



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

TESIS:

**“PROCESOS NEUROCOGNITIVOS EN LA RESOLUCIÓN
DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS”**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA LA:

LIC. IRMA ELIBETH RUGERIO LÓPEZ

DIRECTOR DE TESIS:

DR. ALFONSO DÍAZ FURLONG

CODIRECTOR DE TESIS:

DRA. ESTELA DE LOURDES JUÁREZ RUÍZ

PUEBLA, PUE. JUNIO, 2022



BUAP

DR. SEVERINO MUÑOZ AGUIRRE
SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que la C:

IRMA ELIBETH RUGERIO LÓPEZ

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 27 de mayo de 2022, con la tesis titulada:

"PROCESOS NEUROCOGNITIVOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS"

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E.
H. Puebla de Z. a 03 de junio de 2022



DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
COORDINADORA DE LA MAESTRÍA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

DRA LAHU/egm*

Facultad
de Ciencias
Físico Matemáticas

Av. San Claudio y 18 Sur, edif. FM1
Ciudad Universitaria, Col. San
Manuel, Puebla, Pue. C.P. 72570
01 (222) 229 55 00 Ext. 7550 y 7552

*Este trabajo de investigación ha podido realizarse gracias al apoyo otorgado
por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)*

No. CVU:1030610

*Todos los esfuerzos en mi vida, los dedico a
mis padres Conchita López O. y David
Rugiero S.; y a mi hermano David Rugiero L.*



AGRADECIMIENTOS

Gracias a mi familia, amigos y maestros. Su apoyo durante estos años me ha ayudado a salir adelante. En cada pequeño logro los tengo presentes.

Gracias a mis tías, que siempre me han dado todo lo que en ellas ha estado, y más. Irma, Cecilia y Joaquina, miis tías queridas.

Gracias a Oswaldo Flores Medina, cuya ayuda y soporte han sido fundamentales. ¡Gran, grandioso amigo! Muchas gracias.

Gracias a Annie Ramírez Barranco, por ser gran amiga, hermana. Gracias por estar conmigo en esos momentos.

Gracias a mi Jurado, por tomarse el tiempo para leer este trabajo, y criticarme firmemente. Cada comentario y observación suya ha contribuido a mi educación. Muchas gracias, Dra. Estela, Mtro. Zeleny, Dr. Gabriel, Dr. Josip.

Gracias a todos los participantes que de manera voluntaria y a pesar de las condiciones sanitarias globales, decidieron ayudarme en esta investigación. Gracias Anita Chávez, por ser la mejor asistente técnica.

Gracias a Alfonso Díaz Furlong; su apoyo y dirección han permitido en gran medida lo que he conseguido hoy como profesionalista y como persona. Me ha apoyado en el camino. Gracias a mi maestro y amigo.

Gracias Padrini, Berna, Jessi, Adolfo, Joni, Omi, Mari, Jorgito, Reyna, Miguel, Dr. Jorge Ramón, Profe Rafa Espinosa, Chavita Zavala, Profe Alex Sánchez.

¡Gracias a todos!

ÍNDICE

ABSTRACT	8
RESUMEN	8
INTRODUCCIÓN	9
1 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	12
1.1 El cerebro cognitivo	13
1.2 Neurociencias y educación.....	17
1.3 Planteamiento del problema.....	18
1.3.1 Objetivo general.....	19
1.3.2 Objetivos específicos	19
1.3.3 Preguntas de investigación.....	19
1.3.4 Justificación	19
2 MARCO TEÓRICO	21
2.1 Estados de resolución de problemas.....	21
2.2 Electroencefalografía (EEG).....	22
3 MATERIALES Y MÉTODO	30
3.1.1 Tipo de estudio.....	30
3.1.2 Instrumento	30
3.1.3 Selección de reactivos.....	31
3.1.4 Validación	33
3.1.5 Participantes	35
3.2 Registro electroencefalográfico (EEG).....	35
3.2.1 Inicio	36
3.2.2 Preparación	37

3.2.3	Registro	39
4	ANÁLISIS Y RESULTADOS.....	40
4.1	Juicio de expertos	40
4.1.1	Kappa de Cohen	40
4.1.2	Kappa de Fleiss	42
4.2	Análisis Comportamental.....	42
4.3	Análisis de frecuencias (EEG)	46
4.3.1	Concentración	47
4.3.2	Definición	56
4.3.3	Codificación	61
	CONCLUSIONES.....	67
	APÉNDICES.....	68
Ap 1.	Registros EEG: Concentración y Atención	68
Ap 2.	Etapas de resolución.....	77
	Bibliografía	87
	ANEXOS	89
An1.	Prueba Cognitivo-psicométrica	89
An 2.	Consentimiento Informado.....	91

ABSTRACT

In this research, we observed, described, and characterized the first two phases of geometric problem-solving and the cortical areas involved in these cognitive processes. We used an 8-channel electroencephalographic (EEG) equipment to register the participant's brain activity while solving a cognitive task. While reading the items, we found that participants show relevant activation within the occipital lobe, specifically in the visual cortex. Furthermore, we detected predominant Alpha waves at the beginning of the Definition phase, which later transitioned to Beta waves when the cognitive load increased. Participants experienced the encoding phase with enhanced activation in the prefrontal cortex within the frontal lobe; activation in this area is related to decision-making, metacognition, and mathematical computation. The results support an essential and relevant integration of neural correlational techniques and cognitive tasks to understand the cognitive processes involved in geometric learning. These processes are usually inaccessible to the naked eye; however, they are crucial for solving geometric problems.

RESUMEN

En esta investigación, observamos, describimos y caracterizamos las dos primeras fases de la resolución de problemas geométricos y las áreas corticales involucradas en estos procesos cognitivos. Utilizamos un equipo electroencefalográfico (EEG) de 8 canales para registrar la actividad cerebral del participante mientras resuelve una tarea geométrico-cognitiva. Al leer los reactivos, encontramos que los participantes muestran una activación relevante dentro del lóbulo occipital, específicamente en la corteza visual. Además, detectamos ondas alfa predominantes al comienzo de la fase de definición, que luego pasaron a ondas beta cuando aumentó la carga cognitiva. Los participantes experimentaron la fase de codificación con una mayor activación en la corteza prefrontal dentro del lóbulo frontal; la activación en esta área está relacionada con la toma de decisiones, la metacognición y el cálculo matemático. Los resultados respaldan una integración esencial y relevante de técnicas de correlación neuronal y tareas cognitivas para comprender los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje geométrico. Estos procesos suelen ser inaccesibles a simple vista; sin embargo, son cruciales para resolver problemas geométricos.

INTRODUCCIÓN

Los procesos mentales, incluyendo la recuperación de recuerdos y el aprendizaje, pueden considerarse procesos complejos de funciones superiores (Fias, 2016; Smith & Kosslyn, 2008). Las funciones cerebrales relacionadas con la resolución de problemas matemáticos tienen la apariencia de ser simples y de experimentarse subjetivamente como globales; la esencia del funcionamiento es la conectividad; todas las habilidades cognitivas surgen de la interacción de múltiples sistemas y de redes neuronales que reciben y procesan la información, tanto en paralelo como de forma secuencial o jerárquica (Fias, 2016; Smith & Kosslyn, 2008). Los elementos o componentes de cada red reciben y envían la información a otras redes que la integran con otra información (Fias, 2016).

En la resolución de problemas matemáticos, el estudiante debe llevar a cabo múltiples procesos cognitivos, que incluyen la acción y diseño de estrategias que lo lleven con éxito a completar la tarea (Donovan & Bransford, 2005). Debe, por lo tanto, entenderse desde un enfoque cognitivista que para conseguir la competencia matemática se deben interconectar las siguientes habilidades (Donovan & Bransford, 2005):

1. **Comprensión conceptual:** comprensión de conceptos matemáticos, sus operaciones y las relaciones entre ellos.
2. **Conocimiento procedimental:** ejecución de procedimientos de forma precisa, eficiente y adecuada.
3. **Competencia estratégica:** formulación, representación y resolución de problemas matemáticos.
4. **Razonamiento adaptativo:** ejecución del razonamiento lógico, la reflexión, la explicación y la argumentación.
5. **Disposición productiva:** contemplación de las matemáticas como algo útil y que vale la pena desarrollar.

Cada una de estas habilidades se corresponde con diversos procesos cognitivos ejecutados a nivel funcional cerebral; la activación de regiones corticales que actúan en colaboración y también de

manera especializada, muestra la diversa y dinámica interacción de las estructuras cerebrales (Anderson & Fincham, 2014; Leikin, 2018).

Se entiende que los métodos comportamentales traídos desde el conductismo deben completarse sustancialmente con los métodos neurales correlacionales y causales de estudio de la cognición si se pretende obtener una perspectiva vasta respecto de las ejecuciones en la mente del alumno cuando ejecuta problemas matemáticos(Yilmaz, 2011).

Descripción

En términos generales, esta tesis explora los procesos cognitivos que ejecutan los estudiantes al momento de resolver problemas geométricos, al mismo tiempo que utiliza la electroencefalografía (EEG) como herramienta neural correlacional para medir la activación eléctrica de las zonas corticales durante los periodos de concentración y aquellas involucradas en la definición y codificación de un ejercicio geométrico.

A continuación, se provee de un perfil de esta tesis.

Capítulo 1. Este presenta una vista general del reto que representa comprender y estudiar la cognición humana, pues se sabe que ningún proceso es exclusivo de una única zona cerebral. Aunque existe especialización, las áreas corticales funcionan en colaboración para llevar a cabo procesos complejos en la resolución de problemas. Se presentan las principales contribuciones que han tenido la psicología y las neurociencias cognitivas a la educación matemática, específicamente en el área del álgebra. Finalmente, se muestra la problemática de incorporar nuevos métodos de estudio de la cognición humana en geometría. Se presentan las preguntas de investigación y los objetivos que ayudarían a responderlas.

Capítulo 2. En el marco teórico se abordan las etapas de resolución de problemas como una forma de categorizar los procesos cognitivos de acuerdo con el momento en que han sucedido dentro del desempeño del alumno al resolver un problema matemático; la electroencefalografía es un método neural correlacional que se utiliza mayormente de forma clínica para el diagnóstico de padecimientos neurológicos, pero que en los últimos años también ha servido en la investigación de procesos cognitivos enfocándose en la función cerebral humana y el cómo procesa un individuo el aprendizaje.

Capítulo 3. Este capítulo detalla el diseño de la prueba cognitivo-psicométrica que sirvió como instrumento para llevar a cabo las pruebas que nos permitieran explorar los procesos cognitivos de los participantes en las primeras dos fases de resolución de problemas geométricos. Se describen cuidadosamente el método de selección de reactivos, la validación del instrumento, la selección de los participantes, el protocolo de registro y los lineamientos de la ética de investigación.

Capítulo 4. En este capítulo se presenta el tratamiento en dos etapas que se le dio a los datos recolectados tras el registro de la EEG y la aplicación de la tarea cognitiva. La primera, cuantitativa donde se realizó un análisis comportamental de los tiempos de resolución de los participantes, y se utilizaron pruebas paramétricas como RM-ANOVA para comparar tiempos de resolución y medir efectos intra e intersujetos. Una vez que se determinó diferencia entre medias, se aplicó una Prueba de Rango Post Hoc para discriminar reactivos. En la etapa cualitativa, se desarrolló un análisis de frecuencias a partir de los reactivos uno, dos, tres y seis extraídos de la etapa previa. Se observó la actividad eléctrica en la corteza cerebral durante periodos de concentración, relacionando esta con las etapas de definición y la etapa de codificación.

Conclusiones. En este apartado se presentan las interpretaciones a lo realizado en el capítulo anterior. Esta se realiza desde una perspectiva neurocognitiva que enfatiza la relevancia de observar la actividad cortical a un nivel estructural-funcional y cómo se relaciona íntimamente con los procesos cognitivos ejecutados durante la actividad geométrica.

1 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Métodos comportamentales como la exactitud, el tiempo de respuesta, los juicios y la recolección de protocolos verbales están fuertemente asociados al conductismo, pero su incompletitud radica en la clara limitación para proporcionar un cuadro completo de los procesos cognitivos subyacentes. La transición del conductismo al cognitivismo surgió de estas limitaciones al intentar explicar el cómo las personas procesan la información, es decir, cómo funcionan los procesos mentales (Aldahdouh et al., 2015). El objetivo del conductismo fue tratar de dar cuenta de los fenómenos psicológicos rechazando casi de inmediato cualquier estudio sobre la mente. En el conductismo tradicional, los procesos complejos se entendían a partir del encadenamiento de estímulos y respuestas. Ante estas dificultades, se comenzó a plantear la existencia de funciones centrales encargadas de planear y coordinar conjuntos de acciones y se introdujeron variables mediadoras entre el estímulo y la respuesta. Los trabajos de Edward Chase Tolman, Jean Piaget, Lev Vygotsky, Jerome Bruner y los psicólogos alemanes de la Gestalt fueron fundamentales para generar la transición hacia el cognitivismo (Fierro, 2011); fue a mediados de la década de los años 50 que el impacto de las teorías cognitivas en la educación fue crucial para comenzar a llamarse la *revolución cognitiva* (Smith & Kosslyn, 2008).

La corriente cognitiva se centró en el significado y la semántica; en cómo el alumno adquiere, procesa, almacena, recupera y activa el conocimiento durante las diferentes fases del proceso de aprendizaje y resolución de problemas. Desde el punto de vista cognitivo, el aprendizaje es un proceso activo que implica la adquisición o reorganización de las estructuras cognitivas, a través de las cuales los humanos procesan y almacenan información (Anderson, 1993; Fias, 2016). La adquisición de conocimiento se toma como una actividad mental que implica la codificación interna y la estructuración por parte del alumno (Aldahdouh et al., 2015; Yilmaz, 2011).

En 1950, Alan Turing propuso una prueba que por muchos años fue criterio para distinguir una inteligencia humana de una artificial (Smith & Kosslyn, 2008; Yilmaz, 2011). La prueba mostraba que la máquina no entiende el significado de los símbolos, simplemente interacciona con la forma que tienen estos (en este sentido, realiza operaciones formales). En cualquier tarea, los símbolos con que se alimenta la máquina son considerados información, la cual se procesa dando lugar a un resultado, esto se denomina procesamiento de información (Aldahdouh et al., 2015; Fernández,

2010). Los materiales con los que está construida una máquina de computación, son irrelevantes para entender su comportamiento, lo que realmente cuenta es el programa que se corre en ella. Un mismo programa puede implementarse en máquinas diferentes o una misma máquina puede correr distintos programas. Análogamente, en el terreno de la cognición, el foco de interés no es el cerebro, en su anatomía o fisiología, sino el equivalente a los programas que en éste se procesa, es decir, los procesos cognitivos (Aldahdouh et al., 2015; Smith & Kosslyn, 2008; Yilmaz, 2011)

1.1 EL CEREBRO COGNITIVO

El trabajo conjunto de diferentes sistemas de áreas cerebrales permite realizar tareas específicas. No obstante, cada área del cerebro interviene en ciertas funciones y no en otras (Smith & Kosslyn, 2008).

El encéfalo es la porción anterior, gradualmente modificada y agrandada, del sistema nervioso central **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) Está cubierto por tres membranas protectoras (meninges) y encerrado dentro de la cavidad craneana. La división en corteza cerebral, ganglios basales, tálamo e hipotálamo, mesencéfalo, tallo cerebral y cerebelo provee una base para estudiar las localizaciones encefálicas (Chusid, 1979).

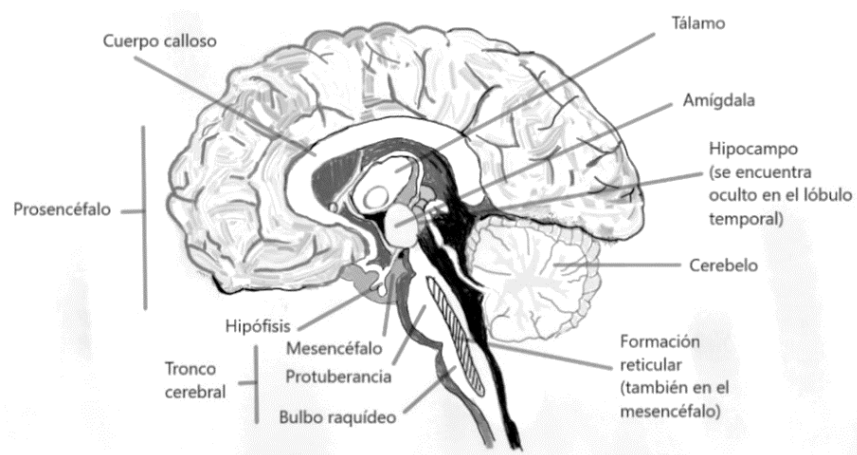


Figura 1-1 Principales áreas subcorticales del encéfalo (Chusid, 1979; Smith & Kosslyn, 2008)

El encéfalo se divide en dos mitades, los hemisferios cerebrales derecho e izquierdo; estos se encuentran conectados por un conjunto de fibras nerviosas, que constituyen el cuerpo caloso. Cada hemisferio puede dividirse en cuatro regiones principales o lóbulos: frontal, parietal, temporal y occipital. Aunque su funcionamiento es conjunto, los lóbulos occipitales procesan exclusivamente *input* visual, procedente tanto de los ojos como de la memoria. La visión, se efectúa en sí misma mediante un conjunto de representaciones y procesos diferenciados. (Chusid, 1979; Smith & Kosslyn, 2008).

Los lóbulos temporales están involucrados en muchas funciones; una de ellas es almacenar recuerdos visuales; los lóbulos temporales reciben *input* de los lóbulos occipitales y los empareja con los recuerdos visuales. Por otro lado, estos lóbulos procesan información procedente de los oídos; en la parte posterior del lóbulo temporal izquierdo se halla el área de Wernicke (Figura 1-2) que es esencial en la comprensión del lenguaje (Chusid, 1979). En la parte anterior de los lóbulos temporales hay áreas que son imprescindibles para almacenar nueva información en la memoria, así como áreas que atribuyen significado o intervienen en la emoción (Smith & Kosslyn, 2008).

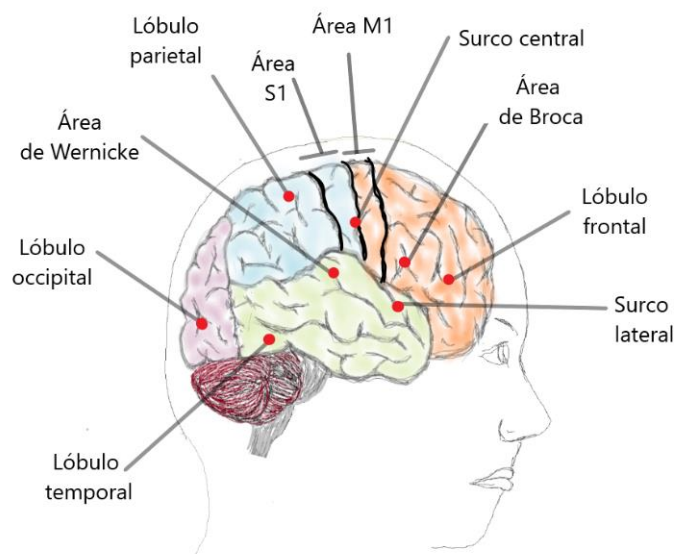


Figura 1-2 Vista lateral derecha de los lóbulos y regiones principales del encéfalo (Chusid, 1979; Smith & Kosslyn, 2008)

Los lóbulos parietales desempeñan una función importante en la representación del espacio y la relación con él. Estos son importantes para la conciencia y la atención; además de participar en el

razonamiento matemático (Chusid, 1979; Leikin, 2018; Smith & Kosslyn, 2008); desempeñan una función importante en la representación del espacio y la relación con él; el área *SI* (Figura 1-2) registra las sensaciones de la parte derecha del cuerpo (Chusid, 1979; Leikin, 2018; Smith & Kosslyn, 2008).

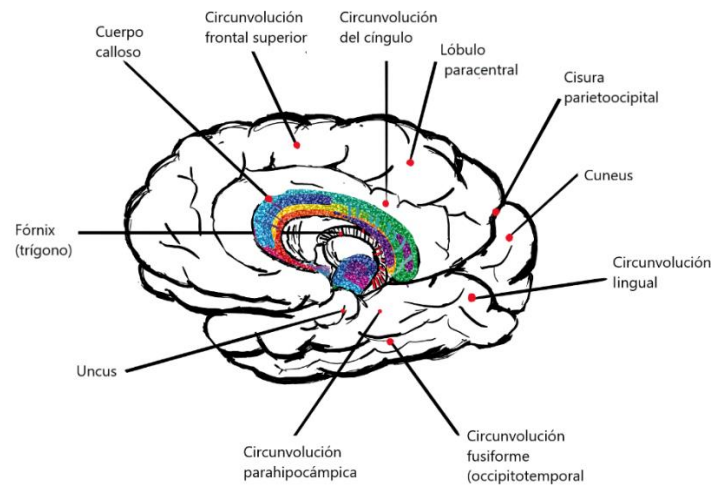


Figura 1-3 Cara medial del hemisferio cerebral derecho (Chusid, 1979)

Los elementos del sistema nervioso no determinan la forma en que son creados los procesos cognitivos, pero sí restringen los procesos que se llevan a cabo en las zonas cerebrales (Chusid, 1979). La actividad cerebral proviene fundamentalmente de la actividad neuronal. Las neuronas sensoriales se activan por *input* procedentes de órganos sensoriales; las neuronas motoras estimulan los músculos, produciendo movimientos. Las interneuronas, la mayoría de las neuronas del encéfalo, se encuentran entre las neuronas sensoriales y las motoras o entre otras interneuronas; estas se conectan entre sí y forman vastas redes (Chusid, 1979; Smith & Kosslyn, 2008).

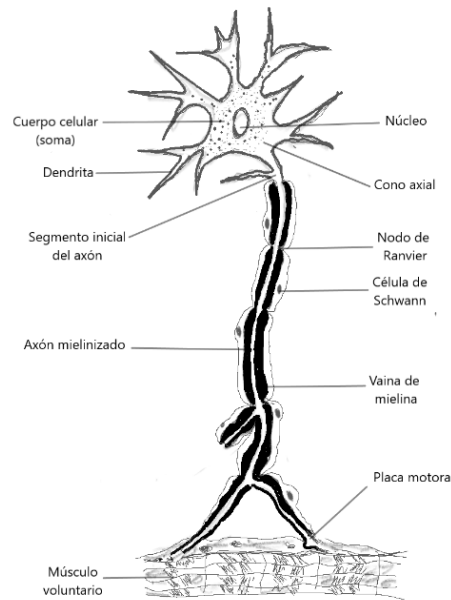


Figura 1-4 Neurona motora con axón mielinizado (Chusid, 1970:87).

Las partes más importantes de una neurona (Figura 1-4) son las dendritas, el axón y el soma celular. Las dendritas al igual que el soma, reciben input de otras neuronas (Figura 1-5). Por lo general, está recubierto de mielina, una capa de grasa aislante que mejora la transmisión; a través de la ramificación del extremo final del axón, cada neurona puede afectar a su vez a otros miles, liberando neurotransmisores específicos que cruzan pequeñas estructuras llamadas botones terminales (Smith & Kosslyn, 2008).

La conexión entre neuronas se llama sinapsis, los neurotransmisores atraviesan la hendidura sináptica, desplazándose del axón de una neurona a las dendritas de otra (o directamente a la membrana de la célula, la cobertura externa del soma celular) (Chusid, 1979; Smith & Kosslyn, 2008).

El mismo neurotransmisor puede tener diferentes efectos según la naturaleza del receptor. Si el *input* excitador que llega a una neurona es suficientemente mayor que el *input* inhibitorio, la neurona producirá un potencial de acción; es decir, “se disparará” (Chusid, 1979; Yamada & Meng, 2020).

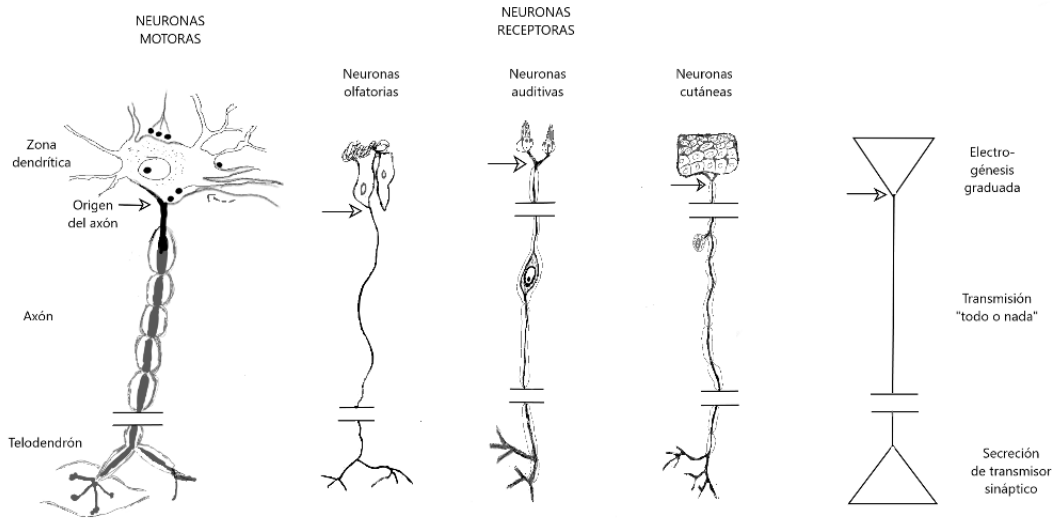


Figura 1-5 Variedades neuronales. Neuronas receptoras y eferoras. El origen del impulso (indicado con la flecha) es el punto lógico de partida para analizar la estructura neuronal en términos funcionales (Chusid, 1979:88)

En el sistema nervioso, la neurona es el agente transmisor de información que forma redes de millones de ellas para conformar procesos motores, perceptivos, y también intelectuales y lingüísticos que posteriormente utilizará el individuo para la ejecución de tareas (Chusid, 1979; Yamada & Meng, 2020)

1.2 NEUROCIENCIAS Y EDUCACIÓN

El aprendizaje de las matemáticas son una intersección entre la educación, la neurociencia cognitiva, la biología y la psicología, pues es un importante punto de entrada del conocimiento requerido en la actual era tecnológica. Esto no impide que muchas personas encuentren aprender matemáticas y aritmética como algo verdaderamente desafiante. Dada la importancia de las habilidades matemáticas en la vida contemporánea, una deficiencia de estas puede ser un impedimento para un efectivo funcionamiento (Rubinsten, 2015).

Investigaciones en habilidades numéricas básicas, específicamente en cognición numérica, puede ser un camino eficiente para estudiar tanto el desarrollo típico, como atípico de las habilidades matemáticas. Un argumento reciente es que los logros cognitivos del cerebro humano, como las matemáticas, la geometría, entre otras, son exclusivos de la lingüística y de la estructura simbólica, y descansan en un conjunto de representaciones no simbólicas y representaciones aproximadas de

cantidades, con subsistemas cerebrales especializados (Fernández, 2010; Rubinsten, 2015). La aritmética simbólica humana y las habilidades matemáticas superiores son fenómenos únicos, que representan un desafío para las disciplinas de las ciencias y la educación neurocognitivas. Las matemáticas proporcionan una intersección importante en la nueva síntesis entre educación, neurociencia cognitiva, biología y psicología, porque es un importante punto de entrada al conocimiento requerido en la actual era tecnológica (Rubinsten, 2015).

1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La investigación en neurociencias cognitivas ha identificado varias características estructurales y funcionales del déficit en el procesamiento visual y de imágenes, que podría hacer posible definir los obstáculos en el aprendizaje de la geometría, incluso más rápida y precisamente que usando herramientas de diagnóstico tradicionales (Qin et al., 2004; Rubinsten, 2015; Smith & Kosslyn, 2008).

Los avances del cognitivismo y la integración de las neurociencias cognitivas junto con la matemática educativa han permitido a los científicos analizar y valorar más profundamente los estímulos, las respuestas y las consecuencias de estas dos, permitiendo comenzar a entender los mecanismos responsables no sólo de la conducta sino también de la percepción. En el dominio de la geometría, podría aplicarse esta base teórica a nuevas pruebas cognitivo-psicométricas que incorporen la manipulación sistemática de aspectos del procesamiento numérico y visual que resultan fundamentales en el aprendizaje y la resolución de problemas. (Rubinsten, 2015).

Estas colaboraciones interdisciplinarias han cobrado relevancia en el marco de la investigación en educación matemática y los estudios en teorías del aprendizaje, debido a que pone en el centro al análisis de los procesos cognitivos en el proceso de aprendizaje de los estudiantes (Aldahdouh et al., 2015; Rubinsten, 2015).

Desde el punto de vista neurocognitivo, el aprendizaje es un proceso activo que implica la adquisición o reorganización de las estructuras cognitivas como las zonas de procesamiento visual, definición y codificación ubicadas en la corteza cerebral a lo largo y ancho del encéfalo, a través de las cuales los humanos procesan y almacenan información. Estos procesos pueden ser abordados con diferentes métodos que brindan un panorama de la participación de zonas corticales específicas del encéfalo en

las diferentes etapas de resolución de problemas geométricos. (Mendoza et al., 2017; Ritter et al., 2007).

1.3.1 Objetivo general

Desde la perspectiva de los procesos neurocognitivos, el objetivo es observar, estudiar y analizar los procesos cognitivos involucrados en la resolución de problemas geométricos de un grupo de estudiantes entre 15 y 25 años.

1.3.2 Objetivos específicos

- Aprender bases fundamentales sobre electroencefalografía que permitan dar inicio al análisis de los registros.
- Identificar las frecuencias electroencefalográficas presentes en la corteza cerebral durante la resolución de problemas geométricos.

1.3.3 Preguntas de investigación

¿Cuáles son los procesos que pueden identificarse durante la resolución de problemas geométricos de educación secundaria desde una perspectiva neurocognitiva?

¿Qué zonas corticales se activan durante la resolución de problemas geométricos y cómo se relacionan con estos procesos neurocognitivos?

1.3.4 Justificación

En los últimos años, las neurociencias cognitivas han colaborado con la psicología cognitiva y la educación matemática para abordar algunos problemas específicos en el estudio cognitivo de la resolución de problemas lógico-matemáticos, aritméticos y algebraicos.

Abordar lo correspondiente para el área de geometría, puede ser revelador para investigadores y docentes de práctica en aula, pues la resolución de problemas geométricos parece no seguir la misma carga cognitiva, o el mismo procesamiento estructural funcional. Problemas puramente verbales que requieren la evocación de imágenes, la recuperación de recuerdos, o problemas

puramente visuales que otorgan suficiente estímulo para desencadenar la activación tanto de zonas de lenguaje, codificación y motoras podrían explorarse con un enfoque neurocognitivo que promoviera la eficiencia de procesos para el estudiante.

