



BUAP

Benemérita **U**niversidad **A**utónoma de **P**uebla

Facultad de Ingeniería
Colegio de Ingeniería Geofísica

Tesis:

**Mejoramiento de Imagen utilizando Migración Reversa en el
Tiempo (RTM) para zonas con Geología Compleja**

Para obtener el título de:
Licenciatura en Ingeniería Geofísica

Presenta:
María del Pilar Castillo Arellano

Director de Tesis
M.C José Serrano Ortiz

Asesor Externo:
Dr. Carlos Ortiz Alemán

Enero 2022

Puebla, Pue.



BUAP

Oficio No. SAC/2023/2021

**C. María del Pilar Castillo Arellano, -201041215-
Pasante de la Licenciatura en Ingeniería
Geofísica
Presente.**

En atención al Tema de Tesis que puso Usted a consideración de la Coordinación de Área y de esta Secretaría Académica en coordinación con la Dirección de ésta Facultad de Ingeniería, dentro del marco de Titulación por Examen Profesional en línea, como medio de Titulación se dio revisión y se ha autorizado el tema denominado:

"MEJORAMIENTO DE IMAGEN UTILIZANDO MIGRACIÓN REVERSA EN EL TIEMPO (RTM) PARA ZONAS CON GEOLOGÍA COMPLEJA."

Por lo anterior hago de su conocimiento que se asigna como Asesor de tema al Mtro. José Serrano Ortiz.

Sin más por el momento, le envío la seguridad de mi consideración más distinguida.

Atentamente

"Pensar bien, para vivir mejor"

H. Puebla de Z. a 26 de noviembre de 2021

**M. I. Angel Cecilio Guerrero Zamora
Director**



**M'ACGZ/barv
C.c.p. Interesado
C.c.p. Archivo**

Facultad
de Ingeniería

Blvd. Valsequillo y Av. San Claudio
s/n, edif. ING 4, Col. San Manuel
Ciudad Universitaria,
Puebla, Pue. C.P. 72570
01 (222) 229 55 00 Ext. 7610

M. I. Angel Cecilio Guerrero Zamora
Director de la Facultad de Ingeniería
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
P r e s e n t e.

El que suscribe: Mtro. José Serrano Ortiz, asesor del tema de tesis:

“MEJORAMIENTO DE IMAGEN UTILIZANDO MIGRACIÓN REVERSA EN EL TIEMPO (RTM) PARA ZONAS CON GEOLOGÍA COMPLEJA.”

Presentada por la C. María del Pilar Castillo Arellano -201041215-, pasante del Colegio de Ingeniería Geofísica, y en atención al oficio No. SAC/2023/2021 con fecha de emisión 26 de noviembre de 2021, me permito informar a Usted que después de haber revisado cuidadosamente el contenido temático, metodología, redacción y ortografía de la tesis correspondiente, no tengo inconveniente en autorizar la impresión del mismo.

Sin otro particular, le reitero la seguridad de mi más atenta y distinguida consideración.

A t e n t a m e n t e
“Pensar bien, para vivir mejor”
H. Puebla de Z. a 13 de diciembre de 2021



Mtro. José Serrano Ortiz
Asesor de Tema

M' JSO/BARV
C.c.p. Interesado
C.c.p. Archivo

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi tutor el M.C. José Serrano Ortiz quien a través de su apoyo me permitió concluir este proyecto de investigación. También quiero agradecer a mis sinodales, la M.C Yleana Claudia Martínez Mirón que gracias a su tiempo y dedicación fue una pieza clave en la conclusión del proyecto. Igualmente, al M.C José Castillo Román y al coordinador del colegio M.C Julio Cesar González Hernández.

Especialmente quiero agradecer a mi asesor externo el Dr. Carlos Ortiz Alemán, quien con sus conocimientos y apoyo me guio a través de cada una de las etapas de este proyecto para alcanzar los resultados que buscaba. También quiero agradecer al IMP (Instituto Mexicano del Petróleo) por brindarme todos los recursos y herramientas que fueron necesarios para llevar a cabo el proceso de investigación.

Asimismo, quiero agradecer al M.C. Andrés Alberto Ambros Vargas ya que sin su apoyo no hubiese podido arribar a estos resultados de no haber sido por su incondicional ayuda.

Finalmente quiero agradecer a mis compañeros y administrativos de la facultad de Ingeniería por todo el apoyo.

Por último, quiero agradecer a mi familia, por apoyarme aun cuando mis ánimos decaían y parecía una empresa imposible. En especial, quiero hacer mención de mis padres, que siempre estuvieron ahí para brindarme siempre su apoyo.

Muchas gracias a todos.

Resumen

En el presente trabajo se propone una técnica de mejoramiento de imagen que provee un modelo geológico a partir de una sección sísmica con pobre resolución, esta última es obtenida de datos sísmicos provenientes de una zona con geología compleja localizada en el Golfo de México.

La técnica de mejoramiento de imagen consiste en un algoritmo iterativo que resuelve el problema sísmico inverso basándose en el método de Migración Reversa en el Tiempo (RTM). El método desarrollado sigue el procesamiento sísmico de obtención de imagen, el cual se caracteriza porque utiliza un algoritmo de migración. Mientras que el método RTM establece un modelo geológico utilizando una condición de imagen en la cual se identifican a los reflectores a partir de la yuxtaposición del campo de velocidad y el campo reverso en el tiempo, donde estos últimos son obtenidos mediante métodos que simulan la propagación de una onda. La técnica de mejoramiento de imagen aplicada en este trabajo modifica la condición de imagen mediante la unión de estos campos como un problema de inversión, en el cual el cálculo de la relación entre estos valores se realiza a través de un ajuste iterativo entre los datos observados y un modelo que predice a éstos. A través de las diferenciales de Fréchet se define una matriz de aproximación o *kernel* que representa las distribuciones de velocidad (kernel κ) y densidad (kernel ρ) del medio. Estos arreglos permiten la interpretación de horizontes geológicos basándose en información previa de la zona, lo anterior genera un modelo de predicción que se ajusta iterativamente a los datos y representa al medio.

En este proyecto se trabajaron tres secciones sísmicas, dos sintéticas y una real. En los casos sintéticos se utilizaron velocidades típicas de la zona de estudio de la sección real. Los resultados de la aplicación del algoritmo consistieron en modelos geológicos con estructuras profundas no visibles en la sección sísmica original que representan formas típicas pertenecientes a la tectónica salina.

Contenido

AGRADECIMIENTOS	I
RESUMEN	II
CONTENIDO	III
TABLA DE FIGURAS	V
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	1
1.2 JUSTIFICACIÓN	2
1.3 OBJETIVO.....	3
1.4 ALCANCE Y LIMITACIONES	3
2. MARCO TEÓRICO	5
2.1 FUNDAMENTOS DE SISMOLOGÍA	5
2.1.1 <i>Esfuerzo</i>	6
2.1.2 <i>Deformación</i>	8
2.1.3 <i>Ley de Hooke</i>	11
2.1.4 <i>Ecuación de Onda</i>	11
2.2 SÍSMICA DE REFLEXIÓN	13
2.3 IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA	16
2.3.1 <i>Diferencias Finitas</i>	16
2.3.2 <i>Construcción de un Esquema de Diferencias Finitas</i>	18
2.3.3 <i>Condiciones de Frontera</i>	22
2.3.4 <i>PML-CPML</i>	23
2.4 MIGRACIÓN	32
2.4.1 <i>Migración RTM</i>	34
2.5 INVERSIÓN	36
3. METODOLOGÍA.....	41
3.1 ALGORITMO DE MEJORAMIENTO DE IMÁGENES	41
3.1.1 <i>Creación del Dominio Computacional</i>	41
3.1.2 <i>Propagación Directa</i>	42
3.1.3 <i>Propagación Adjunta</i>	43
3.1.4 <i>Generación de Kernel</i>	43
3.1.5 <i>Identificación de Horizontes</i>	44
3.2 IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE MEJORAMIENTO DE IMAGEN	44
3.3 METODOLOGÍA DE INTERPRETACIÓN GEOLÓGICA EN ZONAS CON TECTÓNICA SALINA	50

3.4 IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE MEJORAMIENTO E INTERPRETACIÓN GEOLÓGICA EN ZONAS CON TECTÓNICA SALINA.....	52
4. MARCO GEOLÓGICO	59
4.1 EVOLUCIÓN.....	59
4.2 TECTÓNICA SALINA.....	61
5. EJEMPLOS NUMÉRICOS	63
5.1 CASO A: CAMBIO LATERAL DE VELOCIDAD.....	63
5.2 CASO B: DEFINICIÓN DE CUERPOS SALINOS	65
6. EJEMPLO REAL CASO DE ESTUDIO.....	76
7. RESULTADOS Y CONCLUSIONES	87
7.1 RESULTADOS	87
7.2 CONCLUSIONES	88
REFERENCIAS	91

Tabla de Figuras

FIGURA 1. GEOMETRÍA DEL CAMBIO DE DIRECCIÓN DE UN FRENTE DE ONDA TRANSMITIDO, REFLEJADO Y SU RELACIÓN CON EL ÁNGULO DE INCIDENCIA.....	6
FIGURA 2. COMPONENTES DE ESFUERZO EN UN ELEMENTO TRIDIMENSIONAL.	8
FIGURA 3. ANÁLISIS DE DEFORMACIÓN 2D.	9
FIGURA 4. PROCESO DEL MÉTODO SÍSMICO DE REFLEXIÓN	14
FIGURA 5. ADQUISICIÓN POR CMP.....	15
FIGURA 6. DISTRIBUCIONES TÍPICAS DE UN ESQUEMA DE DIFERENCIAS FINITAS.	19
FIGURA 7. DISCRETIZACIÓN DE UN MEDIO EN UNA MALLA UTILIZANDO EL ESQUEMA STAGGERED-GRID.....	20
FIGURA 8. DEFINICIÓN DE UNA PML.	24
FIGURA 9. ESQUEMA QUE MUESTRA CÓMO FUNCIONA LA DETERMINACIÓN DE LA POSICIÓN DE LOS REFLECTORES.....	33
FIGURA 10. CONSTRUCCIÓN Y MIGRACIÓN DE UN REFLECTOR.	33
FIGURA 11. ESQUEMA DEL FUNCIONAMIENTO DE LA RTM.	35
FIGURA 12. TABLA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE KERNELS POR DIFERENCIALES DE FRÉCHET A PARTIR DE PARÁMETROS	40
FIGURA 13. ALGORITMO DE MEJORAMIENTO DE IMÁGENES	41
FIGURA 14. ESQUEMA DEL DOMINIO COMPUTACIONAL QUE MUESTRA LA DISPOSICIÓN DE ÉSTE Y LAS FRONTERAS ABSORBENTES	42
FIGURA 15. MODELO SINTÉTICO DE VELOCIDAD Y DENSIDAD.....	45
FIGURA 16. CREACIÓN DEL DOMINIO COMPUTACIONAL DE UN MODELO SINTÉTICO.....	45
FIGURA 17. GRADIENTE DE VELOCIDAD Y DENSIDAD COMO MODELO INICIAL SINTÉTICO ..	45
FIGURA 18. SNAPSHOTS DE LA PROPAGACIÓN DIRECTA EN UN MODELO SINTÉTICO	46
FIGURA 19. SISMOGRAMAS DIRECTOS Y OBSERVADOS DE UN MODELO SINTÉTICO	47
FIGURA 20. <i>SNAPSHOTS</i> DE LA PROPAGACIÓN ADJUNTA EN UN MODELO SINTÉTICO	47
FIGURA 21. KERNELS OBTENIDOS DE LA PRIMERA ITERACIÓN DE UN MODELO SINTÉTICO.	48
FIGURA 22. IDENTIFICACIÓN DEL PRIMER HORIZONTE EN UN MODELO SINTÉTICO.	48
FIGURA 23. KERNELS OBTENIDOS DE LA SEGUNDA ITERACIÓN DE UN MODELO SINTÉTICO.	49
FIGURA 24. IDENTIFICACIÓN DEL SEGUNDO HORIZONTE Y REPOSICIONAMIENTO DEL PRIMERO EN UN MODELO SINTÉTICO.	49
FIGURA 25. KERNELS ρN OBTENIDOS DE LA PRIMERA Y TERCERA ITERACIÓN DE UN MODELO SINTÉTICO Y SU COMPARACIÓN CON EL MODELO INICIAL.	50
FIGURA 26. INTERPRETACIÓN DE LA BASE DE UN CUERPO SALINO.	51
FIGURA 27. MODELO SINTÉTICO DE VELOCIDAD Y DENSIDAD QUE REPRESENTA TECTÓNICA SALINA.....	53

FIGURA 28. KERNELS OBTENIDOS DE LA PRIMERA ITERACIÓN DEL MODELO SINTÉTICO CON TECTÓNICA SALINA	53
FIGURA 29. ESTABLECIMIENTO DEL MODELO CON LA PRIMERA CAPA A PARTIR DE LOS KERNELS OBTENIDOS DE LA PRIMERA ITERACIÓN.	54
FIGURA 30. KERNELS OBTENIDOS DE LA SEGUNDA ITERACIÓN DEL MODELO SINTÉTICO CON TECTÓNICA SALINA	54
FIGURA 31. ESTABLECIMIENTO DEL MODELO DE VELOCIDAD A PARTIR DE LOS KERNELS DE LA SEGUNDA ITERACIÓN.	55
FIGURA 32. KERNELS OBTENIDOS DE LA TERCERA ITERACIÓN DEL MODELO SINTÉTICO CON TECTÓNICA SALINA.	55
FIGURA 33. INTERPRETACIÓN DEL KERNEL $K\rho N$ DE LA TERCERA ITERACIÓN DONDE SE ESTABLECEN LOS MODELOS PARA LOS CASOS DESCRITOS POR DAN (2014).	56
FIGURA 34. MODELOS INICIALES DE LOS TRES CASOS DE INTERPRETACIÓN DE UN CUERPO SALINO.	56
FIGURA 35. KERNELS OBTENIDOS AL APLICAR LOS 3 CASOS PROPUESTOS POR DAN (2014) EN UN MODELO SINTÉTICO CON TECTÓNICA SALINA.	57
FIGURA 36. ESTABLECIMIENTO DEL MODELO INICIAL PARA LA CUARTA ITERACIÓN DE UN MODELO SINTÉTICO CON TECTÓNICA SALINA.....	57
FIGURA 37. KERNEL OBTENIDOS DE LA CUARTA ITERACIÓN DEL MODELO SINTÉTICO CON TECTÓNICA SALINA.	58
FIGURA 38. COMPROBACIÓN DE LA METODOLOGÍA DE INTERPRETACIÓN GEOLÓGICA.	58
FIGURA 39. ESCALA DE TIEMPO GEOLÓGICA.....	59
FIGURA 40. PALEOGRAFÍA DEL JURÁSICO.	60
FIGURA 41. ESTRUCTURAS DE SAL ALÓCTONA.	61
FIGURA 42. SECUENCIA SEDIMENTARIA.	62
FIGURA 43. TABLA DE VALORES DE VELOCIDAD Y DENSIDAD DE FORMACIONES EN EL GOLFO DE MÉXICO.	62
FIGURA 44. MODELO DE VELOCIDAD Y DENSIDAD SINTÉTICO PARA EL CASO DE VARIACIÓN LATERAL DE VELOCIDAD.	64
FIGURA 45. TABLA QUE MUESTRA EL PROCESO ITERATIVO PARA EL EJEMPLO NUMÉRICO EN EL QUE SE REALIZA EL CASO A: VARIACIÓN LATERAL DE VELOCIDAD.	68
FIGURA 46. MODELO DE VELOCIDAD Y DENSIDAD SINTÉTICO PARA EL CASO DE DEFINICIÓN DE CUERPOS SALINOS.	69
FIGURA 47. TABLA QUE MUESTRA EL PROCESO ITERATIVO PARA EL EJEMPLO NUMÉRICO EN EL QUE SE REALIZA EL CASO B: DEFINICIÓN DE CUERPOS SALINOS.	75
FIGURA 48. SECCIÓN SÍSMICA REAL	76
FIGURA 49. KERNELS OBTENIDOS DE LA APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE MEJORAMIENTO DE IMÁGENES DE LA SECCIÓN SÍSMICA REAL EN SU PRIMERA ITERACIÓN.	78
FIGURA 50. MODELO INICIAL DE LA PRIMERA ITERACIÓN. DETERMINACIÓN DEL KERNEL CON MEJOR RESPUESTA DE LA PRIMERA ITERACIÓN. INTERPRETACIÓN DE LOS HORIZONTES.	78

FIGURA 51. KERNELS OBTENIDOS DE LA APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE MEJORAMIENTO DE IMÁGENES DE LA SECCIÓN SÍSMICA REAL EN LA SEGUNDA ITERACIÓN.....	79
FIGURA 52. MODELO INICIAL DE LA SEGUNDA ITERACIÓN. DETERMINACIÓN DEL KERNEL CON MEJOR RESPUESTA DE LA SEGUNDA ITERACIÓN. INTERPRETACIÓN DE LOS HORIZONTES.	80
FIGURA 53. KERNELS OBTENIDOS DE LA APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE MEJORAMIENTO DE IMÁGENES DE LA SECCIÓN SÍSMICA REAL EN LA TERCERA ITERACIÓN.	81
FIGURA 54. MODELO INICIAL DE LA TERCERA ITERACIÓN. DETERMINACIÓN DEL KERNEL CON MEJOR RESPUESTA DE LA TERCERA ITERACIÓN. INTERPRETACIÓN DE LOS HORIZONTES.	81
FIGURA 55. KERNELS OBTENIDOS DE LA APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE MEJORAMIENTO DE IMÁGENES DE LA SECCIÓN SÍSMICA REAL EN LA CUARTA ITERACIÓN.	82
FIGURA 56. MODELO INICIAL DE LA CUARTA ITERACIÓN. DETERMINACIÓN DEL KERNEL CON MEJOR RESPUESTA DE LA CUARTA ITERACIÓN. INTERPRETACIÓN DE LOS HORIZONTES.	83
FIGURA 57. KERNEL KAPPA NORMALIZADO OBTENIDO DE LA CUARTA ITERACIÓN EN DONDE SE INTERPRETAN TRES MODELOS A PARTIR DE LA CIMA DE SAL.	83
FIGURA 58. MODELO INICIAL DEL CASO A PARA DETERMINAR EL CUERPO DE SAL. DETERMINACIÓN DEL KERNEL KAPPA NORMALIZADO QUE CONTIENE LA MEJOR RESPUESTA. INTERPRETACIÓN DE LOS HORIZONTES.	84
FIGURA 59. MODELO INICIAL DEL CASO B PARA DETERMINAR EL CUERPO DE SAL. DETERMINACIÓN DEL KERNEL KAPPA NORMALIZADO QUE CONTIENE LA MEJOR RESPUESTA. INTERPRETACIÓN DE LOS HORIZONTES.	84
FIGURA 60. MODELO INICIAL DEL CASO C PARA DETERMINAR EL CUERPO DE SAL. DETERMINACIÓN DEL KERNEL KAPPA NORMALIZADO QUE CONTIENE LA MEJOR RESPUESTA. INTERPRETACIÓN DE LOS HORIZONTES.	85
FIGURA 61. KERNELS OBTENIDOS DE LA APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE MEJORAMIENTO DE IMÁGENES DE LA SECCIÓN SÍSMICA REAL EN LA QUINTA ITERACIÓN.	86
FIGURA 62. MODELO INICIAL DE LA CUARTA ITERACIÓN. DETERMINACIÓN DEL KERNEL CON MEJOR RESPUESTA DE LA QUINTA ITERACIÓN. INTERPRETACIÓN DE LOS HORIZONTES.	86

1. Introducción

La técnica de mejoramiento de imagen que se propone en este trabajo, es un problema inverso en el cual, a partir de los datos sísmicos de reflexión y el proceso de imagen sísmica se establece la distribución de las interfases en el medio.

El proceso de imagen sísmica utiliza los datos de ondas elásticas reflejadas, principalmente eventos compresionales, que se generan a partir de fuentes ubicadas en o cerca de la superficie de la Tierra y son registradas por receptores ubicados igualmente próximos a ésta. Estos datos se procesan para formar una imagen de los límites de las rocas dentro del medio. Las imágenes más primitivas de éste se crean aplicando un procesamiento mínimo a los datos y son mostradas en tiempo o utilizando un campo de velocidad estimado que produce una imagen en profundidad. Estas imágenes son inexactas ya que presentan un incorrecto posicionamiento vertical y lateral de los reflectores, así como falsas pendientes en los eventos de inmersión y energía de difracción no colapsada (Samuel, 2014).

Existen tres diferentes enfoques para transformar datos sísmicos de reflexión del espacio de la imagen al espacio del objeto (Tarantola, 1984). El primer proceso se conoce como migración y está diseñado para corregir distorsiones y producir una imagen clara de las estructuras geológicas del subsuelo. La migración combina principios de obtención de imágenes con técnicas de propagación de ondas que van desde el trazado de rayos hasta soluciones numéricas de la ecuación de onda completa (Samuel, 2014). El segundo proceso conocido como inversión directa tiene como enfoque reducir el conjunto de datos a un grupo con el mismo número de grados de libertad de un modelo desconocido a modo que la resolución del problema es considerada como una transformación biyectiva aplicada al modelo y que tiene como solución el conjunto de datos. La inversión directa se resuelve buscando la transformación inversa exactamente de la misma manera que las transformadas de Fourier o Laplace. El tercer proceso conocido como problema inverso explícitamente establece un modelo que sea el “mejor” en el sentido en que minimice alguna función definida de los datos sobre éste (Tarantola, 1984). Este enfoque es ampliamente usado en sísmica ya que existen numerosos trabajos donde se define el problema inverso.

El problema inverso utilizado en este trabajo está diseñado para mejorar las imágenes primigenias obtenidas de los datos sísmicos adquiridos en zonas de geología compleja, la formación de imagen ocurre cuando se determina la velocidad sísmica y su relación con las amplitudes de los datos y las propiedades de la roca.

1.1 Planteamiento del Problema

¿Por qué es necesario mejorar una imagen obtenida de datos sísmicos provenientes de una zona con geología compleja?

En el caso de la exploración de zonas con geología compleja las imágenes sísmicas suelen presentar pobre calidad. Esto se debe a que determinar la relación entre la velocidad sísmica, la amplitud de desplazamiento al paso de una onda mecánica y las propiedades de la roca en un medio definido es una ardua tarea, debido a la discontinuidad y deformación de horizontes, la presencia de fallas, topografía irregular y cambios bruscos de velocidad lateral que derivan de estructura salinas, éstas al tener un alto contraste de sus propiedades físicas con las del medio circundante dan lugar a fenómenos de dispersión y difracción de la energía sísmica, que a su vez produce patrones difusivos que enmascaran la geometría real de estos cuerpos cuando se intenta visualizarlos mediante las técnicas tradicionales de análisis e interpretación de datos sísmicos. De esta forma, las propiedades de las estructuras geológicas relacionadas con el tiempo de viaje de las ondas y la profundidad alcanzada son difíciles de estimar por lo que la obtención de una imagen o un modelo del medio está asociado a una incertidumbre en la estimación de la profundidad, velocidad y distribución de las rocas en el medio.

1.2 Justificación

Actualmente la industria petrolera tiene un gran interés en la explotación de aguas profundas debido al potencial energético que contienen estas zonas. Sin embargo, en la exploración sísmica de áreas con tectónica salina la implementación de técnicas habituales es ineficaz. En algunos casos los métodos sísmicos funcionan bien en regiones con presencia de sal y se pueden estimar con buena precisión la cima y los flancos de los cuerpos salinos. Sin embargo, para poder obtener resultados satisfactorios es necesario procesar los datos sísmicos con metodologías eficientes y robustas. Esto ha ocasionado el uso de nuevas técnicas de adquisición en áreas ya exploradas, así como costosas metodologías de procesamiento (Dribus *et al.*, 2008). Esta tesis propone una alternativa de bajo costo utilizando un algoritmo que se basa en simular numéricamente la propagación de ondas y aproximar los datos observados a un modelo de velocidad que represente la geología del lugar. El uso de la metodología que se propone, intenta mejorar la poca definición en la secuencia sedimentaria utilizando conceptos de la migración RTM y resolviendo el problema inverso para generar un modelo geológico en profundidad. Esta técnica busca retomar datos e información previa de zonas ya estudiadas y proveer una mejor interpretación de modelos preexistentes utilizando el mayor número de información geológica disponible.

1.3 Objetivo

Este trabajo tiene como objetivo principal recuperar una imagen a partir de datos sísmicos de reflexión utilizando una técnica de mejoramiento basada en el problema sísmico inverso que permita generar un modelo geológico válido que represente al medio.

La búsqueda de esta meta necesita el alcance de objetivos particulares como:

- Implementar un esquema numérico que represente las propiedades físicas del medio y que permita simular la propagación de ondas en un dominio discreto.
- Definir los campos de velocidad regular y reverso en el tiempo mediante la simulación de la propagación de ondas sísmicas y distinguir cada variable calculada para aplicar el problema inverso en los valores obtenidos de la simulación.
- Generar la matriz de aproximación o kernel a través de las derivadas de Fréchet para representar la distribución de las características físicas del medio
- Interpretar horizontes del medio mediante información geológica previa de la zona de estudio para aproximar de forma local el modelo propuesto a los datos sísmicos de reflexión.
- Realizar iterativamente la inversión sísmica aproximando el modelo propuesto a los datos para obtener la distribución de las rocas en el medio.
- Optimizar la metodología propuesta con base en pruebas a modelos sintéticos para establecer un sistema de interpretación.

1.4 Alcance y Limitaciones

El alcance de este trabajo consiste en retomar datos sísmicos de reflexión que proporcionan una imagen con pobre definición, para mejorar esta representación se utiliza el algoritmo de mejoramiento de imagen que es una técnica que ha mostrado resultados en trabajos anteriores. Sin embargo, el uso de este algoritmo se ha limitado únicamente a datos sintéticos, por lo que su aplicación en datos reales presenta un reto causado por el ajuste iterativo del modelo de velocidades y la interpretación geológica que descansa en la información previa de la zona.

El algoritmo enfrenta retos en la simulación de la propagación de una onda debido a que no se considera la geometría de adquisición, la no linealidad del sistema, la inversión de multiparámetros y se basa en la creación del modelo de velocidad sugerido (Guitton y Alkhalifah, 2013).

El conjunto de datos reales utilizado, es un extracto de la sección sísmica original debido a la poca disponibilidad de información. La aplicación del método enfrenta limitaciones asociadas a la capacidad computacional ya que para secciones completas se requiere de herramientas computacionales como algoritmos paralelos y estaciones de trabajo

2. Marco Teórico

La geofísica tiene como objetivo determinar las características del interior de la Tierra mediante observaciones hechas en superficie. Por medio del problema inverso esta ciencia relaciona los datos observados (d) con las características del medio (m) mediante un operador no lineal (G).

El método sísmico investiga las características físicas de un medio utilizando la propagación de ondas mecánicas, esta técnica persigue la obtención de imágenes del subsuelo, mediante el uso de una sección sísmica se representa la estructura geológica en profundidad. El método sísmico se conoce como un método activo ya que implica la introducción de señales dentro del medio, aquí, las ondas se dispersan por irregularidades presentes y son registradas en superficie.

2.1 Fundamentos de Sismología

La respuesta de un medio al paso de una onda sísmica depende de una propiedad física conocida como impedancia (Z), que se define como

$$Z = v\rho, \tag{Ec. 1}$$

donde v es la velocidad y ρ la densidad del medio. Cuando una onda mecánica se propaga en un medio lateralmente homogéneo y se encuentra con una interfase entre dos materiales con distintas impedancias la energía de la onda se refleja y transmite. La geometría de esta separación se representa como un cambio en la dirección de propagación, este cambio es descrito por el vector de onda o el ángulo de incidencia (θ_1), el primero es un vector normal al frente de onda y el segundo es el ángulo formado entre el primero y el vector normal a la interfase. Mediante la representación de rayos de un frente de onda plano en la figura 1 se exhibe el cambio de dirección de propagación de una onda en la interfase de dos medios con velocidades diferentes (v_1, v_2). La relación entre el ángulo de incidencia y los frentes de onda transmitido y reflejado se conoce como la *Ley de Snell* la cual nos permite conocer el giro de dirección de la onda incidente, mediante la expresión

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{v_1} = \frac{\text{sen}\theta_2}{v_2} = \frac{\text{sen}\theta'_1}{v_1}. \tag{Ec. 2}$$

Para el caso de la reflexión la ley de Snell establece que $\theta_1 = \theta'_1$, en el caso de una onda transmitida el cambio de dirección depende de un factor dado por las dos

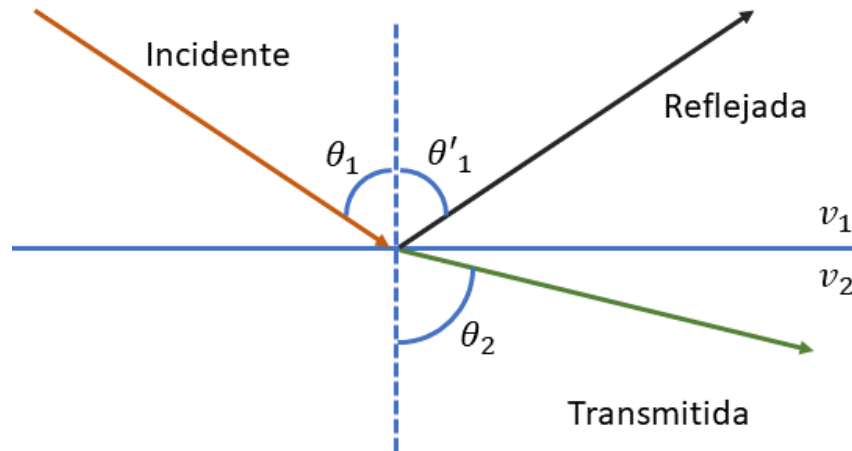


Figura 1. Geometría del cambio de dirección de un frente de onda transmitido, reflejado y su relación con el ángulo de incidencia.

velocidades del medio. Si el segundo medio tiene velocidad mayor al primero el rayo transmitido se aleja de la vertical por lo que el ángulo θ_2 aumenta. En el caso en que el ángulo de incidencia transmitido $\theta_2 = 90^\circ$ el ángulo de incidencia $\theta_1 = \theta_c$ donde θ_c se conoce como el ángulo crítico y se define como $\sin \theta_c = \frac{v_1}{v_2}$, si el ángulo de incidencia $\theta_1 > \theta_c$ se dice que tenemos una incidencia *post crítica* o *reflexión total interna* en donde la onda no se transmite al segundo medio, sino que viaja a través de la interfase y decae con el tiempo, esto se conoce como *onda evanescente* (Stein y Wysession, 2003).

En sismología las ondas se dividen en dos tipos, el primero se conoce como una onda longitudinal, compresional, primaria o P, ya que es el primer evento que se registra y viaja paralela a la dirección de propagación. El segundo tipo se denomina onda cortante, transversal, secundaria o S, esta onda no se propaga en fluidos, viaja transversal a la dirección de propagación y usualmente se utilizan sus componentes SH y SV. Existe otra clasificación de ondas que depende de la interacción de éstas al propagarse en distintos medios con características físicas diferentes, estas ondas se conocen como superficiales, donde destacan las ondas Rayleigh, Love, Stonley y Tubulares (Sheriff y Gerdart, 1991).

En la exploración sísmica las ondas más utilizadas son las ondas P, específicamente en este trabajo en el que se utiliza el proceso de imagen se utilizan ondas compresionales reflejadas, además el problema inverso utilizado propone como solución del proceso de imagen una función de ajuste que consiste en dos kernels sensibles a los parámetros elásticos α, μ y ρ donde α representa la velocidad

de la onda P, μ el módulo de rigidez y ρ la densidad, por lo tanto, se descarta el uso de la velocidad β de la onda S.

En el proceso de imagen se utiliza la solución de la ecuación de onda que se deriva de la relación entre esfuerzo, deformación, Ley de Hooke y la segunda Ley de Newton.

2.1.1 Esfuerzo

Para caracterizar un medio continuo es necesario conocer la respuesta de éste a fuerzas externas aplicadas. En el medio están presentes dos fuerzas, la fuerza de cuerpo que actúa en todo el objeto y es proporcional al volumen, y la fuerza de superficie que actúa en la superficie del objeto y es proporcional al área del elemento. La relación entre la fuerza de superficie y el área en la cual esta fuerza se aplica se conoce como esfuerzo (σ).

El tensor de esfuerzos (σ_{ij}) describe el conjunto de fuerzas superficiales que actúan en un cuerpo (Stein y Wysession, 2003). La interacción de fuerzas superficiales en un elemento infinitesimal tridimensional orientado en un sistema coordenado se representa por medio de la relación de las fuerzas superficiales aplicadas en el área que comprende cada cara del cuerpo, por lo que la fuerza superficial que se aplica sólo a una cara del objeto se divide en sus componentes paralelas y perpendiculares. Análogamente a lo anterior, el esfuerzo se divide en sus componentes normales y cortantes (Sheriff y Gerdart, 1991). De lo anterior, el esfuerzo (σ) se identifica mediante subíndices, donde (j) representa la dirección del vector normal a la superficie de acción, e (i) es la componente del esfuerzo que deriva de la componente de la fuerza superficial aplicada en la cara del objeto. La figura 2 representa el elemento tridimensional con sus respectivos esfuerzos en el sistema coordenado x, y, z .

El tensor de esfuerzos construido a partir de esta imagen se conforma de 18 elementos donde se identifica los esfuerzos normales como ($\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$) y los cortantes como (σ_{ij}) donde i, j es la combinación de x, y, z . Una propiedad importante del tensor de esfuerzos es que éste es simétrico, es decir, se cumple que $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ lo cual se comprueba al considerar un torque sobre el eje coordenado z utilizando las caras DEFG y ABCO del elemento tridimensional con lados d_z y d_y , respectivamente, donde d_z y d_y representan el tamaño de cada lado de las caras, si consideramos un par de esfuerzos cortantes σ_{xz} y σ_{zx} localizados en las caras descritas anteriormente, los esfuerzos tienden a rotar al cuerpo con respecto al eje coordenado z , la rotación tiene magnitud momento igual a (*fuerza \times brazo de palanca*) = $(\sigma_{xz}d_zd_y)d_x$ donde d_x es la distancia entre el par de esfuerzos. Sin embargo, si el cuerpo está en equilibrio, es decir, los esfuerzos que

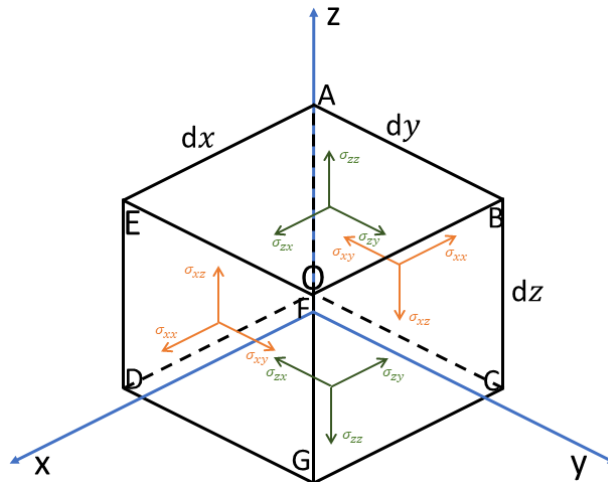


Figura 2. Componentes de esfuerzo en un elemento tridimensional. *Imagen reconstruida a partir de la figura 2.2 de Exploration Seismology, p.35 por R.E. Sheriff, L.P. Gerdart, 1995, Cambridge University Press.*

actúan sobre las caras paralelas son iguales en magnitud y opuestos en dirección, el momento total del par de fuerzas es cero y se asume que el tensor de esfuerzos es simétrico y se conforma solamente de 9 elementos que se representan como:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

(Ec. 3)

2.1.2 Deformación

La deformación representa el cambio de forma y dimensiones de un cuerpo elástico sujeto a esfuerzos, si consideramos que el objeto es una distribución continua de partículas al aplicar esfuerzos en el objeto cada elemento del material se desplaza u_k donde k representa la dirección del movimiento. Para describir el movimiento es necesario dividir este último en dos casos. El primero conocido como traslación o rotación (ω_k) y el segundo como tensión o deformación interna (ϵ_{kl}) (Thorne y Wallace, 1995). En un elemento bidimensional como el mostrado en la figura 3 podemos describir los dos casos:

La traslación o rotación ocurre cuando el vértice P del objeto se desplaza u_x y u_y , y se localiza en P', si todos los vértices del objeto QRS se desplazan igualmente u_x y u_y respectivamente y no hay cambio de tamaño o forma, no existe una deformación. Para el caso de las deformaciones dentro del medio, estas tienen componentes que involucran cambios de longitud y distorsiones angulares (Thorne y Wallace, 1995) por lo que estos cambios se dividen en ciertos tipos. Sheriff y Gerdart (1991)

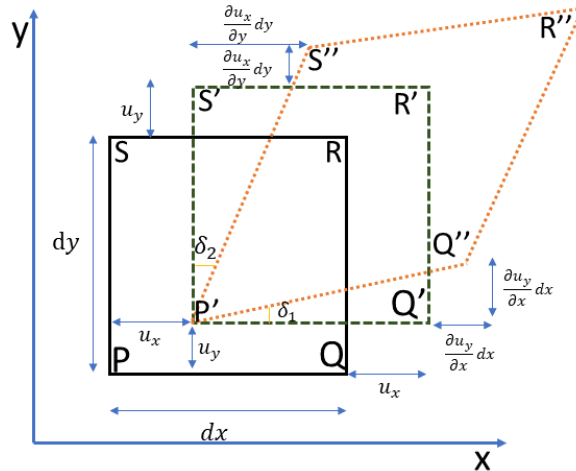


Figura 3. Análisis de deformación 2D. *Imagen reconstruida a partir de la figura 2. 3 de Exploration Seismology, p.35, por R.E. Sheriff, L.P. Gerdart, 1995, Cambridge University Press*

consideran a la deformación como un cambio relativo por lo que podemos definir a esta variación como $\frac{\partial u_k}{\partial k}$. Utilizando la figura 3 estos autores expresan lo siguiente:

“Las cantidades $\frac{\partial u_x}{\partial x}$ y $\frac{\partial u_y}{\partial y}$ son incrementos relativos de longitud del elemento en las direcciones de los ejes x y y respectivamente y se denominan *deformaciones normales*. $\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\right)$ es la cantidad a la que se reduce el ángulo recto en el plano xy cuando se aplican los esfuerzos, y por lo tanto es una medida del cambio de forma del medio; se conoce como *deformación por cortante* y se representa por el símbolo ϵ_{xy} . La cantidad $\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right)$ representa una rotación del cuerpo con respecto al eje z , no implica cambio de forma ni tamaño por lo que no es una deformación y se representa por el símbolo ω_z ” (p.54)

Del análisis anterior Sheriff y Gerdart (1991) describen los tipos de deformaciones para tres dimensiones donde el doble subíndice (kl) indica el eje y la dirección del movimiento con respecto al eje en el que éste ocurre. Para el caso de las deformaciones tenemos:

Normales:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

Cortantes:

$$\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right)$$

$$\begin{aligned}\epsilon_{yy} &= \frac{\partial u_y}{\partial y} & \epsilon_{yz} = \epsilon_{zy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \\ \epsilon_{zz} &= \frac{\partial u_z}{\partial z} & \epsilon_{zx} = \epsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right)\end{aligned}$$

(Ec. 4)

Si el cuerpo está sujeto a rotación con respecto a sus ejes, estas rotaciones se expresan como:

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \quad \omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \quad \omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right)$$

(Ec. 5)

Finalmente, y análogo al esfuerzo se formula un tensor, que representa los cambios de volumen y forma en un cuerpo. Para un medio tridimensional el *tensor de deformación* (ϵ_{kl}) utiliza las derivadas del desplazamiento para cada dirección (x, y, z) (Sheriff y Gerdart, 1995).

$$\epsilon_{kl} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{pmatrix}$$

(Ec. 6)

Los elementos del tensor de deformación son adimensionales, los componentes de la diagonal describen el desplazamiento de un cuerpo en la dirección de los ejes coordenados, los demás componentes describen el cambio de posición del objeto en direcciones distintas a los ejes coordenados. El cambio de volumen en un objeto por unidad de volumen asociado con la deformación se conoce como dilatación (Δ) y se expresa como:

$$\Delta = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = \nabla \cdot \zeta,$$

(Ec. 7)

donde $\nabla \cdot \zeta$ representa la divergencia, (\cdot) el producto punto y ζ es el vector de desplazamiento en las direcciones x, y, z (Sheriff y Gerdart, 1995).

