



BUAP

BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

**FACULTAD DE INGENIERÍA
COLEGIO DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**

“FACTOR DE REDUCCIÓN PARA PROTOTIPADO POR IMPRESIÓN 3D”

TESIS

PRESENTADA PARA OBTENER EL GRADO DE:
**LICENCIATURA EN INGENIERÍA
MECÁNICA Y ELÉCTRICA**

PRESENTA:

**BLANCA CAROLINA HERNÁNDEZ
BERISTAÍN**

ASESOR:

Dr. FILIBERTO CANDIA GARCÍA

COASESOR

DR. JOSÉ ISRAEL RODRÍGUEZ MORA

PUEBLA, PUE.

Junio 2019

Acta resolutive de impresión de tesis

Agradecimientos

El presente trabajo agradezco a Dios por ser mi guía y acompañarme en el transcurso de mi vida, brindándome paciencia y sabiduría para culminar con éxito mis metas propuestas.

A mis padres, Juan Jesús Hernández y Lucina Beristain por ser mi pilar fundamental y haberme apoyado incondicionalmente, pese a las adversidades e inconvenientes que se me presentaron. A mis hermanos Juan Pablo y Julio Cesar que con su ejemplo y amor me animaron en este campo de estudio. A toda mi familia porque con sus oraciones, consejos y palabras de aliento hicieron de mí una mejor persona y de una u otra forma me acompañan en todos mis sueños y metas.

Agradezco a todos los docentes, compañeros y amigos que, con su sabiduría, conocimiento y apoyo motivaron a desarrollarme como persona y profesional en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

Contenido

Índice de figuras	5
Índice de tablas	8
Resumen.....	9
Introducción	10
Capítulo I.- Protocolo de Investigación	13
Planteamiento del problema	13
Justificación	16
Objetivos	18
Hipótesis.....	18
Variables.....	19
Materiales	21
Capítulo II.- Marco de Referencia	24
Marco Conceptual	24
La ecuación de Euler.....	25
Método de los elementos finitos	29
Capítulo III.- Marco Metodológico	33
Delimitación del alcance del proyecto	33
Diseño de la investigación.....	35
Capítulo IV.- Desarrollo tecnológico y/o Científico	41
Método de las flexibilidades	41
Verificación-Discusión	69
Capítulo V.- Resultados	85
Discusión	87
Trabajo a futuro	90
Consideraciones para aplicaciones posteriores	90
Consideraciones finales.....	92
Conclusiones	92
Bibliografía	93
ANEXO 1.- Propuesta monograma.....	95
ANEXO 2.- Monograma para acero 1050.....	96
ANEXO 3.- Monograma para ABS.....	97

Índice de figuras

Figura 0.1: Diagrama esquemático del modelo utilizado, tomada de (Gere & Goodno, 2009).	12
Figura 0.2. Prototipo experimental y digital.	¡Error! Marcador no definido.
Figura 1.1. Representación de una fuerza constante.....	20
Figura 1.2. Diagrama esfuerzo-deformación.....	21
Figura 2.1. Secuencia de un proyecto estructural. Marco Teórico	24
Figura 2.2. Representación gráfica de una viga simplemente apoyada.....	25
Figura 2.3. Representación gráfica de la deflexión y pendiente de una viga simplemente apoyada.	26
Figura 2.4. Tipos de elemento finito de acuerdo a su dimensión.....	30
Figura 2.5. Representación de un elemento plano a través de la superficie media.....	30
Figura 2.6. Formas de elementos 2D.....	31
Figura 2.7. Representación de elemento sólido 3D.....	31
Figura 2.8. Tipos de elemento sólido 3D.....	32
Figura 3.1. Modelo digital para material metálico 1005 y plástico ABS, desarrollo propio.....	¡Error! Marcador no definido.
Figura 3.2. Configuraciones del modelo didáctico.....	38
Figura 4.1 Viga hiperestática.....	41
Figura 4.2. Método de superposición.....	42
Figura 4.3. Obtención de ecuación fundamental del método de las flexibilidades. ¡Error! Marcador no definido.	
Figura 4.4. Problema de una viga hiperestática.....	44
Figura 4.5. Solución de viga hiperestática por el método de las flexibilidades.....	46
Figura 4.6. Elementos llamados rigideces lineales.....	47
Figura 4.7. Viga Articulada-Empotrada.....	48
Figura 4.8. Caso donde sufre un desplazamiento en un extremo.....	48
Figura 4.9 Caso donde sufre un giro en un extremo.....	48
Figura 4.10. Viga Empotrada-Empotrada.....	48
Figura 4.11. Caso donde sufre un desplazamiento en un extremo.....	49
Figura 4.12. Caso donde sufre un giro en un extremo.....	49
Figura 4.13. Problema para resolver por rigideces.....	49
Figura 4.14. Estableciendo las restricciones.....	49
Figura 4.15. Coeficientes de rigideces para ensamblarla matriz de rigidez.....	50
Figura 4.16. Solución por el método de las rigideces.....	51
Figura 4.17. Diagrama Esfuerzo-Deformación.....	51
Figura 4.18. Viga general para emplear el método del trabajo y la energía.....	52
Figura 4.19. Determinación del equilibrio externo.....	53
Figura 4.20 Problema para resolver el método del trabajo y la energía.....	54
Figura 4.21. Equilibrio externo.....	55

Figura 4.22. Solución por el método del trabajo y la energía.	56
Figura 4.23. Viga general para dar solución por el método del trabajo virtual.	57
Figura 4.24. Grafica de la aplicación de la carga en relación Fuerza-Desplazamiento.	58
Figura 4.25. Ejemplo para dar solución por el método del trabajo virtual.	58
Figura 4.26. Equilibrio externo.	59
Figura 4.27. Aplicación de la carga unitaria.	60
Figura 4.28. Equilibrio externo de la carga virtual.	60
Figura 4.29. Resultados del método del trabajo virtual.	61
Figura 4.30. Modelo analítico de la viga a simular.	64
Figura 4.31. Croquis de la viga.	64
Figura 4.32. Mallado de la viga.	64
Figura 4.33. Condiciones de carga.	64
Figura 4.34. Condiciones de restricción.	65
Figura 4.35. Propuesta de monograma Carga-Desplazamiento, para prototipado rápido (ver detalle en anexo 1).....	68
Figura 4.36. Representación de un marco estáticamente indeterminado.	69
Figura 4.37. Marco hiperestático a resolver.	¡Error! Marcador no definido.
Figura 4.38. Solución particular.....	¡Error! Marcador no definido.
Figura 4.39. Solución complementaria.	70
Figura 4.40. Simulación de un marco hiperestático sin factor de reducción.....	72
Figura 4.41. Simulación de un marco hiperestático con factor de reducción de 100.....	73
Figura 4.42. Desplazamiento para marco de acero 1005.	74
Figura 4.43. Desplazamiento para marco ABS.	74
Figura 4.44. Dimensiones geométricas del marco original en estudio. ¡Error! Marcador no definido.	
Figura 4.45. Configuración del modelo para simulación.....	77
Figura 4.46. Resultados de los desplazamientos a evaluar.....	77
Figura 4.47. Resultados de los esfuerzos a evaluar.....	78
Figura 4.48 Dimensiones geométricas del marco original en estudio. ¡Error! Marcador no definido.	
Figura 4.49. Comparativa dimensional entre modelos.....	¡Error! Marcador no definido.
Figura 4.50. Configuración del modelo para simulación.....	79
Figura 4.51. Resultados de los desplazamientos a evaluar.....	80
Figura 4.52. Resultados de los esfuerzos a evaluar.....	80
Figura 4.53. Configuración del modelo para simulación.....	81
Figura 4.54. Resultados de los desplazamientos a evaluar.....	81
Figura 4.55. Resultados de los esfuerzos a evaluar.....	82
Figura 4.56. Configuración del modelo para simulación.....	82
Figura 4.57 Resultados de los desplazamientos a evaluar.....	83
Figura 4.58. Resultados de los esfuerzos a evaluar.....	83
Figura 5.1. Modelo de elemento finito para experimentación en material ABS, desarrollo propio. 85	
Figura 5.2 Modelo de elemento finito con condiciones frontera en material ABS, desarrollo propio.	86
Figura 5.3. Resultados de desplazamiento del material ABS.	86

Figura 5.4. Resultados de desplazamiento del material acero 1005.	87
Figura 5.5. Resultados de desplazamiento del material acero 1005, con factores combinados.	87
Figura 5.6. Esfuerzos en material ABS, desarrollo propio.	88
Figura 5.7. Esfuerzos en material acero 1005, desarrollo propio.	88
Figura 5.8. Esfuerzos en material acero 1005, con factor de reducción solo en material, desarrollo propio.	88
Figura 5.9. Giro en material ABS, desarrollo propio.	89
Figura 5.10. Giro en material 1005, desarrollo propio.	89

Índice de tablas

Tabla 2.1. Reducción geometría y carga	29
Tabla 2.2. Reducción deflexión y giro	29
Tabla 3.1. Materiales y equipo utilizado.	40
Tabla 4.1 Resultados del método exacto vs simulación con MEF.....	62
Tabla 4.2 Características geométricas.....	62
Tabla 4.3 Características de los materiales	63
Tabla 4.4 Resumen de la simulación	65
Tabla 4.5 Resumen de datos	66
Tabla 4.6 Datos de la simulación para el material acero 1005.	67
Tabla 4.7 Datos de la simulación para el material ABS.	67
Tabla 4.8 Resultados de un marco de reacción hiperestático.	73
Tabla 4.9 Resultados de las simulaciones de comprobación.	75
Tabla 4.10 Tabla con valores para el desplazamiento	75
Tabla 4.11 Concentrado de resultados con trabajo en el límite de la zona lineal.	84
Tabla 4.12 Concentrado de resultados con trabajo en la zona lineal.	84
Tabla 5.13 Datos de los materiales.	85
Tabla 5.14 Resumen de resultados para desplazamientos, con longitud de 200 mm.....	88
Tabla 5.15 Resumen de resultados para esfuerzos, para factor de reducción combinado.	89
Tabla 5.16 Resumen de resultados para giro, con factor de reducción combinado.	90

Resumen

En este trabajo se realizó una exploración y síntesis de las propiedades mecánicas de los materiales acero 1005 y plástico ABS encontrando que a través del módulo de Young se puede proponer un factor de reducción, para comparar un material metálico y un material plástico mientras trabajen en su zona lineal. Debido a que en la fabricación de máquinas y mecanismos el acero 1005 es un material común para su diseño y que en el prototipado rápido el ABS es un material común para la impresión 3D. Se identificó después de la revisión de las propiedades mecánicas que el acero 1005 tiene un $E = 200$ GPa, un límite elástico de 226 MPa y un coeficiente de Poisson de 0.3. Mientras que el ABS tiene un $E = 2$ GPa, un límite elástico de 40 MPa y un coeficiente de Poisson de 0.4, ambos en su zona lineal. Cuando se trabaja en clases con ejercicios analíticos para hallar la deflexión de una viga fabricada con acero 1005, no es posible el desarrollo experimental. Por ello se propone para su demostración práctica el uso de un factor de reducción que permita realizar prototipado rápido por impresión 3D y ejecutar pruebas destructivas de flexión en el material plástico ABS, que aproxime el mismo resultado de deformación analítica-experimental que para el acero 1005, si este se sometiera a pruebas destructivas.

Introducción

Actualmente desarrollar material didáctico propio es una premisa para todo sistema educativo en América Latina. Por lo tanto, promover la actualización de los contenidos curriculares de las Instituciones de Educación Superior (IES) desde la perspectiva de la investigación a través de los docentes especialistas en el área de diseño mecánico. Es una estrategia que pretende orientar los trabajos de investigación educativa hacia el desarrollo de materiales didácticos para la enseñanza. Hacer cambios paradigmáticos en los modelos didácticos (que solo orientan la educación a una práctica pedagógica basada en la instrumentación), requiere de docentes receptivos a la comprensión y las exigencias de cambio con una clara interrelación con el estudiante, la institución educativa de adscripción y los requerimientos laborales.

Por ello es necesario desarrollar espacios donde se dé el encuentro de culturas, el proceso introspectivo, la discusión socializada, el reconocimiento al pensamiento divergente, la diversidad metodológica y la comprensión de las situaciones, principios que describen a una didáctica universitaria que refleja una formación docente significativa (González, 2016).

Las asignaturas como la mecánica de sólidos y la estática tratan de la concepción y la construcción de los sistemas estructurales que son tema de estudio para desarrollar la competencia del diseño mecánico, que se basa fundamentalmente en criterios de funcionalidad, seguridad, economía y estética de los materiales y sus geometrías.

Se entiende por estructura aquella parte de la construcción que soporta el conjunto, es decir, que es capaz de resistir las acciones que actúan sobre ella; peso propio, sobrecarga de uso, viento, movimientos sísmicos, etc. (Blanco, Cervera, & Suárez, 2015).

Todo diseño mecánico que basa su desempeño en el comportamiento lineal de los materiales, requiere de pruebas destructivas para su validación, por ejemplo, la de flexión que es aplicable a vigas. Sin embargo, estas pruebas son excesivamente costosas para ser realizadas cada vez que los docentes las requieran, en apoyo a la formación profesional de

sus alumnos; por lo cual la elaboración del material didáctico es de suma importancia, para de esta forma lograr que lo visto en clase analíticamente sea representado y entendido experimentalmente.

La primera intención de todo ingeniero es tratar de reemplazar los materiales metálicos con materiales plásticos usando el mismo diseño. Sin embargo, esto no es posible, ya que existen enormes diferencias entre las propiedades mecánicas, métodos de fabricación, geometría y cálculo de sistemas mecánicos como los engranajes (Moya & Velázquez, 2007).

El trabajo desarrollado consiste en evaluar con apoyo de las herramientas de la mecánica computacional (simulación por elemento finito) el comportamiento lineal de los materiales plástico (ABS) y metálico (acero 1005) cuando trabajan dentro de la zona lineal; pues ambos materiales tienen un módulo de Young comparable 2 000 000 KPa ABS y 200 000 000 KPa en los cuales se aprecia solo un factor de multiplicación de 100 unidades entre uno y otro, al cual se le puede llamar factor de reducción. Al identificar esta característica es posible proponer un prototipo didáctico fabricado por prototipado rápido en impresión 3D, que sea válido para la experimentación de las pruebas destructivas de deflexión en vigas.

La metodología es experimental desde la orientación del método científico deductivo, prioriza la síntesis de los métodos exactos de cálculo, la experimentación mediante simulación por el método del elemento finito (FEM) y la discusión de los resultados mediante la comparativa de los datos aproximados que validen el uso de un prototipo didáctico que permita emular los resultados teóricos y de la simulación, desde la linealidad de los materiales.

El desarrollo incluye la síntesis de la ecuación de Euler. Así como, un ejemplo resuelto que consiste en un ejercicio analítico de flexión en vigas. Al final de este apartado se determinaron las condiciones geométricas y de diseño (material y condiciones de carga y apoyos), para la deducción del factor de reducción. El modelo seleccionado fue el de una viga simplemente apoyada (figura 1).

El apartado de resultados se conjunta con el de discusión pues presenta la simulación de la ejercitación del método exacto y se compara en porcentaje la aproximación que se utilizará

para validar el comportamiento de un material plástico (ABS) y un material metálico (acero 1005) cuando trabajan dentro de la zona lineal para que sea válida para la experimentación de las pruebas destructivas de deflexión en vigas.

En las conclusiones se establece que el porcentaje de aproximación de los resultados obtenidos por el método exacto y la simulación por el MEF, presentan un comportamiento aceptable para proponer un prototipo didáctico experimental (figura 1 y 2) que trabajando en la zona lineal de los materiales presente las mismas características de desplazamiento ante la acción de cargas proporcionales mediadas por un factor de reducción experimental. Con ello se aspira a construir un aprendizaje autónomo, interactivo, reflexivo, colaborativo y en red, multidisciplinar e innovador (UNESCO, 2017).

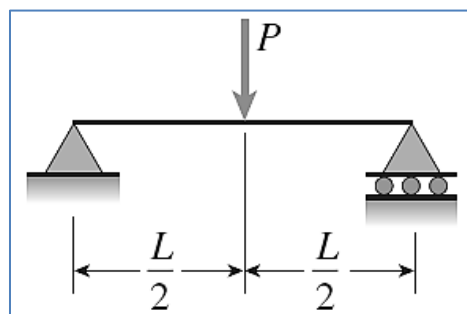


Figura 0.1: Diagrama esquemático del modelo utilizado, tomada de (Gere & Goodno, 2009).

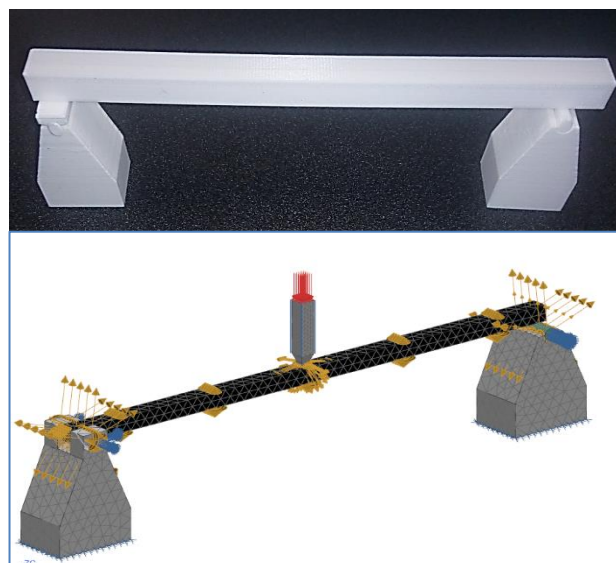


Figura 0.2. Prototipo experimental y digital.

Capítulo I.- Protocolo de Investigación

El presente proyecto se acota en el área de Cálculo Estructural de la Ingeniería, donde se ha identificado que existe como debilidad la ausencia de material didáctico para la enseñanza de esta. Por ello se realizó una exploración y síntesis de los métodos de cálculo de los marcos isostáticos e hiperestáticos, para posteriormente desarrollar la solución analítica de ejemplos de cálculo, los cuales se comparan con el apoyo de la simulación de la mecánica computacional para establecer rangos de validez (basados en la solución aproximada del MEF) para los resultados de una práctica experimental, mediante un prototipo didáctico. Con las características geométricas del problema y con los requerimientos de diseño definidos, se hace uso del prototipado rápido y se fabrican sistemas didácticos de ensayo para pruebas destructivas. Se lleva a cabo la recolección de datos en una tabla comparativa de resultados analítico-experimentales y mediante cotejo simple se determina el grado de exactitud entre ambos, se realizan ajustes para obtener una desviación mínima entre los resultados. El reporte final es mediante la elaboración de material didáctico que consiste en un cuaderno de prácticas que recoge, recopila y estructura la experiencia de enseñanza para su aplicación en el aula e incrementar el aprendizaje mediante una estrategia constructivista-cognitiva.

Planteamiento del problema

El desarrollo de material y prototipos didácticos, son parte de las características de los maestros al trabajar con el método científico, es decir es necesario concebir y realizar ordenadamente la actividad educativa en general, y la docente en particular, considerar todos los métodos en relación con la realidad escolar que se vive, incluyendo en esa realidad, claro está, las posibilidades efectivas de mejoramiento, aplicarlos convenientemente, lo que implica su adaptación a situaciones nuevas y su reforma por asimilación de los progresos alcanzados en la ciencia de la educación y en la teoría de la enseñanza (UNESCO, 1959):12.

En la enseñanza de la educación superior las asignaturas formativas implican la necesidad de elaborar material didáctico y prototipos didácticos que permitan fortalecer el proceso cognitivo de los alumnos. Se demanda por parte de los docentes la constante utilización, actualización o innovación de estrategias de enseñanza-aprendizaje (E-A) innovadoras. Por

medio de ellas es posible que el estudiante comprenda la necesidad de contar con apoyos didácticos para reforzar su aprendizaje significativo. Al desarrollar material didáctico desde la perspectiva de la investigación del docente se promueve el aprendizaje basado en proyectos (ABP) el cual demanda que el alumno sea autodidacta y muestre una actitud propositiva fundada en el asombro y el análisis de las partes que forman un sistema estructurado de aprendizaje.

El desempeño cognitivo desarrollado a partir de estrategias didácticas basadas en la investigación, para un individuo en cualquier campo de la vida requiere de la utilización de determinadas habilidades, destrezas, capacidades, etc. La UNESCO (1988) menciona que el aprendizaje a lo largo de toda la vida es un proceso inherente a la formación humana. Por lo tanto, no es sólo una opción de carácter personal, dado el impacto que tiene en tres niveles:

- ✓ Desarrollo personal y cultural, que es el que da sentido a la existencia de cada individuo;
- ✓ Desarrollo social, que se refiere al lugar ocupado en una comunidad, ciudadanía, participación política y sociabilidad;
- ✓ Desarrollo profesional, que guarda relación con el empleo no precario y de calidad, vínculo con la producción, satisfacción profesional y el bienestar material (UNESCO, 1998).

Por lo anterior las Instituciones de Educación Superior (IES) en Ingeniería deben promover una formación integral que debe pensarse como un proceso dialéctico que refleje la necesidad histórica de la educación y la necesidad de agrupar los aspectos esenciales de la enseñanza pertenecientes a varias disciplinas que se interrelacionan por medio de la investigación y conforman una nueva unidad de síntesis interdisciplinaria que implica un salto de calidad en el proceso de aprendizaje. Respondiendo así a la creación de nuevas alternativas didácticas para la educación superior, solucionando los problemas causados por el aumento extraordinario de la información científica y los métodos tradicionales de enseñanza, de manera que permita a los estudiantes un aprendizaje más eficaz y eficiente.

Vygotsky considera que las funciones psicológicas superiores pueden ser: naturales y culturales, no obstante, lo verdaderamente determinante es la condición social. La distinción entre ambas está en el grado y el modo de abstracción y descontextualización de

los instrumentos semióticos que se emplean. De esta forma se crea lo que él llamó zona de desarrollo próximo (ZDP) (BUAP, 2009). Para Vygotsky, "el aprendizaje es una forma de apropiación de la herencia cultural disponible, no sólo es un proceso individual de asimilación; es el origen y el motor del aprendizaje (BUAP, 2009)". Para recrear una ZDP, es necesario contar con los medios didácticos adecuados, para ello los docentes pueden compilar todo el material a utilizar en una materia dentro de los apuntes de su clase. De igual forma, los estudiantes universitarios necesitan formas de retener la información obtenida fuera y dentro de las aulas; una de ellas es mediante los apuntes. Dejando a un lado la concepción de apuntes como los dictados que realiza el profesor, los apuntes se pueden considerar como el material que el profesor brinda dentro y fuera del salón de clase, mismo que el alumno trabaja o revisa. Por una parte, los apuntes permiten al docente el llevar un registro de manera ordenada de los materiales a utilizar durante una materia. Es una forma de recopilar información, organizarla y priorizarla.

Sin embargo, con apoyo de material y prototipos didácticos integradores, el estudiante puede analizar la información previamente a una clase o recordarla más tarde mediante una práctica o experimentación, ya que muchas veces resulta difícil memorizar la información presentada, además de que para alcanzar una memoria a largo plazo es necesario repasar nuevos conocimientos y asociarlas a puntos clave de inflexión que representen en el estudiante un catalizador del proceso cognitivo. Así la asimilación (adquisición de nuevos conocimientos y su relación con los ya existentes) está vinculada a la experiencia en investigación.

Con la claridad conceptual donde un prototipo constituye un complemento didáctico y práctico de las clases magistrales de las asignaturas principales de la Ingeniería Estructural, con el cual sea posible mejorar sustancialmente la formación académica de los estudiantes (Muñoz, 2007). El proyecto de investigación se plantea con un amplio alcance institucional tanto a nivel Posgrado como Licenciatura con el fin de facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje y, por consiguiente, mejorar la calidad de la educación e incentivar una cultura científica e investigativa dentro de la población estudiantil (Duarte, 2007).

Justificación

Con fundamento en la revisión documental se pretende llevar a cabo el diseño e implementación de prototipos didácticos para la enseñanza de conceptos científicos y tecnológicos relacionados a la ingeniería estructural, que en general, deben involucrar como mínimo los siguientes componentes pedagógicos (Bermúdez, 2011):

- ✚ Identificar el concepto científico o el problema pedagógico a resolver, para el cual se va a implementar la ayuda didáctica. Pruebas de deflexión en vigas y marcos isostáticos e hiperestáticos.
- ✚ Se debe tener en cuenta para qué y para quién es el prototipo; es decir, identificar el objetivo pedagógico de la ayuda y el tipo de usuario con el que se desea trabajar. Los beneficiarios serán los estudiantes de ingeniería del nivel superior, que cursen las materias de tronco común de análisis estructural como; la mecánica de sólidos, marcos isostáticos, etc.
- ✚ Establecer los preconceptos de los estudiantes en la temática científica y/o tecnológica que se desea profundizar. Los conocimientos a necesarios como preconceptos serán los de las matemáticas, la física, la estática, el dibujo técnico entre otros.
- ✚ Los conceptos y las ideas que se quieren transmitir. Son los de la deflexión, el desplazamiento, los esfuerzos y el giro.
- ✚ Que sea llamativo e impactante. Por medio del prototipado 3D, se expone al estudiante a un inmediata ZDP basada en la experimentación y profundidad del conocimiento como la curva esfuerzo deformación.
- ✚ Que, en lo posible, los conceptos estudiados se integren en la comprensión de los fenómenos físicos inmersos en su actividad cotidiana. La determinación de los desplazamientos y esfuerzos máximos se convierten en una actividad inherente a los procedimientos de diseño estructural para todo programa de estudios en ingeniería.
- ✚ Brindar seguridad a la hora de su manipulación. El prototipado rápido 3D realiza prototipos didácticos a escala, que permiten el manejo seguro de parámetros como fuerza, presión, entre otros.

- ✚ En combinación con los componentes pedagógicos mencionados, la construcción deberá contemplar las siguientes etapas:
 - Revisión bibliográfica con el fin de conocer los contenidos teóricos y conceptuales necesarios para su construcción.
 - Desarrollo del prototipo propiamente dicho, el cual comprende diseño, construcción, prueba y puesta a punto.
- ✚ Una vez disponible el prototipo se procede a diseñar la metodología necesaria para su utilización en el aula, teniendo en cuenta lo siguiente:
 - Elaboración del manual de usuario para la correcta operación del prototipo.
 - Implementación de la guía para la experimentación con el material y prototipo didácticos.

Por lo anterior se decidió asociar la formación docente con el desarrollo de prototipos didácticos, porque a la hora de enseñar ciencias se cuenta con elementos importantes como la creatividad, motivación, curiosidad y la experiencia cotidiana de los estudiantes, los cuales pueden ser explorados fácilmente, de una manera lúdica y didáctica, con el desarrollo de prototipos funcionales (Duarte, 2007). Que atienden las tendencias y recomendaciones de las corrientes pedagógicas actuales de tipo constructivista que se centran en el estudiante, quien debe construir su propio cuerpo de conocimientos de una determinada materia con la ayuda del profesor. Con este fin, los entornos virtuales constituyen una herramienta científica de gran potencial para la transmisión de conocimientos a través de modelos basados en la propia experiencia del estudiante. Con tales modelos se pueden representar fenómenos físicos con el necesario rigor y realismo para que puedan ser identificados de forma clara con situaciones reales...De este modo, el conocimiento científico que subyace bajo cada situación modelizada queda lo suficientemente recalcado, permitiendo una transición simple y directa entre el concepto y el modelo cognitivo (Giménez & et al, 2011).

Objetivos

Objetivo general

Evaluar la exactitud y precisión de un factor de reducción para impresión 3D, mediante los resultados de la simulación CAE en el software NX de Siemens, en elementos estructurales simples (EES) estáticamente determinados e indeterminados.

