



**BUAP**

**BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA**

**Facultad de Ingeniería**

**Secretaría de Investigación y Estudios de Posgrado**

**“ANÁLISIS DE UN COSTO DE OPORTUNIDAD  
APLICADO A LA CENTRAL HIDROELÉCTRICA ZIMAPÁN  
UTILIZANDO TEORÍA DE INVENTARIOS”**

**TESIS**

Que para obtener el grado de

**MAESTRO EN INGENIERÍA  
CON OPCIÓN TERMINAL EN  
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

Presenta:

José Carlos Nateras Ortega

Asesores de tesis:

Dr. Benito Zenteno Mateo

Dr. Juan Carlos Escamilla Sanchez

Puebla, Puebla junio 2022

# Contenido

1	Introducción .....	1
1.1	Resumen .....	1
1.2	Antecedentes .....	2
1.3	Planteamiento del problema .....	3
1.4	Justificación.....	3
2	Estructura del Mercado Eléctrico Mayorista .....	4
2.1	Antecedentes del Mercado Eléctrico Mayorista.....	4
2.2	Mercado Eléctrico Mayorista.....	6
2.3	Mercado Energía de Corto Plazo.....	7
3	Teoría de Inventarios .....	10
3.1	Clasificación de los inventarios .....	10
3.2	Demanda.....	11
3.3	Métodos de pronóstico de demanda.....	12
3.4	Técnicas para el pronóstico de la demanda .....	13
3.5	Ajuste exponencial o nivelación .....	14
3.6	Corrección por tendencia .....	14
3.7	Corrección por tendencia y estacionalidad .....	15
3.8	Modelo general de un inventario.....	16
4	Modelos Hidráulico .....	23
4.1	Componentes de una Central Hidroeléctrica .....	23
4.2	Tipo de Centrales Hidroeléctricas.....	29
4.3	Energía.....	31
4.4	Evaluación Económica costo nivelado de electricidad .....	34
4.5	Modelo Hidráulico. ....	35
5	Modelo Matemático basado en teoría de Inventarios .....	37
5.1	Deducción matemática de una restricción de energía aplicada al corto plazo.....	37
5.2	Componentes y consideraciones físicas para modelar una Central Hidroeléctrica .....	43
5.3	Deducción matemática de un inventario aplicada a una central hidráulica.....	47
6.	Análisis de resultados .....	54
6.1	Conclusiones.....	54
6.2	Trabajo futuro .....	55
	Bibliografía.....	56
	Apéndice A Descripción de la Central hidroeléctrica “Zimapán” .....	58
	Apéndice B Programación Lineal.....	61

Apéndice C Consideraciones para las simulaciones .....	70
--	----

## INDICE DE FIGURAS

Ilustración 1 Diagrama de un inventario como función del modelo eq básico .....	16
Ilustración 2 Diagrama de un inventario como función del modelo eq con tiempo de reaprovisionamiento .....	18
Ilustración 3 Diagrama de un inventario con planeación de faltantes .....	21
Ilustración 4 Esquema de una Central Hidroeléctrica .....	24
Ilustración 5 Turbina activa .....	26
Ilustración 6 Turbina reactiva .....	27
Ilustración 7 Generador hidroeléctrico .....	28
Ilustración 8 Plantas en cadena .....	30
Ilustración 9 Planta con almacenamiento .....	30
Ilustración 10 Planta a filo de agua .....	31
Ilustración 11 Curva característica entrada-salida de una planta hidroeléctrica .....	33
Ilustración 12 Curva característica de tasa incremental del agua para una planta hidroeléctrica....	33
Ilustración 13 Familia de curvas características entrada-salida para una planta hidroeléctrica con altura de caída variable .....	34
Ilustración 14 histórico de niveles de Zimapán .....	44
Ilustración 15 año con mayor decremento de nivel.....	45
Ilustración 16 año con diferencias regulares de nivel .....	45
Ilustración 17 año con mayor incremento de nivel.....	45
Ilustración 18 Diagrama de un modelo eq básico aplicado a una central hidroeléctrica .....	48
Ilustración 19 precios sombra caso 1 .....	53
Ilustración 20 precios sombra caso2.....	53
Ilustración 21 precios sombra caso 3.....	53
Ilustración 22 característica volumen vs nivel.....	60
Ilustración 23 característica consumo específico vs nivel .....	60
Ilustración 24 aplicación tora.....	66
Ilustración 25 restricciones en tora.....	67
Ilustración 26 selección de solver en tora .....	67
Ilustración 27 modificación de variables en tora .....	67
Ilustración 28 resultados de una solución en tora.....	68
Ilustración 29 resultados 2 de una solución en tora.....	68
Ilustración 30 solución grafica en tora.....	69
Ilustración 31 aplicación para calcular el precio sombra de un problema de tres unidades y dos cargas .....	72
Ilustración 32 resultados de la simulación ejemplo 5.2 manual de costos de oportunidad .....	77
Ilustración 33 resultados de la simulación ejemplo 5.3 manual de costos de -oportunidad .....	79

## INDICE DE TABLAS

Tabla 1 tipo de turbina y nivel de funcionamiento.....	25
Tabla 2 parámetros de las unidades de central eléctricas.....	40
Tabla 3 periodos de estudio y cantidad de horas .....	40
Tabla 4 demanda por periodo y oferta de compra.....	40
Tabla 5 resultados de demanda del del caso 1 .....	41
Tabla 6 resultados de generación del caso1 .....	41
Tabla 7 resultados de demanda del del caso 2 .....	41
Tabla 8 resultados de generación del caso1 .....	42
Tabla 9 resultados de demanda del del caso 2 aplicando costo de oportunidad .....	42
Tabla 10 resultados de generación del caso2 aplicando costo de oportunidad .....	42
Tabla 11 años con diferencias más representativas de nivel .....	44
Tabla 12 porcentaje de almacenamiento y volumen almacenado.....	46
Tabla 13 parámetros de caso 1.....	49
Tabla 14 parámetros de caso 2.....	49
Tabla 15 parámetros de caso 3.....	50
Tabla 16 datos de capacidad y función de producción.....	51
Tabla 17 periodo de estudio.....	51
Tabla 18 periodo de demanda y oferta de compra .....	51
Tabla 19 Resultados de la simulación del caso 1 .....	52
Tabla 20 Resultados de la simulación del caso 2 .....	52
Tabla 21 Resultados de la simulación del caso 3 .....	52
Tabla 22 resultados de simulación caso 1 .....	53
Tabla 23 resultados de simulación caso 2 .....	53
Tabla 24 resultados de simulación caso 3 .....	53
Tabla 25 tabla de datos característicos volumen vs elevación .....	58
Tabla 26 de datos característicos volumen útil y porcentaje de llenado .....	59
Tabla 27 datos de problema básico en tora .....	66

## ABREVIATURAS Y SIMBOLOGIA UTILIZADA

CENACE	Centro Nacional de Control de Energía
MEM	Mercado Eléctrico Mayorista
PIE	Productor Independiente de Energía
PP	Pequeño Productor
CFE	Comisión Federal de Electricidad
PM	Participante del Mercado
SEN	Sistema Eléctrico Nacional
CRE	Comisión Reguladora de Energía
DFT	Derecho Financiero de Transmisión
CEL	Certificado de Energía Eléctrico
PML	Precio Marginal Local
AUCHT	Asignación de Unidades y Coordinación Hidrotérmica
MDA	Mercado de Día en Adelanto
AUGC	Asignación de Unidades de Generación por Confiabilidad
MTR	Mercado de Tiempo Real
$\rho$	Densidad del agua
$g$	Constante gravitatoria
$H$	Altura de caída del agua
$Q$	Gasto o caudal
$P$	Potencia eléctrica
KW	Kilo Watt
NAMO	Nivel máximo de Operación de una Central Hidroeléctrica
NAMINO	Nivel mínimo de Operación e una Central Hidroeléctrica

# 1 Introducción

## 1.1 Resumen

El principal objetivo de esta tesis es simular la obtención del precio sombra para que posteriormente sea utilizado y obtener costos de oportunidad que, por definición, es el costo de la alternativa a la que renunciamos cuando tomamos una determinada decisión, incluyendo los beneficios que podríamos haber obtenido de haber elegido otra opción [1]. Por ejemplo, para la central hidroeléctrica Zimapán, dadas las características conocidas de dicha central. El modelo empleado estudia principalmente la variación en el volumen útil en los diferentes escenarios, de estiaje y lluvia. entregando resultados teóricos que estuvieron sujetos a prueba para validar su eficiencia respecto una variación extraordinaria de los principales insumos en la central hidroeléctrica en estudio.

Para realizar las simulaciones del cálculo de costo de oportunidad, se tomaron en cuenta los datos publicados por el CENACE en su página oficial para la central en estudio [2].

Como primera aproximación del tema de los costos de oportunidad, se revisó la información pública, y se realizaron las simulaciones referidas en el manual de costos de oportunidad publicado en el diario oficial de la federación

En capítulos posteriores se enunciará la importancia de los costos de producción de las centrales eléctricas, poniendo principal atención a la tecnología hidráulica, ya que es la tecnología en la que se basa nuestro tema de estudio.

La distribución del presente trabajo de tesis es la siguiente:

### CAPITULO II

Estructura del Mercado Eléctrico Mayorista en México, presenta el enfoque general de la evolución del Sistema Eléctrico Nacional de México a lo largo de la historia, así como una perspectiva de los componentes del Mercado Eléctrico a partir de la Reforma Energética.

### CAPITULO III

Teoría de Inventarios en este capítulo se introduce la teoría y los modelos de los cuales partió la aplicación posterior, como base para un modelo matemático que ayudo a encontrar la energía que posteriormente obtiene el precio sombra para calcular costos de oportunidad de la central hidroeléctrica Zimapán.

### CAPITULO IV

Modelos Hidráulicos, los componentes que asocian al modelo de una central hidroeléctrica se plantearon en este capítulo dando atención a la relación de generación eléctrica con los parámetros de nivel, volumen y consumo específico.

### CAPITULO V

Implementación del Modelo Matemático basado en teoría de Inventarios, para este apartado se implementó el modelo matemático basado en teoría de inventarios y se presenta el comportamiento de la simulación, para la central hidroeléctrica Zimapán.

## CAPITULO VI

Resultados Obtenidos, en este capítulo se presentaron los resultados que se obtuvieron a partir de implementar el modelo matemático basado en teorías de inventarios.

### 1.2 Antecedentes

Ante la reforma energética que se promulgo en el año 2013 y su posterior entrada en operación el día el 29 de enero de 2016 el Mercado Eléctrico Mayorista Mexicano, haciendo uso y aprovechamiento de la Red Nacional de Transmisión y Redes Generales de Distribución, así como las diversas tecnologías de generación eléctrica que en el intervienen, han jugado un papel muy importante en el suministro de energía eléctrica en el país, a través de la asignación y despacho económico, cuyo principal objetivo es maximizar el excedente total económico [3] [4]

El Mercado Eléctrico Mayorista proporciona la facilidad de participar en el mercado en una de sus seis modalidades, (generador, usuario calificado participante del mercado, suministrados de servicios básicos, suministrador de servicios calificados, suministrador del último recurso, comercializador no suministrador) en todo momento siendo sujetos a las reglas del mercado [3].

Como se plantea en las bases del mercado, el Centro Nacional de Control de Energía, recibe las ofertas de los Participantes del Mercado en términos de energía neta inyectada al Sistema Eléctrico Nacional. De la misma manera que se reciben ofertas de compra y venta en el mercado eléctrico mayorista, también se reciben pronósticos de generación, entre los que podemos enunciar pronósticos de generación intermitente, pronósticos de generación firme no despacharle, pronóstico de disponibilidad de generación y pronósticos de energía hidroeléctrica.

Para su correcta operación el Mercado Eléctrico dispone de una planeación operativa de mediano plazo que corresponde a un horizonte de un mes hasta tres años en adelante, cumpliendo con las condiciones de eficiencia calidad, confiabilidad, seguridad y sustentabilidad, para la operación del sistema eléctrico nacional [5].

Dentro de las bases del mercado se reconocen los recursos de energía limitada, entre los que se mencionan los siguientes: unidades hidroeléctricas con embalse, unidades térmicas con límites de emisiones periódicas, unidades térmicas con límites periódicos de combustible. De esta manera, los recursos de energía limitada requieren la metodología que formula el CENACE, para obtener los costos de oportunidad, con los que el participante del mercado que sea declarado como recurso de energía limitado, puede participar en el mercado eléctrico para el periodo que así lo requiera.

Los costos de oportunidad obtenidos por el CENACE, de acuerdo con lo establecido en el manual de costos de oportunidad, ayudan al participante del mercado para realizar su oferta en el mercado eléctrico mayorista basada en este costo de oportunidad [6].

### 1.3 Planteamiento del problema

Existe una metodología implementada por le CENACE, para realizar el cálculo de los costos de oportunidad de las centrales hidroeléctricas del Sistema Eléctrico Nacional, que varían desde las 24 horas, 7 días hasta los 36 meses posteriores al día de operación para lo cual se requiere analizar el desarrollo e implementación de dicha metodología, para comprender mejor los resultados expresados [3].

Derivado de lo anterior es de provecho estudiar las variaciones que puede tener un modelo que aproxime el cálculo a los costos de oportunidad, desde la perspectiva del cambio de variable, sustituyendo el tiempo de estudio, por el volumen de embalse útil.

El cambio climático ha contribuido con la desviación en la determinación de las temporadas de estiaje y de lluvia, provocando temporadas más largas de estiaje y lluvias torrenciales, que provocan la acumulación de agua en millones de metros cúbicos esperada de más de un mes en una sola precipitación. Por lo cual es necesario analizar entender y estudiar las variaciones de los volúmenes en las principales centrales hidroeléctricas del país [7].

Derivado del cambio climático, es más recurrente tener aportaciones extraordinarias, que reflejan una diferencia del volumen en las centrales hidroeléctricas, estos casos particulares, por la naturaleza de un cambio súbito diferencial, es relativamente imperceptible desde el punto de vista de una planeación con horizontes de estudio de más de 24 horas

### 1.4 Justificación

Encontrar un modelo que aproxime el precio sombra y posteriormente los costos de oportunidad por variación de volumen útil en una central hidroeléctrica, podría contribuir al mejoramiento de los cálculos actualmente obtenidos, y al estudio de la variabilidad del volumen útil respecto el cambio climático.

Por lo anterior expuesto la implementación de un modelo matemático que contempla el incremento y/o decremento abrupto en el nivel de operación de una central hidroeléctrica y la comparación con los resultados aquí obtenidos fueron sometidos a un estudio obteniendo resultados que son plasmados en el presente trabajo de tesis.

## 2 Estructura del Mercado Eléctrico Mayorista

La energía eléctrica para un país es la base para el desarrollo de este, es una fuente que no admite sustitución, y que presenta la particularidad de que no se puede almacenar al menos en forma práctica y proporcionada respecto a la demanda, toda la energía que se está generando en estos momentos en todas y cada una de las centrales eléctricas, independientemente de su tecnología debe ser consumida por el usuario final. La intervención de los diversos tipos de tecnología, para satisfacer dicha demanda, obedecen a la apertura que tienen los países para coordinar las mismas, con ayuda de un mercado mayorista.

### 2.1 Antecedentes del Mercado Eléctrico Mayorista

En nuestro país la implementación de la primera planta generadora de electricidad se dio en el estado de Guanajuato, en el año de 1879, con ayuda de la fábrica Textil "La Americana", que fue su principal cliente consumidor, de inmediato esta tendencia fue extendida en la producción minera, que escasamente generaba energía eléctrica para la iluminación residencial y para el alumbrado público.

En el año 1889, la central hidroeléctrica Batopilas ubicada en el estado de Chihuahua, entro en operación abasteciendo así mercados urbanos y comerciales, donde la población tenía una mayor capacidad económica.

Durante el régimen de Porfirio Díaz se otorgó al sector eléctrico el carácter de servicio público, colocándose las primeras 40 lámparas "de arco" en la Plaza de la Constitución, cien más en la Alameda Central, y comenzó la iluminación de la entonces calle de Reforma y de algunas otras vías de la Ciudad de México.

En 1937 México tenía 18.3 millones de habitantes, de los cuales únicamente siete millones contaban con electricidad, proporcionada con serias dificultades por tres empresas privadas "The Mexican Light and Power Company"

En el año del 1937, la Comisión Federal de Electricidad fue creada por el gobierno federal para resolver la problemática de abasto, intermitencia y tarifas elevadas en el país. La CFE tendría el objetivo de organizar dirigir un sistema de generación transmisión y distribución de energía eléctrica basado en principios técnicos económicos sin fines de lucro.

En el año de 1938 CFE contaba con una capacidad instalada de 64 Kw, esta capacidad aumento a 45.5 Kw en menos de ocho años, ya para el año 1960 CFE ya era el proveedor mayoritario con el 54% de la capacidad del país que oscilaba entre los 2,300 MW.

La década con mayor crecimiento de infraestructura fue entre 1960 y 1970 aumentando la capacidad hasta 7,874 MW ya para la siguiente década se contaba con 26,797 MW.

El iniciar el año 2000, ya se contaba con una capacidad instalada de 35,385 MW con una cobertura de 94.7% de la nación, así como más de 18.6 millones de usuarios [8].

## **Evolución del Sistema Eléctrico**

El 27 de septiembre de 1960, el presidente Adolfo López Mateos nacionalizó la industria eléctrica, a fin de aumentar el nivel de electrificación, ya que en ese año era del 44%.

En esa década la inversión pública se destinó en más de 50% a obras de infraestructura. Se construyeron importantes centros generadores, entre ellos los de Infiernillo y Temascal, y se instalaron otras plantas generadoras alcanzando, en 1971, una capacidad instalada de 7,874 MW.

Para la década de los noventa se realizaron cambios verdaderamente importantes para el sector eléctrico en nuestro país, ya que por primera vez se contempló y solidificó la idea de permitir que la energía eléctrica no solo fuera producida por las empresas nacionales, lo que inició lo que se conoce como **Apertura de la industria eléctrica**. Después de la reforma al sector eléctrico de 1992, la Constitución no prohibía de manera absoluta la participación privada; existían los Productores Independientes de Energía (PIE) y los Pequeños Productores (PP), mismos que estaban sujetos a tres funciones exclusivamente:

- I. vender la energía a CFE
- II. exportarla
- III. autoabastecerse.

Es decir, no fungían como competencia para las entonces empresas paraestatales.

En el año de 2016 se realizó una nueva reforma eléctrica que dio apertura a registrarse y acreditarse como Generador, Usuario calificado, Suministrador de servicios básicos, Suministrador de servicios calificados, Suministrador de último recurso y/o comercializador no consumidor. En este mercado se puede comercializar lo siguiente:

- Energía
- Servicios conexos
- Potencia
- Derechos financieros de transmisión
- Certificados de energías limpia

Todo esto dentro de las opciones que brinda el mercado eléctrico, las cuales incluyen Mercado de Energía de Corto Plazo, Mercado para el Balance de Potencia, Mercado de Certificados de Energía Limpia y Subastas de Mediano y Largo Plazo. Con la llamada Reforma Energética se realizaron cambios en artículos específicos de la Constitución de los Estados Unidos Mexicanos. El 20 de diciembre del 2013 el ejecutivo federal decreto la modificación en la Constitución Política Mexicana en materia de energía, la cual puso en marcha la reforma estructural del Sector Eléctrico [9].

La modificación comprende los Artículos 25, 27 y 28. En lo que respecta al artículo 25 el párrafo cuarto, enunciaba lo siguiente:

*“El sector público tendrá a su cargo, de manera exclusiva, las áreas estratégicas que se señalan en el artículo 28, párrafo cuarto de la Constitución, manteniendo siempre el Gobierno Federal la propiedad y el control sobre los organismos que en su caso se establezcan”.*

El texto resultante de la modificación es el siguiente

*“El sector público tendrá a su cargo, de manera exclusiva, las áreas estratégicas que se señalan en el artículo 28, párrafo cuarto de la Constitución, manteniendo siempre el Gobierno Federal la propiedad y el control sobre los organismos y empresas productivas del Estado que en su caso se establezcan. Tratándose de la planeación y el control del sistema eléctrico nacional, y del servicio público de transmisión y distribución de energía eléctrica, así como de la exploración y extracción de petróleo y demás hidrocarburos, la Nación llevará a cabo dichas actividades en términos de lo dispuesto por los párrafos sexto y séptimo del artículo 27 de esta Constitución. En las actividades citadas la ley establecerá las normas relativas a la administración, organización, funcionamiento, procedimientos de contratación y demás*

*actos jurídicos que celebran las empresas productivas del Estado, así como el régimen de remuneraciones de su personal, para garantizar su eficacia, eficiencia, honestidad, productividad, transparencia y rendición de cuentas, con base en las mejores prácticas, y determinará las demás actividades que podrán realizar”.*

Por lo que el control absoluto que tenía el gobierno federal, así como el desarrollo de las áreas estratégicas, pasa a manos de empresas productivas del estado.

Por otra parte, el artículo 27 constitucional prescribía [10]

*“Tratándose del petróleo y de los carburos de hidrógeno sólidos, líquidos o gaseosos o de minerales radiactivos, no se otorgarán concesiones ni contratos, ni subsistirán los que en su caso se hayan otorgado y la Nación llevará a cabo la explotación de esos productos en los términos que señale la Ley Reglamentaria respectiva. Corresponde exclusivamente a la Nación generar, conducir, transformar, distribuir y abastecer energía eléctrica que tenga por objeto la prestación de servicio público. En esta materia no se otorgarán concesiones a los particulares y la Nación aprovechará los bienes y recursos naturales que se requieran para dichos fines”.*

La versión modificada y el nuevo párrafo que se agregó se asentaron como sigue:

“Corresponde exclusivamente a la Nación la planeación y el control del sistema eléctrico nacional, así como el servicio público de transmisión y distribución de energía eléctrica; en estas actividades no se otorgarán concesiones, sin perjuicio de que el Estado pueda celebrar contratos con particulares en los términos que establezcan las leyes, mismas que determinarán la forma en que los particulares podrán participar en las demás actividades de la industria eléctrica. Tratándose del petróleo y de los hidrocarburos sólidos, líquidos o gaseosos, en el subsuelo, la propiedad de la Nación es inalienable e imprescriptible y no se otorgarán concesiones. Con el propósito de obtener ingresos para el Estado que contribuyan al desarrollo de largo plazo de la Nación, ésta llevará a cabo las actividades de exploración y extracción del petróleo y demás hidrocarburos mediante asignaciones a empresas productivas del Estado o a través de contratos con éstas o con particulares, en los términos de la Ley Reglamentaria. Para cumplir con el objeto de dichas asignaciones o contratos las empresas productivas del Estado podrán contratar con particulares. En cualquier caso, los hidrocarburos en el subsuelo son propiedad de la Nación y así deberá afirmarse en las asignaciones o contratos”.

## 2.2 Mercado Eléctrico Mayorista

El mercado Eléctrico Mayorista en México está compuesto principalmente por cuatro grandes bloques que incluyen Generadores, Comercializadores, Consumidores y un Operador del Mercado, en México este Operador es el Centro Nacional de Control de Energía (CENACE). EL objetivo del MEM es la transacción de compra/venta principalmente de la Energía Eléctrica, Potencia, Certificados de Energía Limpia y Servicios Conexos. Para satisfacer la demanda diaria de Energía Eléctrica, el CENACE determina la asignación y despacho de las Unidades de Central Eléctrica de demanda controlable, así como los programas de importación y exportación. La comisión Reguladora de Energía (CRE) vigila la operación del Mercado Eléctrico Mayorista y las determinaciones del CENACE, para con este mercado.

El MEM está constituido principalmente por cinco áreas de estudio que se especializan y se dividen en **Derechos Financieros de Transmisión (DFT)**, que son coberturas que ayudan a cubrir la volatilidad del precio en los diferentes nodos del sistema eléctrico. Los titulares de los DFT's pagan o cobran las diferencias de precio entre el nodo de origen de la electricidad y el precio del destino donde se recibe la electricidad. Las subastas de los DFT's son operadas por el CENACE periódicamente [11].

Se contempla también la potencia en un mercado que esta especificado en nombre y alcance como **Mercado de Balance de Potencia**, que es la obligación que los Generadores de Energía tienen de producir suficiente energía eléctrica para satisfacer a la demanda y ofrecerla en el Mercado de Energía de Corto Plazo en un futuro. La Potencia es intercambiada en el mercado para cubrir con los desbalances que existen entre los requisitos de Potencia de los Generadores, dictados por la

CRE, y las cantidades registradas en sus Transacciones Bilaterales de Potencia. La obligación de adquirir una cierta cantidad de Potencia determina la demanda del mercado, generalmente conformada por Usuarios Calificados y sus Suministradores. Mientras que la oferta es determinada los Generadores que tienen exceso de Potencia que no ha sido comprometida en contratos de cobertura eléctrica. Este mercado opera anualmente y los participantes deben realizar ofertas de compra/venta dos meses antes de la finalización del año [11].

En lo que respecta a las energías limpias, en el Mercado Eléctrico Mayorista Mexicano, se consideró y se tomó como uno de los principales motores de inversión, que ayudaran a la descarbonización del sector energético del país. Por lo cual se contempla un mercado para este rubro El mercado de **Certificados de Energía Limpia** enuncia y da a conocer que un Certificado de Energía Limpia (CEL) es un título que acredita la producción eléctrica por medio de energía limpia. Los Generadores de Energía están obligados a cumplir con un mínimo porcentaje de generación por fuentes limpias, requerido por la CRE. Estos reciben un CEL por cada MWh generado mediante estas fuentes, por lo que la demanda de este mercado es conformada por los Generadores y Suministradores Calificados que no alcanzaron a cumplir con la cuota mínima de CEL's y quieren evitar el pago de multa por incumplimiento. Mientras que la oferta es determinada por los Generadores y Suministradores Calificados que lograron obtener más CEL's de los requeridos por la CRE. El CENACE recibe ofertas de compra/venta de CEL's y determina el precio de equilibrio como el punto donde la cantidad de ofertas de venta con precio menor al de equilibrio sea igual a la cantidad de ofertas de compra con precio mayor al de equilibrio. Los certificados tienen una duración de 20 años y este mercado es efectuado al menos una vez al año [11]

Así como es de relevancia y de importancia lo expuesto con anterioridad del Mercado Eléctrico Mayorista la visión para un horizonte de tiempo mayor, en donde las transacciones favorecen el cumplimiento del avance y la entrada en operación comercial de nuevos proyectos, por lo cual se integra un mecanismo, que garantice el cumplimiento de dicho objetivo, que en el MEM se conoce con el nombre de Subastas.

**Las subastas de Mediano y Largo Plazo** fueron creadas para cubrir los requerimientos de Energía, Potencia y CEL's de los Suministradores, mediante Contratos de Cobertura Eléctrica con los Generadores. Las subastas son organizadas por el CENACE y los ganadores de cada subasta son los participantes que ofrecen y venden la energía generada con el menor valor posible para que la energía entregada al consumidor sea la más económica. Las subastas de Mediano Plazo consideran el intercambio de Energía y Potencia y duran tres años, mientras que las subastas de Largo Plazo incluyen, además, el intercambio de CEL's, por lo que su horizonte temporal es de 15 o 20 años.

Estos cinco mercados son las nuevas plataformas económicas encargadas de asegurar el abastecimiento eficiente y suficiente de la demanda energética del país, permitiendo la interacción de los nuevos Participantes del Mercado. Las reglas del juego cambiaron en el Sistema Eléctrico Nacional y RIC Energy, como Suministrador Calificado, se asegura de representar a diversas empresas dentro de este nuevo mercado con el mejor conocimiento y experiencia para asegurar el cumplimiento de cada una de las obligaciones de sus clientes y garantizar su permanencia en el mercado con costos energéticos óptimos [11].

## 2.3 Mercado Energía de Corto Plazo

Los participantes de este mercado realizan ofertas de compra/venta de energía y servicios conexos con el fin de proveer la energía suficiente al menor costo posible. Los Usuarios Calificados y sus

Suministradores, determinan la demanda de energía eléctrica, mientras que la oferta es determinada por los costos variables de cada Generador de Electricidad. Las Centrales Eléctricas con costos variables más bajos – generalmente Generadores de energía limpia – son elegidas primero para despachar energía dado que ofrecen los precios más bajos. El precio de equilibrio será igual al precio final el de la última central utilizada para cumplir con la demanda.

Este mercado tiene tres variaciones dependiendo del horizonte temporal de la transacción. Si la energía se comercializa un día antes de su generación, la transacción es realizada en el Mercado de Día de Adelanto. Si la energía se comercializa el mismo día de su generación, se realiza en el Mercado de Tiempo Real. Finalmente, si la energía se comercializa una hora antes de su generación, se realiza en el Mercado de Hora en Adelanto [11].

En este mercado se realizan transacciones y operaciones de compra/venta de energía que están basadas en los Precios Marginales Locales (PML) de cada uno de los Nodos que componen el Sistema de interés.

Para realizar las labores que están dentro de la competencia del CENACE, para el mercado de corto plazo, este es asistido por diversos modelos para optimizar los recursos eléctricos disponibles, en diversos horizontes de estudio, entre los que destacan:

#### **AU-CHT**

Modelo de asignación de unidades y coordinación hidrotérmica utilizado en el proceso de Asignación de Unidades de Central Eléctrica de Horizonte Extendido; es una herramienta de planeación semanal de la producción que permite acoplar las políticas de operación de mediano plazo para los embalses principales con la operación diaria de los mismos, determinando la cantidad de energía diaria que conviene generar con las unidades de centrales hidroeléctricas en estos embalses; asimismo, puede calcular el costo de oportunidad de la energía generada por estas unidades [11].