2 MARCO TEÓRICO

2.1 ESTADOS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas geométricos es una actividad compleja que implica funciones conjuntas de actividades cognitivas, perceptivas, y motoras (Anderson et al., 2014). Por ejemplo, al abordar un problema geométrico, el estudiante tiene que explorar la imagen o evocar nuevas que le permitan determinar el problema a resolver, identificar el próximo movimiento a realizar y escribir una solución en busca de completar la tarea. La complejidad de estos procesos hace que sea difícil identificar cuándo se están produciendo eventos cognitivos relevantes para el aprendizaje de las matemáticas. Es por esto que, el desafío al que se enfrentan las investigaciones más recientes es determinar los procesos cognitivos subyacentes a las tareas matemáticas desde una perspectiva funcional (Donovan & Bransford, 2005; Yilmaz, 2011).

En la época del conductismo, los estudios de resolución de problemas se miraban únicamente desde un enfoque comportamental limitado a respuestas correctas e incorrectas. Anderson, Fincham, Newell y Simon, quienes, buscando métodos para explorar los procesos de pensamiento a nivel estructural y funcional, ocuparon la resonancia magnética (fMRI) como técnica de neuroimagen, desarrollaron una metodología para determinar las etapas de resolución de problemas complejos y cuánto tiempo tomaban estas. Identificaron cuatro fases en la solución de un problema matemático: *Definición*, *Codificación*, *Cálculo* y *Respuesta*. En la primera etapa, se requiere identificar cualquier requisito particular en la estructura del problema; aquí se define qué es lo que se quiere resolver. La etapa de codificación es aquella donde los estudiantes codifican números y símbolos que permiten producir una respuesta. En la etapa de Cálculo, el estudiante realiza todos los cálculos aritméticos o algebraicos que le permitan hallar los valores desconocidos dentro del problema. La etapa de respuesta es el momento en que los participantes realizan modificaciones estructurales a la respuesta antes de definirla formalmente y su duración varía de acuerdo con la cantidad de cálculos que es necesaria para producir una solución una vez que se diseña un plan. (Anderson & Fincham, 2014).

2.2 ELECTROENCEFALOGRAFÍA (EEG)

La electroencefalografía (EEG) es una técnica que mide la actividad eléctrica en diferentes zonas de la corteza cerebral. Es común utilizar electrodos que se colocan sobre el cuero cabelludo y su principal ventaja sobre otras técnicas de registro es su alta resolución temporal y el hecho de que se puede tomar de forma no invasiva (es decir, sin necesidad de cirugía). Los elementos más característicos que diferencian la EEG de otros estudios neurodiagnósticos son (i) la naturaleza dinámica por la que expresa distintas funciones cerebrales normales y patológicas, y (ii) la manera en que refleja de inmediato el nivel de conciencia. La EEG cambia según la edad de la persona y también debido a variaciones considerables entre personas. Para una valoración precisa de una EEG, y con el fin de determinar si es normal, resulta esencial entender estas variaciones complejas; y debido a su costo relativamente bajo, los registros de EEG se utilizan ampliamente tanto en entornos clínicos como en laboratorios de investigación. Esto convierte a la EEG en una herramienta muy accesible y útil, particularmente interesante para el análisis de procesos cerebrales de alto nivel que surgen de la actividad grupal de grandes poblaciones celulares. Dichos procesos pueden estar bien localizados en el tiempo o pueden correlacionarse con patrones variables en el tiempo, como las oscilaciones cerebrales, que están más allá de la resolución temporal de las técnicas de imagen como la resonancia magnética funcional (fMRI).

La EEG se puede registrar con referencia a un electrodo pasivo común (registros monopolares (referenciales)) o se puede registrar de manera diferencial entre pares de electrodos contiguos (registros bipolares). Las señales de EEG se registran con una frecuencia de muestreo de 100 Hz o superior (Yamada & Meng, 2020); los sistemas de adquisición modernos pueden manejar fácilmente altas tasas de muestreo, y ahora es habitual registrar EEG con una frecuencia de muestreo de 500 Hz o más para permitir el estudio de oscilaciones de alta frecuencia o transiciones rápidas entre los diferentes electrodos. La referencia es la actividad común de un par de electrodos enlazados colocados en los lóbulos de las orejas (A 1 y A 2). Las letras mayúsculas indican las diferentes ubicaciones de los electrodos, F para frontal, C para central, P para parietal, T para temporal y O para occipital. Los números impares corresponden a los sitios de la izquierda y los números pares a los sitios de la derecha, donde z denota la línea media. En general, la grabación de la EEG tiene una amplitud pico a pico de menos de 100 mV, que es relativamente pequeña en

comparación con otro tipo de grabaciones fisiológicas. observamos oscilaciones de unos 10 Hz, que constituyen el ritmo alfa.

Los registros de EEG del cuero cabelludo se realizan utilizando electrodos de alta conductancia (es decir, con una impedancia de menos de $5\text{ k}\Omega$) colocados en la parte superior de la cabeza. Los electrodos se distribuyen en ubicaciones específicas, por lo general utilizando el llamado sistema internacional 10-20, donde 16-20 electrodos están separados por un 10-20% de la distancia total alrededor de la superficie de la cabeza (aunque cada vez es más común usar 32, 64, 128 o 256 electrodos).

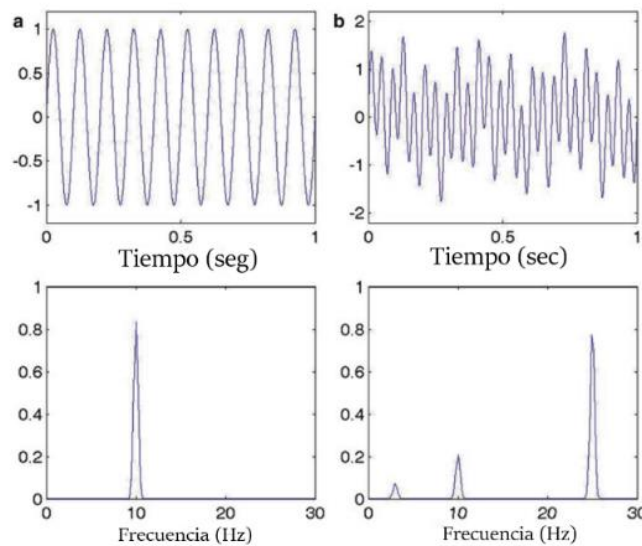


Figura 2-1 Una señal sinusoidal en los dominios de tiempo y frecuencia. b) Una señal quasi-periódica. En este caso, la transformada de Fourier da una representación más simple.

Aplicación del análisis de frecuencias de la EEG

La representación en frecuencia de una señal viene dada por su Transformada de Fourier (Figura 2-1) que tiene innumerables aplicaciones en diferentes disciplinas científicas. En el caso específico de las señales EEG, se puede decir que es la herramienta cuantitativa más utilizada, especialmente después de la introducción de un algoritmo muy eficiente y rápido para calcularlo. Además de tener una resolución temporal excelente (milisegundos)

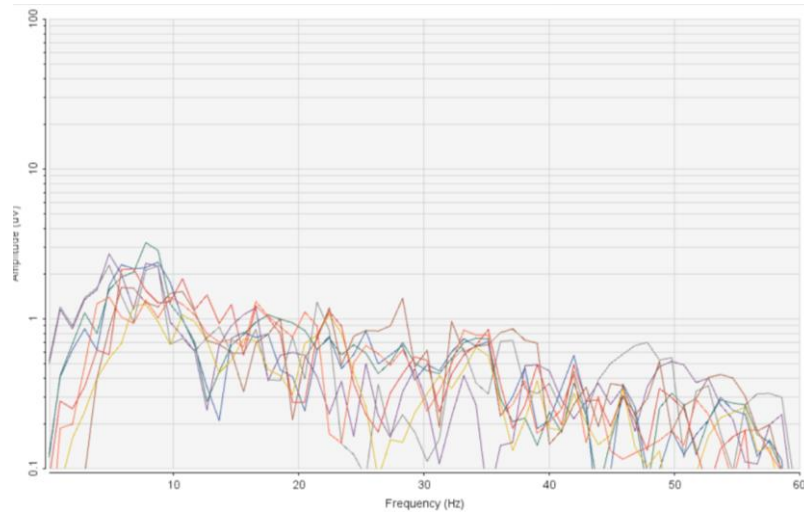


Figura 2-2 Transformada rápida de Fourier

En el primer informe de registros de EEG humanos, Hans Berger ya había notado la presencia de diferentes oscilaciones cerebrales. En particular, informó una actividad rítmica de alrededor de diez ciclos por segundo, más pronunciada en los electrodos occipitales con los ojos cerrados. Estas oscilaciones, a las que llamó ritmos alfa, disminuyeron drásticamente por el flujo de luz con los ojos abiertos. Este efecto es lo que en nuestros días llamamos bloqueo alfa y es una de las demostraciones más dramáticas y simples de cómo la EEG refleja los procesos cerebrales. Definimos reactividad como la proporción de actividad alfa con los ojos cerrados y los ojos abiertos. El grado de reactividad varía de un sujeto a otro, pero generalmente se acepta que la falta de reactividad es un hallazgo anormal. Berger también describió la actividad oscilatoria de frecuencias más altas, a las que llamó ritmos beta. Aparecieron con los ojos abiertos y hasta cierto punto también con los ojos cerrados cuando los sujetos realizaban cálculos mentales. Tras el trabajo fundamental de Berger, se habían estudiado a fondo diferentes oscilaciones del electroencefalograma y su correlación con diferentes estados, funciones y patologías cerebrales, especialmente después de la introducción de las grabaciones digitales y la Transformada Rápida de Fourier. Basado principalmente en su función y localización, las oscilaciones de la EEG se han agrupado en bandas de frecuencia: Ritmos alfa, Ritmos beta, Ritmos theta, Ritmos delta, Ritmos gamma.

- **Ritmos beta** (12.5-30 Hz): se definen mejor en ubicaciones centrales y frontales, con menos amplitud que las ondas alfa. Se pueden observar con los cálculos mentales, la expectativa o la tensión sobre toda la superficie del cuero cabelludo (Figura 2-3)

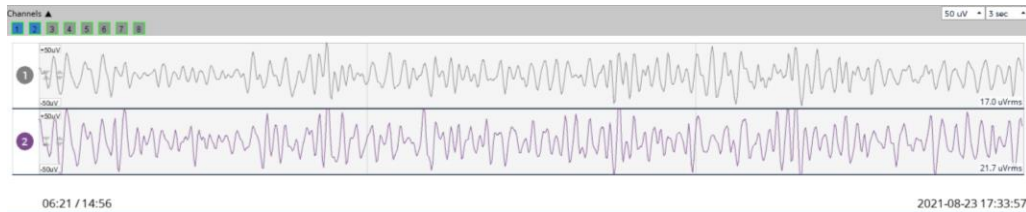


Figura 2-3 Frecuencias beta (12.5 Hz – 30 Hz)

- **Ritmos alfa** (7.5-12.5 Hz): Se presentan de forma espontánea en adultos normales durante la vigilia, en condiciones de relajación e inactividad mental (Figura 2-4). Se ven mejor con los ojos cerrados, más pronunciados en las ubicaciones occipitales. La actividad alfa frontocentral muestra menos amplitud en un registro bipolar que en uno referenciado.

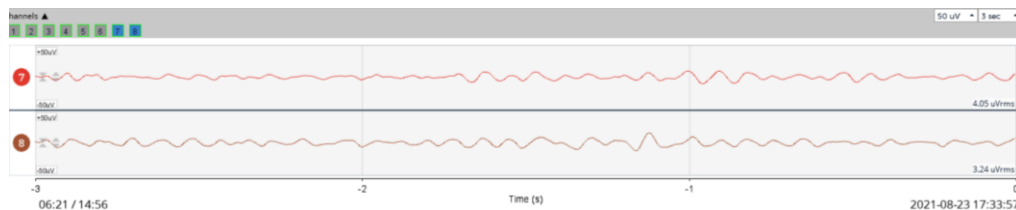


Figura 2-4 Frecuencias alpha (7.5 Hz-12 Hz)

- **Ritmos theta** (3.5–7.5 Hz): son típicos durante el sueño profundo. Desempeñan un papel importante en la infancia y la niñez. En el adulto despierto, la actividad theta alta en ocasiones se considera anormal y está relacionada con trastornos cerebrales, como la epilepsia. Sin embargo, también se relaciona con procesos cognitivos de atención y aprendizaje, principalmente en la zona frontal.
- **Ritmos delta** (0.5–3.5 Hz): también son característicos de las etapas del sueño profundo. Dependiendo de su morfología, localización y ritmo, las oscilaciones delta pueden ser normales como en el sueño de ondas lentas o patológicas como en los tumores cerebrales.

- **Ritmos gamma bajos** (30-60 Hz en EEG humano, 30-80 Hz en ECoG animal): de menor interés hasta la década de 1990, las oscilaciones gamma se hicieron muy populares después de que se propusiera que desempeñaban un papel importante en la vinculación de las características del estímulo en una percepción única. Aunque la validez de la teoría vinculante todavía está en disputa, varios trabajos de seguimiento han mostrado correlaciones de la actividad gamma con diferentes procesos sensoriales y cognitivos, especialmente durante la percepción visual, auditiva, somática y olfativa. Se pueden encontrar **ritmos gamma altos** (definidos de forma diversa entre 80-120 +), también llamados ritmos épsilon, en ECoG de humanos y animales.

Artefactos

Los artefactos son actividades registradas que son localizadas en algún lugar distinto al área de interés. Al registrar un electroencefalograma (EEG), cualquier cosa que se registra que no tenga un origen cerebral es considerado como un artefacto (Yamada & Meng, 2020).

Debido a su amplitud muy baja, las señales de EEG se contaminan fácilmente con fuentes externas. Estos "artefactos", inherentes a los registros de EEG del cuero cabelludo, son producidos por movimientos de la cabeza, parpadeo, electrocardiograma, actividad muscular, etc. En la *imagen* vemos un artefacto producido por el parpadeo. Para el observador poco experimentado, esto puede parecer una actividad cerebral real, pero un investigador experto en EEG lo reconocerá fácilmente como un artefacto de parpadeo debido a su morfología y localización espacial en los sitios frontales.

Si se presentan artefactos de gran amplitud, la visualización de la actividad del EEG puede verse totalmente impedida. Sin embargo, los artefactos también son de utilidad pues aportan información relevante para la correcta lectura del EEG. Los artefactos y el EEG presentan una correlación que forma parte integral de la adecuada interpretación durante el proceso de registro y de acuerdo con su origen, los artefactos pueden agruparse en: fisiológicos, asociados con los movimientos corporales o de la cabeza, y de origen eléctrico (Yamada & Meng, 2020).

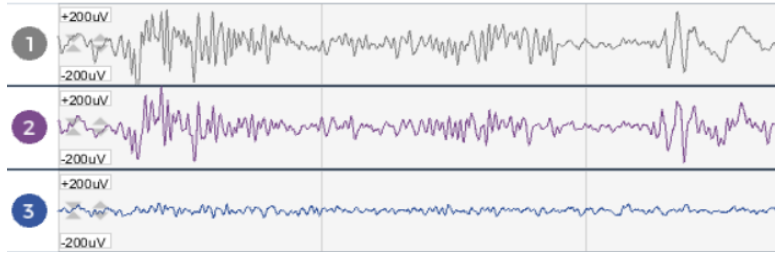


Figura 2-5 Artefacto muscular con actividad rápida "beta" asimétrica en FP1 y FP2 filtrado a 15 Hz.

Artefactos fisiológicos: Estos son generados por el cuerpo mismo. Los artefactos musculares pueden, por ejemplo, ser generados por una postura tensa, que generalmente se correlacionan con la actividad de baja frecuencia y, en este caso, el EEG suele mostrar una línea de base fluctuante. Los artefactos **miogénicos** (EMG) derivan de músculos cercanos que introducen “artefactos musculares”, principalmente en los electrodos temporales (T1, T2) y frontales (FP1, FP2). Cuando la actividad EMG es excesiva, se puede minimizar bajando el filtro de frecuencia alta de 70 a 35 o 15 Hz. Se requiere ser cauteloso con la presencia de estos artefactos, pues la actividad filtrada puede lucir como la frecuencia beta.

En cuanto a artefactos por **movimiento ocular**, se sabe que el globo ocular es un dipolo cuya positividad se orienta hacia la córnea y la negatividad hacia la retina. Cuando los globos oculares están fijos, no se genera cambio de potencial en el EEG. En cambio, cuando el globo ocular se mueve genera un potencial de corriente alterna (AC) amplio y lento, que es detectado por los electrodos que se encuentran cercanos al órgano. Los parpadeos de los ojos se pueden identificar mejor colocando electrodos cerca de los ojos para medir los electrooculogramas. Cuando hay parpadeo, los dos globos oculares muestran un desplazamiento conjugado en dirección cefálica, lo cual origina una deflexión positiva, máxima en FP1 y FP2. Los monitores oculares pueden ser útiles para distinguir actividad cerebral delta bifrontal de artefactos por movimiento vertical ocular.

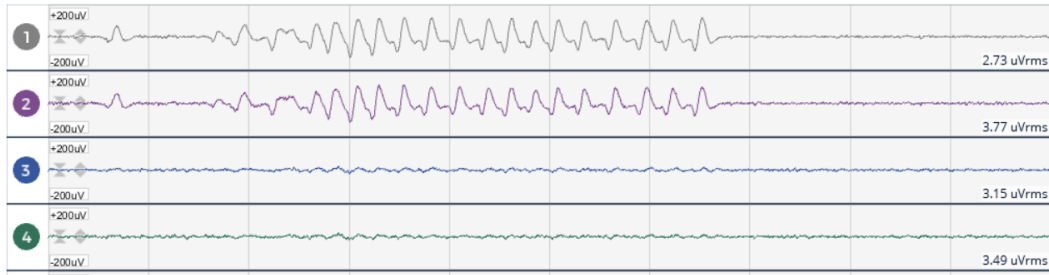


Figura 2-6 Artefactos por movimiento ocular en canales FPI y FP2

Otro artefacto que debe considerarse es el **potencial glosocinético** que se asemeja a la actividad delta frontal, y es causado por el movimiento de la lengua. La lengua tiene carga eléctrica, con negatividad en la punta y positividad en la base. Cuando la lengua se mueve, en particular cuando toca el techo de la faringe, el cambio del campo eléctrico se disemina hacia el cuero cabelludo y se provocan ondas delta, prominentemente en la región frontal.

Artefactos de origen eléctrico:

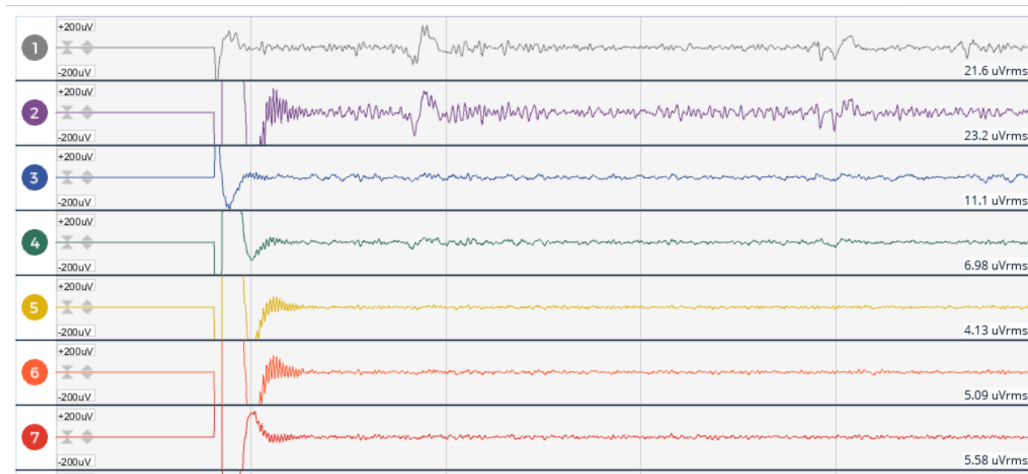


Figura 2-7 Artefactos de origen eléctrico en todos los canales

Esta actividad se puede eliminar con un filtro de paso alto (generalmente establecido en 1 Hz), pero nuevamente, dicho filtro solo es adecuado cuando las frecuencias bajas no son de interés. Un punto importante es que los artefactos generalmente limitan la duración de los registros de EEG que pueden considerarse estacionarios (es decir, segmentos en los que las características

principales de la señal, como su media, varianza y espectro de potencia no cambian). De hecho, la duración relativamente corta de las grabaciones electroencefalográficas estacionarias es uno de los principales desafíos para su análisis.

3 MATERIALES Y MÉTODO

Se abordó el paradigma cognitivo desde las perspectivas planteadas por Anderson y Fincham, uniendo la psicología cognitiva con la educación matemática para estudiar desde un punto de vista funcional y estructural cómo el sujeto procesa, elabora y explica problemas geométricos específicos dentro del dominio de contenido y dominio cognitivo que han sido planteados en la selección de reactivos.

3.1.1 Tipo de estudio

Este estudio utiliza el análisis cuantitativo y el cualitativo para estudiar la resolución de problemas geométricos por parte de los estudiantes, a nivel funcional con una perspectiva neurocognitiva. En este estudio se utiliza la taxonomía de Bloom para la selección de los reactivos, la validación de expertos para medir la pertinencia de los reactivos seleccionados, las pruebas paramétricas para los tiempos de resolución y el resultado, el procesamiento de señales de electroencefalografía para el registro y las fases de procesamiento cognitivo propuestas por Anderson y Fincham para la interpretación de los resultados.

3.1.2 Instrumento

Para cada área curricular de segundo y tercero de secundaria en México, los marcos se organizan a lo largo de dos dimensiones: la *dimensión de contenido* que especifica el contenido a evaluar y la *dimensión cognitiva* que especifica el proceso de pensamiento o el proceso cognitivo que está siendo evaluados.

Se seleccionó la prueba *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) del año 2011, para proveer los reactivos que se aplicaron en esta investigación. TIMSS es una evaluación internacional en matemáticas y otras ciencias en cuarto y octavo grado (segundo o tercero de secundaria en México). En ella se evalúan las habilidades de razonamiento y aplicación que llevan a cabo los estudiantes. (Mullis et al., 2015).

La prueba TIMSS ordena sus ítems en tres grandes categorías:

- Dominio de contenido
- Tema principal
- Dominio cognitivo

3.1.3 Selección de reactivos

Se seleccionaron 6 reactivos, correspondientes únicamente al dominio de contenido de Geometría, y que cubren cada una de las categorías de la prueba TIMSS 2011, como sigue:

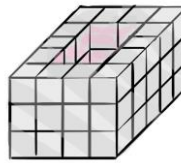
- Dominio de contenido:
 - Geometría,
- Tema principal:
 - Formas geométricas
 - Medidas geométricas
 - Ubicación y movimiento
- Dominio cognitivo:
 - Razonamiento
 - Conocimiento
 - Aplicación

De acuerdo con la taxonomía de Bloom para objetivos educacionales, cada reactivo se ha colocado dentro de una tabla de dos dimensiones (dimensión de conocimiento y dimensión del proceso cognitivo) como se muestra en la **Tabla 3.1** (Bloom et al., 1956; Krathwohl, 2002).

Tabla 3.1. Taxonomía para los ítems de la prueba

		Dimensión del Proceso Cognitivo					
		1. Recordar	2. Entender	3. Aplicar	4. Analizar	5. Evaluar	6. Crear
Dimensión del Conocimiento (Knowledge Dimension)	A. Conocimiento Factual						
	B. Conocimiento Conceptual		I5		I1, I3		
	C. Conocimiento Procedimental			I6	I2, I4		
	C. Conocimiento Metacognitivo				I2		

Item 1 (I1)



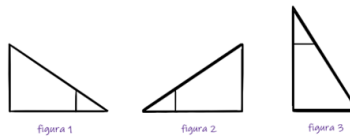
La figura anterior muestra una forma construida con cubos del mismo tamaño. Hay un hoyo en medio de la figura, y este atraviesa desde arriba hasta abajo. ¿cuántos cubos se necesitan para rellenarla?

Item 2 (I2)

Un reloj marca las 6:20 am. ¿Cuántos grados debe recorrer la manecilla del minutero para que el reloj marque las 8:20 am?

¿Cuáles de las siguientes transformaciones realizadas en orden, pueden usarse para que la figura 1 se convierta en la 2 y finalmente en la 3?

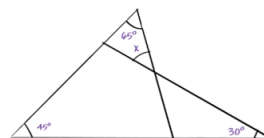
Item 3 (I3)



- e) Reflexión y luego traslación
- f) Reflexión y luego una rotación de $\frac{1}{4}$ en sentido de las manecillas del reloj.
- g) Rotación de 180° y luego traslación.
- h) Rotación de $\frac{1}{4}$ en contra del sentido de las manecillas del reloj y luego reflexión.

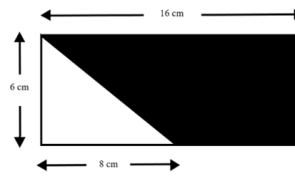
La siguiente figura se encuentra formada por rectas que se intersectan. Calcule la medida del ángulo x

Item 4 (I4)



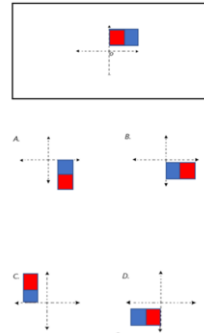
En la siguiente figura, ¿cuál es el área de la región sombreada?

Item 5 (I5)



Respecto a la figura que aparece a continuación, ¿cuál de las siguientes imágenes muestra el resultado de un medio giro en el sentido de las manecillas del reloj alrededor del punto O?

Item 6 (I6)



3.1.4 Validación

Se convocó a tres jueces expertos en psicología y educación matemática; todos con un grado mayor o igual a maestría, para evaluar la pertinencia de los reactivos propuestos. El instrumento se envió de forma electrónica a cada uno.

El formato de evaluación consta de cuatro secciones:

1. Información general de cada experto participante en la evaluación.
2. Explicación de los objetivos de: la investigación, del juicio de expertos y de la prueba cognitivo-psicométrica.
3. Tabla de indicadores de Claridad, Coherencia y Relevancia y Escala de medición (1. No cumple con el criterio, 2. Bajo Nivel, 3. Alto Nivel)
4. Lista de reactivos y dimensión; y área de evaluación de indicadores para cada uno.

Se tomó como referencia inicial a los trabajos de Cohen para validar el instrumento que se aplicaría a los participantes. Este autor formuló el cálculo para la obtención de la probabilidad en la concordancia entre dos jueces, o entre un mismo juez con dos evaluaciones de la misma prueba. Dicha probabilidad es conocida como coeficiente Kappa de Cohen (caracterizado con el símbolo k), que se define como un estadístico de concordancia entre dos investigadores que corrige el azar.

Se utilizó el estadístico Kappa de Cohen para medir el acuerdo o nivel de concordancia entre las evaluaciones de los observadores (**concordancia intra-observador**) en los tres criterios mencionados anteriormente. Kappa de Cohen mide el grado de concordancia de las evaluaciones nominales u ordinales realizadas por múltiples evaluadores cuando se evalúan las mismas muestras.

$$K = \frac{P_0 - P_e}{1 - P_e}$$

Donde P_0 es la proporción de acuerdo observado y P_e es la proporción de acuerdos esperados. Los valores de kappa varían de 0 a 1. Mientras más alto sea el valor de kappa, más fuerte es el acuerdo. Un valor de kappa de al menos 0.75 indica una concordancia adecuada. Sin embargo, se prefieren valores de kappa más grandes, como 0.90.

Por otro lado, Fleiss generalizó la aplicación del índice Kappa de Cohen para medir el acuerdo entre más de dos jueces u observadores para datos de escala nominal y ordinal (**Concordancia Inter-observador**). Por tanto, dado que nuestro estudio considera tres investigadores en el proceso de codificación, se emplea el Kappa de Fleiss, ya que este parte de la misma fórmula. El kappa de Fleiss presupone que los evaluadores se seleccionan aleatoriamente de un grupo de evaluadores disponibles. El kappa de Cohen presupone que los evaluadores se seleccionan específicamente y son fijos. El kappa de Fleiss es una generalización del kappa de Cohen para más de 2 evaluadores, este primero añade el cálculo del sesgo del codificador (precisión-error) y el cálculo de la concordancia (calibración). Por lo tanto, el kappa de Fleiss y el kappa de Cohen estiman la probabilidad de concordancia de manera diferente. La fórmula es la siguiente:

$$\bar{K} = 1 - \frac{n m^2 - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r x_{ij}^2}{n m (m - 1) \sum_{j=1}^r \bar{p}_j \bar{q}_j}$$

Donde,

n : corresponde al número total de conductas o códigos o criterios a registrar

m : identifica el número de codificaciones

x_{ij} : define el número de registros de la conducta i en la categoría j

r : indica el número de categorías de que se compone el sistema nominal

p : es la proporción de acuerdos positivos entre codificadores

q : es la proporción de acuerdos negativos (no acuerdos) en codificadores (1 - p)

3.1.5 Participantes

Nuestra selección de participantes se dirige a una población reducida de estudiantes de la Ciudad de México que se encuentran entre 15 y 25 años. Se realizó un muestreo por conveniencia, con una participación inicial de 25 (18 hombre y 7 mujeres) que hayan tenido experiencia con la materia de matemáticas y al menos hayan tomado un curso de geometría en su historia académica. Es preciso aclarar que en un primer momento nuestra muestra consistía en 28 estudiantes, pero en un primer recorte se desestimaron 5 registros por pérdida de información en el registro, en un segundo recorte, se desechó un registro más debido a errores en la toma.

La muestra final se formó con 19 registros, que brindarían información valiosa, útil y detallada para cumplir con los propósitos planteados para esta investigación.

Como parte de la ética de investigación, y para poder hacer uso de las técnicas de electroencefalografía (EEG), a todos los participantes y a los tutores (en el caso de participantes menores de edad) se les describieron detalladamente las actividades a realizar, el propósito de la investigación, las condiciones a cumplir tanto verbalmente como por escrito a través de un consentimiento informado (**Vea Anexo 2**).

3.2 REGISTRO ELECTROENCEFALOGRÁFICO (EEG)

Equipo

- Se utilizó una placa de 8 canales de entrada diferenciales, de bajo ruido compatibles con electrodos pasivos y activos **Open BCI CYTON** (imagen) y el Convertidor de USB a serie FT231X de FTDI **Open BCI Dongle** para cargar el código y transferir los registros a la PC.