2.1.3 Ley de Hooke

La ley de Hooke establece una relación entre esfuerzo y deformación. Cuando un cuerpo es sometido a un régimen de esfuerzos, éste sufre cambios en su forma y volumen, es decir una deformación. Por lo tanto, se establece que una deformación es directamente proporcional al esfuerzo que la produce. Si un cuerpo es sometido a varios esfuerzos cada uno de ellos produce una deformación independiente, por lo que la deformación del objeto es la suma de las deformaciones provocadas por los esfuerzos individuales, es decir, la deformación es una función lineal de cada esfuerzo. La ley de Hooke se basa en la siguiente relación

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\epsilon_{kl}, \quad (\text{Ec. 8})$$

donde c_{ijkl} es el módulo elástico que describe las propiedades del material, el módulo controla la evolución en tiempo y espacio del desplazamiento que es la respuesta de una fuerza aplicada al medio, los subíndices (i, j, k, l) relacionan el tensor de esfuerzos (σ_{ij}) y el de deformación (ϵ_{kl}) . Esta relación resulta compleja en medios en donde las propiedades cambian con la dirección. En medios isótropos la relación se expresa como:

$$\sigma_{ii} = \lambda\Delta + 2\mu\epsilon_{ii} \quad i = x, y, z \quad (\text{Ec. 9})$$

$$\sigma_{ij} = 2\mu\epsilon_{ij} \quad i, j = x, y, z \quad i \neq j \quad (\text{Ec. 10})$$

donde c_{ijkl} es el módulo elástico que describe las propiedades del material, este módulo controla la evolución en tiempo y espacio del desplazamiento que es la respuesta de una fuerza aplicada al medio, los subíndices (i, j, k, l) relacionan el tensor de esfuerzos (σ_{ij}) y el de deformación (ϵ_{kl}) . Esta relación resulta compleja en medios en donde las propiedades cambian con la dirección. En medios isótropos la relación se expresa como:

2.1.4 Ecuación de Onda

El comportamiento de un medio, al ser perturbado por el paso de una onda sísmica, se describe por medio de la segunda ley de Newton ($F = ma$), donde F es la fuerza, m es la masa del cuerpo y a es la aceleración. Si se considera la fuerza en función de los esfuerzos a lo largo de cada eje coordenado, en el caso de una perturbación a lo largo del eje x se encuentra que:

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z},$$

(Ec. 11)

donde por definición, en un elemento diferencial $V = \partial x \partial y \partial z$, $\frac{m}{V} = \rho$ y $a = \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}$, en esta última expresión t representa el tiempo y u_x el desplazamiento en x . Si se reescriben los esfuerzos por medio de la ley de Hooke y luego se modifican en términos del desplazamiento del medio, entonces se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + 2\mu \left(\frac{\partial \epsilon_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \epsilon_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \epsilon_{xz}}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \left[2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \right) \right] \\ \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u_x + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u_x, \end{aligned}$$

(Ec. 12)

donde $\nabla^2 u_x$ es el Laplaciano de u_x . Si se realiza un proceso análogo y se obtiene la expresión 12 para u_y y u_z se establece la base para expresar la ecuación de una onda tridimensional. Las tres ecuaciones resultantes se pueden combinar usando el vector Laplaciano del campo de desplazamiento $\nabla^2 \mathbf{U} = (\nabla^2 u_x, \nabla^2 u_y, \nabla^2 u_z)$, donde $\mathbf{U} = (u_x \hat{x} + u_y \hat{y} + u_z \hat{z})$, aquí $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ representan los vectores unitarios en la dirección del eje coordenado x, y, z que indican. Las tres ecuaciones combinadas son equivalentes en su forma vectorial

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{U}) + \mu \nabla^2 \mathbf{U},$$

(Ec. 13)

donde ∇ es el gradiente y $(\nabla \cdot \mathbf{U})$ es la divergencia del campo vectorial. Si hacemos uso de la propiedad identidad del vector Laplaciano $\nabla^2 \mathbf{U} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{U}) - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{U})$ donde (\times) es el producto cruz, la expresión 13 se representa como:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{U}) - \mu \nabla \times (\nabla \times \mathbf{U}).$$

(Ec. 14)

Para resolver la ecuación 14 se utiliza el teorema de Helmholtz el cual establece que cualquier campo vectorial \mathbf{U} se puede representar en términos de un potencial

vectorial Ψ y un potencial escalar ϕ donde $\mathbf{U} = \nabla\phi + \nabla \times \Psi$, tomando en cuenta las propiedades $\nabla \times \phi = 0$, $\nabla \cdot \Psi = 0$, $\nabla \times (\nabla\phi) = 0$ y $\nabla \cdot (\nabla \times \Psi) = 0$ obtenemos la siguiente expresión:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla\phi + \nabla \times \Psi) = (\lambda + 2\mu)\nabla(\nabla^2\phi) - \mu\nabla \times \nabla \times (\nabla \times \Psi). \quad (\text{Ec. 15})$$

Si se tiene presente que $\nabla \times \nabla \times (\nabla \times \Psi) = -\nabla^2(\nabla \times \Psi)$ se obtiene la siguiente relación

$$\nabla \left[(\lambda + 2\mu)\nabla^2\phi - \rho \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} \right] = -\nabla \times \left[\mu\nabla^2\Psi - \rho \frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} \right], \quad (\text{Ec. 16})$$

donde la solución ocurre si cada término dentro del paréntesis se hace cero independientemente, es decir tenemos dos soluciones. La primera ecuación se representa como:

$$\frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = \nabla^2\phi, \quad (\text{Ec. 17})$$

donde α es la velocidad de una onda P y ésta se define como:

$$\alpha^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho \quad (\text{Ec. 18})$$

Análogamente la segunda solución se representa como:

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = \nabla^2\Psi, \quad (\text{Ec. 19})$$

donde β resulta ser la velocidad de una onda S que se define como

$$\beta^2 = \mu/\rho \quad (\text{Ec. 20})$$

2.2 Sísmica de Reflexión

La sísmica de reflexión es un método de exploración geofísica que utiliza los principios de sismología para estimar las propiedades de la Tierra, consiste en la

generación ondas sísmicas y la medición del tiempo de viaje de éstas en su recorrido desde la fuente, su reflexión en una interfase en profundidad y su detección en superficie. Convencionalmente en el proceso de datos sísmicos de reflexión se tiene como objetivo la formación de una imagen del subsuelo. La constitución de ésta se realiza a partir del registro sísmico, éste usualmente es representado en el dominio del tiempo y constituye el campo de ondas final donde se encuentran 1) los parámetros del material, 2) las condiciones de frontera, y 3) los mecanismos de la fuente. El proceso del método sísmico de reflexión, consiste en tres etapas fundamentales: 1) Adquisición, 2) Tratamiento e 3) Imagen, que se muestran en la figura 4.

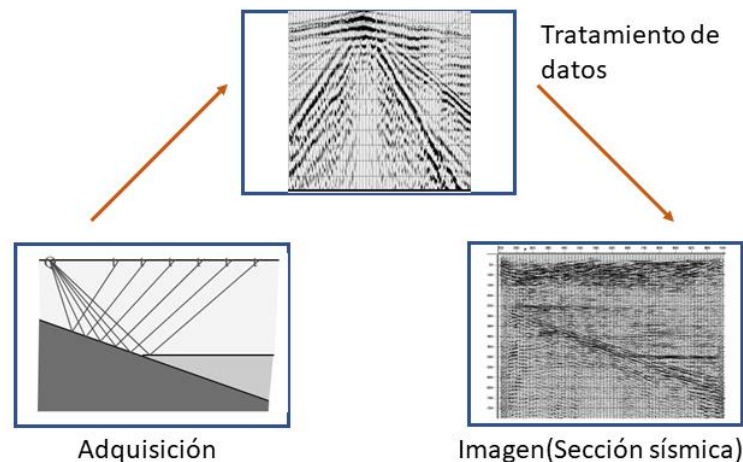


Figura 4. Proceso del método sísmico de reflexión

La adquisición de los datos consiste en un arreglo geométrico que busca encontrar las trayectorias que siguen las ondas al propagarse en un medio y determinar las interfases que existen en el subsuelo. A partir de una fuente controlada y la disposición de detectores, que transforman las perturbaciones generadas en señales eléctricas, se graba la amplitud y el tiempo de retraso entre la fuente y el receptor. El arreglo geométrico obtenido consiste en un sistema de trazas denominado *shot-gather*, una traza sísmica es el registro de la respuesta del medio a la perturbación generada.

Usualmente en la adquisición de datos sísmicos de reflexión se utiliza la técnica de punto medio común o CMP donde se realiza un mayor número de perturbaciones en distintas posiciones del arreglo geométrico de adquisición, este arreglo se muestra en la figura 5 y consiste en registrar la respuesta en los receptores e identificar un punto en el centro de la trayectoria entre la fuente y el receptor. Esta técnica provee redundancia en los datos, lo que mejora la cobertura de información en la zona, además otorga mayor calidad en la señal ya que potencia la relación entre las condiciones de superficie, así como también reduce las restricciones

ambientales y demográficas que afectan la cantidad de energía que penetra en el medio.

Una vez obtenido los datos, la siguiente etapa del método sísmico de reflexión

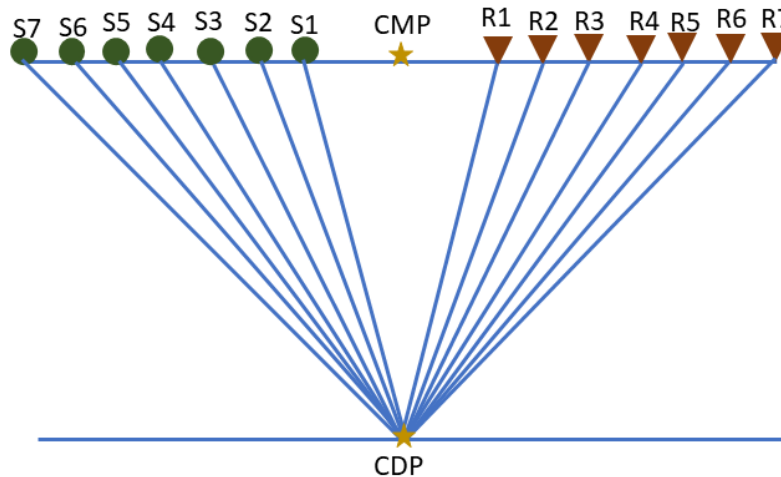


Figura 5. Adquisición por CMP

consiste en una secuencia de pasos conocido como procesamiento sísmico. Esta etapa se basa en tres procesos principales: 1) Deconvolución, 2) Apilado CMP y 3) Migración (Yilmaz, 2002). El primer proceso mejora la resolución temporal en las trazas sísmicas colapsando la ondícula y aproximándola a un pulso, además se reducen reverberaciones en los datos. El segundo proceso consiste en el apilado CMP que en conjunto con el análisis de velocidad y correcciones estáticas atenúa las reverberaciones no correlacionadas con los datos, lo que incrementa la relación señal-ruido, además de que mitiga las reverberaciones coherentes conocidas como múltiples. Esta disminución utiliza la corrección de movimiento normal (NMO) que se realiza antes del apilamiento en donde se aplica la función de velocidad primaria, aquí los múltiples se atenúan después del apilamiento debido a que presentan amplitudes mayores a la de la onda directa.

El procedimiento de apilamiento de datos por CMP es una técnica desarrollada y válida para geometrías horizontales que se basa en el movimiento hiperbólico. Idealmente, una vez realizado el apilamiento de datos se obtiene una sección sísmica que representa la geología del subsuelo. Sin embargo, el proceso del método sísmico de reflexión continúa con métodos gráficos de obtención de imagen donde destacan los algoritmos de migración.

La migración es un método gráfico que se basa en la teoría de propagación de ondas, consiste en mover eventos buzantes a su verdadera posición. Existen diversos tipos de migración que utilizan distintas formas de la solución de la ecuación de onda, la solución se enfoca en los datos donde la precisión del

posicionamiento de las interfases depende del funcionamiento del algoritmo y la estimación de la velocidad, este método se considera un proceso determinístico ya que provee una representación del subsuelo (Yilmaz,2002).

Finalmente se debe considerar que la secuencia de procesamiento sísmico no es general. Se utilizan diferentes procesos para distintos tipos de datos. Asimismo, el procesamiento sísmico no siempre finaliza con una imagen, en muchas ocasiones se requiere de métodos adicionales para determinar características físicas, además se requieren e implementan técnicas que ayudan en la interpretación geológica de un conjunto de datos.

2.3 Implementación Numérica

La primera sección de este capítulo expresa de forma teórica y mediante ecuaciones la propagación de una onda en un medio, adicionalmente, la segunda sección destaca los procesos del método sísmico de reflexión que buscan interpretar los datos sísmicos adquiridos para revelar el modelo más preciso de la Tierra. De lo anterior se busca utilizar lo descrito en ambas secciones mediante la simulación computacional de la propagación de una onda. La simulación de la propagación de las ondas sísmicas considera dos aspectos importantes, el método en el que se resolverá las ecuaciones diferenciales que describen el movimiento y la discretización del dominio en el espacio-tiempo (Moczo, 2014).

Existen gran variedad de métodos numéricos que han sido creados para describir el movimiento de las ondas sísmicas, los más conocidos se encuentran en el dominio del tiempo cómo: diferencias finitas, elemento finito, elemento espectral, etc. A pesar de la gran cantidad de métodos numéricos utilizados para la simulación, en sísmica, la técnica de diferencias finitas es la más utilizada ya que provee el mejor balance entre precisión y eficiencia en cómputo (Moczo, 2014).

2.3.1 Diferencias Finitas

El método de diferencias finitas es una herramienta para resolver una ecuación diferencial por medio de la serie de Taylor la cual se define como un esquema de aproximación de funciones mediante una serie de potencias donde se calculan las derivadas de la función (Carillo, 2015).

Sea una función $f(x)$ definida en un intervalo $[a, b]$ y que tiene hasta la $k - esima$ derivada, se aplica la expansión de la serie de Taylor alrededor de un punto x_i contenido en el intervalo $[a, b]$, esta extensión se representa como:

$$f(x) = f(x_i) + \frac{(x - x_i)}{1!} \frac{df(x_i)}{dx} + \frac{(x - x_i)^2}{2!} \frac{d^2f(x_i)}{dx^2} + \dots + \frac{(x - x_i)^k}{k!} \frac{d^k f(x_i)}{dx^k} + \dots$$

(Ec. 21)

Donde (!) representa la factorial de un número y $\varepsilon = x_i + \theta(x - x_i)$ donde $0 < \theta < 1$. La función $f(x)$ se puede agrupar en tres tipos, donde el número de elementos de la serie dependerá de la aproximación, precisión y el orden de la derivada que se desea calcular. En el caso de orden uno se identifican tres tipos de aproximación:

Progresiva: En esta aproximación se utiliza la ecuación 21 donde se asigna el valor de $k = 2$, y se propone que $x = x_i + \Delta x$, aquí Δx representa el avance de x con respecto a x_i , por lo que la función es igual a

$$f(x_i + \Delta x) = f(x_i) + \Delta x \frac{df(x_i)}{dx} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{d^2 f(\varepsilon)}{dx^2}$$

Si se despeja la función diferencial, se obtiene lo siguiente

$$\frac{df(x_i)}{dx} = \frac{f(x_i + \Delta x) - f(x_i)}{\Delta x} - \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{d^2 f(\varepsilon)}{dx^2}$$

donde $-\frac{\Delta x^2}{2!} \frac{d^2 f(\varepsilon)}{dx^2}$ es el error de truncamiento. En los cálculos de la serie este tiende a 0 por lo que la ecuación se simplifica y se expresa de la forma:

$$\frac{df(x_i)}{dx} = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x}$$

(Ec. 22)

donde, $f_{i+1} = f(x_i + \Delta x)$ y $f_i = f(x_i)$.

Regresiva: En este caso al igual que en el ejemplo anterior se asigna el valor máximo del contador a $k = 2$ y se propone el avance $x = x_i - \Delta x$ por lo que

$$\frac{df(x_i)}{dx} = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}$$

(Ec. 23)

Centrada: Este tipo de aproximación es la más utilizada ya que proporciona mayor precisión en el cómputo, aquí se toman los valores de la función en los pasos anterior y posterior. Por lo que se propone $k = 3$ y el avance en x incluye los términos $x = x_i + \Delta x$ y $x = x_i - \Delta x$ que se describen por las expresiones:

$$f(x_i + \Delta x) = f(x_i) + \Delta x \frac{df(x_i)}{dx} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{d^2 f(x_i)}{dx^2} + \frac{\Delta x^3}{3!} \frac{d^3 f(\varepsilon)}{dx^3}$$

$$f(x_i - \Delta x) = f(x_i) - \Delta x \frac{df(x_i)}{dx} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{d^2 f(x_i)}{dx^2} - \frac{\Delta x^3}{3!} \frac{d^3 f(\varepsilon)}{dx^3}$$

Restando las dos ecuaciones anteriores y determinando el error de truncamiento obtenemos la expresión

$$\frac{df(x_i)}{dx} = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x}$$

(Ec. 24)

Para el caso de diferencias con derivadas de orden mayor se sigue el mismo sistema, el de mayor interés es del orden 2 que tiene la siguiente forma

$$\frac{d^2f(x_i)}{dx^2} = \frac{f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1}}{\Delta x^2}$$

(Ec. 25)

La derivada de segundo orden en diferencias centradas en dos dimensiones es la que describe las ecuaciones de movimiento y se expresa de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f(x_i, z_j)}{\partial x^2} &\approx \frac{f(x_i + \Delta x, z_j) - 2f(x_i, z_j) + f(x_i - \Delta x, z_j)}{\Delta x^2} \\ \frac{\partial^2 f(x_i, z_j)}{\partial z^2} &\approx \frac{f(x_i, z_j + \Delta z) - 2f(x_i, z_j) + f(x_i, z_j - \Delta z)}{\Delta z^2} \\ \frac{\partial^2 f(x_i, z_j)}{\partial x^2} &\approx \frac{f_{i+1,j} - 2f_{i,j} - f_{i-1,j}}{\Delta x^2} \\ \frac{\partial^2 f(x_i, z_j)}{\partial z^2} &\approx \frac{f_{i,j+1} - 2f_{i,j} - f_{i,j-1}}{\Delta z^2} \end{aligned}$$

(Ec. 26)

2.3.2 Construcción de un Esquema de Diferencias Finitas

La discretización del dominio en el espacio-tiempo se expresa utilizando una malla uniforme donde se determina la posición del desplazamiento y velocidad de la partícula, así como los componentes del tensor de esfuerzos los cuales difieren según el esquema utilizado. En la figura 6 se muestran los esquemas más comunes en diferencias finitas, el primero es la formulación desplazamiento de la ecuación de movimiento, donde u_i es el vector de desplazamiento en la dirección (i) del eje coordenado que el subíndice x, y, z indique, asimismo, m es el índice utilizado en la discretización del tiempo.

Los demás casos pertenecen a la formulación de velocidad-esfuerzo, en éstos σ_{ij} representa el esfuerzo aplicado a un elemento de la malla y v_i es la velocidad en un eje coordenado del arreglo. En estas formulaciones se destaca el cambio de la posición temporal del vector velocidad-partícula cada medio paso de tiempo, asimismo, el vector esfuerzo se modifica en un elemento de la malla cada medio valor de posición en los esquemas partly-staggered y staggered-grid (Moczo, 2014).

Distribuciones típicas en FD de celdas en una malla

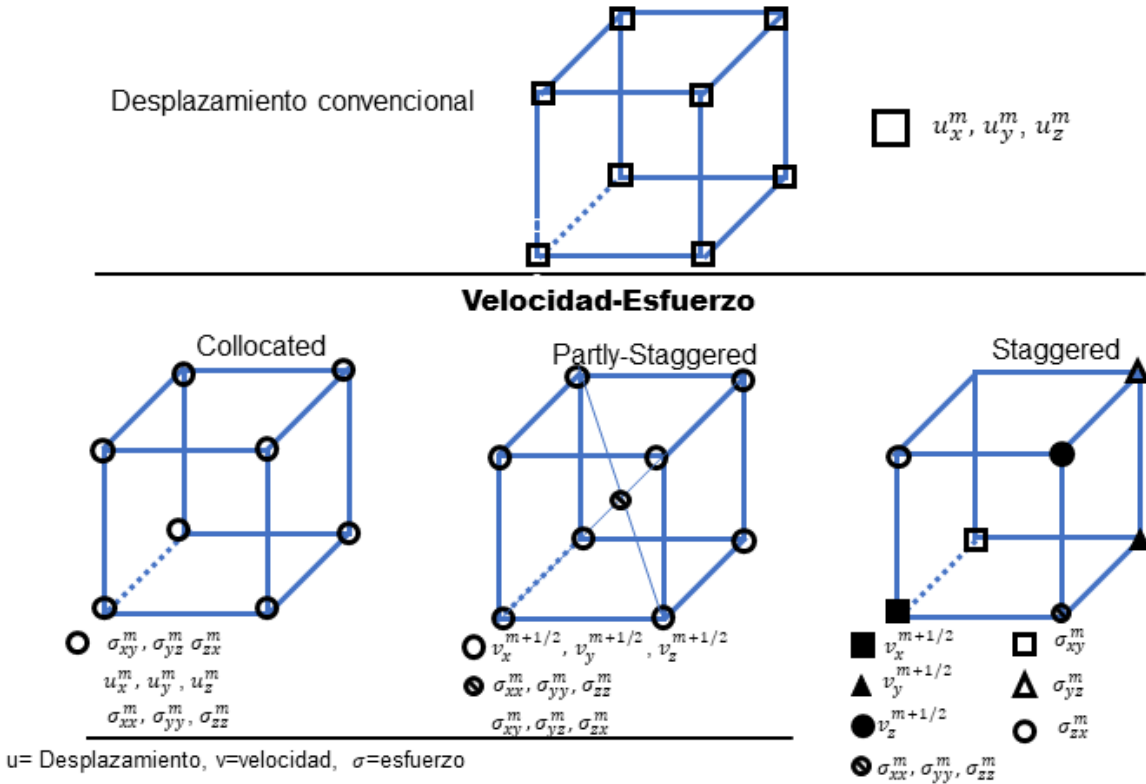


Figura 6. Distribuciones típicas de un esquema de diferencias finitas. *Imagen reconstruida de The Finite-Difference Modelling of Earthquake Motions Waves and Ruptures, p.85, por Moczo, J Kristek, 2014, Cambridge University Press.*

La simulación de la propagación de ondas mediante un esquema en diferencias finitas se construye al considerar un medio vertical 2D, lineal elástico e isótropo, donde x representa el eje horizontal y z el vertical positivo hacia abajo. Para describir la propagación de una onda en el medio descrito anteriormente se utilizan las ecuaciones de la elastodinámica para estas dos direcciones que se representan como:

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} & \sigma_{xx} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z} \\
 \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} & \sigma_{zz} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial u_x}{\partial x} \\
 \sigma_{xz} &= \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 27}$$

Este sistema de ecuaciones se transforma a un sistema hiperbólico de primer orden al derivar los esfuerzos (Vireux, 1986), si consideramos que $v_i = \frac{\partial u_i}{\partial t}$ el sistema anterior se expresa de la forma:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} &= \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right) & \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} &= \left(\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v_z}{\partial z} & \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial t} &= \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

(Ec. 28)

Las derivadas en este sistema se representan en diferencias finitas centradas y se construye el esquema explícito de ecuaciones. Cuando se considera una distribución velocidad-esfuerzo con cambio cada medio paso de tiempo y posición, la discretización del espacio resultante es el propuesto por Vireux (1986), este autor utiliza una malla con el esquema staggered-grid que se representa en la figura 7.

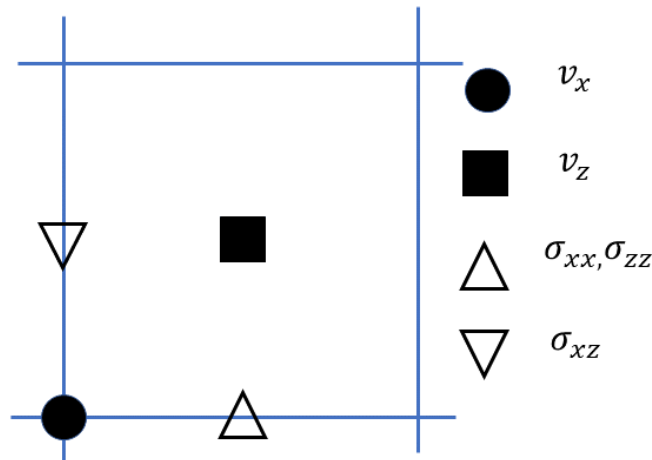


Figura 7. Discretización de un medio en una malla utilizando el esquema *staggered-grid*. Imagen reconstruida y modificada de *P-Sv Wave Propagation In Heterogeneous Media: Velocity-Stress Finite-Difference Method*, p.891, por Vireux J., 1986, *Geophysics*, Vol. 51.

Las velocidades y esfuerzos mostrados en la figura 7 se representan por diferencias finitas, aquí el superíndice m es igual al tiempo y los subíndices i, j representan la posición de un punto de la malla finita en los ejes x y z respectivamente. Los cambios de la malla tanto en tiempo, como en el espacio se representan como $\Delta x, \Delta z, \Delta t$. García (2013) formula explícitamente lo anterior como:

$$v_{x(i,j)}^{m+\frac{1}{2}} = v_{x(i,j)}^{m-\frac{1}{2}} + \frac{1}{\rho_{(i,j)}} \left[\frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\sigma_{xx}^m(i+\frac{1}{2},j) - \sigma_{xx}^m(i-\frac{1}{2},j) \right) + \frac{\Delta t}{\Delta z} \left(\sigma_{xz}^m(i,j+\frac{1}{2}) - \sigma_{xz}^m(i,j-\frac{1}{2}) \right) \right]$$

(Ec. 29)

$$v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} = v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m-\frac{1}{2}} + \frac{1}{\rho_{(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}} \left[\frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\sigma_{xz(i+1,j+\frac{1}{2})}^m - \sigma_{xz(i,j+\frac{1}{2})}^m \right) + \frac{\Delta t}{\Delta z} \left(\sigma_{zz(i+\frac{1}{2},j+1)}^m - \sigma_{zz(i+\frac{1}{2},j)}^m \right) \right] \quad (\text{Ec. 30})$$

$$\sigma_{xx(i+\frac{1}{2},j)}^{m-1} = \sigma_{xx(i+\frac{1}{2},j)}^m + \left(\lambda_{(i+\frac{1}{2},j)} + 2\mu_{(i+\frac{1}{2},j)} \right) \left[\frac{\Delta t}{\Delta x} \left(v_{x(i+1,j)}^{m+\frac{1}{2}} - v_{x(i,j)}^{m+\frac{1}{2}} \right) \right] + \lambda_{(i+\frac{1}{2},j)} \left[\frac{\Delta t}{\Delta z} \left(v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - v_{z(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} \right) \right] \quad (\text{Ec. 31})$$

$$\sigma_{zz(i+\frac{1}{2},j)}^{m-1} = \sigma_{zz(i+\frac{1}{2},j)}^m + \left(\lambda_{(i+\frac{1}{2},j)} + 2\mu_{(i+\frac{1}{2},j)} \right) \left[\frac{\Delta t}{\Delta z} \left(v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - v_{z(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} \right) \right] + \lambda_{(i+\frac{1}{2},j)} \left[\frac{\Delta t}{\Delta x} \left(v_{x(i+1,j)}^{m+\frac{1}{2}} - v_{x(i,j)}^{m+\frac{1}{2}} \right) \right] \quad (\text{Ec. 32})$$

$$\sigma_{xz(i,j+\frac{1}{2})}^m = \sigma_{xz(i,j+\frac{1}{2})}^m + \mu_{(i,j+\frac{1}{2})} \left[\frac{\Delta t}{\Delta z} \left(v_{x(i,j+1)}^{m+\frac{1}{2}} - v_{x(i,j)}^{m+\frac{1}{2}} \right) + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - v_{x(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} \right) \right] \quad (\text{Ec. 33})$$

Se debe tener en cuenta que el esquema explícito de diferencias finitas desarrollado es una aproximación. La velocidad de fase y grupo en la malla difieren de las velocidades verdaderas del medio, este efecto se conoce como dispersión numérica y tiene un impacto acumulativo en la propagación de una onda y cobra relevancia cuando la distancia de viaje de la onda es mayor. Debido a que el esquema explícito en diferencias finitas es intrínseco con la relación de dispersión en frecuencia y número de onda. Para evitar la dispersión numérica en la simulación es importante conocer la frecuencia máxima (f_{max}), la frecuencia dominante (f_0) y el espectro de amplitudes. Por medio de una transformada de Fourier y tratando la solución como un problema de valor crítico se obtiene que (f_0) = $\sqrt{\frac{\varpi}{2\pi^2}}$, donde ϖ se define como $\varpi = 2\pi^2 f_0^2$ y representa la frecuencia angular, estos términos determinan la estabilidad del modelo en el cual el sistema de ecuaciones debe ser consistente,

estable y convergente. La relación de dispersión se obtiene aplicando una transformada de Fourier espacial y temporal al sistema de ecuaciones descrito anteriormente, para un medio homogéneo el análisis espectral hecho por Vireux (1986) indica la siguiente condición de estabilidad

$$\alpha \Delta t = \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta z^2}} \leq 1,$$

(Ec. 34)

donde α representa la velocidad de la onda P que se propaga en el medio. Si $\Delta x = \Delta z$ la velocidad de onda P debe cumplir la siguiente relación para asegurar la estabilidad del sistema.

$$\alpha = \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(Ec. 35)

El siguiente paso para reproducir la propagación de una onda a través de una simulación, consiste en la generación de una perturbación que excite al medio. La fuente sísmica más utilizada es la impulsiva puntual, propuesta por Alford, Kelly y Boore (1974). Debido a que la fuente cambia de amplitud al paso del tiempo ($t - t_0$) donde t_0 es el tiempo inicial, es común utilizar la derivada de la función de la fuente descrita por la ecuación de un pulso gaussiano $f(t) = \exp(-\varpi(t - t_0))^2$. El uso de la derivada de esta función permite determinar la perturbación elástica de una fuerza puntual en medio del espacio ya que el término ϖ controla en contenido de la longitud de onda de la excitación.

$$\frac{d}{dt} f(t) = 2\varpi(t - t_0) \exp(-\varpi(t - t_0))^2$$

(Ec. 36)

La implementación de la fuente en el esquema explícito ocurre de forma directa, Vireux (1986) lo considera como un cambio de presión por lo que se suma al término σ_{xx} y σ_{zz} .

2.3.3 Condiciones de Frontera

Para el caso de la formulación velocidad-esfuerzo, se asume que en el tiempo inicial t_0 el medio está en reposo. En la simulación existen condiciones de frontera que representan cambios en la propagación (variaciones en los parámetros elásticos y de densidad) por lo que identificamos dos tipos de condiciones que definen dos clases de fronteras, la primera frontera se conoce como de Neumann o superficie

libre y representa el cambio del medio aire-sólido, donde los esfuerzos son cero. La segunda frontera conocida como de Dirichlet o superficie rígida se considera el límite del área de propagación en el dominio computacional que se caracteriza por tener velocidades iguales a cero. En esta frontera se espera que la solución de la condición de Dirichlet represente un borde no reflectivo hacia el dominio computacional y así representar el comportamiento natural de la propagación de ondas en un medio. Sin embargo, en la simulación de un medio acústico esto no se cumple, por lo que se recurren a técnicas que representen las fronteras y eliminen reflexiones.

En este trabajo en la simulación se utiliza la técnica de fronteras absorbentes o PML por sus siglas en inglés (Perfectly Matched Layer) descritas por Berenger (1994) por primera vez para ondas electromagnéticas. Las fronteras absorbentes consisten en una capa artificial colocada alrededor del dominio computacional que representa un material con absorción de energía; es decir una zona con una fuerte atenuación, donde las ondas se absorben de forma rápida y en un dominio reducido. La forma clásica de la PML para la ecuación de onda sísmica está en términos de velocidad y esfuerzo e inicia con la ecuación de onda $\rho \frac{\partial^2 s(x,t)}{\partial t^2} = \nabla \cdot (c: \nabla s(x,t))$ donde $s = s(x,t)$ representa el campo de desplazamiento, c el tensor elástico y $(:)$ es la multiplicación de un tensor de cuarto orden. Sin embargo, esta expresión no se puede usar directamente en el esquema numérico de diferencias finitas ya que este se describe como un sistema de segundo orden en desplazamiento. El uso de un modelo de PML discreto para las ecuaciones de Maxwell o elastodinámica genera que los coeficientes de reflexión sean diferentes de cero después de la discretización, este proceso produce dispersión de ángulo pequeño. Lo que provoca que una cantidad considerable de energía regresa al dominio computacional en forma de ondas reflejadas. Por lo que la formulación clásica de la PML no es eficiente en el caso de: mallas finas, fuentes-receptores ubicados cerca del borde del dominio o desplazamientos grandes; situaciones comunes en las simulaciones utilizadas en la industria petrolera.

2.3.4 PML-CPML

Una solución a esta problemática es modificar la transformada de la coordenada compleja usada clásicamente en la PML e introducir un término independiente de la frecuencia que implementa un filtro tipo Butterworth en la capa absorbente, esto se conoce como capa absorbente convolucional CPML (Convolutional Perfectly Matched Layer) o capa absorbente de cambio de frecuencia compleja CFS-PML (Convolutional Frequency Shifted Perfectly Matched Layer) (Komatitsch y Martin, 2007). Para obtener una capa CPML como primer paso se define la PML clásica y se cambia la ecuación de onda al dominio de frecuencia donde $-\rho \omega^2 s(\omega, t) = \nabla \cdot$

($c: \nabla s(\omega, t)$) aquí, $s = s(\omega, t)$, y resulta ser el campo de desplazamiento en el dominio de la frecuencia. Se sabe que una solución particular de la ecuación de onda está dada por $A \exp(-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t))$ donde A es la amplitud, \mathbf{k} el vector de onda ($k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z}$) y \mathbf{x} el vector de posición, en un medio isótropo para frentes de ondas planos $\mathbf{k} = \omega/\alpha$, donde α es la velocidad de la onda P, esta relación es válida también para ondas S con velocidad β . Para llegar a una solución de este tipo introducimos un perfil de amortiguamiento dx , éste es cero en el dominio computacional y mayor a cero cuando se encuentra en la capa absorbente. La figura 8 muestra la disposición de este perfil.

