



**BENEMÉRITA
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA**

COMPLEJO REGIONAL CENTRO CAMPUS
TECAMACHALCO

**ESTUDIO DE COMPARACIÓN AGROCLIMÁTICO PARA EL
ESTABLECIMIENTO DEL CULTIVO DE LA CACTÁCEA
Myrtillocactus geometrizans (GARAMBULLO), EN LA
ZONA DE TECAMACHALCO PUEBLA.**

TESIS

REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE:
LICENCIADO EN INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL

PRESENTA

FRANCISCO JAVIER MORENO ORTIZ

DIRECTOR

M.C. RAMÓN ALMAZO DOMÍNGUEZ

CODIRECTOR

M.C. ADRIANA SÁNCHEZ ESPÍNDOLA

Índice

INTRODUCCIÓN	11
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	12
JUSTIFICACIÓN	14
OBJETIVO GENERAL	16
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	16
HIPÓTESIS	17
MARCO DE REFERENCIA O TEÓRICO	18
¿QUÉ ES EL SUELO?	18
TIPOS DE SUELOS	18
PRINCIPALES TIPOS DE SUELOS	19
Tipos de suelo según su funcionalidad	20
Tipos de suelo según sus características	21
AGROCLIMATOLIGIA DE CULTIVOS	23
¿QUÉ ES EL CLIMA?	24
EL CLIMA Y EL ESTADO DEL TIEMPO	24
VARIABLES CLIMÁTICAS: ¿CÓMO SE CONOCEN EL CLIMA Y EL ESTADO DEL TIEMPO?	24
FACTORES AGRO-CLIMÁTICOS	26
CARACTERÍSTICAS DEL MEDIO FÍSICO LA CACTÁCEA (<i>myrtillocactus geometrizans</i>).	26
DESCRIPCIÓN DE LA CACTÁCEA (<i>MYRTILLOCACTUS GEOMETRIZANS</i>).	27
FISIOLOGÍA DE LA CACTÁCEA (<i>MYRTILLOCACTUS GEOMETRIZANS</i>).	27
DESCRIPCION DEL FRUTO GARAMBULLO DE LA CACTÁCEA (<i>MYRTILLOCACTUS GEOMETRIZANS</i>).	29
PROPIEDADES FISICAS DEL FRUTO GARAMBULLO DE LA CACTÁCEA (<i>myrtillocactus geometrizans</i>).	29
CLASIFICACIÓN BOTÁNICA DE LA CACTÁCEA (<i>myrtillocactus geometrizans</i>).	31
ZONAS PRODUCTORAS DEL PAÍS DE LA CACTÁCEA (<i>myrtillocactus geometrizans</i>).	32
PRODUCCIÓN Y COMERCIO DEL GARAMBULLO DE LA CACTÁCEA (<i>myrtillocactus geometrizans</i>).	33
IMPORTANCIA-IMPACTO DEL GARAMBULLO DE LA CACTÁCEA (<i>myrtillocactus geometrizans</i>).	33
DISEÑO EXPERIMENTAL	35
ZONA POR EVALUAR	35
DATOS RECOPIADOS PARA EL ANÁLISIS ESTADÍSTICO	37
CONDICIONES TÉRMICAS (°C)	37
CONDICIONES DE HUMEDAD (MM)	38
EVALUACIÓN DE LA VARIABILIDAD ANUAL DE LA PRECIPITACIÓN	38
SOFTWARE PARA ANÁLISIS Y PROCESAMIENTO DE DATOS	38
PRESENTACION DE RESULTADOS	39
METZTITLÁN, ESTADO DE HIDALGO, MÉXICO.	39

PRECIPITACIÓN	39
ILUSTRACIÓN 10 VALORES MÍNIMOS Y MÁXIMOS DE PRECIPITACIÓN EN LOS ÚLTIMOS 8 AÑOS EN METZTITLÁN, ESTADO DE HIDALGO, MÉXICO.	40
TEMPERATURA	68
PALMARITO TOCHAPAN, ESTADO DE PUEBLA, MÉXICO.	97
PRECIPITACIÓN	97
TEMPERATURA	126
SAN LUIS DE LA PAZ, ESTADO DE GUANAJUATO, MÉXICO	154
PRECIPITACIÓN	154
TEMPERATURA	184
CONCLUSIONES	215
BIBLIOGRAFÍA	224
Ilustración 1 Tipos de suelos	22
Ilustración 2 Climas de México según Papadakis (1980)	23
Ilustración 3 <i>Myrtillocactus geometrizans</i> ubicado en la zona de Santa Clara Huitziltepec, Pue, México Publicado por sandy-tshunade (2017).	28
Ilustración 4 Propiedades físicas (promedio $\pm$ error Std.) de garambullo en diferentes estados de madurez. (Carlos et al., n.d.)	29
Ilustración 5 Contenido de betacianinas, betaxantinas y betalaínas totales (mg 100g-1 muestra liofilizada) en frutas de garambullo (promedio $\pm$ error estándar, n=4). (López-Palestina, 2019)	30
Ilustración 6 (Plantas y flores, n.d.)	31
Ilustración 7 Principales zonas en desarrollo del garambullo (<i>Myrtillocactus geometrizans</i>)	32
Ilustración 8 del fruto garambullo (<i>Myrtillocactus geometrizans</i>) ya recolectado. Publicado por Juan Carlos Scheffler Mendoza. Santiaguillo, Guanajuato (2011).	34
Ilustración 9 Localización del municipio de Tecamachalco, Puebla.	36
Ilustración 10 Valores mínimos y máximos de precipitación en los últimos 8 años en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	40
Ilustración 11 Descripción de los doce grupos a evaluar (Enero hasta Diciembre), durante los 8 años de la precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	44
Ilustración 12 Diagrama de estudio de la Idoneidad del modelo de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	49
Ilustración 13 Histograma de normalidad en los residuos de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	51
Ilustración 14 Grafico Q-Q Normal de residuo de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	52
Ilustración 15 Análisis gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados/predichos de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	54

Ilustración 16 Gráfico de dispersión de los residuos y las predicciones de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	55
Ilustración 17 Grafico de homocedasticidad de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	55
Ilustración 18 Hipótesis del modelo ANOVA en la precipitación de METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	57
Ilustración 19 Comparaciones múltiples en diferencia de las medias de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	64
Ilustración 20 Grafica de subconjuntos homogéneos de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	67
Ilustración 21 Valores mínimos y máximos de temperatura en los últimos 8 años en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	68
Ilustración 22 Descripción de los doce grupos a evaluar (Enero hasta Diciembre), durante los 8 años de la temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México	73
Ilustración 23 Diagrama de estudio de la Idoneidad del modelo de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	79
Ilustración 24 Histograma de normalidad en los residuos de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México	80
Ilustración 25 Grafico Q-Q Normal de residuo de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	81
Ilustración 26 Análisis gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados/predichos de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	83
Ilustración 27 Gráfico de dispersión de los residuos y las predicciones de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	84
Ilustración 28 Grafico de homocedasticidad de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	84
Ilustración 29 Hipótesis del modelo ANOVA en la temperatura de METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	86
Ilustración 30 Comparaciones múltiples en diferencia de las medias de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México..	93
Ilustración 31 Grafica de subconjuntos homogéneos de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	96
Ilustración 32 Valores mínimos y máximos de precipitación en los últimos 8 años en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	97
Ilustración 33 Descripción de los doce grupos a evaluar (Enero hasta Diciembre), durante los 8 años de la precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	102
Ilustración 34 Diagrama de estudio de la Idoneidad del modelo de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	107
Ilustración 35 Histograma de normalidad en los residuos de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	109
Ilustración 36 Grafico Q-Q Normal de residuo de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	110

Ilustración 37 Análisis gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados/predichos de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	112
Ilustración 38 Gráfico de dispersión de los residuos y las predicciones de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	113
Ilustración 39 Grafico de homocedasticidad de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	113
Ilustración 40 Hipótesis del modelo ANOVA en la precipitación de PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	115
Ilustración 41 Comparaciones múltiples en diferencia de las medias de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	122
Ilustración 42 Grafica de subconjuntos homogéneos de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	125
Ilustración 43 Mínimos y máximos de temperatura en los últimos 8 años en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	126
Ilustración 44 Descripción de los doce grupos a evaluar (Enero hasta Diciembre), durante los 8 años de la temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	131
Ilustración 45 Diagrama de estudio de la Idoneidad del modelo de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	136
Ilustración 46 Histograma de normalidad en los residuos de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	138
Ilustración 47 Grafico Q-Q Normal de residuo de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	139
Ilustración 48 Análisis gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados/predichos de temperautra en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	141
Ilustración 49 Gráfico de dispersión de los residuos y las predicciones de temperatura en <i>PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.</i>	142
Ilustración 50 Grafico de homocedasticidad de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	142
Ilustración 51 Hipótesis del modelo ANOVA en la temperatura de PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	144
Ilustración 52 Comparaciones múltiples en diferencia de las medias de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	151
Ilustración 53 Grafica de subconjuntos homogéneos de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	153
Ilustración 54 Valores mínimos y máximos de precipitación en los últimos 8 años en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	154
Ilustración 55 Descripción de los doce grupos a evaluar (Enero hasta Diciembre), durante los 8 años de la precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	159
Ilustración 56 Diagrama de estudio de la Idoneidad del modelo de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	164

Ilustración 57 Histograma de normalidad en los residuos de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	166
Ilustración 58 Grafico Q-Q Normal de residuo de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	167
Ilustración 59 Análisis gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados/predichos de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	169
Ilustración 60 Gráfico de dispersión de los residuos y las predicciones de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	170
Ilustración 61 Grafico de homocedasticidad de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	171
Ilustración 62 Hipótesis del modelo ANOVA en la precipitación de SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	172
Ilustración 63 Comparaciones múltiples en diferencia de las medias de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	179
Ilustración 64 Grafica de subconjuntos homogéneos de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	183
Ilustración 65 Valores mínimos y máximos de temperatura en los últimos 8 años en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	184
Ilustración 66 Descripción de los doce grupos a evaluar (Enero hasta Diciembre), durante los 8 años de la temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	189
Ilustración 67 Diagrama de estudio de la Idoneidad del modelo de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	194
Ilustración 68 Histograma de normalidad en los residuos de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	196
Ilustración 69 Grafico Q-Q Normal de residuo de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	197
Ilustración 70 Análisis gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados/predichos de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	199
Ilustración 71 Gráfico de dispersión de los residuos y las predicciones de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	200
Ilustración 72 Grafico de homocedasticidad de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	201
Ilustración 73 Hipótesis del modelo ANOVA en la temperatura de SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	203
Ilustración 74 Comparaciones múltiples en diferencia de las medias de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	211
Ilustración 75 Grafica de subconjuntos homogéneos de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	214
Ilustración 76 Ubicación de climatología sobre precipitación promedio en Metztitlán.	219

Ilustración 77 Ubicación de climatología sobre temperatura promedio en Metztlán.	219
Ilustración 78 Ubicación de climatología sobre precipitación promedio en Palmarito tochapán.	219
Ilustración 79 Ubicación de climatología sobre temperatura promedio en Palmarito tochapán.	219
Ilustración 80 Ubicación de climatología sobre precipitación promedio en San Luis De La Paz.	220
Ilustración 81 Ubicación de climatología sobre temperatura promedio en San Luis De La Paz.	220
Ilustración 82 Grado de presión del agua en el año 2000 y bajo un escenario futuro con cambio climático 2080.	222
Ilustración 83 Estaciones meteorológicas de Tecamachalco, pue y Palmarito, pue.	223

Tabla 1 Análisis descriptivo de los doce grupos de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	45
Tabla 2 Descripción Anova inter grupos de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	46
Tabla 3 Descripción Anova Independiente de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	47
Tabla 4 Análisis de la normalidad de los residuos en contraste de Shapiro-Wilk de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	50
Tabla 5 Contraste de Kolmogorov-Smirnov de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	53
Tabla 6 Test de Levene mediante SPSS de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	56
Tabla 7 Comparaciones múltiples de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	62
Tabla 8 Subconjuntos homogéneos de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	66
Tabla 9 Análisis descriptivo de los doce grupos de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	74
Tabla 10 Descripción Anova inter grupos de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	75
Tabla 11 Descripción Anova Independiente de temperatura de METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	76
Tabla 12 Análisis de la normalidad de los residuos en contraste de Shapiro-Wilk de la temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	78
Tabla 13 <i>Contraste de Kolmogorov-Smirnov de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.</i>	82
Tabla 14 Test de Levene mediante SPSS de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	85
Tabla 15 Comparaciones múltiples de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	91
Tabla 16 Subconjuntos homogéneos de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.	94
Tabla 17 Análisis descriptivo de los doce grupos de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	103
Tabla 18 Descripción Anova inter grupos de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	104
Tabla 19 Descripción Anova Independiente de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	105
Tabla 20 Análisis de la normalidad de los residuos en contraste de Shapiro-Wilk de precipitación PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	108

Tabla 21 Contraste de Kolmogorov-Smirnov de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.....	111
Tabla 22 Test de Levene mediante SPSS de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.....	114
Tabla 23 Comparaciones múltiples de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.....	120
Tabla 24 Subconjuntos homogéneos de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.....	123
Tabla 25 Tabla 1 Análisis descriptivo de los doce grupos de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	132
Tabla 26 Descripción Anova inter grupos de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.....	133
Tabla 27 Descripción Anova Independiente de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.....	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 28 Análisis de la normalidad de los residuos en contraste de Shapiro-Wilk de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.	137
Tabla 29 Contraste de Kolmogorov-Smirnov de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.....	140
Tabla 30 Test de Levene mediante SPSS de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.....	143
Tabla 31 Comparaciones múltiples de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.....	149
Tabla 32 Subconjuntos homogéneos de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.....	152
Tabla 33 Análisis descriptivo de los doce grupos de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	160
Tabla 34 Descripción Anova inter grupos de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.....	161
Tabla 35 Descripción Anova Independiente de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	162
Tabla 36 Análisis de la normalidad de los residuos en contraste de Shapiro-Wilk de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	165
Tabla 37 Contraste de Kolmogorov-Smirnov de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	168
Tabla 38 Test de Levene mediante SPSS de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.....	171
Tabla 39 Comparaciones múltiples de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.....	178
Tabla 40. Subconjuntos homogéneos de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.....	182
Tabla 41 Análisis descriptivo de los doce grupos de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	190
Tabla 42 Descripción Anova inter grupos de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.....	191

Tabla 43 Descripción Anova Independiente de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.....	192
Tabla 44 Análisis de la normalidad de los residuos en contraste de Shapiro-Wilk de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.....	195
Tabla 45 Contraste de Kolmogorov-Smirnov de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	198
Tabla 46 Test de Levene mediante SPSS de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.....	202
Tabla 47 Comparaciones múltiples de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.	209
Tabla 48 Subconjuntos homogéneos de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.....	212

INTRODUCCIÓN

Las zonas áridas y semiáridas abarcan cerca del 60% del territorio de México (Toledo y Ordóñez, 1993; Rzedowski, 1993; Cervantes, 2002). Las zonas se caracterizan principalmente por una baja disponibilidad de agua y el tener altos niveles de insolación y evapotranspiración (Noy-Meir, 1973) durante la mayor parte del año. Las cactáceas, nativas del Continente Americano (Bravo-Hollis, 1978), se distribuyen principalmente en estos ambientes y son de los elementos más notables de la flora xerófila. (Iztapalapa, 2010). El Garambullo (*Myrtillocactus geometrizans*) es una cactácea poco comercializado y pobremente explotado, su fruto puede ser industrializado para su aplicación en productos alimenticios por su alto contenido de proteínas, así como betalaína y efecto antioxidante e hipoglucemiante (Topete, 2006), pero lamentablemente solo se emplea el 30% de la producción en la elaboración de mermeladas, pasas, paletas, postres y refrescos de manera artesanal y el 70% de la producción total se consume de forma directa. (Pérez, 1995). En los últimos años numerosos estudios han documentado que el cambio climático conllevara a la disrupción de los servicios ecosistémicos y a la pérdida de biodiversidad tanto a escalas globales como locales. (Eva Consuelo Benavides Ríos, 2016). Debido al presente obstáculo al desarrollo de la producción de El Garambullo (*Myrtillocactus geometrizans*) para la biodiversidad, un área emergente del conocimiento se enfoca en elucidar los factores que condicionan la presencia de la especie, la capacidad de respuesta ante la adaptación en una nueva región así como la capacidad de respuesta ante el cambio, tanto como su capacidad de permanencia a lo largo del tiempo. Esta cuestión se ha tomado desde un enfoque basado en analizar los diferentes climas de su desarrollo en ubicaciones diferentes. Mediante el uso de un modelo experimental basado en el entendimiento del clima requerido para su desarrollo y hábitad diferente, (Microsoft Excel y el software SPSS para el análisis estadístico), ha sido posible evaluar los diferentes escenarios de cambio climático.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En las zonas consideradas áridas tiene como característica principal los niveles altos de radiación solar, por exceso de escasas en agua y un consumo alto de semillas por la parte de los depredadores. Por lo que se tiene como consecuencia que en los ecosistemas desérticos exista un alto índice de mortalidad en las plantas. (Mandujano, 1996). Principalmente las regiones áridas constituyen parte del ecosistema que abarca en su intensidad del mundo, basado en aspectos agroclimáticos, lo cual el 36% se ocupa en superficie terrestre a nivel mundial y un 37% enfocado directamente a la vegetación natural. Para su desarrollo de este bioma un factor clave que limita es el agua, por la baja precipitación o bien por largos periodos de sequía por mencionar algunos. También considerando los factores que se provocan directamente por nosotros los seres humanos en lo que la contaminación de mantos acuíferos, la deforestación, entre otras.

Las cactáceas principalmente, se caracterizan como una familia común de las especies en vegetales encontradas en las regiones áridas, adaptándose fácilmente al clima árido. En México se encuentran denominadas 669 especies, en las cuales 63 géneros existen 25 sub géneros y 518 sub especies, de estas México tiene clasificadas como endémicas a 206 subespecies, (Guzmán U., Arias S. y Dávila P, 2003).

El Garambullo (*Myrtillocactus geometrizans*) es una cactácea originaria de México, conocida por la cultura otomí la cual desarrollo una fuerte tradición en su consumo. Es una especie fanerógama perteneciente a la familia de las cactáceas, endémica en el centro de México que se encuentra distribuida principalmente en los siguientes Estados; Zacatecas, Veracruz, Tamaulipas, San Luis Potosí, Puebla, Oaxaca, Querétaro, Michoacán, Estado de México, Nuevo León, Aguascalientes, Durango, Guerrero, Guanajuato, Hidalgo y Jalisco.

Cabe mencionar que esta cactácea podría ser una opción para controlar la erosión del suelo árido en las diferentes zonas del estado de Puebla, enfocándose en específico a la zona de Tecamachalco, ya que en ella se encuentra la sede del Complejo Regional Centro de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP) con la licenciatura en Ingeniería Agroindustrial, en donde en un futuro se pueden desarrollar trabajos de investigación para la creación de nuevos productos, teniendo como base al Garambullo.

JUSTIFICACIÓN

Diversas líneas de investigación y desarrollo de tecnologías para el sector agrícola y pecuario, el Instituto Nacional de Investigación Forestal, Agrícola y pecuarias (INIFAP) se enfoca en procesos de las cadenas de valor agregado, a fin de proporcionar a los productores mayor rentabilidad en la actividad productiva. En ese contexto se han realizado diversos estudios sobre el proceso de transformación y conservación del garambullo, especie perteneciente a la familia de las cactáceas, cuyo consumo de este fruto ofrece beneficios para mejorar la salud de las personas, al actuar como antioxidante. Cabe destacar que esta es tan benéfica como la uva, el arándano o la mora azul.

Los frutos de esta cactácea se consumen en fresco o se utilizan para realizar diversos productos artesanales como es en la zona de Querétaro, sus tallos se usan como forraje y en algunas comunidades como cerca viva. En diversas regiones como en Zapotitlán del Valle de Tehuacán, Puebla y en la de Mexquitic de Carmona, San Luis Potosí; el garambullo se encuentra como una especie protegida, el objetivo definido es evaluar la potencialidad que la zona de Tecamachalco puede tener para su posterior propagación de la especie y su uso como materia prima para diversos productos agroindustriales, que detonaran el desarrollo de este tipo de agroindustrias.

Los frutos de garambullo se pueden deshidratar mediante la implementación de secadores (solares o eléctricos), controlando las condiciones de secado, con el fin de obtener frutos de calidad así mismo conservar en lo posible los compuestos antioxidantes presentes en el producto. La mayor actividad antioxidante la presentaron los frutos inmaduros (27.35 mM ET/Kg de peso fresco) atribuida principalmente a la elevada concentración de fenoles totales, flavonoides y ácido ascórbico que presentaron los frutos. Los frutos sobre maduros presentaron la mayor concentración de betalaína totales (168.84 mg/kg), a estos pigmentos se les atribuyó que la actividad antioxidante en frutos sobre maduros no presentó

diferencias significativas en comparación con frutos maduros. Debido a la elevada concentración de compuestos bioactivos y buena actividad antioxidante que presentan los frutos de garambullo del Valle del Mezquital, se les puede considerar una buena fuente de propiedades nutricionales y funcionales. (López-Palestina, 2019). A pesar del control durante el proceso de deshidratación, el garambullo fresco llega a perder alrededor del 30% de sus propiedades benéficas para el organismo; sin embargo, con posteriores investigaciones desarrollando trabajos de tesis, los agroindustriales pueden mejorar dichos procesos, haciéndolos más eficientes, aun así, la cantidad aún presente de estos compuestos en la pasa del garambullo es mayor al contenido en las pasas de uva y arándano. Algunos trabajos de investigación que demuestran el potencial agroindustrial del fruto, por ejemplo han determinado que una vez deshidratado el fruto de garambullo, se pueden generar diferentes subproductos para la comercialización, como las pasas con coberturas de sabores, mermeladas, ate y colorante a base de betalaína, los cuales son fitoquímicos considerados como potentes antioxidantes (Cai *et al.*, 2003), utilizado para la elaboración de cosméticos, productos farmacéuticos. (Topete, 2006). La producción de garambullo puede impulsar la economía familiar como ocurre actualmente en las zonas de Guanajuato (Metztitlán. Hidalgo y Garabatillo Dolores Hidalgo. Gto.) En donde ya se encuentran desarrolladas diversas agroindustrias, por lo cual se considera que, avaluando el potencial agroclimático de la región de Tecamachalco y si esta zona resulta favorable para que la cactácea se pueda desarrollar al punto de crear una explotación agrícola suficiente que permita, mediante la implementación de estrategias, a través de un grupo conformado por habitantes de la localidad, se apropien y promuevan la producción de bienes elaborados a base del garambullo; con apoyo y desarrollo de proyectos de investigación por parte de Ingeniería Agroindustrial del Complejo Regional Centro de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, la cual puede realizar diversas investigaciones futuras para aprovechar sus frutos y desarrollar e innovar para la creación nuevos productos para el mercado nacional e internacional.

OBJETIVO GENERAL

Desarrollar un estudio comparativo agroclimático para determinar si la zona de Tecamachalco, Puebla cuenta con las mismas condiciones que otras zonas en donde se desarrollan cultivos de la cactácea (*Myrtillocactus geometrizans*), como es San Luis de la Paz (Guanajuato) y Metztitlán (Hidalgo).

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Comprobar si las condiciones agroclimáticas en la región de Tecamachalco Puebla son adecuadas, mediante la comparación de datos de algunas estaciones meteorológicas de otras regiones del país (San Luis de la Paz (Guanajuato) y Metztitlán (Hidalgo)), con la finalidad de que en un futuro se pueda adaptar y desarrollar cultivos de la Cactácea (*Myrtillocactus geometrizans*) en la región de Tecamachalco.

Identificar características generales y esenciales de la Cactácea (*Myrtillocactus geometrizans*) para su establecimiento y adaptabilidad en la región de Tecamachalco.

Evaluar las posibles zonas o microrregiones potenciales de desarrollo para la Cactácea (*Myrtillocactus geometrizans*) en la franja de Tecamachalco, cercana a la sede del Complejo Regional Centro de la BUAP.

HIPÓTESIS

Si se cuentan con las condiciones agroclimáticas en la zona de Tecamachalco Puebla, que favorezcan el desarrollo e implantación de cultivos de *Myrtillocactus geometrizans* (garambullo), entonces se podrán realizar cultivos experimentales que permitan evaluar el crecimiento relativo, porcentaje de supervivencia, altura y porte de la especie, para el posterior desarrollo de investigaciones con sus frutos.

MARCO DE REFERENCIA O TEÓRICO

¿QUÉ ES EL SUELO?

EL suelo en su contexto se tiene definido de diferentes maneras, en lo mas común se puede definir como un medio natural para el crecimiento de todas y cada una de las plantas que existe en el planeta, aunque también de (horizontes del suelo) que se compone principalmente por materiales de minerales meteorizados en un (44 %), de materia orgánica en un (6%), con aire en un (26 %) y de agua con un (24 %). Como tal el suelo es un producto final en el cual tiene mucho que ver el factor tiempo que se combinado con el factor clima, así mismo la topografía, los diferentes tipos de organismos (llámese flora, fauna y ser humano), compuesto de materiales parentales (rocas y minerales originarios). Para tener como un resultado que el suelo tiene que ver de su estructura, el color, las propiedades químicas, el color, sus composiciones biológicas, físicas y su material parental en cuanto a la textura.

Para definir mejor el suelo es como tal un componente que forma parte esencial en la tierra y los ecosistemas. En los cuales se abarca desde la vegetación, el agua y el clima de la tierra en su entorno. Esto mismo abarca a las cuestiones sociales y económicas en el caso de los ecosistemas..(Definiciones | *Portal de Suelos de La FAO | Organización de Las Naciones Unidas Para La Alimentación y La Agricultura*, n.d.)

TIPOS DE SUELOS

El uso de la tierra constituye uno de los factores más influyentes en los procesos que provocan cambios en el medioambiente, pues sus efectos repercuten en las formas básicas del paisaje, entre ellas el suelo. Un manejo inadecuado de los suelos puede ocasionar, en un corto período de tiempo, la degradación de

extensas superficies de tierra, con la consiguiente amenaza para la subsistencia de las comunidades rurales, tanto en países desarrollados como en vías de desarrollo (González et al., 2014). Está demostrado que los cambios que el hombre realiza en el uso de la tierra tiene un efecto agro-génico que provoca alteraciones en las propiedades de los suelos (Hernández et al., 2017). La compactación y el aumento de la densidad del suelo son las primeras variaciones que ocurren con el cambio del uso de la tierra (Torres et al., 2016). (Villazón Gómez et al., 2018).

El suelo se compone principalmente por materiales meteorizados, pequeños organismos vegetales, materia orgánica, animales, agua y aire, sucesivamente. En el ciclo de las plantas y animales es crecer, reproducirse y morir esto mismo ocurre sobre y dentro del suelo lo cual son un medio de microorganismo descompuestos que se a su vez se consideran materia orgánica que se mezclan directamente con el suelo. El tamaño de las partículas que existen en el suelo, son las que determinan las propiedades físicas, la estructura, la porosidad, textura y el color del mismo.

En la tierra existen tipos de suelos, lo cual se aprecia a primera vista al ir a un campo verde, en contraste a un lugar desértico o ártico. En México hay una gran diversidad de suelos, Los cuales se clasifican por sus diferentes factores, entre los que destacan: salinos, de turba, arenosos, etc.

En la mayoría se utilizan para sembrar y cosechar alimentos, mientras que en algunos no existen la manera de poder reproducir una planta

PRINCIPALES TIPOS DE SUELOS

Se pueden clasificar en dos secciones: La primera es por la función que cumplirá en parte del suelo.

La segunda es en base a sus características que tenga el suelo.

En esto depende mucho en la forma que se originó, respecto a las capas superficiales de la tierra, las características geográficas, así mismo como la parte que está siendo invadida por nosotros los hombres, o bien el tipo de clima que se encuentra en el la tierra, de esto mismo se generan los diferentes tipos de suelos que existen.

Para la definición de las clasificaciones, se ordenan en base a su función y sus diferentes características.

TIPOS DE SUELO QUE EXISTEN DEPENDE A SU FUNCIONALIDAD:

- El suelos arenosos: Están considerados todas aquellos que no retienen mucho tiempo el agua, esto debido por poseer muy poca materia orgánica, los cuales son poco recomendables para la agricultura.
- De suelos calizos: Se definen principalmente porque abundan las sales calcáreas, Estos mismo pueden ser áridos , secos y de colores blanco. Por lo que en su defecto son buenos para la agricultura.
- Suelos humíferos (mejor llamados tierras negras): Los cuales son aquellos que tienen una gran cantidad de materia orgánica en descomposición, pueden retener el agua en cantidades mayores, por lo cual estas son excelentes para cultivar.
- Como suelos arcillosos: Estos se forman por pequeños granos finos de color amarillo, pueden retener el agua en manera de charcos. Si se les agrega un poco de humus hay posibilidades de que sean muy efectivos para la agricultura.
- En los suelos pedregosos: Se forman por todas las rocas que existen, así mismo las piedras, por lo cual es muy difícil que puedan retener agua, siendo así una mala opción para cultivar.
- Y para finalizar están los suelos mixtos: Que como tal, son una mezcla del suelo arenoso y del suelo arcilloso.

EN CUANTO A LOS TIPOS DE SUELO BASANDOSE EN SUS CARACTERÍSTICAS

- Se encuentra el litosoles: El cual aparece con afloramientos rocosos y en ocasiones en escarpas, considerados de poco espesor y una baja vegetación.
- También existe en cambisoles: En estos se suele acumular mucha arcilla.
- Otros son los luvisoles: Contiene en un horizonte el exceso de arcilla acumulada.
- Y lo fluvisoles: Suelen ser formados por las lluvias en los cuales tiene cantidades mayores de calcio. Estos por mencionar algunos. (Rodrigo González, 2012)



Ilustración 1 Tipos de suelos

AGROCLIMATOLIGIA DE CULTIVOS

El conocimiento de los recursos climáticos y de las condiciones ambientales esperadas, proporciona guías para la toma de decisiones estratégicas en la planeación y operación de los sistemas agrícolas. Por ello, la agrometeorología estudia las interacciones entre los factores meteorológicos e hidrológicos, por una parte, y la agricultura por otra, incluyendo la ganadería y la silvicultura; su objetivo es descubrir y definir tales efectos para entonces aplicar el conocimiento de la atmósfera a la solución de problemas agrícolas de planeación y operación, de modificación del medio ambiente (riego, protección contra heladas, invernaderos, etc.) y de las condiciones climáticas durante el transporte y almacenamiento de las cosechas (WM0,1981).

La agro-climatología, parte importante de la agrometeorología, tiene como objetivos definir la aptitud agrícola de una región con base en los efectos que tienen los factores y elementos del clima en los cultivos; ayudar en la estimación de los rendimientos y tender a optimizar la producción (OMM,1984).(Campos, 1995).

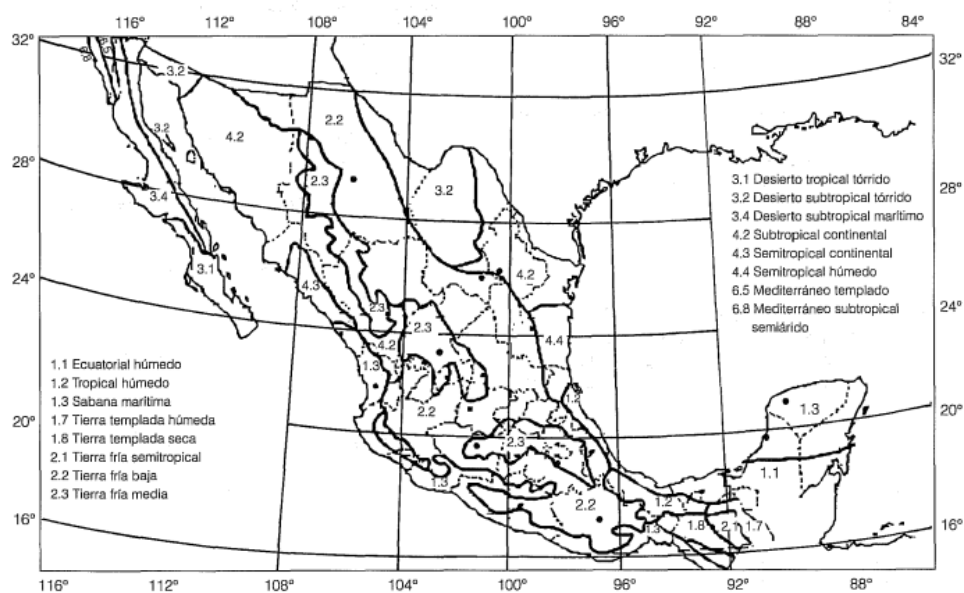


Ilustración 2 Climas de México según Papadakis (1980)

¿QUÉ ES EL CLIMA?

El clima se considera un producto como tal de la interacción de los océanos, la nieve, de la atmósfera y las capas de hielo, entre los continentes y lo más importante, la vida en el planeta tierra.

Como tal el clima se puede definir que es el estado con más frecuencia de la atmósfera en un lugar con la superficie terrestre; que se considera en la, descripción estadística de las condiciones meteorológicas con mayor frecuencia en una región durante un tiempo determinado. Considerándose así que el clima es el estado del sistema climático como el todo, lo que incluye las descripciones estadísticas y sus variaciones que influyen en un lapso de tiempo y periodo.

EL CLIMA EN CONJUNTO AL ESTADO DEL TIEMPO

El tiempo también se puede denominar como tiempo meteorológico o simplemente tiempo. Esto con referencia a las variaciones a diario en las condiciones atmosféricas del planeta, así mismo el clima se entiende como tal al estado con mayor frecuencia de la atmósfera en una localidad en específico. Ahora bien para conocer el clima de un país, se necesita medir a diario por al menos tres décadas las condiciones de: temperatura, lluvia, humedad y viento, así mismo observar las condiciones de nubosidad, la trayectoria de los huracanes, las masas de aire frío, etc. Se define que para conocer el tiempo se encuentran las estaciones meteorológicas, y para informarse del clima, están las estaciones climatológicas.

LAS VARIABLES CLIMÁTICAS: ¿CÓMO SE CONOCEN EL CLIMA Y EL ESTADO DEL TIEMPO?

Normalmente, al clima y al tiempo atmosférico se le conoce por medio del estudio de las variables que pueden afectar de manera directa o indirectamente, como lo

es la temperatura atmosférica, el viento que se encuentra cerca de la superficie de la Tierra, las precipitaciones en sus distintas formas (lluvia, nieve, granizo), humedad, tipo y cantidad de nubes, y la radiación solar.

Las variables que se consideran son observadas cada hora, minuto y segundo por una gran cantidad de estaciones climatológicas y meteorológicas alrededor de todo el mundo; generalmente la información se expresa por medio de mapas que permiten mostrar la evolución temporal y la distribución espacial del estado atmosférico.

Sin embargo, el clima y el tiempo dependen de muchas variables. Para entender el clima del planeta Tierra, las variaciones y tener la posibilidad de predecir los cambios climáticos producidos a base de las actividades humanas, no se puede pasar en alto ninguno de los diferentes factores así como los componentes que lo determinan, esto para que nos permitan describirlo. Por lo que incluye la dinámica y composición de la superficie terrestre, el hielo, el océano, la nieve, la atmósfera y los diferentes procesos biológicos que acontecen dentro del entorno.

Tomando en cuenta todos y cada uno de los elementos del clima (precipitaciones, temperatura, vientos y humedad) así mismo los factores que lo componen (relieve, latitud, corrientes marinas, altitud y distancia al mar) también se encuentran otros componentes del sistema planetario que interactúan indirectamente con la atmósfera las cuales influyen en la composición y dinámica, como lo son los suelos y la biodiversidad. (C, 2017)

FACTORES AGRO-CLIMÁTICOS

CARACTERÍSTICAS DEL MEDIO FÍSICO LA CACTÁCEA (*myrtillocactus geometrizans*).

La cactácea *Myrtillocactus geometrizans* se adapta al clima seco, característico del desierto; tolera el sol pleno de verano. Son cactáceas semi robustas, son dañadas a una temperatura de 25 °F (-4 °C). Es caPaz de almacenar grandes cantidades de agua, así puede soportar largos periodos sin recibir riego. Requiere de un suelo Arenoso pedregoso, de origen volcánico, con pendiente ligera. Durante su etapa de crecimiento requiere un poco de sombra, pero en etapa adulta pude estar a pleno sol. El crecimiento es lento, se requieren de 6 años para comenzar a dar frutos (garambullo). En cuanto a los requerimientos de agua de riego es de moderado a nulo.

Las cactáceas son las plantas que mejoran los mecanismos de resistencia las cuales han desarrollado al estrés abiótico y biótico, motivo por el cual éstas no presentan muchas enfermedades microbianas que afectan su sobrevivencia. Sin embargo en condiciones de cultivo en campo abierto o en sistemas protegidos éstas llegan a ser susceptibles principalmente a hongos Fito-patógenos de las clase Ascomicetes, entre los que destacan los géneros *Fusarium*, *Colletotrichum*, *Phyllosticta*, *Mycosphaerella*, *Alternaria*, *Phoma*, *Cladosporium*, *Verticillium*, *Phymatotrichum*, *Septoria*, *Botrytis*, *Didymosphaeria*, *Leptosphera* *Nigrospora*; y a los Oomicetes *Phytophthora* y *Pythium*, los cuales causan pérdidas en el rendimiento y calidad de fruto.

DESCRIPCIÓN DE LA CACTÁCEA (*myrtillocactus geometrizans*).

Esta es un cactus columnar con una densa ramificación de tallos muy gruesos sobre un tallo principal dando la apariencia de un árbol. Puede alcanzar varios metros de altura (5-7 m) y una considerable envergadura. Los tallos encorvados hacia arriba son de color verde azulado con costillas hundidas en un número de entre 5 a 6, con areolas bastante separadas unas de otras que portan espinas oscuras y cortas, pero extremadamente fuertes y punzantes cuando el ejemplar es adulto.

El *Myrtillocactus geometrizans* es un cactus endémico de México y que está adaptado a las regiones áridas y semiáridas del país, en las cuales se tiene un desarrollo de la producción agroindustrial del fruto, conocido como garambullo, que se consume fresco o procesado en diferentes formas como; mermeladas o jaleas y es muy apreciado por sus características organolépticas. (Hernández-López et al., 2008; Vaillant, Herrera-Hernández, Guevara-Lara, Reynoso-Camacho, R., & Guzman-Maldonado, S.-H, 2011).

FISIOLOGÍA DE LA CACTÁCEA (*myrtillocactus geometrizans*).

Myrtillocactus geometrizans es un cactus columnar endémico de los estados de Oaxaca y Puebla. Tiene una altura de 5 a 7 m, con un tallo principal corto. Sus ramas tienen aproximadamente 10 cm de diámetro, son ascendentes, verde oscuras, con 6 a 8 costillas de 2 a 3 cm de alto y con un margen ligeramente agudo. Las aréolas tienen de 4 a 6 mm de largo, son orbiculares, separadas entre sí por 4 a 7 mm. Presentan escasos pilares en la parte superior del círculo, pardo-amarillentas. En las aréolas se presentan de 5 a 8 espinas radiales, de 0.5 a 1.2 cm de largo por 0.5 a 0.8 milímetros de ancho, son rectas, subuladas, pardas a negras

y rígidas. La espina que se encuentra en el centro es de 1 a 5 cm de largo por 0.8 a 2 mm de ancho, tubulado, rígido, recta, negra. Las flores se producen a lo largo de las costillas, tienen de 2 a 3 cm de largo y de 2 a 2.5 cm de ancho. El pericarpelo es de 4 a 6 mm de largo y de las mismas dimensiones de ancho, con bractéolas rojas y aréolas escasas, inconspicuas. El tubo receptacular es de 4 a 50 mm de largo; los tépalos son de 0.8 a 1.3 cm de largo por 0.4 a 0.5 cm de oblongos, ancho ampliamente extendidos; los externos de color pardo-verdosos y los internos blanco-amarillentos. Los estambres son de 0.8 a 1.2 cm de largo, con filamentos blancos; el estilo es de 1 a 1.5 cm de largo, blanco, con 4 a 5 lóbulos en el estigma de ca. 3 mm de largo, amarillo-verdosos. (T.a.a. et al., 2000)



Ilustración 3 *Myrtillocactus geometrizans* ubicado en la zona de Santa Clara Huitziltepec, Pue, México Publicado por sandy-tshunade (2017).

DESCRIPCION DEL FRUTO GARAMBULLO DE LA CACTÁCEA (*myrtillocactus geometrizans*).

Las flores son tubulares de color blanco verdoso. y producen frutos comestibles del tipo baya, de color azul- rojizo. Los frutos son de 0.8 a 1.5 cm de largo por 0.6 a 1.5 cm en cuanto al ancho, elipsoides o globosos, rojo-carmín, pocas veces contienen espinas vestigiales, escasas, pulpa parda a roja, deciduas; y con semillas de 1.0 milímetros de largo (Arias et al., 1997). (T.a.a. et al., 2000)

(Carlos et al., n.d.)

	Verde	Madurez intermedia	Maduro (purpura obscuro)
<i>Propiedades físicas</i>			
L (cm)	1.31 ± 0.09a	1.36 ± 0.12a	1.67 ± 0.14b
n (cm)	1.12 ± 0.10a	1.17 ± 0.08b	1.35 ± 0.06c
m (cm)	1.13 ± 0.09a	1.19 ± 0.09a	1.38 ± 0.07b
Dg (cm)	1.18 ± 0.08a	1.23 ± 0.09b	1.46 ± 0.07c
Φ	0.90 ± 0.05a	0.90 ± 0.04a	0.87 ± 0.06a
As	3.42 ± 0.11a	3.49 ± 0.13b	3.79 ± 0.09c
ρ _{20 °C} (g/cm ³)	1.16 ± 0.22a	1.11 ± 0.14a	0.93 ± 0.13b
Medias con letras iguales sobre la misma hilera (n=30) estadísticamente no son diferentes (Tukey, 0.05).			

Ilustración 4 Propiedades físicas (promedio± error Std.) de garambullo en diferentes estados de madurez. (Carlos et al., n.d.)

PROPIEDADES FISICAS DEL FRUTO GARAMBULLO DE LA CACTÁCEA (*myrtillocactus geometrizans*).

La característica más relevante del garambullo es el grado de pigmentación que contiene, en la cual está presente principalmente por la presencia en altas cantidades de Fito-moléculas mejor conocidas como betalaínas (Topete-Viniegra, 2006). Otras Fito-moléculas que se encuentran en el fruto del garambullo son los carotenoides, la clorofila, vitaminas y ácidos grasos, diversos compuestos fenólicos, todos con importantes actividades biológicas.

Definiendo así que el fruto del Garambullo es un recurso con gran potencial en el mercado, el cual es inadecuadamente explotado, mucho menos estudiado más allá de unas cuantas moléculas de interés industrial y alimentario. Lo que nos lleva a la imperiosa necesidad de enfocarse en que el fruto del Garambullo puede ser fuente de Fito-moléculas de interés propio, más allá de las betalaínas. Esto para finalmente promover su producción y aprovechamiento no solo para obtener beneficio de sus propiedades, sino también desarrollo de las comunidades productoras. (Revista de Divulgación Científica, 2016)

Tratamiento	betaxantinas	betacianinas	betalaínas
75% purpura	23.29 ± 0.77a	55.98 ± 2.14a	79.27 ± 2.92a
Maduro (purpura oscuro)	38.084 ± 0.61b	128.70 ± 2.00b	166.78 ± 2.62b

Medias con letras iguales sobre la misma columna estadísticamente no son diferentes (Tukey, 0.05).

Ilustración 5 Contenido de betacianinas, betaxantinas y betalaínas totales (mg 100g-1 muestra liofilizada) en frutas de garambullo (promedio ± error estándar, n=4). (López-Palestina, 2019)

CLASIFICACIÓN BOTÁNICA DE LA CACTÁCEA (*myrtillocactus geometrizans*).

(*Myrtillocactus geometrizans*)

Reino: Plantae

Subreino: Tracheobionta

Clase: Magnoliopsida

Subclase: Caryophyllidae

Orden: Caryophyllales

Familia: Cactacea

Subfamilia: Cactiudeae

Tribu: Pachycereeae

Género: *Myrtillocactus*

Especie: *M. geometrizans* (*Biología*, n.d.)



Ilustración 6 (Plantas y flores, n.d.)

ZONAS PRODUCTORAS DEL PAÍS DE LA CACTÁCEA (*myrtillocactus geometrizans*).

El garambullo es una cactácea que se distribuye desde Tamaulipas hasta Oaxaca, abunda en los mezquitales de centro de México, llegando hasta Guerrero, por el este se extiende hasta Durango, Zacatecas, Jalisco y Michoacán, también puede encontrarse en Guatemala. Los estados principales productores son; Querétaro, Hidalgo, Jalisco, Guanajuato, Michoacán, Morelos, Guerrero, Nuevo León, Oaxaca, Puebla, Tamaulipas, Tlaxcala, Veracruz y Zacatecas. El municipal trabaja en la capacitación de 30 personas, considerando una zona de 300 hectáreas de garambullo (INIFAP, 2019) y San Luis Potosí. (Bravo, 1978).

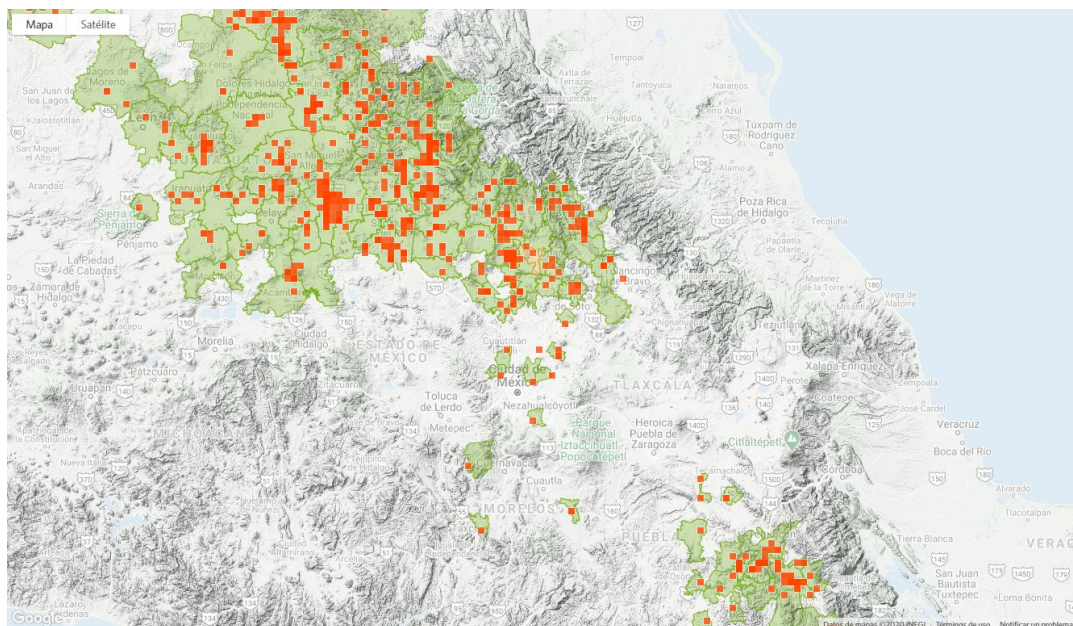


Ilustración 7 Principales zonas en desarrollo del garambullo (*Myrtillocactus geometrizans*)

Mapa geográfico iNaturalist, una iniciativa conjunta de California Academy of Sciences y National Geographic Society. (2020) localizada por Javier Ortiz (2020)

PRODUCCIÓN Y COMERCIO DEL GARAMBULLO DE LA CACTÁCEA (*myrtillocactus geometrizans*).

En cuanto a la producción de fruta manejado bajo las condiciones silvestres es realmente muy baja, inferior a 500 kg/Ha, debido a la heterogeneidad de las poblaciones en lo que respecta a su sanidad, vigor, edad, y rendimiento por planta. Referente a una producción total del 100 %, sólo se cosecha entre el 35 y el 70%, Esto se debe a las parámetros respecto a la calidad principalmente, otra de ellas es por la dificultad que se tiene para cosechar los frutos localizados en la parte más alta y en el centro de los árboles (órganos), y a la concentración del período de cosecha cabe mencionar que este tiene a iniciarse en verano (Pérez, 1999).

El garambullo, se representa como un recurso agrícola de importancia económica ya que ha sido explotado comercialmente en algunas regiones de México y que debe ser propagado en otras regiones, conservado e industrializado para su aplicación en productos alimentarios (Pérez, 1995).

IMPORTANCIA-IMPACTO DEL GARAMBULLO DE LA CACTÁCEA (*myrtillocactus geometrizans*).

Esta especie cactácea endémica de México es conocida como la berry de las cactáceas, debido a su reducido tamaño, pero similar apariencia a las frutillas. Es una fruta altamente perecedera, por lo que su consumo es en fresco, aunque también se conoce de productos procesados, principalmente helados y mermeladas (Hernández-López, D., Vaillant, F., Reynoso-Camacho, R., & Guzmán-Maldonado, 2008).

Se ha demostrado que esta frutilla tiene propiedades fisicoquímicas y nutraceuticas similares a las de otras cactáceas como la tuna (xoconostle) y la pitahaya, tanto en composición química (minerales, vitamina C) como en

compuestos bio-activos como vulga-xantinas y betalainas; además de la capacidad antioxidante similar a la frambuesa, zarzamora y fresa (Guzmán-Maldonado, 2010). Tales bio-compuestos son una excelente fuente de antioxidantes que previenen el efecto dañino de los radicales libres. Además, su contenido de minerales como hierro, calcio y azufre la vuelven un candidato idóneo para productos alimenticios altamente nutricionales y funcionales, con características iguales o incluso superiores a los que se encuentran en la actualidad en el mercado. (López-Palestina, C.Ua , Aguirre-Mancilla, C.La , Ramírez-Pimentel, J., 2019)



Ilustración 8 del fruto garmbullo (*Myrtillocactus geometrizans*) ya recolectado.
Publicado por Juan Carlos Scheffler Mendoza. Santiaguillo, Guanajuato (2011).

DISEÑO EXPERIMENTAL

ZONA POR EVALUAR

La evaluación se realizó en la localización y delimitación de la región de Tecamachalco (Palmarito Tochapán), desde el punto de vista fisiográfico. El municipio de Tecamachalco que pertenece al estado de Puebla, el cual se encuentra localiza en la zona sureste. Como está marcado en el mapa general de México en la ubicación geográfica que esta se encuentra, así como en sus coordenadas que le son los paralelos a; $18^{\circ} 52' 57''$ y $97^{\circ} 43' 49''$ latitud norte respecto al trópico de cáncer y los meridianos $97^{\circ} 43' 97''$ longitud oeste respecto al meridiano de Greenwich. Debido a la variedad de elevaciones que se pueden encontrar en Tecamachalco como sierras, elevaciones aisladas y cerros provocan que su altitud promedio sea de 2,000 metros sobre el nivel del mar.