#### **AUCG**

Modelo de optimización utilizado en la Asignación Suplementaria de Unidades de Central Eléctrica para Confiabilidad; con esta herramienta se deciden cambios al programa horario de arranques, paros y cambios de configuración, con la limitación de no parar unidades que en el Mercado del Día en Adelanto resultaron programadas para generar energía; el modelo considera los Pronósticos de Demanda horaria del CENACE y las Ofertas de Venta de los Participantes del Mercado a partir de Unidades de Central Eléctrica [11].

#### **MDA**

Modelo de optimización utilizado en la asignación y despacho de Unidades de Central Eléctrica en el Mercado del Día en Adelanto; con esta herramienta se decide el programa horario de arranques, paros, cambios de configuración, potencias de generación y asignación de los Servicios Conexos, para lo cual, el modelo considera las Ofertas de los Participantes del Mercado; además, determina los Precios Marginales Locales de la energía y los precios de los Servicios Conexos por zona de reserva [11].

Adicionalmente a los modelos de optimización que comprenden horizontes de tiempo de 168 horas con antelación de un día previo al MDA como lo es el AU-CHT y los optimizadores de MDA y AUGC, que comprenden horizontes de tiempo de 24 horas previas al día de operación, se cuenta con un

optimizador que realiza las funciones análogas de los horizontes de estudio ya mencionadas, pero con la particularidad de optimizar en tiempo real, por lo cual se tiene el siguiente modelo:

### **MTR**

Modelo de optimización utilizado en la Asignación de Unidades de Central Eléctrica en Tiempo Real; con esta herramienta se decide para un periodo de dos horas, cambios con detalle de quince minutos al programa existente de arranques, paros y cambios de configuración; considerando las limitaciones impuestas por los tiempos de notificación y la necesidad de evitar que se incurra en costos adicionales o en la imposibilidad de aplicar el programa existente más allá del horizonte de dos horas [11].

## 3 Teoría de Inventarios

### Introducción

El principal objetivo de los inventarios es mantener un equilibrio entre la cantidad que se desea satisfacer y el tiempo exacto para abastecer nuevamente. De manera regular esto se basa en la probabilidad de la capacidad que se tiene para cumplir la cantidad solicitada a partir del stock actual. El problema al que se enfrentan los inventarios obedece a guardar en reserva por lo menos un artículo para satisfacer las fluctuaciones de la demanda, sin llegar a mantener un exceso de artículos disponibles que causen un sobre costo por almacenamiento, y por el contrario una escases de existencias interrumpe la producción y las ventas. En conclusión, el objetivo es encontrar el equilibrio de ambos escenarios, minimizando una función que asocie el costo apropiado [12].

### 3.1 Clasificación de los inventarios

De acuerdo con la literatura existen diversas formas de clasificar los inventarios, por esta razón se puede tener una clasificación diferente para un mismo inventario, desde un punto de vista con diferentes criterios, por lo cual es posible clasificarlos de manera general en cinco grandes bloques.

El primero puede clasificar a los inventarios en tránsito, que se encuentran dentro de la misma línea de suministro, cuando el movimiento es lento o sobre grandes distancias, este inventario consiste en existencias en tránsito, que figura en los equipos de transporte que están en movimiento entre los puntos donde se mantienen los inventarios. El manejo de estos inventarios suele ser muy alto de buen manejo y reduce costos, regularmente solo se requiere de controlar el tiempo de transporte.

El segundo consiste en mantener existencias, por especulación, pero aun así siguen siendo parte del total del inventario. Las materias primas se encuentran en esta clasificación, el oro, cobre, etc. Son adquiridos para especular con el precio, así como para satisfacer los requerimientos propios de la operación.

El tercero la existencia en el inventario puede ser cíclica o regular, este tipo de inventarios son necesarios para satisfacer la demanda durante el tiempo de reaprovisionamiento. La cantidad de existencia depende principalmente del volumen de producción y el tiempo para volver a abastecer, así como de la cantidad económica del envío.

El cuarto inventario de seguridad Para evitar toda clase de inconvenientes con el servicio al cliente, y ahorrar costos por no contar con el producto, y/o componentes específicos, las empresas mantienen un inventario de seguridad. Este acopio de seguridad es una protección contra la incertidumbre de la demanda, el tiempo de abastecimiento y suministro. Este tipo de inventarios son muy convenientes cuando se tiene un proveedor que no entrega la cantidad pactada en el tiempo solicitado y con la calidad deseada o bien cuando se tienen muchas rectificaciones.

Cuando se consideran retrasos y se requiere que las operaciones no se interrumpan, los inventarios de seguridad garantizan una continuidad de los procesos.

Para tener un inventario de seguridad las empresas realizan un pedido con tiempo de antelación a la fecha de utilización de esta manera se garantiza tener el pedido independientemente de la incertidumbre por entrega, cantidad y calidad.

El quinto inventario de existencias obsoletas, existen diversos tipos de productos que por su naturaleza tienen fechas preferentes de consumo y/o caducidad, así como aquellos productos que

por su valor corren el riesgo de ser robados, es decir se refleja en pérdidas monetarias asociadas a este inventario, por lo cual estas cifras deben permanecer en niveles mínimos.

## 3.2 Demanda

Un punto de excesiva importancia en los inventarios, su funcionamiento, clasificación, pero sobre todo un punto para determinar el manejo de los niveles de existencias del mismo, es la demanda, se reconocen patrones comunes de la demanda, quizás el más recurrente, es continuar en el futuro indefinido, este patrón se conoce como perpetuo, aunque la demanda en la mayoría de los casos se comporta con subidas y bajas a través de sus ciclos de vida, se considera que un ciclo de vida de cinco años tienen un patrón perpetuo, ya que por lo regular las marcas tienen una rotación del 20% anual, por lo que un ciclo que oscila entre los tres y cinco años puede ser lo suficientemente largo para considerarse perpetuo.

De la misma manera se puede considerar que algunos productos son altamente estacionales o tienen un patrón de demanda de una sola vez mejor conocido como patrón pico, por lo que los inventarios destinados a satisfacer esta demanda, representan una pérdida relacionada a un descuento, para ser rematado y salir de existencia, se efectúa un único reaprovisionamiento de inventario, con poca o nula posibilidad de reorden o de regresar los artículos, si la demanda fue proyectada con poca o nula precisión, dentro de los artículos que se pueden reconocer en este tipo de inventarios destacan la ropa de moda árboles naturales de navidad, productos para campañas políticas. Etc.

La demanda también puede mostrar un comportamiento irregular, puede considerarse perpetua, pero puede presentar periodos de poca o nula demanda, seguidos de periodos de altísima demanda, la programación de este tipo de comportamientos en una demanda es poco predecible, a diferencia de las demandas con comportamiento estacional, la cual tiene patrones que se repiten en el mismo tiempo cada año, los artículos que se tienen en un inventario es una mezcla de demanda irregular y perpetua.

Existen productos cuya demanda termina en algún punto del tiempo, este término es predecible, por [2] [1]lo general dura más de un año, en este tipo de inventarios, la implicación es mantener los artículos necesarios solo para satisfacer la demanda requerida, pero está permitido realizar nuevos pedidos dentro del horizonte limitado de tiempo. Un ejemplo pueden ser los libros de texto, que sufren diversas revisiones periódicamente, las piezas de algún vehículo con un ciclo de vida definido

El pronóstico de los niveles de demanda y su capacidad influye principalmente en todas las áreas funcionales, incluyendo logística marketing producción y las necesidades financieras, así como la estructura general de un negocio, los pronósticos se relacionan con la naturaleza espacial, así como temporal de la demanda, el grado de variabilidad y su aleatoriedad. las demandas pueden clasificarse y compararse de la siguiente manera.

### **Demanda temporal y demanda espacial**

El pronóstico de la demanda por tiempo o temporal, esta referida a los pronósticos comunes, donde la variación en el tiempo es el resultado del crecimiento o decremento de los índices de ventas, la variación estacional propia de la demanda, así como fluctuaciones generales ocasionadas por múltiples factores. Este tipo de demanda está relacionada con los métodos de pronóstico de demanda de corto plazo, como variación temporal, denominada series de tiempo.

En la logística se contemplan tanto las dimensiones de tiempo con de espacio, es decir se debe conocer donde y cuando se tendrá lugar el volumen de demanda, de esta manera se necesita localizar espacial la demanda, para planear la ubicación del almacén, y equilibrar los niveles de

inventario a través de la red de logística, y asignar geográficamente los recursos necesarios de transporte. En este tipo de inventarios, las técnicas de pronóstico deben reflejar las diferencias geográficas que puedan intervenir en los patrones de demanda. De la misma manera, las técnicas pueden diferir si es que se pronostica de forma desagrupada por ubicación geográfica o si es pronosticada de manera individual y posteriormente agrupada.

#### **Demanda regular y demanda irregular**

En el pronóstico de demanda regular los productos son acomodados en diversos grupos, para diferenciar el nivel de servicio entre ellos, estos grupos de artículos y los individuales forman distintos tipos de patrón de demanda en el tiempo, cuando esta demanda es regular, los patrones de la misma pueden descomponerse en componentes de tendencia, estacionales y aleatorios siempre que las variaciones aleatorias sean una pequeña porción de la variación restante en la serie de tiempo, así se obtendrá un adecuado pronóstico a partir de los procedimientos tradicionales.

Cuando la demanda presenta intermitencias, debido a un bajo volumen general y un alto grado de incertidumbre referidos al momento y la cantidad, se dice que la serie de tiempo es desproporcionada o irregular, este patrón lo podemos encontrar en los productos que están siendo lanzados por primera vez o en productos que están siendo retirados de la línea y que son relativamente demandados por una porción pequeña de clientes, que se dividen entre muchas ubicaciones de inventario, de esta manera la demanda referida con la ubicación es baja o en su caso esta es dependiente o derivada de otros artículos con mayor popularidad. Sin embargo, debido a que estos artículos llegan a representar el 50% de los productos puestos en inventario, representan un problema para el pronóstico de la demanda

#### **Demanda derivada y demanda independiente**

Por su naturaleza la demanda es regularmente independiente, esto quiere decir que depende de todos y cada uno de los consumidores que son parte del total de esta, y adquieren los productos de manera individual y que representan una fracción del volumen total distribuido por la empresa. Por otro lado, se dice que la demanda es derivada, cuando se tiene un requerimiento especificado por una producción en particular, de esta manera se encuentra ligada o es dependiente. Por ejemplo, para un lote determinado de computadoras, que poseen dos memorias y un procesador, el número de procesadores y de memorias que se ordenaran dependen del número de computadoras que serán fabricadas y serán el múltiplo de memorias y procesadores necesarios. Esta diferencia fundamental ocasiona formas alternativas en las que se pronostican los requerimientos.

Cuando una demanda es independiente, los procedimientos de pronósticos estadísticos funcionan bien, la mayoría de los modelos de pronóstico de corto plazo están basados en condiciones de independencia o aleatoriedad en la demanda. De manera contrastante los patrones de demanda derivada son altamente sesgados y no aleatorios. El entendimiento de estos sesgos reemplaza la necesidad de pronosticar, ya que la demanda se conoce con certeza.

El pronóstico de los requerimientos mediante el procedimiento de demanda derivada da por resultado pronósticos perfectos en la medida en que la demanda del producto final se conozca con certeza.

### **3.3 Métodos de pronóstico de demanda**

En el presente trabajo se exponen varios métodos estandarizados, que se han dispuesto en tres grupos: métodos cualitativos, de proyección histórica y casuales. Cada uno de ellos grupos difiere en términos de la precisión relativa En el pronóstico del corto y largo plazo, en cuanto al nivel de sofisticación cuantitativa utilizada y en la base lógica de la que se derivan los pronósticos.

### **Métodos cualitativos**

Estos métodos utilizan la intuición, el juicio, encuestas o técnicas comparativas para generar estimaciones cuantitativas del futuro de la demanda. La información que se relaciona con los factores que pueden afectar el pronóstico por lo general es no cuantitativa. La naturaleza no científica de estos métodos los hace difíciles de estandarizar y de validar su precisión. Sin embargo, estos métodos son utilizados cuando se intenta saber el éxito de un producto del cual no se tienen registros alguno, o el impacto que pudiera tener, son adecuados para pronósticos de mediano y largo plazo.

### **Métodos de proyección histórica**

Cuando se cuenta con información histórica y las variaciones de tendencias en las series de tiempo son estables y definidas, la proyección que se puede realizar a futuro puede representar una forma efectiva de pronóstico para el corto plazo. La naturaleza cuantitativa de las series de tiempo estimula el uso de modelos matemáticos estadísticos con las principales herramientas de pronóstico. La premisa se basa en que la demanda en el futuro tendrá un comportamiento similar al que se presentó en el pasado, o al menos una gran parte de ella. Las proyecciones que se pueden lograr con tiempos menores a seis meses generalmente son buenas, por lo que estos modelos trabajan en forma adecuada debido a que las series de tiempo se comportan estables. Estos modelos pueden rastrear cambios al actualizar los datos, y los patrones de tendencias, sin embargo, si el cambio es rápido, los modelos no emiten una señal de cambio hasta que este ha ocurrido, esta razón es la que los ubica como débiles para señalar los puntos críticos antes de que se presenten.

### **Métodos casuales**

Los métodos casuales para pronóstico se construyen bajo la premisa de que el nivel de la variable pronosticada se deriva del nivel de otras variables relacionadas. En la medida en la que se puedan describir adecuadas relaciones de causa y efecto, estos modelos pueden ser bastante buenos, para anticipar cambios mayores en las series de tiempo, para pronosticar de una manera más precisa en un tiempo de mediano plazo. Estos modelos vienen en una variedad de formas: estadísticas para el caso de los modelos de regresión y econométricos y descriptivos como en el caso de los modelos de entrada salida, ciclo de vida y simulación por computadora. Cada uno de los modelos deriva su validez a partir de los patrones de información histórica que establecen la asociación entre las variables para predicción y la variable pronosticada.

Esta categoría presenta problemas para encontrar verdaderas variables casuales, cuando se encuentran la asociación que tienen con la variable pronosticada es preocupantemente baja. Las variables causales que guían a la variable pronosticada en el tiempo son incluso más difíciles de encontrar. Con frecuencia el tiempo para adquirir información para las variables conducentes consume todo el tiempo o la gran mayoría del periodo entre uno y seis meses, en el que se encuentra que las variables dirigen el pronóstico.

Los modelos basados en técnicas económicas y de regresión pueden experimentar un error de pronóstico importante debido a estos problemas

## **3.4 Técnicas para el pronóstico de la demanda**

En general los pronósticos de corto plazo que ayudan en el control de inventarios, planeación de la carga de almacén, programación de envíos y similares, con base en el grado de sofisticación, utilidad potencial y probabilidad de la disponibilidad de la información, solo un número limitado de métodos requieren ser considerados con detalle. Esto se debe a que en numerosos estudios se ha demostrado que los modelos simples de la variedad de series de tiempo con frecuencia predicen tan bien o mejor que las versiones más sofisticadas y complejas. Los modelos de serie de tiempo pueden llegar a ser

superiores a los modelos casuales. En general la complejidad de los modelos de pronóstico no incrementa la precisión predictiva de los mismos. Para este trabajo revisaremos tres técnicas utilizadas para el pronóstico de la demanda.

### 3.5 Ajuste exponencial o nivelación

El ajuste exponencial es una de las técnicas más utilizadas para realizar el pronóstico de la demanda en el corto plazo, para su aplicación continua, es necesario mantener una cantidad mínima de información, este modelo es destaca sobre sus competidores de su clase por ser la de mayor precisión, teniendo la ventaja de ser autoadaptable a los cambio fundamentales dela información, el mecanismo de acción es la de dar mayor peso a la ponderación de las observaciones que son más recientes, disminuyendo así el valor ponderado para las observaciones con mayor tiempo.

La ponderación geométrica puede ser reducida a una simple expresión que incluya el pronóstico que es más reciente y la de manda real para el periodo actual, de esta manera tenemos la siguiente expresión para el pronóstico.

$$\text{Pronostico nuevo} = \alpha(\text{demanda real}) + (1 - \alpha)(\text{pronostico previo})$$

Donde  $\alpha$  es un factor de ponderación que regularmente oscila entre cero y uno, de esta manera el pronóstico se convierte en el pronóstico anterior en el cálculo de la siguiente evaluación, es decir es posible representar esta fórmula de la siguiente manera:

$$F_{t+1} = \alpha A_t + (1 - \alpha)F_t$$

Donde

$t$  = periodo de tiempo presente

$\alpha$  = constante de ajuste exponencial

$A_t$  = demanda en el periodo  $t$

$F_t$  = pronóstico para el periodo  $t$

$F_{t+1}$  = pronóstico para el periodo siguiente a  $t$ , o el siguiente periodo

El comportamiento de esta técnica requiere una adecuada elección del valor de la constante de ajuste exponencial, cuanto más alto es el valor de  $\alpha$  mayor será la ponderación que se otorgue sobre los niveles más recientes de la demanda. Sin embargo, un valor excesivamente alto de  $\alpha$  puede provocar que el pronóstico rastree variaciones aleatorias en la serie de tiempo y no cambio s fundamentales. Por el contrario, cuanto más pequeño es el valor de  $\alpha$  mayor será el peso que se le otorgue a la historia de la demanda para el pronóstico de la demanda futura, teniendo como consecuencia un retraso en la respuesta ante los cambios fundamentales en el nivel de demanda.

### 3.6 Corrección por tendencia

Este método en comparación con el ajuste exponencial representa una mejora cuando existe una tendencia importante o un patrón estacional significativo en la información, y retrasos inherentes en el pronóstico, ya que puede significar errores que son inaceptables. Por lo cual una extensión que mejore el seguimiento de los elementos de tendencia y estacionalidad, partiendo de la aleatoriedad

de la información es la corrección por tendencia. La corrección del modelo básico para pronosticar retrasos de tiempo debidos a la tendencia es una simple modificación de forma al modelo de solo nivel, y se expresa de la siguiente manera

$$S_{t+1} = \alpha A_t + (1 - \alpha)(S_t + T_t)$$

$$T_{t+1} = \beta(S_{t+1} - S_t) + (1 - \beta)T_t$$

$$F_{t+1} = S_{t+1} + T_{t+1}$$

Donde

$F_{t+1}$  = pronostico con tendencia corregida para el periodo t+1

$S_t$  = pronostico inicial para el periodo t

$T_t$  = tendencia para el periodo t

$\beta$  = constante de ajuste de tendencia

### 3.7 Corrección por tendencia y estacionalidad

Una consideración adicional que se puede tomar en cuenta son los efectos que pueden influenciar las fluctuaciones estacionales en las series de tiempo, para poder aplicar este modelo, es estrictamente necesario cumplir con dos condiciones específicas, las cuales se enuncian a continuación:

- Se debe conocer la razón por la cual existan picos y valles, que además sean periódicos, y se deben presentar en el mismo tiempo cada año.
- La variación estacional, debe ser mayor que la variación aleatoria.

Si la demanda estacional no es estable, significativa ni discernible con respecto a las variaciones aleatorias, entonces se vuelve extremadamente difícil el desarrollo de un modelo que prediga en forma precisa la dirección de la demanda para el siguiente periodo. En tal caso una forma básica del modelo de nivelación exponencial con alto valor para la constante de ajuste para reducir los efectos del retraso podrá generar un menor error de pronóstico que con modelos con mayor complejidad.

El modelo de ajuste por tendencia y estacionalidad se construye alrededor del concepto de pronosticar el índice de la demanda real a la tendencia, y luego se desestacionaliza para generar el pronóstico. Las ecuaciones para este modelo son

$$S_{t+1} = \alpha \left( \frac{A_t}{I_{t-L}} \right) + (1 - \alpha)(S_t + T_t)$$

$$T_{t+1} = \beta(S_{t+1} - S_t) + (1 - \beta)T_t$$

$$I_t = \gamma \left( \frac{A_t}{S_t} \right) + (1 - \gamma)I_{t-L}$$

$$F_{t+1} = \frac{(S_{t+1} + T_{t+1})}{I_{t-L+1}}$$

Donde

$F_{t+1}$  = pronostico corregido en tendencia y estacionalidad para el periodo t+1

$\gamma$  = constante de ajuste sobre el índice de estacionalidad

$I_t$  = índice de estacionalidad para el periodo  $t$

$L$  = el tiempo para una estación completa

### 3.8 Modelo general de un inventario

El principal problema al cual se enfrentan los inventarios es tener el inventario al 100 % de su capacidad y de allí partir he ir decrementando hasta llegar a un nivel de cero, este tipo de visualización obedece a que no se tiene un tiempo de espera para proveer, es decir se modela el reabastecimiento con un tiempo despreciable, prácticamente con tendencia a cero, una representación de esta situación es el Modelos de lote económico o EOQ (Economic Order Quantity).

Este modelo supone que se cuenta con una demanda constante denotada por “ $d$ ”, es decir una extracción del almacén de  $d$  unidades por unidad de tiempo. También supone que el abastecimiento del inventario siempre es por la misma cantidad es decir se tiene un bloque comprometido para reabastecer denotado por la letra “ $Q$ ” donde todas las unidades llegan en una sola exhibición, para este modelo se representan los siguientes costos.

$K$  = costo de preparación para la orden de un lote

$C$  = costos unitarios de producir o comprar una unidad

$h$  = costo de mantener el inventario por unidad y por unidad de tiempo

El objetivo de este modelo consiste en determinar la frecuencia y cantidad que debe ser abastecida en el inventario de manera que el inventario inicie nuevamente con el nivel que tenía contemplado al principio del estudio, es decir 100% de inventario, de manera que se minimicen la suma de los costos por unidad de tiempo.

Para este modelo se supone que la revisión del inventario es continua, por lo cual puede preverse reabastecer el inventario antes de llegar a un punto del 0% del mismo. Como primera suposición se tiene la falta de admisión de faltantes, pero después se puede relajar el caso permitiendo faltantes en el inventario. Se supone una demanda fija, es posible reestablecer de manera instantánea el 100% del inventario, este enfoque trata de minimizar el costo de mantener el inventario. En la Ilustración 1 se pueden observar los supuestos.

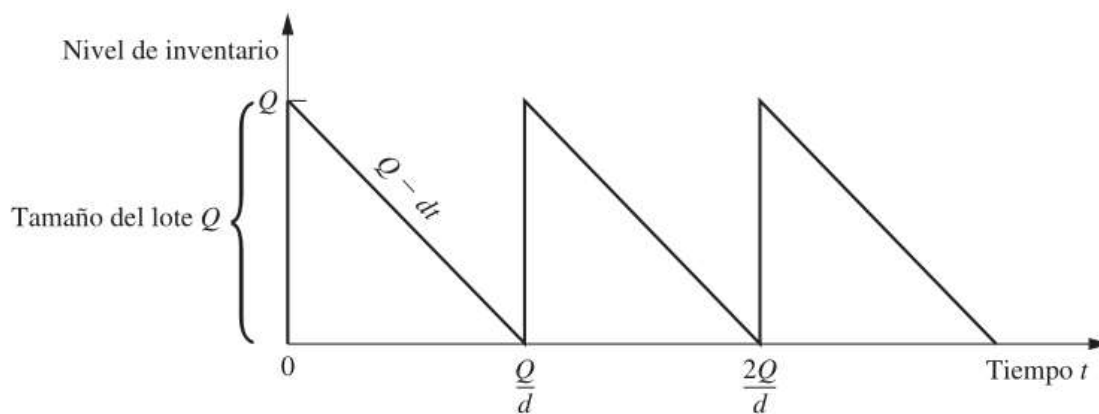


ILUSTRACIÓN 1 DIAGRAMA DE UN INVENTARIO COMO FUNCIÓN DEL MODELO EOQ BÁSICO

En la Ilustración 1, se describe el patrón de los niveles de inventario que resulta al comenzar en el tiempo 0 si se produce u ordena un lote Q, con el fin de aumentar el inventario inicial de 0 a Q y repetir el proceso cada vez que el inventario descienda a 0 [12, 13].

Este modelo contempla los siguientes supuestos:

- 1.- la demanda es conocida y obedece a  $d$  unidades por unidad de tiempo
- 2.-la cantidad que es ordenada  $Q$  para mantener el inventario al 100% llega en una sola exhibición y sin tiempo de retraso, de esta manera el nivel de inventario puede ir de 0 a  $Q$  de manera instantánea
- 3.- no es posible admitir faltantes.

El costo total para una unidad de tiempo se obtiene a partir de la siguiente expresión

$$\text{Costo de producir u ordenar un producto por ciclo} = K + cQ$$

Para obtener el nivel promedio del inventario durante un ciclo, podemos usar la siguiente expresión

$$\text{Inventario promedio} = \frac{(Q+0)}{2} = \frac{Q}{2}$$

Para obtener el costo que corresponde a el inventario promedio utilizamos la siguiente expresión

$$\frac{Q}{2} * \frac{Q}{d} = \frac{hQ^2}{2d}$$

Por lo cual, el costo total por ciclo de un inventario para este modelo se obtiene con la siguiente expresión:

$$\text{Costo por ciclo} = K + cQ + \frac{hQ^2}{2d}$$

Para una unidad de tiempo la expresión anterior queda de la siguiente manera

$$T = \frac{(K + cQ + \frac{hQ^2}{2d})}{\frac{Q}{d}} = \frac{dK}{Q} + dc + \frac{hQ}{2}$$

Para establecer el valor de  $Q$  que sea capaz de minimizar  $T(Q^*)$  es necesario obtener la primera derivada e igualar a cero

$$-\frac{dK}{Q^2} + \frac{h}{2} = 0$$

Obteniendo

$$Q = \sqrt{\frac{2dk}{h}}$$

Para obtener el tiempo de ciclo correspondiente utilizamos la siguiente expresión

$$t = \frac{Q}{d} = \sqrt{\frac{2k}{dh}}$$

De esta manera podemos observar que la relación entre  $Q$  y  $t$  respecto de  $k$ , ya que intuitivamente podemos observar que mientras el costo fijo representado por  $K$  crece, tanto  $Q$  como  $t$  crecen, por otro lado, si el costo unitario de mantener el inventario representado por  $h$  aumenta, tanto  $Q$  como  $t$  disminuyen, y que al incrementar la demanda  $d$  también lo hacen  $Q$  que representa la cantidad del lote, pero  $t$  disminuye.

Una mejora de este modelo contempla un tiempo de reaprovisionamiento, este punto, contempla una cantidad mínima al cual puede llegar el inventario, antes de realizar la orden que mantendrá el inventario al 100% de su capacidad. Contemplando un tiempo entre la recepción del pedido y la colocación de este, teniendo así la disponibilidad de los productos.

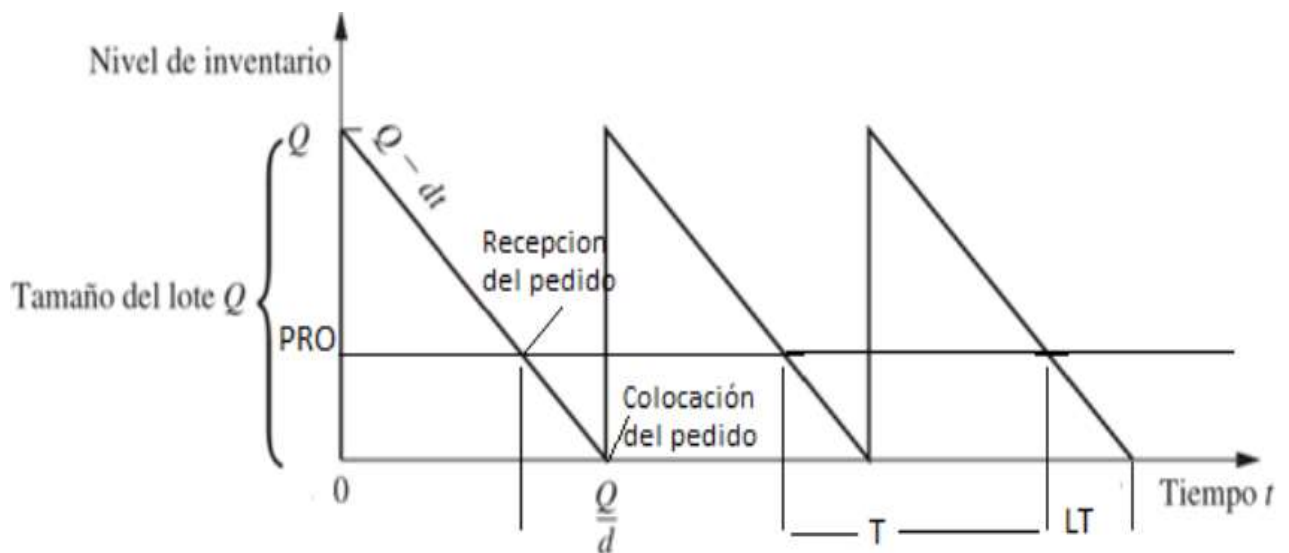


ILUSTRACIÓN 2 DIAGRAMA DE UN INVENTARIO COMO FUNCIÓN DEL MODELO EOQ CON TIEMPO DE REAPROVISIONAMIENTO

El punto de reaprovisionamiento es:

$$PRO = d \cdot TE$$

Donde

PRO= Punto de reaprovisionamiento, en unidades

$d$ = tasa de demanda

$a$ , en unidades por tiempo

TE= tiempo de entrega promedio, en unidades de tiempo

## Modelo de Inventario con planeación de faltantes

En la administración de un inventario, se puede lidiar con diversos tipos de inconvenientes, entre ellos podemos destacar los faltantes, es decir la demanda solicitada no cumplida. Esta situación puede modelarse, cuando los costos de mantener el inventario son más altos que el que se incurre por los faltantes y siempre que los clientes estén dispuestos a esperar por el producto [12].