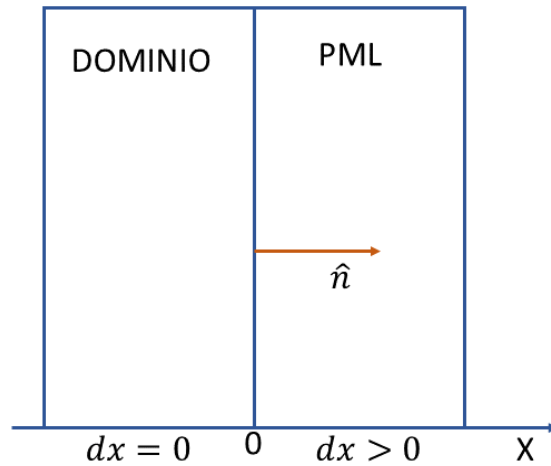


Figura 8. Definición de una PML. *Imagen modificada y reconstruida de An Unsplit Convolutional Perfectly Matched Layer Improved at Grazing Incidence for The Seismic Wave Equation, SM.157 por Komatitsch D., Martin R., 2007, Geophysics Vol.72*

Luego transformamos la coordenada x mostrada en la figura 8 en términos del perfil de amortiguamiento, utilizando su diferencial y sustituyendo obtenemos la siguiente expresión.

$$\tilde{x}(x) = x - \frac{1}{\omega} \int_0^x dx(s) ds \rightarrow \partial \tilde{x} = \frac{i\omega}{i\omega + dx} \partial x = \frac{1}{s_x} \partial x$$

(Ec. 37)

donde \tilde{x} representa la nueva coordenada compleja en términos del perfil de absorción y s_x se conoce como el factor de estiramiento y tiene la forma:

$$s_x = \frac{i\omega + dx}{i\omega} = 1 + \frac{dx}{i\omega}$$

(Ec. 38)

Considerando el vector normal \hat{n} mostrado en la figura 8, cambiamos la ecuación de onda dividiendo el gradiente ∇ en sus componentes paralelos y tangenciales $\nabla = \hat{n}\partial_x + \nabla^{\parallel}$, luego definimos $\partial_x = \hat{n} \cdot \nabla$ y $\nabla^{\parallel} = (I - \hat{n}\hat{n}) \cdot \nabla$; donde I es el tensor identidad. Reescribimos la ecuación de onda de primer orden dada en la formulación velocidad-esfuerzo en el dominio de la frecuencia donde obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} &= \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} & i\omega \rho \mathbf{v} &= \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial t} &= c: \nabla \mathbf{v} & i\omega \boldsymbol{\sigma} &= c: \nabla \mathbf{v} \end{aligned} \tag{Ec. 39}$$

Aquí, \mathbf{v} es el vector de velocidad $\mathbf{v} = (v_x\hat{x} + v_y\hat{y} + v_z\hat{z})$ y $\boldsymbol{\sigma}$ representa el tensor de esfuerzos de segundo orden. Usando la definición anterior del gradiente ∇ reescribimos el sistema dado en la ecuación 39 como:

$$\begin{aligned} i\omega \rho \mathbf{v} &= \hat{n} \partial_x \cdot \boldsymbol{\sigma} + \nabla^{\parallel} \cdot \boldsymbol{\sigma} & i\omega \boldsymbol{\sigma} &= c: \hat{n} \partial_x \mathbf{v} + c: \nabla^{\parallel} \mathbf{v} \end{aligned} \tag{Ec. 40}$$

Si se representa la ecuación 40 en términos de \tilde{x} obtenemos:

$$\begin{aligned} i\omega \rho \mathbf{v} &= \hat{n} \partial_{\tilde{x}} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \nabla^{\parallel} \cdot \boldsymbol{\sigma} & i\omega \boldsymbol{\sigma} &= c: \hat{n} \partial_{\tilde{x}} \mathbf{v} + c: \nabla^{\parallel} \mathbf{v} \end{aligned} \tag{Ec. 41}$$

Dentro del dominio ambas ecuaciones son cero, en la PML esta modificación de la ecuación de onda donde decae exponencialmente y es una solución de una onda plana de la forma $A \exp(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) \exp(-k_x/\omega \int_0^x dx(s)ds)$. En la dirección \hat{n} el coeficiente de decaimiento $\exp(-k_x/\omega \int_0^x dx(s)ds)$ es inversamente proporcional a ω , esto indica que el factor dx depende de la dirección de propagación y es alto cuando existe incidencia normal, sin embargo, en la zona paraxial la absorción es nula. Debido a esto Komatitsch y Martin (2007) reformulan la PML clásica considerando que la frontera CPML tiene como atributo el utilizar un sistema no dividido, es decir no se considera por separado el vector de velocidad (\mathbf{v}) y el tensor de esfuerzo ($\boldsymbol{\sigma}$), consecuentemente no aumenta el número de variables independientes donde la principal diferencia de la CPML consiste en hacer el término s_x más general por lo que además del perfil de amortiguamiento se consideran otras dos variables reales $a_x \geq 0$ y $k_x \geq 1$ que definen al factor de estiramiento de la forma:

$$s_x = k_x + \frac{dx}{a_x + i\omega}$$

(Ec. 42)

En el caso particular cuando $a_x = 0$ y $k_x = 1$, se tiene la forma clásica de la PML. La expresión 42 depende de la frecuencia, por lo que se realiza la transformada de Fourier inversa y se obtiene una convolución en tiempo de la derivada espacial

$$\partial_{\tilde{x}} = \bar{s}_x * \partial x.$$

(Ec. 43)

donde \bar{s}_x es el nuevo factor de estiramiento $\bar{s}_x = \frac{1}{s_x}$ y (*) representa la convolución.

En la formulación clásica se utilizan dos funciones auxiliares con el fin de evitar la convolución, sin embargo, en la CPML solo se reescribe el factor de estiramiento de la ecuación 42 como:

$$\frac{1}{s_x} = \frac{1}{k_x} - \frac{dx}{k_x^2} \frac{1}{\left(\frac{dx}{k_x} + a_x\right) + i\omega}$$

(Ec. 44)

Luego, se sustituyen en la ecuación 44 los términos $\delta(t)$ y $\exp(-at)H(t)$ conocidos como la delta de Dirac y la distribución de Heaviside respectivamente. La sustitución se da ya que conocemos la transformada de Fourier de $\delta(t)$ es igual a 1 y $\exp(-at)H(t)$ es igual a $\frac{1}{a+i\omega}$ por lo que definimos \bar{s}_x como:

$$\bar{s}_x(t) = \frac{\delta(t)}{k_x} - \frac{dx}{k_x^2} H(t) \exp(dx/k_x + a_x)t$$

(Ec. 45)

Posteriormente definimos el segundo término de la ecuación 45 como:

$$\xi_x(t) = -\frac{dx}{k_x^2} H(t) \exp(dx/k_x + a_x)t$$

(Ec. 46)

Por lo tanto, la derivada espacial se define de la forma:

$$\partial_{\bar{x}} = -\frac{1}{\hbar_x} \partial x + \xi_x(t) * \partial x$$

(Ec. 47)

En la simulación numérica para calcular el segundo término, en el esquema staggered-grid asumimos la discretización en tiempo en m pasos de tiempo Δt por lo que cálculo de la convolución lo denotamos como ψ_x^m donde

$$\psi_x^m = (\xi_x(t) * \partial x)^m = \int_0^{m\Delta t} (\partial x)^{m\Delta t - \tau} \xi_x(\tau) \partial \tau,$$

(Ec. 48)

donde τ es una variable auxiliar que representa el cambio en la convolución.

Debido al esquema staggered-grid utilizado en la simulación, el término ∂x está definido cada medio paso de tiempo entre $m\Delta t$ y $(m + 1)\Delta t$, por lo que reescribimos la ecuación 48 como:

$$\psi_x^m = \sum_{m=0}^{m-1} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} (\partial x)^{m\Delta t - \tau} \xi_x(\tau) \partial \tau = \sum_{m=0}^{m-1} (\partial x)^{m - (m + \frac{1}{2})} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \xi_x(\tau) \partial \tau.$$

(Ec. 49)

Si se define un nuevo término $Z_x(m)$ igual a

$$Z_x(m) = \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \xi_x(\tau) \partial \tau,$$

(Ec. 50)

la ecuación 49 se representa como:

$$\psi_x^m = \sum_{m=0}^{m-1} Z_x(m) (\partial x)^{m - (m + \frac{1}{2})},$$

(Ec. 51)

para simplificar los cálculos se definen dos nuevas variables a_x y b_x

$$a_x = \frac{dx}{\hbar_x(dx + \hbar_x a_x)} (b_x - 1) \quad b_x = \exp(-(dx/\hbar_x + a_x)\Delta t)$$

Se puede reescribir $Z_x(m)$ utilizando la ecuación 46 y se sustituyen los términos a_x y b_x , donde se obtiene que

$$Z_x(m) = -\frac{dx}{\hbar_x^2} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \exp(-(dx/\hbar_x + a_x)\tau) d\tau = a_x \exp(-(dx/\hbar_x + a_x)m\Delta t)$$

(Ec. 52)

Sin embargo, el cálculo de la convolución en la expresión 51 es costoso en términos computacionales por que se requiere una sumatoria del paso de tiempo actual y los anteriores. Sin embargo, el término exponencial $Z_x(m)$ de la ecuación 52 permite que la sumatoria en esta expresión se pueda calcular mediante una técnica de convolución recursiva donde se considera como variable a ψ_x , esta aproximación requiere un tiempo de cómputo mínimo ya que implica el almacenamiento de un único arreglo para cada derivada. En un esquema de diferencias finitas se reemplaza cada ∂x por la siguiente ecuación.

$$\partial_{\bar{x}} = \frac{1}{\hbar_x} \partial x + \psi_x,$$

(Ec. 53)

y se actualiza ψ_x , cada paso de tiempo

$$\psi_x^m = b_x \psi_x^{m-1} + \alpha_x (\partial x)^{m+\frac{1}{2}}$$

(Ec. 54)

Para actualizar ψ_x cada paso de tiempo es necesario definir los coeficientes de amortiguamiento dentro de la PML, siguiendo el trabajo de Gedney (1996), Collino y Togska (2001) se selecciona un perfil de la forma:

$$d_x(x) = d_0 \left(\frac{x}{L}\right)^N$$

(Ec. 55)

donde L representa el espesor de la capa absorbente y N representa la dimensión que toma el valor de 2 para un medio bidimensional. Después de la discretización, los coeficientes de reflexión son diferentes a cero por lo que Collino y Monk (1996) utilizan una razón teórica del coeficiente de reflexión $R_c = 0.1\%$ y definen

$$d_0 = \frac{-(N+1)c_p \log(R_c)}{2L}$$

(Ec. 56)

donde c_p representa la velocidad de propagación. Roden y Gedney (2000) proponen los términos a_x y a_z que indican la variación lineal respectiva en cada eje de la capa entre un valor máximo (a_{max}) al inicio de la PML y cero al final de ella. Por añadidura Festa y Vilotte (2005) toman el valor único de $a_{max} = \pi f_0$ donde f_0 es la frecuencia

dominante de la fuente. También Roden y Gedney (1996) utilizan el termino $k_x = k_z = 1$. Así los coeficientes a_x y b_z quedan definidos en la malla de forma discreta, en un esquema staggered grid ψ_x es una función que actúa con las derivadas de las velocidades y esfuerzos por lo que en el sistema de ecuaciones mostrado a continuación establecemos que $dv_{k_x} = \frac{dv_k}{dx}$ ó $d\sigma_{kl_x} = \frac{d\sigma_{kl}}{x}$ donde k, l representan los ejes x, y , por lo tanto ψ_x actúa en v_x y σ_{xz} en los valores enteros de la malla y en v_z, σ_{xx} y σ_{zz} en los valores medios de ésta, lo anterior permite expresar ψ_x explícitamente. García (2013) establece las variables ψ_x y ψ_z , recordando que los subíndices i, j representan la posición de en la malla con respecto a los ejes x, z .

$$\begin{aligned}\psi_{d\sigma_{xx_x(i,j)}}^m &= b_{x(i)}\psi_{d\sigma_{xx_x(i,j)}}^{m-1} + a_{x(i)}\left[\frac{\sigma_{xx(i+\frac{1}{2},j)}^m - \sigma_{xx(i-\frac{1}{2},j)}^m}{\Delta x}\right] \\ \psi_{d\sigma_{xz_x(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}}^m &= b_{x(i+\frac{1}{2})}\psi_{d\sigma_{xz_x(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}}^{m-1} + a_{x(i+\frac{1}{2})}\left[\frac{\sigma_{xz(i+1,j+\frac{1}{2})}^m - \sigma_{xz(i,j+\frac{1}{2})}^m}{\Delta x}\right] \\ \psi_{dv_{x_x(i+\frac{1}{2},j)}}^{m+\frac{1}{2}} &= b_{x(i+\frac{1}{2})}\psi_{dv_{x_x(i+\frac{1}{2},j)}}^{m-\frac{1}{2}} + a_{x(i+\frac{1}{2})}\left[\frac{v_{x(i+1,j)}^{m+\frac{1}{2}} - v_{x(i,j)}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta x}\right] \\ \psi_{dv_{z_x(i,j+\frac{1}{2})}}^{m+\frac{1}{2}} &= b_{x(i)}\psi_{dv_{z_x(i,j+\frac{1}{2})}}^{m-\frac{1}{2}} + a_{x(i)}\left[\frac{v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - v_{z(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta x}\right]\end{aligned}$$

(Ec. 57)

Análogamente definimos ψ_z para los valores enteros en la malla ψ_z se representa en v_x, σ_{xx} y σ_{zz} en los valores medios ψ_z en v_z y σ_{xz} .

$$\begin{aligned}\psi_{d\sigma_{xz_z(i,j)}}^m &= b_{z(j)}\psi_{d\sigma_{xz_z(i,j)}}^{m-1} + a_{z(j)}\left[\frac{\sigma_{xz(i,j+\frac{1}{2})}^m - \sigma_{xz(i,j-\frac{1}{2})}^m}{\Delta z}\right] \\ \psi_{d\sigma_{zz_z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}}^m &= b_{z(j+\frac{1}{2})}\psi_{d\sigma_{zz_z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}}^{m-1} + a_{z(j+\frac{1}{2})}\left[\frac{\sigma_{zz(i+\frac{1}{2},j+1)}^m - \sigma_{zz(i+\frac{1}{2},j)}^m}{\Delta z}\right]\end{aligned}$$

$$\psi_{dv_{z,z(i+\frac{1}{2},j)}}^{m+\frac{1}{2}} = b_{z(j)}\psi_{dv_{z,z(i+\frac{1}{2},j)}}^{m-\frac{1}{2}} + a_{z(j)} \left[\frac{v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - v_{z(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right]$$

$$\psi_{dv_{x,z(i,j+\frac{1}{2})}}^{m+\frac{1}{2}} = b_{z(j+\frac{1}{2})}\psi_{dv_{x,z(i,j+\frac{1}{2})}}^{m-\frac{1}{2}} + a_{x(j+\frac{1}{2})} \left[\frac{v_{x(i,j+1)}^{m+\frac{1}{2}} - v_{x(i,j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right]$$

(Ec. 58)

Para la implementación de las CPML ya en un esquema explícito de diferencias finitas centradas el cálculo se basa en la sustitución de las variables a_x y b_x en la ecuación de movimiento conforme a la discretización del espacio bajo el esquema staggered-grid. Recordando que las variables auxiliares se engloban en ψ_x y definen la variación conforme al tiempo García (2013) expresa el cálculo de la propagación en las CPML de la siguiente manera:

CPML laterales

$$v_{x(i,j)}^{m+\frac{1}{2}} = v_{x(i,j)}^{m-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\rho(i,j)} \left[\frac{\sigma_{xx(i+\frac{1}{2},j)}^m - \sigma_{xx(i-\frac{1}{2},j)}^m}{\Delta x} + \psi_{d\sigma_{xx,x(i,j)}}^k + \frac{\sigma_{xz(i,j+\frac{1}{2})}^m - \sigma_{xz(i,j-\frac{1}{2})}^m}{\Delta z} \right]$$

(Ec. 59)

$$v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} = v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\rho(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})} \left[\frac{\sigma_{xz(i+1,j+\frac{1}{2})}^m - \sigma_{xz(i,j+\frac{1}{2})}^m}{\Delta x} + \psi_{d\sigma_{xz,x(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}}^m + \frac{\sigma_{zz(i+\frac{1}{2},j+1)}^m - \sigma_{zz(i+\frac{1}{2},j)}^m}{\Delta z} \right]$$

(Ec. 60)

$$\sigma_{xx(i+\frac{1}{2},j)}^{m+1} = \sigma_{xx(i+\frac{1}{2},j)}^m + \Delta t \left[\lambda_{(i+\frac{1}{2},j)} + 2\mu_{(i+\frac{1}{2},j)} \right] \left[\frac{v_{x(i+1,j)}^{m+\frac{1}{2}} - v_{x(i,j)}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \psi_{dv_{x,x(i+\frac{1}{2},j)}}^{m+\frac{1}{2}} \right] +$$

$$+ \Delta t \lambda_{(i+\frac{1}{2},j)} \left[\frac{v_{x(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - v_{x(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \right]$$

(Ec. 61)

$$\sigma_{zz(i+\frac{1}{2},j)}^{m+1} = \sigma_{zz(i+\frac{1}{2},j)}^m + \Delta t \left[\lambda_{(i+\frac{1}{2},j)} + 2\mu_{(i+\frac{1}{2},j)} \right] \left[\frac{v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - v_{z(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right] + \Delta t \lambda_{(i+\frac{1}{2},j)} \left[\frac{v_{x(i+1,j)}^{m+\frac{1}{2}} - v_{x(i,j)}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \psi_{dv_{x,x(i+\frac{1}{2},j)}^{m+\frac{1}{2}}} \right] \quad (\text{Ec. 62})$$

$$\sigma_{xz(i,j+\frac{1}{2})}^{m+1} = \sigma_{xz(i,j+\frac{1}{2})}^m + \Delta t \mu_{(i,j+\frac{1}{2})} \left[\frac{v_{x(i,j+1)}^{m+\frac{1}{2}} - v_{x(i,j)}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta z} + \frac{v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - v_{z(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \psi_{dv_{z,x(i,j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}} \right] \quad (\text{Ec. 63})$$

CPML inferior

$$v_{x(i,j)}^{m+\frac{1}{2}} = v_{x(i,j)}^{m-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\rho_{(i,j)}} \left[\frac{\sigma_{xx(i+\frac{1}{2},j)}^m - \sigma_{xx(i-\frac{1}{2},j)}^m}{\Delta x} + \frac{\sigma_{xz(i,j+\frac{1}{2})}^m - \sigma_{xz(i,j-\frac{1}{2})}^m}{\Delta z} + \psi_{d\sigma_{xz,z(i,j)}^m} \right] \quad (\text{Ec. 64})$$

$$v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} = v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\rho_{(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}} \left[\frac{\sigma_{xz(i+1,j+\frac{1}{2})}^m - \sigma_{xz(i,j+\frac{1}{2})}^m}{\Delta x} + \frac{\sigma_{zz(i+\frac{1}{2},j+1)}^m - \sigma_{zz(i+\frac{1}{2},j)}^m}{\Delta z} - \psi_{d\sigma_{zz,z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^m} \right] \quad (\text{Ec. 65})$$

$$\sigma_{xx(i+\frac{1}{2},j)}^{m+1} = \sigma_{xx(i+\frac{1}{2},j)}^m + \Delta t \left[\lambda_{(i+\frac{1}{2},j)} + 2\mu_{(i+\frac{1}{2},j)} \right] \left[\frac{v_{x(i+1,j)}^{m+\frac{1}{2}} - v_{x(i,j)}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \right] + \Delta t \lambda_{(i+\frac{1}{2},j)} \left[\left(\frac{v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - v_{z(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right) + \psi_{dv_{z,z(i+\frac{1}{2},j)}^{m+\frac{1}{2}}} \right] \quad (\text{Ec. 66})$$

$$\sigma_{zz(i+\frac{1}{2},j)}^{m+1} = \sigma_{zz(i+\frac{1}{2},j)}^m + \Delta t \left[\lambda_{(i+\frac{1}{2},j)} + 2\mu_{(i+\frac{1}{2},j)} \right] \left[\frac{v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - v_{z(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta z} + \psi_{dv_{z-z(i+\frac{1}{2},j)}^{m+\frac{1}{2}}} \right] + \Delta t \lambda_{(i+\frac{1}{2},j)} \left[\frac{v_{x(i+1,j)}^{m+\frac{1}{2}} - v_{x(i,j)}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \right] \quad (\text{Ec. 67})$$

$$\sigma_{xz(i,j+\frac{1}{2})}^{m+1} = \sigma_{xz(i,j+\frac{1}{2})}^m + \Delta t \mu_{(i,j+\frac{1}{2})} \left[\frac{v_{x(i,j+1)}^{m+\frac{1}{2}} - v_{x(i,j)}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta z} + \psi_{dv_{x-z(i,j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}} + \left(\frac{v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta x} - \frac{v_{z(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \right) \right] \quad (\text{Ec. 68})$$

2.4 Migración

La migración es una operación que implica la reorganización de los elementos de información sísmica para que las reflexiones y difracciones se representen en sus ubicaciones reales. Es parte rutinaria del procesamiento sísmico de reflexión y se realiza antes o después del proceso de apilamiento. Existen dos tipos de migración: tiempo y profundidad, la utilización de una u otra técnica depende de la complejidad de la estructura geológica y del campo de velocidad (Biondi, 2004).

El funcionamiento del método de migración se ilustra en la figura 9. Si se considera un medio con una velocidad constante anterior a un reflector y se coloca la fuente y el receptor en la misma posición (SR), al propagarse un campo de ondas se registra el tiempo de viaje de dos vías (tt) de la fuente hasta el reflector. Luego se traza una línea vertical en el punto SR con longitud igual a la distancia calculada mediante el tiempo de viaje y la velocidad del medio, donde se coloca un reflector horizontal (Rc). Para el caso de un reflector buzante (Rr) se traza un arco de círculo con radio igual a un medio de tt, donde se considera que todas las posiciones posibles del reflector corresponden a las rectas tangentes del arco formado. Este proceso se realiza para una serie de fuentes y receptores y se construye una sección sísmica. Comúnmente la sección sísmica tiene la forma offset cero que representa fuentes y receptores coincidentes.

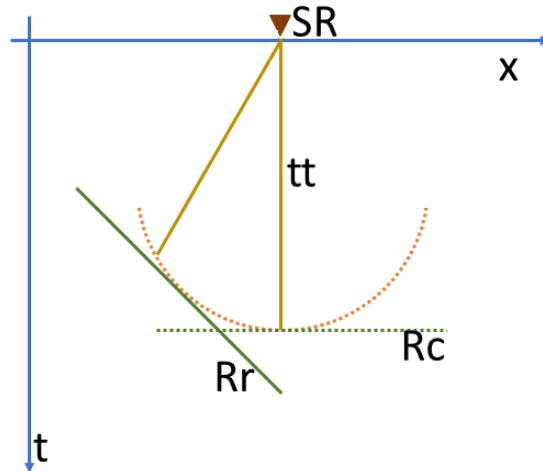


Figura 9. Esquema que muestra cómo funciona la determinación de la posición de los reflectores. *Imagen reconstruida de First Steps in Seismic Interpretación, p. 64 por Herron D.A., 2011, E.U.A, SEG.*

Si se considera cada reflector como una serie de puntos donde ocurre la reflexión, un reflector interpretado en una sección sísmica se migra al construir arcos para cada fuente a lo largo de la sección, luego se dibuja una curva suave que conecta la tangente de estos arcos, como se muestra en la figura 10. La forma de los arcos representa los frentes de onda y depende de la distribución de la velocidad en la capa anterior a la interfase. La forma de los arcos cambia cuando existen cambios de velocidad lateral u horizontal, por ello se dice que la migración es un proceso dependiente de la velocidad.

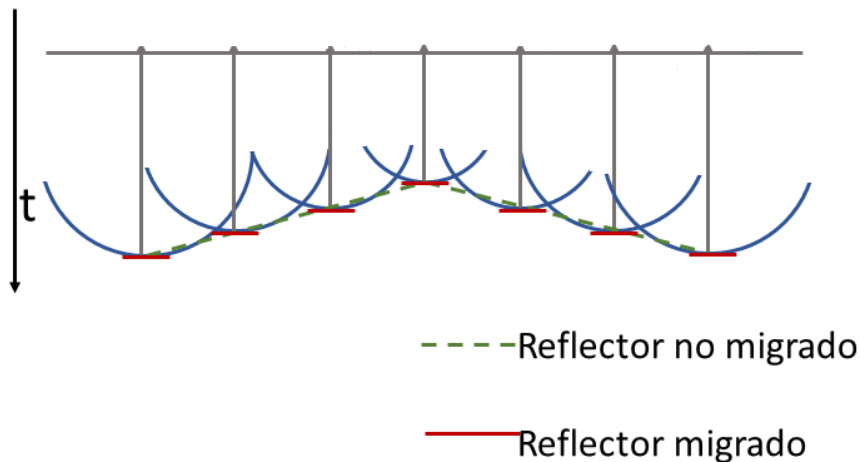


Figura 10. Construcción y migración de un reflector. *Imagen reconstruida de First Steps in Seismic Interpretación, p. 65 por Herron D.A., 2011, E.U.A, SEG*

Los algoritmos de migración se dividen en dos extensas categorías: métodos integrales y métodos de continuación del campo de ondas. En este trabajo

utilizamos el segundo método, el cual es un proceso que extrapola el campo de ondas para simular grabaciones a diferentes profundidades debajo de la superficie. Funciona en un volumen conceptual de información donde la migración conduce a una solución matemática que representa la energía transmitida por el paso de una onda en hipérbolas (Yilmaz, 2002). La energía representada en una sección en el dominio del tiempo se enfoca en los reflectores en cada nivel de profundidad donde difracciones a la misma profundidad tienen la misma forma, esto se debe a que la difracción en un medio donde la velocidad varía suavemente se aproxima en hipérbolas, en el caso contrario la forma de la difracción requiere del trazado de rayos o un análisis del frente de onda. Para el caso de un medio donde la velocidad cambia extremadamente rápido, se simplifica y se regresa a la representación hiperbólica (Bancroft, 2007).

El proceso de migración colapsa la energía en la difracción y coloca el reflector en su posición correcta; en datos no apilados se asumen reflectores puntuales en donde la energía se dispersa hacia la superficie. Esta energía es independiente de la ubicación de la fuente y depende solamente de la profundidad del reflector y la velocidad. Una vez que se determina la energía de difracción a distintas profundidades se clasifican los datos como recopilaciones del receptor y luego utilizando el principio de reciprocidad hacia abajo el receptor y la fuente enfocan la energía de reflexión en tiempo y desplazamiento cero.

2.4.1 Migración RTM

La Migración Reversa en el Tiempo (RTM) es el método de continuación de onda más intuitivo ya que no sufre limitaciones de ángulo y permite a las reflexiones derivar en imágenes. Está basada en la solución numérica bidireccional de la ecuación de onda. Sin embargo, es raramente aplicada debido a que computacionalmente es costosa. El método introduce un perfil de disparo (fuente-receptor) donde se definen dos campos de ondas, 1) el campo del receptor y el 2) el campo de la fuente, estos son propagados de forma independiente en el tiempo donde el segundo campo es retrogrado a éste, por lo que esta característica le otorga su nombre al método de migración (Biondi, 2004). La propagación retrograda en el tiempo usualmente usa la aproximación por diferencias finitas para resolver la ecuación de onda. Aquí las muestras en tiempo de la sección sísmica son usadas como la condición de frontera de la propagación hacia atrás, ésta inicia con el plano cero en x, z y t , ubicado en el fondo del volumen de datos que se muestra en la figura 11. Luego, se extrapola la propagación del campo de ondas hacia t_0 localizado en la cima del volumen de datos, donde se calculan instantáneas del plano x, z en diferentes tiempos. Para cada nivel de tiempo el valor de frontera cambia. En la figura 11, este cambio en las condiciones de frontera se representa por una línea punteada, la flecha verde indica el sentido de la propagación hacia atrás donde las

muestras de tiempo sucesivas son usadas hasta que se alcanza la superficie y se completa la imagen.

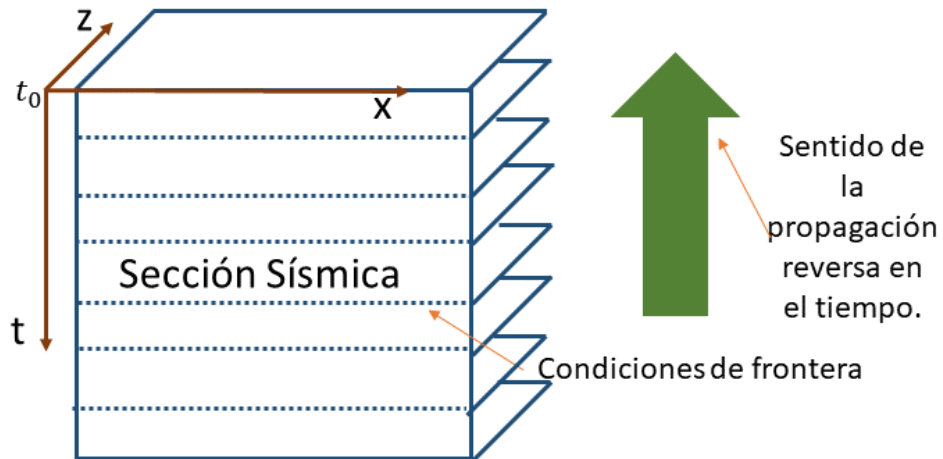


Figura 11. Esquema del funcionamiento de la RTM. *Imagen reconstruida y modificada de Seismic Data Analysis, p.492 por Yilmaz O., 2002, E.U.A, SEG.*

La imagen se construye por una *cros-correlación* de los dos campos de onda, en cada perfil fuente-receptor. A partir del principio de imagen descrito por Claerbout (1971), quien sostiene que el reflector existe en un punto del subsuelo cuando el campo de ondas de la fuente coincide en tiempo con el campo del receptor. Este principio es usado indistintamente en una sección en tiempo como en profundidad. La condición de imagen estándar en la migración RTM emplea la correlación del campo de ondas de la fuente y receptor mediante la expresión

$$I_i(x) = \sum_t S_i(x, t) * R_i(x, t) = \langle S_i, R_i \rangle$$

(Ec. 69)

Donde $I(x)$ es la condición de imagen, i representa el número de posición en el arreglo fuente-receptor, $S(x, t)$ el campo regular, $R(x, t)$ el campo reverso en el tiempo y $\langle - \rangle$ es el promedio en el tiempo. La magnitud de la imagen obtenida tiene una escala arbitraria que depende de la fuente, por lo que se dice que en la migración RTM no se representan amplitudes verdaderas al formar la imagen del medio. Esto ocurre debido a que después de aplicar el principio de imagen se obtiene la intensidad de la reflectividad la cual depende de los campos fuente y receptor, el tiempo y la posición (Cogan, Fletcher y King, 2011).

De lo anterior Cogan, Fletcher y King (2011), proponen normalizar la *cros-correlación* del principio de imagen para producir una amplitud adimensional, pero con la misma escala y signo al del coeficiente de reflexión. La corrección de la amplitud se realiza bajo ciertas condiciones como: la distribución regular de las

fuentes, la no existencia de atenuación en los campos y que el campo no presente submuestreo (aliasing), donde la imagen con normalización global (I_G) es definida por la siguiente expresión,

$$I_G = \frac{\sum_{i=1}^n \langle S_i, R_i \rangle}{\sum_{i=1}^n \langle S_i, S_i \rangle} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\langle S_i, S_i \rangle}{\sum_{i=1}^n \langle S_i, S_i \rangle} \right).$$

(Ec. 70)

Esta nueva condición se considera como un proceso post-imagen donde el esquema de normalización es más estable, tiene una respuesta suave para variaciones de rápida iluminación y construye una imagen, aunque la distribución de fuentes no sea regular, sin embargo, la calidad de imagen depende de la distribución y número de perfiles. En el algoritmo RTM se considera la simulación de fuentes simultáneas donde la distribución juega un papel clave.

2.5 Inversión

El método de migración sísmica se considera como la primera iteración de la solución al problema inverso. La inversión es el proceso para reconstruir las propiedades del medio a partir de datos observados. Tiene como objetivo buscar parámetros de interés en los que Tarantola (1986) destaca la importancia de tres indicadores que describen un medio elástico e isótropo: 1) Densidad (ρ) y los parámetros de Lamé 2) λ y 3) μ , o en su defecto las velocidades de las ondas P y S, α y β respectivamente. La elección de estos indicadores está relacionada con la eficiencia del algoritmo de inversión y el número de onda (Schuster, 2017).

El problema inverso en sísmica se resuelve iterativamente mediante procesos numéricos, en este trabajo la solución se basa en el cálculo de las derivadas de Fréchet para tomografía e inversión de fuente (finita) donde se utilizan dos simulaciones, la primera calcula el campo de velocidad de un modelo y la segunda se basa en el cálculo del campo adjunto, este último usa señales de la propagación retrograda en el tiempo en los receptores como fuentes ficticias simultáneas (Tarantola, 1984, 1986). Las derivadas de Fréchet representan la sensibilidad del sismograma con respecto al modelo de parámetros calculados numéricamente. El cálculo del adjunto se introduce como un medio para determinar una función de ajuste, sin embargo, este computo es complejo, pero es aplicado debido a que la solución del problema de inversión es evidente ya que inicia con la aproximación de una función gradiente.

