

**Benemérita Universidad Autónoma de
Puebla**

**Algoritmo computacional para describir
la dinámica del ciclo hidrológico
superficial en una cuenca a partir de
cartas temáticas topográficas,
edafológicas, uso de suelo y vegetación.**

**Tesis que para obtener el título de
Maestro en Ciencias presenta:**

Emmanuel Abdias Romano Castillo

Asesor de Tesis:

**Dr. Andrés Fraguela Collar
Dra. Lucía Cervantes Gómez**

México, Mayo 2007

Índice general

Resumen	7
Introducción	8
1. Planteamiento del problema	11
1.1. Justificación y descripción del problema de investigación	11
1.2. Modelos interactivos de balance hidrológico	13
2. Selección y segmentación de la región de estudio para el cálculo de coeficientes de evapotranspiración, infiltración y escorrentía	17
2.1. Selección del área de estudio y su segmentación poligonal	18
2.1.1. Metodología de elaboración de capas de información	23
2.1.2. Justificación de la elaboración de polígonos del mapa topográfico	25
2.1.3. Tratamiento del mapa topográfico	25
2.1.4. Justificación de la elaboración de la base de datos	27
2.1.5. Metodología para generar una base de datos	27
2.1.6. Justificación de la elaboración de los polígonos de la hidrología superficial	28
2.1.7. Tratamiento del mapa de hidrología superficial superficial	29
2.1.8. Justificación de la elaboración de la red de drenaje	30
2.1.9. Tratamiento del mapa de la red de drenaje	32
2.1.10. Justificación de la malla final	32
2.1.11. Tratamiento de la mezcla de mapas	42
2.1.12. Hipótesis del modelo y la tabla de indicadores	43
2.2. Procesos del ciclo hidrológico y justificación del empleo de los coeficientes	45
2.2.1. Precipitaciones en el área de estudio	47
2.2.2. El proceso de evapotranspiración y cálculo del coeficiente de evapotranspiración	53
2.2.3. Métodos empíricos y semi-empíricos de estimación	55
2.2.4. El proceso de escorrentía y cálculo del coeficiente de escorrentía	60
2.2.5. El proceso de Infiltración y cálculo de coeficiente de infiltración	63

3. Planteamiento matemático del modelo discreto de escorrentía superficial en presencia de pérdidas por evapotranspiración, escorrentía e infiltración	67
3.1. Planteamiento y explicación del modelo	67
3.1.1. Ecuación de balance hidrológico	68
3.2. Modelación Matemática	70
3.2.1. Modelo discreto de distribución superficial	70
4. Aplicación concreta del modelo	76
Conclusiones	76
Bibliografía	77

Índice de figuras

2.1. División municipal del Estado de Puebla	19
2.2. Regiones Hidrológicas	20
2.3. Municipios en la región	21
2.4. Subcuencas RH18Ac y RH18Aj	22
2.5. Mapa de textura de suelos	34
2.6. Mapa de cubierta de suelos	35
2.7. Mapa de pendientes Categoría 1	36
2.8. Mapa de pendientes Categoría 2	37
2.9. Mapa de pendientes Categoría 3	38
2.10. Mapa de pendientes Categoría 4	39
2.11. Mapa de pendientes Categoría 5	40
2.12. Mapa de pendientes Categoría 6	41
2.13. Mapa temático de la malla final	44
2.14. Estaciones meteorológicas y polígonos de Thiessen aplicado a las subcuencas	51
3.1. Esquema de balance hídrico	69
3.2. Región Ω	71
3.3. Segmentación poligonal de Ω	72

Índice de cuadros

2.1. Combinaciones obtenidas y valores de los indicadores.	46
2.2. Estaciones meteorológicas.	49
2.3. Archivos electrónico de las estaciones meteorológicas.	49
2.4. Archivos electrónico de las matrices de lluvias.	52
2.5. Archivos electrónico de las matrices de intensidades.	52
2.6. Número máximo de horas de sol según el mes y la latitud	56
2.7. Porcentaje de horas de sol mensual	58
2.8. Coeficientes de escurrimiento	61
2.9. Valores de f_0, f_c, k	65

Esta tesis es dedicada a:

Mis padres: Abdias Romano Peralta y Lea Castillo Pérez

Suegros: Melitón Reyes Valle y Concordia Mora Marín

Mi esposa Silvia Reyes Mora y con especial cariño a mi hijo Jafet David

Agradecimientos

Doy gracias a Jehóva por todas las bendiciones, fe y esperanza.

Un agradecimiento muy especial al Dr. Andrés Fraguela Collar por la confianza depositada en mi persona y por el apoyo académico, la dedicación hacia este trabajo de investigación, los valiosos comentarios y observaciones que recibí.

Al CONACYT por el apoyo brindado a través de una beca económica.

A mis sinodales por las sugerencias y comentarios para el enriquecimiento del trabajo de investigación.

A mis maestros por los cursos impartidos como parte de mi formación académica.

Resumen

En este trabajo se desarrolla un modelo matemático discreto de la distribución superficial de agua de lluvia durante un período de tiempo y sobre un área de estudio a partir de la información contenida en los mapas temáticos: topográfico, hidrología superficial, edafología, uso de suelo y vegetación.

Una tarea fundamental del trabajo, es la generación de un mapa temático que contiene un conjunto de variables representativo del área de estudio simplificado con respecto al total de la información contenida en las bases de datos de los mapas temáticos.

Como una aplicación concreta del algoritmo obtenido se describen varios escenarios de distribución superficial de agua para dos subcuencas del valle de Puebla.

Introducción

Se presenta un algoritmo computacional que permite describir la distribución superficial de las precipitaciones de diferente intensidad en un intervalo de tiempo, en el área descrita por dos subcuencas del valle de Puebla a partir de cartas temáticas: topografía, hidrología superficial, edafología, uso de suelo y vegetación.

El crecimiento de la población mundial y el desarrollo de las actividades se orientan al consumo y explotación sustentable de los recursos energéticos e hídricos. El contar con suficientes recursos hídricos de calidad es fundamental para la supervivencia de las especies en el planeta, esto representa un reto para los actuales gobiernos. En respuesta a esta demanda existen organismos nacionales e internacionales que encaminan sus esfuerzos a establecer leyes y reglamentos en materia de consumo y distribución de agua que respondan a las siguientes problemáticas:

- Plantear estrategias de consumo y distribución del agua que sean sustentables.
- Determinar los períodos de recarga de los acuíferos.
- Determinar las áreas de una región de estudio que son susceptibles a inundaciones.
- Determinar los períodos de sequías.
- Describir los escenarios que enfrentan las generaciones futuras a corto, mediano y largo plazo.
- Pronosticar las posibles afectaciones que sufren el sector agrícola y ganadero en cuanto al consumo de agua.

La metodología que utilizamos consiste en realizar una segmentación del área de estudio que emplea diferentes tipos de mapas temáticos como son: topográfico, hidrología superficial, edafológico, uso de suelo y vegetación.

La segmentación se establece mediante un conjunto de características simplificadas representativas del área de estudio, que permitan identificar y cuantificar

cada elemento de la partición lo más cercano posible a la realidad y que comprende: seis tipos de cobertura de suelo (uso de suelo y vegetación), cinco tipos de textura de suelo (edafología), cuatro clases de pendientes (topografía e hidrología superficial).

Una vez que se obtiene la segmentación final del área de estudio se establece la siguiente hipótesis:

Las características: cobertura de suelo, textura de suelo, pendiente y dirección de flujo superficial permanecen constantes en cada polígono de la segmentación.

En cada elemento de la segmentación más fina consideramos un modelo estacionario de compartimentos que describe en cada instante de tiempo la distribución de la lluvia en: superficie y subsuelo; al considerar los procesos: evapotranspiración, escurrimiento superficial (escorrentía), escurrimiento subsuperficial e infiltración.

En cada una de las 120 variantes obtenidas tenemos un conjunto de indicadores cuantitativos mediante el empleo de coeficientes, los cuales describen las tasas de cambio de los procesos que ocurren para la hipótesis establecida de los elementos de la segmentación poligonal.

Esto describe la dinámica del agua superficial y subsuperficial al pasar de un elemento a otro de la segmentación.

El primer capítulo presenta la justificación, descripción del problema de investigación y los antecedentes en relación a este trabajo.

El segundo capítulo justifica la definición de los coeficientes y los procesos: uso de escorrentía superficial, infiltración, escurrimiento subsuperficial y evapotranspiración, para formular un algoritmo que describe el movimiento del agua de un elemento de la segmentación a otro.

En este capítulo se justifica el cálculo de los coeficientes y se explica como se construye la segmentación a partir de la información contenida en los mapas temáticos: topográficos, edafológicos, uso de suelo y vegetación; en un área de estudio concreta, que corresponde a las subcuencas RH18Ac y RH18Aj -(ver Fig. 2.2)- de la cuenca del Alto Atoyac.

El tercer capítulo presenta el planteamiento matemático del modelo dinámico discreto y la deducción de la ecuación que describe la variación de la cantidad de agua superficial por unidad de tiempo utilizando la ley de balance de masas.

El cuarto capítulo presenta la aplicación concreta del algoritmo considerando

como área de estudio las subcuencas RH18Ac y RH18Aj pertenecientes al estado de Puebla. Para correr el algoritmo se requiere una condición inicial.

finalmente se exponen las conclusiones de la metodología empleada y se dá un apéndice con programas desarrollados por el autor.

Capítulo 1

Planteamiento del problema

En este capítulo presentamos la justificación y descripción del problema de investigación; los antecedentes y modelos matemáticos similares que involucran las componentes del ciclo hidrológico.

Se describe la variación que sufre el agua superficial por unidad de tiempo tomando en consideración los procesos de escorrentía superficial, infiltración, escurrimiento subsuperficial y evapotranspiración.

1.1. Justificación y descripción del problema de investigación

Dentro de las actividades de planeación y manejo sustentable de los recursos hídricos, el balance hídrico es un concepto útil que nos permite estimar la disponibilidad de agua en las cuencas hidrológicas. Recordemos que el ciclo hidrológico llega a desarrollarse tanto en la superficie terrestre como en el subsuelo; y que comprende la dinámica de aguas superficiales y subterráneas.

En la actualidad el problema de abastecimiento, consumo y distribución de agua para la realización de actividades humanas tanto en el campo como en la ciudad, hace necesaria la intervención de investigadores de las ciencias exactas y otras disciplinas que aporten soluciones al problema a corto y largo plazo, en consecuencia se desarrollan nuevas metodologías y se implementan nuevos modelos matemáticos que describen con más exactitud las condiciones existentes en las áreas de estudio.

El manejo apropiado de los recursos hídricos requiere de la realización de balances en las diferentes componentes del ciclo hidrológico.

Consideremos el siguiente problema:

Dado un conjunto de precipitaciones de cierta intensidad y duración específica en una región de estudio, deseamos establecer la distribución

superficial del agua sujeto a los procesos: infiltración, evapotranspiración, escorrentía superficial y escorrentía subsuperficial.

De manera natural se plantean una serie de preguntas:

- ¿Como se distribuye la lluvia en la superficie al transcurrir el tiempo?
- ¿Que cantidad de agua se evapotranspira o se va a los mantos subterráneos?
- ¿Cuantos días tiene que llover y con que intensidad para llenar el cauce superficial de un río o una presa a su capacidad total?
- ¿En que zonas debe llover y con que intensidad para que los cauces superficiales se llenen a su capacidad total?
- ¿Que zonas son susceptibles de inundaciones y cuánto durarán éstas?
- ¿Que zonas son susceptibles de sequías?

Para responder a las preguntas anteriores se propone la siguiente metodología que ayudará a resolver el problema de diseño del modelo y la implementación de un algoritmo computacional.

La metodología que emplearemos consiste en realizar una partición poligonal del área de estudio y utilizar diferentes tipos de mapas temáticos como son: topográfico, hidrología superficial, edafológico, uso de suelo y vegetación.

La partición poligonal se establece mediante un conjunto de características representativas del área de estudio, que permitan identificar y cuantificar cada elemento de la partición lo más cercano posible a la realidad y que comprende: seis tipos de cobertura de suelo, cinco tipos de textura de suelo y cuatro clases de intervalos de pendientes.

Una vez realizada la intersección se obtiene una partición más fina y se establece una hipótesis que es fundamental: Todos los puntos que pertenezcan a un elemento de la partición tienen las mismas características.

En cada elemento de la partición consideramos un modelo estacionario de compartimentos que describe en cada instante de tiempo la distribución del agua de lluvia en la superficie y el subsuelo, teniendo en cuenta los procesos: evapotranspiración, escurrimiento superficial, escurrimiento subsuperficial e infiltración.

En cada una de las variantes obtenidas tenemos un conjunto de indicadores cuantitativos mediante el empleo de coeficientes, los cuales describen las tasas de cambio de los procesos que ocurren para la hipótesis establecidas, en los elementos de nuestra partición poligonal.

De esta forma se describe la dinámica del agua superficial y subsuperficial al pasar de un elemento a otro de la partición.

La metodología propuesta permite responder a las preguntas y establecer un modelo de compartimentos que describe la dinámica de la distribución de lluvia; además de la generación de escenarios en los que se simula la intensidad, duración de la lluvia, localización de la precipitación, período de lluvias.

El algoritmo numérico tiene el objetivo de mostrar mediante gráficos la evolución de la distribución superficial sujeto a los procesos antes mencionados y las condiciones iniciales.