La superficie territorial total que constituye a este lugar es de 218.15 kilómetros cuadrados. Con referencia a una topografía contrastante desde el punto de la topografía accidentada y con punto de vista morfo-genético. (Municipios, 2020)

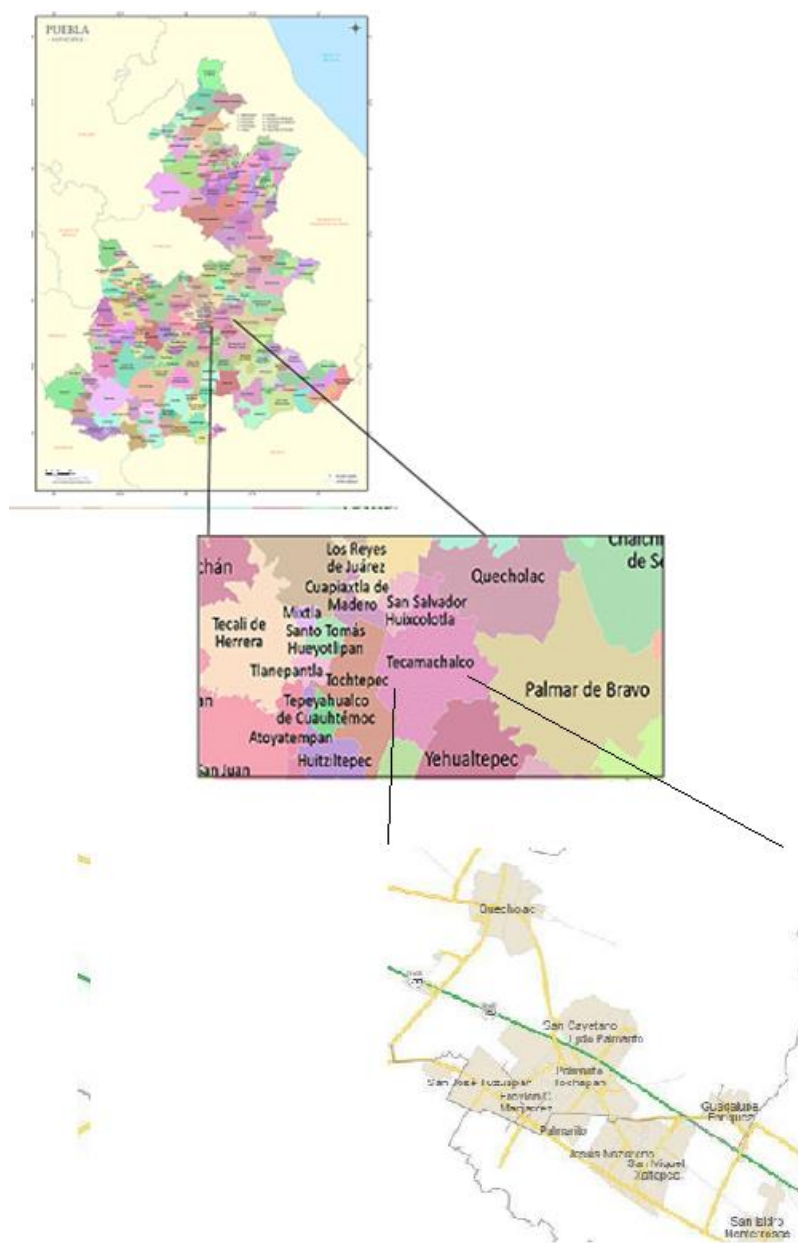


Ilustración 9 Localización del municipio de Tecamachalco, Puebla.

En el seguimiento método que se realizó para el este estudio, se tuvieron que cumplir las etapas que a continuación se mencionaran:

- Un diagnóstico del funcionamiento general de las estaciones meteorológicas regionales más cercanas para el estudio.
- La correcta recopilación y captura de los registros diarios de temperatura máxima y mínima y precipitación. Gran parte de los datos fue proporcionada por el Servicio Meteorológico Nacional (Gerencia de Aguas Superficiales e Ingeniería de Ríos de la Subdirección General Técnica de la CONAGUA), en forma de datos en el sistema, los cuales cubren hasta 2019 aproximadamente. El resto de los datos se capturó, a partir de las hojas convencionales de registro, en una hoja de cálculo electrónica, a fin de actualizar lo más posible el banco de datos.
- Enfocándose en un análisis de la calidad de las series de tiempo en la que respecta a la variable precipitación, utilizando la prueba de homogeneidad o de signo (Villalpando, 1985).
- Para finalmente llevar acabo la selección de estaciones meteorológicas.

DATOS RECOPILADOS PARA EL ANÁLISIS ESTADÍSTICO

LAS CONDICIONES TÉRMICAS (°C)

-Tomando en cuenta las temperaturas promedio anuales y mensuales: media, máxima y mínima.

-En referencia a las temperaturas máximas promedio del mes más cálido y mínima promedio del mes más frío.

-Temperaturas máxima y mínima extremas.

- Oscilación térmica.

Índices derivados de la temperatura:

-Las unidades Calor. Obtenidas mediante el método Seno (por ser el que reporta datos con menor coeficiente de variación). Las temperaturas umbrales utilizadas fueron la de 7°C como mínima y la de 30° C como máxima (Medina y Ruiz, 1992).

LAS CONDICIONES DE HUMEDAD (MM)

-Por medio de la precipitación promedio anual y mensual.

-Y la precipitación anual y mensual a diferentes niveles de probabilidad de excedencia utilizando la prueba de bondad de ajuste de Smirnov y Dinin-Barcowskij, y la función de distribución normal (ibid.).

CON UNA EVALUACIÓN DE LA VARIABILIDAD ANUAL DE LA PRECIPITACIÓN

-Respecto al coeficiente de Variación (Doorenbos, 1976).

-Variación Intersecuencial (Vidal, 1980).

-Y la relación del año seco al año húmedo (Ortiz, 1984).

SOFTWARE PARA ANÁLISIS Y PROCESAMIENTO DE DATOS

El diseño experimental se realizó a través de un diseño uni-factorial totalmente aleatorizado de efectos fijos equilibrado. Para el procesamiento de los datos se empleó Microsoft Excel, el software SPSS para el análisis estadístico y CICESE programa online (clicom-malla) para análisis de las microrregiones a evaluar basados en las estaciones climatológicas con datos de CONACYT.

PRESENTACION DE RESULTADOS

Se presentan los análisis correspondientes a los datos obtenidos de las estaciones meteorológicas de las zonas en donde la cactácea *Myrtillocactus geometrizans*, es cultivada con el fin de obtener su fruto (garambullo) con fines agroindustriales. El diseño del experimento estadístico se presentó bajo un diseño completamente aleatorio respecto a los efectos fijos (Diseño uni-factorial de efectos fijos), utilizando el software SPSS. La presentación de los resultados obtenidos del estudio estadístico inicia con los datos de:

METZTITLÁN, ESTADO DE HIDALGO, MÉXICO.

PRECIPITACIÓN

El agua es una parte fundamental para todos y cada uno de los seres vivos, en parte especial para el desarrollo de las plantas. Esto una base necesaria para la alimentación y nutrición de las plantas, de igual manera que la transpiración, la asimilación de clorofila, la respiración y la elaboración de compuestos. Además, es el medio en el que se producen las reacciones químicas de la planta y el vehículo por el que circulan los nutrientes que los vegetales toman del suelo. También es importante para su fisonomía, y determina la distribución de las plantas y de las comunidades vegetales. (Alberto Díaz San Andrés, n.d.) La falta de agua es peligrosa para los vegetales puesto que puede producir que se marchite o incluso que muera. Con el objeto de comprobar la precipitación del agua en una localidad determinada en la cual se ha realizado un estudio basado en el análisis de las precipitaciones durante los doce meses del año (enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio, julio, agosto, septiembre, octubre, noviembre y diciembre sucesivamente).

MES/AÑOS	PRECIPITACION MM							
	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
ENE	10.9	10.3	10	10.6	10.2	10.8	10.5	10.7
FEB	4.2	4.7	4.5	4.8	4	4.9	4.3	4.1
MAR	11.5	11	11.9	11.3	11.8	11.7	11.6	11.4
ABR	22.7	22.5	22.3	22	22.9	22.6	22.4	22.8
MAY	45.4	45.9	45.2	45.1	45.7	45.3	45	45.6
JUN	78	78.5	78.8	78.4	78.1	78.2	78.7	78.3
JUL	55.1	55.4	55.6	55.7	55.3	55	55.9	55.2
AGO	51.3	51.2	51.4	51.9	51.5	51.1	51.8	51
SEP	104.6	104.2	104	104.8	104.3	104.5	104.9	104.7
OCT	36.9	36	36.2	36.8	36.5	36.7	36.4	36.1
NOV	11.5	11.8	11.2	11.7	11	11.4	11.9	11.3
DIC	5.2	5.7	5.3	5	5.1	5.8	5.4	5.9

Ilustración 10 Valores mínimos y máximos de precipitación en los últimos 8 años en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

En el ejemplo disponemos de una colección de 97 unidades para experimentar y estudiar el efecto de la precipitación en 12 meses distintos. Es decir, se interesa en contrastar el efecto de un solo factor, que se presenta con doce niveles, sobre la variable respuesta.

Se busca saber si la precipitación media son iguales en los doce meses de un año, para ello se realizó el contraste de hipótesis siguiente:

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

Esto, se contrasta que no existe la diferencia en las medias de doce tratamientos contra a la alternativa de que al menos una mediana tenga la diferencia de otra.

En el modelo, el cual estudia los efectos que se producen en un solo factor de la variable respuesta, con una asignación de unidades experimentales a todos los niveles distintos del factor que se realiza de forma completamente aleatoria. En este modelo en conjunto con el procedimiento de asignación, tiene el nombre de “Diseño Completamente Aleatorizado el cual está basado en un modelo estadístico de Análisis en la Varianza de un Factor o una Vía.

Es una técnica estadística, en la cual incluye un Análisis de la Varianza de un factor, que se utiliza cuando se tienen que comparar más de dos grupos y por lo cual la variable respuesta es una variable numérica.

Para aplicar el diseño adecuadamente, las unidades experimentales tienen que ser lo más homogéneas posible.

En este planteamiento se alterna como formalizar de manera general para cualquier experimento uni-factorial. Suponiendo que un factor con I niveles y para el nivel i -ésimo se obtienen n_i observaciones de la variable respuesta. Entonces se puede postular el modelo siguiente:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + u_{ij}, \quad i = 1, \dots, I; \quad j = 1, \dots, n_i$$

En donde:

y_{ij} : Es una variable aleatoria que se representa con la observación j -ésima del i -ésimo tratamiento (Variable respuesta).

μ : Esta como un efecto constante, común a todos los niveles del factor, determinado como una media global.

τ_i : Se considera como la parte de y_{ij} debidamente a la acción del nivel i -ésimo, que será común a todos los elementos sometidos a un nivel del factor, llamado efecto del tratamiento i -ésimo.

u_{ij} : Estas son las determinadas variables aleatorias que engloban como tal a un conjunto de factores, los cuales cada uno de estos influye en la respuesta con una pequeña magnitud aunque de forma conjunta deben de tenerse muy en cuenta. Por lo cual, se puede interpretar como la variación causada por todos los factores que no están siendo analizados y que dentro del tratamiento variarán

significativamente unos elementos de los otros. Esto tomaría el nombre de error experimental o perturbaciones.

Se tiene como objetivo estimar el efecto que puedan tener los tratamientos para así contrastar la hipótesis de los diferentes niveles que se encuentran en el factor que se producen del mismo efecto, en contraste a la alternativa que menos dos difieren entre sí. En lo cual, se propone que los errores experimentales sean variables aleatorias independientes al igual se encuentren distribuidas según una varianza constante y normal de media cero.

En el modelo como tal se distinguen dos diferentes situaciones según la base de selección en sus tratamientos: modelo de efectos aleatorios y modelo de efectos fijos.

El modelo de los efectos aleatorios, se denomina a los niveles de un factor que se selecciona al azar, por decir a un nivel estudiado con una muestra aleatoria en base a una población con niveles, cuando las conclusiones que se tengan estas generalizaran todos los posibles niveles del factor, cuando hayan sido considerados explícitamente en el estudio o no.

El cuanto al modelo de efectos fijos, quien experimenta tiende a decidir en concreto que niveles va a considerar así como las conclusiones que obtendrá cuando sean niveles aplicables, sin poder extenderse a algún otro nivel que no este incluido en el estudio desarrollado.

Referente a los muestrales de tratamientos en base a los diferentes tamaños, son los modelos que se clasifican como: un tipo de modelo equilibrado o balanceado si todas en todas las muestras se encuentra un mismo tamaño $n_i = n$ y un modelo no-equilibrado o no-balanceado si en la mayoría se encuentran con tamaños muestrales n_i son distintos.

Como contraste de la hipótesis definida anteriormente está asociado directamente a la descomposición de la variabilidad en la variable respuesta que exista. En esta variabilidad se descompone la siguiente forma:

$$SCT = SCTr + SCR$$

Cuando:

SCT: Sea la suma total de variabilidad total de Y o cuadrados

$$SCT = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

SCTr: Está compuesta por la suma de variabilidad explicada o cuadrados entre tratamientos.

$$SCTr = \sum_{i=1}^I n_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

SCR: Se da a la suma dentro de los tratamientos, residual o a la variabilidad no explicada.

$$SCR = \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$$

En la tabla de análisis sobre la varianza (tabla ANOVA) Esta se construye a partir de una descomposición que proporciona el valor estadístico de F el cual nos permite contrastar la hipótesis nula que se planteó anteriormente.

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

En lo supuesto práctico número uno:

Una respuesta variable: Precipitación

El factor: mes del año que contiene doce niveles. Está contemplado como un factor de efectos fijos ya que tiene decidido cuales son los niveles en concreto que se van a utilizar (12 meses del año).

Respecto al modelo equilibrado: Los factores de los niveles tienen un mismo número de elementos (8 elementos).

En cuanto al tamaño del experimento: se consideró el número total de observaciones, por lo que en este caso son 97 unidades experimentales.

Como se plantea el problema este se modeliza por medio de un diseño unifactorial totalmente aleatorizado de efectos fijos equilibrado.

97 : Precipitació		
	Precipitació	Mes_Año
1	10.90	1
2	10.30	1
3	10.00	1
4	10.60	1
5	10.20	1
6	10.80	1
7	10.50	1
8	10.70	1
9	4.20	2
10	4.70	2
11	4.50	2
12	4.80	2
13	4.00	2
14	4.90	2
15	4.30	2
16	4.10	2
17	11.50	3
18	11.00	3
19	11.90	3
20	11.30	3
21	11.80	3
22	11.70	3
23	11.60	3
24	11.40	3
25	22.70	4

Ilustración 11 Descripción de los doce grupos a evaluar (Enero hasta Diciembre), durante los 8 años de la precipitación en *METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México*.

En primer lugar, se describen los doce grupos que se tienen que comparar, los doce meses del año, la variable respuesta es la precipitación en estos meses del año. Cada mes del año tiene doce valores, que suman como total al menos 97 observaciones. En base a la hipótesis nula se refiere a que un promedio de las precipitaciones son iguales el mes enero que febrero al de marzo. Esto quiere decir, que no existen diferencias en las precipitaciones respecto a los meses y la alternativa es que las precipitaciones no son iguales al menos en 2 meses.

En cuanto a la descripción de los 12 grupos se efectúa un análisis descriptivo;

INFORME

PRECIPITACIÓN

Mes_Año	Media	N	Desv. típ.	Mínimo	Máximo	Error típ. de la media
Enero	10.5000	8	.31168	10.00	10.90	.11019
Febrero	4.4375	8	.33780	4.00	4.90	.11943
Marzo	11.5250	8	.29155	11.00	11.90	.10308
Abril	22.5250	8	.29155	22.00	22.90	.10308
Mayo	45.4000	8	.31168	45.00	45.90	.11019
Junio	78.3750	8	.28158	78.00	78.80	.09955
Julio	55.4000	8	.31168	55.00	55.90	.11019
Agosto	51.4000	8	.32071	51.00	51.90	.11339
Septiembre	104.5000	8	.31168	104.00	104.90	.11019
Octubre	36.4500	8	.33381	36.00	36.90	.11802
Noviembre	11.4750	8	.31053	11.00	11.90	.10979
Diciembre	5.4250	8	.33700	5.00	5.90	.11915
Total	36.4510	96	30.64487	4.00	104.90	3.12768

Tabla 1 Análisis descriptivo de los doce grupos de precipitación en *METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.*

En el cual están representado los doce grupos que están dispuestos de forma comparativa. Al momento se puede definir que el valor medio en estos grupos es distinto numéricamente, en lo cual, la mediana del mes de octubre tiene un punto de valor medio que equivalentemente se le considera al doble de la media en el mes de junio. Lo que se interpreta, que la hipótesis esta centrada en comprobar si la precipitación se encuentra significativamente distinta en los 12 grupos. Para así responder a la hipótesis que recurre en el Análisis de la Varianza de un factor y así poder realizar el contraste de igualdad de medias.

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

Por medio de SPSS mencionado en el contraste que se puede realizar mediante de 2 formas diferentes:

ANOVA DE UN FACTOR

Precipitación

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	89207.046	11	8109.731	82734.774	.000
Intra-grupos	8.234	84	.098		
Total	89215.280	95			

Tabla 2 Descripción Anova inter grupos de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

En lo cual:

Inter-grupos: Se presenta por la Suma total de cuadrados enfocado a los diferentes tratamientos (SCTr)

Intra-grupos: Consiste en la representación de la suma de cuadrados a nivel residual (SCR)

Total: Se obtiene por la suma de cuadrados totales (SCT).

Ahora bien en dado caso que el valor de F sea mayor que 1 eso quiere decir que existe un efecto positivo dentro del factor día. Si se observa que el P-valor (Sig.) tiene un valor mayor que 0.000, y si es menor que el nivel de significación 0.05 considerado. Comprende, de manera estadística que los doce grupos se encuentran diferentes. Esto significa que no se puede negar la hipótesis alterna que significa que al menos dos de los grupos se encuentran diferentes, pero ahora bien ¿Qué grupos pueden ser esos? ¿Estos doce grupos son distintos o alguno de ellos lo es? Bien esta pregunta se resolverá conforme se desarrollara más adelante por medio de los contrastes en comparaciones múltiples.

PRUEBAS DE LOS EFECTOS INTER-SUJETOS

Variable dependiente: Precipitación

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	89207.048a	11	8109.731	82734.774	.000
Intersección	127553.130	1	127553.130	1301285.918	.000
~~Mes_Año~~	89207.048	11	8109.731	82734.774	.000
Error	8.234	84	.098		
Total	216768.410	96			
Total corregida	89215.280	95			

a. R cuadrado = 1.000 (R cuadrado corregida = 1.000)

Tabla 3 Descripción Anova Independiente de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

En la posterior tabla que corresponde a las pruebas en los efectos inter-sujetos, se nos muestran el Origen denominado como:

El modelo corregido: El cual recoge en la suma de los cuadrados asociadas en todos los factores que se involucran dentro del modelo ejecutado.

La intersección: Debe de coincidir con la expresión

$$\frac{-2}{ny_{..}}$$

En el cual los meses años: Se muestra por la Suma de los cuadrados debido a los tratamientos (SCTr), que se encuentran identificados con el nombre de la variable que se presenta como el factor.

El error: Se muestra en la suma de cuadrados de los residuos (SCR).

Ahora bien el total: Se constituye por la suma de los cuadrados obtenido en todas las observaciones.

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^8 y_{ij}^2$$

Como total corregida: Se define por la presente suma de cuadrados total (SCT). Por lo que, la intersección es la que difiere entre el Total corregido y Total.

Como se muestra en la Tabla ANOVA, el valor del contraste estadístico es de igualdad de medias, $F = 82734.774$ que se deja a su derecha un p-valor de 8109.731, menor que en el nivel de significación del 5%, por lo cual se rechaza la Hipótesis nula referente a la igualdad de medias. Esto quiere decir, que se encuentran diferencias significativas en las precipitaciones medias de entre los 12 meses del año que lo conforman.

En la salida de SPSS se nos muestra que R es el cuadrado que vale 1.000, esto indica que el modelo se explica en el 100% de la variabilidad en los datos.

Como tal el modelo que se propone se debe de validar, por lo que se debe de comprobar si la hipótesis básicas en el modelo, en ejemplo, si las variables aleatorias son perturbaciones independientes con distribución normal media a cero y con una varianza constante de homocedasticidad.

ESTUDIO DE LA IDONEIDAD DEL MODELO

Como se mencionó anteriormente, validar el modelo propuesto consiste en estudiar si las hipótesis básicas del modelo están o no en contradicción con los datos observados. Es decir, si se satisfacen los supuestos del modelo: Normalidad, Independencia, Homocedasticidad. Para ello se utilizan procedimientos gráficos y analíticos.

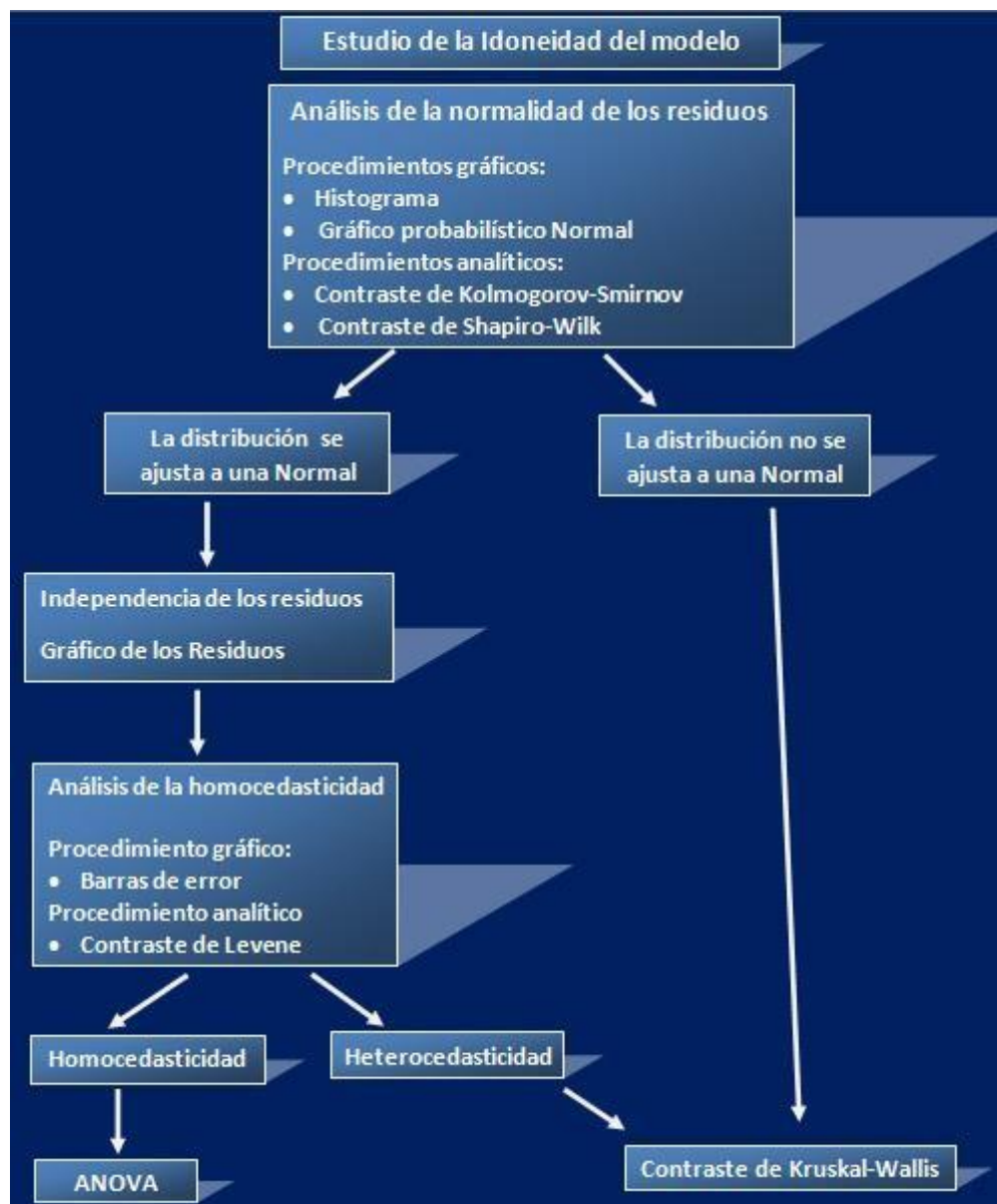


Ilustración 12 Diagrama en el estudio de la Idoneidad en el modelo de precipitación sobre METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

HIPÓTESIS DE NORMALIDAD

Lo primer es que se analiza la normalidad en las precipitaciones y se continúa por medio de un análisis referente a la normalidad en los residuos.

PRUEBAS DE NORMALIDAD

	Mes_Año	Kolmogorov-Smirnova			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Precipitación	Enero	.126	8	.200*	.965	8	.855
	Febrero	.158	8	.200*	.936	8	.576
	Marzo	.102	8	.200*	.973	8	.921
	Abril	.102	8	.200*	.973	8	.921
	Mayo	.126	8	.200*	.965	8	.855
	Junio	.126	8	.200*	.965	8	.860
	Julio	.126	8	.200*	.965	8	.855
	Agosto	.144	8	.200*	.943	8	.644
	Septiembre	.126	8	.200*	.965	8	.855
	Octubre	.148	8	.200*	.946	8	.675
	Noviembre	.141	8	.200*	.972	8	.914
	Diciembre	.168	8	.200*	.929	8	.503

*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Tabla 4 Análisis de la normalidad de los residuos en contraste de Shapiro-Wilk de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

Se observa que contraste de Shapiro-Wilk se encuentra apto cuando las muestras se definen de manera pequeñas ($n < 50$) lo que se genera la alternativa más potente que el test de Kolmogorov-Smirnov. En todos los p-valores (Sig.) Encuentran con mayor nivel que el de la significación de 0.05.

Con lo que se concluye que en las muestras referentes a las temperaturas se encuentran distribuidas de una forma normal en cada mes del año.

Para comprender la hipótesis de normalidad en los residuos, se debe de empezar por salvar los residuos.

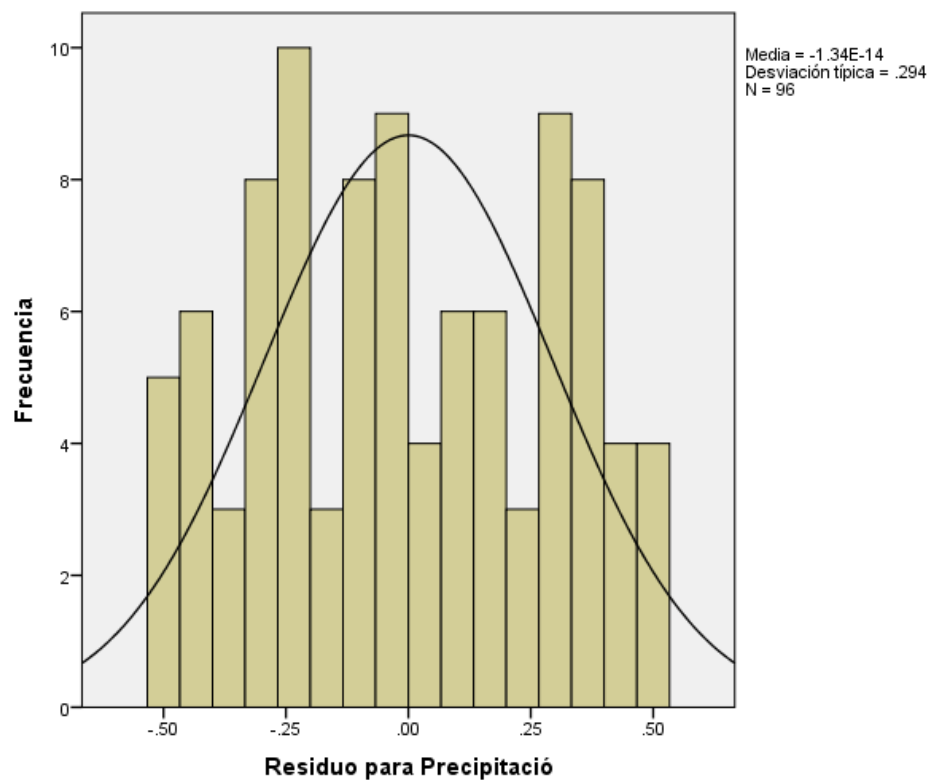


Ilustración 13 Histograma de normalidad en los residuos de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

Aunque se observa que en el histograma tiene resultantes de algunas desviaciones en la normalidad, las cuales no implican directamente la ausencia de normalidad en los residuos.

GRÁFICO PROBABILÍSTICO NORMAL:

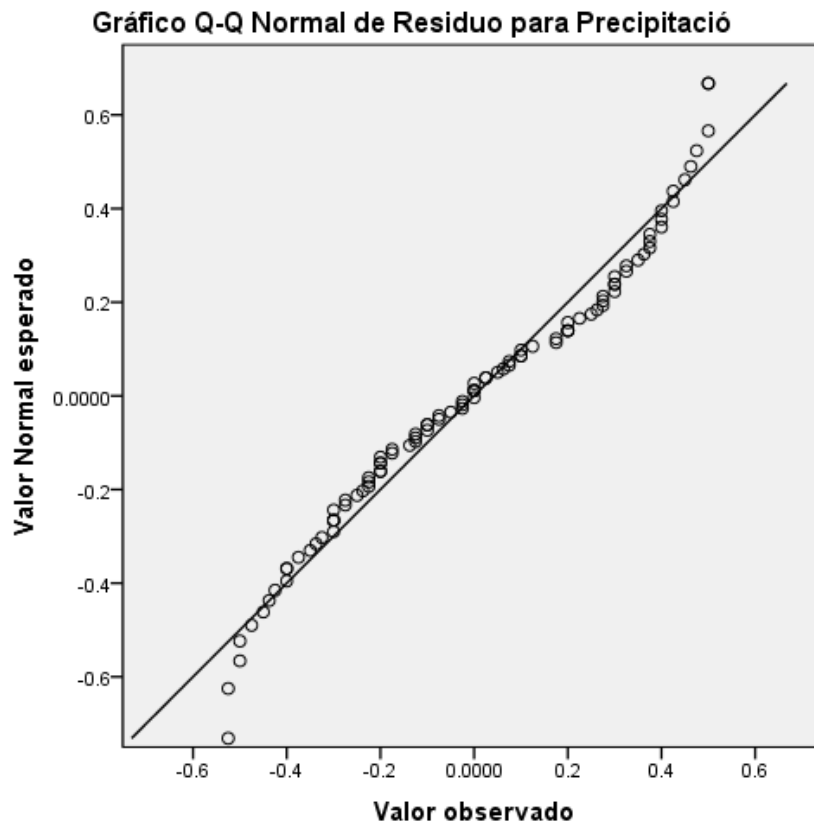


Ilustración 14 Grafico Q-Q Normal de residuo de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

Se puede notar que en el gráfico los puntos aparecen cerca de la línea diagonal. Es la gráfica no se observa una desviación definida de la normalidad.

CONTRASTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV:

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		Residuo para Precipitación
N		96
Parámetros normalesa,b	Media	.0000
	Desviación típica	.29440
Diferencias más extremas	Absoluta	.085
	Positiva	.085
	Negativa	-.085
Z de Kolmogorov-Smirnov		.836
Sig. asintót. (bilateral)		.487

a. La distribución de contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.

Tabla 5 Contraste de Kolmogorov-Smirnov de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

El valor del p-valor es mayor que el nivel de significación 0.05, no rechazándose la hipótesis de normalidad.

Hipótesis de independencia

Para comprobar que se satisface el supuesto de independencia entre las precipitaciones se analiza el gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados o predichos por el modelo. El empleo de este gráfico es útil puesto

que la presencia de alguna tendencia en el mismo puede ser indicio de una violación de dicha hipótesis.

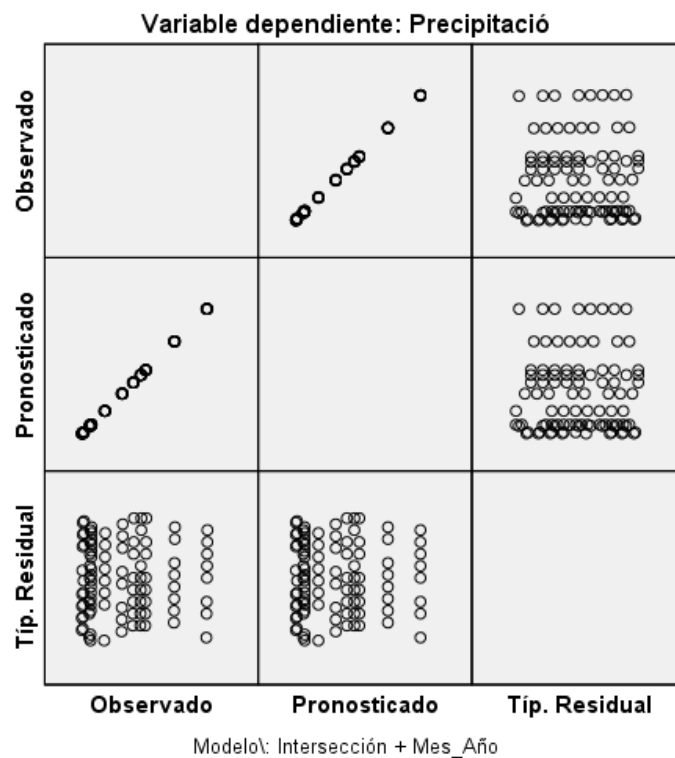


Ilustración 15 *Análisis gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados/predichos de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.*

En esta figura, se interpreta el gráfico que se muestra sobre la fila tres y la columna dos, se define que el gráfico esta representando los residuos en eje de las ordenadas y sobre los valores pronosticados del el eje de las abscisas. No se aprecia, como tal en el gráfico, ni una de las tendencias sistemáticas que lo hagan sospechar del incumplimiento sobre la suposición de independencia.

Por defecto, se puede realizar un gráfico en las dispersiones sobre los residuos y las predicciones con valores predichos.

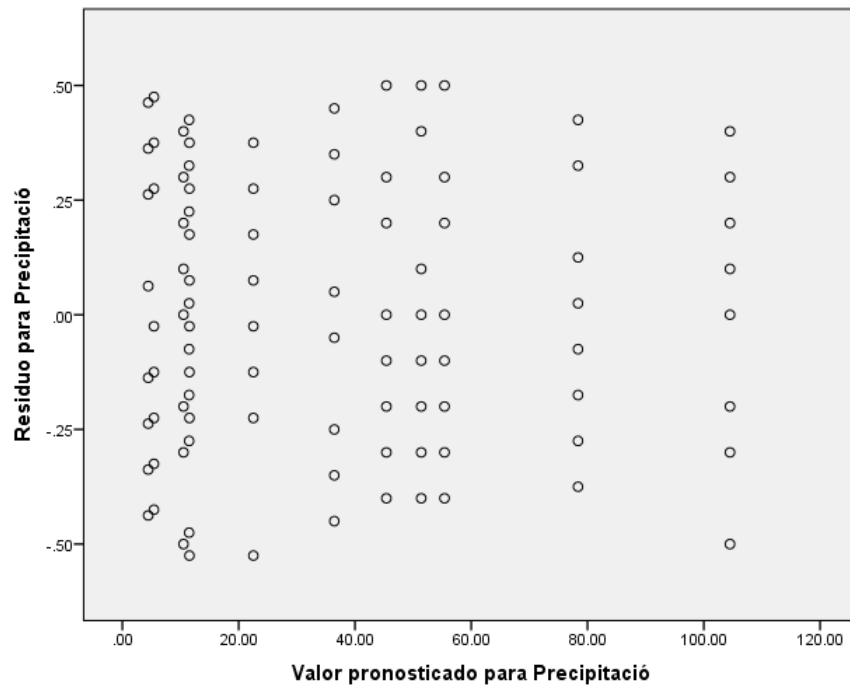


Ilustración 16 Gráfico sobre dispersión en los residuos y las predicciones de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

HIPÓTESIS DE LA HOMOCEDASTICIDAD

lo primero, es comprobar la homocedasticidad mediante una gráfica.

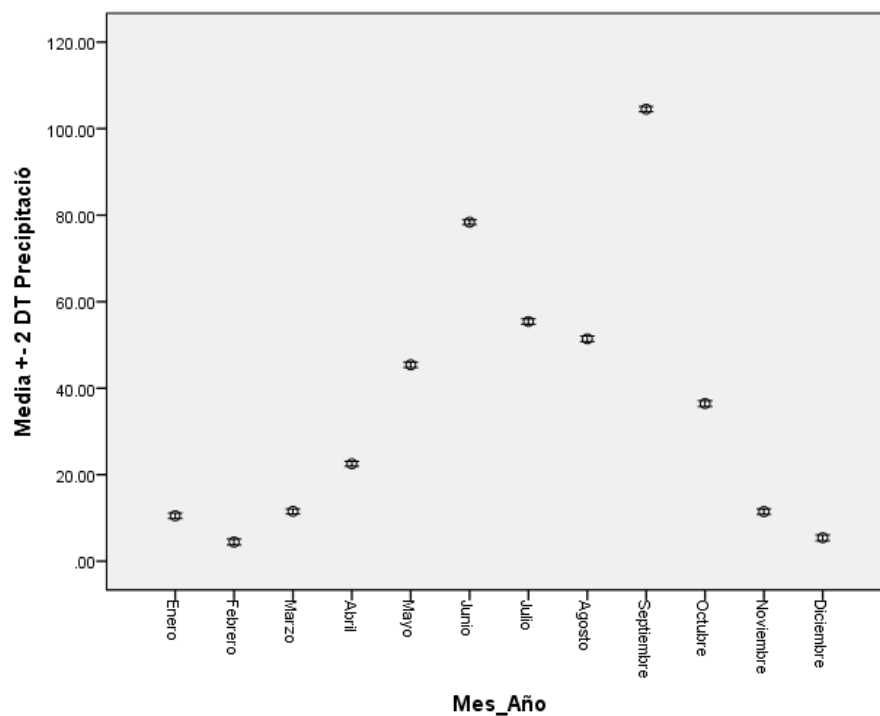


Ilustración 17 Grafico de homocedasticidad de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

Cada valor tiende a un promedio (identificación del círculo en cada barra), contando también con dos desviaciones típicas a la derecha del promedio y dos típicas a la izquierda. Se observa que en septiembre se refleja una mayor dispersión que en el resto de los demás meses, mientras que en diciembre se observa una menor dispersión de valores. Aunque en lo que va de julio y agosto existe una dispersión muy similar entre ambos meses. Como tal en el gráfico no se puede tener una deducción directamente en la homogeneidad en las varianzas consideradas, por lo cual se tiene que recurrir a analizar la heterocedasticidad analíticamente mediante el Test de Levene.

En el p-valor es a 0.000 por lo cual se puede rechazar la hipótesis referente a la homogeneidad de varianzas por lo cual se puede concluir que los 12 grupos contienen varianzas homogéneas. Si en la prueba arroja un resultado significativo, se puede definir que la homocedasticidad no cumpliría, en este caso SPSS tiende a disponer de las pruebas alternativas para correr los contrastes en las comparaciones múltiples que se definen en los “Contrastes Post. Hoc”.

PRUEBA DE HOMOGENEIDAD EN VARIANZAS

Precipitación

Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
.140	11	84	.999

Tabla 6 Test Levene por medio de SPSS sobre precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

Ya afirmado que las hipótesis se verifican, se interpreta la tabla ANOVA. Ahora bien si en el caso de haber fallado en alguna de las hipótesis de homocedasticidad e independencia, no se debe de aplicar el ANOVA. Cuando a la hipótesis de normalidad se debe de considerar que las pruebas ANOVA son significativas en ligeras desviaciones en la normalidad.

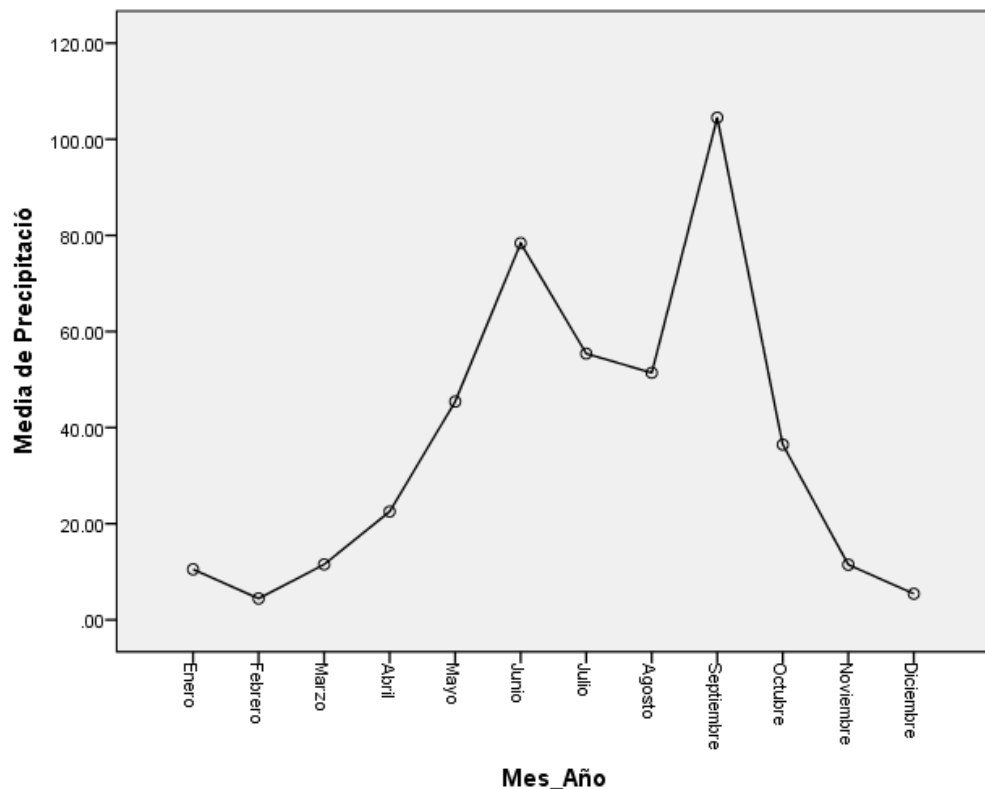


Ilustración 18 Hipótesis del modelo ANOVA en la precipitación de METZTILÁN, Estado de Hidalgo, México.

Al principio de resolver el contraste de igualdad en medias se debe de analizar el grafico de las mismas, en el cual el eje de ordenadas refleja la precipitación media, mientras que en el eje de las abscisas se encuentran los días de los meses. En dicha grafica se puede notar que la mayor precipitación se desarrolla en el mes de septiembre y la más baja en los meses de febrero y diciembre, definiendo la precipitación del último como menor. Ahora bien para saber qué conjunto de meses se notan mayores diferencias significativas se aplicara la prueba Post-hoc.

COMPARACIONES MÚLTIPLES

Variable dependiente: Precipitación

HSD de Tukey

(I) Mes_Año	(J) Mes_Año	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 50%	
					Límite inferior	Límite superior
Enero	Febrero	6.06250*	.15654	.000	5.7059	6.4191
	Marzo	-1.02500*	.15654	.000	-1.3816	-.6684
	Abril	-12.02500*	.15654	.000	-12.3816	-11.6684
	Mayo	-34.90000*	.15654	.000	-35.2566	-34.5434
	Junio	-67.87500*	.15654	.000	-68.2316	-67.5184
	Julio	-44.90000*	.15654	.000	-45.2566	-44.5434
	Agosto	-40.90000*	.15654	.000	-41.2566	-40.5434
	Septiembre	-94.00000*	.15654	.000	-94.3566	-93.6434
	Octubre	-25.95000*	.15654	.000	-26.3066	-25.5934
	Noviembre	-.97500*	.15654	.000	-1.3316	-.6184
	Diciembre	5.07500*	.15654	.000	4.7184	5.4316
	Enero	-6.06250*	.15654	.000	-6.4191	-5.7059
Febrero	Marzo	-7.08750*	.15654	.000	-7.4441	-6.7309
	Abril	-18.08750*	.15654	.000	-18.4441	-17.7309
	Mayo	-40.96250*	.15654	.000	-41.3191	-40.6059
	Junio	-73.93750*	.15654	.000	-74.2941	-73.5809
	Julio	-50.96250*	.15654	.000	-51.3191	-50.6059
	Agosto	-46.96250*	.15654	.000	-47.3191	-46.6059
	Septiembre	-100.06250*	.15654	.000	-100.4191	-99.7059
	Octubre	-32.01250*	.15654	.000	-32.3691	-31.6559
	Noviembre	-7.03750*	.15654	.000	-7.3941	-6.6809
	Diciembre	-.98750*	.15654	.000	-1.3441	-.6309
	Enero	1.02500*	.15654	.000	.6684	1.3816
	Febrero	7.08750*	.15654	.000	6.7309	7.4441
Marzo	Abril	-11.00000*	.15654	.000	-11.3566	-10.6434

	Mayo	-33.87500*	.15654	.000	-34.2316	-33.5184
	Junio	-66.85000*	.15654	.000	-67.2066	-66.4934
	Julio	-43.87500*	.15654	.000	-44.2316	-43.5184
	Agosto	-39.87500*	.15654	.000	-40.2316	-39.5184
	Septiembre	-92.97500*	.15654	.000	-93.3316	-92.6184
	Octubre	-24.92500*	.15654	.000	-25.2816	-24.5684
	Noviembre	.05000	.15654	1.000	-.3066	.4066
	Diciembre	6.10000*	.15654	.000	5.7434	6.4566
	Enero	12.02500*	.15654	.000	11.6684	12.3816
	Febrero	18.08750*	.15654	.000	17.7309	18.4441
	Marzo	11.00000*	.15654	.000	10.6434	11.3566
	Mayo	-22.87500*	.15654	.000	-23.2316	-22.5184
Abril	Junio	-55.85000*	.15654	.000	-56.2066	-55.4934
	Julio	-32.87500*	.15654	.000	-33.2316	-32.5184
	Agosto	-28.87500*	.15654	.000	-29.2316	-28.5184
	Septiembre	-81.97500*	.15654	.000	-82.3316	-81.6184
	Octubre	-13.92500*	.15654	.000	-14.2816	-13.5684
	Noviembre	11.05000*	.15654	.000	10.6934	11.4066
	Diciembre	17.10000*	.15654	.000	16.7434	17.4566
	Enero	34.90000*	.15654	.000	34.5434	35.2566
	Febrero	40.96250*	.15654	.000	40.6059	41.3191
	Marzo	33.87500*	.15654	.000	33.5184	34.2316
	Abril	22.87500*	.15654	.000	22.5184	23.2316
	Mayo	-32.97500*	.15654	.000	-33.3316	-32.6184
Mayo	Junio	-10.00000*	.15654	.000	-10.3566	-9.6434
	Agosto	-6.00000*	.15654	.000	-6.3566	-5.6434
	Septiembre	-59.10000*	.15654	.000	-59.4566	-58.7434
	Octubre	8.95000*	.15654	.000	8.5934	9.3066

Junio	Noviembre	33.92500*	.15654	.000	33.5684	34.2816
	Diciembre	39.97500*	.15654	.000	39.6184	40.3316
	Enero	67.87500*	.15654	.000	67.5184	68.2316
	Febrero	73.93750*	.15654	.000	73.5809	74.2941
	Marzo	66.85000*	.15654	.000	66.4934	67.2066
	Abril	55.85000*	.15654	.000	55.4934	56.2066
	Mayo	32.97500*	.15654	.000	32.6184	33.3316
	Julio	22.97500*	.15654	.000	22.6184	23.3316
	Agosto	26.97500*	.15654	.000	26.6184	27.3316
	Septiembre	-26.12500*	.15654	.000	-26.4816	-25.7684
	Octubre	41.92500*	.15654	.000	41.5684	42.2816
	Noviembre	66.90000*	.15654	.000	66.5434	67.2566
Julio	Diciembre	72.95000*	.15654	.000	72.5934	73.3066
	Enero	44.90000*	.15654	.000	44.5434	45.2566
	Febrero	50.96250*	.15654	.000	50.6059	51.3191
	Marzo	43.87500*	.15654	.000	43.5184	44.2316
	Abril	32.87500*	.15654	.000	32.5184	33.2316
	Mayo	10.00000*	.15654	.000	9.6434	10.3566
	Junio	-22.97500*	.15654	.000	-23.3316	-22.6184
	Agosto	4.00000*	.15654	.000	3.6434	4.3566
	Septiembre	-49.10000*	.15654	.000	-49.4566	-48.7434
	Octubre	18.95000*	.15654	.000	18.5934	19.3066
	Noviembre	43.92500*	.15654	.000	43.5684	44.2816
	Diciembre	49.97500*	.15654	.000	49.6184	50.3316
Agosto	Enero	40.90000*	.15654	.000	40.5434	41.2566
	Febrero	46.96250*	.15654	.000	46.6059	47.3191
	Marzo	39.87500*	.15654	.000	39.5184	40.2316
	Abril	28.87500*	.15654	.000	28.5184	29.2316

	Mayo	6.00000*	.15654	.000	5.6434	6.3566
	Junio	-26.97500*	.15654	.000	-27.3316	-26.6184
	Julio	-4.00000*	.15654	.000	-4.3566	-3.6434
	Septiembre	-53.10000*	.15654	.000	-53.4566	-52.7434
	Octubre	14.95000*	.15654	.000	14.5934	15.3066
	Noviembre	39.92500*	.15654	.000	39.5684	40.2816
	Diciembre	45.97500*	.15654	.000	45.6184	46.3316
	Enero	94.00000*	.15654	.000	93.6434	94.3566
	Febrero	100.06250*	.15654	.000	99.7059	100.4191
	Marzo	92.97500*	.15654	.000	92.6184	93.3316
	Abril	81.97500*	.15654	.000	81.6184	82.3316
	Mayo	59.10000*	.15654	.000	58.7434	59.4566
Septiembre	Junio	26.12500*	.15654	.000	25.7684	26.4816
	Julio	49.10000*	.15654	.000	48.7434	49.4566
	Agosto	53.10000*	.15654	.000	52.7434	53.4566
	Octubre	68.05000*	.15654	.000	67.6934	68.4066
	Noviembre	93.02500*	.15654	.000	92.6684	93.3816
	Diciembre	99.07500*	.15654	.000	98.7184	99.4316
	Enero	25.95000*	.15654	.000	25.5934	26.3066
	Febrero	32.01250*	.15654	.000	31.6559	32.3691
	Marzo	24.92500*	.15654	.000	24.5684	25.2816
	Abril	13.92500*	.15654	.000	13.5684	14.2816
	Mayo	-8.95000*	.15654	.000	-9.3066	-8.5934
Octubre	Junio	-41.92500*	.15654	.000	-42.2816	-41.5684
	Julio	-18.95000*	.15654	.000	-19.3066	-18.5934
	Agosto	-14.95000*	.15654	.000	-15.3066	-14.5934
	Septiembre	-68.05000*	.15654	.000	-68.4066	-67.6934
	Noviembre	24.97500*	.15654	.000	24.6184	25.3316

	Diciembre	31.02500*	.15654	.000	30.6684	31.3816
	Enero	.97500*	.15654	.000	.6184	1.3316
	Febrero	7.03750*	.15654	.000	6.6809	7.3941
	Marzo	-.05000	.15654	1.000	-.4066	.3066
	Abril	-11.05000*	.15654	.000	-11.4066	-10.6934
	Mayo	-33.92500*	.15654	.000	-34.2816	-33.5684
Noviembre	Junio	-66.90000*	.15654	.000	-67.2566	-66.5434
	Julio	-43.92500*	.15654	.000	-44.2816	-43.5684
	Agosto	-39.92500*	.15654	.000	-40.2816	-39.5684
	Septiembre	-93.02500*	.15654	.000	-93.3816	-92.6684
	Octubre	-24.97500*	.15654	.000	-25.3316	-24.6184
	Diciembre	6.05000*	.15654	.000	5.6934	6.4066
	Enero	-5.07500*	.15654	.000	-5.4316	-4.7184
	Febrero	.98750*	.15654	.000	.6309	1.3441
	Marzo	-6.10000*	.15654	.000	-6.4566	-5.7434
	Abril	-17.10000*	.15654	.000	-17.4566	-16.7434
	Mayo	-39.97500*	.15654	.000	-40.3316	-39.6184
Diciembre	Junio	-72.95000*	.15654	.000	-73.3066	-72.5934
	Julio	-49.97500*	.15654	.000	-50.3316	-49.6184
	Agosto	-45.97500*	.15654	.000	-46.3316	-45.6184
	Septiembre	-99.07500*	.15654	.000	-99.4316	-98.7184
	Octubre	-31.02500*	.15654	.000	-31.3816	-30.6684
	Noviembre	-6.05000*	.15654	.000	-6.4066	-5.6934

*. La diferencia de medias es significativa al nivel 0.5.

