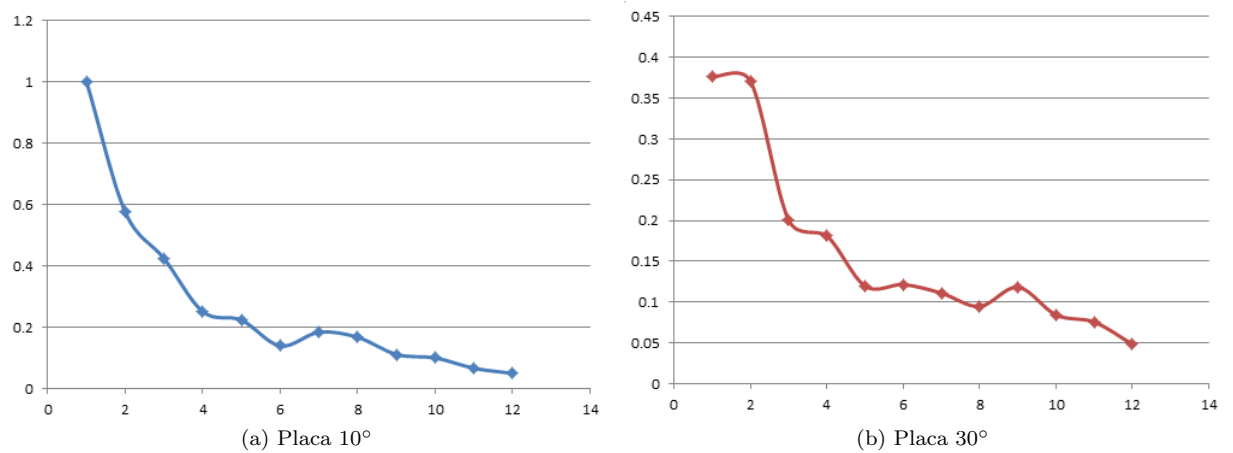


Figura 4.13: Función de densidad espectral, fuente secundaria.

El grado de coherencia, en ambos casos, presenta el mismo comportamiento: éste disminuye a medida que aumentamos la separación de los pinholes.

4.4. Mascarillas de transmisión

Para medir los coeficientes del campo en la base ortogonal de referencia, definidos en la Ec. 2.14 llevamos a cabo la siguiente configuración experimental:

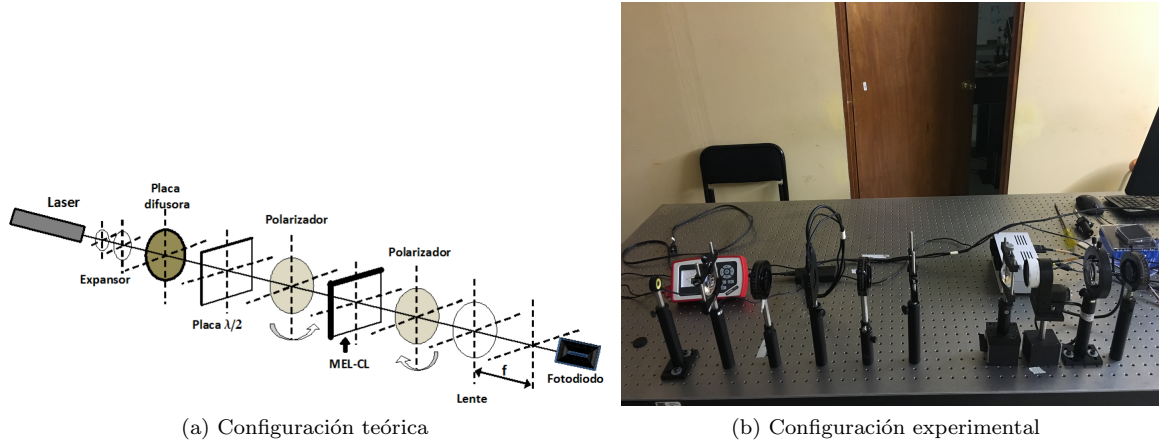


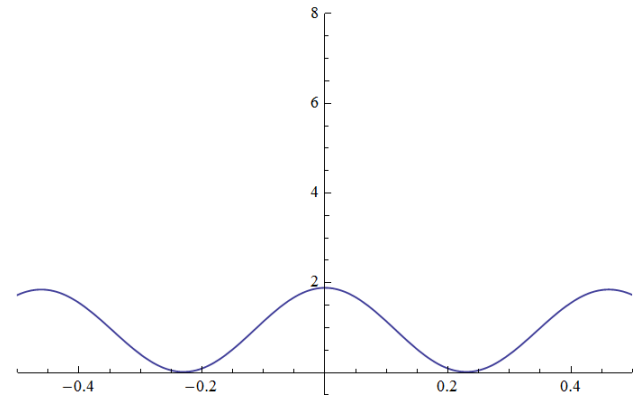
Figura 4.14: Experimento para la medición de los eigenvalores y eigenfunciones

Notemos que aquí es donde hacemos uso de nuestra pantalla de cristal líquido, la cual se encuentra entre dos polarizadores configurados para modular solo amplitud. Haciendo uso del código mostrado en el Apéndice 1, logramos diseñar las siguientes mascarillas, las cuales tendrán la función de variar la intensidad medida al final de nuestro sistema, permitiéndonos así calcular los eigenvalores y las eigenfunciones definidos en la Ec. 2.7. Haciendo esto, podemos hallar la función de densidad espectral cruzada a partir de la Ec. 2.7. Es importante notar que, debido a las limitaciones experimentales, en éste cálculo, nuestras eigenfunciones $\varphi_n^*(\mathbf{r}_1, \nu) = \varphi_n(\mathbf{r}_1, \nu)$, esto se debe a que sólo es posible medir la parte real de nuestra función.

A continuación se presentan algunas de las mascarillas proyectadas, con sus respectivos patrones de intensidades.



(a) Mascarilla proyectada



(b) Perfil de intensidad de nuestra mascarilla. Notamos que tenemos sólo valores positivos

Figura 4.15: Esta mascarilla es la Ec. 4.21 proyectada sobre un plano, para este caso $l = 4, k = 4, t_0 = 0,05$ y un máximo de $max = 1,869$

La matriz que tenemos, midiendo para la ec. 2.14 es la siguiente:

$$\mathbf{C}_{kl} = \begin{pmatrix} 0,0620 & 0,0616 & 0,0805 & 0,0126 & 0,0613 \\ 0,0616 & 0,1190 & 0,0146 & 0,0188 & 0,0529 \\ 0,0805 & 0,0146 & 0,1320 & 0,0326 & 0,0000 \\ 0,0126 & 0,0188 & 0,0326 & 0,1310 & 0,0344 \\ 0,0613 & 0,0529 & 0,0000 & 0,0344 & 0,1260 \end{pmatrix}, \quad (4.28)$$

Los eigenvalores de esta matriz son los que estamos buscando, estos pueden ser calculados por distintos medios; nosotros elegimos la función "built-in" de Wolfram Mathematica 9.0, la cual nos arroja los siguientes eigenvalores:

Eigenvalues [Ckl]= {0.263773, 0.141543, 0.117434, 0.0657763, 0.0185255}

Eigenvectors [Ckl] =

{ { -0.48578, -0.47193, -0.43436, -0.34482, -0.48344 },
 { 0.10548, -0.35453, 0.75683, 0.11985, -0.52538 },
 { 0.28293, 0.26844, 0.18186, -0.90012, -0.06770 },
 { 0.12145, -0.72846, 0.11327, -0.20377, 0.63264 },
 { 0.81122, -0.22106, -0.43889, 0.12237, -0.29229 } }

Y los eigenvalores:

Eigenvalues [Ckl]= {0.263773, 0.141543, 0.117434, 0.0657763, 0.0185255}

En el apéndice se muestra el código utilizado para sustituir estos valores en la Ec. 2.7, haciendo esto, podemos graficar la matriz de densidad espectral cruzada. Estos valores son hallados a partir de nuestro experimento de difracción, moviendo los pinholes a lo largo de una línea. Los datos obtenidos son los siguientes:

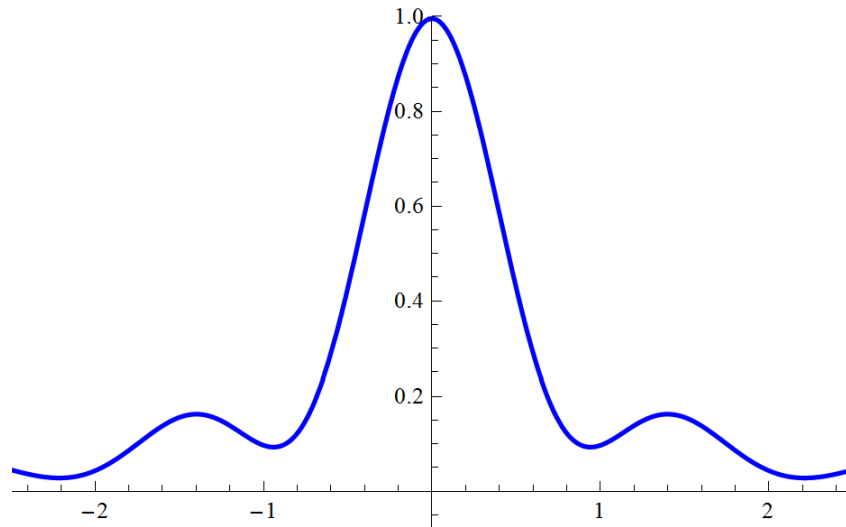


Figura 4.16: Función de densidad espectral cruzada, calculada a partir de la ecuación 2.7

Ahora, a partir de la Ec. 4.8, y sustituyendo los valores de distancia y apertura numérica, tenemos que:

B = ListPlot

[{ { -2.2, 0.05029 }, { -2, 0.06705 }, { -1.8, 0.10058 }, { -1.6, 0.1117 },
 { -1.4, 0.1676 }, { -1.2, 0.1844 }, { -1.0, 0.1390 }, { -0.8, 0.2035 },
 { -0.6, 0.2514 }, { -0.4, 0.5446 }, { -0.2, 0.7555 }, { 0.0, 1.0000 },
 { 0.2, 0.7555 }, { 0.4, 0.5446 }, { 0.6, 0.2510 }, { 0.8, 0.2035 },
 { 1.0, 0.1397 }, { 1.2, 0.1844 }, { 1.4, 0.1676 }, { 1.6, 0.1117 },
 { 1.8, 0.1005 }, { 2.0, 0.0670 }, { 2.2, 0.0502 } }

En esta lista, la distancia se presenta en el lado izquierdo, mientras que los componentes de la matriz de densidad espectral cruzada se muestran en el lado derecho.

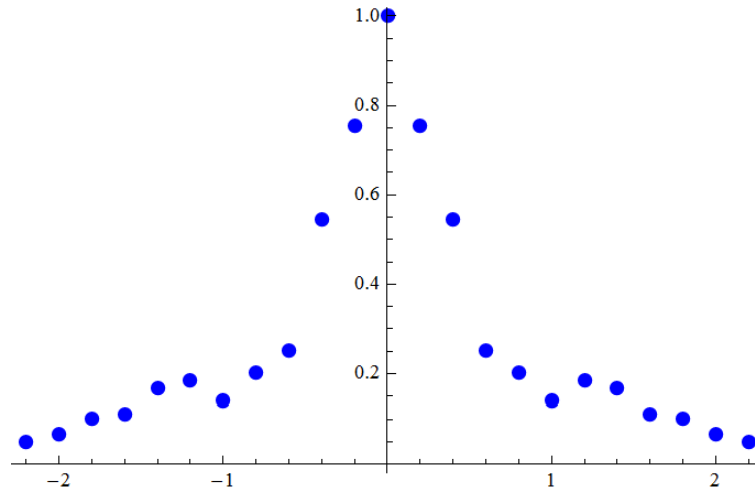


Figura 4.17: Densidad espectral cruzada, a partir de la Ec. 4.8

Comparando ambas gráficas, tenemos que:

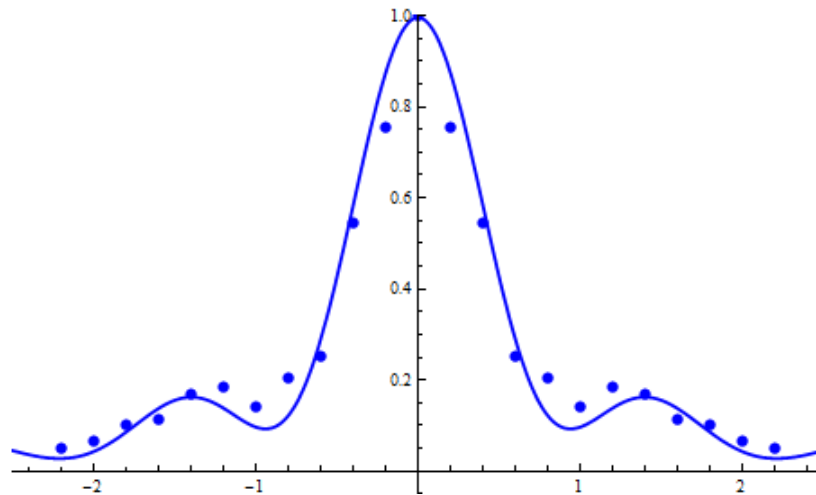


Figura 4.18: Densidad espectral cruzada, a partir de la Ec. 4.8

Podemos ver que por medio de dos experimentos diferentes e independientes hemos hallado la misma función, probando así que nuestra fuente secundaria es funcional y de hecho, tiene el funcionamiento esperado.

Capítulo 5

Conclusiones

- Se ha diseñado una fuente genuina, parcialmente coherente, parcialmente polarizada y propiedades estadísticas conocidas.
- Mediante el uso de moduladores espaciales de luz (MEL) y placas difusoras de fase, hemos podido modular a nuestra conveniencia las propiedades estadísticas de un láser convencional. Teniendo como resultado una fuente parcialmente coherente y parcialmente polarizada.
- A partir del trabajo del Dr. Andrey S. Ostrovsky, sobre la representación de un campo electromagnético en una base de referencia para un campo electromagnético vectorial, hemos hallado la estructura modal de nuestro campo, resolviendo un problema de valores propios.
- Con lo anterior, hallamos la matriz de densidad espectral cruzada, completando con esto toda la información requerida para conocer las propiedades de nuestra fuente secundaria.
- Una vez que conocemos las propiedades de nuestra fuente secundaria, esta puede servir como fuente en múltiples experimentos en el área de la "teoría vectorial de coherencia para campos electromagnéticos".