1.2. Modelos interactivos de balance hidrológico

En los años 60 y 70 se realizaron simulaciones electrónicas: se realizaba una maqueta del acuífero en la que una maraña de resistencias y condensadores simulaban respectivamente las distintas permeabilidades y los coeficientes de almacenamiento. Evidentemente, el flujo eléctrico hacia el papel de agua y el potencial eléctrico equivalía al potencial hidráulico. La solución era muy laboriosa y bastante limitada.

Existe un modelo muy elemental que describe el fundamento de los modelos de flujo subterráneo, para comprender cómo un ordenador puede predecir el comportamiento del agua en el subsuelo sin más herramientas que la Ley de Darcy y se basa en el antiguo modelo de Prickett y Lonquist (1971).

El modelo MODFLOW (McDonald et al.,1988), que es actualmente el estándar mundial, comienza considerando un conjunto tridimensional de celdas y puede verse una descripción de su fundamento en Domenico & Schwartz (1998, p.145).

Para simular el comportamiento de un acuífero es posible utilizar modelos matemáticos, los cuales pueden ser desarrollados por el interesado o utilizar los existentes en el mercado, y que se han elaborado con base a la ecuación de flujo en medios porosos:

$$\frac{S}{K} \frac{\partial h}{\partial t} = \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) + F(x, y, z, t) \quad (1.1)$$

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = K \left[\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) + F(x, y, z, t) \right] \quad (1.2)$$

El coeficiente K en la ecuación (1.2) puede ser considerado constante en cualquier dirección o variable en cualquier dirección.

Si el coeficiente de conductividad K es constante en cualquier dirección, se obtiene

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = K \Delta h + K F(x, y, z, t) \quad (1.3)$$

en donde Δ representa el operador de Laplace $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, y

- h =carga hidráulica
- S =coeficiente de almacenamiento específico
- t =tiempo
- x,y,z =coordenadas cartesianas

Si la matriz de conductividad K es variable en cualquier dirección, entonces se tiene

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = \text{div}(K(x, y, z) \text{grad } h + K(x, y, z) F(x, y, z, t)) \quad (1.4)$$

$$K(x, y, z) = \begin{bmatrix} k_{1,1}(x, y, z) & k_{1,2}(x, y, z) & k_{1,3}(x, y, z) \\ k_{2,1}(x, y, z) & k_{2,2}(x, y, z) & k_{2,3}(x, y, z) \\ k_{3,1}(x, y, z) & k_{3,2}(x, y, z) & k_{3,3}(x, y, z) \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

- h =carga hidráulica
- S =coeficiente de almacenamiento específico
- t =tiempo
- x,y,z =coordenadas cartesianas

la cual fue obtenida con base a la ley de conservación de masa y la ley de Darcy, bajo la hipótesis de un sistema cerrado.

Existe otro modelo matemático para simular el comportamiento de un acuífero ante diversas acciones que se denomina Visual ModFlow¹ el cual es un código de simulación de flujo de aguas subterráneas tridimensional que utiliza una aproximación en diferencias finitas para resolver la ecuación diferencial de flujo, con esfuerzos externos, tales como pozos, recarga, evapotranspiración, salidas y recargas o drenajes debidos a corrientes superficiales.

¹El código numérico de computadora desarrollado por Michael G. Mc Donald y Arlen W. Harbaugh, denominado A Modular Three-Dimensional Finite-Difference Ground-Water Flow Model, es conocido como ModFlow. Este modelo realizado en el año de 1984 en la U. S. Geological Survey, ha sido adoptado por otras instituciones, como Waterloo Hydrogeologic Inc., la cual lo acomodo a un medio ambiente denominado Visual ModFlow

En 1988 se comenzó a desarrollar el código BALAN, un modelo hidrológico agregado para estimar la recarga de acuíferos, en 1999 se puso a punto el código desarrollado por el Grupo de Hidrología Subterránea de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad de la Coruña que se denomina VISUAL BALAN V 1.0. este código permite calcular el balance diario de agua en una cuenca partiendo de los datos de precipitación diaria, proporcionando los resultados para cada una de las componentes del balance. Se ha obtenido aplicación a la estimación de la recarga en una pequeña cuenca piloto situada cerca de La Coruña.

Se presenta un modelo hidrológico distribuido para la estimación de los recursos hídricos obtenido a partir de VISUAL BALAN V 2.0, desarrollado por el Grupo de Hidrología de la Universidad de A. Coruña, que se ha acoplado a una plataforma SIG. GIS-BALAN que resuelve las ecuaciones de balance hidrológico en el suelo edáfico, en la zona no saturada y en el acuífero, evaluando las componentes de manera secuencial. El código ha sido ampliamente utilizado como una herramienta para la evaluación de los recursos hídricos, la estimación de la recarga subterránea y en estudios de contaminación de acuíferos ilustrando su aplicación en las cuencas del río Valiñas, cerca de la Coruña, y en la de la laguna de Gallo-canta, en el suroeste de Aragón.

Cada una de estas variables puede conocerse con una adecuada resolución espacial y temporal. La estructura de la modelización permite la discretización del dominio espacial en capas de celdas superficiales y subterráneas, sobre las que se evalúa el intercambio de flujos horizontales, vinculadas por modelos de flujos verticales en la ZNS. Esta aptitud de conectar la hidrología de superficie con la subterránea, lo habilita para realizar predicciones acerca de las evoluciones en los procesos hidrológicos provocados por acciones antrópicas a escala de cuenca y en el largo plazo. Se describen resultados de la puesta en operación y calibración del modelo en el sistema del Arroyo Ludueña (Santa Fe, Argentina).

Existe otro modelo matemático de simulación hidrológica cuasi-3D, apto para presentar áreas de llanura que contempla las interacciones entre los procesos de superficie, de la zona no saturada (ZNS) y de la zona saturada. En cada celda ó unidad de discretización espacial, el modelo denominado SHALL3 (Simulación Hidrológica de Áreas de Llanura, versión 3) puede cuantificar dinámicamente variables de estado (almacenamiento por intercepción, superficial, en el perfil del suelo y subterráneo) y flujos de intercambio (evapotranspiración, ascenso capilar, escurrimiento superficial mantiforme y encauzado, a superficie libre y a través de constricciones, infiltración, percolación profunda y escurrimiento subterráneo).

El modelo SWAT desarrollado en el año 2000, se basa en un balance hídrico para determinar la entrada, salida y almacenamiento de agua en una cuenca. Ha sido ampliamente utilizado en varias zonas del mundo con múltiples aplicaciones.

En México se ha implementado en dos proyectos:

La cuenca del río “EL TEJOCOTE”, Atlacomulco, Estado de México.

Estimación de caudales y sedimentos en la cuenca del río GUADALAJARA, Universidad del Valle de México.

En México los modelos matemáticos para simular el comportamiento de acuíferos han sido utilizados básicamente desde los años sesentas, sin embargo por su dificultad y laborioso trabajo, aun cuando se contaban con computadoras, no fueron utilizados ampliamente y en forma continua hasta la aparición de las nuevas generaciones de computadoras que permiten trabajar con grandes bases de datos a altas velocidades y a la aparición de códigos o interfaces amigables, de tal forma que los tiempos de resolución de sistemas de ecuaciones se han reducido considerablemente.

Actualmente los modelos matemáticos que simulan el comportamiento de los acuíferos se utilizan frecuentemente para desarrollar diversos trabajos, entre ellos se pueden citar los relacionados con la administración y planeación del manejo de los recursos hídricos subterráneos; en otros casos, los modelos se utilizan en estudios y proyectos de nuevos sistemas de bombeo de agua subterránea y en la prevención de contaminación de acuíferos entre otros.

El desarrollo de tales modelos permite establecer la modelación del ciclo hidrológico a diferentes etapas y escalas de tiempo cuyo impacto es reflejado en la planeación y manejo sustentable del agua.

Capítulo 2

Selección y segmentación de la región de estudio para el cálculo de coeficientes de evapotranspiración, infiltración y escorrentía

Nuestro interés es determinar como se distribuye la lluvia por unidad de tiempo entre los diferentes compartimentos de una cuenca hidrológica, es decir:

- Superficie
- Subsuelo
- Atmósfera

sujeta a los procesos del ciclo hidrológico que se desarrollan en la superficie de una cuenca para un período de lluvias.

El presente capítulo explica la metodología empleada para la realización de la segmentación del área de estudio a partir de la información contenida en los mapas temáticos: topográficos, hidrología superficial, edafológicos, uso de suelo y de vegetación.

Así mismo, se justifica el empleo de los coeficientes de escorrentía superficial, infiltración, escurrimiento subsuperficial y evapotranspiración.

2.1. Selección del área de estudio y su segmentación poligonal

A continuación presentamos el área de estudio, de lo general a lo particular, es decir, del Estado de Puebla a la región hidrológica y de la región hidrológica a las subcuencas de interés.

El Estado de Puebla está ubicado en la parte centro-este del país, sus coordenadas geográficas extremas son: al norte $20^{\circ} 50'$, al sur $17^{\circ} 52'$ de latitud norte; al este $96^{\circ} 43'$ y al oeste $99^{\circ} 04'$ de longitud oeste.

Colinda al norte con Hidalgo y Veracruz-Llave, al este con Veracruz-Llave y Oaxaca, al sur con Oaxaca y Guerrero y al oeste con Guerrero, Morelos, México, Tlaxcala e Hidalgo, (ver fig.(2.1)).

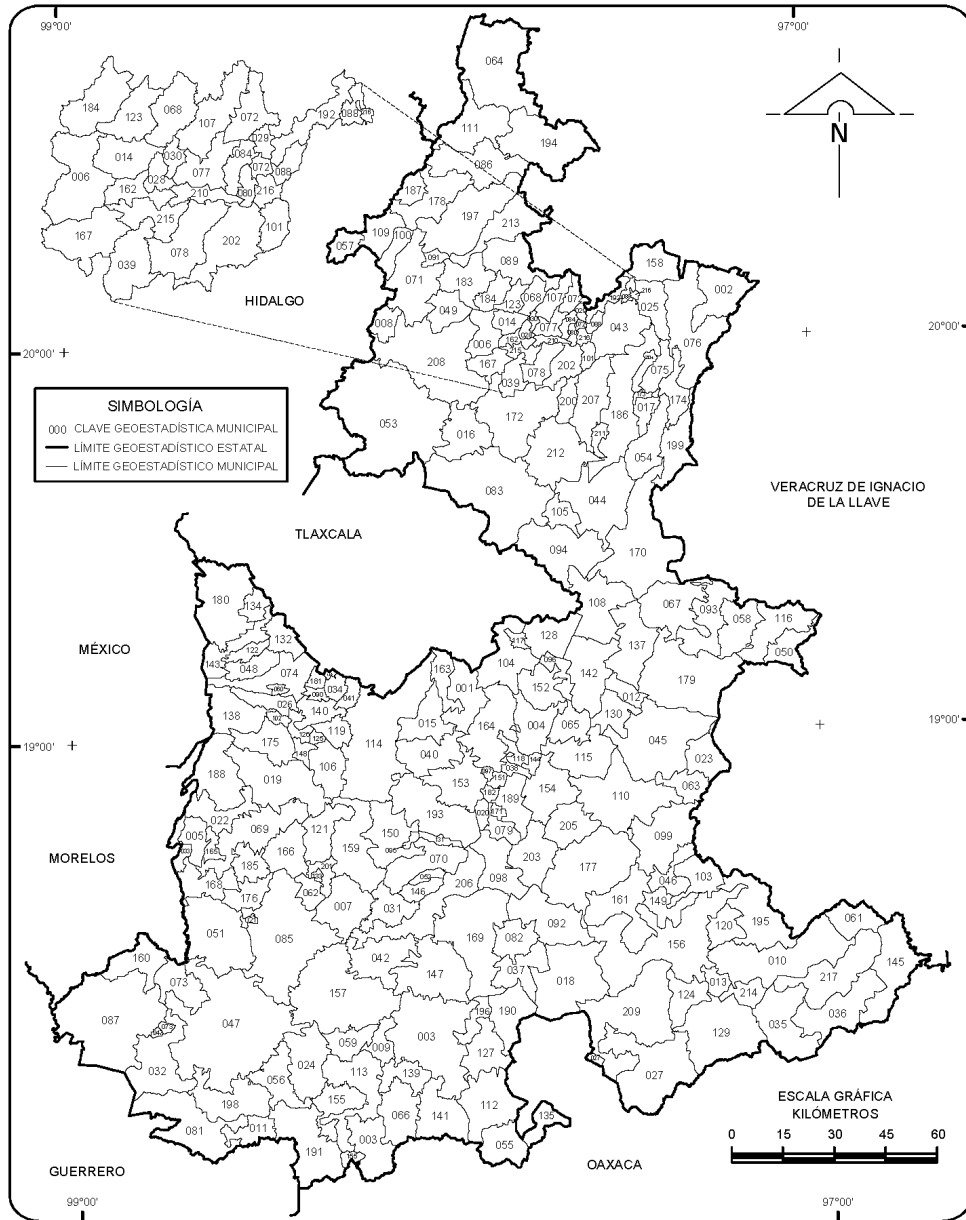
Comprende una superficie de 33 995 km², dato que representa 1.7% del espacio total del país, se sitúa en el vigésimo primer lugar en cuanto a extensión y está integrado por 217 municipios [3]. El Estado de Puebla es surcado por diversos ríos de importancia como el Atoyac, Nexapa, Pantepec, San Marcos, Nexapa-Acatlán, Ajajalpa, Apulco, Salado, Zempoala, Chichiquila, Mixteco, Acatlán, Tehuacán, Zapoteco y Coyolapa. También cuenta con presas como: Manuel Ávila Camacho, Necaxa, La Laguna (El Tejocotal), Tenango, Nexapa, La Soledad, Boqueroncito y Omiltepec; y las lagunas: El Salado, Totolcingo, Grande, Chica y Ajolotla [4].