Tabla 7 Comparaciones múltiples de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

En los resultados se observan los intervalos de confianza simultáneos que se conforman por el método de Tukey. La tabla muestra como tal el resumen de las diferentes comparaciones sobre los tratamientos con lo que se resta. Se puede decir que se encuentran comparados de 2 a 2 las 12 medias en los tratamientos. Lo que aparece en el bloque número uno de la tabla es la comparación de la media de enero con la media de los otros 11 meses del año. En los siguientes bloques se muestran comparadas las restantes medias entre sí. En la columna Diferencias de medias (I-J) se muestran las diferencias entre las medias que se comparan. En la columna Sig. Aparecen los p-valores de los contrastes, que permiten conocer si la diferencia entre cada pareja de medias es significativa al nivel de significación considerado (en este caso 0.05) y la última columna proporciona los intervalos de confianza al 95% para cada diferencia. Así por ejemplo, si se compara la precipitación de enero con febrero, se tiene una diferencia entre ambas medias de 6.06250, un error típico de 0.15654, que es un error típico para la diferencia de estas medias, un P-valor (Sig.) de 0.000 no significativo puesto que la precipitación no difiere significativamente de enero en febrero y un intervalo de confianza con un límite inferior negativo y un límite superior positivo y por lo tanto contiene al cero de lo que también se deduce que no hay diferencias significativas entre los dos grupos que se comparan o que ambos grupos son homogéneos. En cambio, sí se observa el grupo formado por enero y marzo, se nota que ambos extremos del intervalo son del mismo signo y el P-valor es significativo deduciendo que sí hay diferencias significativas entre ambos. Ya se había observado que la precipitación en marzo era muy inferior a la de enero, por lo que la diferencia de valor en las medias es de -1.02500. En las otras comparaciones se puede definir de forma análoga. Por lo que la tabla se puede leer con tan solo observar los valores de menores que sería el 5%, en su defecto si el intervalo de confianza tiene el 0. También, se define que si los contrastes que han arrojado respuestas significativas a nivel de significación 0.05 se mostraran marcados con un (*). Como conclusión se detecta que las diferentes precipitaciones son significativas entre los meses de enero y marzo, mayo y junio, febrero y abril.

De tal manera que es más fácil el poder tener una comparación en las diferentes parajes de cada mes para definir si existen diferencias significativas. Por lo que de la tabla se puede deducir que se reflejan diferencias significativas entre los meses de enero y marzo, mayo, junio, febrero y abril.

Variable dependiente Precipitación
Prueba HSD de Tukey

(J) Mes Año	Sig.					
	(I) Mes_Año					
	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Enero		.000	.000	.000	.000	.000
Febrero	.000		.000	.000	.000	.000
Marzo	.000	.000		.000	.000	.000
Abril	.000	.000	.000		.000	.000
Mayo	.000	.000	.000	.000		.000
Junio	.000	.000	.000	.000	.000	
Julio	.000	.000	.000	.000	.000	.000
Agosto	.000	.000	.000	.000	.000	.000
Septiembre	.000	.000	.000	.000	.000	.000
Octubre	.000	.000	.000	.000	.000	.000
Noviembre	.000	.000	1.000	.000	.000	.000
Diciembre	.000	.000	.000	.000	.000	.000

*. La diferencia de medias es significativa al nivel 0.5.

Ilustración 19 Comparaciones múltiples en diferencia de las medias de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

Aunque también la tabla de las comparaciones múltiples nos muestra otra tabla de subconjuntos homogéneos.

PRECIPITACIÓN

HSD de Tukey

Mes_Año	N	Subconjunto para alfa = 0.5										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Febrero	8	4.4375										
Diciembre	8		5.4250									
Enero	8			10.5000								
Noviembre	8				11.4750							
Marzo	8				11.5250							
Abril	8					22.5250						
Octubre	8						36.4500					
Mayo	8							45.4000				
Agosto	8								51.4000			
Julio	8									55.4000		
Junio	8										78.3750	
Septiembre	8											104.5000
Sig.		1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Esta refleja las medias para cada grupo en los subconjuntos homogéneos.

a. Muestra el tamaño muestral de la media armónica = 8.000.

Tabla 8 Subconjuntos homogéneos de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

En la tabla de los subconjuntos homogéneos se observa por columnas a los subgrupos de medias iguales, que se formaron al utilizar el método de Tukey. Se le denomina Prueba de subgrupos homogéneos porque se localizan en columnas todos los grupos que no difieren significativamente. Por lo que se puede notar que la prueba de Tukey agrupa los meses en columnas diferentes. De tal forma que la gráfica deduce que los subgrupos no son totalmente homogéneos por lo que se nota cuales difieren significativamente.

A los subgrupos no homogéneos se localizan en cada columna, ejemplo; si se comparan los grupos (el P-valor (sig.) es mayor 1.000 que el nivel de significación a 0.05 por lo que se deduce que no existe una diferencia significativa en la precipitación media.

Por lo que se puede deducir que los subconjuntos difieren significativamente de uno con el otro. En estos como primer lugar esta la precipitación como subconjunto difiriendo de la temperatura como segundo lugar dentro de los cuales no se aprecian diferencias significativas entre las precipitaciones relacionadas. Se observa así que de igual manera la precipitación media es mayor en septiembre (104.5000) y menor en junio (78.3750).

Se analiza esta diferencia de una forma gráfica

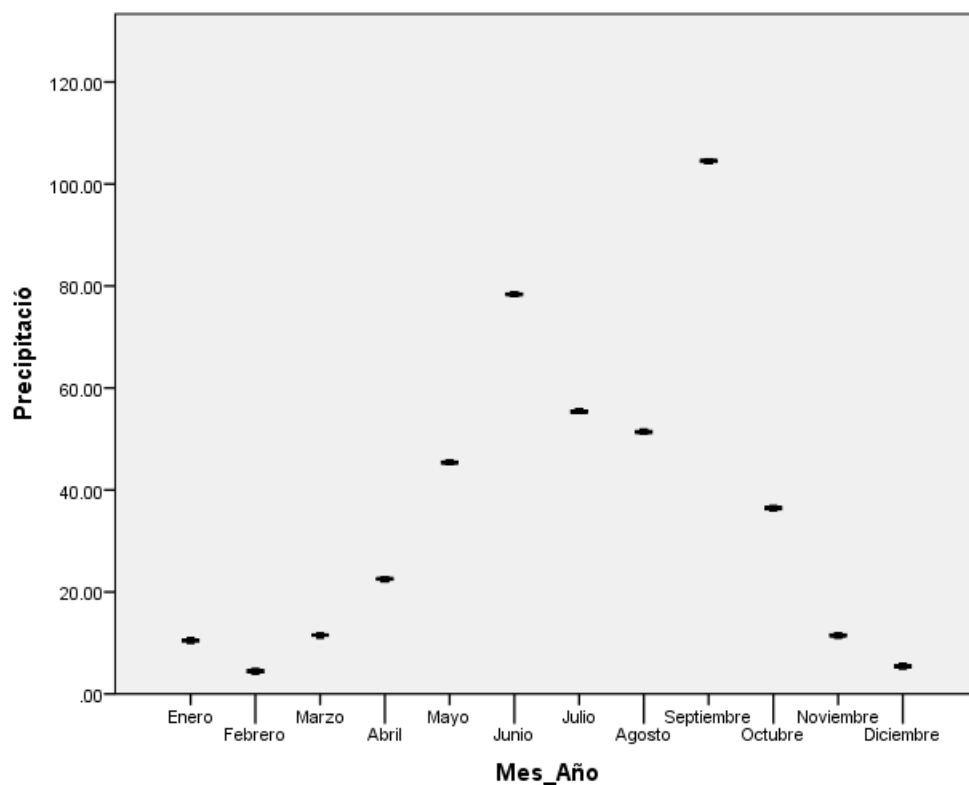


Ilustración 20 Grafica de subconjuntos homogéneos de precipitación en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

Se observa que en las cajas correspondientes a los meses de julio, junio y agosto, estas están superpuestas, que de hecho, el calor mediano esta en julio (la línea negra dentro de las cajas) se única en un nivel inferior dentro de la caja del mees de febrero y de la caja de septiembre. En este criterio se puede utilizar para comprar grupos, lo cual en este caso indica que no hay una homogeneidad o más bien que no hay diferencias significativas en el grupo de las medias. Se observa que en el mes de septiembre tiene una distribución arriba de las demás. Por lo cual se puede definir que la temperatura es mucho mayor en ese año.

TEMPERATURA

La temperatura es la acumulación de gases contaminantes hace que las temperaturas aumenten cada vez más y que los climas cambien: esto provoca sequías y, además, aumenta el riesgo de incendios que conllevan la deforestación y la desertización del planeta. Esto es uno de los problemas ambientales más importantes que afectan a nuestro mundo. Las temperaturas de la superficie del planeta aumentan a gran ritmo. En los últimos 100 años, la temperatura media global ha aumentado 0,76 °C (Grado Celsius). 11 de los 12 años más calurosos desde 1850 se concentran entre 1995 y 2006. En España ese calentamiento ha sido de 1,5 °C. En el Ártico, hasta 5 °C. Este aumento de la temperatura media de la Tierra es el calentamiento global. Al igual que cuando tenemos fiebre unos pocos grados respecto de nuestra temperatura normal nos afectan profundamente, ese aumento de temperatura media es suficiente para que el clima cambie de forma acelerada y profunda. (Dirección General de Cambio Climático y Educación Ambiental, n.d.) En las grandes ciudades, Con objeto de comprobar la temperatura de una determinada localidad, se ha realizado un estudio en el que se han analizado las temperaturas durante doce meses del año (enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio, julio, agosto, septiembre, octubre noviembre y diciembre).

	TEMPERATURA ANUAL							
MES/AÑOS	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
ENE	6.4	22.6	14.1	20.3	22.1	5.7	19.7	10.9
FEB	9.4	6.8	12.3	14.8	15.6	17.9	24.5	22.2
MAR	27.5	16.9	25.2	16.5	8.8	10.4	13.7	20.3
ABR	22.8	11.5	17.9	15.2	29.3	25.8	13.8	20.4
MAY	13.2	28.9	19.6	21.4	15.2	25.7	29.3	18.5
JUN	24.9	28.3	14.3	17.8	23.5	21.3	15.4	22.7
JUL	20.2	15.6	18.4	26.7	19.3	24.1	13.8	21.9
AGO	26.3	13.8	20.5	23.2	20.4	18.5	27.1	15.6
SEP	20.5	23.4	19.7	17.9	21.3	25.6	15.2	13.8
OCT	17.8	19.2	22.4	24.6	21.9	15.3	11.1	16.5
NOV	21.4	23.5	19.6	15.8	11.3	8.2	13.7	10.9
DIC	8.2	6.5	10.4	12.7	14.5	17.8	20.9	22.5

Ilustración 21 Valores mínimos y máximos de temperatura en los últimos 8 años en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

En el ejemplo disponemos de una colección de 97 unidades para experimentar y estudiar el efecto de la precipitación en 12 meses distintos. Es decir, se interesa en contrastar el efecto de un solo factor, que se presenta con doce niveles, sobre la variable respuesta.

Se busca saber si la precipitación media son iguales en los doce meses de un año, para ello se realizó el contraste de hipótesis siguiente:

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

Esto, se contrasta que no existe la diferencia en las medias de doce tratamientos contra a la alternativa de que al menos una mediana tenga la diferencia de otra.

En el modelo, el cual estudia los efectos que se producen en un solo factor de la variable respuesta, con una asignación de unidades experimentales a todos los niveles distintos del factor que se realiza de forma completamente aleatoria. En este modelo en conjunto con el procedimiento de asignación, tiene el nombre de “Diseño Completamente Aleatorizado el cual está basado en un modelo estadístico de Análisis en la Varianza de un Factor o una Vía.

Es una técnica estadística, en la cual incluye un Análisis de la Varianza de un factor, que se utiliza cuando se tienen que comparar más de dos grupos y por lo cual la variable respuesta es una variable numérica.

Para aplicar el diseño adecuadamente, las unidades experimentales tienen que ser lo más homogéneas posible.

En este planteamiento se alterna como formalizar de manera general para cualquier experimento uni-factorial. Suponiendo que un factor con I niveles y para el nivel i -ésimo se obtienen n_i observaciones de la variable respuesta. Entonces se puede postular el modelo siguiente:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + u_{ij}, \quad i = 1, \dots, I; \quad j = 1, \dots, n_i$$

En donde:

y_{ij} : Es una variable aleatoria que se representa con la observación j -ésima del i -ésimo tratamiento (Variable respuesta).

μ : Esta como un efecto constante, común a todos los niveles del factor, determinado como una media global.

τ_i : Se considera como la parte de y_{ij} debidamente a la acción del nivel i -ésimo, que será común a todos los elementos sometidos a un nivel del factor, llamado efecto del tratamiento i -ésimo.

u_{ij} : Estas son las determinadas variables aleatorias que engloban como tal a un conjunto de factores, los cuales cada uno de estos influye en la respuesta con una pequeña magnitud aunque de forma conjunta deben de tenerse muy en cuenta. Por lo cual, se puede interpretar como la variación causada por todos los factores que no están siendo analizados y que dentro del tratamiento variarán significativamente unos elementos de los otros. Esto tomaría el nombre de error experimental o perturbaciones.

Se tiene como objetivo estimar el efecto que puedan tener los tratamientos para así contrastar la hipótesis de los diferentes niveles que se encuentran en el factor que se producen del mismo efecto, en contraste a la alternativa que menos dos difieren entre sí. En lo cual, se propone que los errores experimentales sean variables aleatorias independientes al igual se encuentren distribuidas según una varianza constante y normal de media cero.

En el modelo como tal se distinguen dos diferentes situaciones según la base de selección en sus tratamientos: modelo de efectos aleatorios y modelo de efectos fijos.

El modelo de los efectos aleatorios, se denomina a los niveles de un factor que se selecciona al azar, por decir a un nivel estudiado con una muestra aleatoria en base a una población con niveles, cuando las conclusiones que se tengan estas generalizaran todos los posibles niveles del factor, cuando hayan sido considerados explícitamente en el estudio o no.

El cuanto al modelo de efectos fijos, quien experimenta tiende a decidir en concreto que niveles va a considerar así como las conclusiones que obtendrá cuando sean niveles aplicables, sin poder extenderse a algún otro nivel que no este incluido en el estudio desarrollado.

Referente a los muéstrales de tratamientos en base a los diferentes tamaños, son los modelos que se clasifican como: un tipo de modelo equilibrado o balanceado si todas en todas las muestras se encuentra un mismo tamaño $n_i = n$ y un modelo no-equilibrado o no-balanceado si en la mayoría se encuentran con tamaños muéstrales n_i son distintos.

Como contraste de la hipótesis definida anteriormente está asociado directamente a la descomposición de la variabilidad en la variable respuesta que exista. En esta variabilidad se descompone la siguiente forma:

$$SCT = SCTr + SCR$$

Cuando:

SCT: Sea la suma total de variabilidad total de Y o cuadrados

$$SCT = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

SCTr: Está compuesta por la suma de variabilidad explicada o cuadrados entre tratamientos.

$$SCTr = \sum_{i=1}^I n_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

SCR: Se da a la suma dentro de los tratamientos, residual o a la variabilidad no explicada.

$$SCR = \sum_{ij} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$$

En la tabla de análisis sobre la varianza (tabla ANOVA) Esta se construye a partir de una descomposición que proporciona el valor estadístico de F el cual nos permite contrastar la hipótesis nula que se planteó anteriormente.

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

En lo supuesto práctico número uno:

Una respuesta variable: Precipitación

El factor: mes del año que contiene doce niveles. Está contemplado como un factor de efectos fijos ya que tiene decidido cuales son los niveles en concreto que se van a utilizar (12 meses del año).

Respecto al modelo equilibrado: Los factores de los niveles tienen un mismo número de elementos (8 elementos).

En cuanto al tamaño del experimento: se consideró el número total de observaciones, por lo que en este caso son 97 unidades experimentales.

Como se plantea el problema este se modeliza por medio de un diseño unifactorial totalmente aleatorizado de efectos fijos equilibrado.

	Temperatura_ Anual	Mes_Año	var	
1	6.40	1		
2	22.60	1		
3	14.10	1		
4	20.30	1		
5	22.10	1		
6	5.70	1		
7	19.70	1		
8	10.90	1		
9	9.40	2		
10	6.80	2		
11	12.30	2		
12	14.80	2		
13	15.60	2		
14	17.90	2		
15	24.50	2		
16	22.20	2		
17	27.50	3		
18	16.90	3		
19	25.20	3		
20	16.50	3		
21	8.80	3		
22	10.40	3		
23	13.70	3		
24	20.30	3		

Ilustración 22 Descripción de los doce grupos a evaluar (Enero hasta Diciembre), durante los 8 años de la temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México

En primer lugar, se describen los doce grupos que se tienen que comparar, los doce meses del año, la variable respuesta es la precipitación en estos meses del año. Cada mes del año tiene doce valores, que suman como total al menos 97 observaciones. En base a la hipótesis nula se refiere a que un promedio de las precipitaciones son iguales el mes enero que febrero al de marzo. Esto quiere decir, que no existen diferencias en las precipitaciones

respecto a los meses y la alternativa es que las precipitaciones no son iguales al menos en 2 meses.

En cuanto a la descripción de los 12 grupos se efectúa un análisis descriptivo;

INFORME

temperatura_anual

Mes_Año	Media	N	Desv. típ.	Mínimo	Máximo	Error típ. de la media
Enero	15.2250	8	6.92836	5.70	22.60	2.44954
Febrero	15.4375	8	6.03867	6.80	24.50	2.13499
Marzo	17.4125	8	6.64367	8.80	27.50	2.34889
Abril	19.5875	8	6.15176	11.50	29.30	2.17497
Mayo	21.4750	8	6.02892	13.20	29.30	2.13154
Junio	21.0250	8	4.84348	14.30	28.30	1.71243
Julio	20.0000	8	4.24601	13.80	26.70	1.50119
Agosto	20.6750	8	4.73822	13.80	27.10	1.67521
Septiembre	19.6750	8	3.96403	13.80	25.60	1.40150
Octubre	18.6000	8	4.37330	11.10	24.60	1.54619
Noviembre	15.5500	8	5.49051	8.20	23.50	1.94119
Diciembre	14.1875	8	5.84085	6.50	22.50	2.06505
Total	18.2375	96	5.75023	5.70	29.30	.58688

Tabla 9 Análisis descriptivo de los doce grupos de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

En el cual están representado los doce grupos que están dispuestos de forma comparativa. Al momento se puede definir que el valor medio en estos grupos es distinto numéricamente, en lo cual, la mediana del mes de octubre tiene un punto de valor medio que equivalentemente se le considera al doble de la media en el mes de junio. Lo que se interpreta, que la hipótesis está centrada en comprobar

si la precipitación se encuentra significativamente distinta en los 12 grupos. Para así responder a la hipótesis que recurre en el Análisis de la Varianza de un factor y así poder realizar el contraste de igualdad de medias.

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

Por medio de SPSS mencionado en el contraste que se puede realizar mediante de 2 formas diferentes:

ANOVA DE UN FACTOR

Temperatura_Anuar

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	580.325	11	52.757	1.731	.080
Intra-grupos	2560.860	84	30.486		
Total	3141.185	95			

Tabla 10 Descripción Anova inter grupos de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México

En lo cual:

Inter-grupos: Se presenta por la Suma total de cuadrados enfocado a los diferentes tratamientos (SCTr)

Intra-grupos: Consiste en la representación de la suma de cuadrados a nivel residual (SCR)

Ahora bien en dado caso que el valor de F sea mayor que 1 eso quiere decir que existe un efecto positivo dentro del factor día. Si se observa que el P-valor (Sig.)

tiene un valor mayor que 0.000, y si es menor que el nivel de significación 0.05 considerado. Comprende, de manera estadística que los doce grupos se encuentran diferentes. Esto significa que no se puede negar la hipótesis alterna que significa que al menos dos de los grupos se encuentran diferentes, pero ahora bien ¿Qué grupos pueden ser esos? ¿Estos doce grupos son distintos o alguno de ellos lo es? Bien esta pregunta se resolverá conforme se desarrollara más adelante por medio de los contrastes en comparaciones múltiples

PRUEBAS DE LOS EFECTOS INTER-SUJETOS

Variable dependiente: Temperatura_Anual

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	580.325a	11	52.757	1.731	.080
Intersección	31930.215	1	31930.215	1047.358	.000
Mes_Año	580.325	11	52.757	1.731	.080
Error	2560.860	84	30.486		
Total	35071.400	96			
Total corregida	3141.185	95			

a. R cuadrado = .185 (R cuadrado-corregida = .078)

Tabla 11 Descripción Anova Independiente de temperatura de METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

En la posterior tabla que corresponde a las pruebas en los efectos inter-sujetos, que nos da a conocer el origen denominado como:

El modelo corregido: El cual recoge en la suma de los cuadrados asociadas en todos los factores que se involucran dentro del modelo ejecutado.

La intersección: Debe de coincidir con la expresión

$$n y_{..}^{-2}$$

En el cual los meses años: Se muestra por la Suma de los cuadrados debido a los tratamientos (SCTr), que se encuentran identificados con el nombre de la variable que se presenta como el factor.

El error: Se muestra en la suma de cuadrados de los residuos (SCR).

Ahora bien el total: Se constituye por la suma de los cuadrados obtenido en todas las observaciones.

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^8 y_{ij}^2$$

Como total corregida: Se define por la presente suma de cuadrados total (SCT). Por lo que, la intersección es la que difiere entre el Total corregido y Total.

Total: Representa la suma de los cuadrados de todas las observaciones

Total corregida: Representa la suma de cuadrados total (SCT). Por lo tanto, Intersección es la diferencia entre Total corregido y Total.

En la Tabla ANOVA, el valor del estadístico de contraste de igualdad de medias, $F = 1.731$ deja a su derecha un p-valor de 0.080, menor que el nivel de significación del 5%, por lo que se rechaza la Hipótesis nula de igualdad de medias. Es decir, existen diferencias significativas en las temperaturas entre los doce meses del año.

En la salida de SPSS se nos muestra que R es el cuadrado que vale 1.85, esto indica que el modelo se explica en el 100% de la variabilidad en los datos.

Como tal el modelo que se propone se debe de validar, por lo que se debe de comprobar si la hipótesis básicas en el modelo, en ejemplo, si las variables aleatorias son perturbaciones independientes con distribución normal media a cero y con una varianza constante de homocedasticidad.

ESTUDIO DE LA IDONEIDAD DEL MODELO

Como se mencionó antes, el que se valide la propuesta del modelo, se base en estudiar si realmente las hipótesis bases en el modelo si están o no en contradicción con los valores analizados. Por decir, que se encuentren satisfactoriamente en lo supuesto del modelo; Independencia, Normalidad y homocedasticidad. Por lo cual se utilizan pasos analíticos y gráficos de un procedimiento.

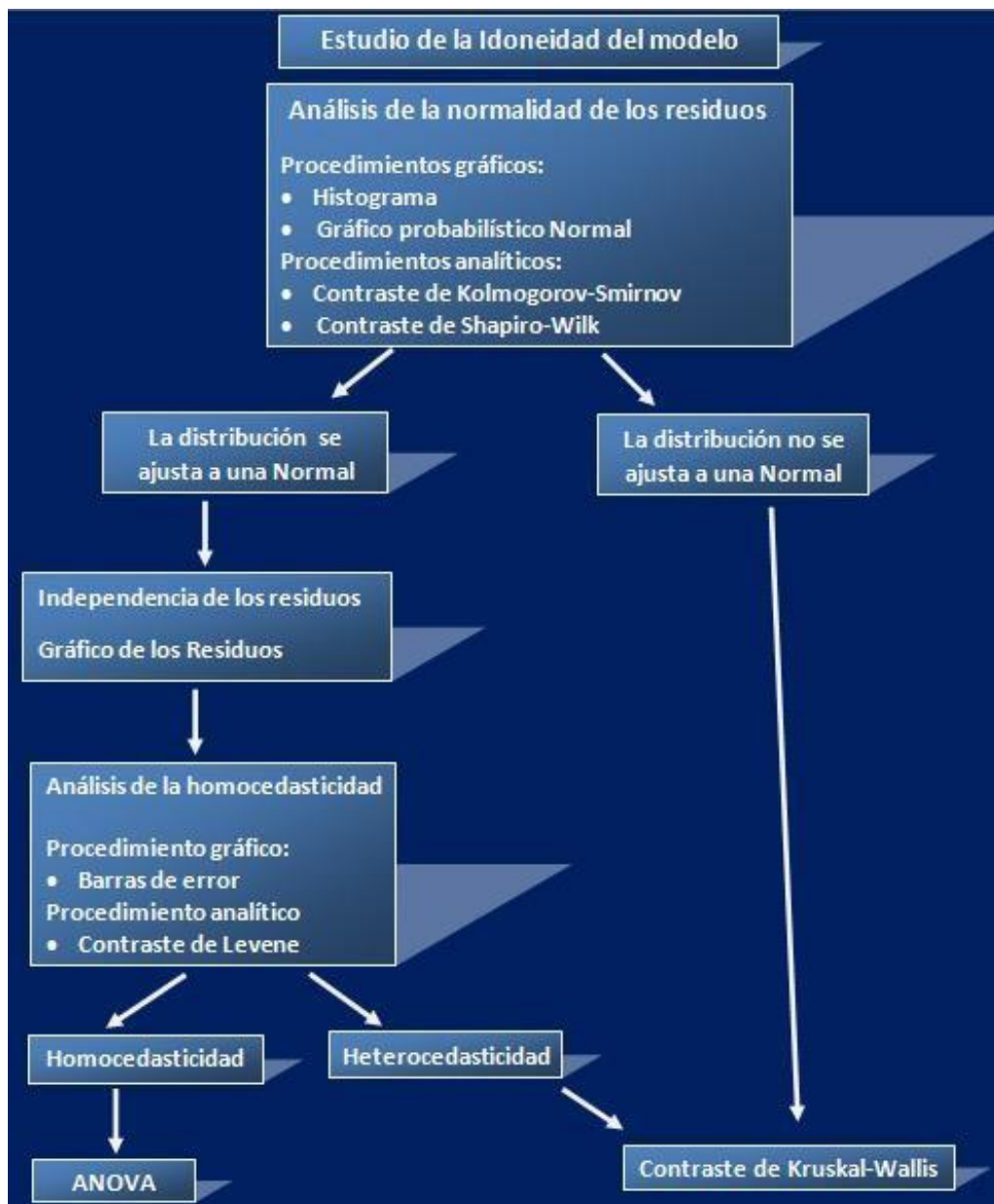


Tabla 12 Análisis de la normalidad de los residuos en contraste de Shapiro-Wilk de la temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México

HIPÓTESIS DE NORMALIDAD

Lo primer es que se analiza la normalidad en las precipitaciones y se continúa por medio de un análisis referente a la normalidad en los residuos.

PRUEBAS DE NORMALIDAD

	Mes_Año	Kolmogorov-Smirnova			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Temperatura_Anuual	Enero	.241	8	.192	.876	8	.171
	Febrero	.119	8	.200*	.976	8	.941
	Marzo	.156	8	.200*	.955	8	.758
	Abril	.137	8	.200*	.971	8	.905
	Mayo	.141	8	.200*	.937	8	.578
	Junio	.148	8	.200*	.960	8	.806
	Julio	.106	8	.200*	.986	8	.988
	Agosto	.140	8	.200*	.956	8	.776
	Septiembre	.128	8	.200*	.978	8	.955
	Octubre	.150	8	.200*	.977	8	.949
	Noviembre	.156	8	.200*	.949	8	.700
	Diciembre	.125	8	.200*	.954	8	.754

*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Ilustración 23 Diagrama de estudio de la Idoneidad del modelo de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

Se observa que contraste de Shapiro-Wilk se encuentra apto cuando las muestras se definen de manera pequeñas ($n < 50$) lo que se genera la alternativa más potente que el test de Kolmogorov-Smirnov. En todos los p-valores (Sig.) Encuentran con mayor nivel que el de la significación de 0.05.

Con lo que se concluye que en las muestras referentes a las temperaturas se encuentran distribuidas de una forma normal en cada mes del año.

Para comprender la hipótesis de normalidad en los residuos, se debe de empezar por salvar los residuos.

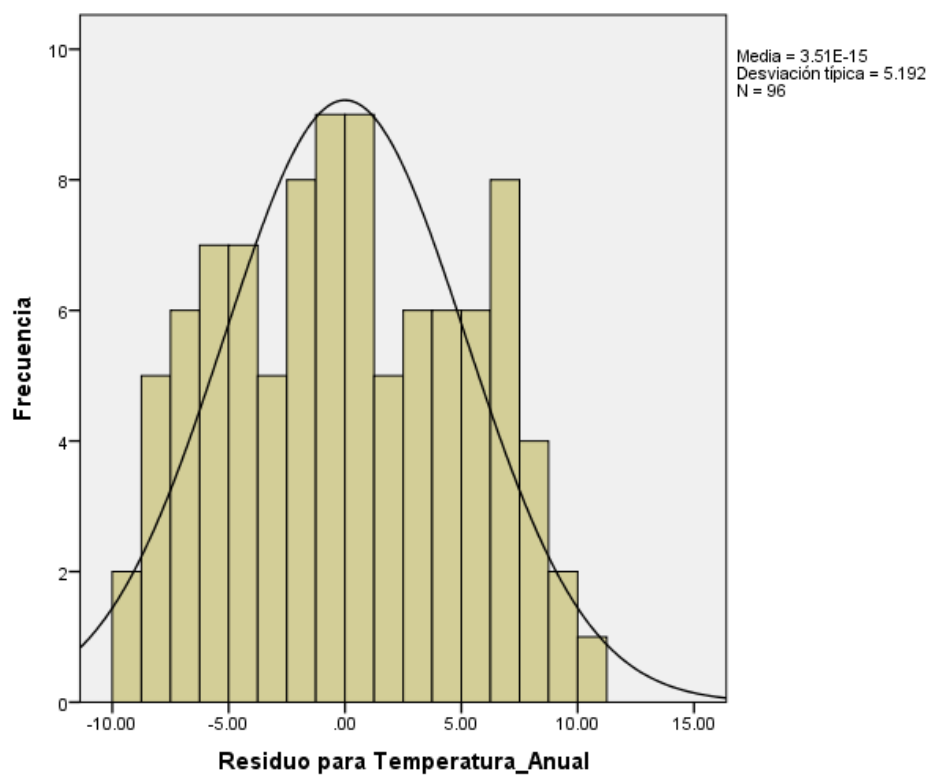


Ilustración 24 Histograma de normalidad en los residuos de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México

Aunque se observa que en el histograma tiene resultantes de algunas desviaciones en la normalidad, las cuales no implican directamente la ausencia de normalidad en los residuos.

GRÁFICO PROBABILÍSTICO NORMAL:

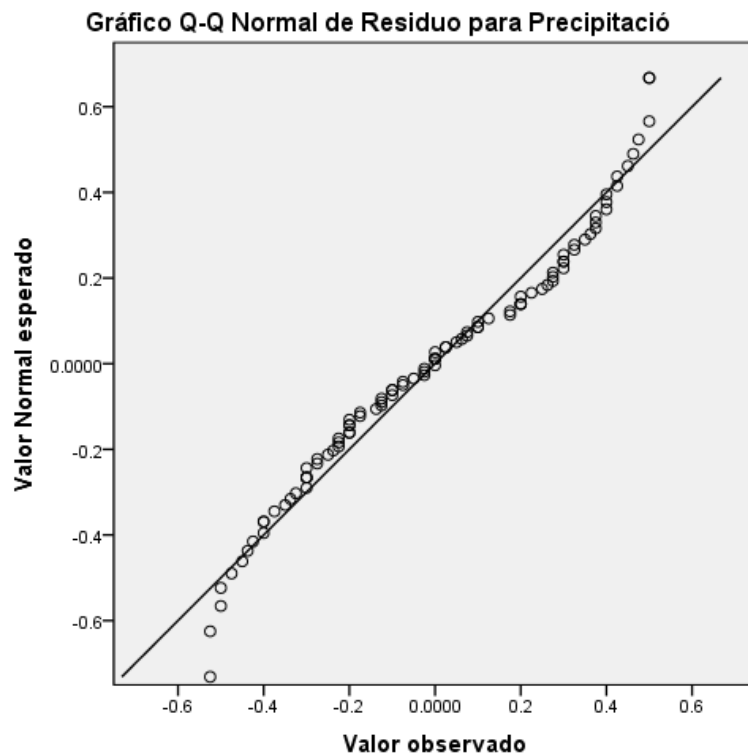


Ilustración 25 Gráfico Q-Q Normal de residuo de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

Se puede notar que en el gráfico los puntos aparecen cerca de la línea diagonal. En la gráfica no se observa una desviación definida de la normalidad.

CONTRASTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV:

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		Residuo para Temperatura_Anual
N		96
Parámetros normalesa,b	Media	.0000
	Desviación típica	5.19196
Diferencias más extremas	Absoluta	.069
	Positiva	.064
	Negativa	-.069
Z de Kolmogorov-Smirnov		.676
Sig. asintót. (bilateral)		.750

a. La distribución de contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.

Tabla 13 Contraste de Kolmogorov-Smirnov de temperatura en METZTILÁN, Estado de Hidalgo, México.

El valor del p-valor es mayor que el nivel de significación 0.05, no rechazándose la hipótesis de normalidad.

HIPÓTESIS DE INDEPENDENCIA

Para comprobar que se satisface el supuesto de independencia entre las precipitaciones se analiza el gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados o predichos por el modelo. El empleo de este gráfico es útil puesto

que la presencia de alguna tendencia en el mismo puede ser indicio de una violación de dicha hipótesis.

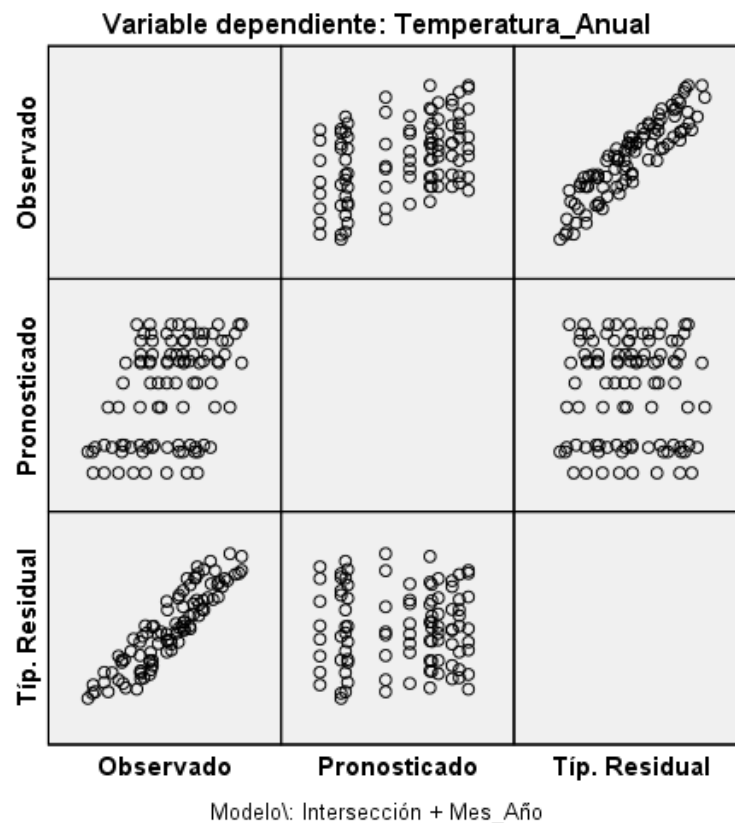


Ilustración 26 Análisis gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados/predichos de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

En esta figura, se interpreta el gráfico que se muestra sobre la fila tres y la columna dos, se define que el gráfico está representando los residuos en eje de las ordenadas y sobre los valores pronosticados del eje de las abscisas. No se aprecia, como tal en el gráfico, ni una de las tendencias sistemáticas que lo hagan sospechar del incumplimiento sobre la suposición de independencia.

Por defecto, se puede realizar un gráfico en las dispersiones sobre los residuos y las predicciones con valores predichos.

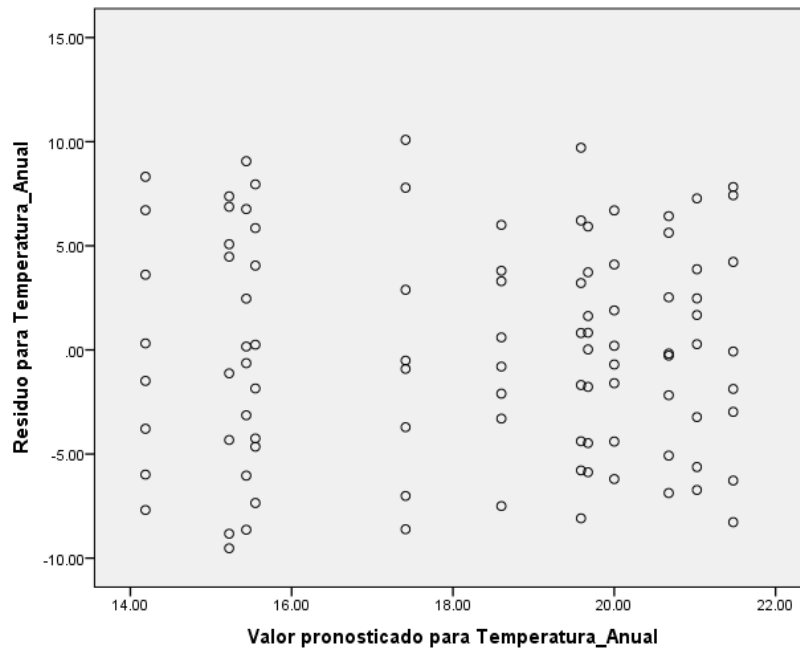


Ilustración 27 Gráfico de dispersión de los residuos y las predicciones de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

HIPÓTESIS DE HOMOCEDASTICIDAD

En primer lugar, se comprueba la homocedasticidad gráficamente.

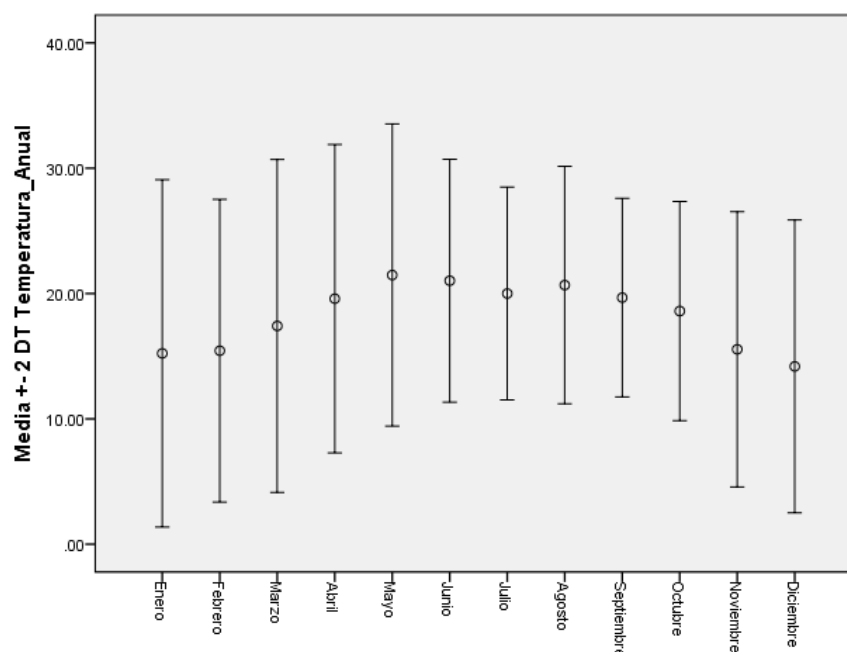


Ilustración 28 Grafico de homocedasticidad de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

Cada valor tiende a un promedio (identificación del círculo en cada barra), contando también con dos desviaciones típicas a la derecha del promedio y dos típicas a la izquierda. Se observa que en septiembre se refleja una mayor dispersión que en el resto de los demás meses, mientras que en diciembre se observa una menor dispersión de valores. Aunque en lo que va de julio y agosto existe una dispersión muy similar entre ambos meses. Como tal en el gráfico no se puede tener una deducción directamente en la homogeneidad en las varianzas consideradas, por lo cual se tiene que recurrir a analizar la heterocedasticidad analíticamente mediante el Test de Levene.

En el p-valor es a 0.654 por lo cual se puede rechazar la hipótesis referente a la homogeneidad de varianzas por lo cual se puede concluir que los 12 grupos contienen varianzas homogéneas. Si en la prueba arroja un resultado significativo, se puede definir que la homocedasticidad no cumpliría, en este caso SPSS tiende a disponer de las pruebas alternativas para correr los contrastes en las comparaciones múltiples que se definen en los “Contrastes Post. Hoc”.

PRUEBA DE HOMOGENEIDAD DE VARIANZAS

Temperatura_Anual

Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
.785	11	84	.654

Tabla 14 Test de Levene mediante SPSS de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México

Ya afirmado que las hipótesis se verifican, se interpreta la tabla ANOVA. Ahora bien si en el caso de haber fallado en alguna de las hipótesis de homocedasticidad e independencia, no se debe de aplicar el ANOVA. Cuando a

la hipótesis de normalidad se debe de considerar que las pruebas ANOVA son significativas en ligeras desviaciones en la normalidad.

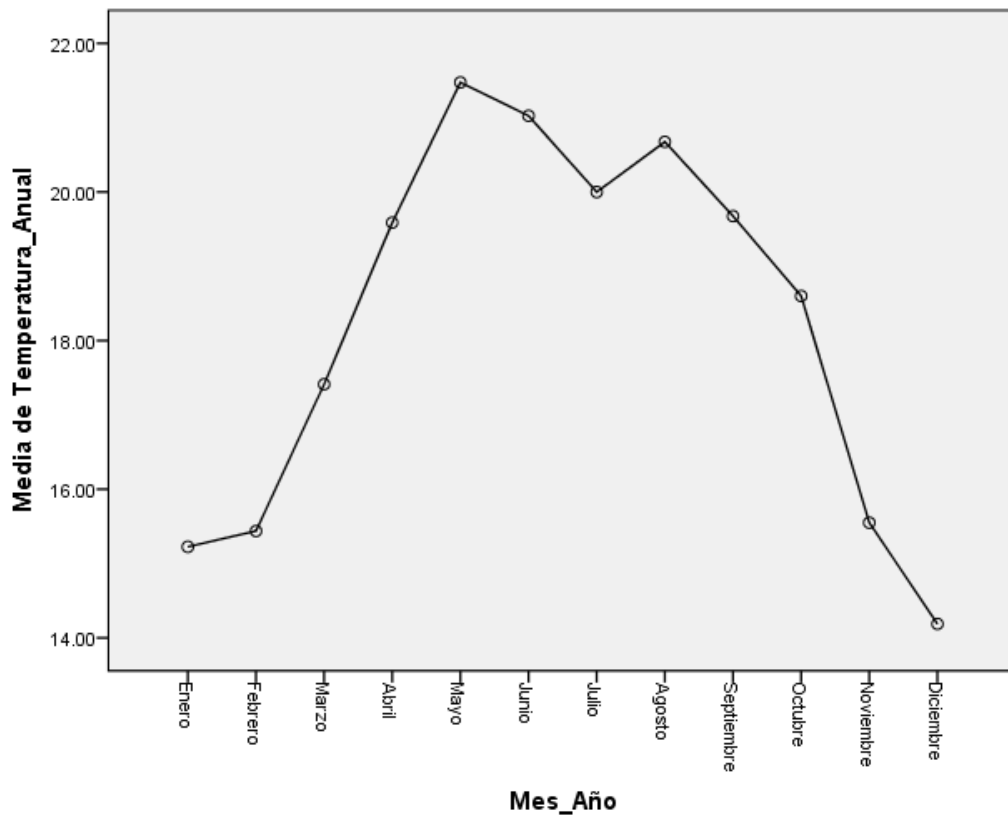


Ilustración 29 Hipótesis del modelo ANOVA en la temperatura de METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

Al principio de resolver el contraste de igualdad en medias se debe de analizar el grafico de las mismas, en el cual el eje de ordenadas refleja la precipitación media, mientras que en el eje de las abscisas se encuentran los días de los meses. En dicha grafica se puede notar que la mayor precipitación se desarrolla en el mes de septiembre y la más baja en los meses de febrero y diciembre, definiendo la precipitación del último como menor. Ahora bien para saber qué conjunto de meses se notan mayores diferencias significativas se aplicara la prueba Post-hoc.