La construcción de los kernels que caracterizan la función de ajuste se inicia expresando la relación entre ambos campos por mínimos cuadrados. Tromp, Tape

y Lui (2005), buscan minimizar las diferencias entre los datos de la forma de onda $d(x_r, t)$ grabados en un intervalo de tiempo $[0, T]$ en N estaciones con posición x_r donde $r = 1, \dots, N$ y los correspondientes a los datos sísmicos sintéticos $s(x_r, t, \mathbf{m})$ obtenidos por el vector del modelo (\mathbf{m}), por lo que la función de ajuste (χ) se expresa como:

$$\chi(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{r=1}^N \int_0^T \|s(x_r, t, \mathbf{m}) - d(x_r, t)\|^2 dt.$$

(Ec. 71)

La búsqueda de \mathbf{m} que caracteriza a el modelo consiste en la inversión iterativa que requiere la construcción de la derivada de Fréchet ($\delta\chi$) que denota la perturbación en el campo de desplazamiento (δ_s) debido a la perturbación de modelo (δ_m)

$$\delta\chi = \sum_{R=1}^N \int [s(x_r, t, \mathbf{m}) - d(x_r, t)] \delta_s(x_r, t, \mathbf{m}) dt.$$

(Ec. 72)

Se debe señalar que el cálculo de \mathbf{m} es extenso e impráctico, es por ello que las derivadas de Fréchet pueden ser determinadas mediante la aproximación de Born. En esta aproximación se representa un modelo genérico mediante los parámetros ρ y c_{ijklm} superponiéndose a otro modelo con parámetros $\delta\rho$ y δc_{ijklm} , donde ρ y $\delta\rho$ se refieren a la densidad, mientras que c_{ijklm} y δc_{ijklm} se refieren al tensor de esfuerzos. El solapamiento de estos modelos se representa como:

$$\delta_{si}(x, t) = - \int_0^t \int_V [\delta\rho(x') G_{i,j}(x, x'; t - t') \frac{\partial^2 s_j(x', t')}{\partial t'^2} + \delta c_{ijklm}(x') \frac{\partial' G_{i,j}(x, x'; t - t')}{\partial x'_k} \frac{\partial' s_m(x', t')}{\partial x'_l}] d^3 x' dt'.$$

(Ec. 73)

Donde x' y t' es el vector de posición y el tiempo en el modelo con parámetros $\delta\rho$ y δc_{ijklm} , V representa el volumen del modelo, $G_{i,j}$ es el tensor de Green. Si se sustituye la ecuación 73 en 72 se obtiene lo siguiente:

$$\delta\chi = - \sum_{R=1}^N \int_0^T [s_i(x_r, t, m) - d(x_r, t)] \int_0^t \int_V [\delta\rho(x') G_{i,j}(x_r, x'; t - t') \frac{\partial^2 s_j(x', t')}{\partial t'^2} +$$

+

$$+\delta c_{jklm}(x') \frac{\partial' G_{i,j}(x_r, x'; t - t')}{\partial x'_k} \frac{\partial'^{sm}(x', t')}{\partial x'_l}] d^3 x' dt' dt. \quad (\text{Ec. 74})$$

Luego se define el campo como:

$$\Phi_k(x', t') = \sum_{r=1}^N \int_t^T G_{i,k}(x_r, x'; t - t') [s_i(x_r, t) - d_i(x_r, t)] dt, \quad (\text{Ec. 75})$$

y haciendo uso de la reciprocidad del tensor de Green se reescribe la ecuación 75 de la forma:

$$\Phi_k(x', t') = \sum_{r=1}^N \int_{t'}^T G_{ki}(x', x_r; t - t') [s_i(x_r, t) - d_i(x_r, t)] dt, \quad (\text{Ec. 76})$$

si se sustituye $t \rightarrow T - t$ en la ecuación 76, se determina el campo de ondas reverso en el tiempo

$$\Phi_k(x', t') = \sum_{r=1}^N \int_0^{T-t'} G_{ki}(x', x_r; T - t - t') [s_i(x_r, T - t) - d_i(x_r, T - t)] dt. \quad (\text{Ec. 77})$$

Posteriormente se define la función de fuente adjunta f^+

$$f_i^+(x, t) = \sum_{r=1}^N \int_0^T [s_i(x_r, T - t) - d_i(x_r, T - t)] \delta(x - x_r) \quad (\text{Ec. 78})$$

donde se utiliza la ecuación del campo y la función de Green y se define la forma de onda del campo adjunto s_k^+

$$s_k^+(x', t') = \int_0^{t'} \int_V G_{ki}(x', x, t' - t) f_i^+(x, t) d^3 x dt \quad (\text{Ec. 79})$$

El campo adjunto es análogo al campo reverso en el tiempo, por lo que se introduce a la derivada de Fréchet mediante los kernels de ajuste y las perturbaciones relativas del modelo que se definen como:

$$\delta l_n \rho = \frac{\delta \rho}{\rho} \qquad \delta l_n c_{jklm} = \frac{\delta c_{jklm}}{c_{jklm}} \quad (\text{Ec.75})$$

Así, la derivada de Fréchet se define como

$$\delta \chi = \int_V [K_\rho(x) \delta l_n \rho(x) + K_{c_{jklm}}(x) \delta l_n c_{jklm}(x)] d^3 x. \quad (\text{Ec.76})$$

Los kernels de ajuste K_ρ y $K_{c_{jklm}}$ definidos en las derivadas de Fréchet que se construyen con respecto a los parámetros ρ y c_{jklm} , éstos se basan en el campo de desplazamiento $s(x, t)$ y el campo adjunto $s_k^+(x', t')$. La construcción de los kernels se muestra en la tabla 12 donde la clasificación de estos se realiza con respecto al parámetro que representan, debemos recordar que en este trabajo sólo nos enfocamos en la primera fila de la tabla, donde calculamos K_ρ y K_{cijlm} y donde el kernel K_{cijlm} se define en las figuras como K_k ya que utiliza únicamente los módulos elásticos donde λ y μ . Para definir los kernels e implementarlos en el esquema numérico desarrollado anteriormente García (2013) define el campo y la aceleración en los ejes x, z como:

$$s_{x(i,j)}^m = s_{x(i,j)}^{m-1} + \Delta t \left(v_{x(i,j)}^{m-\frac{1}{2}} \right) \qquad s_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^m = s_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m-1} + \Delta t \left(v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m-\frac{1}{2}} \right) \quad (\text{Ec. 80})$$

$$a_{x(i,j)}^m = \frac{\partial^2}{\partial t^2} s_{x(i,j)}^m \qquad a_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^m = \frac{\partial^2}{\partial t^2} s_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^m \quad (\text{Ec. 81})$$

Por lo que

$$a_{x(i,j)}^m = \frac{v_{x(i,j)}^{m+\frac{1}{2}} - v_{x(i,j)}^{m-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \qquad a_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^m = \frac{v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - v_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}^{m-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \quad (\text{Ec. 82})$$

		CONSTRUCCIÓN DE KERNELS	
PARÁMETROS	DIFERENCIALES DE FRÉCHET	KERNEL	
α, ρ, μ	$\delta\chi = \int_V [K_\rho(x)\delta\ln\rho(x) + K_{c_{jklm}}(x)\delta\ln c_{jklm}(x)]d^3x$	$K_\rho(x) = \int_0^T \rho(x) s^+(x, T-t) \cdot \partial_t^2 s(x, t) dt$ $K_{c_{jklm}}(x) = \int_0^T \epsilon_{jk}^+(x, T-t) c_{jklm}(x) \epsilon_{lm}(x, t) dt$	Donde ϵ_{lm} y ϵ_{jk}^+ denotan el tensor de esfuerzos y el tensor adjunto
α, ρ, μ	<p>Para un material isotrópico</p> $c_{jklm} = \left(\kappa - \frac{2\mu}{3}\right) \delta_{jk} \delta_{lm} + \mu(\delta_{jl} \delta_{km} + \delta_{jm} \delta_{kl})$ $\delta\chi = \int_V [K_\rho(x)\delta\ln\rho(x) + K_\mu(x) + \delta\ln\mu(x) + K_\kappa(x)\delta\ln\kappa(x)]d^3x$	$K_\mu(x) = \int_0^T 2\mu(x) D^+(x, T-t) : D(x, t) dt$ $K_\kappa(x) = -\int_0^T \kappa(x) [\nabla \cdot s^+(x, T-t) [\nabla \cdot s(x, t)]] dt$	Donde D^+ y D es el vector desviador de deformación y el adjunto
ρ, α, β	$\delta\chi = \int_V [K'_\rho(x)\delta\ln\rho(x) + K_\beta(x)\delta\ln\beta(x) + K_\alpha(x)\delta\ln\alpha(x)]d^3x$	$K'_\rho = K_\rho + K_\kappa + K_\mu$ $K_\alpha = 2 \left(\frac{\kappa + \frac{4}{3}\mu}{\kappa} \right) K_\kappa$ $K_\beta = 2 \left(K_\mu - \frac{4\mu}{3\kappa} K_\kappa \right)$	

Figura 12. Tabla para la construcción de kernels por diferenciales de Fréchet a partir de parámetros

3. Metodología

En el presente trabajo se tiene como objetivo principal mejorar una imagen, ésta consiste en una sección sísmica real con pobre calidad obtenida de datos sísmicos de reflexión que provienen de una zona con geología compleja. El método utilizado consiste en un algoritmo basado en los trabajos de García (2013), Dan (2014) y Lock (2006), el primero describe la inversión de onda completa y propone la implementación numérica utilizada en la técnica. Asimismo, el trabajo de Dan (2014) describe el proceso de interpretación utilizando esta herramienta para determinar horizontes geológicos en un modelo sintético con tectónica salina. Adicionalmente la obra de Lock (2006) propone una metodología de interpretación geológica cuando se utiliza la migración pre-stack en profundidad para zonas del golfo de México.

3.1 Algoritmo de Mejoramiento de Imágenes

El desarrollo de este trabajo se lleva a cabo utilizando el algoritmo de mejoramiento de imagen que se basa en 5 procesos principales mostrados en el esquema de la figura 13.

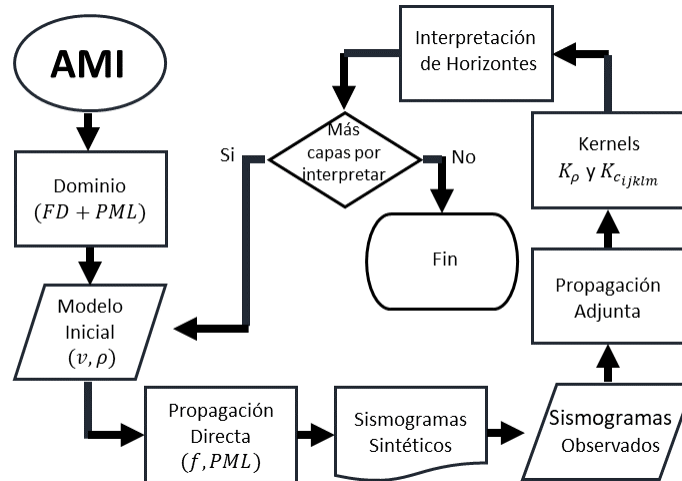


Figura 13. Algoritmo de Mejoramiento de Imágenes

Los procesos mostrados en el esquema se describen a continuación:

3.1.1 Creación del Dominio Computacional

El algoritmo de mejoramiento de imagen inicia con la creación de un dominio computacional en donde se realizará la simulación de la propagación de ondas sísmicas, el dominio consiste en un número finito de nodos que representa la

longitud del arreglo en x y la profundidad del modelo en z , a este arreglo se le añade a la izquierda, derecha y en la parte inferior un conjunto de nodos que forman las capas absorbentes como se muestra en la figura 14.

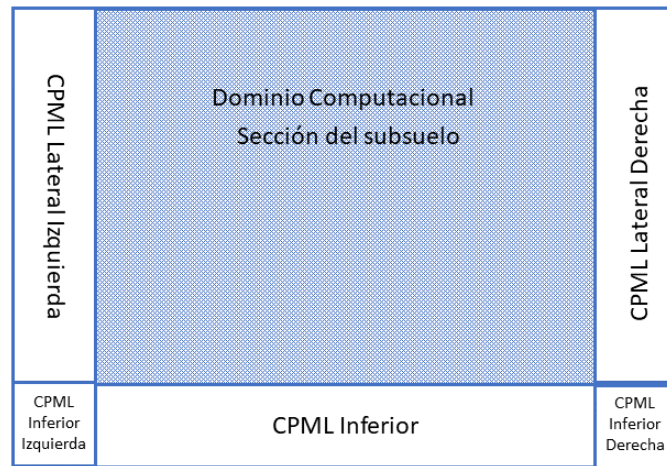


Figura 14. Esquema del dominio computacional que muestra la disposición de éste y las fronteras absorbentes

La discretización del espacio, tiempo y el rango de velocidad son claves para evitar la dispersión numérica, por ello el modelo inicial de velocidad y densidad esta discretizado en el espacio, esta disgregación inicia al fijar un rango para los valores de velocidad y densidad en el que se espera que se encuentre la secuencia sedimentaria, una vez determinado el rango se verifica que se cumpla la condición de estabilidad del algoritmo mostrada en la ecuación 34. Generalmente el modelo inicial es un gradiente ya que la inversión sísmica en la primera iteración aproxima la distribución de la velocidad y densidad por medio de los sismogramas observados.

La discretización en tiempo depende del número de trazas del sismograma observado y el tiempo de adquisición, por lo que se define el paso de tiempo Δt como la división entre los dos elementos anteriores.

3.1.2 Propagación Directa

Para iniciar la simulación de la propagación de una onda sísmica se implementa el esquema numérico descrito anteriormente que se basa en la solución de la ecuación de onda descrita en diferencias finitas mediante una distribución de la velocidad y esfuerzo usando el sistema *staggered grid*. En este simulacro se toma en cuenta las fronteras absorbentes descritas en la sección 2.3.4 ya que el uso de esta técnica permite que en la generación del campo de ondas regular se utilice una serie de fuentes-receptores a lo largo del eje x , que se conocen como **fuentes simultáneas**. Esta técnica es una aproximación del sistema fuente-receptor usado en la

exploración sísmica de reflexión y permite la obtención del campo de ondas completo, asimismo su uso acelera el tiempo de cómputo ya que mitiga el número de simulaciones y evita la construcción de la sección sísmica mediante *shotgathers* (García, 2013). El resultado de esta simulación es una sección sísmica sintética que representa el campo de ondas regular.

3.1.3 Propagación Adjunta

Una vez obtenido el campo de ondas regular se introducen los sismogramas observados, es decir los datos obtenidos en campo mediante una adquisición sísmica de reflexión, estos valores definen las condiciones iniciales de la propagación en el campo adjunto o retrogrado. La simulación de la propagación inicia al realizar una diferencia de los sismogramas directos y los observados, esta diferencia se añade como una modificación a la fuente (v_x, v_z) . Luego se procede a realizar la propagación adjunta que consiste en iniciar el cálculo del campo a través de los valores de los esfuerzos cortantes, normales y por último la velocidad, con el fin de modificar las condiciones de frontera. Finalmente se realiza la propagación, utilizando la misma malla y esquema numérico descrito anteriormente.

3.1.4 Generación de Kernel

En el método de migración reversa en el tiempo o RTM clásica, ambos campos el adjunto y el regular se correlacionan basándose en el principio de imagen propuesto por Claerbout (1971), lo anterior es aplicable al realizar una transformada de Fourier de los campos, conjugar el campo regular y multiplicar por el campo adjunto. Sin embargo, en este trabajo y conforme a lo descrito en la sección de Inversión, se establece que la creación de las perturbaciones relativas en el dominio, la construcción del kernel de densidad y el kernel de parámetros elásticos proveen la aproximación del medio mediante la diferencial de Fréchet. Asimismo, la construcción de los kernels que forman la diferencial, se basa en la interacción de ambos campos e identifica el contraste de las impedancias en el medio. En la implementación del algoritmo es imperativo tener acceso simultáneo a los campos $s(x, t)$ y $s^+(x, t)$ y generar arreglos separados que representen y almacenen cada variable calculada en la propagación. Los kernels se generan a partir del cálculo de la segunda derivada del desplazamiento, valores de densidad, parámetros de Lamé y esfuerzos para cada valor en x y z respectivamente. Tarantola (1988) indica que en un modelo con límites absorbentes, la integración del campo regular con el campo hacia atrás implica deshacer los efectos de atenuación en un proceso numéricamente estable, por lo que García (2013) construye los kernels utilizando la propagación regular y adjunta mediante fuentes simultaneas y fronteras absorbentes que proveen la representación de la interacción de los campos. También García (2013) destaca que la imagen obtenida o kernel puede no mostrar

claramente las interfases, sin embargo, este autor observa que las estructuras se encuentran en la imagen. Simplemente, y como anteriormente se mencionó, en la migración RTM la superposición de los campos no otorga una amplitud verdadera (Cogan, Fletcher y King, 2011). Por ello y como también los kernels representan la superposición de los campos una vez que se obtienen los kernels, se aplica en cada uno de ellos la ecuación de normalización global donde el resultado se conoce como kernels normalizados.

3.1.5 Identificación de Horizontes

Todo el proceso realizado en el algoritmo de mejoramiento de imagen permite la interpretación manual de un horizonte geológico, el cual no era necesariamente visible en la sección sísmica original. Uno de los kernels es transformado en un nuevo modelo de velocidad y densidad y es reintroducido en el segundo paso de este algoritmo como un modelo inicial. Este nuevo modelo se construye con los horizontes interpretados y el gradiente. Con el fin de visualizar las interfases a mayor profundidad, el mejoramiento de imágenes a través de la interpretación iterativa de los kernels da como resultado una imagen que se aproxima a la distribución de velocidad y densidad del medio.

3.2 Implementación del Algoritmo de Mejoramiento de Imagen

Para ejemplificar el uso del algoritmo de mejoramiento de imagen utilizamos el problema directo donde creamos un modelo de velocidad y densidad y calculamos los valores observados, es decir la predicción del tiempo de viaje de una onda sísmica desde la fuente hasta su receptor como respuesta del modelo planteado, luego generamos una sección sísmica sintética y posteriormente aplicamos el algoritmo de mejoramiento donde obtenemos los campos de velocidad (regular y reverso) y los kernels que representan el medio. El modelo propuesto consiste en 3 capas con velocidades iguales a 1500, 2000, 3000 m/s y densidades de 1030, 2000, 2350 Kg/m³ respectivamente. La distribución de estos valores se ilustra en la figura 15. A partir del algoritmo mostrado en la figura 13 describimos el proceso de obtención de imagen donde enfatizamos algunas características del método:

Creación del Dominio Computacional. La definición del semiespacio en el cual se llevó a cabo la simulación consta de 500 nodos en x y 250 nodos en z que representan 5 Km de extensión y 2Km de profundidad, por lo que $\Delta x = 10.0200\text{m}$ y $\Delta z = 8.0321\text{m}$. Asimismo, al dominio se le agregaron 50 nodos a la izquierda, derecha y debajo del semiespacio para simular las fronteras absorbentes. En la figura 16 se representa lo realizado en este paso.

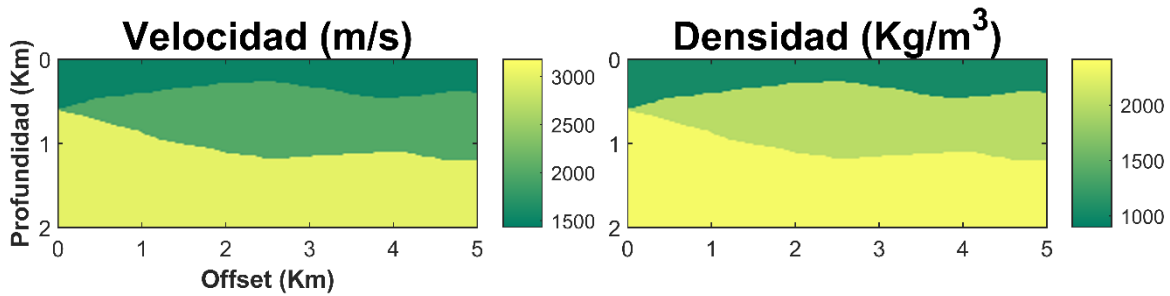


Figura 15. Modelo sintético de velocidad y densidad

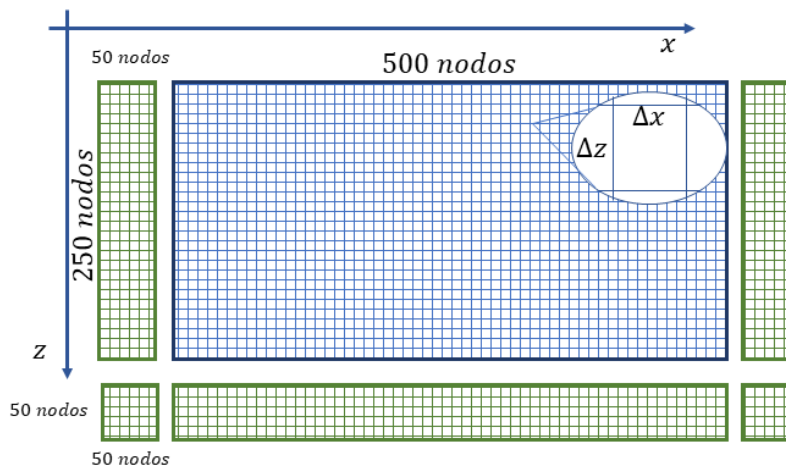


Figura 16. Creación del dominio computacional de un modelo sintético

Creación del Modelo Inicial. Debido a que este ejemplo es un problema directo, la creación del modelo inicial se realiza dos veces. La primera construye el modelo sintético antes mencionado y en la segunda construye un gradiente de velocidad y densidad, este gradiente toma un rango de velocidad de $[3000 - 1500 \text{ m/s}]$ y densidad de $[2350 - 1030 \text{ Kg/m}^3]$ y lo divide entre el número de nodos que conforman el dominio, recordando que cada nodo tiene como dimensión $(\Delta x \times \Delta z)$. El modelo inicial que corresponde al gradiente se representa en la figura 17.

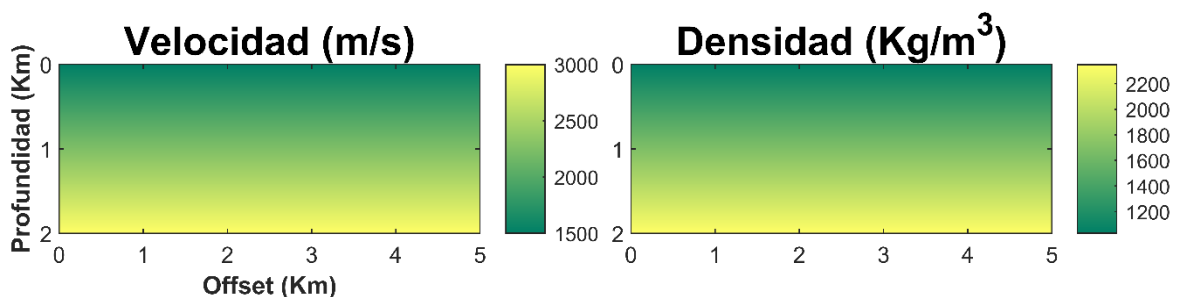


Figura 17. Gradiente de velocidad y densidad como modelo inicial sintético

Propagación Directa. La propagación directa inicia con establecer la posición de las fuentes y receptores. En este ejemplo se hace uso de fuentes simultáneas ubicadas en cada nodo del dominio, asimismo el número de receptores coinciden con el número de fuentes por lo que se cuenta con 500 fuentes y receptores colocadas en cada nodo en x y en el primer nodo en z . El número de receptores coincide con el número de trazas en un sismograma. El tiempo de adquisición fue de 1.6 s con un paso de tiempo $\Delta t = 0.001s$. Se utilizó una fuente con una presión máxima de detonación de $80[kbar]$ y una frecuencia dominante de $4[Hz]$ expresada por la función dada en la ecuación 36. Luego se generaron las fronteras absorbentes tomando en cuenta el coeficiente de reflexión teórico $R_c = 0.000001$, el número de dimensión $nd = 2$, y la velocidad promedio $cp = 2166 m/s$, lo anterior permitió definir los perfiles de amortiguamiento dx y dz . Luego se incluyó al algoritmo de imagen el modelo inicial y se verificó la condición de estabilidad dada en la ecuación 34 que se calcula en cada nodo del dominio. Posteriormente se inicia la propagación con el cómputo de los parámetros de Lamé, luego se implementó la fuente en los esfuerzos normales (ϵ_{xx} y ϵ_{zz}) y se inició el cálculo de las variables mostradas en el esquema explícito de la sección 2.3. Las figuras que se muestran en la imagen 18 exhiben el campo de ondas en el tiempo 0.001, 1.001 y 1.501 s. En estas ilustraciones el número de nodos es mayor ya que se representan el dominio con las capas absorbentes.

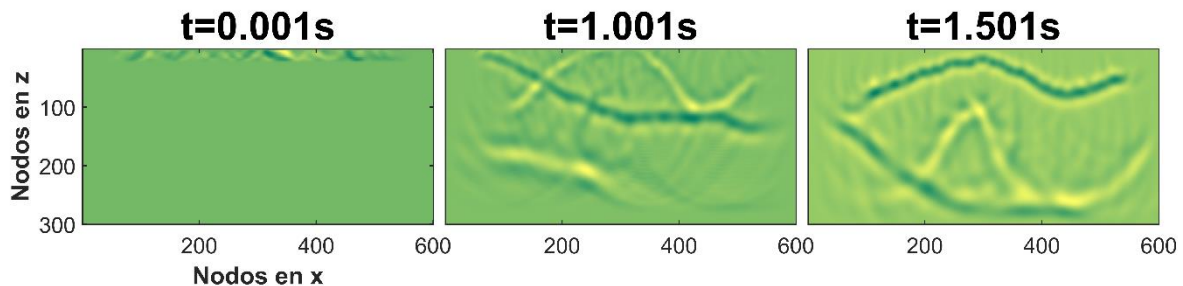


Figura 18. Snapshots de la propagación directa en un modelo sintético

Sismogramas Sintéticos. Luego de simular la propagación se obtienen los sismogramas que consisten en 500 trazas con extensión de 1600 pasos en el tiempo. En el caso de la primera iteración donde el modelo inicial es un gradiente de velocidad, observamos que los sismogramas obtenidos (figura 19) no muestran ningún reflector ya que el cambio de la impedancia fue gradual y solo se observa el arribo de la onda directa. Este arribo en el caso sintético se resta a los sismogramas observados para eliminar la onda directa de éstos.

Sismogramas Observados. En el caso de los sismogramas observados estos son el resultado de simular la propagación de una onda cuando se implementa como modelo inicial la distribución de la figura 15. Al igual que en el caso sintético este

tiene el mismo número de trazas y extensión en el tiempo. En el algoritmo de mejoramiento de imágenes este sismograma no se modifica a lo largo de las iteraciones.

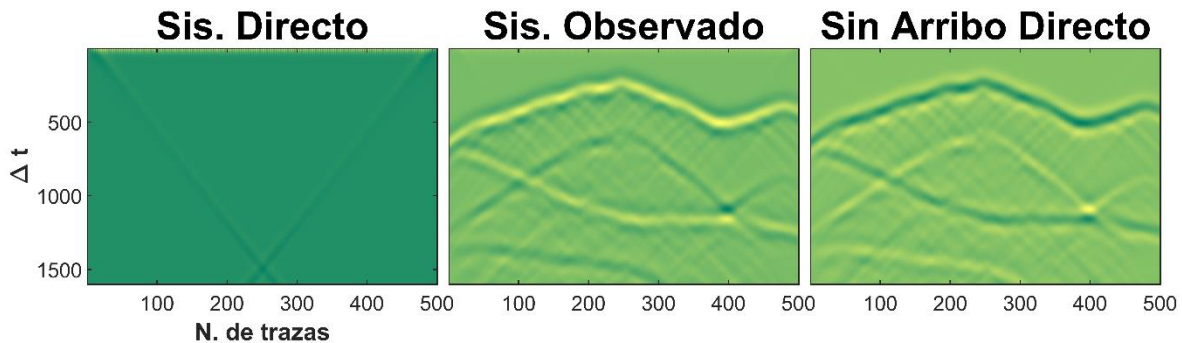


Figura 19. Sismogramas directos y observados de un modelo sintético

Propagación Adjunta. La obtención del campo adjunto inicia en el algoritmo cuando se obtiene la diferencia de los sismogramas observados y los sintéticos, este valor se suma en lugar de los esfuerzos normales a los valores de velocidad. Posteriormente se accede a las condiciones de frontera calculadas mediante la propagación directa y se estima el campo de ondas reverso. La figura 20 al igual que en la propagación regular muestra el campo de ondas en 0.001, 1.001 y 1.501 s. respectivamente.

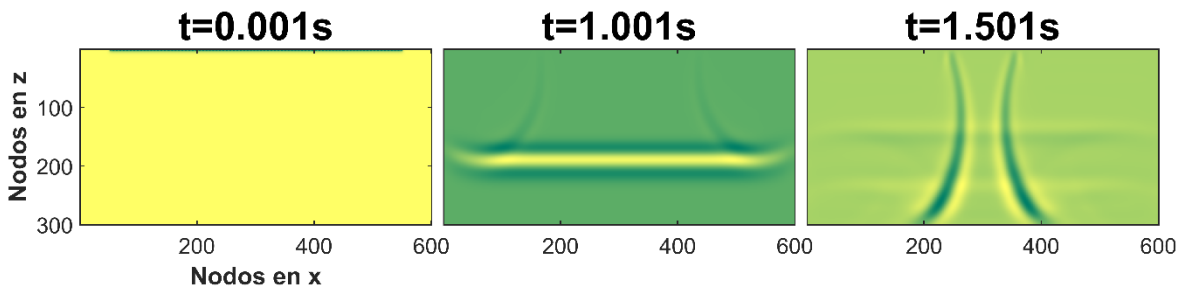


Figura 20. Snapshots de la propagación adjunta en un modelo sintético

Generación de Kernels. La generación de los kernels utiliza el desplazamiento en x y z , la densidad, los parámetros de Lamé, la aceleración del campo regular y la velocidad tanto del campo adjunto como del regular. La interacción de los distintos valores de impedancia en el medio es lo que proporciona la imagen que representa la distribución del subsuelo. La figura 21 muestra los kernels obtenidos de la primera iteración, en ellos se exhiben ligeras diferencias y variaciones con respecto al modelo propuesto, esto se debe a la sensibilidad del algoritmo en los parámetros que representa.

Definición de Horizontes. Una vez que se han obtenido los kernels es posible visualizar el modelo del subsuelo, generalmente se inicia la interpretación

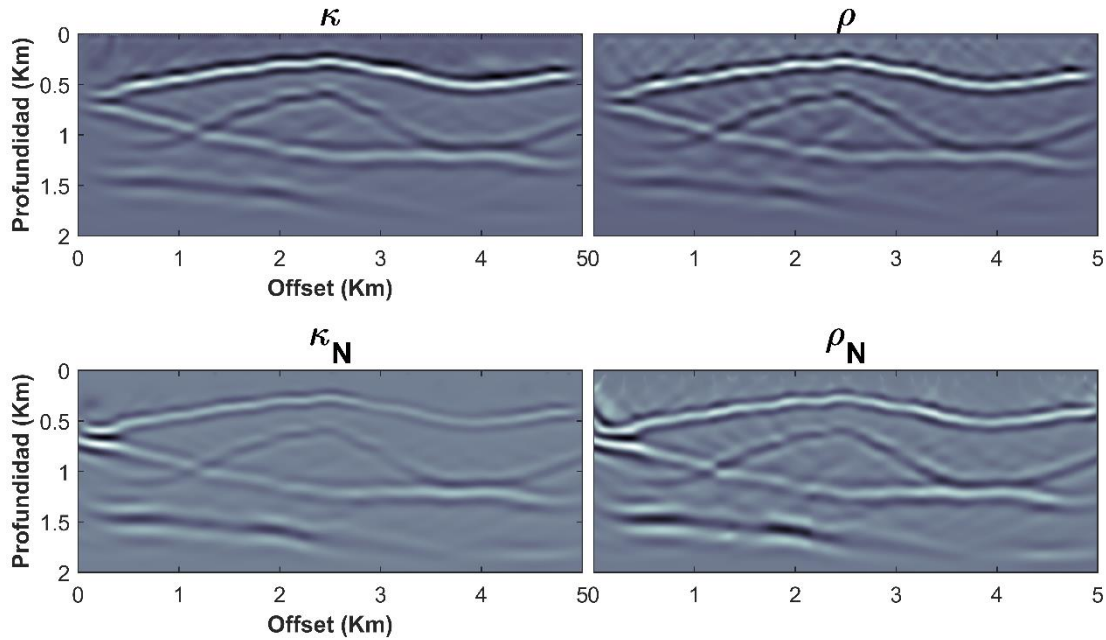


Figura 21. Kernels obtenidos de la primera iteración de un modelo sintético.

definiendo la primera capa para luego visualizar las demás. Aunque en este caso no es necesario ya que es evidente la presencia de las dos interfases. Sin embargo, y como se mencionó anteriormente se muestra ligeras diferencias entre el kernel y el modelo por lo que se inicia el proceso de detección de horizontes. Primero se busca el kernel que mejor determine el primer horizonte. En este ejemplo se utiliza el kernel rho normalizado ($K\rho_N$). Luego se identifica la primera interfase y se genera el modelo que consiste en la capa identificada y un gradiente subyacente a ésta. Lo anterior se muestra en la figura 22.

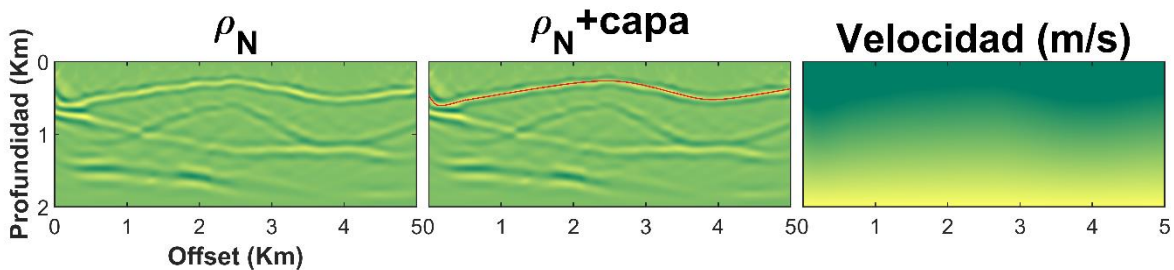


Figura 22. Identificación del primer horizonte en un modelo sintético.

Proceso Iterativo. Al marcar la primera interfase, asignarle la velocidad y aplicar nuevamente el algoritmo, el kernel resultante sigue aproximándose a su posición verdadera independientemente de la capa que le asignamos, esto se evidencia en el kernel $K\rho_N$ obtenido de la segunda iteración donde se observa que la posición de la interfase no depende de nuestra interpretación de horizontes ya que en la

imagen se muestra que la línea del horizonte predicho difiere de la verdadera posición de éste, esto se muestra en la figura 23 en la flecha roja.

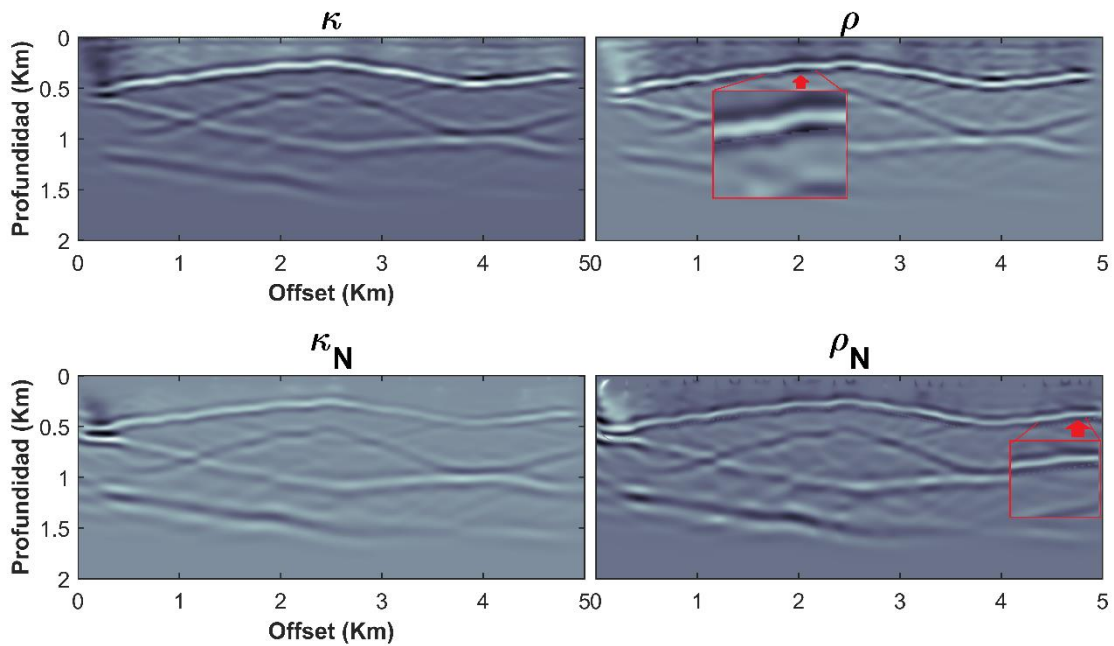


Figura 23. Kernels obtenidos de la segunda iteración de un modelo sintético.

Adicionalmente, se nota que la segunda interfase se sigue reposicionando por lo que se delimita la segunda capa, se asigna el valor de densidad y velocidad (figura 24) y se aplica nuevamente el algoritmo de imagen. Se debe destacar que la identificación de los horizontes depende de la polaridad de estos, en este caso éstos se diferencian de los múltiples porque tienen un color claro a diferencia de las reflexiones espurias.

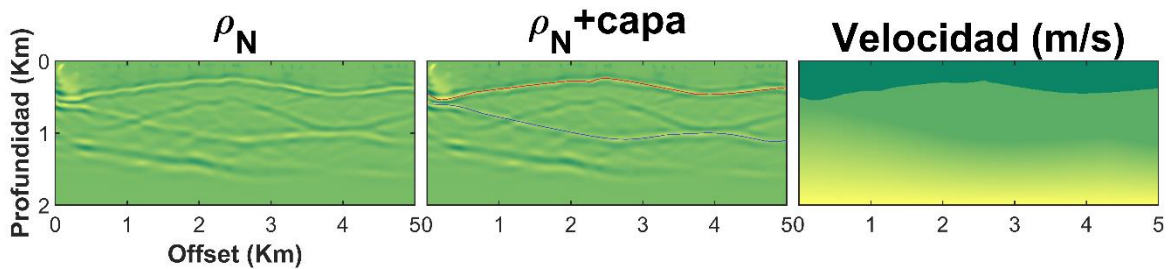


Figura 24. Identificación del segundo horizonte y reposicionamiento del primero en un modelo sintético.

Finalmente obtenemos los kernels que ya muestran la posición correcta de los reflectores ya que se ve que se ajustan las dos capas interpretadas con las reales y éstas corresponden a las propuestas en modelo inicial. Asimismo, se agudiza el cambio de polaridad que identifica a los reflectores de los múltiples y se nota la iluminación de las interfases. Por lo que se concluye que la asignación de una

interfase en cada iteración es una buena medida de aproximar cada capa a su posición real. La figura 25 muestra el kernel $K\rho_N$ de la tercera iteración y el ajuste con el modelo inicial en esta imagen se comprueba como se recupera la imagen al paso de las iteraciones.

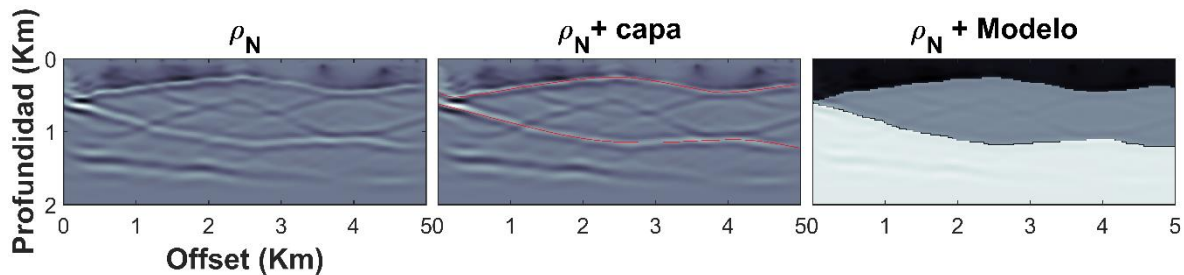


Figura 25. Kernels ρ_N obtenidos de la primera y tercera iteración de un modelo sintético y su comparación con el modelo inicial.

