

BENEMERITA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE PUEBLA.

FACULTAD DE CIENCIAS FISICO-MATEMÁTICAS.



Propiedades ópticas de plasmónes superficiales y plasmónes-partícula: aplicación a la descripción resonante del momento dipolar en arreglos de

Nano-partículas.

Tesis presentada por:

Saúl Isaías de los Santos García.

Para obtener el grado de Maestro en Ciencias (Física Aplicada).

Asesorado por:

Dra. Patricia Martínez Vara.

Dr. Gabriel Martínez Niconoff.

Puebla, Pue.

Terminada 19 de julio de 2010

BENEMERITA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE PUEBLA.

FACULTAD DE CIENCIAS FISICO-MATEMÁTICAS.

Propiedades ópticas de plasmónes superficiales y plasmónes-partícula: aplicación a la descripción resonante del momento dipolar en arreglos de

Nano-partículas.

Tesis presentada por:

Saúl Isaías de los Santos García.

Asesorado por:

Dra. Patricia Martínez Vara.

Dr. Gabriel Martínez Niconoff.

Puebla, Pue.

19 de julio de 2010.

**PROPIEDADES ÓPTICAS DE PLASMÓNES
SUPERFICIALES Y PLASMÓNES-PARTÍCULA:
APLICACIÓN A LA DESCRIPCIÓN RESONANTE
DEL MOMENTO DIPOLAR EN ARREGLOS DE
NANO-PARTÍCULAS**

INDICE.

| | |
|---|----|
| Resumen | 5 |
| Cap. 1. | |
| 1.1 Descripción general y planteamiento del problema | 7 |
| Cap. 2. Conceptos fundamentales de Óptica plasmónica | 12 |
| 2.1 Introducción..... | 13 |
| 2.2 Solución modal a la ecuación escalar de Helmholtz | 15 |
| 2.3 Solución modal plasmónica a la ecuación vectorial de Helmholtz..... | 15 |
| 2.4 Descripción de redistribución de carga bajo efectos de interferencia: Ondas plasmónicas estacionarias..... | 17 |
| 2.5 Descripción de modos plasmónicos generalizados..... | 19 |
| 2.6 Descripción geométrica de campos plasmónicos..... | 22 |
| 2.7 Conclusiones..... | 24 |
| Cap. 3 Descripción de procesos resonantes en superficies en arreglos de nano- partículas | 25 |
| 3.1 Introducción..... | 26 |
| 3.2 Descripción resonante entre plasmónes superficiales..... | 27 |
| 3.3 Descripción de Plasmón-partícula..... | 30 |
| 3.4 Procesos resonantes entre plasmónes-partícula..... | 31 |
| 3.5 Momento dipolar para dos nano-partículas..... | 32 |

| | |
|---|-----------|
| 3.6 Descripción resonante en arreglos de nano-partículas..... | 34 |
| 3.7 Origen de no linealidades: Ecuación de Duffing..... | 36 |
| 3.8 Conclusiones..... | 38 |
| | |
| Cap. 4 Descripción de focalización plasmonica..... | 39 |
| 4.1 Introducción..... | 40 |
| 4.2 Análisis de singularidades plasmónicas..... | 41 |
| 4.3 Análisis estructural de la ecuación de Helmholtz..... | 43 |
| 4.4 Conclusiones..... | 46 |
| | |
| Cap. 5 Conclusiones Generales y trabajo a futuro..... | 47 |
| 5.1 Conclusiones generales y trabajo a futuro..... | 48 |
| Referencias..... | 50 |

RESUMEN

Se establecen los fundamentos de óptica plasmonica mediante un paralelismo con haces libres de difracción estudiados en óptica clásica. Para iniciar este estudio, se parte del caso general de una onda electromagnética propagándose en la superficie de un medio conductor semi-infinito, esta onda se conoce en la literatura óptica como plasmon de superficie. Posteriormente se extiende el análisis a la síntesis de plasmones de largo recorrido propagándose en películas conductoras de espesor menor a lo longitud de onda utilizada. Para su descripción se utiliza la teoría de acoplamiento de modos y se modelan los efectos de superficie mediante un cambio exponencial decreciente en el índice de refracción. Siguiendo este formalismo, se implementa la aproximación electrostática en el cual se describe un plasmon-partícula como solución a la ecuación de Laplace. La manifestación física del plasmon-partícula consiste en generar momentos dipolares de carácter sintonizable. El estudio de la interacción dipolar permite generar fenómenos resonantes entre cadenas de nano partículas lo cual permite modelar su índice de refracción efectivo. Este estudio es una extensión natural al modelo clásico de Drude. Finalmente se estudian los efectos de curvatura en la distribución de nano-partículas relacionados con la generación de focalización plasmonica. Para el estudio de las propiedades físicas en la vecindad focal se realiza la formulación de óptica hiperbólica.

CAPÍTULO 1

DESCRIPCIÓN GENERAL Y

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

1.1 DESCRIPCION GENERAL Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

En el presente trabajo de tesis se realiza un estudio de la propagación de plasmones superficiales en medios semi-infinitos (H. Raether, 1988) y su estudio se extiende a la generación de modos plasmonicos de largo recorrido (P. Vara, 2009) , los cuales se propagan en la superficie de películas conductoras cuyo espesor es menor que la longitud de onda de un plasmón superficial. El tratamiento se extiende a plasmones partícula los cuales describen la onda superficial de carga asociado a nano-partículas. El estudio permite analizar la interacción resonante entre dos nano-partículas, con lo cual se encuentra una expresión para el momento dipolar de dos nano-partículas, el análisis se considera como un modelo generalizado de Drude (Born & Wolf, 1985) . Posteriormente el estudio se extiende a cadenas de nano-partículas. Los resultados anteriormente expuestos constituyen los fundamentos de óptica plasmonica, desarrollados en este trabajo. En este contexto se describen fenómenos de interferencia y procesos análogos de polarización en plasmones superficiales, con lo cual se establece un paralelismo con los modelos de óptica clásica.

Como punto de partida se considera un medio conductor de superficie plana (plano y-z) de espesor semi-infinito (en eje x), al cual se le hace incidir una onda electromagnética con polarización tipo P.

El estudio de la propagación de ondas en un medio conductor ha sido modelado con funciones vectoriales s que deben satisfacer la ecuación de Helmholtz y a su vez por tratarse de ondas electromagnéticas interaccionando con medios conductores están sujetas directamente a las ecuaciones de Maxwell así como a las condiciones de frontera [3].

Una característica importante del trabajo de tesis consiste en modelar el índice de refracción en la vecindad de una superficie.

De este modo se propone un índice de refracción como función de posición, en principio este puede ser modelado con una función exponencial decreciente ya que a determinada distancia de la zona en que incide el campo electromagnético externo, el índice de refracción debe ser constante como se sabe del análisis clásico.

El hecho de modelar de esta forma el índice de refracción nos permite identificar nuevos procesos físicos, en particular se logra el acoplamiento del índice de refracción con la razón de decaimiento del plasmon en la vecindad de superficie, Este hecho permite describir los procesos de resonancia que dan lugar a la generación de plasmones superficiales de largo recorrido.

De esta forma, tenemos que un objetivo importante es encontrar campos plasmónicos de largo recorrido en la superficie de una lámina conductora, modificando las trayectorias de las oscilaciones colectivas de carga, lo cual corresponde a modificar la relación de dispersión [1].

El estudio de la síntesis de plasmónes de largo recorrido se puede interpretar como la descripción de modos plasmónicos elementales, en donde cada componente escalar debe satisfacer la ecuación de Helmholtz. El estudio se extiende a modos plasmónicos generalizados mediante la interacción coherente entre plasmones elementales de largo recorrido.

De esta forma, se describen campos plasmónicos generalizados mediante una superposición coherente de modos plasmónicos generalizados; a la representación matemática obtenida se le conoce como el modelo del espectro angular plasmonico [4 Mandel & Wolf, 5 gmn].

En resumen, tenemos que una vez que se conoce como debe ser la forma matemática de una onda propagándose en la superficie de un conductor semi-infinito, se pasa a una siguiente configuración geométrica límite, que es el estudio de campos plasmónicos propagándose en una película conductora cuyo espesor es menor que la longitud de onda utilizada. Dado que se generan oscilaciones de carga, es posible obtener entonces efectos de resonancia que permitan desplazamientos a grandes distancias [6, 7].

En estos fenómenos de resonancia está involucrado el hecho de modelar el índice de refracción como una función de la posición, considerando el espesor de la película como un parámetro de control de la relación de dispersión.

Bajo las condiciones establecidas se ha recurrido a la estructura vectorial de campos plasmónicos en donde sus componentes escalares satisfacen la ecuación de Helmholtz.

El siguiente paso límite, en las condiciones geométricas de la lámina, es pasar de un conductor con una longitud lo suficientemente grande como para no considerar efectos de bordes a un segmento de lámina conductora donde los efectos de borde son bastante notables.

En este paso se asume un hecho importante, dada la corta longitud de los segmentos de conductor respecto de la longitud de onda de un plasmón superficial, estos segmentos o agregados de átomos de conductor serán las nano-partículas, no se puede entonces ya hablar de una onda propagándose, se tratara ahora de una onda rotando en una región del espacio acotada (nano-partícula). Este proceso se explica tomando en cuenta que la longitud de onda se puede considerar como infinita en estas condiciones, de tal forma que la ecuación de Helmholtz no se satisface más, la cual toma la forma de la ecuación de Laplace. A este comportamiento se le conoce en la literatura plasmónica como la aproximación electrostática [8 Aroca].

Entonces la cadena de nano-partículas será tomada como una cadena de dipolos donde se puede aplicar el modelo de Drude, con el anexo de que no será una cadena regular, es decir se establece la condición de que cada dipolo interacciona con sus adyacentes, esta interacción depende de la distancia relativa entre estos, y tal situación genera otra interacción dipolar entre cada par de dipolos [9].

Estos nuevos dipolos se pueden regular mediante el parámetro de distancia, además la presencia de estos nuevos representaran también oscilaciones con distinta frecuencia

fundamental de la que caracteriza a cada dipolo dado por cada nano-partícula, lo cual genera oscilaciones no-armónicas en la cadena de nano-partículas y en consecuencia efectos de óptica no-lineal, tales como índices de refracción negativos, índices de refracción dependientes del tiempo. La presencia de fenómenos no-lineales están ligadas a efectos de resonancia por lo cual se hará énfasis en este aspecto.

La configuración tratada para la onda electromagnética incidente es de polarización tipo P, y el estudio desarrollado se hace en el plano X-Z, es decir las soluciones para la ecuación de Helmholtz aquí tratadas como soluciones prototipo serán los haces adifraccionales: haces Bessel y ondas planas [10, 11, 12].

De acuerdo con lo mencionado, las soluciones que se trataran para la ecuación de Laplace serán fundamentalmente, funciones hiperbólicas, que refieren a la expresión para el comportamiento de la posición de cargas oscilando, pero en su proyección en el eje Z.