Objetivos específicos del proyecto

- ✚ Realizar el modelo CAD en 1D, 2D y 3D de EES estáticamente determinados e indeterminados.
- ✚ Determinar la configuración en los modelos 1D, 2D y 3D, para las condiciones frontera de EES, sometidos a cargas puntuales y distribuidas estáticamente determinadas e indeterminadas.
- ✚ Documentar de manera comparada los resultados de la simulación 1D, 2D y 3D de EES estáticamente determinadas e indeterminadas, con empleo de un factor de reducción.

Hipótesis

Con la claridad conceptual de que un prototipo didáctico constituye un complemento operativo y práctico en las clases de las asignaturas de la mecánica de sólidos y la estática, con el cual sea posible mejorar sustancialmente la formación académica de los estudiantes (Muñoz, 2007). El proyecto se plantea con un amplio alcance institucional tanto a nivel Licenciatura como medio superior con el fin de facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje y, por consiguiente, mejorar la calidad de la educación e incentivar una cultura científica e investigativa dentro de la población estudiantil (Duarte, 2007). Siendo la hipótesis propuesta la siguiente:

Si se evalúa la precisión y exactitud de un factor de reducción propuesto, entre los materiales acero 1005 y plástico ABS, mediante el modulo CAE del software NX siemens. Entonces, es posible desarrollar prototipos mediante la impresión 3D en plástico ABS, cuyas relaciones escaladas de esfuerzo-deformación se comporten como una estructura metálica de acero 1005, dentro de la zona lineal de ambos materiales.

Variables

Las variables en este trabajo se establecen dentro de la relación que manifiesta el comportamiento lineal de los materiales. Por lo tanto, las variables independientes son las condiciones frontera (fuerzas y restricciones) y las variables dependientes el esfuerzo y la deformación que sufren los materiales ante la experimentación destructiva simulada en un software especializado basado en el Método de los Elementos Finitos (MEF). Principalmente se busca en este trabajo obtener una mayor comprensión por el alumno de temas propios de la mecánica de sólidos y la estática, que permitan beneficiar su desarrollo profesional, tanto en el área estudiantil como posteriormente en el área laboral.

Se sabe que la mecánica de sólidos y la estática implican el cálculo de tensiones y deformaciones para conjuntos de puntos (secciones de elementos o elementos completos), cuyo objeto es diseñar elementos mecánicos que cumplan su cometido y sean seguros y económicos. Dentro de la mecánica de sólidos existen problemas fundamentales, como lo son:

- ✚ El dimensionamiento: es el calcular las dimensiones del elemento considerando la resistencia del material y las solicitaciones.
- ✚ La comprobación: tiene como objetivo comprobar que el sólido se comporta de modo seguro ayudado de las dimensiones, la resistencia del material y las solicitaciones.

La mecánica de sólidos y la estática tienen como base algunas hipótesis y principios generales, tales como:

- ✚ Ley de Hooke: El material tiene un comportamiento elástico-lineal.
- ✚ Hipótesis de las pequeñas deformaciones y desplazamientos: Los materiales presentan deformaciones muy pequeñas en relación a las dimensiones de la estructura, que no cambian la geometría del elemento e influyen despreciablemente en las solicitaciones.
- ✚ Principio de superposición: Los efectos que un sistema de fuerzas origina sobre una estructura son iguales a la suma de los efectos que originan cada una de las fuerzas actuando por separado.

- ✚ Principio de Saint-Venant: Los estados tensionales producidos por dos sistemas de cargas equivalentes son iguales, salvo en las zonas próximas al punto de aplicación de las cargas.
- ✚ Principio de Bernoulli: Las secciones planas de un sólido antes de la deformación, permanecen planas después de la deformación (Principio valido en muchos casos, sin embargo, no siempre se cumple por lo cual habrá que abandonarlo en ciertas ocasiones.)

A partir de dichas bases se puede tener una idea lo que la teoría de la mecánica de sólidos y la estática aportan, en la mejora del desarrollo de prototipos didácticos que sean empleados para explicar de una manera tangible para así lograr una mejor comprensión del contenido por los alumnos.

Otro de los temas importantes a tratar es la elasticidad, que básicamente es el cálculo de tensiones y deformaciones en todos los puntos de un sólido elástico. A partir de este concepto se puede desarrollar un análisis llamado análisis estático lineal, el cual es el más simple y comúnmente utilizado. Lineal: Significa un comportamiento en línea recta, que responde a la ecuación de la línea recta que pasa por el origen, con el módulo elástico como la pendiente de la curva, el cual se considera una constante. Entre las condiciones de frontera se encuentran la fuerza que actúan sobre el EES y las restricciones sobre el mismo.

- 1) Si la fuerza no varía con respecto al tiempo se llama constante (figura 1.1.) y si solo actúa la gravedad sobre la masa se llama peso propio.

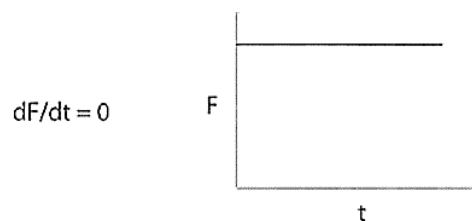


Figura 1.1. Representación de una fuerza constante.

- 2) En un conjunto de restricciones debe existir una condición de equilibrio, que cumpla la condición de suma de fuerzas =0 y suma de momentos =0.

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma M_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Sigma M_y = 0$$

$$\Sigma F_z = 0 \quad \Sigma M_z = 0$$

Materiales

En cuanto a los materiales, el acero resulta ser el más importante utilizado para fines estructurales porque combina una alta resistencia, tanto en tensión como en compresión, con alta rigidez (módulo de elasticidad elevado), y facilidad de fabricación, a un precio relativamente bajo.

Las propiedades mecánicas del acero (figura 1.2) están influenciadas de manera importante por el comportamiento del diagrama esfuerzo-deformación, ante procesos de laminación, velocidad de enfriamiento, tratamiento térmico, temperatura de servicio, deformación en frío, tipo de solicitaciones, etc. Se considera también que el acero estructural es una material homogéneo e isótropo de calidad uniforme que permite soportar grandes esfuerzos, por lo que en la mayoría de los casos se obtienen miembros con espesores relativamente pequeños en comparación con sus otras dimensiones. Por ello es relevante su estudio de manera experimental, el cual permita observar su comportamiento.

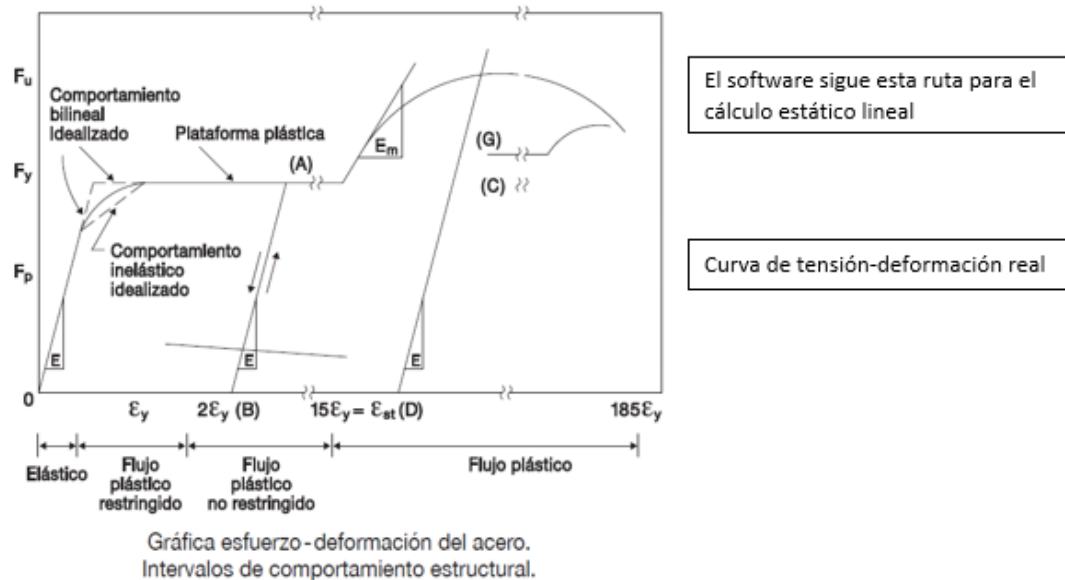


Figura 1.2. Diagrama esfuerzo-deformación.

El Acrilonitrilo Butadieno Estireno o ABS es un plástico muy resistente al impacto, utilizado especialmente en la industria de la automoción pero en ocasiones también en la doméstica. El ABS se considera un termoplástico amorfo. Un termoplástico es un plástico que, sometido a la exposición de temperaturas relativamente altas, se vuelve deformable o flexible llegando incluso a derretirse, mientras que cuando se enfría lo suficiente, se endurece.

Se le suele llamar plástico de ingeniería porque su elaboración y procesamiento es algo más compleja que en los plásticos comunes. El ABS es un polímero compuesto por tres bloques, acrilonitrilo, butadieno y estireno por lo que se le denomina terpolímero.

Cada uno de los tres bloques aporta características distintas. El acrolonitrilo rigidez, resistencia a ataques químicos, dureza y estabilidad a las altas temperaturas. El butadieno, tenacidad a la temperatura cuando ésta es especialmente baja y resistencia a impacto; y el estireno, resistencia mecánica, rigidez, brillo, dureza.

Esta mezcla de propiedades hace que el producto final sea de gran aplicación en la fabricación de equipos pesados y aparatos electrónicos. El ABS es un ejemplo de compuesto de materiales que con la unión de las propiedades de estos busca ser una alternativa al desarrollo de materiales nuevos.

La resistencia del ABS a temperaturas extremas, especialmente cuando éstas son de bajo cero le convierten en un material especialmente interesante para entornos fríos, manteniéndose inalterable donde otros se vuelven quebradizos. Además, el ABS absorbe poca agua y es fácilmente recubierto con capas metálicas pues es muy receptivo a los baños de metales.

El ABS es opaco y puede ser de color oscuro o marfil. Puede pigmentarse en la mayoría de los colores obteniéndose un buen acabado y no es tóxico, por ello que podemos encontrarlo presente en la mayoría de las piezas plásticas de los bloques de Lego o Bandai.

Este termoplástico puede ser extruido, moldeado mediante inyección, solapado y prensado. No es altamente inflamable, aunque mantiene la combustión. En caso de aplicarle un retardante de llama, el ABS puede ser incombustible.

El ABS también se puede utilizar en aleaciones con otros plásticos, como por ejemplo el PVC, de cuya unión se obtiene un plástico de alta resistencia utilizado en la fabricación de televisores. También se le puede añadir PTFE (teflón) para reducir su coeficiente de fricción, o compuestos halogenados para aumentar su resistencia al fuego.

En el mundo de la impresión 3D, el ABS es uno de los materiales que en la actualidad más se utiliza para llevar a cabo los procesos de impresión. El ABS convive con otros materiales sustitutivos como el PLA y aunque sus aplicaciones son muy parecidas, uno es más indicado que otro según el objetivo.

Capítulo II.- Marco de Referencia

Marco Conceptual

Análisis estructural

Las materias relacionadas con el análisis y el diseño de sistemas estructurales son de obligatoria presencia en las enseñanzas técnicas actuales, tanto de Grado como de Master. Estas materias incluyen, a su vez, diversas asignaturas encaminadas a estudiar el comportamiento estructural desde un punto de vista cualitativo y cuantitativo, siendo este último el más característico de tales enseñanzas. De este modo se justifica la simulación virtual de marcos, ya que está en total sintonía con los contenidos de una asignatura básico-tecnológica como Elasticidad y Resistencia de Materiales, que por lo general marca el inicio del recorrido curricular en materia de cálculo de estructuras (Giménez & et al, 2011).

Se considera que la ingeniería estructural es la rama de la ingeniería que trata la concepción, el diseño y la construcción de las estructuras, basándose fundamentalmente en criterios de funcionalidad, seguridad, economía y estética. Se entiende por estructura aquella parte de la construcción que soporta el conjunto, es decir, que es capaz de resistir las acciones que actúan sobre ella; peso propio, sobrecarga de uso, viento, movimientos sísmicos, etc., como se muestra en la figura 2.1 (Blanco, Cervera, & Suárez, 2015).

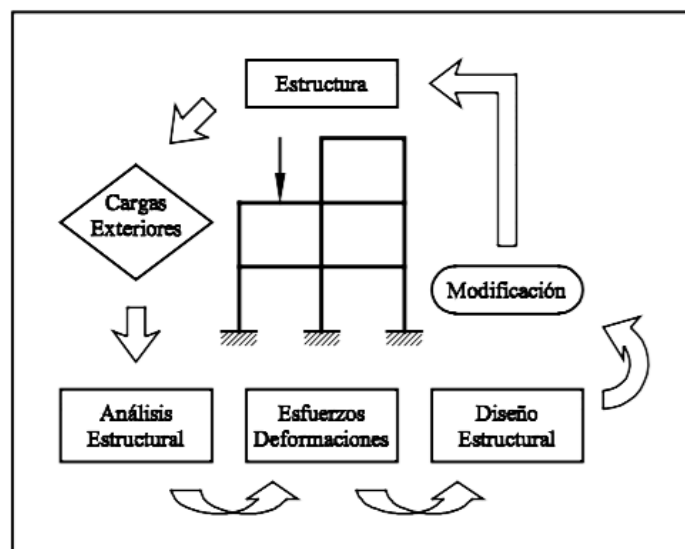


Figura 2.1. Secuencia de un proyecto estructural. Marco Teórico

La ecuación de Euler

La deducción del factor de reducción se basa en la teoría lineal de la mecánica de sólidos y en los métodos de cálculo exactos para determinar el equilibrio externo de un elemento estructural de sección constante. Con respecto al estudio de la deflexión se trabaja con la ecuación de Euler para determinar la deflexión y el giro de la viga.

En el estudio de la teoría de vigas en ingeniería se denomina viga [palabra proveniente del latín biga, (viga, del latín biga “carro de dos caballos”)] a un elemento estructural lineal que trabaja principalmente a flexión. En las vigas (figura 2.2), la longitud predomina sobre las otras dos dimensiones y suele ser horizontal. Se caracteriza por tener una relación geométrica donde la longitud es mayor a 20 veces el diámetro ($L > 20D$).

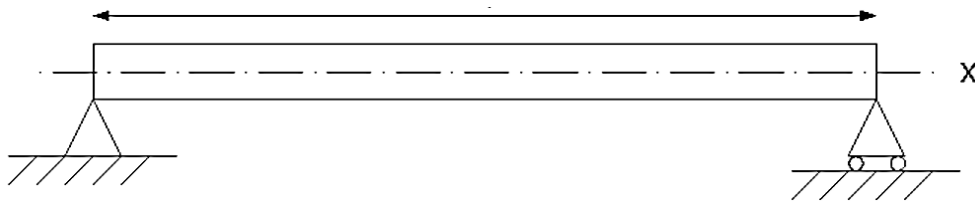


Figura 2.2. Representación gráfica de una viga simplemente apoyada.

El ejemplo mostrado en la figura 2.2, es una viga estáticamente determinada, debido a que posee tres reacciones y tres ecuaciones en el plano para su solución. Su equilibrio estático se obtiene por $\sum F = 0$ y $\sum M = 0$.

Ecuación de Euler

También llamada ecuación de la curva elástica de una viga es una expresión matemática que se expresa como $v = f(x)$. Esta expresión representa una ecuación diferencial no lineal de segundo orden. Su solución se denomina elástica, y da la forma exacta de la curva elástica, suponiendo que las deflexiones de la viga se producen solo por la flexión (Gere & Goodno, 2009).

$$\frac{M}{EI} = \frac{\frac{d^2v}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} \quad (\text{Ec. 2.1})$$

La ecuación 2.1, se puede modificar mediante matemáticas superiores, llegando a la aproximación $\frac{1}{\rho} = \frac{d^2v}{dx^2}$ asimismo al derivar la ecuación se puede determinar el cortante y al derivar nuevamente se puede determinar la carga ecuaciones 2.2, 2.3 y 2.4.

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M \quad (\text{Ec. 2.2})$$

Ecuación de Euler para determinar el momento flector (Ec. 2.2).

$$\frac{d}{dx} (EI \frac{d^2v}{dx^2}) = V(x) \quad (\text{Ec. 2.3})$$

Ecuación de Euler para determinar el cortante (Ec. 2.3).

$$\frac{d^2}{dx^2} (EI \frac{d^2v}{dx^2}) = q(x) \quad (\text{Ec. 2.4})$$

Ecuación de Euler para determinar la carga (Ec. 2.4).

A continuación, se presenta el desarrollo analítico de solución de una viga simplemente apoyada (figura 2.3) con los datos del modelo digital de la viga en estudio.

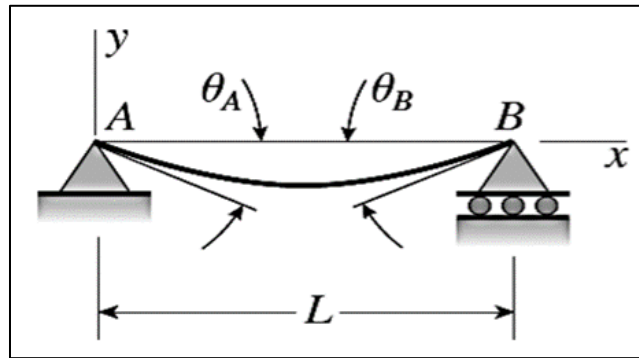


Figura 2.3. Representación gráfica de la deflexión y pendiente de una viga simplemente apoyada.

v	Deflexión de la viga en la dirección y (positiva hacia arriba)
$v' = \frac{dv}{dx}$	Pendiente de la curva de deflexión
$\delta_C = -v(L/2)$	Deflexión en el punto medio C de la viga positivo hacia abajo
X_1	Distancia del apoyo A al punto de deflexión máxima
$\delta_{max} = -v_{max}$	Deflexión máxima (positiva hacia abajo)
$\theta_A = -v'(0)$	Ángulo de rotación en el extremo izquierdo de la viga.
$\theta_B = -v'(L)$	Ángulo de rotación en el extremo derecho de la viga.
EI	Rigidez constante para toda la viga.

Datos para determinar la deflexión y giro para acero 1005:

E = Módulo de Elasticidad	200 000 MPa o 200 000 N/mm ²
A = Área	100 mm ²
L= Longitud	200 mm
P = Carga puntual	9 810 N
I = Inercia	833.33 mm ⁴
Yield Strength	226 MPa
Ultimate Tensile Strength	321 MPa

Sustituyendo valores:

$$\delta_{max} = \frac{PL^3}{48EI} = \frac{9\,810 * 200^3}{48 * 200\,000 * 833.33} = 9.8\,mm$$

$$\theta_B = \frac{PL^2}{16EI} = \frac{9\,810 * 200^2}{16 * 200\,000 * 833.33} = 0.15\,rad = 8.4^\circ$$

Datos para determinar la deflexión y giro para plástico ABS:

E = Módulo de Elasticidad	2 000 MPa o 2 000 N/mm ²
A = Área	100 mm ²
L= Longitud	200 mm
P = Carga puntual	98.10 N
I = Inercia	833.33 mm ⁴

Sustituyendo valores:

$$\delta_{max} = \frac{PL^3}{48EI} = \frac{98.10 * 200^3}{48 * 2\,000 * 833.33} = 9.8\,mm$$

$$\theta_B = \frac{PL^2}{16EI} = \frac{98.10 * 200^2}{16 * 2\,000 * 833.33} = 0.15\,rad = 8.4^\circ$$

Factor de reducción

Para obtener los mismos resultados con un modelo didáctico y considerando que el factor de reducción del módulo de Young entre los dos materiales es de 100 unidades. Este se traslada de manera directa a la fuerza en un factor de 100 unidades y en un factor de 10 unidades hacia la geometría. Una vez determinados los mismos valores para la deflexión y giro en un mismo modelo analítico con mismas dimensiones geométricas. Se adaptan los valores de carga y geometría para reducir un modelo de prueba real a un modelo didáctico.

E = Módulo de Elasticidad	200 000 MPa o 200 000 N/mm ²
A = Área	10 000 mm ²
L= Longitud	2000 mm
P = Carga puntual	9 810 N
I = Inercia	8 333 333.33 mm ⁴
Yield Strength	226 MPa
Ultimate Tensile Strength	321 MPa

Sustituyendo valores:

$$\delta_{max} = \frac{PL^3}{48EI} = \frac{9\,810 * 2000^3}{48 * 200\,000 * 8\,333\,333.33} = 0.98 \text{ mm}$$

$$\theta_B = \frac{PL^2}{16EI} = \frac{9\,810 * 2000^2}{16 * 200\,000 * 8\,333\,333.33} = 0.0015 \text{ rad} = 0.084^\circ$$

Se comprueba de manera analítica que al dividir por 10 unidades la geometría y por 100 unidades la fuerza los resultados que se obtienen, coinciden con los valores del modelo reducido. Asimismo, que al tener los resultados sobre deflexión y giro del modelo real estos coinciden con el modelo reducido si se multiplica la deflexión por 10 unidades y el giro por 100 unidades.

Tabla 2.1

Reducción geometría y carga

	Modelo Real (acero 1005)	Factor de reducción, dividir por:	Modelo reducido (ABS)
Geometría:			
Longitud	2 000 mm	10	200 mm
Área	10 000 mm	100	100 mm ²
Carga	9 810 N	100	98.10 N

Tabla 2.2

Reducción deflexión y giro

	Modelo Real (acero 1005)	Factor de reducción, multiplicar por:	Modelo reducido (ABS)
Deflexión	0.98 mm	10	9.8 mm
Giro	0.084°	100	8.4°

Método de los elementos finitos

Se conoce como Método de los Elementos Finitos a los métodos numéricos que se basan en la discretización de la forma integral de la ecuación que gobierna el problema. El tema básico de los métodos numéricos es hacer cálculos sólo en un número limitado de puntos y luego interpolar los resultados para todo el dominio (superficie o volumen).

Incluso antes de obtener la solución, asumimos como lo desconocido va a variar sobre el dominio. Por ejemplo, cuando se lleva a cabo el mallado usando elementos cuadrilaterales lineales, la suposición es la variación parabólica. Este puede o no ser el caso en la vida real y, por lo tanto, todos los métodos numéricos se basan en una suposición inicial hipotética. Después de obtener los resultados, existen varias formas de revisar tanto la precisión numérica como la práctica o de campo de correlación obtenida y la minimización de errores.

La mayoría de los solvers de elementos finitos admiten elementos de 1er, 2do y 3er orden. También llamados 1D, 2D y 3D. Como se ve en la figura 2.4.

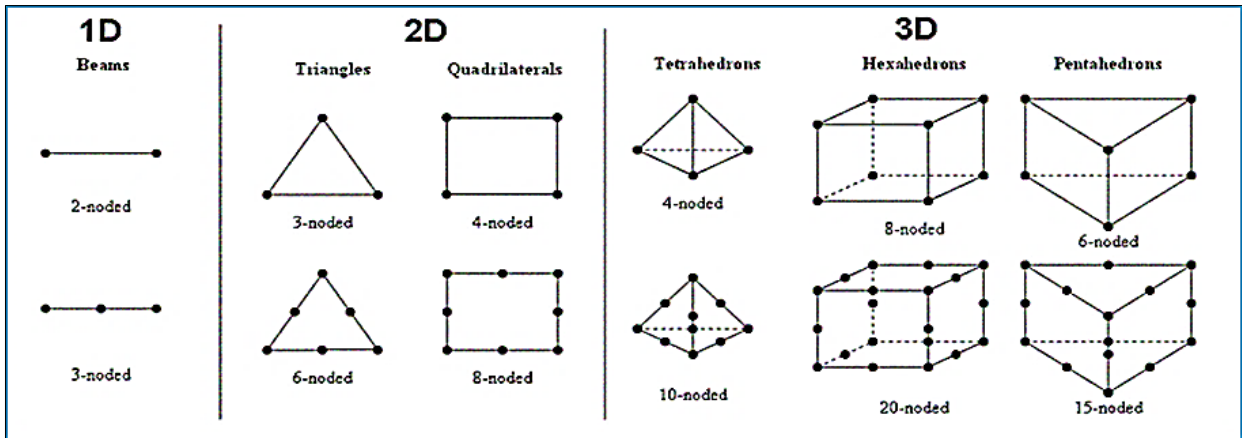


Figura 2.4. Tipos de elemento finito de acuerdo a su dimensión.

Cuando usar elementos finitos unidimensionales

Se recomienda si una de las dimensiones es demasiado larga con respecto a las otras como las vigas. Los tipos de elemento 1D pueden ser:

Rod.- para elementos sometidos a tensión, compresión o torque.

Bar.- para ejes sujetos a cargas multiaxiales, tornillos, pernos o elementos de conexión.

Beam.- mismo caso que la barra pero con centro de cortante no simétrico.

Pipe.- aplica a sistemas de tuberías.

Axisymmetric shell.- cuerpos presurizados como taques o cilindros.

Cuando usar elementos finitos en dos dimensiones

Es necesario cuando dos dimensiones son demasiado largas en comparación con una tercera, ver figura 2.5.

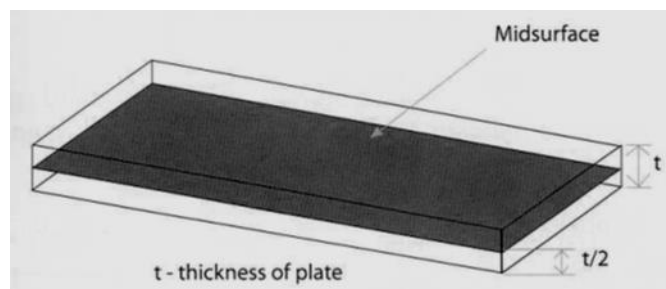


Figura 2.5. Representación de un elemento plano a través de la superficie media.

También los tipos de elementos finitos, pueden ser triangulares (TRIA) o rectangulares (QUAD), ver figura 2.6. Generalmente se utilizan superficies medias y se asignan valores a las dimensiones remanentes también llamadas thickness (espesor). Los tipos de elemento 2D son: cáscara delgada, plate, membrana, esfuerzo plano, deformación plana, sólido de ejes simétricos.

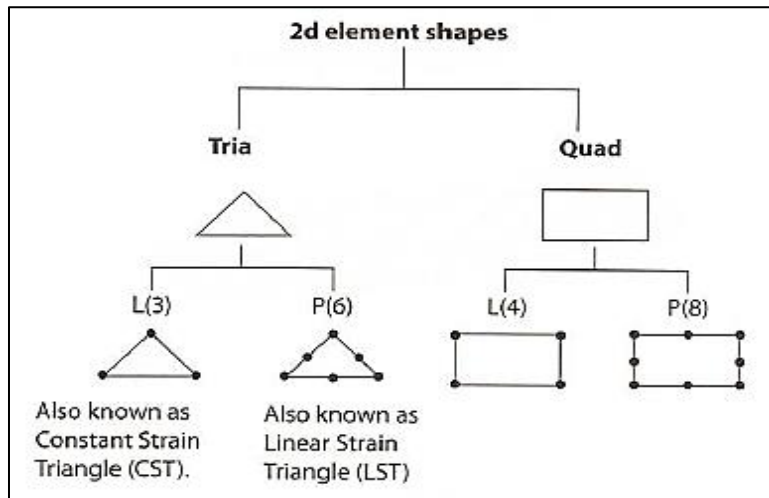


Figura 2.6. Formas de elementos 2D.

Elementos finitos en tres dimensiones

Se utilizan cuando todas las dimensiones tienen equivalencia. Los tipos son elementos sólidos (ver figura 2.7) como; tetra, penta, hex y pyramid (figura 2.8).

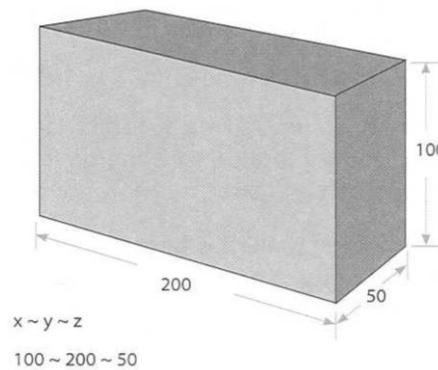


Figura 2.7 Representación de elemento sólido 3D.