La totalidad del territorio de Puebla, se encuentra comprendido dentro de cuatro grandes regiones hidrológicas, de las 37 en que está dividido el territorio mexicano. Estas regiones son, en orden de extensión dentro de la entidad: RH18 Río Balsas; RH27 Ríos Tuxpan-Nautla; RH28 Río Papaloapan y la RH26 Río Pánuco, (ver fig.(2.2)). De éstas, las tres primeras abarcan casi la totalidad del estado, mientras que la última ocupa tan solo unas pocas decenas de km². Solamente la región del Balsas pertenece a la vertiente del Pacífico; mientras que las restantes descargan sus captaciones hacia el Golfo de México [4].

La región de interés se concentra en los municipios: Puebla, Tepatlaxco de Hidalgo, Amozoc, Atlixco, Ocoyucan, Tzicatlacoyan, Teopantlan y Cuautinchan [5] (ver fig.(2.3)). Las subcuencas hidrológicas RH18Ac y RH18Aj pertenecen a la región RH18 Río Balsas (ver fig.(2.4)). Cabe señalar que la Presa Manuel Ávila Camacho (Valsequillo), es la más importante de la entidad; su función principal es la irrigación de una superficie de 17 000 hectáreas, pertenecientes al distrito de riego No. 30 Valsequillo, el cual se extiende hacia la cañada poblana oaxaqueña, en el valle de Tehuacán y del río Salado, ya dentro de la cuenca del Papaloapan.

A continuación se propone la metodología que empleamos en la realización de la segmentación del área de estudio.

División Geoestadística Municipal



NOTA: Las divisiones incorporadas en los mapas contenidos en este anuario corresponden al Marco Geoestadístico del INEGI y no a la división político-administrativa del estado.
FUENTE: INEGI. Marco Geoestadístico, 2000.

Figura 2.1: División municipal del Estado de Puebla

Regiones y Cuencas Hidrológicas

Mapa 8

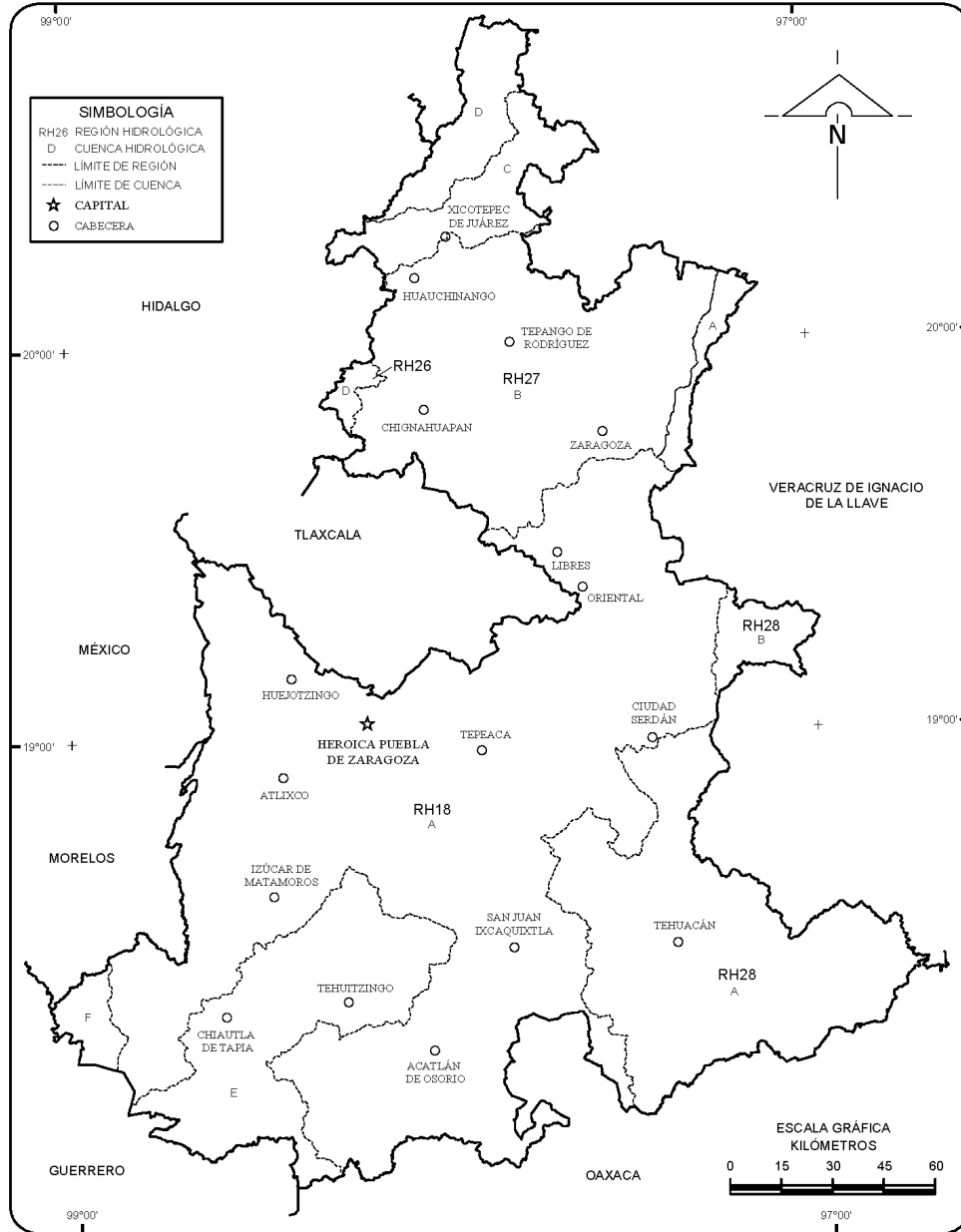


Figura 2.2: Regiones Hidrológicas

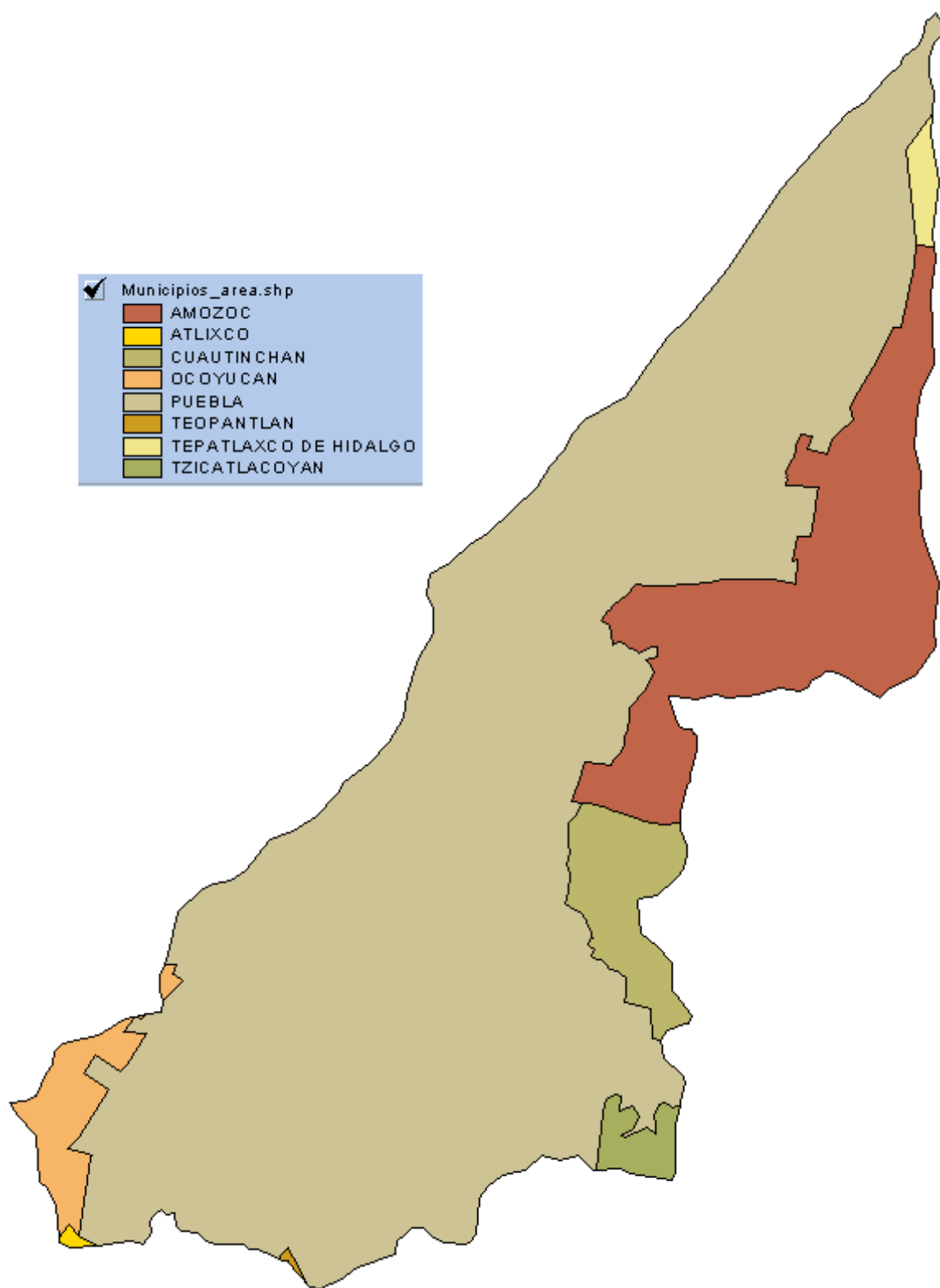


Figura 2.3: Municipios en la región

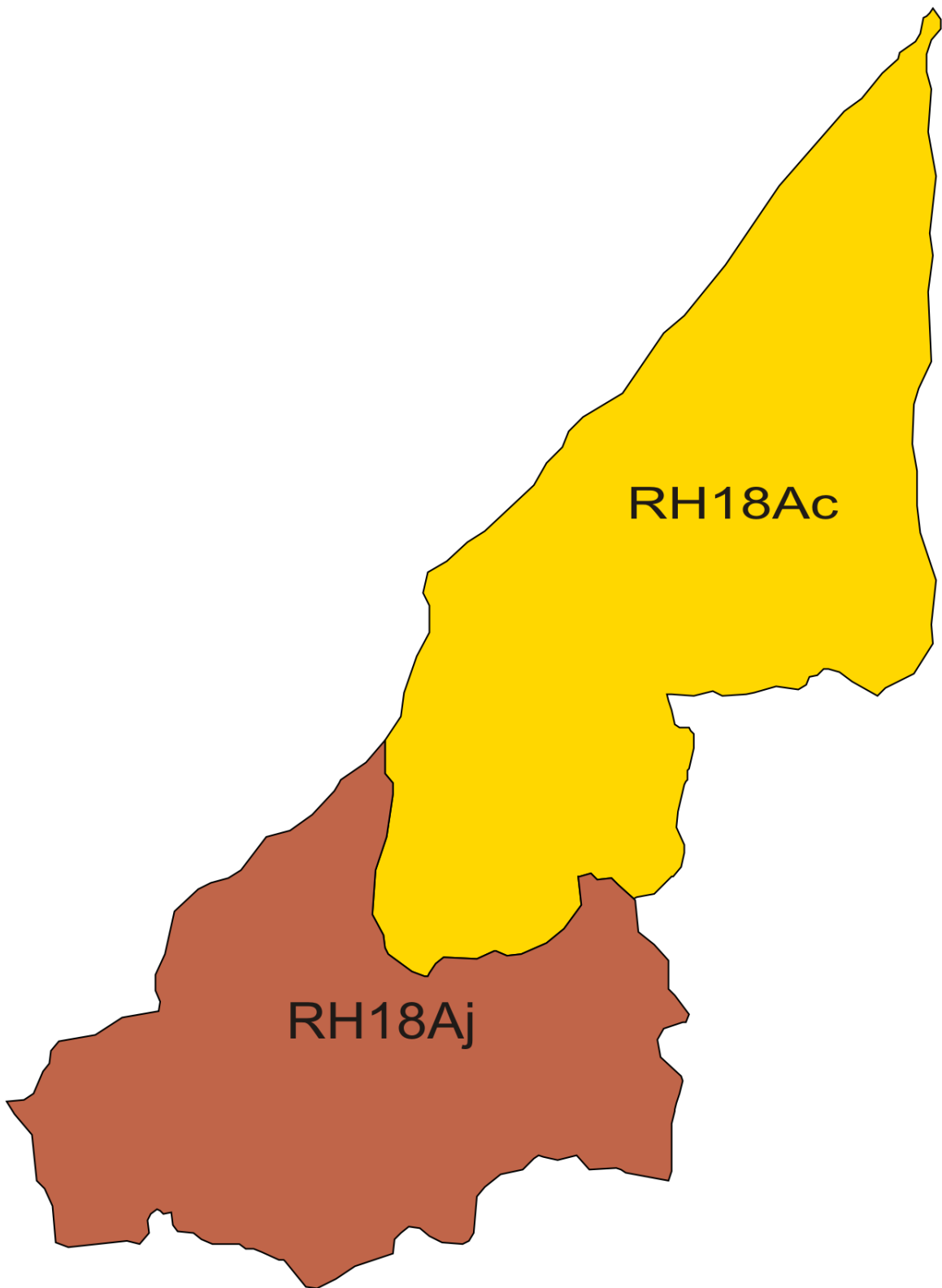


Figura 2.4: Subcuencas RH18Ac y RH18Aj

2.1.1. Metodología de elaboración de capas de información

Ya que la naturaleza tiene diversas manifestaciones, el conjunto de fenómenos meteorológicos merecen un estudio y conocer las leyes bajo las cuales estos se rigen y los efectos que producen.