3.3 Metodología de Interpretación Geológica en Zonas con Tectónica Salina

Anteriormente se mencionó que el mejoramiento de imagen es un proceso iterativo que permite la construcción de una imagen que representa una sección geológica en profundidad. Para satisfacer el objetivo de este trabajo se implementa el algoritmo anterior en una sección sísmica con tectónica salina por lo que se sigue la metodología propuesta por Lock (2006) y Dan (2014) quienes desarrollaron una serie de pasos para interpretar las interfases, definir las estructuras y los cuerpos salinos. Lock (2006) propone una metodología de interpretación de horizontes válida únicamente para estudios marinos y de tectónica salina que consiste en un proceso iterativo de migración e interpretación basado en los pasos mostrados a continuación.

Cabe señalar que la interpretación del cuerpo de sal no es siempre directa, requiere de probar diversos escenarios especialmente para interpretar la base de éste ya que la definición de la imagen es pobre en estos casos. Se debe tomar en cuenta que las distorsiones subsalinas son comunes y se debe alentar el corregir malas interpretaciones, para ello se debe considerar la geometría en estos estratos que generalmente indican la abundancia o falta de sal y donde se identifica fácilmente elevaciones o hundimientos sin una razón geológica aparente. Además, la interpretación errónea de la geometría salina provoca un desajuste en la secuencia sedimentaria, lo anterior se ejemplifica en la figura 26 en la cual la línea sólida café indica el fondo del cuerpo de sal y la línea punteada expresa posibles interpretaciones del estrato.

1. Encontrar el fondo marino y asignar una velocidad correcta al tirante de agua.
2. Establecer a partir del fondo una capa de sedimento con velocidades reales y correspondientes a la región
3. Interpretar la cima de la sal
4. Inundar a partir de la cima de sal el modelo con la velocidad correspondiente a ésta, aproximadamente 4500 m/s.
5. Interpretar la base de la sal
6. Definir el cuerpo de sal
7. Definir y asignar velocidades a horizontes subsalinos

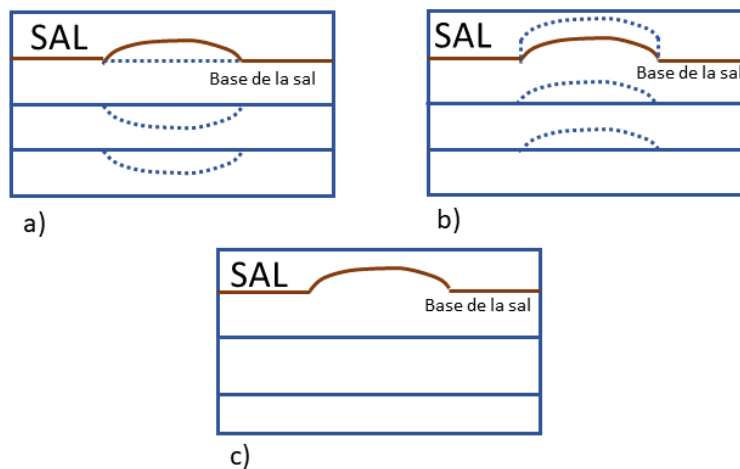


Figura 26. Interpretación de la base de un cuerpo salino. *En el inciso a) se observa que al interpretar siguiendo la secuencia sedimentaria no se provee la geometría correcta, en el inciso b) muestra la interpretación incorrecta de la base del cuerpo de sal, ya que se sobre o sub estima el límite de la sal y se generan horizontes geológicos poco probables. El inciso c) muestra la posición verdadera de la base del cuerpo de sal.*

Para la correcta interpretación de la geometría salina se utiliza el algoritmo de mejoramiento de imagen, adicionalmente se hace uso de la metodología propuesta por Dan (2014) la cual indica que, una vez que se ha identificado la cima de la sal existen tres casos para poder determinar la base.

- **Caso A:** Se inunda a partir de la cima todo el dominio con velocidad y densidad correspondiente a la sal, se aplica el algoritmo de mejoramiento de imagen y se espera que la alta velocidad de este horizonte ilumine y defina el cuerpo salino y horizontes subyacentes.

El caso B y C parten de la suposición de eventos poco definidos.

- **Caso B:** En este caso luego de que se determinó la cima de la sal, se establece una posible base de ésta, posteriormente se aplica el algoritmo de mejoramiento y se espera como respuesta la iluminación del cuerpo salino en la imagen. Este objeto debe presentar una forma ya definida o en caso contrario que en la imagen se destaque e ilumine si la geometría inferida es correcta.
- **Caso C:** Para este caso se considera que a partir de la cima del cuerpo de sal se interpreta un horizonte subsalino, a esta interfase se le asigna una velocidad y se emplea el algoritmo de mejoramiento de imagen. En el modelo de velocidades, el gradiente delimita la cima y el horizonte subsalino y luego de la iteración se espera que el cuerpo de sal se defina.

3.4 Implementación del Algoritmo de Mejoramiento e Interpretación Geológica en Zonas con Tectónica Salina

Para ejemplificar la implementación del algoritmo de imagen en una zona con tectónica salina se parte nuevamente del problema directo, en este caso se construye un modelo con el mismo tamaño y características que el problema visto en la sección 3.2, solamente se modifica la distribución de velocidad y densidad al agregar otra interfase y un cuerpo de sal por lo que el modelo propuesto contiene los valores de velocidad iguales a 1500, 2000, 3000, 4000, 4500 m/s y de densidad de 1030, 2000, 2350, 2400, 2180 Kg/m³ respectivamente, el último valor de velocidad y densidad pertenecen a un cuerpo de sal, donde la distribución del modelo propuesto se muestra en la figura 27.

Análogamente al proceso realizado en la sección 3.2. se aplica el algoritmo de mejoramiento de imagen. Sin embargo, para la interpretación de los horizontes geológicos se sigue la metodología de Dan (2014) y Lock (2006) por lo que a continuación se muestran los kernels obtenidos en las iteraciones y el proceso de interpretación geológica.

Primer Horizonte. La determinación del primer horizonte consiste en establecer el

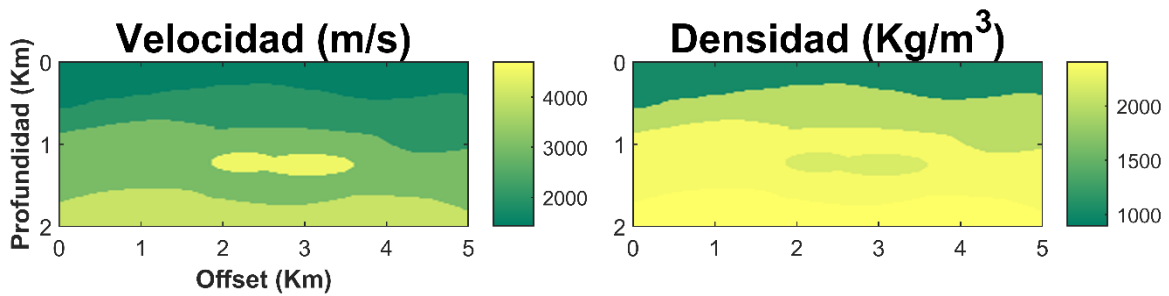


Figura 27. Modelo sintético de velocidad y densidad que representa tectónica salina.

fondo marino y asignar la velocidad de la capa de agua por lo que después de aplicar la primera iteración del algoritmo de mejoramiento de imagen obtenemos los kernels mostrados en la figura 28.

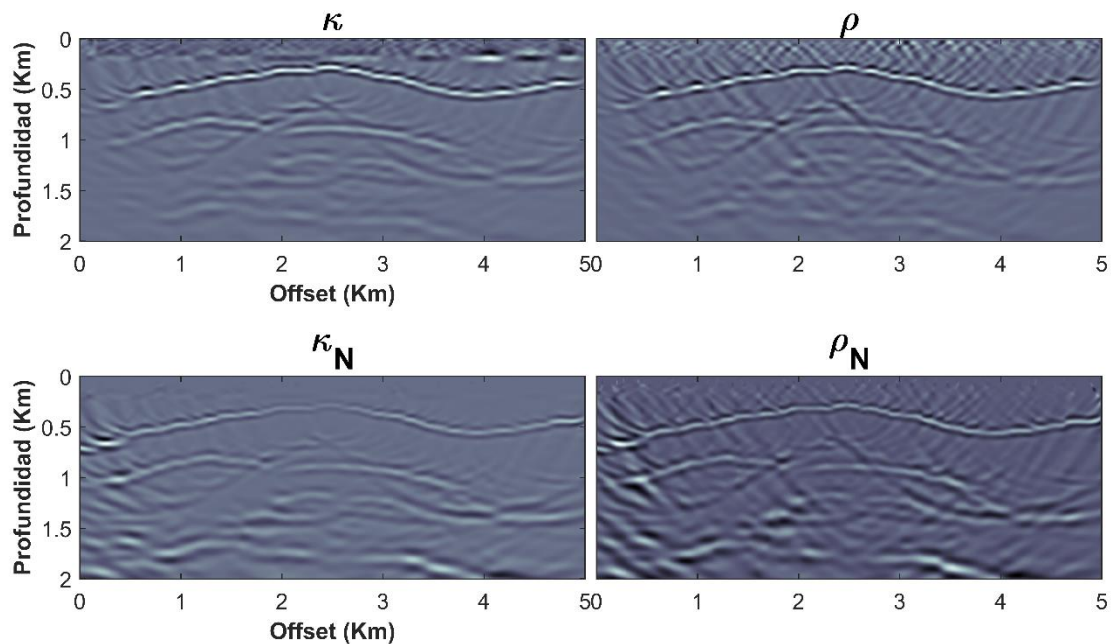


Figura 28. Kernels obtenidos de la primera iteración del modelo sintético con tectónica salina

De los kernel obtenidos se observa que la primera capa esta mejor definida en el kernel $K_{\rho N}$ por lo que se utiliza éste para generar el modelo de velocidad. En las imágenes se observa una segunda capa poco definida y posiblemente el cuerpo de sal, pero no se observa el horizonte subsalino completo por ello se realiza una segunda iteración con el modelo de entrada mostrado en la figura 29.

Segundo Horizonte. La determinación del segundo horizonte consistió en establecer una capa de sedimento y asignación de la velocidad en la capa, a partir del resultado de la segunda iteración del algoritmo que consisten en los kernel mostrados en la

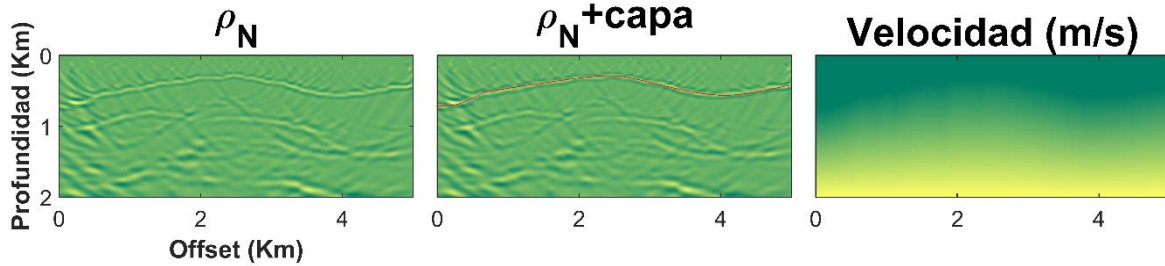


Figura 29. Establecimiento del modelo con la primera capa a partir de los kernels obtenidos de la primera iteración.

figura 30, en esta ilustración se observa que la segunda capa esta mejor definida en el kernel $K_{\kappa N}$ por lo que se utiliza éste para generar el modelo de velocidad.

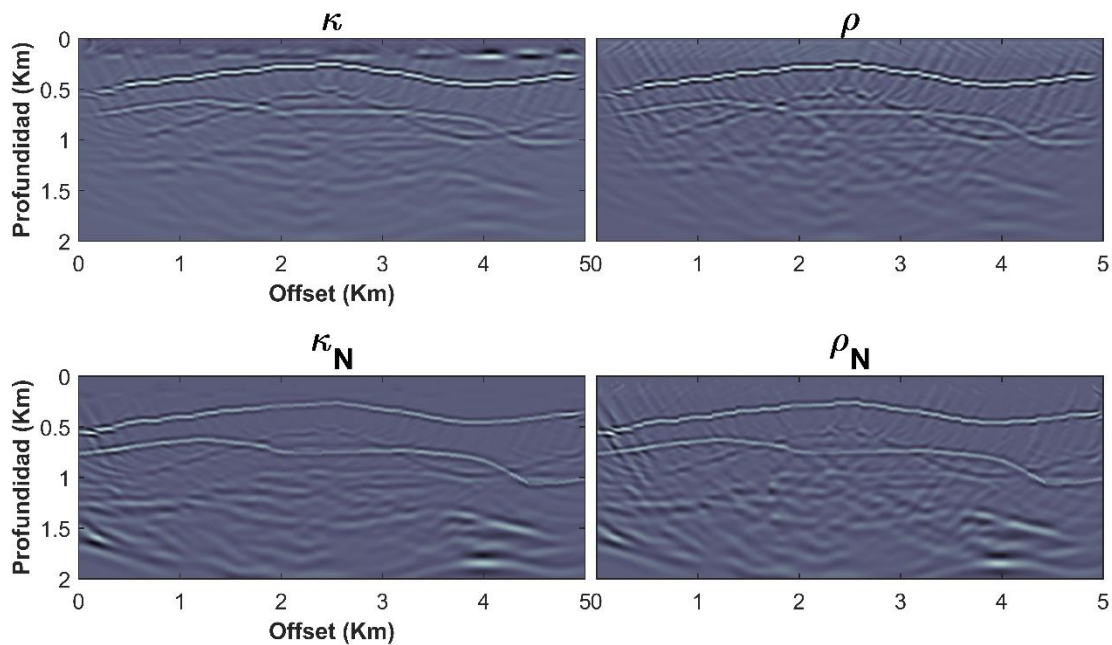


Figura 30. Kernels obtenidos de la segunda iteración del modelo sintético con tectónica salina

En las imágenes obtenidas se observa un indicio del horizonte subsalino, pero no se nota el cuerpo de sal definido, aunque se identifica la zona en la que éste se encuentra, por ello se realiza una tercera iteración con el modelo de entrada mostrado en la figura 31.

Definir la cima de la sal. Para interpretar la cima de la sal se parte de los kernel de la tercera iteración mostrados en la figura 32, en estas imágenes se observan las primeras dos interfases y la cima de sal, sin embargo, el horizonte subsalino y la base del cuerpo de sal se encuentran poco definidos, por lo que se busca en estas imágenes el kernel con mejor definición.

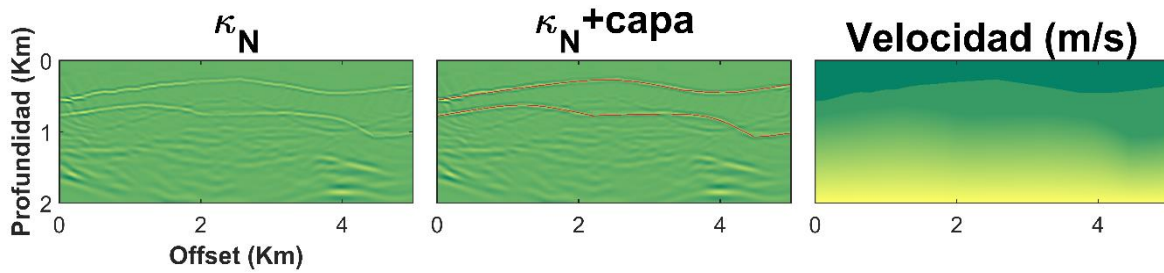


Figura 31. Establecimiento del modelo de velocidad a partir de los kernels de la segunda iteración.

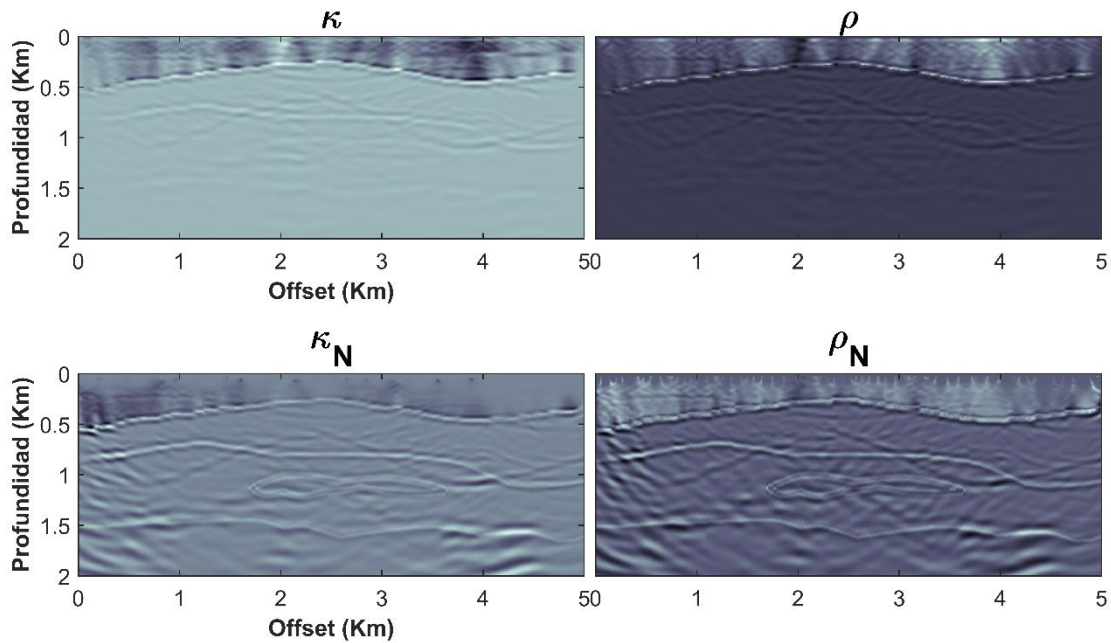
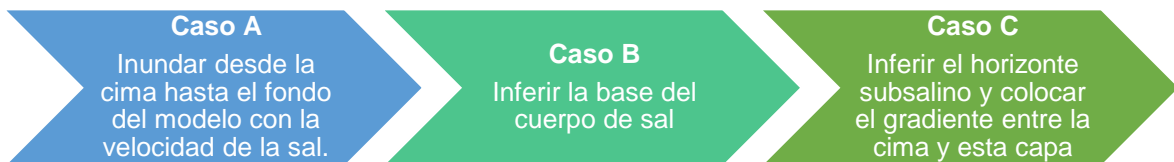


Figura 32. Kernels obtenidos de la tercera iteración del modelo sintético con tectónica salina.

El kernel $K_{\rho N}$ es la matriz de aproximación que utilizamos para establecer las interfases y la cima de la sal, recordando que a partir de esta última se consideran los casos propuestos por Dan (2014) que son:



A partir de la identificación de la cima de sal se interpretan y generan 3 modelos iniciales. En la figura 33 se muestran las interpretaciones para que se cumplan los tres casos propuestos por Dan (2014). Una vez que se han interpretado las interfases, se define el modelo inicial para aplicar el algoritmo de mejoramiento de

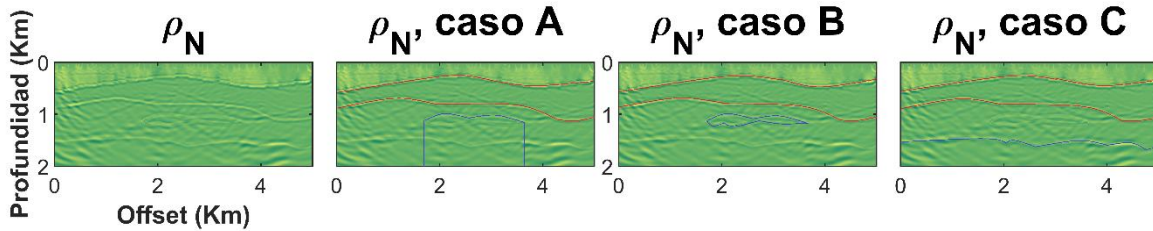


Figura 33. Interpretación del kernel K_{ρ_N} de la tercera iteración donde se establecen los modelos para los casos descritos por Dan (2014).

imagen en cada caso. La figura 34 muestra los modelos iniciales de la cuarta iteración para los casos A, B y C.

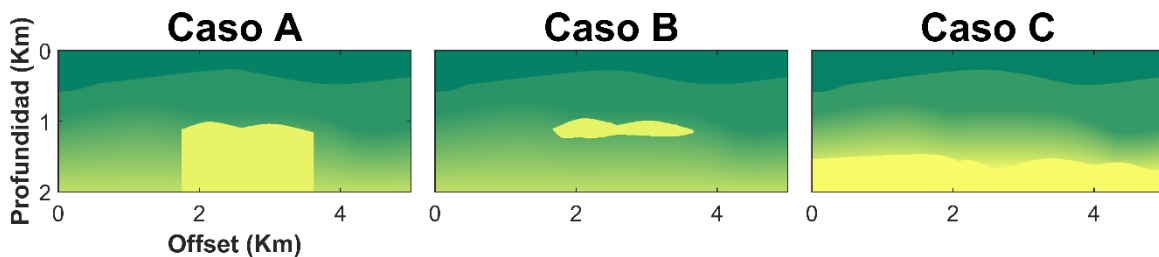


Figura 34. Modelos iniciales de los tres casos de interpretación de un cuerpo salino.

Definir el cuerpo de sal. En la figura 35 solamente se muestran los kernels normalizados obtenidos de la cuarta iteración para los casos A, B y C. En estas imágenes se observa que en los kernels K_{κ_N} de los casos A y B determinan la base del cuerpo de sal, sin embargo, para estos casos el horizonte subsalino se encuentra deformado.

Definir el horizonte subsalino. En el kernel K_{κ_N} del caso C, se observa el horizonte subsalino sin deformar y el cuerpo de sal, sin embargo, este último no se encuentra tan definido como en los casos anteriores, por lo que combinando el kernel K_{κ_N} del caso B y C se genera un modelo para realizar una cuarta iteración. El modelo de velocidad y densidad en el que definimos el cuerpo de sal y el horizonte subsalino, se muestra en la figura 36.

Los kernel obtenidos en la quinta iteración se exhiben en la figura 37 en la imagen se identifica el cuerpo de sal y el horizonte subsalino ya sin deformar, el kernel que representa mejor el modelo final es el K_{ρ_N} .

La comprobación de la metodología se muestra en la figura 38 en esta imagen se exhibe el kernel K_{ρ_N} de la primera y quinta iteración y adicionalmente se muestra la superposición de este último con el modelo inicial donde se comprueba la recuperación de la imagen. Al concluir el proceso iterativo la definición del cuerpo

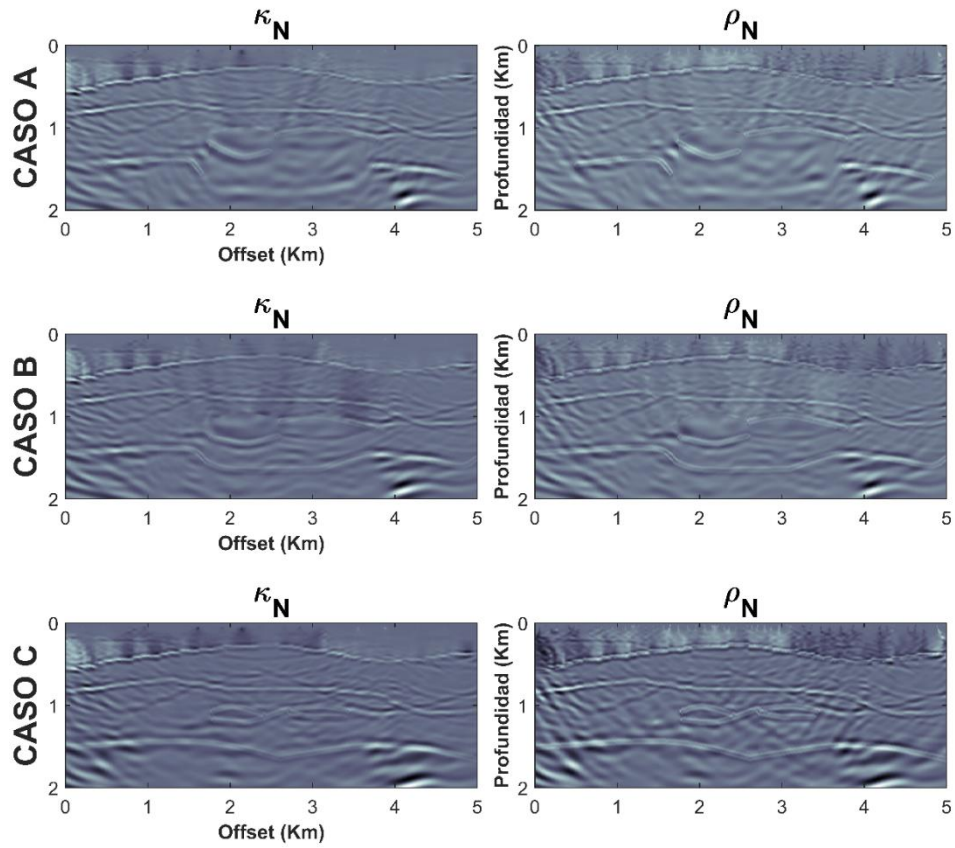


Figura 35. Kernels obtenidos al aplicar los 3 casos propuestos por Dan (2014) en un modelo sintético con tectónica salina.

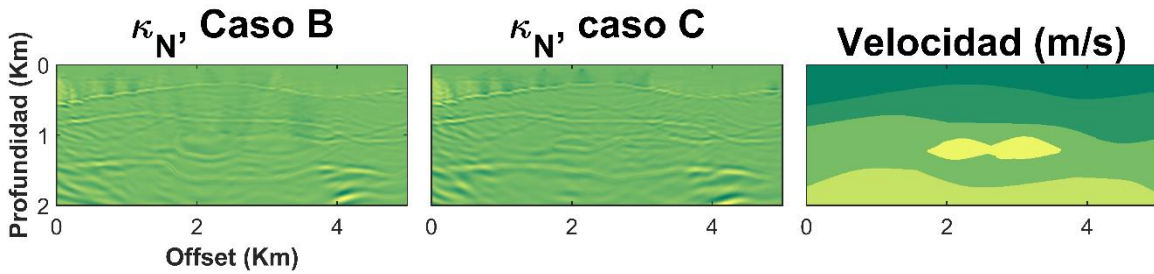


Figura 36. Establecimiento del modelo inicial para la cuarta iteración de un modelo sintético con tectónica salina.

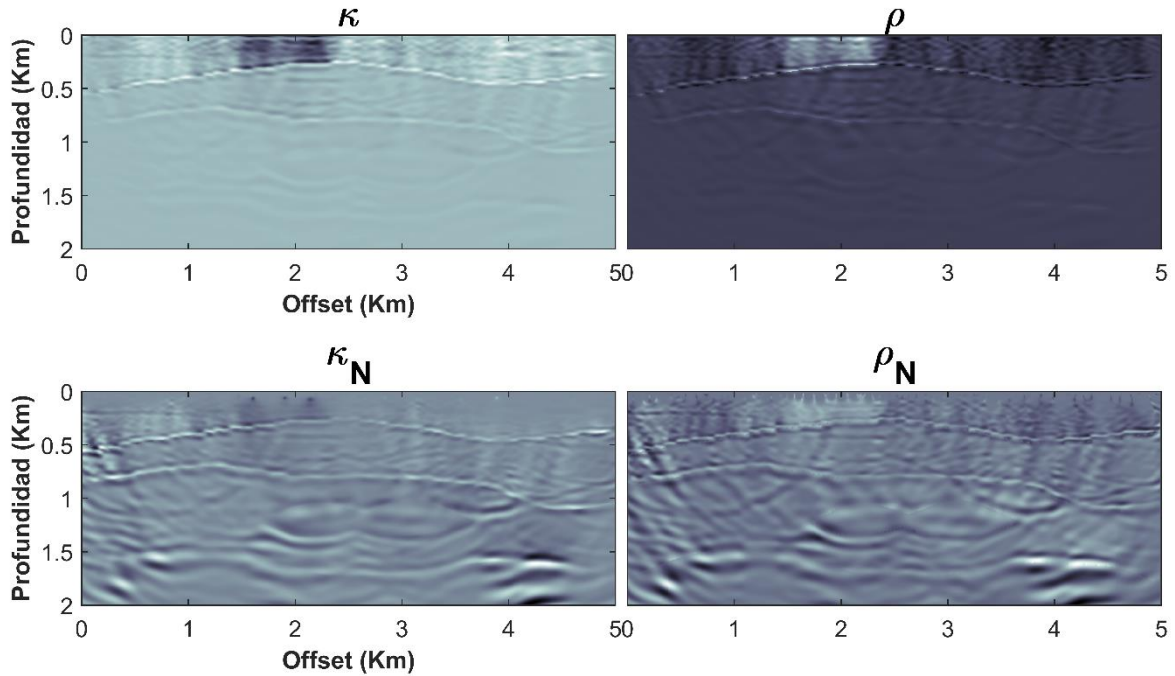


Figura 37. Kernel obtenidos de la cuarta iteración del modelo sintético con tectónica salina.

de sal muestra ligeramente un volumen mayor al del modelo. Asimismo, se comprueba la importancia del proceso de aproximación ya que la primera iteración dista mucho de la distribución propuesta del medio.

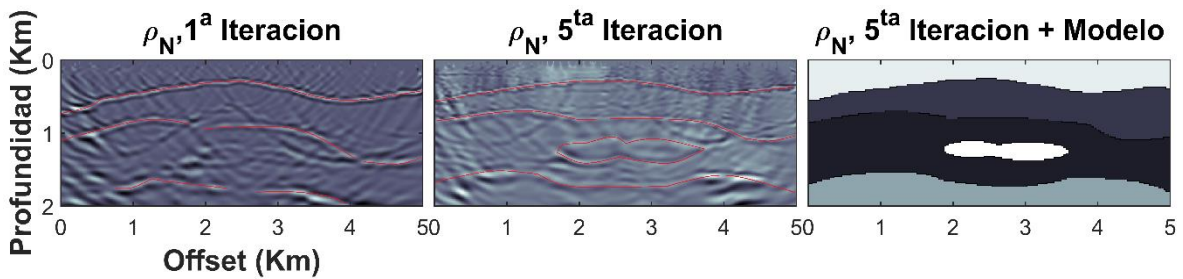


Figura 38. Comprobación de la metodología de interpretación geológica.

4. Marco Geológico

Conforme lo visto en el capítulo anterior se puede concluir que para el mejoramiento de imágenes es necesario tener conocimiento del marco geológico general ya que se debe conocer la secuencia sedimentaria de la zona para poder determinar la velocidad y densidad de cada horizonte. Para cumplir con el objetivo de este trabajo se debe considerar que el conjunto de datos ya sean sintéticos o reales se encuentran delimitados en una región geológica con características específicas. En este caso delimitaremos el uso del algoritmo a una zona del golfo de México conformada de horizontes sedimentarios y eventos de tectónica salina.

La zona de estudio se localiza en el Golfo de México, éste está delimitado por las costas de los estados de Yucatán, Campeche, Tabasco, Veracruz y Tamaulipas. Dentro del Golfo de México se encuentran algunas de las provincias petroleras más grandes del mundo, para entender la ocurrencia de hidrocarburos en esta zona, es necesario conocer la compleja historia geológica del sitio.

4.1 Evolución

La historia geológica de la zona comienza con la disgregación de Pangea hace 230 millones de años, en donde la actividad tectónica moldeó el basamento e influyó la distribución de los sedimentos. En este periodo ocurrió la gran extinción del Permiano-Triásico. Luego, durante la apertura del golfo en el Triásico la sedimentación comenzó con un depósito de lechos rojos continentales de gran espesor y depósitos volcánicos, éstos fueron productos del ensanchamiento de los sistemas de grábenes y hundimientos lentos del proceso de rifting. Posteriormente se identificó la presencia de fósiles marinos del

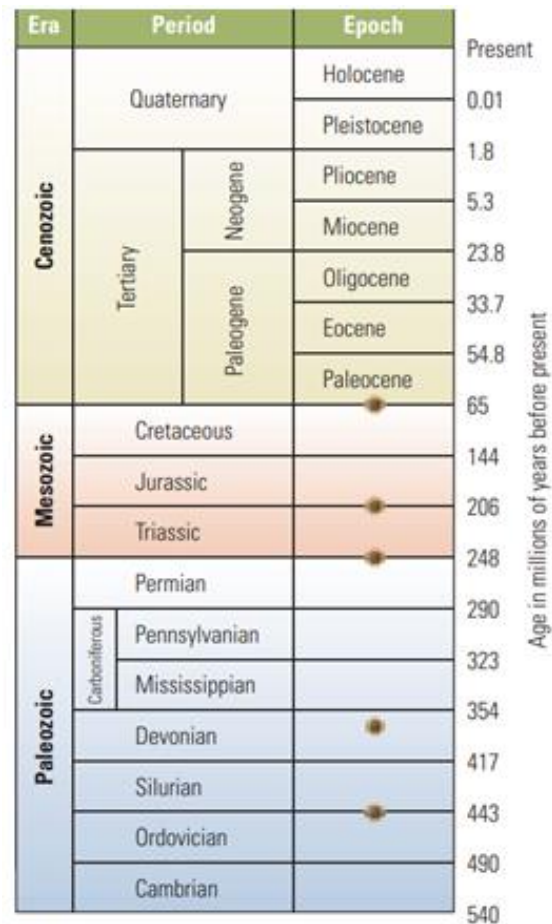


Figura 39. Escala de tiempo geológica. Imagen tomada de *The Prize Beneath the Salt*, p. 873, por Dribus J.R. et.al., 2008, *Oilfield Review* Vol.20, Num.3.

Calloviano, en la parte central de México, lo cual sugiere que un brazo del Océano Pacífico se extendió a través del país. Durante este mismo periodo se formaron los grandes cuerpos salinos pre-Jurásicos dentro de una extensa cuenca (Padilla, 2007).

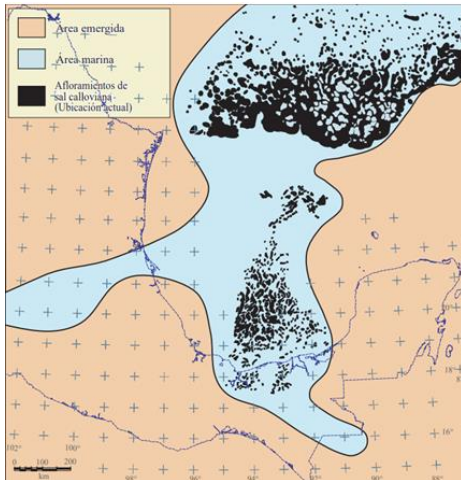


Figura 40. Paleografía del Jurásico. *Imagen tomada de Evolución geológica del sureste mexicano desde el Mesozoico al presente contexto regional del Golfo de México”, p. 27 por Padilla S.R., 2007, Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana Vol. 59, Num.1*

La deposición durante el Jurásico tardío ocurrió rápidamente debido a que la plataforma de Yucatán se separó de la Placa Norteamericana llevando depósitos de sal con ella, aquí, la tectónica influyó en la extensión y secuencia de los sedimentos ya que grandes depósitos de rocas carbonatadas invadieron la zona de Florida hasta Yucatán (Oxfordiano - Kimmeridgiano). En la parte norte, también se depositaron sedimentos clásticos, éstos provenientes de la erosión de zonas altas (arenas feldespáticas, arcilla). Posteriormente en el Tithoniano, se observa una estabilidad tectónica durante la cual predominan principalmente la sedimentación de lutitas y carbonatos con alto contenido de materia orgánica, estos horizontes se han destacado como productores. En el límite Cretácico-Terciario tiene lugar un evento importante para la evolución tectónica del golfo de México: el impacto del meteorito Chicxulub que agilizó el

proceso de sedimentación y provocó un aumento en la temperatura y extinciones en masa, además de que extendió los carbonatos en los sedimentos clásticos incrementando su permeabilidad y generando mejores rocas almacén (Padilla, 2007).

A finales del Cretácico el aporte de los sedimentos de la zona noreste y occidental se incrementó debido al inicio de la orogenia Larámide, durante este periodo el tamaño y forma de la cuenca dependió totalmente del flujo de sedimentos clásticos. Aquí se empiezan a desarrollar grandes fallas normales. El Paleoceno se caracterizó por depósitos de lutitas y arcilla. En el Mioceno ocurre el Evento Chiapaneco que forma la cadena plegada y cabalgada de Chiapas-Reforma-Akal, donde la sal calloviana se movilizó creando nuevos centros de depósito regidos por fallas normales regionales, sintéticas y antitéticas que constituyeron los límites de las cuencas de Comalcalco-Salina del Istmo y de Macuspana. También en este periodo se desarrollaron amplias plataformas someras en la zona sur abarcando desde el Macizo de Chiapas hasta el occidente del bloque de Yucatán. (Dribus, et al., 2008)

4.2 Tectónica salina

La evolución del golfo de México indica que los yacimientos de hidrocarburos en la parte central y sur están regidos por tectónica salina, esta se refiere a cualquier deformación tectónica de una columna estratigráfica involucrando la sal como capa móvil. Para entender mejor el reto que representa la exploración y producción de nuevos yacimientos, es necesario conocer las distintas propiedades de la sal (CNH, 2015).