Grados de libertad (dof's) para elementos sólidos

Elementos 1D viga y 2D cascara delgada soportan 6 dof's, pero todos los elementos sólidos solo tienen 3 dof's traslacionales (no tienen dof's rotacionales). La interpretación física por la que los elementos sólidos solo tienen 3 dof's traslacionales y no tienen dof's rotacionales. Se debe a que una hoja de papel (2D) o una regla de acero (1D) pueden fácilmente sufrir torsión o pandeo, sin embargo, un ladrillo o una placa de metal no puede sufrir torsión o pandeo.

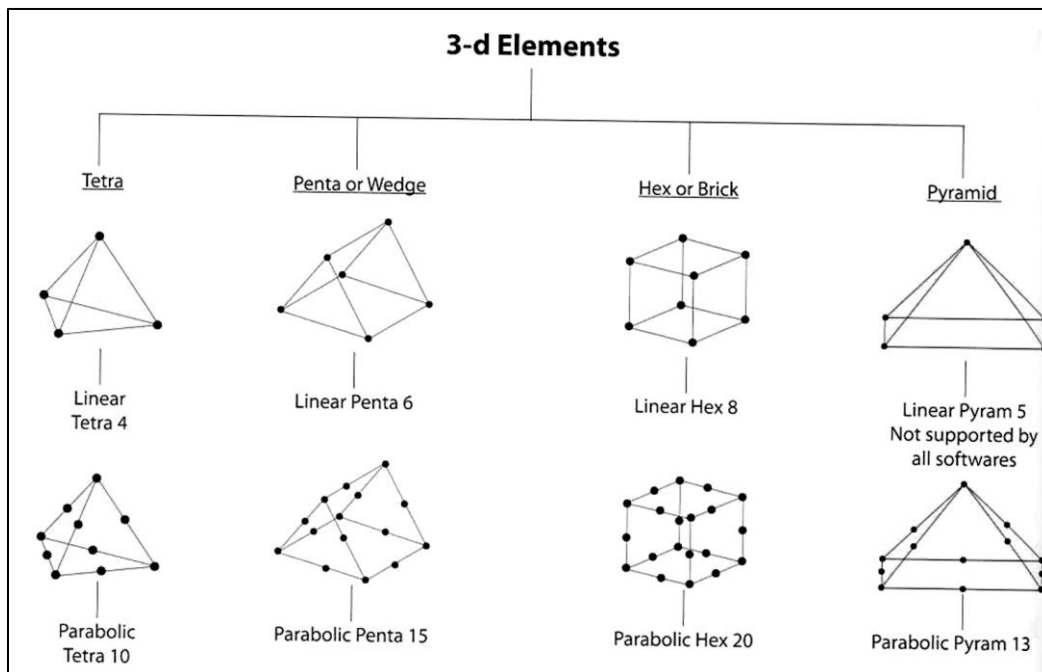


Figura 2.8. Tipos de elemento sólido 3D.

Capítulo III.- Marco Metodológico

La formulación de una política sistémica radica en articular una concepción potente, práctica y relevante para el mundo futuro de lo que es la formación docente...La necesidad de visión sistémica ha sido planteada entre otros por Tedesco (citado en Rivero, 1999) y también por Namodi Mello (2000)...Desde otra perspectiva, un enfoque sistémico de la formación inicial y continua no puede desentenderse de las condiciones de trabajo de los docentes **Fuente especificada no válida..**

Respecto a la planeación del trabajo, este incluye la investigación intensiva y presentación de propuestas de solución a un problema de cálculo estructural cuyas condiciones puedan ser reproducibles mediante prototipado rápido como material didáctico, de acuerdo con las actividades abajo listadas.

1. Investigación. Síntesis de los métodos de cálculo de marcos isostáticos.
2. Investigación. Síntesis de los métodos de cálculo de marcos hiperestáticos.
3. Actividad. Cálculo de modelos analíticos de marcos isostáticos e hiperestáticos por métodos exactos.
4. Actividad. Elaboración de materiales didácticos en impresión 3D.
5. Actividad. Experimentación y validación de resultados de los materiales didácticos en 3D.
6. Reporte de resultados:
 - Generación de base de datos.
 - Análisis estadístico-descriptivo de datos.
 - Análisis comparativo experimental-analítico.

Delimitación del alcance del proyecto

El alcance que tiene la presente investigación de acuerdo con la descripción de Sampieri (2006) es descriptiva, correlacional y explicativa.

- ✚ Descriptiva. - al presentar las características y propiedades (condiciones de frontera) a considerar en un diseño mecánico y en la descripción de sus componentes (vigas, columnas, marcos etc.), teoría de análisis y alternativas de simulación.

- ✚ Correlacional. - al cuantificar la variación entre los resultados teóricos y virtuales, obtenidos por parte de los procedimientos de solución y al predecir la pertinencia de utilizar herramientas virtuales en el diseño mecánico.
- ✚ Explicativa. - documentando el grado de confiabilidad y credibilidad hacia los resultados obtenidos por medio de la simulación por el software NX Siemens contra los obtenidos por el método exacto.

Oportunidad y eficiencia de los medios y recursos utilizados

Debido a contratiempos, la verificación y validación de los valores en el prototipo físico se ha visto atrasada dado que no se cuenta por el momento con un dispositivo con el cual poder medir el desplazamiento y de la misma forma no se tiene la forma de hacer la aplicación de la carga puntual en el prototipo, se espera que dicho retraso sea resuelto a la brevedad.

Una de las oportunidades que se espera a futuro es lograr incorporar el proyecto terminado al material didáctico en una de las materias; del programa de la Licenciatura en Ingeniería de las IES, llamada “Mecánica de Sólidos I” y de esta forma lograr que los alumnos que cursen dicha materia tengan una mejor comprensión de los temas tratados.

a) Problemas surgidos

Se configuró un modelo 3D mediante el software NX Nastran, el cual tiene la facilidad de mostrar los esfuerzos de la geometría del material, sin embargo, consume altos recursos de computo. Por lo tanto, se decidió optar por un modelo 1D, que es óptimo para el desarrollo del proyecto.

Al modificar las cotas del modelo de prototipo prueba, se observó en los resultados que el factor de reducción aplicado de 100 unidades en las dimensiones geométricas que no es posible aplicarlo, por lo tanto, al experimentar con otros factores se tomó la determinación de emplear un factor de reducción de 10 unidades con respecto a la geometría. Dando con esto un factor de reducción combinado material-geometría de 100 unidades para el material y 10 unidades para la sección transversal y la longitud.

b) Información específica sobre los actores participantes

Docentes en activo con formación profesional (en docencia) y laboral (disciplinaria en diseño mecánico o diseño mecatrónico) y alumnos que se encuentren cursando entre el quinto y noveno semestre de educación superior en ingeniería, con visión y gusto por la investigación procedimental. En ambos casos es deseable que manifiesten alta proactividad al aprendizaje colaborativo. Para la formación disciplinaria, es requerido el manejo de software de simulación digital y la impresión 3D, así como es necesario que se cuente con conocimientos previos de temas como lo son la elasticidad de materiales y características de estos. El requerimiento de la formación docente en los profesores requiere del manejo de instrumentos para la planeación didáctica. En ambos participantes se requieren altas habilidades y capacidades tecnológicas sobre las tendencias digitales (manejo de imágenes) e impresión 3D (prototipado rápido), del mismo modo se requiere alto desarrollo en la capacidad perceptiva de profundidad y visualización.

Diseño de la investigación

A la hora de enseñar las ciencias y la tecnología un elemento a favor de los docentes es que en ambas disciplinas es posible llevar a cabo la experimentación ya sea por simulación o física. Por lo tanto, el trabajo en el laboratorio permite, pasar de la tradicional retórica en clase a una metodología de aprender haciendo de manera sistemática.

El diseño, construcción e implementación de un equipo de laboratorio conlleva una práctica consciente, no mecánica, que involucra todas las operaciones del pensamiento, para aprender y adaptar adecuadamente un método secuencial, que puede evolucionar al sistémico como sugieren las tendencias para la formación de docentes (sin pretender que sea único o el mejor). La necesidad de visión sistémica ha sido planteada entre otros por Tedesco (citado en Rivero, 1999) y también por Namodi Mello (2000) (Avalos, 2001).

Por lo anterior en la metodología se ha empleado el método científico deductivo y la investigación se considera procedimental-experimental desde el punto de vista de la simulación digital que provee el uso de un software comercial basado en la teoría del Método del Elemento Finito (Goncharov, 2014), para determinar el desplazamiento de un

modelo digital fabricado con acero 1005 y el mismo modelo digital fabricado con ABS (ver figura 3.1). Posteriormente se cotejaron los resultados obtenidos y se determina el porcentaje de aproximación.

El modelo de referencia (ver figura 3.1) es una viga de sección transversal de 100 mm^2 y una longitud de 200 mm, simplemente apoyada con una carga puntual al centro de 9810 N,

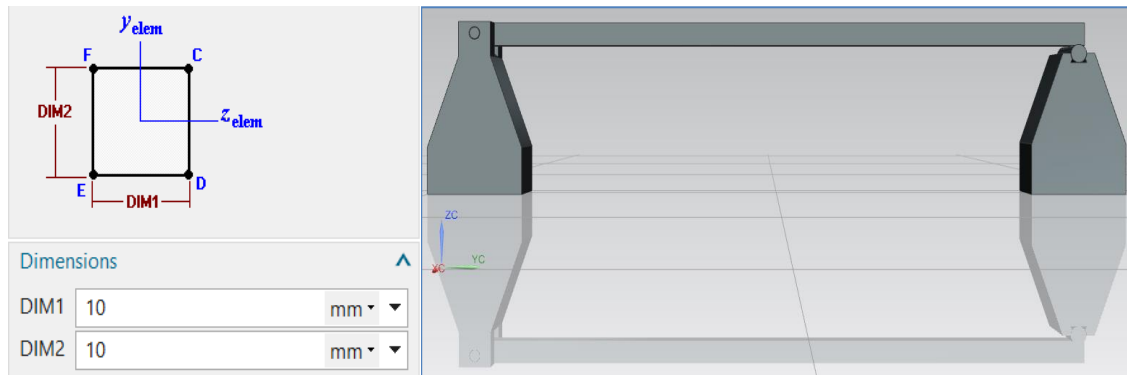


Figura 3.1. Modelo digital para material metálico 1005 y plástico ABS, desarrollo propio.

el material es acero 1005.

Con fundamento en la revisión documental se llevó a cabo el diseño e implementación de prototipos didácticos (figura 3.2) para la enseñanza de conceptos científicos y tecnológicos relacionados al diseño mecánico. Para ello se siguieron las recomendaciones de (Bermúdez, 2011), que en general, involucran como mínimo los siguientes componentes pedagógicos:

1. Identificar el concepto científico o el problema pedagógico a resolver, para el cual se va a implementar la ayuda didáctica.

✚ Pruebas de deflexión en vigas y marcos isostáticos e hiperestáticos.

2. Se debe tener en cuenta para qué y para quién es el prototipo; es decir, identificar el objetivo pedagógico de la ayuda y el tipo de usuario con el que se desea trabajar.

- ✚ *Los beneficiarios serán los estudiantes de ingeniería del nivel superior, que cursen las materias de tronco común como la mecánica de sólidos o la estática.*
3. Establecer los preconceptos de los estudiantes en la temática científica y/o tecnológica que se desea profundizar.
 - ✚ *Los conocimientos a necesarios como preconceptos serán los de las matemáticas, la física, el dibujo técnico entre otros.*
 4. Los conceptos y las ideas que se quieren transmitir.
 - ✚ *Son los de la deflexión, el desplazamiento, los esfuerzos y el giro.*
 5. Que sea llamativo e impactante.
 - ✚ *Por medio del prototipado 3D, se expone al estudiante a un inmediata ZDP (BUAP, 2007) basada en la experimentación y profundidad del conocimiento como la curva esfuerzo deformación.*
 6. Que, en lo posible, los conceptos estudiados se integren en la comprensión de los fenómenos físicos inmersos en su actividad cotidiana.
 - ✚ *La determinación de los desplazamientos y esfuerzos máximos se convierten en una actividad inherente a los procedimientos de diseño estructural para todo programa de estudios en ingeniería.*
 7. Brindar seguridad a la hora de su manipulación.
 - ✚ *El prototipado rápido por impresión 3D realiza prototipos didácticos a escala, que permiten el manejo seguro de parámetros como la fuerza y la presión, entre otros.*

Modelos reducidos

Se puede considerar que la simulación virtual o la impresión 3D constituyen una herramienta científica de gran potencial para la transmisión de conocimientos a través de modelos reducidos (académicos) basados en la propia experiencia del estudiante.

Con tales modelos se pueden representar fenómenos físicos con el necesario rigor y realismo para que puedan ser identificados de forma clara con situaciones reales, de este modo, el conocimiento científico que subyace bajo cada situación modelizada queda lo suficientemente recalcado, permitiendo una transición simple y directa entre el concepto y el modelo cognitivo (Giménez & et al, 2011).

La figura 3.2, muestra una serie de diversas configuraciones del prototipo didáctico, que es una de las grandes ventajas de la propuesta realizada. La sujeción es conceptual, pues lo que se busca es minimizar los dispositivos específicos de un laboratorio de ensayo destructivos de materiales. Las dimensiones de la viga son: sección transversal de 100 mm^2 y una longitud de 200 mm, simplemente apoyada con una carga puntual al centro de 98.10 N, el material es ABS.


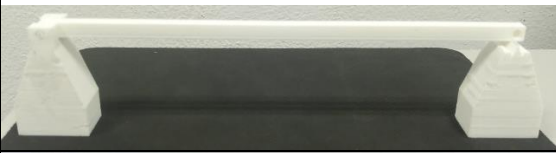
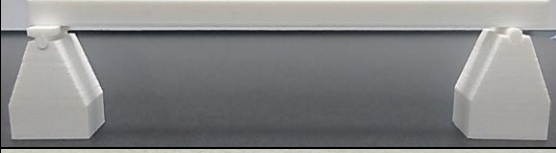



	Articulada-Articulada
	Articulada-Patín
	Patín-Patín
	Patín-Patín
	Patín-Patín
	Marco Rígido

Figura 3.2. Configuraciones del modelo didáctico.

Los costos aproximados de una prueba de deflexión para vigas de acero 1005 es de \$10 000.00 pesos, el costo por impresión en 3D es de \$1.00 peso el minuto, siendo requeridos 120 minutos, para imprimir el total del modelo reducido el costo es de \$120 pesos por modelo el cual puede ser destruido. Asimismo, el modelo reducido ha sido desarrollado para ser usado de manera conceptual en el salón de clases, omitiendo de manera intencionada complejos mecanismos de sujeción y aplicación de carga.

Estrategias utilizadas

- ✚ Identificación de la prueba destructiva bajo una condición estático-lineal (prueba de tensión y de flexión). Aquí participan el docente quien tiene comunicación con el técnico laboratorista el cual realiza los ensayos.
- ✚ Determinación las relaciones y proporciones geométricas de las probetas de prueba (copia a escala de la geometría original). Docente con su equipo de trabajo (estudiantes y docentes pares).
- ✚ Determinación las propiedades físicas de las probetas de prueba (cambio de material). Los participantes se conforman del equipo de trabajo (Estudiantes y docentes).
- ✚ Realización de la simulación digital de las pruebas destructivas bajo una condición estático-lineal (uso del software NX Nastran). El participante es un estudiante capacitado en el software NX Nastran.
- ✚ Obtención de la geometría digital para la impresión 3D (Transición entre archivos .prt hacia archivos .stl). Docente en conjunto al equipo de trabajo.
- ✚ Impresión del prototipo funcional en 3D (Impresión 3D). El principal actor participante en este punto es el estudiante capacitado en impresión 3D, con supervisión del docente líder.
- ✚ Verificación de los valores de desplazamiento (pruebas y ajustes del prototipo). Docente líder con ayuda de expertos en las diferentes áreas (equipo de trabajo).
- ✚ Validación del comportamiento estructural (comparar desplazamientos reales y con factor de reducción). Equipo de trabajo en general.

Medios y recursos de apoyo

En la tabla 3.1, se puede observar los materiales utilizados a lo largo del desarrollo del proyecto, desde la obtención de la geometría hasta la impresión en 3D. Para los requerimientos tecnológicos utilizados para el diseño del prototipo se contó con la ayuda del software NX Nastran, puesto que nos brinda un amplio entorno en el área de diseño, como también en otras áreas de interés del área ingenieril, del mismo modo se contó con una impresora 3D, para la elaboración física del prototipo.

Tabla 3.1.

Materiales y equipo utilizado.

MATERIALES E INSUMOS	EQUIPO	SOFTWARE
Apuntes de la materia “Mecánica de Sólidos”	Calculadora básica	NX Siemens
Material de impresión Acrilonitrilo Butadieno Estireno (ABS)	Kit (Lápiz #2, goma, sacapuntas, etc.). Impresora 3D	Idea Maker

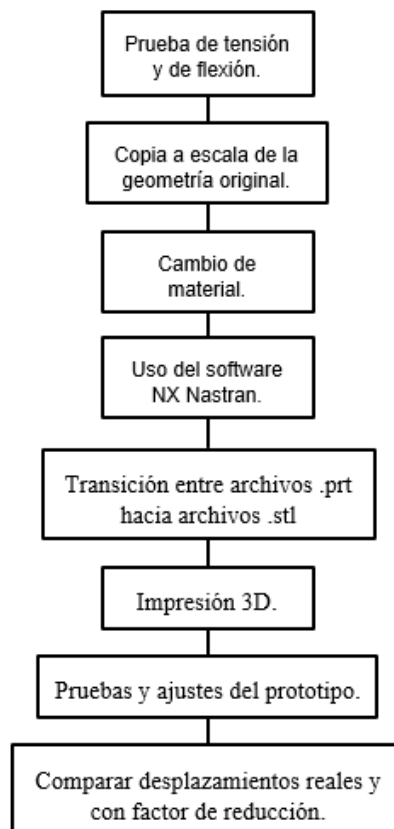


Diagrama 3.1.- Diagrama de flujo: Estrategias utilizadas.

Capítulo IV.- Desarrollo tecnológico y/o Científico

Para validar por simulación mediante software especializado basado en el método de los elementos finitos, el factor de reducción propuesto se analizaron los diversos métodos más usuales para determinar desplazamientos, sobre todo de configuraciones hiperestáticas. En búsqueda de elementos, que afectaran la correlación entre los valores de los módulos de Young de los materiales en estudio. Cabe mencionar que el factor es exclusivamente valido solo para los materiales en estudio y solamente para ellos. Los cuales fueron seleccionados por la exactitud y precisión en sus valores, que coinciden con múltiplos de 10 y 100 unidades.

Método de las flexibilidades

El método de las flexibilidades (llamado también de las fuerzas) es básicamente la superposición de desplazamientos en términos de estructuras estáticamente determinadas. Las fuerzas o momentos que son las incógnitas se determinan a partir de desplazamientos conocidos con base en las ecuaciones de compatibilidad de deformaciones, que son aquellas ecuaciones que garantizan los desplazamientos finales como compatibles con las condiciones de apoyo originales de la estructura.

Ejemplo:

La viga mostrada en la figura 4.1, es hiperestática en primer grado, ya que hay 3 reacciones verticales y sólo se pueden usar dos ecuaciones de estática para resolverla.

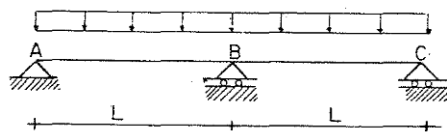


Figura 2.1 Viga hiperestática

Aplicando la definición del método de las flexibilidades para resolverlas, se escogerá como incógnita la reacción vertical en el apoyo central, lo cual nos lleva a considerar una estructura isostática que llamaremos estructura primaria (figura 4.2). Dado que en la viga original la flecha en el apoyo central debe ser nula (lo cual implica considerar que la flecha debida a las cargas en ese punto deberá ser igual y de sentido contrario a la flecha debida a la reacción):

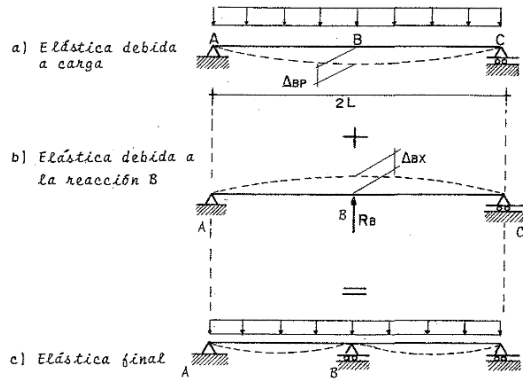


Figura 4.2. Método de superposición.

La ecuación $\Delta_{BP} + \Delta_{BX} = 0$, es una ecuación de compatibilidad de desplazamientos, porque garantiza el desplazamiento final como compatible con las condiciones de apoyo originales de la estructura. De la ecuación de compatibilidad se calcula el valor de la incógnita y el resto de la estructura podrá resolverse aplicando las ecuaciones de Estática.

Δ = desplazamiento al retirar el apoyo redundante.

F = fuerza incógnita igual a fuerza reactiva en el lugar del apoyo redundante.

\dot{P} = fuerza cualquiera aplicada en la estructura base sin cargas reales.

δ = "desplazamiento" producido por la fuerza \dot{P} , en la estructura base.

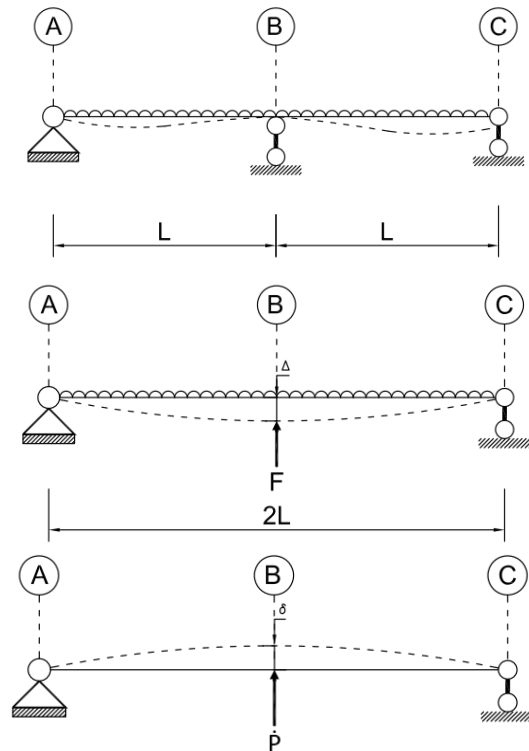


Figura 4.3. Obtención de ecuación fundamental del método de las flexibilidades.

Utilizando la regla de 3.

$$\frac{\dot{P}}{\delta} = \frac{F}{\Delta} \quad (4.1)$$

Si $\dot{P}=1$

$$\frac{1}{\delta} = \frac{F}{\Delta} \quad (4.2)$$

Despejando Δ

$$\Delta = \delta * F \quad (4.3)$$

Nota: δ no es un desplazamiento es un coeficiente de flexibilidad.

De ecuación (3) despejando F.

$$F = \frac{1}{\delta} \Delta \quad (4.4)$$

Nota=El coeficiente de flexibilidad a la inversa es un coeficiente de rigidez (K).

$$F = K \Delta \quad (4.5)$$

En el método de las flexibilidades como se ha visto hasta ahora, deben retirarse los apoyos redundantes con lo que se genera una configuración de deformación de la denominada estructura base. La fuerza F que debe calcularse debe restituir a la estructura deformada mediante un desplazamiento contrario para así generar la deformación consistente con la hiperestática de estudio, por lo anterior la ecuación deberá quedar:

$$F = -\frac{1}{\delta} \Delta \quad (4.6)$$

Ahora bien, por convección de signos se considera que los desplazamientos y los coeficientes de flexibilidad serán positivos cuando se generen en la dirección y sentido de la suposición de las fuerzas redundantes a calcular, de la ecuación 6 se obtiene la ecuación fundamental del método de las flexibilidades.

$$F * \delta + \Delta = 0$$

Desarrollando la ecuación fundamental.

$$F * \delta + \Delta = 0$$

En el caso en que allá varias redundantes:

$$F_1 * \delta_{1,1} + F_2 * \delta_{1,2} + \Delta_1 = 0$$

$$F_1 * \delta_{2,1} + F_2 * \delta_{2,2} + \Delta_2 = 0$$

Ordenando matricialmente.

$$\begin{bmatrix} \delta_{1,1} & \delta_{1,2} \\ \delta_{2,1} & \delta_{2,2} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dónde:

$$\begin{bmatrix} \delta_{1,1} & \delta_{1,2} \\ \delta_{2,1} & \delta_{2,2} \end{bmatrix} = \text{matriz se flexibilidad}$$

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \text{vector de fuerzas}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = \text{vector de desplazamientos}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \text{vector de ceros}$$

Despejando F:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \delta_{1,1} & \delta_{1,2} \\ \delta_{2,1} & \delta_{2,2} \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix}$$

Se deberán interpretar los desplazamientos debido al relativo de los apoyos redundantes como grados de libertad. De esta forma la matriz $\underline{\delta}$ es de tamaño nxn donde $n=a$ los grados de libertad. Y $\underline{\Delta}$ y \underline{F} son de tamaño $nx1$.

$$F_{nx1} = -\delta^{-1}_{nxn} * \Delta_{nx1}$$

Ejemplo:

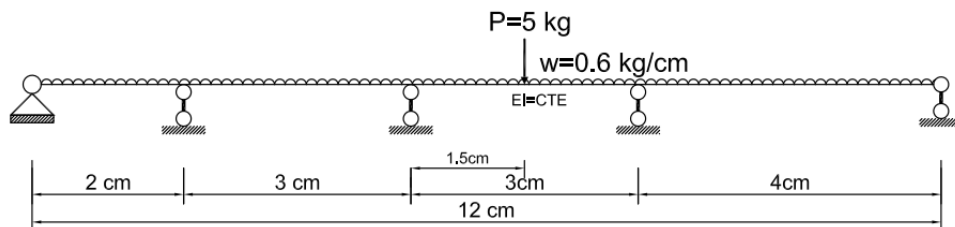


Figura 4.4. Problema de una viga hiperestática.

Cálculo de Δ

En este caso se tiene un grado de libertad de 3.

Haciendo superposición porque existen 2 cargas.

Para carga distribuida.