Bibliografía

- [1] A.S. Ostrovsky, P. Martínez-Vara, M.Á. Olvera-Santamaría, and G. Martínez-Niconoff, Vector coherence theory: An overview of basic concepts and definitions, in *Recent Research Developments in Optics*, ed. S.G. Pandalai (Research Signpost, Kerala, India 2009).
- [2] T. Shirai and E. Wolf, “Coherence and polarization of electromagnetic beams modulated by random phase screen and their changes on propagation in free space,” *J. Opt. Soc. Am. A* 21, 1907-1916 (2004).
- [3] T. Shirai, O. Korotkova, and E. Wolf, “A method of generating electromagnetic Gaussian Schell-model beams,” *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 7, 232-237 (2005).
- [4] A.S. Ostrovsky, G. Martínez-Niconoff, V. Arrizón, P. Martínez-Vara, M.Á. Olvera-Santamaría, and C. Rickenstorff-Parrao, “Modulation of coherence and polarization using liquid crystal spatial light modulators,” *Opt. Express* 17, 5257-5264 (2009).
- [5] Andrey S. Ostrovsky, Gustavo Rodríguez-Zurita, Cruz Meneses-Fabián, Miguel Á. Olvera-Santamaría, and Carolina Rickenstorff-Parrao, “Experimental generating the partially coherent and partially polarized electromagnetic source” ,*Opt. Express* 18, 12864-12871 (2010).
- [6] A.S. Ostrovsky, *Coherent-Mode Representations in Optics*, SPIE Press, Bellingham, Washington USA, ISBN: 0-8194-6350-7, 2006.
- [7] A.S. Ostrovsky, A.M. Zemliak, and M. A. Olvera Santamaria, Experimental determining the alternative coherent-mode representation of a planar source, *Opt. Commun.* 284, 2638-2641 (2011).
- [8] Esteban Vélez Juárez, Andrey S. Ostrovsky and Alexander M. Zemliak , “Construction of the Coherent-Mode Representation of an Optical Planar Source from the Results of Young’s Experiment”, *Journal of Physical Science and Application* 4 ,(2014).
- [9] Esteban Vélez-Juárez, Gabriel Martínez-Niconoff, Javier Muñoz-López, and Andrey S. Ostrovsky, “Experimental determining the coherent-mode structure of vector electromagnetic field through its decomposition in reference basis”, *Opt. Express* 22, 26232-26239 , (2014).
- [10] H. Gamo, “Matrix treatment of partial coherence,” in *Progress in Optics III*, E. Wolf, ed. (North-Holland, 1964).
- [11] E. Wolf, “New theory of partial coherence in the space-frequency domain. Part 1: Spectra and cross spectra of steady-state source,” *J. Opt. Soc. Am. A* 72(3), 343-351 (1982).
- [12] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University, 1995).
- [13] E. Wolf, *Introduction to the Coherence and Polarization of Light* (Cambridge University, 2007).
- [14] F. Gori, M. Santarsiero, R. Simon, G. Piquero, R. Borghi, and G. Guattari, “Coherent-mode decomposition of partially polarized, partially coherent sources,” *J. Opt. Soc. Am. A* 20(1), 78-84 (2003).
- [15] J. Tervo, T. Setälä, and A. T. Friberg, “Theory of partially coherent electromagnetic fields in the spacefrequency domain,” *J. Opt. Soc. Am. A* 21(11), 2205-2215 (2004).
- [16] K. Kim and E. Wolf, “A scalar-mode representation of stochastic, planar, electromagnetic sources,” *Opt. Commun.* 261(1), 19-22 (2005).
- [17] F. Gori, “Matrix treatment for partially polarized, partially coherent beams,” *Opt. Lett.* 23(4), 241-243 (1998).
- [18] J. Tervo, T. Setälä, and A. T. Friberg, “Degree of coherence for electromagnetic fields,” *Opt. Express* 11(10), 1137-1143 (2003).
- [19] F. Ferreira and M. Belsley, “Holographic spatial coherence analysis of a laser,” *Opt. Lett.* 38(21), 4350-4353 (2013).
- [20] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics* McGraw-Hill, USA. (1996).

- [21] P. G. De Gennes and J. Prost, *The physics of liquid crystals*. Clarendon Press, UK. (1993), Cap 3.
- [22] A. Yariv and P. Yeh, *Optical Waves in Crystals*. John Wiley and Sons, USA.(1984), Cap 5.
- [23] E. B. Priestley, P. J. Wojtowicz and P. Sheng, *Introduction to liquid crystals*. Plenum Press, USA. (1975), Cap 8.
- [24] K. Lu and B. E. A. Saleh, "Theory and design of the liquid crystal TV as an optical spatial phase modulator", *Opt. Eng.* 29, pp. 240-246, (1990).
- [25] M. Yamauchi and T. Eiju, "Optimization of twisted nematic liquid crystal panels for spatial light phase modulation", *Opt. Comm.* 115, pp. 19-25, (1995).
- [26] M. Yamauchi, "Origin and characteristics of ambiguous properties in measuring physical parameters of twisted-nematic liquid crystal spatial light modulators", *Opt. Eng.* 41, pp. 1134-1141, (2002).
- [27] M. Yamauchi, "Jones-matrix models for twisted-nematic liquid-crystal devices", *Appl. Opt.* 44, pp. 4484-4493, (2005).
- [28] A. Hermerschmidt, S. Quiram, F. Kallmeyer and H. J. Eichler, "Determination of the Jones matrix of an LC cell and derivation of the physical parameters of the LC molecules", *Hojas del fabricante Holoeye*, pp. 1-9, (2007).
- [29] G. B. Arfken and H. J. Weber, *Mathematical Methods for Physicists*, 4th. edition, Academic Press, San Diego, 1995.

Capítulo 6

Apéndice 1: Tablas

6.1. Tabla

Máximo	Mínimo	$S_1(x)$	$S_2(x)$	$V(x)$	$\mu(x)$
135.2	9.667	37.00	28.00	0.866	0.874
149	4.667	40.00	29.00	0.939	0.951
140	6.000	37.00	30.22	0.917	0.922
128.3	3.000	32.56	30.89	0.954	0.954
126.7	4.778	31.00	32.67	0.927	0.927
113.3	8.000	29.00	29.89	0.868	0.868
106	5.000	24.00	30.78	0.909	0.916
101	9.670	24.00	24.00	0.825	0.825
81.33	5.667	21.00	24.33	0.869	0.872
85.33	6.933	15.00	15.11	0.849	0.849
78	6.333	16.00	26.00	0.849	0.874
83.67	8.000	13.00	32.56	0.825	0.913
68.33	12.00	10.00	34.00	0.701	0.836
23.33	6.333	13.00	4.667	0.572	0.649

Cuadro 6.1: Tabla muy sencilla.