Con estas condiciones como se había hecho mención es posible establecer un modelo generalizado de Drude, en el cual se pueden tener índices de refracción negativos así como índices dependientes del tiempo.

Los comentarios anteriores pueden ser resumidos de la siguiente forma:

En el presente trabajo de tesis se establecen los fundamentos de óptica plasmónica para medios semi-infinitos. El estudio se implementa para la descripción de plasmónes de largo recorrido en películas cuyo espesor es menor que la longitud de onda utilizada. En el estudio se describen procesos de resonancia lo cual permite modificar la relación de dispersión. El modelo se implementa para partículas de tamaño menor a la longitud de onda en la cual se definen plasmónes partícula y se realiza un análisis de los procesos resonantes en arreglos de nano-partículas, lo cual permite encontrar el índice de refracción asociado al de sistema de plasmones-partícula interactuando, lo que constituye una extensión natural al modelo de Drude. Los procesos resonantes permiten introducir un término de acoplamiento que caracteriza la interacción entre nano-

partículas. Esto es posible dadas las características de cierto tipo de nano-partículas cuyas dimensiones son del orden de 1 hasta 500 nm. Se muestra que como una consecuencia de los procesos resonantes las oscilaciones en un plasmón-partícula se generan casi a cualquier frecuencia [13,14]. Esta propiedad ofrece un gran número de aplicaciones científico/tecnológicas, como por ejemplo, en medicina se han utilizado nano-partículas de oro como terapias alternativas para cáncer... debido a su momento dipolar y así como la posibilidad de poder generar por radiación temperaturas locales altas hasta de 70 grados [15].

En otra posible aplicación es para incrementar la eficiencia de fuentes alternativas de energía, por ejemplo, celdas solares se dopan con nano-partículas (generación de puntos cuánticos) para aumentar localmente la diferencia de potencial heredado de que el campo eléctrico en la vecindad de la partícula es muy intenso. En el campo de la óptica, tener arreglos de nano-partículas permite la síntesis de Metamateriales, los cuales ofrecen la posibilidad de transparencia inducida así como el control de tiempos de fluorescencia [16].

Para cumplir con los objetivos anteriormente descritos, la estructura de la tesis se ha organizado de la siguiente forma: En el Capítulo 2 se realiza la descripción de un plasmón superficial mediante una analogía con los haces libres de difracción. Este punto de vista permite encontrar la relación de dispersión de manera alternativa a la tradicional descrita por Raether [1]. Esta es una característica de las oscilaciones colectivas de carga superficial y que describen la propagación de la onda plasmónica. Las estructuras plasmónicas obtenidas se implementa para describir el modelo del espectro angular plasmónico, lo cual permite incorporar “procesos de difracción superficial”[5].

En el Capítulo 3, el estudio se extiende a películas conductoras lo cual permite modificar la relación de dispersión y se obtienen plasmones superficiales de largo recorrido. Este estudio se extiende al caso de plasmón-partícula. Finalmente se describe el modelo clásico de Drude para el cálculo del índice de refracción. En el Capítulo 4 se establecen los fundamentos para focalización plasmonica. Finalmente en el Capítulo 5 se establecen las conclusiones generales del trabajo y se plantean algunos trabajos a futuro.

CAPÍTULO 2

CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE ÓPTICA PLASMÓNICA

2.1 INTRODUCCIÓN.

En el presente capítulo se obtiene solución en modos superficiales a la ecuación de Helmholtz utilizando un formalismo análogo al método de operadores, el cual nos lleva a la definición de modos libres de difracción. Este tipo de solución representa la solución más simple para campos plasmónicos y puede ser interpretada como el análogo para ondas planas. Por medio de una superposición lineal de modos superficiales elementales se obtiene una representación para modos plasmónicos arbitrarios. Esta representación corresponde con el modelo angular plasmónico y nos permite describir procesos de difracción plasmónica. Para el entendimiento de las propiedades físicas implícitas en esta representación, se describe la interacción entre dos ondas plasmónicas contra-propagándose, las cuales generan ondas estacionarias, cuyos nodos inducen una redistribución estacionaria de carga eléctrica. Esto nos permite entender los efectos que se generan por la interferencia entre campos plasmónicos. El estudio es reforzado asociando propiedades extremas a los modos superficiales y una ecuación de tipo eikonal es obtenida, en donde el índice de refracción se obtiene de manera natural. Esta representación nos permite representar campos plasmónicos como un flujo geodésico el cual en principio nos permite asociar propiedades de coherencia a los campos plasmónicos así como analizar la estabilidad de los campos superficiales bajo perturbaciones del índice de refracción.

Las distribuciones de campo eléctrico asociados a campos plasmónicos permite generar distribuciones localizadas de carga. Cuando la carga está localizada en pequeñas regiones los valores del campo eléctrico pueden presentar valores muy grandes (comparado con otros parámetros físicos), esta propiedad puede generar/inducir propiedades altamente no lineales en algunos parámetros ópticos, por ejemplo en el índice de refracción. Estas no linealidades nos permite generar/controlar nuevos efectos físicos como pueden ser: transparencia auto-inducida, control de tiempos de fluorescencia, física de puntos cuánticos, cristales fónicos sintonizables así como un gran número de aplicaciones médico/tecnológicas.

Por inicio, se describen las soluciones modales para campos plasmónicos siguiendo el formalismo para haces libres de difracción en medios homogéneos [1,2]. Con esta solución se realiza una descripción interferométrica y se muestra que para ciertas

configuraciones el campo eléctrico asociado genera una redistribución de carga. Para una descripción física prototipo de este efecto, se realiza la interferencia entre dos modos propagándose en direcciones opuestas, generando ondas estacionarias. El carácter estacionario de los nodos implica una distribución estacionaria de carga, cuyo promedio espacial esta en relación inversa con el modulo de la relación de dispersión. Esta propiedad implica una separación entre cargas del orden de la longitud de onda utilizada. Mas detalles respecto al comportamiento y aplicaciones de la distribución de carga pueden ser encontrados en [7].

La extensión a la descripción de campos plasmónicos superficiales arbitrarios se obtiene utilizando una superposición de modos plasmónicos elementales, en donde una expresión análoga al modelo del espectro angular para medios homogéneos es obtenida. El estudio es complementado asociando propiedades extremales a la función de fase y una ecuación de tipo eikonal es obtenida en donde el índice de refracción plasmonico surge de manera natural. Esta aproximación nos permite interpretar el campo óptico superficial como un campo de trayectorias extremales el cual es conocido como flujo geodésico plasmónico; éste presenta interesantes propiedades, una de ellas es que es ergódico y estructuralmente estable. Estas características tienen profundas implicaciones físicas. La ergodicidad implica que promedios espaciales son iguales a promedios temporales, lo cual nos permite generar y describir plasmónes parcialmente coherentes. La estabilidad implica la persistencia de campos plasmónicos bajo pequeñas perturbaciones en el índice de refracción. Esta propiedad nos permite incorporar el estudio de campos plasmonicos propagándose sobre superficies curvas y/o con rugosidades.

2.2 SOLUCIÓN MODAL A LA ECUACION ESCALAR DE HELMHOLTZ.

Como punto de partida, describimos brevemente el modo electromagnético asociado a la propagación en el espacio libre. Esta aproximación considera a un plasmón superficial como una onda vectorial no homogénea libre de difracción, lo cual corresponde con un modo superficial vectorial.

La representación matemática de un modo libre de difracción en un medio homogéneo debe ser una solución exacta a la ecuación de Helmholtz de tal forma que su perfil no cambia bajo propagación. Considerando el eje z como la coordenada de propagación, la representación de la función de amplitud escalar está dada por

$$\phi(x, y, z) = f(x, y) \exp i\beta z, \quad (2.1)$$

En donde β es un factor de propagación en dirección del eje Z , $f(x,y)$ describe el perfil de la función de amplitud y satisface la ecuación de eigenvalores

$$\nabla_{\perp}^2 f(x, y) + K^2 f(x, y) = \beta^2 f(x, y). \quad (2.2)$$

∇_{\perp}^2 es el operador Laplaciano transversal respecto a las variables (x,y) . Soluciones modales prototipo son la onda plana y los haces Bessel. Mas detalles respecto a esta clase de modos ópticos se pueden encontrar en [5,6].

2.3 SOLUCIÓN MODAL PLASMÓNICA A LA ECUACIÓN VECTORIAL DE HELMHOLTZ

La solución modal (2.1) puede ser utilizada para proponer la solución modal plasmónica propagándose en la vecindad de una superficie conductora plana. La representación modal debe ser de la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(x, z) &= \left(\vec{i} a + \vec{k} b \right) \exp(-\alpha_1 x) e^{i\beta z}, \quad x \geq 0 \\ \mathbf{E}_2(x, z) &= \left(\vec{i} c + \vec{k} d \right) \exp(\alpha_2 x) e^{i\beta z}, \quad x < 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

En donde \mathbf{E} representa el campo eléctrico y los subíndices indican la región de validez del campo eléctrico. Esta representación se obtiene cuando se ilumina una superficie

conductora cuando se ilumina en polarización P. En la figura (1) se muestra de manera esquemática los parámetros involucrados en la ecuación (2.1).

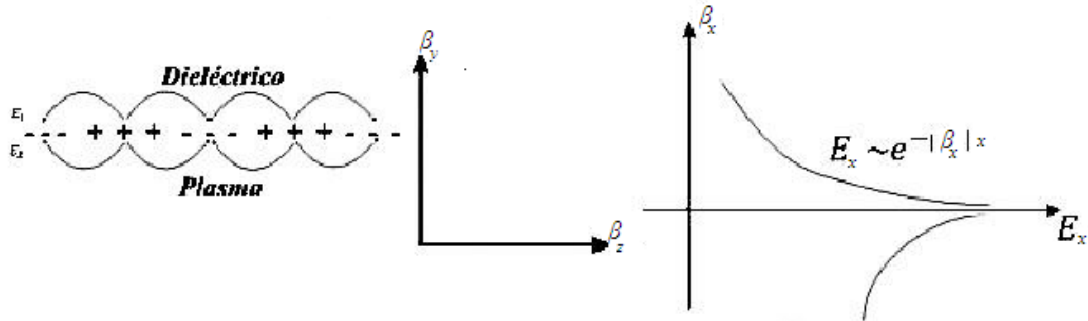


Figura (1). Modo plasmónico propagándose en la vecindad superficial de un medio conductor semi-infinito.