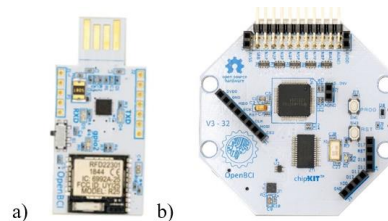


Figura 3-1 a) Convertidor de USB Open BCI Dongle, b) Placa CYTHON-8 con canales de resolución de datos de canal de 24 bits

- Electrodo para EEG de alambre trenzado calibre 26 con diámetro de copa de 10 mm y diámetro de cable de 1.44 mm y pasta conductora de látex TEN 20 (Imagen 3.1 Electrodo copa de oro de alta conductancia (izq.), Gel conductor de látex TEN 20 (der.))



Imagen 3.1 Electrodo copa de oro de alta conductancia (izq.), Gel conductor de látex TEN 20 (der.)

- Cinta métrica
- Cinta microporo
- Marcador borrable

3.2.1 Inicio

Antes de comenzar con la colocación del equipo, se verificó que el participante no padeciera de lesiones cutáneas y/o sensibilidad o alergia a los productos cosméticos y lociones.

Los 8 electrodos que se encuentran a disposición se ubicaron en los canales FP1, FP2, C3, C4, T5, T6, O1, O2, un electrodo REF en el lóbulo auricular derecho y un electrodo BIAS en el lóbulo auricular izquierdo. Para determinar las zonas adecuadamente sobre el cuero cabelludo del

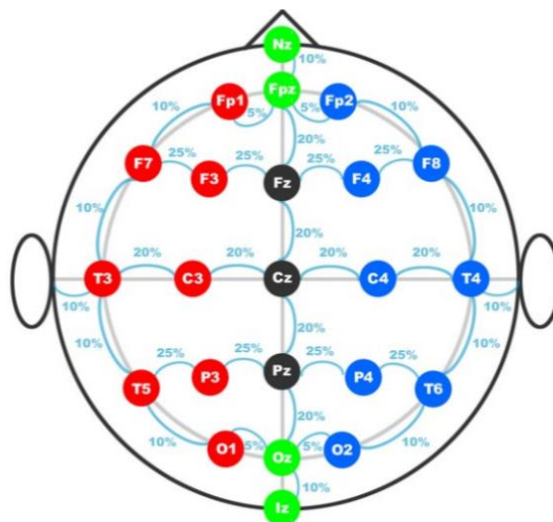


Figura 3-2 Sistema internacional 10-20

participante, se siguió el **sistema 10/20 internacional** con la nomenclatura correspondiente (Figura 3-2).

Tabla 3.2 Nomenclatura de electrodos de acuerdo con el sistema internacional 10-20

Zona cerebral	Hemisferio izquierdo	Línea media	Hemisferio derecho
Frontopolar	FP1		FP2
Frontal	F3	FZ	F2
Frontotemporal	F7, C3	CZ	F8, C4
Temporal medio y parietal	T3, P3	PZ	T4, P4
Temporal posterior y occipital	T5, O1		T6, O2

3.2.2 Preparación

- Primera maniobra: La calibración del equipo constó de 2-6 minutos para el registro de actividad basal. Los electrodos son muy sensibles, por lo que distinguir artefactos de actividad cerebral relevante es fundamental.

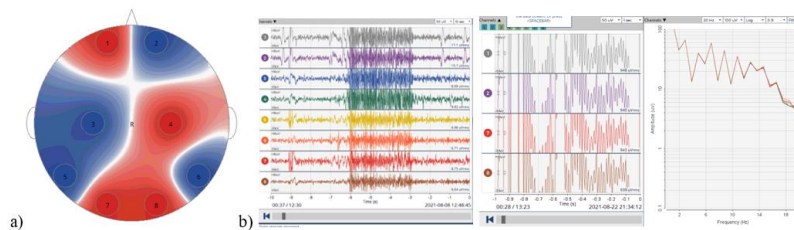


Figura 3-3 a) Artefactos en mapeo cerebral, b) Artefacto en series de tiempo

Para el registro de actividad basal, el participante comenzó realizando parpadeo constante; esto sirve como inicio de la observación de actividad anormal y detección de artefactos. Se observa presencia de artefactos fisiológicos en las zonas FP1 y FP2 producidos por movimiento ocular (Figura 3-3), y en las zonas O1 y O2 se distinguen artefactos miogénéticos (Figura 3-4) producidos por la contracción de los músculos mandibulares y el movimiento de la lengua. Se observaron las oscilaciones presentes por periodo de 10 segundos.

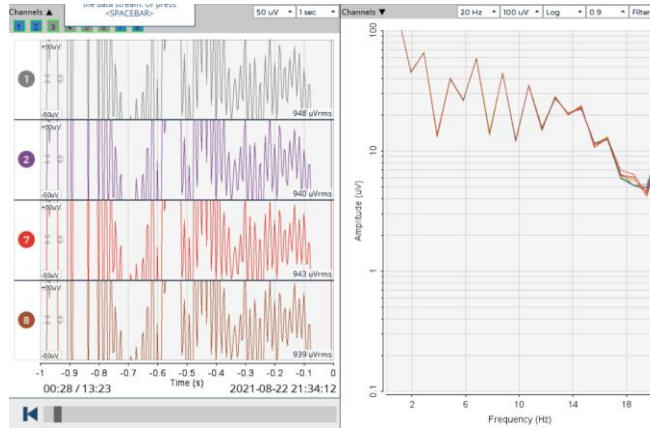


Figura 3-4 Artefacto miogénico en zona temporo-mandibular

Este procedimiento se repitió al menos 3 veces para detectar artefactos de origen muscular y orbitoocular.



Figura 3-5 Primera maniobra

- Segunda maniobra: Se solicitó al participante realizar una cuenta regresiva desde el 100 (Figura 3-6), restando en cada momento 7 unidades. Esto propició la condición de actividad intelectual incrementada que provoca que el registro EEG de frecuencia Alpha, pase a uno Beta en la mayoría de las zonas de la corteza cerebral.



Figura 3-6 Segunda maniobra.

3.2.3 Registro

- a) Al haber concluido el registro basal, se procedió al registro de la actividad cerebral durante la aplicación del instrumento (Figura 3-7). Los reactivos se presentaron en el orden que muestra el **Anexo 1**, considerando los tiempos establecidos para cada uno. Se utilizó la plataforma Google Forms para la presentación y aplicación del instrumento.



Figura 3-7 Participantes durante el registro de la actividad cerebral

- b) Antes de presentar el primer reactivo al estudiante, se le pidió que permaneciera en una posición cómoda, evitando realizar movimientos bruscos que pudieran desconectar los electrodos, o perturbar el registro.
- c) Se permitió al estudiante trabajar cada reactivo durante un tiempo máximo de 120 segundos. Este se consideró como finalizado cuando se agotó el tiempo asignado.
- d) Para evitar en medida de lo posible los artefactos fisiológicos, se realizó una pausa de 20 segundos entre el último reactivo realizado y la presentación del siguiente; este procedimiento se aplicó para todos los reactivos de los que consta el instrumento.

Tan pronto el participante concluyó con los reactivos, se procedió al retiro de los electrodos y a la limpieza de la superficie del cuero cabelludo y del equipo de registro EEG.

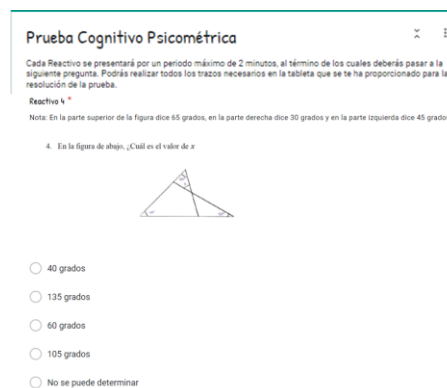


Figura 3-8 Instrumento-Prueba cognitivo-geométrica

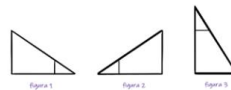
4 ANÁLISIS Y RESULTADOS

4.1 JUICIO DE EXPERTOS

La validación del instrumento se efectuó con la participación de tres expertos en el área de estadística, psicología y educación matemática. Todos los reactivos se evaluaron en tres criterios: claridad, coherencia y relevancia. Se solicitó a los jueces participar de esta evaluación en tres ocasiones con espacio de dos semanas entre ellas.

REACTIVO 3. Dimensiones evaluadas: Conocimiento conceptual/ Proceso cognitivo: Analizar *

3. ¿Cuál de las siguientes transformaciones realizadas en orden, puede usarse para que la figura 1 se convierta en la figura 2, y finalmente en la 3?



- e) Reflexión y luego traslación
- f) Reflexión y luego una rotación de $\frac{1}{4}$ en sentido de las manecillas del reloj.
- g) Rotación de 180° y luego traslación.
- h) Rotación de $\frac{1}{4}$ en contra del sentido de las manecillas del reloj y luego reflexión.

Este ejercicio requiere de manejo viso espacial, se considera de complejidad media y requiere conocimientos sobre simetría.

	1. No cumple	2. Nivel moderado	3. Nivel alto
claridad	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
coherencia	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
relevancia	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Figura 4-1 Formato para juicio de expertos

De los siete reactivos presentados a los expertos, se descartó uno pues no satisfizo el criterio de suficiencia, con un nivel de concordancia entre los expertos de 0.81 para “No satisface el criterio de relevancia”

4.1.1 Kappa de Cohen

Se obtuvo el promedio de los valores obtenidos en las evaluaciones de la primera y segunda medición de los seis reactivos sometidos al juicio de expertos. Se puede observar claramente que la concordancia intra-sujeto no fue fuerte para el criterio de *Claridad*; esto se atribuye a las

correcciones y mejoras que se realizaron a los reactivos en la primera medición, mejorando su redacción y siendo más explícitos en la instrucción.

Tabla 4.1 Concordancia Intra-sujeto en las primeras dos mediciones a) observador 1, b) observador 2, c) observador 3

a)			
Kappa de Cohen (medición 1 vs medición 2)			
Observador 1	Claridad	Coherencia	Relevancia
	0.74	0.88	0.93
b)			
Kappa de Cohen (medición 1 vs medición 2)			
Observador 2	Claridad	Coherencia	Relevancia
	0.69	0.8	0.88
c)			
Kappa de Cohen (medición 1 vs medición 2)			
Observador 3	Claridad	Coherencia	Relevancia
	0.72	0.83	0.9

Para verificar que se obtuvo una mejora en la *Claridad* ante las observaciones realizadas por los jueces, se evaluó la concordancia intra-sujeto para la segunda y última medición.

Tabla 4.2 Concordancia Intra-sujeto en segunda y tercera medición. a) observador 1, b) observador 2, c) observador 3

a)			
Kappa de Cohen (medición 2 vs medición 3)			
Observador 1	Claridad	Coherencia	Relevancia
	0.84	0.91	0.911
b)			
Kappa de Cohen (medición 2 vs medición 3)			
Observador 2	Claridad	Coherencia	Relevancia
	0.861	0.92	0.9
c)			
Kappa de Cohen (medición 2 vs medición 3)			
Observador 3	Claridad	Coherencia	Relevancia
	0.87	0.92	0.936

4.1.2 Kappa de Fleiss

Se utilizó el estadístico Kappa de Fleiss para evaluar la concordancia entre los tres jueces al cabo de la tercera sesión de medición.

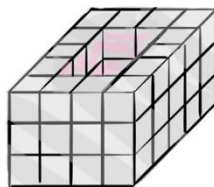
Tabla 4.3 Concordancia inter-sujeto promedio para todos los reactivos.

Kappa de Fleiss (medición 3)		
Claridad	Coherencia	Relevancia
0.91	0.921	0.898

Se observa concordancia **intra-sujeto** mayor a 0.8 en las mediciones dos y tres, mientras que la concordancia **inter-sujeto** fue mayor a 0.9 en los criterios de *Claridad* y *Coherencia*, y mayor a 0.8 en el de *Relevancia*. Habiendo realizado las modificaciones pertinentes a partir de los comentarios oportunos de los expertos en la primera medición, y después de obtener valores de concordancia aceptables, podemos confiar en la validez de la prueba cognitivo-psicométrica.

Análisis Comportamental

De las 24 pruebas realizadas, el reactivo 1 (**Imagen 4.1**) es en el que se obtuvo una mayor cantidad de respuestas correctas (70.8%).



La figura anterior muestra una forma construida con cubos del mismo tamaño. Hay un hoyo en medio de la figura, y este atraviesa desde arriba hasta abajo. ¿Cuántos cubos se necesitan para rellenarla?

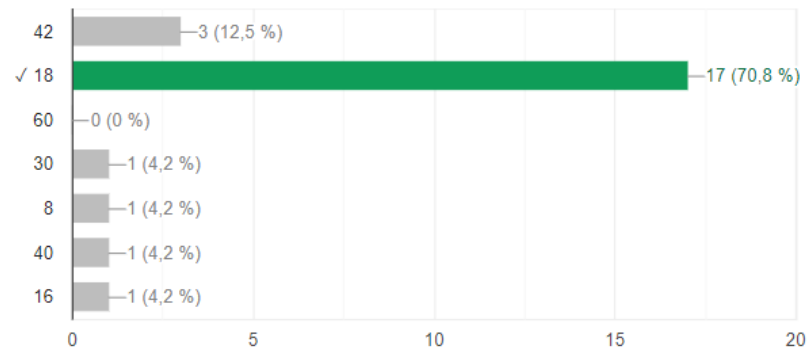
Imagen 4.1 Reactivo 1, con mayor porcentaje de respuestas correctas dentro del grupo de participantes

Por otro lado, el reactivo 2 es en el que se obtuvo la menor cantidad de respuestas correctas (16.7%), y una variedad de respuestas distintas

1.

Reactivo 1

17 de 24 respuestas correctas



2. Un reloj marca las 6:20 am, ¿cuántos grados debe recorrer la manecilla del minutero para que el reloj marque las 8:00 am?

Reactivo 2

4 de 24 respuestas correctas

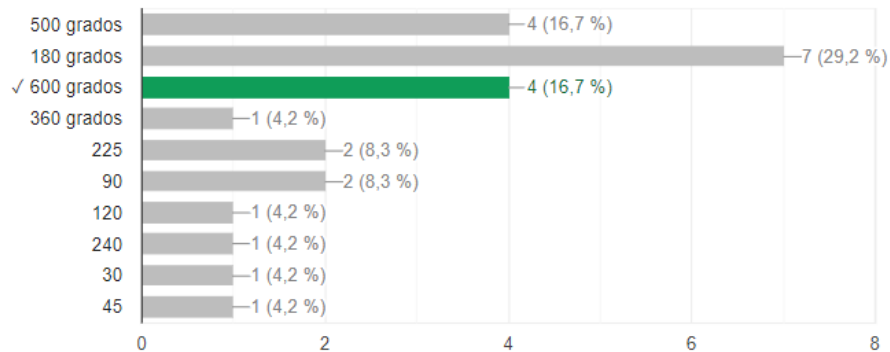


Imagen 4.2 Reactivo 2, con mayor porcentaje de respuestas incorrectas dentro del grupo de participantes.

Se analizó la distribución del tiempo por reactivo, para todos los participantes (**Imagen 4.3**). Los tiempos de resolución para los reactivos 3, 5 y 6 resultan estar más agrupados que los tiempos para los reactivos 1,2 y 4.

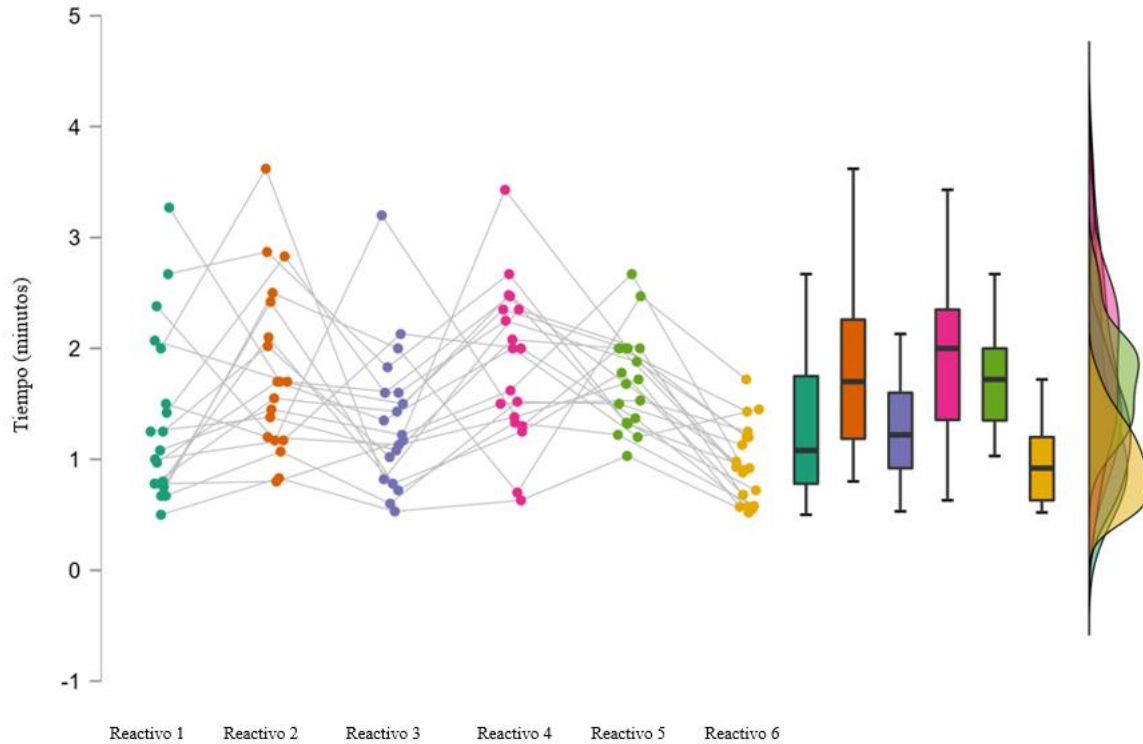


Imagen 4.3 Distribución de tiempos de resolución para todos los participantes

Se aplicó una prueba de normalidad Shapiro-Wilks a la distribución de los tiempos de resolución de los reactivos. Con valores p mayores a 0.001, y $\alpha=0.05$, no se rechaza la hipótesis de normalidad

Tabla 4.4 Prueba Shapiro-Wilks de normalidad para la distribución de los tiempos de resolución.

Test of Normality (Shapiro-Wilk)

		W	p
Dur.min	A	0.984	0.968
	R	0.934	0.383

Note. Significant results suggest a deviation from normality.

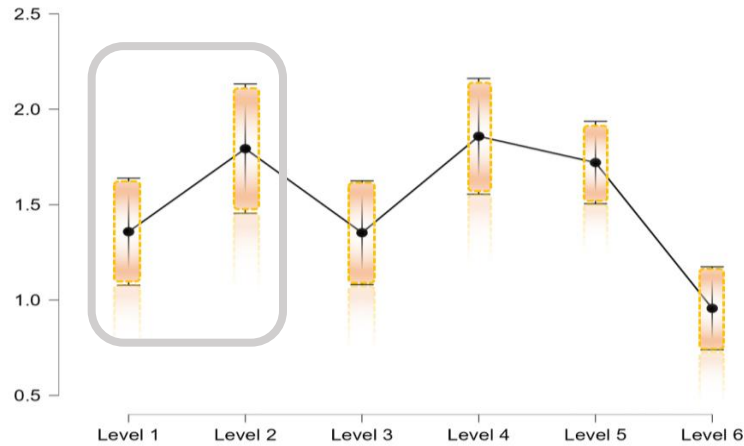


Imagen 4.4 Error estándar para los tiempos de resolución

Se planteó la hipótesis de investigación sobre la existencia de diferencia significativa entre los tiempos de resolución de todos los reactivos. A través de una prueba ANOVA de medidas repetidas, se respaldó la hipótesis con un valor $p < 0.01$, para los reactivos 1 y 2.

Tabla 4.5 RM-ANOVA para efectos intra-sujetos

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	η^2	η_p^2
time	10.699	5	2.140	6.826	< .001	0.198	0.286
time * EVAL.NO	2.647	5	0.529	1.689	0.146	0.049	0.090
Residuals	26.646	85	0.313				

Note. Type III Sum of Squares

Por otro lado, la hipótesis que plantea una diferencia significativa en los tiempos de resolución debido al resultado del reactivo no se respalda, pues una prueba ANOVA de medidas repetidas arroja un valor $p = 0.122$.

Tabla 4.6 RM-ANOVA para efectos entre sujetos

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	η^2	η_p^2
EVAL.NO	1.888	1	1.888	2.656	0.122	0.035	0.135
Residuals	12.084	17	0.711				

Note. Type III Sum of Squares

De las 24 pruebas que se aplicaron, se desecharon 5 por pérdida de información en el registro biométrico. Se muestran los estadísticos descriptivos por reactivo en los 19 registros.

Tabla 4.7 Descriptivos de los tiempos de duración para todos los reactivos

Descriptive Statistics	Reactivo1		Reactivo2		Reactivo 3		Reactivo 4		Reactivo 5		Reactivo 6		Dur.min		calif		Edad	
	R1 t		R2 t		R3 t		R4 t		R5 t		R6 t		A	R	A	R	A	R
	A	R	A	R	A	R	A	R	A	R	A	R	A	R	A	R	A	R
Valid	6	13	6	13	6	13	6	13	6	13	6	13	6	13	6	13	6	13
Missing	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mean	0.8950	1.572	1.998	1.699	1.017	1.508	1.502	2.023	1.590	1.782	0.9033	0.9815	7.902	9.565	7.500	3.333	21.83	21.46
Std. Deviation	0.5500	0.7842	1.048	0.6255	0.5788	0.6250	0.7886	0.6279	0.5430	0.3850	0.4680	0.3036	2.621	1.779	1.394	1.361	4.215	6.306
Minimum	0.5000	0.7800	0.8300	0.8000	0.5300	0.7800	0.6300	1.250	1.030	1.200	0.5200	0.5700	4.050	7.030	6.667	1.667	17.00	14.00
Maximum	2.000	3.270	3.620	2.870	2.000	3.200	2.480	3.430	2.470	2.670	1.720	1.450	11.33	12.08	10.00	5.000	29.00	36.00

El diseño del experimento se vio afectado por la selección de los participantes y por factores relacionados con sus **procesos cognitivos** al momento de resolver la prueba cognitivo-psicométrica, sin embargo, la validez interna logró conservarse, pues se desarrollaron lecturas e interpretaciones apegadas al más reciente desarrollo teórico y experimental, que contempla un buen uso del instrumento que captura cuantitativamente (electroencefalografía EEG) las señales generadas por los procesos cognitivos en la resolución de los reactivos.

Se seleccionaron tres registros electroencefalográficos de forma aleatoria, y de acuerdo con los resultados mostrados en esta sección, resultó adecuado para este proceso de investigación, presentar el análisis de los procesos cognitivos a lo largo de dos categorías: concentración y etapa de resolución de problemas. De acuerdo con la dispersión en los tiempos de resolución de los reactivos, se mostrarán los resultados en el siguiente orden:

- Reactivos 1 y 2 que mostraron diferencia significativa en los tiempos de resolución.
- Reactivos 3 y 6 que mostraron poca dispersión en los tiempos de resolución.

4.2 ANÁLISIS DE FRECUENCIAS (EEG)

Para poder caracterizar los resultados de señales que se pudieron visualizar en los registros de los participantes, es necesario estudiar la frecuencia de interés e intentar filtrar aquellas partes de la señal que producen distorsión en el registro o ruido. De acuerdo con los protocolos seguidos en pruebas neurofisiológicas (Yamada & Meng, 2020), el rango de frecuencias presentes en un EEG que son de interés de estudio clínico y/o de investigación, se encuentran en el rango de 5-50 Hz. Para estos propósitos, fue necesario utilizar un filtro pasa altos de 0.5 Hz y un filtro pasa bajos de

60 Hz. El filtro pasa altos permitió eliminar artefactos de baja frecuencia, tales como señales correspondientes a artefactos de movimiento, mientras que el filtro pasa bajos nos permite eliminar artefactos de alta frecuencia, como lo son señales electromiográficas (o musculares) causadas por la contracción de las fibras musculares de cara, manos, tronco y extremidades. El cambio de fase producido por el filtrado afecta a todos los canales por igual por lo que no impide la obtención de señales relevantes. Con estas restricciones causadas por el filtrado se tiene una idea de los tipos de registros (frecuencias Beta y Alfa) que se desean obtener, y finalmente relacionar estos con los procesos cognitivos involucrados en la tarea matemática-geométrica y ubicarlos temporalmente en las etapas de resolución de problemas.

En la actividad cerebral relacionada con alto desempeño intelectual, como pueden ser la generación de imágenes mentales, el diseño de soluciones y la toma de decisiones, podemos esperar una alta activación en la corteza prefrontal, en los lóbulos temporales y en el lóbulo occipital expresada a través de la presencia de actividad Beta y Alfa.

4.2.1 Concentración

La atención es el proceso por el cual podemos elegir entre muchos estímulos en competición presentes en nuestro entorno, lo que facilita el procesamiento de unos al mismo tiempo que se inhibe el procesamiento de otros. Esta selección puede ser motivada por factores endógenos como nuestras metas (en el caso de esta prueba podría ser seguir una instrucción) o por factores exógenos como un estímulo destacado o nuevo que capta la atención, apartándola de la tarea en curso (por ejemplo, un ruido muy fuerte o una luz muy brillante)(Smith & Kosslyn, 2008).

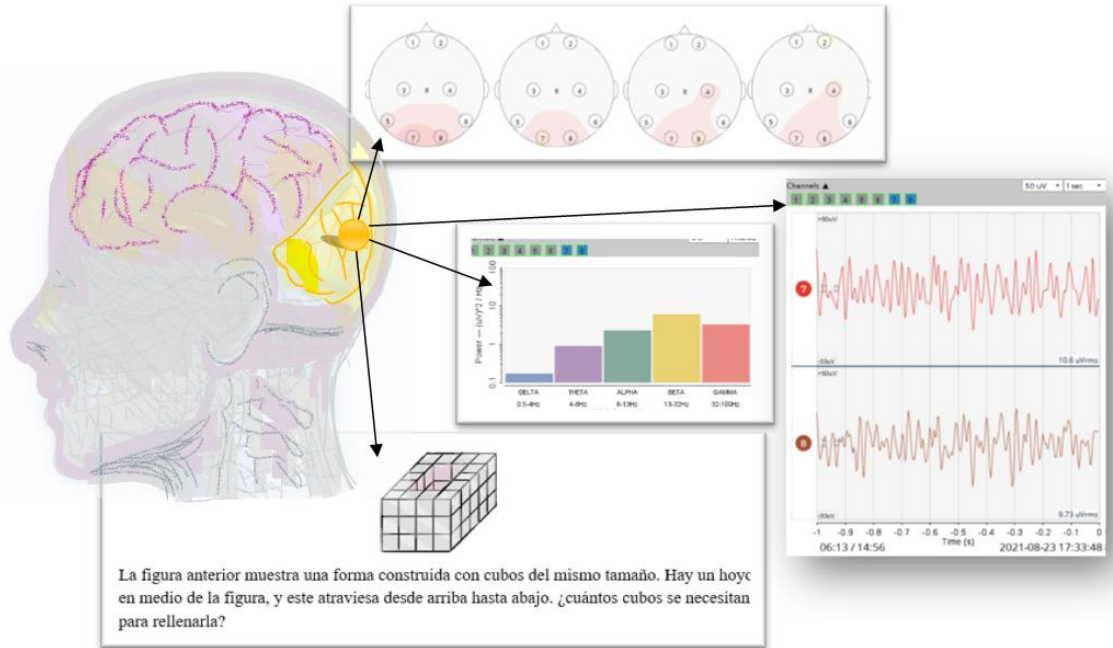
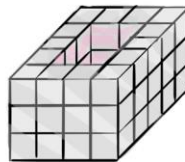


Imagen 4.5 Mapeo cerebral y bandas de frecuencia en la corteza visual del lóbulo occipital



La figura anterior muestra una forma construida con cubos del mismo tamaño. Hay un hoyo en medio de la figura, y este atraviesa desde arriba hasta abajo. ¿Cuántos cubos se necesitan para rellenarla?

Imagen 4.6 Reactivo 1 de la prueba cognitivo-psicométrica

Se observa en el reactivo 1 que dirigir la atención hacia un estímulo (en este caso la imagen) resulta en un aumento en la amplitud de onda en un lapso breve de 70 a 90 milisegundos después de presentar el estímulo. Estos cambios se registran en la primera onda positiva, P1 en las regiones laterales occipitales del cuero cabelludo (en lo que respecta al sistema visual).