$\Delta = \frac{wlx^3}{12} - \frac{wx^4}{24} - \frac{wl^3x}{24}$ <p>Sustituyendo:</p> $\Delta = \frac{(0.6)(12)(2)^3}{12} - \frac{(0.6)(2)^4}{24} - \frac{(0.6)(12)^3(2)}{24}$ $\Delta = -82/EI$	$\Delta = \frac{wlx^3}{12} - \frac{wx^4}{24} - \frac{wl^3x}{24}$ <p>Sustituyendo:</p> $\Delta = \frac{(0.6)(12)(5)^3}{12} - \frac{(0.6)(5)^4}{24} - \frac{(0.6)(12)^3(5)}{24}$ $\Delta = -1253/8EI$	$\Delta = \frac{wlx^3}{12} - \frac{wx^4}{24} - \frac{wl^3x}{24}$ <p>Sustituyendo:</p> $\Delta = \frac{(0.6)(12)(8)^3}{12} - \frac{(0.6)(8)^4}{24} - \frac{(0.6)(12)^3(8)}{24}$ $\Delta = -704/5EI$
--	---	--

Para carga puntual:

$\Delta = -\frac{Pbx}{6EI}(l^2 - b^2 - x^2)$ $0 \leq x \leq a$ <p>Sustituyendo:</p> $\Delta = -\frac{(5)(5.5)(2)}{(6)(12)EI}(12)^2 - (5.5)^2 - (2)^2$ $\Delta = -24145/288EI$	$\Delta = -\frac{Pbx}{6EI}(l^2 - b^2 - x^2)$ $0 \leq x \leq a$ <p>Sustituyendo:</p> $\Delta = -\frac{(5)(5.5)(5)}{(6)(12)EI}(12)^2 - (5.5)^2 - (5)^2$ $\Delta = -169.49/EI$	$\Delta = -\frac{Pbx}{6EI}(l^2 - b^2 - x^2)$ $0 \leq x \leq a$ <p>Sustituyendo:</p> $\Delta = -\frac{(5)(6.5)(4)}{(6)(12)EI}(12)^2 - (6.5)^2 - (4)^2$ $\Delta = -154.83/EI$
---	---	---

Suma total de Δ

$$\Delta_1 = -165.837/EI$$

$$\Delta_2 = -326.115/EI$$

$$\Delta_3 = -295.626/EI$$

Calculo de coeficientes de flexibilidades

FORMULA: $-\frac{Pbx}{6EI}(l^2 - b^2 - x^2) \quad 0 \leq x \leq a$		
$\delta_{1,1} = 100/9$	$\delta_{1,2} = 637/9$	$\delta_{1,3} = 124/9$
$\delta_{2,1} = 637/9$	$\delta_{2,2} = 1225/36$	$\delta_{2,3} = 515/18$
$\delta_{3,1} = 124/9$	$\delta_{3,2} = 515/18$	$\delta_{3,3} = 256/9$

Resolviendo la matriz

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100/9 & 637/9 & 124/9 \\ 637/9 & 1225/36 & 515/18 \\ 124/9 & 515/18 & 256/9 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 165.837 \\ 326.115 \\ 295.626 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.997 \\ 4.749 \\ 5.113 \end{bmatrix} \text{ kg}$$

Resultado:

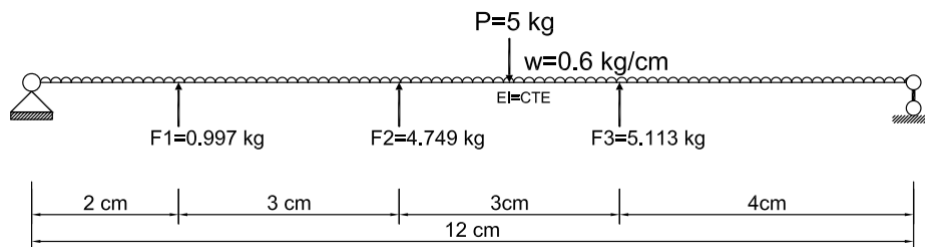


Figura 4.5. Solución de viga hiperestática por el método de las flexibilidades.

Método de Rigideces

A diferencia del método de las flexibilidades donde se plantean ecuaciones de fuerzas de compatibilidad. Las incógnitas en este método son los desplazamientos de los nudos (los nudos son los apoyos, extremos libres en voladizos o en los puntos donde concurren dos o más miembros). Se plantean ecuaciones geométricas de compatibilidad. Los desplazamientos de los nudos son el número de grados de libertad o el grado de indeterminación cinemática de la estructura. Por lo que el primer paso del método es

restringir todos los desplazamientos de junta desconocidos. La base del método es conocer las fuerzas que provocan un desplazamiento o giro unitario, para después de obtener los desplazamientos y/o giros reales se pueda hacer un reajuste a la estructura para obtener las reacciones reales sin afectar la compatibilidad geométrica. Las acciones causadas por desplazamientos unitarios se conocen como "rigideces".

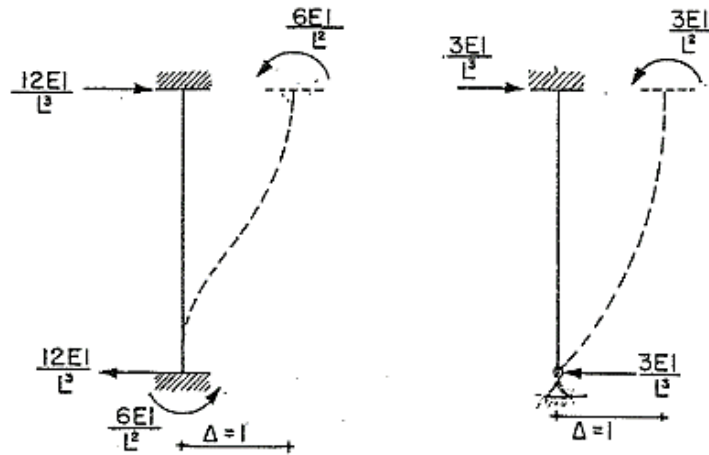


Figura 4.6. Elementos llamados rigideces lineales.

Resumen de solución:

- 1) La estructura original se transforma en otra que sea cinemáticamente invariable (que pueda resolverse simplemente por las ecuaciones de la estática), debe ser una estructura cuyos desplazamientos sean conocidos.
- 2) Se plantean las ecuaciones de equilibrio estático en los nudos de la estructura y en la estructura en su conjunto y se determinan los desequilibrios que resulten (como momentos flexionantes o fuerzas, dependiendo de la estructura).
- 3) Se aplican deformaciones arbitrarias en los nudos que están en desequilibrio y se calculan las acciones que producen estas deformaciones en la estructura (por ejemplo: rotaciones para vigas y rotaciones y desplazamientos para marcos).
- 4) Se calculan los valores que deben tener las deformaciones en los nudos para corregir todos los desequilibrios determinados en el paso 2).
- 5) Calcular el valor de las acciones que corresponden a las deformaciones determinadas en el paso anterior.
- 6) Se suman las acciones obtenidas en el paso 1) y 5) para obtener las acciones finales.

Parte importante del método consiste en determinar las acciones producidas por las deformaciones impuestas a los nudos de las estructuras, las calculadas en el paso 3).

Rigideces angulares

A continuación, se presentan los casos comunes para calcular las rigideces angulares de una estructura (sistema base del método):

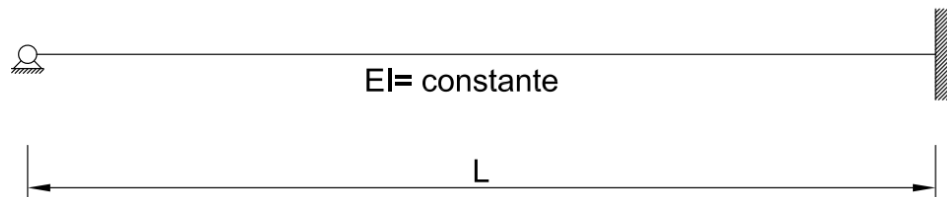


Figura 4.7. Viga Articulada-Empotrada.

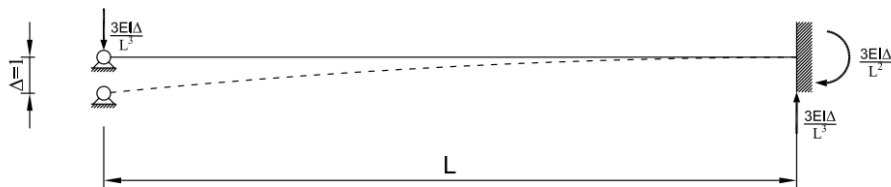


Figura 4.8. Caso donde sufre un desplazamiento en un extremo.

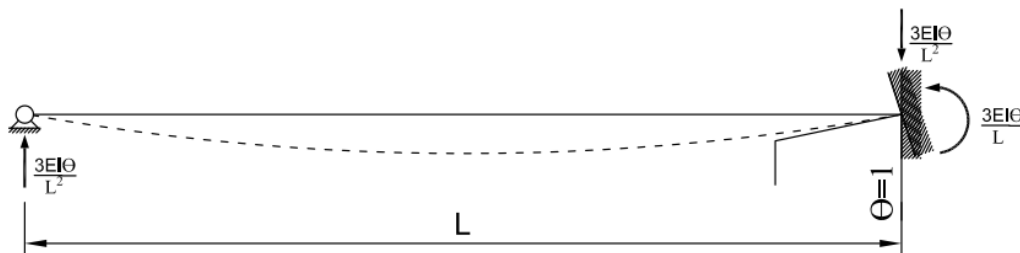


Figura 4.9 Caso donde sufre un giro en un extremo.

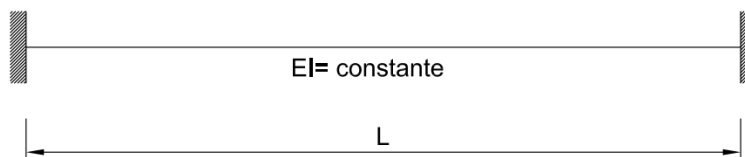


Figura 4.10. Viga Empotrada-Empotrada.

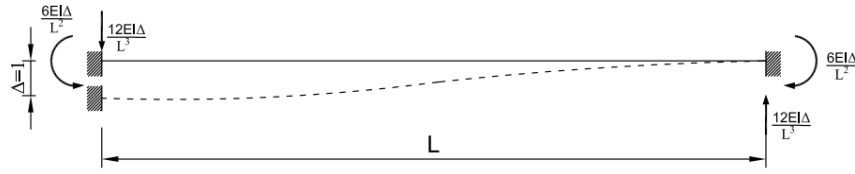


Figura 4.11. Caso donde sufre un desplazamiento en un extremo.

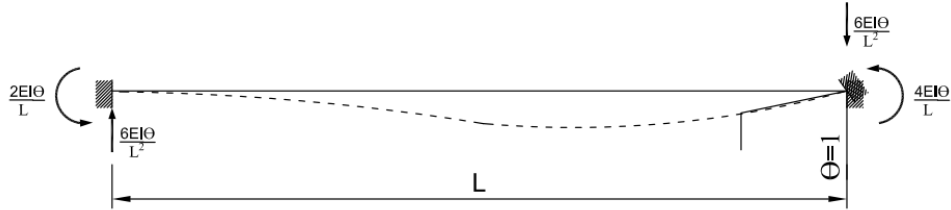


Figura 4.12. Caso donde sufre un giro en un extremo.

Ejemplo:

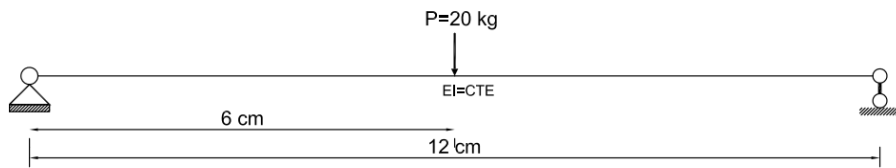


Figura 4.13. Problema para resolver por rigideces.

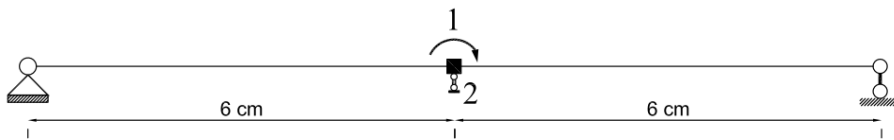
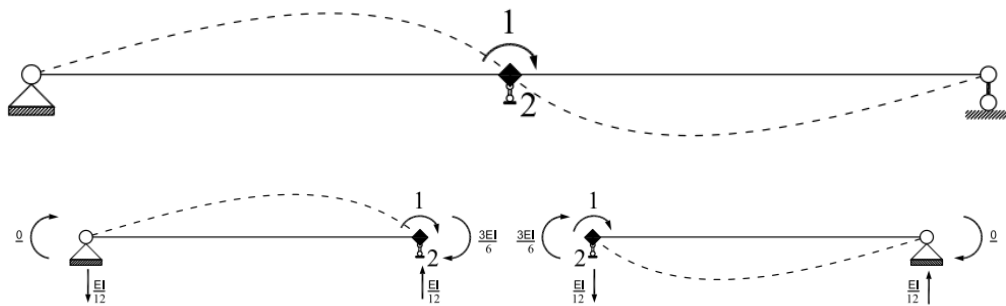


Figura 4.14. Estableciendo las restricciones.



$$K_{11} = EI$$

$$K_{21} = 0$$

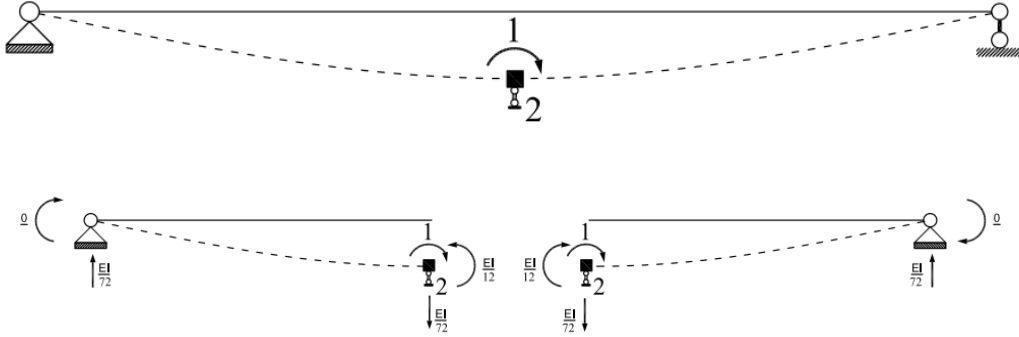


Figura 4.15. Coeficientes de rigideces para ensamblarla matriz de rigidez.

$$K_{21} = 0$$

$$K_{22} = \frac{EI}{36}$$

Ensamble de la Matriz de rigidez:

$$K = \begin{bmatrix} EI & 0 \\ 0 & \frac{EI}{36} \end{bmatrix}$$

Vector de Fuerzas:

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Vector de Desplazamientos:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{720}{EI} \end{bmatrix}$$

$$\therefore \Delta_{\text{Centro del claro}} = \frac{720 \text{ Kg} - \text{cm}^3}{EI}$$

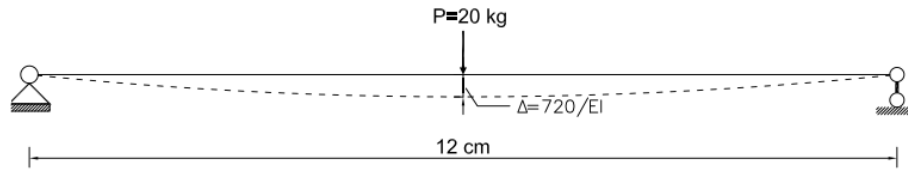


Figura 4.16. Solución por el método de las rigideces.

$$E=20000000\text{kPa}- 203.9432 \text{ kg/mm}^2$$

$$I= 6.75000000 \text{ (mm}^4\text{)}$$

Sustituyendo

$$\Delta= 523.021 \text{ mm}$$

Calculo de deformaciones por métodos energéticos

Se presenta el cálculo de deformaciones basado en consideraciones energéticas, este tipo de método presenta cierta ventaja en comparación a los métodos geométricos, reduciendo así los cálculos., en el caso del cálculo de las deformaciones en armaduras y de marcos rígidos. Los métodos energéticos se basan en el principio de la conservación de la energía (Lavoisier). Este principio establece que el trabajo externo desarrollado por fuerzas que actúan sobre un cuerpo se transforma en trabajo interno o energía de deformación elástica.

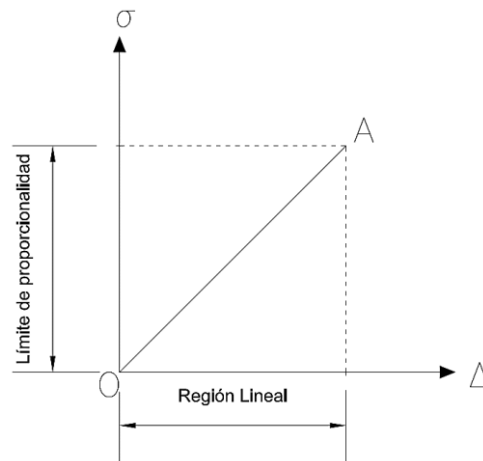


Figura 4.17. Diagrama Esfuerzo-Deformación.

Método del trabajo y la energía

Se plantea una ecuación que exprese el trabajo realizado por una carga, que es el trabajo externo, y otra que exprese el trabajo desarrollado internamente. Al igualar ambos trabajos, queda una ecuación cuya incógnita es la deflexión buscada.

$$U_e = \frac{1}{2} M \Delta$$

Dónde:

U_e = Trabajo externo.

M = Carga aplicada.

Δ = Deflexión.

$$U_i = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2}$$

Dónde:

U_i = Trabajo interno.

Al igualar las ecuaciones se tiene:

$$U_e = U_i$$

$$\frac{1}{2} M \Delta = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2}$$

$$\Delta = \frac{2}{M} \int_0^l \frac{M^2 dx}{2}$$

Ejemplo:

Se calcula la deflexión en el centro del claro de una viga isostática.

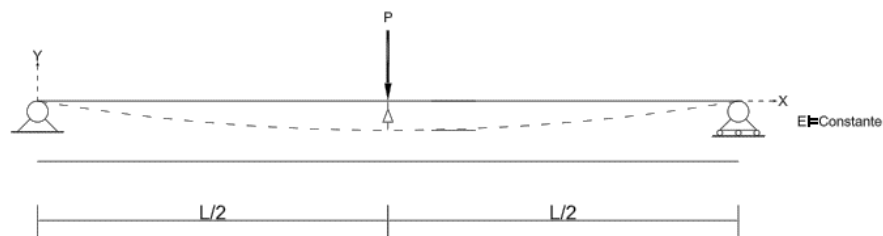


Figura 4.18. Viga general para emplear el método del trabajo y la energía.

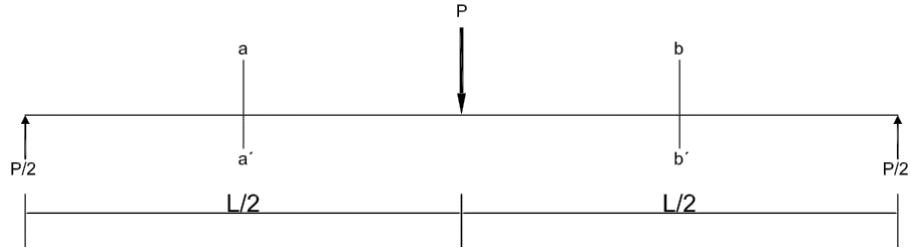


Figura 4.19. Determinación del equilibrio externo.

Equilibrio interno:

Sección a'-a $0 \leq x \leq l/2$ Fuerzas a la izquierda

Cortante:

$$V_{a'-a} = \frac{P}{2} \quad (4.1)$$

Momento:

$$M_{a'-a} = \frac{P}{2}x \quad (4.2)$$

Sección a'-a $0 \leq x \leq l/2$ Fuerzas a la Derecha

Cortante:

$$V_{b'-b} = -\frac{P}{2} \quad (4.3)$$

Momento:

$$M_{b'-b} = \frac{P}{2}x \quad (4.4)$$

Donde el trabajo externo es:

$$\frac{P\Delta}{2} \quad (4.5)$$

Y el trabajo interno es:

$$U_i = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EI} \quad (4.6)$$

Sustituyendo para las secciones a'-a y b'-b:

$$\text{Trabajo Externo} = \frac{P\Delta}{2}$$

$$\text{Trabajo Interno} = 2 \int_0^{l/2} \frac{(\frac{P}{2} * x)^2 dx}{2EI} \quad \therefore U_i = \frac{P^2 l^3}{96EI}$$

Igualando el Trabajo Externo al Trabajo Interno se tiene:

$$U_e = U_i$$

$$\frac{P\Delta}{2} = \frac{P^2 l^3}{96EI}$$

Despejando Δ :

$$\Delta = \frac{Pl^3}{48EI}$$

Este método presenta limitaciones importantes, ya que, si sobre la viga hubiese tenido varias cargas aplicadas, al calcular el trabajo externo aparecerían varias incógnitas que serían las deflexiones bajo cada una de las cargas, y entonces, el problema resulta irresoluble. También solo permite calcular la deflexión en el punto de aplicación de la carga.

Ejemplo:

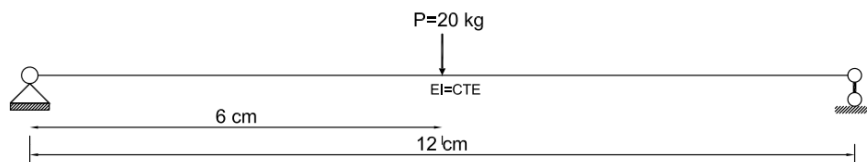


Figura 4.20 Problema para resolver el método del trabajo y la energía.

Formula del trabajo externo.

$$U_e = \frac{1}{2} x P x \Delta$$

Formula del trabajo interno.

$$U_i = \int_0^l \frac{M^2}{2EI} dx$$

Cálculos:

Equilibrio externo de la barra.

$$\Sigma M_A: (6)(20) - (B_Y)(12) = 0$$

$$B_Y = 10 \text{ Kg}$$

$$\Sigma F_y: (A_Y) - 20 + 10 = 0$$

$$A_Y = 10 \text{ Kg}$$

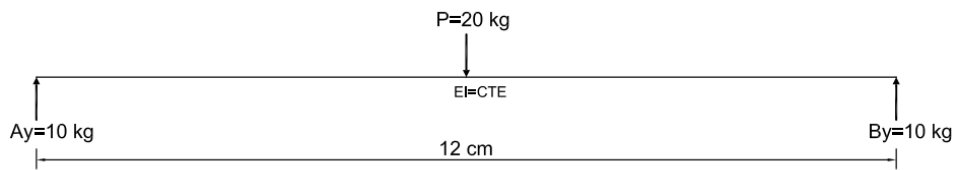


Figura 4.21. Equilibrio externo.

Equilibrio interno de la barra.

Ecuación de fuerza axial.

Sección a.

$$N_{a-a'} = 0$$

Sección b.

$$N_{b-b'} = 0$$

Ecuación de fuerza cortante.

Sección a.

$$V_{a-a'} = 10 \text{ kg}$$

Sección b.

$$V_{b-b'} = -10 \text{ kg}$$

Ecuación de Momentos.

Sección a.

$$M_{a-a'} = 10x$$

Sección b.

$$M_{b-b'} = 10x$$

Sustituyendo formula del trabajo externo.

$$U_e = \frac{1}{2} \times 20 \times \Delta$$

$$U_e = 10\Delta$$

Sustituyendo formula del trabajo interno.

$$U_i = \int_0^6 \frac{(10x)^2}{2EI} dx + \int_0^6 \frac{(10x)^2}{2EI} dx$$

$$U_i = \frac{50}{EI} \int_0^6 x^2 dx + \frac{50}{EI} \int_0^6 x^2 dx$$

$$U_i = \frac{100}{EI} \int_0^6 x^2 dx$$

$$U_i = \frac{7200}{EI}$$

Igualando el trabajo externo e interno.

$$U_e = U_i$$

$$10\Delta = \frac{7200}{EI}$$

$$\Delta = \frac{720}{EI}$$

Resultado:

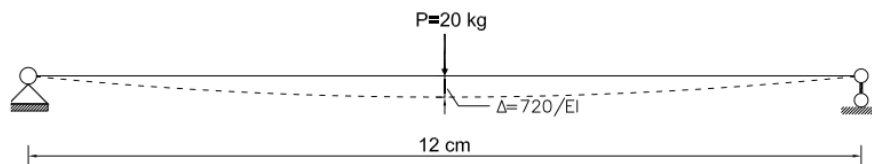


Figura 4.22. Solución por el método del trabajo y la energía.

$$E = 20000000 \text{ kPa} - 203.9432 \text{ kg/mm}^2$$

$$I = 6.75000000 \text{ (mm}^4\text{)}$$

Sustituyendo

$$\Delta = 523.021 \text{ mm}$$

Método del principio del trabajo virtual

Se fundamenta en la aplicación de una carga virtual a una estructura. Es decir, a cargas inexistentes en la realidad, y en el desarrollo del cálculo del trabajo que provoca la carga virtual. Permite conocer el desplazamiento en cualquier punto de una estructura independiente si sea o no en el punto de aplicación de la carga real. Se basa en una ecuación de compatibilidad que aparenta un elemento o fibra de la estructura, esta se relaciona mediante las ecuaciones de equilibrio.

Características del método:

- Puede tener cualquier valor la carga virtual, pero para facilitar los cálculos se propone unitaria.
- Se aplica en la dirección que se desee conocer la deflexión.
- No se le asignan unidades.
- La carga virtual puede sustituirse por un momento virtual, y así, conocerla rotación que pueda presentar la estructura en cualquier punto.

Ejemplo:

1. Se calcula el equilibrio en la estructura.
2. Se aplica sobre la estructura una carga virtual libre de las cargas reales, en donde se desea calcular la deflexión.

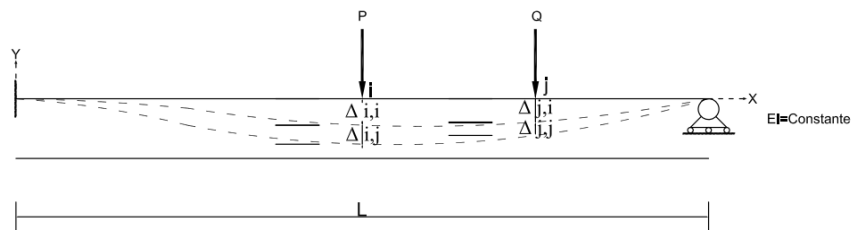


Figura 4.23. Viga general para dar solución por el método del trabajo virtual.

De los conceptos del Trabajo Externo = Trabajo Interno se tiene:

$$I = \frac{1}{2} P \Delta i, i$$

$$II = P \Delta i, j$$

$$III = \frac{1}{2} Q \Delta_{i,j}$$

$$\therefore \Delta_{Total} = I + II + III$$

$$\Delta_{Total} = \frac{1}{2} [P \Delta_{i,i} + Q \Delta_{i,j}] + P \Delta_{i,j}$$

Así como se expresa en la gráfica siguiente:

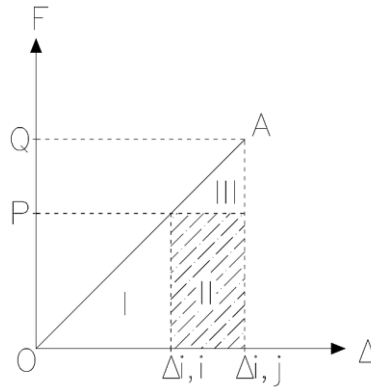


Figura 4.24. Gráfica de la aplicación de la carga en relación Fuerza-Desplazamiento.

Ecuación Fundamental Del Método.

$$(1) (\Delta_{Dv}) = \sum \mu(dl)$$

Ejemplo:

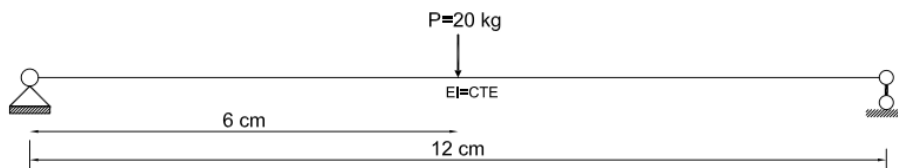


Figura 4.25. Ejemplo para dar solución por el método del trabajo virtual.

Cálculos:

Equilibrio externo de la barra.

$$\Sigma M_A: (6)(20) - (B_Y)(12) = 0$$

$$B_Y = 10 \text{ Kg}$$

$$\Sigma F_y: (A_Y) - 20 + 10 = 0$$

$$A_Y = 10 \text{ Kg}$$

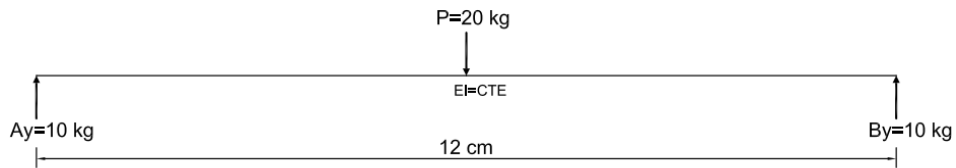


Figura 4.26. Equilibrio externo.