Si la interface es libre de carga y corrientes, las condiciones de frontera del campo eléctrico son

$$\begin{aligned} E_{1T} &= E_{2T} \\ \varepsilon_1 E_{1N} &= \varepsilon_2 E_{2N} \end{aligned} \quad , \quad (2.4)$$

donde ε es la permitividad del medio. Estas condiciones nos permiten encontrar la relación funcional entre los parámetros (a,b,c,d,) en donde la ecuación (2.3) toma la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(x, z, t) &= \left(\vec{i} a + \vec{k} b \right) \exp(-\alpha_1 x) e^{i\beta z} e^{i\omega t} \\ \mathbf{E}_2(x, z, t) &= \left(i \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} a + \vec{k} b \right) \exp(-\alpha_2 x) e^{i\beta z} e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Utilizando la condición de que superficie libre de carga, tenemos que la ecuación (5) debe satisfacer $\nabla \cdot \mathbf{E}_{1,2} = 0$, lo cual implica que las razones de atenuación α para el campo eléctrico, en la dirección perpendicular a la interface, están relacionadas por

$$\varepsilon_1 \alpha_2 = \varepsilon_2 \alpha_1 . \quad (2.6)$$

Los posibles valores para el parámetro de fase β pueden ser encontrados por sustitución directa de la ecuación (2.5) en las ecuaciones de Helmholtz $\nabla^2 E_{1,2} + K_{1,2}^2 E_{1,2} = 0$, obteniéndose

$$\begin{aligned} K_1^2 &= \beta^2 - \alpha_1^2 \\ K_2^2 &= \beta^2 - \alpha_2^2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Resolviendo explícitamente para el parámetro β , se obtiene

$$\beta = \frac{w}{c} \left(\frac{\epsilon_{1r} \epsilon_{2r}}{\epsilon_{1r} + \epsilon_{2r}} \right)^{1/2}, \quad (2.8)$$

En donde $\epsilon_{ir} = \frac{\epsilon_i}{\epsilon_0}$ se conoce como la permitividad relativa. Se debe notar que los posibles valores para β corresponden a diferentes tipos de ondas. Si β es complejo tenemos ondas evanescentes en la dirección de propagación y ondas plasmonicas si β es real. El parámetro β se conoce en la literatura óptica como la relación de dispersión.

2.4 DESCRIPCIÓN DE REDISTRIBUCIÓN DE CARGA BAJO EFECTOS DE INTERFERENCIA: ONDAS PLASMONICAS ESTACIONARIAS

El análisis que sigue es aplicado a modos plasmónicos, esto es, se considera que β es real. Por medio de una rotación sobre el eje x, la expresión para un modo plasmónico dado por la ecuación (2.5) toma la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(x, z) &= \left(\vec{i} a + \vec{j} b \cos \theta + \vec{k} b \sin \theta \right) \exp(-\alpha_1 x) e^{i\beta(y \cos \theta + z \sin \theta)} \\ \mathbf{E}_2(x, z) &= \left(\vec{i} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} a + \vec{j} b \cos \theta + \vec{k} b \sin \theta \right) \exp(-\alpha_2 x) e^{i\beta(y \cos \theta + z \sin \theta)} \end{aligned} \quad (2.9)$$

La representación para campos arbitrarios superficiales se puede obtener mediante una superposición de modos elementales de la forma (2.9). Esta representación tiene la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(x, y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\vec{i} A(u_1) + \vec{j} B(u_1) + \vec{k} C(u_1) \right) \exp(-\alpha_1 x) e^{i\beta(yu_1 + zp_1)} du_1 \\ \mathbf{E}_2(x, y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\vec{i} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} A(u_2) + \vec{j} B(u_2) + \vec{k} C(u_2) \right) \exp(-\alpha_2 x) e^{i\beta(yu_2 + zp_2)} du_2 \end{aligned} \quad , (2.10)$$

En donde $u_{1,2} = \frac{\cos\theta}{\lambda_{1,2}}$ corresponde con las frecuencias espaciales y $\lambda_{1,2}$ representa la

longitud de onda en cada medio. Esencialmente, la ecuación (2.10) tiene la misma estructura que la del espectro angular para campos homogéneos [8]. El campo eléctrico representado por la ecuación (2.10) genera una redistribución de carga en donde la expresión para la densidad de carga en cada medio esta dada por

$$\begin{aligned} \rho_{1d} &= \varepsilon_1 \nabla \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(\vec{i} A(u_1) + \vec{j} B(u_1) + \vec{k} C(u_1) \right) \exp(-\alpha_1 x) e^{i\beta(yu_1 + zp_1)} du_1 \\ \rho_{2d} &= \varepsilon_2 \nabla \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(\vec{i} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} A(u_2) + \vec{j} B(u_2) + \vec{k} C(u_2) \right) \exp(-\alpha_2 x) e^{i\beta(yu_2 + zp_2)} du_2 \end{aligned} \quad . \quad (2.11)$$

Cuya distribución es igual a cero. Se tiene el siguiente resultado. Las franjas de interferencia generan una distribución de carga la cual conserva la propiedad de carga cero. Existe un caso particular en el que esto no se cumple; para esto consideremos la interacción entre dos plasmones elementales propagándose en direcciones opuestas, de tal manera que su interferencia genera ondas estacionarias. Por simplicidad se muestran sólo los cálculos para el campo eléctrico en el medio 1, en donde se tiene que el campo eléctrico satisface

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(x, z) &= \left(\vec{i} a + \vec{k} b \right) \exp(-\alpha_1 x) e^{i\beta z} + \left(\vec{i} a - \vec{k} b \right) \exp(-\alpha_1 x) e^{-i\beta z} \\ &= 2 \left(\vec{i} a + \vec{k} b \right) \exp(-\alpha_1 x) 2i \sin \beta z \end{aligned} \quad . \quad (2.12)$$

Una expresión similar se obtiene para el medio 2. Para que el campo eléctrico sea una función de valor real, los parámetros a,b deben ser imaginarios puros. La ecuación (2.12) es una onda estacionaria, tomando su divergencia se obtiene

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_1 = -4ie^{-\alpha x} (a\alpha_1 \sin \beta z + b\beta \cos \beta z) \quad , \quad (2.13)$$

la cual en general es diferente de cero. Esto significa que la superposición de dos plasmones contra-propagándose generan una redistribución de carga, en donde la función de densidad de carga en el medio 1 está dada por

$$\rho_{d1} = 4i\varepsilon_1 e^{-\alpha x} (a\alpha_1 \sin \beta z + b\beta \cos \beta z) \quad . \quad (2.14)$$

Nuevamente, una expresión similar se obtiene para la densidad de carga en el medio 2. Se debe notar que se obtiene un arreglo periódico de cargas, cuyo periodo espacial es proporcional al inverso de la relación de dispersión dado por

$$d = \frac{2\pi}{\beta} = \lambda \left(\frac{\varepsilon_{1r} + \varepsilon_{2r}}{\varepsilon_{1r}\varepsilon_{2r}} \right)^{1/2} \quad . \quad (2.15)$$

La posibilidad de generación de redistribuciones de carga sobre superficies conductoras es un tópico de gran interés tecnológico; más detalles respecto a este tópico se pueden encontrar en Raether [7]. Este punto de redistribución de carga será considerado en el Capítulo 4 en donde se mostrará que en la vecindad de las regiones focales es posible encontrar una densidad de carga distinta a cero.

2.5 DESCRIPCIÓN DE MODOS PLASMÓNICOS GENERALIZADOS

En esta sección se considera la interacción coherente entre dos modos plasmónicos superficiales descritos por la ecuación (2.9). La distribución de amplitudes toma la forma

$$\mathbf{E}_1(x, y, z) = \left(\vec{i} \xi_1 + \vec{j} \xi_2 + \vec{k} \xi_3 \right) \cos(py + \eta) \exp(-\alpha x) e^{i\Omega z} \quad (2.16)$$

En donde $p = \sqrt{(K^2 + \alpha^2 - \Omega^2)}$ y η es una constante arbitraria y ξ_k con $k=1,2,3$ es un vector constante arbitrario. La energía asociada a este campo eléctrico está dada por

$$I_1(x, y) = \left(\xi^2_1 + \xi^2_2 + \xi^2_3 \right) \cos^2(py + \eta) \exp(-2\alpha x), \quad (2.17)$$

la cual es independiente de la coordenada z y por lo tanto se puede considerar como un haz plasmónico libre de difracción lo cual es análogo con la descripción de Durnin para haces adifraccionales. En la Figura 2.1 se muestra de manera esquemática la interacción entre dos plasmones y en la Figura 2.2 se muestra de manera gráfica esta interacción coherente.

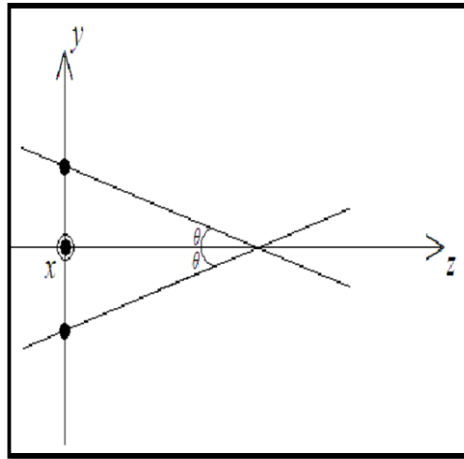


Figura 2.1 Interferencia entre dos plasmones superficiales coherentes

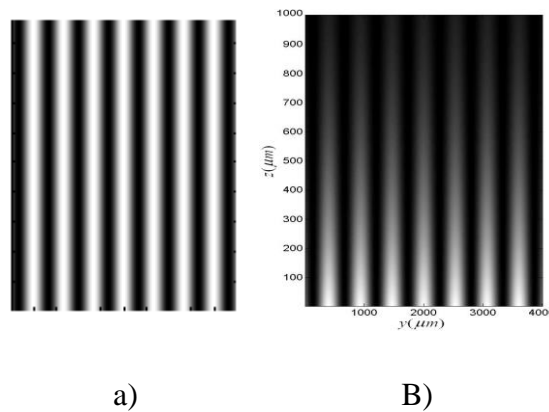


Figura 2.2. Plasmón cosenoidal. En a) simulación obtenida sin considerar la parte compleja de la permitividad del metal. b) Plasmón considerando los efectos de disipación

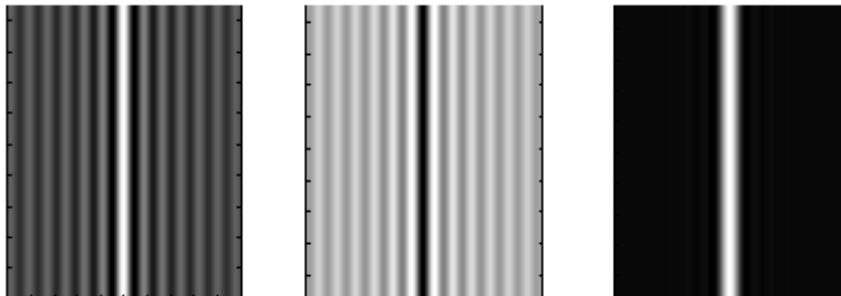
Haz plasmónico superficial generalizado: caso parcialmente coherente.