En la medida que un país posea información oportuna, veraz y actualizada, sobre sus recursos naturales, estará en condiciones de planear adecuadamente su desarrollo e influir en su futuro.

De acuerdo a la Tabla 1 de la Guía para la interpretación de cartografía la escala 1:250000 es suficiente ya que cubre las siguientes aplicaciones: planeación estatal, evaluación de recursos, estatales, delimitación municipal, análisis de factibilidad de proyectos, estudio de obras a nivel anteproyecto, análisis de problemas de desarrollo urbano; así 1 cm en la carta representa 2.5 km y 1 km se representa por 4 mm. Sin embargo las cartas de INEGI en la escala 1:250000, y 1:50000 emplean la proyección Universal Transversa de Mercator (UTM).

Ya que no existen trabajos de investigación a cargo de instituciones como: INEGI, CNA que cubran la necesidad de generar mapas vectoriales por parte del usuario final, en opinión de este autor es necesario proponer una metodología que permita cubrir tales necesidades.

Se propone la siguiente metodología que nos permitirá generar sistemáticamente tres mapas vectoriales: bandas de curvas de nivel, red de drenaje y la malla final mediante un conjunto de etapas y cuya base de datos permitirá reconocer los rasgos más representativos del área de estudio e implementar el modelo discreto de distribución superficial del agua para los diversos procesos asociados al ciclo hidrológico cuya contribución sustancial es la obtención de un algoritmo computacional que permite obtener dichos intercambios entre los compartimentos del área de estudio.

Tal metodología consta de las siguientes etapas:

- Recolección de información de la región de estudio.
- Filtrado de la información.
- Diseño y construcción de la red de drenaje.
- Acoplamiento de la red de drenaje al resto de los mapas vectoriales.
- Intersección de los mapas vectoriales resultantes.

Dentro de la recolección de información que se solicitó y compró a INEGI de la respectiva región de estudio se consideraron:

- Mapa vectorial de Topografía.
- Mapa vectorial de Hidrografía superficial.
- Mapas de Uso de suelos y de vegetación.
- Mapas edafológicos
- mapa de Tipos de climas.

El filtrado de la información se resume en la utilización de los siguiente mapas vectoriales:

Topografía Curvas de nivel en la escala 1:250000.

Hidrografía Corrientes superficiales permanentes, corrientes superficiales intermitentes, lagunas naturales (cuerpos de agua), embalses construidos por el hombre, dirección de corrientes superficiales, caudal máximo y/o mínimo en el puntos de observación y/o estaciones meteorológicas, ubicación de puntos de medición.

Uso de suelos y de vegetación Tipos de suelos, clases texturales de suelos, usos de suelo y vegetación.

Tipos de clima Ubicación de estaciones meteorológicas, tipos de climas, lluvias mensuales, temperatura media mensual.

Sin embargo tal metodología debe ser lo más general ya que debe extenderse a cualquier región de estudio y generar su red de drenaje representativa.

Dos tareas importante se desprenden del planteamiento de la metodología y que guardan una estrecha relación:

- Justificación del empleo de los mapas vectoriales a utilizar y de la información contenida en los campos de sus respectivas bases de datos
- Tratamiento de los mapas mediante los paquetes Autodesk Map y Arcview 3.2

A continuación presentamos la justificación correspondiente para cada uno de los mapas a generar.

2.1.2. Justificación de la elaboración de polígonos del mapa topográfico

Se establece el área de influencia de las subcuencas: RH18Ac y RH18Aj respectivamente y que a su vez se encuentra contenida en la unión de dos mapas vectoriales en escala 1:250000, el tipo de mapa a utilizar para llevar a cabo esta tarea es el mapa vectorial topográfico, ya que otro mapa en su lugar no cumpliría los requisitos; dicho mapa topográfico en la parte gráfica tiene contenida las curvas de nivel y cuyo incremento en cada par es de 100 mts.

A continuación se procede a elaborar las bandas de polígonos que ayudan a resolver el problema derivado del tipo de información contenida en el mapa vectorial topográfico y que no conserva la compatibilidad del tipo de objeto con los mapas temáticos: edafología, uso de suelo y de vegetación.

Sin embargo cada curva de nivel tiene asignado un valor numérico y cuyo tratamiento desde el punto de vista de los sistemas de información geográfica es considerado la unión de segmentos de línea cuyos extremos son los nodos. Una vez obtenido el recorte de las curvas de nivel se procede a elaborar las correspondientes bandas de polígonos al unir los extremos de cada par y/o más curvas de nivel por segmentos de línea, dichas bandas de polígonos encierran un área por cada par y/o más curvas de nivel según sea el caso, este proceso se realiza con todo el mapa hasta obtener todas las bandas de polígonos.

Una vez obtenida la capa de información que contiene las bandas poligonales se procede a asignar la correspondiente información numérica y que proponemos sean los siguientes campos de datos:

- Altimetría de la curva superior inmediata.
- Altimetría de la curva inferior inmediata.
- Altimetría del promedio de la suma de las curvas superior e inferior inmediatas.

El tratamiento de los mapas vectoriales requiere del empleo de los siguientes paquetes Autodesk Map y Arcview. A continuación se presentan los pasos necesarios que permiten realizar el tratamiento según la tarea que deseamos realizar:

2.1.3. Tratamiento del mapa topográfico

Mediante Autodesk Map se describe la metodología para construir los polígonos a partir de las curvas de nivel del mapa vectorial topográficos representativos del área de estudio y su respectiva base de datos.

Las etapas de desarrollo del mapa poligonal:

1. Se delimita el área de estudio mediante un polígono representativo de la subcuenca y/o subcuencas y cuya base de datos contiene el área en km^2 y el perímetro del polígono en km .
2. Se emplea el mapa y/o mapas vectoriales de curvas de nivel en la correspondiente escala que contengan la región de estudio y se realiza el respectivo recorte de la zona.
3. Se importa el respectivo archivo a Autodesk Map 2004 en el siguiente orden:
 - a) Se hace clic en la pestaña *Map* \mapsto *Tools* \mapsto *Import*: “ruta del archivo a importar” del tipo shape; se marcan las casillas de los archivos a cargar que se denominan en adelante capas de información en el campo Input Layer.
 - b) Si deseamos cargar su respectiva base de datos, hacemos clic en la pestaña Data que abre una ventana con las opciones de los campos a cargar.
 - c) Así como la casilla que importa los polígonos como polylineas cerradas.
 - d) Finalmente se introduce en la línea de comandos el comando zoom para poder visualizar nuestro archivo cargado, es decir, $z+enter$ y $e+enter$.
4. En el icono “Layer Properties Manager” creamos una nueva capa de información en el botón “New” y asignamos un nombre conveniente y color de la capa si lo deseamos.
5. Por cada polígono a formarse se cierran sus respectivos extremos de las polylineas y empleando el comando “pedit” que tiene las opciones “Join” para unir varias polylineas y se procede a verificar las propiedades de la polylinea.
6. Se hace clic sobre la polylinea a verificar, se hace clic con el botón derecho e inmediatamente se abre una ventana y nos desplazamos al final haciendo clic en “Properties”.
7. Se abre una nueva ventana y elegimos el campo “closed” de la pestaña “Misc” y si el campo respectivo aparece marcado “No” lo cambiamos a “Yes”.
8. Este proceso se realiza por cada polylinea a convertirse en polígono, y se importa a la capa de resultados.
9. Una vez concluida la tarea de la creación de polylineas cerradas se procede a exportar la capa de resultados dando Clic en la pestaña *Map* \mapsto *Tools* \mapsto *Export*: aparece una ventana donde se establece el destino del nombre de archivo que deseamos “save”.

10. A continuación aparece una ventana con tres pestañas las cuales se marcan como sigue:
 - a) En la pestaña “Selection” marcamos polygon, select all, en filter selection elegimos la capa a exportar y los campos que deseamos como base de datos.
 - b) En la pestaña “Data” hacemos clic en “Select Attributes” y marcamos la casilla “área”.
 - c) En la pestaña “Options” marcamos la casilla “Convert to” y dejamos la opción “LL84” y empleamos la categoría “Lat Longs” y buscamos el país “México” y automáticamente carga “Veracruz, México”, hacemos clic en “Ok”, marcamos la casilla “Treat closed polylines as polygons”.
11. Finalmente hacemos clic en “Ok” y esto concluye el proceso de la generación de polígonos a partir de polylineas, este archivo ya podemos abrir en Arcview 3.2 y comprobar nuestro trabajo.

En cada polígono generado se procede a asignar la información correspondiente, en este caso la base de datos contiene tres campos:

1. Curva de nivel superior.
2. Curva de nivel inferior.
3. Promedio de la suma de la curva de nivel superior e inferior.

en cada polígono generado tiene asignado un conjunto de valores numéricos que podemos utilizar convenientemente en los cálculos posteriores.

2.1.4. Justificación de la elaboración de la base de datos

No obstante un mapa vectorial sin una base de datos no presenta utilidad alguna por consiguiente es útil agregar una base de datos al conjunto de polígonos generados.

Debe realizarse una clasificación de los tipos de campos que se almacenarán en la base de datos, así como la cantidad de elementos a cargar en cada campo. En realidad este proceso puede resultar bastante tedioso ya que se hace dato a dato.

Una vez capturada la información a fin de evitar errores en el procesamiento posterior es conveniente revisar la información.

2.1.5. Metodología para generar una base de datos

Dicha metodología nos permite generar y hacer cambio en la base de datos de cualquier mapa vectorial (capa de información) y se resume las siguientes etapas:

1. Permaneciendo la capa de información activa seleccionamos el icono Open theme Table.
2. Esto nos muestra la base de datos correspondiente a la capa de información.
3. Para agregar información hay que generar dos tipos de información: campos e información.
4. Para agregar un campo hacemos clic en Table, hacemos clic en Start Editing, hacemos clic en Edit, hacemos clic en Add Field y elegimos el tipo de campo a capturar:
 - a) nombre del campo.
 - b) tipo de estructura: booleano, numérico o cadena.hacemos clic en Ok.
5. Para agregar información a los elementos del campo hacemos clic en Edit, hacemos clic en Add Record y situamos el cursor en la celda a asignar el dato correspondiente.
6. Para salvar la table hacemos clic en Table, hacemos clic en Save Edits hacemos clic en confirmación de salvar la información.
7. Finalmente hacemos clic en Table, hacemos clic en Stop Editing y confirmamos que deseamos salvar los datos almacenados con anterioridad.

2.1.6. Justificación de la elaboración de los polígonos de la hidrología superficial

En todo sitio de estudio pueden identificarse los principales elementos que conforman la hidrología superficial:

1. Corrientes superficiales permanentes.
2. Corrientes superficiales intermitentes.
3. Laguna naturales (cuerpos de agua).
4. Embalses construidos por el hombre.
5. Dirección de corrientes superficiales.

En una cuenca las corrientes de agua superficial se denominan tributarias, en consecuencia entre mayor sea el grado de bifurcación de su sistema de drenaje, es decir, cuanto más corrientes tributarias tenga una cuenca, más rápida será su respuesta a la precipitación.

Ya que una precipitación puede abarcar desde unos cuantos metros cuadrados hasta cientos de metros cuadrados con intensidad variable o constante, cuantificar el volumen precipitado en un sitio de interés es de suma importancia, ya que solo se cuentan con mediciones puntuales de las estaciones meteorológicas. Más adelante se implementarán los polígonos de Thiessen para determinar las áreas de influencia, esto contribuye a establecer un volumen inicial en cada región y establecer una red de polígonos.

A partir del mapa vectorial de hidrología superficial se pudieron identificar dos tipos de ramificaciones de las corrientes: radial y mixta. La primera se presenta en la subcuenca RH18Ac y la segunda se presenta en la subcuenca RH18Aj. En ambos casos se debe delimitar los polígonos a partir de las ramificaciones presentes, dicho conjunto de polígonos se convierten en subregiones representativas del conjunto de corrientes tributarias.

Dichas regiones cumplen alguno de los dos criterios: vaso transportador o depresión sujeta a inundación. En general, cada una de las subregiones debe almacenar tres campos de información:

- Origen
- Destino
- Área en km^2

2.1.7. Tratamiento del mapa de hidrología superficial superficial

De los objetos mencionados con anterioridad se distribuyen en: polylineas, polígonos y puntos¹.

A partir de los mapas vectoriales mencionados con anterioridad se genera la red-simple de drenaje:

1. Se identifica el tipo de las corrientes: permanentes e intermitentes.
2. Se identifican los principales cursos de agua y realizamos un agrupación de las mismas a lo largo del área de estudio.
3. Se importa el archivo tipo shape que tiene los elementos antes mencionados y sus respectivas bases de datos.