En este modelo entonces está contemplado y permitido faltantes, en este caso los niveles de inventario se extienden hasta valores negativos que refleja el número de unidades que faltaron o que se tienen pendientes para entregar, este modelo contempla los siguientes supuestos:

1. Se permite tener faltantes, y genera un costo por faltantes
2. Cuando se tiene un faltante el cliente espera a que este nuevamente disponible
3. Las ordenes pendientes son prioridad cuando existe reaprovisionamiento

De acuerdo con lo anterior se tiene lo siguiente:

$p$ =costo de faltantes, en unidades por tiempo

$S$ = nivel de inventario justo después de recibir un lote  $Q$ , en unidades

$Q-S$ =faltante en inventario justo antes de recibir un lote  $Q$ , en unidades

El costo de producir u ordenar por ciclo se obtiene como sigue, el nivel del inventario es positivo para el tiempo  $S/d$ , de esta manera el nivel promedio durante este tiempo es  $(S+0)/2 = S/2$  por unidad de tiempo y el costo correspondiente es  $hS/2$ , obteniendo así :

$$\text{Costo por ciclo} = K + cQ$$

$$\text{Costo de mantener el inventario por ciclo} = \frac{hS}{2} \frac{S}{d} = \frac{hS^2}{2d}$$

De manera similar los faltantes ocurren en un tiempo  $(Q-A)/d$  y la cantidad promedio de faltantes durante este tiempo es  $(0+Q-S)/2=(Q-S)/2$ , y el correspondiente costo es  $p(Q-S)/2$  obteniendo así :

$$\text{Costo de faltantes por ciclo} = \frac{p(Q-S)}{2} * \frac{Q-S}{d} = \frac{p(Q-S)^2}{2d}$$

Y el costo por ciclo

$$\text{costo total por ciclo} = (K + cQ + \frac{hS^2}{2d} * \frac{p(Q-S)^2}{2d})$$

Así el costo asociado por unidad de tiempo es

$$T = \frac{(K + cQ + \frac{hS^2}{2d} * \frac{p(Q-S)^2}{2d})}{\frac{Q}{d}}$$
$$T = \frac{dK}{Q} + dc + \frac{hS^2}{2Q} + \frac{p(Q-S)^2}{2Q}$$

Para este modelo tenemos dos variables de decisión (Q y S) para obtener los valores óptimos encontramos las derivadas parciales y las igualamos a cero, obteniendo:

$$\frac{\partial T}{\partial S} = \frac{hS}{Q} - \frac{p(Q - S)}{Q} = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial Q} = -\frac{dK}{Q^2} - \frac{hS^2}{2Q^2} + \frac{p(Q - S)}{Q} - \frac{(Q - S)^2}{2Q^2}$$

Resolviendo las ecuaciones obtenemos los siguientes resultados

$$s = \sqrt{\frac{2d}{n}} \sqrt{\frac{p}{p+h}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2dk}{n}}$$

$$t = \frac{Q}{d} = \sqrt{\frac{2dk}{dh}} \sqrt{\frac{p+h}{p}}$$

$$Q - S = \sqrt{\frac{2dk}{n}} \sqrt{\frac{h}{p+h}}$$

La fracción de tiempo donde no existen faltantes es

$$\frac{S}{Q} = \frac{p}{p+h}$$

Para este modelo podemos apreciar dos posibles casos

1. El valor de p tiende a  $\infty$  y h = constante los costos por faltantes son los predominantes.
2. El valor de h tiende a  $\infty$  y p = contante los costos por mantener el inventario predominan.

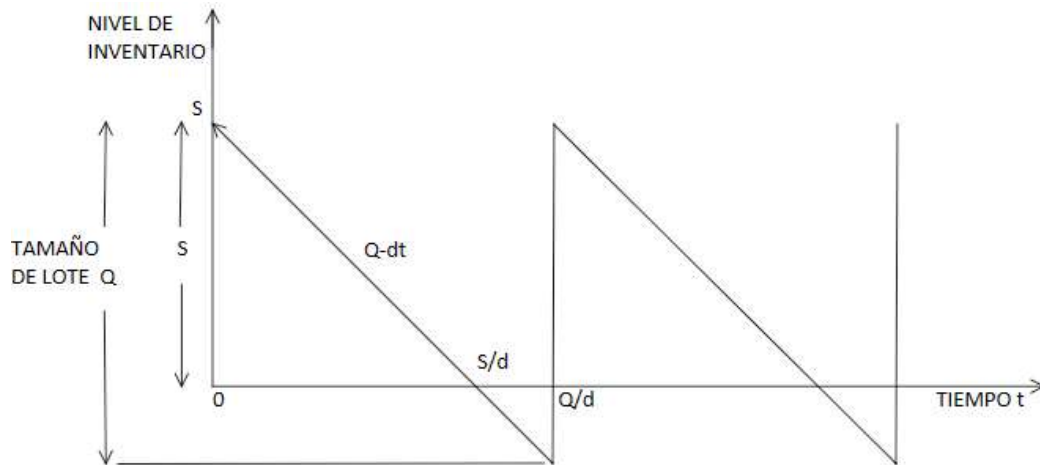


ILUSTRACIÓN 3 DIAGRAMA DE UN INVENTARIO CON PLANEACIÓN DE FALTANTES

## Modelo con limitación de almacenamiento

Este modelo [12] [13] se implementa con diversos artículos que compiten entre sí por un espacio limitado en el almacén, teniendo los siguientes supuestos:

- 1.- la demanda es conocida y obedece a  $d$  unidades por unidad de tiempo
- 2.- la cantidad que es ordenada  $Q$  para mantener el inventario al 100% llega en una sola exhibición y sin tiempo de retraso, de esta manera el nivel de inventario puede ir de 0 a 100 de manera instantánea
- 3.- no es posible admitir faltantes.
- 4.- el espacio en el inventario está limitado

Partiendo de que no es posible tener faltantes, se define el modelo valido para todo valor de  $i$ , como  $i=1,2, 3, \dots, n$ , donde:

$d_i$  = demanda, en unidades

$K_i$  = Costo de reparación

$h_i$  = Costo de retención unitaria

$Q_i$  = cantidad del pedido

$a_i$  = requerimiento de área de almacenamiento

$A$  = área máxima del almacén

De esta manera el modelo matemático que representa este inventario es el siguiente:

$$\text{Minimizar } (Q_1, Q_2, \dots, Q_n) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{K_i d_i}{Q_i} + \frac{h_i Q_i}{2} \right)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n a_i Q_i \leq A$$
$$Q_i > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Resolviendo así el problema, y planteando que no existe restricción, en caso de que la solución no exista, se aplica el método multiplicadores de la función de LaGrange a la formulación anterior, obteniendo la siguiente función:

$$L(\lambda, Q_1, Q_2, \dots, Q_n) = \text{Minimizar } (Q_1, Q_2, \dots, Q_n) - \lambda \left( \sum_{i=1}^n a_i Q_i - A \right)$$
$$= \sum_{i=1}^n \left( \frac{K_i d_i}{Q_i} + \frac{h_i Q_i}{2} \right) - \lambda \left( \sum_{i=1}^n a_i Q_i - A \right)$$

Obteniendo la derivada parcial de L respecto de Q y respecto de  $\lambda$  y despejando y, La formulación indica que  $Q_i$  depende directamente del valor de  $\lambda$ , es decir cuando  $\lambda = 0$   $Q_i$  es exactamente la solución sin restricciones, obteniendo la siguiente expresión:

$$Q_i = \sqrt{\frac{2K_i d_i}{h_i - 2\lambda h_i}}$$

## 4 Modelos Hidráulico

Derivado de la entrada en operación del mercado eléctrico mayorista, las centrales hidroeléctricas tienen la necesidad de anticipar la toma de decisión del tipo de operación que deben mantener para un de tiempo determinado, que pueda ayudar a contribuir con la confiabilidad del sistema, sin dejar de lado su propio interés económico, razón por la cual el anticipar los bloques de generación que serán puestos a disposición del mercado eléctrico mayorista, es de vital importancia.

Un modelo matemático que pueda ayudar a representar la realidad que se tienen en un horizonte de tiempo y que involucre los principales parámetros y variables, es siempre una representación aproximada, ya que las desviaciones debidas a las condiciones ajenas (atmosféricas y/o de sistema), siempre están presentes.

De lo anterior se puede concluir que mientras más cercano este el horizonte de estudio a la operación de tiempo real, este será más certero, detallado y con menos desviaciones.

### 4.1 Componentes de una Central Hidroeléctrica

Para aprovechar la energía potencial que se encuentra en el agua contenida en un embalse es necesario tener un desnivel que forma un determinado caudal y una serie de componentes que en su totalidad y conjunto forman lo que conocemos como una central hidroeléctrica.

Como puede apreciarse en la ilustración 1 un **Embalse** es un lugar natural o artificial donde se capta el agua que proviene de ríos y de aportaciones por lluvia y/o escurrimientos en lugares con una mayor altitud. Un embalse artificial crea una reserva de agua y aumenta la altura para obtener un salto del agua, dependiendo de la disposición y de la lejanía referida a la central, el agua puede ser transportada por tubería forzada o canales.

El principal objetivo de tener un depósito de grandes dimensiones es el de funcionar como un depósito de energía, así como el de racionar el recurso energético y recurso natural para disponer de el en un tiempo futuro determinado, es decir almacenar agua en temporada de lluvias y poder disponer de este recurso para la temporada de estiaje para el consumo humano, riego, actividad de acuicultura y generación de electricidad [13].

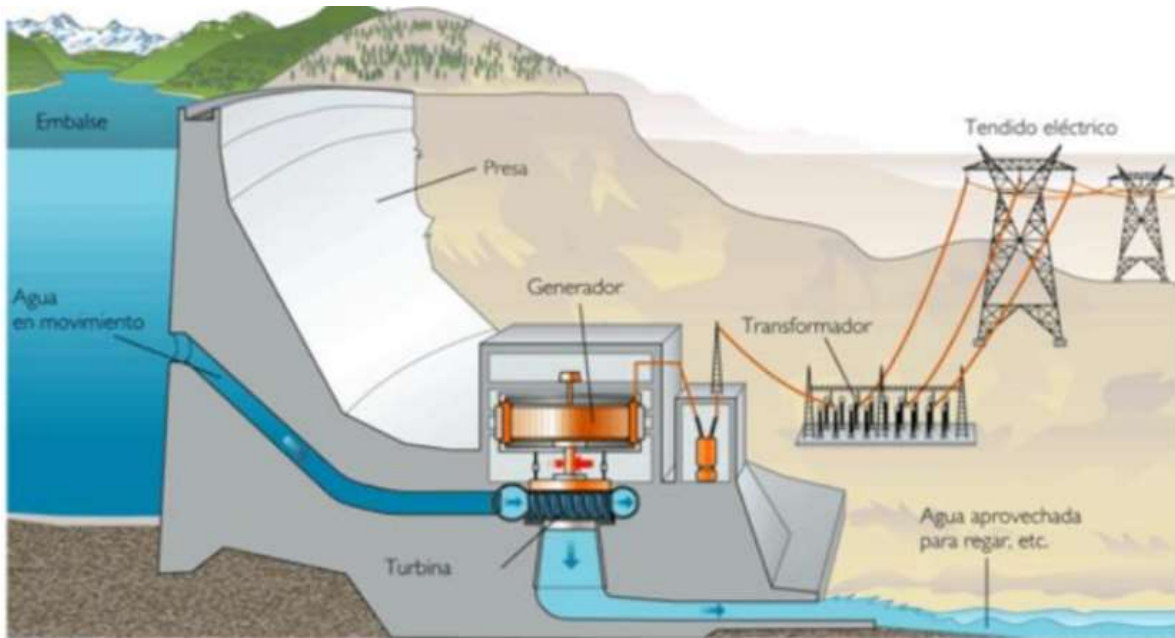


ILUSTRACIÓN 4 ESQUEMA DE UNA CENTRAL HIDROELÉCTRICA

**La Obra de Toma** tiene como principal función la de alimentar derivaciones abiertas o tuberías de presión que abastecen y finalmente alimentan a las turbinas de un generador hidroeléctrico, de forma constante y controlada. Las obras de toma pueden estar integradas en la casa de máquinas o estar de manera independiente, estas pueden clasificarse de la siguiente manera:

- Obra de toma de superficie (nivel constante y nivel variable)
- Obra de toma de profundidad

Las obras de toma de nivel constante son utilizadas en presas que tienen poca capacidad de regulación razón por la cual su nivel varío muy poco en el tiempo.

Por su parte las obras de toma de superficie variable aprovechan al máximo el nivel de almacenamiento, sin importar la variación del nivel, ya que están complementadas con un amortiguador hidráulico que disipa la energía cinética que adquiere el agua.

Las obras de toma de gran profundidad son utilizadas en presas de gran volumen, ya que se tiene una profundidad considerable, lo cual favorece al mantenimiento, ya que se tiene menor cantidad de residuos sólidos y de arena, lo cual disminuye el riesgo de una falla en la turbina por objetos extraños [13].

La principal función de una **Casa de Máquinas** es la de proteger de las adversidades climatológicas a los componentes mecánicos, eléctricos y electrónicos que integran una central hidroeléctrica, y que son utilizados para transformar la energía potencial del agua almacenada en energía eléctrica. El número de componentes que lo integran depende del tamaño de la central, de la potencia de esta, así como de las condiciones geografías en donde se aloje [14].

La palabra turbina proviene del latín turbo-inem, que significa rotación o giro de cualquier cosa, la **Turbina Hidroeléctrica** es un dispositivo que tiene la capacidad de transformar la energía cinética

contenida en la presa y convertirla en energía mecánica, para posteriormente transformar esa energía mecánica de giro en energía eléctrica. La turbina está formada por una parte fija y una parte móvil llamada estator y rotor respectivamente, los componentes principales de una turbina son:

- Rodete: de acuerdo con el tipo de turbina se cuenta con paletas o alabes, unidos en un eje, son los encargados del intercambio de energía hidráulica a mecánica, el movimiento derivado, produce una rotación del eje en el que se encuentran ubicados.
- Distribuidor: es la parte fija de la turbina que se encuentra alrededor del rodete, y tiene la función de distribuir el flujo a lo largo del rodete.
- Inyectores: regularmente utilizado en las turbinas Pelton, y consiste en una boquilla o tobera terminal de una conducción forzada. Este accesorio es el encargado de lanzar el fluido a chorro, es equivalente al distribuidor.
- Caracol o Caja espiral: es utilizado en las turbinas Kaplan y Francis, su principal función es la de conducir el agua a través de un ducto de sección circular, que tiene la particularidad de ir reduciendo uniformemente el diámetro, para mantener una velocidad constante.
- Descarga: está ubicado aguas abajo del rodete, y comunica el flujo desde este canal de descarga, regularmente en las turbinas tipo Francis es también llamado tubo de aspiración

Las turbinas implementadas en una central hidroeléctrica se pueden clasificar de la siguiente manera:

- Turbinas Activas
- Turbinas Reactivas

Las turbinas trabajan en un rango de niveles diverso, partiendo desde los 3m hasta llegar a los 1500 metros y un rango de caudal que va desde pocos litros por segundo hasta 1000 metros cúbicos por segundo. La siguiente tabla clasifica las turbinas por altura de salto.

Altura del salto	Turbina
Mas de 100 metros	Pelton, Turgo, Francis
Entre 100 y 20 metros	Francis, Crossflow
Entre 20 y 5 metros	Crossflow, Popeller, Kaplan
Menos de 5 metros	Propeller, Kaplan

2

TABLA 1 TIPO DE TURBINA Y NIVEL DE FUNCIONAMIENTO

Las turbinas activas deben su nombre principalmente a que aprovechan la energía cinética del agua, a esta clasificación pertenecen:

- Turgo (Ilustración 2 a)
- Crossflow (Ilustración 2 b)
- Pelton (Ilustración 2 c)

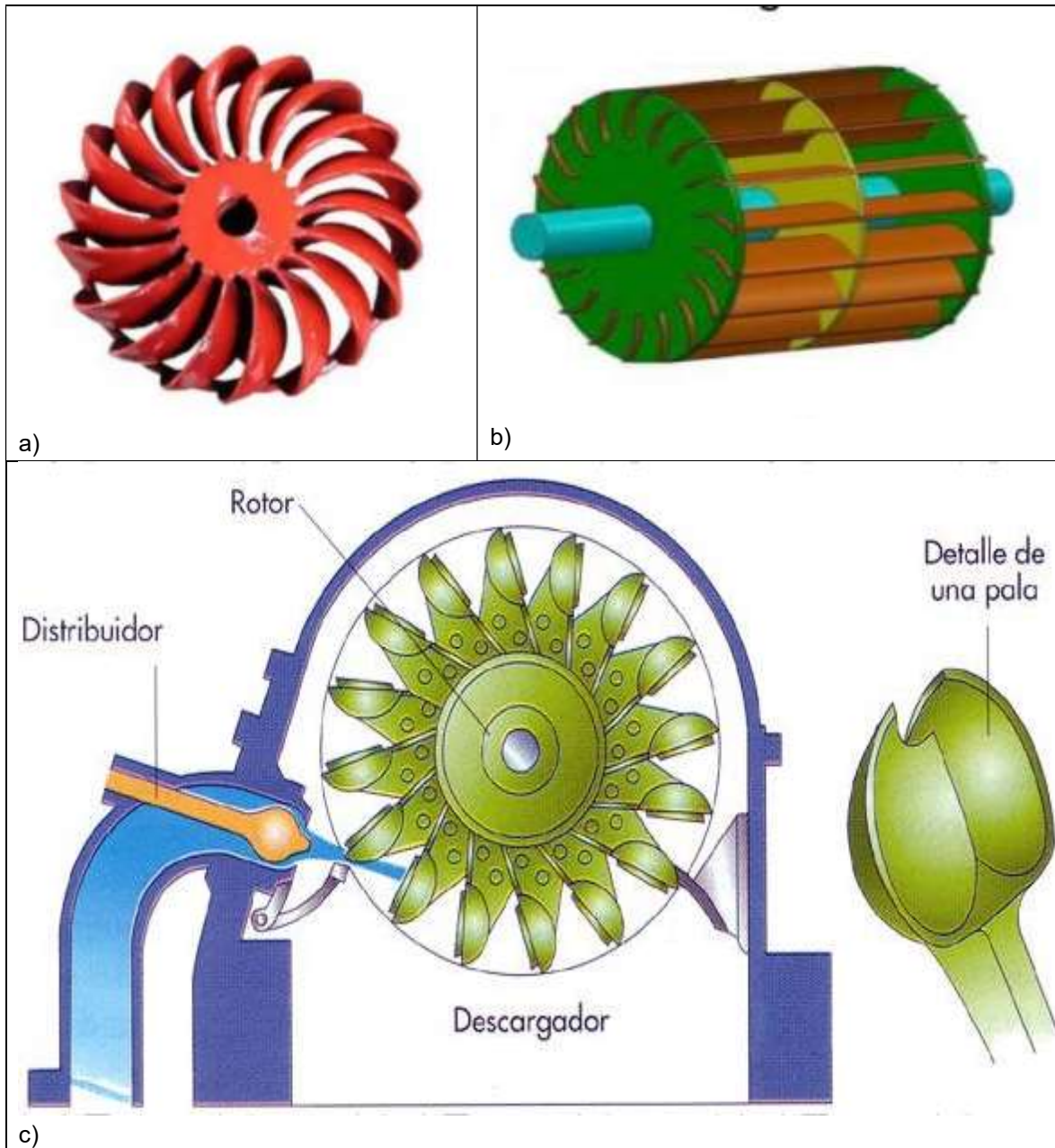


ILUSTRACIÓN 5 TURBINA ACTIVA

- Las turbinas reactivas utilizan principalmente la energía potencial del agua, este tipo de turbinas operan con sus rodetes completamente sumergidos, por lo tanto, operan a una presión mayor que la presión atmosférica. Desarrollan su torque por la reacción que es producida por la diferencia de presión entre los albes y los rodetes. A este grupo de turbinas pertenecen las siguientes turbinas [15].Francis
- Hélice (Ilustración 3 a)
- Bulbo (Ilustración 3 b)
- Kaplan (Ilustración 3 c)

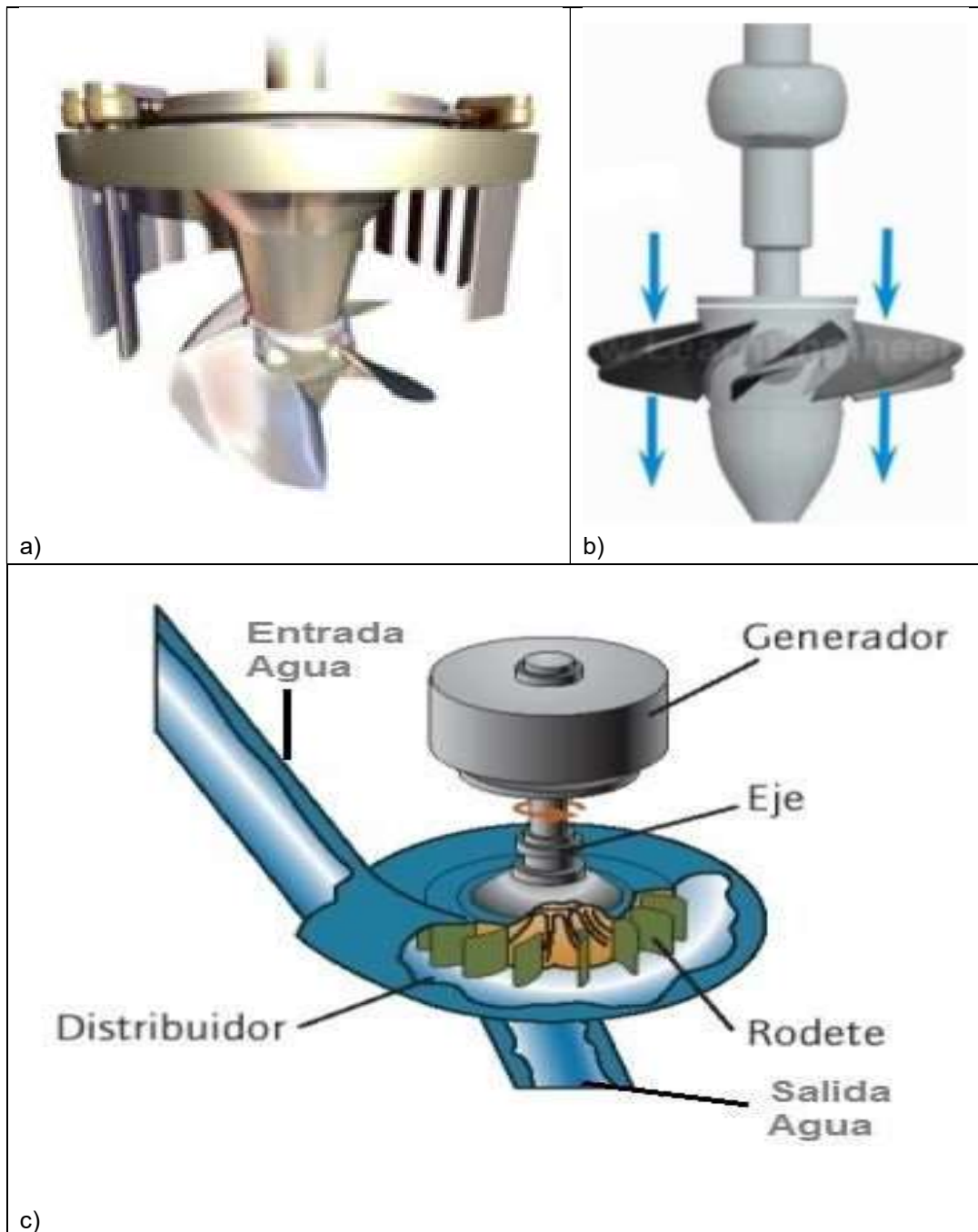


Ilustración 6 Turbina reactiva

El **Generador** tiene como misión transformar en energía eléctrica la energía mecánica suministrada por la turbina en un principio se utilizan generadores de corriente continua actualmente salvo raras excepciones solo se utilizan alternadores trifásicos de corriente alterna en función de la red que debe alimentar el proyectista puede escoger entre:

Alternador síncrono equipos con un sistema de excitación asociado a un regulador de tensión para que antes de ser conectados a la red generen energía eléctrica con el mismo voltaje frecuencia y Angulo de desfase que aquella, así como la energía reactiva requerida por el sistema una vez conectados

Alternador asíncrono simples motores de inducción con rotor en jaula de ardilla sin posibilidad de regulación de tensión que giran a una velocidad directamente relacionada con la frecuencia de la red a la que están conectados [16]

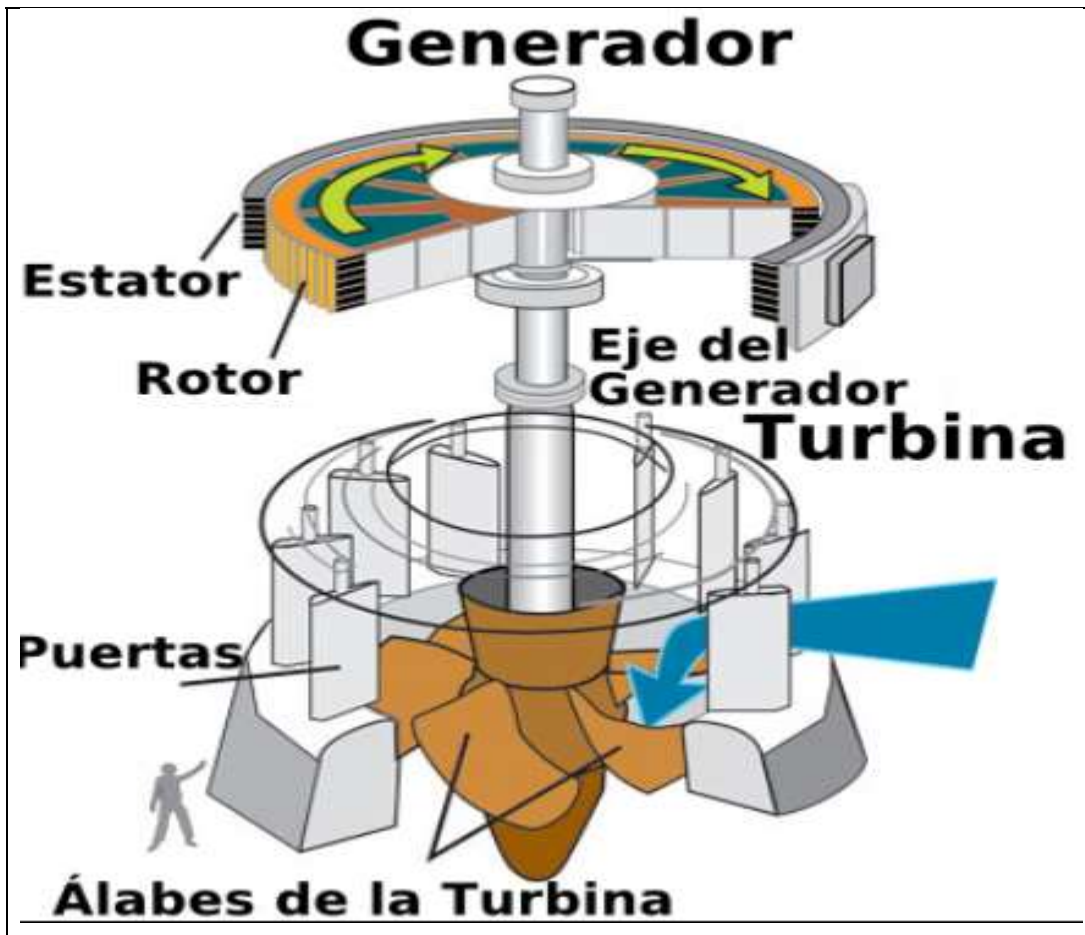


ILUSTRACIÓN 7 GENERADOR HIDROELÉCTRICO

## 4.2 Tipo de Centrales Hidroeléctricas

De acuerdo con el tipo de orografía y las condiciones del sitio donde se planea, proyecta y posteriormente se construye una central hidroeléctrica, es posible agrupar y clasificar las centrales por una serie de tipos, entre las que destacan las siguientes:

Clasificación por su potencia [17]

Las centrales hidroeléctricas se clasifican en cuatro grupos de acuerdo con su potencia, estos límites son convencionales

1. Micro centrales, son aquellas que contemplan una potencia máxima de 99 kw
2. Centrales de pequeña potencia, son aquellas que están en un rango desde los 100 kw hasta los 999 kw
3. Centrales de potencia media, estas centrales están en un rango desde los 1000 kw hasta 9999 kw
4. Centrales de gran potencia, estas centrales tienen una potencia superior a los 10000 kw.

Clasificación de acuerdo con su altura de salto [17]

La clasificación que contempla la altura del salto especifica que el dato que será tomado es la altura neta, por lo que la altura bruta queda descartada para esta clasificación, desde el punto de vista de proyección de la obra civil (presa, canal de desviación, conducto forzado, central), la clasificación por el tipo de altura de salto es la más importante, ya que dicta tanto la proyección del requerimiento económico como técnico que será necesario, se contemplan la siguiente clasificación.