COMPARACIONES MÚLTIPLES

Variable dependiente: Temperatura_Anual

HSD de Tukey

(I) Mes_Año	(J) Mes_Año	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
					Límite inferior	Límite superior
Enero	Febrero	-.21250	2.76073	1.000	-9.4940	9.0690
	Marzo	-2.18750	2.76073	1.000	-11.4690	7.0940
	Abril	-4.36250	2.76073	.911	-13.6440	4.9190
	Mayo	-6.25000	2.76073	.510	-15.5315	3.0315
	Junio	-5.80000	2.76073	.624	-15.0815	3.4815
	Julio	-4.77500	2.76073	.849	-14.0565	4.5065
	Agosto	-5.45000	2.76073	.709	-14.7315	3.8315
	Septiembre	-4.45000	2.76073	.900	-13.7315	4.8315
	Octubre	-3.37500	2.76073	.986	-12.6565	5.9065
	Noviembre	-.32500	2.76073	1.000	-9.6065	8.9565
	Diciembre	1.03750	2.76073	1.000	-8.2440	10.3190
	Enero	.21250	2.76073	1.000	-9.0690	9.4940
Febrero	Marzo	-1.97500	2.76073	1.000	-11.2565	7.3065
	Abril	-4.15000	2.76073	.936	-13.4315	5.1315
	Mayo	-6.03750	2.76073	.563	-15.3190	3.2440
	Junio	-5.58750	2.76073	.676	-14.8690	3.6940
	Julio	-4.56250	2.76073	.884	-13.8440	4.7190
	Agosto	-5.23750	2.76073	.758	-14.5190	4.0440
	Septiembre	-4.23750	2.76073	.926	-13.5190	5.0440
	Octubre	-3.16250	2.76073	.991	-12.4440	6.1190
	Noviembre	-.11250	2.76073	1.000	-9.3940	9.1690
	Diciembre	1.25000	2.76073	1.000	-8.0315	10.5315
	Enero	2.18750	2.76073	1.000	-7.0940	11.4690
	Febrero	1.97500	2.76073	1.000	-7.3065	11.2565
Marzo						

		Abril	-2.17500	2.76073	1.000	-11.4565	7.1065
		Mayo	-4.06250	2.76073	.944	-13.3440	5.2190
		Junio	-3.61250	2.76073	.976	-12.8940	5.6690
		Julio	-2.58750	2.76073	.998	-11.8690	6.6940
		Agosto	-3.26250	2.76073	.989	-12.5440	6.0190
		Septiembre	-2.26250	2.76073	1.000	-11.5440	7.0190
		Octubre	-1.18750	2.76073	1.000	-10.4690	8.0940
		Noviembre	1.86250	2.76073	1.000	-7.4190	11.1440
		Diciembre	3.22500	2.76073	.990	-6.0565	12.5065
		Enero	4.36250	2.76073	.911	-4.9190	13.6440
		Febrero	4.15000	2.76073	.936	-5.1315	13.4315
		Marzo	2.17500	2.76073	1.000	-7.1065	11.4565
Abril		Mayo	-1.88750	2.76073	1.000	-11.1690	7.3940
		Junio	-1.43750	2.76073	1.000	-10.7190	7.8440
		Julio	-.41250	2.76073	1.000	-9.6940	8.8690
		Agosto	-1.08750	2.76073	1.000	-10.3690	8.1940
		Septiembre	-.08750	2.76073	1.000	-9.3690	9.1940
		Octubre	.98750	2.76073	1.000	-8.2940	10.2690
		Noviembre	4.03750	2.76073	.946	-5.2440	13.3190
		Diciembre	5.40000	2.76073	.721	-3.8815	14.6815
		Enero	6.25000	2.76073	.510	-3.0315	15.5315
		Febrero	6.03750	2.76073	.563	-3.2440	15.3190
		Marzo	4.06250	2.76073	.944	-5.2190	13.3440
		Abril	1.88750	2.76073	1.000	-7.3940	11.1690
Mayo		Junio	.45000	2.76073	1.000	-8.8315	9.7315
		Julio	1.47500	2.76073	1.000	-7.8065	10.7565
		Agosto	.80000	2.76073	1.000	-8.4815	10.0815
		Septiembre	1.80000	2.76073	1.000	-7.4815	11.0815

Junio	Octubre	2.87500	2.76073	.996	-6.4065	12.1565
	Noviembre	5.92500	2.76073	.592	-3.3565	15.2065
	Diciembre	7.28750	2.76073	.275	-1.9940	16.5690
	Enero	5.80000	2.76073	.624	-3.4815	15.0815
	Febrero	5.58750	2.76073	.676	-3.6940	14.8690
	Marzo	3.61250	2.76073	.976	-5.6690	12.8940
	Abril	1.43750	2.76073	1.000	-7.8440	10.7190
	Mayo	-.45000	2.76073	1.000	-9.7315	8.8315
	Julio	1.02500	2.76073	1.000	-8.2565	10.3065
	Agosto	.35000	2.76073	1.000	-8.9315	9.6315
	Septiembre	1.35000	2.76073	1.000	-7.9315	10.6315
	Octubre	2.42500	2.76073	.999	-6.8565	11.7065
Julio	Noviembre	5.47500	2.76073	.703	-3.8065	14.7565
	Diciembre	6.83750	2.76073	.369	-2.4440	16.1190
	Enero	4.77500	2.76073	.849	-4.5065	14.0565
	Febrero	4.56250	2.76073	.884	-4.7190	13.8440
	Marzo	2.58750	2.76073	.998	-6.6940	11.8690
	Abril	.41250	2.76073	1.000	-8.8690	9.6940
	Mayo	-1.47500	2.76073	1.000	-10.7565	7.8065
	Junio	-1.02500	2.76073	1.000	-10.3065	8.2565
	Agosto	-.67500	2.76073	1.000	-9.9565	8.6065
	Septiembre	.32500	2.76073	1.000	-8.9565	9.6065
	Octubre	1.40000	2.76073	1.000	-7.8815	10.6815
	Noviembre	4.45000	2.76073	.900	-4.8315	13.7315
Agosto	Diciembre	5.81250	2.76073	.620	-3.4690	15.0940
	Enero	5.45000	2.76073	.709	-3.8315	14.7315
	Febrero	5.23750	2.76073	.758	-4.0440	14.5190
	Marzo	3.26250	2.76073	.989	-6.0190	12.5440

	Abril	1.08750	2.76073	1.000	-8.1940	10.3690
	Mayo	-.80000	2.76073	1.000	-10.0815	8.4815
	Junio	-.35000	2.76073	1.000	-9.6315	8.9315
	Julio	.67500	2.76073	1.000	-8.6065	9.9565
	Septiembre	1.00000	2.76073	1.000	-8.2815	10.2815
	Octubre	2.07500	2.76073	1.000	-7.2065	11.3565
	Noviembre	5.12500	2.76073	.782	-4.1565	14.4065
	Diciembre	6.48750	2.76073	.451	-2.7940	15.7690
	Enero	4.45000	2.76073	.900	-4.8315	13.7315
	Febrero	4.23750	2.76073	.926	-5.0440	13.5190
	Marzo	2.26250	2.76073	1.000	-7.0190	11.5440
	Abril	.08750	2.76073	1.000	-9.1940	9.3690
	Mayo	-1.80000	2.76073	1.000	-11.0815	7.4815
Septiembre	Junio	-1.35000	2.76073	1.000	-10.6315	7.9315
	Julio	-.32500	2.76073	1.000	-9.6065	8.9565
	Agosto	-1.00000	2.76073	1.000	-10.2815	8.2815
	Octubre	1.07500	2.76073	1.000	-8.2065	10.3565
	Noviembre	4.12500	2.76073	.938	-5.1565	13.4065
	Diciembre	5.48750	2.76073	.700	-3.7940	14.7690
	Enero	3.37500	2.76073	.986	-5.9065	12.6565
	Febrero	3.16250	2.76073	.991	-6.1190	12.4440
	Marzo	1.18750	2.76073	1.000	-8.0940	10.4690
	Abril	-.98750	2.76073	1.000	-10.2690	8.2940
Octubre	Mayo	-2.87500	2.76073	.996	-12.1565	6.4065
	Junio	-2.42500	2.76073	.999	-11.7065	6.8565
	Julio	-1.40000	2.76073	1.000	-10.6815	7.8815
	Agosto	-2.07500	2.76073	1.000	-11.3565	7.2065
	Septiembre	-1.07500	2.76073	1.000	-10.3565	8.2065

Noviembre	Noviembre	3.05000	2.76073	.994	-6.2315	12.3315
	Diciembre	4.41250	2.76073	.905	-4.8690	13.6940
	Enero	.32500	2.76073	1.000	-8.9565	9.6065
	Febrero	.11250	2.76073	1.000	-9.1690	9.3940
	Marzo	-1.86250	2.76073	1.000	-11.1440	7.4190
	Abril	-4.03750	2.76073	.946	-13.3190	5.2440
	Mayo	-5.92500	2.76073	.592	-15.2065	3.3565
	Junio	-5.47500	2.76073	.703	-14.7565	3.8065
	Julio	-4.45000	2.76073	.900	-13.7315	4.8315
	Agosto	-5.12500	2.76073	.782	-14.4065	4.1565
	Septiembre	-4.12500	2.76073	.938	-13.4065	5.1565
	Octubre	-3.05000	2.76073	.994	-12.3315	6.2315
Diciembre	Diciembre	1.36250	2.76073	1.000	-7.9190	10.6440
	Enero	-1.03750	2.76073	1.000	-10.3190	8.2440
	Febrero	-1.25000	2.76073	1.000	-10.5315	8.0315
	Marzo	-3.22500	2.76073	.990	-12.5065	6.0565
	Abril	-5.40000	2.76073	.721	-14.6815	3.8815
	Mayo	-7.28750	2.76073	.275	-16.5690	1.9940
	Junio	-6.83750	2.76073	.369	-16.1190	2.4440
	Julio	-5.81250	2.76073	.620	-15.0940	3.4690
	Agosto	-6.48750	2.76073	.451	-15.7690	2.7940
	Septiembre	-5.48750	2.76073	.700	-14.7690	3.7940
	Octubre	-4.41250	2.76073	.905	-13.6940	4.8690
	Noviembre	-1.36250	2.76073	1.000	-10.6440	7.9190

Tabla 15 Comparaciones múltiples de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México

En los resultados se observan los intervalos de confianza simultáneos que se conforman por el método de Tukey. La tabla muestra como tal el resumen de las diferentes comparaciones sobre los tratamientos con lo que se resta. Se puede decir que se encuentran comparados de 2 a 2 las 12 medias en los tratamientos. Lo que aparece en el bloque número uno de la tabla es la comparación de la media de enero con la media de los otros 11 meses del año. En los siguientes bloques se muestran comparadas las restantes medias entre sí. En la columna Diferencias de medias (I-J) se muestran las diferencias entre las medias que se comparan. En la columna Sig. Aparecen los p-valores de los contrastes, que permiten conocer si la diferencia entre cada pareja de medias es significativa al nivel de significación considerado (en este caso 0.05) y la última columna proporciona los intervalos de confianza al 95% para cada diferencia. Así por ejemplo, si se compara la precipitación de enero con la de febrero, se tiene una diferencia entre ambas medias de -0.21250, un error típico de 2.76073, que es un error típico para la diferencia de estas medias, un P-valor (Sig.) de 1.000 no significativo puesto que la precipitación no difiere significativamente de enero con la de febrero y un intervalo de confianza con un límite inferior negativo y un límite superior positivo y por lo tanto contiene al cero de lo que también se deduce que no hay diferencias significativas entre los dos grupos que se comparan o que ambos grupos son homogéneos. En cambio, sí se observa el grupo formado por enero y marzo, se nota que ambos extremos del intervalo son del mismo signo y el P-valor es significativo deduciendo que si hay diferencias significativas entre ambos. Ya se había observado que la precipitación en marzo era muy inferior a la de enero, por lo que la diferencia de valor en las medias es de -2.18750.. En las otras comparaciones se puede definir de forma análoga. Por lo que la tabla se puede leer con tan solo observar los valores de menores que sería el 5%, en su defecto si el intervalo de confianza tiene el 0. También, se define que si los contraste que han arrojado respuesta significativas a nivel de significación 0.05 se mostraran marcados con un (*). Como conclusión se detecta que las diferentes precipitaciones son significativas entre los meses de enero y marzo, febrero y mayo, abril y junio.

Variable dependiente Temperatura_Anual

Prueba HSD de Tukey

(J) Mes Año	Sig.					
	(I) Mes_Año					
	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Enero		1.000	1.000	.911	.510	.624
Febrero	1.000		1.000	.936	.563	.676
Marzo	1.000	1.000		1.000	.944	.976
Abril	.911	.936	1.000		1.000	1.000
Mayo	.510	.563	.944	1.000		1.000
Junio	.624	.676	.976	1.000	1.000	
Julio	.849	.884	.998	1.000	1.000	1.000
Agosto	.709	.758	.989	1.000	1.000	1.000
Septiembre	.900	.926	1.000	1.000	1.000	1.000
Octubre	.986	.991	1.000	1.000	.996	.999
Noviembre	1.000	1.000	1.000	.946	.592	.703
Diciembre	1.000	1.000	.990	.721	.275	.369

Ilustración 30 Comparaciones múltiples en diferencia de las medias de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México..

De tal manera que es más fácil el poder tener una comparación en las diferentes parajes de cada mes para definir si existen diferencias significativas. Por lo que de la tabla se puede deducir que se reflejan diferencias significativas entre los meses de enero y marzo, febrero y mayo, abril y junio.

Aunque también la tabla de las comparaciones múltiples nos muestra otra tabla de subconjuntos homogéneos.

TEMPERATURA_ANUAL

HSD de Tukey

Mes_Año	N	Subconjunto para alfa = 0.05
		1
Diciembre	8	14.1875
Enero	8	15.2250
Febrero	8	15.4375
Noviembre	8	15.5500
Marzo	8	17.4125
Octubre	8	18.6000
Abril	8	19.5875
Septiembre	8	19.6750
Julio	8	20.0000
Agosto	8	20.6750
Junio	8	21.0250
Mayo	8	21.4750
Sig.		.275

Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

a. Usa el tamaño muestral de la media armónica = 8.000.

Tabla 16 Subconjuntos homogéneos de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

En la tabla de los subconjuntos homogéneos se observa por columnas a los subgrupos de medias iguales, que se formaron al utilizar el método de Tukey. Se le denomina Prueba de subgrupos homogéneos porque se localizan en columnas todos los grupos que no difieren significativamente. Por lo que se puede notar que la prueba de Tukey agrupa los meses Diciembre hasta eneros

en una misma columna. De tal forma que la gráfica deduce que los subgrupos no son totalmente homogéneos por lo que se nota cuales difieren significativamente.

A los subgrupos no homogéneos se localizan en cada columna, ejemplo; si se comparan los grupos (el P-valor (sig.) es mayor 0.275 que el nivel de significación a 0.05 por lo que se deduce que no existe una diferencia significativa en la precipitación media.

Por lo que se puede deducir que los subconjuntos difieren significativamente de uno con el otro. En estos como primer lugar está la precipitación como subconjunto difiriendo de la temperatura como segundo lugar dentro de los cuales no se aprecian diferencias significativas entre las precipitaciones relacionadas. Se observa así que de igual manera la precipitación media es mayor en septiembre (21.4750) y menor en junio (14,1875).

Se analiza esta diferencia de una forma gráfica.

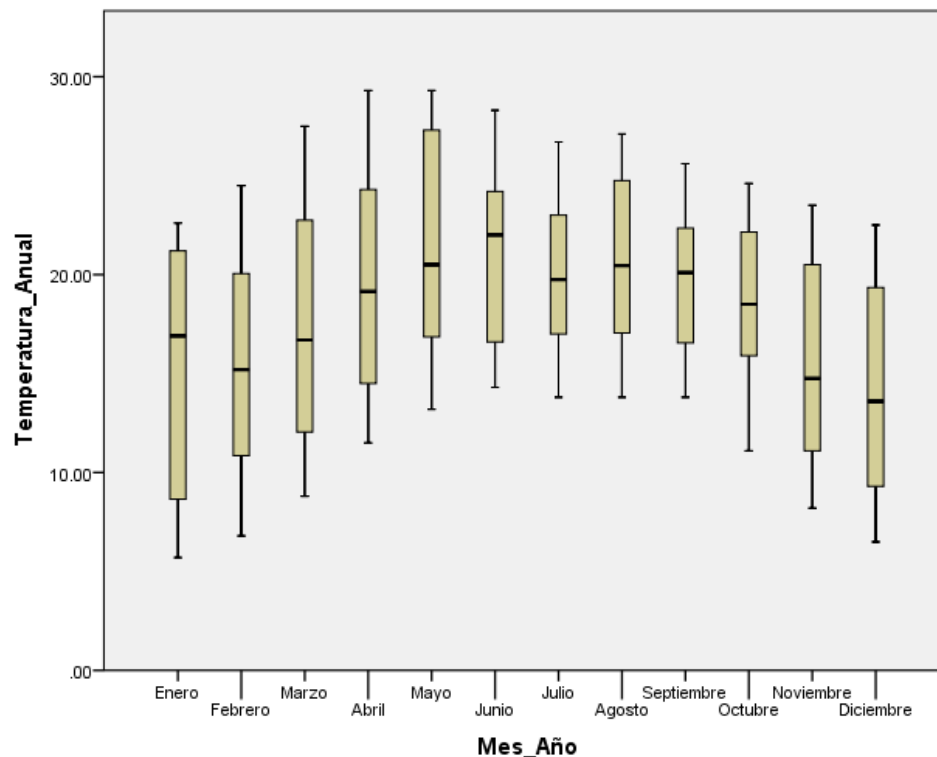


Ilustración 31 Grafica de subconjuntos homogéneos de temperatura en METZTITLÁN, Estado de Hidalgo, México.

Se observa que en las cajas correspondientes a los meses de julio, agosto y septiembre, estas están superpuestas, que de hecho, el calor mediano está en julio (la línea negra dentro de las cajas) se única en un nivel inferior dentro de la caja del mes de agostos y de la caja del septiembre.

En este criterio se puede utilizar para comprar grupos, lo cual en este caso indica que no hay una homogeneidad o más bien que no hay diferencias significativas en el grupo de las medias. Se observa que en el mes de junio tiene una distribución arriba de las demás. Por lo cual se puede definir que la temperatura es mucho mayor en ese año.

PALMARITO TOCHAPAN, ESTADO DE PUEBLA, MÉXICO.

PRECIPITACIÓN

Se le da este nombre de precipitación a la humedad que cae de la atmósfera a la tierra. Esta puede caer en forma de lluvia, granizo o nieve. Las principales causas de este fenómeno son la topografía y la altura. Así mismo las grandes corrientes de agua permiten que haya gran evaporación y mediante la expansión del aire y el enfriamiento vienen las lluvias denominadas orográficas. Por lo que, al calentarse la superficie, por la radiación solar, se provoca la evaporación y luego por cambios de temperatura el vapor de agua se condensa y produce las lluvias convectivas. (INFOAGRO, n.d.). El objeto de comprobar la precipitación del agua en una determinada localidad se ha realizado un estudio en el que se han analizado las precipitaciones durante doce meses del año (enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio, julio, agosto, septiembre, octubre, noviembre y diciembre).

	PRECIPITACION MM							
MES/AÑOS	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
ENE	10.9	10.6	10.5	10	10.7	10.8	10.3	10.4
FEB	9.7	9.3	9.9	9.5	9.8	9	9.2	9.4
MAR	15.7	15.3	15	15.6	15.5	15.9	15.8	15.2
ABR	27.6	27.2	27.3	27.8	27.9	27.4	27	27.5
MAY	78.8	78.2	78	78.9	78.6	78.1	78.9	78.3
JUN	117.5	117.2	117.8	117.4	117.6	117.1	117	117.3
JUL	70.9	70.5	70.7	70.3	70	70.6	70.2	70.8
AGO	63.1	63.7	63	63.5	63.9	63.2	63.6	63.8
SEP	90.6	90.9	90.4	90.2	90.5	90	90.7	90.2
OCT	37.8	37	37.2	37.5	37.7	37.4	37.1	37.6
NOV	10.5	10.3	10.7	10	10.9	10.2	10.8	10.4
DIC	4.6	4.3	4	4.2	4.7	4.9	4.5	4.2

Ilustración 32 Valores mínimos y máximos de precipitación en los últimos 8 años en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

En el ejemplo disponemos de una colección de 97 unidades experimentales para estudiar el efecto de la precipitación en 12 meses distintos. Es decir, se busca contrastar el efecto de un solo factor, que se presenta con doce niveles, sobre la variable respuesta.

Se busca saber si la precipitación media es iguales en los doce meses de un año, para ello se realiza el siguiente contraste de hipótesis:

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

Esto, se contrasta que no existe la diferencia en las medias de doce tratamientos contra a la alternativa de que al menos una mediana tenga la diferencia de otra.

En el modelo, el cual estudia los efectos que se producen en un solo factor de la variable respuesta, con una asignación de unidades experimentales a todos los niveles distintos del factor que se realiza de forma completamente aleatoria. En este modelo en conjunto con el procedimiento de asignación, tiene el nombre de “Diseño Completamente Aleatorizado el cual está basado en un modelo estadístico de Análisis en la Varianza de un Factor o una Vía.

Es una técnica estadística, en la cual incluye un Análisis de la Varianza de un factor, que se utiliza cuando se tienen que comparar más de dos grupos y por lo cual la variable respuesta es una variable numérica.

Para aplicar el diseño adecuadamente, las unidades experimentales tienen que ser lo más homogéneas posible.

En este planteamiento se alterna como formalizar de manera general para cualquier experimento uni-factorial. Suponiendo que un factor con I niveles y para el nivel i-ésimo se obtienen n observaciones de la variable respuesta. Entonces se puede postular el modelo siguiente:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + u_{ij}, \quad i = 1, \dots, I; \quad j = 1, \dots, n_i$$

En donde:

y_{ij} : Es una variable aleatoria que se representa con la observación j -ésima del i -ésimo tratamiento (Variable respuesta).

μ : Esta como un efecto constante, común a todos los niveles del factor, determinado como una media global.

τ_i : Se considera como la parte de y_{ij} debidamente a la acción del nivel i -ésimo, que será común a todos los elementos sometidos a un nivel del factor, llamado efecto del tratamiento i -ésimo.

u_{ij} : Estas son las determinadas variables aleatorias que engloban como tal a un conjunto de factores, los cuales cada uno de estos influye en la respuesta con una pequeña magnitud aunque de forma conjunta deben de tenerse muy en cuenta. Por lo cual, se puede interpretar como la variación causada por todos los factores que no están siendo analizados y que dentro del tratamiento variarán significativamente unos elementos de los otros. Esto tomaría el nombre de error experimental o perturbaciones.

Se tiene como objetivo estimar el efecto que puedan tener los tratamientos para así contrastar la hipótesis de los diferentes niveles que se encuentran en el factor que se producen del mismo efecto, en contraste a la alternativa que menos dos difieren entre sí. En lo cual, se propone que los errores experimentales sean variables aleatorias independientes al igual se encuentren distribuidas según una varianza constante y normal de media cero.

En el modelo como tal se distinguen dos diferentes situaciones según la base de selección en sus tratamientos: modelo de efectos aleatorios y modelo de efectos fijos.

El modelo de los efectos aleatorios, se denomina a los niveles de un factor que se selecciona al azar, por decir a un nivel estudiado con una muestra aleatoria en base a una población con niveles, cuando las conclusiones que se

tengan estas generalizaran todos los posibles niveles del factor, cuando hayan sido considerados explícitamente en el estudio o no.

El cuanto al modelo de efectos fijos, quien experimenta tiende a decidir en concreto que niveles va a considerar así como las conclusiones que obtendrá cuando sean niveles aplicables, sin poder extenderse a algún otro nivel que no este incluido en el estudio desarrollado.

Referente a los muéstrales de tratamientos en base a los diferentes tamaños, son los modelos que se clasifican como: un tipo de modelo equilibrado o balanceado si todas en todas las muestras se encuentra un mismo tamaño $n_i = n$ y un modelo no-equilibrado o no-balanceado si en la mayoría se encuentran con tamaños muéstrales n_i son distintos.

Como contraste de la hipótesis definida anteriormente está asociado directamente a la descomposición de la variabilidad en la variable respuesta que exista. En esta variabilidad se descompone la siguiente forma:

$$SCT = SCTr + SCR$$

Cuando:

SCT: Sea la suma total de variabilidad total de Y o cuadrados

$$SCT = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

SCTr: Está compuesta por la suma de variabilidad explicada o cuadrados entre tratamientos.

$$SCTr = \sum_{i=1}^I n_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

SCR: Se da a la suma dentro de los tratamientos, residual o a la variabilidad no explicada.

$$SCR = \sum_{j \in J} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$$

En la tabla de análisis sobre la varianza (tabla ANOVA) Esta se construye a partir de una descomposición que proporciona el valor estadístico de F el cual nos permite contrastar la hipótesis nula que se planteó anteriormente.

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

En lo supuesto práctico número uno:

Una respuesta variable: Precipitación

El factor: mes del año que contiene doce niveles. Está contemplado como un factor de efectos fijos ya que tiene decidido cuales son los niveles en concreto que se van a utilizar (12 meses del año).

Respecto al modelo equilibrado: Los factores de los niveles tienen un mismo número de elementos (8 elementos).

En cuanto al tamaño del experimento: se consideró el número total de observaciones, por lo que en este caso son 97 unidades experimentales.

Como se plantea el problema este se modeliza por medio de un diseño unifactorial totalmente aleatorizado de efectos fijos equilibrado.

	Precipitación	Mes_Año	var	
1	10.90	1		
2	10.60	1		
3	10.50	1		
4	10.00	1		
5	10.70	1		
6	10.80	1		
7	10.30	1		
8	10.40	1		
9	9.70	2		
10	9.30	2		
11	9.90	2		
12	9.50	2		
13	9.80	2		
14	9.00	2		
15	9.20	2		
16	9.40	2		
17	15.70	3		
18	15.30	3		
19	15.00	3		
20	15.60	3		
21	15.50	3		
22	15.90	3		
23	15.80	3		
24	15.20	3		
25	27.60	4		

Ilustración 33 Descripción de los doce grupos a evaluar (Enero hasta Diciembre), durante los 8 años de la precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

En primer lugar, se describen los doce grupos que se tienen que comparar, los doce meses del año, la variable respuesta es la precipitación en estos meses del año. Cada mes del año tiene doce valores, que suman como total al menos 97 observaciones. En base a la hipótesis nula se refiere a que un promedio de las precipitaciones son iguales el mes enero que febrero al de marzo. Esto quiere decir, que no existen diferencias en las precipitaciones respecto a los meses y la alternativa es que las precipitaciones no son iguales al menos en 2 meses.

En cuanto a la descripción de los 12 grupos se efectúa un análisis descriptivo;

Informe

Precipitación

Mes_Año	Media	N	Desv. típ.	Mínimo	Máximo	Error típ. de la media
Enero	10.5250	8	.29155	10.00	10.90	.10308
Febrero	9.4750	8	.31053	9.00	9.90	.10979
Marzo	15.5000	8	.31168	15.00	15.90	.11019
Abril	27.4625	8	.30208	27.00	27.90	.10680
Mayo	78.4750	8	.36936	78.00	78.90	.13059
Junio	117.3625	8	.26693	117.00	117.80	.09437
Julio	70.5000	8	.31168	70.00	70.90	.11019
Agosto	63.4750	8	.33700	63.00	63.90	.11915
Septiembre	90.4375	8	.29731	90.00	90.90	.10511
Octubre	37.4125	8	.29001	37.00	37.80	.10253
Noviembre	10.4750	8	.31053	10.00	10.90	.10979
Diciembre	4.4250	8	.30119	4.00	4.90	.10649
Total	44.6271	96	36.63375	4.00	117.80	3.73892

Tabla 17 Análisis descriptivo de los doce grupos de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

En el cual están representado los doce grupos que están dispuestos de forma comparativa. Al momento se puede definir que el valor medio en estos grupos es distinto numéricamente, en lo cual, la mediana del mes de junio tiene un punto de valor medio que equivalentemente se le considera al doble de la media en el mes de junio. Lo que se interpreta, que la hipótesis está centrada en comprobar si la precipitación se encuentra significativamente distinta en los 12 grupos. Para así responder a la hipótesis que recurre en el Análisis de la Varianza de un factor y así poder realizar el contraste de igualdad de medias.

Por medio de SPSS mencionado en el contraste que se puede realizar mediante de 2 formas diferentes:

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

En lo cual:

Inter-grupos: Se presenta por la Suma total de cuadrados enfocado a los diferentes tratamientos (SCTr)

Total: Representa la suma de cuadrados total (SCT).

ANOVA de un factor

Precipitación

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	127484.975	11	11589.543	121160.127	.000
Intra-grupos	8.035	84	.096		
Total	127493.010	95			

Tabla 18 Descripción Anova inter grupos de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Ahora bien en dado caso que el valor de F sea mayor que 1 eso quiere decir que existe un efecto positivo dentro del factor día. Si se observa que el P-valor (Sig.) tiene un valor mayor que 0.000, y si es menor que el nivel de significación 0.05 considerado. Comprende, de manera estadística que los doce grupos se encuentran diferentes. Esto significa que no se puede negar la hipótesis alterna que significa que al menos dos de los grupos se encuentran diferentes, pero ahora bien ¿Qué grupos pueden ser esos? ¿Estos doce grupos son distintos o

alguno de ellos lo es? Bien esta pregunta se resolverá conforme se desarrollara más adelante por medio de los contrastes en comparaciones múltiples

Pruebas de los efectos inter-sujetos

Variable dependiente: Precipitación

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	127484.975a	11	11589.543	121160.127	.000
Intersección	191191.350	1	191191.350	1998764.584	.000
Mes_Año	127484.975	11	11589.543	121160.127	.000
Error	8.035	84	.096		
Total	318684.360	96			
Total corregida	127493.010	95			

a. R cuadrado = 1.000 (R cuadrado corregida = 1.000)

Tabla 19 Descripción Anova Independiente de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

En la posterior tabla que corresponde a las pruebas en los efectos inter-sujetos, que nos da a conocer el origen denominado como:

El modelo corregido: El cual recoge en la suma de los cuadrados asociadas en todos los factores que se involucran dentro del modelo ejecutado.

La intersección: Debe de coincidir con la expresión

$$\frac{-2}{ny_{..}}$$

En el cual los meses años: Se muestra por la Suma de los cuadrados debido a los tratamientos (SCTr), que se encuentran identificados con el nombre de la variable que se presenta como el factor.

El error: Se muestra en la suma de cuadrados de los residuos (SCR).

Ahora bien el total: Se constituye por la suma de los cuadrados obtenido en todas las observaciones

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^8 y_{ij}^2$$

Como total corregida: Se define por la presente suma de cuadrados total (SCT).

Por lo que, la intersección es la que difiere entre el Total corregido y Total.

Total: Representa la suma de los cuadrados de todas las observaciones

Total corregida: Representa la suma de cuadrados total (SCT). Por lo tanto, Intersección es la diferencia entre Total corregido y Total.

En la Tabla ANOVA, el valor del estadístico de contraste de igualdad de medias, $F = 121160.127$ deja a su derecha un p-valor de 121160.127, menor que el nivel de significación del 5%, por lo que se rechaza la Hipótesis nula de igualdad de medias. Es decir, existen diferencias significativas en las temperaturas entre los doce meses del año.

En la salida de SPSS se nos muestra que R es el cuadrado que vale 1.00, esto indica que el modelo se explica en el 100% de la variabilidad en los datos.

Como tal el modelo que se propone se debe de validar, por lo que se debe de comprobar si la hipótesis básicas en el modelo, en ejemplo, si las variables aleatorias son perturbaciones independientes con distribución normal media a cero y con una varianza constante de homocedasticidad

ESTUDIO DE LA IDONEIDAD DEL MODELO

Como se mencionó antes, el que se valide la propuesta del modelo, se base en estudiar si realmente las hipótesis bases en el modelo si están o no en contradicción con los valores analizados. Por decir, que se encuentren satisfactoriamente en lo supuesto del modelo; Independencia, Normalidad y homocedasticidad. Por lo cual se utilizan pasos analíticos y gráficos de un procedimiento.

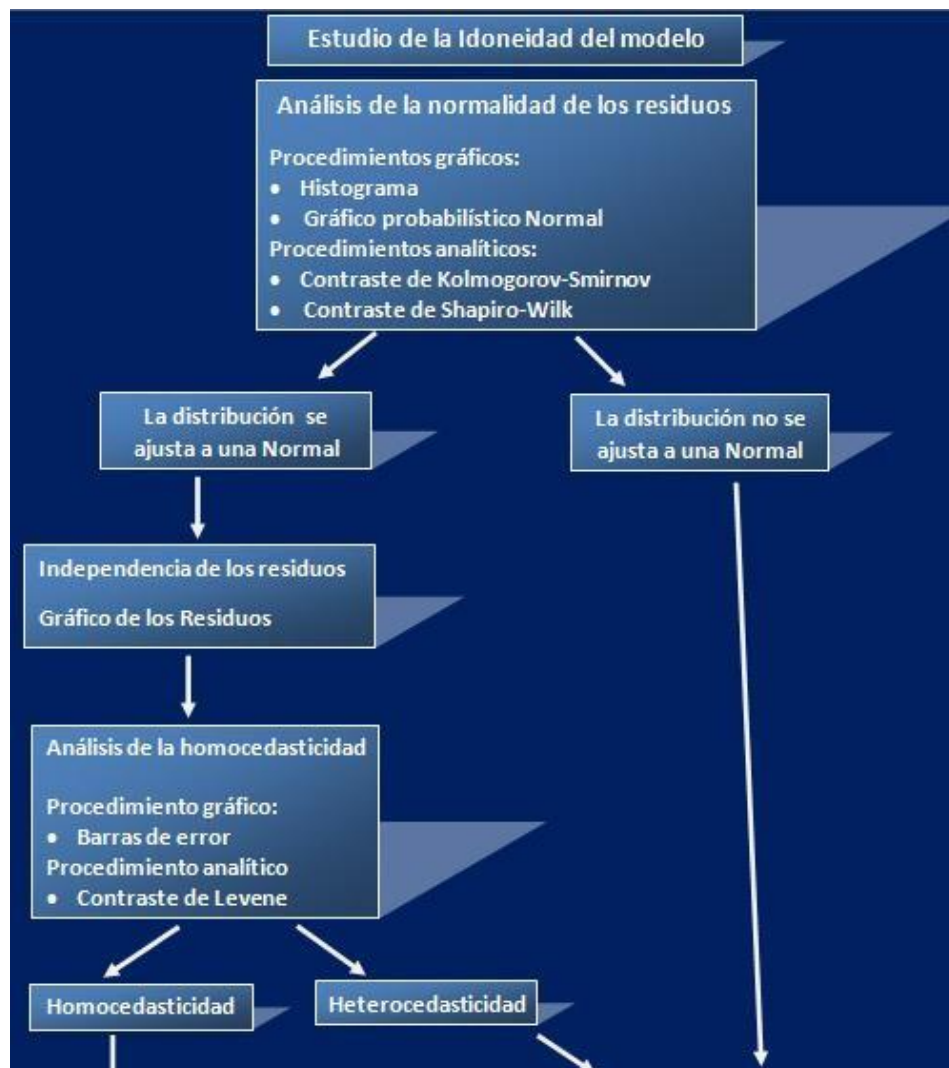


Ilustración 34 Diagrama de estudio de la Idoneidad del modelo de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

HIPÓTESIS DE NORMALIDAD

Lo primer es que se analiza la normalidad en las precipitaciones y se continúa por medio de un análisis referente a la normalidad en los residuos.

Pruebas de normalidad

	Mes_Año	Kolmogorov-Smirnova			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Precipitación	Enero	.102	8	.200*	.973	8	.921
	Febrero	.141	8	.200*	.972	8	.914
	Marzo	.126	8	.200*	.965	8	.855
	Abril	.118	8	.200*	.983	8	.977
	Mayo	.186	8	.200*	.886	8	.213
	Junio	.104	8	.200*	.984	8	.978
	Julio	.126	8	.200*	.965	8	.855
	Agosto	.168	8	.200*	.929	8	.503
	Septiembre	.163	8	.200*	.979	8	.959
	Octubre	.143	8	.200*	.954	8	.753
	Noviembre	.141	8	.200*	.972	8	.914
	Diciembre	.161	8	.200*	.968	8	.883

*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Tabla 20 álisis de la normalidad de los residuos en contraste de Shapiro-Wilk de precipitación PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Se observa el contraste de Shapiro-Wilk que es adecuado cuando las muestras son pequeñas ($n < 50$) y es una alternativa más potente que el test de Kolmogorov-Smirnov. Todos los p-valores (Sig.) son mayores que el nivel de significación 0.05.

Concluyendo que las muestras de las temperaturas se distribuyen de forma normal en cada mes del año.

Para analizar la hipótesis de normalidad de los residuos, se debe comenzar salvando los residuos.

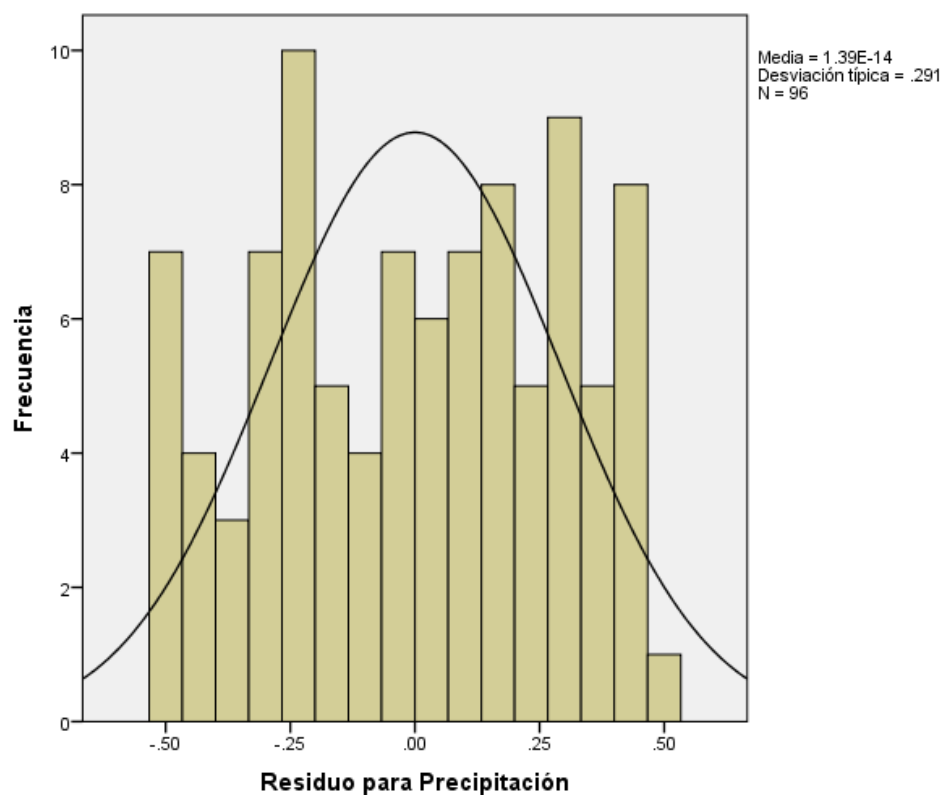


Ilustración 35 Histograma de normalidad en los residuos de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Aunque se puede observar en el histograma resultante algunas desviaciones de la normalidad, éstas no implican necesariamente la ausencia de normalidad de los residuos.

Gráfico probabilístico Normal:

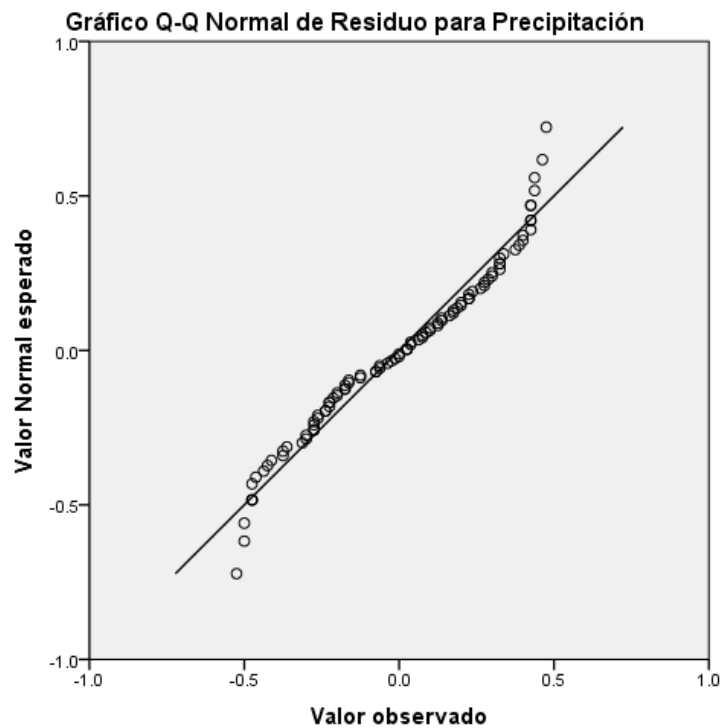


Ilustración 36 Grafico Q-Q Normal de residuo de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Se puede apreciar en este gráfico que los puntos aparecen próximos a la línea diagonal. Esta gráfica no muestra una desviación marcada de la normalidad.

Contraste de Kolmogorov-Smirnov:

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		Residuo para Precipitación
N		96
Parámetros normalesa,b	Media	.0000
	Desviación típica	.29082
Diferencias más extremas	Absoluta	.087
	Positiva	.087
	Negativa	-.072
Z de Kolmogorov-Smirnov		.851
Sig. asintót. (bilateral)		.464

a. La distribución de contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.

Tabla 21 Contraste de Kolmogorov-Smirnov de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

El valor del p-valor es mayor que el nivel de significación 0.05, no rechazándose la hipótesis de normalidad.

Hipótesis de independencia

Para comprobar que se satisface el supuesto de independencia entre las precipitaciones se analiza el gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados o predichos por el modelo. El empleo de este gráfico es útil puesto

que la presencia de alguna tendencia en el mismo puede ser indicio de una violación de dicha hipótesis.

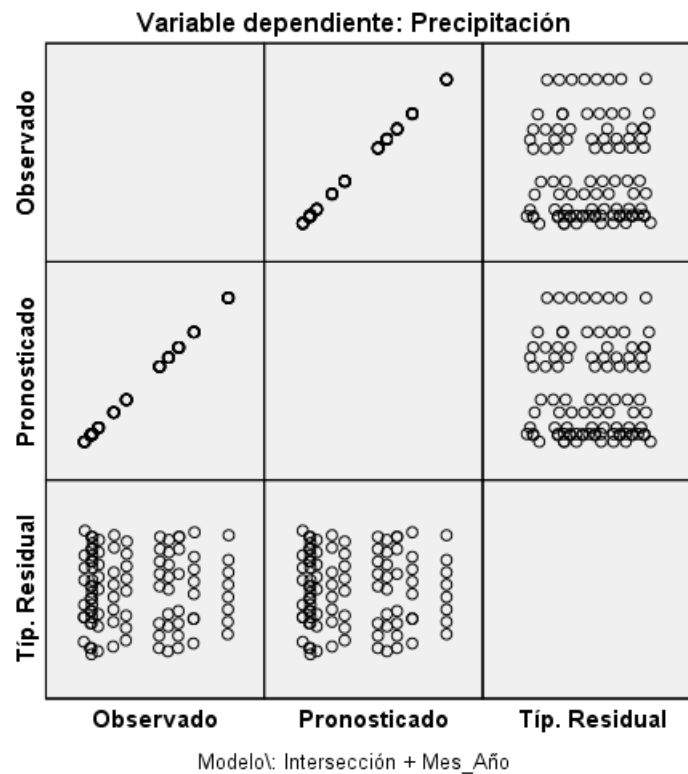


Ilustración 37 Análisis gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados/predichos de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

En esta figura, se interpreta el gráfico que se muestra sobre la fila tres y la columna dos, se define que el gráfico está representando los residuos en eje de las ordenadas y sobre los valores pronosticados del el eje de las abscisas. No se aprecia, como tal en el gráfico, ni una de las tendencias sistemáticas que lo hagan sospechar del incumplimiento sobre la suposición de independencia.

Por defecto, se puede realizar un gráfico en las dispersiones sobre los residuos y las predicciones con valores predichos.

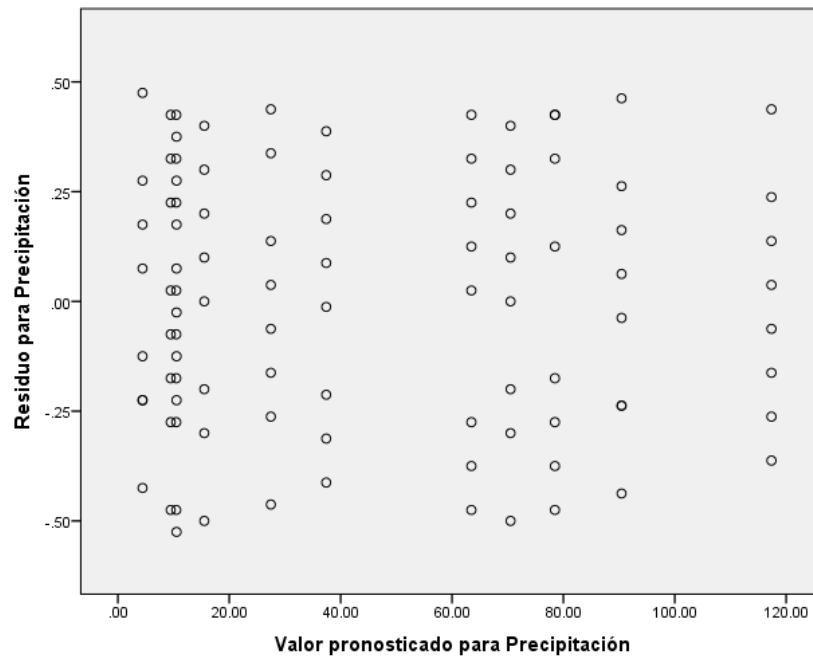


Ilustración 38 Gráfico de dispersión de los residuos y las predicciones de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

HIPÓTESIS DE LA HOMOCEDASTICIDAD

lo primero, es comprobar la homocedasticidad mediante una gráfica.

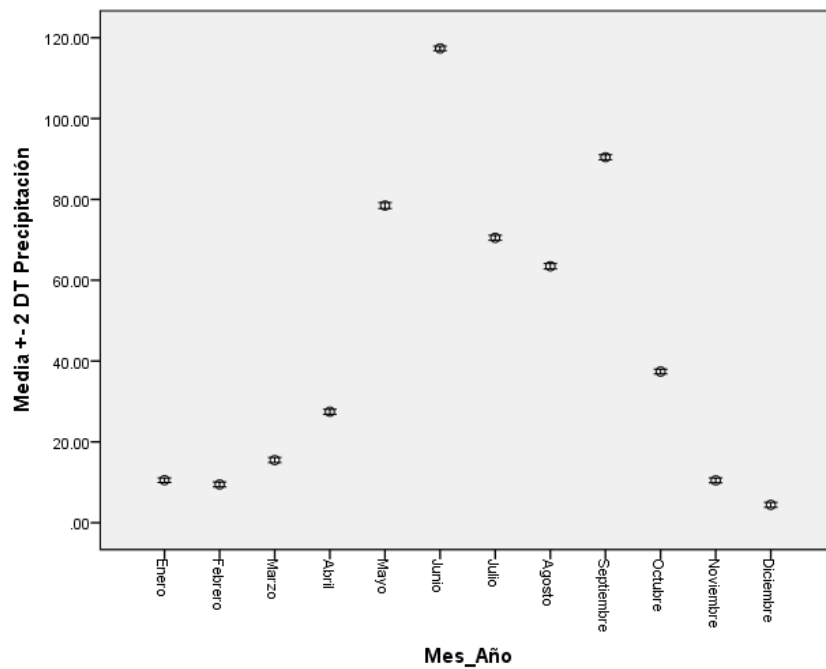


Ilustración 39 Grafico de homocedasticidad de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Cada grupo tiene su promedio (el círculo en cada una de las barras) y dos desviaciones típicas a la izquierda y dos desviaciones típicas a la derecha del promedio. Se observa que en junio hay mucha más dispersión que el resto de los meses y donde hay menos dispersión es en diciembre, la dispersión de julio y agosto son muy similares. Del gráfico no se deduce directamente si hay homogeneidad en estas varianzas, por lo que se recurre a analizar la heterocedasticidad analíticamente mediante el test de Levene.

ANOVA de un factor

Precipitación

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	127484.975	11	11589.543	121160.127	.000
Intra-grupos	8.035	84	.096		
Total	127493.010	95			

Tabla 22 Test de Levene mediante SPSS de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

En el p-valor es a 0.654 por lo cual se puede rechazar la hipótesis referente a la homogeneidad de varianzas por lo cual se puede concluir que los 12 grupos contienen varianzas homogéneas. Si en la prueba arroja un resultado significativo, se puede definir que la homocedasticidad no cumpliría, en este caso SPSS tiende a disponer de las pruebas alternativas para correr los contrastes en las comparaciones múltiples que se definen en los “Contrastes Post. Hoc”.

Ya afirmado que las hipótesis se verifican, se interpreta la tabla ANOVA. Ahora bien si en el caso de haber fallado en alguna de las hipótesis de

homocedasticidad e independencia, no se debe de aplicar el ANOVA. Cuando a la hipótesis de normalidad se debe de considerar que las pruebas ANOVA son significativas en ligeras desviaciones en la normalidad.

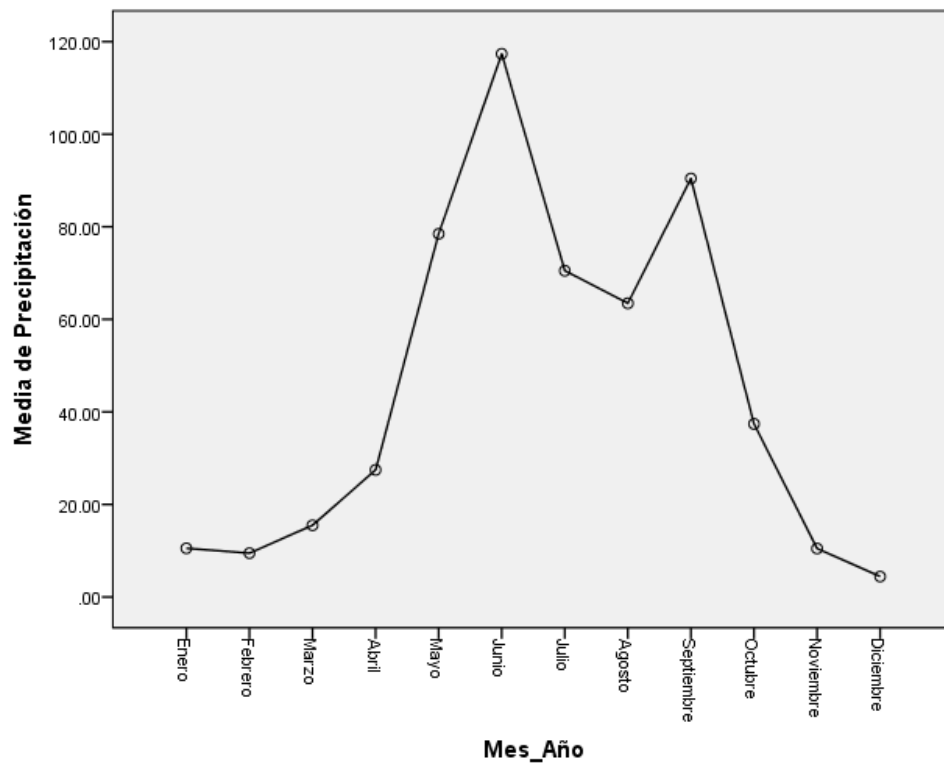


Ilustración 40 Hipótesis del modelo ANOVA en la precipitación de PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Al principio de resolver el contraste de igualdad en medias se debe de analizar el grafico de las mismas, en el cual el eje de ordenadas refleja la precipitación media, mientras que en el eje de las abscisas se encuentran los días de los meses. En dicha grafica se puede notar que la mayor precipitación se desarrolla en el mes de junio y la más baja en los meses de febrero y diciembre, definiendo la precipitación del último como menor. Ahora bien para saber qué conjunto de meses se notan mayores diferencias significativas se aplicara la prueba Post-hoc.