¹El término polylinea se refiere a segmentos de recta unidos por nodos, tal objeto no cubre área alguna; al contrario del término polígono cuyos nodos consecutivos cubren un área, los puntos son útiles para identificar sitios u objetos fijos que no tienen área

4. Se crea la capa temporal que almacenará los polígonos que en adelante se construyen.
5. Se construyen las polylineas que delimitan las regiones que incluyen los principales cursos de agua, se copian los polylineas a la capa temporal y se procede a exportar la capa.
6. Una vez concluida la tarea de la creación de polylineas cerradas se procede a exportar la capa de resultados haciendo Clic en la pestaña *Map* \mapsto *Tools* \mapsto *Export*: aparece una ventana donde se establece el destino del nombre de archivo que deseamos “save”.
7. A continuación aparece una ventana con tres pestañas las cuales se marcan como sigue:
 - a) En “Selection” marcamos polygon, select all, en filter selection elegimos la capa a exportar y los campos que deseamos como base de datos.
 - b) En la pestaña “Data” hacemos clic en “Select Attributes” y marcamos la casilla “área”.
 - c) En la pestaña “Options” marcamos la casilla “Convert to” y dejamos la opción “LL84” y empleamos la categoría “Lat Longs” y buscamos el país “México” y automáticamente carga “Veracruz, México”, hacemos clic en “Ok”, marcamos la casilla “Treat closed polylines as polygons”.
8. Finalmente hacemos clic en “Ok” y esto concluye el proceso de la generación de polígonos a partir de polylineas, este archivo ya podemos abrir en Arcview 3.2 y comprobar nuestro trabajo.

La base de datos tiene tres campos de información:

1. Origen.
2. Destino.
3. Área en km^2 .

Tales campos en cada polígono generado tiene un valor numérico que identifica y se asignan de acuerdo a la metodología implementada para tratamiento de las bases de datos asociada a la capa de información.

2.1.8. Justificación de la elaboración de la red de drenaje

La red de drenaje permitirá identificar las posibles rutas a seguir por cualquier precipitación durante un intervalo de tiempo y con cierta intensidad.

Dichas rutas quedan expresadas mediante los polígonos que incluyen información

del mapa temático de bandas de nivel y el mapa temático de hidrología superficial. El proceso consiste en mezclar la información de ambas capas de información.

Realizando un estudio de toda el área concluimos que los polígonos alcanzan una de las 6 combinaciones, considerando 2 factores representativos:

- Amplitud del polígono
- Altura entre curvas de nivel.

cuyo recorrido de los factores se presenta a continuación:

1. Amplitud máxima del polígono.
2. Amplitud mínima del polígono.
3. Amplitud media del polígono.
4. Pendiente según la altura a: 100mts y 50 mts.
5. Pendiente en cada polígono según las 6 categorías:
 - a) Categoría 1:Amplitud máxima vs 100mts de altura
 - b) Categoría 2:Amplitud máxima vs 50mts de altura
 - c) Categoría 3:Amplitud minima vs 100mts de altura
 - d) Categoría 4:Amplitud mínima vs 50mts de altura
 - e) Categoría 5:Amplitud media vs 100mts de altura
 - f) Categoría 6:Amplitud media vs 50mts de altura

Una vez concluida el calculo de las pendientes, se procede a realizar una agrupación de las cantidades obtenidas mediante cuatro intervalos de porcentaje, es decir, 1 grado equivale a $1 \cdot 11\%$ y se propone la siguiente clasificación:

1. $0 - 5 \cdot 999$
2. $6 \cdot 0 - 10 \cdot 999$
3. $11 \cdot 0 - 30 \cdot 999$
4. $31 \cdot 0 - 100$

Tal clasificación fue consultada con el especialista Dr. Luis Beltrán Rivero Ramos.²

²Especialista en Física de Suelos y Sistemas de Información Geográfica

2.1.9. Tratamiento del mapa de la red de drenaje

A continuación se describe la metodología para construir la red de drenaje del área de estudio y que puede extrapolarse a cualquier región de estudio.

Posteriormente se describen las etapas necesarias para construir el mapa vectorial de la red de drenaje final:

1. Abrir ambos mapas vectoriales mediante el paquete Arcview 3.2.
2. Cargar las extensiones que permitan realizar modificaciones.
3. Utilizar la herramienta interna de Arcview 3.2 ubicada en la pestaña *View* \mapsto *GeoProcessing Wizard*.
4. Marcamos la casilla *Intersect two themes*, hacemos clic en *Next*.
5. Seleccionamos los dos mapas cargados y especificamos el nombre del archivo salida.
6. Hacemos clic en *Finish* y esperamos a que termine la ejecución interna de la operación.

Generamos los campos correspondientes de acuerdo a la metodología para generar la correspondiente base de datos.

2.1.10. Justificación de la malla final

El mapa vectorial de la segmentación final es el producto del tratamiento de los mapas generados, debido a que la información contenida contribuye para la implementación del algoritmo numérico.

La partición poligonal se establece mediante un conjunto de características más representativo del área de estudio, que permite identificar y cuantificar cada elemento de la partición.

Sin embargo tenemos tres tareas a realizar:

1. Establecer las características más representativas.
2. La cantidad de variantes y/o combinaciones a generar.
3. La cantidad de polígonos a producirse al mezclar los mapas temáticos.

El INEGI ha realizado estudios de suelos así como el Colegio de Postgraduados-Chapingo, en ambos casos han propuesto clasificaciones muy amplias de tal manera que es imposible utilizar todas las variantes. Sin embargo, en colaboración

con los especialistas Dr. Luis Beltrán Rivero Ramos³ y él Dr. Mario Guillermo Riverol Rosquet⁴ se realizó una simplificación de tales clasificaciones y se propone bajo su dirección una clasificación más simple.

La siguiente representación de las condiciones existentes es lo más cercano a la realidad y se proponen los siguientes factores representativos: cobertura de suelo, clase textural, pendiente.

Para los tres factores antes mencionados tenemos los siguientes recorridos:

Cobertura del suelo: bosque, pastizal, cultivo, ZU (zona urbana), Presa y desnudo.

Textura del suelo: fina (Arenoso), media, gruesa (Arcilloso), localidad, cuerpo de agua.

Pendiente: 0-5.999, 6-10.999, 11-30.999, 31-100.

A continuación mostramos los respectivos mapas vectoriales:

Una vez identificadas las características más representativas del área de estudio, que en adelante llamaremos factores, necesitamos determinar cuantas combinaciones o variantes utilizaremos en la identificación de los polígonos en el mapa.

De la teoría de conjuntos, empleamos la denominada *regla del calculo secuencial*, obteniendo el número total de variantes o combinaciones a considerar en nuestra región de estudio.

Podemos contar el número de elementos de cualquier conjunto T de n -uplas si conocemos el número de elecciones posibles para cada una de las sucesivas componentes. Por ejemplo, supongamos que existen k_1 elecciones posibles para la primer componente x_1 . Sea k_2 el número de elecciones posibles para x_2 , una vez x_1 conocido. Análogamente, sea k_r el número de elecciones para x_r , una vez que x_1, x_2, \dots, x_{r-1} han sido elegidos. El número de n -uplas que pueden formarse con estas elecciones es:

$$\nu(T) = k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_n$$

Al incrementarse el número de factores y sus respectivos recorridos ocurre un incremento de combinaciones representativas del área de estudio.

En función de los respectivos recorridos se obtiene que el total de combinaciones según la aplicación de la regla anterior es: $\nu(T) = 120$.