1. Saltos de pequeña altura, para esta clasificación se contempla una altura máxima de 14.99 metros
2. Saltos de mediana altura, son aquellas que contemplan un rango de altura entre 15.0 metros hasta 49.99 metros
3. Saltos de gran altura, en esta clasificación no se contempla un máximo de altura, en cambio el mínimo requerido es de 50.0

Clasificación según el tipo de embalse

**Plantas en cadena** mejor conocida como cuenca, como se muestra en la Ilustración 5 son una serie de embalses asociados o unidos físicamente por una o varias vías, en una misma región geográfica y pueden adoptar cualquier tipo de topología, que se representa con embalses plantas y vías. Esta disposición, requiere una coordinación de la cuenca completa, para su estudio en un horizonte de tiempo determinado, ya que se debe manejar y optimizar la cadena de presas para los horizontes de estudio determinados.

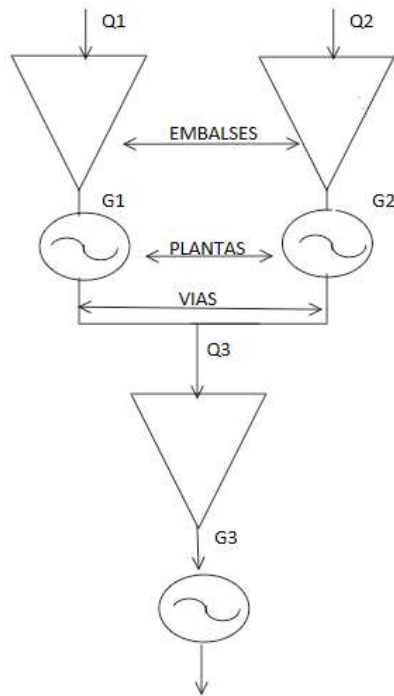


ILUSTRACIÓN 8 PLANTAS EN CADENA

**Planta con almacenamiento** este tipo de planta se caracteriza por tener un almacenamiento, que dependiendo el tamaño de este puede ser considerado como regulable en horizontes que van desde horas, días, meses hasta un horizonte de regulación de años, por lo cual la operación y optimización de esta se debe considerar para obtener el máximo provecho de la generación, con la tendencia de mantener la cota lo más alto posible, sin llegar al punto de hacer uso de los vertedores.

APORTACIONES POR CUENCA PROPIA

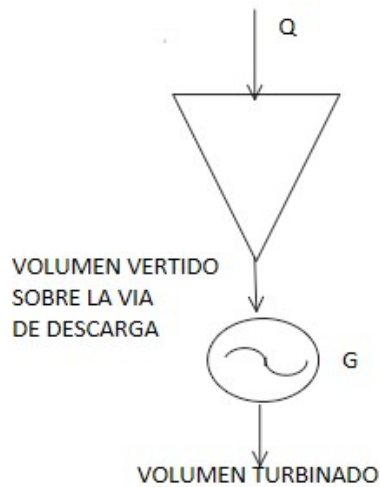


ILUSTRACIÓN 9 PLANTA CON ALMACENAMIENTO

**Planta a filo de agua** de acuerdo con la ilustración 7 se puede apreciar la ausencia de un embalse natural o artificial para almacenar, o tienen un embalse muy pequeño, están sujetas a generar la energía que está asociada al caudal que esté presente en ese momento. Por lo cual no tienen la capacidad de regular la generación eléctrica en un tiempo determinado.

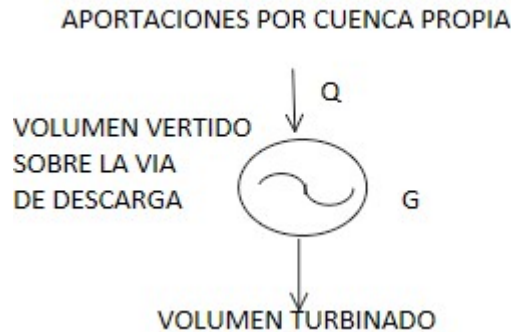


ILUSTRACIÓN 10 PLANTA A FILO DE AGUA

### 4.3 Energía

En un río que lleva agua por su cauce hacia el mar podemos encontrar energía que se puede aprovechar, para transformar la energía mecánica en energía eléctrica, materializándose con un conjunto de obras e instalaciones que se ubican en el desnivel entre dos extremos del río concentrando así la aportación en un punto determinado, en donde se ubican las máquinas que aprovechan la energía potencial del agua acumulada, para transformarla en energía mecánica que posteriormente será transformada en energía eléctrica.

Para obtener la energía que puede contener un embalse en particular, es posible utilizar la formulación agregada, en la cual el potencial energético del agua que se encuentra acumulada, no representa el potencial energético, este es representado por la energía que se estima por el vaciado completo del embalse, a partir de volúmenes conocidos, lo que depende de su ubicación geográfica, la operación del mismo, de la misma manera las afluencias que se tienen en el embalse son representados con afluencias energéticas agregadas. [18] [19].

Energía Almacenada esta energía es contemplada cuando se realiza un vaciado de un volumen determinada de agua, siendo una función de la energía potencial gravitatoria, para embalses que se encuentran conformados por más de un embalse en cascada, el volumen turbinado por el primero es aprovechado por el embalse subsecuente, y así por el siguiente que se encuentra ubicado aguas abajo.

Esta energía es dividida en dos fundamentalmente en energía controlable y energía no controlable.

**Energía Controlable** esta energía es la que llega a los embalses en un sistema, esta energía se define como el producto de la descarga natural afluente a cada uno de los embalses por la productividad promedio de cada planta, sumada al promedio de todas las plantas a filo de agua hasta el siguiente embalse.

**Energía no Controlable** esta energía corresponde a las descargas afluentes a las plantas a filo de agua. La energía afluente es obligatoria para una simulación, ya que estas no cuentan con embalse

donde almacenar el agua. La energía calculada en cada planta, a partir de sus descargas naturales afluentes. El caudal máximo que puede ser turbinado en una planta a filo de agua está limitado por su capacidad de generación, la afluencia no controlable, representa el flujo que literalmente entra y sale de la planta, para producir energía eléctrica [18] [19].

**Producción de Energía en una Central Hidroeléctrica** el proceso para generar energía Eléctrica en una central hidroeléctrica, puede expresarse como la transformación de energía potencial del agua almacenada en el embalse, con ayuda de un conjunto de turbinas acopladas a generadores, definidos por la siguiente relación

Para el agua se tienen los valores:

$$\rho = 1000 \text{ kg/ m}^3$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

con la cual la potencia asociada al agua es:

$$P = (9.81 \text{ m/s}^2) * (10^3 \text{ kg/ m}^3) * (Hm) * (Q \text{ m}^3/\text{s}) \text{ (kw)}$$

Donde:

$\rho$  Densidad del agua

$g$  Constante gravitatoria

$H$  Altura de caída del agua (diferencia entre niveles de la superficie del agua y el nivel de desfogue), que también es llamado cabeza.

$Q$  Gasto o caudal

$P$  Potencia eléctrica

Para obtener la potencia hidráulica generada, se multiplica la potencia obtenida por el agua por la eficiencia del acople del grupo de turbina-generador, sin embargo, para realizar estudios de operación de largo plazo, regularmente el rendimiento de la turbina, así como del generador se consideran constantes e iguales a valores medios, para estudios de corto plazo es necesario describir a detalle dichos elementos [20].

Para obtener el factor de productividad de una planta o central, es necesario considerar a la eficiencia y nivel de cabeza. El inverso de este valor es conocido como consumo específico ( $c$ ) dado en unidades de  $\text{m}^3/\text{kwh}$ , así la potencia hidroeléctrica generada ( $PGH$ ) está dada por:

$$PGH = c * Q$$

Para obtener el volumen que es turbinado  $U_t (i)$  en un cierto periodo, es de utilidad contemplar el número de unidades en una planta o central generadora, el consumo específico, así como la potencia generada, y se obtienen la siguiente relación:

$$U_t (i) = (CE) (N_g) (P_g) (24 \text{ hrs}) (ND) * 10^3$$

Donde:

$U_t (i)$  Volumen turbinado en el periodo  $t$

$CE$  Consumo específico dado en  $\text{m}^3/\text{kwh}$

$N_g$  Número de unidades generadoras de la planta

$P_g$  Potencia de cada unidad generadora

$10^3$  factor de conservación para obtener el resultado en millones de  $\text{m}^3$

$ND$  Número de días que considera el periodo de discretización

A manera de resumen, la potencia que genera una central hidroeléctrica está en función del volumen turbinado y de la altura de la caída, que a su vez es una función no lineal del volumen que esta almacenado y del caudal que fluye.

Como puede apreciarse en la Ilustración 11 Curva característica entrada-salida de una planta hidroeléctrica de manera análoga a las centrales termoeléctricas, las centrales hidroeléctricas poseen una curva característica de entrada-salida. Donde la entrada está dada en términos de volumen de agua, por unidad de tiempo y la salida en términos de la potencia eléctrica generada. En la Ilustración 12 Curva característica de tasa incremental del agua para una planta hidroeléctrica se puede apreciar una curva de entrada-salida para una hidroeléctrica, donde la caída de la altura es considerada como constante, debido a esta consideración la curva obtenida es casi lineal. La curva que se obtiene por la tasa incremental del agua se muestra en la figura tal la cual matemáticamente se define con la primera derivada del gasto referido a la potencia eléctrica [21].

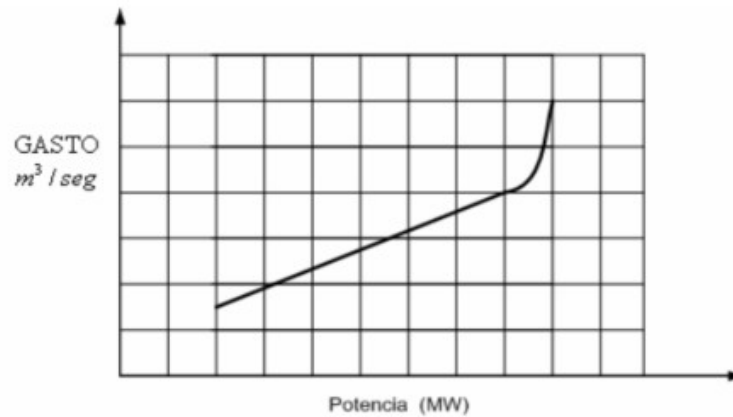


ILUSTRACIÓN 11 CURVA CARACTERÍSTICA ENTRADA-SALIDA DE UNA PLANTA HIDROELÉCTRICA

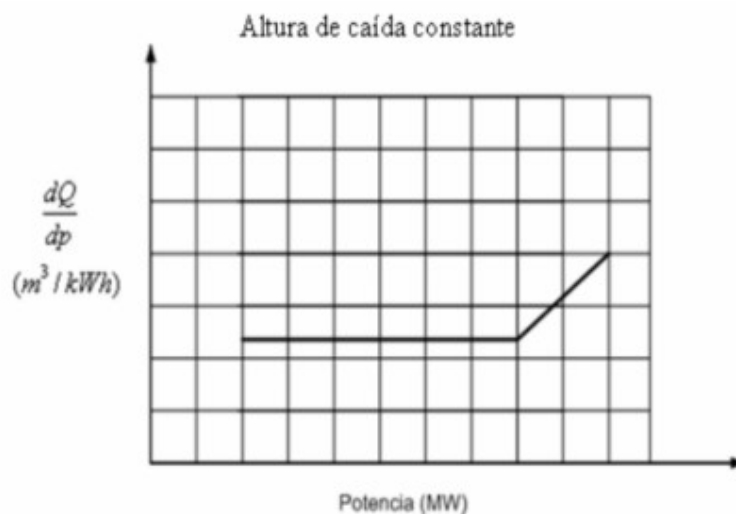


ILUSTRACIÓN 12 CURVA CARACTERÍSTICA DE TASA INCREMENTAL DEL AGUA PARA UNA PLANTA HIDROELÉCTRICA

En la Ilustración 13 se aprecia que si hacemos la ponderación de estudio para una serie de alturas diferentes, el resultado obtenido es una familia de curvas desplazadas en el eje y, que corresponde al eje del gasto, cada curva corresponde a una altura diferente similar en forma, pero desfasada [21].

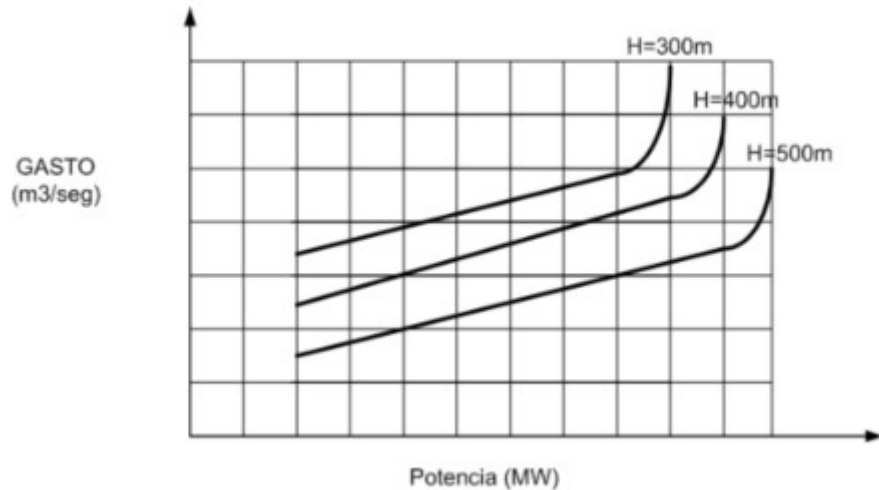


ILUSTRACIÓN 13 FAMILIA DE CURVAS CARACTERÍSTICAS ENTRADA-SALIDA PARA UNA PLANTA HIDROELÉCTRICA CON ALTURA DE CAÍDA VARIABLE

#### 4.4 Evaluación Económica costo nivelado de electricidad

La edificación de una central hidroeléctrica implica una serie de inversiones y de costos asociados a dicha central entre los que destacan Costos iniciales de la inversión, costos por mantenimiento y la operación, costos de desmantelamiento, vida económica útil de la inversión, costo del financiamiento del proyecto y el factor de planta, se debe considerar todos estos costos además de estudios especializados para saber que tan rentable es o será una central hidroeléctrica.

**Costos iniciales de inversión** para una central hidroeléctrica se clasifican principalmente en dos grupos los costos de construcción civil, que regularmente son los más grandes, el costo de los equipos electromecánicos para el proceso de transformación de la energía, además de estos existen costos asociados a investigación del impacto ambiental, planificación, concesión de licencias, monitoreo de la calidad del agua, entre otros.

Los costos por concepto de construcción civil regularmente siguen los precios del país donde se desarrolla el proyecto. Para el caso de los países con economías en desarrollo, los costos de construcción son generalmente más bajos que en los países desarrollados, debido a que la mano de obra empleada y los materiales regularmente son locales.

Los costos de construcción están asociados al sitio donde se pretende desarrollar el proyecto de central hidroeléctrica, debido a las características que presenta la topología, las condiciones geológicas y el diseño particular de la construcción, esto podría dar como consecuencia diferencias de costos de inversión aun en proyectos con la misma capacidad de generación.

Los costos de equipos electromecánicos para proyectos hidroeléctricos con capacidad menor a 5Mw tienden a ser considerablemente más bajos, a medida que la capacidad instalada aumenta, los costos son más influenciados por la inversión enfocada en construcción civil, las tomas de agua, compuertas, conductos de presión, todos estos elementos deben ser optimizados cuidadosamente durante la etapa de diseño [16].

**Operación y mantenimiento** de una central hidroeléctrica son considerados relativamente bajos, ya que por lo general se requiere muy poco mantenimiento y los costos recurrentes por concepto de combustible son nulos [16].

**El factor de planta** para una central hidroeléctrica, que a diferencia de las energías renovables intermitentes como la solar y la eólica, donde el factor de planta se determina de forma estadística, el factor de planta de una central hidroeléctrica se estructura en la planificación y optimización del proyecto, teniendo en cuenta tanto la estadística de la distribución del flujo y las características de la demanda de energía del mercado. Una central hidroeléctrica en horas pico o de demanda máxima tendrá un bajo factor de planta, ya que tendría la finalidad de satisfacer solo esa demanda.

**El ciclo de vida** de una central hidroeléctrica es relativamente muy largo, ya que está en relación con la infraestructura civil, y puede llegar a tener ciclos de vida desde los 30 años hasta los 80 años, en cuanto al equipamiento eléctrico y mecánico, se tiene una vida útil menor.

## 4.5 Modelo Hidráulico.

En la formulación del modelo, el potencial energético del agua que esta acumulad es representada, no por el volumen acumulado, si no por una estimación de la energía que se producirá al vaciar completamente el embalse, partiendo de un volumen conocido, lo que depende de la localización y de la forma en la que sean operados. De manera similar, las afluencias al embalse son representada por afluencias de energía agregada. Los siguientes conceptos se toman como base:

1. Energía almacenada, es la que se produce al vaciar el volumen de agua almacenado, siendo una función de la energía gravitatoria, donde la energía total producida se representa por la siguiente ecuación [17]

$$EA = 1 \times 10 \sum_{i \in R} (\Delta V_i) \sum_{j \in R} (CE_i)$$

Donde

EA = Energía almacenada

$\Delta V_i$  = Volumen turbinado por la central i

CE<sub>i</sub> = Consumo específico de la central i

I = Embalse que se está analizando

R = Conjunto de embalses o plantas a filo de agua que conforman un complejo o cascada

j = Conjunto de embalses localizados aguas abajo del embalse i

2. Energía afluente al sistema agregado, esta energía es dividida en la que llega a los embalses de manera controlada, para el caso de embalses configurados en cascada, ya que la generación de las plantas ubicadas aguas arriba, se modela como una descarga afluente. La energía no controlable, es representada por el flujo lateral que llega a cada planta de pasada multiplicada por su productividad en las componentes principales en la modelación de una planta hidroeléctrica con almacenamiento se rigen por la ecuación de continuidad del agua [22] [23]

## 5 Modelo Matemático basado en teoría de Inventarios

En este capítulo se toma como base el modelo matemático para calcular el costo de oportunidad de una central eléctrica con restricción de energía, tal como se ilustra en el manual de costos de oportunidad en el ejemplo 5.1 teniendo el modelo matemático, se propone una sustitución para modelar la energía máxima que puede disponer la unidad o unidades de central eléctrica en el horizonte de estudio, se realiza la simulación del ejemplo mencionado con anterioridad, para tener una referencia del cálculo del costo de oportunidad por una restricción de energía, posteriormente, se modela la energía restringida para un horizonte de estudio, desde la perspectiva de la teoría de inventarios, teniendo resultados que son expuestos e interpretados en este capítulo. Con el fin de ilustrar una restricción de energía, tal y como se visualiza en el manual de costos de oportunidad, se presentan dos casos:

Caso 1 (Simulación sin restricción de energía) en esta primera simulación se considera el problema de despacho sin restricciones, por lo que a este problema se le conoce como despacho desacoplado, ya que no contempla algún tipo de restricción que pueda correlacionar las decisiones entre los diferentes periodos en los cuales esta subdividido el periodo de estudio

Caso 2 (Simulación con restricción de energía) en esta segunda simulación, se aplica la restricción de energía disponible, en una Unidad de Central Eléctrica, en esta simulación se obtiene el precio sombra y posteriormente el Costo de Oportunidad y se comprueba la utilidad de este para representar en un despacho desacoplado la restricción de energía máxima disponible, para una Unidad de Central Eléctrica.

### 5.1 Deducción matemática de una restricción de energía aplicada al corto plazo.

De acuerdo con el manual de costos de oportunidad [6] en su capítulo 4 para la planeación Operativa de Corto Plazo el CENACE realiza la determinación de la planeación de corto plazo del Sistema Eléctrico Nacional, haciendo uso de los modelos AU-CHT y AU-MDA, acoplando las políticas de operación del sistema hidráulico para los principales embalses en la operación diaria de los mismos.

Para el horizonte de planeación que comprende desde 24 horas hasta 168 horas, para la planeación operativa de corto plazo, el CENACE considera las restricciones tanto de combustible como de energía, así como a las unidades de central hidroeléctrica que cumplen con los requisitos para ser considerada como recurso de energía limitada para dichos procesos.

La consideración que se tiene para las centrales que son contempladas como recurso de energía limitada, se ilustra en el ejemplo 5.3 del manual de costos de oportunidad [6], en el cual se puede apreciar que la optimización del recurso limitado es directamente dependiente del precio sombra que se obtiene simulando la restricción de energía, para un horizonte de tiempo determinado, el modelo tiene como principal objetivo maximizar el excedente económico total, satisfaciendo las cotas simples, en condición de equilibrio entre la demanda y la generación y respetando la restricción energética.

El modelo matemático de este ejemplo se define mediante la función objetivo representada por la siguiente expresión:

$$\text{Maximizar } \sum_{t=1}^{NT} \left( \sum_{c=1}^{NC} P_c \tau_t d_c \sum_{u=1}^{NU} C_u^T \tau_t g_{ut} \sum_{e=1}^{NE} C_e^H h_{et} \right)$$

Sujeto a las siguientes restricciones

$$0 \leq g_{ut} \leq G_u \quad \forall u = 1, 2, \dots, NU; \quad \forall t = 1, 2, \dots, NT$$

$$0 \leq h_{et} \leq H_e \quad \forall e = 1, 2, \dots, NE; \quad \forall t = 1, 2, \dots, NT$$

$$0 \leq d_{ct} \leq D_{ct} \quad \forall c = 1, 2, \dots, NC; \quad \forall t = 1, 2, \dots, NT$$

De las cuales asocian las limitaciones de capacidad, así como el requerimiento de demanda, para cada centro de carga. Siguiendo con las restricciones, se requiere modelar la generación total, producida por las unidades de central eléctrica y la demanda, para cada uno de los periodos.

$$\sum_{u=1}^{NU} g_{ut} + \sum_{e=1}^{NE} h_{et} = \sum_{c=1}^{NC} d_{ct} \quad \forall t = 1, 2, \dots, NT$$

En el caso de presentar una restricción energética, esta debe modelarse como una restricción adicional, de la siguiente manera.

$$\sum_{e=1}^{NE} \sum_{c=1}^{NC} \tau_t h_{et} \leq E$$

De la formulación anterior, se considera la nomenclatura siguiente:

Subíndices:

- t      Periodos de tiempo en los que se subdivide el horizonte de planeación
- u      Unidades de Central Eléctrica cuya generación no presenta el consumo de su energético primario
- e      Unidades de Central Eléctrica cuya generación presenta el consumo de su energético primario
- c      Centros de Carga

Variables:

- $g_{ut}$       Generación (MW) de la unidad de Central Eléctrica u en el tiempo t
- $h_{et}$       Generación (MW) de la unidad de Central Eléctrica e en el tiempo t
- $d_{ct}$       Demanda (MW) del Centro de Carga c en el tiempo t
- $\lambda$       Precio Sombra de la energía disponible(\$/MWh)

Constantes:

- NT      Numero de periodos de tiempo en los que se subdivide el horizonte de Planeación Operativa

UN	Numero de Unidades de Central Electrica cuya generación no presenta limitaciones en el consumo de energético primario
NE	Numero de Unidades de Central Electrica cuya generación presenta limitaciones en el consumo de energético primario
NC	Numero de Centros de Carga
$C_e^T$	Costo de producción (\$/MWh) de la unidad de central Electrica u
$C_e^H$	Costo de producción (\$/MWh) de la unidad de central Electrica e
$P_c$	Precio(\$/MW) que el Centro de Carga
$T_t$	Duración (h) del periodo de tiempo t
$G_u$	Generación máxima (MW) de la Unidad de Central Electrica u
$H_e$	Generación máxima (MW) de la Unidad de Central Electrica e
$D_{ct}$	Demanda máxima (MWh) requerida por el Centro de Carga c en el tiempo t
E	Energía máxima (MWh) que pueden disponer las NE de Central Electrica, en todo el horizonte de estudio.

#### Caso 1

Para el caso en el que ninguna Unidad de Central Electrica presente una restricción de su energético, el orden de despacho obedecería a un despacho por orden de mérito, es decir se rige por su costo de producción iniciando por los más baratos llegando a su límite máximo y así sucesivamente. Si se presenta una restricción en una Unidad de Central Electrica el despacho por orden de mérito no resulta optimo, ya que los costos de producción podrían ser tan bajos que el recurso limitado se agotaría en las primeras horas del horizonte de estudio, como ocurre con las centrales hidroeléctricas.

El despacho del sistema de generación con Unidades de Central Electrica que representan limitaciones en el consumo de su energético primario, debe ser una estrategia que determine el mejor momento para aprovechar el recurso limitado, de manera que solo sea utilizado en los momentos y lugares en donde el costo de la energía generada sea lo suficientemente valorado

Aplicando la relajación de Lagrange para transformar el problema de optimización planteado, a un problema del tipo sin limitación energética, se obtiene la siguiente función conocida como lagrangiana:

$$L = Maximizar \sum_{t=1}^{NT} \cdot \left( \sum_{c=1}^{NC} P_c \tau_t d_c - \sum_{u=1}^{NU} C_u^T \tau_t g_{ut} - \sum_{e=1}^{NE} C_e^H \tau_t h_{et} \right) + \lambda \left( E - \sum_{e=1}^{NE} \sum_{t=1}^{NT} \tau_t h_{et} \right)$$

Realizando una simplificación de las variables que representan la generación y agrupándolas, el resultado es el siguiente:

$$L = Maximizar \lambda E + \sum_{t=1}^{NT} \cdot \left( \sum_{c=1}^{NC} P_c \tau_t d_c - \sum_{u=1}^{NU} C_u^T \tau_t g_{ut} - \sum_{e=1}^{NE} (C_e^H + \lambda) \tau_t h_{et} \right)$$

De la expresión obtenida, el coeficiente  $C_e^H + \lambda$  corresponde al costo de oportunidad que está asociado a la unidad o grupo de unidades que presentan una limitación de energía, el valor optimo que se obtendrá para lambda, tomara valores positivos cuando la restricción de desigualdad este

activa, es decir representa que el recurso se está terminando en caso contrario, tomara un valor de cero. El precio sombra representado por  $\lambda$  actúa como un sobrecosto de producción de la Unidad de Central Eléctrica con limitación de energía, que tiene el efecto de reducir el consumo de energético primario, de tal manera que sea utilizado en los momentos donde sea suficientemente valorada, como para pagar el costo real más un costo de sobreproducción, que estará asociada a la limitación de energía, se puede ilustrar este efecto en él.

Para representar el ejemplo, se tiene un sistema eléctrico representado por tres Unidades de Central Eléctrica  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$ , con diferentes características de costos de producción y capacidades disponibles, que alimentan dos Centros de Carga, así como las funciones de costos de producción de las unidades de Central eléctrica cuyos valores fueron elegidos arbitrariamente y que están representados en las siguientes tablas

Unidad de Central Eléctrica	Capacidad disponible (MW)	Función de producción (\$)
U1	40	$2.8g + 0.00482g^2$
U2	65	$3.2g + 0.00194g^2$
U3	120	$4.1g + 0.001562g^2$
Total	225	

**TABLA 2 PARÁMETROS DE LAS UNIDADES DE CENTRAL ELÉCTRICAS**

Se considera un horizonte de planeación operativa de 24 horas dividido tres periodos con diferentes duraciones de tiempo

Periodo	Duración(horas)
T1	2
T2	14
T3	8
Total	24

**TABLA 3 PERIODOS DE ESTUDIO Y CANTIDAD DE HORAS**

Para efectos del presente ejemplo se supone que solamente existe dos Centros de Carga  $c_1$  y  $c_2$  que presentan su demanda de potencia por periodo, como se muestra en la siguiente tabla

Centros de Carga	Demanda por periodo (MWh/h)			Oferta de compra (\$/MWh)
	T1	T2	T3	
$c_1$	100	90	30	4.475
$c_2$	120	80	40	4.475
Total	220	170	70	

**TABLA 4 DEMANDA POR PERIODO Y OFERTA DE COMPRA**

Realizando la optimización se obtienen los siguientes resultados de despacho que incluyen los costos de producción, así como el monto dispuesto a pagar por cada Centro de Carga.

Centros de Carga	Demanda por periodo (MWh/h)			Energía consumía Total (MWh)	Monto dispuesto a pagar por energía (\$)
	T1	T2	T3		
c1	100	90	30	1700	\$7,607.50
c2	120	80	40	1,680	\$7,518.00
Total	220	170	70	3,380	\$ 15,125.50

**TABLA 5 RESULTADOS DE DEMANDA DEL DEL CASO 1**

Unidades de Central Eléctrica	Potencia entregada por periodo (MWh/h)			Energía entregada Total (MWh)	Costo de producción (\$)
	T1	T2	T3		
u1	40	40	40	680	\$2,921.09
u2	65	65	65	1,560	\$4,241.11
u3	115	65	0	1,140	\$4,807.71
Total	220	170	70	3,380	\$11.969.91

**TABLA 6 RESULTADOS DE GENERACIÓN DEL CASO1**

El excedente total se calcula como la diferencia entre la suma de los montos que los Centros de Carga están dispuestos a pagar por la energía y la suma de los costos totales de producción de las Unidades de Central Eléctrica.