Equilibrio interno de la barra.

Ecuación de fuerza axial.

Sección a.

$$N_{a-a'} = 0$$

Sección b.

$$N_{b-b'} = 0$$

Ecuación de fuerza cortante.

Sección a.

$$V_{a-a'} = 10 \text{ kg}$$

Sección b.

$$V_{b-b'} = -10 \text{ kg}$$

Ecuación de Momentos.

Sección a.

$$M_{a-a'} = 10x$$

Sección b.

$$M_{b-b'} = 10x$$

Se propone la misma barra con carga unitaria en el punto C, con dirección hacia donde se piensa ocurrirá la deformación, ignorando la carga original.

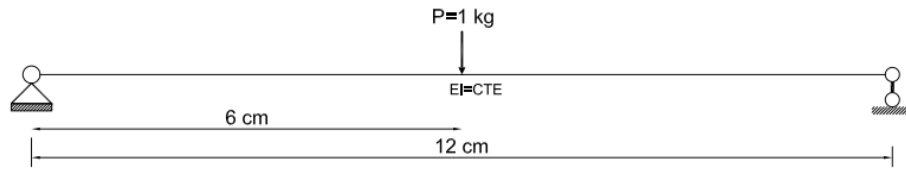


Figura 4.27. Aplicación de la carga unitaria.

Equilibrio interno y externo de la barra propuesta.

Equilibrio externo.

$$\Sigma M_A: (1)(6) - (B_Y)(12) = 0$$

$$B_Y = 0.5 \text{ Kg}$$

$$\Sigma F_y: - (A_Y) - (1) + (0.5) = 0$$

$$A_Y = 0.5 \text{ Kg}$$

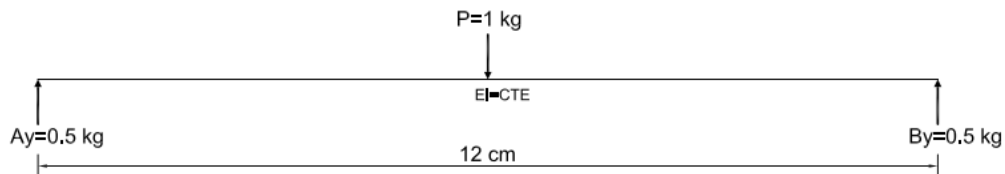


Figura 4.28. Equilibrio externo de la carga virtual.

Equilibrio interno de la barra.

Ecuación de fuerza axial.

Sección a.

$$N_{a-a'} = 0$$

Sección b.

$$N_{b-b'} = 0$$

Ecuación de fuerza cortante.

Sección a.

$$V_{a-a'} = 0.5$$

Sección b.

$$V_{b-b'} = -0.5$$

Ecuación de Momentos.

Sección a.

$$M_{a-a'} = 0.5 x$$

Sección b.

$$M_{b-b'} = 0.5x$$

Aplicando el método.

$$U' = \frac{1}{EI} \int_0^6 (10x)(0.5x)dx + \frac{1}{EI} \int_0^6 (10x)(0.5x)dx$$

$$U' = \frac{2}{EI} \int_0^6 (10x)(0.5x)dx$$

$$U' = \frac{720}{EI}$$

Resultado:

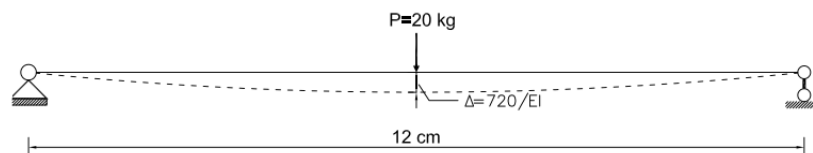


Figura 4.29. Resultados del método del trabajo virtual.

$$E=2000000\text{kPa}- 203.9432 \text{ kg/mm}^2$$

$$I= 6.75000000 \text{ (mm}^4\text{)}$$

Sustituyendo

$$\Delta= 523.021 \text{ mm}$$

Resultados

La tabla 4.1, contiene los resultados a comparar con los valores de carga de 20 kilogramos y sección transversal cuadrada de 3.0 mm. Los cuales, con apoyo de la simulación realizada en el programa NX de Siemens basado en el MEF, se han determinado como los óptimos para la experimentación.

Tabla 4.1

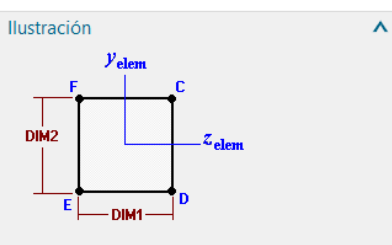
Resultados del método exacto vs simulación con MEF

RESULTADOS		
Método	Valores	% variación
Flexibilidades	N/A	N/A
Rigideces	523.02	0.55 %
Trabajo y energía	523.021	
Trabajo virtual	523.021	
NX ABS	525.929	
NX Acero 1005	5.258	N/A

La secuencia por seguir para obtener los datos de la simulación requirió la determinación de las propiedades geométricas de la sección transversal las cuales fueron las mismas para ambos materiales, siendo la propiedad de mayor interés el momento de inercia.

Tabla 4.2

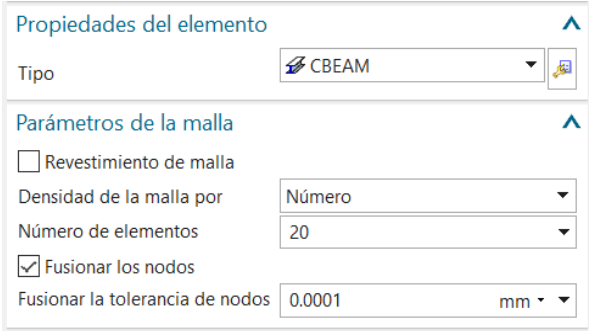
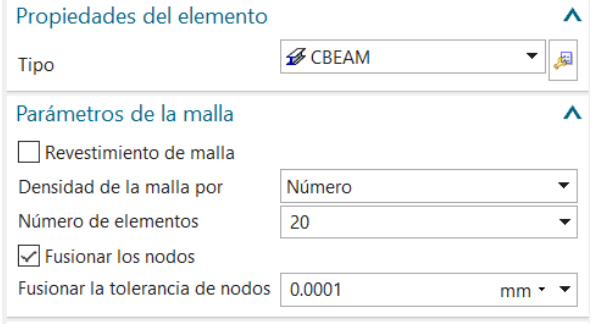
Características geométricas

<p>Propiedades ^</p> <p>Ilustración ^</p>  <p>Cotas ^</p> <p>DIM1 <input type="text" value="3"/> mm v</p> <p>DIM2 <input type="text" value="3"/> mm v</p>	<p>Section dimensions:</p> <p>DIM1: = 3 (mm)</p> <p>DIM2: = 3 (mm)</p> <p>Propiedades de sección:</p> <p>Área = 9.0 (mm²)</p> <p>Momento de inercia, I_z = 6.75 (mm⁴)</p> <p>Momento de inercia, I_y = 6.75 (mm⁴)</p>
---	--

El material se define en el apartado de BEAM COLLECTOR y se modifica por cambio para cada simulación, en el cual se puede notar que los módulos de Young cuentan con valores similares y que son variantes en un factor de 100 unidades.

Tabla 4.3

Características de los materiales

<p>Material de la biblioteca: ABS Categoría: PLASTIC Subcategoría: ABS Polymer Densidad de la masa (RHO): 1.05e-06kg/mm³ ===== Mecánico Módulo de Young (E): 2 000 000 kPa Coeficiente de Poisson (NU): 0.4 Tipo de no linealidad (TYPE): 1 Criterio de la función del rendimiento (YF): 1 Regla de endurecimiento (HR): 1 ===== Fuerza Límite elástico: 40 000 kPa</p>	
<p>Material de la biblioteca: AISI_Steel_1005 Categoría: METAL Subcategoría: Carbon Steel Densidad de la masa (RHO): 7.872e-06kg/mm³ ===== Mecánico Módulo de Young (E): 200 000 000 kPa Coeficiente de Poisson (NU): 0.25 Tipo de no linealidad (TYPE): 1 Criterio de la función del rendimiento (YF): 1 Regla de endurecimiento (HR): 1 ===== Fuerza Límite elástico: 226 000 kPa Tensión de rotura: 321 000 kPa</p>	

La siguiente secuencia de imágenes representa el diseño del modelo de simulación sobre el cual se modificaron las condiciones de frontera, entre las que destacan ser una viga simplemente apoyada con una carga puntual. Se determinó utilizar un modelo 1D por ser el más representativo al método exacto. La figura 29, representa la carga inicial de 20 kilogramos que posteriormente se varia a 5 y 2.5 kilogramos respectivamente, para realizar las simulaciones.

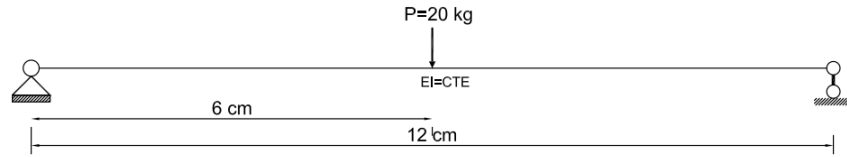


Figura 4.30. Modelo analítico de la viga a simular.

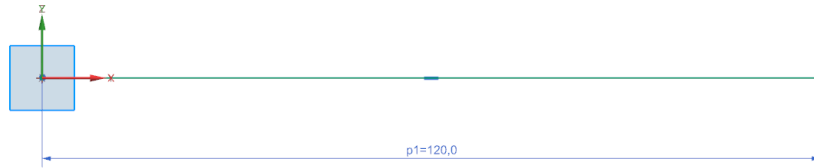


Figura 4.31. Croquis de la viga.

El mallado de la viga se realizó con elementos 1D y consistió en la división de 20 elementos (como se ve en el cuadro 2) y 21 nodos. La figura muestra la malla en vista de alambrado para su detalle.

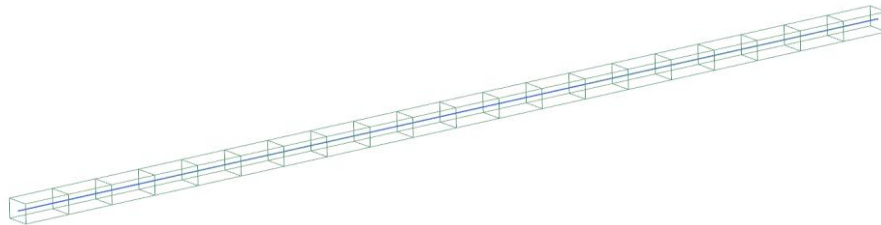


Figura 4.32. Mallado de la viga.

La aplicación de la carga se muestra en la figura 32, la cual se aplica al centro de la viga. Así como, la figura 33, muestra las condiciones de restricción de viga simplemente apoyada. Con lo cual se concluye el diseño del modelo y se realiza la corrida.

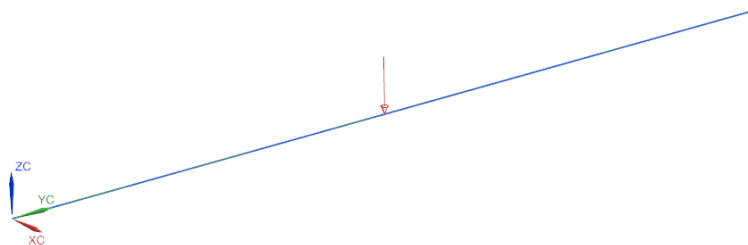


Figura 4.33. Condiciones de carga.

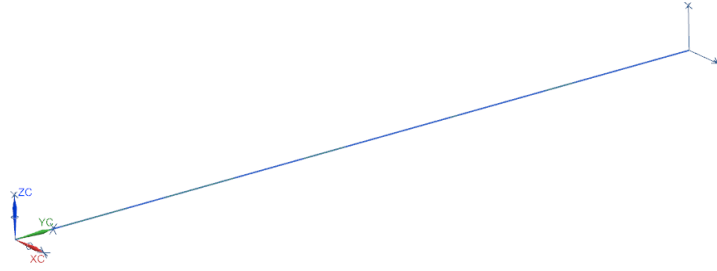


Figura 4.34. Condiciones de restricción.

Para mostrar los resultados obtenidos de las simulaciones estos se han organizado de manera ascendente finalizando de manera parcial con una tabla comparativa la cual muestra que la sección de 3x3 mm, es la alternativa más viable para la elaboración de un prototipo didáctico mediante impresión 3D, para una prueba experimental.

Tabla 4.4

Resumen de la simulación

Resultados Acero 1005: Sección transversal de 3 x 3 mm y carga 20 kg.	Resultados ABS: Sección transversal de 3 x 3 mm y carga kg.
<p>Fuerza de reacción</p>	<p>Fuerza de reacción</p>
<p>Desplazamiento</p>	<p>Desplazamiento</p>
<p>Esfuerzo MPa</p>	<p>Esfuerzo MPa</p>

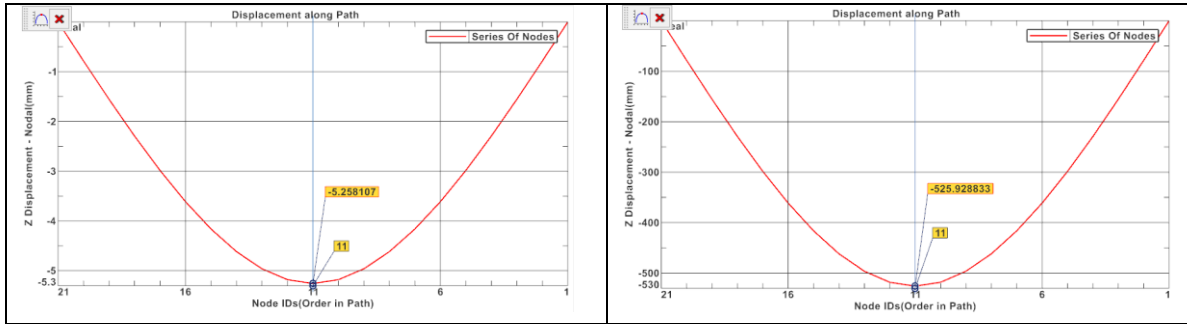


Tabla 4.5

Resumen de datos

Sección Transversal	3 mm x 3 mm			
	Fuerza de reacción N	Desplazamiento mm	Esfuerzo MPa	Límite elástico MPa
Acero 1005	98.405	-2.258	1312.07	321
ABS	98.405	-525.93	1312.07	40

Al recolectar la información de la simulación por medio del cuadro 4.4 y 4.5, se identifica que, aunque el valor del desplazamiento corresponde al calculado por los métodos de analíticos. Al revisar el esfuerzo el valor sobrepasa el límite elástico de ambos materiales. Por consiguiente, se realizaron un número mayor de simulaciones para determinar las condiciones de simulación adecuadas, que posteriormente permitirán la propuesta del prototipo didáctico.

Como conclusión de este apartado de la simulación se verificó en los diversos escenarios que el factor de multiplicación de 100 que correlaciona los módulos de Young de los materiales se conserva en los resultados de desplazamiento. Sin embargo, con los valores de carga de 2.5 kg se sobrepasa el valor del límite elástico del material ABS el cual es de 40 MPa. Por lo tanto, al disminuir la carga con un factor del 50% en nuevas simulaciones se determina que el valor que mantiene el trabajo de los materiales en la zona lineal es de 0.75 kg, cuál será el valor a trabajar en el prototipo a desarrollar (tabla 4.3).

A través de la simulación y con base en los resultados obtenidos (cuadro 4.8) se puede concluir en este trabajo que es posible realizar un monograma (figura 4.35), para la evaluación de los desplazamientos mediante el prototipado rápido, con un factor de escala

de 100. Las tablas 4.6 y 4.7, muestran los resultados de la simulación en el software NX Siemens, con diferentes valores de carga y secciones transversales. Las curvas de correlación como resultado de los datos obtenidos se muestran en los anexos 2 y 3.

Tabla 4.6

Datos de la simulación para el material acero 1005.

Sección Transversal	Carga kg	500x500	100x100	50x50	20x20	10x10	5x5	3x3	1.5x1.5	0.75x0.75
Acero 1005	0.75	0	0	0	0	0.0002	0.0037	0.0286	0.45534	7.269
	1.5	0	0	0	0	0.0005	0.00751	0.0573	0.917	14.5431
	3	0	0	0	0	0.001	0.0151	0.1147	1.8215	29.0863
	5	0	0	0	0.0001	0.0017	0.0252	0.1412	3.0359	48.4771
	10	0	0	0	0.0002	0.0034	0.0505	0.3825	6.0719	96.954
	30	0	0	0	0.0008	0.0103	0.1515	1.1476	18.215	290.863
	50	0	0	0	0.0014	0.0171	0.2526	1.9128	30.359	484.771
	100	0	0	0.0001	0.0028	0.0343	0.5052	3.8356	60.715	969.543
	300	0	0.0001	0.0005	0.0085	0.103	1.5156	11.476	182.15	2908.6
	500	0	0.00019	0.0009	0.0141	0.1716	2.526	19.128	323.59	4847.71
	800	0	0.00031	0.0015	0.0226	0.2746	4.0417	30.604	485.75	7756.34
	1000	0	0.00039	0.0019	0.0283	0.3433	5.0521	38.256	607.19	9695.43
	10000	0.0001	0.0039	0.0196	0.2835	3.4335	50.5215	382.56	6071.9	96954.3

Tabla 4.7

Datos de la simulación para el material ABS.

Sección transversal	Carga Kg	500x500	100x100	50x50	20x20	10x10	5x5	3x3	1.5x1.5	0.75x0.75
ABS	0.75	0	0	0.0001	0.0022	0.026	0.3802	2.8728	45.55	726.9
	1.5	0	0	0.0003	0.0044	0.0521	0.7604	5.7457	91.108	1454.43
	3	0	0.0001	0.0004	0.0088	0.1043	1.5209	11.491	182.21	2908.8
	5	0	0.0002	0.001	0.0147	0.1738	2.5349	19.152	303.69	4848.1
	10	0	0.0004	0.0021	0.0294	0.3477	5.0698	38.305	607.38	9696.2
	30	0	0.0013	0.0064	0.0883	1.0432	15.209	114.91	1822.76	29088.6
	50	0	0.0022	0.0106	0.1473	1.7588	25.349	191.52	3036.93	48481.1
	100	0.0001	0.0044	0.0213	0.2946	3.4776	50.698	383.05	6073.8	96962.1
	300	0.0004	0.0132	0.0641	0.8838	10.432	152.09	1149.1	18221.6	290886
	500	0.0008	0.0221	0.1069	1.473	17.388	253.09	1915.2	30369.3	484811
	800	0.0013	0.0354	0.171	2.3568	27.821	405.58	3069.4	48540.9	775697
	1000	0.0016	0.0442	0.2138	2.946	34.776	506.98	3830.5	60738.7	969621
	10000	0.0165	0.4426	2.138	29.46	374.76	5069.81	38305	607387	9696210

Límite elástico		
Carga	Acero 1005	ABS
Kg	226,000 kPa	40,000 kPa
0.75	36,770 kPa	36,770 kPa
1.5	73,540 kPa	73,540 kPa
2.5	122,570 kPa	122,560 kPa
5	245,140 kPa	245,120 kPa
20	980,540 kPa	980,540 kPa

Cuadro 4.8. Determinación del límite elástico.

Desplazamientos		
Sección Transversal (mm)	3x3	300x300
Carga (N)	7.3575	735.75
Acero 1005	0.0881	0.0881
ABS	8.816	8.816

Cuadro 4.9. Comparativa de resultados de desplazamiento entre el material acero 1005 y ABS con un factor de correlación de 100.

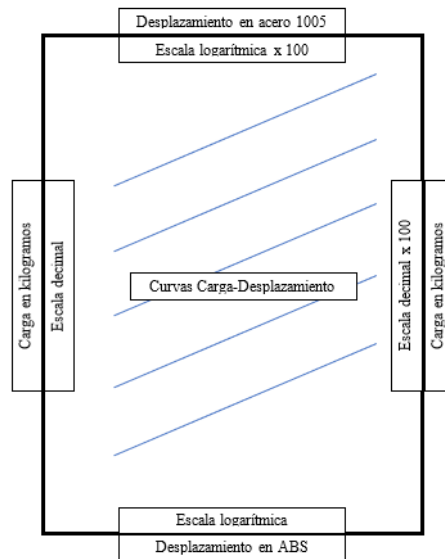


Figura 4.35. Propuesta de monograma Carga-Desplazamiento, para prototipado rápido (ver detalle en anexo 1).

Verificación-Discusión

La propuesta del factor de reducción se expandió a la revisión de marcos rígidos para su empleo. Por lo tanto, se considera que un marco estructural es una estructura compuesta por elementos columna y viga. Se considera que es estáticamente indeterminado cuando las incógnitas superan a las ecuaciones de la estática para su solución.

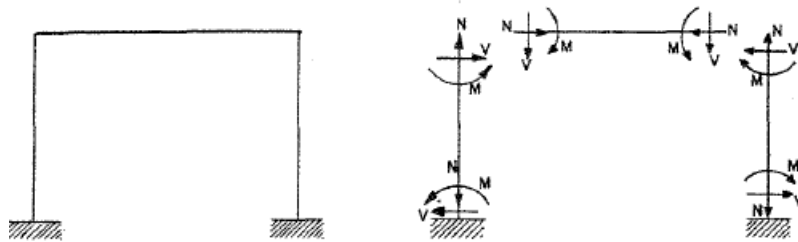


Figura 4.36. Representación de un marco estáticamente indeterminado.

Para validar el empleo del monograma de desplazamientos se resuelve de manera analítica el siguiente marco y se verificarán los resultados contra las simulaciones en el software basado en el MEF. Se considera que la sección transversal es de 50x50 cm y su módulo de Young tiene un valor de 200 000 000kPa.

Ejemplo: Resolver el siguiente marco por el método de rigideces.

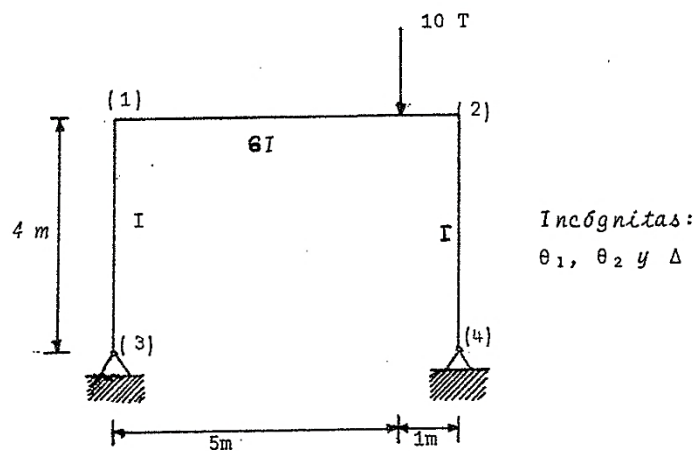


Figura 4.37. Marco hiperestático a resolver.

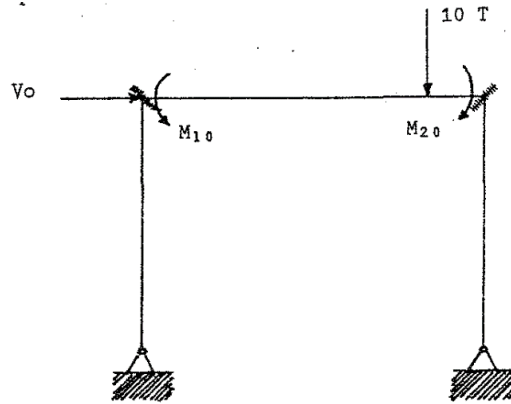


Figura 4.38. Solución particular.

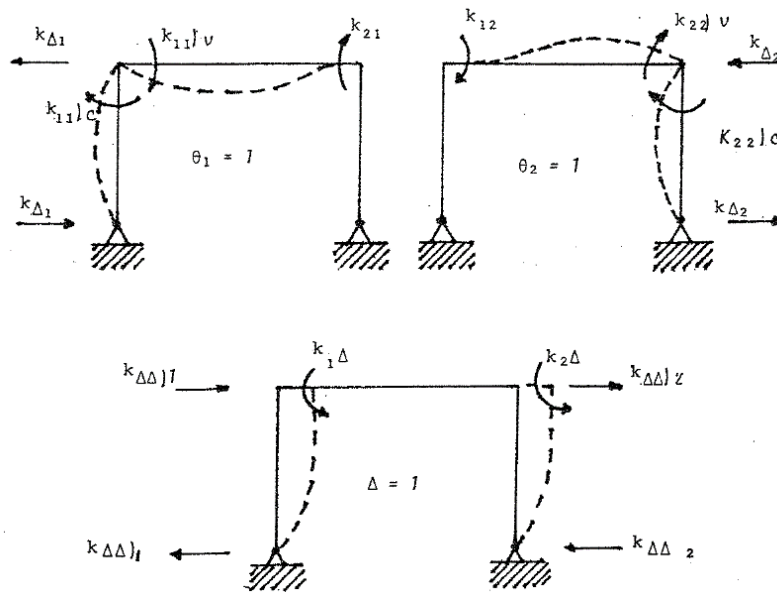


Figura 4.39. Solución complementaria.

Los momentos de empotramiento en los nudos 1 y 2 son:

$$M_{10} = \frac{Pab^2}{L^2} = -\frac{10(5)(1)^1}{6^2} = -1.388\text{ T} - m$$

$$M_{20} = \frac{Pa^2b}{L^2} = \frac{10(5)^1(1)}{6^2} = 6.944\text{ T} - m$$

Los valores de las rigideces en los nudos para los diferentes estados de deformación supuestos son:

$$k_{1\ 2})v = \frac{4EI}{6}(6) = 4EI; \quad k_{1\ 1})c = \frac{3EI}{4} = 0.75 EI$$

$$k_{2\ 1} = \frac{2EI}{6}(6) = 2EI; \quad k_{\Delta_1} = -\frac{3EI}{4^2} = 0.188 EI$$

$$k_{1\ 2})v = \frac{2EI}{6}(6) = 2EI; \quad k_{\Delta_2} = -\frac{3EI}{4^2} = -0.188 EI$$

$$k_{2\ 2})v = \frac{4EI}{6}(6) = 4EI; \quad k_{2\ 2})c = \frac{3EI}{4} = 0.75 EI$$

$$k_{1\Delta} = -\frac{3EI}{4^2} = -0.188 EI; \quad k_{2\Delta} = -\frac{3EI}{4^2} = -0.188 EI$$

$$k_{\Delta\Delta})_1 = \frac{3EI}{4^3} = 0.047 EI; \quad k_{\Delta\Delta})_2 = \frac{3EI}{4} = 0.047 EI$$

$$V_o = 0$$

Las ecuaciones de equilibrio son:

$$M_{1\ 0} + k_{1\ 1}\theta_1 + k_{1\ 2}\theta_2 + k_{1\Delta}\Delta = 0$$

$$M_{2\ 0} + k_{2\ 1}\theta_1 + k_{2\ 2}\theta_2 + k_{2\Delta}\Delta = 0$$

$$V_o + k_{\Delta_1}\theta_1 + k_{\Delta_2}\theta_2 + k_{\Delta\Delta}\Delta = 0$$

Sustituyendo valores

$$-1.388 + (4 + 0.75) + 2EI\theta_2 - 0.188EI\Delta = 0$$

$$6.944 + 2EI\theta_1 + (4 + 0.75)EI\theta_2 - 0.188EI\Delta = 0$$

$$0 - 0.188EI\theta_1 + 0.188EI\theta_2 + (0.047)2EI\Delta = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones anterior

$$\theta_1 = 1.052/EI; \quad \theta_2 = -1.978/EI; \quad \Delta = -1.872/EI$$

$$E=20000000\text{kPa}- 203.9432 \text{ kg/mm}^2$$

$$I= 6.75000000 \text{ (mm}^4)$$

$$\theta_1 = 764.19 \times 10^3 \text{ rad} ; \quad \theta_2 = -1.43 \times 10^6 \text{ rad}; \quad \Delta = -1.359 \times 10^9 \text{ mm}$$

Una vez determinados los giros y desplazamientos en el marco se calcularán los momentos reales en dicho marco.

$$M_{1\ 3} = k_{1\ 1})c\theta_1 + k_1\Delta \Delta = 0.75EI \frac{(1.052)}{EI} - \frac{(0.188EI) - (1.872)}{EI} = 1.136$$

$$M_{1\ 2} = M_{1\ 0} + k_{1\ 1})v\theta_1 + k_{1\ 2}\theta_2 = -1.388 + 4EI \frac{(1.052)}{EI} + 2EI \frac{(-1.978)}{EI} = -1.136$$

$$M_{2\ 1} = M_{2\ 0} + k_{2\ 1}\theta_1 + k_{2\ 2})v\theta_2 = 6.944 + 2EI \frac{(1.052)}{EI} + 4EI \frac{(-1.978)}{EI} = 1.136$$

$$M_{2\ 4} = K_{2\ 2})c\theta_2 + k_2\Delta \Delta = 0.75EI \frac{(-1.978)}{EI} - 0.188EI \frac{(-1.872)}{EI} = -1.136$$

Simulación de marcos hiperestáticos

Para la simulación se realizaron dos modelos de los cuales el primero se resolvió sin reducción y el segundo se le aplicó un factor de reducción de 100. Si bien los desplazamientos fueron favorables, con el uso de secciones sobredimensionadas, se logró que los esfuerzos se encontraran dentro de la zona elástica.