6.2. Código de las mascarillas.

```
clear;  
clc;  
sigma=0.1237;  
t=1.32;%mismo que hace positiva a la grafica  
p=1;  
beta=0;%-pi/2;  
%Grado del polinomio  
l=4;%valores de nuestra matriz  
k=4;%valores de nuestra matriz  
y = 0;  
max=3.17;  
deltay=0.8./600;  
for yy = 1:1:600  
    y = y + deltay;
```

```

x = -0.4;
deltax=2.8./800;
for xx = 400:1:800
    x = x + deltax;
    if yy<=295
        A(yy,xx) =0;
    elseif yy<=305
        A(yy,xx) = t+ 2.*((1/((pi^0.5).*(2^1).*(factorial(1))))^0.5).
        *exp(-(x^2)./(2.*(sigma^2))).*(((1./((2^k).*(factorial(k))))^0.5).
        *hermite(k,x./sigma).*cos(2.*pi.*p.*x)+((1./((2^1).*(factorial(1))))^0.5).
        *hermite(1,x./sigma).*cos(2.*pi.*p.*x+beta));
    elseif yy>305
        A(yy,xx) =0;
    end
end
end
end

for yy = 1:1:600
    y = y + deltax;

    x = -0.4;
    deltax=0.8./800;
    for xx = 1:1:800
        x = x + deltax;
        B(yy,xx) = 0;
    end
end

A1=A./max; %normalizacion y poner maximo en la grafica
figure , imshow(A1+B)

```

6.3. Matriz C_{kl}

$$C_{kl} = \begin{pmatrix} 0,0620 & 0,0616 & 0,0805 & 0,0126 & 0,0613 \\ 0,0616 & 0,1190 & 0,0146 & 0,0188 & 0,0529 \\ 0,0805 & 0,0146 & 0,1320 & 0,0326 & 0,0000 \\ 0,0126 & 0,0188 & 0,0326 & 0,1310 & 0,0344 \\ 0,0613 & 0,0529 & 0,0000 & 0,0344 & 0,1260 \end{pmatrix}$$

6.4. Código para hallar la matriz de densidad espectral cruzada

```

\[\Alpha] = 0.5;
\[\Beta] = 0.48;
a = 1/(4 \[\Alpha]^2);
b = 1/(2 \[\Beta]^2);
c = (a^2 + 2 a b)^(1/2);
VP = {0.263773, 0.141543, 0.117434, 0.0657763, 0.0185255}
Ware = ((2 c)/\[\Pi])^(1/2) \!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\(\[Sum]\)\), \(\kappa =
1\), \(\(5\)\)]\(\VP[\(\(\[k]\)\(\[j]\)\]
\*FractionBox[\(1\), \(\(\(\(\kappa - 1\)\)\!)\]\(\ \ \ )
\*SuperscriptBox[\(2\), \(\kappa - 1\)]\(\ \ \ )\] HermiteH[\(\kappa - 1,
\*FractionBox[\(\(\x\)\)\(\ \ \ )], \(\(2\)\]
\*SqrtBox[\(2\ \ c\)]\ HermiteH[\(\kappa - 1,
\*FractionBox[\(\(\(-\)\)\(\x\)\)\(\ \ \ \ \ \ )], \(\(2\)\]
\*SqrtBox[\(2\ \ c\)]\

```

```
\*SuperscriptBox[\(E\), \(-
\*FractionBox[\(c\
\*SuperscriptBox[\(x\), \((2\)\)\), \((2\)\)\)]\)\)\)

gWa = Plot[.095 + Ware/.425, {x, -2.5, 2.5},
  PlotStyle -> {Blue, Thick}, PlotRange -> {{-2.5, 2.5}, {-0.1, 1}}]
```

Índice alfabético