Los cuerpos de sal se forman por acumulaciones de minerales evaporíticos como yeso, anhidrita y halita, estos minerales se precipitan formando rocas cristalinas distribuidas en capas delgadas. Las rocas evaporíticas son rocas autógenas, se forman en ambientes áridos donde la evaporación excede el rango de precipitación. Entre las propiedades más relevantes de la

sal está la densidad, viscosidad y permeabilidad. La sal tiene una densidad constante de 2.15 a 2.17 gr/cm³ y ésta no varía con la profundidad es decir la sal es más débil que las rocas del medio, su dureza disminuye conforme al tamaño de grano y el incremento de la temperatura. La sal es mecánicamente frágil, por lo que al aplicar un esfuerzo puede tener un comportamiento de flujo dúctil inclusive a temperatura y presión ambiente y fluye a través de puntos de debilidad preexistentes. La permeabilidad de la sal es tan baja que actúa como un sello para gases y líquidos, frenando la migración y atrapando hidrocarburos.

Por lo anterior, el Golfo de México es conocido como una de las cuencas salinas de mayor complejidad geológica, donde la sal se depositó al inicio de su formación. Aquí, el tiempo geológico, las propiedades de la sal y fuerzas no balanceadas, propiciaron el movimiento vertical y lateral de la sal, lo que alteró la geología suprayacente. Estas condiciones permitieron la aparición de estructuras salinas como: *salt sheets*, *salt rollers*, anticlinales, montículos, *canopies*, y diapiros en conjunto con fallas normales funcionen como trampas en el sistema petrolero.

La aplicación del algoritmo de mejoramiento de imágenes se basa en la información geológica previa de la zona de estudio. Con base en la secuencia sedimentaria descrita en la figura 42, se exhibe la posibilidad de la presencia de sal en toda la

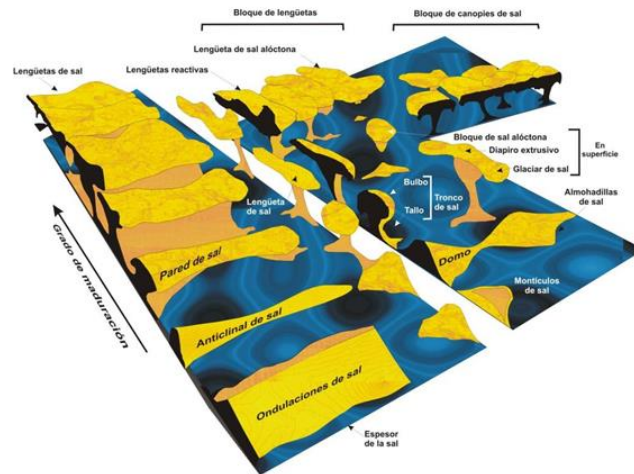
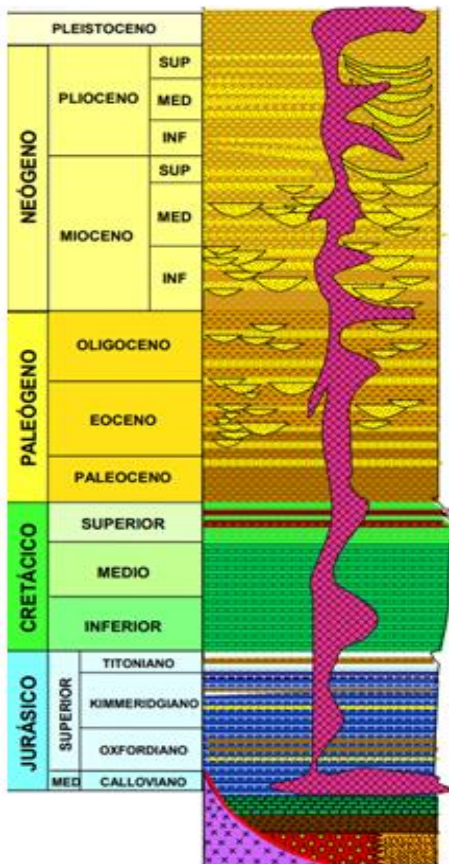


Figura 41. Estructuras de sal alóctona.
<https://docplayer.es/118281866-T-e-s-i-s-ingeniero-petrolero-universidad-nacional-autonoma-de-mexico-p-r-e-s-e-n-t-a-n.html>



columna geológica y la aparición de fallas normales, lo que implica una pobre definición de los estratos en una imagen sísmica. Adicionalmente, la predicción de velocidad en el proceso iterativo del problema inverso en sísmica es fundamental, por lo que en conjunto con la secuencia sedimentaria de la figura 42 la aplicación del algoritmo se basa en los valores sustraídos de la siguiente tabla que corresponden a las formaciones más comunes en el Golfo de México.

Figura 42. Secuencia sedimentaria. *Imagen tomada de Cuenca Salina, Síntesis Geológico Petrolera, Golfo de México-Aguas Profundas Sur”, p. 9, por CNH, 2015.*

VELOCIDAD Y DENSIDAD DE FORMACIONES					
Formación	Densidad ($\frac{g}{cm^3}$)	Velocidad ($\frac{m}{s}$)	Formación	Densidad ($\frac{g}{cm^3}$)	Velocidad ($\frac{m}{s}$)
RCPL	2.00	1750	PACNL	2.25	2800
MOCNL	2.14	2280	PACNE	2.35	3300
MOCNM	2.15	2330	BRCRT	2.40	3600
MOCNE	2.16	2370	CRTCM	2.62	5150
OLGNL	2.19	2500	CRTE	2.66	5420
OLGNE	2.20	2550	TTNNO	2.64	5300
EOCNL	2.21	2600	KMMGN	2.25	4400
EOCNM	2.22	2650	BNM	2.18	6100
EOCNE	2.23	2700	SAL	2.18	2450-4500

Figura 43. Tabla de valores de velocidad y densidad de formaciones en el golfo de México. *Tabla reconstruida a partir de “Imágenes en profundidad de Plays subsalinos mediante la integración de métodos Potenciales con Sísmica”, p. 28, por IMP, 2016*

5. Ejemplos Numéricos

La implementación en modelos sintéticos del algoritmo de mejoramiento de imagen nos permite demostrar el funcionamiento y capacidades de la metodología propuesta, así como comprobar los posibles errores durante la ejecución del programa. Además, permite establecer los parámetros óptimos para el funcionamiento del algoritmo. A continuación, se muestra la aplicación de la metodología a un par de modelos que representan características geológicas y distribución de velocidad similares a las presentes en la zona de estudio que se mejorará en el caso real.

5.1 Caso A: Cambio Lateral de Velocidad

En el caso de un medio con cambios bruscos en la velocidad lateral se sabe que la migración en tiempo del conjunto de datos obtenidos de esta zona no produce una imagen fidedigna y generalmente es recomendado el uso de una migración en profundidad. Cuando el gradiente de velocidad lateral es significativo y se necesita usar la migración en tiempo, ésta generalmente es aplicada para una sección sísmica en 3D donde provee buenos resultados. Si se intenta convertir la respuesta de una superficie 3D a una sección en 2D la migración genera una imagen con pobre resolución (Yilmaz, 2002). El algoritmo de mejoramiento es un proceso de obtención de imagen que, de forma similar a la migración, espera obtener una respuesta con pobre resolución cuando se tienen variaciones laterales de velocidad. Con el fin de probar la respuesta de esta técnica, en este trabajo se decidió utilizar una sección sísmica en 2D en tiempo para fijar las limitantes, cuantificar la respuesta y establecer la capacidad de este método para solucionar el desafío señalado anteriormente.

Tomando en consideración lo anterior, y con base en la metodología y resultados previos (Dan, 2014, García, 2013), se sabe que el algoritmo de mejoramiento de imagen provee resultados aceptables debido a que utiliza el problema inverso como parte de la migración sísmica. Sin embargo, es necesario medir la respuesta del algoritmo en un rango de velocidad y densidad finito, por lo cual se propone un modelo geológico con variación suave de velocidad en profundidad y un cambio extremo de velocidad lateral provocado por pendientes pronunciadas. El modelo mostrado en la figura 44 exhibe una distribución de velocidad y densidad arbitraria.

El modelo se construyó con base en una sección sísmica real con extensión lateral de 24.206 km, con profundidad 12.480 km divididos en 1277 nodos en x y 553 nodos en z donde $\Delta x = 18.9702m$ y $\Delta z = 22.6086m$, esta construcción permitió tener

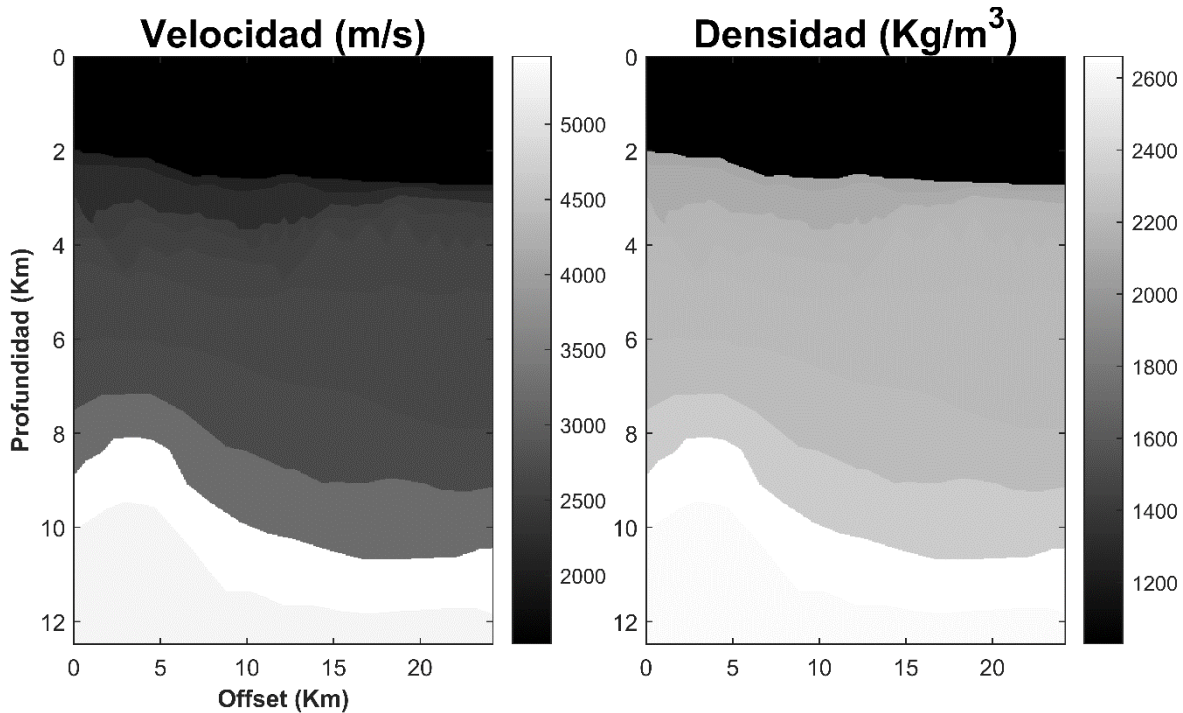


Figura 44. Modelo de velocidad y densidad sintético para el caso de variación lateral de velocidad.

mayor precisión en el eje x . El tiempo de adquisición T fue de 12 s. con 6000 pasos de tiempo, por lo que $\Delta t = 0.002s$. El número de receptores fue de 319 colocados en una distribución en el eje x igual a $P_{rec} = 4i - 2$ donde P_{rec} representa la posición del receptor e i es el número de receptores que va de 1 a 319. Análogamente, se colocaron 638 fuentes distribuidas $P_{fue} = 2i - 1$, ambas fuentes y receptores se encontraban en la posición $z = 2$. Esta distribución se propuso luego de realizar pruebas y observar la mejor disposición de fuentes y receptores para obtener una imagen. El modelo de velocidad consistió de 11 capas con velocidades iguales a 1546.2, 2100, 2250, 2550, 2600, 2650, 2700, 3200, 5450, 5300 m/s, y densidades iguales a 1030, 2100, 2130, 2190, 2200, 2210, 2220, 2230, 2330, 2660, 2640 Kg/m³ respectivamente. Lo anterior indica un cambio paulatino de velocidad vertical y se observa además en las últimas capas una inversión de velocidad. En la implementación de las fronteras absorbentes se estableció el uso de 127 nodos en x para las capas laterales y el mismo número en z para la frontera inferior. La fuente sísmica implementada fue la impulsiva puntual con una presión máxima de detonación de 80[kbar] y una frecuencia dominante de 8[Hz], a los sismogramas sintéticos obtenidos del modelo se les resto el arribo de la onda directa.

La respuesta del proceso iterativo obtenida en los kernels a través de la aplicación del algoritmo de mejoramiento de imagen se describe en la tabla 45, en ésta se muestra el número de iteración, el modelo de velocidad inicial que funge como el

parámetro de entrada del algoritmo y el kernel obtenido, el cual solamente se presenta el kernel $K_{\kappa N}$ a lo largo de las iteraciones. Finalmente, se incluye también la interpretación de horizontes para generar el modelo inicial de la siguiente iteración.

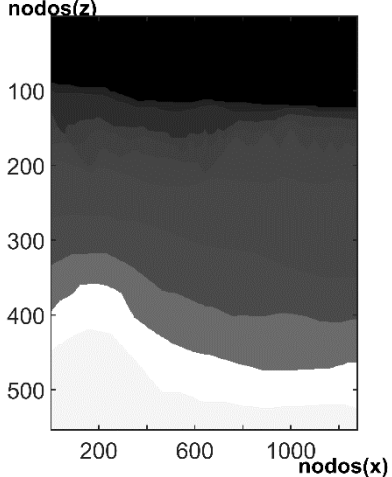
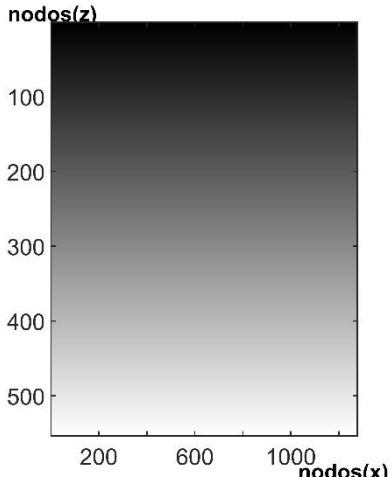
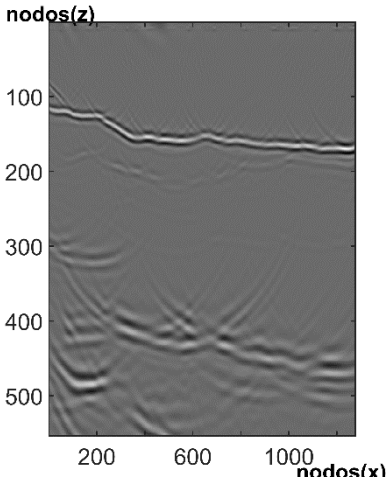
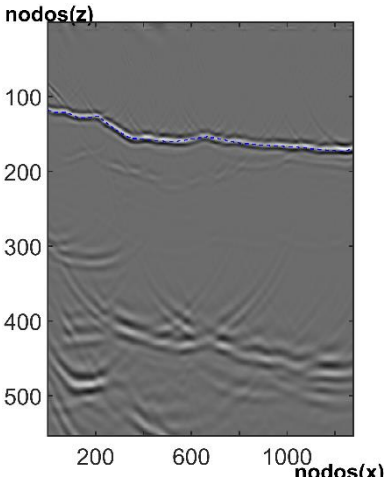
Del proceso iterativo para un modelo sintético con cambios bruscos de velocidad horizontal mostrado en la figura 45, se puede concluir que el algoritmo no es sensible a interfases muy cercanas en posición como se observa en las capas 2, 4 y 5. Esta última resulta dar una respuesta diferente a la que planteamos en el modelo directo, ya que se propone una interfase con variación lateral considerable y en el kernel aparece como una línea recta. Sin embargo, en las interfases del fondo del modelo, en el cambio de velocidad lateral se observan buenos resultados por lo que se infiere que el grosor del horizonte resulta ser un factor que no permite la identificación de su forma cuando hay cambios laterales.

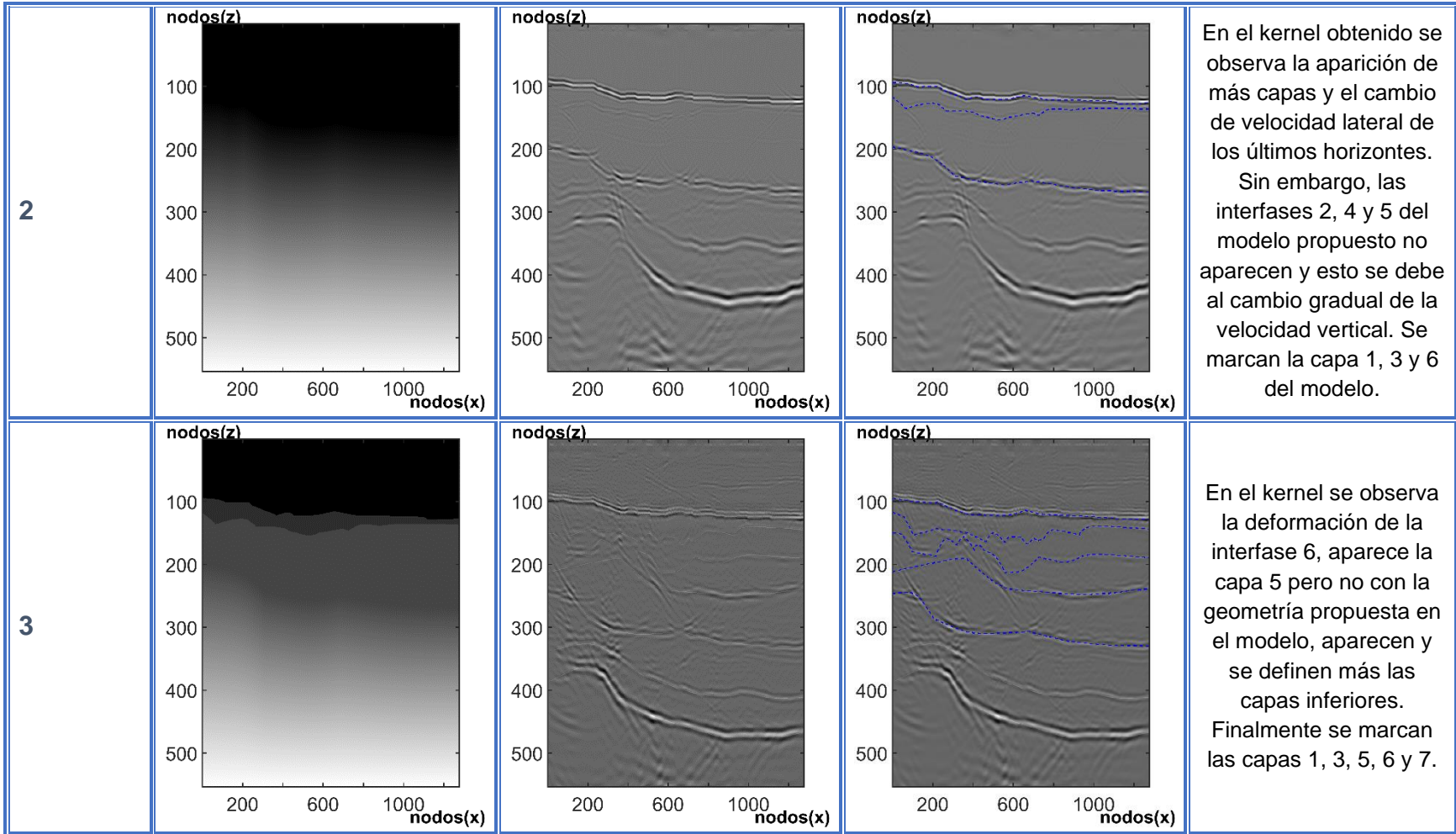
Adicionalmente se observa que el uso del algoritmo permite la buena definición de las capas si estas tienen un contraste de velocidad considerable, como en el caso de la interfase 8. Además, se destaca que en la implementación del algoritmo conforme el número de iteraciones aumenta, las interfases toman su posición verdadera esto se debe a que la inversión sísmica aproxima a los datos con el modelo de forma local. Debido a esto, la interpretación de horizontes, si bien puede ser arbitraria, se recomienda que se de en orden de profundidad. Esta metodología permite evitar efectos no deseados, ya que como se vio en la sección 3.1 el algoritmo se basa en un método de migración en profundidad.

Finalmente, el resultado de las 5 iteraciones logra recuperar el modelo, si no de forma exacta, es una muy buena aproximación que dista mucho de la primera iteración e inclusive la iluminación del kernel nos permite comprobar su buen funcionamiento

5.2 Caso B: Definición de Cuerpos Salinos

En las secciones 3.3 y 3.4 se menciona que la obtención de un modelo a partir de datos sísmicos que pertenecen a una zona con tectónica salina es difícil, esto es debido a la pobre resolución provocada por los cuerpos de sal donde la presencia de un medio con una velocidad mucho mayor al circundante ocasiona que gran parte de la energía tiende a reflejarse hacia la superficie. Debido a esto, los horizontes subsalinos y la base de los cuerpos de sal son casi imposibles de determinar. Considerando lo anterior se propone un modelo de velocidad y densidad similar al ejemplo numérico anterior simplemente se añade la representación de la sal con valores de velocidad y densidad de 4800 m/s y 2180 Kg/m³ respectivamente.

Número de Iteración	Modelo Inicial	Kernel	Interpretación de Horizontes	Comentarios
	 <p>Initial model plot showing a gradient from light to dark with a white boundary line. The y-axis is labeled 'nodos(z)' and ranges from 100 to 500. The x-axis is labeled 'nodos(x)' and ranges from 200 to 1000.</p>			<p>En la columna del modelo inicial se muestra el modelo sintético que se busca recuperar después del proceso iterativo.</p>
1	 <p>Initial model plot for iteration 1, showing a gradient from light to dark. The y-axis is labeled 'nodos(z)' and ranges from 100 to 500. The x-axis is labeled 'nodos(x)' and ranges from 200 to 1000.</p>	 <p>Kernel plot for iteration 1 showing a horizontal line. The y-axis is labeled 'nodos(z)' and ranges from 100 to 500. The x-axis is labeled 'nodos(x)' and ranges from 200 to 1000.</p>	 <p>Interpretation plot for iteration 1 showing a blue line. The y-axis is labeled 'nodos(z)' and ranges from 100 to 500. The x-axis is labeled 'nodos(x)' and ranges from 200 to 1000.</p>	<p>El modelo inicial corresponde a un gradiente. En el kernel obtenido se observa la primera interfase que corresponde al tirante de agua, esta capa no se encuentra en la posición propuesta, además, se visualizan una serie de capas poco definidas. Finalmente se interpreta el primer horizonte</p>



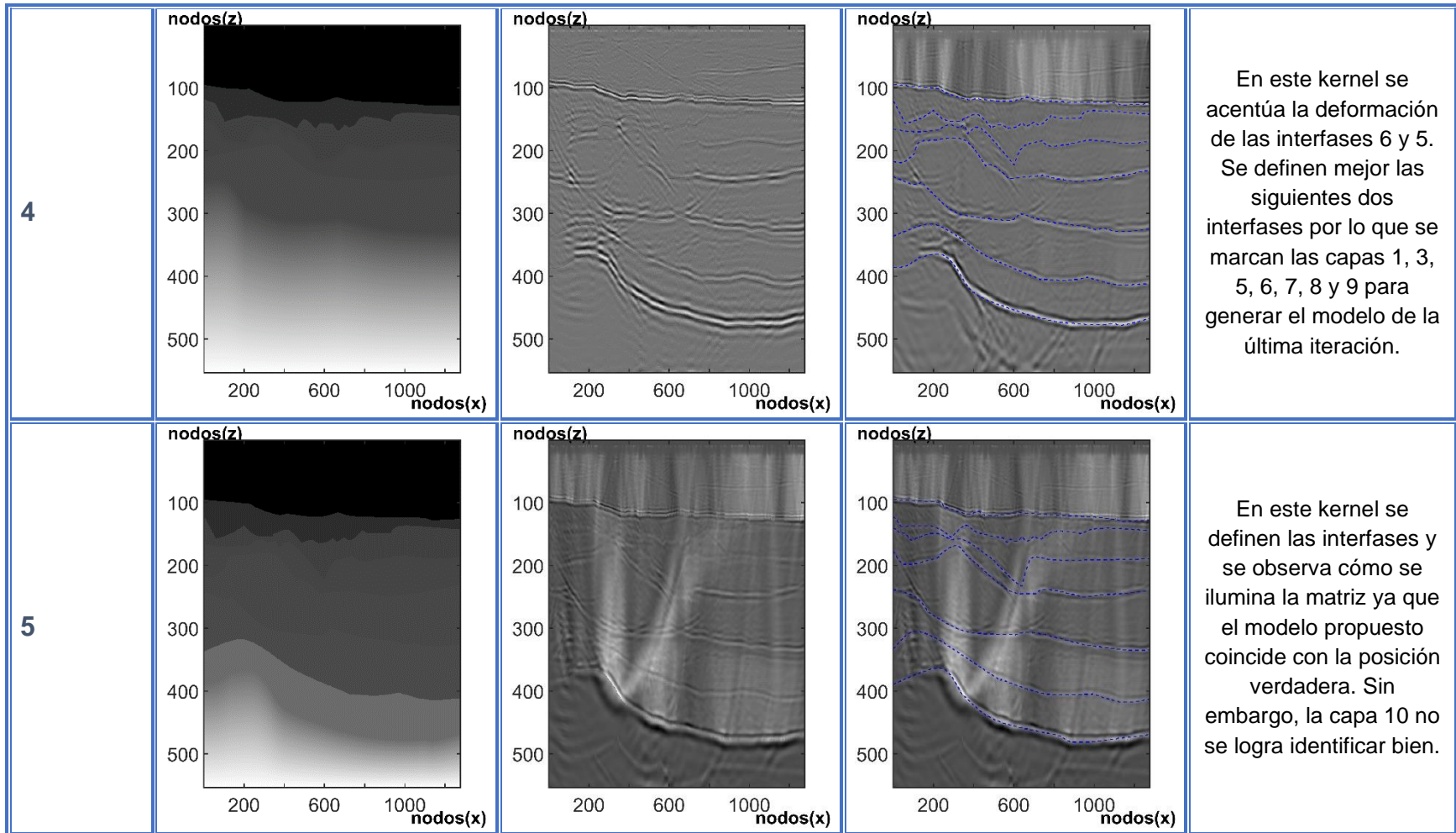


Figura 45. Tabla que muestra el proceso iterativo para el ejemplo numérico en el que se realiza el caso A: variación lateral de velocidad.

La diferencia de este modelo con el ejemplo de la sección 3.4 radica en que se basa en una sección sísmica real, donde el volumen de la sal es menor y se encuentra dividido en un mayor número de cuerpos, además de que se encuentran en localizados superficialmente con lo que se busca probar la respuesta del algoritmo en la determinación de horizontes subsalinos. Asimismo, se desea conocer la diferencia entre la sensibilidad de los parámetros, ya que como mencionamos en el marco geológico la sal tiende a tener una densidad similar a la del medio circundante. Adicionalmente se busca determinar los límites del algoritmo en el caso de inversión de velocidad, ya que en el modelo anterior la respuesta de las ultimas interfase fue poco satisfactoria.

Igualmente, que en el caso anterior se genera una distribución de velocidad y densidad arbitraria que se muestra en la figura 46. Las características de la simulación fueron las mismas que en el ejemplo anterior y el proceso iterativo se muestra en la tabla 47. Sin embargo, en este caso el kernel que se consideró para cada iteración fue el $K_{\rho N}$.

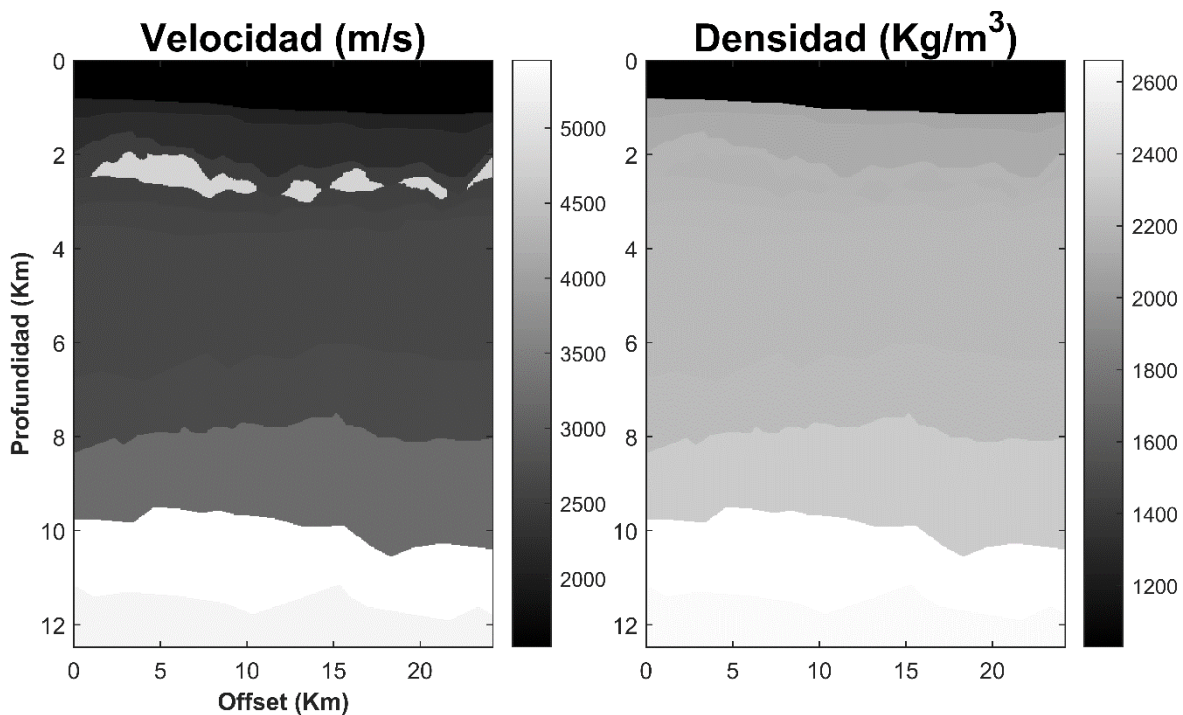
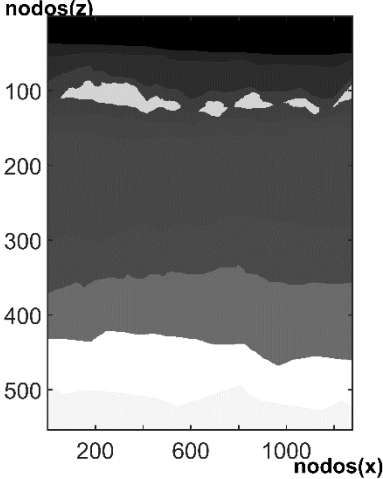
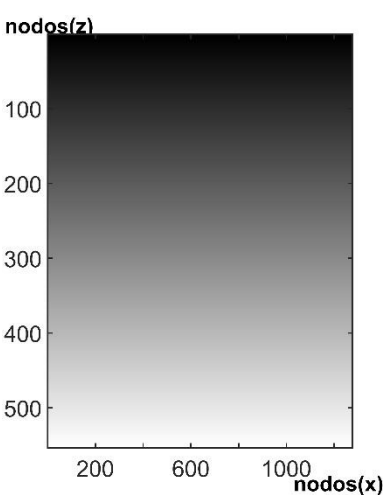
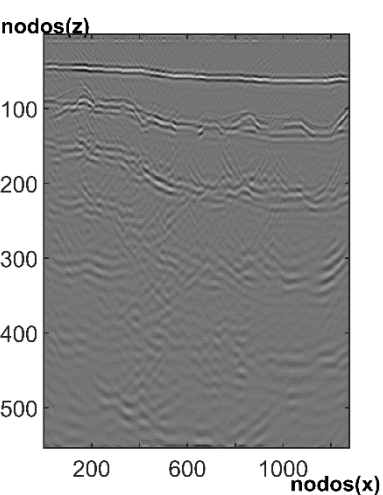
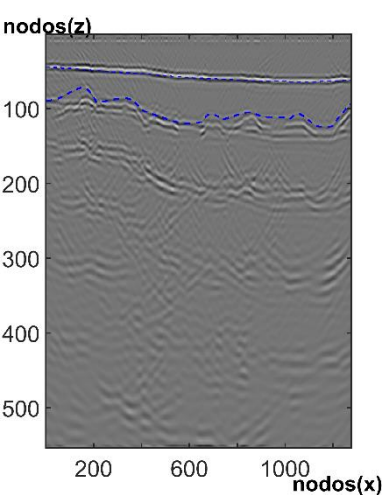


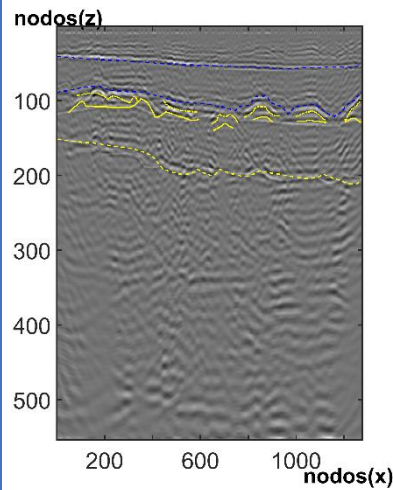
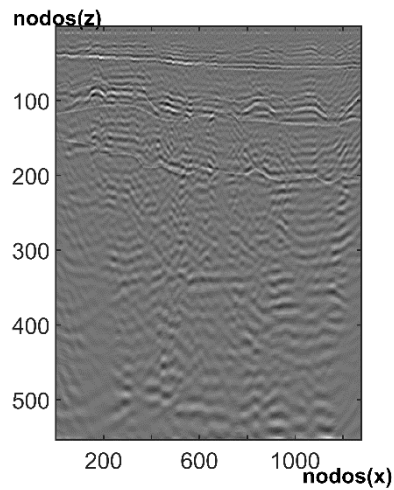
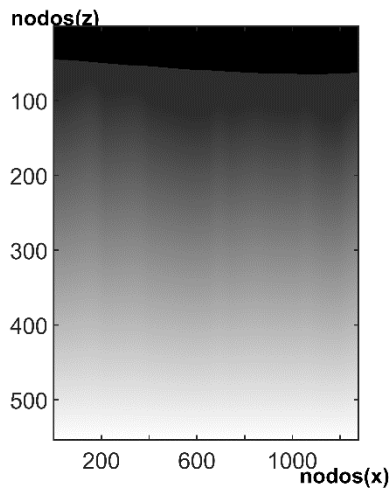
Figura 46. Modelo de velocidad y densidad sintético para el caso de definición de cuerpos salinos.

Sobre el proceso presentado en la tabla 47 se puede concluir que a diferencia del ejemplo de la sección 3.4, en este ejemplo se tienen cuerpos de sal con menor volumen, por lo tanto, el algoritmo de mejoramiento de imagen identifica su forma y posición verdadera casi en la primera iteración, por lo que es posible realizar la identificación del cuerpo de sal sin realizar la metodología propuesta por Dan (2014).

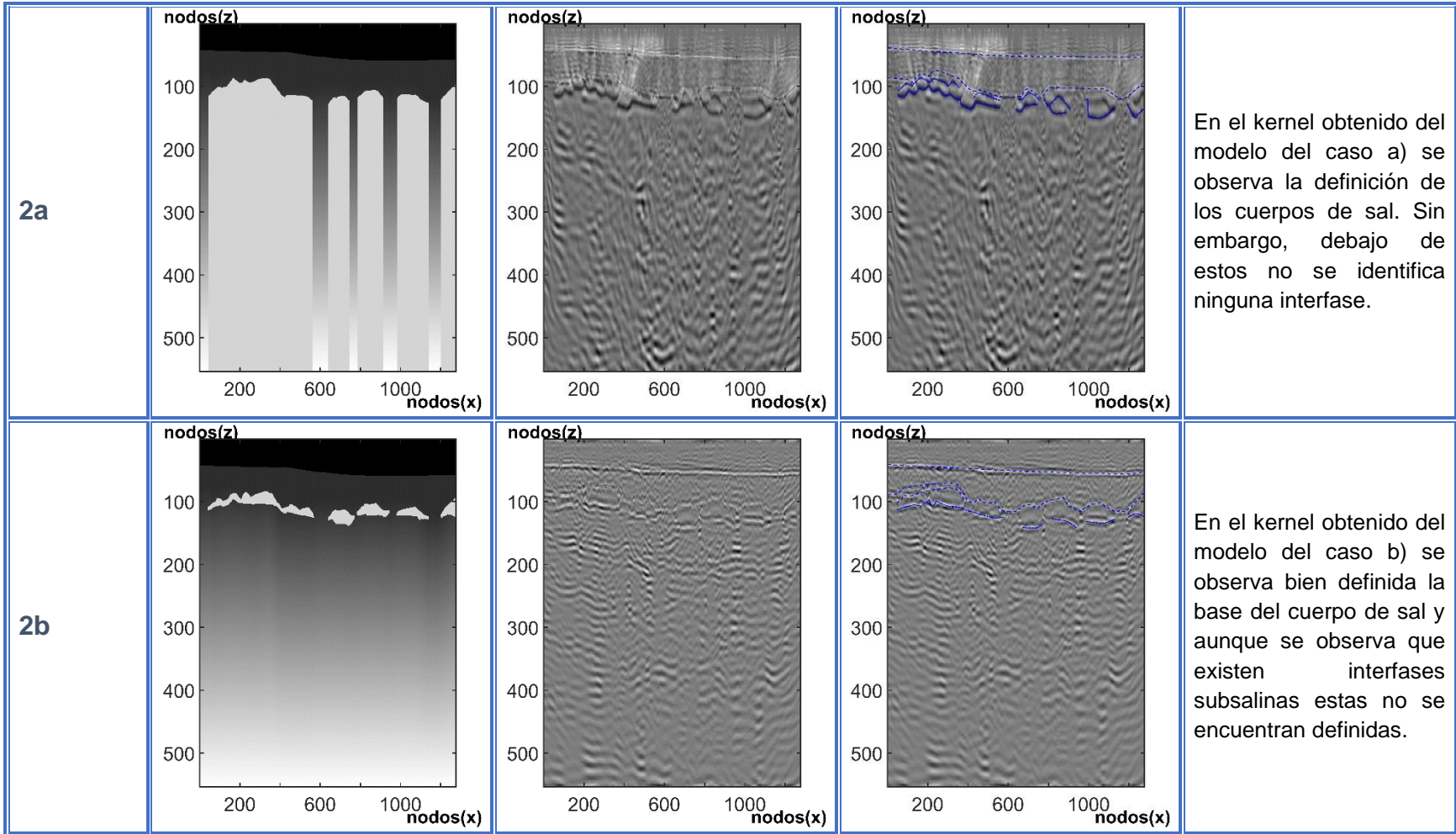
Sin embargo, el uso de la metodología es una herramienta que da certeza sobre la identificación de la sal. A diferencia del caso anterior, los cambios bruscos de velocidad que se observan en una interfase son provocados por la sal y la respuesta del algoritmo resulta satisfactoria porque la respuesta del algoritmo es sensible a cambios laterales de velocidad cuando la diferencia entre esta propiedad es mayor y no depende del grosor de los horizontes. Se debe destacar que luego de interpretar el horizonte subsalino este siempre muestra deformación, pero que en este caso al paso de las iteraciones toma su verdadera posición y forma, además que la sal no afecta la imagen. Al igual que en el caso anterior la inversión de velocidad de los últimos horizontes representa un reto debido a que la capa subyacente aparece poco definida.