Comparaciones múltiples

Variable dependiente: Precipitación

HSD de Tukey

(I) Mes_Año	(J) Mes_Año	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
					Límite inferior	Límite superior
Enero	Febrero	1.05000*	.15464	.000	.5301	1.5699
	Marzo	-4.97500*	.15464	.000	-5.4949	-4.4551
	Abril	-16.93750*	.15464	.000	-17.4574	-16.4176
	Mayo	-67.95000*	.15464	.000	-68.4699	-67.4301
	Junio	-106.83750*	.15464	.000	-107.3574	-106.3176
	Julio	-59.97500*	.15464	.000	-60.4949	-59.4551
	Agosto	-52.95000*	.15464	.000	-53.4699	-52.4301
	Septiembre	-79.91250*	.15464	.000	-80.4324	-79.3926
	Octubre	-26.88750*	.15464	.000	-27.4074	-26.3676
	Noviembre	.05000	.15464	1.000	-.4699	.5699
	Diciembre	6.10000*	.15464	.000	5.5801	6.6199
	Enero	-1.05000*	.15464	.000	-1.5699	-.5301
Febrero	Marzo	-6.02500*	.15464	.000	-6.5449	-5.5051
	Abril	-17.98750*	.15464	.000	-18.5074	-17.4676
	Mayo	-69.00000*	.15464	.000	-69.5199	-68.4801
	Junio	-107.88750*	.15464	.000	-108.4074	-107.3676
	Julio	-61.02500*	.15464	.000	-61.5449	-60.5051
	Agosto	-54.00000*	.15464	.000	-54.5199	-53.4801
	Septiembre	-80.96250*	.15464	.000	-81.4824	-80.4426
	Octubre	-27.93750*	.15464	.000	-28.4574	-27.4176
	Noviembre	-1.00000*	.15464	.000	-1.5199	-.4801
	Diciembre	5.05000*	.15464	.000	4.5301	5.5699
	Enero	4.97500*	.15464	.000	4.4551	5.4949
	Febrero	6.02500*	.15464	.000	5.5051	6.5449
Marzo	Abril	-11.96250*	.15464	.000	-12.4824	-11.4426

	Mayo	-62.97500*	.15464	.000	-63.4949	-62.4551
	Junio	-101.86250*	.15464	.000	-102.3824	-101.3426
	Julio	-55.00000*	.15464	.000	-55.5199	-54.4801
	Agosto	-47.97500*	.15464	.000	-48.4949	-47.4551
	Septiembre	-74.93750*	.15464	.000	-75.4574	-74.4176
	Octubre	-21.91250*	.15464	.000	-22.4324	-21.3926
	Noviembre	5.02500*	.15464	.000	4.5051	5.5449
	Diciembre	11.07500*	.15464	.000	10.5551	11.5949
	Enero	16.93750*	.15464	.000	16.4176	17.4574
	Febrero	17.98750*	.15464	.000	17.4676	18.5074
	Marzo	11.96250*	.15464	.000	11.4426	12.4824
	Mayo	-51.01250*	.15464	.000	-51.5324	-50.4926
Abril	Junio	-89.90000*	.15464	.000	-90.4199	-89.3801
	Julio	-43.03750*	.15464	.000	-43.5574	-42.5176
	Agosto	-36.01250*	.15464	.000	-36.5324	-35.4926
	Septiembre	-62.97500*	.15464	.000	-63.4949	-62.4551
	Octubre	-9.95000*	.15464	.000	-10.4699	-9.4301
	Noviembre	16.98750*	.15464	.000	16.4676	17.5074
	Diciembre	23.03750*	.15464	.000	22.5176	23.5574
	Enero	67.95000*	.15464	.000	67.4301	68.4699
	Febrero	69.00000*	.15464	.000	68.4801	69.5199
	Marzo	62.97500*	.15464	.000	62.4551	63.4949
	Abril	51.01250*	.15464	.000	50.4926	51.5324
	Junio	-38.88750*	.15464	.000	-39.4074	-38.3676
Mayo	Julio	7.97500*	.15464	.000	7.4551	8.4949
	Agosto	15.00000*	.15464	.000	14.4801	15.5199
	Septiembre	-11.96250*	.15464	.000	-12.4824	-11.4426
	Octubre	41.06250*	.15464	.000	40.5426	41.5824
	Noviembre	68.00000*	.15464	.000	67.4801	68.5199

Junio	Diciembre	74.05000*	.15464	.000	73.5301	74.5699
	Enero	106.83750*	.15464	.000	106.3176	107.3574
	Febrero	107.88750*	.15464	.000	107.3676	108.4074
	Marzo	101.86250*	.15464	.000	101.3426	102.3824
	Abril	89.90000*	.15464	.000	89.3801	90.4199
	Mayo	38.88750*	.15464	.000	38.3676	39.4074
	Julio	46.86250*	.15464	.000	46.3426	47.3824
	Agosto	53.88750*	.15464	.000	53.3676	54.4074
	Septiembre	26.92500*	.15464	.000	26.4051	27.4449
	Octubre	79.95000*	.15464	.000	79.4301	80.4699
	Noviembre	106.88750*	.15464	.000	106.3676	107.4074
	Diciembre	112.93750*	.15464	.000	112.4176	113.4574
Julio	Enero	59.97500*	.15464	.000	59.4551	60.4949
	Febrero	61.02500*	.15464	.000	60.5051	61.5449
	Marzo	55.00000*	.15464	.000	54.4801	55.5199
	Abril	43.03750*	.15464	.000	42.5176	43.5574
	Mayo	-7.97500*	.15464	.000	-8.4949	-7.4551
	Junio	-46.86250*	.15464	.000	-47.3824	-46.3426
	Agosto	7.02500*	.15464	.000	6.5051	7.5449
	Septiembre	-19.93750*	.15464	.000	-20.4574	-19.4176
	Octubre	33.08750*	.15464	.000	32.5676	33.6074
	Noviembre	60.02500*	.15464	.000	59.5051	60.5449
	Diciembre	66.07500*	.15464	.000	65.5551	66.5949
	Enero	52.95000*	.15464	.000	52.4301	53.4699
Agosto	Febrero	54.00000*	.15464	.000	53.4801	54.5199
	Marzo	47.97500*	.15464	.000	47.4551	48.4949
	Abril	36.01250*	.15464	.000	35.4926	36.5324
	Mayo	-15.00000*	.15464	.000	-15.5199	-14.4801
	Junio	-53.88750*	.15464	.000	-54.4074	-53.3676

	Julio	-7.02500*	.15464	.000	-7.5449	-6.5051
	Septiembre	-26.96250*	.15464	.000	-27.4824	-26.4426
	Octubre	26.06250*	.15464	.000	25.5426	26.5824
	Noviembre	53.00000*	.15464	.000	52.4801	53.5199
	Diciembre	59.05000*	.15464	.000	58.5301	59.5699
	Enero	79.91250*	.15464	.000	79.3926	80.4324
	Febrero	80.96250*	.15464	.000	80.4426	81.4824
	Marzo	74.93750*	.15464	.000	74.4176	75.4574
	Abril	62.97500*	.15464	.000	62.4551	63.4949
	Mayo	11.96250*	.15464	.000	11.4426	12.4824
Septiembre	Junio	-26.92500*	.15464	.000	-27.4449	-26.4051
	Julio	19.93750*	.15464	.000	19.4176	20.4574
	Agosto	26.96250*	.15464	.000	26.4426	27.4824
	Octubre	53.02500*	.15464	.000	52.5051	53.5449
	Noviembre	79.96250*	.15464	.000	79.4426	80.4824
	Diciembre	86.01250*	.15464	.000	85.4926	86.5324
	Enero	26.88750*	.15464	.000	26.3676	27.4074
	Febrero	27.93750*	.15464	.000	27.4176	28.4574
	Marzo	21.91250*	.15464	.000	21.3926	22.4324
	Abril	9.95000*	.15464	.000	9.4301	10.4699
	Mayo	-41.06250*	.15464	.000	-41.5824	-40.5426
Octubre	Junio	-79.95000*	.15464	.000	-80.4699	-79.4301
	Julio	-33.08750*	.15464	.000	-33.6074	-32.5676
	Agosto	-26.06250*	.15464	.000	-26.5824	-25.5426
	Septiembre	-53.02500*	.15464	.000	-53.5449	-52.5051
	Noviembre	26.93750*	.15464	.000	26.4176	27.4574
	Diciembre	32.98750*	.15464	.000	32.4676	33.5074
Noviembre	Enero	-.05000	.15464	1.000	-.5699	.4699
	Febrero	1.00000*	.15464	.000	.4801	1.5199

	Marzo	-5.02500*	.15464	.000	-5.5449	-4.5051
	Abril	-16.98750*	.15464	.000	-17.5074	-16.4676
	Mayo	-68.00000*	.15464	.000	-68.5199	-67.4801
	Junio	-106.88750*	.15464	.000	-107.4074	-106.3676
	Julio	-60.02500*	.15464	.000	-60.5449	-59.5051
	Agosto	-53.00000*	.15464	.000	-53.5199	-52.4801
	Septiembre	-79.96250*	.15464	.000	-80.4824	-79.4426
	Octubre	-26.93750*	.15464	.000	-27.4574	-26.4176
	Diciembre	6.05000*	.15464	.000	5.5301	6.5699
	Enero	-6.10000*	.15464	.000	-6.6199	-5.5801
	Febrero	-5.05000*	.15464	.000	-5.5699	-4.5301
	Marzo	-11.07500*	.15464	.000	-11.5949	-10.5551
	Abril	-23.03750*	.15464	.000	-23.5574	-22.5176
	Mayo	-74.05000*	.15464	.000	-74.5699	-73.5301
Diciembre	Junio	-112.93750*	.15464	.000	-113.4574	-112.4176
	Julio	-66.07500*	.15464	.000	-66.5949	-65.5551
	Agosto	-59.05000*	.15464	.000	-59.5699	-58.5301
	Septiembre	-86.01250*	.15464	.000	-86.5324	-85.4926
	Octubre	-32.98750*	.15464	.000	-33.5074	-32.4676
	Noviembre	-6.05000*	.15464	.000	-6.5699	-5.5301

*. La diferencia de medias es significativa al nivel 0.05.

Tabla 23 Comparaciones múltiples de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

En los resultados se observan los intervalos de confianza simultáneos que se conforman por el método de Tukey. La tabla muestra como tal el resumen de las diferentes comparaciones sobre los tratamientos con lo que se resta. Se puede decir que se encuentran comparados de 2 a 2 las 12

medias en los tratamientos. Lo que aparece en el bloque número uno de la tabla es la comparación de la media de enero con la media de los otros 11 meses del año. En los siguientes bloques se muestran comparadas las restantes medias entre sí. En la columna Diferencias de medias (I-J) se muestran las diferencias entre las medias que se comparan. En la columna Sig. Aparecen los p-valores de los contrastes, que permiten conocer si la diferencia entre cada pareja de medias es significativa al nivel de significación considerado (en este caso 0.05) y la última columna proporciona los intervalos de confianza al 95% para cada diferencia. Así por ejemplo, si se compara la precipitación de enero con la de febrero, se tiene una diferencia entre ambas medias de -0.21250, un error típico de 2.76073, que es un error típico para la diferencia de estas medias, un P-valor (Sig.) de 0.000 no significativo puesto que la precipitación no difiere significativamente de enero con la de febrero y un intervalo de confianza con un límite inferior negativo y un límite superior positivo y por lo tanto contiene al cero de lo que también se deduce que no hay diferencias significativas entre los dos grupos que se comparan o que ambos grupos son homogéneos. En cambio, sí se observa el grupo formado por enero y marzo, se nota que ambos extremos del intervalo son del mismo signo y el P-valor es significativo deduciendo que si hay diferencias significativas entre ambos. Ya se había observado que la precipitación en marzo era muy inferior a la de enero, por lo que la diferencia de valor en las medias es de -4.97500. En las otras comparaciones se puede definir de forma análoga. Por lo que la tabla se puede leer con tan solo observar los valores de menores que sería el 5%, en su defecto si el intervalo de confianza tiene el 0. También, se define que si los contraste que han arrojado respuesta significativas a nivel de significación 0.05 se mostraran marcados con un (*). Como conclusión se detecta que las diferentes precipitaciones son significativas entre los meses de enero y marzo, mayo y junio, febrero y abril.

Variable dependiente Precipitación

Prueba HSD de Tukey

(J) Mes Año	Sig.					
	(I) Mes_Año					
	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Enero		.000	.000	.000	.000	.000
Febrero	.000		.000	.000	.000	.000
Marzo	.000	.000		.000	.000	.000
Abril	.000	.000	.000		.000	.000
Mayo	.000	.000	.000	.000		.000
Junio	.000	.000	.000	.000	.000	
Julio	.000	.000	.000	.000	.000	.000
Agosto	.000	.000	.000	.000	.000	.000
Septiembre	.000	.000	.000	.000	.000	.000
Octubre	.000	.000	.000	.000	.000	.000
Noviembre	1.000	.000	.000	.000	.000	.000
Diciembre	.000	.000	.000	.000	.000	.000

*. La diferencia de medias es significativa al nivel 0.05.

Ilustración 41 Comparaciones múltiples en diferencia de las medias de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

De tal manera que es más fácil el poder tener una comparación en las diferentes parajes de cada mes para definir si existen diferencias significativas. Por lo que de la tabla se puede deducir que se reflejan diferencias significativas entre los meses de enero y marzo, mayo y junio, febrero y abril.

Aunque también la tabla de las comparaciones múltiples nos muestra otra tabla de subconjuntos homogéneos

Precipitación

HSD de Tukey

Mes_Año	N	Subconjunto para alfa = 0.05										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Diciembre	8	4.4250										
Febrero	8		9.4750									
Noviembre	8			10.4750								
Enero	8			10.5250								
Marzo	8				15.5000							
Abril	8					27.4625						
Octubre	8						37.4125					
Agosto	8							63.4750				
Julio	8								70.5000			
Mayo	8									78.4750		
Septiembre	8										90.4375	
Junio	8											117.3625
Sig.		1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

a. Usa el tamaño muestral de la media armónica = 8.000.

Tabla 24 Subconjuntos homogéneos de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

En la tabla de los subconjuntos homogéneos se observa por columnas a los subgrupos de medias iguales, que se formaron al utilizar el método de Tukey. Se le denomina Prueba de subgrupos homogéneos porque se localizan en columnas todos los grupos que no difieren significativamente. Por lo que se puede notar que la prueba de Tukey agrupa los meses los meses en columnas diferentes. De tal forma que la gráfica deduce que los subgrupos no son totalmente homogéneos por lo que se nota cuales difieren significativamente.

A los subgrupos no homogéneos se localizan en cada columna, ejemplo; si se comparan los grupos (el P-valor (sig.) es mayor 1.000 que el nivel de significación a 0.05 por lo que se deduce que no existe una diferencia significativa en la precipitación media.

Por lo que se puede deducir que los subconjuntos difieren significativamente de uno con el otro. En estos como primer lugar esta la precipitación como subconjunto difiriendo de la temperatura como segundo lugar dentro de los cuales no se aprecian diferencias significativas entre las precipitaciones relacionadas. Se observa así que de igual manera la precipitación media es mayor en junio (117.3625) y menor en septiembre (90.4375).

Se analiza esta diferencia de una forma gráfica.

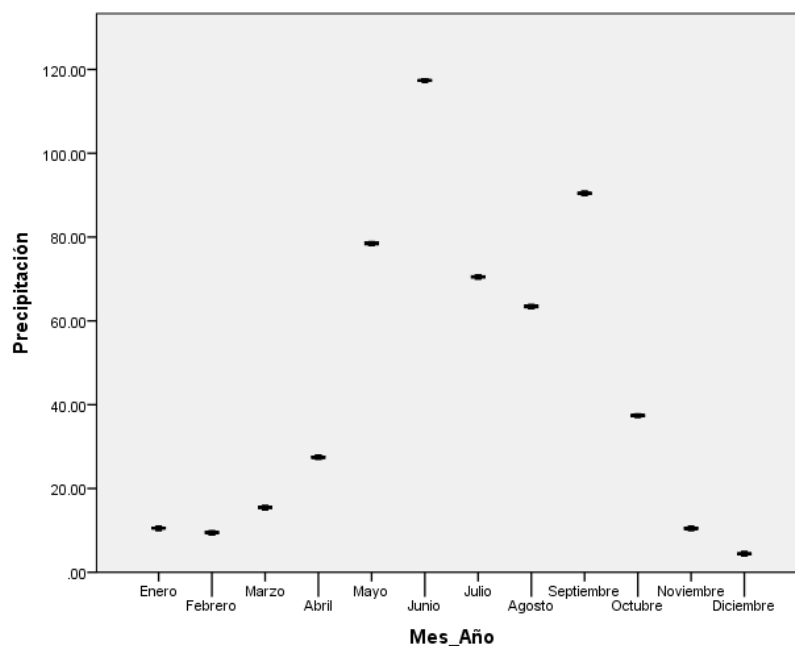


Ilustración 42 Grafica de subconjuntos homogéneos de precipitación en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Se observa que en las cajas correspondientes a los meses de julio, mayo y agosto, estas están superpuestas, que de hecho, el calor mediano está en julio (la línea negra dentro de las cajas) se única en un nivel inferior dentro de la caja del mes de febrero y de la caja de junio.

En este criterio se puede utilizar para comprar grupos, lo cual en este caso indica que no hay una homogeneidad o más bien que no hay diferencias significativas en el grupo de las medias. Se observa que en el mes de junio tiene una distribución arriba de las demás. Por lo cual se puede definir que la temperatura es mucho mayor en ese año.

TEMPERATURA

La mayoría de plantas suculentas, y en especial los cactus, pueden soportar temperaturas bastante altas, y aunque bien es verdad que existen cactus procedentes de las altitudes sudamericanas que soportan temperaturas inferiores a 0 °C, el mayor número de éstos comienzan a sufrir sus efectos por debajo de los 5-6 °C. (José Manuel Sánchez, n.d.), Con objeto de comprobar la temperatura de una determinada localidad, se ha realizado un estudio en el que se han analizado las temperaturas durante doce meses del año (enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio, julio, agosto, septiembre, octubre noviembre y diciembre).

	TEMPERATURA ANUAL							
MES/AÑOS	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
ENE	5.9	11.3	4.8	13.7	6.9	15.3	22.7	17.4
FEB	8.5	6	10.5	13.7	18.9	24.7	15.3	20.9
MAR	11.4	9.5	10.2	15.3	27.1	19.2	25.6	17.6
ABR	13.5	11.7	9.4	16.8	18.9	28.5	25.7	22.3
MAY	15.8	13.5	10.6	18.2	24.9	28.2	19.4	21.7
JUN	12.9	11.2	18.8	16.3	14.5	26.5	23.8	20.1
JUL	12.5	24.8	15.7	18.2	19.6	25.8	22.4	10.6
AGO	11.5	14.7	16.2	10.4	18.3	20.4	26.3	24.7
SEP	14.3	22.7	25.3	20.8	10.8	19.4	18	23.1
OCT	18.9	20.6	17	10.8	24.9	16.3	9.2	17.2
NOV	21.6	24	8.7	6.9	10.5	15.4	17.9	20.5
DIC	8.5	10.7	13.9	14.9	22.8	18.5	5.1	9.8

Ilustración 43 Mínimos y máximos de temperatura en los últimos 8 años en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

En el ejemplo disponemos de una colección de 97 unidades experimentales para estudiar el efecto de las temperaturas en 12 meses distintos. Es decir, se busca interesados en contrastar el efecto de un solo factor, que se presenta con ocho niveles, sobre la variable respuesta.

Se busca saber si las temperaturas medias si son iguales en los doce meses del año, para ello se realiza el siguiente contraste de hipótesis:

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

Es decir, se contrasta que no hay diferencia en las medias de los cinco tratamientos frente a la alternativa de que al menos una media difiere de otra.

En este modelo, que estudia el efecto que produce un solo factor en la variable respuesta, la asignación de las unidades experimentales a los distintos niveles del factor se debe realizar de forma completamente al azar. Este modelo, junto con este procedimiento de asignación, recibe el nombre de Diseño Completamente Aleatorizado y está basado en el modelo estadístico de Análisis de la Varianza de un Factor o una Vía. Esta técnica estadística, Análisis de la Varianza de un factor, se utiliza cuando se tienen que comparar más de dos grupos y la variable respuesta es una variable numérica. Para aplicar este diseño adecuadamente las unidades experimentales deben ser lo más homogéneas posible.

Todo este planteamiento se puede formalizar de manera general para cualquier experimento unifactorial. Supongamos un factor con I niveles y para el nivel i -ésimo se obtienen n_i observaciones de la variable respuesta. Entonces podemos postular el siguiente modelo:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + u_{ij}, \quad i = 1, \dots, I; \quad j = 1, \dots, n_i$$

Donde:

y_{ij} : es la variable aleatoria que representa la observación j -ésima del i -ésimo tratamiento (Variable respuesta).

μ : Es un efecto constante, común a todos los niveles del factor, denominado media global.

τ_i : es la parte de y_{ij} debida a la acción del nivel i -ésimo, que será común a todos los elementos sometidos a ese nivel del factor, llamado efecto del tratamiento i -ésimo.

u_{ij} : son variables aleatorias que engloban un conjunto de factores, cada uno de los cuales influye en la respuesta sólo en pequeña magnitud pero que de forma conjunta debe tenerse en cuenta. Es decir, se pueden interpretar como las variaciones causadas por todos los factores no analizados y que dentro del mismo tratamiento variarán de unos elementos a otros. Reciben el nombre de perturbaciones o error experimental.

El objetivo es estimar el efecto de los tratamientos y contrastar la hipótesis de que todos los niveles del factor producen el mismo efecto, frente a la alternativa de que al menos dos difieren entre sí. Para ello, se supone que los errores experimentales son variables aleatorias independientes igualmente distribuidas según una Normal de media cero y varianza constante.

En este modelo se distinguen dos situaciones según la selección de los tratamientos: modelo de efectos fijos y modelo de efectos aleatorios.

En el modelo de efectos fijos el experimentador decide qué niveles concretos se van a considerar y las conclusiones que se obtengan sólo son aplicables a esos niveles, no pudiéndose hacer extensivas a otros niveles no incluidos en el estudio.

En el modelo de efectos aleatorios, los niveles del factor se seleccionan al azar; es decir los niveles estudiados son una muestra aleatoria de una población de niveles y las conclusiones que se obtengan se generalizan a todos los posibles niveles del factor, hayan sido explícitamente considerados en el estudio o no.

En cuanto a los tamaños muestrales de los tratamientos, los modelos se clasifican en: modelo equilibrado o balanceado si todas las muestras son del mismo tamaño $n_i = n$ y modelo no-equilibrado o no-balanceado si los tamaños muestrales n_i son distintos.

El contraste de hipótesis planteado anteriormente está asociado a la descomposición de la variabilidad de la variable respuesta. Dicha variabilidad se descompone de la siguiente forma:

$$SCT = SCTr + SCR$$

Donde:

SCT: es la suma total de cuadrados o variabilidad total de Y

$$SCT = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

SCTr: es la suma de cuadrados entre tratamientos o variabilidad explicada,

$$SCTr = \sum_{i=1}^I n_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

SCR: es la suma dentro de los tratamientos, variabilidad no explicada o residual

$$SCR = \sum_{\bar{y}} (y_{\bar{y}} - \bar{y}_{i.})^2$$

La tabla de análisis de la varianza (tabla ANOVA) se construye a partir de esta descomposición y proporciona el valor del estadístico F que permite contrastar la hipótesis nula planteada anteriormente.

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

En el Supuesto práctico 1:

Variable respuesta: Temperatura.

Factor: Mes del año que tiene ocho niveles. Es un factor de efectos fijos ya que viene decidido qué niveles concretos se van a utilizar (12 meses del año).

Modelo equilibrado: Los niveles de los factores tienen el mismo número de elementos (8 elementos). Tamaño del experimento: Número total de observaciones, en este caso 97 unidades experimentales.

	Temperatura_Anual	Mes_Año	var	
1	5.90	1		
2	11.30	1		
3	4.80	1		
4	13.70	1		
5	6.90	1		
6	15.30	1		
7	22.70	1		
8	17.40	1		
9	8.50	2		
10	6.00	2		
11	10.50	2		
12	13.70	2		
13	18.90	2		
14	24.70	2		
15	15.30	2		
16	20.90	2		
17	11.40	3		
18	9.50	3		
19	10.20	3		
20	15.30	3		
21	27.10	3		
22	19.20	3		
23	25.60	3		
24	17.60	3		

Ilustración 44 Descripción de los doce grupos a evaluar (Enero hasta Diciembre), durante los 8 años de la temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

En primer lugar, se describen los doce grupos que se tienen que comparar, los doce meses del año, la variable respuesta es la temperatura en los meses del año. Cada mes del año tiene doce unidades, en total tenemos 97 observaciones. La hipótesis nula es que el promedio de las temperaturas es igual al mes enero que el febrero, que el marzo... Es decir, no hay diferencias en las temperaturas con respecto a los meses y la alternativa es que las precipitaciones son diferentes al menos en dos meses.

Para la descripción de los doce grupos se realiza un análisis descriptivo.

INFORME

Temperatura_Anual

Mes_Año	Media	N	Desv. típ.	Mínimo	Máximo	Error típ. de la media
Enero	12.2500	8	6.23905	4.80	22.70	2.20584
Febrero	14.8125	8	6.42660	6.00	24.70	2.27215
Marzo	16.9875	8	6.73910	9.50	27.10	2.38263
Abril	18.3500	8	6.79496	9.40	28.50	2.40238
Mayo	19.0375	8	5.83804	10.60	28.20	2.06406
Junio	18.0125	8	5.32284	11.20	26.50	1.88191
Julio	18.7000	8	5.54746	10.60	25.80	1.96132
Agosto	17.8125	8	5.77543	10.40	26.30	2.04192
Septiembre	19.3000	8	4.82849	10.80	25.30	1.70713
Octubre	16.8625	8	5.05171	9.20	24.90	1.78605
Noviembre	15.6875	8	6.38244	6.90	24.00	2.25653
Diciembre	13.0250	8	5.71833	5.10	22.80	2.02173
Total	16.7365	96	6.00312	4.80	28.50	.61269

Tabla 25 Tabla 1 Análisis descriptivo de los doce grupos de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Donde se presentan los doce grupos dispuestos en forma comparativa. A simple vista se puede observar que el valor medio de estos grupos es numéricamente distinto, de hecho la media del mes de mayor tiene un valor medio casi equivalente al doble de la media de diciembre. Por tanto, la hipótesis se centra en comprobar si la temperatura es significativamente distinta en los doce grupos. Para responder a esta hipótesis se recurre al

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

Análisis de la Varianza de un factor y se realiza el contraste de igualdad de medias mediante SPSS dicho contraste se puede ejecutar de dos formas:

ANOVA DE UN FACTOR

Temperatura_Anual

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	479.166	11	43.561	1.243	.272
Intra-grupos	2944.396	84	35.052		
Total	3423.562	95			

Tabla 26 Descripción Anova inter grupos de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Inter-grupos: Representa la Suma de cuadrados debida a los tratamientos (SCTr)

Intra-grupos: Representa la suma de cuadrados residual (SCR)

Total: Representa la suma de cuadrados total (SCT).

Si el valor de F es mayor que uno quiere decir que hay un efecto positivo del factor día. Se observa que el P-valor (Sig.) tiene un valor de 0.272, que es menor que el nivel de significación 0.05. Por lo tanto, se comprueba estadísticamente que estos doce grupos son distintos. Es decir no se puede rechazar la hipótesis alternativa que dice que al menos dos grupos son diferentes, pero ¿Cuáles son esos grupos? ¿Los doce grupos son distintos o sólo alguno de ellos? Pregunta que se resolverá más adelante mediante los contrastes de comparaciones múltiples.

En la tabla correspondiente a las pruebas de los efectos inter-sujetos, se muestran el Origen denominado:

Modelo corregido: que recoge la suma de cuadrados asociadas a todos los factores que se incluyen en el modelo

Intersección: coincide con la expresión $\frac{-2}{n} y_{..}$

PRUEBAS DE LOS EFECTOS INTER-SUJETOS

Variable dependiente: Temperatura_Anuual

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	479.166a	11	43.561	1.243	.272
Intersección	26890.468	1	26890.468	767.152	.000
Mes_Año	479.166	11	43.561	1.243	.272
Error	2944.396	84	35.052		
Total	30314.030	96			
Total corregida	3423.562	95			

a. R cuadrado = .140 (R cuadrado corregida = .027)

Tabla 27 Descripción Anova Independiente de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Mes_Año: Representa la Suma de cuadrados debida a los tratamientos (SCTr), que viene identificada con el nombre de la variable que representa al factor.

Error: Representa la suma de cuadrados residual (SCR)^o

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^8 y_{ij}^2$$

Total: Representa la suma de los cuadrados de todas las observaciones

Total corregida: Representa la suma de cuadrados total (SCT). Por lo tanto, Intersección es la diferencia entre Total corregido y Total.

En la Tabla ANOVA, el valor del estadístico de contraste de igualdad de medias, $F = 1.243$ deja a su derecha un p-valor de 0.272, menor que el nivel de significación del 5%, por lo que se rechaza la Hipótesis nula de igualdad de medias. Es decir, existen diferencias significativas en las temperaturas entre los doce meses del año.

La salida de SPSS también nos muestra que R cuadrado vale 1.40, indicando que el modelo explica el 100.40% de la variabilidad de los datos.

El modelo que hemos propuesto hay que validarlo, para ello hay que comprobar si se verifican las hipótesis básicas del modelo, es decir, si las perturbaciones son variables aleatorias independientes con distribución normal de media 0 y varianza constante (homocedasticidad).).

ESTUDIO DE LA IDONEIDAD DEL MODELO

Como se menciona anteriormente, validar el modelo propuesto consiste en estudiar si las hipótesis básicas del modelo están o no en contradicción con los datos observados. Es decir, si se satisfacen los supuestos del modelo: Normalidad, Independencia, Homocedasticidad. Para ello se utilizan procedimientos gráficos y analíticos.

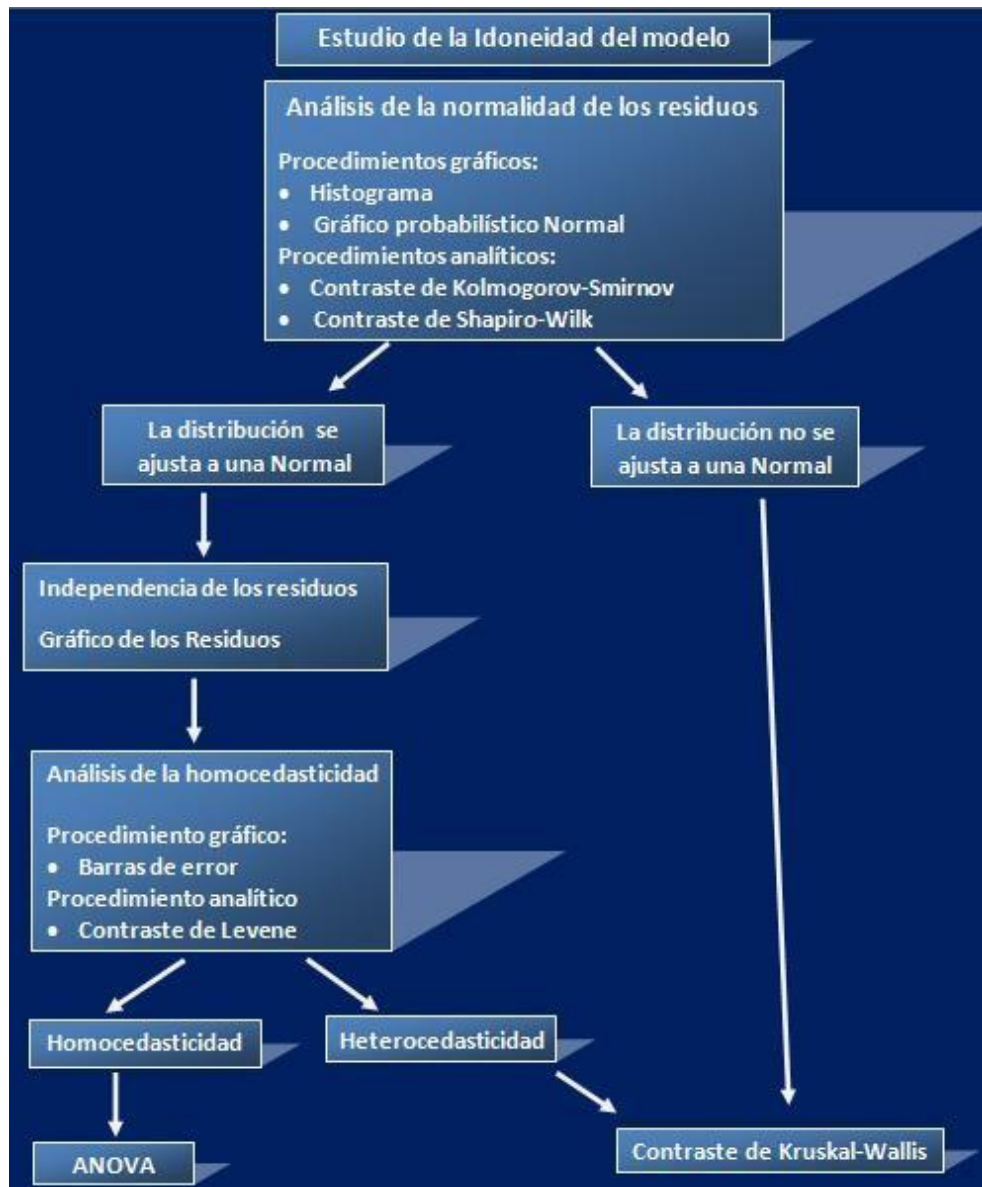


Ilustración 45 Diagrama de estudio de la Idoneidad del modelo de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

HIPÓTESIS DE NORMALIDAD

En primer lugar, se analiza la normalidad de la temperatura anual y se continúa con el análisis de la normalidad de los residuos.

PRUEBAS DE NORMALIDAD

	Mes_Año	Kolmogorov-Smirnova			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Temperatura_Anual	Enero	.179	8	.200*	.948	8	.694
	Febrero	.124	8	.200*	.976	8	.941
	Marzo	.171	8	.200*	.911	8	.360
	Abril	.137	8	.200*	.963	8	.841
	Mayo	.100	8	.200*	.988	8	.992
	Junio	.126	8	.200*	.964	8	.847
	Julio	.123	8	.200*	.955	8	.757
	Agosto	.133	8	.200*	.952	8	.736
	Septiembre	.144	8	.200*	.951	8	.723
	Octubre	.206	8	.200*	.956	8	.768
	Noviembre	.167	8	.200*	.934	8	.553
	Diciembre	.158	8	.200*	.976	8	.940

*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Tabla 28 Análisis de la normalidad de los residuos en contraste de Shapiro-Wilk de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Se observa el contraste de Shapiro-Wilk que es adecuado cuando las muestras son pequeñas ($n < 50$) y es una alternativa más potente que el test de Kolmogorov-Smirnov. Todos los p-valores (Sig.) son mayores que el nivel de significación 0.05. Concluyendo que las muestras de las concentraciones se distribuyen de forma normal en cada mes del año.

Para analizar la hipótesis de normalidad de los residuos, se debe comenzar salvando los residuos

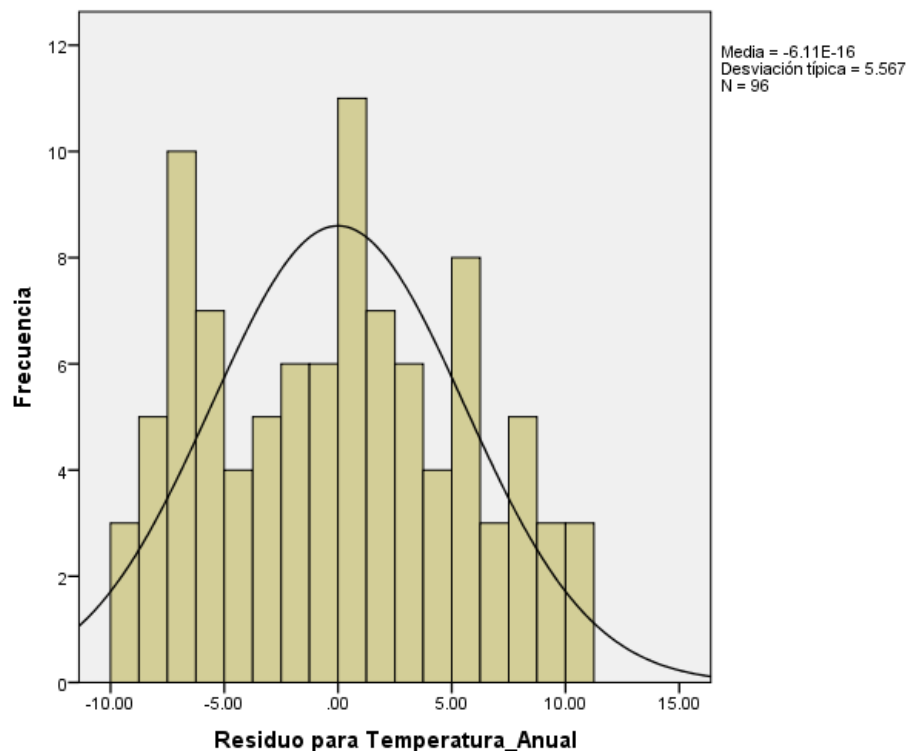


Ilustración 46 Histograma de normalidad en los residuos de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Aunque se puede observar en el histograma resultante algunas desviaciones de la normalidad, éstas no implican necesariamente la ausencia de normalidad de los residuos.

GRÁFICO PROBABILÍSTICO NORMAL:

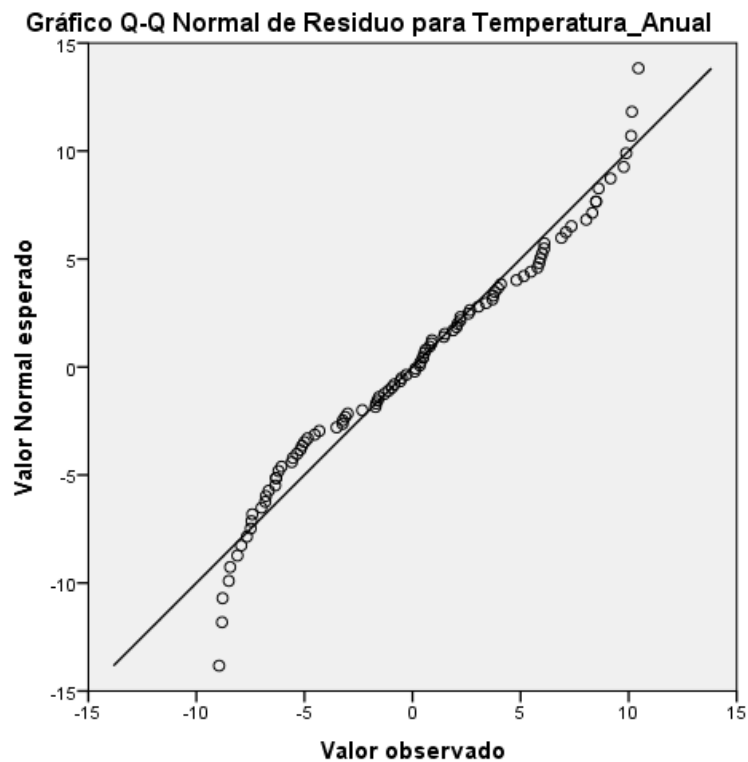


Ilustración 47 Grafico Q-Q Normal de residuo de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Se puede apreciar en este gráfico que los puntos aparecen próximos a la línea diagonal. Esta gráfica no muestra una desviación marcada de la normalidad.

CONTRASTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV:

PRUEBA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV PARA UNA MUESTRA

		Residuo para Temperatura_Anual
N		96
Parámetros normalesa,b	Media	.0000
	Desviación típica	5.56719
Diferencias más extremas	Absoluta	.089
	Positiva	.089
	Negativa	-.059
Z de Kolmogorov-Smirnov		.876
Sig. asintót. (bilateral)		.427

a. La distribución de contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.

Tabla 29 Contraste de Kolmogorov-Smirnov de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

El valor del p-valor es mayor que el nivel de significación 0.05, no rechazándose la hipótesis de normalidad.

HIPÓTESIS DE INDEPENDENCIA

Para comprobar que se satisface el supuesto de independencia entre los residuos se analiza el gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados o predichos por el modelo. El empleo de este gráfico es útil puesto que la presencia de alguna tendencia en el mismo puede ser indicio de una violación de dicha hipótesis.

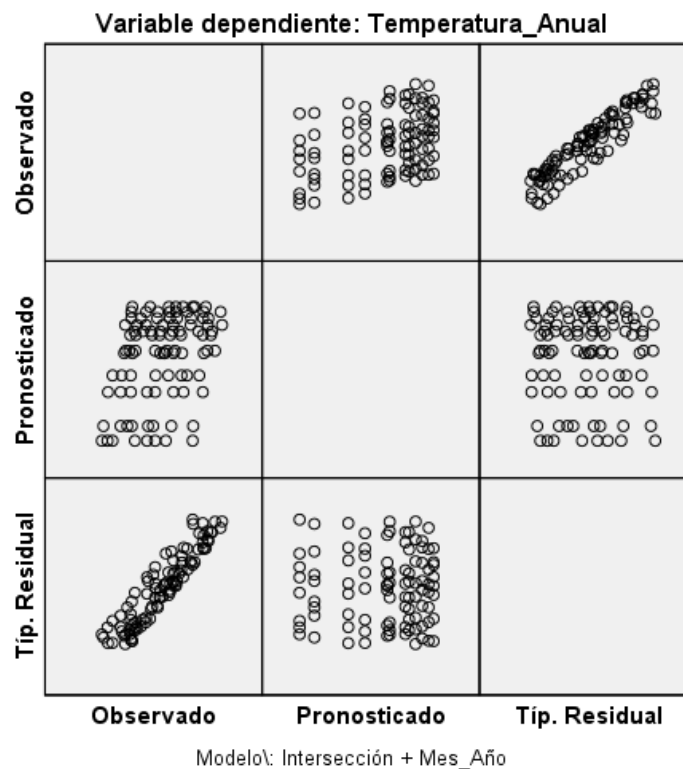


Ilustración 48 Análisis gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados/predichos de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

En esta figura, se interpreta el gráfico que aparece en la fila 3 columna 2, es decir aquel gráfico que se representan los residuos en el eje de ordenadas y los valores pronosticados en el eje de abscisas. No se observa, en dicho gráfico, ninguna tendencia sistemática que haga sospechar del incumplimiento de la suposición de independencia.

También, se puede realizar un gráfico de dispersión de los residuos y las predicciones con los valores predichos

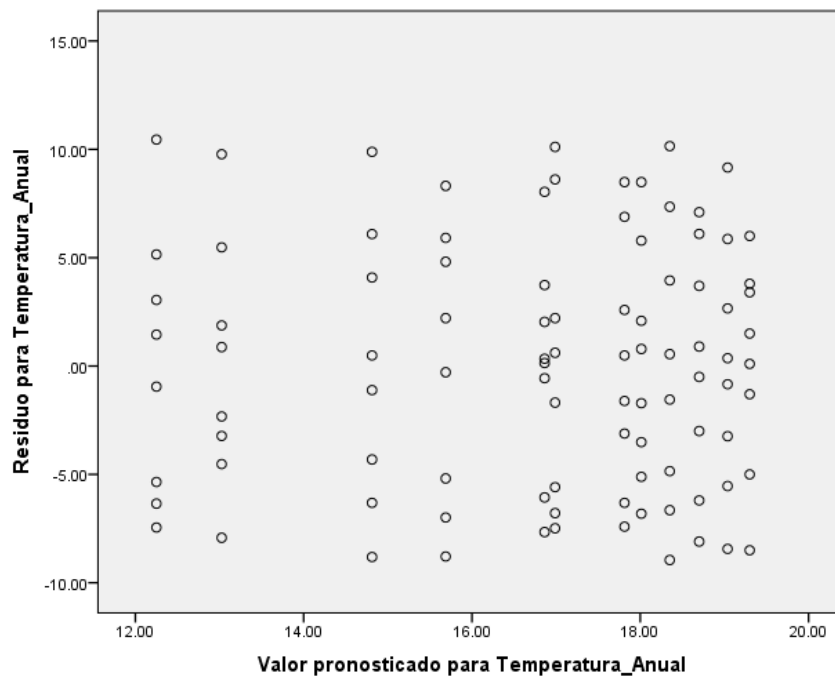


Ilustración 49 Gráfico de dispersión de los residuos y las predicciones de temperatura en *PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México*.

HIPÓTESIS DE HOMOCEDASTICIDAD

En primer lugar, se comprueba la homocedasticidad gráficamente.

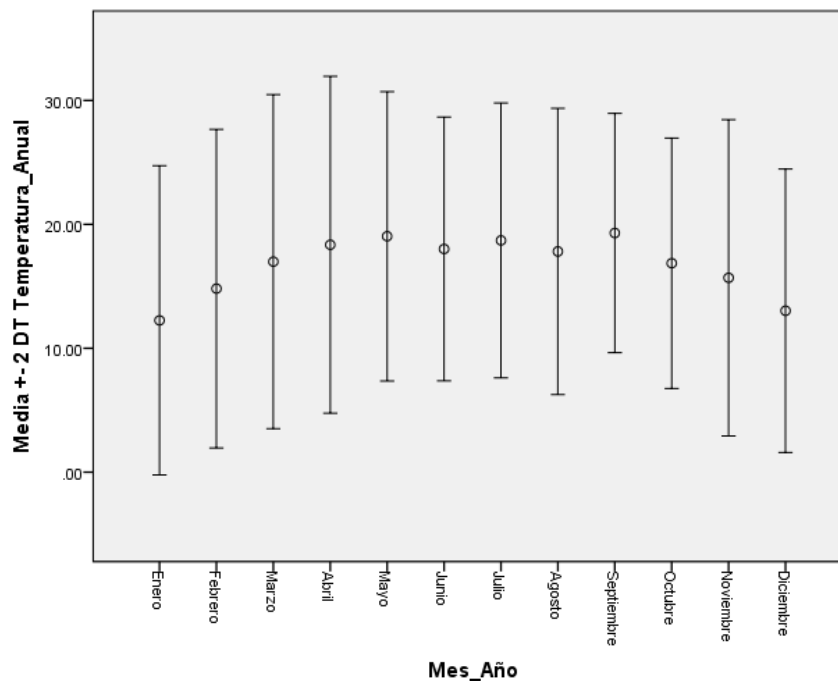


Ilustración 50 Grafico de homocedasticidad de temperatura en *PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México*.

Cada grupo tiene su promedio (el círculo en cada una de las barras) y seis desviaciones típicas a la izquierda y cinco desviaciones típicas a la derecha del promedio. Se observa que en julio hay una dispersión media que el resto de los meses y donde hay menos dispersión es en junio, la dispersión del marzo y abril son muy similares. Del gráfico no se deduce directamente si hay homogeneidad en estas varianzas, por lo que se recurre a analizar la heterocedasticidad analíticamente mediante el test de Levene.

PRUEBA DE HOMOGENEIDAD DE VARIANZAS

Temperatura_Anual

Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
.325	11	84	.978

Tabla 30 Test de Levene mediante SPSS de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

El p-valor es 0.978 por lo tanto no se puede rechazar la hipótesis de homogeneidad de las varianzas y se concluye que los doce grupos tienen varianzas homogéneas. Si esta prueba sale significativa, es decir si la homocedasticidad no se cumple, en ese caso

SPSS dispone de pruebas alternativas para realizar los contrastes de Comparaciones Múltiples que se notan en los contrastes Post-hoc.

Una vez comprobado que se verifican las hipótesis del modelo se puede interpretar la tabla ANOVA. Si alguna de las hipótesis de homocedasticidad e independencia fallase no debería aplicarse el ANOVA, en cuanto a la hipótesis de Normalidad hay que tener en cuenta que las pruebas ANOVA son robustas ante leves desviaciones de la normalidad.

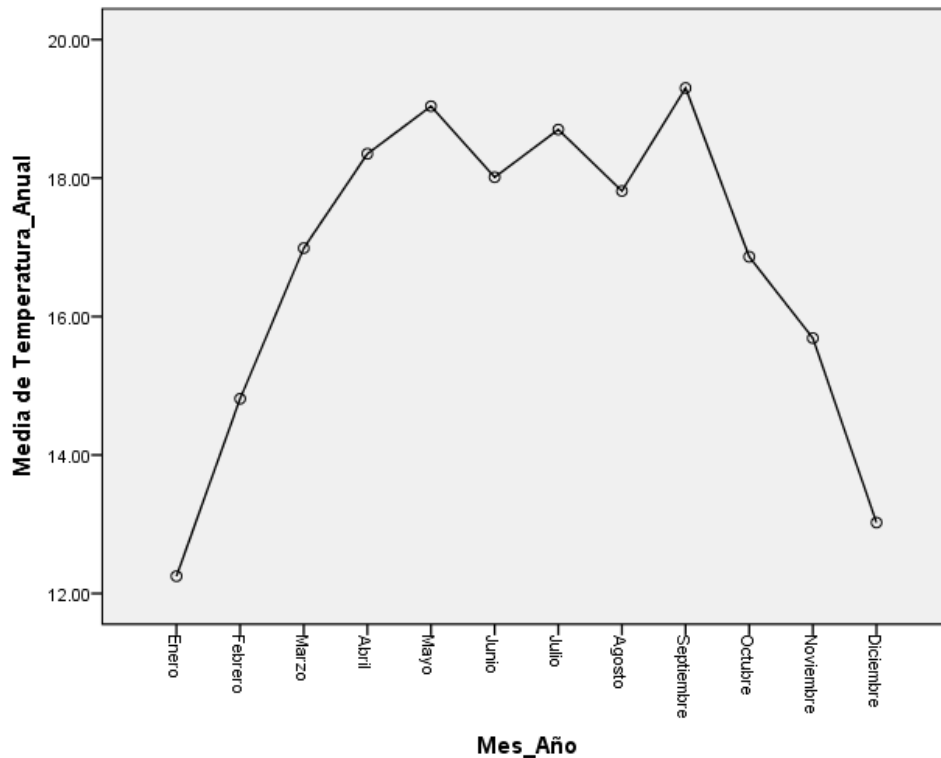


Ilustración 51 Hipótesis del modelo ANOVA en la temperatura de PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Antes de resolver el contraste de igualdad de medias se observa este gráfico de medias, donde en el eje de ordenadas figuran la temperatura anual y en el eje de abscisas los meses del año. En esta gráfica se observa que la mayor temperatura se produce en octubre y las más bajas en diciembre y enero, siendo las temperaturas de este último la menor. Para saber entre que parejas de meses estas diferencias son significativas se aplica una prueba Post-hoc.