#### Caso 2

Para este segundo caso se tiene una restricción de 680 MW que se aplicó a la central número uno, por lo cual se procedió a realizar la simulación aplicando esta restricción, y se obtiene un nuevo despacho, con una restricción de energía, obteniendo un nuevo excedente económico, que de acuerdo con los costos de generación de cada una de las centrales, y de acuerdo con la disponibilidad de generación de las mismas, este excedente económico es ligeramente menor al obtenido en el ejercicio anterior, debido a que la restricción de energía requiere una mayor generación de las unidades disponibles, y de acuerdo con los costos de generación, este nuevo despacho tiene un costo más elevado, se presenta los resultados de despacho en las siguientes tablas.

Centros de Carga	Demanda por periodo (MWh/h)			Energía consumía Total (MWh)	Monto dispuesto a pagar por energía (\$)
	T1	T2	T3		
c1	100	90	30	1700	\$7,607.50
c2	120	80	40	1,680	\$7,518.00
Total	220	170	70	3,380	\$ 15,125.50

**TABLA 7 RESULTADOS DE DEMANDA DEL DEL CASO 2**

Unidades de Central Eléctrica	Potencia entregada por periodo (MWh/h)			Energía entregada Total (MWh)	Costo de producción (\$)
	T1	T2	T3		
u1	40	40	5	680	\$2,062.36
u2	65	65	65	1,560	\$5,188.72
u3	115	65	0	1,140	\$4,807.71
Total	220	170	70	3,380	\$12,058.79

**TABLA 8 RESULTADOS DE GENERACIÓN DEL CASO1**

De acuerdo con la formulación expuesta en la que se realiza la comprobación de la diferencia de excedente económico, y la utilidad que tiene el costo de oportunidad, para obtener una modificación respecto de la función de producción cantidad combustible, y realizar un nuevo despacho en el que es posible comprobar que esta función de producción modificada, obedece a el despacho que se tienen con restricción de energía, por lo cual es posible comprobar que el costo de oportunidad obtenido con esta nueva función de producción, aplicado a un nuevo despacho sin restricción de energía, obtiene los mismos resultados que un despacho con restricción de energía. lo anterior se comprueba en las siguientes tablas con el despacho aplicando la modificación de la función de producción con el precio sombra.

Centros de Carga	Demanda por periodo (MWh/h)			Energía consumía Total (MWh)	Monto dispuesto a pagar por energía (\$)
	T1	T2	T3		
c1	100	90	30	1700	\$7,607.50
c2	120	80	40	1,680	\$7,518.00
Total	220	170	70	3,380	\$ 15,125.50

**TABLA 9 RESULTADOS DE DEMANDA DEL DEL CASO 2 APLICANDO COSTO DE OPORTUNIDAD**

Unidades de Central Eléctrica	Potencia entregada por periodo (MWh/h)			Energía entregada Total (MWh)	Costo de producción (\$)
	T1	T2	T3		
u1	40	40	5	680	\$2,788.23
u2	65	65	65	1,560	\$5,188.72
u3	115	65	0	1,140	\$4,807.71
Total	220	170	70	3,380	\$12,058.79

**TABLA 10 RESULTADOS DE GENERACIÓN DEL CASO2 APLICANDO COSTO DE OPORTUNIDAD**

De lo anterior, es posible comprobar la utilidad del costo de oportunidad y en el mismo sentido es posible obtener el máximo excedente económico, que al ser comparado con el excedente económico ante un despacho con restricción de energía es exactamente el mismo.

Nota: Para estos dos casos se presenta la solución en el anexo C

## 5.2 Componentes y consideraciones físicas para modelar una Central Hidroeléctrica

En este subcapítulo se conocerán los parámetros físicos que posteriormente serán aplicados a una modelación matemática de inventario

### DEMANDA DE CONSUMO

La demanda puede modelarse como una constante, de acuerdo con los requerimientos y supuestos del modelo de inventarios con restricción de almacenamiento, es posible satisfacer este requerimiento, ya que el bloque de generación que se prospecta para cada uno de los días de estudio es una cantidad calculada que se presenta como fija, independientemente de si es utilizada siguiendo el perfil de la demanda, o si es utilizada para satisfacer un requerimiento de energía en un horario específico.

### GENERACION O PRODUCCION

En lo que respecta a la modelación de la generación, de manera similar a los requerimientos de modelación de demanda, la generación es modelada como una cantidad constante, ya que, para este estudio, la optimización del recurso para cada una de las horas no interviene, y el bloque de generación se modela como un único valor, para cada uno de los días.

### APORTACION POR CUENCA PROPIA

Para realizar la modelación de las aportaciones, es necesario tomar en cuenta que la central hidroeléctrica Zimapán no se encuentra en una configuración de cascada, por lo cual solo contempla aportaciones por cuenca propia, es decir no depende de la generación de centrales ubicadas aguas arriba. Las aportaciones que se tienen registradas están divididas en tres grandes bloques, de aportaciones bajas, aportaciones promedio y aportaciones máximas, se representan en estos grupos, ya que es de interés conocer el comportamiento del modelo, para dichos grupos.

### NIVEL DE ALMACENAMIENTO

La información histórica de los niveles representa el comportamiento de la central hidroeléctrica Zimapán, ante los requerimientos del Sistema Eléctrico Nacional, ya que, dadas las condiciones operativas, aunado a las indisponibilidades y/o condiciones climatológicas que favorecen a tener una diferencia razonable entre la prospección de generación y la generación en tiempo real.

Esta información también es clasificada en tres grandes bloques, en donde el primer bloque contempla una disminución drástica del nivel, lo cual representa una generación alta para un tiempo relativamente corto (intervalos de semanas a un par de meses), segundo bloque, contempla un uso razonable del recurso hidráulico, lo cual representa que es utilizado de manera moderada, es decir mantiene una diferencia relativamente baja entre los niveles máximo y mínimos en un periodo de un par de meses, por último el tercer bloque está conformado por un uso relativamente escaso del recurso, lo cual provoca un incremento abrupto del nivel.

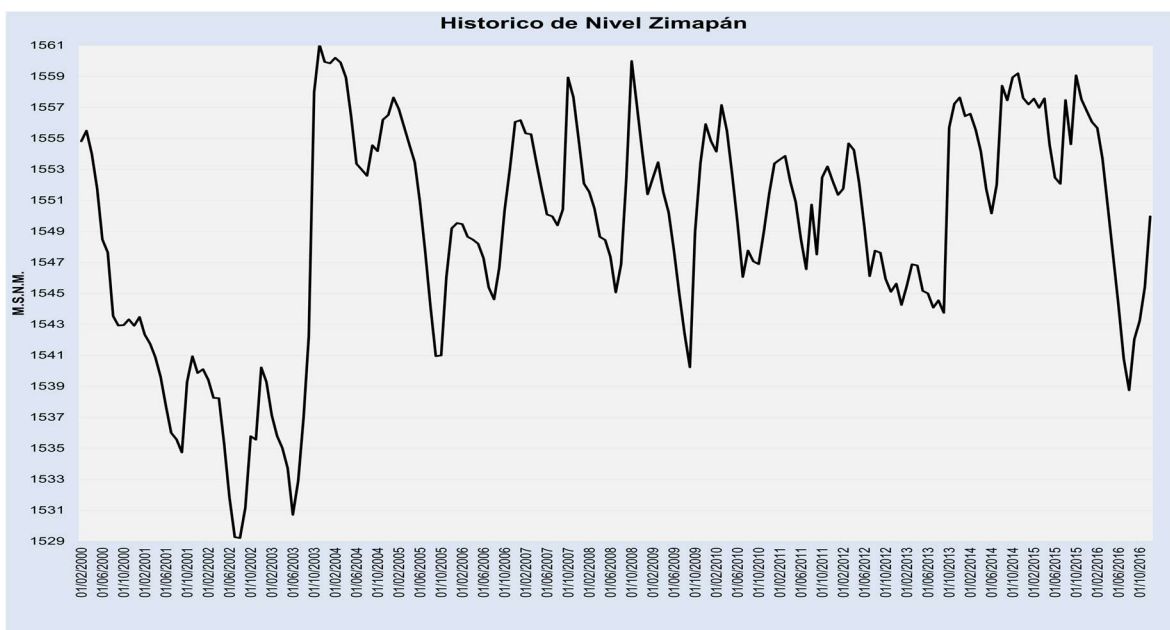


ILUSTRACIÓN 14 HISTÓRICO DE NIVELES DE ZIMAPÁN

Año con la mayor disminución			Año con la disminución regular			Año con el mayor incremento		
Año	Periodo	Nivel	Año	Periodo	Nivel	Año	Periodo	Nivel
2016	1	1556.06	2005	1	1559.85	2003	1	1536.29
2016	2	1555.67	2005	2	1560.20	2003	2	1537.13
2016	3	1553.7	2005	3	1559.90	2003	3	1535.75
2016	4	1550.56	2005	4	1558.93	2003	4	1535.03
2016	5	1547.37	2005	5	1556.43	2003	5	1533.72
2016	6	1544.28	2005	6	1556.36	2003	6	1530.71
2016	7	1540.78	2005	7	1552.99	2003	7	1532.92
2016	8	1538.75	2005	8	1552.59	2003	8	1537.0
2016	9	1542.04	2005	9	1554.56	2003	9	1542.22
2016	10	1543.22	2005	10	1554.18	2003	10	1557.98
2016	11	1545.41	2005	11	1556.21	2003	11	1561.05
2016	12	1549.97	2005	12	1556.51	2003	12	1559.04

TABLA 11 AÑOS CON DIFERENCIAS MÁS REPRESENTATIVAS DE NIVEL

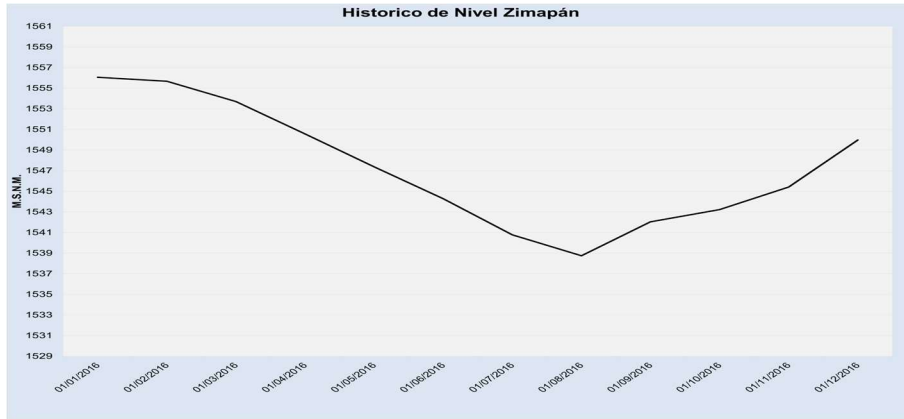


ILUSTRACIÓN 15 AÑO CON MAYOR DECREMENTO DE NIVEL



ILUSTRACIÓN 16 AÑO CON DIFERENCIAS REGULARES DE NIVEL



ILUSTRACIÓN 17 AÑO CON MAYOR INCREMENTO DE NIVEL

## HORIZONTE DE PLANEACION

El horizonte de estudio contempla 24 horas de operación, de esta manera podemos visualizar las diferencias que se pueden presentar para diferentes niveles, sin dejar de lado la importancia que tiene la demanda en cada uno de los diferentes días (día de máxima demanda vs día de mínima demanda)

Para este apartado, se tomó como base el modelo de inventario, para tener la optimización de la energía que se tomara como limitación para que posteriormente sea simulada en el modelo de restricción de energía, para verificar las diferencias obtenidas, en cada uno de los escenarios, limitados por energía.

## CALCULO DE VOLUMEN ALMACENADO Y PORCENTAJE DE LLENADO

De la información que se tiene referida a los niveles, es posible calcular el volumen útil, con estos datos, calculamos el porcentaje de llenado y el volumen que tendremos disponible para simularlo como un volumen disponible en el modelo de inventario, en la siguiente tabla se muestra la información referida a los tres periodos de estudio, mencionados en el apartado de niveles de almacenamiento

Nivel	Volumen almacenado	Porcentaje almacenado	Volumen disponible	Nivel	Volumen almacenado	Porcentaje almacenado	Volumen disponible	Nivel	Volumen almacenado	Porcentaje almacenado	Volumen disponible
1556.06	606.804	87%	92.20	1559.85	695.490	99%	3.51	1536.29	241.8012	35%	457.20
1555.67	597.678	86%	101.32	1560.20	699.000	100%	0.00	1537.13	255.4764	37%	443.52
1553.7	551.580	79%	147.42	1559.9	696.660	100%	2.34	1535.75	233.010	33%	465.99
1550.56	478.104	68%	220.90	1558.93	673.962	96%	25.04	1535.03	221.2884	32%	477.71
1547.37	422.1836	60%	276.82	1556.43	615.462	88%	83.54	1533.72	199.9616	29%	499.04
1544.28	371.8784	53%	327.12	1556.36	613.824	88%	85.18	1530.71	150.9588	22%	548.04
1540.78	314.8984	45%	384.10	1552.99	534.966	77%	164.03	1532.92	186.9376	27%	512.06
1538.75	281.850	40%	417.15	1552.59	525.606	75%	173.39	1537.00	253.360	36%	445.64
1542.04	335.4112	48%	363.59	1554.56	571.704	82%	127.30	1542.22	338.3416	48%	360.66
1543.22	354.6216	51%	344.38	1554.18	562.812	81%	136.19	1557.98	651.732	93%	47.27
1545.41	390.2748	56%	308.73	1556.21	610.314	87%	88.69	1561.05	699.000	100%	0.00
1549.97	464.5116	66%	234.49	1556.51	617.334	88%	81.67	1559.04	676.536	97%	22.46

TABLA 12 PORCENTAJE DE ALMACENAMIENTO Y VOLUMEN ALMACENADO

## CALCULO DE LA ENERGIA LIMITADA

La energía contemplada en las simulaciones de despacho con limitación de energía fue obtenida, de la optimización realizada con ayuda del modelo de inventario y la variación de los parámetros de costo fijo y de costo por mantener el volumen. Lo anterior, tomando en cuenta el día mas representativo de cada uno de los bloques en estudio, obteniendo así bloques de generación diferentes para cada escenario.

Una vez determinada la energía para cada uno de los escenarios, esta será sometida a la simulación de despacho con limitación de energía, para determinar el precio sombra y poder calcular su costo de oportunidad.

Como fue descrito en el capítulo número tres, el modelo de inventario, es tomado como base para realizar un modelo que considere las condiciones físicas de la central hidroeléctrica Zimapán, que

toma los datos de Costo fijo, Costo variable, Costo por mantener volumen, Generación continua, Bloque de generación, que se incluyeron como Datos para obtener los bloques de energía que se utilizaron para ser obtenidos el precio sombra y posteriormente determinar un costo de oportunidad que incluye condiciones de con diferentes costos.

### 5.3 Deducción matemática de un inventario aplicada a una central hidráulica

Desde la perspectiva de la modelación de un inventario, es posible modelar una central hidroeléctrica, contemplando el volumen de almacenamiento, la demanda de generación y la generación en un horizonte de tiempo definido.

#### DEMANDA DE CONSUMO $\leq$ $>$ DEMANDA DE INVENTARIO

La demanda de consumo de una central hidroeléctrica se modela como la demanda requerida para el modelo de inventario, de acuerdo con los supuestos que se tienen para la modelación de almacenamiento esta demanda se toma como una constante en el tiempo.

#### GENERACION O PRODUCCION $\leq$ $>$ CANTIDAD DE PEDIDO

La generación o producción de energía eléctrica se modela como un bloque, el cual se toma en el modelo con restricción de almacenamiento como la cantidad del lote inicial.

#### VOLUMEN DE ALMACENAMIENTO DISPONIBLE $\leq$ $>$ AREA O VOLUMEN DE ALMACEN

El volumen de almacenamiento de la central hidroeléctrica que estará disponible se modela como el volumen disponible o volumen a optimizar por el modelo de inventario

#### HORIZONTE DE PLANEACION $\leq$ $>$ CICLO DE INVENTARIO

El horizonte de estudio se modela como el ciclo de inventario, ya que este ciclo contempla inicialmente el modelo con un bloque de generación

#### COSTOS FIJOS $\leq$ $>$ COSTOS DE PREPARAR U ORDENAR UN LOTE

Generalmente los costos fijos son asociados a la inversión y son los costos que asume la Unidad de Central Eléctrica produzca o no electricidad. Derivado de la limitación para acceder a información de los costos de inversión se realiza el ejercicio de proponer un monto de inversión y utilizando el proceso de conversión del costo de inversión en capacidad a costo por hora, tomando una inversión inicial de 1250000 \$ con una tasa de descuento Inter temporal, una tasa de interés del 12% al año y una vida útil de 40 años. De lo anterior tomando que se tienen 8760 horas en un año y un factor de planta del 80 % obtenemos un costo fijo de \$21640.

#### COSTOS POR MANTENER VOLUMEN DE AGUA $\leq$ $>$ COSTOS DE MANTENER EL INVENTARIO

De la misma manera que los costos fijos, el costo por mantener el volumen de agua, es un costo que no está al alcance de este trabajo, por otra parte, podemos realizar una aproximación del mismo tomando los 40,000 datos que tenemos para representar la diferencia de nivel desde el NAMINO hasta el NAMO, es decir partiendo del nivel 1520.0 m.s.n.m hasta llegar al nivel 1560.0 m.s.n.m. tomando como referencia un valor que oscila entre 0 y 1, es decir un costo de \$0.0 cuando el nivel se encuentra en el NAMINO y un costo de \$1.0 cuando el nivel se encuentra en el NAMO.

k= Costo fijo asociado a la generación (\$)

c=Costo variable asociado a la generación (\$)

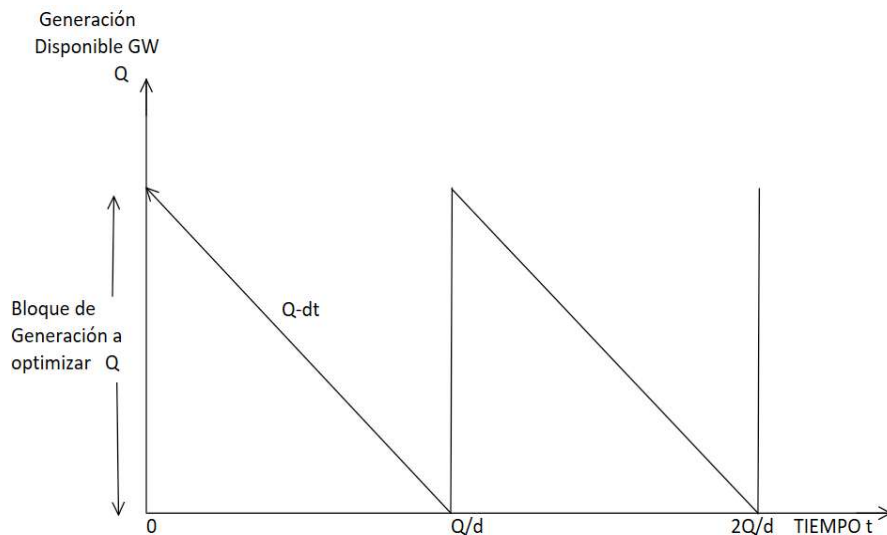
h= Costos por mantener volumen de agua almacenado(\$/h)

d= Demanda continua (GW/h)

Q= Bloque de generación por día (GW)

Aplicando la formulación de un inventario básico podemos obtener la siguiente formulación:

$$Q = \sqrt{\frac{2dk}{h}}$$



#### ILUSTRACIÓN 18 DIAGRAMA DE UN MODELO EOQ BÁSICO APLICADO A UNA CENTRAL HIDROELÉCTRICA

De acuerdo con la formulación de un inventario, aplicando los cambios pertinentes para sustituir los valores en el sentido de la analogía que ya fue expuesta, se propone realizar una evaluación que está enfocada en tres caso particulares referidos a la diferencia de niveles, por lo que el primer caso está enfocado en la disminución más drástica de nivel, lo cual puede corresponder a un uso indiscriminado del recurso hídrico o a una sequía prolongada, el segundo caso corresponde a una disminución promedio, es decir el recurso hídrico es optimizado y la temporada de lluvia se presenta regular, el tercer caso enfoca la diferencia de niveles que puede sufrir una central hidroeléctrica ante el incremento de nivel derivado de aportaciones extraordinarias provocadas por lluvias atípicas, expuesto lo anterior se realizó un estudio para verificar el bloque de generación que represente cada uno de las simulaciones, en el caso de los costos que están asociados a la generación, no fue posible acceder a esta información, por lo cual se asignó un costo por generar referido a un porcentaje de la generación, los costos variables de producción se asignaron a los costos unitarios de producción y el costo que se tiene por mantenimiento se socio a los costos por mantener el volumen de agua. A continuación, se muestran los resultados de los casos de estudio planteados.

### Caso1 Mayor Incremento en el histórico de niveles

De acuerdo con el registro de niveles y generación promedio para el año con un incremento de nivel mayor, se realizaron diversas consideraciones respecto de la generación promedio adicionando las condiciones de aportación máximas y mínimas para el mismo año, como adicional, se ha tomado siete datos de manera aleatoria de los costos de mantener el volumen, derivado de que se tienen 40000 datos y que es relativamente largo un proceso de simulación para cada uno de los datos, de esta manera se tiene la generación que se evalúa en el modelo de inventario anterior, teniendo los siguientes resultados.

Caso 1			
<i>d(MW/h)</i>	<i>k(\$)</i>	<i>h(\$/h)</i>	<i>Q(MW)</i>
1,200.00	21.640	0.4	360.333
1,200.00	21.640	0.25	455.79
1,200.00	21.640	0.2	509.59
1,200.00	21.640	0.15	588.42
1,200.00	21.640	0.14	609.07
1,200.00	21.640	0.1	720.67
1,200.00	21.640	0.035	1218.15

**TABLA 13 PARÁMETROS DE CASO 1**

### Caso2 Incremento promedio en el histórico de niveles

De acuerdo con el registro de niveles y generación promedio para el año con un incremento promedio de nivel se realizaron diversas consideraciones respecto de la generación promedio adicionando las condiciones de aportación máximas y mínimas para el mismo año, como adicional, se ha tomado siete datos de manera aleatoria de los costos de mantener el volumen, derivado de que se tienen 40000 datos y que es relativamente largo un proceso de simulación para cada uno de los datos, de esta manera se tiene la generación que se evalúa en el modelo de inventario anterior, teniendo los siguientes resultados.

Caso 2			
<i>d(MW/h)</i>	<i>k(\$)</i>	<i>h(\$/h)</i>	<i>Q(MW)</i>
3,000.00	21.640	0.14	963.031
3,000.00	21.640	0.12	1040.19
3,000.00	21.640	0.1	1139.47
3,000.00	21.640	0.08	1273.97
3,000.00	21.640	0.06	1471.05
3,000.00	21.640	0.029	2115.95
3,000.00	21.640	0.015	2942.11

**TABLA 14 PARÁMETROS DE CASO 2**

### Caso3 Mayor decremento en el histórico de niveles

De acuerdo con el registro de niveles y generación promedio para el año con un decremento de nivel mayor, se realizaron diversas consideraciones respecto de la generación promedio adicionando las condiciones de aportación máximas y mínimas para el mismo año, como adicional, se ha tomado siete datos de manera aleatoria de los costos de mantener el volumen, derivado de que se tienen 40000 datos y que es relativamente largo un proceso de simulación para cada uno de los datos, de esta manera se tiene la generación que se evalúa en el modelo de inventario anterior, teniendo los siguientes resultados.

Caso 3			
d(MW/h)	k(\$)	h(\$/h)	Q(MW)
7,000.00	21.640	0.06	2247.072
7,000.00	21.640	0.05	2461.54
7,000.00	21.640	0.044	2624.01
7,000.00	21.640	0.031	3126.16
7,000.00	21.640	0.025	3481.15
7,000.00	21.640	0.015	4494.14
7,000.00	21.640	0.0062	6990.32

**TABLA 15 PARÁMETROS DE CASO 3**

De acuerdo con los datos necesarios para modelar una central hidroeléctrica partiendo del modelo de inventarios, y de los niveles históricos, así como de las aportaciones históricas y de los datos que se han recabado para dar un valor a cada una de las variables necesarias, para llevar este modelo a la simulación que parte del ejemplo ilustrado en el Manual de Costos de Oportunidad [6], se toman las consideraciones necesarias, para llevar los datos obtenidos por la optimización de recurso hídrico basado en un modelo de inventario, a un problema de tres Unidades de Central Eléctrica que satisfacen dos Cargas, de acuerdo con las características y los parámetros que se tienen con la central Hidroeléctrica Zimapán, se modificó el caso base, dadas las condiciones de generación de la Central, Zimapán, ya que si se tiene un caso en donde la competencia por satisfacer la carga no existe, la simulación carecería de veracidad en el sentido de ser alejada de las condiciones de competencia, es decir si las condiciones de las cargas y unidades generadoras prevalecen, la central adicionada al problema de optimización tendría una solución única, ya que la central hidroeléctrica, dadas sus características de generación sería capaz de satisfacer las cargas en todo el horizonte de estudio. De lo anterior se plantea realizar modificaciones de las cargas y unidades generadoras, manteniendo únicamente los coeficientes relacionados con la función de producción. Teniendo así el siguiente problema:

Se tiene un sistema eléctrico con tres unidades de central eléctrica donde la unidad uno está representada por la central hidroeléctrica Zampan, la unidad U2 y U3 son de diferentes características, de costos de producción, así como de capacidad disponible, se requiere alimentar dos centros de carga con los datos mencionados en la tabla 18 cuyos valores fueron elegidos arbitrariamente.