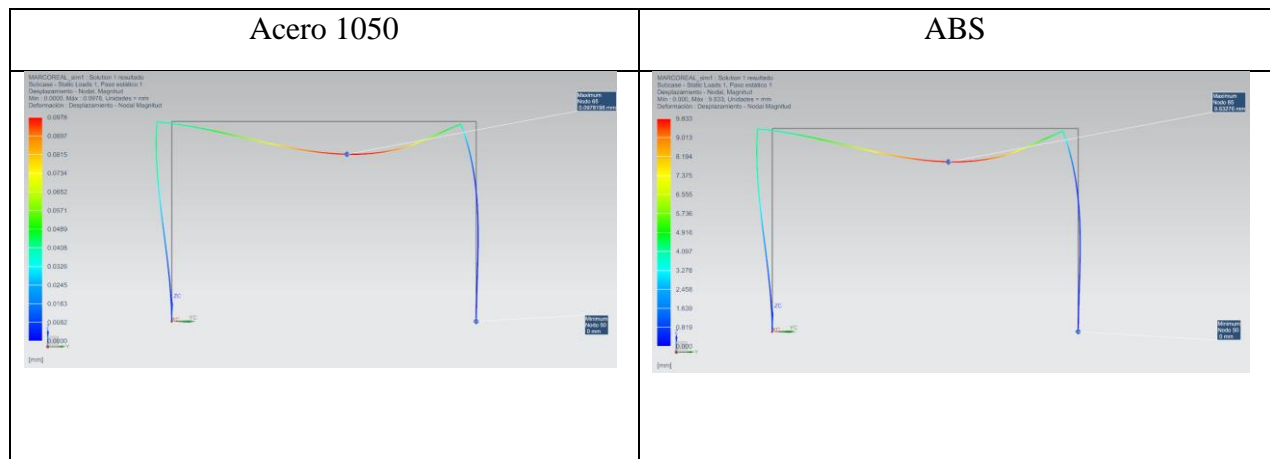


Figura 4.40. Simulación de un marco hiperestático sin factor de reducción.

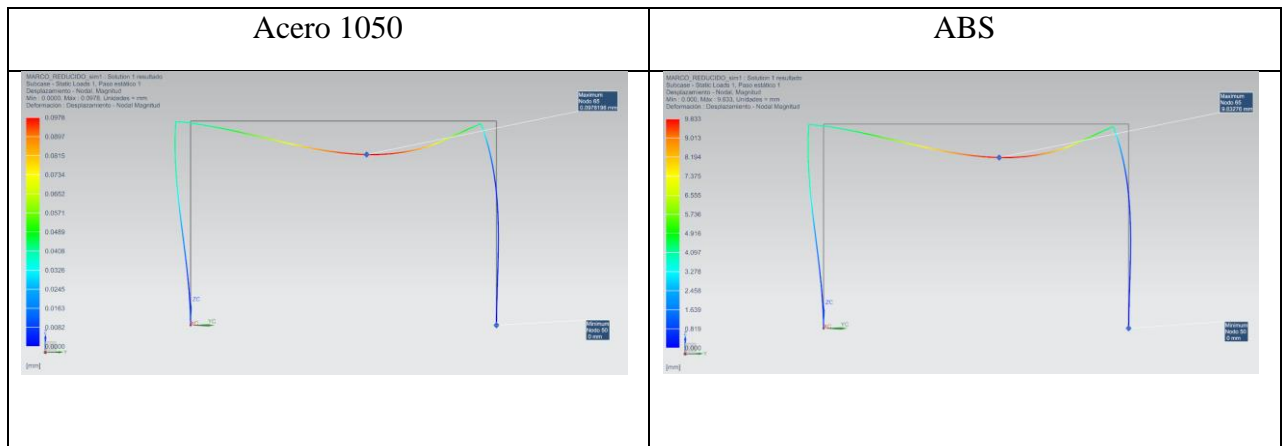


Figura 4.41. Simulación de un marco hiperestático con factor de reducción de 100.

Tabla 4.8

Resultados de un marco de reacción hiperestático.

			Factor de reducción aplicado
Sección Transversal (mm)	50x50	500x500	10
Carga (N)	981	98 100	100
Acero 1005	0.09782	0.09781	/100
Método exacto	N/A	0.013	
ABS	9.8327	9.8327	*100

Simulaciones de verificación. Para mismas condiciones en un marco de acero
Desplazamiento

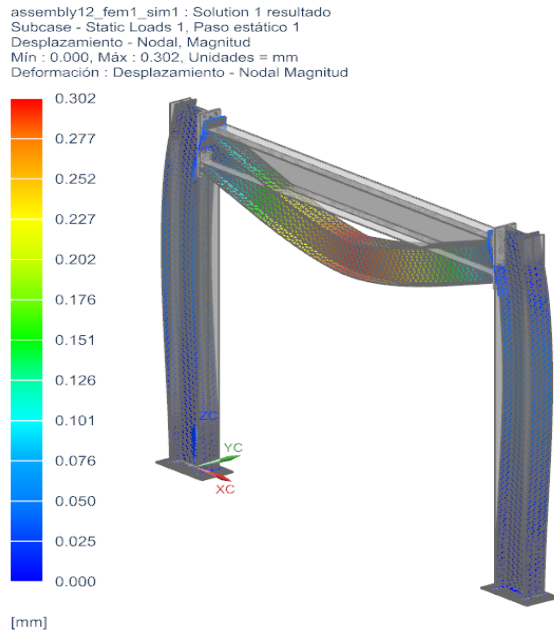


Figura 4.42. Desplazamiento para marco de acero 1005.

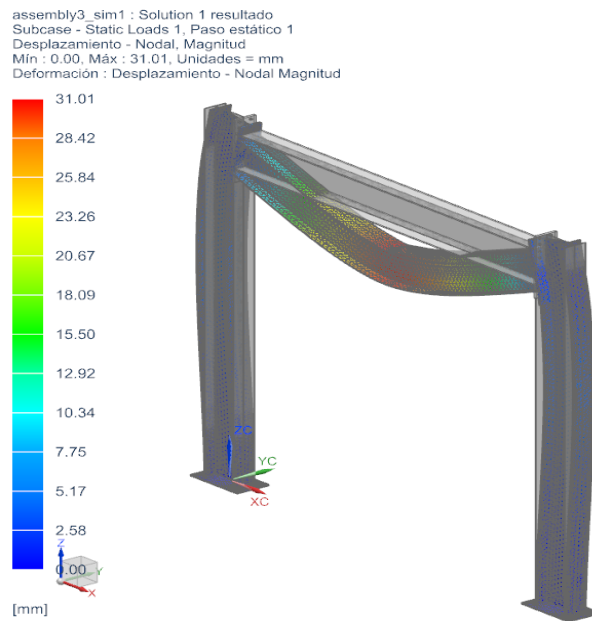


Figura 4.43. Desplazamiento para marco ABS.

Valores obtenidos, se verifica el factor de reducción por 100:

Material	Desplazamiento
ACERO 1005	0.302
ABS	31.01

Se determina que la misma configuración geométrica y carga, con diferente material mantiene una relación lineal de 100 unidades, mientras se trabaje en la zona lineal. Como lo muestra tabla de resultados con un marco original y variación de geometría y carga por factores de reducción

Tabla 4.9

Resultados de las simulaciones de comprobación.

Desplazamientos		
Marco	Acero 1005	ABS
Original	0.30	30
Reducido x 100	0.302	30

Se determinó mediante la simulación en NX Siemens que para obtener de manera directa un prototipo 3D reducido, es necesario que la geometría tenga una reducción de 10 unidades y la carga de 100 unidades. Para factores de reducción mayores a 10 unidades el comportamiento deja de ser proporcional.

Tabla 4.10

Tabla con valores para el desplazamiento

Desplazamientos			
Marco	Carga en kg	Acero 1005	ABS
Original	1000	0.30	N/A
Reducido x 100	0.1	N/A	0.308

Sin embargo, aunque el comportamiento en cuanto a la deformación fue proporcional, no fue así, para el esfuerzo, ya que se valores obtenidos se entraban fuera de la zona elástica. Por lo tanto, se verifico que el planteamiento inicial con el análisis analítico es correcto:

“Se comprueba de manera analítica que al dividir por 10 unidades la geometría y por 100 unidades la fuerza los resultados que se obtienen, coinciden con los valores del modelo reducido. Asimismo, que al tener los resultados sobre deflexión y giro del modelo real estos coinciden con el modelo reducido si se multiplica la deflexión por 10 unidades y el giro por 100 unidades”.

Simulación de evaluación y verificación de trabajo en la zona lineal en modelos complejos 3D

Al comprobar que el factor de reducción se cumple para modelos de simulación 1D con elementos estructurales simples, se lleva el reto a modelos complejos en 3D. Mostrando las siguientes consideraciones y comportamientos.

La figura 4.44 es la geometría de un modelo de marco complejo y regular y simétrico el cual tiene como dimensiones reales las cotas mostradas. La figura 4.46 es la discretización del marco y la asignación de material y carga (como masa no estructural y con gravedad adicionada) correspondientes.

Trabajando en el límite de la zona lineal

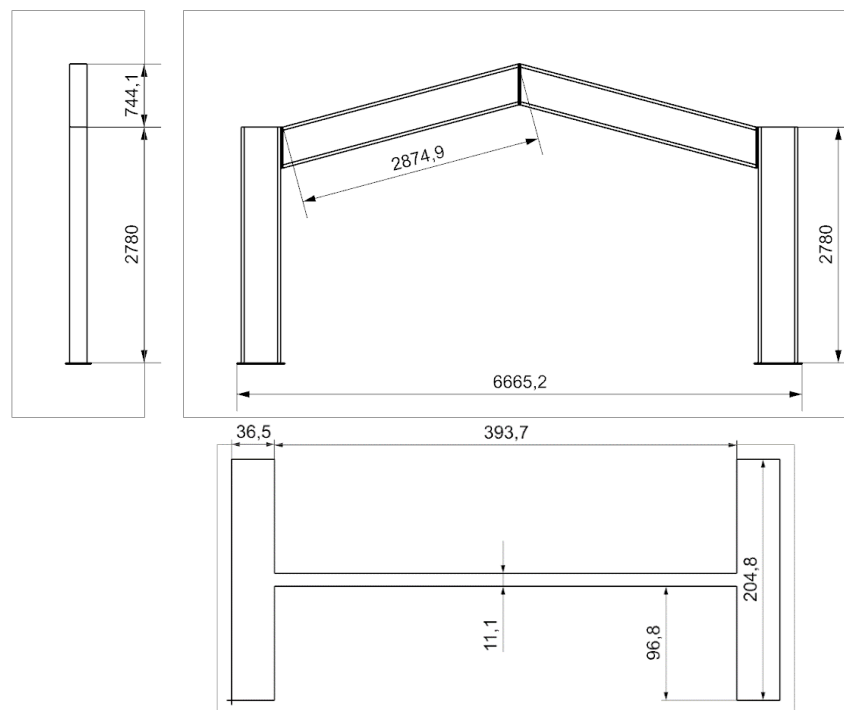


Figura 4.44. Dimensiones geométricas del marco original en estudio.

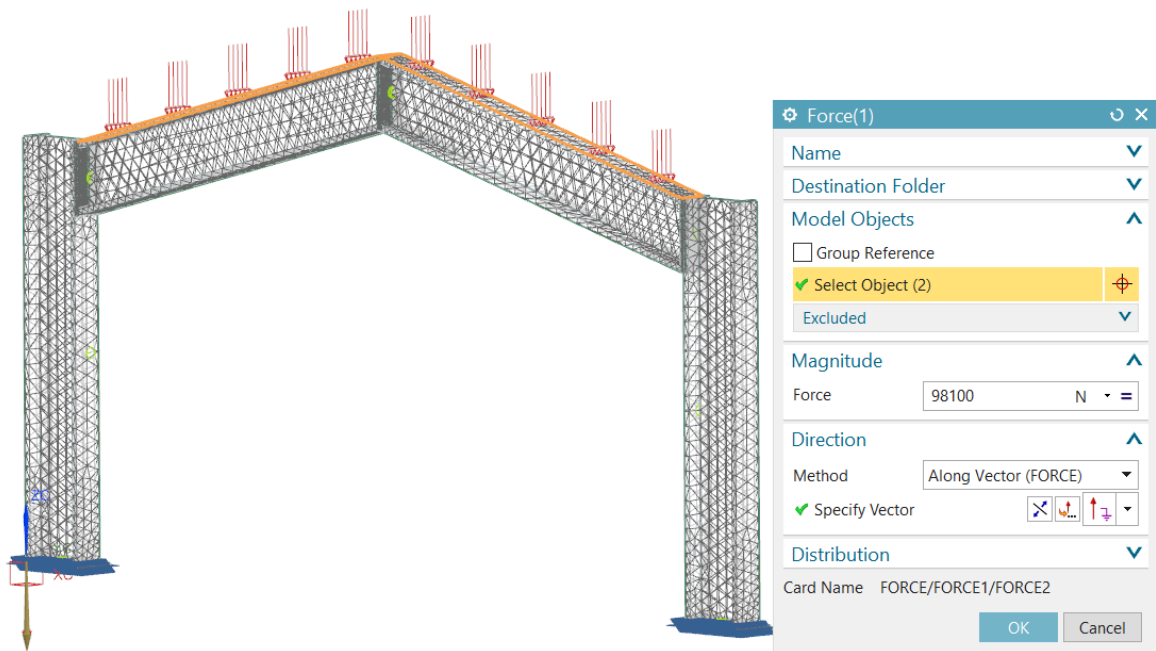


Figura 4.45. Configuración del modelo para simulación.

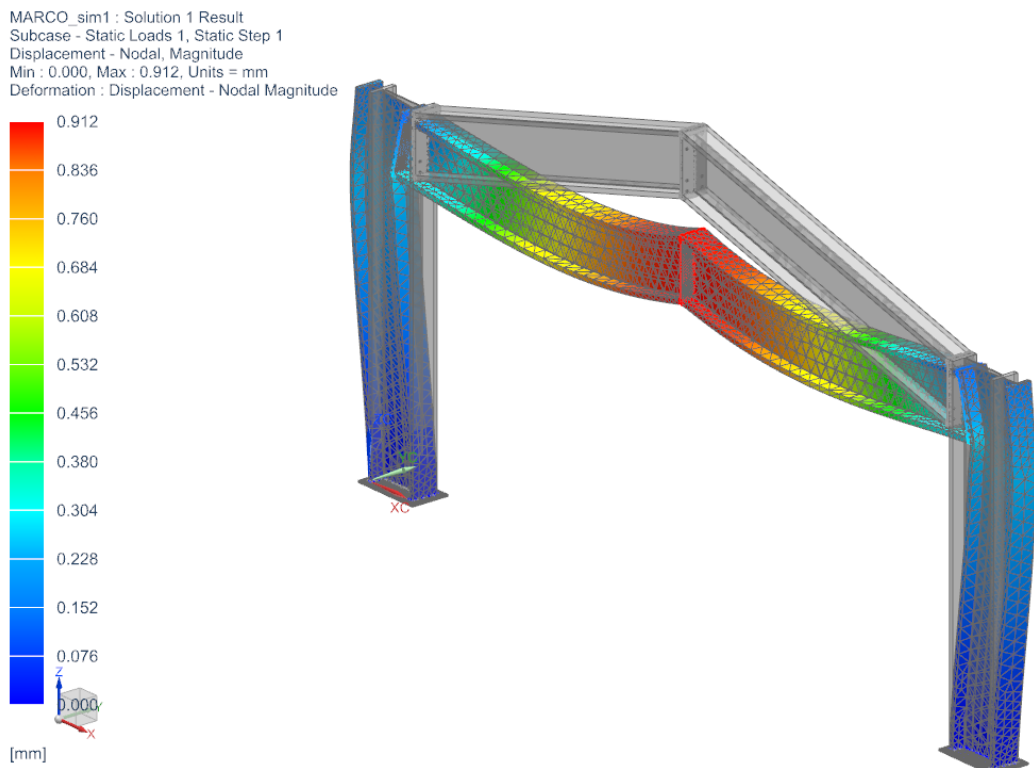


Figura 4.46. Resultados de los desplazamientos a evaluar.

MARCO_sim1 : Solution 1 Result
 Subcase - Static Loads 1, Static Step 1
 Stress - Element-Nodal, Unaveraged, Von-Mises
 Min : 0.00, Max : 227.69, Units = MPa
 Deformation : Displacement - Nodal Magnitude

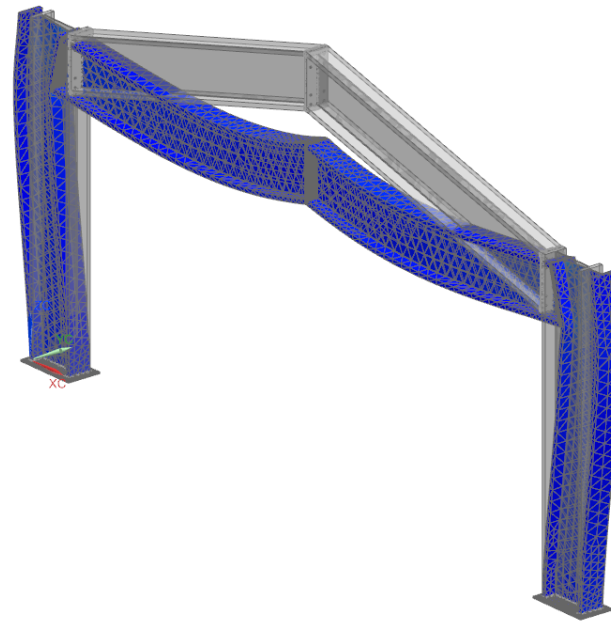
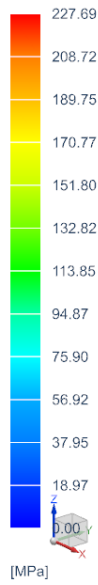


Figura 4.47. Resultados de los esfuerzos a evaluar.

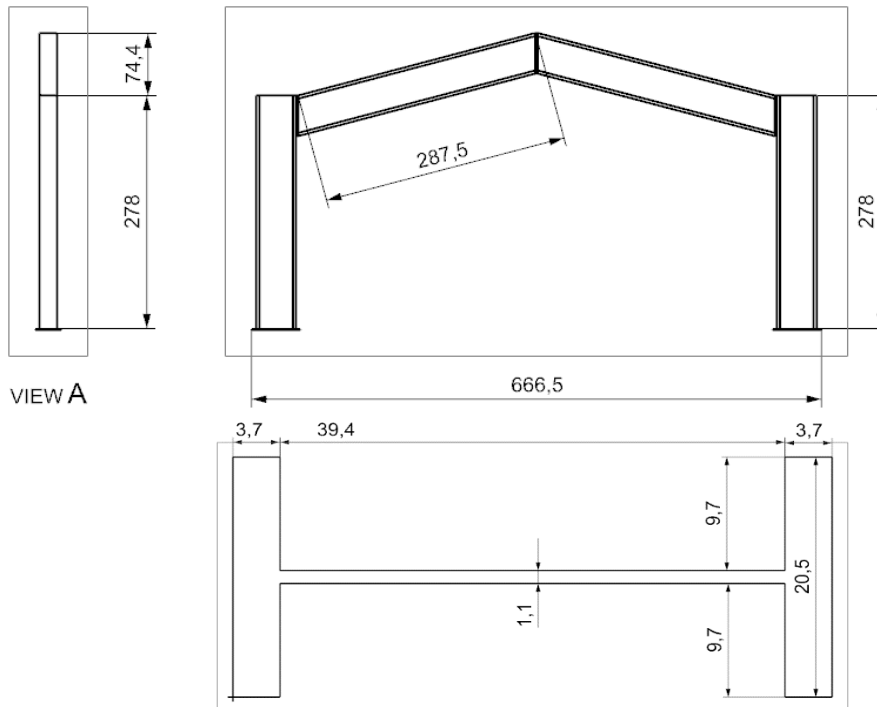


Figura 4.48 Dimensiones geométricas del marco original en estudio.

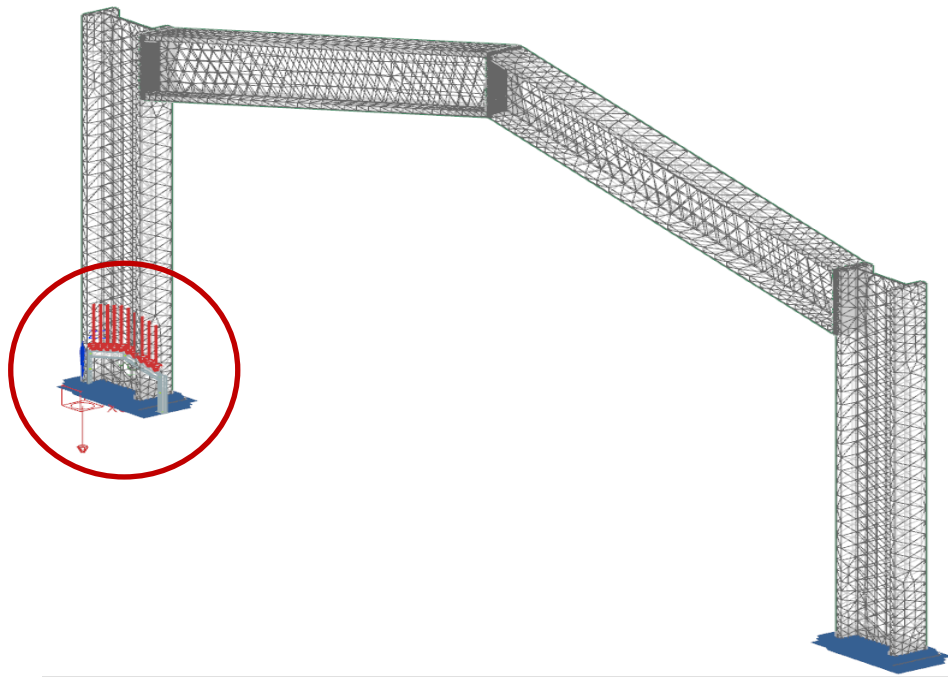


Figura 4.49. Comparativa dimensional entre modelos.

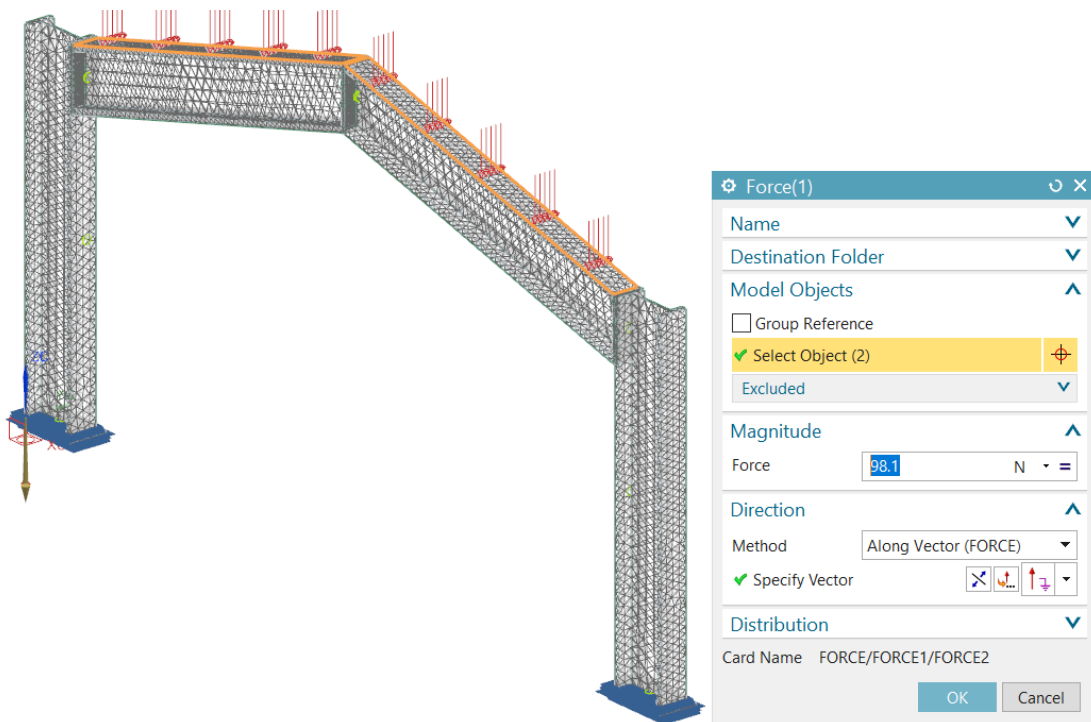


Figura 4.50. Configuración del modelo para simulación.

MARCO_fem2_sim1 : Solution 1 Result
Subcase - Static Loads 1, Static Step 1
Displacement - Nodal, Magnitude
Min : 0.000, Max : 8.544, Units = mm
Deformation : Displacement - Nodal Magnitude

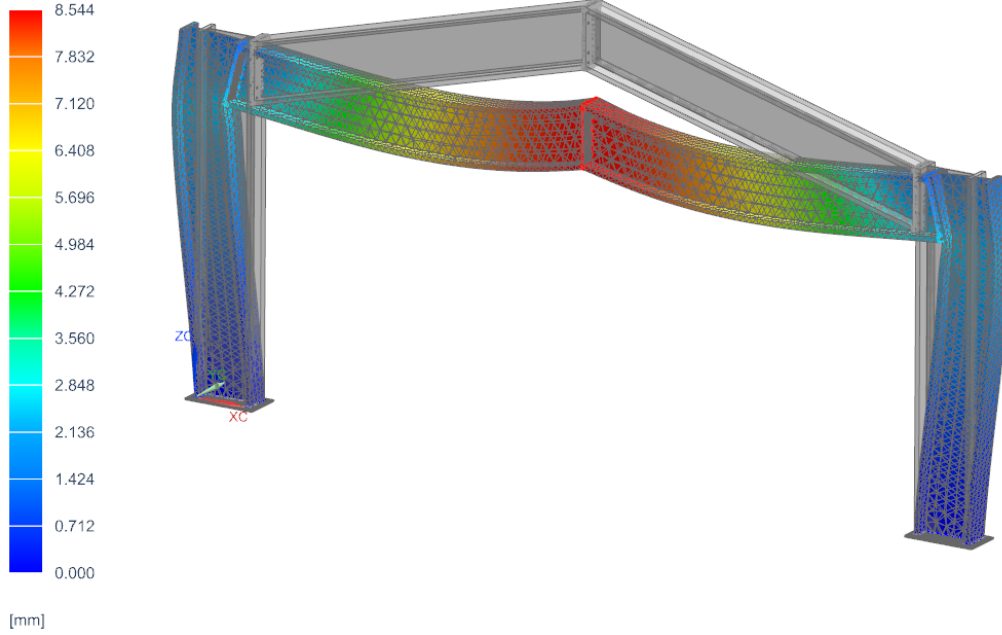


Figura 4.51. Resultados de los desplazamientos a evaluar.