³Especialista en Física de Suelos y Sistemas de Información Geográfica

⁴Especialista en Conservación y Mejoramiento de Suelos

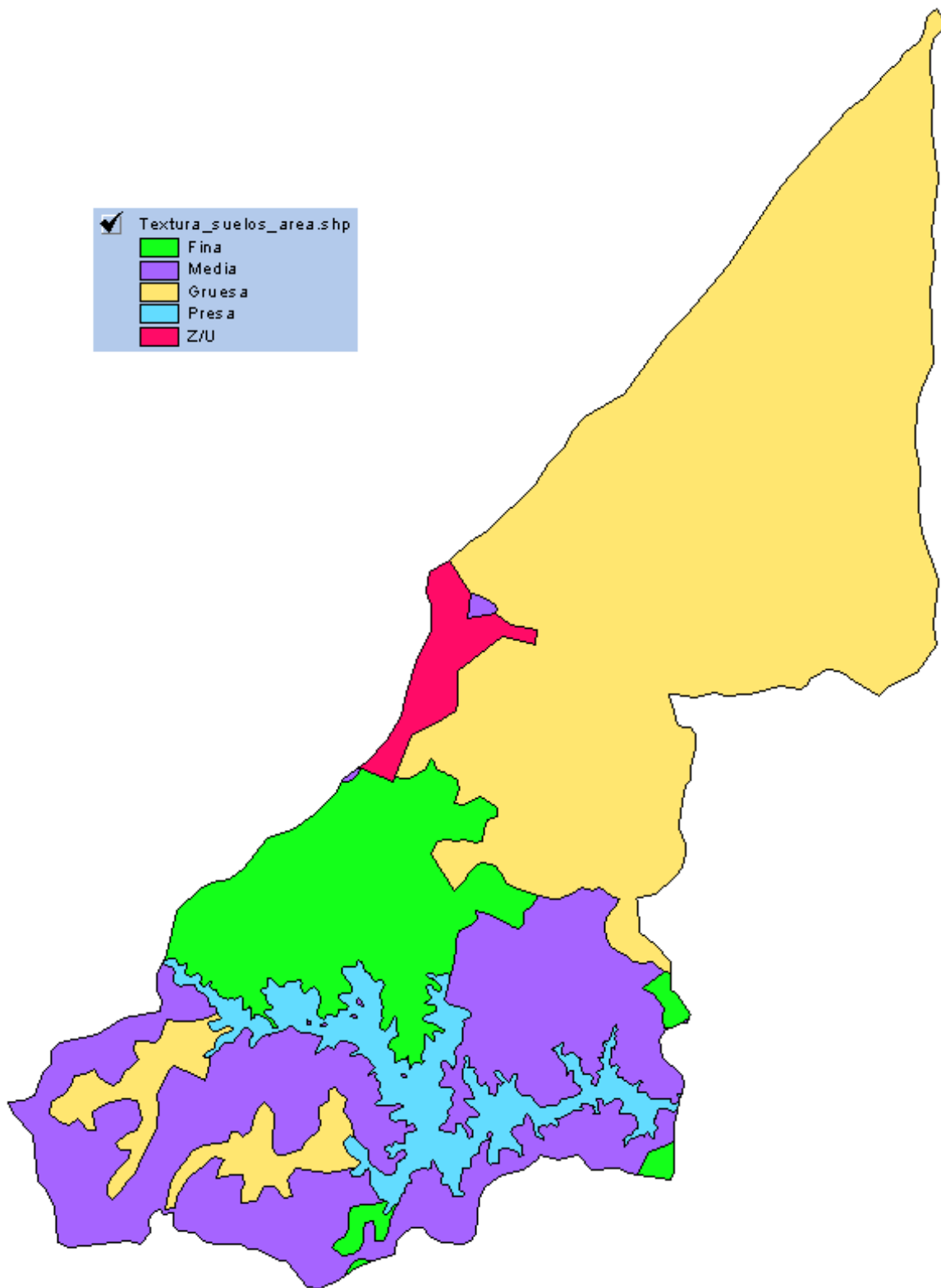


Figura 2.5: Mapa de textura de suelos

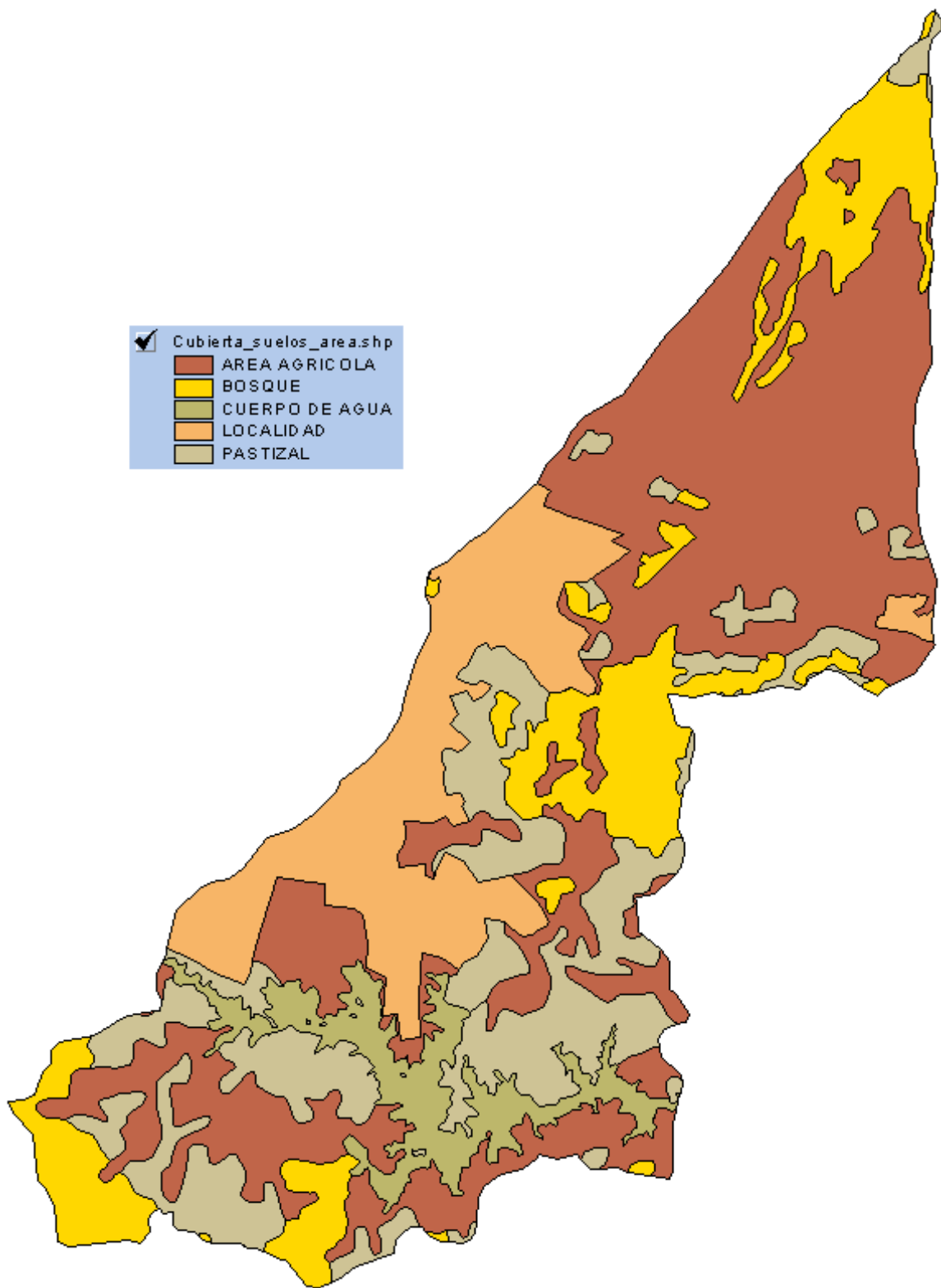


Figura 2.6: Mapa de cubierta de suelos

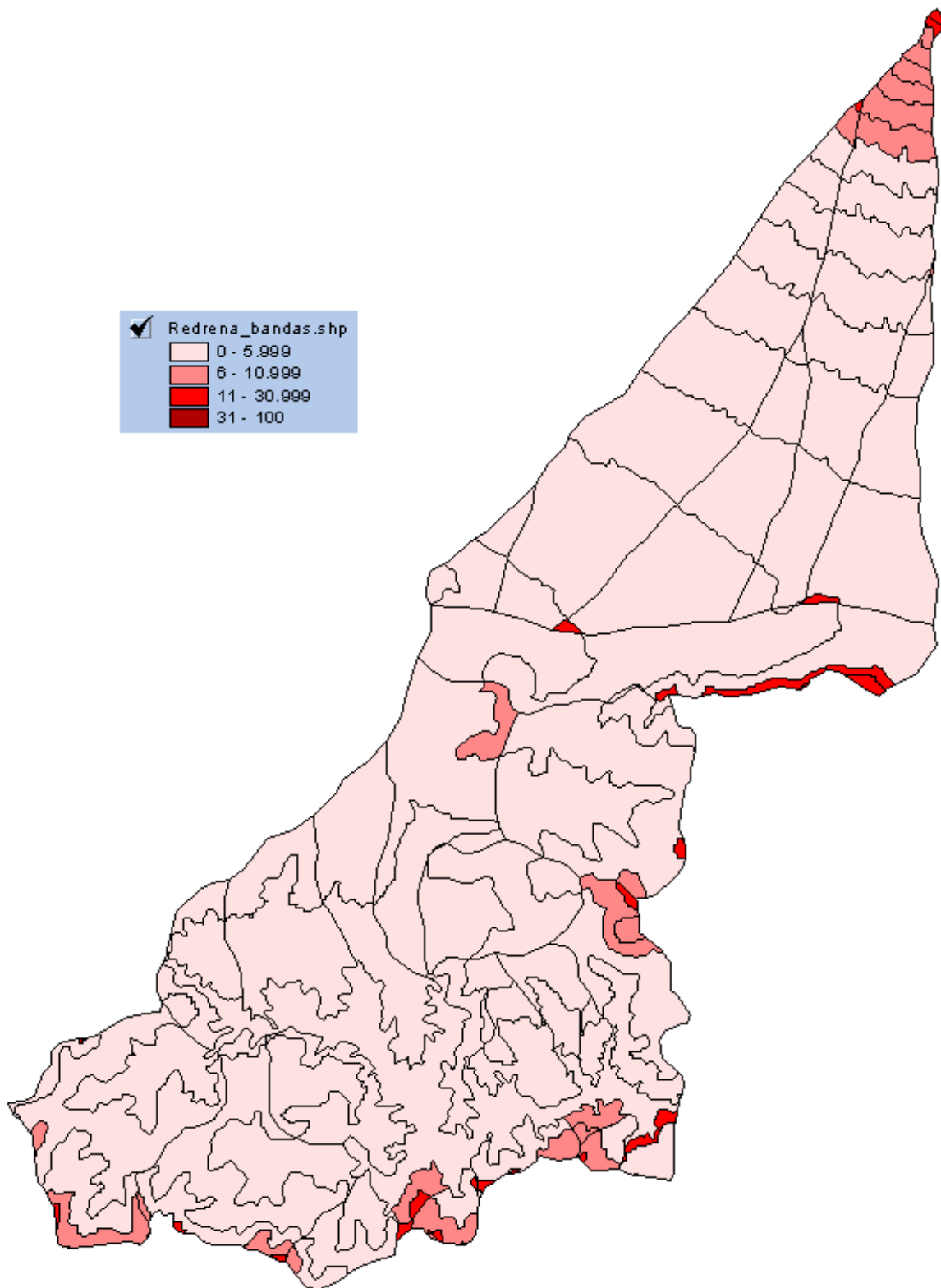


Figura 2.7: Mapa de pendientes Categoría 1

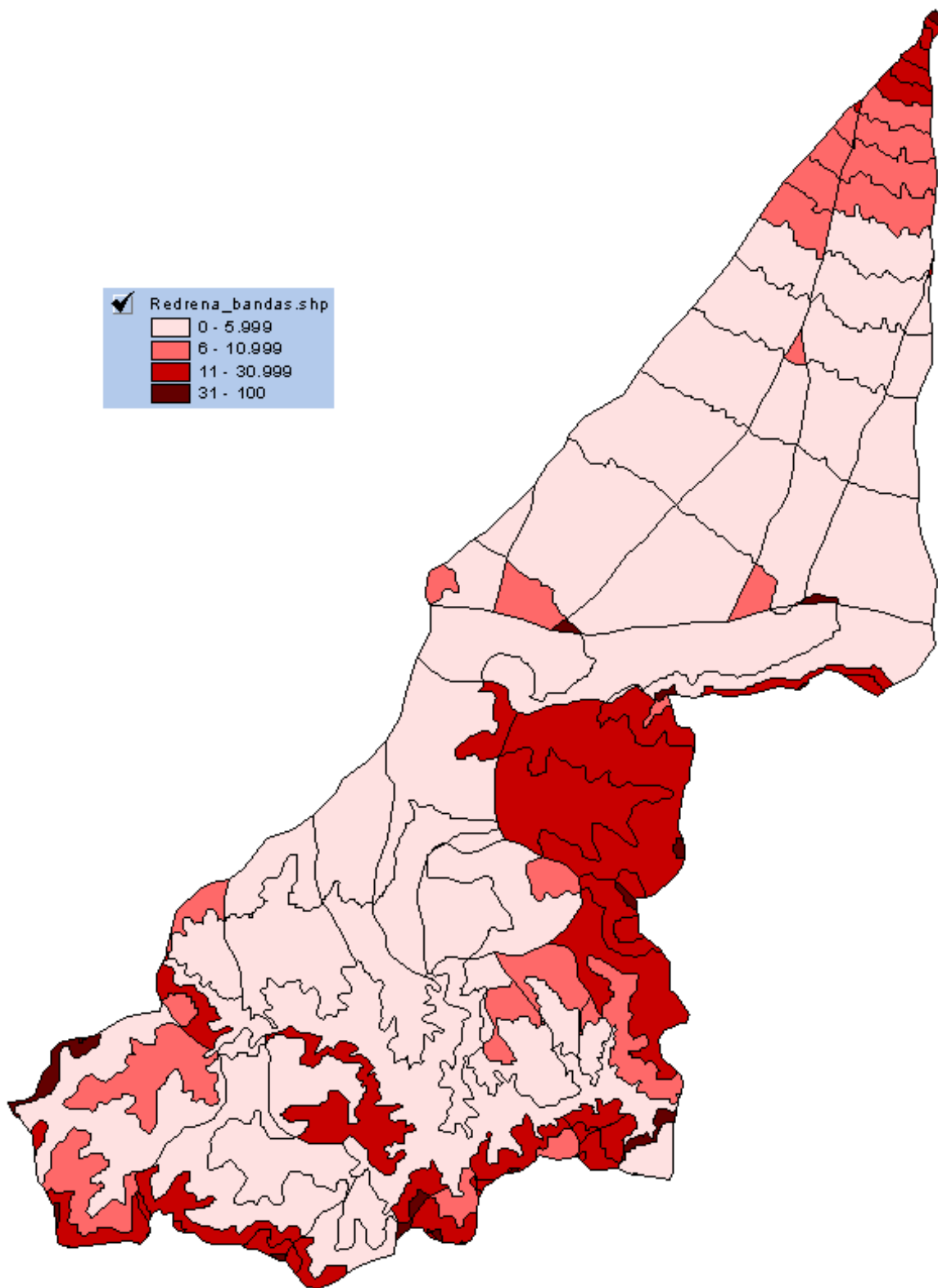


Figura 2.8: Mapa de pendientes Categoría 2

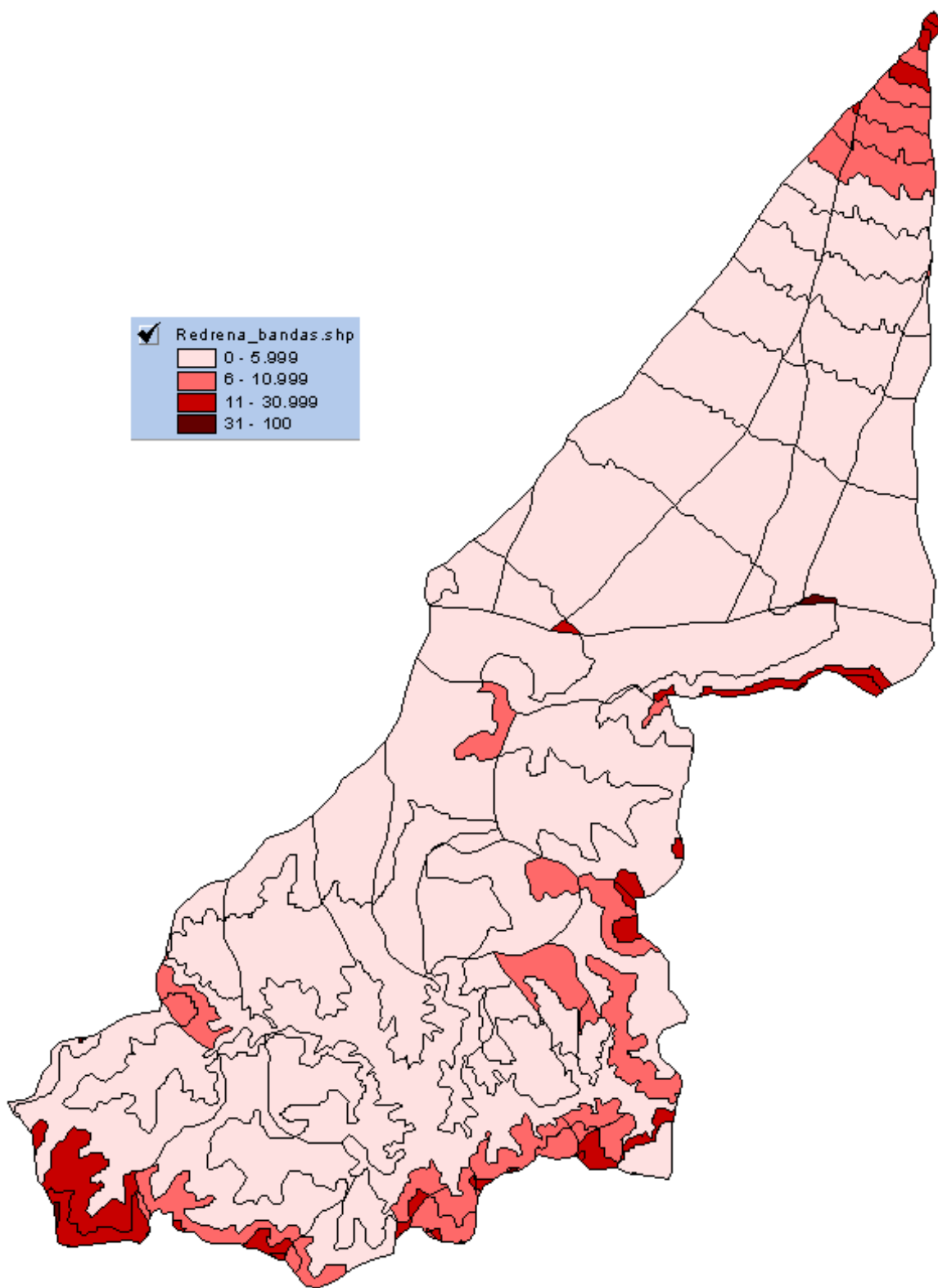


Figura 2.9: Mapa de pendientes Categoría 3

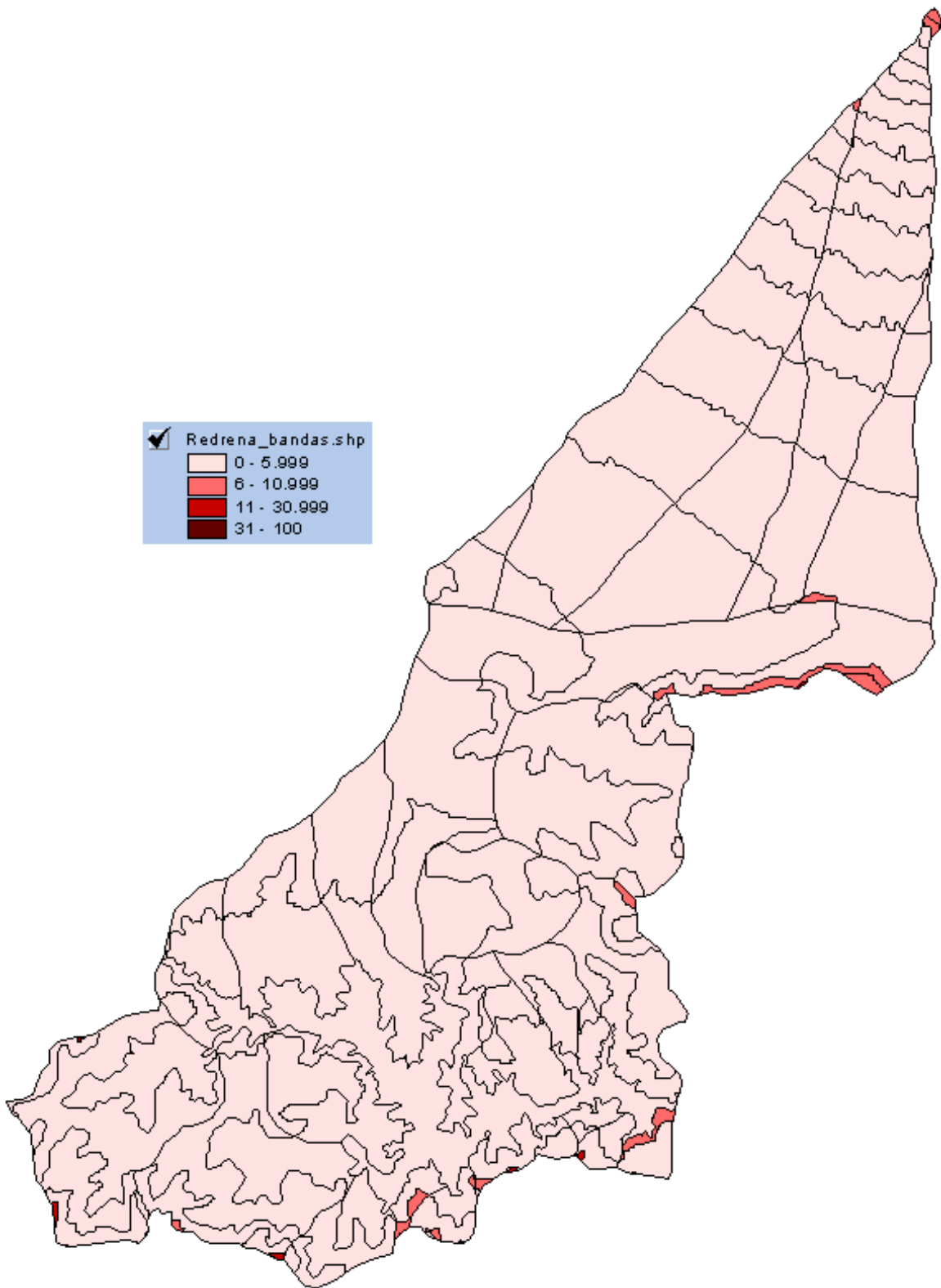


Figura 2.10: Mapa de pendientes Categoría 4

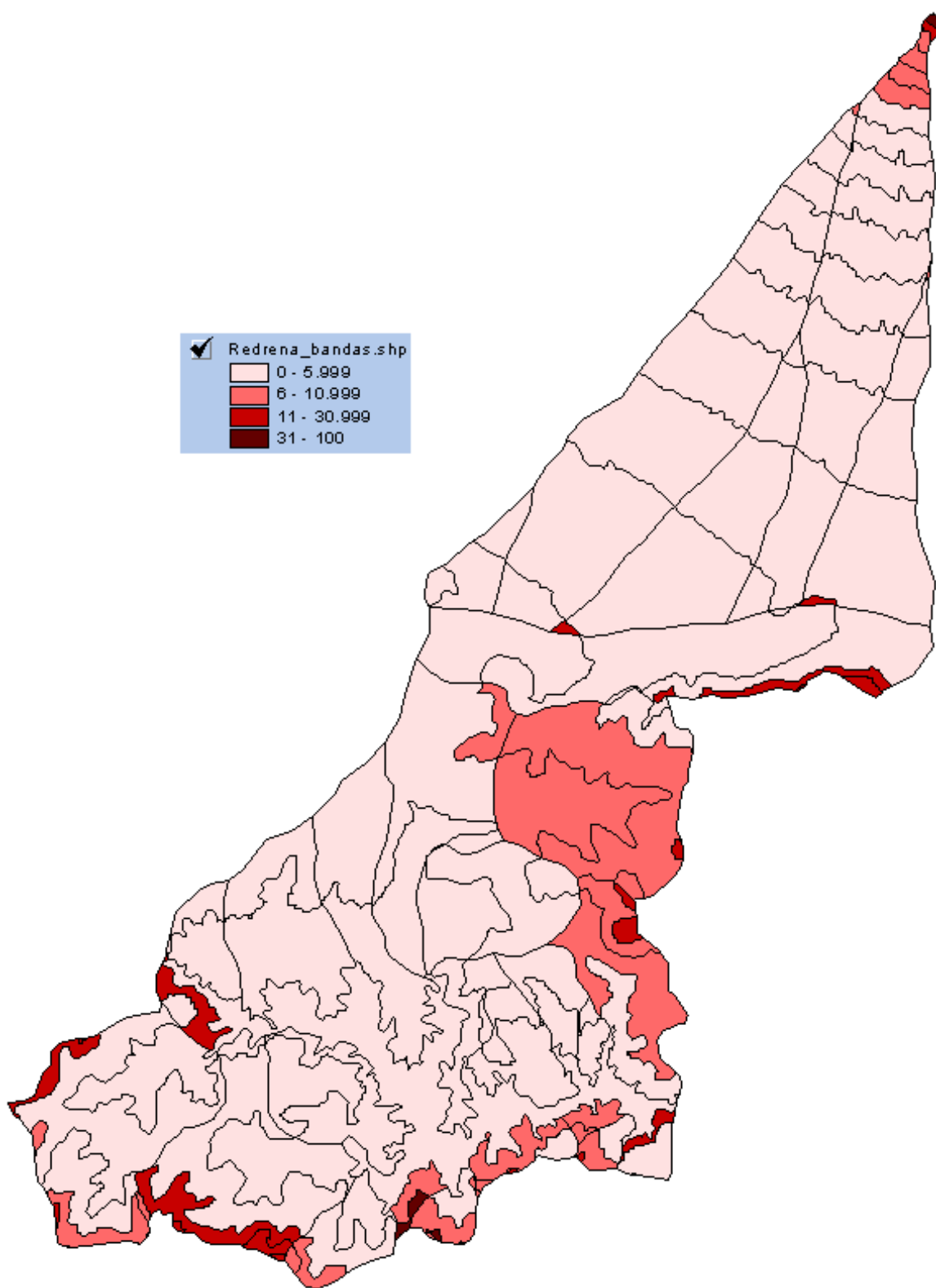


Figura 2.11: Mapa de pendientes Categoría 5

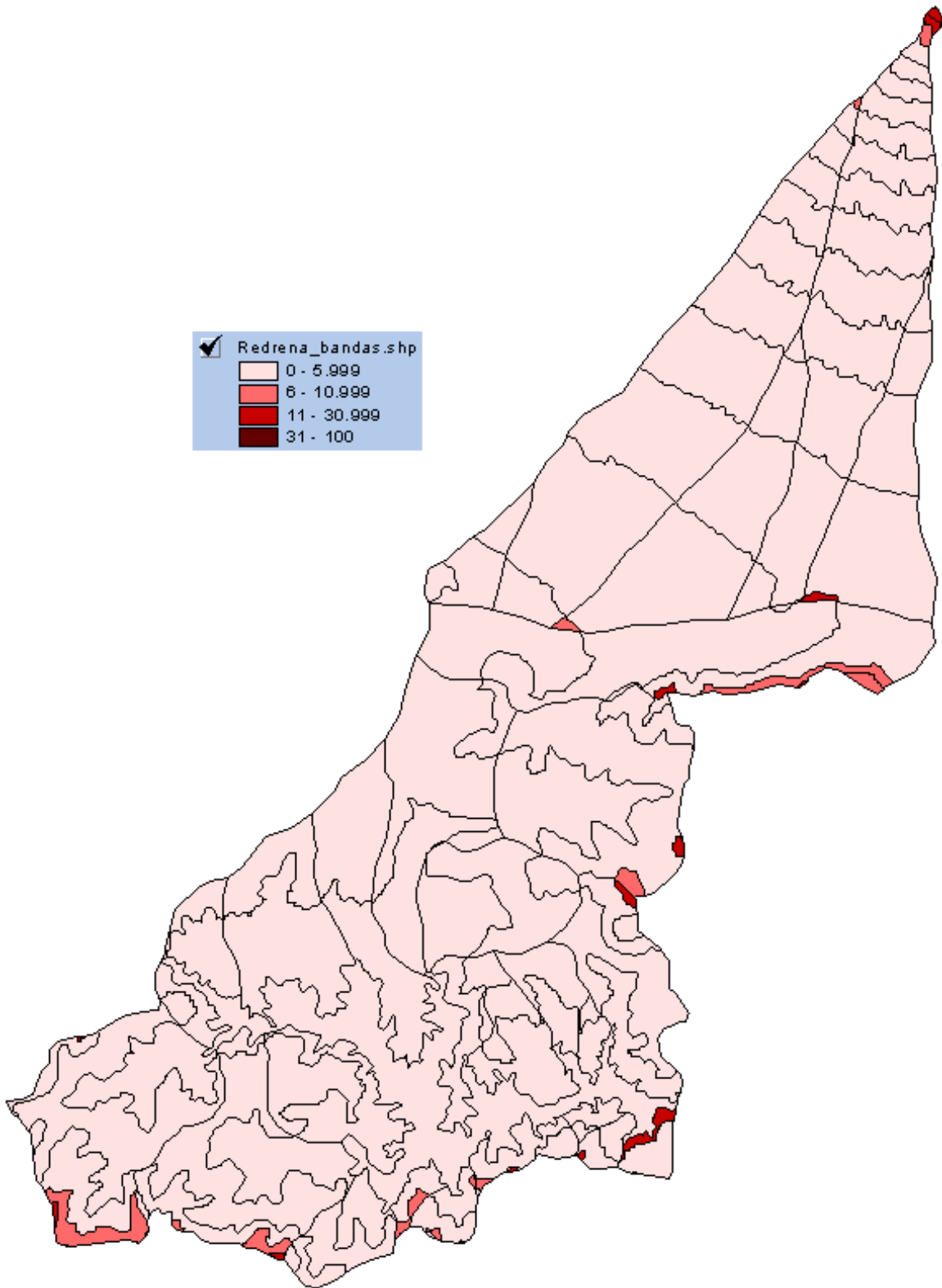


Figura 2.12: Mapa de pendientes Categoría 6

Sin embargo es natural formular la siguiente pregunta -¿Es suficiente al considerar sólo 120 variantes?-la pregunta se responde de la siguiente manera: puede considerarse que las 120 combinaciones muestran un recorrido representativo de las condiciones que se pueden presentar en el área de estudio o zona de interés.

Para los efectos del balance hídrico los factores que van a influir son: textura del suelo, la cobertura del suelo, red de drenaje y pendiente.

El proyecto de tesis tiene un grado de alcance y por el momento no puede realizarse trabajo de campo.

Si deseamos abundar más sobre las variantes obtenidas es necesario llevar a cabo tarea de campo para comprobar las condiciones presentes; esto trae como consecuencia que incluyamos más factores los cuales aumentarían el número de combinaciones.

Como planteamiento del proyecto de tesis es suficiente el empleo de las variantes que posteriormente se puede ajustar en dependencia de las condiciones de observaciones de campo; esto permite tener un proyecto definitivo que incluya todas las variantes.

Al realizar la mezcla -(intersección)- de los tres mapas temáticos se obtiene una segmentación más fina y cuya base de datos hay que agregar nueva información correspondiente al conjunto de las combinaciones obtenidas en los respectivos recorridos de los factores.