Es bien sabido que para la representación en frecuencias espaciales de los haces Bessel se describe en un círculo. En general la representación en frecuencias correspondiente

para modos GSP consisten en dos puntos como se deduciría de la ecuación (2.3). Estos dos puntos pueden esquematizarse con la representación frecuencial para medios homogéneos, pero para campos plasmónicos superficiales; esta representación corresponde con la intersección de un círculo con un plano (u,p). Mas detalles acerca de la representación frecuencial para haces adifraccionales pueden encontrarse en las referencias (4,5). En la figura (1.a) se muestra una gráfica hecha en computadora para interferencia entre dos modos plasmónicos elementales generando un modo plasmónico cosenoidal.

Para la ecuación (2.3), considere p como una variable aleatoria y siendo $\eta = 0$ generamos un ensamble de haces plasmónicos superficiales de tipo. En la Figura (1.b), la función de densidad de probabilidad es uniforme y el haz plasmónico superficial se obtiene en la fig. (1.c), la densidad de probabilidad es representada por una función gaussiana el haz plasmónico superficial gaussiano es obtenido. Finalmente en la Fig. (1.d) la función de densidad de probabilidad es uniforme y se considera el valor de la variable $\eta = \pi/2$. La convergencia incoherente tiende a las zonas oscuras del patrón de interferencia del campo plasmónico superficial. Una característica importante de este Nuevo haz plasmónico superficial es que la función que representa la relación de dispersión es más pequeña que la correspondiente a un haz plasmónico superficial de

tipo cosenoidal; para este último se satisface $\beta = \frac{w}{c} \left(\frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \right)^{1/2} \cos(\theta)$.



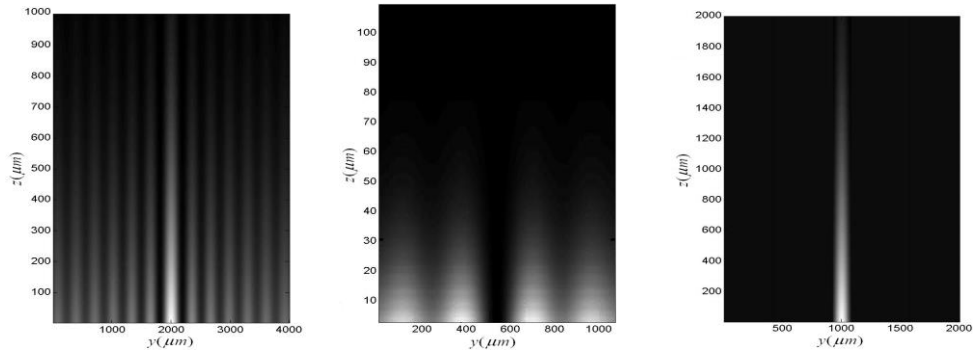


Figura 2.2 Campos plasmonicos generados mediante la superposición incoherente de campos plasmonicos interferidos de tipo cosenoidal. En las últimas graficas se considera los efectos de atenuación.

2.6 DESCRIPCIÓN GEOMETRICA DE CAMPOS PLASMÓNICOS

Con la finalidad de tener un modelo completo de óptica de campos plasmónicos, en la presente sección se describe un análisis geométrico asociado a la propagación de ondas en la vecindad superficial de una superficie conductora. La estructura de un rayo plasmónico es de la forma

$$\mathbf{E}_i(x, y, z) = \bar{\mathbf{A}}_i \exp(-\alpha_i x) \exp(ikL_i(y, z)) \quad . \quad (2.18)$$

en donde k es el número de onda en el vacío y L es una función de fase. Por sustitución directa en la ecuación de Helmholtz y separando las componentes reales e imaginarias, tenemos dos ecuaciones de tipo eikonal

$$k^2 |\nabla L_1(y, z)|^2 = \frac{w^2}{v^2_1} + \alpha^2_1$$

$$k^2 |\nabla L_2(y, z)|^2 = \frac{w^2}{v^2_2} + \alpha^2_2 \quad . \quad (2.19)$$

Cuando nos aproximamos a la interface, esto es, cuando $x=0$, la longitud de caminos ópticos debe tener el mismo valor, lo cual sólo es posible cuando

$$\frac{w^2}{v_1^2} + \alpha_1^2 = \frac{w^2}{v_2^2} + \alpha_2^2 \quad . \quad (2.20)$$

La interpretación física de esto es que, cuando un plasmón es generado y se está propagando en la vecindad superficial, siente un índice de refracción plasmónico dado por

$$N_p^2 = n_1^2 + \frac{\alpha_1^2}{k^2} = n_2^2 + \frac{\alpha_2^2}{k^2} \quad . \quad (2.21)$$

Un resultado importante de esta sección, es que una onda plana propagándose en un medio de índice de refracción n_1 , cuando incide sobre la superficie conductora, ésta siente un índice de refracción n_2 , sin embargo, una vez que mediante un sistema óptico adecuado se genera un plasmón superficial este se propaga en un medio de índice de refracción plasmónico dado por N_p . De la ecuación (2.19), tenemos que la razón de decaimiento transversal a la superficie conductora depende del índice de refracción de cada medio y satisface

$$n_1^2 - n_2^2 = \frac{1}{k^2} (\alpha_2^2 - \alpha_1^2) \quad . \quad (2.22)$$

Utilizando la expresión para el índice de refracción plasmónico podemos asociar propiedades extremales a la longitud de caminos ópticos, para este caso tenemos

$$L(y, z) = \int_a^b N_p ds \quad , \quad (2.23)$$

Y el comportamiento extremal puede ser considerado como el principio de Fermat para campos plasmónicos. La propuesta de un índice de refracción plasmónico, así como sus propiedades extremales tiene profundas implicaciones físicas, esto debido a que un conjunto de extremales genera un “flujo extremal” conocido también como “flujo ergódico” el cual entre sus propiedades presenta que es ergódico y estructuralmente estable.

2.7 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

Utilizando el formalismo empleado para la síntesis de modos ópticos en medios homogéneos se describió la síntesis de modos plasmónicos superficiales en medios semi-infinitos. Estos son considerados como las estructuras fundamentales para describir un campo plasmónico arbitrario. La representación matemática obtenida es análoga al modelo del espectro angular. Esta representación nos permite incorporar procesos de difracción superficial plasmónica para la síntesis de nuevos campos plasmónicos. Se mostró con esta representación los campos plasmónicos no generan redistribución espacial de carga. Sin embargo ondas, estacionarias son capaces de generar una redistribución de carga espacial. Esta propiedad resulta de gran interés pues permite la síntesis de campos eléctricos altamente localizados. Se mostró también que campos superficiales plasmónicos pueden ser interpretados como un conjunto de trayectorias extremales en donde un índice de refracción plasmónico surge de manera natural. La longitud de caminos ópticos plasmónicos se puede calcular sobre una superficie plana, sin embargo, asociando fluctuaciones al índice de refracción plasmónico es posible describir la propagación sobre superficie curvas y con rugosidad. Creemos que esta propuesta es una nueva perspectiva para el estudio, control y diseño de superficies ópticas plasmónicas.

CAPÍTULO 3.

**DESCRIPCIÓN DE PROCESOS RESONANTES EN
SUPERFICIES Y DESCRIPCIÓN DE PLASMÓN
PARTÍCULA**

3.1 INTRODUCCIÓN.

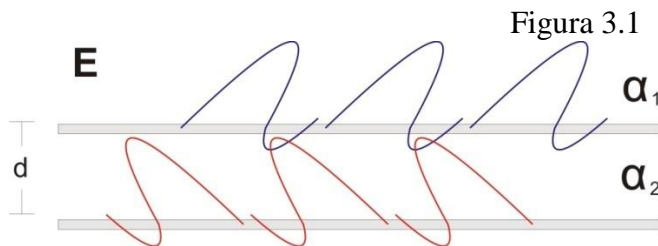
Recientemente muchos esfuerzos han sido orientados hacia la descripción de los efectos espectroscópicos que surgen de la interacción de luz con arreglos de nano-partículas en diferentes configuraciones de iluminación [18,19]. Los modelos teóricos para describir la física de estos procesos aún no están bien entendidos. Un estudio adecuado consiste en la descripción de las oscilaciones de cargas superficiales confinadas en nano-partículas conocidas como plasmón-partícula o plasmón dipolar, ya que esta se comportara como un dipolo eléctrico. La principal característica de estas oscilaciones es que pueden ser excitadas casi con luz de cualquier frecuencia en donde el promedio temporal de estas oscilaciones de carga genera un momento dipolar, el cual puede ser estudiado estableciendo una analogía mecánica con un sistema-masa resorte.

En el presente capítulo, se describe la interacción de una onda plana linealmente polarizada con un conjunto de nano-partículas interaccionando, distribuidas sobre una superficie plana dieléctrica. Se considera en este caso, que las nano-partículas están distribuidas sobre la superficie dieléctrica y se supone que el campo polarizante induce diferentes modos de vibración con frecuencias temporales periódicas, es decir se tienen modos cuya oscilación se acopla a la frecuencia de oscilación del campo electromagnético externo, de esta forma aplicando la Teoría de acoplamiento de modos, éste es el caso más simple y en éste se modelan dos nano-partículas en polarización P (el caso polarizante es perpendicular al eje que conecta las dos nano-partículas) y una ecuación diferencial de tipo Mathieu [20] que describe el momento dipolar de esta configuración es obtenida. Se encuentra que la expresión matemática para el índice de refracción depende del tiempo. Se muestra que para algunos valores del tiempo, el índice de refracción puede ser negativo, lo cual está íntimamente ligado con la síntesis de meta-materiales. Desde este modelo se predicen corrimientos en frecuencias lo cual explica satisfactoriamente los resultados experimentales previamente reportados en la literatura óptica [18,19, 21].

3.2 DESCRIPCIÓN RESONANTE ENTRE PLASMONES SUPERFICIALES

El punto de partida del análisis consiste en describir la interacción entre plasmones superficiales generados en una película conductora, cuyo espesor es menor que la longitud de penetración del metal. De esta forma se obtienen dos plasmones superficiales interactuando, esto es, un plasmon perturba al otro y viceversa, con esta configuración se implementan procesos de resonancia entre ambos plasmones. Para realizar el estudio de la interacción resonante, el campo plasmonico resultante se describe utilizando teoría de acoplamiento de modos con la variante de que las ondas utilizadas son de carácter hiperbólico. El estudio es análogo al descrito por Pochi Yeh [22]. El modelo permite extender el estudio a la descripción de plasmones-partícula, lo cual permite modelar el campo electromagnético asociado a una sola nano-partícula iluminada con una onda monocromática.