COMPARACIONES MÚLTIPLES

Variable dependiente: Temperatura_Anual

HSD de Tukey

(I) Mes_Año	(J) Mes_Año	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
					Límite inferior	Límite superior
Enero	Febrero	-2.56250	2.96025	.999	-12.5148	7.3898
	Marzo	-4.73750	2.96025	.904	-14.6898	5.2148
	Abril	-6.10000	2.96025	.651	-16.0523	3.8523
	Mayo	-6.78750	2.96025	.490	-16.7398	3.1648
	Junio	-5.76250	2.96025	.727	-15.7148	4.1898
	Julio	-6.45000	2.96025	.569	-16.4023	3.5023
	Agosto	-5.56250	2.96025	.768	-15.5148	4.3898
	Septiembre	-7.05000	2.96025	.430	-17.0023	2.9023
	Octubre	-4.61250	2.96025	.919	-14.5648	5.3398
	Noviembre	-3.43750	2.96025	.990	-13.3898	6.5148
	Diciembre	-.77500	2.96025	1.000	-10.7273	9.1773
	Enero	2.56250	2.96025	.999	-7.3898	12.5148
Febrero	Marzo	-2.17500	2.96025	1.000	-12.1273	7.7773
	Abril	-3.53750	2.96025	.988	-13.4898	6.4148
	Mayo	-4.22500	2.96025	.955	-14.1773	5.7273
	Junio	-3.20000	2.96025	.995	-13.1523	6.7523
	Julio	-3.88750	2.96025	.975	-13.8398	6.0648
	Agosto	-3.00000	2.96025	.997	-12.9523	6.9523
	Septiembre	-4.48750	2.96025	.932	-14.4398	5.4648
	Octubre	-2.05000	2.96025	1.000	-12.0023	7.9023
	Noviembre	-.87500	2.96025	1.000	-10.8273	9.0773
	Diciembre	1.78750	2.96025	1.000	-8.1648	11.7398
	Enero	4.73750	2.96025	.904	-5.2148	14.6898
	Febrero	2.17500	2.96025	1.000	-7.7773	12.1273

	Abril	Abril	-1.36250	2.96025	1.000	-11.3148	8.5898
		Mayo	-2.05000	2.96025	1.000	-12.0023	7.9023
		Junio	-1.02500	2.96025	1.000	-10.9773	8.9273
		Julio	-1.71250	2.96025	1.000	-11.6648	8.2398
		Agosto	-.82500	2.96025	1.000	-10.7773	9.1273
		Septiembre	-2.31250	2.96025	1.000	-12.2648	7.6398
		Octubre	.12500	2.96025	1.000	-9.8273	10.0773
		Noviembre	1.30000	2.96025	1.000	-8.6523	11.2523
		Diciembre	3.96250	2.96025	.971	-5.9898	13.9148
		Enero	6.10000	2.96025	.651	-3.8523	16.0523
		Febrero	3.53750	2.96025	.988	-6.4148	13.4898
		Marzo	1.36250	2.96025	1.000	-8.5898	11.3148
	Mayo	Mayo	-.68750	2.96025	1.000	-10.6398	9.2648
		Junio	.33750	2.96025	1.000	-9.6148	10.2898
		Julio	-.35000	2.96025	1.000	-10.3023	9.6023
		Agosto	.53750	2.96025	1.000	-9.4148	10.4898
		Septiembre	-.95000	2.96025	1.000	-10.9023	9.0023
		Octubre	1.48750	2.96025	1.000	-8.4648	11.4398
		Noviembre	2.66250	2.96025	.999	-7.2898	12.6148
		Diciembre	5.32500	2.96025	.814	-4.6273	15.2773
		Enero	6.78750	2.96025	.490	-3.1648	16.7398
		Febrero	4.22500	2.96025	.955	-5.7273	14.1773
		Marzo	2.05000	2.96025	1.000	-7.9023	12.0023
		Abril	.68750	2.96025	1.000	-9.2648	10.6398
		Junio	1.02500	2.96025	1.000	-8.9273	10.9773
		Julio	.33750	2.96025	1.000	-9.6148	10.2898
		Agosto	1.22500	2.96025	1.000	-8.7273	11.1773
		Septiembre	-.26250	2.96025	1.000	-10.2148	9.6898
		Octubre	2.17500	2.96025	1.000	-7.7773	12.1273
		Noviembre	3.35000	2.96025	.992	-6.6023	13.3023

Junio	Diciembre	6.01250	2.96025	.671	-3.9398	15.9648
	Enero	5.76250	2.96025	.727	-4.1898	15.7148
	Febrero	3.20000	2.96025	.995	-6.7523	13.1523
	Marzo	1.02500	2.96025	1.000	-8.9273	10.9773
	Abril	-.33750	2.96025	1.000	-10.2898	9.6148
	Mayo	-1.02500	2.96025	1.000	-10.9773	8.9273
	Julio	-.68750	2.96025	1.000	-10.6398	9.2648
	Agosto	.20000	2.96025	1.000	-9.7523	10.1523
	Septiembre	-1.28750	2.96025	1.000	-11.2398	8.6648
	Octubre	1.15000	2.96025	1.000	-8.8023	11.1023
	Noviembre	2.32500	2.96025	1.000	-7.6273	12.2773
	Diciembre	4.98750	2.96025	.870	-4.9648	14.9398
Julio	Enero	6.45000	2.96025	.569	-3.5023	16.4023
	Febrero	3.88750	2.96025	.975	-6.0648	13.8398
	Marzo	1.71250	2.96025	1.000	-8.2398	11.6648
	Abril	.35000	2.96025	1.000	-9.6023	10.3023
	Mayo	-.33750	2.96025	1.000	-10.2898	9.6148
	Junio	.68750	2.96025	1.000	-9.2648	10.6398
	Agosto	.88750	2.96025	1.000	-9.0648	10.8398
	Septiembre	-.60000	2.96025	1.000	-10.5523	9.3523
	Octubre	1.83750	2.96025	1.000	-8.1148	11.7898
	Noviembre	3.01250	2.96025	.997	-6.9398	12.9648
	Diciembre	5.67500	2.96025	.745	-4.2773	15.6273
	Enero	5.56250	2.96025	.768	-4.3898	15.5148
Agosto	Febrero	3.00000	2.96025	.997	-6.9523	12.9523
	Marzo	.82500	2.96025	1.000	-9.1273	10.7773
	Abril	-.53750	2.96025	1.000	-10.4898	9.4148
	Mayo	-1.22500	2.96025	1.000	-11.1773	8.7273
	Junio	-.20000	2.96025	1.000	-10.1523	9.7523
	Julio	-.88750	2.96025	1.000	-10.8398	9.0648

	Septiembre	-1.48750	2.96025	1.000	-11.4398	8.4648	
	Octubre	.95000	2.96025	1.000	-9.0023	10.9023	
	Noviembre	2.12500	2.96025	1.000	-7.8273	12.0773	
	Diciembre	4.78750	2.96025	.898	-5.1648	14.7398	
	Enero	7.05000	2.96025	.430	-2.9023	17.0023	
	Febrero	4.48750	2.96025	.932	-5.4648	14.4398	
	Marzo	2.31250	2.96025	1.000	-7.6398	12.2648	
	Abril	.95000	2.96025	1.000	-9.0023	10.9023	
	Mayo	.26250	2.96025	1.000	-9.6898	10.2148	
	Septiembre	Junio	1.28750	2.96025	1.000	-8.6648	11.2398
	Julio	.60000	2.96025	1.000	-9.3523	10.5523	
	Agosto	1.48750	2.96025	1.000	-8.4648	11.4398	
	Octubre	2.43750	2.96025	1.000	-7.5148	12.3898	
	Noviembre	3.61250	2.96025	.986	-6.3398	13.5648	
	Diciembre	6.27500	2.96025	.610	-3.6773	16.2273	
	Enero	4.61250	2.96025	.919	-5.3398	14.5648	
	Febrero	2.05000	2.96025	1.000	-7.9023	12.0023	
	Marzo	-.12500	2.96025	1.000	-10.0773	9.8273	
	Abril	-1.48750	2.96025	1.000	-11.4398	8.4648	
	Mayo	-2.17500	2.96025	1.000	-12.1273	7.7773	
	Octubre	Junio	-1.15000	2.96025	1.000	-11.1023	8.8023
	Julio	-1.83750	2.96025	1.000	-11.7898	8.1148	
	Agosto	-.95000	2.96025	1.000	-10.9023	9.0023	
	Septiembre	-2.43750	2.96025	1.000	-12.3898	7.5148	
Noviembre	1.17500	2.96025	1.000	-8.7773	11.1273		
Diciembre	3.83750	2.96025	.977	-6.1148	13.7898		
Enero	3.43750	2.96025	.990	-6.5148	13.3898		
Febrero	.87500	2.96025	1.000	-9.0773	10.8273		
Noviembre	Marzo	-1.30000	2.96025	1.000	-11.2523	8.6523	
Abril	-2.66250	2.96025	.999	-12.6148	7.2898		

	Mayo	-3.35000	2.96025	.992	-13.3023	6.6023
	Junio	-2.32500	2.96025	1.000	-12.2773	7.6273
	Julio	-3.01250	2.96025	.997	-12.9648	6.9398
	Agosto	-2.12500	2.96025	1.000	-12.0773	7.8273
	Septiembre	-3.61250	2.96025	.986	-13.5648	6.3398
	Octubre	-1.17500	2.96025	1.000	-11.1273	8.7773
	Diciembre	2.66250	2.96025	.999	-7.2898	12.6148
	Enero	.77500	2.96025	1.000	-9.1773	10.7273
	Febrero	-1.78750	2.96025	1.000	-11.7398	8.1648
	Marzo	-3.96250	2.96025	.971	-13.9148	5.9898
	Abril	-5.32500	2.96025	.814	-15.2773	4.6273
	Mayo	-6.01250	2.96025	.671	-15.9648	3.9398
Diciembre	Junio	-4.98750	2.96025	.870	-14.9398	4.9648
	Julio	-5.67500	2.96025	.745	-15.6273	4.2773
	Agosto	-4.78750	2.96025	.898	-14.7398	5.1648
	Septiembre	-6.27500	2.96025	.610	-16.2273	3.6773
	Octubre	-3.83750	2.96025	.977	-13.7898	6.1148
	Noviembre	-2.66250	2.96025	.999	-12.6148	7.2898

Tabla 31 Comparaciones múltiples de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Esta salida nos muestra los intervalos de confianza simultáneos contruidos por el método de Tukey. En la tabla se muestra un resumen de las comparaciones de cada tratamiento con los restantes. Es decir, aparecen comparadas dos a dos las doce medias de los tratamientos. En el primer bloque de la tabla se muestran comparadas la media del enero con la media de los otros once meses del año. En los siguientes bloques se muestran comparadas las restantes medias entre sí. En la columna Diferencias de

medias (I-J) se muestran las diferencias entre las medias que se comparan. En la columna Sig. Aparecen los p-valores de los contrastes, que permiten conocer si la diferencia entre cada pareja de medias es significativa al nivel de significación considerado (en este caso 0.05) y la última columna proporciona los intervalos de confianza al 95% para cada diferencia. Así por ejemplo, si se compara la temperatura de enero con la de febrero, tenemos una diferencia entre ambas medias de -.2.56250, un error típico de 2.96025, que es un error típico para la diferencia de estas medias, un P-valor (Sig.) de 0.999 no significativo puesto que la temperatura no difiere significativamente el enero de febrero y un intervalo de confianza con un límite inferior negativo y un límite superior positivo y por lo tanto contiene al cero de lo que también deducimos que no hay diferencias significativas entre los dos grupos que se comparan o que ambos grupos son homogéneos. En cambio, sí se observa el grupo formado por enero y marzo, vemos que ambos extremos del intervalo son del mismo signo y el P-valor es significativo deduciendo que si hay diferencias significativas entre ambos. Ya se había observado que la temperatura de marzo era muy inferior a enero, de hecho el valor de la diferencia de medias es -4.73750. Las otras comparaciones se interpretan de forma análoga. Por lo tanto la tabla se interpreta observando los valores de Sig menores que el 5%, o si el intervalo de confianza contiene al cero. Además, los contrastes que sí han resultado significativos al nivel de significación 0.05 aparecen marcados con asterisco. Concluimos que se detectan diferencias significativas en las temperaturas entre enero y marzo, febrero y mayo, abril y junio.

Variable dependiente Temperatura_Anual
Prueba HSD de Tukey

(J) Mes_Año	Sig.					
	(I) Mes_Año					
	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Enero		.999	.904	.651	.490	.727
Febrero	.999		1.000	.988	.955	.995
Marzo	.904	1.000		1.000	1.000	1.000
Abril	.651	.988	1.000		1.000	1.000
Mayo	.490	.955	1.000	1.000		1.000
Junio	.727	.995	1.000	1.000	1.000	
Julio	.569	.975	1.000	1.000	1.000	1.000
Agosto	.768	.997	1.000	1.000	1.000	1.000
Septiembre	.430	.932	1.000	1.000	1.000	1.000
Octubre	.919	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Noviembre	.990	1.000	1.000	.999	.992	1.000
Diciembre	1.000	1.000	.971	.814	.671	.870

Ilustración 52 Comparaciones múltiples en diferencia de las medias de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

De esta forma es más cómodo comparar cualquier pareja de meses para saber si hay diferencias significativas. De la tabla se deduce, como se notó anteriormente, que hay diferencias significativas entre enero y marzo, febrero y mayo, abril y junio.

Además de la tabla de Comparaciones múltiples también se muestra una tabla de subconjuntos homogéneos.

TEMPERATURA_ANUAL

HSD de Tukey

Mes_Año	N	Subconjunto para alfa = 0.05
		1
Enero	8	12.2500
Diciembre	8	13.0250
Febrero	8	14.8125
Noviembre	8	15.6875
Octubre	8	16.8625
Marzo	8	16.9875
Agosto	8	17.8125
Junio	8	18.0125
Abril	8	18.3500
Julio	8	18.7000
Mayo	8	19.0375
Septiembre	8	19.3000
Sig.		.430

Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

a. Usa el tamaño muestral de la media armónica = 8.000.

Tabla 32 Subconjuntos homogéneos de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

La tabla de subconjunto homogéneo muestra por columna el subgrupo de medias iguales, formados al utilizar el método de Tukey. Se llama Prueba de subgrupos homogéneos por que se agrupan en columnas aquellos grupos que no difieren significativamente. Se observa que la prueba de Tukey ha agrupado los meses Diciembre hasta enero en una misma columna; De esta forma gráfica deducimos que subgrupo es homogéneo y cuales difieren significativamente.

El subgrupo homogéneo está formado por: diciembre hasta enero , por ejemplo, si comparamos en el subconjunto, el único grupo el P-valor (Sig.) es 0.430 mayor que el nivel de significación 0.05 deduciendo que no hay diferencias significativas en la temperatura entre estos .

También se deduce qué subconjuntos difieren significativamente entre sí. La temperatura en el subconjunto difiere y dentro de este subconjunto no se aprecian diferencias significativas entre las temperaturas implicadas. También se observa que la temperatura es mayor es en septiembre (19.3000) y menor en enero (12,2500).

Se analiza esta diferencia de una forma gráfica;

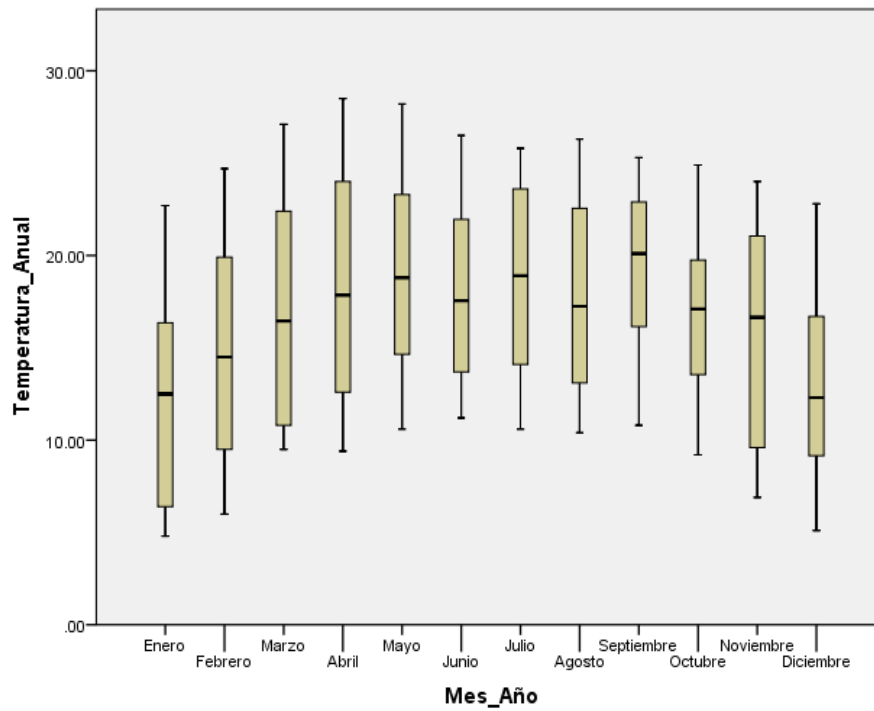


Ilustración 53 Grafica de subconjuntos homogéneos de temperatura en PALMARITO TOCHAPAN, Estado de Puebla, México.

Se observa que las cajas correspondientes a los julio, agosto y septiembre están prácticamente superpuestas, de hecho el valor mediano de julio (línea negra dentro de las cajas) está a un nivel interno dentro de la caja de agosto y de la caja del septiembre.

Este criterio se utiliza para comparar grupos y en este caso nos indica que hay homogeneidad o que no hay diferencias significativas en ese grupo de medias. Se observa que en abril tiene una distribución superior a los demás, por lo que se concluye que la temperatura es mucho mayor este mes del año.

SAN LUIS DE LA PAZ, ESTADO DE GUANAJUATO, MÉXICO

PRECIPITACIÓN

La escasez de agua va a originar una competencia, que es la responsable de la escasa cobertura vegetal de estos ecosistemas. A esto hay que añadir la pobreza e incluso ausencia de materia orgánica de los suelos y la lentitud de reciclaje de la materia orgánica debido a que los organismos descomponedores (bacterias y hongos), no encuentran condiciones favorables para desarrollar su ciclo biológico, salvo en los escasos periodos de lluvia.(Julio Carballo Gómez, n.d.) Con el objeto de comprobar la precipitación del agua en una determinada localidad se ha realizado un estudio en el que se han analizado las precipitaciones durante doce meses del año (enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio, julio, agosto, septiembre, octubre, noviembre y diciembre).

	PRECIPITACION MM							
MES/AÑOS	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
ENE	13.9	13.3	13.8	13.6	13.2	13	13.4	13.7
FEB	7.2	7.8	7.3	7	7.5	7.9	7.2	7.4
MAR	10.4	10	10.2	10.9	10.7	10.8	10.3	10.5
ABR	20.6	20.9	20.5	20.3	20.8	20.2	20.7	20
MAY	37.3	37.2	37.4	37.8	37.1	37.5	37	37.6
JUN	84.5	84.7	84.6	84.2	84	84.4	84.9	84.3
JUL	63.7	63.1	63	63.4	63.9	63.6	63.5	63.8
AGO	56	56.4	56.7	56.5	56.3	56.1	56.6	56.2
SEP	82.1	82	82.9	82.7	82.4	84.3	84.8	84.9
OCT	32.8	32.5	32.1	32	32.2	32.7	32.4	32.1
NOV	12.2	12.3	12.8	12.1	12.6	12	12.6	12.7
DIC	8.9	8.6	8.3	8.6	8.5	8.4	8.2	8

Ilustración 54 Valores mínimos y máximos de precipitación en los últimos 8 años en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

En el ejemplo disponemos de una colección de 97 unidades experimentales para estudiar el efecto de la precipitación en 12 meses distintos. Es decir, busca contrastar el efecto de un solo factor, que se presenta con doce niveles, sobre la variable respuesta.

Se busca saber si la precipitación media es igual en los doce meses de un año, para ello se realizan el siguiente contraste de hipótesis:

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

Es decir, se contrasta que no hay diferencia en las medias de los cinco tratamientos frente a la alternativa de que al menos una media difiere de otra.

En este modelo, que estudia el efecto que produce un solo factor en la variable respuesta, la asignación de las unidades experimentales a los distintos niveles del factor se debe realizar de forma completamente al azar. Este modelo, junto con este procedimiento de asignación, recibe el nombre de Diseño Completamente Aleatorizado y está basado en el modelo estadístico de Análisis de la Varianza de un Factor o una Vía. Esta técnica estadística, Análisis de la Varianza de un factor, se utiliza cuando se tienen que comparar más de dos grupos y la variable respuesta es una variable numérica. Para aplicar este diseño adecuadamente las unidades experimentales deben ser lo más homogéneas posible.

Todo este planteamiento se puede formalizar de manera general para cualquier experimento unifactorial. Supongamos un factor con I niveles y para el nivel i -ésimo se obtienen n_i observaciones de la variable respuesta. Entonces podemos postular el siguiente modelo:

Donde:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + u_{ij}, \quad i = 1, \dots, I; \quad j = 1, \dots, n_i$$

y_{ij} : es la variable aleatoria que representa la observación j -ésima del i -ésimo tratamiento (Variable respuesta).

μ : Es un efecto constante, común a todos los niveles del factor, denominado media global.

τ_i : es la parte de y_{ij} debida a la acción del nivel i -ésimo, que será común a todos los elementos sometidos a ese nivel del factor, llamado efecto del tratamiento i -ésimo.

u_{ij} : son variables aleatorias que engloban un conjunto de factores, cada uno de los cuales influye en la respuesta sólo en pequeña magnitud pero que de forma conjunta debe tenerse en cuenta. Es decir, se pueden interpretar como las variaciones causadas por todos los factores no analizados y que dentro del mismo tratamiento variarán de unos elementos a otros. Reciben el nombre de perturbaciones o error experimental.

El objetivo es estimar el efecto de los tratamientos y contrastar la hipótesis de que todos los niveles del factor producen el mismo efecto, frente a la alternativa de que al menos dos difieren entre sí. Para ello, se supone que los errores experimentales son variables aleatorias independientes igualmente distribuidas según una Normal de media cero y varianza constante.

En este modelo se distinguen dos situaciones según la selección de los tratamientos: modelo de efectos fijos y modelo de efectos aleatorios.

En el modelo de efectos fijos el experimentador decide qué niveles concretos se van a considerar y las conclusiones que se obtengan sólo son aplicables a esos niveles, no pudiéndose hacer extensivas a otros niveles no incluidos en el estudio.

En el modelo de efectos aleatorios, los niveles del factor se seleccionan al azar; es decir los niveles estudiados son una muestra aleatoria de una población de niveles y las conclusiones que se obtengan se generalizan a

todos los posibles niveles del factor, hayan sido explícitamente considerados en el estudio o no.

En cuanto a los tamaños muestrales de los tratamientos, los modelos se clasifican en: modelo equilibrado o balanceado si todas las muestras son del mismo tamaño $n_i = n$ y modelo no-equilibrado o no-balanceado si los tamaños muestrales n_i son distintos.

El contraste de hipótesis planteado anteriormente está asociado a la descomposición de la variabilidad de la variable respuesta. Dicha variabilidad se descompone de la siguiente forma:

$$SCT = SCTr + SCR$$

Donde:

SCT: es la suma total de cuadrados o variabilidad total de Y

$$SCT = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

SCTr: es la suma de cuadrados entre tratamientos o variabilidad explicada,

$$SCTr = \sum_{i=1}^I n_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

SCR: es la suma dentro de los tratamientos, variabilidad no explicada o residual

$$SCR = \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$$

La tabla de análisis de la varianza (tabla ANOVA) se construye a partir de esta descomposición y proporciona el valor del estadístico F que permite contrastar la hipótesis nula planteada anteriormente.

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

En el Supuesto práctico 1:

Variable respuesta: Precipitación.

Factor: mes del año que tiene doce niveles. Es un factor de efectos fijos ya que viene decidido qué niveles concretos se van a utilizar (12 meses del año).

Modelo equilibrado: Los niveles de los factores tienen el mismo número de elementos (8 elementos).

Tamaño del experimento: Número total de observaciones, en este caso 97 unidades experimentales.

El problema planteado se modeliza a través de un diseño unifactorial totalmente aleatorizado de efectos fijos equilibrado.

96 : Mes_año				
	Precipitacion	Mes_año	var	var
1	13.90	1		
2	13.30	1		
3	13.80	1		
4	13.60	1		
5	13.20	1		
6	13.00	1		
7	13.40	1		
8	13.70	1		
9	7.20	2		
10	7.80	2		
11	7.30	2		
12	7.00	2		
13	7.50	2		
14	7.90	2		
15	7.20	2		
16	7.40	2		
17	10.40	3		
18	10.00	3		
19	10.20	3		
20	10.90	3		
21	10.70	3		
22	10.80	3		
23	10.30	3		
24	10.50	3		
25	20.60	4		

Ilustración 55 Descripción de los doce grupos a evaluar (Enero hasta Diciembre), durante los 8 años de la precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

En primer lugar, se describen los doce grupos que se tienen que comparar, los doce meses del año, la variable respuesta es la precipitación en estos meses del año. Cada mes del año tiene doce unidades, en total tenemos 97 observaciones. La hipótesis nula es que el promedio de las precipitaciones es igual el mes enero que febrero, que marzo... Es decir, no hay diferencias en las precipitaciones con respecto a los meses y la alternativa es que las precipitaciones son diferentes al menos en dos meses.

Para la descripción de los doce grupos se realiza un análisis descriptivo.

INFORME

Precipitación

Mes_año	Media	N	Desv. típ.	Mínimo	Máximo	Error típ. de la media
Enero	13.4875	8	.31368	13.00	13.90	.11090
Febrero	7.4125	8	.30909	7.00	7.90	.10928
Marzo	10.4750	8	.31053	10.00	10.90	.10979
Abril	20.5000	8	.31168	20.00	20.90	.11019
Mayo	37.3625	8	.26693	37.00	37.80	.09437
Junio	84.4500	8	.28785	84.00	84.90	.10177
Julio	63.5000	8	.32071	63.00	63.90	.11339
Agosto	56.3500	8	.24495	56.00	56.70	.08660
Septiembre	83.2625	8	1.21059	82.00	84.90	.42801
Octubre	32.3500	8	.29761	32.00	32.80	.10522
Noviembre	12.4125	8	.29970	12.00	12.80	.10596
Diciembre	8.4375	8	.27742	8.00	8.90	.09808
Total	35.8333	96	27.98553	7.00	84.90	2.85626

Tabla 33 Análisis descriptivo de los doce grupos de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Donde se presentan los doce grupos dispuestos en forma comparativa. A simple vista se puede observar que el valor medio de estos grupos es numéricamente distinto, de hecho, la media del mes de octubre tiene un valor medio casi equivalente al doble de la media de junio. Por tanto, la hipótesis se centra en comprobar si la precipitación si es significativamente distinta en los doce grupos. Para responder a esta hipótesis se recurre al Análisis de la Varianza de un factor y se realiza el contraste de igualdad de medias

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

Mediante SPSS dicho contraste se puede ejecutar de dos formas:

ANOVA DE UN FACTOR

Precipitación

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	74386.076	11	6762.371	33458.349	.000
Intra-grupos	16.977	84	.202		
Total	74403.053	95			

Tabla 34 Descripción Anova inter grupos de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Dónde:

Inter-grupos: Representa la Suma de cuadrados debida a los tratamientos (SCTr)

Intra-grupos: Representa la suma de cuadrados residual (SCR)

Total: Representa la suma de cuadrados total (SCT).

Si el valor de F es mayor que uno quiere decir que hay un efecto positivo del factor día. Se observa que el P-valor (Sig.) tiene un valor de 0.000, que es menor que el nivel de significación 0.05. Por lo tanto, se comprueba estadísticamente que estos doce grupos son distintos. Es decir, no se puede rechazar la hipótesis alternativa que dice que al menos dos grupos son diferentes, pero ¿Cuáles son esos grupos? ¿Los doce grupos son distintos o sólo alguno de ellos? Pregunta que resolverá más adelante mediante los contrastes de comparaciones múltiples.

PRUEBAS DE LOS EFECTOS INTER-SUJETOS

Variable dependiente: Precipitación

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	74386.076a	11	6762.371	33458.349	.000
Intersección	123266.667	1	123266.667	609889.560	.000
Mes_año	74386.076	11	6762.371	33458.349	.000
Error	16.978	84	.202		
Total	197669.720	96			
Total corregida	74403.053	95			

a. R cuadrado = 1.000 (R cuadrado corregida = 1.000)

Tabla 35 Descripción Anova Independiente de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

En la tabla correspondiente a las pruebas de los efectos inter-sujetos, se muestran el Origen denominado:

Modelo corregido: que recoge la suma de cuadrados asociadas a todos los factores que se incluyen en el modelo

Intersección: coincide con la expresión

$$\frac{\sum y_{..}^2}{n}$$

Días-semana: Representa la Suma de cuadrados debida a los tratamientos (SCTr), que viene identificada con el nombre de la variable que representa al factor.

Error: Representa la suma de cuadrados residual (SCR).

Total: Representa la suma de los cuadrados de todas las observaciones

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^8 y_{ij}^2$$

Total corregida: Representa la suma de cuadrados total (SCT). Por lo tanto, Intersección es la diferencia entre Total corregido y Total.

En la Tabla ANOVA, el valor del estadístico de contraste de igualdad de medias, $F = 33458.349$ deja a su derecha un p-valor de 6762.371, menor que el nivel de significación del 5%, por lo que se rechaza la Hipótesis nula de igualdad de medias. Es decir, existen diferencias significativas en las precipitaciones medias entre los doce meses del año.

La salida de SPSS también nos muestra que R cuadrado vale 1.000, indicando que el modelo explica el 100% de la variabilidad de los datos.

El modelo que hemos propuesto hay que validarlo, para ello hay que comprobar si se verifican las hipótesis básicas del modelo, es decir, si las perturbaciones son variables aleatorias independientes con distribución normal de media 0 y varianza constante (homocedasticidad).

ESTUDIO DE LA IDONEIDAD DEL MODELO

Como se menciona anteriormente, validar el modelo propuesto consiste en estudiar si las hipótesis básicas del modelo están o no en contradicción con los datos observados. Es decir si se satisfacen los supuestos del modelo: Normalidad, Independencia, Homocedasticidad. Para ello se utiliza procedimientos gráficos y analíticos

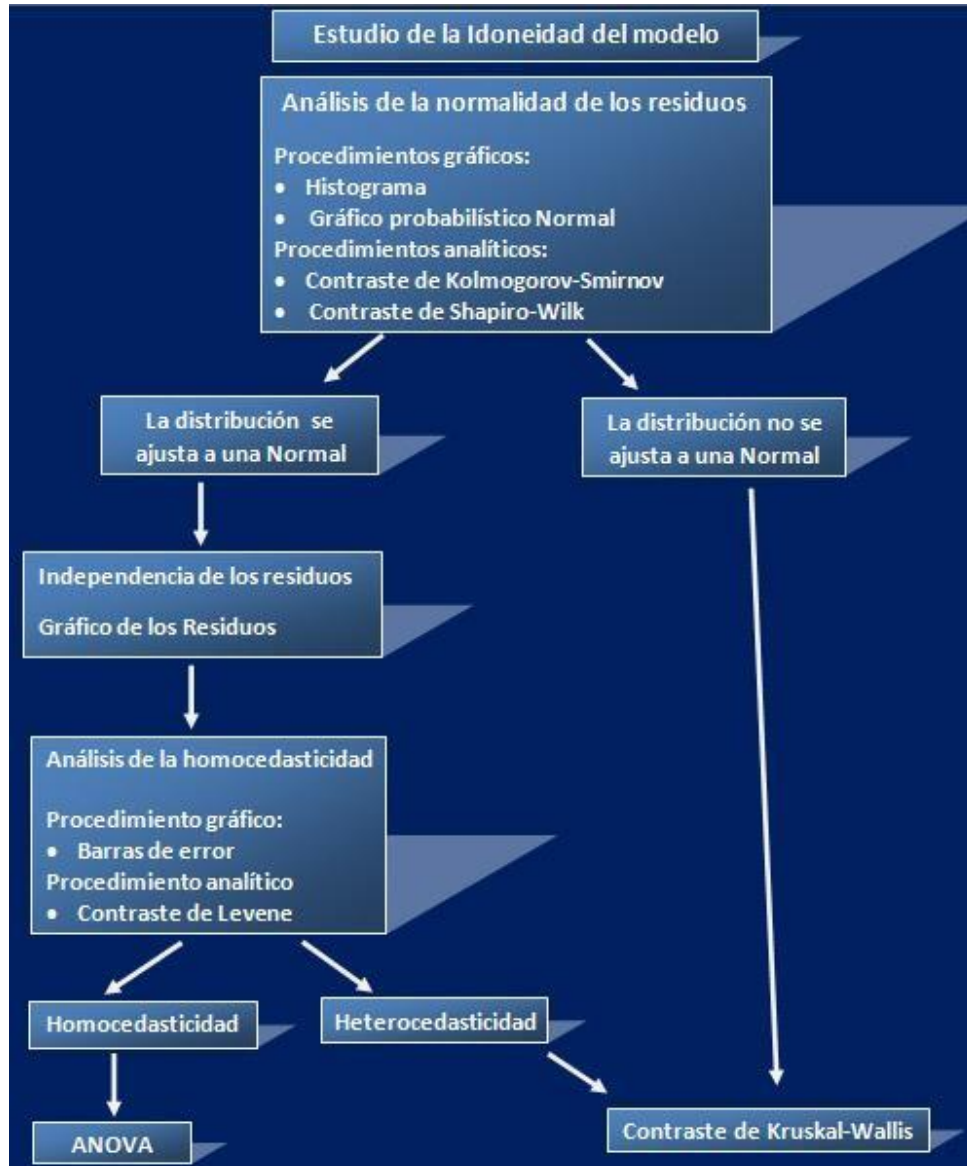


Ilustración 56 Diagrama de estudio de la Idoneidad del modelo de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

HIPÓTESIS DE NORMALIDAD

En primer lugar, se analiza la normalidad de las precipitaciones y se continúa con el análisis de la normalidad de los residuos.

PRUEBAS DE NORMALIDAD

	Mes_año	Kolmogorov-Smirnova			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Precipitación	Enero	.140	8	.200*	.966	8	.865
	Febrero	.145	8	.200*	.939	8	.603
	Marzo	.141	8	.200*	.972	8	.914
	Abril	.126	8	.200*	.965	8	.855
	Mayo	.104	8	.200*	.984	8	.978
	Junio	.074	8	.200*	.998	8	1.000
	Julio	.144	8	.200*	.943	8	.644
	Agosto	.105	8	.200*	.975	8	.933
	Septiembre	.243	8	.183	.850	8	.095
	Octubre	.193	8	.200*	.920	8	.428
	Noviembre	.234	8	.200*	.921	8	.435
	Diciembre	.154	8	.200*	.987	8	.989

*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de la significación de Lilliefors.

Tabla 36 Análisis de la normalidad de los residuos en contraste de Shapiro-Wilk de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Se observa el contraste de Shapiro-Wilk que es adecuado cuando las muestras son pequeñas ($n < 50$) y es una alternativa más potente que el test de Kolmogorov-Smirnov. Todos los p-valores (Sig.) son mayores que el nivel de significación 0.05. Concluyendo que las muestras de las temperaturas se distribuyen de forma normal en cada mes del año.

Para analizar la hipótesis de normalidad de los residuos, se debe comenzar salvando los residuos.

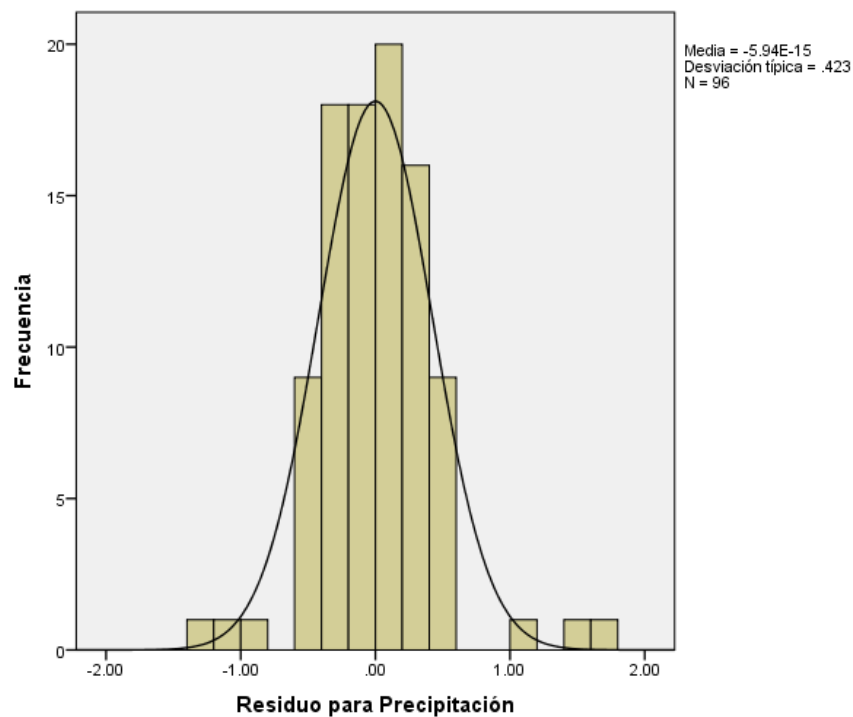


Ilustración 57 Histograma de normalidad en los residuos de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Aunque se puede observar en el histograma resultante algunas desviaciones de la normalidad, éstas no implican necesariamente la ausencia de normalidad de los residuos.

GRÁFICO PROBABILÍSTICO NORMAL:



Ilustración 58 Grafico Q-Q Normal de residuo de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Se puede apreciar en este gráfico que los puntos aparecen próximos a la línea diagonal. Esta gráfica no muestra una desviación marcada de la normalidad.

CONTRASTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV:

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		Residuo para Precipitación
N		96
Parámetros normalesa,b	Media	.0000
	Desviación típica	.42274
Diferencias más extremas	Absoluta	.095
	Positiva	.095
	Negativa	-.077
Z de Kolmogorov-Smirnov		.934
Sig. asintót. (bilateral)		.348

a. La distribución de contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.

Tabla 37 Contraste de Kolmogorov-Smirnov de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

El valor del p-valor es mayor que el nivel de significación 0.05, no rechazándose la hipótesis de normalidad.

HIPÓTESIS DE INDEPENDENCIA

Para comprobar que se satisface el supuesto de independencia entre las precipitaciones se analiza el gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados o predichos por el modelo. El empleo de este gráfico es útil

puesto que la presencia de alguna tendencia en el mismo puede ser indicio de una violación de dicha hipótesis.

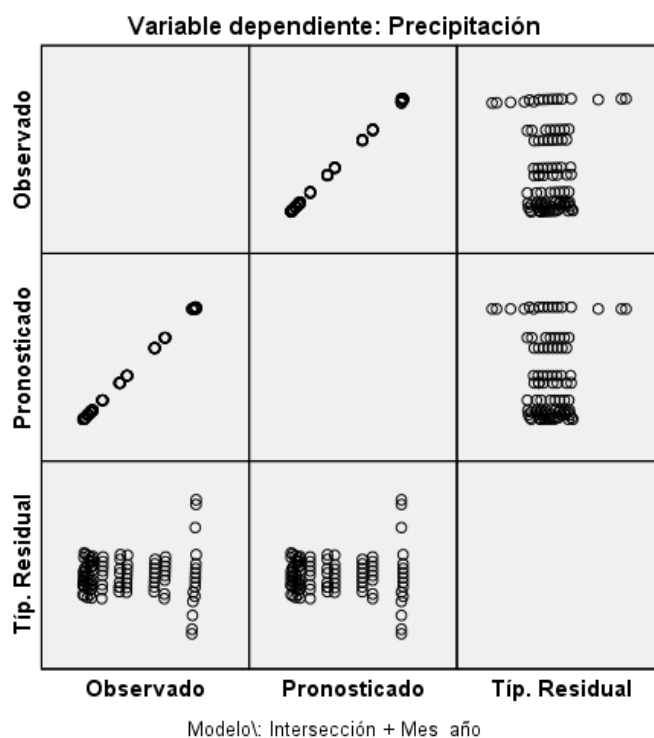


Ilustración 59 Análisis gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados/predichos de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

En esta figura, se interpreta el gráfico que aparece en la fila 3 columna 2, es decir aquel gráfico que se representan los residuos en el eje de ordenadas y los valores pronosticados en el eje de abscisas. No se observa, en dicho gráfico, ninguna tendencia sistemática que haga sospechar del incumplimiento de la suposición de independencia.

También, se puede realizar un gráfico de dispersión de los residuos y las predicciones con los valores predichos.

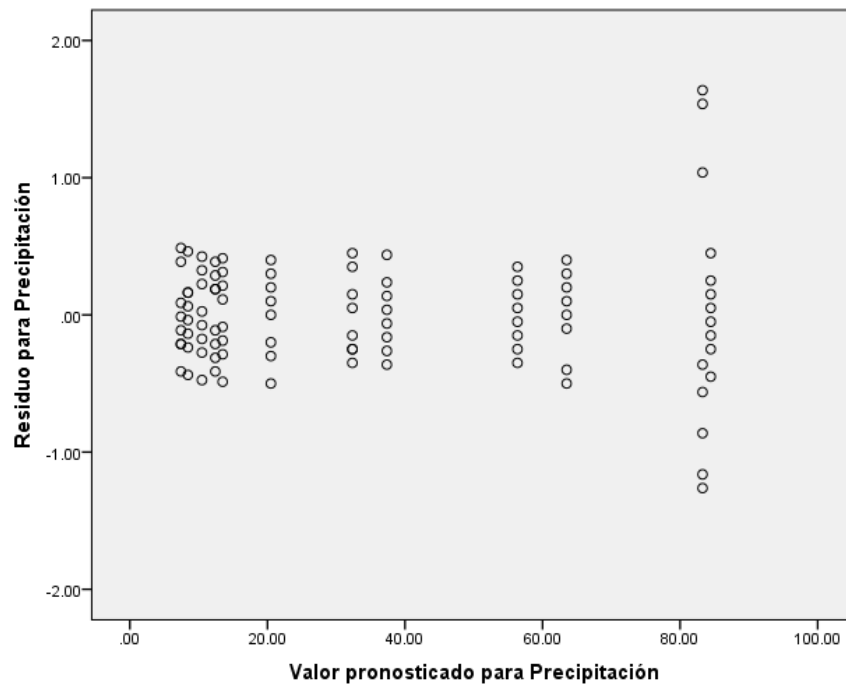


Ilustración 60 Gráfico de dispersión de los residuos y las predicciones de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

HIPÓTESIS DE HOMOCEDASTICIDAD

En primer lugar, se comprueba la homocedasticidad gráficamente

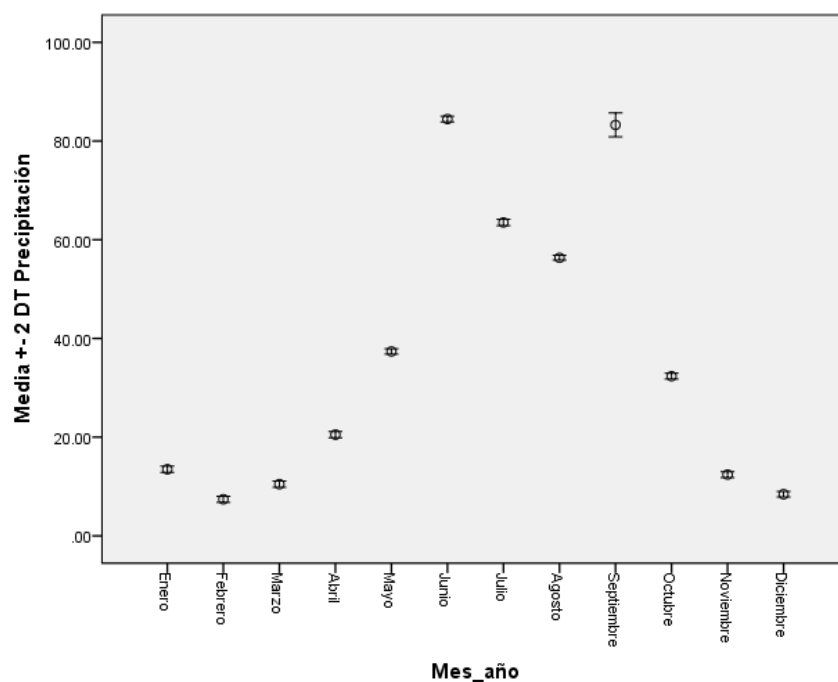


Ilustración 61 Grafico de homocedasticidad de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Cada grupo tiene su promedio (el círculo en cada una de las barras) y dos desviaciones típicas a la izquierda y dos desviaciones típicas a la derecha del promedio. Se observa que en junio hay mucha más dispersión que el resto de los meses y donde hay menos dispersión es en diciembre, la dispersión de marzo y noviembre son muy similares. Del gráfico no se deduce directamente si hay homogeneidad en estas varianzas, por lo que se recurre a analizar la heterocedasticidad analíticamente mediante el test de Levene.

PRUEBA DE HOMOGENEIDAD DE VARIANZAS

Precipitación

Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
12.134	11	84	.000

Tabla 38 Test de Levene mediante SPSS de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

El p-valor es 0.000 por lo tanto se puede rechazar la hipótesis de homogeneidad de las varianzas y se concluye que los doce grupos tienen varianzas homogéneas. Si esta prueba sale significativa, es decir si la homocedasticidad no se cumple, en ese caso.

SPSS dispone de pruebas alternativas para realizar los contrastes de Comparaciones Múltiples que se notan en los contrastes Post-hoc.

Una vez comprobado que se verifican las hipótesis del modelo se puede interpretar la tabla ANOVA. Si alguna de las hipótesis de homocedasticidad e independencia fallase no debería aplicarse el ANOVA, en cuanto a la hipótesis de Normalidad hay que tener en cuenta que las pruebas ANOVA son robustas ante leves desviaciones de la normalidad

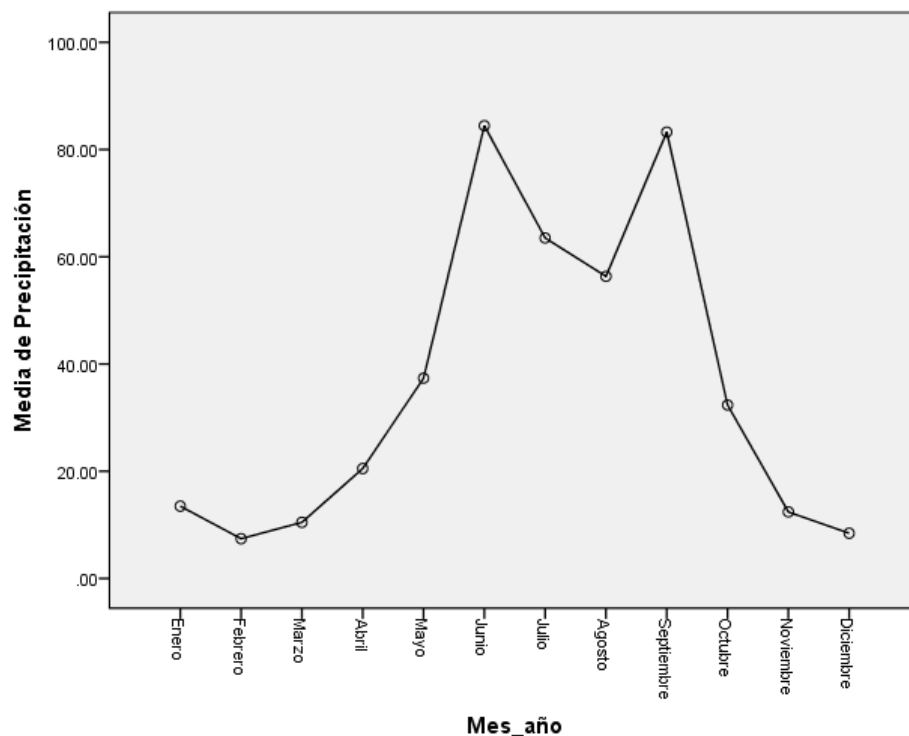


Ilustración 62 Hipótesis del modelo ANOVA en la precipitación de SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Antes de resolver el contraste de igualdad de medias se observa este gráfico de medias, donde en el eje de ordenadas figuran la precipitación media y en el eje de abscisas los días de los meses. En esta gráfica se observa que la mayor precipitación se produce en junio y las más bajas el febrero y en diciembre, siendo la precipitación de este último la menor. Para saber entre que parejas de meses estas diferencias son significativas se aplica una prueba Post-hoc.

COMPARACIONES MÚLTIPLES

Variable dependiente: Precipitación

HSD de Tukey

(I) Mes_año	(J) Mes_año	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
					Límite inferior	Límite superior
Enero	Febrero	6.07500*	.22478	.000	5.3193	6.8307
	Marzo	3.01250*	.22478	.000	2.2568	3.7682
	Abril	-7.01250*	.22478	.000	-7.7682	-6.2568
	Mayo	-23.87500*	.22478	.000	-24.6307	-23.1193
	Junio	-70.96250*	.22478	.000	-71.7182	-70.2068
	Julio	-50.01250*	.22478	.000	-50.7682	-49.2568
	Agosto	-42.86250*	.22478	.000	-43.6182	-42.1068
	Septiembre	-69.77500*	.22478	.000	-70.5307	-69.0193
	Octubre	-18.86250*	.22478	.000	-19.6182	-18.1068
	Noviembre	1.07500*	.22478	.000	.3193	1.8307
	Diciembre	5.05000*	.22478	.000	4.2943	5.8057
	Enero	-6.07500*	.22478	.000	-6.8307	-5.3193
Febrero	Marzo	-3.06250*	.22478	.000	-3.8182	-2.3068
	Abril	-13.08750*	.22478	.000	-13.8432	-12.3318
	Mayo	-29.95000*	.22478	.000	-30.7057	-29.1943
	Junio	-77.03750*	.22478	.000	-77.7932	-76.2818
	Julio	-56.08750*	.22478	.000	-56.8432	-55.3318
	Agosto	-48.93750*	.22478	.000	-49.6932	-48.1818
	Septiembre	-75.85000*	.22478	.000	-76.6057	-75.0943
	Octubre	-24.93750*	.22478	.000	-25.6932	-24.1818
	Noviembre	-5.00000*	.22478	.000	-5.7557	-4.2443
	Diciembre	-1.02500*	.22478	.001	-1.7807	-.2693
	Enero	-3.01250*	.22478	.000	-3.7682	-2.2568
	Febrero	3.06250*	.22478	.000	2.3068	3.8182
Marzo	Abril	-10.02500*	.22478	.000	-10.7807	-9.2693
	Mayo	-26.88750*	.22478	.000	-27.6432	-26.1318

	Junio	-73.97500*	.22478	.000	-74.7307	-73.2193
	Julio	-53.02500*	.22478	.000	-53.7807	-52.2693
	Agosto	-45.87500*	.22478	.000	-46.6307	-45.1193
	Septiembre	-72.78750*	.22478	.000	-73.5432	-72.0318
	Octubre	-21.87500*	.22478	.000	-22.6307	-21.1193
	Noviembre	-1.93750*	.22478	.000	-2.6932	-1.1818
	Diciembre	2.03750*	.22478	.000	1.2818	2.7932
	Enero	7.01250*	.22478	.000	6.2568	7.7682
	Febrero	13.08750*	.22478	.000	12.3318	13.8432
	Marzo	10.02500*	.22478	.000	9.2693	10.7807
	Mayo	-16.86250*	.22478	.000	-17.6182	-16.1068
	Junio	-63.95000*	.22478	.000	-64.7057	-63.1943
Abril	Julio	-43.00000*	.22478	.000	-43.7557	-42.2443
	Agosto	-35.85000*	.22478	.000	-36.6057	-35.0943
	Septiembre	-62.76250*	.22478	.000	-63.5182	-62.0068
	Octubre	-11.85000*	.22478	.000	-12.6057	-11.0943
	Noviembre	8.08750*	.22478	.000	7.3318	8.8432
	Diciembre	12.06250*	.22478	.000	11.3068	12.8182
	Enero	23.87500*	.22478	.000	23.1193	24.6307
	Febrero	29.95000*	.22478	.000	29.1943	30.7057
	Marzo	26.88750*	.22478	.000	26.1318	27.6432
	Abril	16.86250*	.22478	.000	16.1068	17.6182
	Junio	-47.08750*	.22478	.000	-47.8432	-46.3318
Mayo	Julio	-26.13750*	.22478	.000	-26.8932	-25.3818
	Agosto	-18.98750*	.22478	.000	-19.7432	-18.2318
	Septiembre	-45.90000*	.22478	.000	-46.6557	-45.1443
	Octubre	5.01250*	.22478	.000	4.2568	5.7682
	Noviembre	24.95000*	.22478	.000	24.1943	25.7057
	Diciembre	28.92500*	.22478	.000	28.1693	29.6807
Junio	Enero	70.96250*	.22478	.000	70.2068	71.7182

	Febrero	77.03750*	.22478	.000	76.2818	77.7932
	Marzo	73.97500*	.22478	.000	73.2193	74.7307
	Abril	63.95000*	.22478	.000	63.1943	64.7057
	Mayo	47.08750*	.22478	.000	46.3318	47.8432
	Julio	20.95000*	.22478	.000	20.1943	21.7057
	Agosto	28.10000*	.22478	.000	27.3443	28.8557
	Septiembre	1.18750*	.22478	.000	.4318	1.9432
	Octubre	52.10000*	.22478	.000	51.3443	52.8557
	Noviembre	72.03750*	.22478	.000	71.2818	72.7932
	Diciembre	76.01250*	.22478	.000	75.2568	76.7682
	Enero	50.01250*	.22478	.000	49.2568	50.7682
	Febrero	56.08750*	.22478	.000	55.3318	56.8432
Julio	Marzo	53.02500*	.22478	.000	52.2693	53.7807
	Abril	43.00000*	.22478	.000	42.2443	43.7557
	Mayo	26.13750*	.22478	.000	25.3818	26.8932
	Junio	-20.95000*	.22478	.000	-21.7057	-20.1943
	Agosto	7.15000*	.22478	.000	6.3943	7.9057
	Septiembre	-19.76250*	.22478	.000	-20.5182	-19.0068
	Octubre	31.15000*	.22478	.000	30.3943	31.9057
	Noviembre	51.08750*	.22478	.000	50.3318	51.8432
	Diciembre	55.06250*	.22478	.000	54.3068	55.8182
	Enero	42.86250*	.22478	.000	42.1068	43.6182
	Febrero	48.93750*	.22478	.000	48.1818	49.6932
	Marzo	45.87500*	.22478	.000	45.1193	46.6307
Agosto	Abril	35.85000*	.22478	.000	35.0943	36.6057
	Mayo	18.98750*	.22478	.000	18.2318	19.7432
	Junio	-28.10000*	.22478	.000	-28.8557	-27.3443
	Julio	-7.15000*	.22478	.000	-7.9057	-6.3943
	Septiembre	-26.91250*	.22478	.000	-27.6682	-26.1568
	Octubre	24.00000*	.22478	.000	23.2443	24.7557

Septiembre	Noviembre	43.93750*	.22478	.000	43.1818	44.6932
	Diciembre	47.91250*	.22478	.000	47.1568	48.6682
	Enero	69.77500*	.22478	.000	69.0193	70.5307
	Febrero	75.85000*	.22478	.000	75.0943	76.6057
	Marzo	72.78750*	.22478	.000	72.0318	73.5432
	Abril	62.76250*	.22478	.000	62.0068	63.5182
	Mayo	45.90000*	.22478	.000	45.1443	46.6557
	Junio	-1.18750*	.22478	.000	-1.9432	-.4318
	Julio	19.76250*	.22478	.000	19.0068	20.5182
	Agosto	26.91250*	.22478	.000	26.1568	27.6682
	Octubre	50.91250*	.22478	.000	50.1568	51.6682
	Noviembre	70.85000*	.22478	.000	70.0943	71.6057
Octubre	Diciembre	74.82500*	.22478	.000	74.0693	75.5807
	Enero	18.86250*	.22478	.000	18.1068	19.6182
	Febrero	24.93750*	.22478	.000	24.1818	25.6932
	Marzo	21.87500*	.22478	.000	21.1193	22.6307
	Abril	11.85000*	.22478	.000	11.0943	12.6057
	Mayo	-5.01250*	.22478	.000	-5.7682	-4.2568
	Junio	-52.10000*	.22478	.000	-52.8557	-51.3443
	Julio	-31.15000*	.22478	.000	-31.9057	-30.3943
	Agosto	-24.00000*	.22478	.000	-24.7557	-23.2443
	Septiembre	-50.91250*	.22478	.000	-51.6682	-50.1568
	Noviembre	19.93750*	.22478	.000	19.1818	20.6932
	Diciembre	23.91250*	.22478	.000	23.1568	24.6682
Noviembre	Enero	-1.07500*	.22478	.000	-1.8307	-.3193
	Febrero	5.00000*	.22478	.000	4.2443	5.7557
	Marzo	1.93750*	.22478	.000	1.1818	2.6932
	Abril	-8.08750*	.22478	.000	-8.8432	-7.3318
	Mayo	-24.95000*	.22478	.000	-25.7057	-24.1943
	Junio	-72.03750*	.22478	.000	-72.7932	-71.2818

	Julio	-51.08750*	.22478	.000	-51.8432	-50.3318
	Agosto	-43.93750*	.22478	.000	-44.6932	-43.1818
	Septiembre	-70.85000*	.22478	.000	-71.6057	-70.0943
	Octubre	-19.93750*	.22478	.000	-20.6932	-19.1818
	Diciembre	3.97500*	.22478	.000	3.2193	4.7307
	Enero	-5.05000*	.22478	.000	-5.8057	-4.2943
	Febrero	1.02500*	.22478	.001	.2693	1.7807
	Marzo	-2.03750*	.22478	.000	-2.7932	-1.2818
	Abril	-12.06250*	.22478	.000	-12.8182	-11.3068
	Mayo	-28.92500*	.22478	.000	-29.6807	-28.1693
Diciembre	Junio	-76.01250*	.22478	.000	-76.7682	-75.2568
	Julio	-55.06250*	.22478	.000	-55.8182	-54.3068
	Agosto	-47.91250*	.22478	.000	-48.6682	-47.1568
	Septiembre	-74.82500*	.22478	.000	-75.5807	-74.0693
	Octubre	-23.91250*	.22478	.000	-24.6682	-23.1568
	Noviembre	-3.97500*	.22478	.000	-4.7307	-3.2193

*. La diferencia de medias es significativa al nivel 0.05.