MARCO_fem2_sim1 : Solution 1 Result
Subcase - Static Loads 1, Static Step 1
Stress - Element-Nodal, Unaveraged, Von-Mises
Min : 0.00, Max : 157.35, Units = MPa
Deformation : Displacement - Nodal Magnitude

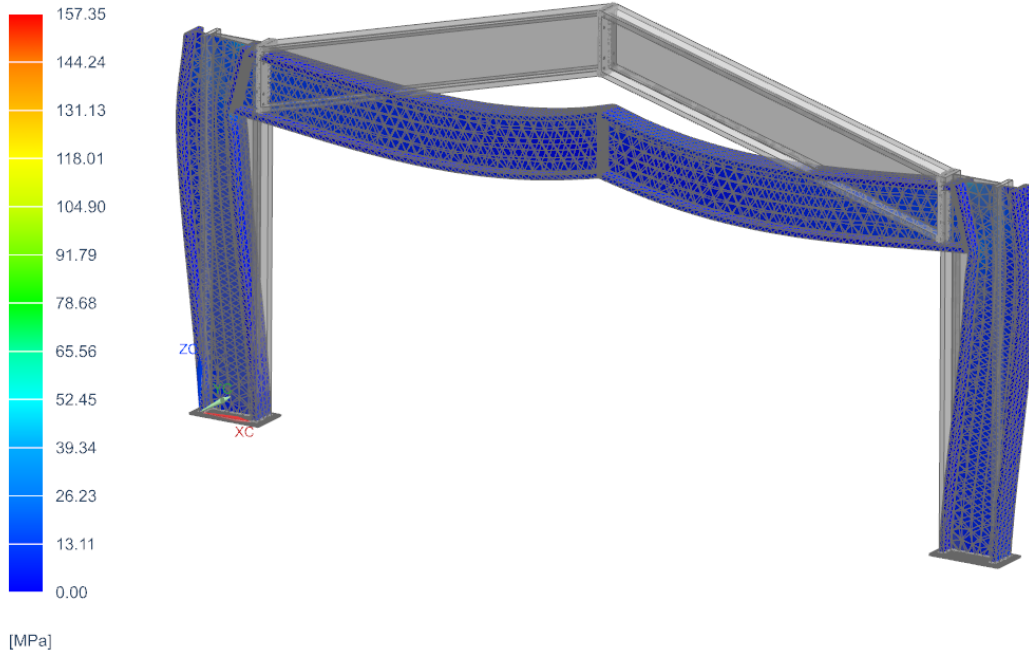


Figura 4.52. Resultados de los esfuerzos a evaluar.

Trabajando de forma segura en la zona lineal

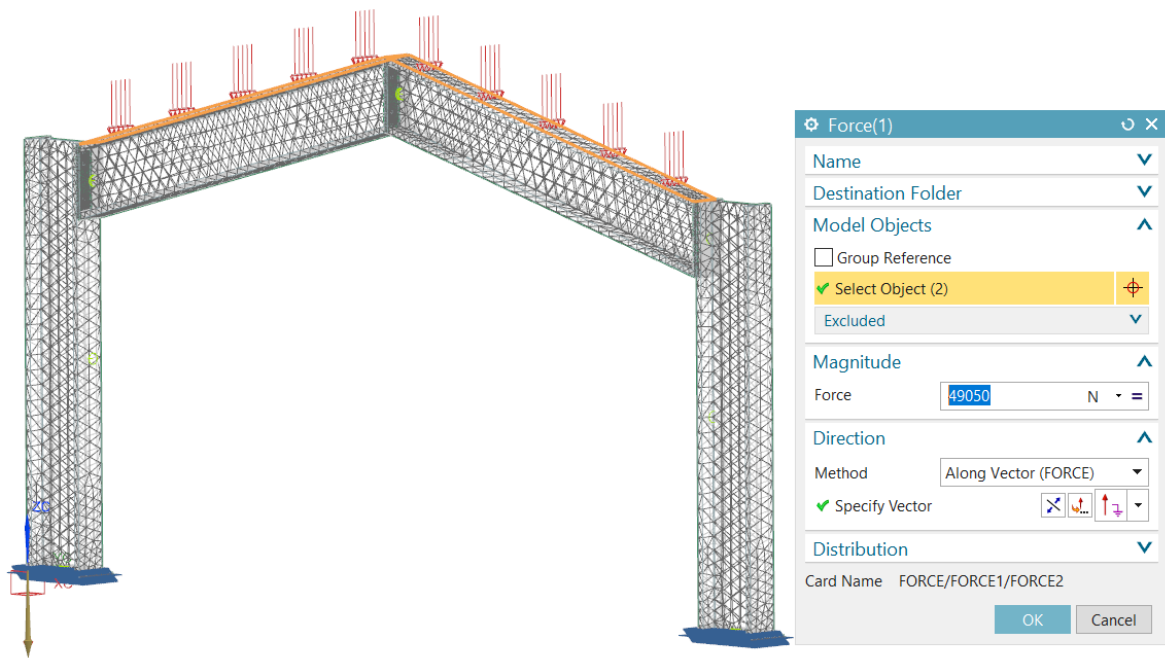


Figura 4.53. Configuración del modelo para simulación.

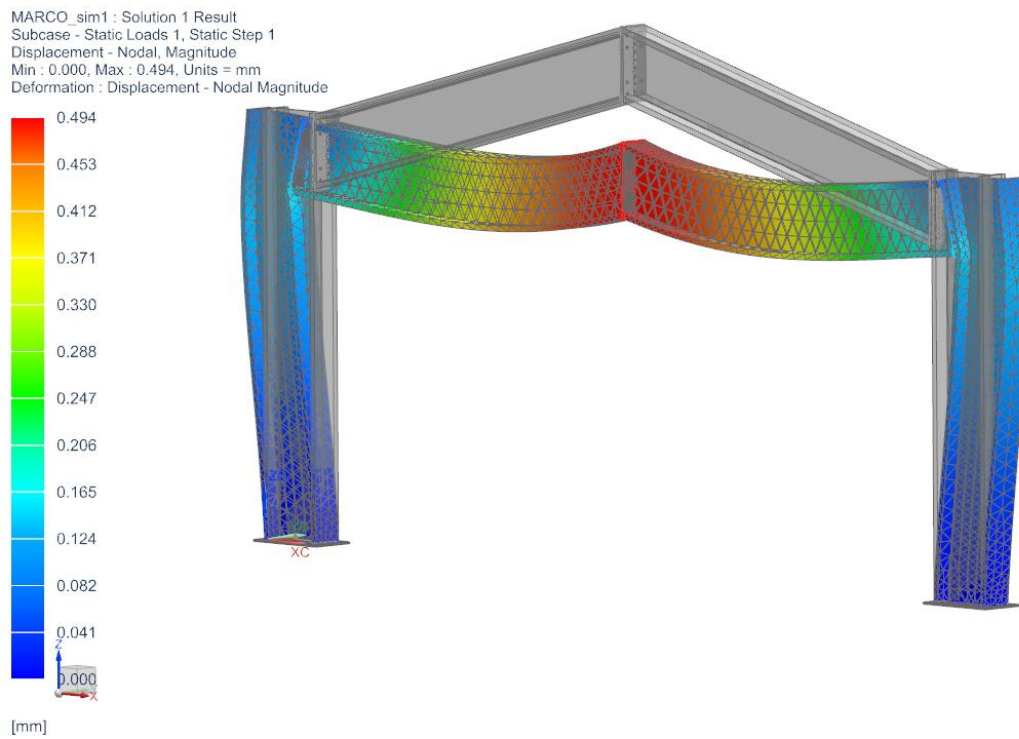


Figura 4.54. Resultados de los desplazamientos a evaluar.

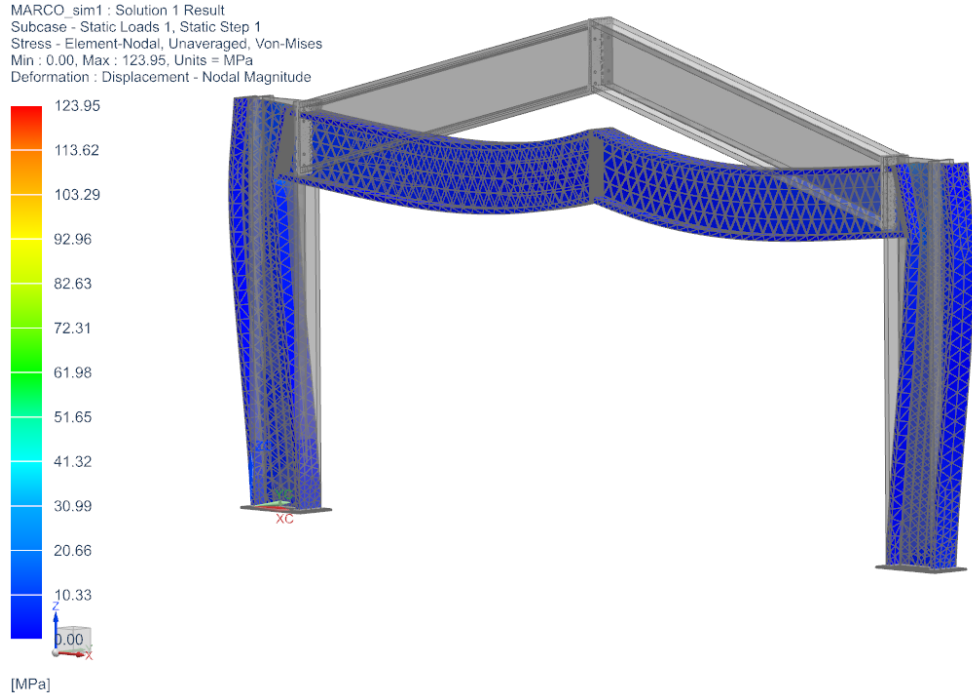


Figura 4.55. Resultados de los esfuerzos a evaluar.

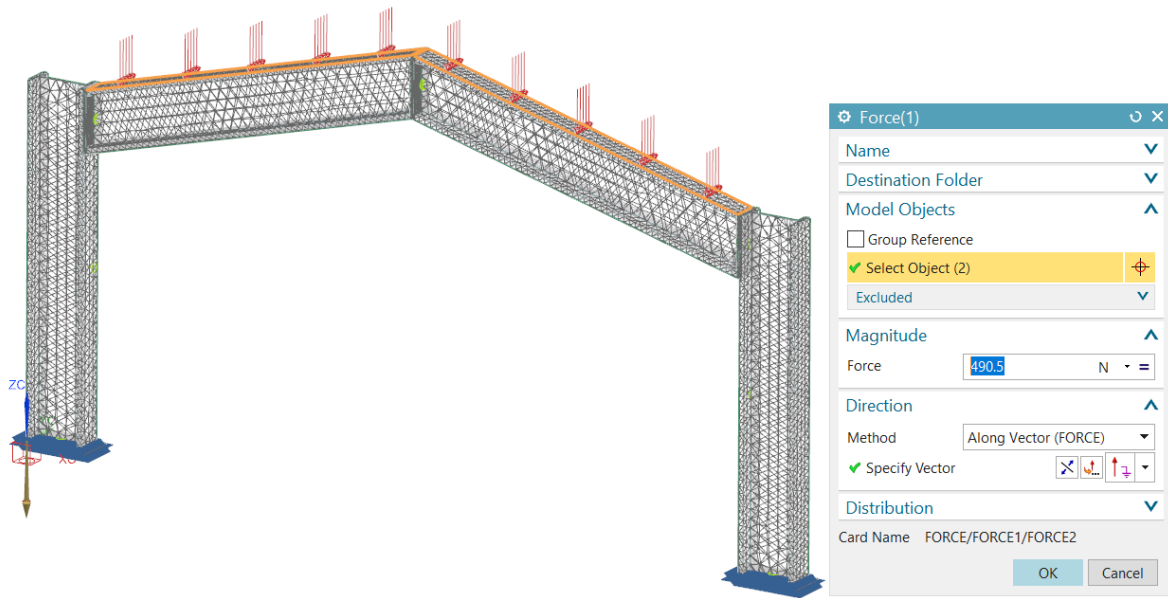


Figura 4.56. Configuración del modelo para simulación.

MARCO_fem2_sim1 : Solution 1 Result
Subcase - Static Loads 1, Static Step 1
Displacement - Nodal, Magnitude
Min : 0.000, Max : 4.277, Units = mm
Deformation : Displacement - Nodal Magnitude

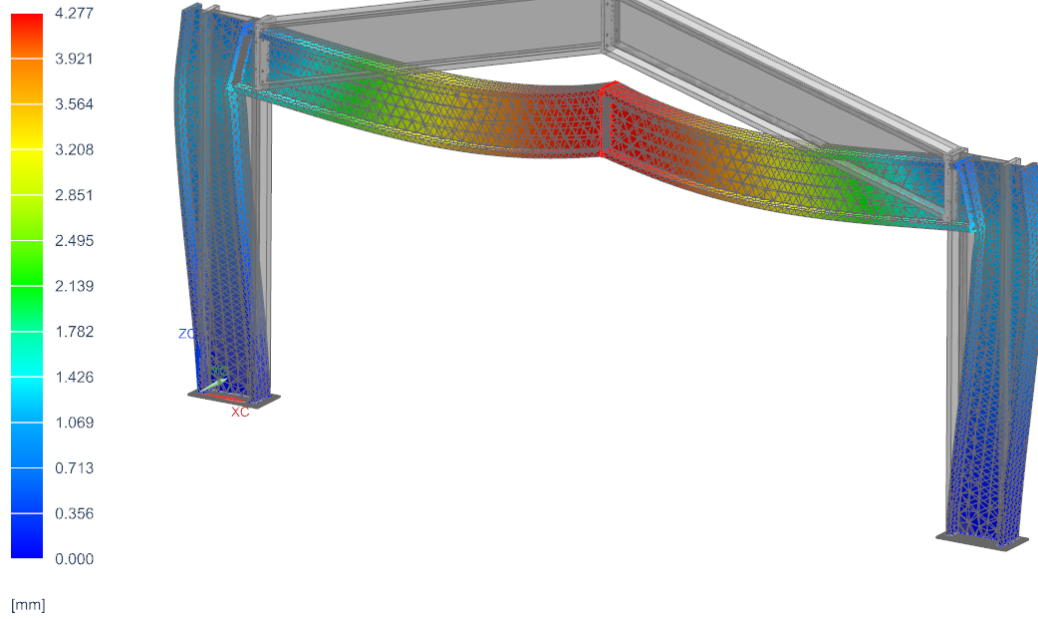


Figura 4.57 Resultados de los desplazamientos a evaluar.

MARCO_fem2_sim1 : Solution 1 Result
Subcase - Static Loads 1, Static Step 1
Stress - Element-Nodal, Unaveraged, Von-Mises
Min : 0.00, Max : 78.77, Units = MPa
Deformation : Displacement - Nodal Magnitude

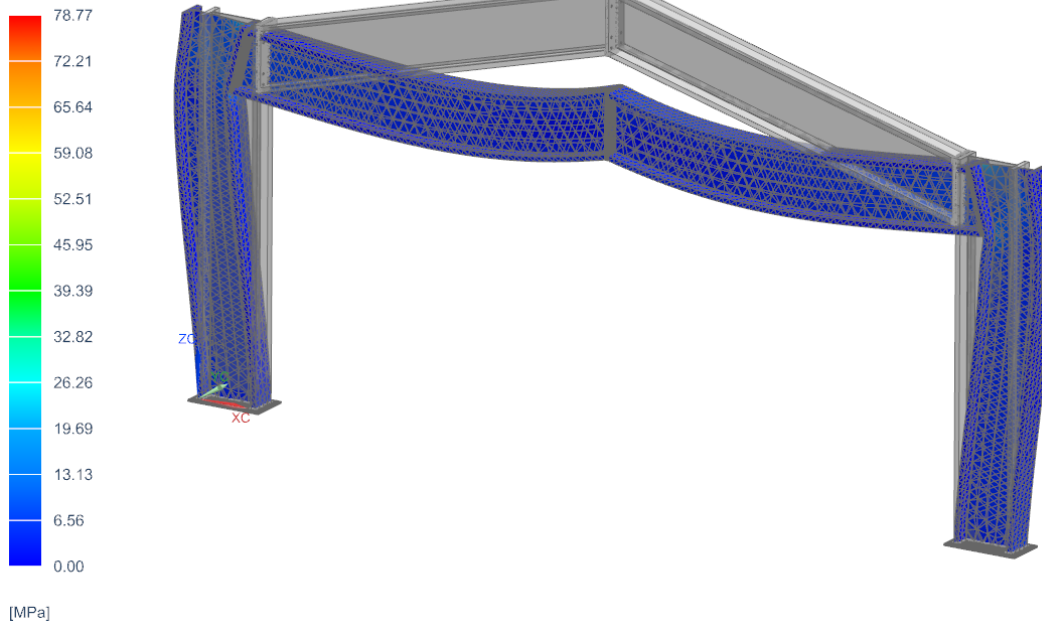


Figura 4.58. Resultados de los esfuerzos a evaluar.

Tabla 4.11

Concentrado de resultados con trabajo en el límite de la zona lineal.

Comportamiento fuera zona lineal				
Desplazamientos			Esfuerzos	
Marco	Acero 1005	ABS	Acero 1005	ABS
Original	0.912	N/A	227.69	N/A
Reducido x 10	N/A	8.54	N/A	157.35

Tabla 4.12

Concentrado de resultados con trabajo en la zona lineal.

Comportamiento zona lineal				
Desplazamientos			Esfuerzos	
Marco	Acero 1005	ABS	Acero 1005	ABS
Original	0.494	N/A	123.95	N/A
Reducido x 10	N/A	4.277	N/A	78.77

Capítulo V.- Resultados

El diseño digital para la simulación por medio de Método del Elemento Finito (MEF) se llevó a cabo mediante el software NX NASTRAN de Siemens (figura 5.1 y 5.2). Inicialmente se configuro un modelo 3D, el cual tiene la bondad de mostrar los esfuerzos internos de la geometría del material sin embargo consume altos recursos de computo (memoria y velocidad de procesamiento). Por lo cual se decidió optar por un modelo 1D, que es óptimo para el desarrollo del proyecto. Los datos de los materiales han sido seleccionados de la biblioteca del Software (tabla 5.1) que contiene los valores más representativos de los materiales.

Tabla 5.13

Datos de los materiales.

ABS	ACERO 1005
Categoría: PLASTIC	Categoría: METAL
Subcategoría: ABS Polymer	Subcategoría: Carbon Steel
Densidad de la masa (RHO): 1.05e-06kg/mm ³	Densidad de la masa (RHO): 7.872e-06kg/mm ³
===== Mecánico	===== Mecánico
Módulo de Young (E): 2 000 000 kPa	Módulo de Young (E): 200 000 000 kPa
Coefficiente de Poisson (NU): 0.401	Coefficiente de Poisson (NU): 0.25
===== Fuerza	===== Fuerza
Límite elástico: 40 000 kPa	Límite elástico: 226 000 kPa
	Tensión de rotura: 321000kPa

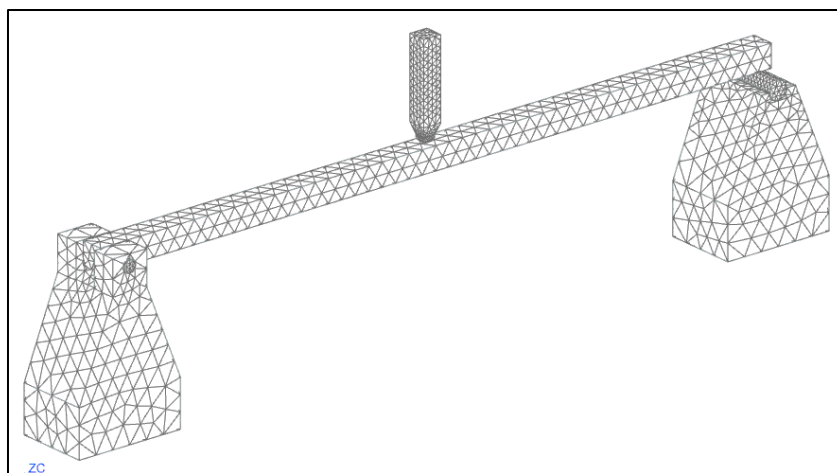


Figura 5.1. Modelo de elemento finito para experimentación en material ABS, desarrollo propio.

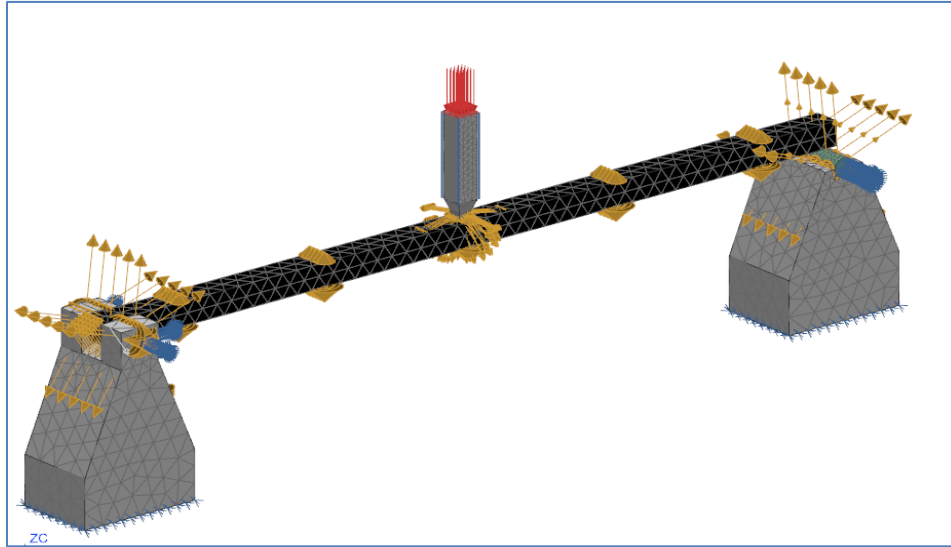


Figura 5.2 Modelo de elemento finito con condiciones frontera en material ABS, desarrollo propio.

La validación realizada por medio de un modelo digital 1D, como sustitución del modelo 3D original, para optimizar los recursos de computo. Permitió realizar la simulación de un modelo de viga isostática simplemente apoyada con las mismas dimensiones que el modelo original con material acero 1005 (figura 5.2), pero con material ABS. En la simulación se utilizó una carga reducida de 100 unidades que equivale a una fuerza puntual de 98.1 N. Con estos datos se ha obtenido un desplazamiento de 9.2 mm (figura 5.3). Que fue el mismo desplazamiento que se determinó en la simulación del modelo de referencia (figura 5.4). Todas las gráficas de la figura 5.3 a la figura 5.10, los valores de los resultados están expresados en milímetros (mm).

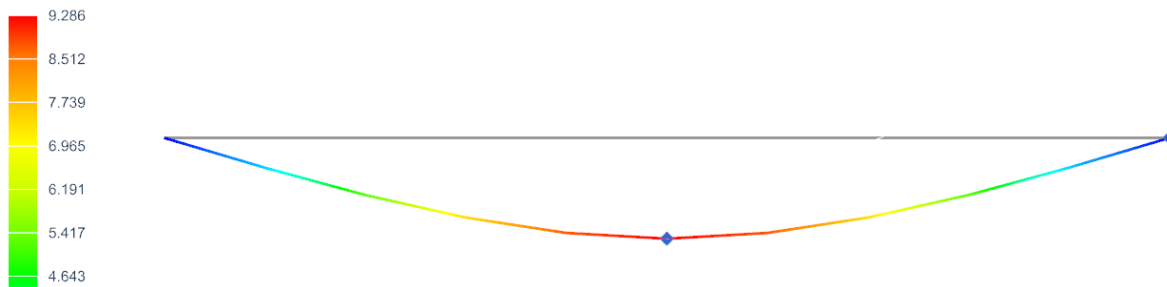


Figura 5.3. Resultados de desplazamiento del material ABS, valores en mm.

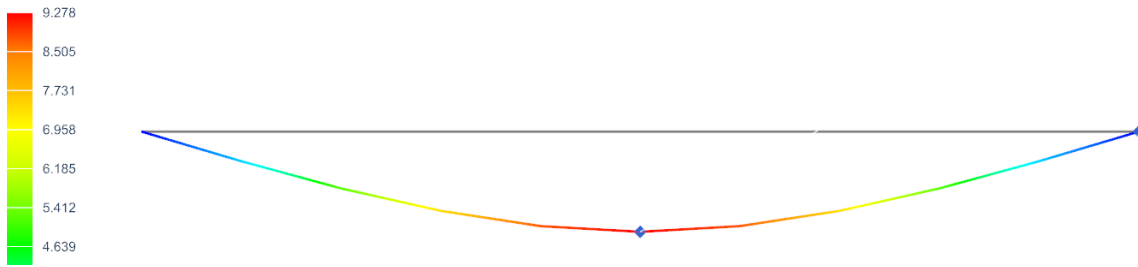


Figura 3.4. Resultados de desplazamiento del material acero 1005.

Discusión

Al modificar las cotas del modelo original se observó en los resultados que no es posible utilizar el factor de reducción de 100 unidades en las dimensiones geométricas, por lo tanto, al experimentar con otros factores se tomó la determinación de emplear un factor de reducción de 10 unidades con respecto a la geometría. Dando con esto un factor de reducción combinado material-geometría de 100 unidades para el material y 10 unidades para la sección transversal y la longitud. Siendo los nuevos modelos de 103.2 cm^2 y 2 m de longitud, con material acero 1005 y de 10.32 cm^2 con 20 cm de longitud con material ABS (figura 5.5).

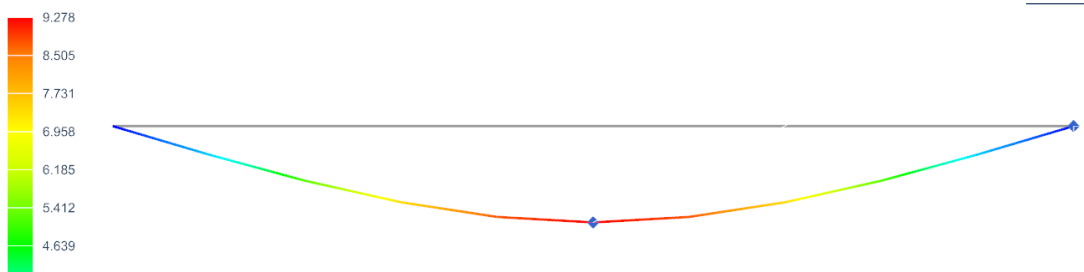


Figura 5.5. Resultados de desplazamiento del material acero 1005, con factores combinados.

Las simulaciones hasta el momento son satisfactorias se ha comprobado que a partir de los valores del módulo de Young y la simulación digital es posible trabajar de manera didáctica con un factor de reducción combinado y realizar pruebas destructivas de deflexión con prototipos didácticos impresos en 3D, para verificar experimentalmente los resultados de los problemas analíticos de diseño mecánico como lo son la deflexión en vigas.

Tabla 5.14

Resumen de resultados para desplazamientos, con longitud de 200 mm.

	Desplazamiento		
Carga	Acero 1005	ABS	Analítico
98.1	N/A	9.2 mm	9.206 mm
9810	9.2 mm	N/A	9.026 mm

Se puede considerar al tomar como cifras significativas un decimal, que no existe desviación de los resultados analíticos con respecto a la simulación por MEF, al aplicar el factor de reducción al material y a la geometría.