La configuración bajo análisis se muestra en la Figura 3.1:



El campo plasmonico debe satisfacer la ecuación de Helmholtz

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 \quad (3.1)$$

Y como tenemos dos superficies, se propone una solución de la forma

$$E = e^{-\alpha x} e^{i\beta_1 z} + e^{\alpha x} e^{i\beta_2 z} \quad (3.2)$$

lo cual es una consecuencia del modelo de teoría de acoplamiento de modos. Realizando las respectivas derivadas y proponiendo la condición de envolvente lenta, la cual consiste en despreciar la derivada segunda, esto es, $\frac{d^2 E}{dz^2} \approx 0$, se obtienen dos ecuaciones diferenciales acopladas, dadas por

$$\begin{aligned}
a \frac{dE_1}{dz} - bE_2 &= 0 \\
c \frac{dE_2}{dz} - dE_1 &= 0
\end{aligned}
\tag{3.3}$$

Los cálculos explícitos así como las constantes involucradas se describen a continuación. Para un solo plasmon propagándose en la superficie de un medio semi-infinito, el campo eléctrico debe ser de la forma

$$E = e^{-\alpha x} e^{i\beta_1 z} \tag{3.4}$$

La interacción de este campo con los electrones superficiales genera oscilaciones colectivas de carga. Esencialmente, la interacción resonante significa que se modifican las trayectorias de las oscilaciones de carga lo cual implica una modificación en la relación de dispersión. La principal consecuencia de esto es que se generan campos plasmónicos de largo recorrido. Para el caso de un solo plasmon, si se sustituye la ecuación (3.4) en la ecuación de Helmholtz, se obtiene

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + (k^2 + \alpha^2) E = 0 \tag{3.5}$$

Lo cual significa que el movimiento de cargas proyectado en la superficie conductora siguen un comportamiento armónico.

De la Teoría de acoplamiento de modos, tenemos que la solución debe ser de la forma

$$E = A_1(z) e^{-\alpha_1 x} e^{i\beta_1 z} + A_2(z) e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z} \tag{3.6}$$

De donde A_1 y A_2 son funciones solo de la coordenada z . Se propone que el paso de un plasmon modifica la geometría de la superficie y por lo tanto modifica localmente el índice de refracción, de la forma

$$k_0^2 \approx k_0^2 + 2k_0 k_1 e^{-p(d)x} \tag{3.7}$$

De tal forma que la ecuación de Helmholtz toma la forma

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + (k_0^2 + 2k_0 k_1 e^{p(d)x}) E = 0 \tag{3.8}$$

Sustituyendo la solución propuesta, se tiene

$$\begin{aligned}
& \alpha_1^2 A_1 e^{-\alpha_1 x} e^{i\beta_1 z} + \alpha_2^2 A_2 e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z} + \\
& \frac{\partial^2 A_1}{\partial z^2} e^{-\alpha_1 x} e^{i\beta_1 z} - \beta_1^2 A_1 e^{-\alpha_1 x} e^{i\beta_1 z} + 2i\beta_1 \frac{\partial A_1}{\partial z} e^{-\alpha_1 x} e^{i\beta_1 z} + \\
& \frac{\partial^2 A_2}{\partial z^2} e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z} - \beta_2^2 A_2 e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z} + 2i\beta_2 \frac{\partial A_2}{\partial z} e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z} + \\
& k_0^2 (A_1 e^{-\alpha_1 x} e^{i\beta_1 z} + A_2 e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z}) + 2k_0 k_1 e^{p(d)x} (A_1 e^{-\alpha_1 x} e^{i\beta_1 z} + A_2 e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z}) = 0
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Desarrollando el álgebra correspondiente se obtiene,

$$\begin{aligned}
& 2i\beta_1 \frac{\partial A_1}{\partial z} e^{-\alpha_1 x} e^{i\beta_1 z} + 2i\beta_2 \frac{\partial A_2}{\partial z} e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z} + \\
& k_0^2 (A_1 e^{-\alpha_1 x} e^{i\beta_1 z} + A_2 e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z}) + 2k_0 k_1 e^{p(d)x} (A_1 e^{-\alpha_1 x} e^{i\beta_1 z} + A_2 e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z}) = 0
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Tenemos que el promedio espacial del término es cero, esto es

$$k_0^2 (A_1 e^{-\alpha_1 x} e^{i\beta_1 z} + A_2 e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z}) = 0, \tag{3.11}$$

entonces la expresión anterior toma la siguiente forma

$$2i\beta_1 \frac{\partial A_1}{\partial z} e^{-\alpha_1 x} e^{i\beta_1 z} + 2i\beta_2 \frac{\partial A_2}{\partial z} e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z} + 2k_0 k_1 e^{p(d)x} (A_1 e^{-\alpha_1 x} e^{i\beta_1 z} + A_2 e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z}) = 0 \tag{3.12}$$

Si multiplicamos la ecuación anterior por $e^{\alpha_1 x} e^{-i\beta_1 z}$, se tiene

$$\begin{aligned}
& 2i\beta_1 \frac{\partial A_1}{\partial z} + 2i\beta_2 \frac{\partial A_2}{\partial z} e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z} e^{\alpha_1 x} e^{-i\beta_1 z} + \\
& 2k_0 k_1 A_1 e^{p(d)x} + 2k_0 k_1 A_2 e^{p(d)x} e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z} e^{\alpha_1 x} e^{-i\beta_1 z} = 0
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Si tenemos la condición

$$(p(d)x + \alpha_1 - \alpha_2)x = 0 \tag{3.14}$$

La cual es análoga a la condición de Bragg, adicionalmente, si $\alpha_1 = \alpha_2$ se tiene que

$p(d) = -2\alpha_1$, entonces se obtienen las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned}
& \frac{dA_1}{dz} - cA_2 = 0 \\
& \frac{dA_2}{dz} - dA_1 = 0
\end{aligned} \tag{3.15}$$

$$\text{con } c = -i \frac{k_0 k_1}{\beta_2} \text{ y } d = -i \frac{k_0 k_1}{\beta_1}. \tag{3.16}$$

3.3 DESCRIPCIÓN DE PLASMÓN-PARTÍCULA

En esta sección se describe un plasmón-partícula como un caso límite del campo plasmónico que se propaga entre dos superficies de espesor d . En este caso la reducción en la geometría se realiza en la dirección z , el campo plasmónico ahora deforma la nube electrónica del segmento de lámina del orden de nanómetros ó nano-partícula y la carga está rotando en la superficie. Este comportamiento ya no puede ser considerado más como una onda sino más bien como un sistema de cargas rotante, para este caso la ecuación de Helmholtz se reduce a la ecuación de Laplace, esto es

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 \Rightarrow \nabla^2 E = 0 \quad (3.17)$$

La interpretación física de esto es que la longitud de onda para cargas rotantes se puede considerar como una onda de longitud de onda infinita. A la descripción anterior se le conoce en la literatura como “Aproximación electrostática” [8].

La solución de la ecuación de Laplace se puede interpretar como una “onda de tipo hiperbólico” ya que esta puede ser llevada a la forma:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} \quad (3.18)$$

la cual tiene la estructura de la ecuación de onda con velocidad compleja. Consecuentemente la solución es de la forma:

$$E(x, z) = \mathbf{F}(x + iz) + \mathbf{G}(x - iz); \quad E(x, z) = \mathbf{F}(z + ix) + \mathbf{G}(z - ix) \quad (3.19)$$

El hecho de que x ó z lleven la información de la parte compleja, depende de la dirección del campo de excitación. En la expresión anterior, \mathbf{F} , \mathbf{G} son funciones vectoriales arbitrarias. El caso más simple ocurre cuando es de la forma

$$\mathbf{E}(x, z) = \vec{\mu} \exp(-\alpha x) e^{i\alpha z} \quad (3.20)$$

Aunque la solución, es en principio de la misma forma que la ecuación (2.3), para un plasmón superficial, la descripción física es diferente. La ecuación anterior describe cargas girando sobre la superficie de la nano-partícula; la naturaleza armónica surge de

la proyección de las cargas rotando sobre el eje z. Por la analogía de la solución, a la ecuación anterior se le conoce como Plasmón-partícula.

3.4 PROCESOS RESONANTES ENTRE PLASMONES PARTICULA

La interacción entre dos nano-partículas por analogía con la teoría de acoplamiento de modos es de la forma:

$$E = A_1(z)e^{-\alpha_1 x} e^{i\beta_1 z} + A_2(z)e^{-\alpha_2 x} e^{i\beta_2 z} \quad (3.21)$$

La estructura anterior es válida cuando el campo polarizante está en la dirección del eje que conecta las dos partículas. Sustituyendo en la ecuación de Laplace y teniendo en cuenta que $\beta_1=\beta_2$ y $\alpha_1=\alpha_2$, que es el caso para dos nano-partículas idénticas, se obtiene la ecuación diferencial para las funciones de amplitud,

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}(A_1 + A_2) + 2i\beta \frac{\partial}{\partial z}(A_1 + A_2) + (\alpha^2 - \beta^2)(A_1 + A_2) = 0 \quad (3.22)$$

Dado el caso cuando $\alpha=\beta$,

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}(A_1 + A_2) + 2i\beta \frac{\partial}{\partial z}(A_1 + A_2) = 0 \quad (3.23)$$

cuya solución esta dada de la forma,

$$\frac{\partial}{\partial z}(A_1 + A_2) + 2i\beta(A_1 + A_2) = cte. \quad (3.24)$$

$$(A_1 + A_2) = A_0 e^{-2i\beta z} \quad (3.25)$$

Las ecuaciones anteriores están en buena concordancia con los resultados para al cálculo del momento dipolar de dos nano-partículas siguiendo el formalismo de las ecuaciones de Euler-Lagrange, esto es partiendo de una funcional Lagrangiana característica del sistema de osciladores acoplados y sus correspondientes ecuaciones de movimiento o ecuaciones [23].

El formalismo se puede extender para el caso cuando el campo polarizante está en la dirección perpendicular al eje. Para este caso se considera que la amplitud del campo asociado a cada plasmón-partícula es de la forma $A=A(x,z)$, y las ecuaciones que se obtienen para cada plasmón-partícula son de la forma:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} A + \frac{\partial^2}{\partial z^2} A - 2\alpha x \frac{\partial}{\partial x} A + 2i\beta \frac{\partial}{\partial z} A + (\alpha^2 - \beta^2)A = 0 \quad (3.26)$$

El caso general es cuando la función de amplitud depende de dos coordenadas.

Siguiendo esta línea de análisis el modelo permite proponer fenómenos de resonancia entre puntos cuánticos y la generación de propiedades no lineales y por lo tanto entender el acoplamiento de campo esparcido teniendo como condición de frontera fenómenos resonantes en la superficie.