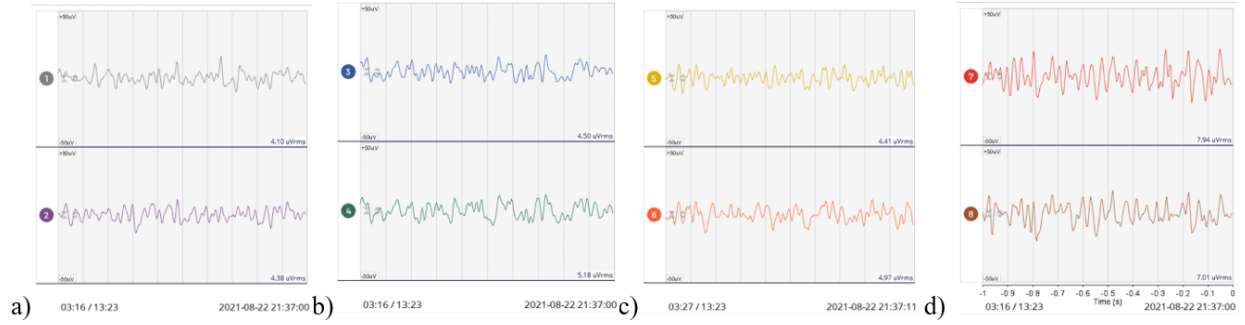
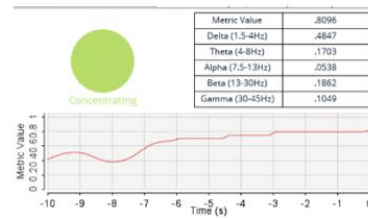
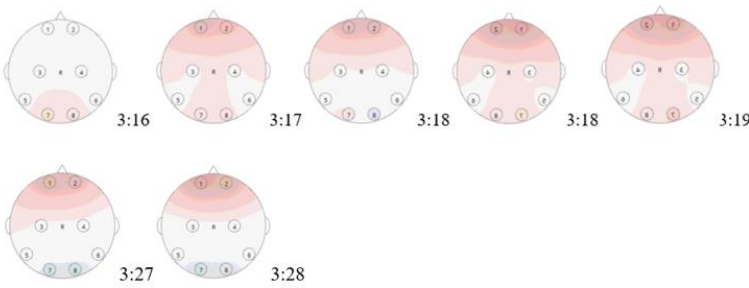


Imagen 4.7 Reactivo 1: Series de tiempo del participante A con filtro Notch a 60 Hz y filtro BP 5-50 Hz, amplitud 50 mV. a) ondas beta en canales FP1 y FP2, b) ondas beta en canales C3 y C4, c) ondas beta en canales T5 y T6, d) ondas alfa en canales O7 y O8

Participante A



Participante C

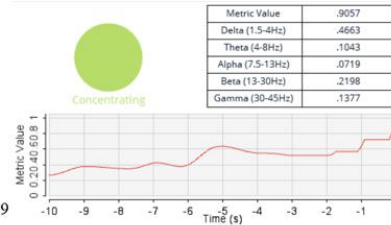
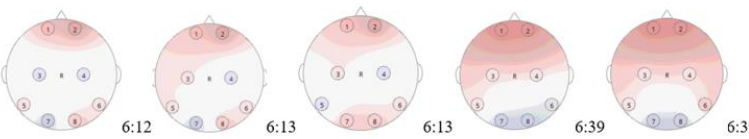


Imagen 4.8 Mapeo cerebral intensidad 1x con suavidad 0.9 ambas polaridades

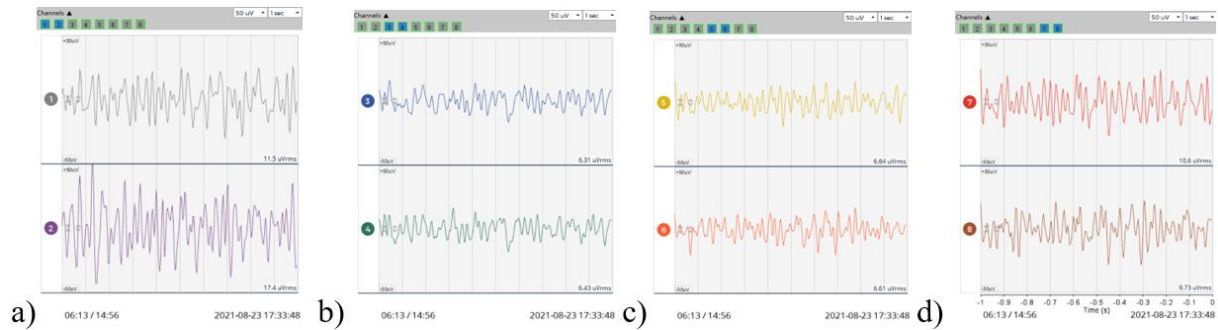
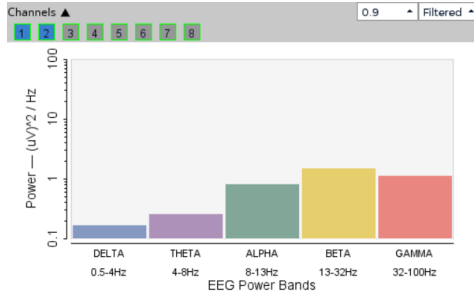
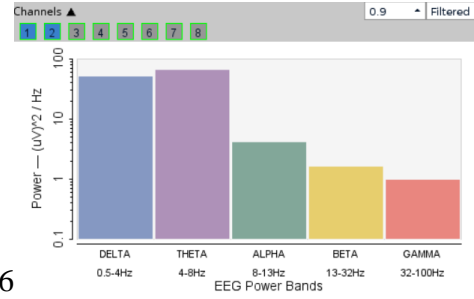


Imagen 4.9 Series de tiempo del Participante C filtrado Notch a 60 Hz y BP 5-50 Hz, amplitud 50 mV a) ondas alfa en canales FP1 y FP2, b) Ondas beta en canales C3 y C4, c) ondas beta en canales T5 y T6, d) ondas alfa en canales O7 y O8

Actividad Canales 1,2 Participante A

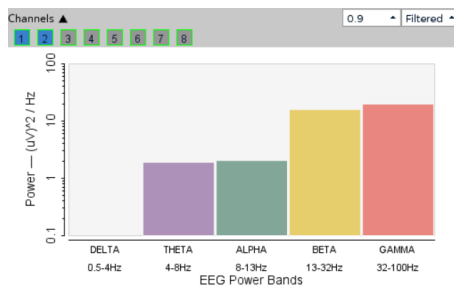


3:16

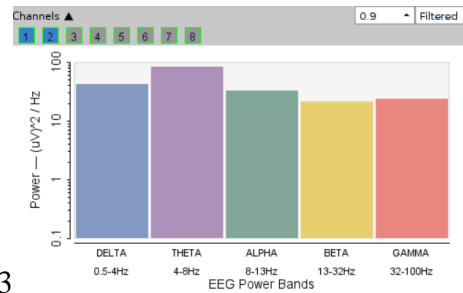


3:28

Actividad Canales 1,2 Participante C

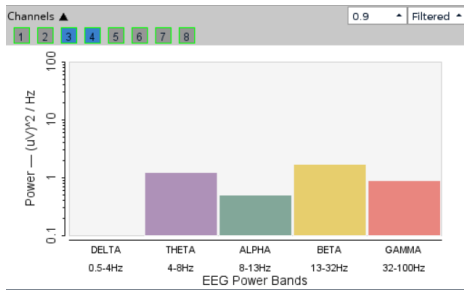


6:13

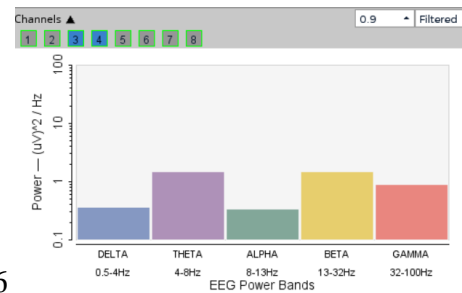


6:39

Actividad Canales 3,4 Participante A

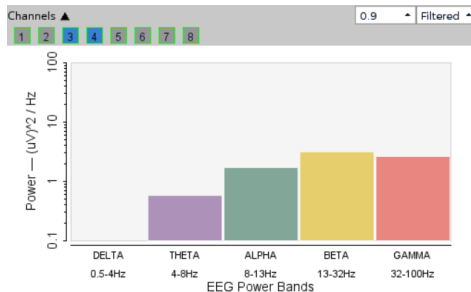


3:16

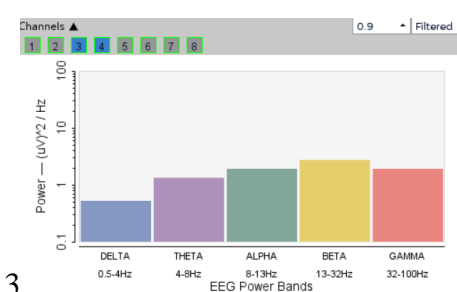


3:27

Actividad canales 3,4 Participante C

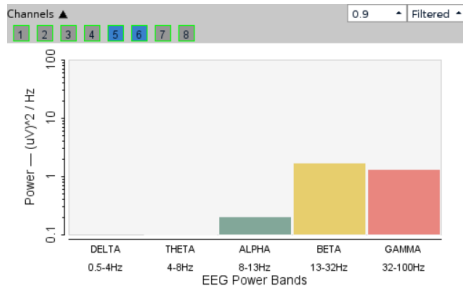


6:13

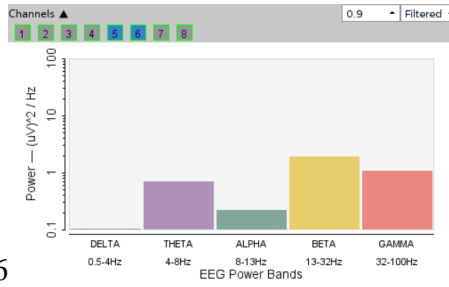


6:39

Actividad Canales 5,6 Participante A

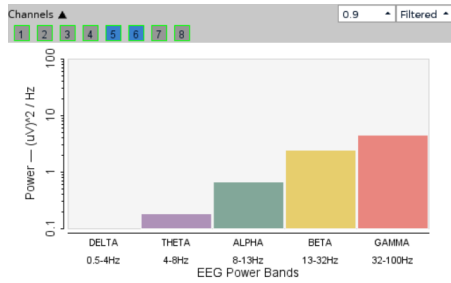


3:16

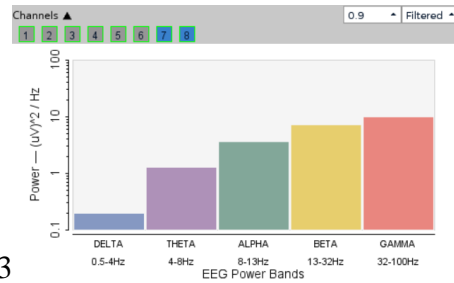


3:27

Actividad canales 5,6 Participante C

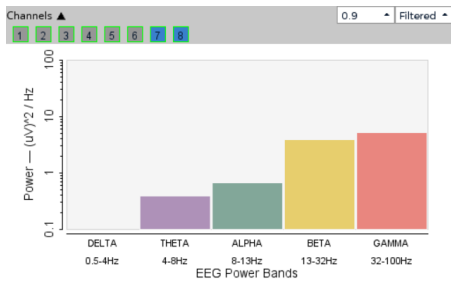


6:13

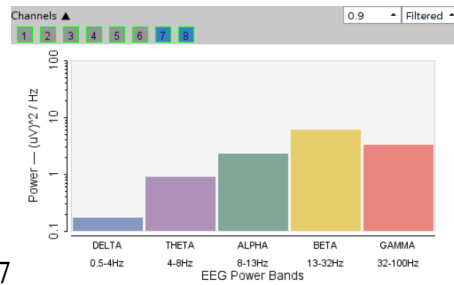


6:39

Actividad Canales 7,8 Participante A

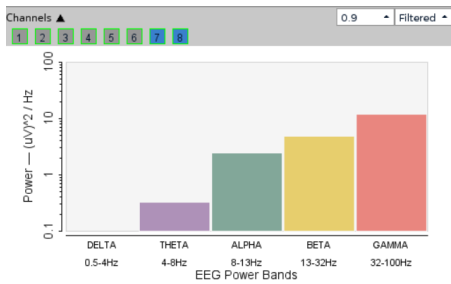


3:17

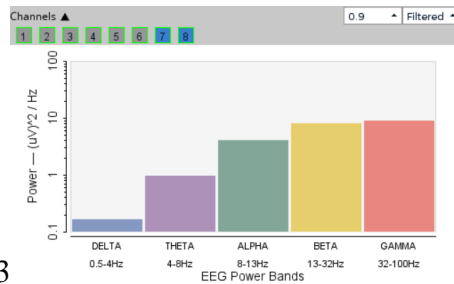


3:27

Actividad Canales 7,8 Participante C



6:13



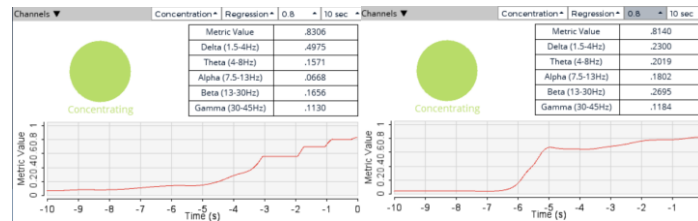
6:39

Reactivo 2

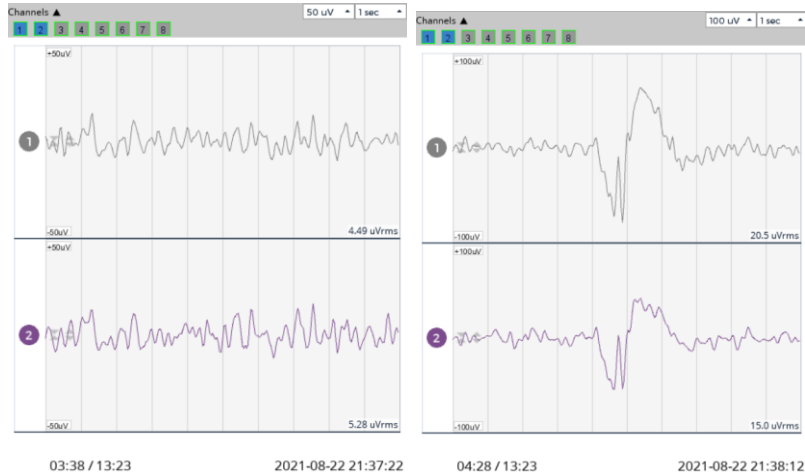
Un reloj marca las 6:20 am. ¿Cuántos grados debe recorrer la manecilla del minutero para que el reloj marque las 8:20 am?

Se observan frecuencias beta, cuando se refiere a concentración, pero estas frecuencias también se pueden referir a rumiación (vanVugt et al., 2012). Hay activación fuerte de frecuencias beta, y región occipital en la corteza visual; se presume que la ausencia de imagen podría motivar la evocación de una imagen mental.

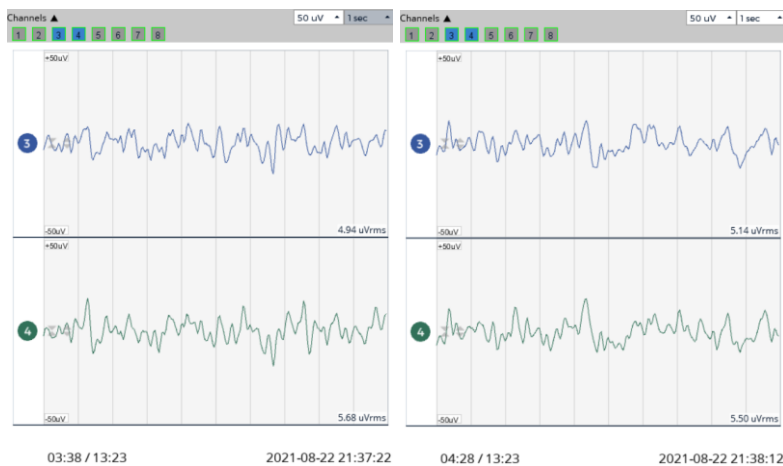
Series de tiempo (Reactivo 2)



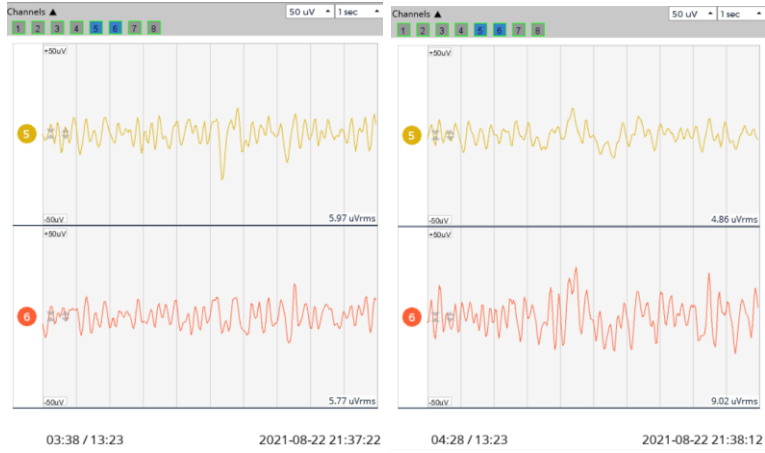
Participante A FP1 y FP2



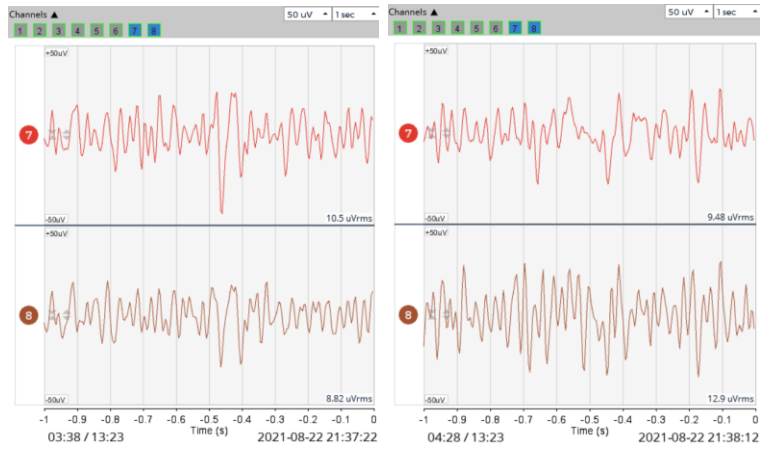
Canales C3 y C4



Canales T5 y T6



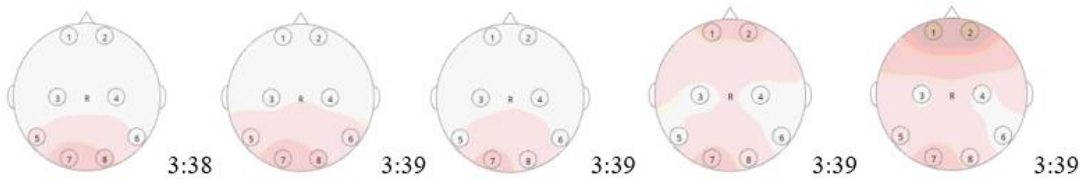
Canales O1 y O2



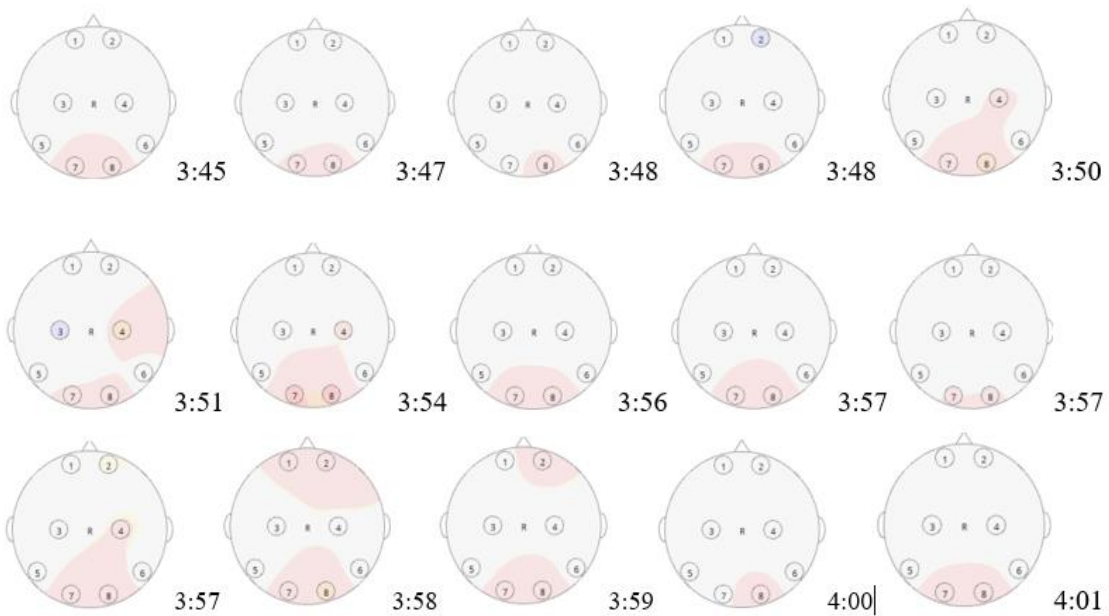
Mapa Cerebral (reactivo 2)

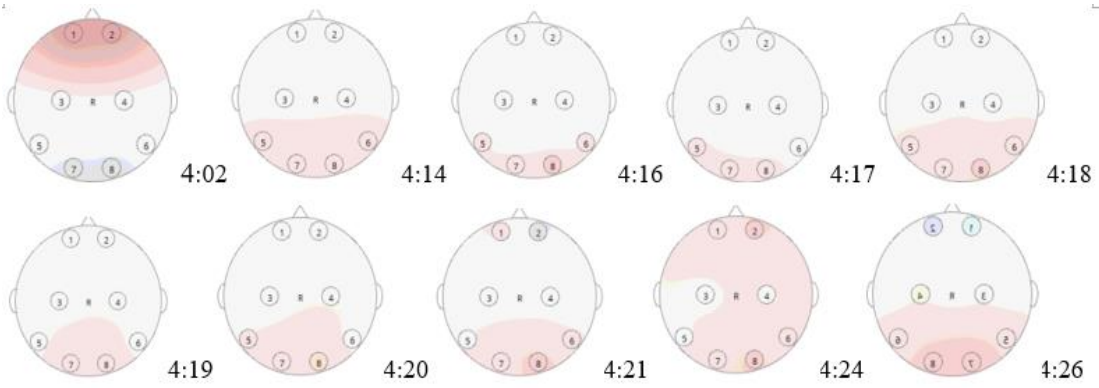
El mapeo cerebral es una técnica cartográfica que muestra representaciones espaciales asociadas a los niveles de activación eléctrica presentes en cada una de las zonas donde se colocaron los electrodos. A mayor intensidad en el color, mayor activación. Mapeos bicolores (azul y rojo) representan la polaridad de la onda.

Participante A



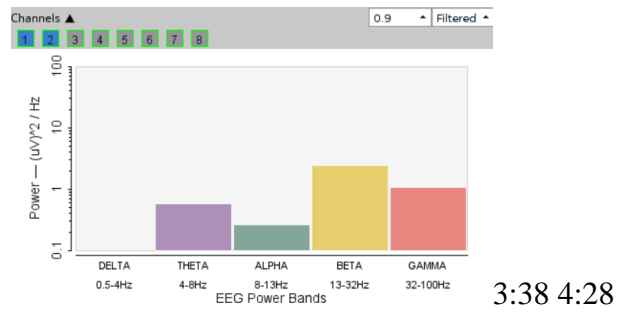
Participante B



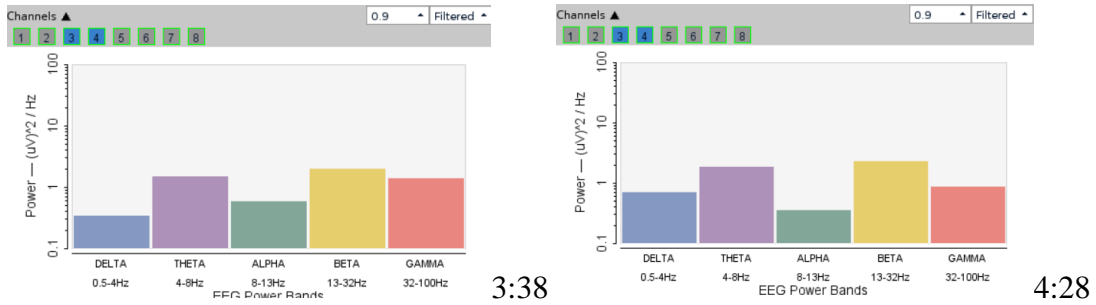


Bandas de frecuencia (Reactivo 2)

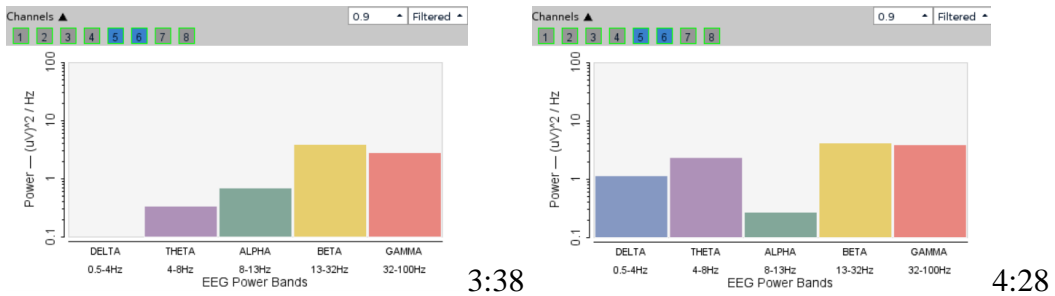
Canales FP1 y FP2 Participante A



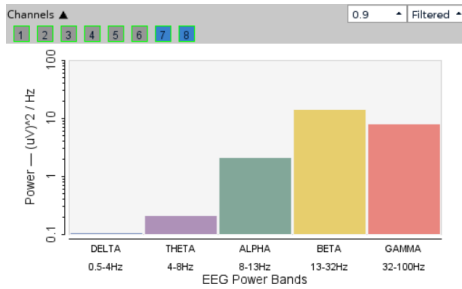
Canales C3 y C4 Participante A



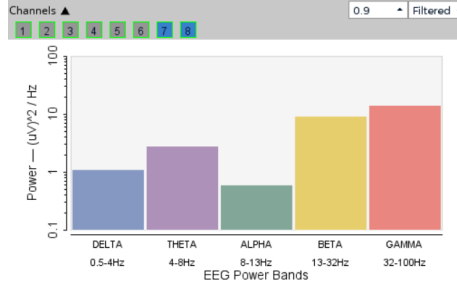
Canales T5 y T6 Participante A



Canales O1 y O2 Participante A



3:38



4:28

Entre las zonas implicadas están la corteza posterior del cíngulo, la corteza prefrontal medial, el giro angular. La red por defecto está activa cuando no pensamos en nada en concreto y al parecer en esa supuesta inactividad se encarga de cosas importantes: clasificar y seleccionar las memorias, planificar y repasar posibles escenarios futuros y ordenar la nueva información.

Las razones por los que puede presentarse desconcentración son variadas y pudieron observarse mientras se realizaron los registros: ruido súbito, el aviso visual o sonoro que nos indica que acabamos de recibir un mensaje en el teléfono o si alguien nos toca el hombro o nos habla.

Es difícil mantenerse concentrado, debido a la gran cantidad de estímulos del entorno La amígdala se activa rápida y automáticamente en respuesta a estímulos sociales. La investigación en neurociencia muestra que las personas no solo son muy sensibles a la carga emocional de sus percepciones, sino que también son incapaces de ignorarla, lo que provoca que se les complique concentrarse.

4.2.2 Definición

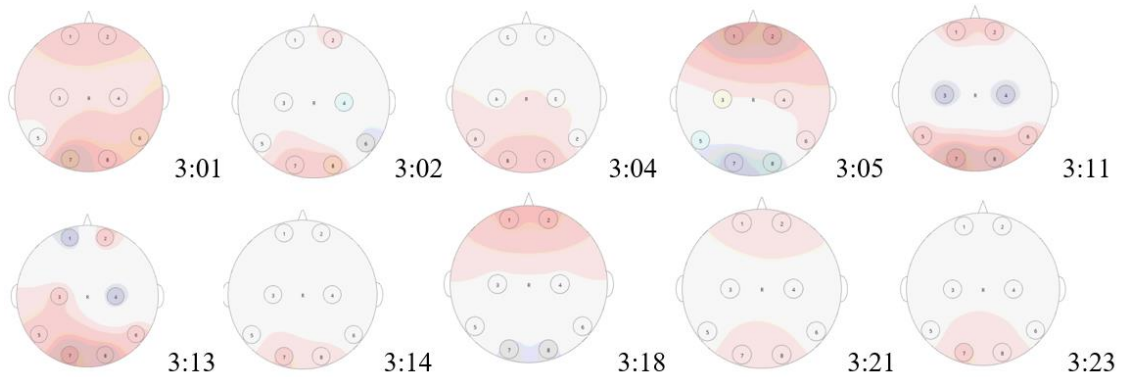
Esta primera fase contempla el tiempo de lectura del reactivo, justo antes de comenzar con la decodificación. Entre las regiones activas en esta fase se encuentran la circunvolución lingual bilateral, el precúneo y el núcleo caudado, típicamente involucrados en la orientación de la atención, la mirada y la búsqueda visual. Podemos ver activación en corteza prefrontal, lóbulo occipital en la corteza visual. También necesitan identificar cualquier requisito que presente el reactivo. Así, en esta fase van definiendo el problema que tendrán que resolver.

Mapa Cerebral

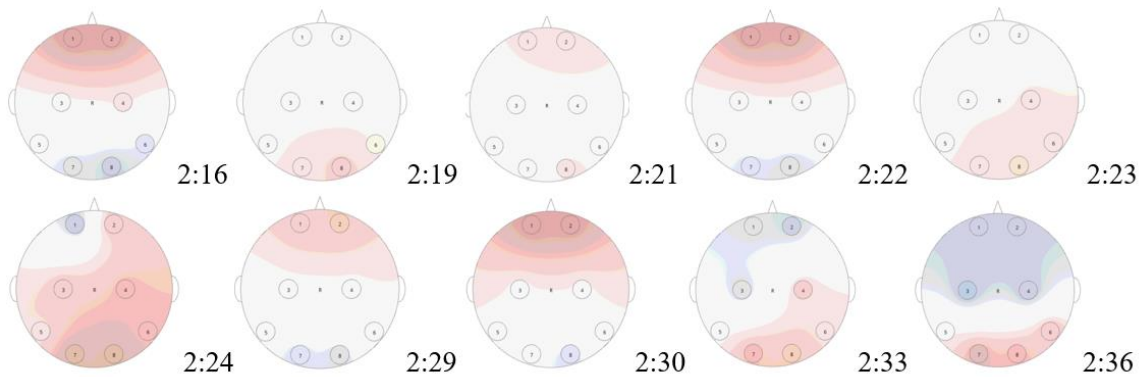
Reactivo 1

El mapeo cerebral es una técnica cartográfica que muestra representaciones espaciales asociadas a los niveles de activación eléctrica presentes en cada una de las zonas donde se colocaron los electrodos. A mayor intensidad en el color, mayor activación. Mapeos bicolores (azul y rojo) representan la polaridad de la onda.