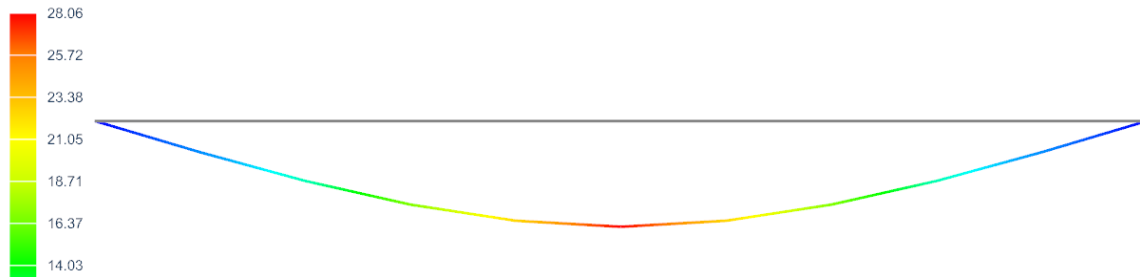


Figura 5.6. Esfuerzos en material ABS, desarrollo propio.

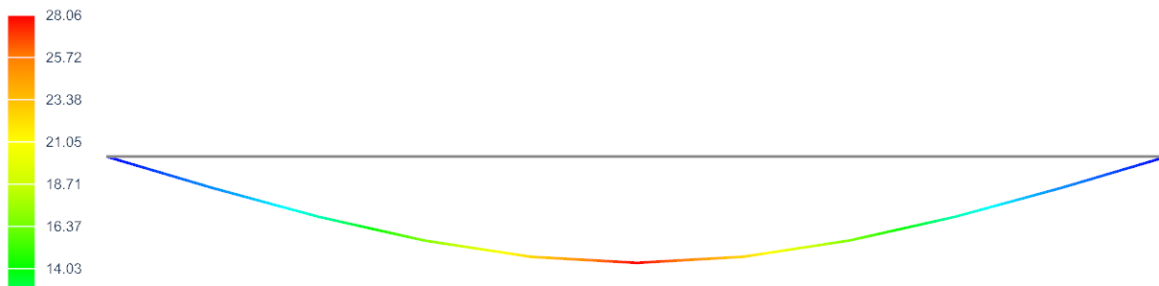


Figura 5.7. Esfuerzos en material acero 1005, desarrollo propio.

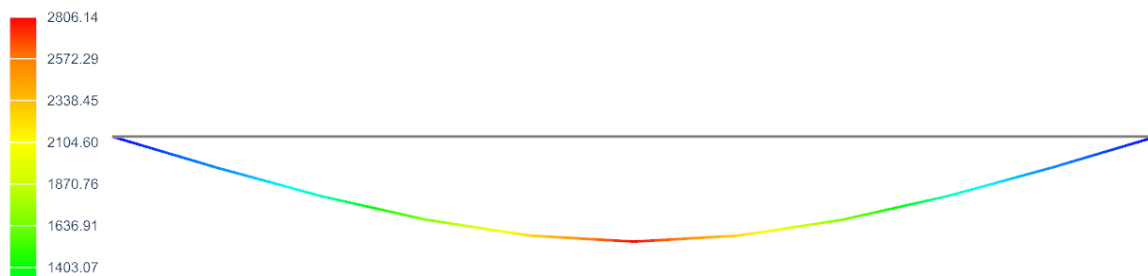


Figura 5.8. Esfuerzos en material acero 1005, con factor de reducción solo en material, desarrollo propio.

Tabla 5.15

Resumen de resultados para esfuerzos, para factor de reducción combinado.

Carga	Esfuerzo		Límite elástico Analítico
	Acero 1005	ABS	
98.1	N/A	28 060 kPa	40 000 kPa
9810	28 060 kPa	N/A	226 000 kPa

En esta tabla también se observa que al tomar como cifras significativas un decimal, que no existe desviación de los resultados analíticos con respecto a la simulación por MEF, al aplicar el factor de reducción al material y a la geometría. Se ha decidido mostrar la gráfica 5.7, en la cual solo se aplicó el factor de reducción al material y este demuestra que el esfuerzo no se encuentra dentro del límite elástico, con lo cual es evidente que para homologar resultados experimentales es necesario que se utilice un factor combinado.

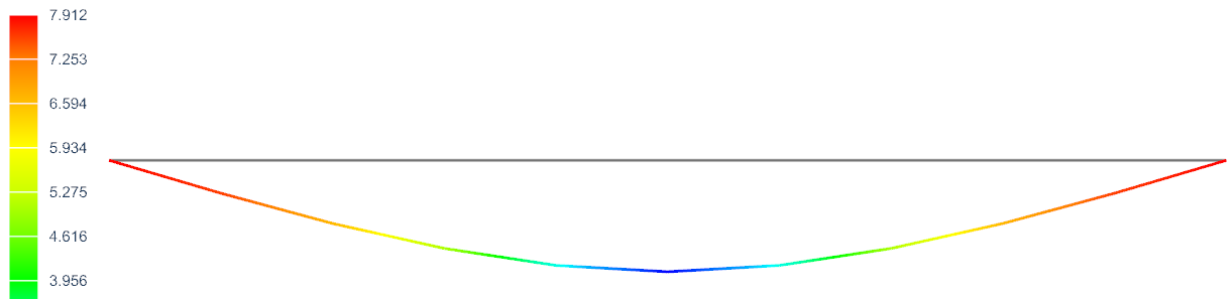


Figura 5.9. Giro en material ABS, desarrollo propio.

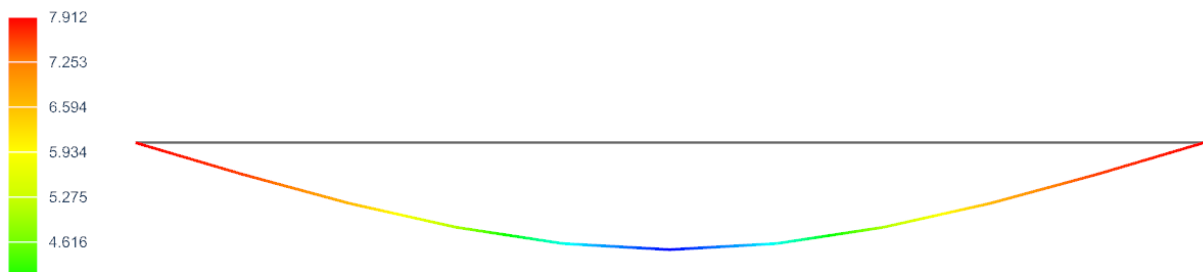


Figura 5.10. Giro en material 1005, desarrollo propio.

Tabla 5.16

Resumen de resultados para giro, con factor de reducción combinado.

Carga	Ángulo de giro		Anal
	Acero 1005	ABS	Analítico
98.1	N/A	7.912°	7.92°
9810	7.912°	N/A	9.92°

En cuanto al ángulo de rotación considerando también un decimal como cifra significativa, que no existe desviación de los resultados analíticos con respecto a la simulación por MEF, al aplicar el factor de reducción al material y a la geometría.

Trabajo a futuro

La continuidad del estudio establece que los modelos fabricados mediante prototipado rápido por impresión 3D, sean sometidos a pruebas destructivas para determinar de manera experimental su deflexión y poder comparar los valores analíticos y de simulación. Asimismo, el modelo digital de viga simplemente apoyada en 3D aún se encuentra en evaluación para determinar de manera adecuada la configuración de las restricciones y aplicación de la carga.

Consideraciones para aplicaciones posteriores

A partir de los resultados satisfactorios obtenidos en el desarrollo del proyecto se espera que para un futuro sean creados nuevos trabajos, los cuales contengan el desarrollo y verificación del prototipo didáctico de la viga simplemente apoyada para a continuación hacer la extensión del proyecto a columnas, marcos isostáticos e hiperestáticos para lograr así una mayor cobertura de los programas estructurales en el área ingenieril.

a) Adecuaciones Comunicacionales

Puesto que el proyecto se centra en la comunicación centralizada por parte del docente líder hacia los diferentes actores del grupo de trabajo, las relaciones requieren canales de comunicación amplia y precisa, que indiquen los aspectos a mejorar para hacer más eficientes las actividades a realizar, las cuales están asignadas y ejemplificadas en el diagrama 5.1.

b) Adecuaciones Administrativas

Sumar obligaciones a los distintos responsables logra una alineación de funciones y resultados para mantener experiencias positivas en la enseñanza de los conceptos abstractos. La base de un buen proceso administrativo es el departamento de planeación el cual organiza los aspectos académicos y administrativos (Diagrama 5.2).

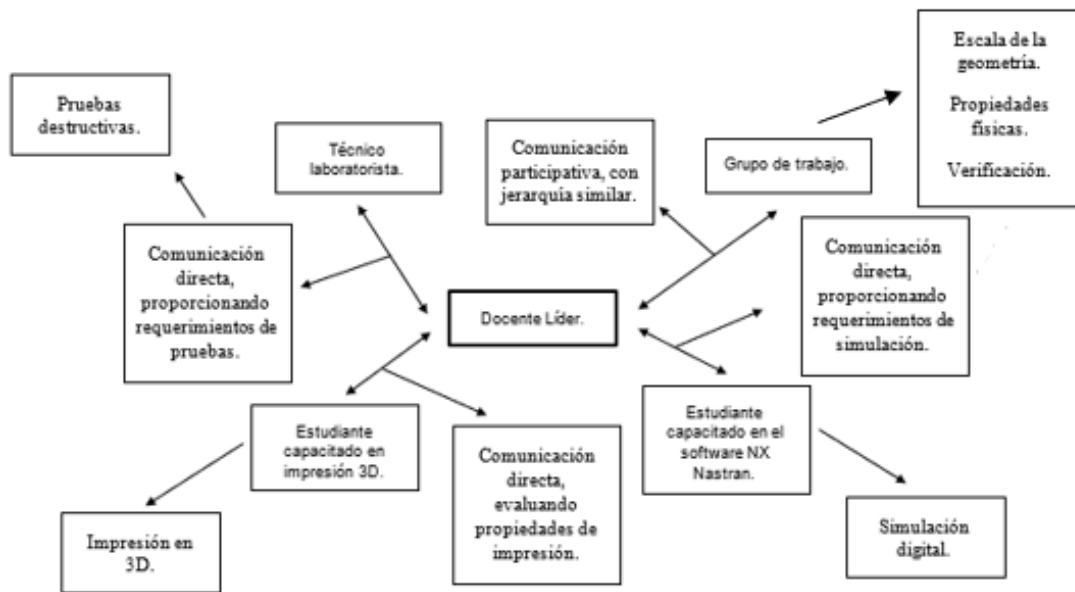


Diagrama 5.1: Tipo de comunicación y asignación de responsabilidades.

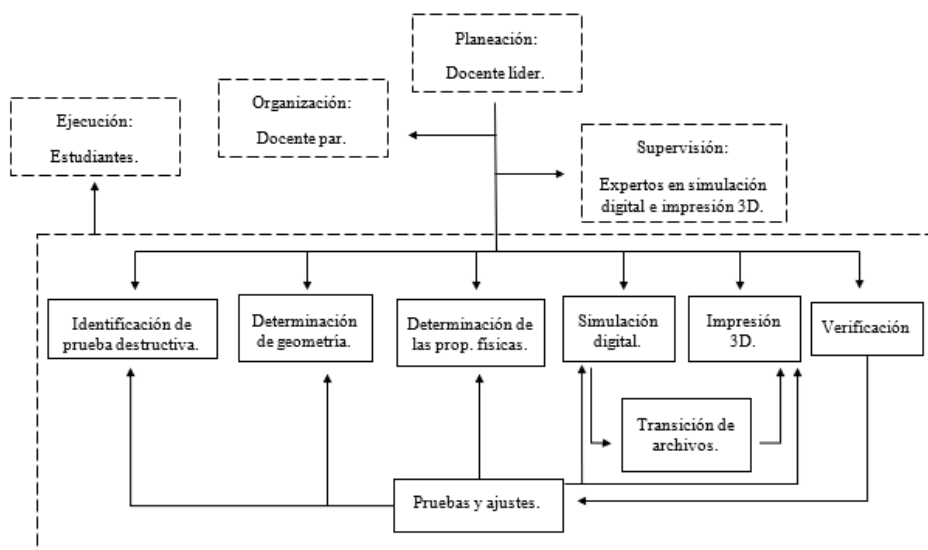


Diagrama 5.2: Planeamiento administrativo.

c) Propuesta de programas, estrategias e instrumentos de seguimiento

Se estableció que los modelos fabricados mediante prototipado rápido por impresión 3D, sean sometidos a pruebas destructivas para determinar de manera experimental la deflexión y hacer la comparación de los valores analíticos y de simulación. Hacer la determinación de la configuración de las restricciones y aplicaciones de la carga para el modelo digital de viga simplemente apoyada en 3D.

Consideraciones finales

El desarrollo de este proyecto resulto de gran utilidad para la mayoría de los estudiantes involucrados dado que a partir de la investigación realizada para cada apartado se pudo conseguir una reafirmación de los conocimientos de las asignaturas previamente cursadas, y es considerado una experiencia altamente beneficiosa para las partes involucradas puesto que se logró un desarrollo en el área educativa que será aprovechada en trabajos futuros y aplicada en el área en que los participantes se desenvuelvan, de lograr los objetivos futuros para el prototipo, se estaría logrando generar un material didáctico, para una mejor comprensión educativa y se espera un avance generoso en la manera de enseñar por parte de los docentes hacia sus estudiantes.

Conclusiones

En el presente trabajo ha sido posible lograr el cumplimiento de los propósitos; síntesis documental de los métodos de cálculo de la ecuación de Euler, solución analítica de los ejemplos de cálculo de deflexión en vigas y simulación digital mediante la mecánica computacional. Concurriendo en la identificación-determinación de un factor de reducción para trabajo en la zona elástica de un material metálico y uno plástico. La conclusión es satisfactoria puesto que se ha podido evaluar desde la mecánica computacional el comportamiento de los materiales plástico (ABS) y metálico (acero 1005) cuando trabajan dentro de una zona lineal. Para posteriormente en un trabajo futuro proponer un prototipo didáctico realizado por prototipado rápido en 3D, que sea válido para la experimentación de las pruebas de deflexión en vigas y marcos isostáticos e hiperestáticos y la elaboración de un monograma de desplazamientos que proporcione de manera rápida un factor de reducción para elaboración de prototipos didácticos del área de diseño estructural.

Bibliografía

- AHMSA. (10 de 02 de 2017). <http://www.ahmsa.com>. Obtenido de MANUAL DE DISEÑO PARA LA CONSTRUCCIÓN CON ACERO: http://www.ahmsa.com/manual_ahmsa_2013
- Bartlett, D. M., & Benavides, I. L. (2016). *El fraude de la reforma educativa*. Puebla: CIPAE.
- Beer, F. P., Johnston, E. R., Dewolf, J. T., & Mazurek, D. F. (2010). *Mecánica de materiales* (Quinta ed.). Mexico D.F.: Mc Graw Hill.
- Benavides, I. L. (1998). *Hacia nuevos paradigmas en educación*. Puebla: CIPAE.
- Bermúdez, H. G. (2011). Prototipo mecatrónico para la enseñanza y el aprendizaje del movimiento armónico simple. *Scientia et Technica*, 17(49). Recuperado el 19 de Abril de 2018, de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=84922625041>
- Blanco, D. E., Cervera, R. M., & Suárez, A. B. (2015). *ANÁLISIS MATRICIAL DE ESTRUCTURAS*. Barcelona: CIMNE.
- BUAP. (2007). *Modelo Universitario Minerva (MUM). Documento integrador* (Primera ed.). Puebla: BUAP.
- BUAP. (2014). El desarrollo del personal docente en el nivel medio superior, el pregrado y el posgrado. *Perspectivas de los retos innovando juntos. obra colegiada de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla*. Puebla, México: BUAP Dirección de Fomento Editorial.
- Candia, G. F., Cruz, G. M., Rodríguez, M. I., & Galindo, L. V. (2016). KNOWLEDGE BASED ENGINEERING SYSTEM (KBES) FOR MECHANIC DESIGN ACTIVITIES. *International Journal of Current Advanced Research*, 984-991.
- Candia, G. F., Yañez, P. G., Carmona, R. J., & Escamilla, S. J. (2017). La vocación profesional componente indispensable para el diálogo tutorial. En E. E. Cervantes, J. G. García, & O. L. Gómez, *Investigación y desarrollo en Tutoría Académica* (pág. 243). Puebla: BUAP Fomento editorial. Obtenido de <http://sifcc.cs.buap.mx/sistematutoriasred/categorialibro.html>
- Cervera, R. M., & Blanco, D. E. (2003). *Mecánica de estructuras. Libro 1. Resistencia de materiales*. Catalunya: Edicions UPC.
- Comenio, J. A. (2014). *Didáctica magna*. Recuperado el 06 de 04 de 2018, de <https://es.slideshare.net/jesusmanuelfloreshernandez9/didactica-magna-juan-amos-comenio-71842503>
- CONALTE. (1991). *Perfiles de desempeño para Preescolar, Primaria y Secundaria* (Primera ed.). México: Artículos Gráficos de México.
- Duarte, J. G. (2007). Desarrollo de un prototipo didáctico como alternativa pedagógica para la enseñanza del concepto de inducción electromagnética. *Pedagógica*. Recuperado el 19 de Abril de 2018, de <http://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/download/364/339>
- Gere, J. M., & Goodno, B. J. (2009). *Mecánica de Materiales* (Séptimo ed.). México D.F.: CENGAGE.
- Gere, J., & Goodno, B. (2009). *Mecánica de Materiales*. México D.F., Mexico: CENGAGE.
- Giménez, F., & et al. (2011). Simulación de esfuerzos en pórticos. *Modelling in Science Education and Learning*, 207-221.
- Goncharov, P. A. (2014). *Engineering Analysis with NX Advanced Simulation: Kindle Edition*. Siemens. *Kindle Edition. Siemens*.
- Hibbeler, R. C. (2011). *Mecánica de Materiales*. México: PEARSON.
- ISO. (11 de 2002). NBR ISO 6892. *Materiais metálicos - Ensaio de tração*. Rio de Janeiro, Brasil: Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- Molina, O. J. (2016). Caracterización de materiales termoplásticos de ABS y PLA semi - rígido impresos en 3D con cinco mallados internos diferentes. Quito, Ecuador: Escuela Politécnica Nacional. Recuperado el 14 de 03 de 2019, de <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/13064>
- Montenegro, S. (2012). *Resistencia de los Materiales El blog "Resistencia de los Materiales" tiene como objeto ofrecer a sus lectores principios y definiciones básicas*. Recuperado el 15 de 03 de 2019, de <http://resistenciadelosmaterialeseip445.blogspot.com/2012/10/capitulo-3.html>
- Moot, R. L. (2006). *Resistencia de materiales aplicada*. Pearson Education.
- Morin, E. (1999). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro*. París: UNESCO.
- Muñoz, E. N. (2007). Prototipo didáctico para la enseñanza de la ingeniería estructural. (URC, Ed.) *Ingeniería*, 17. Recuperado el 19 de Abril de 2018, de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2657351>
- Roa, S. J. (2017). CARACTERIZACIÓN DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS A TENSIÓN DEL ÁCIDO POLILÁCTICO PLA PROCESADO POR MANUFACTURA ADITIVA FFF

CONSIDERANDO LA DEGRADACIÓN POR HUMEDAD Y TEMPERATURA. *Tesis*. Bogotá, Colombia: UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS. Recuperado el 20 de 02 de 2019, de <https://repository.usta.edu.co/bitstream/handle/11634/9324/RoaJairo2017.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

SEP. (09 de 02 de 2017). *CONALEP*. Obtenido de <http://www.conalep.edu.mx>:

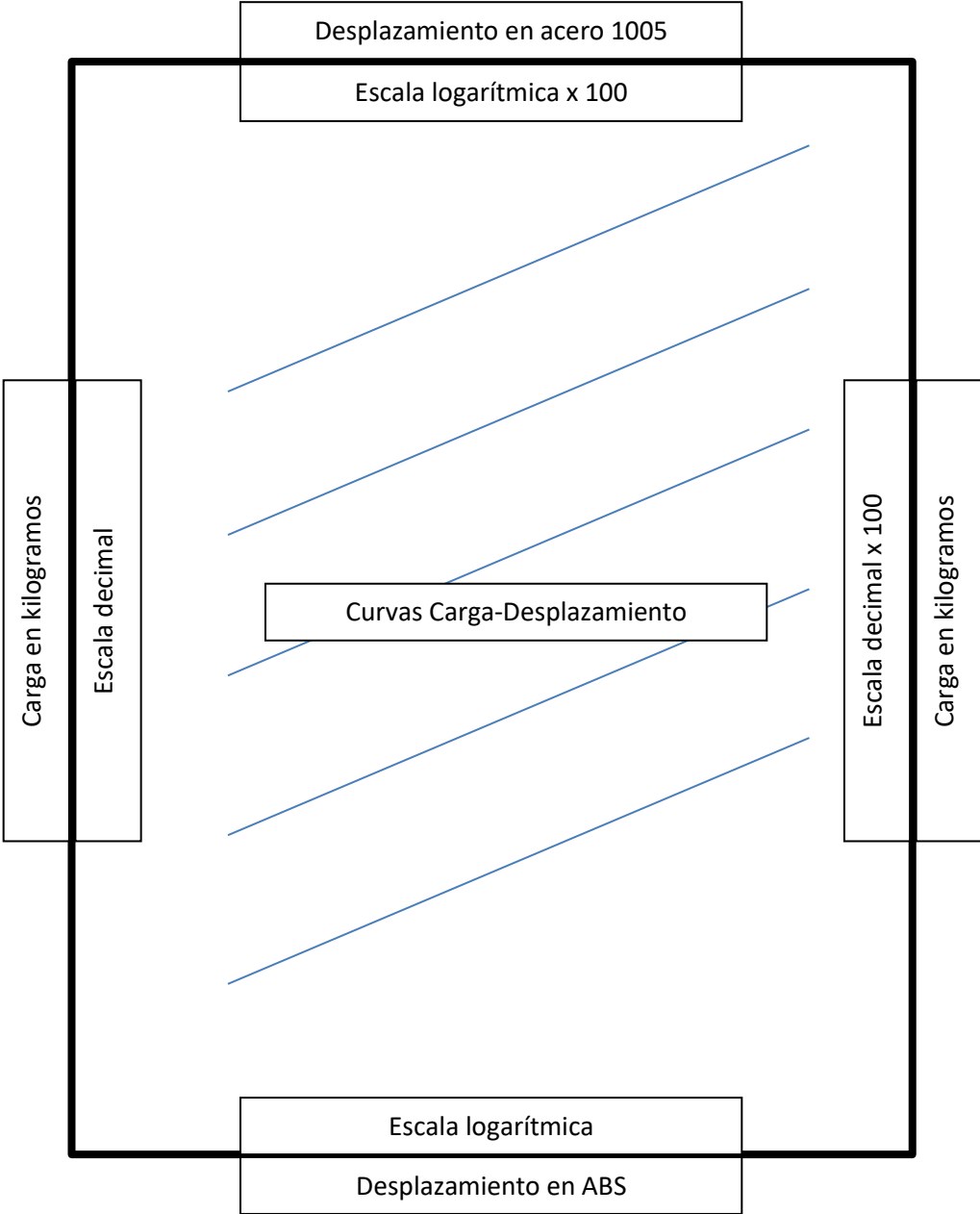
<http://www.conalep.edu.mx/academicos/Documents/mmfd/prntcn-cnfrnc-mmfd.pdf>

UNESCO. (Abril-Junio de 1959). Proyecto Principal de Educación UNESCO-América Latina. *1(2)*. La Habana. Recuperado el 06 de 04 de 2018, de

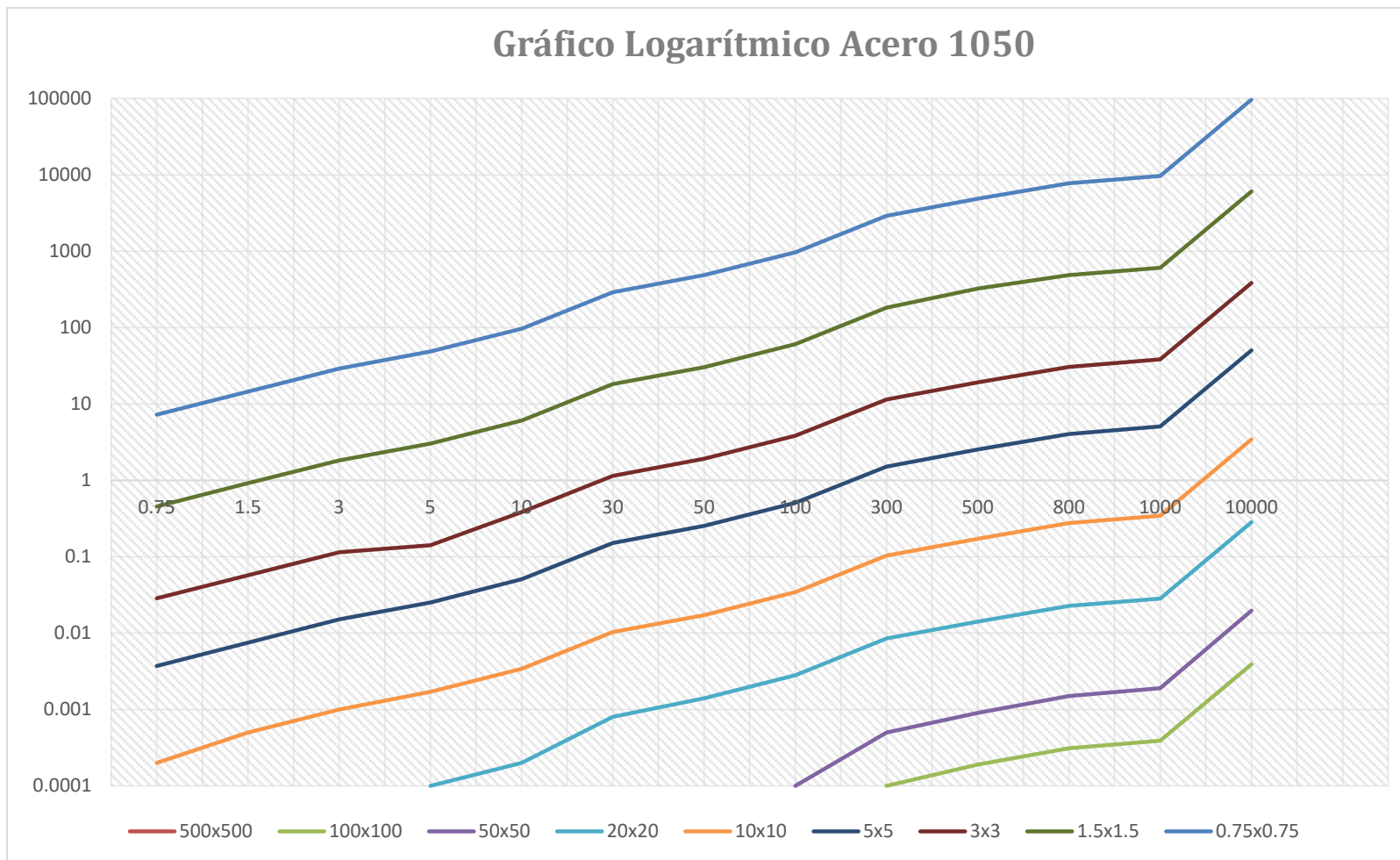
<http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001900/190034so.pdf>

UNESCO. (2005). *Hacia las sociedades del conocimiento*. París: UNESCO.

ANEXO 1.- Propuesta monograma.



ANEXO 2.- Monograma para acero 1050.



ANEXO 3.- Monograma para ABS.