Unidad de Central Eléctrica	Capacidad disponible (MW)	Función de producción (\$)
Zimapán	292	$2.8g + 0.00482g^2$
U2	600	$3.2g + 0.00194g^2$
U3	480	$4.1g + 0.001562g^2$

**TABLA 16 DATOS DE CAPACIDAD Y FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN**

Periodo	Duración(hrs)
T1	2
T2	14
T3	8
Total	24

**TABLA 17 PERIODO DE ESTUDIO**

Centro de Carga	Demanda requerida por periodo (MWh/h)			Ofertas de Compra(\$/MWh)
	T1	T2	T3	
U1	350	300	250	4.475
U2	250	250	200	4.475
Total	600	550	450	

**TABLA 18 PERIODO DE DEMANDA Y OFERTA DE COMPRA**

Para este problema, se desea obtener el máximo Excedente económico, satisfaciendo las necesidades de los centros de carga, el excedente económico es calculado realizando la diferencia entre la suma de los montos que los centros de carga están dispuestos a pagar por la energía, y los costos de la suma de los totales de producción. De esta manera se realiza una evaluación de cada monto de generación optimizada con ayuda del modelo de inventario, y se somete a la obtención del precio sombra, lo cual nos ayuda a calcular un costo de oportunidad debido a una energía limitada. De lo anterior se obtienen los siguientes resultados:

Energía Evaluada en Zimapán (MW/h)	360.33	455.79	509.59	588.42	609.07	720.67	1218.15														
Máximo Excedente Económico (\$)	7572.0621	7704.7868	7777.7452	7882.2460	7909.1491	8051.1545	8614.4539														
Precio Sombra (\$/MWh)	1.41228893	1.36845823	1.34375493	1.30756503	1.29808342	1.24683723	1.01702711														
Central	Periodo			Periodo			Periodo			Periodo			Periodo			Periodo					
	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3
U1	22.07	19.34	5.68	26.61	23.27	9.61	29.17	25.48	11.82	32.93	28.72	15.06	33.91	29.57	15.91	39.23	34.16	20.50	61.56	54.74	41.08
U2	427.81	419.03	374.84	427.89	417.02	372.83	427.84	415.89	371.71	428.03	414.23	370.04	428.03	413.80	369.60	428.07	411.45	367.26	423.04	400.92	356.73
U3	120.04	111.63	69.48	120.08	109.71	67.56	120.03	108.63	66.47	120.09	107.05	64.90	120.07	106.63	64.49	120.07	104.39	62.25	115.39	94.34	52.19
Total	569.92	550.00	450.00	574.58	550.00	450.00	577.04	550.00	450.00	581.05	550.00	450.00	582.02	550.00	450.00	587.36	550.00	450.00	600.00	550.00	450.00
Carga																					
C1	335.73	300.00	250.00	337.45	300.00	250.00	338.40	300.00	250.00	340.57	300.00	250.00	341.04	300.00	250.00	343.62	300.00	250.00	350.00	300.00	250.00
C2	234.19	250.00	200.00	237.13	250.00	200.00	238.64	250.00	200.00	240.48	250.00	200.00	240.98	250.00	200.00	243.74	250.00	200.00	250.00	250.00	200.00

TABLA 19 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DEL CASO 1

Energía Evaluada en Zimapán (MW/h)	963.03	1040.19	1139.47	1273.97	1471.05	2115.95	2942.11														
Máximo Excedente Económico (\$)	8339.8515	8426.0963	8532.9935	8670.4996	8856.7831	9340.0535	9340.0535														
Precio Sombra (\$/MWh)	1.13554804	1.13554804	1.05363342	0.99105722	0.89936215	0.59937356	0.59937356														
Central	Periodo			Periodo			Periodo			Periodo			Periodo			Periodo					
	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3
U1	50.77	44.13	30.47	54.15	47.33	33.67	58.29	51.46	37.80	63.89	57.07	43.41	72.09	65.28	51.62	98.99	92.15	78.49	98.99	92.15	78.49
U2	427.81	406.35	362.16	426.84	404.71	360.52	424.77	402.59	358.40	421.87	399.72	355.53	417.65	395.52	351.33	403.87	381.77	337.58	403.87	381.77	337.58
U3	120.08	99.53	57.38	119.01	97.96	55.81	116.94	95.94	53.79	114.24	93.21	51.06	110.25	89.20	47.05	97.14	76.08	33.93	97.14	76.08	33.93
Total	598.66	550.00	450.00	600.00	550.00	450.00	600.00	550.00	450.00	600.00	550.00	450.00	599.99	550.00	450.00	600.00	550.00	450.00	600.00	550.00	450.00
Carga																					
C1	349.32	300.00	250.00	350.00	300.00	250.00	350.00	300.00	250.00	350.00	300.00	250.00	350.00	300.00	250.00	350.00	300.00	250.00	350.00	300.00	250.00
C2	249.34	250.00	200.00	250.00	250.00	200.00	250.00	250.00	200.00	250.00	250.00	200.00	250.00	250.00	200.00	250.00	250.00	200.00	250.00	250.00	200.00

TABLA 20 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DEL CASO 2

Energía Evaluada en Zimapán (MW/h)	2247.07	2461.54	2624.01	3126.16	3481.15	4494.14	6990.32														
Máximo Excedente Económico (\$)	9414.6419	9519.4056	9584.5227	9708.1528	9726.1494	9726.1493	9726.1488														
Precio Sombra (\$/MWh)	0.53837191	0.43860557	0.36304630	0.12938977	1.77E-06	1.30E-07	5.94E-08														
Central	Periodo			Periodo			Periodo			Periodo			Periodo			Periodo					
	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3
U1	104.44	97.61	83.95	113.39	106.55	92.89	120.16	113.32	99.66	141.05	134.24	120.58	152.64	145.83	132.17	152.69	145.83	132.17	152.72	145.83	132.17
U2	401.03	378.97	334.77	396.61	374.40	330.21	393.04	370.93	326.72	382.37	360.22	316.03	376.42	354.30	310.11	376.40	354.30	310.10	376.43	354.30	310.11
U3	94.53	73.42	31.28	90.00	69.05	26.90	86.80	65.76	23.62	76.58	55.53	13.39	70.93	49.87	7.72	70.91	49.87	7.72	70.85	49.87	7.72
Total	598.66	550.00	450.00	600.00	550.00	450.00	600.00	550.00	450.00	600.00	550.00	450.00	599.99	550.00	450.00	600.00	550.00	450.00	600.00	550.00	450.00
Carga																					
C1	349.32	300.00	250.00	350.00	300.00	250.00	350.00	300.00	250.00	350.00	300.00	250.00	350.00	300.00	250.00	350.00	300.00	250.00	350.00	300.00	250.00
C2	249.34	250.00	200.00	250.00	250.00	200.00	250.00	250.00	200.00	250.00	250.00	200.00	250.00	250.00	200.00	250.00	250.00	200.00	250.00	250.00	200.00

TABLA 21 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DEL CASO 3

de acuerdo con los datos obtenidos en las tablas es necesario someter los resultados al programa para poder calcular el precio sombra y con este dato es posible calcular el costo de oportunidad para cada uno de los valores obtenidos en la columna denominada Generación óptima, que contempla una optimización de la generación disponible utilizando el modelo matemático de un inventario, desde la perspectiva de una modificación de la aportación de acuerdo con los datos obtenidos de manera histórica y que son sometidos al modelo de inventario aplicado a la central hidroeléctrica, con lo anterior es posible obtener los siguientes resultados:

Generación Original (MWh)	Precio sombra Original (\$/MWh)	Generación Optimizada (MWh)	Precio sombra optimizado (\$/MWh)
1199.98	1.025472	360.33	1.412289
1199.98	1.025472	455.79	1.368458
1199.98	1.025472	509.59	1.343755
1199.98	1.025472	588.42	1.307565
1199.98	1.025472	609.07	1.298083
1199.98	1.025472	720.67	1.246837
1199.98	1.025472	1218.15	1.017027

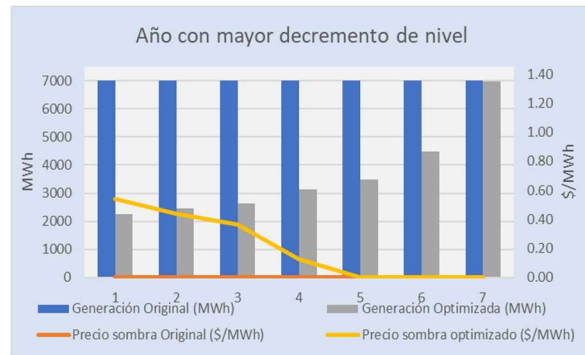


TABLA 22 RESULTADOS DE SIMULACIÓN CASO 1

ILUSTRACIÓN 19 PRECIOS SOMBRA CASO 1

Generación Original (MWh)	Precio sombra Original (\$/MWh)	Generación Optimizada (MWh)	Precio sombra optimizado (\$/MWh)
2999.9	0.188090	963.03	1.135548
2999.9	0.188090	1040.19	1.135548
2999.9	0.188090	1139.47	1.053633
2999.9	0.188090	1273.97	0.991057
2999.9	0.188090	1471.05	0.899362
2999.9	0.188090	2115.95	0.599374
2999.9	0.188090	2942.11	0.599374

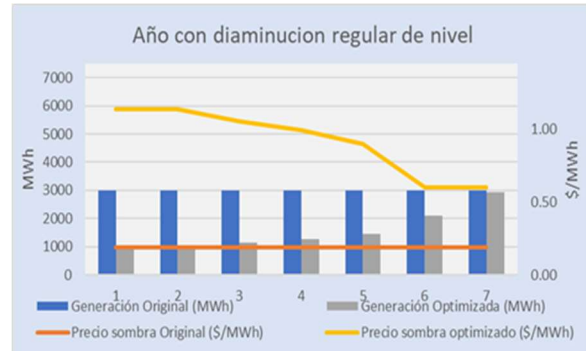


TABLA 23 RESULTADOS DE SIMULACIÓN CASO 2

ILUSTRACIÓN 20 PRECIOS SOMBRA CASO 2

Generación Original (MWh)	Precio sombra Original (\$/MWh)	Generación Optimizada (MWh)	Precio sombra optimizado (\$/MWh)
7000	0.000000	2247.07	0.538372
7000	0.000000	2461.54	0.438606
7000	0.000000	2624.01	0.363046
7000	0.000000	3126.16	0.129390
7000	0.000000	3481.15	1.7707E-06
7000	0.000000	4494.14	1.2955E-07
7000	0.000000	6990.32	5.9401E-08

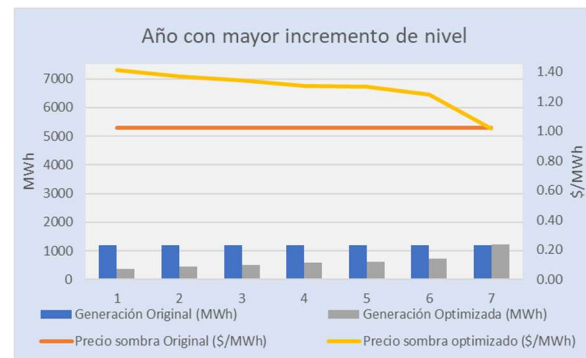


TABLA 24 RESULTADOS DE SIMULACIÓN CASO 3

ILUSTRACIÓN 21 PRECIOS SOMBRA CASO 3

## 6. Análisis de resultados

La finalidad del análisis que se efectuó en este trabajo, está enfocado principalmente en observar y/o comprobar que la modificación y/o adición a los parámetros que se han tomado en cuenta para identificar y calcular el precio sombra de una Unidad de Central Electrica con recurso energético limitado, puede contribuir con una mejor prospección de la generación y cálculo del costo de oportunidad, este objetivo se cumplió comparando las simulaciones que contemplan optimizaciones previas con ayuda de del modelo de inventario y llevadas posteriormente a una simulación para obtener el precio sombra.

### 6.1 Conclusiones

El presente trabajo tiene como principal objetivo analizar el impacto que puede tener la modificación y/o adiciones al modelo matemático para obtener el precio sombra de una central hidroeléctrica y posteriormente calcular su costo de oportunidad. La disponibilidad de la energía y la asociación de un precio por almacenamiento incluido en el modelo de inventario contribuye con la optimización del recurso hídrico.

De acuerdo con las simulaciones realizadas para obtener un precio sombra que posteriormente puede ser utilizado para calcular el costo de oportunidad de la Central hidroeléctrica Zimapán, es posible visualizar que al realizar la optimización de la generación referida al volumen, así como a asignar un precio por almacenamiento y posteriormente someter esta restricción de energía al problema de tres centrales y dos cargas, se puede concluir que tener un mayor volumen disponible refleja una disminución en el precio sombra que se vería reflejado en una disminución del costo de oportunidad con tendencia a un valor nulo, lo cual representa que el volumen de agua almacenado no tendría un costo de oportunidad, ya que la prioridad es evacuar la mayor cantidad de volumen de agua, ya que el no hacerlo puede poner en riesgo la integridad de la presa, por otro lado el tener un volumen mínimo de almacenamiento representa que es necesario tener un precio sombra realmente elevado, que represente un costo de oportunidad igualmente elevado, con la finalidad de ser despachada solo en el horario donde sea mejor aprovechada y donde tenga el mayor valor económico.

Las simulaciones realizadas en la central hidroeléctrica Zimapán, reflejan que es posible adicionar variables externas a las que ya son contempladas actualmente para realizar el cálculo del precio sombra y que pueden contribuir a realizar una optimización más fina de los bloques de generación que se tienen prospectados con antelación, ya que los cambios que pueden presentarse previos a la ejecución de las herramientas de optimización oficiales, pueden modificar drásticamente los resultados que involucran la limitación de energía para Unidades de Central Electrica.

Los resultados reportados para el conjunto de casos permiten validar que es posible modificar y/o adicionar al modelo original para realizar el cálculo de precio sombra y posteriormente obtener los costos de oportunidad de las Unidades de Central Electrica que presenten limitación de energía,

## 6.2 Trabajo futuro

Como propuesta para trabajos futuro que consideren un desarrollo adicional y/o complementario a este se proponen los siguientes:

- Realizar simulaciones implementando el modelo de inventario con restricción de almacenamiento.  
La variación de resultados que pueden obtenerse con la implementación de este modelo puede afinar aún más tanto la prospección de los bloques de generación como la obtención de precio sombra que contribuye con el cálculo de costos de oportunidad
- Realizar simulaciones contemplando aportaciones segmentadas para temporada de estiaje y lluvia  
La simulación para este trabajo, tomando en cuenta la segmentación para las dos temporadas en cuestión, requiere contemplar una variable adicional binaria, que identifique la estacionalidad.
- Realizar una unificación que contemple tanto el modelo de inventario con restricción de almacenamiento y la segmentación de aportaciones por temporada.

Esta implementación estaría contemplando las variables principales que pueden modificar la obtención del precio sombra y posteriormente el cálculo de su costo de oportunidad.

## Bibliografía

- [1] S. A. Berumen, de *Principios e Economía*, Mexico, trillas, 2015.
- [2] CENACE, «Mercado Electrico MAyorista en Cifras,» mexico, 2020.
- [3] D. OFICIAL, «DIARIO OFICIAL DE LA FEDERACION,» 08 SEPTIEMBRE 2015. [En línea]. Available: <http://www.dof.gob.mx/>.
- [4] D. OFICIAL, «DIARIO OFICIAL DE LA FEDERACION,» 28 ENERO 2016. [En línea]. Available: <http://www.dof.gob.mx/>.
- [5] D. O. d. L. Federacion, «Politica de Confiabilidad Seguridad y Calidad en el Sistema elctrico Nacional,» Diario Oficial de la Federacion, Mexico.
- [6] D. OFICIAL, «MANUAL DE LOS COSTOS DE OPORTUNIDAD,» 16 DE OCTUBRE DE 2017. [En línea]. Available: <https://www.dof.gob.mx/>.
- [7] T. G. L. Garcia, «Disponibilidad hidrica bajo escenarios de cambio climatico en el valle de galeana, nuevo leon ,Mexico,» febrero 2017 .
- [8] C. F. d. Electricidad, «CFE,» [En línea]. Available: <https://www.cfe.mx/nuestraempresa/pages/historia.aspx>.
- [9] C. d. Diputados, «El Sector Electrico en MEXico,» Mexico , 2006.
- [10] R. A. J. Vazquez, «[https://www.derecho.unam.mx/direccioneditorial/assets/numero\\_82.pdf](https://www.derecho.unam.mx/direccioneditorial/assets/numero_82.pdf),» [En línea].
- [11] DOF, «[http://www.dof.gob.mx/nota\\_detalle\\_popup.php?codigo=5441705](http://www.dof.gob.mx/nota_detalle_popup.php?codigo=5441705),» [En línea].
- [12] H. A. Taha, *Investigacion de operaciones*, Arkansas, Fayetteville: pearson, 2012.
- [13] J. D. Juarez, *Centrales Hidroelectricas*, primera edicion, Universidad Autonoma de Mexico , 1992.
- [14] C. Penche, *Manual de pequeña Hidraulica*, Madrid: ESHA, 1993.
- [15] M. V. Zubicaray, *Generacion de Energia Electrica*, Mexico : Limusa, 2007.
- [16] M. D'Addario, *Energia Hidraulica Usos, aplicaciones y calculos*, primera edicion, Comunidad Europea, 2018.
- [17] C. Mataix, *Mecanica de Fluidos*, Madrid: Ediciones del castillo , 1986.
- [18] G. S. C. & A. Soliman, "Optimal Long-term Operation of Electric Power Systems", New York: Ienun Press, 1988.
- [19] L. C. D. & E. Vallarino, *Aprovechamientos hidroelectricos Tomo 1*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 2000.
- [20] P. H. Corredor, "Operacion Economica de sistemas de Potencia", Colombia: UPB, Colombia, 1992.

- [21] A. J. W. y. B. Wollenberg., Power Generation, and Control,, s ed.
- [22] G. C. & S. Soliman, Optimal Long-term Operation of Electric Power Systems, New York: Plenum press, 1988.
- [23] PARSEICA, «Conceptos basicos de planeamiento operativo,» PARSEICA, 1992.
- [24] V. N. E. Roberto, Programacion lineal, problemas resueltos con soluciones detalladas, Ambato-Ecuador: Consejo Editorial Universitario, 2018.
- [25] Hillier, Investigacion de Operaciones, Mexico: McGraw-Hill, 2007.
- [26] S. j. Pedrosa, «Economipedia,» 29 octubre 2019. [En línea]. Available: <https://economipedia.com/definiciones/coste-de-oportunidad.html>.
- [27] M. R. Diaz, «Sistemas de inventario,» Universidad de matanzas camillo cienfuegos, matanzas cuba.
- [28] R. C. Paz, «Gestion de stock,» Logistica empresarial , Mar del plata, 2013.

## Apéndice A Descripción de la Central hidroeléctrica “Zimapán”

### A.1 Antecedentes

La presa tiene un tipo de arco de 203 metros de alto y 122 metros de largo, ubicada en una parte estrecha del Cañón de Moctezuma. La cresta de la presa tiene 5 metros de ancho, mientras que la base tiene un ancho de 22 metros. El embalse creado por la presa tiene una capacidad de 1.390.000.000 m<sup>3</sup> y una superficie de 22,9 km<sup>2</sup>. El embalse está formado por los ríos Tula y San Juan que se unen en el embalse para formar el río Moctezuma más adelante aguas abajo de la presa. El agua del embalse se desvía a través de un túnel de 21 km, sin pasar por 42 km del río aguas abajo, antes de llegar a la central eléctrica. El agua de la central eléctrica alimenta dos turbinas Pelton - generadores antes de descargarse de nuevo en el río Moctezuma. Cuando ambas turbinas están en funcionamiento, la central eléctrica descarga un máximo de 59 m<sup>3</sup> / s.

### A.2 Información general

- Central hidroeléctrica Zimapán
- Ubicación: Hidalgo Municipio de Zimapán
- Fecha de entrada en operación
- Número de unidades 2
- Factor de Planta
- Gasto medio aprovechable 50(m<sup>3</sup>/s)
- Capacidad instalada 292 (MW)
- Eficiencia turbina-generador 0.9016
- Consumo específico 0.69 (m<sup>3</sup>/KWh)

Volumen Útil (Mm <sup>3</sup> )	Elevación (m)
0.00	1520.00
58.00	1525.00
90.56	1527300
139.40	1530.00
220.80	1535.00
465.00	1550.00
582.00	1555.00
628.80	1557.00
699.00	1560.00

TABLA 25 TABLA DE DATOS CARACTERÍSTICOS VOLUMEN VS ELEVACIÓN

La ecuación de continuidad para este embalse es

$$V_{i+1} = V_i + A_i - U_i - S_i$$

Donde

$V_i$  = Volumen de agua al principio del periodo i o al final del periodo i-1

$V_{i+1}$  = Volumen de agua al final del periodo i o al principio del periodo i+1

<b>NIVEL</b> <b>(m.s.n.m.)</b>	<b>CAPACIDAD ÚTIL</b> <b>(Mm<sup>3</sup>)</b>	<b>% DE LLENADO</b>	<b>CONSUMO ESPEC.</b> <b>(m<sup>3</sup>/kWh)</b>	<b>NIVEL</b> <b>(m.s.n.m.)</b>	<b>CAPACIDAD ÚTIL</b> <b>(Mm<sup>3</sup>)</b>	<b>% DE LLENADO</b>	<b>CONSUMO ESPEC.</b> <b>(m<sup>3</sup>/kWh)</b>
1520	0	0%	0.000	1541	318.48	46%	0.700
1521	11.6	2%	0.713	1542	334.76	48%	0.700
1522	23.2	3%	0.713	1543	351.04	50%	0.699
1523	34.8	5%	0.712	1544	367.32	53%	0.699
1524	46.4	7%	0.712	1545	383.6	55%	0.698
1525	58	8%	0.711	1546	399.88	57%	0.697
1526	74.28	11%	0.710	1547	416.16	60%	0.697
1527	90.56	13%	0.709	1548	432.44	62%	0.696
1528	106.84	15%	0.708	1549	448.72	64%	0.696
1529	123.12	18%	0.708	1550	465	67%	0.695
1530	139.4	20%	0.707	1551	488.4	70%	0.694
1531	155.68	22%	0.706	1552	511.8	73%	0.693
1532	171.96	25%	0.706	1553	535.2	77%	0.692
1533	188.24	27%	0.705	1554	558.6	80%	0.692
1534	204.52	29%	0.705	1555	582	83%	0.691
1535	220.8	32%	0.704	1556	605.4	87%	0.690
1536	237.08	34%	0.703	1557	628.8	90%	0.689
1537	253.36	36%	0.703	1558	652.2	93%	0.688
1538	269.64	39%	0.702	1559	675.6	97%	0.687
1539	285.92	41%	0.702	1560	699	100%	0.686
1540	302.2	43%	0.701				

TABLA 26 DE DATOS CARACTERÍSTICOS VOLUMEN ÚTIL Y PORCENTAJE DE LLENADO

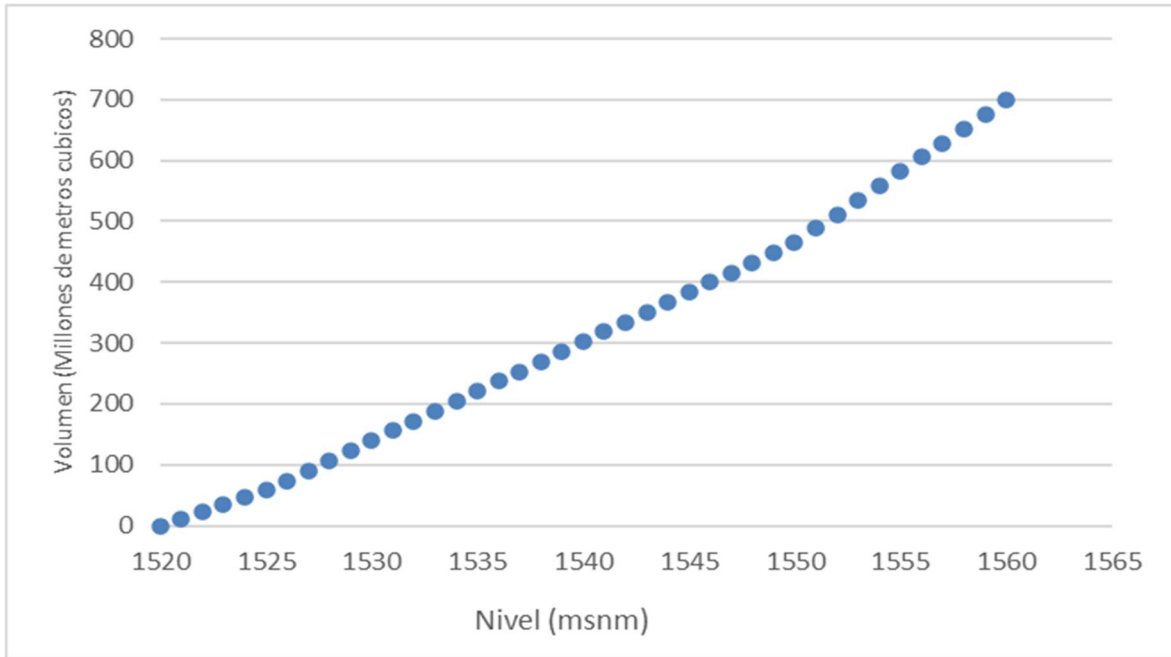


ILUSTRACIÓN 22 CARACTERÍSTICA VOLUMEN VS NIVEL

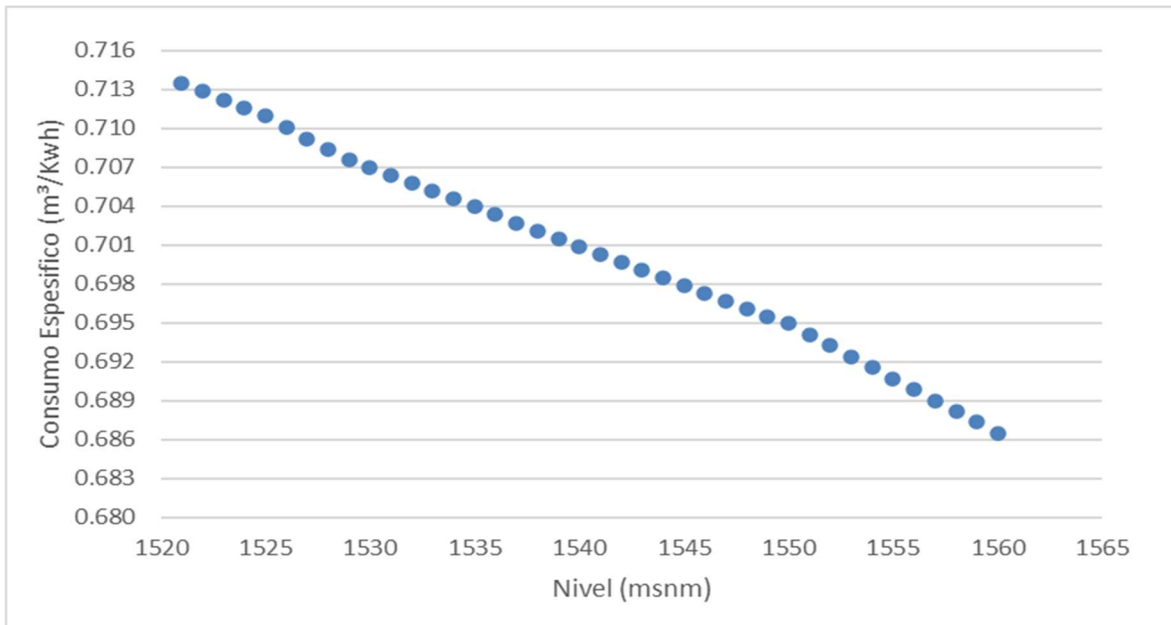


ILUSTRACIÓN 23 CARACTERÍSTICA CONSUMO ESPECÍFICO VS NIVEL

## Apéndice B Programación Lineal

De acuerdo con los efectos reflejados en desde los años 50, se considera que el desarrollo de la programación lineal ha sido uno de los avances científicos más importantes del siglo XX. Actualmente la programación lineal, se aplica a modelos de optimización, en los que la función objetivo y las restricciones son estrictamente lineales, es una herramienta que ha ahorrado cantidades considerables de dinero a las compañías y negocios que han hecho uso de esta. Esta técnica tiene una amplia variedad de aplicaciones, entre las que destacan, agricultura, industria, transporte, expresado de forma breve, el tipo más común de aplicación abarca el problema general de asignar de la mejor manera posible los recursos limitados, a una serie de actividades que compiten entre sí por estos, es decir optimizar el recurso [12] [24] [25].

La programación lineal utiliza modelos matemáticos que describen el problema, de esta manera el adjetivo lineal hace referencia a que todas las funciones matemáticas deben permanecer lineales, por otra parte, la palabra programación hace referencia a la planeación de actividades, que deben realizarse para obtener resultados óptimos, en otras palabras, el resultado que mejor alcance las metas especificadas. A pesar de que la asignación óptima de recursos a las actividades, es una aplicación bastante frecuente, para la programación lineal, esta tiene otras aplicaciones, de hecho, cualquier problema, cuyo modelo matemático se ajuste al formato general del modelo de programación lineal, es contemplado como un problema de programación lineal. Para dar solución a estos tipos de problemas, se cuenta con un procedimiento bastante eficiente, llamado método simplex, para ayudar a dar solución a este tipo de problemas.

### Modelo de programación lineal con variables

El modelo de programación lineal, plantea en términos de decisiones, sobre las actividades, por lo cual denota la variable de decisión con  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , de la misma manera los valores que son asignados a  $C_j, b_i$  y  $a_{ij}$  (para  $i=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,n$ ) son constantes de entrada al modelo, y son conocidas como parámetros del modelo. Usualmente es utilizado de manera convencional ciertos símbolos que denotan diversos componentes en un modelo de programación lineal.

$$\text{Maximizar } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n,$$

sujeta a las restricciones

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m, \end{aligned}$$

y

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad \dots, \quad x_n \geq 0.$$

### Forma estándar del modelo

Para obtener la formulación de un modelo matemático que de solución a un problema de asignar recursos a actividades, se eligen valores para  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , para maximizar un a función que está sujeta a ciertas restricciones como se ilustra a continuación:

$$\text{minimizar } F.O = C^T X = f(x)$$

Sujeto a:

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

Para este modelo se puede incluir restricciones del tipo  $\leq, =, \geq$ , además de que se pueden incluir variables no negativas o sin restricción de signo, de esta manera podemos desarrollar el método de solución general para un problema de programación lineal, con la condición de que este se encuentren en el formato que denominamos Forma Estándar, el cual contempla que todas las restricciones sean ecuaciones, con excepción de las restricciones de no negatividad, teniendo de esta manera el planteamiento del problema en formato estándar, de lo contrario se hace uso de las variables conocida como de holgura para garantizar este formato.

Las propiedades de la forma estándar son:

1. La función objetivo puede ser de maximización o de minimización
2. Todas las variables son no negativas.
3. Todas las restricciones son ecuaciones (con los segundos miembros no negativos)

La notación formada por vector-matriz en formato estándar de programación lineal será escrita como sigue:

$$\text{minimizar } F.O = C^T X = f(x)$$

Sujeto a:

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

Es posible apreciar que la función  $f(x)$  es una función convexa y las restricciones forman un conjunto convexo. Con  $b \geq 0$ . Partiendo de aquí  $x$  y  $c$  son vectores de longitud  $n$ ,  $b$  es un vector de longitud  $m$ , y  $a$  es una matriz llamada matriz de restricciones. Es importante notar que las restricciones para un problema de minimización son del tipo no negativas en ambos

extremos de esta manera para el vector b esta condicionante es indispensable, ya que de lo contrario si se tienen una restricción negativa, esta debe ser multiplicada por la unidad negativa, es decir -1, de esta manera, obtenemos un cambio en el sentido del signo, es decir  $\geq$  cambiara a  $\leq$  y viceversa.

La función que es maximizada o minimizada, se denomina función objetivo, las limitaciones existentes son referidas con restricciones. Las restricciones conocidas como restricciones de no negatividad son del tipo  $x_j \geq 0$ , para este caso se asume que la matriz A posee un rango completo y las restricciones funcionales, son reconocidas como las primeras m restricciones y pueden contemplar más de una o todas las variables en su función es decir  $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \in$

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \in$$

#### Tipos de solución

Para un problema de programación lineal, el obtener una solución no es sinónimo de resolver el problema, ya que existen ciertas condiciones para determinar que la solución obtenida resuelve el problema, es posible obtener valores específicos para las variables de decisión ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) y obtener dos tipos de solución.

Solución factible es aquella solución para la que se satisfacen todas y cada una de las restricciones

Solución no factible es una solución en donde al menos una restricción no se satisface.

La región factible es la colección que contempla las soluciones factibles. Derivado de que es posible obtener soluciones factibles, en la programación lineal, el objetivo es encontrar una solución factible que sea la mejor, y que es medida por la función objetivo.

El valor más favorable, como su nombre lo indica es la solución cuyo resultado obtiene el valor es el más alto para una maximización o el menor resultado para una minimización.