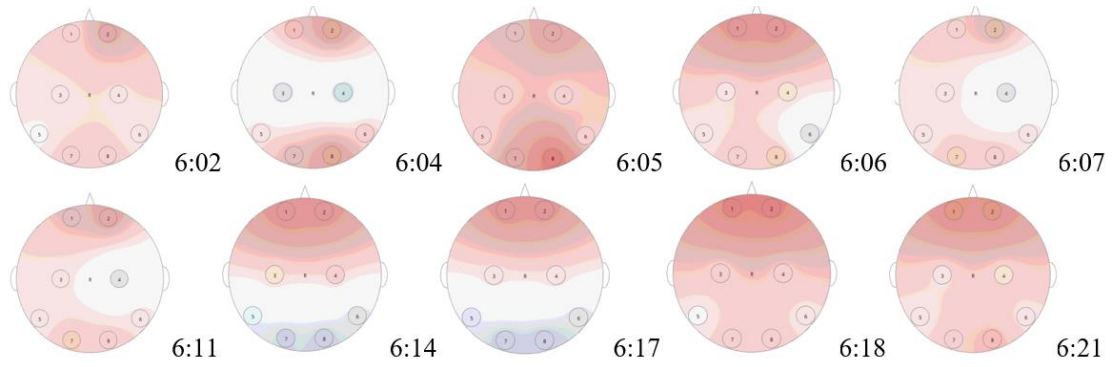
Participante A



Participante B



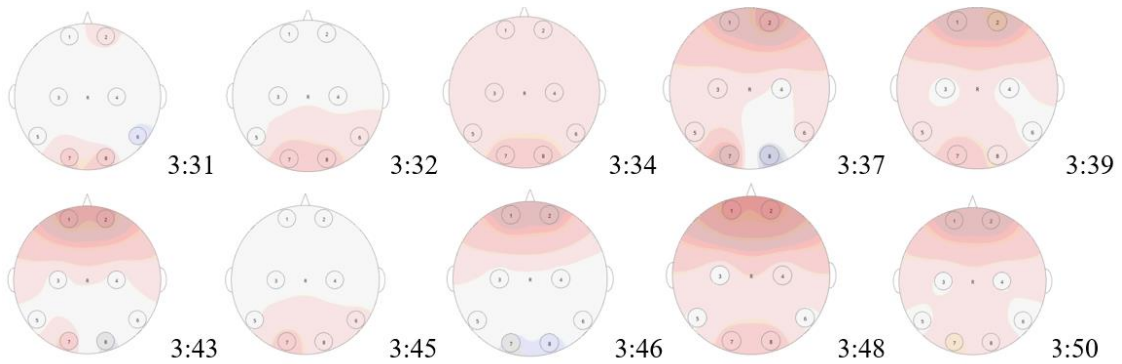
Participante C



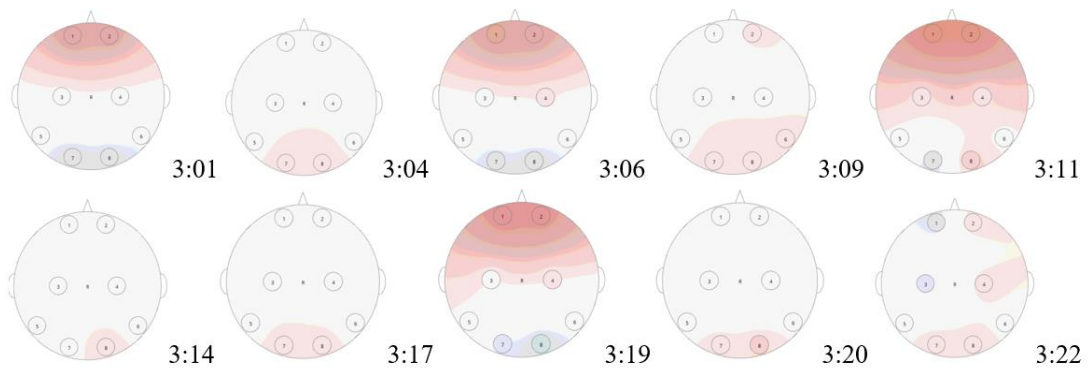
La activación sube y baja durante el comienzo. La activación se incrementa al final de la lectura y se estabiliza.

Reactivo 2

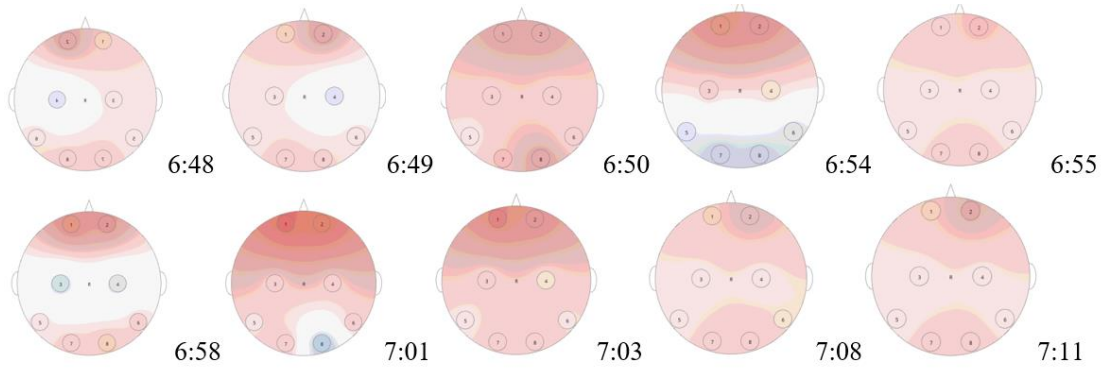
Participante A



Participante B



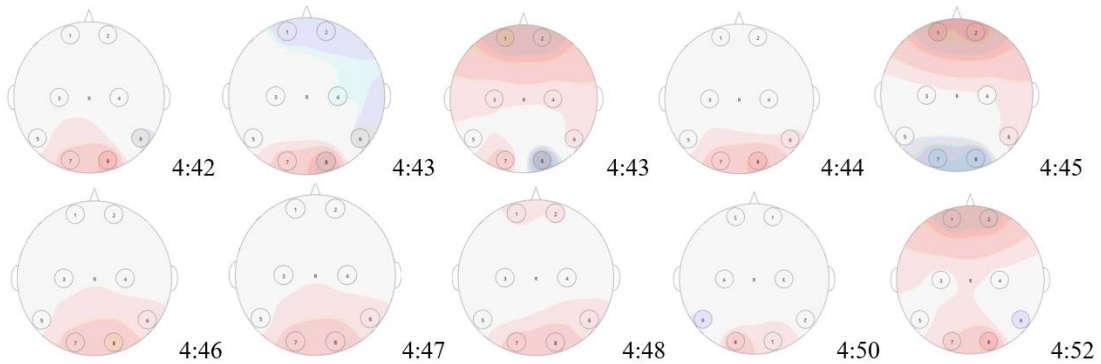
Participante C



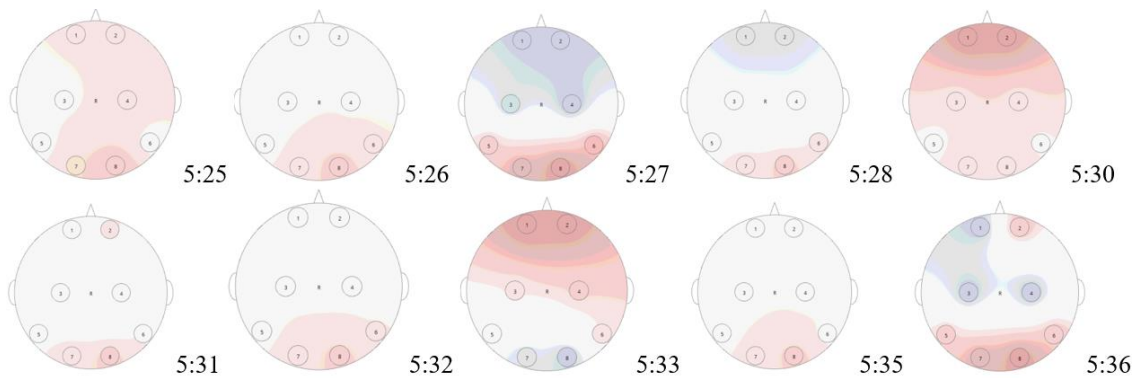
Creemos que durante este estado los participantes están buscando la imagen del texto, o evocar una imagen mental para el caso del reactivo 2

Reactivo 3

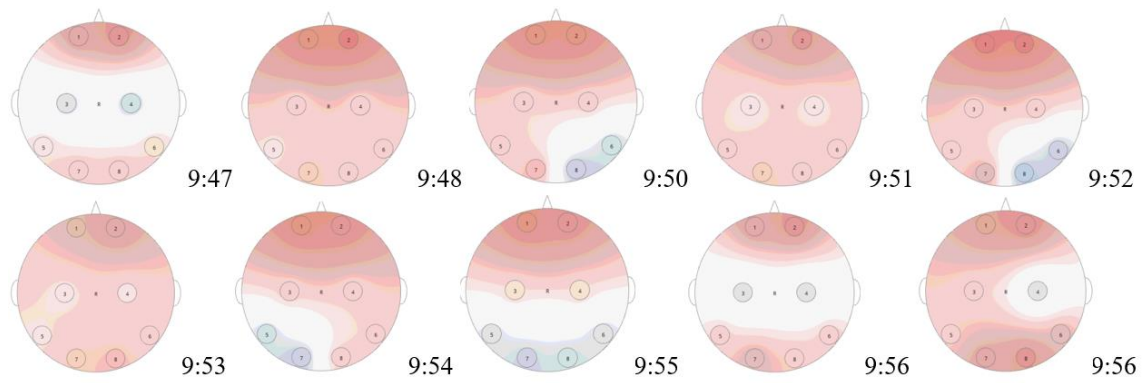
Participante A



Participante B

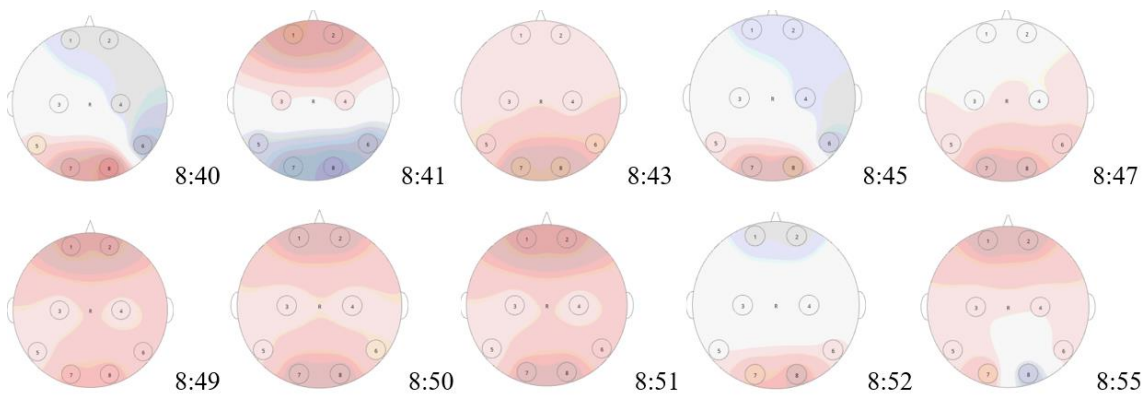


Participante C

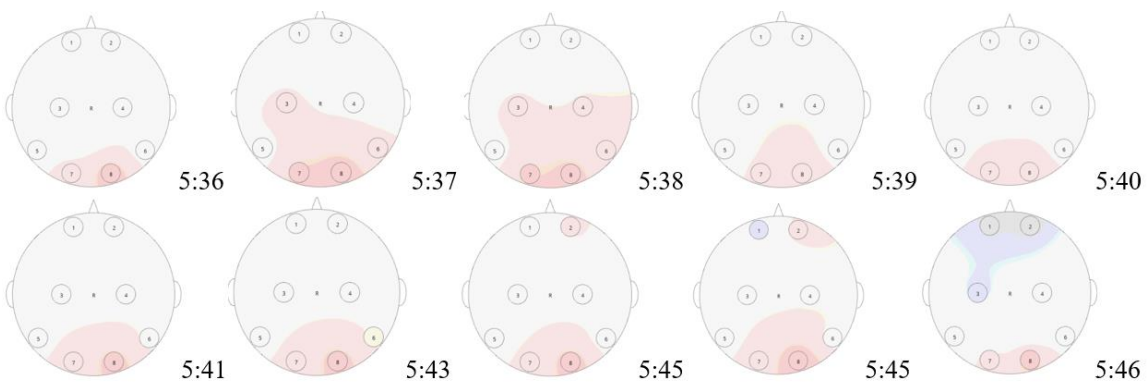


Reactivo 6

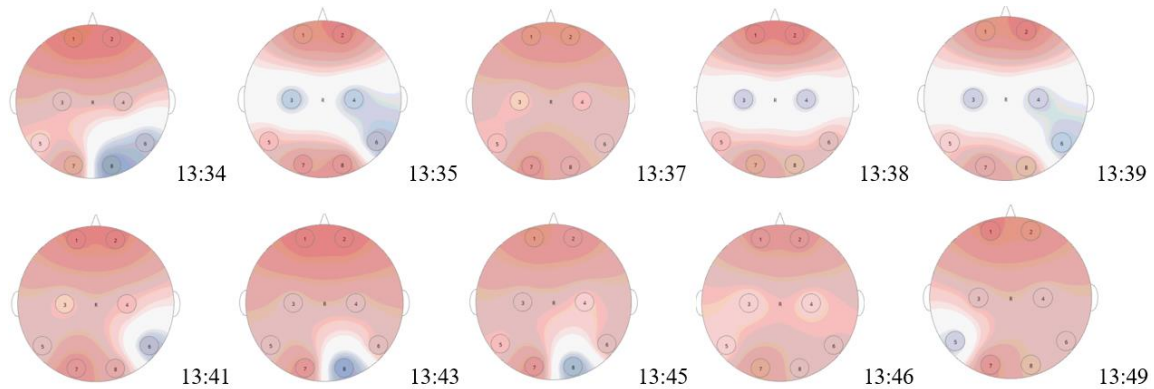
Participante A



Participante B



Participante C



Entre las regiones altamente activas en esta fase se encuentran la circunvolución lingual bilateral, el precúneo y el núcleo caudado, típicamente involucrados en la orientación de la atención, la mirada y la búsqueda visual. También existe actividad en los lóbulos occipitales, lóbulo frontal, las regiones del cíngulo posterior y del hipocampo, que a menudo se consideran regiones de modo predeterminado.

4.2.3 Codificación

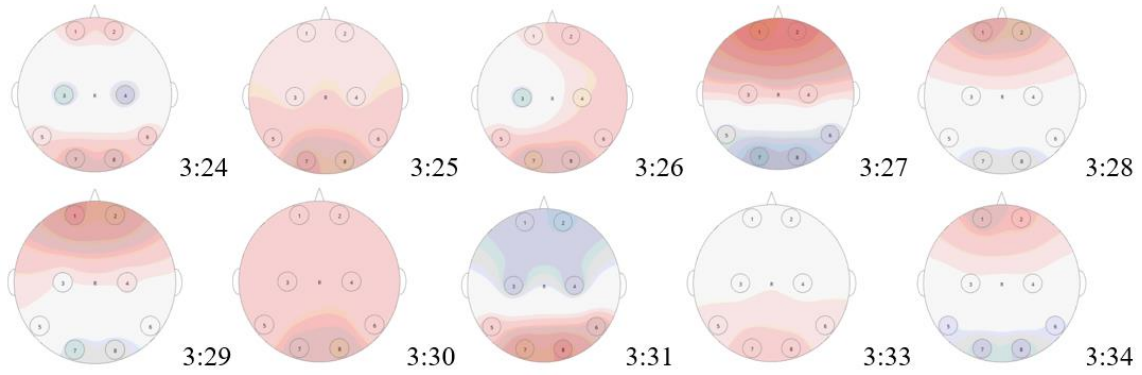
La fase de codificación del problema muestra áreas de alta actividad para estas tareas, entre las que se encuentra las áreas visuales y las áreas parietales. Entre las regiones que muestran mayor activación en esta fase están las áreas fusiformes que están asociadas con el reconocimiento de detalles visuales finos.

Mapa Cerebral

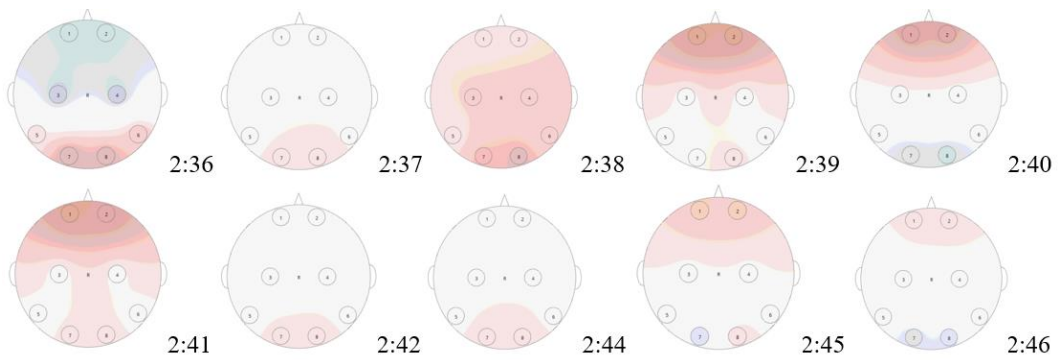
Reactivo 1

El mapeo cerebral es una técnica cartográfica que muestra representaciones espaciales asociadas a los niveles de activación eléctrica presentes en cada una de las zonas donde se colocaron los electrodos. A mayor intensidad en el color, mayor activación. Mapeos bicolores (azul y rojo) representan la polaridad de la onda.

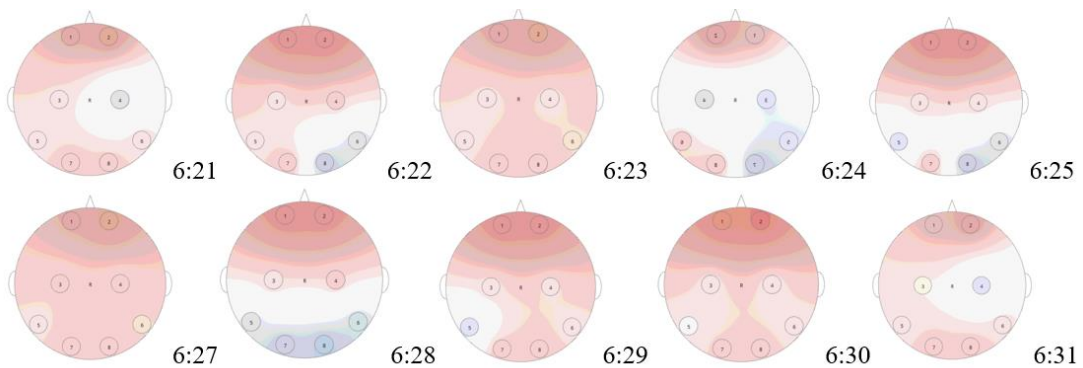
Participante A



Participante B



Participante C

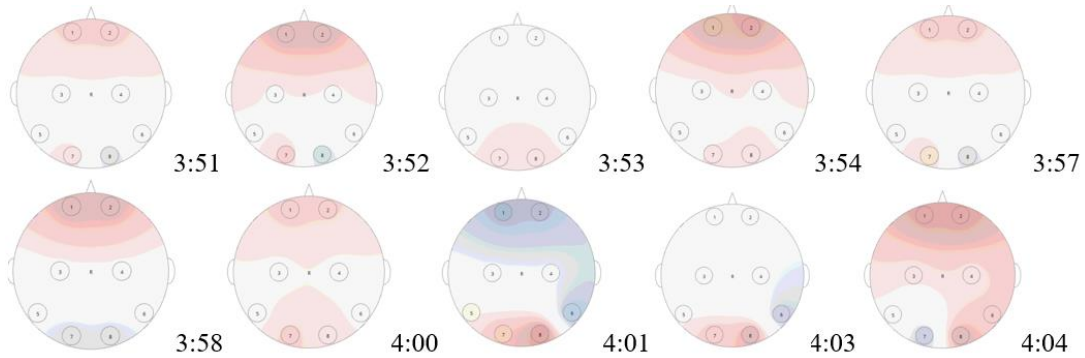


La activación comienza suave y se incrementa constantemente. Se sospecha que existió un momento de relectura dentro de la etapa de codificación o una vuelta a la fase de definición.

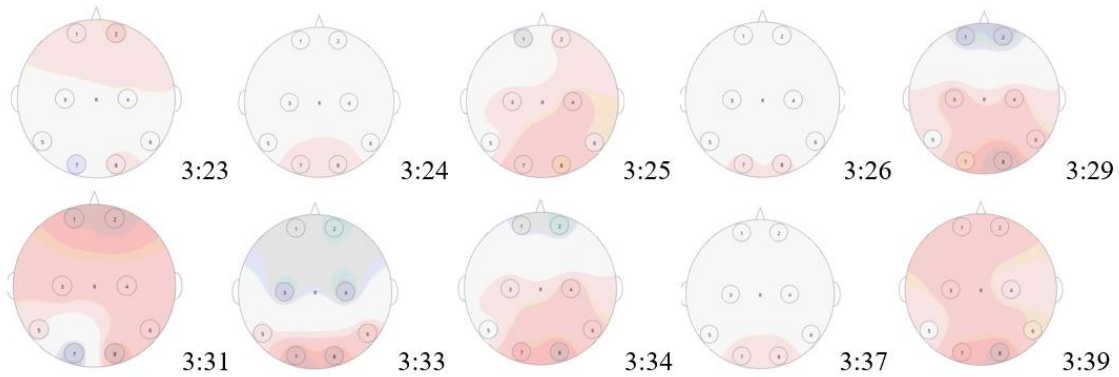
Reactivo 2

Al observar las bandas de frecuencia, se observa la presencia de frecuencia beta, que se definen mejor en ubicaciones centrales y frontales, con menor amplitud que las ondas alfa. Se mejoran con los cálculos mentales, la expectativa o la tensión sobre toda la superficie del cuero cabelludo.

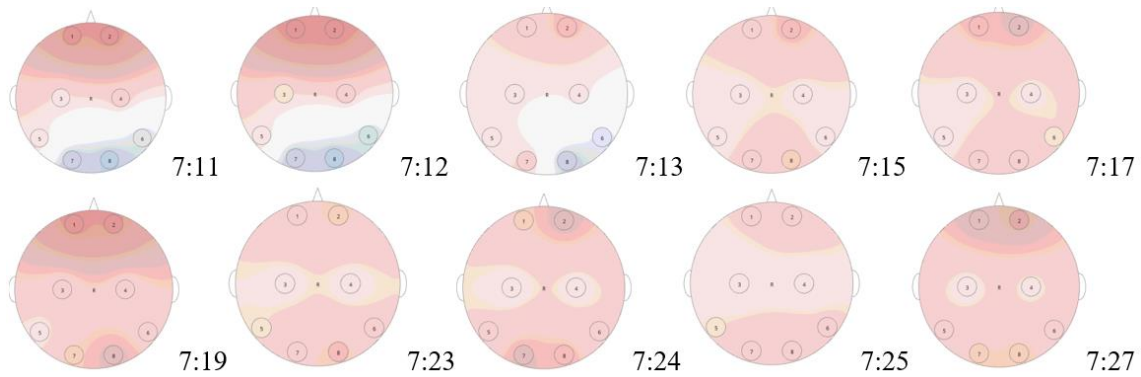
Participante A



Participante B



Participante C

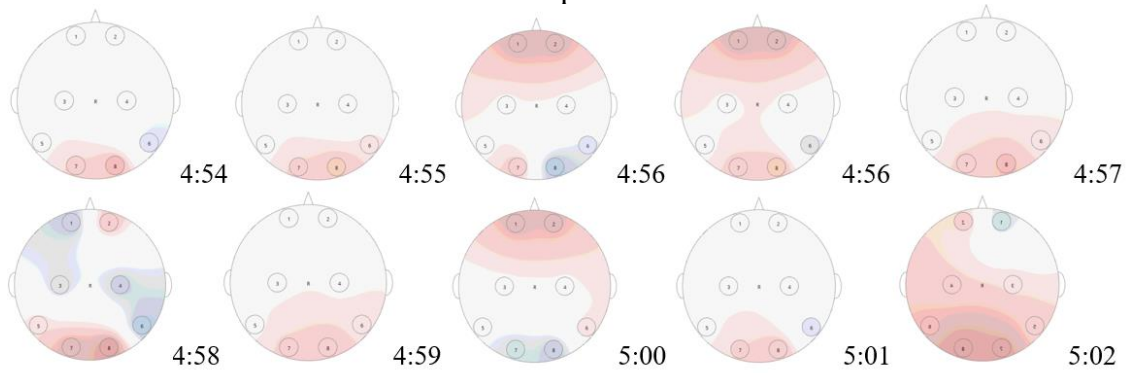


Tomamos esto como evidencia de que esta es la fase durante la cual los participantes codifican los números y las operaciones que necesitan reconocer y realizar para producir su respuesta.

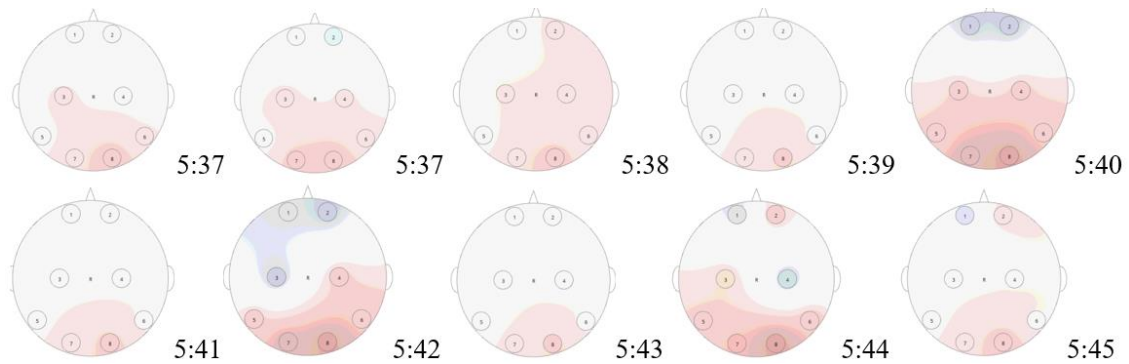
Gran parte del área visual es significativamente más activa en la fase de codificación que en la fase de definición.

Reactivo 3

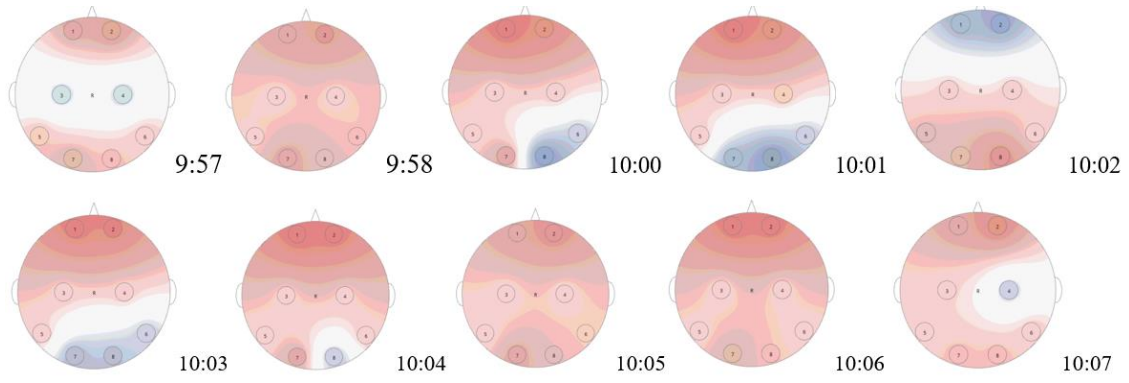
Participante A



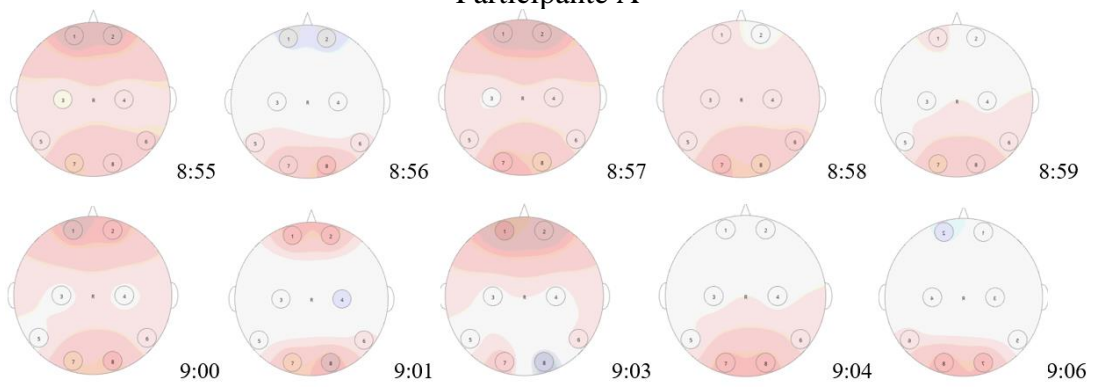
Participante B



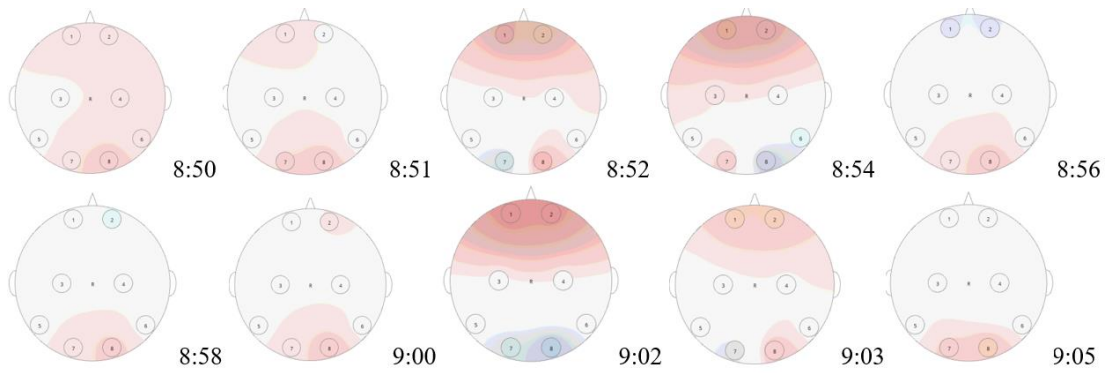
Participante C



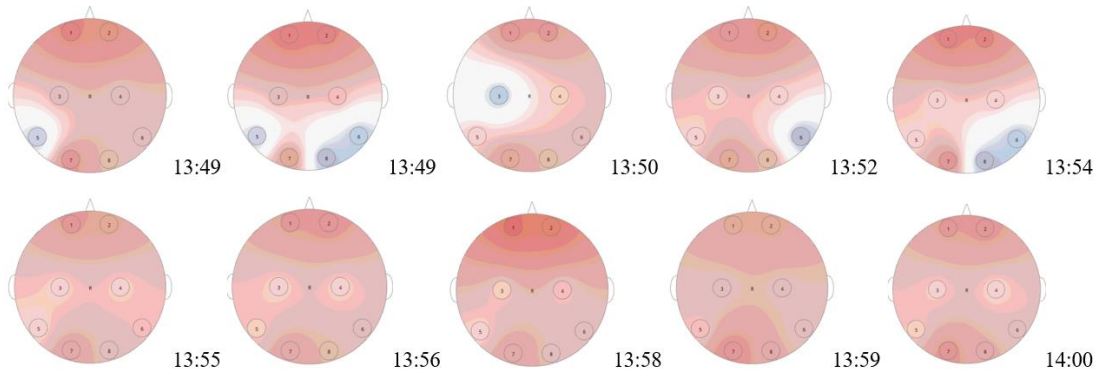
Reactivo 6
 Participante A



Participante B



Participante C



CONCLUSIONES

Lo obtenido tras el registro electroencefalográfico nos sugiere que la atención mejora el procesamiento inicial de los estímulos visuales en el cerebro, lo que lleva a una mejor detección perceptiva de los estímulos del objetivo al que se atiende.