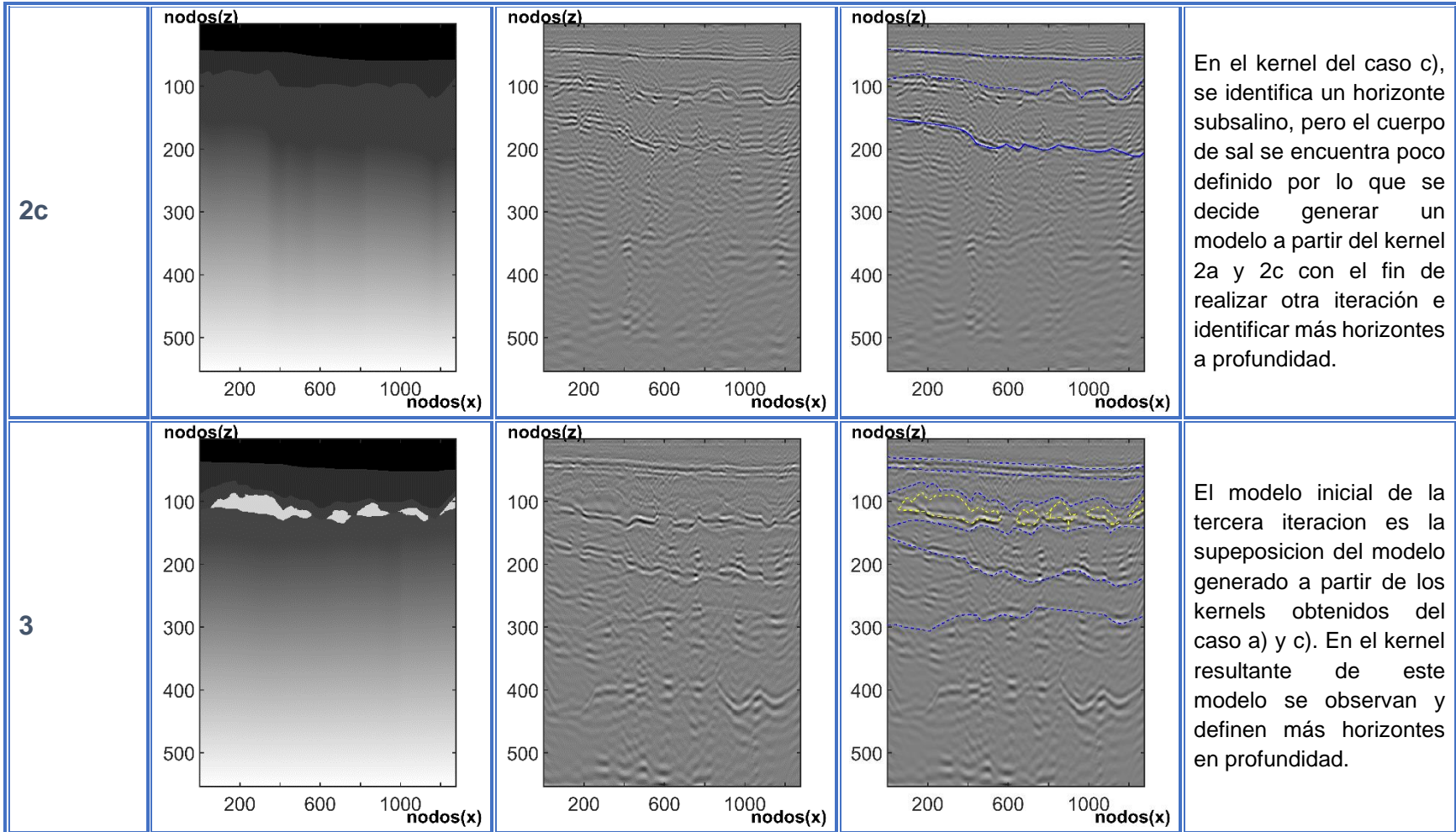
Número de Iteración	Modelo Inicial	Kernel	Interpretación de Horizontes	Comentarios
				<p>Al igual que en el ejemplo anterior en la columna del modelo inicial se encuentra la respuesta esperada luego del proceso iterativo.</p>
1				<p>En el kernel obtenido se marca la primera capa que corresponde al tirante de agua, el cual no se encuentra en su posición verdadera. En esta matriz no se observa la segunda interfase que se propone en el modelo esperado, pero se identifica y marca la siguiente capa, es decir la capa 3. La cima de la sal y las capas 5 y 6 se observan poco definidas</p>

2



En el kernel obtenido se identifica las capas 1, 3 y la cima de la sal por lo que se realiza la tercera iteración para cada uno de los casos que consisten en: a) Inundar a partir de la cima con la velocidad de la sal. b) Identificar la base del cuerpo de sal. c) Interpretar un horizonte subsalino. En el kernel observamos que la base de la sal esta poco definida al igual que un horizonte subsalino por lo que realizamos cada modelo de velocidad y densidad respectivo para cada uno de los tres casos.





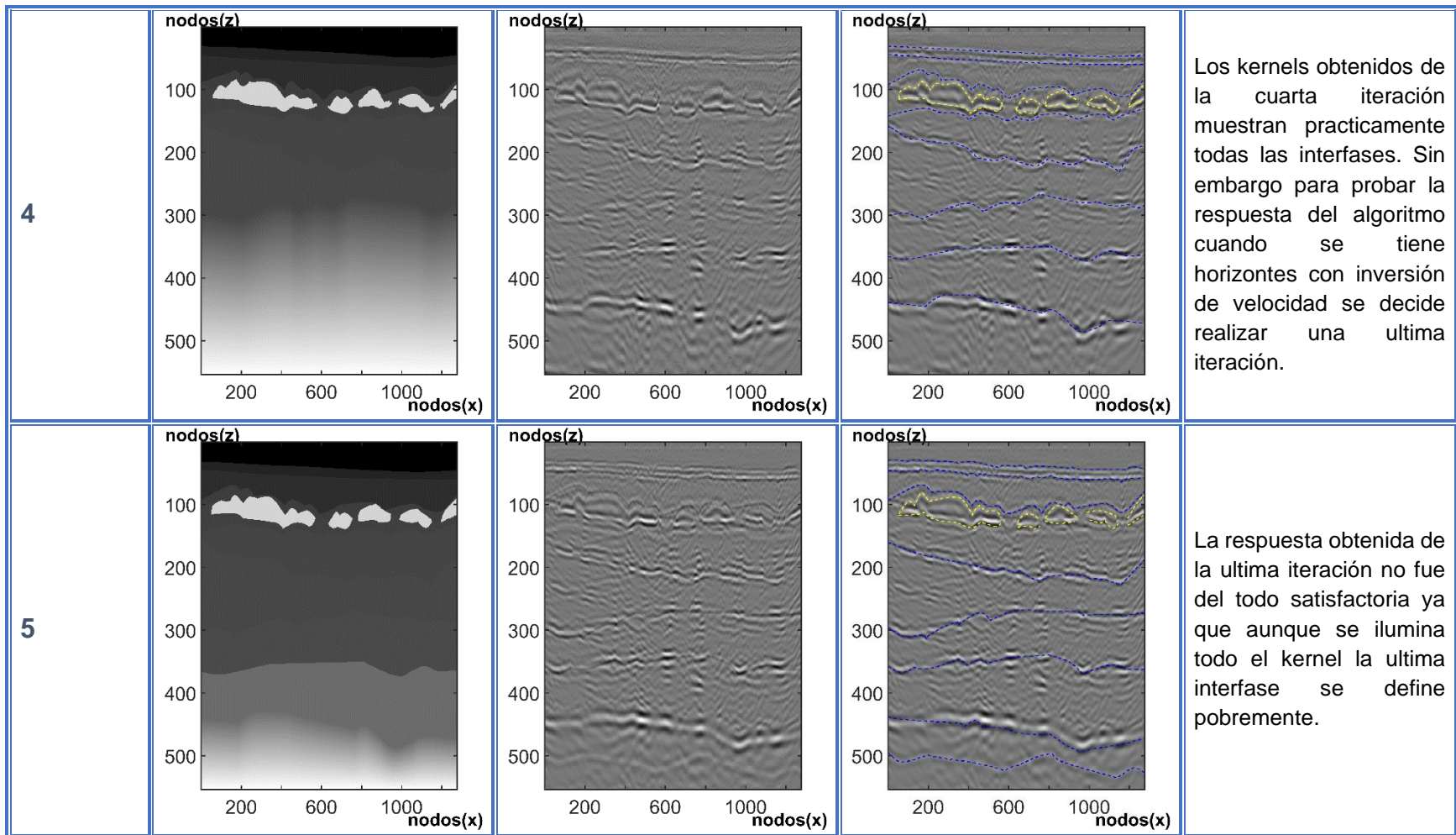


Figura 47. Tabla que muestra el proceso iterativo para el ejemplo numérico en el que se realiza el caso B: definición de cuerpos salinos.

6. Ejemplo Real Caso de Estudio

La aplicación del algoritmo de mejoramiento de imagen en un ejemplo real se basa en la información geológica previa de la zona de estudio, con base en la secuencia sedimentaria descrita en la figura 42 y la tabla de velocidades y densidades de la figura 43 se realiza la predicción de velocidad e identificación de horizontes en un conjunto de datos reales.

La zona de estudio está localizada en la región central y sur del Golfo de México ubicada principalmente entre los estados de Tabasco y Campeche, de acuerdo a información geológica previa se prevé la existencia de sal en toda la columna estratigráfica y la aparición de fallas normales, lo que implica una pobre definición en la sección sísmica. En la figura 48 se muestra la sección sísmica obtenida del conjunto de datos reales, el eje vertical representa el eje del tiempo en milisegundos.

Los datos sísmicos adquiridos en esta zona han recibido un tratamiento previo y

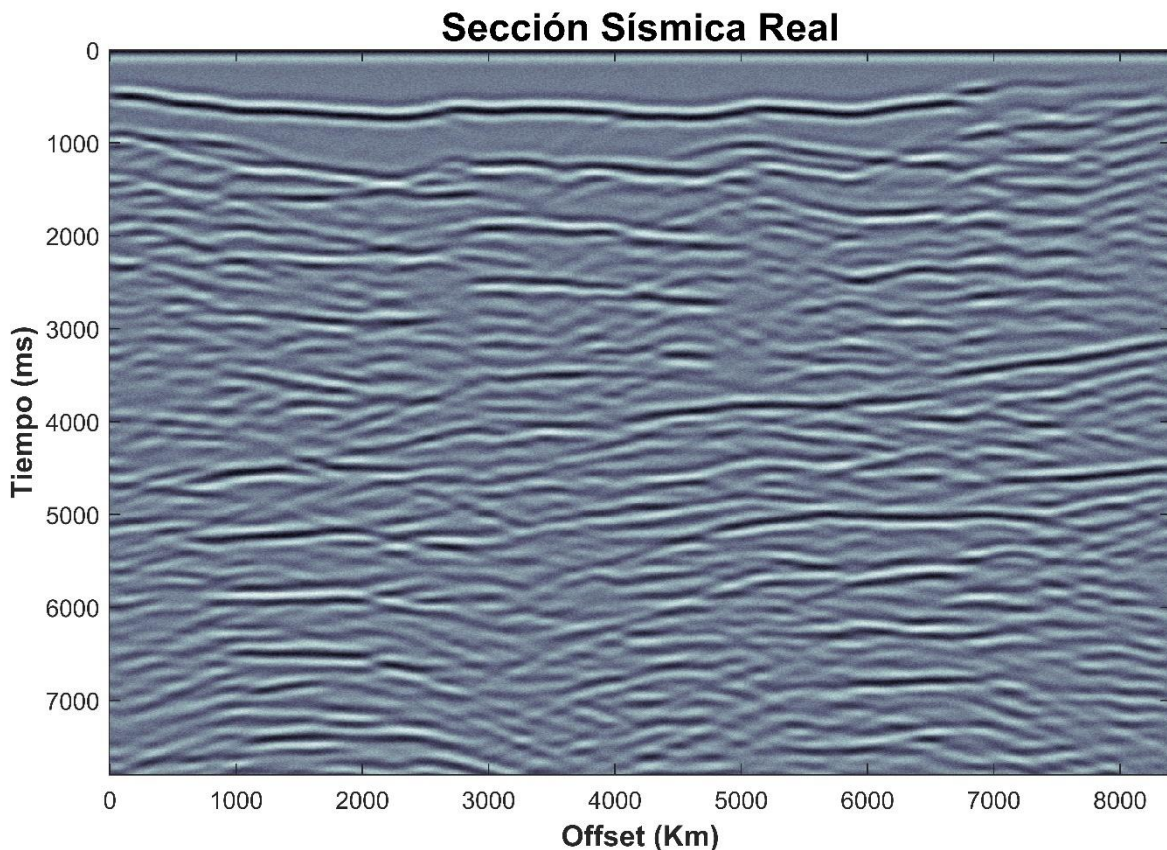


Figura 48. Sección sísmica real

representan una porción de una sección sísmica apilada, esta fracción cuenta con 1344 trazas en un arreglo con extensión de 8400 metros de longitud. La aplicación del algoritmo inicia con el cálculo entre el tiempo de viaje y el rango de velocidad que se espera tengan los estratos en la imagen sísmica. En el sismograma mostrado se notan dos horizontes con un espesor aproximadamente de 500 ms. A partir de esta observación y para definir la profundidad del modelo y establecer el número de nodos en la dirección z , se extrapola el número de interfases esperadas, este número se determina de acuerdo a la información geológica de la zona de estudio. De lo anterior se establece el rango de velocidad de cada horizonte y se decide el número de nodos en z en el dominio computacional que es igual a 650, para establecer el número de nodos en x se realizan diversas pruebas con: los datos, el gradiente de velocidad y el sismograma real, esto con el fin de cumplir la condición de estabilidad del algoritmo. De estos ensayos se determinó que el eje x se conforma de 806 nodos, adicionalmente se agregaron 20 nodos a la izquierda, derecha y debajo, que corresponden a las tres fronteras absorbentes descritas en la metodología.

El modelo inicial de la primera iteración consistió en un gradiente de velocidad y densidad con un rango de 5300 a 1500 m/s y 2.640 a 1.030 gr/cm³ respectivamente, estos valores son obtenidos de la tabla mostrada en la figura 43. La distribución de fuentes y receptores no la conocemos, pero por el número de trazas concluimos que tenemos 1344 receptores en el eje x y con base en la técnica de fuentes simultaneas determinamos que cada fuente se encuentra en la misma posición que un receptor. La posición del arreglo de fuentes y receptores en el eje z se estableció en la posición $z = 2$. De acuerdo al sismograma sabemos que la extensión del tiempo de grabación es de 7.8 segundos y que el paso de tiempo $\Delta t = 1 \text{ ms}$. La fuente sísmica implementada al igual que en los ejemplos numéricos fue la impulsiva puntual con una presión máxima de detonación de 80[kbar] y una frecuencia dominante de 10[Hz].

Iniciamos la aplicación del algoritmo de mejoramiento de imagen y observamos la respuesta en los kernels mostrados en la figura 49, donde podemos observar que la matriz que define mejor la primera capa es el kernel $K_{\kappa N}$.

En la figura 50 observamos que en la matriz $K_{\kappa N}$ se visualizan las tres primeras interfases, sin embargo, y como solo conocemos un rango de velocidades se decide realizar el proceso iterativo capa por capa con el fin de asignar mejor la velocidad correspondiente al horizonte, recordando que la velocidad asignada se basa en la tabla de velocidades y la secuencia sedimentaria de la zona de estudio, pero con base en prueba y error, asignamos la velocidad correcta en cada interfase para que después de aplicar el algoritmo de mejoramiento de imagen. La respuesta obtenida de este proceso nos permita definir correctamente la velocidad, densidad y forma

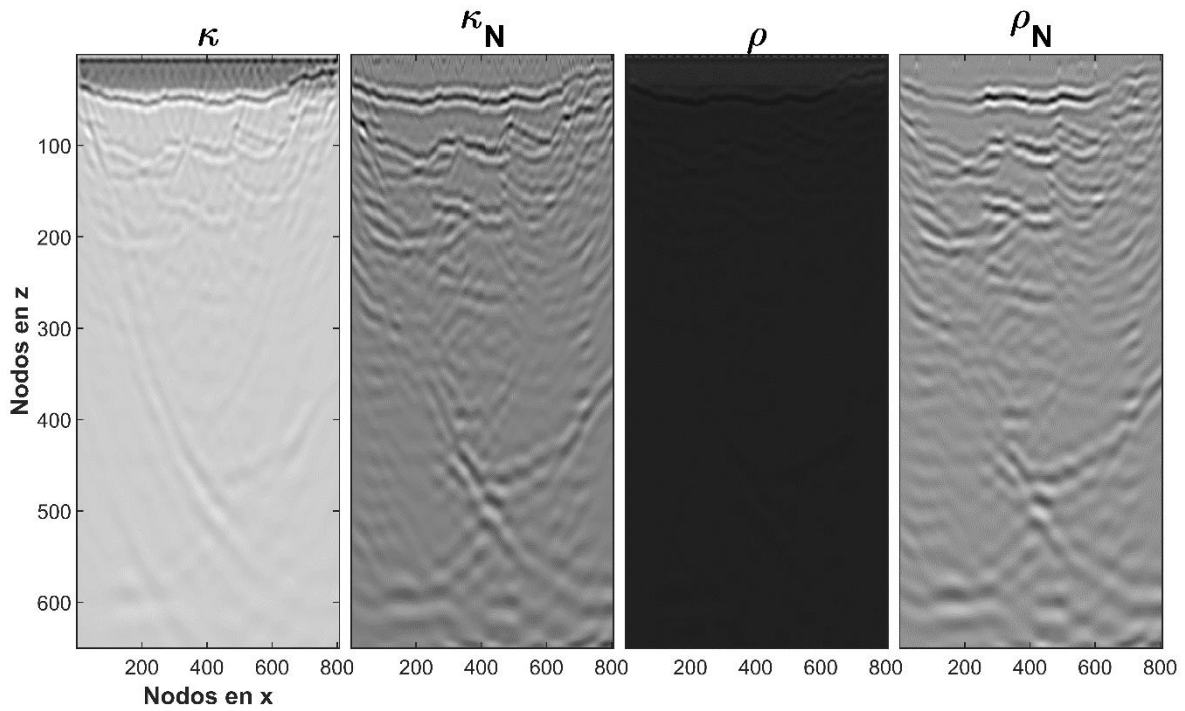


Figura 49. Kernels obtenidos de la aplicación del algoritmo de mejoramiento de imágenes de la sección sísmica real en su primera iteración.

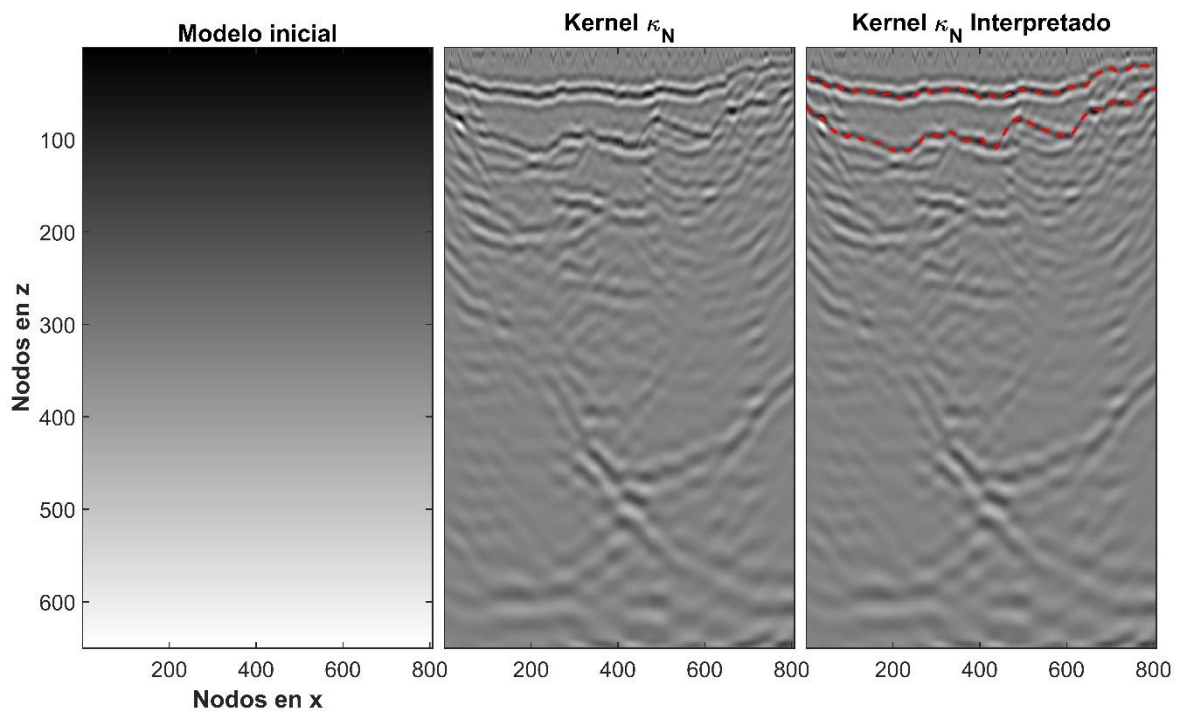


Figura 50. Modelo inicial de la primera iteración. Determinación del kernel con mejor respuesta de la primera iteración. Interpretación de los horizontes.

de cada uno de los horizontes presentes en la zona de estudio. En la imagen 50 se muestra el modelo inicial de la primera iteración que corresponde al gradiente de velocidad y densidad, asimismo se exhibe el kernel $K_{\kappa N}$ en donde se representa mejor la primera y segunda interfase. También en esta figura aparece esta matriz ya con la interpretación de los primeros dos horizontes. Al primer horizonte interpretado se le asigna una velocidad y densidad de 1500 m/s y 1030 Kg/m³ respectivamente que corresponde a los valores típicos del tirante de agua, al segundo horizonte le asignamos la siguiente velocidad de la tabla 43 que corresponde a la interfase del Plioceno (RPCL) con velocidad y densidad de 1750 m/s y 2000 Kg/m³ respectivamente.

La respuesta de la segunda iteración se muestra en la figura 51 en esta imagen observamos las cuatro matrices de sensibilidad donde al igual que en el paso anterior el kernel con mayor definición es el $K_{\kappa N}$

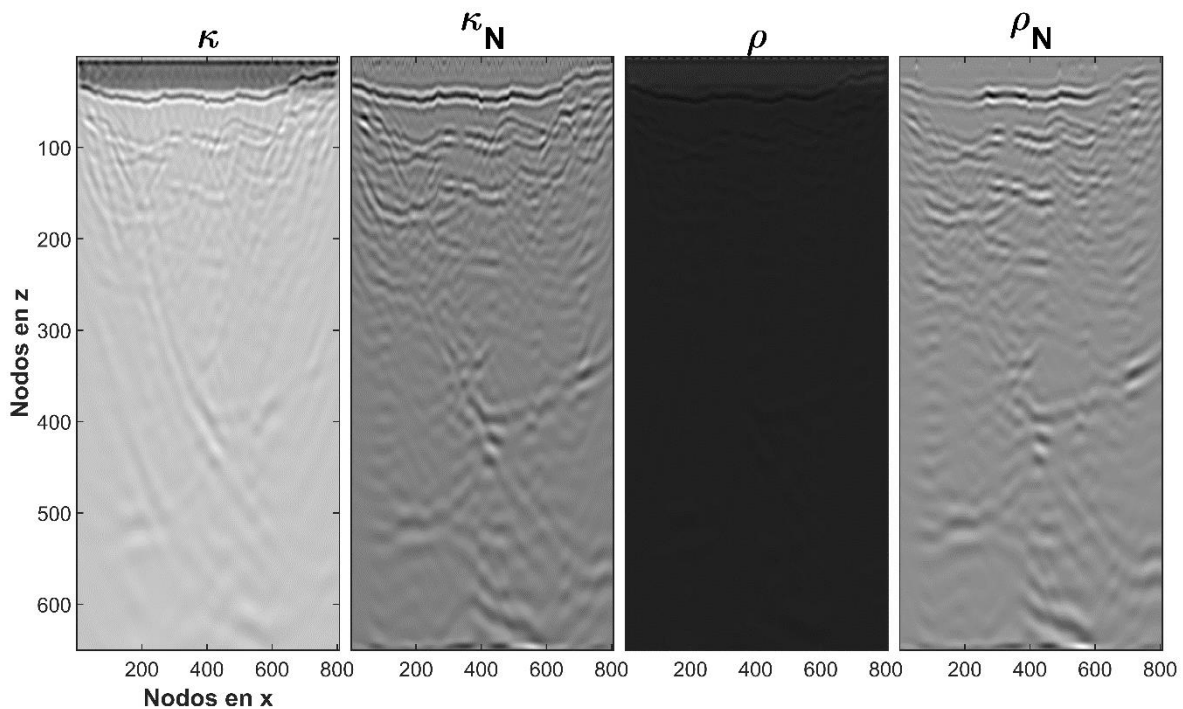


Figura 51. Kernels obtenidos de la aplicación del algoritmo de mejoramiento de imágenes de la sección sísmica real en la segunda iteración

La figura 52 muestra el modelo obtenido de la primera iteración como modelo inicial, el kernel kappa normalizado obtenido de la segunda iteración y su interpretación que consistió en agregar dos nuevas capas al modelo. A estas interfases se le asignó los valores de velocidad de 2280 y 2370 m/s respectivamente y densidad de 2140 y 2160 Kg/m³. Estos horizontes corresponden al Mioceno Superior (MOCNL), e Inferior (MOCNE) y se determinaron luego de realizar pruebas con los valores del Mioceno que aparecen en la tabla 43.

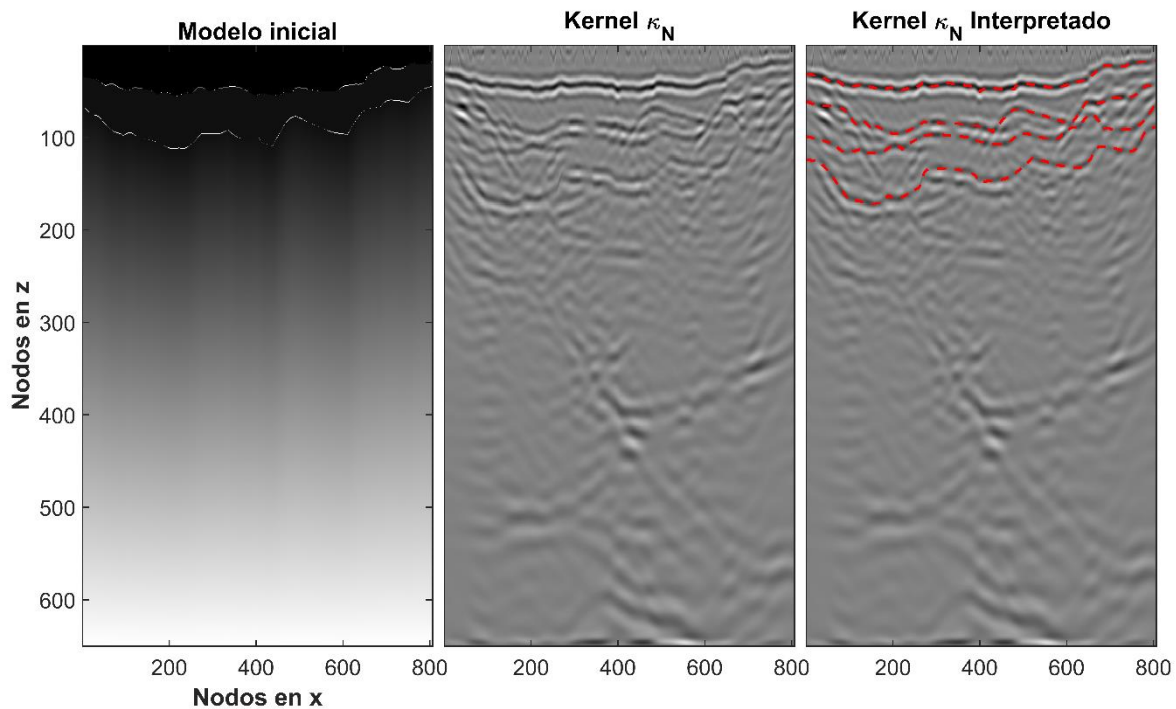


Figura 52. Modelo inicial de la segunda iteración. Determinación del kernel con mejor respuesta de la segunda iteración. Interpretación de los horizontes.

La respuesta de la tercera iteración se muestra en la figura 53. Aquí la asignación de la velocidad fue favorable ya que se identifican los siguientes dos horizontes, a estos últimos se les asigna los valores de velocidad y densidad siguientes de la tabla de velocidades y conforme a la secuencia sedimentaria se determina que estas capas corresponden al Oligoceno Superior (OLGNL) y al Oligoceno Inferior (OLGNE) con velocidades de 2500 y 2550 m/s y densidades de 2190 y 2200 Kg/m³.

Al igual que en el caso anterior el kernel con mayor sensibilidad es el kappa normalizado. Luego de obtener la respuesta de la tercera iteración y definir los 6 horizontes, como se muestra en la figura 54 se procede a aplicar el algoritmo una vez más.

La cuarta iteración comienza con aplicar el algoritmo de mejoramiento de imagen al modelo propuesto a partir de la respuesta de la tercera iteración y observar las matrices de ajuste o kernels, estos arreglos se exhiben en la figura 55, al igual que en los casos anteriores, la matriz con mejor definición es la $K_{\kappa N}$. En este kernel se interpreta otra interfase que corresponde al horizonte Eoceno superior (EOCNL) con valores de velocidad y densidad de 2600 m/s y 2210 Kg/m³ respectivamente, también en esta matriz se observa la cima de la sal, el posible fondo de esta y un posible horizonte subsalino. Debido a lo anterior se decide implementar la metodología propuesta en la sección 3.3.

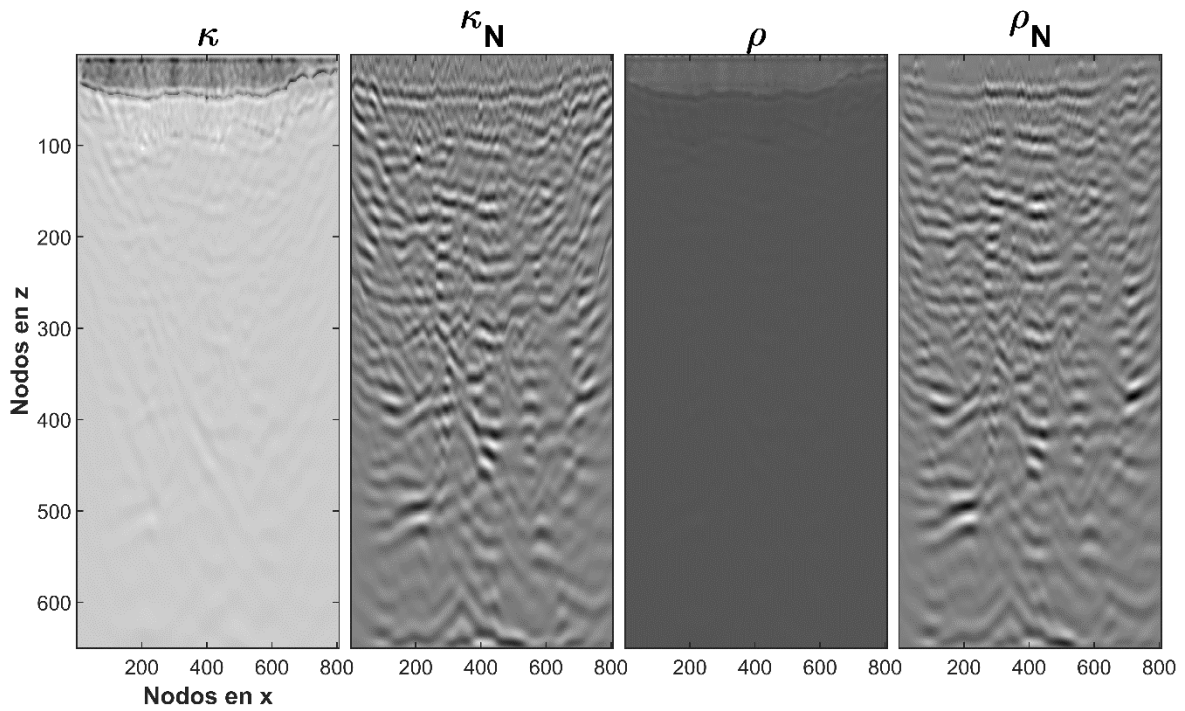


Figura 53. Kernels obtenidos de la aplicación del algoritmo de mejoramiento de imágenes de la sección sísmica real en la tercera iteración.

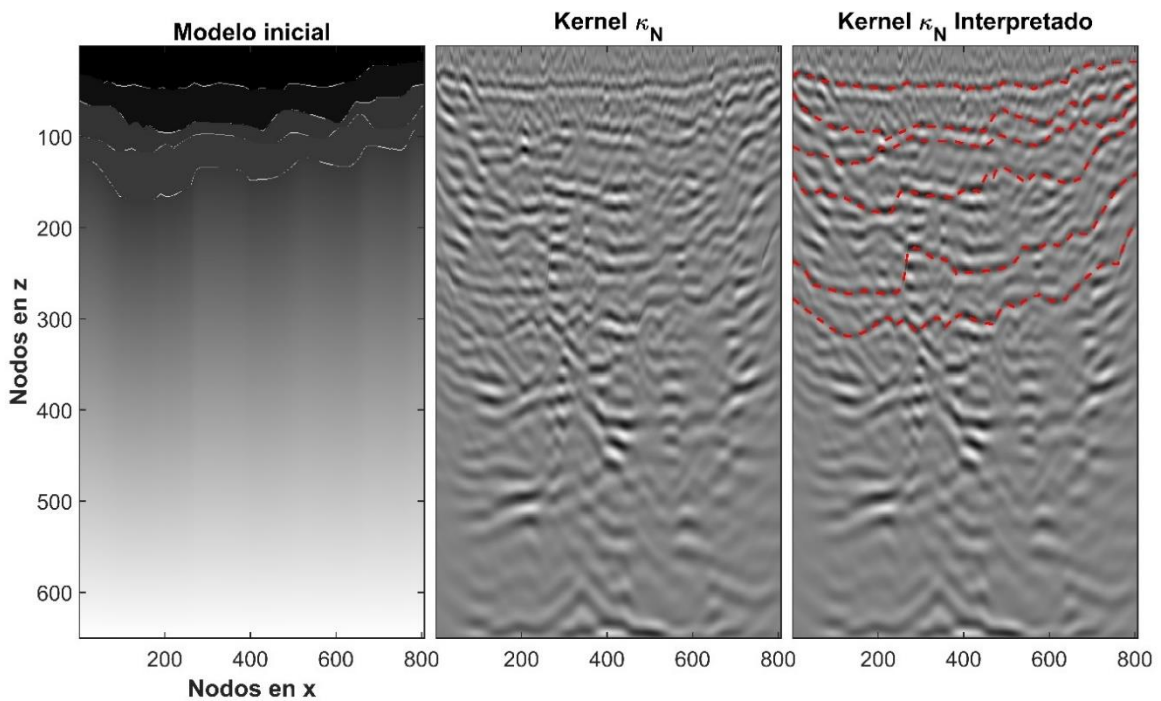


Figura 54. Modelo inicial de la tercera iteración. Determinación del kernel con mejor respuesta de la tercera iteración. Interpretación de los horizontes.