#### Método simplex

Para un problema de programación lineal, la formulación en pasos, para el método simplex, se asume que el problema tiene n variables y m restricciones de igualdad que son lineales e independientes, se formula en matriz vector en la forma de programación lineal, es decir:

$$\text{min imizar } F.O = C^T X = f(x)$$

Sujeto a:

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

Se considera x como una solución básica factible, con las variables ordenadas de la siguiente manera:

$$x = \begin{pmatrix} x_B \\ x_N \end{pmatrix}$$

Donde  $x_B$  es el vector de variables básicas y  $x_N$  es el vector de variables no básicas, la función objetivo puede representarse de la siguiente manera

$$F.O = c_B^T x_B + c_N^T x_N$$

Donde los coeficientes para las variables básicas son  $c_B$  y los coeficientes de las variables que no son básicas son  $c_N$ , así las restricciones pueden escribirse como

$$Bx_B + Nx_N = b$$

Las restricciones pueden ser escritas como:

$$x_B = B^{-1}b - B^{-1}Nx_N$$

Realizando variaciones en las variables es posible obtener todas y cada una de las soluciones para  $Ax=b$ .

Si esta fórmula es sustituida por F.O se obtiene

$$F.O = c_B^T B^{-1}b + (c_N^T B^{-1}N)x_N$$

Si nosotros definimos  $\Pi = (c_B^T B^{-1})^T = B^{-T}c_B$ , luego  $z$  puede ser escrita como

$$F.O = \Pi^T b + (c_N^T - \Pi^T N)x_N;$$

Esta fórmula es eficiente desde la perspectiva computacional, el vector  $\Pi$  es el vector de multiplicadores simplex o variables duales. El objetivo es obtenido colocando las variables no básicas en cero es decir  $x_N=0$  y los valores actuales de las variables básicas obteniendo

$$x_B = \hat{b} = B^{-1}b$$

Una solución básica es factible cuando:

$$x^B \geq 0 \quad B^{-1}b \geq 0$$

La base correspondiente a la solución básica factible se le llama base factible, el valor de la función objetivo para una solución básica factible es:

$$F.O = c^B x^B \quad \hat{F}.\hat{O} = c_B^T B^{-1}b$$

## Solución de programación lineal con TORA

El sistema TORA de optimización es un programa basado en Windows, que utiliza diversas técnicas para resolver problemas de programación lineal, tiene la particularidad de poder resolver los problemas en dos modalidades, automatizado y modo tutorial, el cual es de gran utilidad cuando se desea poner mayor atención en los conceptos principales de los algoritmos.

Desde el punto de vista de una línea de aprendizaje para un programa nuevo, este presenta la flexibilidad de tener todas las instrucciones necesarias para activar el programa con un despliegado de menús, así como cuadros de verificación y botones de comando. No es requerido un manual de usuario.

El manejo de la aplicación es realmente intuitivo, ya que al iniciar en la parte superior izquierda se encuentra un botón con el menú para poder resolver problemas de programación lineal y modelos de transporte, una vez seleccionada la opción deseada, la aplicación nos indica el modo de ingresar los datos del problema, así como el formato de los mismos formato decimal o científico, así como el grado de exactitud al capturar los mismos.

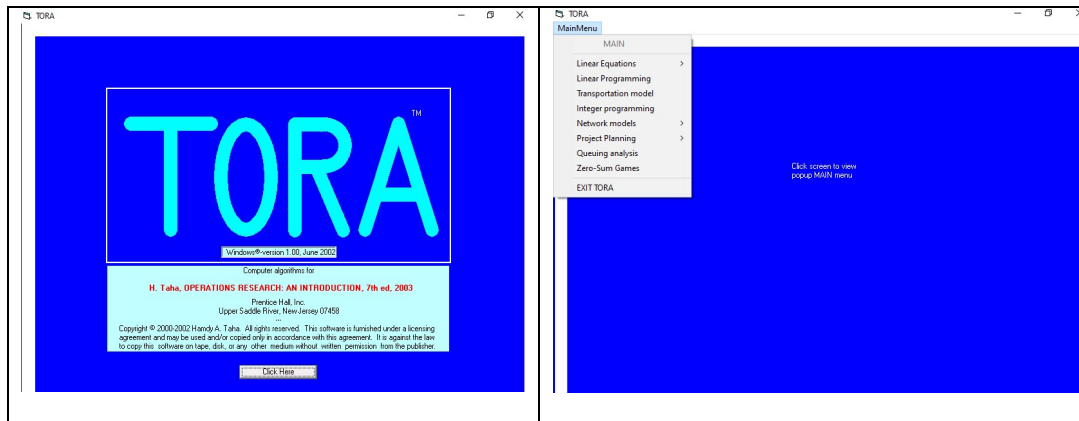


ILUSTRACIÓN 24 APLICACIÓN TORA

A manera de ejemplo se ilustra la solución de un problema para una compañía que desea obtener el máximo veneficio por dos de sus productos fabricados, que comparten materia prima y que al ser vendidos se obtiene una ganancia, la siguiente tabla ilustra los datos del problema.

	Producto 1	Producto 2	Disponibilidad de material
Materia prima 1	6	4	24
Materia prima 2	1	2	6
Utilidad por venta \$	5	4	

TABLA 27 DATOS DE PROBLEMA BÁSICO EN TORA

Para este problema se tienen restricciones, las cuales indican que la producción del producto 2 no puede ser mayor que el producto uno en una unidad y la producción máxima del producto dos es igual a 2 unidades

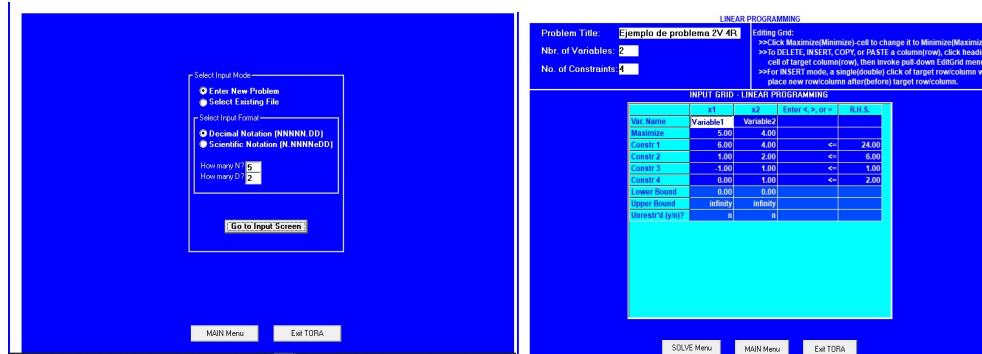


ILUSTRACIÓN 25 RESTRICCIONES EN TORA

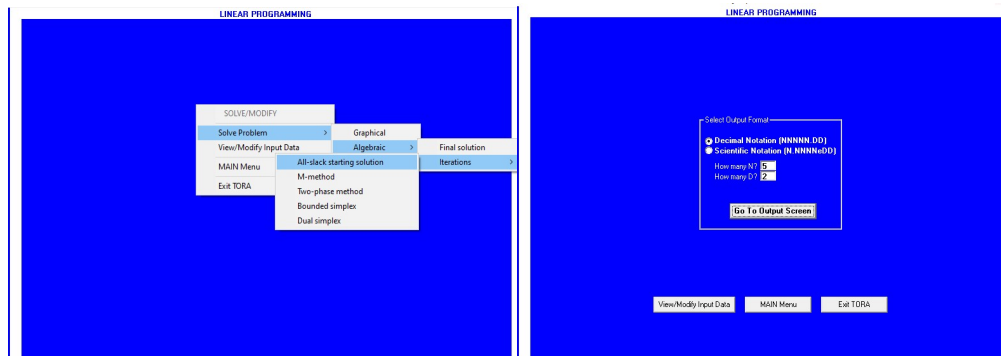


ILUSTRACIÓN 26 SELECCIÓN DE SOLVER EN TORA



ILUSTRACIÓN 27 MODIFICACIÓN DE VARIABLES EN TORA

LINEAR PROGRAMMING

TORA Optimization System, Windows®-version 1.00  
 Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved  
 sábado, junio 04, 2022 14:14

SIMPLEX TABLEAU - (Starting All-Slack Method)

Title: Ejemplo de problema 2V 4R (Maximize)

Steps for generating NEXT tableau from CURRENT one:

1. ENTERING variable: Click a NONBASIC variable (if correct, column turns green)
2. LEAVING variable: Click a BASIC variable (if correct, row turns red)
3. Click command button NEXT ITERATION (or ALL ITERATIONS) -- This step may be executed without Steps 1 and/or 2.

Next Iteration All Iterations Write to Printer

Iteration 1	Variable1	Variable2						
Basic	x1	x2	sx3	sx4	sx5	sx6	Solution	
z (max)	-5.00	-4.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
sx3	6.00	4.00	1.00	0.00	0.00	0.00	24.00	
sx4	1.00	2.00	0.00	1.00	0.00	0.00	6.00	
sx5	-1.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	1.00	
sx6	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	1.00	2.00	
Lower Bound	0.00	0.00						
Upper Bound	infinity	infinity						
Unrestr'd (y/n)?	n	n						
Iteration 2	Variable1	Variable2						
Basic	x1	x2	sx3	sx4	sx5	sx6	Solution	
z (max)	0.00	-0.67	0.83	0.00	0.00	0.00	20.00	
x1	1.00	0.67	0.17	0.00	0.00	0.00	4.00	
sx4	0.00	1.33	-0.17	1.00	0.00	0.00	2.00	
sx5	0.00	1.67	0.17	0.00	1.00	0.00	5.00	
sx6	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	1.00	2.00	
Lower Bound	0.00	0.00						
Upper Bound	infinity	infinity						
Unrestr'd (y/n)?	n	n						

View/Modify Input Data

MAIN Menu

Exit TORA

ILUSTRACIÓN 28 RESULTADOS DE UNA SOLUCIÓN EN TORA

LINEAR PROGRAMMING

TORA Optimization System, Windows®-version 1.00  
 Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved  
 sábado, junio 04, 2022 14:14

SIMPLEX TABLEAU - (Starting All-Slack Method)

Title: Ejemplo de problema 2V 4R (Maximize)

Steps for generating NEXT tableau from CURRENT one:

1. ENTERING variable: Click a NONBASIC variable (if correct, column turns green)
2. LEAVING variable: Click a BASIC variable (if correct, row turns red)
3. Click command button NEXT ITERATION (or ALL ITERATIONS) -- This step may be executed without Steps 1 and/or 2.

Next Iteration All Iterations Write to Printer

sx5	-1.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	1.00	
sx6	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	1.00	2.00	
Lower Bound	0.00	0.00						
Upper Bound	infinity	infinity						
Unrestr'd (y/n)?	n	n						
Iteration 2	Variable1	Variable2						
Basic	x1	x2	sx3	sx4	sx5	sx6	Solution	
z (max)	0.00	-0.67	0.83	0.00	0.00	0.00	20.00	
x1	1.00	0.67	0.17	0.00	0.00	0.00	4.00	
sx4	0.00	1.33	-0.17	1.00	0.00	0.00	2.00	
sx5	0.00	1.67	0.17	0.00	1.00	0.00	5.00	
sx6	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	1.00	2.00	
Lower Bound	0.00	0.00						
Upper Bound	infinity	infinity						
Unrestr'd (y/n)?	n	n						

View/Modify Input Data

MAIN Menu

Exit TORA

ILUSTRACIÓN 29 RESULTADOS 2 DE UNA SOLUCIÓN EN TORA

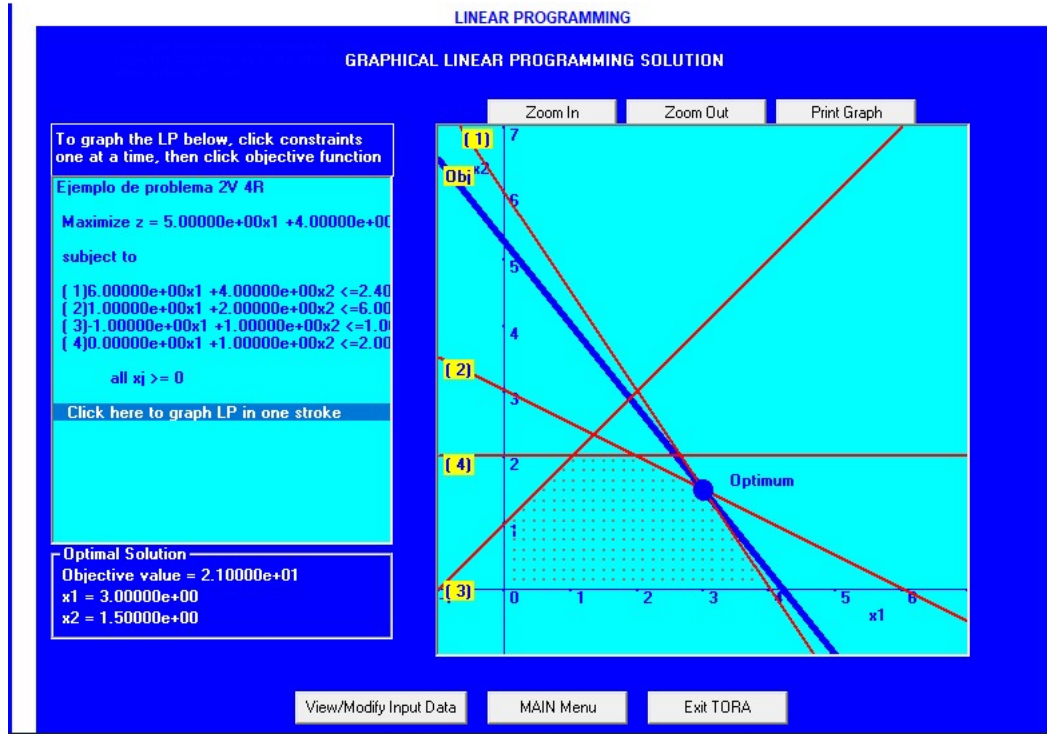


ILUSTRACIÓN 30 SOLUCIÓN GRAFICA EN TORA

Con ayuda de esta aplicación es posible resolver problemas de programación lineal, teniendo la ventaja de tener los datos de solución de manera gráfica y numérica, también tiene la facilidad de exportar los resultados en archivos pdf.

## Apéndice C Consideraciones para las simulaciones

Para realizar la simulación que se presenta como ejemplo en el manual de costos de oportunidad capítulo 5 apartado 5.1.5 inciso b y c las consideraciones para utilizar el optimizador de Python, se requiere cinco archivos csv, que contienen los parámetros de las Unidades de Central Eléctrica así como los periodos de estudio y las horas que conforman dichos periodos, los parámetros de la demanda y los costos que las cargas están dispuestas a pagar así como la función de producción cantidad de combustible.

```
.....
.....

BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
Facultad de Ingeniería
Secretaría de Investigación y Estudiosposa
de Posgrado

Elaborado por: Ing. José Carlos Nateras Ortega
Asesor: Dr. Benito Zenteno Mateo

PROGRAMA PRINCIPAL PARA OBTENER
EL PRECIO SOMBRA DE LA ENERGIA DISPONIBLE EN EL
DESPACHO DE TRES UNIDADES DE CENTRAL ELECTRICA Y DOS CARGAS
.....

Parámetros de las Unidades de Central Electrica

CAPMW LBTU LMWH BTU_MWH COSTO_PROD_A0 COSTO_PROD_A1 COSTO_PROD_A2
CENTRAL
1 40 0 0 0 0 3.5029 0.004820
2 65 0 0 0 0 3.2000 0.001490
3 120 0 0 0 0 4.1000 0.001562

Parámetros de las Cargas y el precio de compra

PRECIO OFERTADO DEMANDA

CCARGA PERIODO
1 1 4.475 100
2 4.475 90
3 4.475 30
2 1 4.475 120
2 4.475 80
3 4.475 40

Periodos de estudio y cantidad de horas por periodo

PERIODO
1 2
2 14
3 8
{
"cells": [
{
"cell_type": "code",
"execution_count": 213,
"metadata": {
"collapsed": true,
"scrolled": true
},
"outputs": [],
"source": [
"from itertools import product\n",
"from cvxpy import *\n",
"import pandas as pd\n",
"import numpy as np\n",
"\n",
"#Parámetros\n",
"#PARAMS = pd.read_csv('C:/Users/.../PARAMS.csv', index_col=['IDEJEC'], delimiter = ',')\n",
"\n",
"#Periodos\n",
"#PERIODOS = pd.read_csv('C:/Users/.../PERIODOS.csv', index_col=['PERIODO'], delimiter = ',')\n",
"\n",
"#Centrales eléctricas\n",
"#CENTRAL = pd.read_csv('C:/Users/.../CENTRAL_ELECTRICA.csv', index_col=['CENTRAL'], delimiter = ',')\n",
"\n",
"#Centros de carga\n",
"#CNCARGA = pd.read_csv('C:/Users/.../CENTRO_DE_CARGA.csv', index_col=['CCARGA'], delimiter = ',')\n",
"#CNCARGA_DEM = pd.read_csv('C:/Users/.../CENTRO_DE_CARGA_DEM.csv', index_col=['CCARGA', 'PERIODO'], delimiter = ',')\n",
"\n",
"#variables\n",
"m = len(CENTRAL.index)\n",

```



```

"\begin{equation}\n",
"\sum_{p,ce} \lim_{LE}_{ce} \cdot \lim_{Hrs}_p \cdot x_{ce,p} \leq \lim_{LimE}.\n",
"\end{equation}"
]
},
{
"cell_type": "code",
"execution_count": 220,
"metadata": {},
"outputs": [
],
"source": [
"prob = Problem(Maximize(obj), constr)\n",
"\n",
"result = prob.solve(solver=ECOS)\n",
"\n",
"print(\"Optimal Objective value: \", result)\n",
"\n",
"print('Centrales elÃ©ctricas'+10*'-')\n",
"for ce in range(m): \n",
"    for p in range(t):\n",
"        print(\"CE_\"+str(ce+1)+str(p+1), x[ce,p].value)\n",
"\n",
"print('Centros de carga'+12*'-')\n",
"for cc in range(n): \n",
"    for p in range(t):\n",
"        print(\"CC_\"+str(cc+1)+str(p+1), y[cc,p].value)"
]
}
],
"metadata": {
"kernel_spec": {
"display_name": "Python [conda env:Anaconda3]",
"language": "python",
"name": "conda-env-Anaconda3-py"
},
"language_info": {
"codemirror_mode": {
"name": "python",
"version": 3
},
"file_extension": ".py",
"mimetype": "text/x-python",
"name": "python",
"nbconvert_exporter": "python",
"pygments_lexer": "ipython3",
"version": "3.5.3"
}
},
"nbformat": 4,
"nbformat_minor": 2
}

```

ILUSTRACIÓN 31 APLICACIÓN PARA CALCULAR EL PRECIO SOMBRA DE UN PROBLEMA DE TRES UNIDADES Y DOS CARGAS

De la simulacion realizada se obtienen los siguientes resultados

```

=====
CVXPY
v1.2.1
=====

(CVXPY) Jun 13 11:49:07 PM: Your problem has 15 variables, 33 constraints, and 0 parameters.

(CVXPY) Jun 13 11:49:07 PM: It is compliant with the following grammars: DCP, DQCP

(CVXPY) Jun 13 11:49:07 PM: (If you need to solve this problem multiple times, but with different data, consider using parameters.)

(CVXPY) Jun 13 11:49:07 PM: CVXPY will first compile your problem; then, it will invoke a numerical solver to obtain a solution.

-----

Compilation
-----

```

```

(CVXQP) Jun 13 11:49:07 PM: Compiling problem (target solver=SCS).
(CVXQP) Jun 13 11:49:07 PM: Reduction chain: FlipObjective -> Dcp2Cone -> CvxAttr2Constr -> ConeMatrixStuffin
g -> SCS
(CVXQP) Jun 13 11:49:07 PM: Applying reduction FlipObjective
(CVXQP) Jun 13 11:49:07 PM: Applying reduction Dcp2Cone
(CVXQP) Jun 13 11:49:07 PM: Applying reduction CvxAttr2Constr
(CVXQP) Jun 13 11:49:07 PM: Applying reduction ConeMatrixStuffing
(CVXQP) Jun 13 11:49:07 PM: Applying reduction SCS
(CVXQP) Jun 13 11:49:07 PM: Finished problem compilation (took 1.306e-01 seconds).

```

-----  
Numerical solver  
-----

```

(CVXQP) Jun 13 11:49:07 PM: Invoking solver SCS to obtain a solution.

```

-----  
SCS v3.2.0 - Splitting Conic Solver  
(c) Brendan O'Donoghue, Stanford University, 2012  
-----

```

problem: variables n: 24, constraints m: 60

```

```

cones:      z: primal zero / dual free vars: 3
           l: linear vars: 30
           q: soc vars: 27, qsize: 9

```

```

settings: eps_abs: 1.0e-05, eps_rel: 1.0e-05, eps_infeas: 1.0e-07

```

```

           alpha: 1.50, scale: 1.00e-01, adaptive_scale: 1

```

```

           max_iters: 100000, normaliza: 1, rho_x: 1.00e-06

```

```

           acceleration_lookback: 10, acceleration_interval: 10

```

```

lin-sys: sparse-direct

```

```

           nnz(A): 72, nnz(P): 0

```

```

iter | pri res | dua res | gap | obj | scale | time (s)

```

```

0| 1.20e+02 6.62e+01 5.77e+03 -3.12e+03 1.00e-01 5.37e-03
250| 3.71e-01 8.87e-02 5.17e+02 -2.64e+03 1.00e-01 7.71e-03
500| 5.50e-01 4.88e-02 9.33e+01 -2.78e+03 1.00e-01 9.62e-03
750| 5.78e-01 3.91e-02 2.33e+01 -2.83e+03 1.00e-01 1.05e-02
1000| 5.65e-01 3.39e-02 1.03e+00 -2.86e+03 1.00e-01 1.15e-02
1250| 5.41e-01 3.03e-02 4.22e+00 -2.88e+03 1.00e-01 1.25e-02
1500| 5.10e-01 3.03e-02 6.16e+00 -2.90e+03 1.00e-01 1.41e-02
1750| 4.94e-01 3.00e-02 7.54e+00 -2.91e+03 1.00e-01 1.61e-02
2000| 5.03e-01 2.95e-02 8.38e+00 -2.92e+03 1.00e-01 1.74e-02
2250| 3.96e-01 2.87e-02 5.09e+00 -2.94e+03 1.00e-01 1.86e-02
2500| 3.45e-01 2.76e-02 1.19e+00 -2.95e+03 1.00e-01 2.34e-02
2750| 1.83e+03 1.83e+02 3.43e+01 -2.98e+03 1.00e-01 2.50e-02
3000| 2.96e-01 2.62e-02 3.71e+00 -2.98e+03 1.00e-01 2.72e-02
3250| 2.73e-01 2.56e-02 3.48e+00 -2.99e+03 1.00e-01 2.84e-02
3500| 2.75e-01 2.66e-02 3.07e+00 -3.01e+03 1.00e-01 2.93e-02
3750| 2.77e-01 2.85e-02 1.19e+00 -3.02e+03 1.00e-01 3.04e-02
4000| 2.80e-01 3.00e-02 6.75e-01 -3.03e+03 1.00e-01 3.18e-02
4250| 2.84e-01 3.11e-02 2.09e+00 -3.04e+03 1.00e-01 3.27e-02
4500| 2.89e-01 3.11e-02 3.66e+00 -3.04e+03 1.00e-01 3.38e-02
4750| 2.94e-01 2.97e-02 5.69e+00 -3.05e+03 1.00e-01 3.46e-02
5000| 3.01e-01 2.61e-02 8.30e+00 -3.06e+03 1.00e-01 3.55e-02
5250| 3.09e-01 2.01e-02 1.12e+01 -3.06e+03 1.00e-01 3.96e-02
5500| 7.42e+03 6.42e+02 2.31e+03 -1.89e+03 1.00e-01 4.09e-02
5750| 3.26e-01 1.86e-02 8.36e+00 -3.06e+03 1.00e-01 4.29e-02
6000| 3.30e-01 1.82e-02 5.87e+00 -3.06e+03 1.00e-01 4.45e-02
6250| 3.26e-01 1.81e-02 6.57e+00 -3.07e+03 1.00e-01 4.53e-02
6500| 3.18e-01 1.81e-02 3.32e+00 -3.07e+03 1.00e-01 4.64e-02
6750| 3.14e-01 1.78e-02 6.04e-01 -3.07e+03 1.00e-01 4.73e-02
7000| 3.11e-01 1.76e-02 2.43e+00 -3.07e+03 1.00e-01 4.84e-02
7250| 3.09e-01 1.73e-02 2.77e+00 -3.07e+03 1.00e-01 4.93e-02
7500| 3.06e-01 1.71e-02 2.04e+00 -3.07e+03 1.00e-01 5.04e-02
7750| 3.02e-01 1.69e-02 6.99e-01 -3.08e+03 1.00e-01 5.16e-02
8000| 2.96e-01 1.68e-02 8.84e-01 -3.08e+03 1.00e-01 5.42e-02
8250| 4.74e+03 4.71e+02 1.27e+03 -1.88e+03 1.00e-01 5.58e-02

```

8500	2.78e-01	1.66e-02	4.35e+00	-3.09e+03	1.00e-01	5.73e-02
8750	2.65e-01	1.71e-02	5.41e+00	-3.09e+03	1.00e-01	5.86e-02
9000	2.51e-01	1.81e-02	6.32e+00	-3.09e+03	1.00e-01	5.98e-02
9250	2.36e-01	1.90e-02	7.11e+00	-3.10e+03	1.00e-01	6.06e-02
9500	2.18e-01	1.99e-02	7.75e+00	-3.10e+03	1.00e-01	6.18e-02
9750	1.99e-01	2.08e-02	8.22e+00	-3.11e+03	1.00e-01	6.50e-02
10000	1.78e-01	2.17e-02	8.77e+00	-3.11e+03	1.00e-01	6.68e-02
10250	1.55e-01	2.25e-02	9.10e+00	-3.12e+03	1.00e-01	6.88e-02
10500	1.30e-01	2.32e-02	9.04e+00	-3.12e+03	1.00e-01	7.08e-02
10750	1.04e-01	2.38e-02	8.70e+00	-3.13e+03	1.00e-01	7.27e-02
11000	1.78e+01	1.31e+00	2.24e+01	-3.10e+03	1.00e-01	7.42e-02
11250	4.92e-02	2.47e-02	7.41e+00	-3.14e+03	1.00e-01	7.57e-02
11500	1.33e-01	8.86e-03	2.44e+01	-3.09e+03	1.00e-01	7.71e-02
11750	1.48e-01	9.06e-03	2.21e-01	-3.10e+03	1.00e-01	7.80e-02
12000	2.22e+00	2.20e-01	3.99e+01	-3.12e+03	1.00e-01	7.88e-02
12250	1.43e-01	6.71e-03	6.93e+00	-3.11e+03	1.00e-01	7.98e-02
12500	1.39e-01	6.61e-03	5.83e+00	-3.11e+03	1.00e-01	8.11e-02
12750	1.35e-01	6.98e-03	4.37e+00	-3.12e+03	1.00e-01	8.33e-02
13000	1.33e-01	7.03e-03	3.14e+00	-3.12e+03	1.00e-01	9.00e-02
13250	1.31e-01	6.76e-03	2.43e+00	-3.12e+03	1.00e-01	9.18e-02
13500	1.29e-01	6.17e-03	2.32e+00	-3.13e+03	1.00e-01	9.30e-02
13750	1.26e-01	5.28e-03	2.70e+00	-3.13e+03	1.00e-01	9.40e-02
14000	1.22e-01	4.95e-03	3.33e+00	-3.13e+03	1.00e-01	9.49e-02
14250	1.16e-01	4.93e-03	4.00e+00	-3.13e+03	1.00e-01	9.58e-02
14500	1.10e-01	4.92e-03	4.60e+00	-3.13e+03	1.00e-01	9.70e-02
14750	2.12e+01	2.43e-01	1.00e+01	-3.14e+03	1.00e-01	9.88e-02
15000	6.55e-02	4.90e-03	3.85e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.00e-01
15250	5.74e-02	5.08e-03	3.52e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.02e-01
15500	4.95e-02	5.28e-03	3.61e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.04e-01
15750	4.43e-02	5.41e-03	3.73e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.06e-01
16000	3.81e-02	5.48e-03	3.73e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.07e-01
16250	3.15e-02	5.47e-03	3.59e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.08e-01
16500	2.46e-02	5.40e-03	3.33e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.10e-01
16750	2.03e-02	5.26e-03	3.01e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.12e-01
17000	2.02e-02	5.06e-03	2.66e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.13e-01
17250	1.95e-02	4.79e-03	2.32e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.15e-01
17500	6.69e-01	6.77e-02	4.17e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.17e-01
17750	2.39e-02	4.72e-03	1.70e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.18e-01
18000	2.96e-02	4.70e-03	1.41e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.21e-01
18250	3.45e-02	4.67e-03	1.11e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.23e-01
18500	3.86e-02	4.65e-03	8.03e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.23e-01
18750	4.18e-02	4.62e-03	4.85e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.24e-01
19000	4.42e-02	4.60e-03	1.34e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.25e-01
19250	4.56e-02	4.57e-03	2.61e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.26e-01
19500	4.61e-02	4.54e-03	6.35e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.27e-01
19750	4.57e-02	4.51e-03	9.60e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.28e-01
20000	4.44e-02	4.47e-03	1.22e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.28e-01
20250	1.35e-01	1.39e-02	4.62e+00	-3.13e+03	1.00e-01	1.29e-01
20500	4.01e-02	4.41e-03	1.55e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.31e-01
20750	3.72e-02	4.38e-03	1.61e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.33e-01
21000	3.41e-02	4.35e-03	1.63e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.34e-01
21250	3.07e-02	4.32e-03	1.59e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.35e-01
21500	2.73e-02	4.28e-03	1.52e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.37e-01
21750	2.42e-02	4.26e-03	1.42e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.39e-01
22000	2.59e-02	4.23e-03	1.32e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.41e-01
22250	2.71e-02	4.20e-03	1.20e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.42e-01
22500	2.81e-02	4.17e-03	1.10e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.44e-01
22750	2.87e-02	4.15e-03	1.00e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.45e-01
23000	3.69e-01	3.75e-02	5.57e+00	-3.15e+03	1.00e-01	1.47e-01
23250	2.90e-02	4.10e-03	8.48e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.48e-01
23500	2.88e-02	4.07e-03	7.89e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.50e-01
23750	2.83e-02	4.05e-03	7.40e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.52e-01
24000	2.77e-02	4.03e-03	6.97e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.54e-01
24250	2.68e-02	4.01e-03	6.58e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.58e-01
24500	2.58e-02	3.98e-03	6.20e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.60e-01
24750	2.46e-02	3.96e-03	5.83e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.61e-01
25000	2.33e-02	3.94e-03	5.46e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.62e-01
25250	2.18e-02	3.92e-03	5.08e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.63e-01
25500	2.02e-02	3.90e-03	4.71e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.64e-01
25750	6.51e-01	6.51e-02	2.19e+00	-3.15e+03	1.00e-01	1.65e-01
26000	1.66e-02	3.86e-03	4.07e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.66e-01
26250	1.56e-02	3.84e-03	3.83e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.67e-01
26500	1.63e-02	3.82e-03	3.65e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.68e-01
26750	1.68e-02	3.81e-03	3.54e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.69e-01
27000	1.72e-02	3.79e-03	3.49e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.71e-01
27250	1.74e-02	3.77e-03	3.51e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.73e-01
27500	1.75e-02	3.75e-03	3.57e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.75e-01
27750	1.75e-02	3.73e-03	3.67e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.75e-01
28000	1.75e-02	3.72e-03	3.80e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.76e-01
28250	1.73e-02	3.70e-03	3.93e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.78e-01
28500	5.65e+01	1.81e-01	5.63e+00	-3.14e+03	1.00e-01	1.79e-01
28750	1.66e-02	3.67e-03	4.18e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.81e-01
29000	1.62e-02	3.65e-03	4.28e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.82e-01
29250	1.57e-02	3.63e-03	4.37e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.83e-01
29500	1.51e-02	3.62e-03	4.45e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.84e-01
29750	1.44e-02	3.60e-03	4.51e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.85e-01
30000	1.37e-02	3.58e-03	4.57e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.85e-01
30250	1.29e-02	3.57e-03	4.61e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.88e-01
30500	1.21e-02	3.55e-03	4.65e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.89e-01
30750	1.23e-02	3.54e-03	4.68e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.90e-01
31000	1.35e-02	3.52e-03	4.70e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.91e-01
31250	1.30e+02	3.14e-01	1.37e+01	-3.14e+03	1.00e-01	1.93e-01
31500	1.55e-02	3.49e-03	4.71e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.94e-01
31750	1.63e-02	3.47e-03	4.68e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.96e-01