El desarrollo de la prueba se llevó por conjuntos de procesos cognitivos que cambian progresivamente conforme se avanza; se utilizó la EEG como medida biométrica, y se estudió la dinámica de las ondas cerebrales durante la realización de la prueba de resolución de ejercicios geométricos; el procedimiento provocó cambios en la activación cerebral relacionados funcionalmente con las actividades y operaciones cognitivas. A través de la observación de la actividad en los lóbulos frontal y parietal, pudimos relacionar cómo la corteza prefrontal inferior lateral (LIPFC) y el giro angular muestran una mayor activación en el estado de codificación que en los otros estados.

Aunque hemos logrado revelar pautas de la actividad cerebral o mental de nuestros participantes, que al mismo tiempo se asocian con el procesamiento de la información, no debemos concluir que la activación de áreas específicas del cerebro en verdad tenga como resultado la tarea que se está observando. Algunas de las áreas activadas del cerebro podrían sólo estar en el camino, o activarse porque están conectadas con otras áreas que juegan un papel funcional en el procesamiento.

Sin embargo, los métodos aplicados nos han permitido comenzar a localizar la actividad mental y a demostrar qué zonas determinadas del cerebro o bien dan lugar a representaciones específicas o desempeñan procesos específicos.

APÉNDICES

AP 1. REGISTROS EEG: CONCENTRACIÓN Y ATENCIÓN

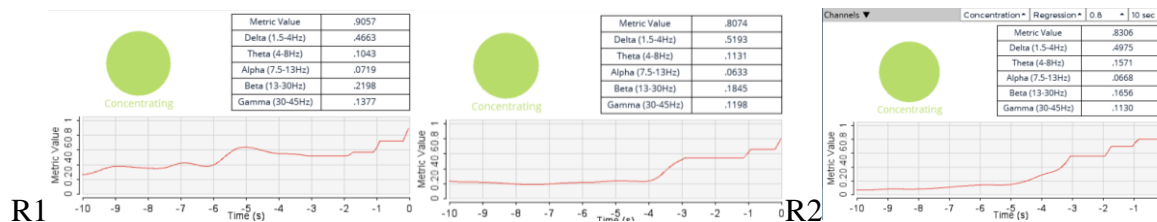
La atención es el proceso por el cual podemos elegir entre muchos estímulos en competición presentes en nuestro entorno, lo que facilita el procesamiento de unos al mismo tiempo que se inhibe el procesamiento de otros (Smith & Kosslyn, 2008).

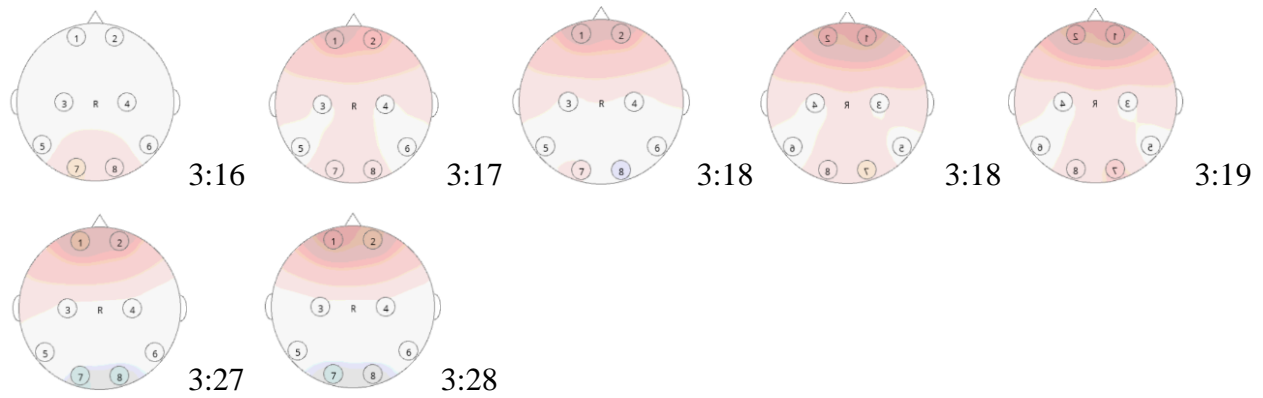
Esta selección puede ser motivada por factores endógenos como nuestras metas (en el caso de esta prueba podría ser seguir una instrucción) o por factores exógenos como un estímulo destacado o nuevo que capta la atención, apartándola de la tarea en curso (por ejemplo, un ruido muy fuerte o una luz muy brillante).

Reactivo 1 y 2

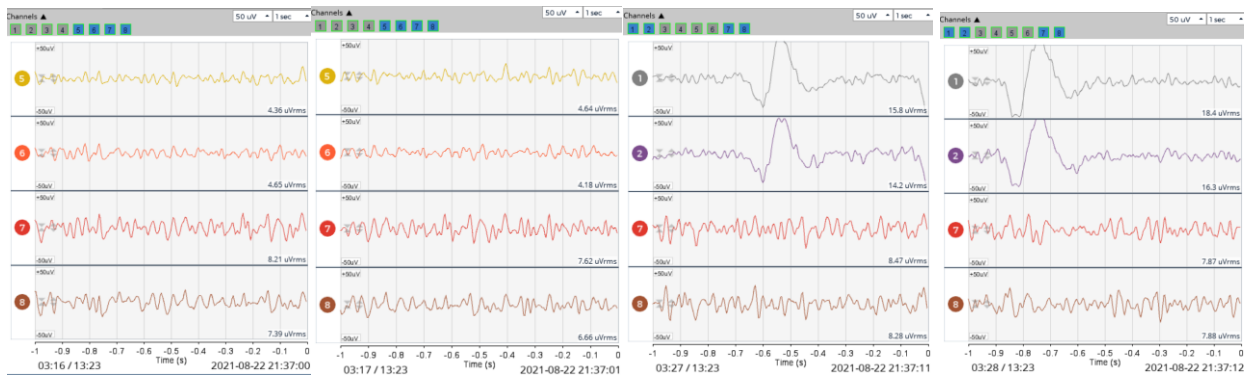
En el reactivo 1 se observa que dirigir la atención hacia un estímulo (en este caso la imagen) resulta en un aumento en la amplitud de onda en un lapso breve de 70 a 90 milisegundos después de presentar el estímulo. Estos cambios se registran en la primera onda positiva, P1 en las regiones laterales occipitales del cuero cabelludo (en lo que respecta al sistema visual) y sugiere que la atención mejora el procesamiento inicial de los estímulos visuales en el cerebro, lo que lleva a una mejor detección perceptiva de los estímulos del objetivo al que se atiende.

Concentración Reactivo 1 CON Participante A



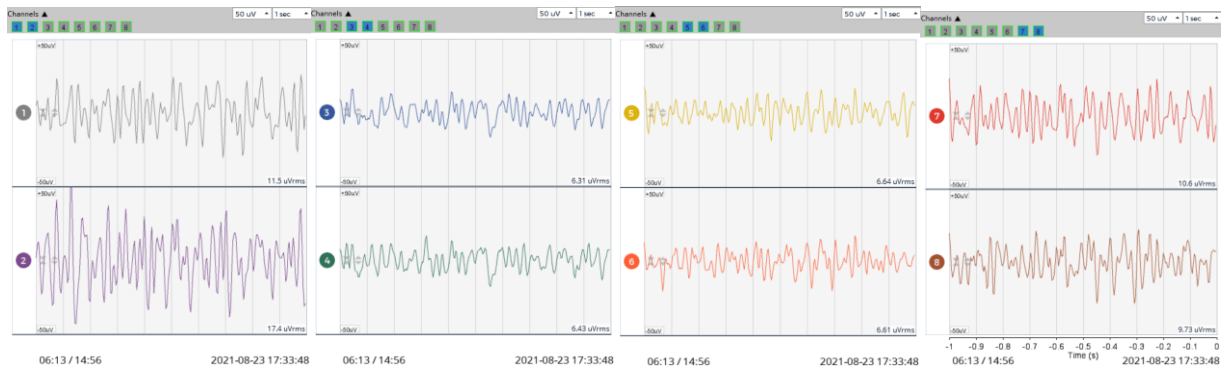
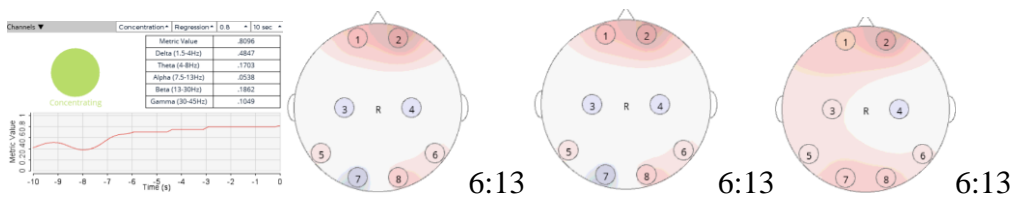


Notch 60 Hz; BP Filt 5-50 Hz



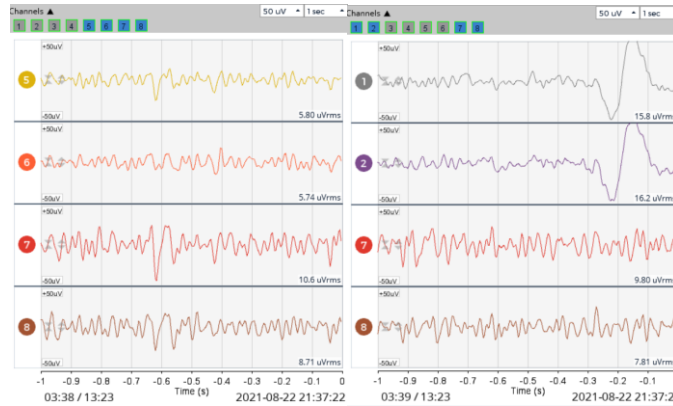
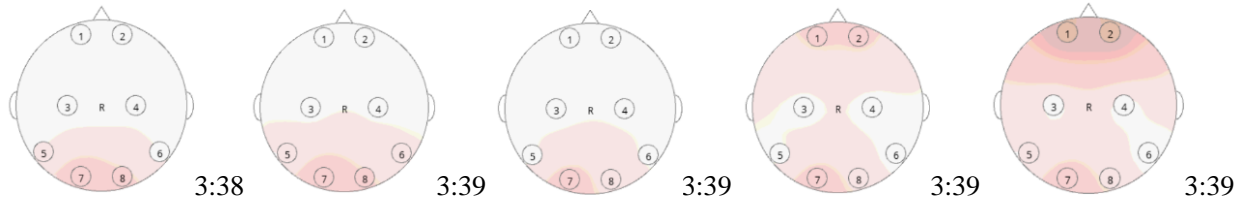
Metric value for concentration .9990, .9095, .9996, .9995, .9922, .9647, .9217, .8817, .8113, .8113, .8074, .9215, .9450, .9126

Concentración Reactivo 1 CON Participante C



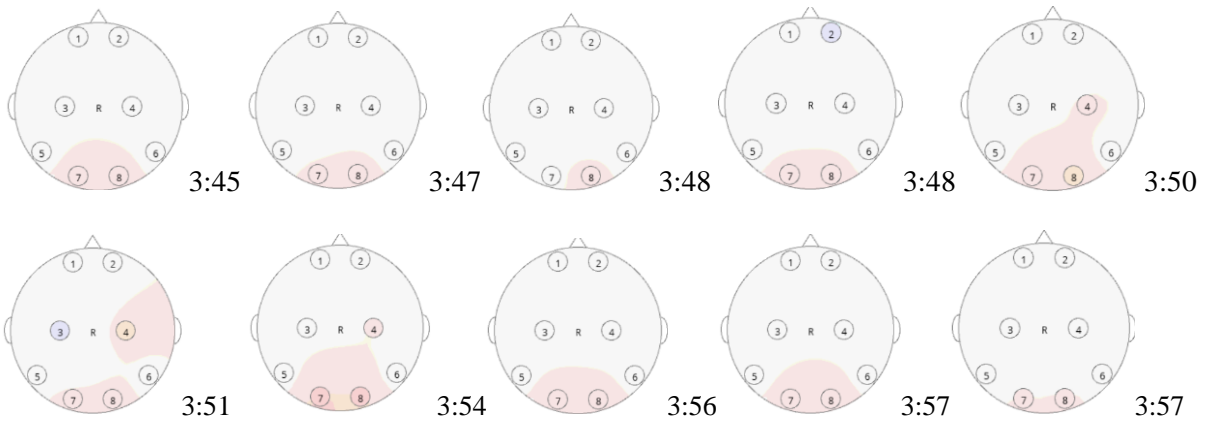
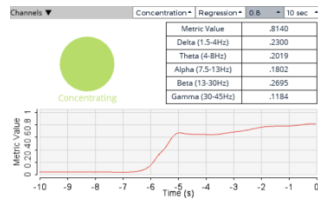
Metric values for concentration .8037,.8082,.8043,.

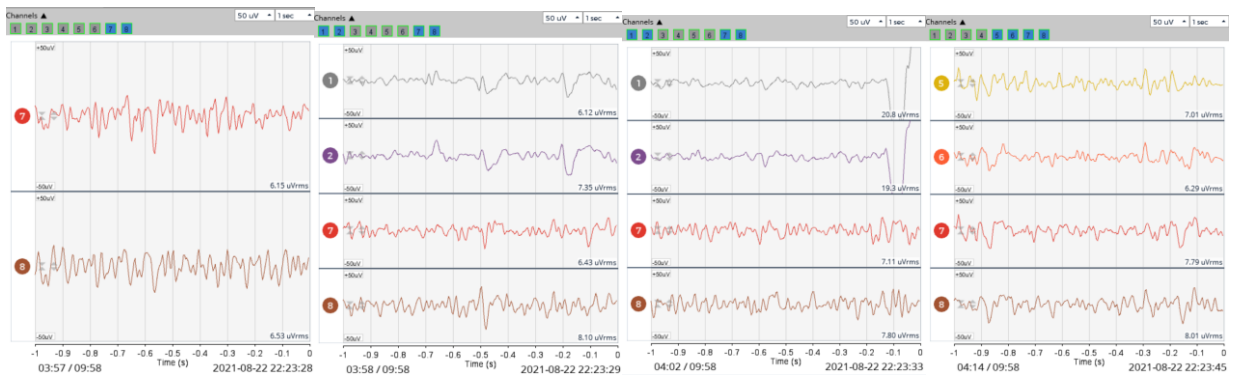
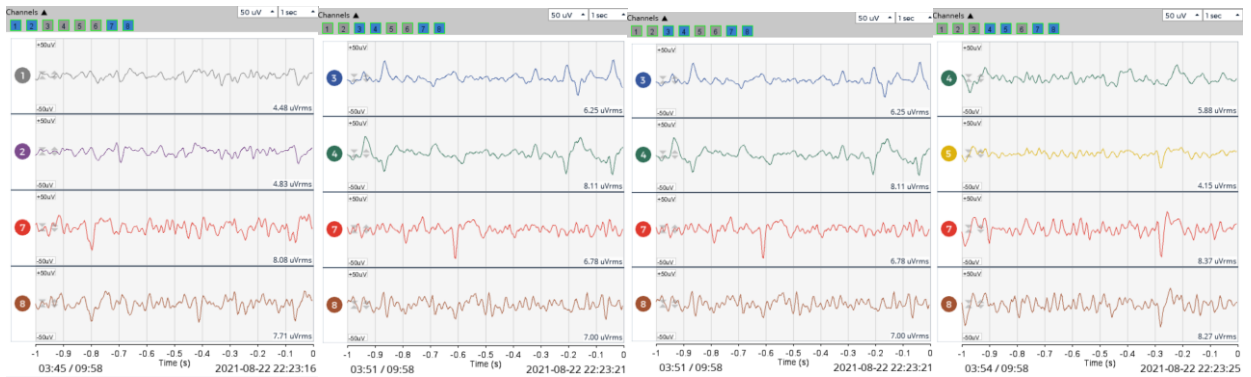
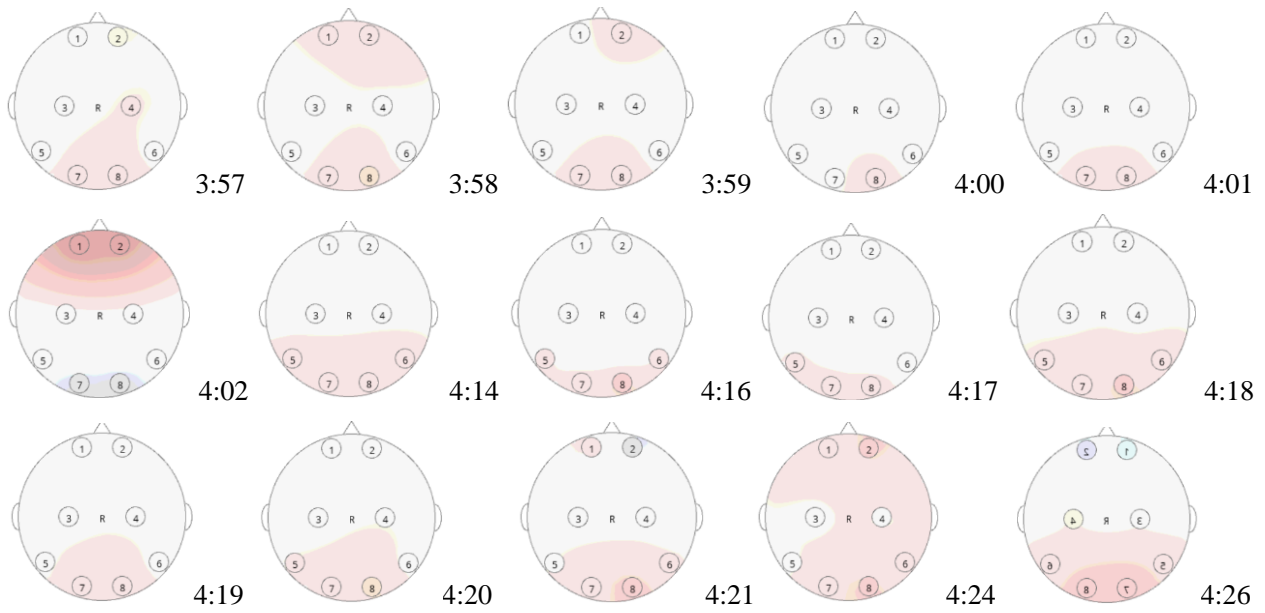
Concentración Reactivo 2 CON Participante A



Metric Value for concentration .8306,.8350,.8475,.8573,.8648,.8691,.8694,.8530,.8083

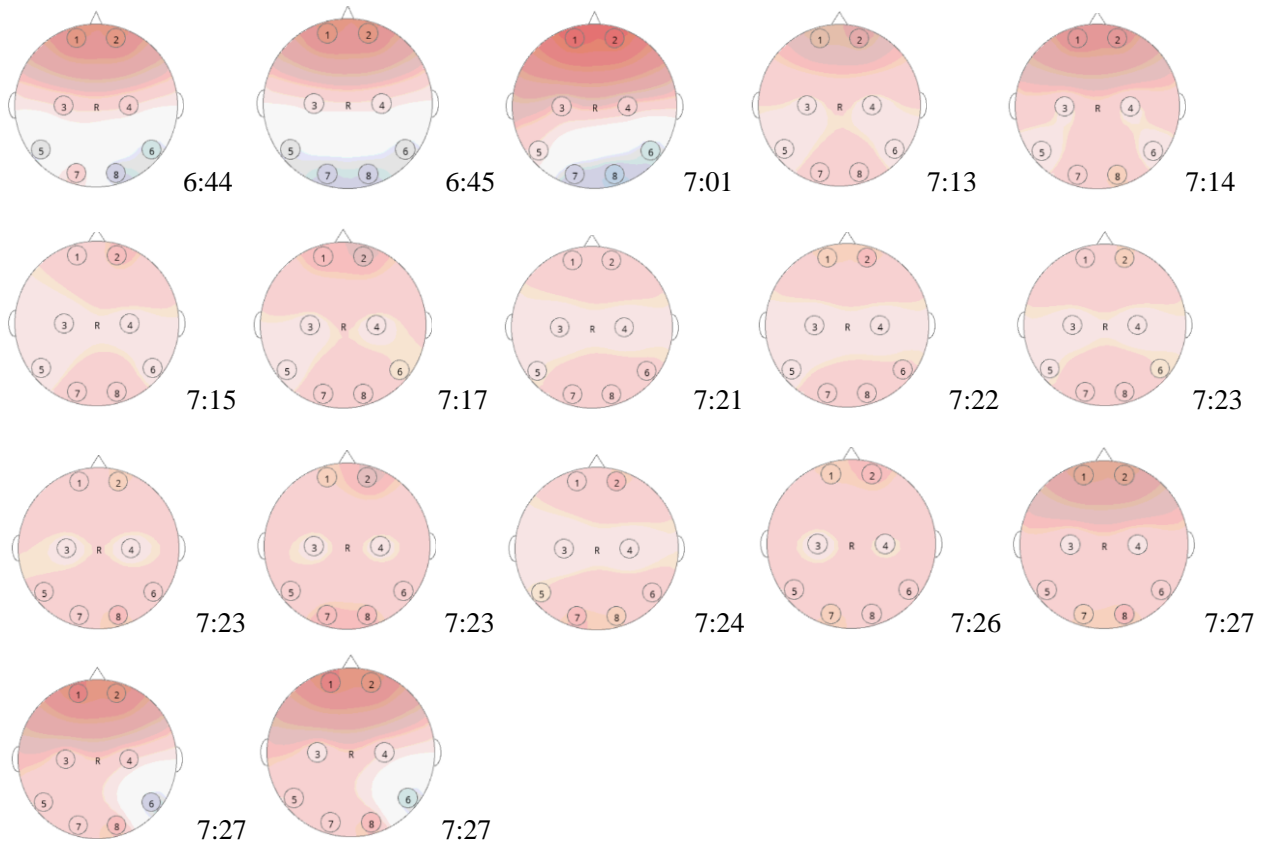
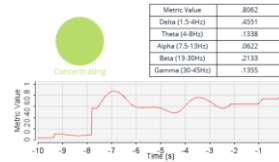
Concentración Reactivo 2 CON Participante B



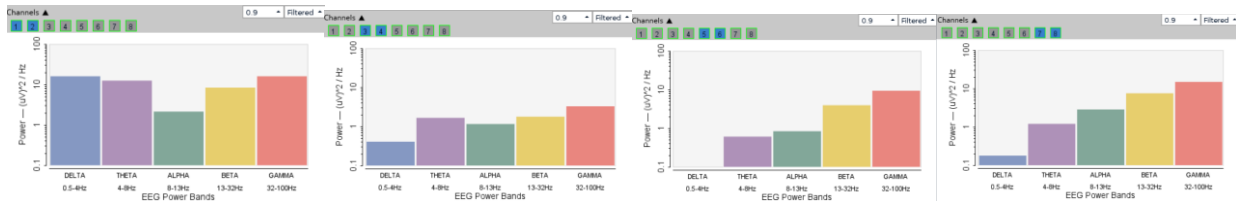


.8140,.8123,.8185,.8315,.8406,.8476,.8437,.8394,.8451,.8592,.8809,.8854,.8757,.8672,.8598,.8495,.8164,.8044,.8147,.8203,.8194,.8547,.8710,.8839,.8847,.8863,.8851,.8760,.8744,.8772,.8884,.9266,.9374,.9395,.9438,.9444,.9425,.9980,.9963,.9933,.9879,.9852,.9883,.8717,.9600,.9629,.

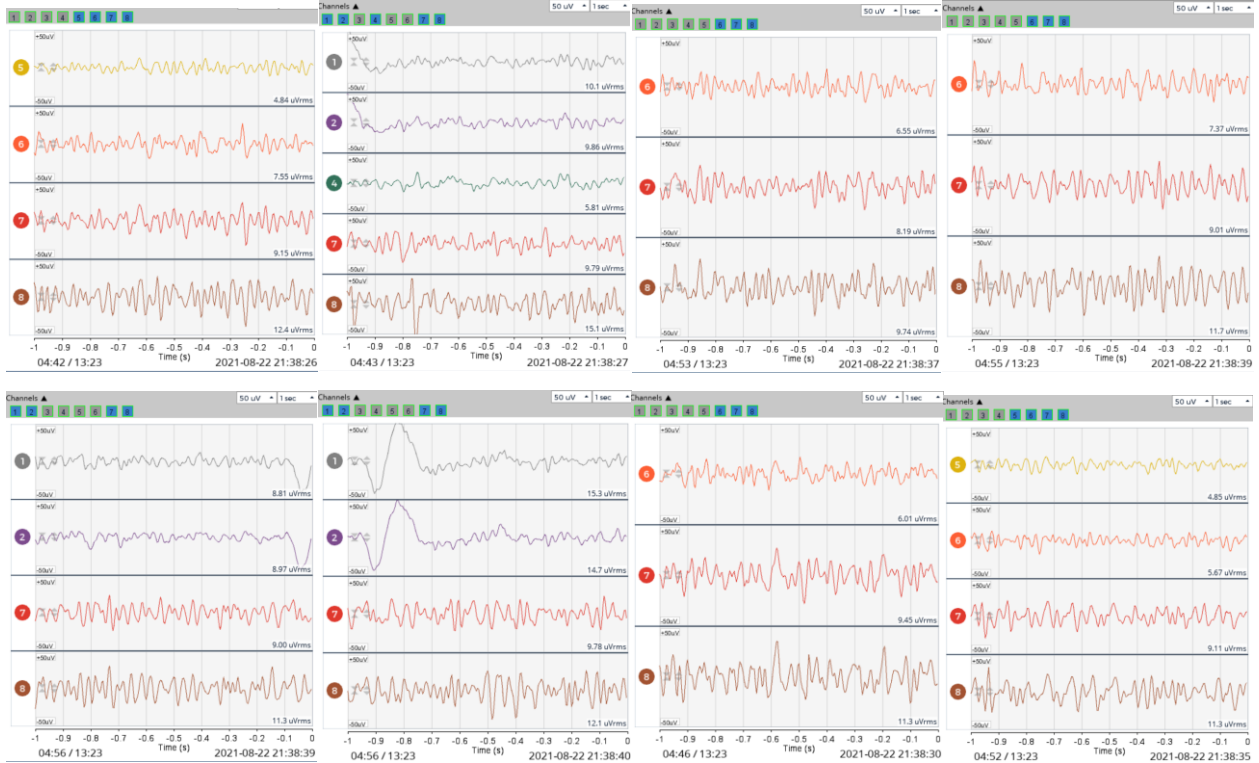
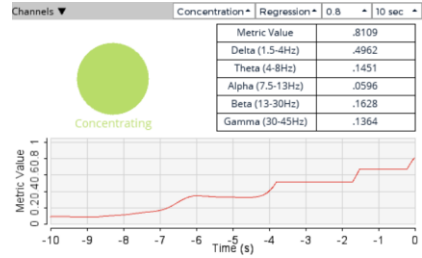
Concentración Reactivo 2 CON Participante C



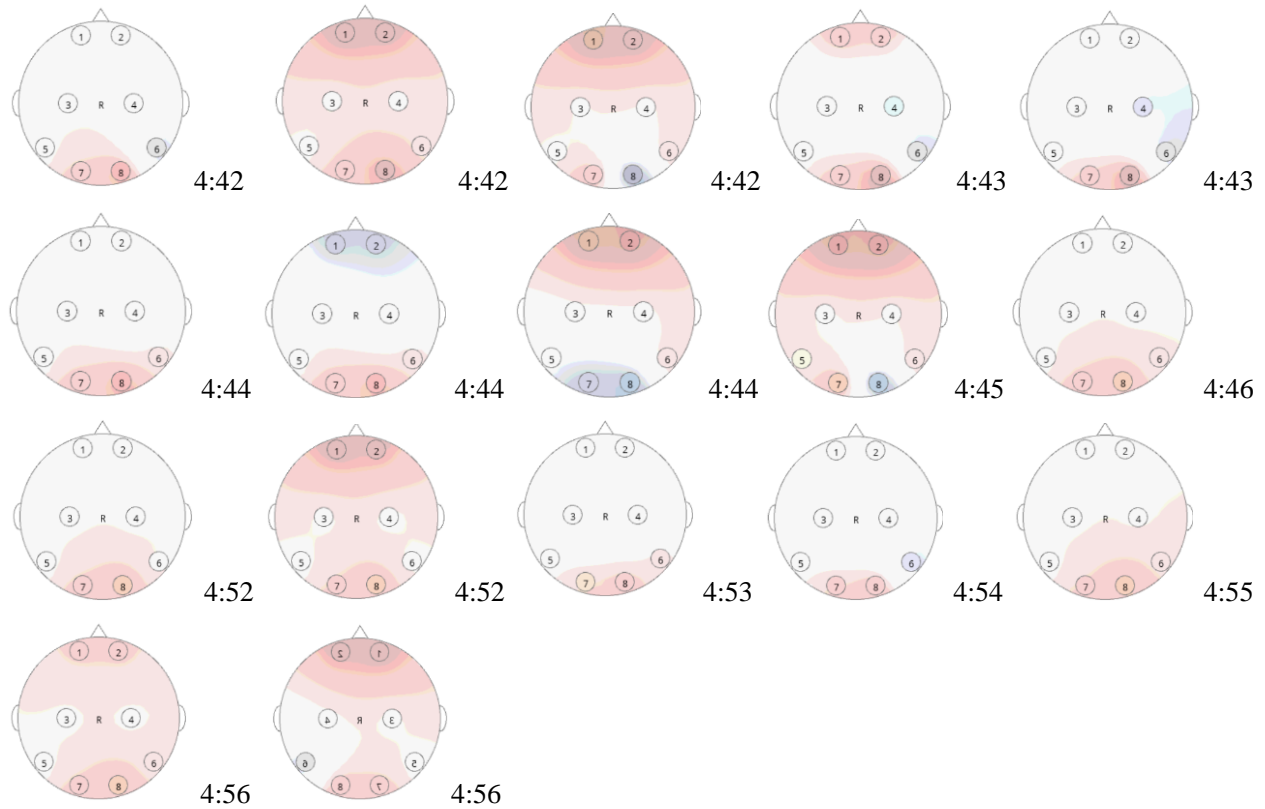
Bandas de frecuencia (no concentrado)