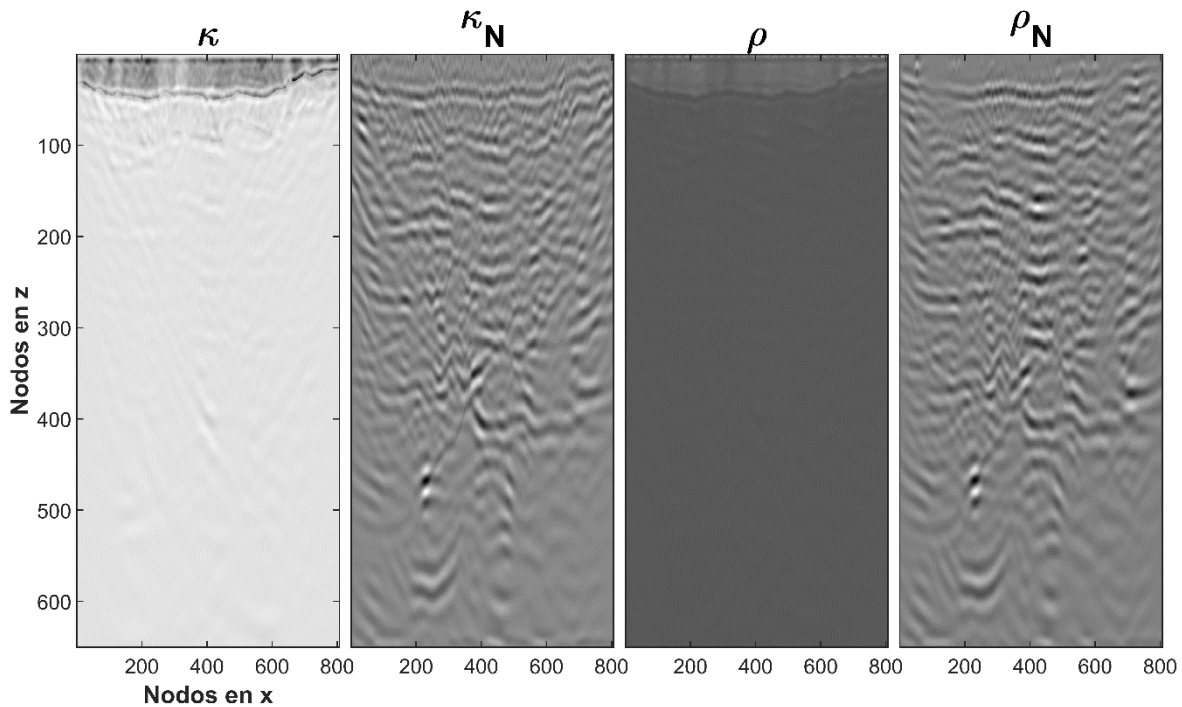


Figura 55. Kernels obtenidos de la aplicación del algoritmo de mejoramiento de imágenes de la sección sísmica real en la cuarta iteración.

En la figura 56 observamos las 6 capas ya interpretadas y la cima de sal que se exhibe en amarillo. A partir de esta línea construimos los tres casos propuestos por Dan (2014) para establecer el cuerpo de sal.

Estos casos se construyen a partir de la interpretación del kernel kappa normalizado de la cuarta iteración, cada interpretación se muestra en la figura 57. Se debe recordar que en el caso B y C se parte de una suposición. Para construir la interpretación del caso C observamos en el kernel que existe una interfase entre la cima y el fondo de la sal por lo que se determina que el horizonte subsalino a interpretar debe de forzosamente estar debajo del volumen de sal, es por ello que dibujamos una capa y le asignamos la velocidad del siguiente horizonte de la secuencia sedimentaria que corresponde al Paleoceno inferior (PACNE) con velocidad y densidad de 3300 m/s y 2350 Kg/m³ respectivamente.

Una vez que se construyen los modelos de velocidad y densidad para los tres casos se aplica el algoritmo de mejoramiento de imagen. Al igual que en casos anteriores se observa que los kernel con mejor resolución son los kappa normalizados por lo que se decide representar en las figuras 58, 59 y 60 los modelos de velocidad, los kernels $K_{\kappa N}$ y su interpretación.

En el caso A se puede observar la definición de la cima de sal, la interfase entre la cima y la base, y se observa algunas estructuras de la base, sin embargo, esto no

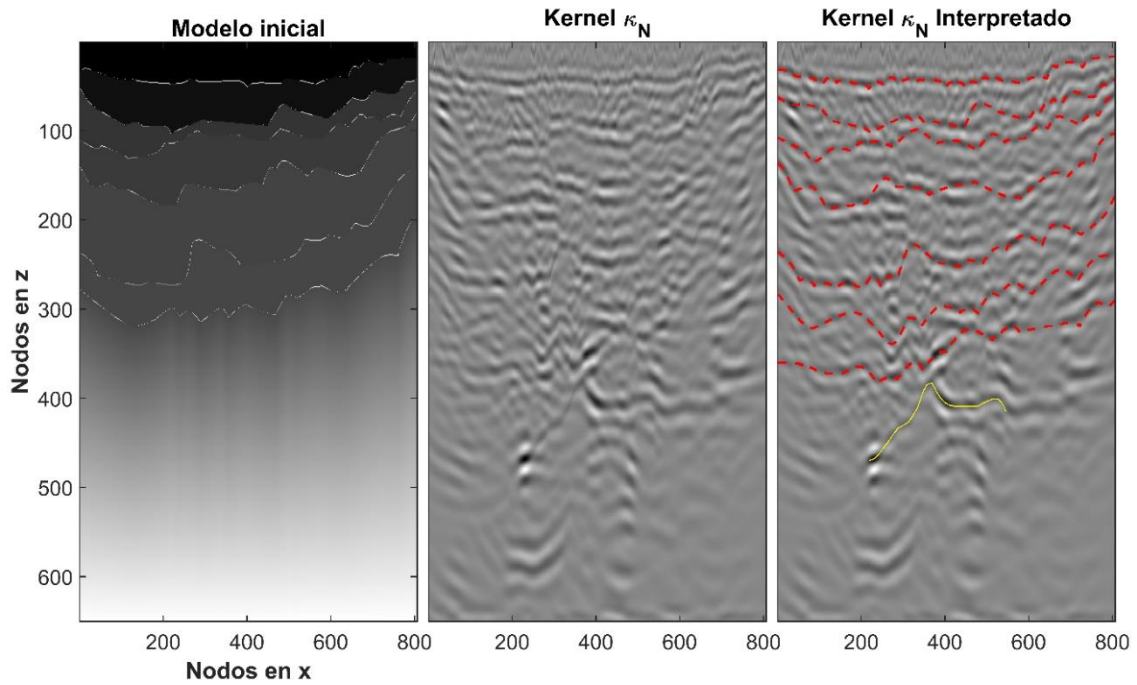


Figura 56. Modelo inicial de la cuarta iteración. Determinación del kernel con mejor respuesta de la cuarta iteración. Interpretación de los horizontes.

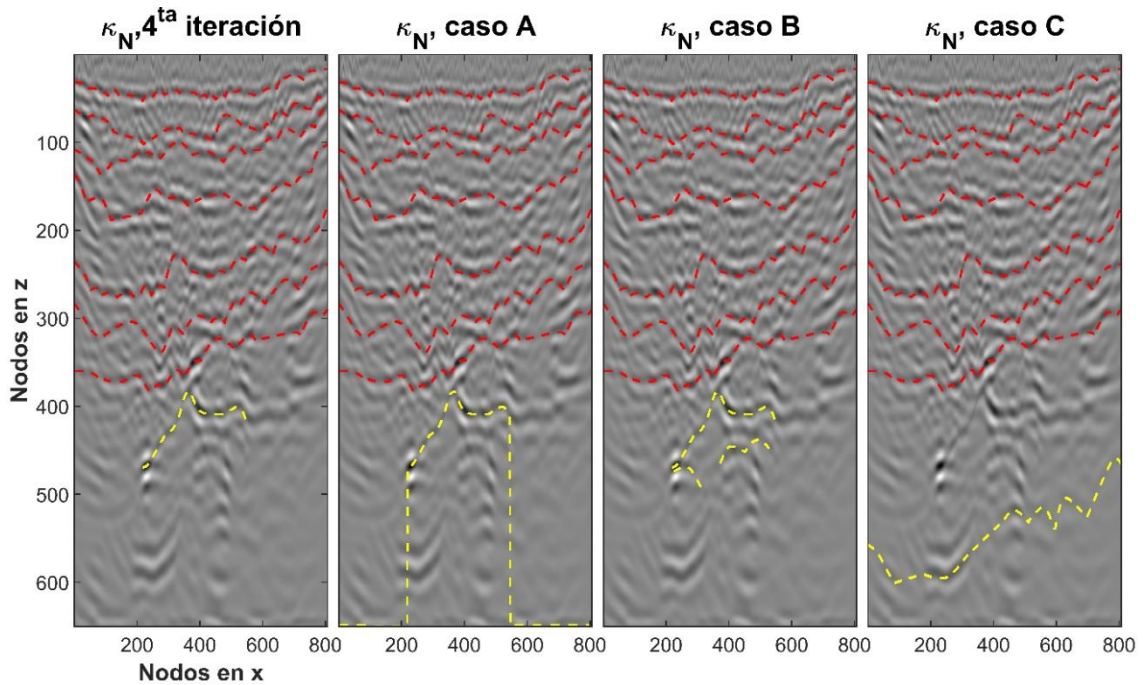


Figura 57. Kernel kappa normalizado obtenido de la cuarta iteración en donde se interpretan tres modelos a partir de la cima de sal.

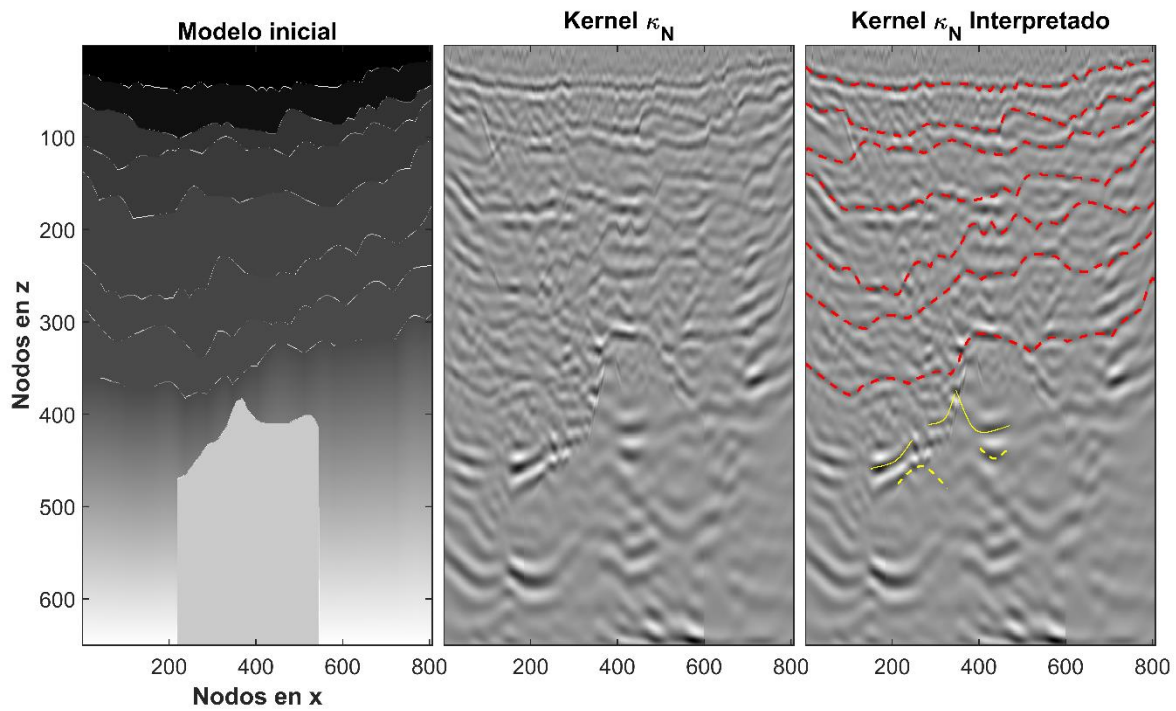


Figura 58. Modelo inicial del caso A para determinar el cuerpo de sal.
 Determinación del kernel kappa normalizado que contiene la mejor respuesta.
 Interpretación de los horizontes.

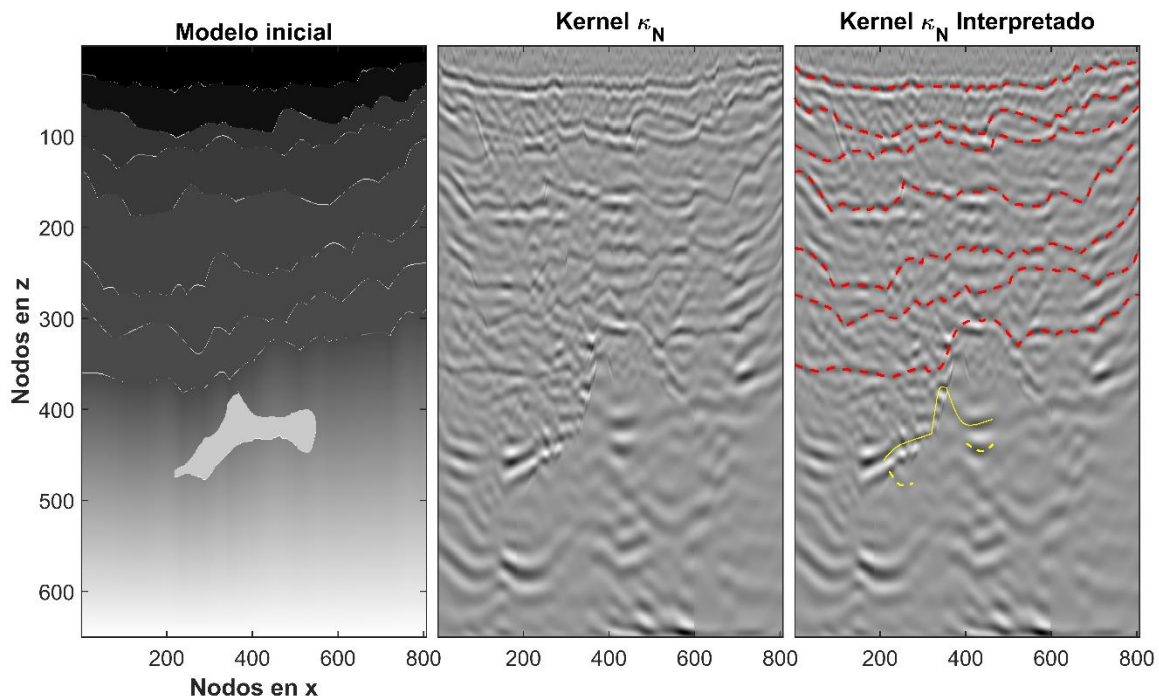


Figura 59. Modelo inicial del caso B para determinar el cuerpo de sal.
 Determinación del kernel kappa normalizado que contiene la mejor respuesta.
 Interpretación de los horizontes.

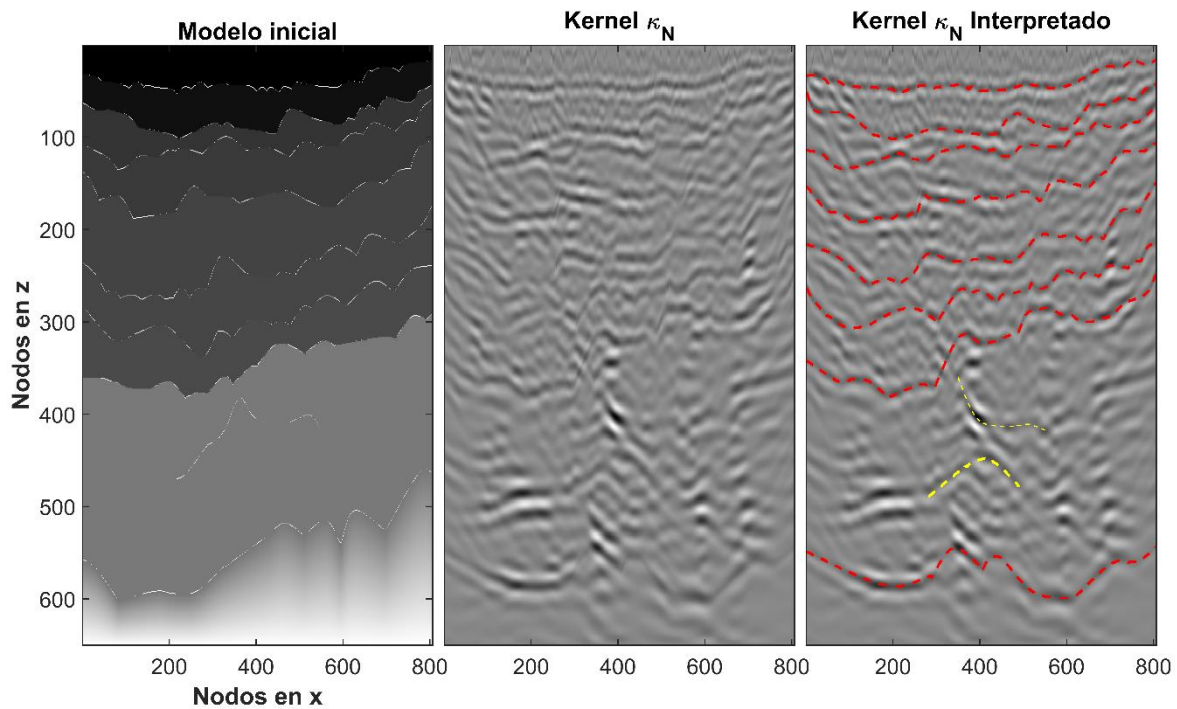


Figura 60. Modelo inicial del caso C para determinar el cuerpo de sal.
 Determinación del kernel kappa normalizado que contiene la mejor respuesta.
 Interpretación de los horizontes.

se define bien, adicionalmente se observa un horizonte subsalino deformado. En el caso B se define mejor la cima y la base de sal, así como el horizonte subsalino. Finalmente, el caso C se identifica el horizonte subsalino, pero no se logra identificar el cuerpo de sal; por lo que se decide utilizar la interpretación A y B para construir un modelo con las 7 capas ya identificadas, el cuerpo de sal, el horizonte subsalino y la capa que se encuentra entre la base y cima de sal.

La respuesta de la quinta iteración, se observa en la siguiente imagen (figura 61), en esta ilustración se observa que la matriz que muestra mejor definición es el kernel kappa normalizado. La interpretación de los horizontes se muestra en la figura 62 en esta ilustración se observa la definición del cuerpo de sal, sin embargo el horizonte subsalino se muestra poco definido ya que al centro de la imagen se encuentra en una porción borrosa, este efecto se atribuye al cuerpo sal, sin embargo los flancos de la imagen son claros por lo que se decide inferir la continuidad de la secuencia sedimentaria y no realizar más iteraciones debido a que se logró definir las estructuras a profundidad.

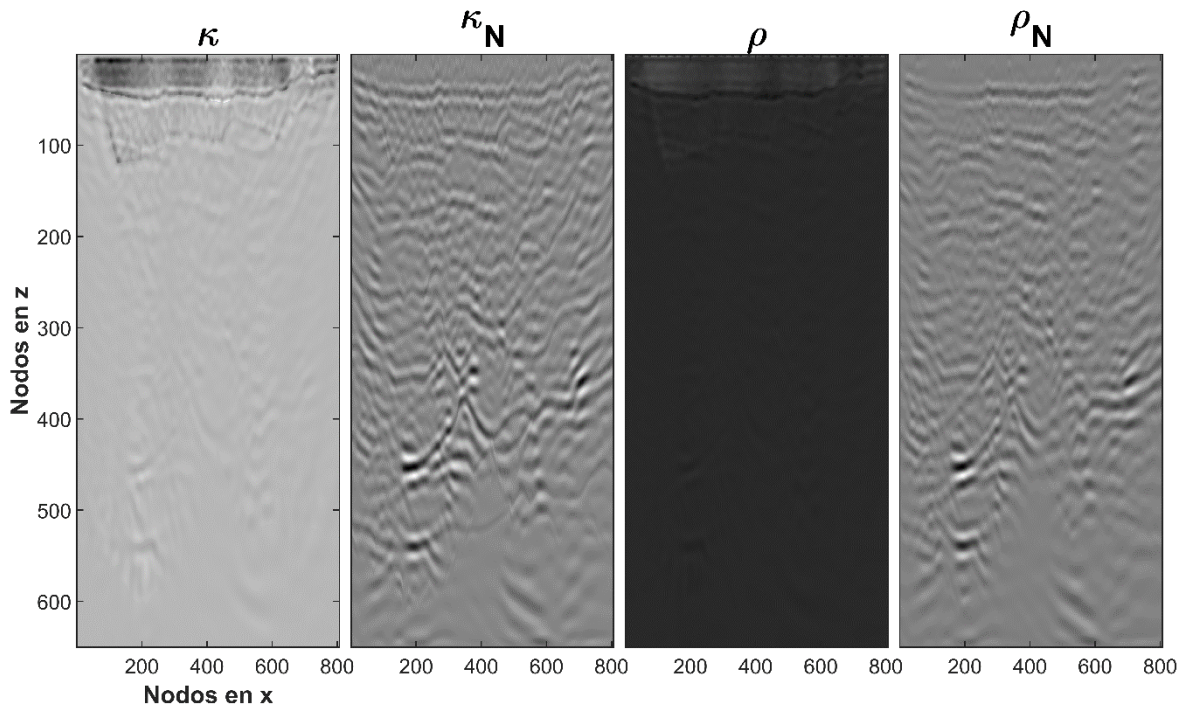


Figura 61. Kernels obtenidos de la aplicación del algoritmo de mejoramiento de imágenes de la sección sísmica real en la quinta iteración.

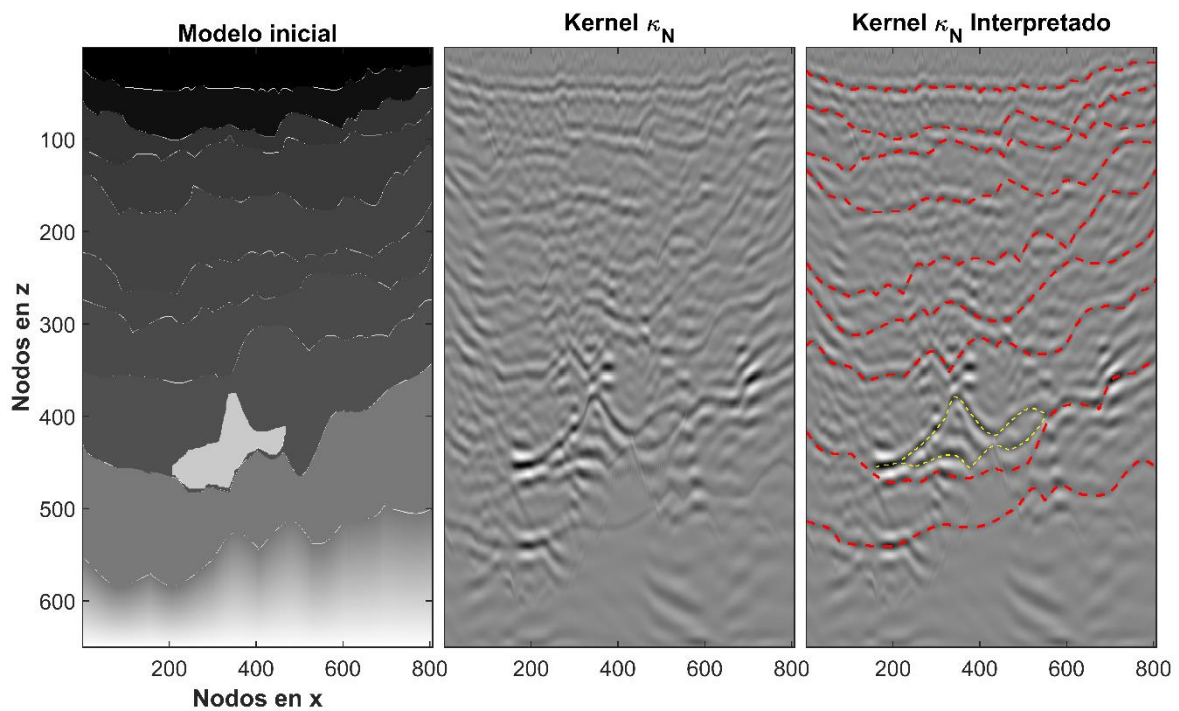


Figura 62. Modelo inicial de la cuarta iteración. Determinación del kernel con mejor respuesta de la quinta iteración. Interpretación de los horizontes.

7. Resultados y Conclusiones

7.1 Resultados

El uso del Algoritmo de Mejoramiento de Imagen (AMI) comienza con una sección de sísmica de pobre calidad y mediante los kernels ρ y κ , los cuales respectivamente representan la distribución de densidades y velocidades del medio, se construye iterativamente la distribución de los horizontes geológicos.

El desarrollo y programación del AMI enfrente diversos retos, en la implementación en el algoritmo de las fronteras absorbentes convolucionales (CMPL) ya que se obtuvo una respuesta aceptable. Teóricamente esta herramienta tenía como fin eliminar reflexiones provenientes de la frontera del dominio computacional, sin embargo, existieron reverberaciones provenientes de las fronteras del dominio.

Asimismo, la verificación de la condición de estabilidad generó un gran número de pruebas para corroborar la estabilidad en cada ejemplo.

El algoritmo destaca por su aplicabilidad ya que en términos computacionales tiene escasa ocupación de memoria además de que es notable que permita colocar fuentes y receptores en los límites del dominio computacional y no genere reverberaciones en la imagen.

Adicionalmente la implementación de fuentes simultáneas que ayudaron a generar una sección sísmica de cero offset es un proceso que proporciona iluminación en la imagen de todo el dominio y que resulta conveniente el procesamiento sísmico de reflexión.

Las pruebas con los modelos sintéticos permitieron corroborar que mediante el uso del AMI se recuperan imágenes que representan adecuadamente al modelo geológico. Cabe mencionar que estos experimentos también demostraron que el algoritmo es una técnica robusta, ya que a partir de ella se obtiene una respuesta concluyente en modelos geológicos con ángulos de buzamiento considerables en las interfases y presencia de sal en el modelo.

Se debe señalar que en las primeras iteraciones los kernels no muestran la disposición geológica completa a pesar de generarse a través de un modelo sintético lo que indica que no importa la calidad de los datos ya que la presencia de sal y geología compleja siempre generan baja resolución. La delimitación de los horizontes profundos se realiza conforme aumentan las iteraciones.

La imagen obtenida muestra estructuras que no se observan en las primeras iteraciones ya que existe una aproximación de forma local.

La interpretación de horizontes en la imagen fue un proceso evidente, no obstante, la determinación de velocidad presentó retos, a pesar del conocimiento e información geológica previa. La sobreevaluación de la velocidad de los horizontes profundos muestra la difuminación y desenfoque de la imagen obtenida, lo que hace que el uso del método sea intuitivo por lo que es aplicable a cualquier distribución del medio.

Generalmente la respuesta o kernel presenta un cambio de polaridad en el esquema de color que distingue múltiples de horizontes. Asimismo, se observó que gran parte de la energía se dispersa en la primera capa que corresponde al agua.

En el caso particular del ejemplo de un cuerpo de sal, la aplicación de la metodología propuesta otorga resultados aceptables ya que a pesar de que se observa en mayor número la presencia de múltiples debajo y cerca del cuerpo de sal, este se logra identificar. Asimismo, en la identificación del cuerpo de sal, este siempre muestra mayor volumen que el verdadero, la delimitación de este elemento afronta poca nitidez y escasa penetración de energía, por lo que la delimitación de los horizontes subsalinos no es evidente, y la interpretación de las interfases siempre debe tener un enfoque geológico.

En el caso de la variación lateral se debe señalar que la presencia de múltiples aumenta y que estos eventos se deforman al paso de las iteraciones por lo que se concluye que esto se debe a la aproximación local y la interferencia con horizontes ya definidos, así como a la respuesta para cambios bruscos de velocidad lateral. En este caso también se observó que en los límites del dominio se presenta cierta distorsión hacia arriba o abajo, lo que demuestra la ejecución media de las fronteras absorbentes.

Asimismo, se destacó la sensibilidad de la matriz de aproximación para cada parámetro donde las imágenes obtenidas diferían, esto provocó que la interpretación geológica contemplara ambos resultados.

7.2 Conclusiones

El objetivo general de este trabajo consistía en recuperar una imagen que representara un modelo geológico a partir de datos sísmicos de reflexión adquiridos en zonas de geología compleja. En el presente trabajo se demostró la recuperación y mejora de imágenes con pobre calidad mediante el uso del algoritmo de mejoramiento de imagen (AMI). Lo anterior se valida tanto en los cuatro modelos sintéticos mostrados en los capítulos 3 y 5 como para un caso real expuesto en el

capítulo 6. En estos ejemplos se identificaron elementos propios de zonas de geología compleja como cambios laterales de velocidad, presencia de fallas y cuerpos de sal.

Para alcanzar el objetivo general de este trabajo primero fue necesario implementar un esquema numérico que permitiera simular la propagación de ondas. El algoritmo utilizado demostró que el uso del esquema velocidad-esfuerzo cada medio paso de tiempo en un dominio finito con una malla *staggered-grid* reproduce por completo la solución de la ecuación de onda. Además, que la implementación de fronteras absorbente resuelve las limitaciones de simular la propagación de una onda en un espacio finito y discreto.

Una vez resuelto el problema de la propagación, fue posible calcular el campo regular y el campo reverso, este último es necesario para aplicar los principios de la Migración Reversa en el Tiempo en el que se basó el algoritmo de mejoramiento. En este trabajo la modificación de la condición de imagen de la migración RTM no sólo correlacionó los campos de velocidades regular y reverso si no que permitió realizar una inversión que inicialmente es costosa computacionalmente pero que gracias al algoritmo programado permitió su uso en un tiempo menor y con recursos computacionales básicos.

Debido a que se programó la propagación de una onda y se resolvió el problema inverso basándose en las diferenciales de Fréchet. Las imágenes mostradas o kernels representan parámetros importantes del medio, así como su distribución geométrica en profundidad

Lo anterior llevo a la identificación y aproximación de forma local y regional de los modelos propuestos y los datos. En el caso de la sección real el modelo que se generó es una aproximación a los datos obtenidos mediante una adquisición en campo de datos sísmicos de reflexión.

El proceso de la generación de kernels se repitió iterativamente para los datos sintéticos y reales, permitiendo interpretar los horizontes geológicos a medida que se construían las imágenes en cada iteración. Si bien esta técnica no proporcionó como tal una sección migrada, se generó una imagen que mejoró con el paso de las iteraciones y que fue sensible a parámetros de densidad y velocidad, además, de mostrar estructuras en profundidad.

Particularmente en el proceso de reconocimiento y optimización del algoritmo llevado a cabo en modelos sintéticos permitió la evaluación de la respuesta del algoritmo, lo que permitió su aplicabilidad en una sección real. Se debe destacar que como todo problema geofísico la solución propuesta es válida para el conjunto de restricciones impuestas (velocidad, densidad y geometría), no obstante, la

conjunción de mayor información geológica, datos sísmicos y un aumento en el número de parámetros proporcionarían mejores resultados

En último término se concluye de forma general que la técnica propuesta responde satisfactoriamente en llevar a cabo el objetivo propuesto, adicionalmente se destaca la accesibilidad computacional, lo intuitivo del método ya el algoritmo se limita a mantener valores cercanos a los datos observados, en caso contrario si el modelo de entrada se aleja de estos el algoritmo diverge lo cual es conveniente porque hace que el proceso y resultado sea confiable.

Referencias

- Alford R.M., Kelly K.R., Boore D.M., 1974, Accuracy of Finite-Difference Modeling Of the Acoustic Wave Equation, *Geophysics*, Vol.39, Num.6, Pag. 834–842.
- Bancroft J.C., 2007, A Practical Understanding of Pre- and Post-stack Migrations Volume 1, Canada, SEG
- Berenger J.,1994, A perfectly matched Layer for the Absorption of Electromagnetic waves, *Journal of Computational Physics*, Vol.114, Pag. 185–200.
- Biondi B.L., 2004, 3-D Seismic Imaging, E.U.A, SEG.
- Carrillo A., Mendoza O., 2015, Introducción Al Método De Diferencias Finitas Y Su Implementación Computacional, México, Facultad De Ciencias UNAM.
- Cogan M., Fletcher R., King R.,2011, Normalization Strategies for Reverse-time migration, SEG, Annual Meeting, Pág. 3275-3276.
- Collino F., Monk P., 1996, The Perfectly Matched Layer Model in Curvilinear Coordinates, *SIAM Journal on Scientific Computing*, Vol.19, Num.6, Pag. 2061–2090.
- Collino F., Tsogka C., 2001, Application of the Perfectly Matched Absorbing Layer Model to the Linear Elastodynamic Problem in Anisotropic Heterogeneous Media, *Geophysics*, Vol.66, Num.1, Pag. 294–307.
- Comisión Nacional de Hidrocarburos, 2015, Cuenca Salina, Síntesis Geológico Petrolera, Golfo de México- Aguas Profundas Sur.
- Dan N., 2014, Tesis: Aplicación de la Migración Reversa en Tiempo para Exploración de Plays Subsalinos en el Golfo de México, UNAM, México.
- Dribus J.R., Martin P.A. Jackson, Kapoor J., Martiris F. Smith, 2008, The Prize Beneath the Salt, *Oilfield Review* Vol.20, Num.3, Pag. 834–842.
- Festa G., Vilotte J. P., 2005, The Newmark Scheme as Velocity–Stress Time-Staggering: An Efficient PML Implementation for Spectral Element Simulations of Elastodynamics, *Geophysical Journal International* Vol.161, Num.3, Pag. 789–812.
- García R. J.L., 2013, Tesis: Inversión de onda de forma completa, UNAM, México.
- Gedney S.D., 1996, An Anisotropic Perfectly Matched Layer Absorbing Media for the Truncation of FDTD Lattices, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* Vol.44, Num.12, Pag. 1630-1639.

Guitton A., Alkhalifah T., 2013, An introduction to this especial section: Full-waveform inversion and the way forward, *The Leading-Edge SEG* Vol.32, Num.9, Pag. 1026-1028.

Herron D.A., 2011, *First Steps in Seismic Interpretation*, E.U.A, SEG

IMP, 2016, *Imágenes en profundidad de Plays Subsalinos mediante la Integración de Métodos Potenciales con Sísmica*.

Komatitsch D., Martin R., 2007, An Unsplit Convolutional Perfectly Matched Layer Improved at Grazing Incidence for The Seismic Wave Equation, *Geophysics* Vol..72, Num.5, Pag. Sm155–Sm167.

Lock W S., 2006., Why prestack depth migration is worth in salt, *Offshore* Vol.66, Num.6

Moczo P., Kristek J., 2014, *The Finite-Difference Modelling of Earthquake Motions Waves and Ruptures*, E.U.A, Cambridge University Press.

Padilla S. R., 2007, Evolución Geológica del Sureste Mexicano desde el Mesozoico al presente. Contexto regional del Golfo de México, *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana* Vol.59, Num.1, Pág. 19-42.

Rodden J., Gedney S.D, 2000, Convolution PML (CPML): An Efficient FDTD Implementation of the CFS-PML for Arbitrary Media, *Microwave and Optical Technology Letters* Vol.27, Num.5, Pag. 334-339.

Samuel H. Gray, (2014), "4. Seismic imaging," *Geophysical References Series: S1-1-S1-16*.

Schuster G.T, 2017, *Seismic Inversion*, SEG, *Investigations in Geophysics Series*, Num.20.

Sheriff R.E., Gerdart P.L, 1991, *Exploración Sismológica*, E.U.A, Emmerich Z. L.C., Noriega Limusa, 1982, Cambridge University Press.

Sheriff R.E., Gerdart P.L, 1995, *Exploration Seismology*, E.U.A, Cambridge University Press.

Stein S., Wysession M., 2003, *An Introduction to Seismology Earthquakes and Earth Structure*, U.K., Blackwell Publishing.

Tarantola A., 1984, Inversion of Seismic Reflection Data in the Acoustic approximation, *Geophysics*, Vol.49, Num.8, Pag. 1259-1266.

Tarantola A., 1986, A Strategy for nonlinear elastic inversion of seismic reflection data, *Geophysics* Vol.51, Num.10, Pag. 1893-1903.

Tarantola, A. 1988, Theoretical background for the inversion of seismic waveforms including elasticity and attenuation, Pure appl. Geophysics., Num. 128, Pag 365–399.

Thorne L., Wallace T.C., 1995, Modern Global Seismology, E.U.A., Academic Press.

Tromp J., Tape C., Liu Q, 2005, Seismic Tomography Adjoin Methods time reversal and banana-doughnut kernels, Geophysics Vol.160, Pag. 195-216.

Vireux J.,1986, P-SV Wave Propagation in Heterogeneous Media: Velocity-Stress Finite-Difference Method”, Geophysics Vol.51, Num.4, Pag. 889-892.

Yilmaz O., 2002, Seismic Data Analysis, E.U.A, SEG