32000	1.70e-02	3.46e-03	4.63e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.97e-01
32250	1.76e-02	3.44e-03	4.57e-01	-3.14e+03	1.00e-01	1.98e-01
32500	1.80e-02	3.43e-03	4.48e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.01e-01
32750	1.83e-02	3.41e-03	4.36e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.01e-01
33000	1.84e-02	3.40e-03	4.24e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.02e-01
33250	1.84e-02	3.39e-03	4.10e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.04e-01
33500	1.83e-02	3.37e-03	3.95e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.06e-01
33750	1.80e-02	3.36e-03	3.80e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.06e-01
34000	3.58e-01	3.55e-02	1.27e+00	-3.14e+03	1.00e-01	2.07e-01
34250	1.69e-02	3.33e-03	3.53e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.09e-01
34500	1.62e-02	3.32e-03	3.42e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.10e-01
34750	1.54e-02	3.31e-03	3.33e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.11e-01
35000	1.44e-02	3.29e-03	3.26e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.12e-01
35250	1.33e-02	3.28e-03	3.23e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.13e-01
35500	1.21e-02	3.27e-03	3.22e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.14e-01
35750	1.09e-02	3.26e-03	3.24e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.14e-01
36000	9.55e-03	3.24e-03	3.29e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.15e-01
36250	8.15e-03	3.23e-03	3.37e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.16e-01
36500	8.24e-03	3.22e-03	3.47e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.17e-01
36750	5.16e-01	5.16e-02	1.92e+00	-3.14e+03	1.00e-01	2.18e-01
37000	8.49e-03	3.19e-03	3.75e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.19e-01
37250	8.47e-03	3.18e-03	3.91e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.20e-01
37500	8.35e-03	3.17e-03	4.09e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.21e-01
37750	8.14e-03	3.16e-03	4.28e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.23e-01
38000	7.84e-03	3.15e-03	4.48e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.24e-01
38250	7.46e-03	3.13e-03	4.68e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.26e-01
38500	6.99e-03	3.12e-03	4.89e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.27e-01
38750	6.46e-03	3.11e-03	5.09e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.28e-01
39000	7.56e-03	3.10e-03	5.29e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.29e-01
39250	8.69e-03	3.09e-03	5.48e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.30e-01
39500	1.62e+00	1.61e-01	2.19e+00	-3.15e+03	1.00e-01	2.31e-01
39750	1.07e-02	3.06e-03	5.82e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.31e-01
40000	1.15e-02	3.05e-03	5.97e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.32e-01
40250	1.22e-02	3.04e-03	6.10e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.34e-01
40500	1.28e-02	3.03e-03	6.21e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.35e-01
40750	1.33e-02	3.02e-03	6.30e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.36e-01
41000	1.37e-02	3.00e-03	6.37e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.37e-01
41250	1.39e-02	2.99e-03	6.42e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.38e-01
41500	1.40e-02	2.98e-03	6.45e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.40e-01
41750	1.40e-02	2.97e-03	6.46e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.42e-01
42000	1.39e-02	2.96e-03	6.46e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.43e-01
42250	3.65e+02	6.63e-01	4.35e+01	-3.21e+03	1.00e-01	2.45e-01
42500	1.33e-02	2.94e-03	6.40e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.47e-01
42750	1.29e-02	2.92e-03	6.35e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.49e-01
43000	1.23e-02	2.91e-03	6.29e-01	-3.14e+03	1.00e-01	2.51e-01
43500	9.07e-02	2.88e-03	4.95e+00	-3.14e+03	1.98e-03	2.53e-01
43750	1.76e+02	8.34e-01	8.68e+01	-3.23e+03	1.98e-03	2.54e-01
44000	1.61e+00	6.86e-04	6.17e+00	-3.16e+03	1.98e-03	2.57e-01
44250	5.39e+00	6.11e-03	2.92e+01	-3.16e+03	1.98e-03	2.58e-01
44500	2.08e-01	5.00e-04	1.37e+00	-3.16e+03	1.98e-03	2.59e-01
44750	2.09e-01	8.09e-05	8.51e-01	-3.16e+03	1.98e-03	2.60e-01
45000	2.07e-01	3.21e-05	9.40e-01	-3.16e+03	1.98e-03	2.61e-01
45250	2.11e-01	3.39e-05	1.17e+00	-3.16e+03	1.98e-03	2.62e-01
45500	2.04e-01	1.70e-05	8.16e-01	-3.16e+03	1.98e-03	2.63e-01
45750	2.02e-01	2.78e-05	7.66e-01	-3.16e+03	1.98e-03	2.65e-01
46000	2.01e-01	3.74e-05	7.16e-01	-3.16e+03	1.98e-03	2.66e-01
46250	1.99e-01	5.70e-05	9.52e-01	-3.16e+03	6.28e-03	2.69e-01
46500	1.96e-01	2.59e-04	1.90e+00	-3.16e+03	2.86e-02	2.73e-01
46750	1.94e-01	3.94e-04	7.42e-01	-3.16e+03	2.86e-02	2.74e-01
47000	1.92e-01	2.91e-04	1.71e+00	-3.16e+03	2.86e-02	2.76e-01
47250	1.88e-01	4.95e-04	2.29e+00	-3.15e+03	2.86e-02	2.77e-01
47500	2.68e-01	7.50e-03	1.16e+00	-3.16e+03	2.86e-02	2.78e-01
47750	1.90e-01	2.62e-04	1.60e+00	-3.16e+03	2.86e-02	2.79e-01
48000	1.86e-01	4.64e-04	2.19e+00	-3.15e+03	2.86e-02	2.80e-01
48250	1.82e-01	6.55e-04	2.56e+00	-3.15e+03	2.86e-02	2.81e-01
48500	1.23e-01	1.88e-03	4.38e-01	-3.15e+03	2.86e-02	2.81e-01
48750	1.47e-02	1.03e-03	6.22e+00	-3.15e+03	2.86e-02	2.82e-01
49000	1.12e-02	4.40e-04	1.19e+00	-3.15e+03	2.86e-02	2.83e-01
49250	1.07e-02	4.29e-04	5.98e-01	-3.15e+03	2.86e-02	2.84e-01
49500	1.02e-02	4.23e-04	3.92e-01	-3.15e+03	2.86e-02	2.85e-01
49750	9.82e-03	4.20e-04	3.15e-01	-3.15e+03	2.86e-02	2.86e-01
50000	9.47e-03	4.17e-04	2.87e-01	-3.15e+03	2.86e-02	2.88e-01
50250	9.16e-03	4.15e-04	2.82e-01	-3.15e+03	2.86e-02	2.89e-01
50500	8.88e-03	4.13e-04	2.86e-01	-3.15e+03	2.86e-02	2.91e-01
50750	8.63e-03	4.12e-04	2.93e-01	-3.15e+03	2.86e-02	2.92e-01
51000	8.41e-03	4.10e-04	3.02e-01	-3.15e+03	2.86e-02	2.94e-01
51250	8.20e-03	4.08e-04	3.11e-01	-3.15e+03	2.86e-02	2.95e-01
51500	4.98e+00	1.43e-01	8.18e+00	-3.16e+03	2.86e-02	2.96e-01
51750	7.83e-03	4.05e-04	3.28e-01	-3.15e+03	2.86e-02	2.98e-01
52000	7.66e-03	4.03e-04	3.36e-01	-3.15e+03	2.86e-02	2.99e-01
52250	7.51e-03	4.02e-04	3.43e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.02e-01
52500	7.37e-03	4.00e-04	3.50e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.04e-01
52750	7.24e-03	3.98e-04	3.56e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.06e-01
53000	7.12e-03	3.97e-04	3.61e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.06e-01
53250	7.01e-03	3.95e-04	3.66e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.07e-01
53500	6.90e-03	3.94e-04	3.70e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.08e-01
53750	6.81e-03	3.92e-04	3.73e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.09e-01
54000	6.72e-03	3.90e-04	3.74e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.10e-01
54250	9.71e+02	7.97e+00	3.18e+02	-3.34e+03	2.86e-02	3.11e-01
43250	1.17e-02	2.90e-03	8.00e-01	-3.14e+03	3.16e-02	2.52e-01
54500	6.54e-03	3.87e-04	3.73e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.12e-01
54750	6.46e-03	3.85e-04	3.71e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.13e-01
55000	6.38e-03	3.84e-04	3.67e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.14e-01
55250	6.30e-03	3.82e-04	3.63e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.15e-01

55500	6.22e-03	3.81e-04	3.57e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.16e-01
55750	6.14e-03	3.79e-04	3.52e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.17e-01
56000	6.06e-03	3.78e-04	3.45e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.18e-01
56250	5.98e-03	3.76e-04	3.39e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.20e-01
56500	5.90e-03	3.75e-04	3.33e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.24e-01
56750	5.82e-03	3.73e-04	3.27e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.25e-01
57000	2.27e+01	8.08e-01	7.70e+01	-3.14e+03	2.86e-02	3.26e-01
57250	5.66e-03	3.70e-04	3.17e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.27e-01
57500	5.58e-03	3.69e-04	3.12e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.27e-01
57750	5.50e-03	3.67e-04	3.08e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.28e-01
58000	5.43e-03	3.66e-04	3.05e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.29e-01
58250	5.35e-03	3.65e-04	3.03e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.30e-01
58500	5.28e-03	3.63e-04	3.01e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.31e-01
58750	5.22e-03	3.62e-04	3.00e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.32e-01
59000	5.15e-03	3.61e-04	2.99e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.32e-01
59250	5.09e-03	3.59e-04	2.99e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.33e-01
59500	5.03e-03	3.58e-04	2.99e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.34e-01
59750	3.01e+00	8.60e-02	1.41e+01	-3.16e+03	2.86e-02	3.36e-01
60000	4.93e-03	3.55e-04	3.00e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.37e-01
60250	4.88e-03	3.54e-04	3.01e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.38e-01
60500	4.83e-03	3.52e-04	3.03e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.39e-01
60750	4.79e-03	3.51e-04	3.04e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.40e-01
61000	4.75e-03	3.50e-04	3.06e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.41e-01
61250	4.72e-03	3.48e-04	3.07e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.42e-01
61500	4.69e-03	3.47e-04	3.09e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.43e-01
61750	4.66e-03	3.45e-04	3.11e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.44e-01
62000	4.63e-03	3.44e-04	3.12e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.44e-01
62250	4.60e-03	3.43e-04	3.14e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.46e-01
62500	4.08e+00	1.17e-01	3.24e+01	-3.17e+03	2.86e-02	3.48e-01
62750	4.56e-03	3.40e-04	3.17e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.49e-01
63000	4.54e-03	3.39e-04	3.19e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.51e-01
63250	4.53e-03	3.37e-04	3.20e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.53e-01
63500	4.51e-03	3.36e-04	3.22e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.56e-01
63750	4.50e-03	3.35e-04	3.23e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.57e-01
64000	4.49e-03	3.33e-04	3.24e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.59e-01
64250	4.48e-03	3.32e-04	3.25e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.59e-01
64500	4.47e-03	3.30e-04	3.26e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.60e-01
64750	4.46e-03	3.29e-04	3.27e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.61e-01
65000	4.45e-03	3.28e-04	3.28e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.62e-01
65250	7.01e+00	2.00e-01	6.87e+00	-3.15e+03	2.86e-02	3.63e-01
65500	4.47e-03	3.25e-04	3.30e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.64e-01
65750	4.48e-03	3.24e-04	3.30e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.65e-01
66000	4.49e-03	3.22e-04	3.30e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.66e-01
66250	4.50e-03	3.21e-04	3.30e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.68e-01
66500	4.51e-03	3.20e-04	3.30e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.71e-01
66750	4.51e-03	3.18e-04	3.30e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.73e-01
67000	4.52e-03	3.17e-04	3.30e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.74e-01
67250	4.52e-03	3.16e-04	3.29e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.76e-01
67500	4.53e-03	3.14e-04	3.28e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.78e-01
67750	4.53e-03	3.13e-04	3.27e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.81e-01
68000	3.06e+00	8.76e-02	1.58e+01	-3.16e+03	2.86e-02	3.82e-01
68250	4.53e-03	3.10e-04	3.25e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.83e-01
68500	4.53e-03	3.09e-04	3.23e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.84e-01
68750	4.52e-03	3.08e-04	3.22e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.85e-01
69000	4.52e-03	3.07e-04	3.20e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.86e-01
69250	4.51e-03	3.05e-04	3.18e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.88e-01
69500	4.50e-03	3.04e-04	3.16e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.89e-01
69750	4.49e-03	3.03e-04	3.14e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.90e-01
70000	4.47e-03	3.02e-04	3.12e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.91e-01
70250	4.46e-03	3.00e-04	3.09e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.92e-01
70500	4.44e-03	2.99e-04	3.07e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.93e-01
70750	2.91e+00	8.31e-02	1.47e+01	-3.16e+03	2.86e-02	3.94e-01
71000	4.41e-03	2.97e-04	3.02e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.95e-01
71250	4.38e-03	2.95e-04	3.00e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.96e-01
71500	4.36e-03	2.94e-04	2.97e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.97e-01
71750	4.34e-03	2.93e-04	2.95e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.98e-01
72000	4.32e-03	2.92e-04	2.93e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.98e-01
72250	4.29e-03	2.91e-04	2.90e-01	-3.15e+03	2.86e-02	3.99e-01
72500	4.26e-03	2.90e-04	2.88e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.00e-01
72750	4.24e-03	2.88e-04	2.86e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.01e-01
73000	4.21e-03	2.87e-04	2.84e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.02e-01
73250	4.18e-03	2.86e-04	2.82e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.04e-01
73500	2.81e+00	8.04e-02	1.52e+01	-3.16e+03	2.86e-02	4.05e-01
73750	4.13e-03	2.84e-04	2.78e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.06e-01
74000	4.10e-03	2.83e-04	2.76e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.07e-01
74250	4.08e-03	2.82e-04	2.74e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.08e-01
74500	4.05e-03	2.81e-04	2.73e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.09e-01
74750	4.02e-03	2.79e-04	2.71e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.10e-01
75000	4.00e-03	2.78e-04	2.70e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.10e-01
75250	3.97e-03	2.77e-04	2.68e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.12e-01
75500	3.95e-03	2.76e-04	2.67e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.15e-01
75750	3.92e-03	2.75e-04	2.66e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.16e-01
76000	3.90e-03	2.74e-04	2.65e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.18e-01
76250	3.41e+00	9.76e-02	2.00e+01	-3.17e+03	2.86e-02	4.18e-01
76500	3.86e-03	2.72e-04	2.63e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.19e-01
76750	3.83e-03	2.71e-04	2.63e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.22e-01
77000	3.81e-03	2.70e-04	2.62e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.24e-01
77250	3.80e-03	2.69e-04	2.61e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.26e-01
77500	3.78e-03	2.68e-04	2.61e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.27e-01
77750	3.76e-03	2.67e-04	2.60e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.30e-01
78000	3.75e-03	2.66e-04	2.60e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.32e-01
78250	3.73e-03	2.65e-04	2.60e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.34e-01
78500	3.72e-03	2.63e-04	2.59e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.36e-01
78750	3.71e-03	2.62e-04	2.59e-01	-3.15e+03	2.86e-02	4.38e-01

```

79000| 2.92e+00 8.34e-02 1.43e+01 -3.16e+03 2.86e-02 4.40e-01
79250| 3.68e-03 2.60e-04 2.59e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.41e-01
79500| 3.67e-03 2.59e-04 2.59e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.43e-01
79750| 3.66e-03 2.58e-04 2.58e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.44e-01
80000| 3.65e-03 2.57e-04 2.58e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.45e-01
80250| 3.65e-03 2.56e-04 2.58e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.46e-01
80500| 3.64e-03 2.55e-04 2.58e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.48e-01
80750| 3.63e-03 2.54e-04 2.58e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.50e-01
81000| 3.62e-03 2.53e-04 2.58e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.52e-01
81250| 3.62e-03 2.52e-04 2.57e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.53e-01
81500| 3.61e-03 2.51e-04 2.57e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.55e-01
81750| 1.14e+00 3.24e-02 1.19e+00 -3.15e+03 2.86e-02 4.56e-01
82000| 3.60e-03 2.49e-04 2.57e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.57e-01
82250| 3.60e-03 2.48e-04 2.56e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.59e-01
82500| 3.59e-03 2.47e-04 2.56e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.61e-01
82750| 3.59e-03 2.46e-04 2.55e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.62e-01
83000| 3.58e-03 2.45e-04 2.55e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.63e-01
83250| 3.58e-03 2.44e-04 2.54e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.64e-01
83500| 3.57e-03 2.43e-04 2.54e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.65e-01
83750| 3.57e-03 2.42e-04 2.53e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.66e-01
84000| 3.56e-03 2.41e-04 2.53e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.67e-01
84250| 3.55e-03 2.40e-04 2.52e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.68e-01
84500| 2.95e+00 8.44e-02 1.48e+01 -3.16e+03 2.86e-02 4.68e-01
84750| 3.54e-03 2.38e-04 2.50e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.71e-01
85000| 3.53e-03 2.37e-04 2.49e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.72e-01
85250| 3.52e-03 2.37e-04 2.49e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.74e-01
85500| 3.52e-03 2.36e-04 2.48e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.75e-01
85750| 3.51e-03 2.35e-04 2.47e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.76e-01
86000| 3.50e-03 2.34e-04 2.46e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.77e-01
86250| 3.49e-03 2.33e-04 2.45e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.78e-01
86500| 3.48e-03 2.32e-04 2.43e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.79e-01
86750| 3.47e-03 2.31e-04 2.42e-01 -3.15e+03 2.86e-02 4.80e-01
87000| 1.01e-02 2.29e-04 6.24e-01 -3.15e+03 2.44e-03 4.82e-01
87250| 1.44e-02 1.91e-04 4.65e-01 -3.15e+03 2.44e-03 4.84e-01
87500| 1.56e-02 1.89e-04 2.52e-01 -3.15e+03 2.44e-03 4.85e-01
87750| 1.34e-02 9.02e-05 9.89e-01 -3.15e+03 2.44e-03 4.86e-01
87850| 3.87e-02 7.12e-05 8.89e-03 -3.15e+03 2.44e-03 4.87e-01

```

```

status: solved
timings: total: 4.92e-01s = setup: 4.91e-03s + solve: 4.88e-01s
lin-sys: 1.37e-01s, cones: 6.90e-02s, accel: 2.72e-02s

```

```

objective = -3154.494645
Summary

```

```

(CVXPY) Jun 13 11:49:07 PM: Problem status: optimal
(CVXPY) Jun 13 11:49:07 PM: Optimal value: 3.156e+03
(CVXPY) Jun 13 11:49:07 PM: Compilation took 1.306e-01 seconds
(CVXPY) Jun 13 11:49:07 PM: Solver (including time spent in interface) took 4.987e-01 seconds

```

```

El estatus de la simulación es: optimal

```

```

El máximo excedente económico es: 3155.736891643286

```

```

Despacho de las Centrales Eléctricas para cada periodo-

```

```

CE_11 39.99982748193017 |

```

```

CE_12 40.016466826652675

```

```

CE_13 40.00166440703267

```

```

CE_21 64.99978481854176

```

```

CE_22 64.9960507983409

```

```

CE_23 29.988603252049984

```

```

CE_31 115.00190502208721

```

```

CE_32 64.99964490223353

```

```

CE_33 0.0020237645073038013

```

```

Generación asignada a cada Centros de Carga-

```

```

CC_11 100.0007582484917

```

```

CC_12 90.00607622796034

```

```

CC_13 29.99614983595366

```

```

CC_21 120.0007578427287

```

```

CC_22 80.00607643052481

```

```

CC_23 39.9961496335696

```

## ILUSTRACIÓN 32 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN EJEMPLO 5.2 MANUAL DE COSTOS DE OPORTUNIDAD

Comprobando así que el programa funciona para el ejemplo planteado obteniendo los mismos resultados de despacho, costos de generación y pago por consumo. Para el ejemplo 5.3 se realiza la simulación con una restricción de energía de 680 MWh en la Unidad número uno obteniendo los siguientes resultados

```

=====
                          CVXPY
                          v1.2.1
=====
(CVXPY) Jun 14 12:32:25 AM: Your problem has 15 variables, 34 constraints, and 0 parameters.
(CVXPY) Jun 14 12:32:25 AM: It is compliant with the following grammars: DCP, DQCP
(CVXPY) Jun 14 12:32:25 AM: (If you need to solve this problem multiple times, but with different data, consider using parameters.)
(CVXPY) Jun 14 12:32:25 AM: CVXPY will first compile your problem; then, it will invoke a numerical solver to obtain a solution.
-----
                          Compilation
-----
(CVXPY) Jun 14 12:32:25 AM: Compiling problem (target solver=SCS).
(CVXPY) Jun 14 12:32:25 AM: Reduction chain: FlipObjective -> Dcp2Cone -> CvxAttr2Constr -> ConeMatrixStuffing -> SCS
(CVXPY) Jun 14 12:32:25 AM: Applying reduction FlipObjective
(CVXPY) Jun 14 12:32:25 AM: Applying reduction Dcp2Cone
(CVXPY) Jun 14 12:32:25 AM: Applying reduction CvxAttr2Constr
(CVXPY) Jun 14 12:32:25 AM: Applying reduction ConeMatrixStuffing
(CVXPY) Jun 14 12:32:25 AM: Applying reduction SCS
(CVXPY) Jun 14 12:32:25 AM: Finished problem compilation (took 1.147e-01 seconds).
-----
                          Numerical solver
-----
(CVXPY) Jun 14 12:32:25 AM: Invoking solver SCS to obtain a solution.
-----
                          SCS v3.2.0 - Splitting Conic Solver
                          (c) Brendan O'Donoghue, Stanford University, 2012
-----
problem: variables n: 24, constraints m: 61
cones:   z: primal zero / dual free vars: 3
         l: linear vars: 31
         q: soc vars: 27, qsize: 9
settings: eps_abs: 1.0e-05, eps_rel: 1.0e-05, eps_infeas: 1.0e-07
          alpha: 1.50, scale: 1.00e-01, adaptive scale: 1
          max_iters: 100000, normalize: 1, rho x: 1.00e-06
          acceleration_lookback: 10, acceleration_interval: 10
lin-sys: sparse-direct
          nnz(A): 75, nnz(P): 0
-----
iter | pri res | dua res | gap | obj | scale | time (s)
-----
0 | 6.80e+02 | 7.02e+01 | 5.08e+03 | -2.71e+03 | 1.00e-01 | 8.34e-03
250 | 7.14e-01 | 5.81e-02 | 4.54e+02 | -2.75e+03 | 1.00e-01 | 1.05e-02
.
.
.
55725 | 5.37e-02 | 1.75e-04 | 2.86e-02 | -3.07e+03 | 2.18e-02 | 3.18e-01
-----
status: solved

timings: total: 3.22e-01s = setup: 3.28e-03s + solve: 3.18e-01s

          lin-sys: 9.40e-02s, cones: 4.52e-02s, accel: 1.83e-02s
-----
objective = -3065.486583
-----
                          Summary
-----
(CVXPY) Jun 14 12:35:48 AM: Problem status: optimal
(CVXPY) Jun 14 12:35:48 AM: Optimal value: 3.067e+03
(CVXPY) Jun 14 12:35:48 AM: Compilation took 1.187e-01 seconds
(CVXPY) Jun 14 12:35:48 AM: Solver (including time spent in interface) took 3.291e-01 seconds
-----
El estatus de la simulación es: optimal
-----
El máximo excedente económico es: 3066.7066523376434

```

```

la variable dual es: 0.6957701195144725

-----
Despacho de las Centrales Eléctricas para cada periodo-
-----
CE_11 39.99999042040733
-----
CE_12 39.99999810568309
-----
CE_13 5.000004049900964
-----
CE_21 64.99999422410059
-----
CE_22 64.9999929848461
-----
CE_23 64.99999099795727
-----
CE_31 114.99984902080536
-----
CE_32 64.99999389105265
-----
CE_33 2.4038546369946883e-06
-----
Generación asignada a cada Centros de Carga-
-----
CC_11 99.9999338985335
-----
CC_12 89.99999559404328
-----
CC_13 29.999998727885192
-----
CC_21 119.99989976677982
-----
CC_22 79.99999570117708
-----
CC_23 39.99999872382769

```

**ILUSTRACIÓN 33 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN EJEMPLO 5.3 MANUAL DE COSTOS DE - OPORTUNIDAD**

De acuerdo con los calculos para obtenidos en esta primer simulacion es posible visualizar los iguiente: Excedente economico = \$15,125.50-\$12531.90= \$3066.7208

De esta manera la restriccion se aplica a cada una de las horas de los periodos de estudio obteniendo el maximo excedente economico y bteniendo el precio sombra con un valor de 0.6977 \$/MWh, con este valor de precio sombra es posible calcular el costo de oportunidad de la Unidad de Central Electrica siguiendo los isguientes pasos:

1. Calcular el Excedente economico= \$15,125.50-\$12531.90= \$2593.5972
2. Sumar el precio sombra resultante a la funcion de costo de produccion  

$$f_{u1}(g) + \lambda_{u1} = (2.85g + 0.00482g^2) + (0.6977g) = 3.54577g + 0.00482g^2$$
3. Con esta nueva funcion de produccion se realiza la simulacion encontrando nuevos valores para:  
Excedente economico= \$15,125.50-\$12531.90= \$2593.5972

Con esta funcion de produccion se evalua nuevamente el problema, en esta ocacion se elimina la restriccion de energia, para observar que el despacho de la central electrica con restriccion de energia es exactamente la misma al tener un costo de oportunidad, obteniendo resultados para el maximo excedente economico de la siguiente manera:

$$\text{Excedente economico} = \$15,125.50 - \$12531.90 = (\$2593.5972 + (680 * 0.69577)) = \$3066.7208$$

Comprobando asi que el calculo del excedente ecomico no se ve modificado al obtener el precio sombra y multiplicarlo por la energia limitada y adicionando el excedente economico obtenido por la simulacion con el nuevocosto de produccion asociado a la Unida de Central Electrica numero uno.