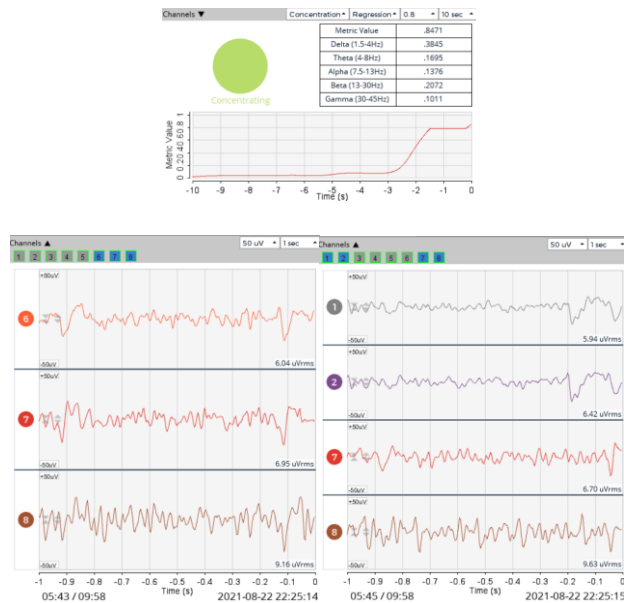
Concentración Reactivo 3 CON Participante A



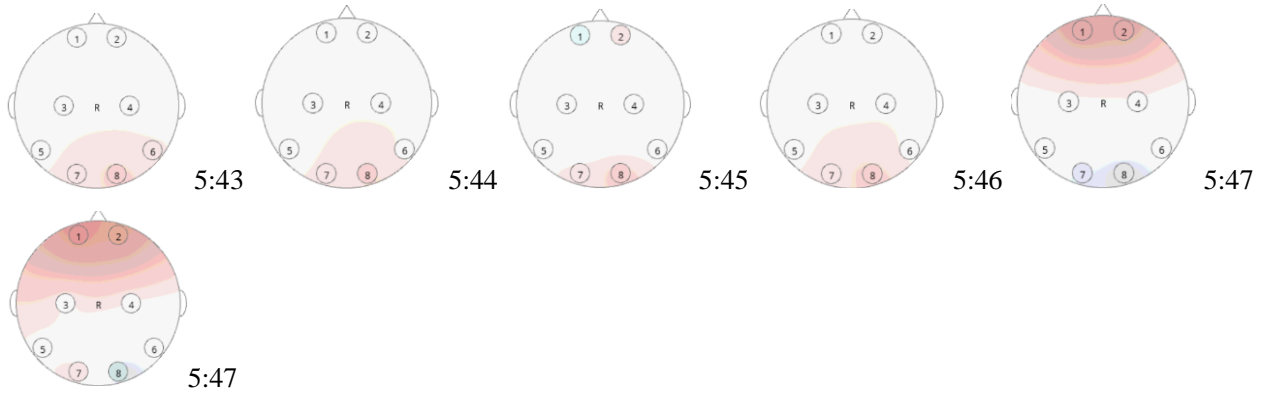
.8109,.8797,.9171,.9494,.9714,.9718,.9552,.9394,.9332,.9327,.9340,.9341,.9261,.9036,.8478,.8047,.8368,.8833, .9014,.8994,.8671,.8178,.8172,.8880,.9240,.9279,.9255,.9239,.9224,.9191,.9174,.9185,.9235,.9296,.9255,.8040



Concentración reactivo 3 CON Participante B

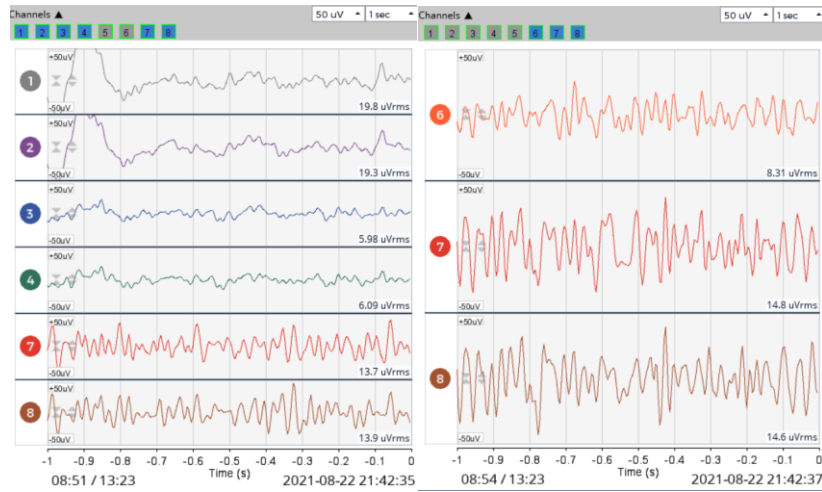
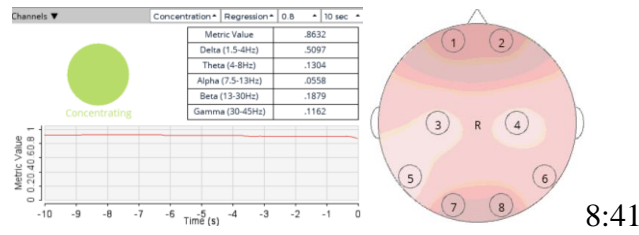


.8471,.8820,.8944,.8933,.8944,.8978,.9209,.9259,.9349,.9629,.9639,.8859

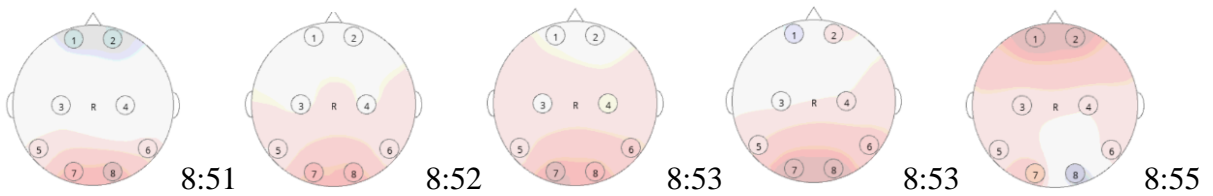


Concentración Reactivo 6

CON Participante A



.8224,.8149,.8421,.8580,.8645,.8661,.8383,.8283,.8092



Se detecta activación en las zonas de la corteza prefrontal, corteza del cíngulo y corteza orbitofrontal) que se coordinan para un pensamiento centrado en objetivos y en el control de los impulsos. Entre las zonas implicadas están la corteza posterior del cíngulo, la corteza prefrontal medial, el giro angular.

La red por defecto está activa cuando no pensamos en nada en concreto y al parecer en esa supuesta inactividad se encarga de cosas importantes: clasificar y seleccionar las memorias, planificar y repasar posibles escenarios futuros y ordenar la nueva información.

Es difícil mantenerse concentrado, debido a la gran cantidad de estímulos del entorno La amígdala se activa rápida y automáticamente en respuesta a estímulos sociales. La investigación en neurociencia muestra que las personas no solo son muy sensibles a la carga emocional de sus percepciones, sino que también son incapaces de ignorarla, lo que provoca que se les complique concentrarse. Razones por las que puede presentarse desconcentración: ruido súbito, el aviso visual o sonoro que nos indica que acabamos de recibir un mensaje en el teléfono o si alguien nos toca el hombro.

AP 2. ETAPAS DE RESOLUCIÓN

Reactivos 1 y 2

Diferencia significativa en los tiempos de resolución y con presencia y ausencia de imagen, respectivamente.

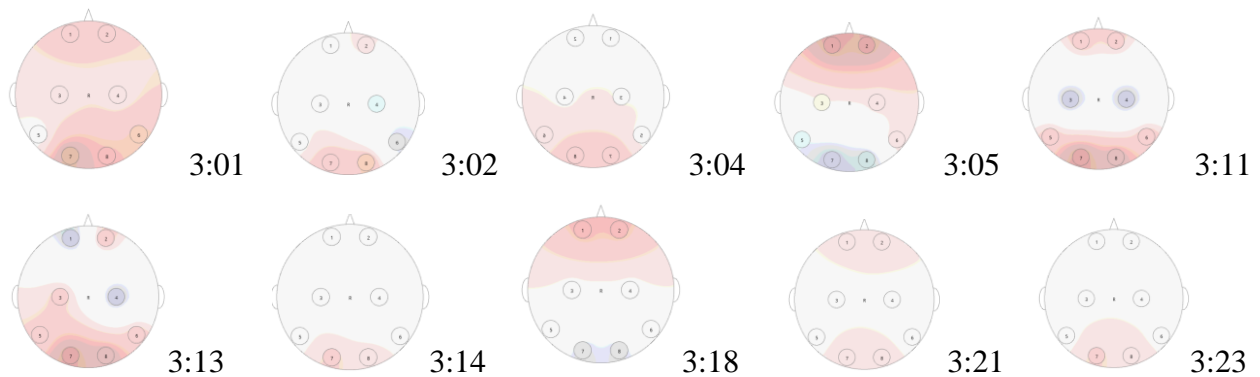
Se midieron los primeros 20 segundos (tiempo promedio de lectura del reactivo 1) y los 18 primeros segundos del reactivo 2.

Escala vertical 200 microvolts / Filtro notch a 60 hz / Filtro bp 5-50 hz / Intensidad 1x

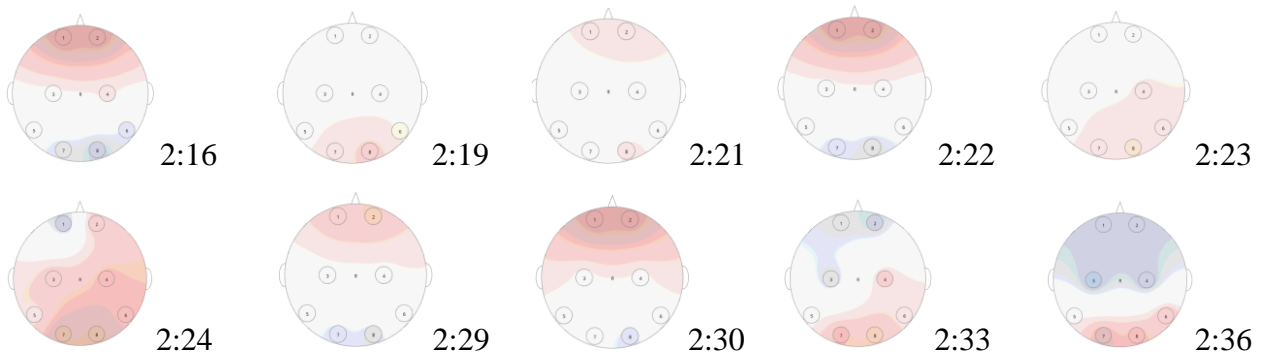
Ambas polaridades / Suavidad 0.9

Fase 1 Definición

Reactivo 1 (lectura del ejercicio) R1 DEF Participante A

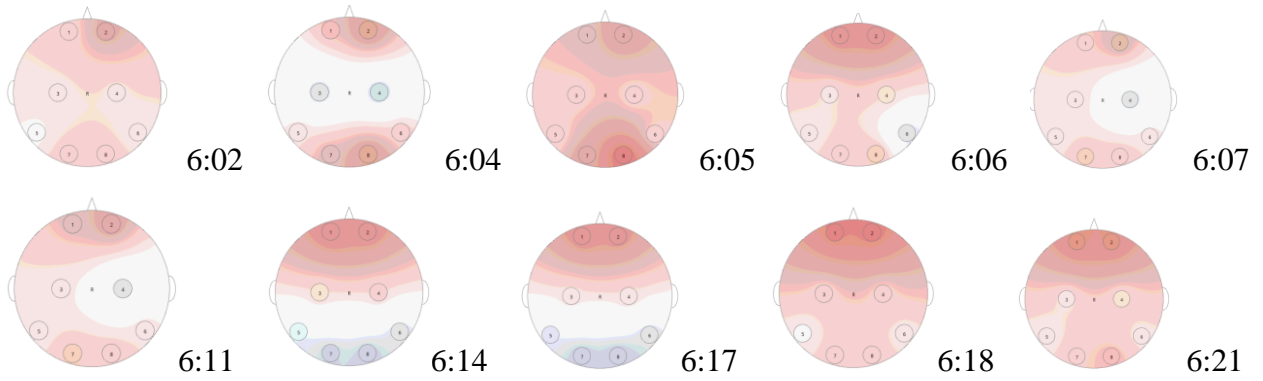


R1 DEF Participante B

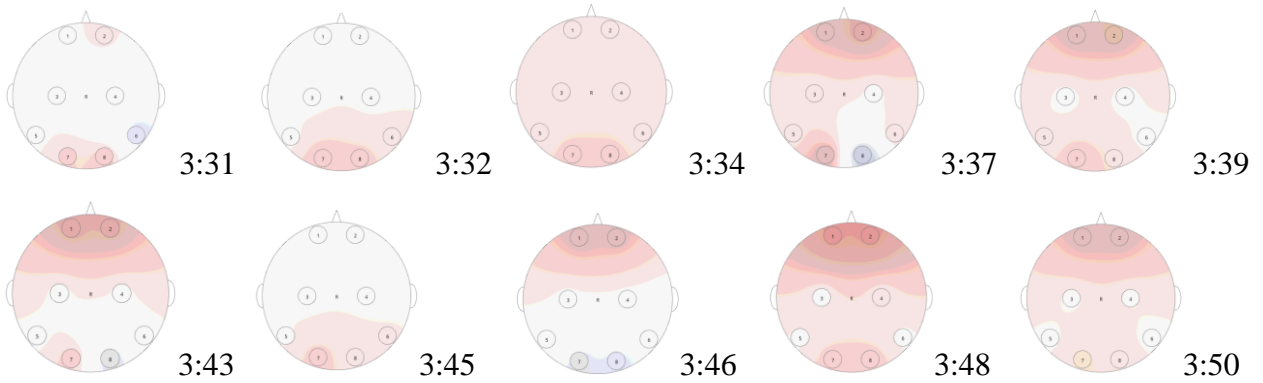


La activación sube y baja durante el comienzo. La activación se incrementa al final de la lectura y se estabiliza.

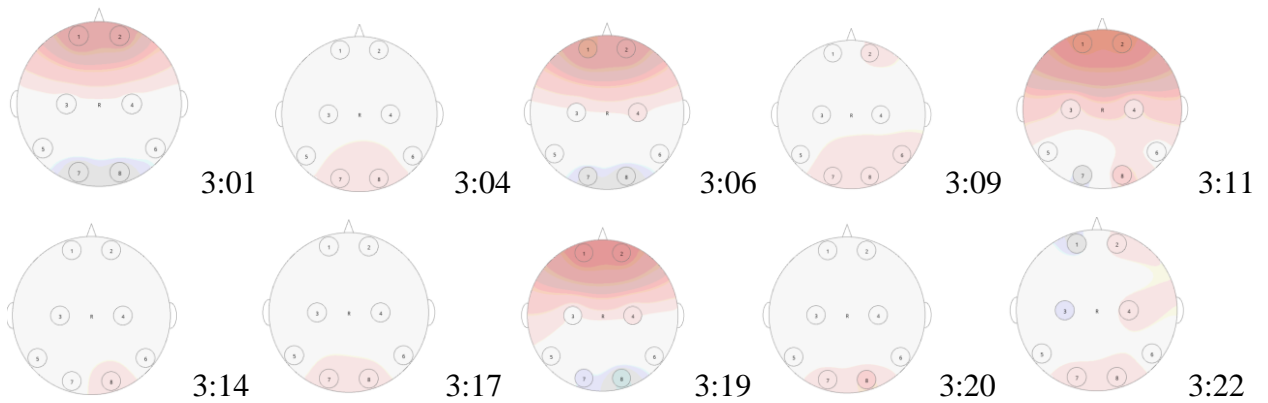
R1 DEF Participante C



Reactivo 2 R2 DEF Participante A

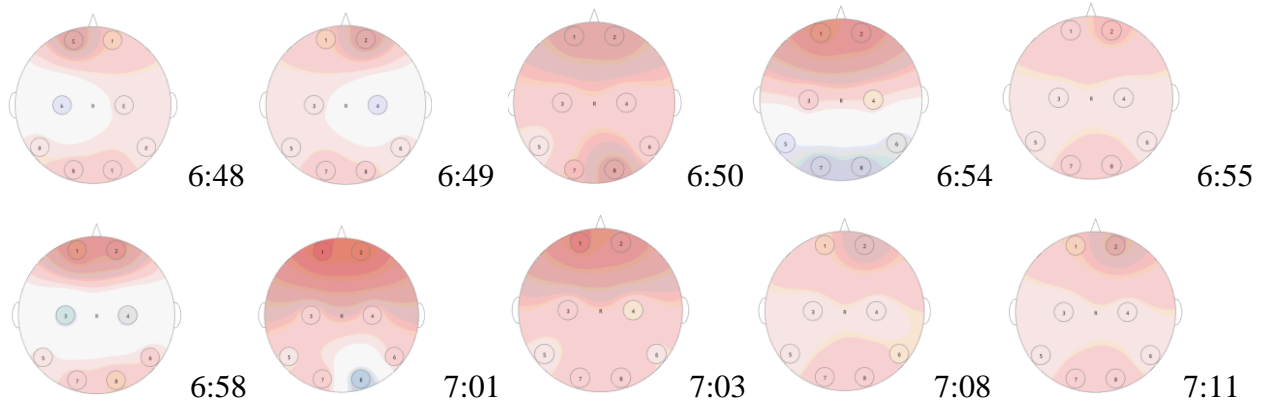


R2 DEF Participante B



Al inicio de la lectura del reactivo la actividad sube y baja frecuentemente y luego decae la activación. Así finaliza la lectura del reactivo.

R2 DEF Participante C



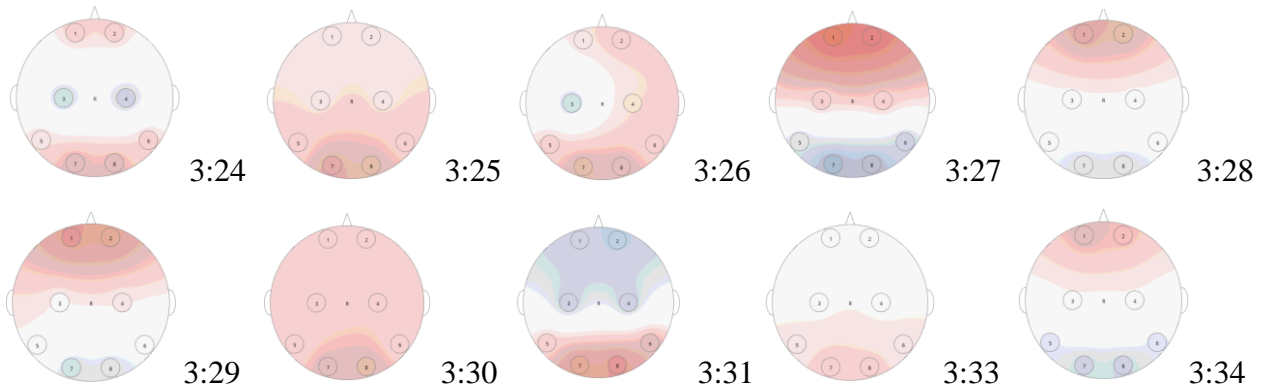
Para determinar el número de fases, se propuso encontrar el mejor modelo que encajara para cualquier número de etapas. El mejor número de etapas N , se calculó usando una metodología LOOCV (Leave-one out cross-validation). Esta aproximación estima los parámetros de máxima verosimilitud para todos, excepto uno de los participantes y entonces usa esos parámetros para calcular la verosimilitud de los datos desde el último participante. Esta verosimilitud mide el éxito de usar estos parámetros para predecir los datos del participante que se había omitido antes. El proceso se sigue rotando a todos los participantes (Anderson & Fincham, 2014).

Regiones cerebrales de la Fase 1 Definición

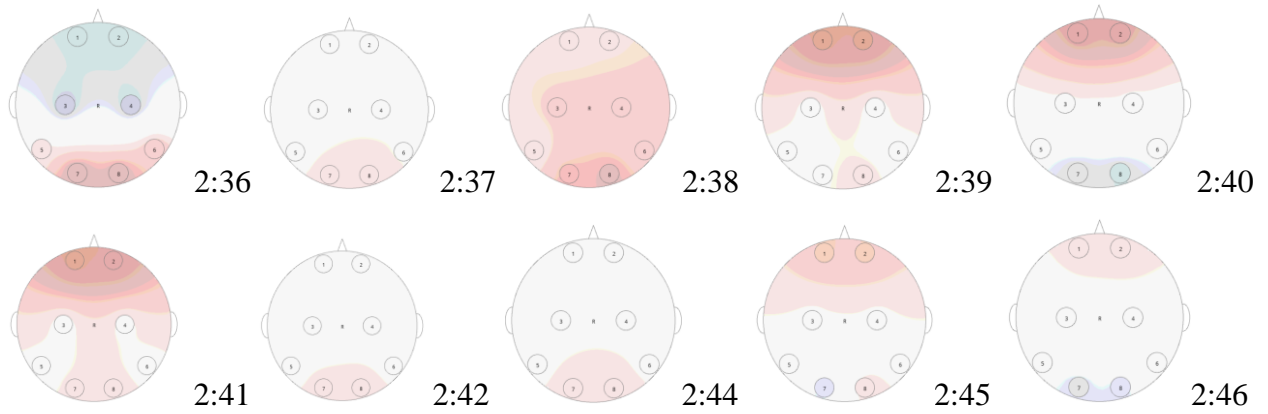
Entre las regiones positivas en esta fase se encuentran la circunvolución lingual bilateral, el precúneo y el núcleo caudado, típicamente involucrados en la orientación de la atención, la mirada y la búsqueda visual. Otras regiones activadas son los lóbulos occipitales, lóbulo frontal, las regiones del cíngulo posterior y del hipocampo, que a menudo se consideran regiones de modo predeterminado.

Creemos que durante este estado los participantes están buscando la imagen del texto, o evocar una imagen mental para el caso del reactivo 2; también necesitan identificar cualquier requisito que presente el reactivo. Así, en esta fase van definiendo el problema que tendrán que resolver.

Fase 2 Codificación Reactivo 1 R1 COD Participante A

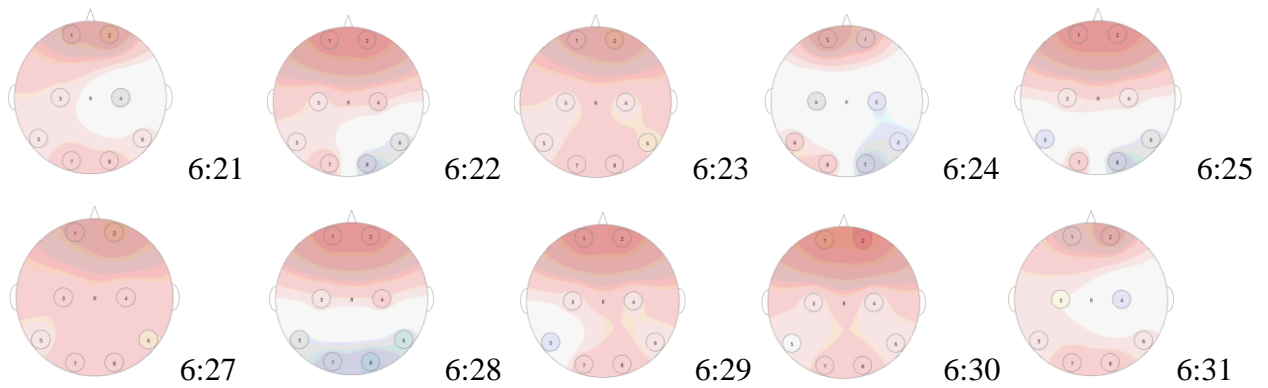


R1 COD Participante B

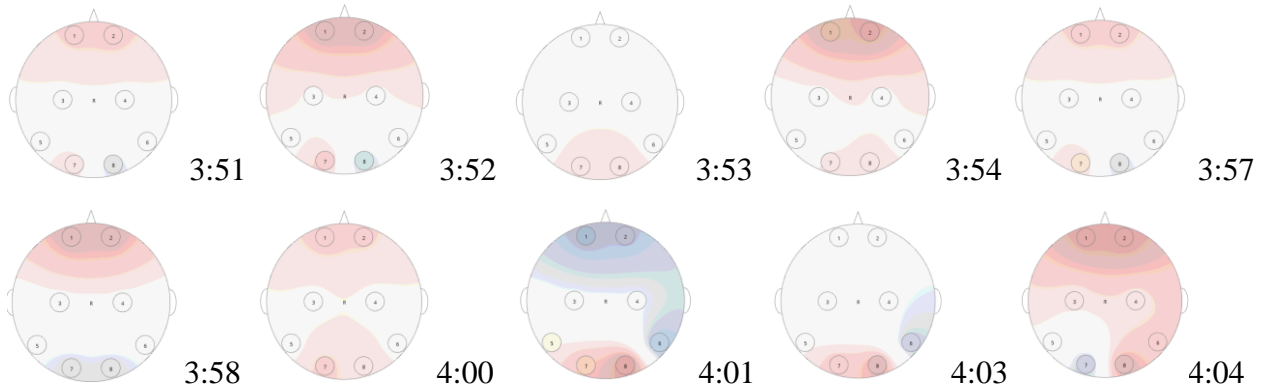


En la etapa de codificación comienza con mucha actividad, se estabiliza a la mitad y finalmente decrece.

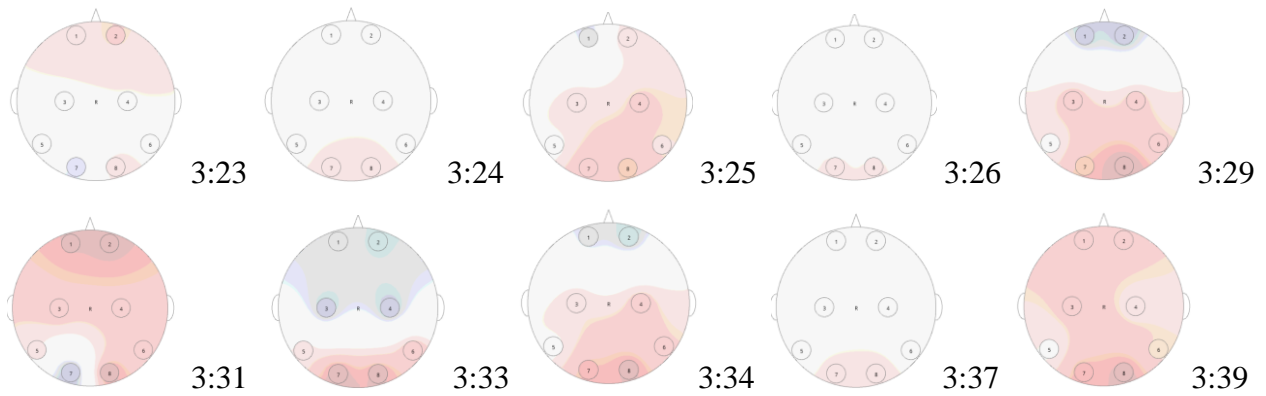
R1 COD Participante C



R2 COD Participante A

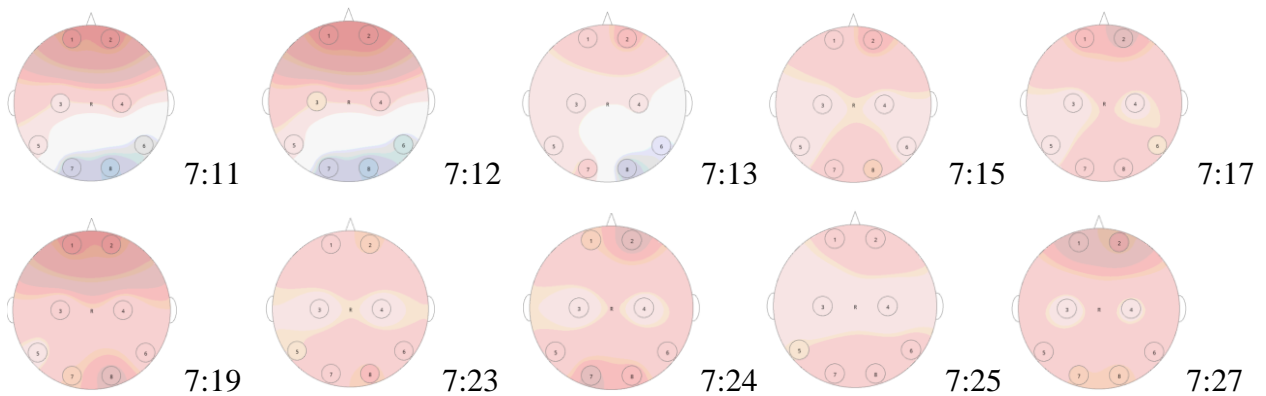


R2 COD Participante B



La activación comienza suavizada y se incrementa constantemente. Se sospecha que existió un momento de relectura dentro de la etapa de codificación (vuelta a la etapa de definición) definición

R2 COD Participante B



- **Ritmos beta** (12.5-30 Hz): se definen mejor en ubicaciones centrales y frontales, con menos amplitud que las ondas alfa. Se mejoran con los cálculos mentales, la expectativa o la tensión sobre toda la superficie del cuero cabelludo.
- **Ritmos theta** (3.5–7.5 Hz): son típicos durante el sueño profundo. Desempeñan un papel importante en la infancia y la niñez. En el adulto despierto, la actividad theta alta en ocasiones se considera anormal y está relacionada con trastornos cerebrales, como la epilepsia. Sin embargo, también se relaciona con procesos cognitivos de atención y aprendizaje, principalmente en la zona frontal.

Regiones cerebrales de la Fase 2 Decodificación

Codificación del problema. Las áreas de alta actividad para esta tarea se encuentran en las áreas visuales y las áreas parietales. Entre las regiones que muestran mayor activación en esta fase se encuentran las áreas fusiformes que están asociadas con el reconocimiento de detalles visuales finos.

Tomamos esto como evidencia de que esta es la fase durante la cual los participantes codifican los números y las operaciones que necesitan reconocer y realizar para producir su respuesta.

Gran parte del área visual es significativamente más activa en la fase de codificación que en la fase de definición. En la fase de codificación se distingue mucha mayor actividad en las zonas parietales y occipitales, que incluso la fase de definición.