Tabla 39 Comparaciones múltiples de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Esta salida nos muestra los intervalos de confianza simultáneos contruidos por el método de Tukey. En la tabla se muestra un resumen de las comparaciones de cada tratamiento con los restantes. Es decir, aparecen comparadas dos a dos las doce medias de los tratamientos. En el primer bloque de la tabla se muestran comparadas la media de enero con la media de los otros once meses del año. En los siguientes bloques se muestran comparadas las restantes medias entre sí. En la columna Diferencias de medias (I-J) se muestran las diferencias entre las medias que se comparan. En la columna Sig. Aparecen los p-valores de los contrastes, que permiten conocer si la diferencia entre cada pareja de medias es significativa al nivel de

significación considerado (en este caso 0.05) y la última columna proporciona los intervalos de confianza al 95% para cada diferencia. Así por ejemplo, si se compara la precipitación de enero con febrero, tenemos una diferencia entre ambas medias de 6.075000, un error típico de 0.22478, que es un error típico para la diferencia de estas medias, un P-valor (Sig.) de 0.000 no significativo puesto que la precipitación no difiere significativamente de enero en febrero y un intervalo de confianza con un límite inferior negativo y un límite superior positivo y por lo tanto contiene al cero de lo que también deducimos que no hay diferencias significativas entre los dos grupos que se comparan o que ambos grupos son homogéneos. En cambio sí se observa el grupo formado por enero y marzo, vemos que ambos extremos del intervalo son del mismo signo y el P-valor es significativo deduciendo que si hay diferencias significativas entre ambos. Ya se había observado que la precipitación en marzo era muy inferior a la de enero, de hecho, el valor de la diferencia de medias es 3.01250. Las otras comparaciones se interpretan de forma análoga. Por lo tanto la tabla se interpreta observando los valores de sig. menores que el 5%, o si el intervalo de confianza contiene al cero. Además, los contrastes que sí han resultado significativos al nivel de significación 0.05 aparecen marcados con asterisco. Concluimos que se detectan diferencias significativas en las precipitaciones entre enero y marzo, mayo y junio, febrero y abril.

Variable dependiente Precipitación							
Prueba		HSD de Tukey					
(J) Mes_año	Mes_año	Sig.					
		(I) Mes_año					
		Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Enero			.000	.000	.000	.000	.000
Febrero		.000		.000	.000	.000	.000
Marzo		.000	.000		.000	.000	.000
Abril		.000	.000	.000		.000	.000
Mayo		.000	.000	.000	.000		.000
Junio		.000	.000	.000	.000	.000	
Julio		.000	.000	.000	.000	.000	.000
Agosto		.000	.000	.000	.000	.000	.000
Septiembre		.000	.000	.000	.000	.000	.000
Octubre		.000	.000	.000	.000	.000	.000
Noviembre		.000	.000	.000	.000	.000	.000
Diciembre		.000	.001	.000	.000	.000	.000

*. La diferencia de medias es significativa al nivel 0.05.

Ilustración 63 Comparaciones múltiples en diferencia de las medias de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

De esta forma es más cómodo comparar cualquier pareja de meses para saber si hay diferencias significativas. De la tabla se deduce, como se notó anteriormente, que hay diferencias significativas entre enero y marzo, mayo y junio, febrero y abril.

Además de la tabla de Comparaciones múltiples también se muestra una tabla de subconjuntos homogéneos

PRECIPITACIÓN

HSD de Tukey

Mes_año	N	Subconjunto para alfa = 0.05											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Febrero	8	7.4125											
Diciembre	8		8.4375										
Marzo	8			10.4750									
Noviembre	8				12.4125								
Enero	8					13.4875							
Abril	8						20.5000						
Octubre	8							32.3500					
Mayo	8								37.3625				
Agosto	8									56.3500			
Julio	8										63.5000		
Septiembre	8											83.2625	
Junio	8												84.4500
Sig.		1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

estran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

a. Usa el tamaño muestral de la media armónica = 8.000.

Tabla 40. Subconjuntos homogéneos de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México

La tabla de subconjuntos homogéneos muestra por columnas los subgrupos de medias iguales, formados al utilizar el método de Tukey. Se llama Prueba de subgrupos homogéneos por que se agrupan en columnas aquellos grupos que no difieren significativamente. Se observa que la prueba de Tukey ha agrupado los meses en columnas diferentes De esta forma gráfica deducimos que subgrupos no son homogéneos y cuales difieren significativamente.

Los subgrupos no homogéneos están en cada columna De hecho, por ejemplo, si comparamos los grupos el P-valor (Sig.) es 1.000 mayor que el nivel de significación 0.05 deduciendo que no hay diferencias significativas en la precipitación media.

También se deduce qué subconjuntos difieren significativamente entre sí. La precipitación en el primer subconjunto difiere de la temperatura en el segundo y de la temperatura en el tercero y dentro de estos subconjuntos no se aprecian diferencias significativas entre las precipitaciones implicadas. También se observa que la precipitación media que es mayor en junio (84.4500) y menor en septiembre (83.2625).

Se analiza esta diferencia de una forma gráfica

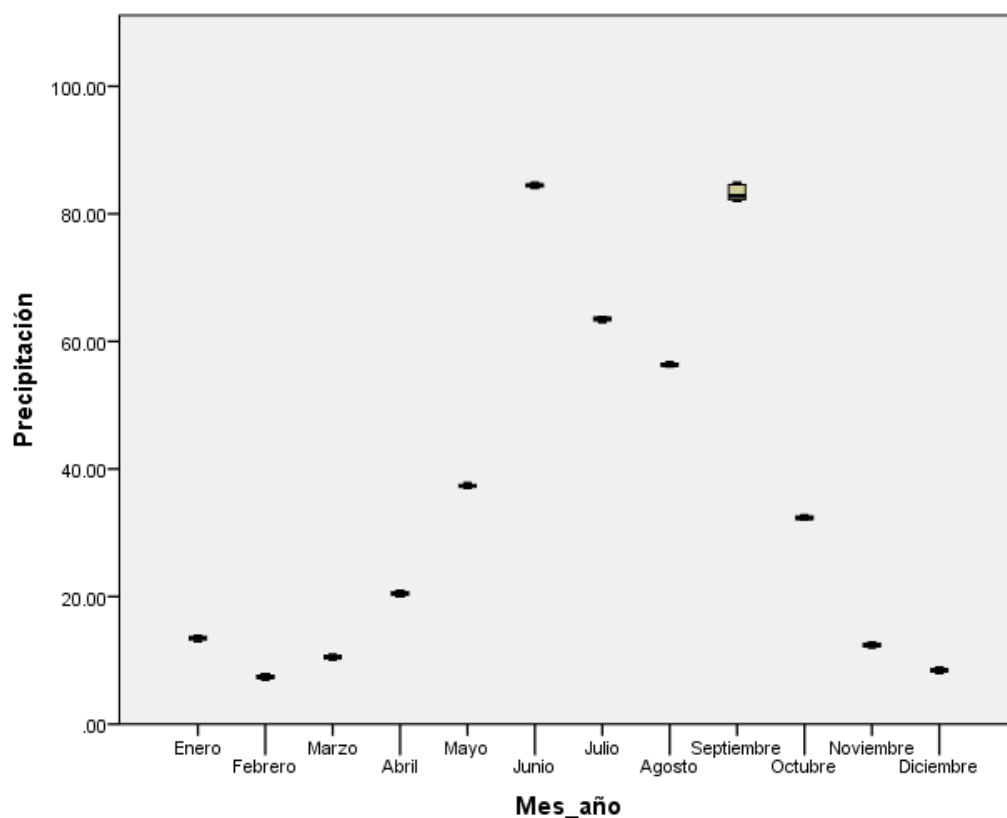


Ilustración 64 Grafica de subconjuntos homogéneos de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Se observa que las cajas correspondientes a los julios, junios y agostos están prácticamente superpuestas, de hecho, el valor mediano de julio (línea negra dentro de las cajas) está a un nivel inferior dentro de la caja de febrero y de la caja de junio. Este criterio se utiliza para comparar grupos y en este caso nos indica que hay homogeneidad o que no hay diferencias significativas en ese grupo de medias. Se observa que en junio tiene una distribución superior a los demás, por lo que se concluye que la temperatura es mucho mayor este mes del año.

TEMPERATURA

La temperatura de la planta y la del ambiente no son iguales porque las plantas son capaces de enfriarse por evaporación y de calentarse por irradiación. Las plantas buscan alcanzar su temperatura óptima, para lo que es muy importante que exista un equilibrio entre la temperatura ambiental, la humedad relativa y la luz. Si los niveles de luz son altos la planta se calentará demasiado, produciéndose una diferencia entre la temperatura ambiental y la de la planta.(CANNA, n.d.) Con objeto de comprobar la temperatura de una determinada localidad, se ha realizado un estudio en el que se han analizado las temperaturas durante doce meses del año (enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio, julio, agosto, septiembre, octubre noviembre y diciembre).

	TEMPERATURA ANUAL							
MES/AÑOS	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
ENE	21.6	14.8	12.9	16.1	7.7	4.3	10.2	19.4
FEB	12.5	5.3	17.1	23.8	19.6	8.4	9.9	14.5
MAR	16.9	13.6	7.3	10.5	26.4	20.1	16.8	22.2
ABR	9.1	28.3	15.6	20.2	23.9	18.7	25.4	26.8
MAY	14.8	17.5	20.7	11.4	27.2	24.6	29.3	20.3
JUN	13.4	21.2	19.8	24.3	27.5	18.9	12.1	15.7
JUL	26.2	18.4	24.5	21.7	13.3	12.2	16.6	19.2
AGO	20.3	19	13.4	11.9	16.7	22.5	26.2	24.1
SEP	11.7	14.8	18.2	16.1	24.8	20.3	22.2	13.4
OCT	21.5	23.9	20.1	18.8	14.6	9.3	12.9	16.6
NOV	14.5	19.4	17.6	22.9	13.5	11.7	6.2	8.8
DIC	8.3	5.1	10.3	19.2	22.1	17.4	14.5	13.6

Ilustración 65 Valores mínimos y máximos de temperatura en los últimos 8 años en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

En el ejemplo disponemos de una colección de 97 unidades experimentales para estudiar el efecto de las temperaturas en 12 meses distintos. Es decir, se busca contrastar el efecto de un solo factor, que se presenta con ocho niveles, sobre la variable respuesta.

Se busca saber si las temperaturas medias si son iguales en los doce meses del año, para ello se realiza el siguiente contraste de hipótesis:

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

Es decir, se contrasta que no hay diferencia en las medias de los cinco tratamientos frente a la alternativa de que al menos una media difiere de otra.

En este modelo, que estudia el efecto que produce un solo factor en la variable respuesta, la asignación de las unidades experimentales a los distintos niveles del factor se debe realizar de forma completamente al azar. Este modelo, junto con este procedimiento de asignación, recibe el nombre de Diseño Completamente Aleatorizado y está basado en el modelo estadístico de Análisis de la Varianza de un Factor o una Vía. Esta técnica estadística, Análisis de la Varianza de un factor, se utiliza cuando se tienen que comparar más de dos grupos y la variable respuesta es una variable numérica. Para aplicar este diseño adecuadamente las unidades experimentales deben ser lo más homogéneas posible.

Todo este planteamiento se puede formalizar de manera general para cualquier experimento unifactorial. Supongamos un factor con I niveles y para el nivel i -ésimo se obtienen n_i observaciones de la variable respuesta. Entonces podemos postular el siguiente modelo:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + u_{ij}, \quad i = 1, \dots, I; \quad j = 1, \dots, n_i$$

Donde:

y_{ij} : es la variable aleatoria que representa la observación j -ésima del i -ésimo tratamiento (Variable respuesta).

μ : Es un efecto constante, común a todos los niveles del factor, denominado media global.

τ_i : es la parte de y_{ij} debida a la acción del nivel i -ésimo, que será común a todos los elementos sometidos a ese nivel del factor, llamado efecto del tratamiento i -ésimo.

u_{ij} : son variables aleatorias que engloban un conjunto de factores, cada uno de los cuales influye en la respuesta sólo en pequeña magnitud pero que de forma conjunta debe tenerse en cuenta. Es decir, se pueden interpretar como las variaciones causadas por todos los factores no analizados y que dentro del mismo tratamiento variarán de unos elementos a otros. Reciben el nombre de perturbaciones o error experimental.

El objetivo es estimar el efecto de los tratamientos y contrastar la hipótesis de que todos los niveles del factor producen el mismo efecto, frente a la alternativa de que al menos dos difieren entre sí. Para ello, se supone que los errores experimentales son variables aleatorias independientes igualmente distribuidas según una Normal de media cero y varianza constante.

En este modelo se distinguen dos situaciones según la selección de los tratamientos: modelo de efectos fijos y modelo de efectos aleatorios.

En el modelo de efectos fijos el experimentador decide qué niveles concretos se van a considerar y las conclusiones que se obtengan sólo son aplicables a esos niveles, no pudiéndose hacer extensivas a otros niveles no incluidos en el estudio.

En el modelo de efectos aleatorios, los niveles del factor se seleccionan al azar; es decir los niveles estudiados son una muestra aleatoria de una población de niveles y las conclusiones que se obtengan se generalizan a todos los posibles niveles del factor, hayan sido explícitamente considerados en el estudio o no.

En cuanto a los tamaños muestrales de los tratamientos, los modelos se clasifican en: modelo equilibrado o balanceado si todas las muestras son del mismo tamaño $n_i = n$ y modelo no-equilibrado o no-balanceado si los tamaños muestrales n_i son distintos.

El contraste de hipótesis planteado anteriormente está asociado a la descomposición de la variabilidad de la variable respuesta. Dicha variabilidad se descompone de la siguiente forma:

$$SCT = SCTr + SCR$$

Donde:

SCT: es la suma total de cuadrados o variabilidad total de Y

$$SCT = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

SCTr: es la suma de cuadrados entre tratamientos o variabilidad explicada,

$$SCTr = \sum_{i=1}^I n_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

SCR: es la suma dentro de los tratamientos, variabilidad no explicada o residual

$$SCR = \sum_{\bar{y}_i} (y_{\bar{y}} - \bar{y}_i)^2$$

La tabla de análisis de la varianza (tabla ANOVA) se construye a partir de esta descomposición y proporciona el valor del estadístico F que permite contrastar la hipótesis nula planteada anteriormente.

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

En el Supuesto práctico 1:

Variable respuesta: Temperatura.

Factor: Mes del año que tiene ocho niveles. Es un factor de efectos fijos ya que viene decidido qué niveles concretos se van a utilizar (12 meses del año).

Modelo equilibrado: Los niveles de los factores tienen el mismo número de elementos (8 elementos).

Tamaño del experimento: Número total de observaciones, en este caso 97 unidades experimentales.

	Concentración_CO	Días_Semana
1	420	Lunes
2	390	Lunes
3	480	Lunes
4	430	Lunes
5	440	Lunes
6	324	Lunes
7	450	Lunes
8	460	Lunes
9	450	Martes
10	390	Martes
11	430	Martes
12	521	Martes
13	320	Martes
14	360	Martes
15	342	Martes
16	423	Martes
17	355	Miércoles
18	462	Miércoles

Ilustración 66 Descripción de los doce grupos a evaluar (Enero hasta Diciembre), durante los 8 años de la temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

En primer lugar, se describen los doce grupos que se tienen que comparar, los doce meses del año, la variable respuesta es la temperatura en los meses del año. Cada mes del año tiene doce unidades, en total tenemos 97 observaciones. La hipótesis nula es que el promedio de las temperaturas es igual al mes enero que el febrero, que el marzo... Es decir, no hay diferencias en las temperaturas con respecto a los meses y la alternativa es que las precipitaciones son diferentes al menos en dos meses.

Para la descripción de los doce grupos se realiza un análisis descriptivo.

INFORME

Temperatura_anual

Mes_año	N	Mediana	Desv. típ.	Mínimo	Máximo	Error típ. de la media
Enero	8	13.850	5.8343	4.3	21.6	2.0627
Febrero	8	13.500	6.1327	5.3	23.8	2.1682
Marzo	8	16.850	6.2376	7.3	26.4	2.2053
Abril	8	22.050	6.4520	9.1	28.3	2.2811
Mayo	8	20.500	6.1309	11.4	29.3	2.1676
Junio	8	19.350	5.2859	12.1	27.5	1.8689
Julio	8	18.800	4.9895	12.2	26.2	1.7641
Agosto	8	19.650	5.0469	11.9	26.2	1.7844
Septiembre	8	17.150	4.5218	11.7	24.8	1.5987
Octubre	8	17.700	4.8162	9.3	23.9	1.7028
Noviembre	8	14.000	5.5311	6.2	22.9	1.9556
Diciembre	8	14.050	5.7287	5.1	22.1	2.0254
Total	96	17.250	5.8910	4.3	29.3	.6012

Tabla 41 Análisis descriptivo de los doce grupos de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Donde se presentan los doce grupos dispuestos en forma comparativa. A simple vista se puede observar que el valor medio de estos grupos es numéricamente distinto, de hecho, la media del mes de mayor tiene un valor medio casi equivalente al doble de la media de diciembre. Por tanto, la hipótesis se centra en comprobar si la temperatura es significativamente distinta en los doce grupos. Para responder a esta hipótesis se recurre al

Análisis de la Varianza de un factor y se realiza el contraste de igualdad de medias.

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu \quad vs \quad H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \quad \text{para algún } i \neq j$$

Mediante SPSS dicho contraste se puede ejecutar de dos formas:

ANOVA DE UN FACTOR

Temperatura_anual

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	670.913	11	60.992	1.951	.044
Intra-grupos	2625.951	84	31.261		
Total	3296.864	95			

Tabla 42 Descripción Anova inter grupos de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Donde:

Inter-grupos: Representa la Suma de cuadrados debida a los tratamientos (SCTr)

Intra-grupos: Representa la suma de cuadrados residual (SCR)

Total: Representa la suma de cuadrados total (SCT).

Si el valor de F es mayor que uno quiere decir que hay un efecto positivo del factor día. Se observa que el P-valor (Sig.) tiene un valor de 0.044, que es menor que el nivel de significación 0.05. Por lo tanto, se comprueba estadísticamente que

estos doce grupos son distintos. Es decir, no se puede rechazar la hipótesis alternativa que dice que al menos dos grupos son diferentes, pero ¿Cuáles son esos grupos? ¿Los doce grupos son distintos o sólo alguno de ellos? Pregunta que se resolverá más adelante mediante los contrastes de comparaciones múltiples.

PRUEBAS DE LOS EFECTOS INTER-SUJETOS

Variable dependiente: Temperatura_anual

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	670.913a	11	60.992	1.951	.044
Intersección	28328.446	1	28328.446	906.182	.000
Mes_año	670.913	11	60.992	1.951	.044
Error	2625.951	84	31.261		
Total	31625.310	96			
Total corregida	3296.864	95			

a. R cuadrado = .204 (R cuadrado corregida = .099)

Tabla 43 Descripción Anova Independiente de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

En la tabla correspondiente a las pruebas de los efectos inter-sujetos, se muestran el Origen denominado:

Modelo corregido: que recoge la suma de cuadrados asociadas a todos los factores que se incluyen en el modelo

Intersección: coincide con la expresión

$$\frac{1}{n} y_{..}^2$$

Mes_Año: Representa la Suma de cuadrados debida a los tratamientos (SCTr), que viene identificada con el nombre de la variable que representa al factor.

Error: Representa la suma de cuadrados residual (SCR).

Total: Representa la suma de los cuadrados de todas las observaciones

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^8 y_{ij}^2$$

Total corregida: Representa la suma de cuadrados total (SCT). Por lo tanto, Intersección es la diferencia entre Total corregido y Total.

la Tabla ANOVA, el valor del estadístico de contraste de igualdad de medias, $F = 1.951$ deja a su derecha un p-valor de 0.044, menor que el nivel de significación del 5%, por lo que se rechaza la Hipótesis nula de igualdad de medias. Es decir, existen diferencias significativas en las temperaturas entre los doce meses del año.

La salida de SPSS también nos muestra que R cuadrado vale 2.04 indicando que el modelo explica el 200.40% de la variabilidad de los datos.

El modelo que hemos propuesto hay que validarlo, para ello hay que comprobar si se verifican las hipótesis básicas del modelo, es decir, si las perturbaciones son variables aleatorias independientes con distribución normal de media 0 y varianza constante (homocedasticidad).).

ESTUDIO DE LA IDONEIDAD DEL MODELO

Como se menciona anteriormente, validar el modelo propuesto consiste en estudiar si las hipótesis básicas del modelo están o no en contradicción con los datos observados. Es decir, si se satisfacen los supuestos del modelo: Normalidad, Independencia, Homocedasticidad. Para ello se utilizan procedimientos gráficos y analíticos.

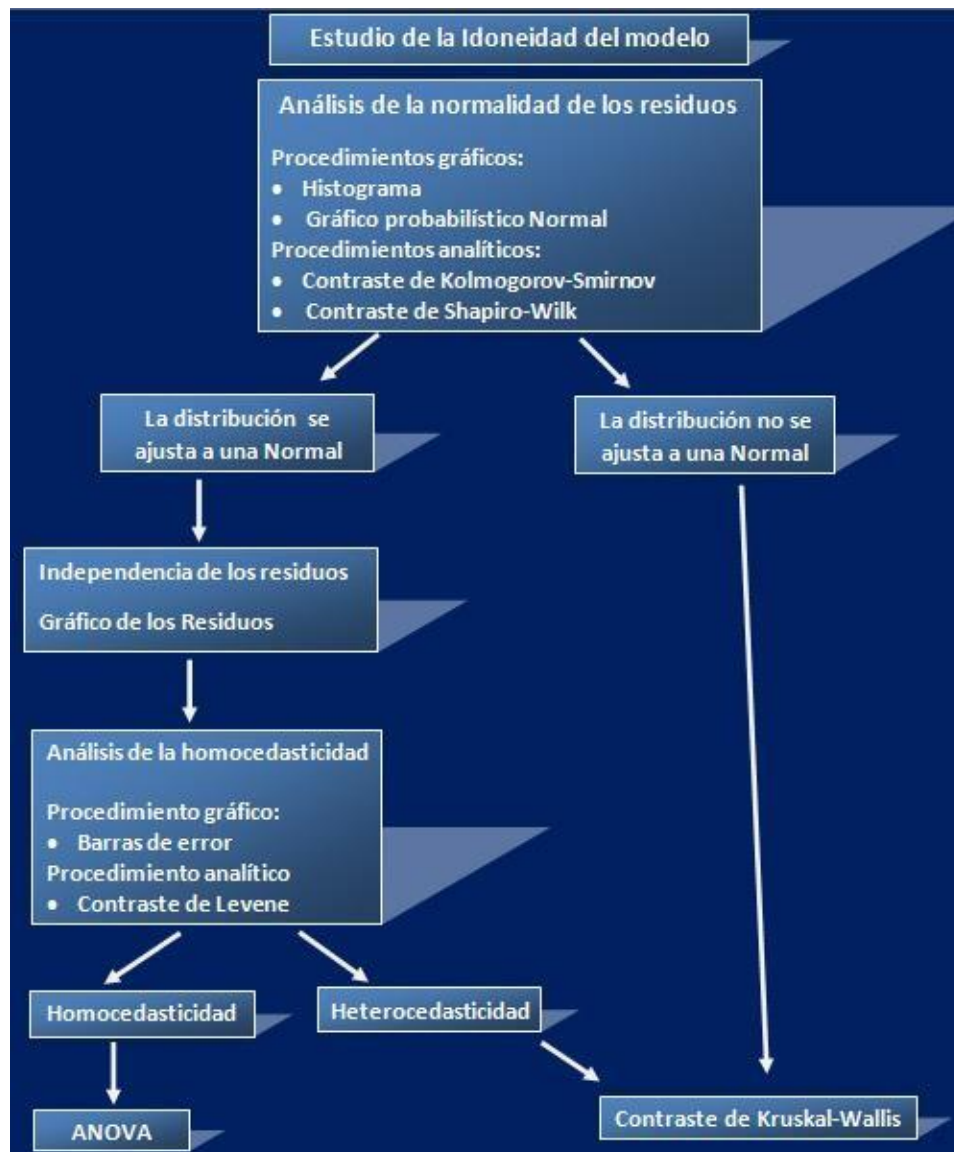


Ilustración 67 Diagrama de estudio de la Idoneidad del modelo de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

HIPÓTESIS DE NORMALIDAD

En primer lugar, se analiza la normalidad de las temperaturas y se continúa con el análisis de la normalidad de los residuos.

PRUEBAS DE NORMALIDAD

	Mes_año	Kolmogorov-Smirnova			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Temperatura_anual	Enero	.099	8	.200*	.984	8	.978
	Febrero	.117	8	.200*	.986	8	.986
	Marzo	.130	8	.200*	.988	8	.991
	Abril	.173	8	.200*	.939	8	.602
	Mayo	.127	8	.200*	.975	8	.936
	Junio	.116	8	.200*	.971	8	.904
	Julio	.124	8	.200*	.963	8	.834
	Agosto	.127	8	.200*	.966	8	.867
	Septiembre	.137	8	.200*	.971	8	.909
	Octubre	.129	8	.200*	.984	8	.981
	Noviembre	.112	8	.200*	.988	8	.992
	Diciembre	.110	8	.200*	.983	8	.976

*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Tabla 44 Análisis de la normalidad de los residuos en contraste de Shapiro-Wilk de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Se observa el contraste de Shapiro-Wilk que es adecuado cuando las muestras son pequeñas ($n < 50$) y es una alternativa más potente que el test de Kolmogorov-Smirnov. Todos los p-valores (Sig.) son mayores que el nivel de significación 0.05.

Concluyendo que las muestras de las concentraciones se distribuyen de forma normal en cada mes del año.

Para analizar la hipótesis de normalidad de los residuos, se debe comenzar salvando los residuos

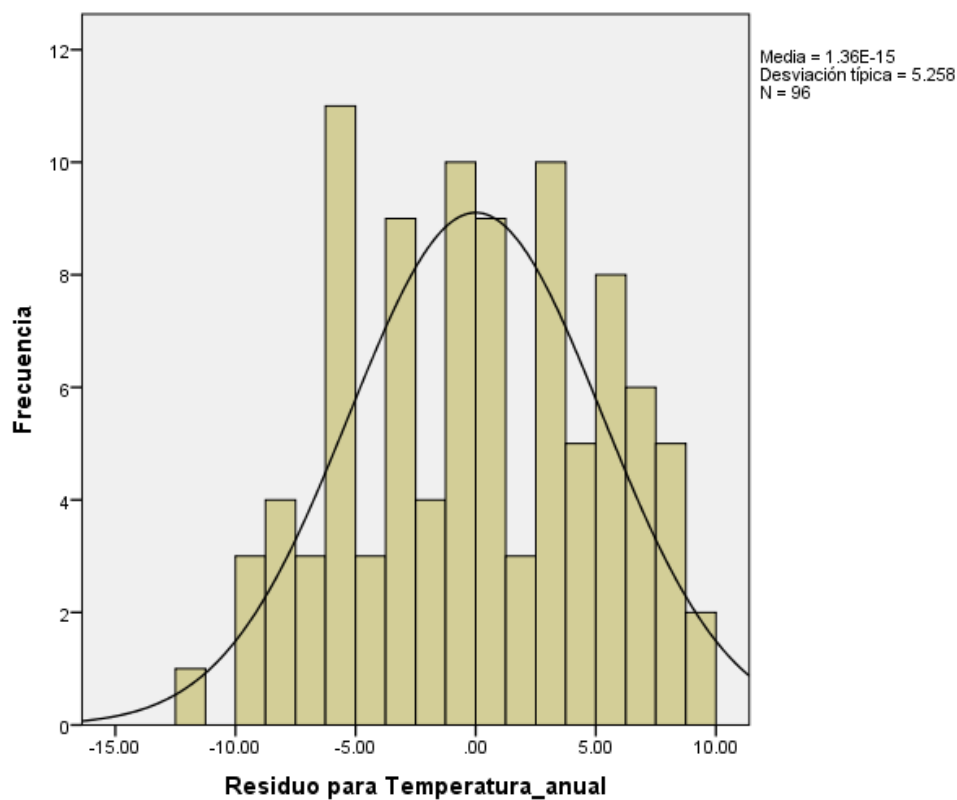


Ilustración 68 Histograma de normalidad en los residuos de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Aunque se puede observar en el histograma resultante algunas desviaciones de la normalidad, éstas no implican necesariamente la ausencia de normalidad de los residuos.

GRÁFICO PROBABILÍSTICO NORMAL:

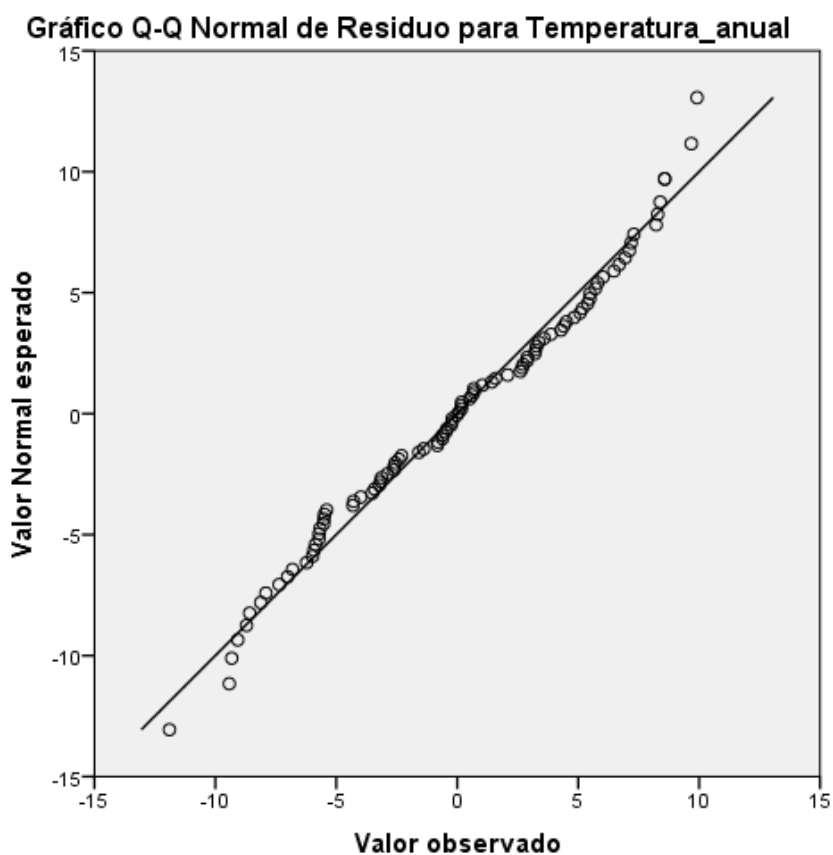


Ilustración 69 Gráfico Q-Q Normal de residuo de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Se puede apreciar en este gráfico que los puntos aparecen próximos a la línea diagonal. Esta gráfica no muestra una desviación marcada de la normalidad.

CONTRASTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV:

PRUEBA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV PARA UNA MUESTRA

		Residuo para Temperatura_anual
N		96
Parámetros normalesa,b	Media	.0000
	Desviación típica	5.25753
Diferencias más extremas	Absoluta	.077
	Positiva	.077
	Negativa	-.065
Z de Kolmogorov-Smirnov		.754
Sig. asintót. (bilateral)		.620

a. La distribución de contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.

Tabla 45 Contraste de Kolmogorov-Smirnov de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

El valor del p-valor es mayor que el nivel de significación 0.05, no rechazándose la hipótesis de normalidad

HIPÓTESIS DE INDEPENDENCIA

Para comprobar que se satisface el supuesto de independencia entre los residuos se analiza el gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados o predichos por el modelo. El empleo de este gráfico es útil puesto que la presencia

de alguna tendencia en el mismo puede ser indicio de una violación de dicha hipótesis.

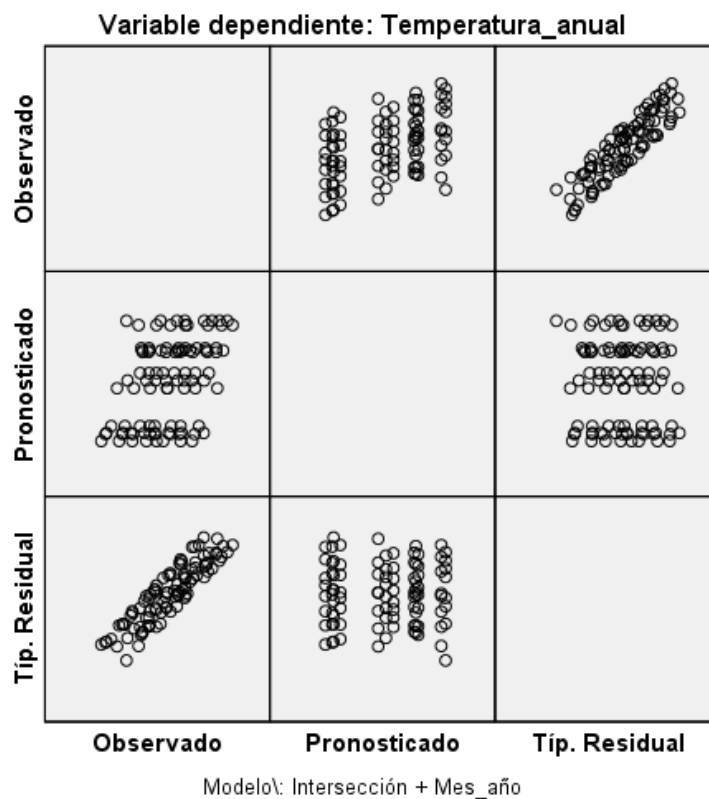


Ilustración 70 Análisis gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados/predichos de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

En esta figura, se interpreta el gráfico que aparece en la fila 3 columna 2, es decir aquel gráfico que se representan los residuos en el eje de ordenadas y los valores pronosticados en el eje de abscisas. No se observa, en dicho gráfico, ninguna tendencia sistemática que haga sospechar del incumplimiento de la suposición de independencia

También, se puede realizar un gráfico de dispersión de los residuos y las predicciones con los valores predichos.

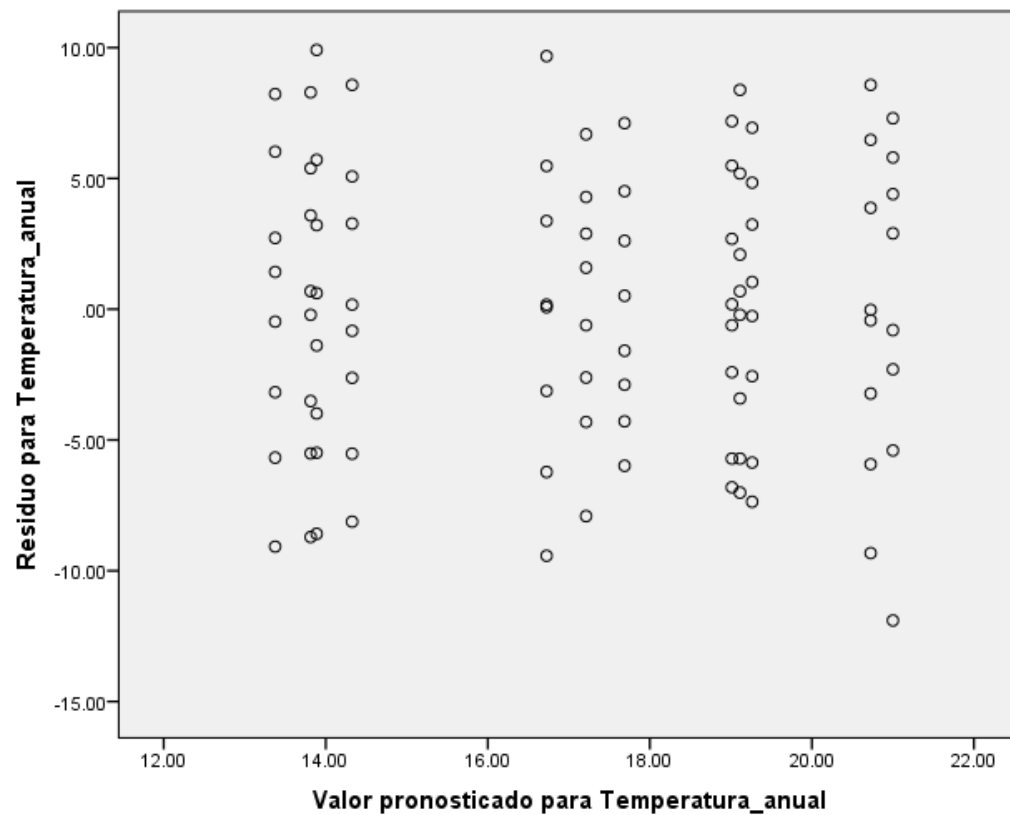


Ilustración 71 Gráfico de dispersión de los residuos y las predicciones de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

HIPÓTESIS DE HOMOCEDASTICIDAD

En primer lugar se comprueba la homocedasticidad gráficamente.

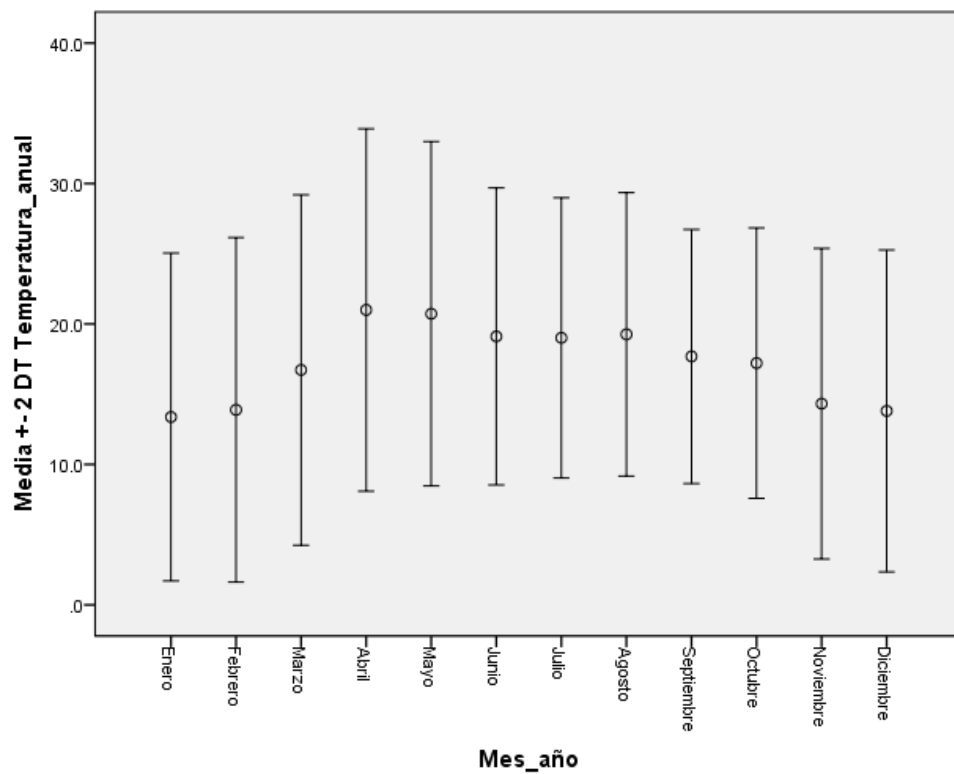


Ilustración 72 Grafico de homocedasticidad de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Cada grupo tiene su promedio (el círculo en cada una de las barras) y seis desviaciones típicas a la izquierda y cinco desviaciones típicas a la derecha del promedio. Se observa que en julio hay una dispersión media que el resto de los meses y donde hay menos dispersión es en septiembre, la dispersión de junio y agosto son muy similares. Del gráfico no se deduce directamente si hay homogeneidad en estas varianzas, por lo que se recurre a analizar la heterocedasticidad analíticamente mediante el test de Levene.

PRUEBA DE HOMOGENEIDAD DE VARIANZAS

Temperatura_anual

Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
.175	11	84	.998

Tabla 46 Test de Levene mediante SPSS de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

El p-valor es 0.998 por lo tanto no se puede rechazar la hipótesis de homogeneidad de las varianzas y se concluye que los doce grupos tienen varianzas homogéneas. Si esta prueba sale significativa, es decir si la homocedasticidad no se cumple, en ese caso SPSS dispone de pruebas alternativas para realizar los contrastes de Comparaciones Múltiples que se notan en los contrastes Post-hoc.

Una vez comprobado que se verifican las hipótesis del modelo se puede interpretar la tabla ANOVA. Si alguna de las hipótesis de homocedasticidad e independencia fallase no debería aplicarse el ANOVA, en cuanto a la hipótesis de Normalidad hay que tener en cuenta que las pruebas ANOVA son robustas ante leves desviaciones de la normalidad.

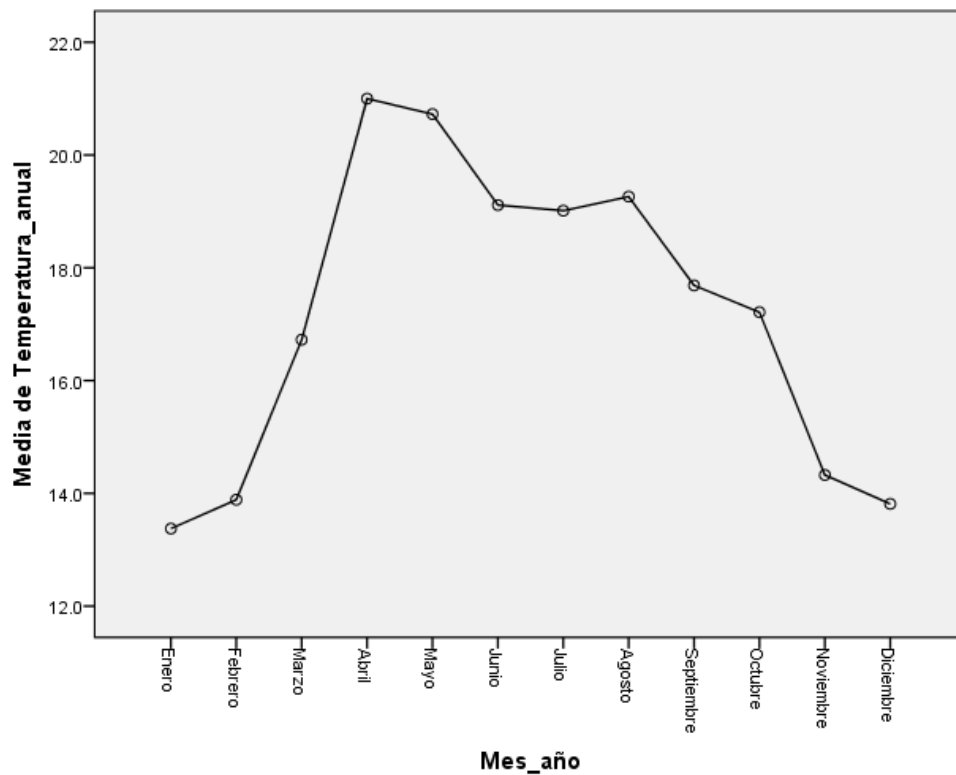


Ilustración 73 Hipótesis del modelo ANOVA en la temperatura de SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Antes de resolver el contraste de igualdad de medias se observa este gráfico de medias, donde en el eje de ordenadas figuran la temperatura anual y en el eje de abscisas los meses del año. En esta gráfica se observa que la mayor temperatura se produce en abril y las más bajas en diciembre y enero, siendo las temperaturas de este último la menor. Para saber entre que parejas de meses estas diferencias son significativas se aplica una prueba Post-hoc.