3.5 MOMENTO DIPOLAR PARA DOS NANO-PARTÍCULAS

Con la finalidad de incrementar el comportamiento físico de sistemas de nano-partículas en esta sección se describe la interacción de una onda plana linealmente polarizada con dos nano-partículas. Para este caso, la función de Lagrange no es fácil de establecer debido a que el sistema presenta oscilaciones cuyas frecuencias características están variando con el tiempo. Sin embargo, el problema puede ser aproximado como un problema clásico de “resonancia paramétrica”, como fue descrito por Arnold [24]. Para este caso, la frecuencia es una función del tiempo, la cual debe ser periódica, en la cuya representación más simple está dada por

$$w^2 \approx w_0^2 - 2aw_0 \cos \beta t. \quad (3.27)$$

Entonces la función de amplitud para el momento dipolar de las dos nano-partículas toma la forma

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + (w_0^2 + 2aw_0 \cos \beta t)x = A \cos wt + B \sin wt \quad (3.28)$$

En donde “a” es una amplitud asociada a la frecuencia de oscilación, esta frecuencia está cambiando de manera periódica alrededor de una frecuencia natural w_0 . Una solución interesante la cual está en buena correspondencia con la realidad física ocurre cuando el momento dipolar oscila con la misma frecuencia que el campo incidente. La solución toma la forma

$$x = x_0(t) \cos(\omega t). \quad (3.29)$$

Siendo el problema encontrar la estructura funcional de $x_0(t)$. Sustituyendo en la ecuación (9) se obtiene

$$x_0(t) = \frac{E_0}{\omega^2 - \omega_0^2 + 2a\omega_0 \cos \beta t} \quad (3.30)$$

Durante el cálculo, se evitó la primera y segunda derivada respecto al tiempo, esto es, $\dot{x}_0 \approx \ddot{x}_0 \approx 0$. La interpretación física de esta aproximación es que se consideran oscilaciones promedio del tiempo las cuales deben ser mucho más lentas que la amplitud. Dada por (3.30). Conservando esta aproximación en mente, se tiene que el índice de refracción de esta configuración está dado por

$$n(t) \approx 1_0 + \frac{E_0}{2\varepsilon_0(\omega^2 - \omega_0^2 + 2a\omega_0 \cos \beta t)} \quad (3.31)$$

Un resultado relevante de la ecuación (3.31) es que el índice de refracción es función del tiempo y puede presentar valores negativos cuando

$$\omega^2 - 3\omega_0^2 < 0 \quad (3.32)$$

Este resultado muestra que es posible implementar arreglos de nano-partículas para la síntesis de materiales izquierdos también conocidos como Metamateriales. Entonces tenemos que la refracción de la luz corresponde a pulsos de luz lo cual justifica que la

velocidad de fase está en dirección opuesta a la velocidad de grupo, la cual es una condición necesaria para la síntesis de meta-materiales [25].

3.6 DESCRIPCIÓN RESONANTE EN ARREGLOS DE NANO-PARTÍCULAS

Se describe el momento dipolar resultante de la interacción resonante entre un arreglo lineal de nano-partículas aleatoriamente distribuidas iluminadas con dos ondas planas linealmente polarizada. El modelo permite obtener el índice de refracción para meta-materiales. El modelo es una extensión natural del modelo clásico de Drude. El modelo está basado en el análisis de las oscilaciones de carga superficial de nano-partículas, estas oscilaciones se conocen en la literatura óptica como plasmones-partícula. Su principal propiedad es que pueden ser excitados casi con cualquier frecuencia. De esta forma los nuevos efectos físicos que se generan surgen de la interacción resonante entre cadenas de nano-partículas, en donde el promedio temporal de estas oscilaciones colectivas genera un momento dipolar el cual está íntimamente relacionado con el índice de refracción efectivo. El modelo se describe estableciendo una analogía con un sistema masa resorte como se muestra de manera esquemática en la figura 2.1.

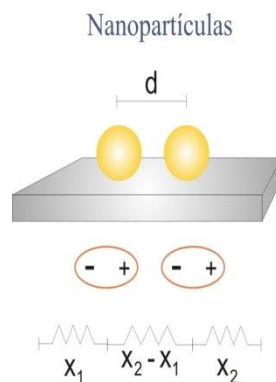


Fig. 2.1 Dos nano-partículas iluminadas con un campo eléctrico cuya polarización esta en la dirección del eje.

La función Lagrangiana está dada por

$$L = \frac{1}{2} \dot{X}_1^2 + \frac{1}{2} \dot{X}_2^2 - \frac{1}{2} k_1 X_1^2 - \frac{1}{2} k_2 X_2^2 - \frac{1}{2} k_{12} (X_1 - X_2)^2 \quad (3.33)$$

Con las condiciones de Euler-Lagrange, tenemos

$$\ddot{X}_1 + \omega_1^2 X_1 + \omega_{12}^2 X_1 = 0 \quad (3.34)$$

$$\ddot{X}_2 + \omega_1^2 X_2 - \omega_{12}^2 X_1 = 0$$

El sistema anterior es equivalente a

$$\ddot{X}_1 + \ddot{X}_2 + \omega_1^2 (X_1 + X_2) = 0$$

$$\ddot{X}_1 - \ddot{X}_2 + (\omega_1^2 + 2\omega_{12}^2)(X_1 - X_2) = 0 \quad (3.35)$$

Tenemos entonces que el sistema presenta dos modos, los cuales oscilan armónicamente. En la presencia de un campo eléctrico externo linealmente polarizado en radiación x, el sistema toma la forma

$$\ddot{X}_1 + \ddot{X}_2 + \omega_1^2 (X_1 + X_2) = qE_0 \exp(i\omega t)$$

$$\ddot{X}_1 - \ddot{X}_2 + (\omega_1^2 + 2\omega_{12}^2)(X_1 - X_2) = qE_0 \exp(i\omega t) \quad (3.36)$$

Cada modo oscila con la frecuencia del campo incidente. Entonces, se puede proponer una solución de la forma

$$X_1 + X_2 = A_0 \exp(i\omega t + \alpha)$$

$$X_1 - X_2 = B_0 \exp(i\omega t + \beta) \quad (3.37)$$

En donde las constantes A_0 , B_0 se pueden obtener por sustitución directa de la solución propuesta en el sistema de ecuaciones obteniéndose

$$X_1 + X_2 = \frac{qE_0}{\omega_1^2 - \omega^2} \exp(i\omega t)$$

$$X_1 - X_2 = \frac{qE_0}{\omega_1^2 + 2\omega_{12}^2 - \omega^2} \exp(i\omega t) \quad (3.38)$$

el momento dipolar asociado a cada modo es

$$\mathbf{P}_1 = N q (X_1 + X_2) = \frac{Nq^2 E_0}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \exp(i\omega t) = (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) E_0 \exp(i\omega t)$$

$$\mathbf{P}_2 = N q (X_1 - X_2) = \frac{Nq^2 E_0}{\omega_1^2 + 2\omega_{12}^2 - \omega^2} \exp(i\omega t) = (\varepsilon_2 - \varepsilon_0) E_0 \exp(i\omega t) \quad (3.39)$$

Se tiene entonces que en general, el momento dipolar arbitrario se puede representar como una combinación lineal de los momentos dipolares asociado a cada modo, esto es

$$P_t = q(X_1 + X_2) = Nq^2 E_0 \exp(i\omega t) \left(\frac{\alpha}{\omega_0^2 - \omega^2} + \frac{\beta}{\omega_1^2 + 2\omega_{12}^2 - \omega^2} + \frac{\gamma}{\omega_1^2 - \omega^2} \right) \quad (3.40)$$

En donde α, β, γ son factores de peso que se deben encontrar una vez que se conoce un momento dipolar específico.

En general, de la expresión para el momento dipolar, se puede obtener una expresión para el índice de refracción, este toma la forma

$$n^2 = 1 + \frac{Nq^2}{\varepsilon_0} \left(\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} + \frac{1}{\omega_1^2 + 2\omega_{12}^2 - \omega^2} + \frac{1}{\omega_1^2 - \omega^2} \right) \quad (3.41)$$

3.7 ORIGEN DE NO-LINEALIDADES: ECUACION DE DUFFING.

Se ha visto que la forma matemática en la cual se expresa la evolución de un plasmon partícula, satisface la ecuación de Helmholtz, de manera general se puede escribir una solución que satisface la ecuación de Helmholtz, en la cual se asume que la función de amplitud es función de coordenadas $A=A(x, y, z)$ y asimismo preservando simultáneamente la función de fase también como función de coordenadas es decir $L=L(x, y, z)$,

$$\phi(x, y, z) = A(x, y, z) \exp(ik_0 L(x, y, z)) \quad (3.42)$$

De este modo la ecuación de Helmholtz se puede separar en dos ecuaciones que resultan de la parte real e imaginaria de esta, respectivamente,

$$\vec{\nabla}^2 A + k_0^2 (n_1^2 - n_2^2 - (\vec{\nabla} L)^2) A = 0 \quad (3.43)$$

$$2k_0 \vec{\nabla} A \cdot \vec{\nabla} L + 2(n_1 n_2 + k_0 (\vec{\nabla}^2 L)) A = 0 \quad (3.43)$$

Al asumir que el índice de refracción es real y que,

$$A = \alpha |\vec{\nabla} L| \quad (3.44)$$

Donde α es una constante de proporcionalidad, se obtiene de la primera ecuación,

$$\vec{\nabla}^2 A + k_0^2 n_1^2 A - \frac{1}{\alpha^2} A^3 = 0 \quad (3.45)$$

Que coincide con la ecuación de Duffing [26], la cual describe oscilaciones no harmónicas en un sistema.

3.8 RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En la configuración para polarización P, se predicen fuertes efectos resonantes, los cuales se pueden modelar desde la ecuación (3.31), estos surgen cuando $w^2 = w_0^2 - 2aw_0 \cos \beta t$. Esto significa que luz esparcida con frecuencias múltiples emerge del sistema de nano-partículas. Un caso particularmente interesante ocurre cuando $w_0 = a$, esto debe ocurrir para varias configuraciones de la posición y forma de las nano-partículas. Entonces se tiene que $w^2 - w_0^2 + 2w_0^2 \cos \beta t = 0$. Las frecuencias están acotadas y la frecuencia máxima ocurre cuando $w = \sqrt{3}w_0$. Este resultado está en muy buena concordancia con el modelo teórico descrito por Kittel en donde la frecuencia de plasma es $w_p = \sqrt{3}w_{sp}$, siendo w_{sp} la frecuencia del plasmon superficial. También el modelo justifica los resultados experimentales previamente reportados en la literatura óptica, en particular el de [26]

Se describió un modelo simple para obtener el cálculo de índice de refracción para arreglos de nano-partículas mediante la interacción resonante entre dos nano-partículas. El estudio es una extensión natural del modelo clásico de Drude. En esta configuración valores negativos para el índice de refracción son permitidos.

CAPÍTULO 4

DESCRIPCIÓN DE FOCALIZACIÓN PLASMÓNICA

4.1 INTRODUCCIÓN

La evolución en un plano del campo plasmonico puede generar ondas de choque las cuales se conocen como regiones focales [26]. La información de la síntesis de focalización se puede obtener desde las condiciones de frontera. En este capítulo se muestra que variaciones no lineales en la función de curvatura generan regiones focales plasmonicas las cuales son las regiones de organización del campo plasmonico. Se muestra que una propiedad genérica de estas regiones está caracterizada por una ecuación diferencial parcial no lineal [27]. Se muestran simulaciones computacionales para una condición de frontera de tipo Gaussiana.