Planificación de la solución. La corteza prefrontal inferior lateral (LIPFC) y el giro angular muestran una mayor activación en este estado que en los otros. La circunvolución angular fue una región relacionada con el procesamiento de toma de decisiones. Dadas las funciones de recuperación y las funciones de comprensión del lenguaje asociadas con la circunvolución angular, se podría especular que esto refleja la recuperación y el procesamiento de instrucciones. y retroalimentación pasada (Anderson et al., 2014; Anderson & Fincham, 2014).

Reactivos 3 y 6

Poca dispersión en los tiempos de resolución

Mapeo cerebral

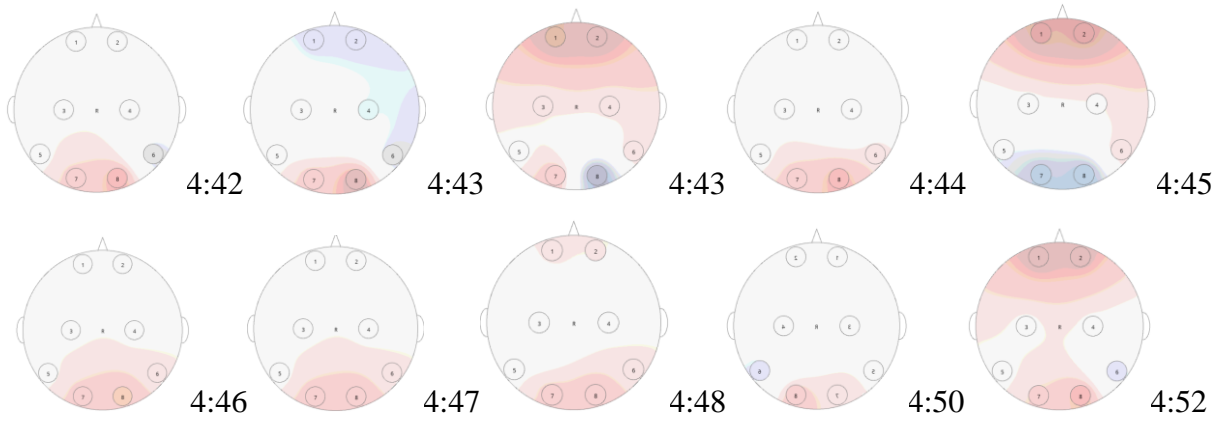
Primeros 20 segundos. Escala vertical 200 microvolts / Filtro notch a 60 hz / Filtro bp 5-50 hz /

Intensidad 1x / Ambas polaridades / Suavidad 0.9

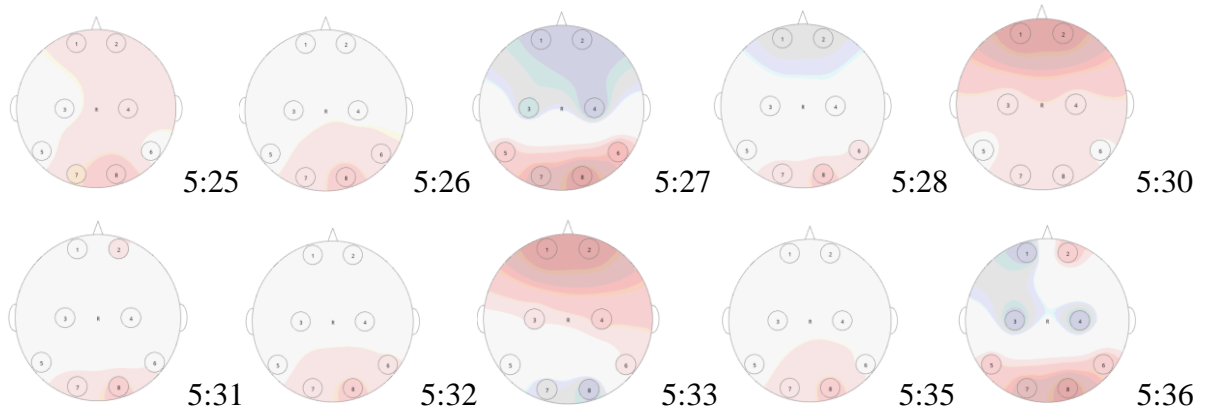
Fase 1 Definición

Reactivo 3

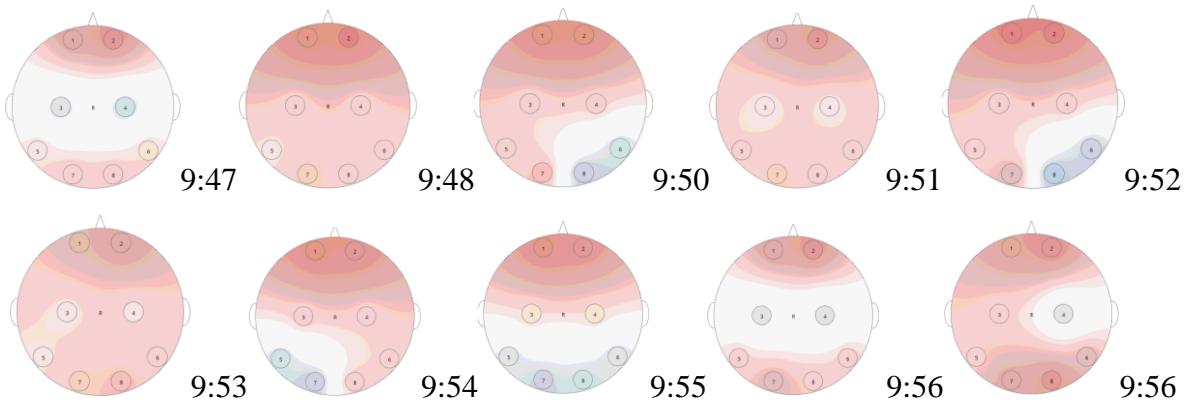
R3 DEF Participante A



R3 DEF Participante B

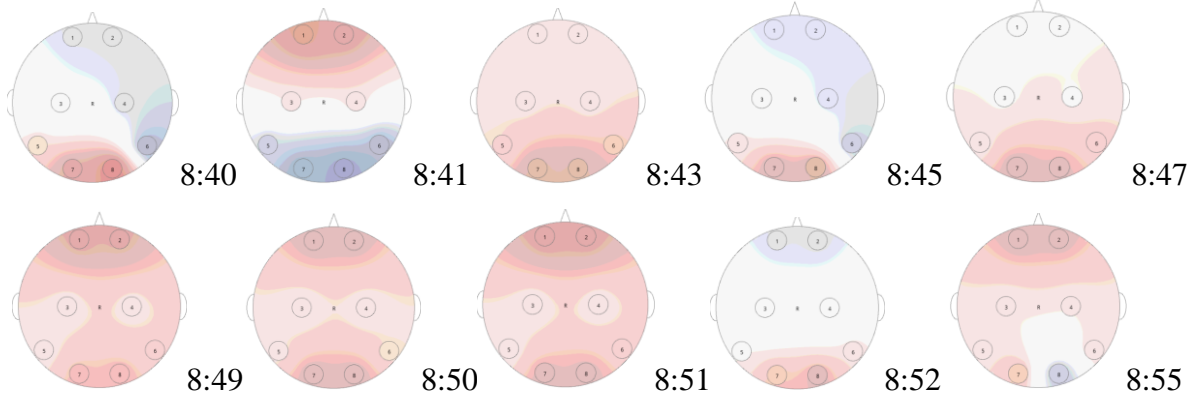


R3 DEF Participante C

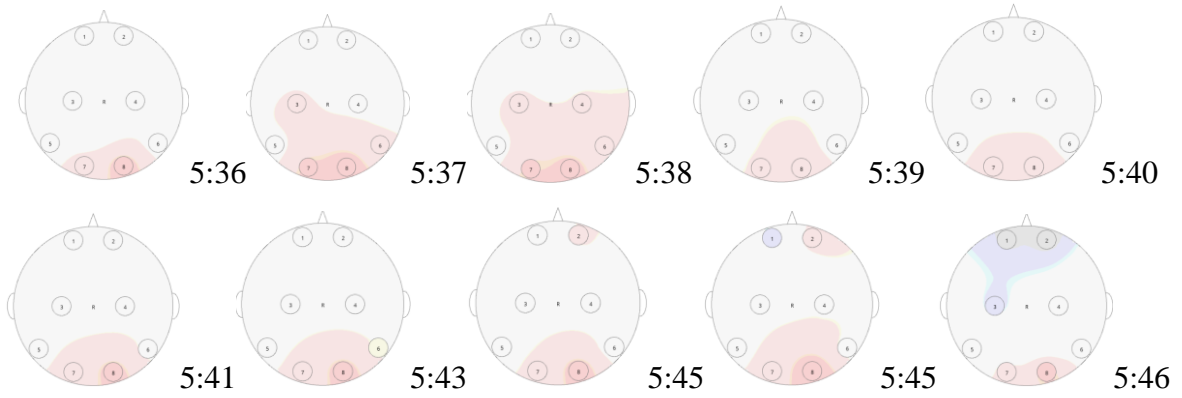


Reactivo 6

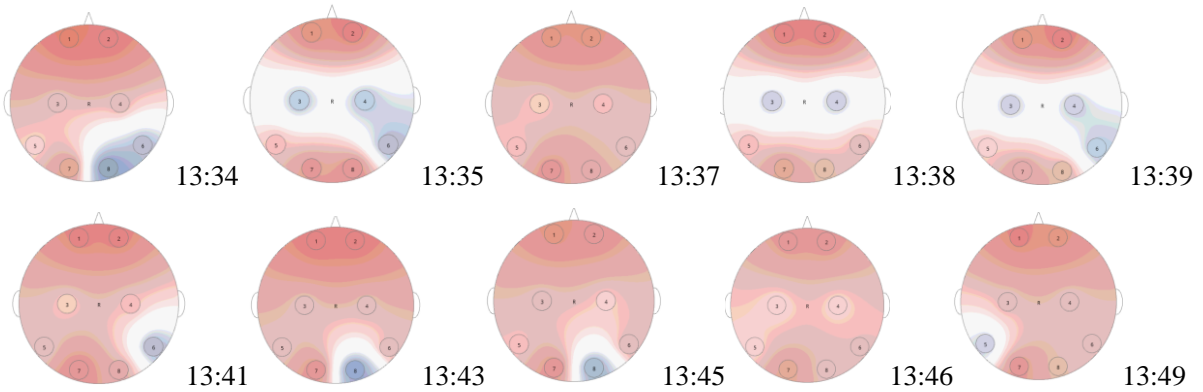
R6 DEF Participante A



R6 DEF Participante B



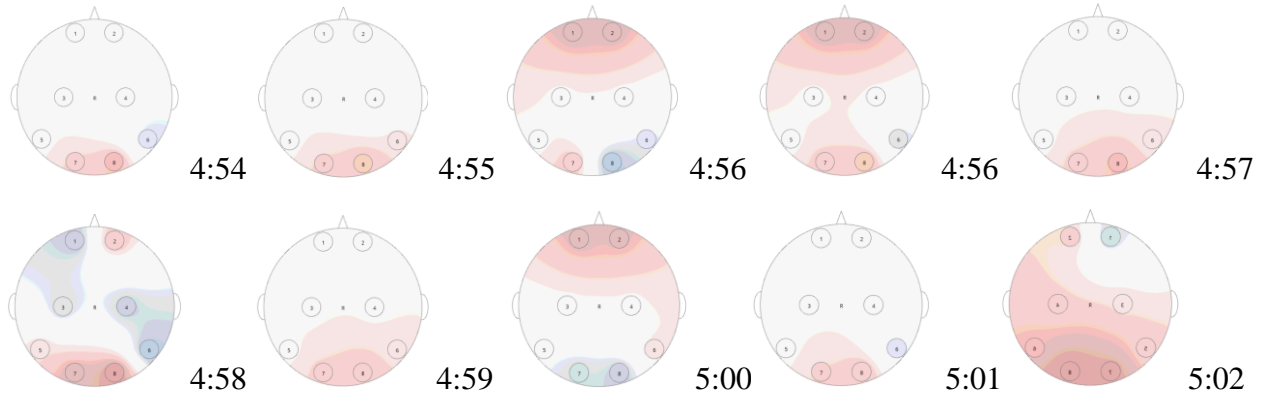
R6 DEF Participante C



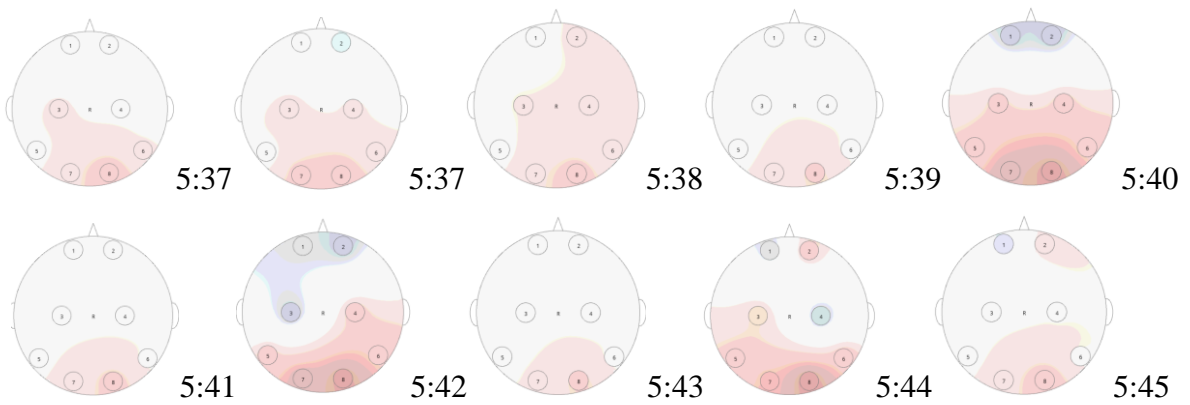
Fase 2 Codificación

Reactivo 3

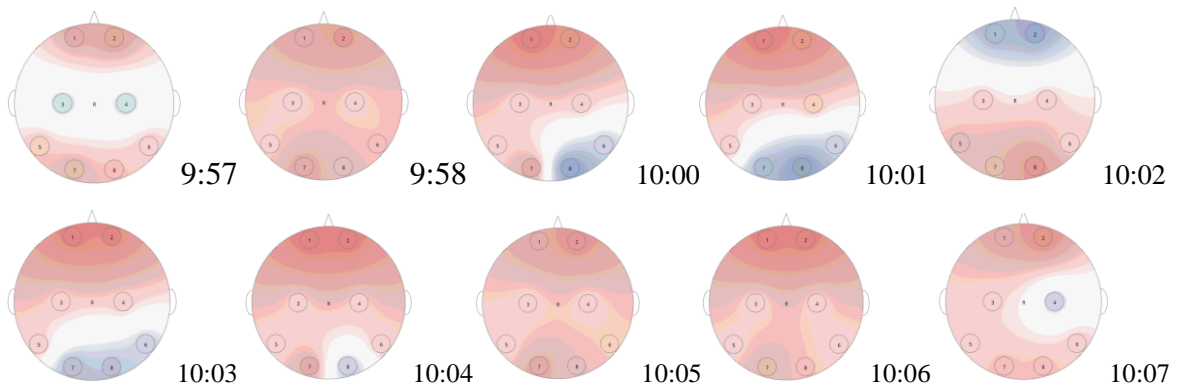
R3 COD Participante A



R3 COD Participante B

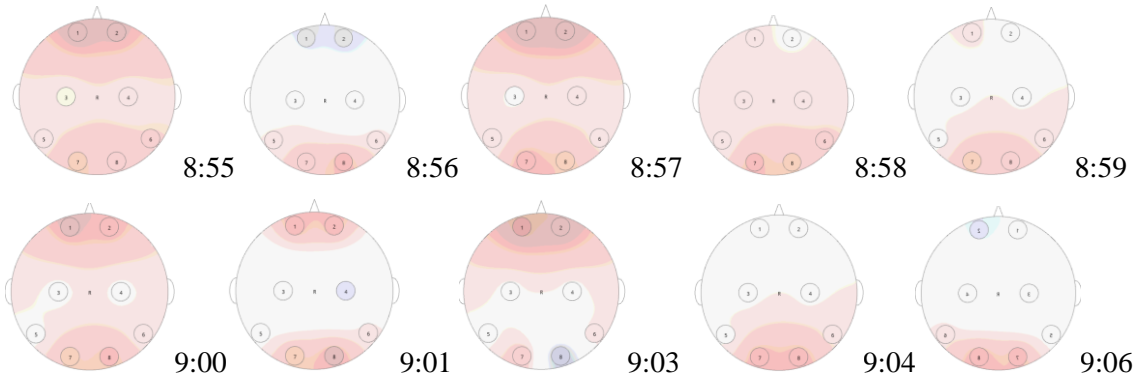


R3 COD Participante C

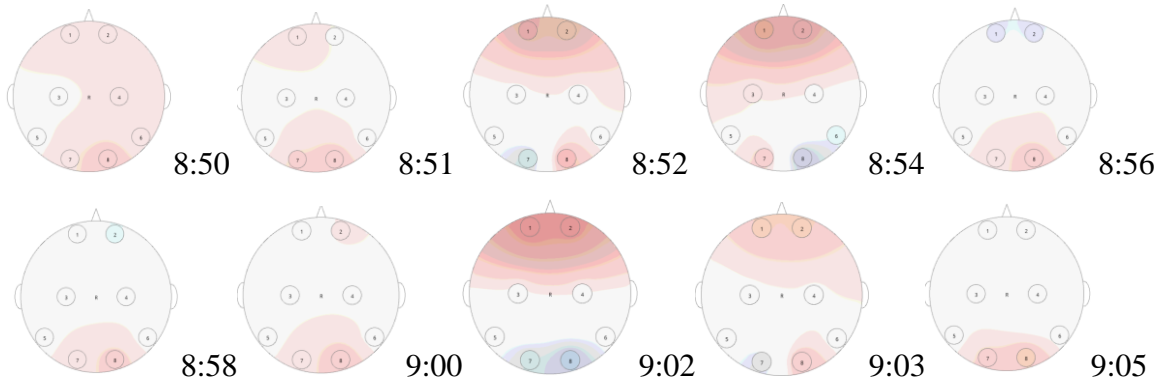


Reactivo 6

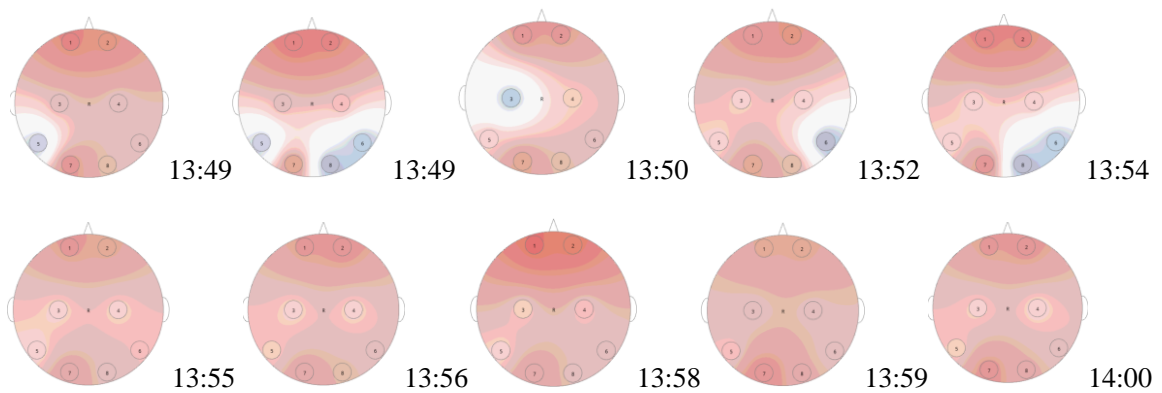
R6 COD Participante A



R6 COD Participante B



R6 COD Participante C



BIBLIOGRAFÍA

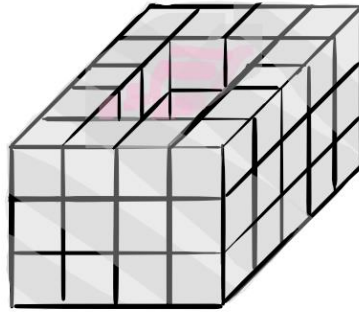
- Aldahdouh, A. A., Osório, A. J., & Portugal, S. C. (2015). Understanding Knowledge Network, Learning and Connectivism. In *International Journal of Instructional Technology and Distance Learning October* (Vol. 12, Issue 10).
- Anderson, J. R. (1993). Production Systems and the ACT-R Theory. In J. R. Anderson, N. Kushmerik, C. Lebiere, F. G. Conrad, A. T. Corbett, F. S. Belleza, F. Boyle, M. K. Singley, J. M. Fincham, D. Hoffman, & Q. Wu (Eds.), *Rules of the Mind* (Primera ed, pp. 1–16). Psychology Press.
- Anderson, J. R., & Fincham, J. M. (2014). Discovering the sequential structure of thought. *Cognitive Science*, 38(2), 322–352. <https://doi.org/10.1111/cogs.12068>
- Anderson, J. R., Lee, H. S., & Fincham, J. M. (2014). Discovering the structure of mathematical problem solving. *NeuroImage*, 97, 163–177. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2014.04.031>
- Bloom, B. S., Englehart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H., & Krathwohl, D. R. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook I: Cognitive domain*. Longmans.
- Chusid, J. G. (1979). *Correlative Neuroanatomy and Functional Neurology* (17th ed.). Lange Medical Publications.
- Donovan, S., & Bransford, J. (2005). *How Students Learn: History, Mathematics and Science in the Classroom* (S. Donovan & J. Bransford (eds.)). National Academies Press. <http://www.nap.edu>
- Fernández, J. (2010). Neurociencias y enseñanza de la matemática. Prólogo de algunos retos educativos. *Revista Iberoamericana De Educación*, 51(3), 1–12. <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3116473>
- Fias, W. (2016). Neurocognitive Components of Mathematical Skills and Dyscalculia. In D. Berch, D. Geary, & M. Koepke (Eds.), *Development of Mathematical Cognition* (Vol. 2, pp. 195–217). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-801871-2.00008-3>
- Fierro, M. (2011). El desarrollo conceptual de la ciencia cognitiva parte 1. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, 40(3), 519–533. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=806/80622315011>
- Krathwohl, D. R. (2002). A revision of bloom's taxonomy: An overview. In *Theory into Practice* (Vol. 41, Issue 4, pp. 212–218). Ohio State University Press. https://doi.org/10.1207/s15430421tip4104_2
- Leikin, R. (2018). How Can Cognitive Neuroscience Contribute to Mathematics Education? Bridging the Two Research Areas. In *Invited Lectures from the 13th* (pp. 363–383). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5_21
- Mendoza, A. M., Gómez, A., & Piñeres, M. C. (2017). Tutores Cognitivos en ACT-R . *Acta Scientiae Informaticae*, 1(1), 14–21. <https://revistas.unicordoba.edu.co/index.php/asinf/article/view/1156>
- Mullis, I. V., Martin, M. O., Foy, P., & Hooper, M. (2015). *TIMSS 2015 International Results in Mathematics* (I. V. Mullis, M. O. Martin, P. Foy, & M. Hooper (eds.)). International Study

Center Lynch School of Education, Boston College. timss2015.org/download-center

- Qin, Y., Carter, C. S., Silk, E. M., Stenger, V. A., Fissell, K., Goode, A., & Anderson, J. R. (2004). The change of the brain activation patterns as children learn algebra equation solving. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, *101*(15), 5686–5691. <https://doi.org/10.1073/pnas.0401227101>
- Ritter, S., Anderson, J. R., Koedinger, K. R., & Corbett, A. (2007). Cognitive tutor: Applied research in mathematics education. *Psychonomic Bulletin and Review*, *14*(2), 249–255. <https://doi.org/10.3758/BF03194060>
- Rubinsten, O. (2015). Link between cognitive neuroscience and education: The case of clinical assessment of developmental dyscalculia. *Frontiers in Human Neuroscience*, *304*(9). <https://doi.org/10.3389/fnhum.2015.00304>
- Smith, E. E., & Kosslyn, S. M. (2008). *Procesos Cognitivos: Modelos y bases neuronales* (Smith Edward E, Kosslyn Stephen M, M. J. R. Platón, & L. W. Barsalou (eds.); Primera edición). Pearson Education, Inc, publishing as Prentice Hall.
- vanVugt, M. K., Simen, P., Nystrom, L. E., Holmes, P., & Cohen, J. D. (2012). EEG oscillations reveal neural correlates of evidence accumulation. *Frontiers in Neuroscience*, *JULY*, 1–13. <https://doi.org/10.3389/fnins.2012.00106>
- Yamada, T., & Meng, E. (2020). *Pruebas Neurofisiológicas Clínicas Electroencefalografía* (M. Cilbrerto, E. Meng, P. Seaba, T. Yamada, & M. Yeh (eds.); 2nd ed.). Wolters Kluwer.
- Yilmaz, K. (2011). The Cognitive Perspective on Learning: Its Theoretical Underpinnings and Implications for. *Source: The Clearing House*, *84*(5), 204–212. <https://doi.org/10.1080/00098655.2011>

ANEXOS

AN1. PRUEBA COGNITIVO-PSICOMÉTRICA



1. La figura anterior muestra una forma construida con cubos del mismo tamaño. Hay un hoyo en medio de la figura, y este atraviesa desde arriba hasta abajo. ¿Cuántos cubos se necesitan para rellenarla?
2. Un reloj marca las 6:20 am, ¿cuántos grados debe recorrer la manecilla del minuterero para que el reloj marque las 8:00 am?
3. ¿Cuál de las siguientes transformaciones realizadas en orden, puede usarse para que la figura 1 se convierta en la figura 2, y finalmente en la 3?

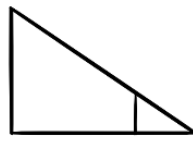


figura 1

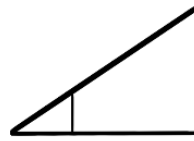


figura 2

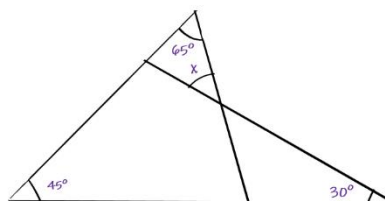


figura 3

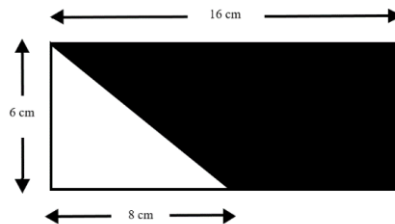
- 1) Reflexión y luego traslación
- 2) Reflexión y luego una rotación de $\frac{1}{4}$ en sentido de las manecillas del reloj.
- 3) Rotación de 180° y luego traslación.
- 4) Rotación de $\frac{1}{4}$ en contra del sentido de las manecillas del reloj y luego reflexión.

Evalúe el ángulo x en una figura.

4. En la figura de abajo, ¿Cuál es el valor de x

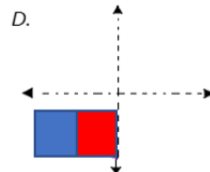
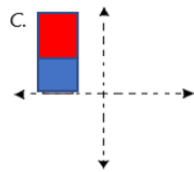
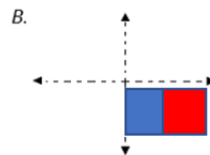
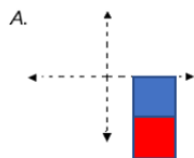
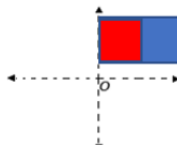


5. En la figura de abajo, ¿Cuál es el área de la región sombreada en cm^2



6.

Respecto a la figura que aparece a continuación, ¿Cuál de las siguientes imágenes muestra el resultado de un medio giro en el sentido de las manecillas del reloj alrededor del punto O .



AN 2. CONSENTIMIENTO INFORMADO

Tipo de Intervención de Investigación: Se realizará la colocación del equipo de Electroencefalografía (EEG) y se procederá con la aplicación de la prueba y el registro. El uso del electroencefalograma es un procedimiento no invasivo, por lo que no existe riesgo de lesión.

Selección de participantes: Estamos invitando a participar a los estudiantes, tanto mujeres como hombres de tercer año de secundaria (entre 14 y 16 años) o estudiantes que hayan cursado previamente la asignatura de geometría.

Participación Voluntaria: La participación es totalmente voluntaria. No se otorgará o se recibirá pago alguno para formar parte de la investigación.

Procedimientos y protocolo: 1. El participante deberá retirarse cualquier objeto que cubra su cabeza (gorra, sombrero, etc.), además de retirar cualquier tipo de joyería. 2. Se procederá con el protocolo de limpieza del participante, los técnicos y el equipo. 3. Se comenzará con la colocación del gel conductor sobre las zonas del cuero cabelludo donde se pondrán los electrodos. 4. Iniciaré la calibración del equipo durante 8 minutos, para iniciar la aplicación de la prueba y el registro EEG por aproximadamente 10 minutos. 5. Finalmente se retirará el equipo EEG y se limpiará el cuero cabelludo.

Duración: La participación del estudiante en esta investigación se ocupará un día. Se espera que la sesión tenga una duración máxima de 45 minutos.

Confidencialidad: No compartiremos la identidad de aquellos que participen en la investigación. La información que se recoja acerca del participante y sus resultados será puesta fuera de alcance de ajenos al proyecto y sólo los investigadores tendrán acceso a ella.

Compartir los resultados: Los hallazgos de la investigación serán compartidos a través de la publicación de una tesis, o mediante publicaciones y conferencias. **Contacto:** Usted puede comunicarse en cualquier momento con un responsable de la investigación, para aclarar algún o varios puntos de esta información. Lic. Irma Elibeth Rugerio López irma.rugeriol@alumno.buap.mx ; Dr. Alfonso Díaz Furlong

alfonso.furlong@correo.buap.mx , miembros de la Maestría en Educación Matemática FCFM-BUAP.

- **Formulario de Consentimiento** (para firmar si está de acuerdo en participar). Se le dará una copia del Documento completo de Consentimiento Informado

Mi hijo(a): *(Nombre del participante)* ha sido invitado a participar en la investigación "Procesos cognitivos en la resolución de problemas geométricos: Una perspectiva neurocognitiva". He leído la información proporcionada o me ha sido leída. He tenido la oportunidad de preguntar sobre ella y se me ha contestado satisfactoriamente las preguntas que he realizado. Como tutor legal consiento voluntariamente que él (o ella) participe en esta investigación y me comprometo a asistir al lugar donde se lleve a cabo la investigación y en el horario que se acuerde con los investigadores.

Nombre completo del participante:

Nombre completo del tutor:

Fecha (dd/mm/aaaa):

Nombre del investigador:

Firma del investigador

Fecha (dd/mm/aaaa):

Ha sido proporcionada al participante una copia de este consentimiento informado.