COMPARACIONES MÚLTIPLES

Variable dependiente: Temperatura_anual

HSD de Tukey

(I) Mes_año	(J) Mes_año	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
					Límite inferior	Límite superior
Enero	Febrero	-.5125	2.7956	1.000	-9.911	8.886
	Marzo	-3.3500	2.7956	.988	-12.749	6.049
	Abril	-7.6250	2.7956	.232	-17.024	1.774
	Mayo	-7.3500	2.7956	.281	-16.749	2.049
	Junio	-5.7375	2.7956	.657	-15.136	3.661
	Julio	-5.6375	2.7956	.681	-15.036	3.761
	Agosto	-5.8875	2.7956	.620	-15.286	3.511
	Septiembre	-4.3125	2.7956	.924	-13.711	5.086
	Octubre	-3.8375	2.7956	.966	-13.236	5.561
	Noviembre	-.9500	2.7956	1.000	-10.349	8.449
	Diciembre	-.4375	2.7956	1.000	-9.836	8.961
	Enero	.5125	2.7956	1.000	-8.886	9.911
Febrero	Marzo	-2.8375	2.7956	.997	-12.236	6.561
	Abril	-7.1125	2.7956	.328	-16.511	2.286
	Mayo	-6.8375	2.7956	.388	-16.236	2.561
	Junio	-5.2250	2.7956	.774	-14.624	4.174
	Julio	-5.1250	2.7956	.795	-14.524	4.274

Marzo	Agosto	-5.3750	2.7956	.742	-14.774	4.024
	Septiembre	-3.8000	2.7956	.968	-13.199	5.599
	Octubre	-3.3250	2.7956	.988	-12.724	6.074
	Noviembre	-.4375	2.7956	1.000	-9.836	8.961
	Diciembre	.0750	2.7956	1.000	-9.324	9.474
	Enero	3.3500	2.7956	.988	-6.049	12.749
	Febrero	2.8375	2.7956	.997	-6.561	12.236
	Abril	-4.2750	2.7956	.928	-13.674	5.124
	Mayo	-4.0000	2.7956	.954	-13.399	5.399
	Junio	-2.3875	2.7956	.999	-11.786	7.011
	Julio	-2.2875	2.7956	1.000	-11.686	7.111
	Agosto	-2.5375	2.7956	.999	-11.936	6.861
Abril	Septiembre	-.9625	2.7956	1.000	-10.361	8.436
	Octubre	-.4875	2.7956	1.000	-9.886	8.911
	Noviembre	2.4000	2.7956	.999	-6.999	11.799
	Diciembre	2.9125	2.7956	.996	-6.486	12.311
	Enero	7.6250	2.7956	.232	-1.774	17.024
	Febrero	7.1125	2.7956	.328	-2.286	16.511
	Marzo	4.2750	2.7956	.928	-5.124	13.674
	Mayo	.2750	2.7956	1.000	-9.124	9.674
	Junio	1.8875	2.7956	1.000	-7.511	11.286
	Julio	1.9875	2.7956	1.000	-7.411	11.386
	Agosto	1.7375	2.7956	1.000	-7.661	11.136
	Septiembre	3.3125	2.7956	.989	-6.086	12.711
	Octubre	3.7875	2.7956	.969	-5.611	13.186
	Noviembre	6.6750	2.7956	.426	-2.724	16.074

Mayo	Diciembre	7.1875	2.7956	.313	-2.211	16.586
	Enero	7.3500	2.7956	.281	-2.049	16.749
	Febrero	6.8375	2.7956	.388	-2.561	16.236
	Marzo	4.0000	2.7956	.954	-5.399	13.399
	Abril	-.2750	2.7956	1.000	-9.674	9.124
	Junio	1.6125	2.7956	1.000	-7.786	11.011
	Julio	1.7125	2.7956	1.000	-7.686	11.111
	Agosto	1.4625	2.7956	1.000	-7.936	10.861
	Septiembre	3.0375	2.7956	.995	-6.361	12.436
	Octubre	3.5125	2.7956	.982	-5.886	12.911
	Noviembre	6.4000	2.7956	.492	-2.999	15.799
	Diciembre	6.9125	2.7956	.371	-2.486	16.311
Junio	Enero	5.7375	2.7956	.657	-3.661	15.136
	Febrero	5.2250	2.7956	.774	-4.174	14.624
	Marzo	2.3875	2.7956	.999	-7.011	11.786
	Abril	-1.8875	2.7956	1.000	-11.286	7.511
	Mayo	-1.6125	2.7956	1.000	-11.011	7.786
	Julio	.1000	2.7956	1.000	-9.299	9.499
	Agosto	-.1500	2.7956	1.000	-9.549	9.249
	Septiembre	1.4250	2.7956	1.000	-7.974	10.824
	Octubre	1.9000	2.7956	1.000	-7.499	11.299
	Noviembre	4.7875	2.7956	.857	-4.611	14.186
	Diciembre	5.3000	2.7956	.758	-4.099	14.699
	Enero	5.6375	2.7956	.681	-3.761	15.036
Julio	Febrero	5.1250	2.7956	.795	-4.274	14.524
	Marzo	2.2875	2.7956	1.000	-7.111	11.686

	Abril	-1.9875	2.7956	1.000	-11.386	7.411
	Mayo	-1.7125	2.7956	1.000	-11.111	7.686
	Junio	-.1000	2.7956	1.000	-9.499	9.299
	Agosto	-.2500	2.7956	1.000	-9.649	9.149
	Septiembre	1.3250	2.7956	1.000	-8.074	10.724
	Octubre	1.8000	2.7956	1.000	-7.599	11.199
	Noviembre	4.6875	2.7956	.874	-4.711	14.086
	Diciembre	5.2000	2.7956	.780	-4.199	14.599
	Enero	5.8875	2.7956	.620	-3.511	15.286
	Febrero	5.3750	2.7956	.742	-4.024	14.774
	Marzo	2.5375	2.7956	.999	-6.861	11.936
	Abril	-1.7375	2.7956	1.000	-11.136	7.661
	Mayo	-1.4625	2.7956	1.000	-10.861	7.936
Agosto	Junio	.1500	2.7956	1.000	-9.249	9.549
	Julio	.2500	2.7956	1.000	-9.149	9.649
	Septiembre	1.5750	2.7956	1.000	-7.824	10.974
	Octubre	2.0500	2.7956	1.000	-7.349	11.449
	Noviembre	4.9375	2.7956	.831	-4.461	14.336
	Diciembre	5.4500	2.7956	.725	-3.949	14.849
	Enero	4.3125	2.7956	.924	-5.086	13.711
	Febrero	3.8000	2.7956	.968	-5.599	13.199
	Marzo	.9625	2.7956	1.000	-8.436	10.361
Septiembre	Abril	-3.3125	2.7956	.989	-12.711	6.086
	Mayo	-3.0375	2.7956	.995	-12.436	6.361
	Junio	-1.4250	2.7956	1.000	-10.824	7.974
	Julio	-1.3250	2.7956	1.000	-10.724	8.074

Octubre	Agosto	-1.5750	2.7956	1.000	-10.974	7.824
	Octubre	.4750	2.7956	1.000	-8.924	9.874
	Noviembre	3.3625	2.7956	.987	-6.036	12.761
	Diciembre	3.8750	2.7956	.963	-5.524	13.274
	Enero	3.8375	2.7956	.966	-5.561	13.236
	Febrero	3.3250	2.7956	.988	-6.074	12.724
	Marzo	.4875	2.7956	1.000	-8.911	9.886
	Abril	-3.7875	2.7956	.969	-13.186	5.611
	Mayo	-3.5125	2.7956	.982	-12.911	5.886
	Junio	-1.9000	2.7956	1.000	-11.299	7.499
	Julio	-1.8000	2.7956	1.000	-11.199	7.599
	Agosto	-2.0500	2.7956	1.000	-11.449	7.349
Noviembre	Septiembre	-.4750	2.7956	1.000	-9.874	8.924
	Noviembre	2.8875	2.7956	.996	-6.511	12.286
	Diciembre	3.4000	2.7956	.986	-5.999	12.799
	Enero	.9500	2.7956	1.000	-8.449	10.349
	Febrero	.4375	2.7956	1.000	-8.961	9.836
	Marzo	-2.4000	2.7956	.999	-11.799	6.999
	Abril	-6.6750	2.7956	.426	-16.074	2.724
	Mayo	-6.4000	2.7956	.492	-15.799	2.999
	Junio	-4.7875	2.7956	.857	-14.186	4.611
	Julio	-4.6875	2.7956	.874	-14.086	4.711
	Agosto	-4.9375	2.7956	.831	-14.336	4.461
	Septiembre	-3.3625	2.7956	.987	-12.761	6.036
	Octubre	-2.8875	2.7956	.996	-12.286	6.511
	Diciembre	.5125	2.7956	1.000	-8.886	9.911

	Enero	.4375	2.7956	1.000	-8.961	9.836
	Febrero	-.0750	2.7956	1.000	-9.474	9.324
	Marzo	-2.9125	2.7956	.996	-12.311	6.486
	Abril	-7.1875	2.7956	.313	-16.586	2.211
	Mayo	-6.9125	2.7956	.371	-16.311	2.486
Diciembre	Junio	-5.3000	2.7956	.758	-14.699	4.099
	Julio	-5.2000	2.7956	.780	-14.599	4.199
	Agosto	-5.4500	2.7956	.725	-14.849	3.949
	Septiembre	-3.8750	2.7956	.963	-13.274	5.524
	Octubre	-3.4000	2.7956	.986	-12.799	5.999
	Noviembre	-.5125	2.7956	1.000	-9.911	8.886

Tabla 47 Comparaciones múltiples de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Esta salida nos muestra los intervalos de confianza simultáneos contruidos por el método de Tukey. En la tabla se muestra un resumen de las comparaciones de cada tratamiento con los restantes. Es decir, aparecen comparadas dos a dos las doce medias de los tratamientos. En el primer bloque de la tabla se muestran comparadas la media del enero con la media de los otros once meses del año. En los siguientes bloques se muestran comparadas las restantes medias entre sí. En la columna Diferencias de medias (I-J) se muestran las diferencias entre las medias que se comparan.

En la columna Sig. Aparecen los p-valores de los contrastes, que permiten conocer si la diferencia entre cada pareja de medias es significativa al nivel de significación considerado (en este caso 0.05) y la última columna proporciona los intervalos de confianza al 95% para cada diferencia. Así por ejemplo, si se compara la temperatura del enero con la de marzo, tenemos una diferencia entre ambas medias de -0.5125, un error típico de 2.7958, que es un error típico para la diferencia de estas medias, un P-valor (Sig.) de 1.000 no significativo puesto que la temperatura no difiere significativamente el lunes del martes y un intervalo de confianza con un límite inferior negativo y un límite superior positivo y por lo tanto contiene al cero de lo que también deducimos que no hay diferencias significativas entre los dos grupos que se comparan o que ambos grupos son homogéneos.

En cambio, sí se observa el grupo formado por enero y marzo, vemos que ambos extremos del intervalo son del mismo signo y el P-valor es significativo deduciendo que si hay diferencias significativas entre ambos. Ya se había observado que la temperatura de marzo era muy inferior a enero, de hecho, el valor de la diferencia de medias es -3.3500. Las otras comparaciones se interpretan de forma análoga.

Por lo tanto, la tabla se interpreta observando los valores de sig. menores que el 5%, o si el intervalo de confianza contiene al cero. Además, los contrastes que sí han resultado significativos al nivel de significación 0.05 aparecen marcados con asterisco. Concluimos que se detectan diferencias significativas en las temperaturas entre enero y marzo, febrero y mayo, abril y junio.

Variable dependiente Temperatura_anual						
Prueba HSD de Tukey						
(J) Mes_año	Sig.					
	(I) Mes_año					
	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Enero		1.000	.988	.232	.281	.657
Febrero	1.000		.997	.328	.388	.774
Marzo	.988	.997		.928	.954	.999
Abril	.232	.328	.928		1.000	1.000
Mayo	.281	.388	.954	1.000		1.000
Junio	.657	.774	.999	1.000	1.000	
Julio	.681	.795	1.000	1.000	1.000	1.000
Agosto	.620	.742	.999	1.000	1.000	1.000
Septiembre	.924	.968	1.000	.989	.995	1.000
Octubre	.966	.988	1.000	.969	.982	1.000
Noviembre	1.000	1.000	.999	.426	.492	.857
Diciembre	1.000	1.000	.996	.313	.371	.758

Ilustración 74 Comparaciones múltiples en diferencia de las medias de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

De esta forma es más cómodo comparar cualquier pareja de meses para saber si hay diferencias significativas. De la tabla se deduce, como se notó anteriormente, que hay diferencias significativas entre enero y marzo, febrero y mayo, abril y junio.

TEMPERATURA_ANUAL

HSD de Tukey

Mes_año	N	Subconjunto para alfa = 0.05
		1
Enero	8	13.3750
Diciembre	8	13.8125
Febrero	8	13.8875
Noviembre	8	14.3250
Marzo	8	16.7250
Octubre	8	17.2125
Septiembre	8	17.6875
Julio	8	19.0125
Junio	8	19.1125
Agosto	8	19.2625
Mayo	8	20.7250
Abril	8	21.0000
Sig.		.232

Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

a. Usa el tamaño muestral de la media armónica = 8.000.

Tabla 48 Subconjuntos homogéneos de temperatura en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Además de la tabla de Comparaciones múltiples también se muestra una tabla de subconjuntos homogéneos. La tabla de subconjunto homogéneo muestra por columna el subgrupo de medias iguales, formados al utilizar el método de Tukey.

Se llama Prueba de subgrupos homogéneos por que se agrupan en columnas aquellos grupos que no difieren significativamente. Se observa que la prueba de Tukey ha agrupado los meses Diciembre hasta enero en una misma columna; De esta forma gráfica deducimos que subgrupo es homogéneo y cuales difieren significativamente.

El subgrupo homogéneo está formado por: diciembre hasta enero, por ejemplo, si comparamos en el subconjunto, el único grupo el P-valor (Sig.) es 0.232 mayor que el nivel de significación 0.05 deduciendo que no hay diferencias significativas en la temperatura entre estos.

También se deduce qué subconjuntos difieren significativamente entre sí. La temperatura en el subconjunto difiere y dentro de este subconjunto no se aprecian diferencias significativas entre las temperaturas implicadas. También se observa que la temperatura es mayor es en abril (21.0000) y menor en enero (13,3750).

Se analiza esta diferencia de una forma gráfica

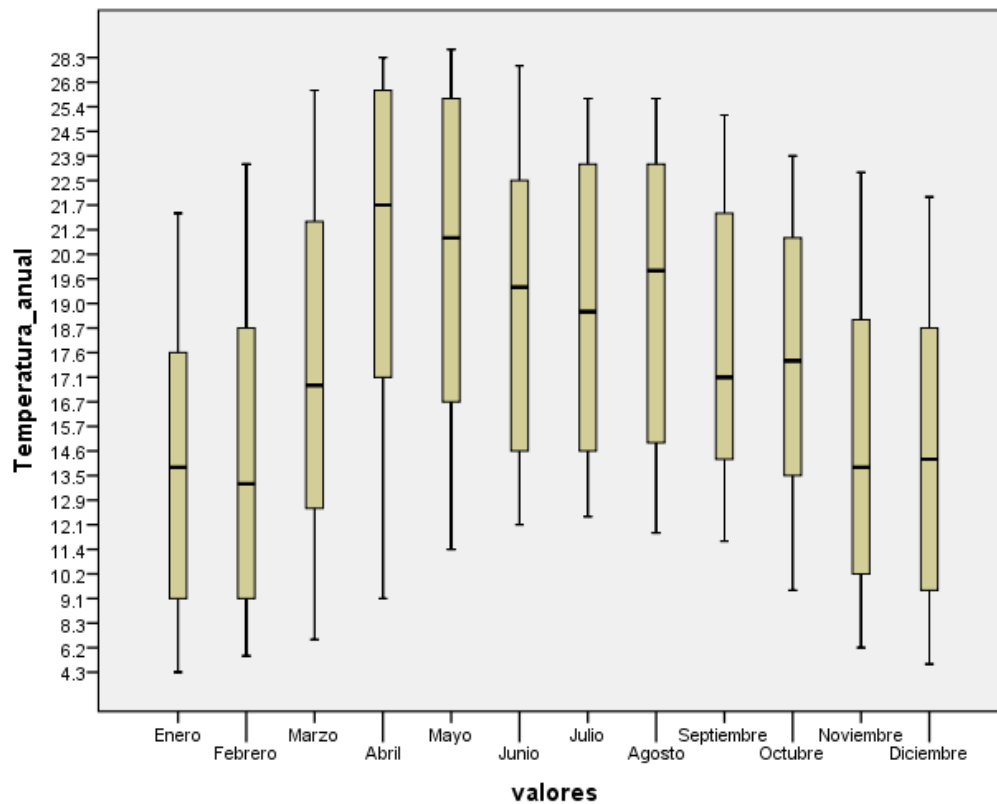


Ilustración 75 Grafica de subconjuntos homogéneos de precipitación en SAN LUIS DE LA PAZ, Estado de Guanajuato, México.

Se observa que las cajas correspondientes a los julio, agosto y septiembre están prácticamente superpuestas, de hecho, el valor mediano de julio (línea negra dentro de las cajas) está a un nivel interno dentro de la caja de agosto y de la caja del septiembre. Este criterio se utiliza para comparar grupos y en este caso nos indica que hay homogeneidad o que no hay diferencias significativas en ese grupo de medias. Se observamos que en abril tiene una distribución superior a los demás, por lo que se concluye que la temperatura es mucho mayor este mes del año.

CONCLUSIONES

El objetivo de la presente investigación fue desarrollar un estudio comparativo agroclimático para determinar si la zona de Tecamachalco, Puebla cuenta con las mismas condiciones que otras zonas en donde se desarrollan cultivos de la cactácea (*Myrtillocactus geometrizans*), como es San Luis de la Paz (Guanajuato) y Metztitlán (Hidalgo), y la hipótesis planteada hace referencia a que si se cuentan con las condiciones agroclimáticas en la zona de Palmarito tochapán (Tecamachalco), que favorezcan el desarrollo e implantación de cultivos de *Myrtillocactus geometrizans* (garambullo), entonces se podrán realizar cultivos experimentales que permitan evaluar el crecimiento relativo, porcentaje de supervivencia, altura y porte de la especie, para el posterior desarrollo de investigaciones con sus frutos en diversas tecnologías para el sector agrícola enfocados en el proceso de las cadenas de valor agregado a fin de proporcionar una mayor actividad productiva. Normalmente este fruto se consume en fresco o se utiliza para realizar diversos productos artesanales como lo es en la zona de Querétaro, Zapotitlán del Valle de Tehuacán, Guanajuato, Hidalgo en la cual ya se encuentran desarrolladas diversas agroindustrias por lo cual considerando que avaluando el potencial agroclimático de la región de Tecamachalco. En este sentido el objetivo se logró a través del uso de indicadores por medio del diseño unifactorial totalmente aleatorizado de efectos fijos equilibrado, de los datos de las condiciones térmicas y de humedad de las regiones a estudiar. De igual forma se identificaron las características generales y esenciales de la cactácea *Myrtillocactus geometrizans*. Empezando por la identificación de tipo de suelo en el que se puede desarrollar, los factores agro-climatológicos en el medio físico más importantes, su identificación en la clasificación botánica, la fisiología general, las zonas con mayor producción, tomando en cuenta su comercio, para evaluar cual es el impacto en importancia que se tiene en el país.

Una vez identificado estos puntos se procedió a evaluar la zona de desarrollo (Palmarito Tochapán) con el siguiente procedimiento; un diagnóstico del funcionamiento de las estaciones meteorológicas regionales, la recopilación y captura de registros anuales de temperatura máxima y mínima tomando en cuenta la precipitación, parte de los datos fueron proporcionados por las estaciones meteorológicas nacionales (CONAGUA), de los últimos 7 años (2020, 2019, 2018, 2017, 2016, 2015 2014 Y 2013). Capturando los datos en hojas de registro electrónica a fin de actualizar lo más posible el banco de datos. En el análisis de calidad de las series de tiempo en la que respecta la variable precipitación y temperatura utilizando la prueba de homogeneidad o de signo (Villalpando, 1985).

Empezando con la recopilación de datos estadísticos para el análisis se tomaron en cuenta los siguientes factores: Condiciones térmicas (C°). Condiciones térmicas anuales y mensuales: media, máxima y mínima. Temperaturas máximas promedio del mes más cálido y mínima promedio del mes más frío. Temperaturas máxima y mínima extremas su oscilación térmica los índices derivados de la temperatura en unidades calor obtenidas mediante el método seno (En reporte a datos con menor coeficiente de variación). las temperaturas umbrales utilizadas fueron la de 7° centígrados como mínima y la de 30° centígrados como máximo (Medina y Ruiz, 1992). Condiciones de humedad (MM). Las condiciones de humedad precipitación promedio anual y mensual. Precipitación anual y mensual para diferentes niveles de probabilidad de excedencia utilizando la prueba de bondad de ajuste de Smirnov y Dinin-Barcowskij y la función de distribución normal (ibid.). Evaluación de la variabilidad anual de la precipitación. Coeficiente de variación (Doorenbos, 1976). Variación Inter secuencial (Vidal, 1980). Relación del año seco al año húmedo (Ortiz, 1984). Todos estos datos se corrieron en un software para su análisis y procesamiento empleando Microsoft Excel y el software SPSS para el análisis estadístico. En base a los análisis registrados en Palmarito de la; ilustración 40 gráfica de conjuntos homogéneos de precipitación en Palmarito Tochapán estado de Puebla México.

Comparándose con los de San Luis De la Paz; ilustración 62 de subconjuntos homogéneos de precipitación en San Luis de la Paz estado de Guanajuato México. Se logra notar una semejanza en los meses del año; como lo son julio y agosto están prácticamente superpuestas. Contemplando el valor medio en julio (Línea negra dentro de las cajas). El cual está a nivel inferior dentro de la caja de febrero y de la caja de junio. En ambos estados nos indica que hay homogeneidad o que no hay diferencia significativa en esos grupos. También se observó que junio tiene una distribución superior a los demás por lo que se constituye que la temperatura es mayor este mes del año. En cuanto a Metztitlán estado de Hidalgo México se logra observar una leve diferencia de precipitación en comparación a los dos Estados anteriores (Palmarito Tochapan Puebla y San Luis de la Paz estado de Guanajuato México) con la menor precipitación que se presenta en el mes de febrero y la mayor en septiembre mostrando así mismo una media en el mes de julio. De esto modo se puede demostrar una aceptación en cuanto a la precipitación de los estados analizados.

Dentro del análisis de temperatura HSD de tukey se puede establecer que los subgrupos homogéneos de temperatura anual en Metztitlán se presenta en el mes de mayo y la menor en diciembre con una media en los meses de julio agosto y septiembre de la tabla 16 subconjunto homogéneos de temperatura en Metztitlán estado de Hidalgo México en comparación con Palmarito Tochapan la mayor temperatura en septiembre y la menor temperatura en enero con una media en los meses de junio abril y julio que se muestran en la tabla 32 subconjuntos homogéneos de temperatura en Palmarito Tochapan estado de Puebla en contraste de San Luis de la Paz con una temperatura mayor en abril y menor en enero y la media se muestran en julio junio y agosto De la tabla 48 subconjuntos homogéneos de temperatura en San Luis de la Paz estado de Guanajuato México. Claramente se puede apreciar qué en Metztitlán como en San Luis de la Paz y Palmarito Tochapan muestran una similitud de temperaturas medias en el mes de julio, deduciendo que no hay diferencias significativas en las temperaturas entre estos.

Por lo cual también deduce que los subconjuntos difieren significativamente entre sí la temperatura.

Dentro de estos subconjuntos no se aprecian diferencias significativas entre las temperaturas implicadas de los diferentes estados (Metztlán, Palmarito Tochapán y San Luis de la Paz). Así se puede demostrar una aceptabilidad de temperatura para la adaptación de la cactácea en Palmarito Tochapán Estado de Puebla México.

Para la definición de la micro- región para el establecimiento del cultivo de la cactácea *Myrtillocactus geometrizans*, queda expresada con el apoyo de las ilustraciones 74 y 75 (CLICOM-MALLA, n.d.) que muestra la ubicación geográfica (longitud: -98.78, latitud: 20.6) de la estación (13077- Metztitlán, Hgo; estación con más de 25 años de datos efectivos), en las cuales se encuentran la precipitación y temperatura climatológicas como base los promedios de los últimos 8 años. Seguidas de las ilustraciones 76 y 77 (CLICOM-MALLA, n.d.) con la ubicación geográfica (longitud: -97.6, latitud: 18.9) de la estación (21182- Palmarito, Pue; estación con más de 25 años de datos efectivos) en las cuales se encuentran la precipitación y temperatura climatológicas como base los promedios en los últimos 8 años.

Para finalizar se encuentran las ilustraciones 78 y 79 (CLICOM-MALLA, n.d.) en ubicación geográfica (longitud: -101.0, latitud: 20.6) de la estación (11068- San Luis De La Paz, Gto; estación con más de 25 años de datos efectivos), en las cuales se encuentran la precipitación y temperatura climatológicas como base los promedios de los últimos 8 años .(Base de Datos Del CLICOM, n.d.)

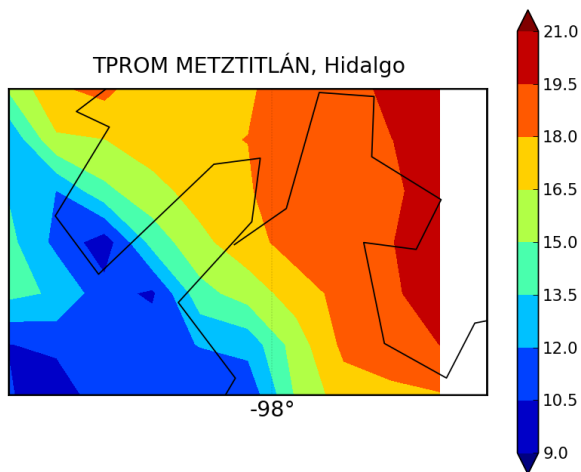


Ilustración 77 Ubicación de climatología sobre temperatura promedio en Metztlán.

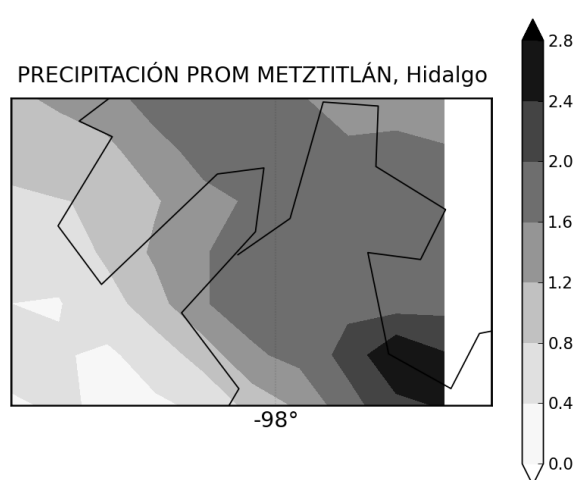


Ilustración 76 Ubicación de climatología sobre precipitación promedio en Metztlán.

TPROM PALMARITO TOCHAPAN, Tecamachalco

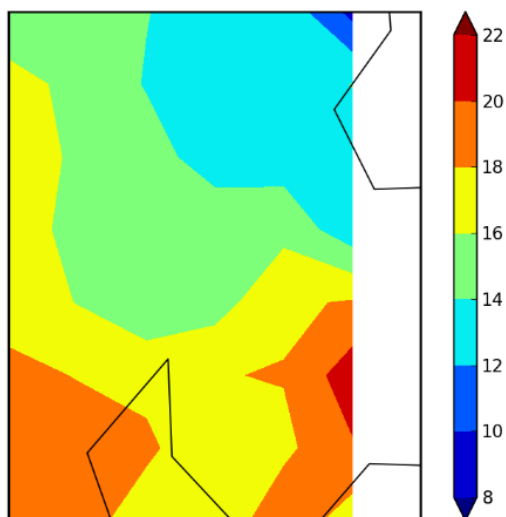


Ilustración 79 Ubicación de climatología sobre temperatura promedio en Palmarito tochapán.

PRECIPITACIÓN PROM PALMARITO TOCHAPAN, Tecamachalco

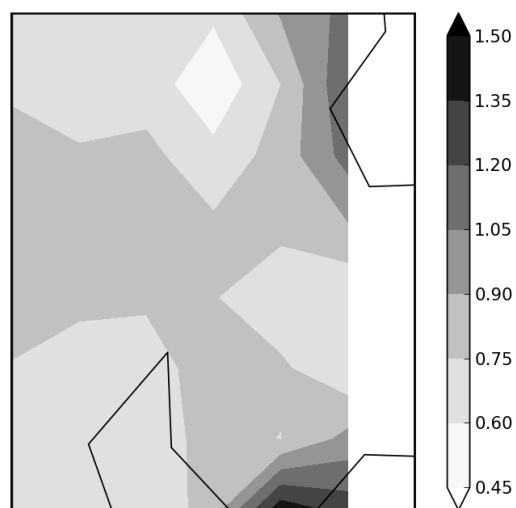


Ilustración 78 Ubicación de climatología sobre precipitación promedio en Palmarito tochapán.

TPROM SAN LUIS DE LA PAZ, Guanajuato

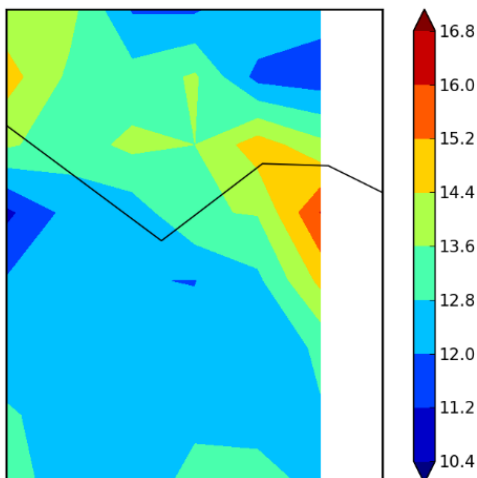


Ilustración 81 Ubicación de climatología sobre temperatura promedio en San Luis De La Paz.

PRECIPITACIÓN PROM SAN LUIS DE LA PAZ, Guanajuato

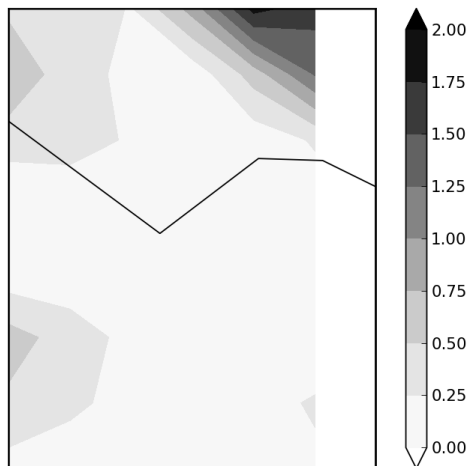


Ilustración 80 Ubicación de climatología sobre precipitación promedio en San Luis De La Paz.

Por todo lo anterior expuesto se determina que la región de Tecamachalco, marcada entre las dos estaciones meteorológicas, las cuales son 21082-TECAMACHALCO, PUE y la estación 21182- PALMARITO, PUE, como se marca en la ilustración 80, se encuentra apta para desarrollar de forma favorable a la cactácea *Myrtillocactus geometrizans*, para iniciar una plantación que permita futuras investigaciones, para el desarrollo de un paquete tecnológico para que los productores de la región accedan a otras opciones de producción y mejoren sus ingresos como ya ocurre en otras regiones del País. En México A la fecha se han realizado algunos estudios con la intención de conocer nuestra vulnerabilidad ante el cambio climático global.

Los expertos han previsto que la temperatura promedio de México en el año 2020 podría ser entre 1.5 y 2.5°C mayor que la actual y llegaría hasta los 2 y 4°C para el año 2080, con variaciones regionales: la región norte sería la que registre los mayores incrementos en la temperatura. Junto con la temperatura del aire, la de los mares nacionales también será mayor en el futuro: en el Caribe, Golfo de México y Pacífico podría aumentar entre 1 y 2°C a partir del año 2020.

En lo que se refiere a las lluvias, los estudios sugieren que podrían reducirse en el invierno hasta 15% en las zonas del centro de México y 5% en el Golfo, e incluso, es probable que se retrase su inicio en gran parte del país.

Además, se espera que también se presenten periodos de sequía más extremos y prolongados. Lo anterior significa que la escasez de agua que ya sufrimos en la mayor parte del país se agravará seguramente con el cambio climático. Si observas el mapa Ilustración 82, notarás que actualmente ya ejercemos una presión muy fuerte sobre el agua, principalmente en la región noroeste y en la cuenca del Valle de México.

Según algunos estudios, si consideramos el desarrollo social y económico del país, así como los escenarios previstos de cambio climático, obtendremos que la cantidad de agua de la que podremos disponer entre los años 2020 y 2030 podría disminuir hasta 10% respecto a la que teníamos en el 2000. Bajo este escenario, tanto Baja California como Sonora pasarán a una situación crítica de agua (mapa inferior de la Ilustración 82). Otras zonas del país también incrementarán sensiblemente su presión sobre los recursos hídricos, aunque no a niveles críticos.(INECC, n.d.)

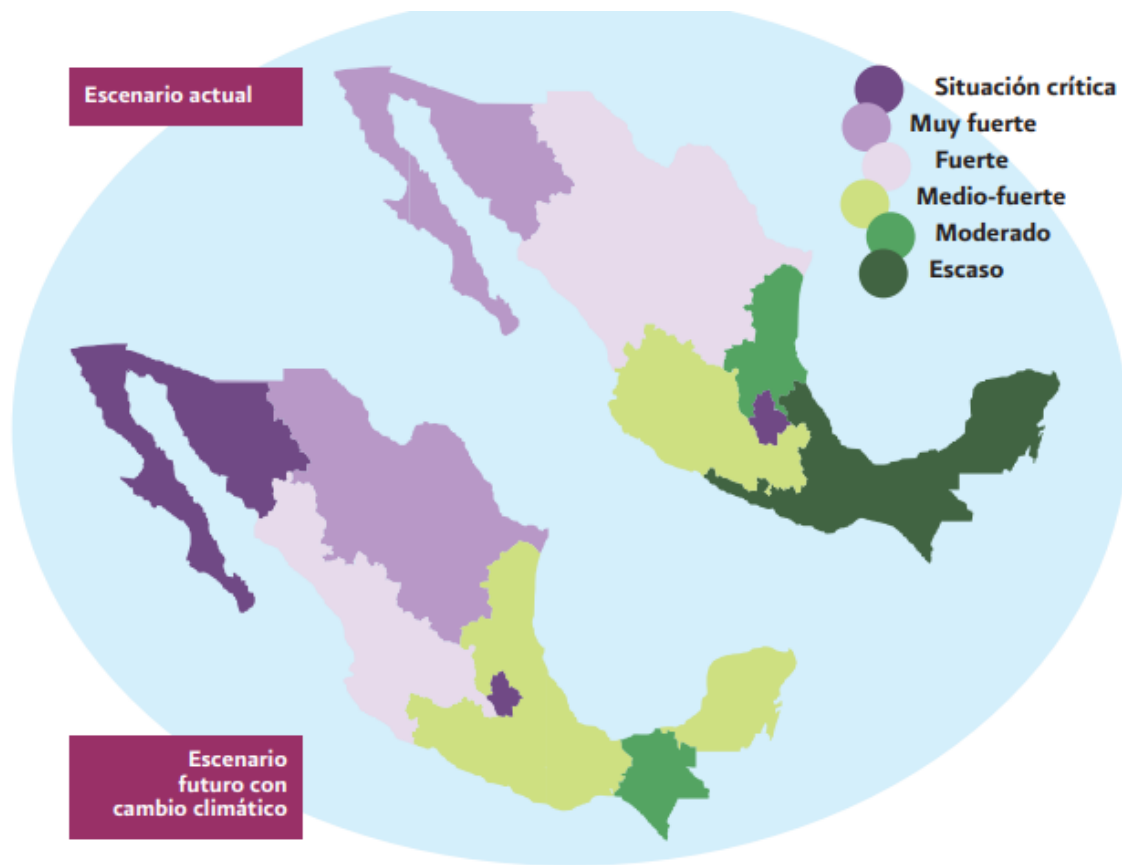


Ilustración 82 Grado de presión del agua en el año 2000 y bajo un escenario futuro con cambio climático 2080.

Con el correcto desarrollo del cultivo hasta alcanzar una producción adecuada, se logrará que se inicien investigaciones sobre nuevos productos agroindustriales, que los futuros investigadores de esta ingeniería podrán desarrollar y tener un nuevo campo de posibilidades de crear fuentes de ingresos y reactivar la economía regional, logrando uno de los objetivos de los complejos regionales.

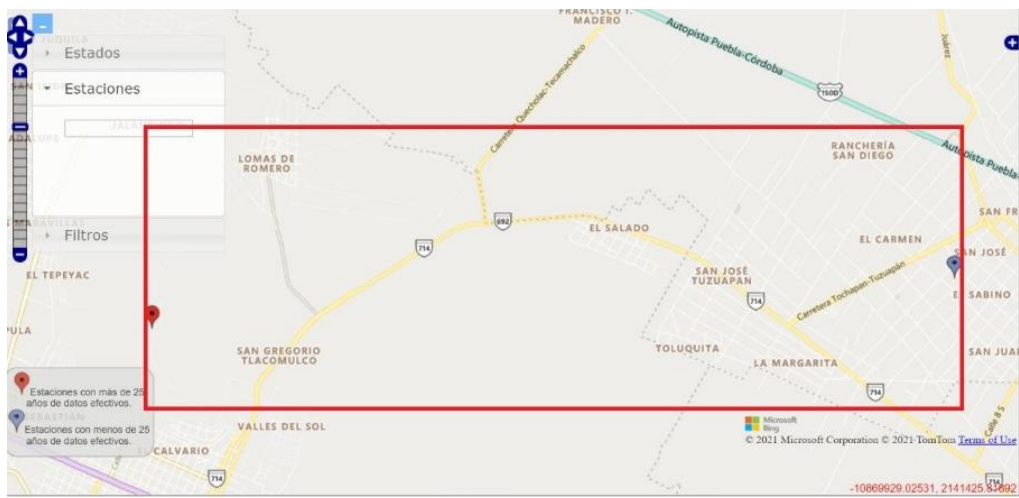


Ilustración 83 Estaciones meteorológicas de Tecamachalco, pue y Palmarito, pue.

BIBLIOGRAFÍA

- Anzaldúa, M. A. (1994). *La evaluación sensorial de los alimentos en la teoría y la práctica*. Universidad Autónoma de Chihuahua, México: Facultad de Ciencias Químicas.
- Arias. M. S, G. L. (1997). Flora del Valle de Tehuacán. En C. A.L., *Fascículo 14*. (pág. Pp 85.). México: Juss. Universidad Nacional Autónoma. Obtenido de Cactaceae A.L.
- Astudillo, S. (2014). *Utilización de aceites esenciales naturales como conservantes en la elaboración de salchichas de pollo*. Universidad Politécnica Salesiana, Agroecología. Cuenca: Universidad Politécnica Salesiana. Recuperado el octubre de 2018
- Balbuena, E. (2014). Manual básico sobre procesamiento e inocuidad de productos de la acuicultura. Asunción, Paraguay: FAO. Recuperado el octubre de 2018
- Barboza, J., Vázquez, H., Salcedo, R., & Bautista, M. (septiembre de 2004). Probióticos y conservadores naturales en alimentos. *Acta Universitaria*, 14(3), 32-38. Recuperado el octubre de 2018
- Blanckaert, I., Paredes, M., Espinosa, F., Piñero, D., & Lira, R. (2012). Ethnobotanical, morphological, phytochemical and molecular evidence for the incipient domestication of EPazote (*Chenopodium ambrosioides* L.: Chenopodiaceae) in a semi-arid region of Mexico. *Genet Resour Crop Evol*, 59(4), 557-573. doi:10.1007/s10722
- Botta, J. (1991). Instrument for Nondestructive Texture Measurement of Raw Atlantic Cod (*Gadus Morhua*) Fillets. *Journal of Food Science*, 4(56), 962-964. doi:10.1111/j.1365

Bravo, H. (1978). Las cactáceas de México. En B. H. H, *Universidad Autónoma de México* (págs. 20-21, 62-89). México: Volumen 1.

Cai Y, M Sun, H Corke (2003) Antioxidant activity of betalains from plants of the Amaranthaceae. *J. Agric. Food Chem.* 51: 2288-2294

Chu, S., Hu, J., & Zhi, L. (24 de febrero de 2011). Composition of essential oil of Chinese *Chenopodium ambrosioides* and insecticidal activity against maize weevil, *Sitophilus zeamais*. *Wiley Online Library*., 714-716. doi:0.1002/ps.2112

Cloyd, R., & Chiasson, H. (2007). Activity of an Essential Oil Derived from *Chenopodium ambrosioides* on Greenhouse Insect Pests. *Journal of Economic Entomology*, 100(2), 459-466. doi:10.1603/0022

CONAPESCA. (26 de junio de 2016). *Consumo per cápita anual de pescados y mariscos llega a 12 kg: CONAPESCA*. Recuperado el octubre de 2018, de Comisión Nacional de Acuacultura y pesca: <https://www.gob.mx/conapesca/prensa/consumo-per-capita-anual-de-pescados-y-mariscos-llega-a-12-kg-conapesca?idiom=es>

Corona, S. (29 de enero de 2019). *AMLO presenta una canasta básica de 40 productos con aguacate, carne y pescado para los más pobres: El economista*. Recuperado el 30 de enero de 2019, de EL ECONOMISTA: <https://www.eleconomista.com.mx>

De Ancos, B., González, D., Colina, C., & Sánchez, C. (2015). USO DE PELÍCULAS/RECUBRIMIENTOS COMESTIBLES EN LOS PRODUCTOS DE IV. *Revista Iberoamericana de Tecnología Postcosecha*, 16(1), 8-17. Recuperado el 7 de noviembre de 2018

- Dicovski, L. (2012). *Estadística Básica para Ingenieros*. Estelí, Nicaragua: Universidad Nacional de Ingeniería. Recuperado el 27 de diciembre de 2018
- DOF. (10 de febrero de 2011). *NORMA Oficial Mexicana NOM-242-SSA1-2009, Productos y servicios. Productos de la pesca frescos, refrigerados, congelados y procesados. Especificaciones sanitarias y métodos de prueba*. Recuperado el 22 de noviembre de 2018, de Diario Oficial de la Federación: http://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5177531&fecha=10/02/2011
- Espino, M., Olivas, G., González, G., & Gayoso, L. (2009). Recubrimientos comestibles utilizados para preservar la calidad sensorial y nutricional de los vegetales frescos cortados. En G. González, Á. Emilio, L. de la Rosa, I. Olivas, & F. Ayala, *Aspectos nutricionales y sensoriales de vegetales frescos cortados* (págs. 307-324). México DF, México: Trillas. Recuperado el 7 de noviembre de 2018
- Ethnobotanical, morphological, phytochemical and molecular evidence for the incipient domestication of EPazote (*Chenopodium ambrosioides* L.: Chenopodiaceae) in a semi-arid region of. (2012). *Genetic Resources and Crop Evolution*, 59(4), 557-573. doi:10.1007/s10722-011-9704-7
- FAO. (2010). *Species Fact Sheets Oreochromis mossambicus*. Recuperado el 15 de octubre de 2018, de Fisheries and Aquaculture Department: <http://www.fao.org/fishery/species/2408/en>
- FAO. (2016). *El estado mundial de la pesca y la acuicultura 2016. Contribución a la seguridad alimentaria y la nutrición para todos*. Roma, Italia: FAO. Recuperado el octubre de 2018
- Farfán, C. (2009). *Composición del aceite esencial y fenoles totales de diferentes poblaciones de Orozús Phylla dulcis (Trevir) Moldenke*. UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA, Ciencias químicas y farmacia . Guatemala: UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA. Recuperado el octubre de 2018

- FDA. (27 de septiembre de 2018). *Los 14 patógenos principales transmitidos por los alimentos de Seguridad alimentaria para futuras mamás*. Recuperado el 3 de noviembre de 2018, de U.S FOOD AND DRUG: <https://www.fda.gov/food/resourcesforyou/healtheducators/ucm091976.htm>
- González, A. (2004). *OBTENCIÓN DE ACEITES ESENCIALES Y EXTRACTOS ETANOLICOS DE PLANTAS DEL AMAZONAS*. Universidad Nacional de Colombia, Departamento de ingeniería química. Manizales: Universidad Nacional de Colombia. Recuperado el 13 de noviembre de 2018
- Guzmán U., Arias S. y Dávila P. (2003). Universidad Nacional Autónoma de México- Comisión nacional para el conocimiento y Uso de la biodiversidad. *Catálogo de Cactáceas Mexicanas*, pág. 315 pp.
- Guzmán, L., Acevedo, D., Romero, L., & Estrada, J. (4 de agosto de 2014). Elaboración de una Película Comestible a Base de Colágeno. *Información Tecnológica*, 23(3), 17-24. doi:10.4067/S07
- Guzmán-Maldonado. (2010). Physicochemical, nutritional and functional characteristics of two underutilised fruit cactus species (*Myrtillocactus*) produced in central Mexico. *Food Chemistry*, 381-386.
- Hassoun, A., & Çoban, Ö. (28 de julio de 2017). Essential oils for antimicrobial and antioxidant applications in fish and other seafood products. *Trends in Food Science & Technology*, 68, 26-36. doi:10.1016
- Hernández, E. (2005). *Evaluación sensorial*. Bogotá, Colombia: Centro Nacional de Medios para el aprendizaje. Recuperado el 20 de noviembre de 2018
- Hernández, C., Trejo, A., Loredó, J., & Gutiérrez, G. (2016). Evaluación de la eficiencia productiva de tres líneas de tilapia con reversión sexual en un sistema de recirculación (RAS). *Latin American Journal of Aquatic Research*, 869-874. Recuperado el octubre de 2018

- Hernández-López et al., 2008; Vaillant, Herrera-Hernández, Guevara-Lara, Reynoso-Camacho, R., & Guzman-Maldonado, S.-H. (2011). *Myrtillocactus* (cactaceae). *physicochemical and chemical characteristics of fruits.*, 63(5), 269–276. Obtenido de physicochemical and chemical characteristics of fruits. Fruits.
- Hernández-López, D., Vaillant, F., Reynoso-Camacho, R., & Guzmán-Maldonado. (2008). *Myrtillocactus* (Cactaceae): botanical, agronomic. *physicochemical and chemical characteristics of fruits. Fruits*, 269-276. Obtenido de physicochemical and chemical characteristics of fruits. Fruits.
- Herrera, F., & Santos, J. (2005). PREVALENCIA DE SALMONELLA SPP EN PESCADO FRESCO EXPENDIDO EN PAMPLONA (NORTE DE SANTANDER). *Revista de la Facultad de Ciencias Básicas*, 3(2), 34-42. Recuperado el noviembre de 2018
- Huss, H. (1988). *El pescado fresco: su calidad y cambios de calidad*. Roma, Italia: FAO.
- Jessica, A. (2012). *Métodos de conservación de alimentos* (Primera ed.). Estado de México, México: Red Tercer Milenio. Recuperado el 5 de Octubre de 2018
- Kitano, K., Fukukawa, T., Ohtsuji, Y., Masuda, T., & Yamaguchi, H. (13 de Agosto de 2002). Mutagenicity and DNA-damaging activity caused by decomposed products of potassium sorbate reacting with ascorbic acid in the presence of Fe salt. *Food and Chemical Toxicology*, 40(11), 1589-1594. doi:10.1016
- López-Palestina. (12 de 03 de 2019). Compuestos bioactivos y actividad antioxidante en tres estados de madurez de *Myrtillocactus geometrizans* provenientes del Valle del Mezquital, Hidalgo. *Investigación y Desarrollo en Ciencia y Tecnología de Alimentos*, págs. 1-6.

- Lozoya, X., & Lozoya, M. (1982). *Flora medicinal de México: plantas indígenas*. México, DF: Instituto Mexicano del Seguro Social. Recuperado el octubre de 2018
- Mandujano. (1996). Reproductive ecology and inbreeding depression in *Opuntia rastrera* (Cactaceae) in the Chihuahuan Desert: why are sexually derived recruitments so rare? *American Journal of botany*, 83:63-70. .
- Maragnon, C., Mewandram, G., Dev, O., & Moreira, M. (5 de agosto de 2008). Composition and Antifungal Activity of the Essential Oil of the Brazilian *Chenopodium ambrosioides* L. *Journal of Chemical Ecology*, 34(9), 1213-1218. doi:10.1007/s10886
- más de acá. (28 de 06 de 2017). *ECONOMIA LOCAL* . Obtenido de CAPACITAN A PRODUCTORES DE GARAMBULLO DE LA COMUNIDAD EL GARABATILLO: <https://masdeaca.com/capacitan-a-productores-de-garambullo-de-la-comunidad-el-garabatillo/>
- Mojica, F., Vivanco, M., Martínez, F., & Trujillo, R. (2010). *TILAPIA 2020: PROSPECTIVO DEL SISTEMA PRODUCTO NACIONAL DE TILAPIA EN MEXICO*. Mazatlán, Sinaloa, México: SAGARPA. Recuperado el noviembre de 2018
- Monter C. A. (12 de abril de 2002). *Flor de garambullo*. Obtenido de Red escolar ilce: http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/publicaciones/publi_reinos/flora/garambullo/garam
- Monter, C.A. (26 de 04 de 2002). *Red escolar ilce*. Obtenido de Reinos flora de Garambullo: http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/publicaciones/publi_reinos/flora/garambullo/garam.htm
- Moreno, H., & Patiño, N. (2010). *ELABORACION DE UN RECUBRIMIENTO COMESTIBLE ANTIMICROBIAL Y ANTIOXIDANTE A PARTIR DE ACEITE*

DE OREGANO (Origanum vulgare) APLICADO A LA ENSALADA PRIMAVERA MINIMAMENTE PROCESADA DE LA EMPRESA DEFRESCURA. Universidad de la Salle, Ingeniería en Alimentos. Bogotá: Universidad de la Salle. Recuperado el 12 de noviembre de 2018

Nandini, S. (2004). Can garlic (*Allium sativum*) be used as a meat preservative? *Transactions of the Kansas Academy of Science*, 107(3), 148-154. doi:10.1660

Olguín, I. (28 de febrero de 2019). Puebla produce 1,218 toneladas de mojarra al año. *Unión Puebla*. Recuperado el 15 de marzo de 2019

Peredo, H., Palou, E., & López, A. (2009). Aceites esenciales: métodos de extracción. *Temas Selectos de Ingeniería de Alimentos*, 3(1), 24-32. Recuperado el noviembre de 2018

Pérez. (01 de 01 de 1995). *Estudio ednobotánico, ecologico y de usos potenciales de garambullo (Myrtillocactus geometrizans) como base para su domesticación y cultivo*. Obtenido de Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología:
<http://repositorio.uaaan.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/509/62425s.pdf?sequence=1>

Potter, N. (1968). *La Ciencia de los Alimentos* (Primera ed.). (A. Yates, Trad.) México, México: EDUTEX. Recuperado el octubre de 2018

Puig, Y., Espino, M., & Leyva, V. (4 de marzo de 2011). Resistencia antimicrobiana en Salmonella y E. coli aisladas de alimentos: revisión de la literatura. *Panorama Cuba y Salud*, 6(1), 30-38. Recuperado el noviembre de 2018

Rodríguez, E. (2011). USO DE AGENTES ANTIMICROBIANOS NATURALES EN LA CONSERVACIÓN DE FRUTAS Y HORTALIZAS. *Ra Ximhai*, 7(1), 153-170. Recuperado el octubre de 2018

- SADER. (24 de julio de 2016). *Mojarra tilapia, importante producto acuícola*. Recuperado el octubre de 2018, de Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural: <https://www.gob.mx/sader/articulos/mojarra-tilapia-importante-producto-acuicola?tab=>
- SADER. (23 de Agosto de 2018). *Garantiza SAGARPA producción y sanidad de la tilapia en México*. Recuperado el 15 de octubre de 2018, de Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural: <https://www.gob.mx/sader/prensa/garantiza-sagarpa-produccion-y-sanidad-de-la-tilapia-en-mexico-171892>
- SIAP. (2018). *Anuario Estadístico de la Producción Agrícola*. Recuperado el 5 de Octubre de 2018, de Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera (SIAP): <https://nube.siap.gob.mx/cierreagricola/>
- Toledo, S., & García, M. (2000). *Nutrición y Alimentación de Tilapia Cultivada en América Latina y el Caribe*. Recuperado el octubre de 2018, de Universidad Autónoma de Nuevo León: https://www.uanl.mx/utillerias/nutricion_acuicola/IV/archivos/8toledo.pdf
- Topete, R. (2006). Caracterización Química y evaluación del efecto hipoglucemiante y antioxidante del fruto garambullo (*Myrtillocactus geometrizans*). *Universidad Autonoma de Querétaro*, 1-6.
- Villalobos, L., González, E., Salazar, A., Ramírez, J., & Santiago, T. (2 de junio de 2017). Potential application of ePazote (*Chenopodium ambrosioides* L.) as natural antioxidant in raw ground pork. *LWT - Food Science and Technology*, 84, 306-313. doi:10.1016