En esta sección se inicia con una breve descripción de la focalización que surge en medios homogéneos. Esta se realiza buscando las propiedades estructurales que debe presentar un conjunto de ondas, las cuales se pueden caracterizar por sus direcciones de propagación. La región focal corresponde con la envolvente de este conjunto de trayectorias, esto puede ser realizado considerando una frecuencia especial u como un parámetro. Se tiene entonces que sobre regiones definidas por $z=\text{constante}$, la función de fase satisface la ecuación diferencial parcial no lineal

$$\frac{\partial^2 L}{\partial x^2} \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} - \left[\frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} \right]^2 = 0 \quad (4.1)$$

Esta misma ecuación presenta propiedades genéricas del campo óptico como se describe a continuación. Focalización puede ocurrir en medios lineales y no lineales. La región focal es una región separatriz: separa regiones uni-valuadas de fase de regiones multi-valuadas [28]. La ecuación diferencial permanece inalterada bajo cambios de escala, rotaciones y traslaciones esto es, si se definen las variables por

$$\xi = ax + by + c, \eta = ax - by + d \quad (4.2)$$

La ecuación diferencial para las nuevas variables es

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 L}{\partial \eta^2} - \left[\frac{\partial^2 L}{\partial \xi \partial \eta} \right]^2 = 0. \quad (4.3)$$

El tratamiento para medios homogéneos se traslada a campos plasmonicos superficiales.

4.2 ANALISIS DE SINGULARIDADES PLASMÓNICAS

Con el propósito de tener una descripción completa del campo plasmonico, es necesario describir las regiones singulares que este puede presentar. Sobre estas regiones la distribución de amplitudes del campo plasmonico tiene propiedades adiabáticas, lo cual significa que los cambios espaciales/temporales de la función de amplitud cambian muy lentamente. Estas propiedades están profundamente conectadas con las redistribuciones de carga que se pueden generar. El caso más simple se describió en el capítulo (2) cuando se analizó la generación de ondas estacionarios resultante de la interacción entre dos ondas contra-propagándose. En esa representación, los nodos corresponden con las singularidades plasmonicas.

Las regiones singulares asociadas al campo óptico plasmonico que emerge de una función de transmitancia de la forma $t(y, z) = \delta(y - g(z))$ están dadas por una representación dada por

$$E(x, y, u) = \left(\vec{i} A(u) + \vec{j} B(u) + \vec{k} C(u) \right) \exp(-\alpha_1 x) e^{i\beta(yu + g(y)p)} \quad , \quad (4.4)$$

En donde la frecuencia espacial u se considera como un parámetro. Desde esta representación, las propiedades extremales de las trayectorias modales cuya función de fase es $L(x, y, u) = \beta(yu + g(y)p)$ dado por $\frac{\partial L}{\partial y} = 0$ y el cálculo de la envolvente

implica que la función de fase satisface $\frac{\partial g}{\partial y} = \frac{p}{u} = \tan \theta$. Esta es la condición tangencial

para la región envolvente de trayectorias modales. Desde este punto de vista las trayectorias son tangentes a las regiones singulares como se muestra de manera esquemática en la figura 4.1 . En la figura 4.2 se muestra la región focal cuando la condición de frontera está caracterizada por una curva de forma Gaussiana.

Debido a las propiedades de tangencia las propiedades genéricas del campo plasmonico se pueden obtener asociando una función de catástrofe a la función de fase [27, 29]. Por considerar como condición de frontera una curva las trayectorias plasmonicas deben emerger de manera perpendicular y de esta forma, la región envolvente corresponde con los centros de curvatura de la curva frontera, esta región se conoce en la literatura matemática como evoluta de la curva. Sobre esta región es donde esperamos una redistribución de carga. Más detalles respecto a las funciones de catástrofe se puede

encontrar en [30]. En la figura (4.1) se muestra una simulación computacional de la geometría de focalización para una curva de con geometría Gaussiana. La región focal se forma con la envolvente de todas las trayectorias que emergen de manera perpendicular a la curva.

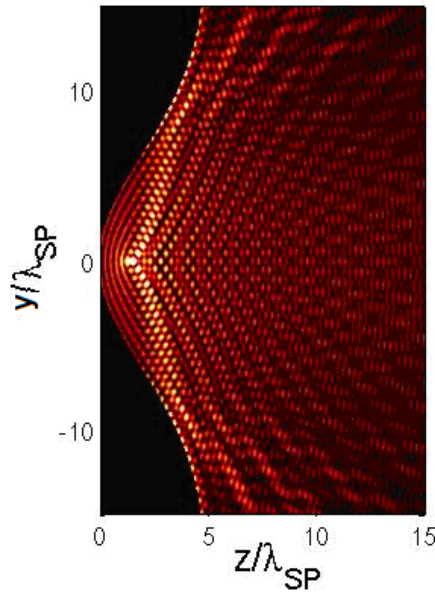


Figura 4.1. Frontera Gaussiana y su región envolvente.

Debido a que los procesos de focalización son generados por una familia de trayectorias, es conveniente asociar a estos una representación matemática en términos de función de singularidad o de catástrofe. Esto es, la representación para la familia de trayectorias plasmonicas está dada por

$$\mathbf{E}_1(x, z) = \left(\vec{i} a + \vec{j} b + \vec{k} c \right) \exp(-\alpha_1 x) \exp(i \text{catastrophe function}(y, z, u)) \quad (4.5)$$

Utilizando como prototipo una función de catástrofe de tipo cúspide tenemos que la función de fase es

$L(y, z) = \frac{y^4}{4} - \frac{\xi^2}{2} y + \eta y$, en donde $\xi = \xi(z), \eta = \eta(z)$, y la envolvente de puntos críticos es de la forma $\rho(\xi, \eta) = \varepsilon \delta(\xi - 3\sqrt{3}\eta^{3/2})$, en donde δ es la función delta de Dirac.

4.3 ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LA ECUACIÓN DE HELMHOLTZ

En esta sección se muestra que la ecuación de Helmholtz presenta propiedades genéricas las cuales se pueden trasladar al ambiente plasmonico. El punto de partida consiste en el estudio de la ecuación escalar de Helmholtz en donde se describe las fluctuaciones en el índice de refracción complejo como una función de posición.

Con la hipótesis anterior la ecuación de Helmholtz está dada por

$$\nabla^2 \phi + K_0^2 \left((n_1^2 - n_2^2 - i2n_1 n_2) \right) \phi = 0 \quad (4.6)$$

Proponiendo una solución de la forma

$$\phi(X) = A(X) e^{iK_0 L(X)} \quad (4.7)$$

En donde A y L son funciones reales, se tiene el siguiente sistema de ecuaciones

$$\nabla^2 A + K_0^2 \left((n_1^2 - n_2^2 - (\nabla L)^2) \right) A = 0 \quad (4.8)$$

$$2\nabla A \cdot \nabla L + A \nabla^2 L + 2K_0 n_1 n_2 A = 0 \quad (4.9)$$

La última ecuación se puede reescribir como

$$\nabla^2 L + \frac{2\nabla A \cdot \nabla L}{A} + 2K_0 n_1 n_2 = 0 \quad (4.10)$$

En donde el término $\frac{2\nabla A \cdot \nabla L}{A} = \frac{2|\nabla A| \mu \cdot \nabla L}{A} = \frac{2|\nabla A|}{A} \frac{\partial L}{\partial \mu}$ puede ser interpretado como

una derivada direccional caracterizada por el vector $\mu = \frac{\nabla A}{|\nabla A|}$

De esta forma se tiene que: Cambios en la función de amplitud generan cambios en la función de fase y viceversa. Se tiene entonces que la relación funcional entre amplitud y fase toma la forma de una ecuación de difusión

$$\nabla^2 L + \beta \frac{\partial L}{\partial \mu} + \rho(x, y, z) = 0 \quad (4.11)$$

En donde el parámetro $\beta = \frac{2|\nabla A|}{A}$ (4.12)

El hecho de que $A=0$ debe ser analizado de manera separada. Para este caso se cumple que $\nabla A \cdot \nabla L = 0$ lo cual se interpreta como la condición de transversalidad de campos ópticos [23].

Finalmente, tenemos que la estructura de solución se puede obtener identificando algunas regiones de validez de las ecuaciones diferenciales, esto es

- a) Región Homogénea. Se obtiene cuando la parte compleja del índice de refracción es cero, $n_2 = 0$, y se cumple la condición de transversalidad dada por $\nabla A \cdot \nabla L = 0$, de esta forma se reduce el sistema de ecuaciones diferenciales a la forma

$$\nabla^2 A + K_0^2 \left(n_1^2 - (\nabla L)^2 \right) A = 0 \quad (4.13)$$

$$\nabla^2 L = 0 \quad (4.14)$$

- b) Región Hiperbólica. Esta ocurre cuando la parte real del índice de refracción es cero y solo está presente la parte compleja i.e. $n_1 = 0$, también se sigue cumpliendo la condición de transversalidad y se tiene el siguiente grupo de ecuaciones

$$\nabla^2 A - K_0^2 \left(n_2^2 - (\nabla L)^2 \right) A = 0 \quad (4.15)$$

$$\nabla^2 L = 0 \quad (4.16)$$

- c) Regiones singulares. Esta ocurre cuando ambos términos en el índice de refracción están presentes pero la condición de transversalidad no se cumple más, esto es $\nabla L \parallel \nabla A$, lo cual significa que $\nabla A = \alpha \nabla L$ y se obtiene el grupo de ecuaciones

$$\nabla^2 A + K_0^2 (n_1^2 - n_2^2 - (\nabla L)^2) A = 0 \quad (4.17)$$

$$A = -\frac{2\alpha(\nabla L)^2}{\nabla^2 L + 2K_0 n_1 n_2} \quad (4.18)$$

En la última expresión la singularidad ocurre cuando el término de fase satisface la ecuación de Poisson

$$\nabla^2 L = -2K_0 n_1 n_2 \quad (4.19)$$

Para este caso se tiene que la función de amplitud diverge. Se debe notar que el término $2K_0 n_1 n_2$ puede ser interpretado como una "densidad de carga" y la función de fase se puede interpretar como una función potencial cuya solución está dada por

$$L(r) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{2K_0 n_1 n_2}{r} dl = \frac{1}{\lambda_0} \int_V \frac{n_1 n_2}{r} dl \quad (4.20)$$

En donde los índices de refracción son funciones de posición. Un simple modelo para esta representación está dada por $n_1 = \alpha_1 \left(1 - \frac{R_s}{r}\right)$; $n_2 = \alpha_2 \frac{R_s}{r}$ (4.21)

Sustituyendo en la expresión para la función de fase se tiene

$$L(r) = \frac{\alpha_1 \alpha_2 R_s}{\lambda_0} \int_V \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r^3} \right) dl \quad (4.22)$$

La expresión anterior representa la longitud de caminos ópticos en la región focal medida desde la condición de frontera.

4.5 CONCLUSIONES

Utilizando la representación para la función de fase asociada a familias de modos ópticos plasmonicos, se pueden describir procesos de focalización plasmonica en cuya vecindad se generan redistribuciones de carga. Se muestra que la función de fase satisface una ecuación diferencial no lineal. Un comportamiento físico importante en la vecindad focal es que este se comporta como fuentes/sumideros de carga por lo cual presentan propiedades adiabáticas, esto es la función de fase genera divergencia en la función de amplitud lo cual se interpreta de manera alternativa como una singularidad plasmonica.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES GENERALES Y TRABAJO A FUTURO.

5.1 CONCLUSIONES GENERALES Y TRABAJO A FUTURO.

Se describieron los fundamentos de óptica plasmonica estableciendo un paralelismo con los modelos clásicos de óptica. Con esta idea en mente, la estructura paralela asociada a un plasmon superficial elemental en un medio semi-infinito es la onda plana. Sin embargo un problema que presentan los plasmones elementales es que la relación de dispersión la cual caracteriza las oscilaciones colectivas de carga está representada por un número complejo. Esto, físicamente implica que los plasmones se pueden propagar distancias muy cortas (del orden de 30-40 nm.) lo cual es una limitante seria en el establecimiento de óptica plasmonica. Para resolver este problema se describieron dos plasmones de superficie propagándose en películas metálicas delgadas (el espesor debe ser menor que la profundidad de penetración del metal), en esta configuración un plasmon afecta al otro y viceversa, lo cual genera fenómenos de resonancia entre estas estructuras. Una consecuencia de este hecho es la generación de una curva envolvente la cual es capaz de propagarse grandes distancias, lo cual hace viable la óptica plasmonica. Para el estudio de estos procesos resonantes se utilizó teoría de acoplamiento de modos, para lo cual fue necesario modelar el índice de refracción en la vecindad de la superficie. Para este modelo se propuso un cambio en el índice de refracción caracterizado por una función exponencial decreciente. Con este modelo se encontró una relación de dispersión la cual está en buena concordancia con otros resultados previamente reportados en la literatura plasmonica. Con la nueva relación de dispersión se generaron plasmones de largo recorrido y fue posible describir sus procesos de interferencia, generando plasmones superficiales de tipo cosenoidal. Estas ondas se pueden interpretar como haces plasmonicos generalizados. Mediante una suma continua de modos plasmonicos de largo recorrido se generó el equivalente al modelo del espectro angular el cual por analogía le llamamos “Espectro angular plasmonico”. Esta representación matemática permite describir procesos de difracción y focalización plasmonica. Hasta este punto, se tienen los fundamentos de óptica plasmonica completamente coherente. Una extensión natural consiste en generar campos plasmonicos parcialmente coherentes. Para acercarnos a este problema, se describió la superposición incoherente de plasmones cosenoidales en donde el periodo es unja variable aleatoria. Con este formalismo y proponiendo diferentes funciones de

densidad de probabilidad se generaron plasmones superficiales de tipo Jo, Gaussianos y del tipo capilar o “Dark Hollow beam”. Un punto que queda pendiente por analizar es determinar la síntesis de campos plasmonicos arbitrarios parcialmente coherentes y determinar su grado de coherencia. Consideramos que es posible establecer una analogía con los teoremas de Van-Cittert-Zernike y Wiener-Khinchine.

El estudio presentado se extendió a la descripción de nano-partículas cuyas oscilaciones de carga superficial se interpretaron como plasmones-partícula. Con este formalismo una diferencia fundamental es que las oscilaciones de carga, dado su confinamiento espacial ya no cumplen con la ecuación de Helmholtz sino que se cumple ahora la ecuación de Laplace, la razón física de este hecho es que la longitud de onda tiende a infinito. Esta representación constituye lo que se conoce como “aproximación electrostática”. La solución matemática a la ecuación de Laplace es muy similar a la de plasmones elementales y de largo recorrido. Esta idea permite establecer procesos de resonancia entre dos nano-partículas. De esta forma se desarrolló una extensión al modelo clásico de Drude en donde el momento dipolar total consiste de una contribución del momento dipolar de una sola nano-partícula (modelo clásico de Drude) más una contribución dipolar resultante de la interacción resonante. Con esta propuesta se describió un modelo generalizado de Drude. Una consecuencia importante de este hecho es que el índice de refracción asociado presenta una dependencia temporal lo cual permite tener índices de refracción negativos generando de esta manera materiales izquierdos también conocidos como Metamateriales. Finalmente se propuso un modelo de advección para la describir la relación funcional entre amplitud-fase, con este formalismo se encontró la generación de efectos no lineales pues se encontró que estos satisfacen procesos oscilantes con no linealidades de tipo cubica. La ecuación diferencial que describe la evolución de estos procesos es la ecuación de Duffing. Como trabajo a futuro se pretende establecer una análisis de estas no linealidades así como de establecer los fundamentos de óptica plasmonica parcialmente coherente.

REFERENCIAS.

1. H. Raether, "Surface plasmons on smooth and rough surfaces and on gratings", Springer tracts in modern physics, Springer-Verlag, Berlin Vol. 111, (1988)
2. P. Martínez Vara, Saúl Isaías de los Santos García, J.C. Juárez Morales G. Martínez Niconoff, "Descripción de Índices de Refracción efectivo para arreglos de nano-partículas", LII congreso Nacional de Física, Acapulco Gro, 2009.
3. M. Born and E. Wolf, Principles of Optics , Pergamon Press, 1985.
4. L. Mandel and E. Wolf, "Optical Coherence and Quantum Optics" Cambridge U. Press, UK,
- 5.- G. Martinez Niconoff, J.A. Sanchez-Gil, H.H. Sanchez-Hernandez and A. Perez-Leija, Opt. Comm., 281, Vol. 8, (2008)
- 6.- J.J. Burke and G.I. Stegeman, Phys Rev. B, Vol. 33, 8 (1986)
- 7.- T.J. Davis, Opt. Comm., Vol.282,1 (2009)
- 8.- R. Aroca, Surface-Enhancement Vibrational Spectroscopy, John Wiley and Sons, (2006)
- 9.- S. Bozhevolnyi and F. A. Pudonin, Phys. Rev. Lett. **78**, 2823 (1997).
- 10.- J. Durnin, J. Opt. Soc. Am A.,4 (1987)
- 11.- G. Martínez -Niconoff, J. C. Ramírez San Juan, P. M. Vara, A. Carbajal D and A. S. Ostrovsky, J.Opt.Soc.Am. A, 21, 4, (2004)
- 12.- G. Martinez-Niconoff, E. Mendez, P.M.Vara and A. Carbajal D., Opt. Comm., 239, (2004)
- 13.- H. Shin, S. Fan, Phy. Rev.Lett. 96, 073907 (2006)
- 14.- Marin Solja and J.D. Joannopoulos, Nature Photonics, 3, 211 (2004)
- 15.- H. Ditlbacher, J. R. Krenn, A. Leitner, y F. R. Aussenegg., Opt. Letters, Vol. 29, 12, (2004)
- 16.- J. Takahara and T. Kobayashi, Optics and Photonics News **15**, 54 (2004)
- 17.- A. V. Shchegrov, I. V. Novikov, and A. A. Maradudin, Phys. Rev. Lett. **78**, 4269 (1997)

- 18.- W.L. Barnes, A. Dereux, and T.W. Ebbesen, Nature **424**, 824 (2003)
- 19.- J.A. Sánchez-Gil, Appl. Phys. Lett. **73**, 3509 (1998).
- 20.- Palis, W. de Melo, "Geometric Theory of Dynamical Systems, an introduction". Springer, 1982.
- 21.- I, I Smolyaninov,,D. L. Mazzoni, and C. C. Davis, Phys. Rev. Lett. **77**, 3877 (1996)
- 22.- Pochy Yeh, "Introduction to Photo-refractive Nonlinear Optics", pp 74-76 (Wiley-series in pure and applied optics), 1993
- 23.- Elgoltz, Ecuaciones Diferenciales y calculo variacional, ed. MIR, Moscú.
- 24.-V.I. Arnold, Mathematical Methods of Mechanical classical, (1989) Springer-Verlag
- 25.- V. Veselago., "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ", Soviet Phys. Usp. 10 (1968)
- 26.- Gaponov-Grekhov A.V., and Rabinovich, M.I., "Nonlinearities in Action" ., Springer-Verlag, 1991.
- 27.- G.Martinez Niconoff, J. Carranza and A. Cornejo R., Opt. Comm., 114, (1995)
- 28.- Gabriel Martínez Niconoff, J.C. Ramírez San Juan. Muñoz López and Patricia Martínez Vara. Opt. Comm, Vol. 275, pp 10-13 (2007)
- 29.- M.V. Berry and C. Upstill, "Progress in Optics", E. Wolf Editor, North Holland, Vol. XVIII, (1980).
- 30.- R. Gilmore " Theory of Catastrophes For Scientist and Engineers" , J. Wiley and Sons (1985).
- 31.- I, I Smolyaninov,,D. L. Mazzoni, and C. C. Davis, Phys. Rev. Lett. **77**, 3877 (1996)
- 32.- 23.- I.I. Smolyaninov, J. Elliot, A Zayats and C.C. Davis, Phys. Rev. Lett. 94, 57401, (2005)
- 33.- Steven A. Cummer, Applied Physics Letters, 82 , 10, (2003)

- 34.- N. Fang, H. Lee, C. Sun and X. Zhang, *Science* 308, 5721, (2005)
- 35.- J. Cesario, M. U. Gonzalez, S Cheylan, W. L. Barnes, S. Enoch, and R. Quidant ., *Opt. Express.*, Vol 15 , 17 (2007)
- 36.- S. I. Bozhevolnyi, V. S. Volkov, E. Devaux, J. Y. Laluet, and T. W. Ebbesen, *Nature* 440, 508-511 (2006).
- 37.-A. Drezet, A.L. Stepanov, H.Ditlbacher, A.Hohenau, B.Steinberger, F.R. Aussenegg, A.Leitner and J.R.Krenn., *Appl. Phys. Lett.* **86**, 074104 (2005)
- 38.- D. Montgomery, *J. Opt.Soc. Am.A.*, 57, 6 (1967).
- 39.- K.Patorsky, "The self-imaging and some of their applications", *Progress in Optics*, E. Wolf Editor, North Holland Vol. XXVII, (1989).
- 40.-A.R. Davoyan, I.V. Shadrinov and Y.S. Kivshar, *Opt. Exp.* Vol 17, No. 22 (2009)
- 41.- Fusi Yan.g, J.R. Sambles, G.W. Bradberry, *J. Of Mod. Opt.*, Vol 38, No4 1991