2.1.11. Tratamiento de la mezcla de mapas

A continuación describimos la metodología de construcción del mapa vectorial que contiene la segmentación final de la región de estudio, recordemos que este procedimiento se puede llevar a otro sitio de estudio lo cual demuestra la versatilidad del modelo a desarrollar.

Las etapas de construcción del mapa vectorial quedan como sigue:

1. Se cargan los mapas vectoriales que nos interesan en la interface Arcview 3.2a
2. Se cargan todas las extensiones necesarias para poder realizar modificaciones necesarias.
3. Se utiliza la herramienta interna de Arcview que combina mapas vectoriales mediante la intersección

4. Hacemos clic en View y los deslizamos hasta el comando GeoProcessing Wizard⁵.
5. Marcamos la opción Intersect two themes que utiliza los mapas vectoriales como entrada de datos.
6. Exploramos la ruta donde se encuentran los mapas vectoriales y verificamos le número de polígonos con que cuenta cada mapa que elegimos.
7. Exploramos la ruta destino del archivo a generarse mediante esta herramienta y hacemos clic en Finish

Realizando estas operaciones tantas veces se desee, y como se requieran las combinaciones de mapas se generan las bases de datos.

La agregación de nuevos campos a la base de datos, se realiza mediante la metodología descrita con anterioridad así como nuevos registros para los polígonos resultantes. Ya realizada la intersección se obtiene una partición más fina (ver fig.(2.13)), con esto logramos representar de una manera aproximada las condiciones del área de estudio.

2.1.12. Hipótesis del modelo y la tabla de indicadores

Cabe señalar que es necesario establecer hipótesis que permitan simplificar el modelo a desarrollar y pueden incluir:

1. ¿Que variación se presenta al interior de cada polígono?
2. ¿Que distribución presentan los polígonos?
3. ¿Cual es la naturaleza del modelo a implementar?

A continuación establecemos la siguiente hipótesis:

Las características: cobertura de suelo, textura de suelo y pendiente permanecen constantes en cada polígono de la segmentación.

En cada elemento de la partición consideramos un modelo estacionario de compartimentos que describe en cada instante de tiempo la distribución del agua de lluvia en la superficie y el subsuelo, teniendo en cuenta los procesos: evapotranspiración, escurrimiento superficial, escurrimiento subsuperficial e infiltración.

En cada una de las variantes obtenidas tenemos un conjunto de indicadores cuantitativos mediante el empleo de coeficientes, tales coeficientes describen las tasas

⁵se despliega una ventana que contiene las opciones más importantes que puede realizar la herramienta con los mapas vectoriales

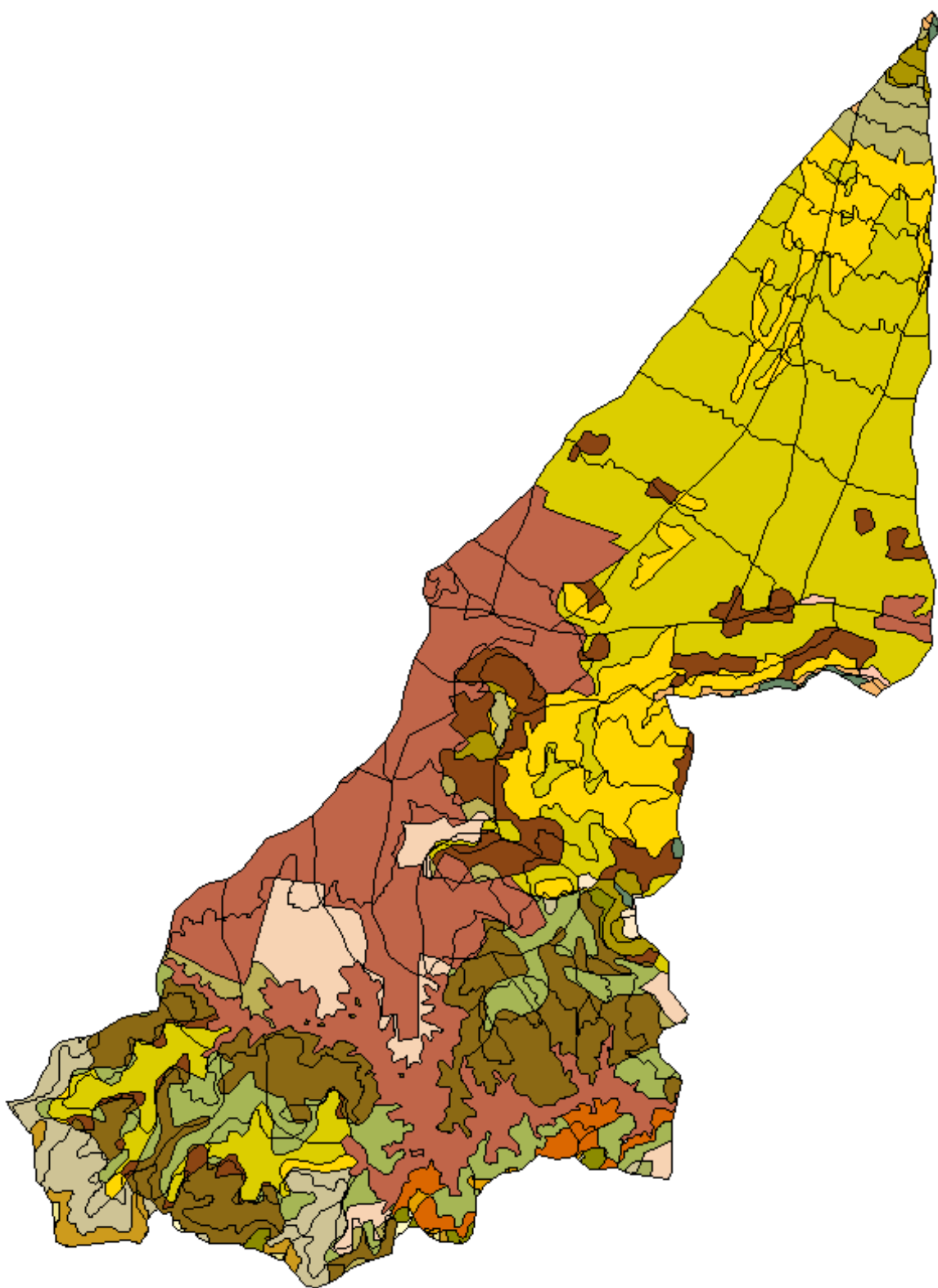


Figura 2.13: Mapa temático de la malla final

de cambio de los procesos que ocurren para la hipótesis establecida de los elementos de nuestra partición poligonal.

Para el número total de combinaciones o variantes obtenidas se consideran los siguientes conjunto de indicadores:

No. Clas=número de la combinación o variante

Ka=coeficiente de aprovechamiento del agua por la vegetación

Ri=reserva inicial de agua en el suelo (mm), hasta la profundidad de 1 mts.

Etp=evapotranspiración en mm/día

Rf=reserva de agua en el suelo (mm), hasta la profundidad de 1 mts en el momento que comienza el estado de latencia

Ti=tiempo en el que se alcanza el estado de latencia

Los valores numéricos proporcionados para los indicadores de las combinaciones resultan ser tentativos para analizar y realizar cálculos; tales valores tienen la misma condición que los discutido en las reuniones realizadas y son bastante aproximados, es decir, lógicos a la realidad.

Analizar la naturaleza de los indicadores en el área de estudio permite aproximar de manera correcta la realidad de la zona.

Cabe aclarar que obtener indicadores que se aproximen a la realidad del área resulta -(ver Cuadro (2.1))-:

- Fácil, ya que existe un grupo reducido de los que satisfacen e incluso se pueden corroborar con trabajo de campo.
- Complicada, ya que no se puede realizar en el tiempo propuesto para el tema de tesis por ello se eligen valores lo más reales posibles.

2.2. Procesos del ciclo hidrológico y justificación del empleo de los coeficientes

En la naturaleza se desarrollan muchos fenómenos, sin embargo es necesario expresar en términos matemáticos la situación física. Generalmente se hacen suposiciones sobre lo que esta sucediendo, las cuales deben concordar con los fenómenos observados.

Por ejemplo, se observa que los materiales radiactivos decaen con una rapidez proporcional a la cantidad de material presente, que el calor pasa de un cuerpo

No. de Clase	Descripción de la Clase	Ka	Ri	Etp	Rf	Ti
1	Arcilloso bosque pendiente 0-5	0.53	396	5.5	209	34
2	Arcilloso bosque pendiente 6-10	0.54	377	5.65	202	31
3	Arcilloso bosque pendiente 11-30	0.57	358	5.73	203	27
4	T-media bosque pendiente 0-5	0.50	325	5.57	163	29
5	T-media bosque pendiente 6-10	0.51	309	5.63	157	27
6	T-media bosque pendiente 11-30	0.54	293	5.68	157	24
7	Arenoso bosque pendiente 0-5	0.65	245	4.47	160	19
8	Arenoso bosque pendiente 6-10	0.69	233	4.52	161	16
9	Arenoso bosque pendiente 11-30	0.75	221	4.58	166	12
10	Arcilloso pasto pendiente 0-5	0.77	385	3.89	296	23
11	Arcilloso pasto pendiente 6-10	0.78	366	3.95	287	20
12	Arcilloso pasto pendiente 11-30	0.81	347	4.01	283	16
13	T-media pasto pendiente 0-5	0.76	318	4.05	241	19
14	T-media pasto pendiente 6-10	0.77	300	4.07	231	17
15	T-media pasto pendiente 11-30	0.77	286	4.12	220	16
16	Arenoso pasto pendiente 0-5	0.78	246	4.15	192	13
17	Arenoso pasto pendiente 6-10	0.82	238	4.20	196	10
18	Arenoso pasto pendiente 11-30	0.85	229	4.23	195	8
19	Arcilloso cultivo pendiente 0-5	0.85	361	4.50	307	12
20	Arcilloso cultivo pendiente 6-10	0.86	343	4.75	295	10
21	Arcilloso cultivo pendiente 11-30	0.88	318	4.83	279	8
22	T-media cultivo pendiente 0-5	0.81	298	5.10	242	11
23	T-media cultivo pendiente 6-10	0.81	275	5.21	223	10
24	T-media cultivo pendiente 11-30	0.82	236	5.30	194	8
25	Arenoso cultivo pendiente 0-5	0.79	204	5.26	162	8
26	Arenoso cultivo pendiente 6-10	0.79	178	5.34	141	7
27	Arenoso cultivo pendiente 11-30	0.76	142	5.47	109	6
28	Arcilloso desnudo pendiente 0-5	0.86	318	4.15	272	11
29	Arcilloso desnudo pendiente 6-10	0.87	294	4.25	256	9
30	Arcilloso desnudo pendiente 11-30	0.86	260	4.38	225	8
31	T-media desnudo pendiente 0-5	0.84	254	4.45	214	9
32	T-media desnudo pendiente 6-10	0.83	215	4.53	179	8
33	T-media desnudo pendiente 11-30	0.82	180	4.58	148	7
34	Arenoso desnudo pendiente 0-5	0.75	168	5.15	127	8
35	Arenoso desnudo pendiente 6-10	0.74	140	5.28	103	7
36	Arenoso desnudo pendiente 11-30	0.72	118	5.43	85	6

Cuadro 2.1: Combinaciones obtenidas y valores de los indicadores.

caliente a otro menos caliente a una rapidez proporcional a la diferencia de temperatura, que las poblaciones de insectos crecen con una rapidez proporcional a la población actual.

Cada una de estas proposiciones implica una rapidez de cambio y cuando se expresan matemáticamente toman la forma de ecuación diferencial. Estos ejemplos ayudan a comprender la necesidad del empleo de los coeficientes a fin de poder cuantificar con que rapidez se desarrollan cada uno de los procesos que nos interesan.

En nuestro caso se requiere caso implica llegar a establecer la distribución superficial de lluvia, es decir, que cantidad específica se transfiere entre los compartimentos de la cuenca hidrológica y con que rapidez se desarrollan los procesos -(evapotranspiración, escorrentía superficial, escorrentía subsuperficial e infiltración)- y como cuantificarlos por medio de coeficientes.

Merece especial atención la naturaleza de tales procesos, es decir, como están ligados a otros aspectos:

1. ¿Como influyen los mapas climáticos en los coeficientes?
2. ¿Como se desarrollan los procesos, es decir, son de naturaleza lineal o no lineal?

Considerar el caso de coeficientes para describir los procesos antes mencionados equivale a proponer modelos que corresponden localmente a una primera aproximación lineal de los mismos.

El hecho de que los coeficientes varían de un segmento a otro de la discretización de la región, corresponde a considerar la naturaleza global no lineal de los procesos.

2.2.1. Precipitaciones en el área de estudio

A continuación se propone el siguiente esquema para la obtención y tratamiento de información de las estaciones meteorológicas en el área de estudio.

Naturalmente surgen las siguientes preguntas:

1. ¿Condiciones necesarias para establecer una red de monitoreo meteorológico?
2. ¿Una red de monitoreo es suficiente para obtener una matriz de lluvias?
3. ¿Que cantidad de lluvia es significativa para un polígono?
4. ¿Cuanta agua puede transportar la red de drenaje hacia el río o laguna?

5. ¿Cuántos días necesita llover en una zona para que se presente una inundación?
6. ¿Que régimen de lluvia es necesario para saturar la red de drenaje?

A fin de dar respuesta a las preguntas anteriores se plantean las siguientes tareas:

1. Ubicar las estaciones meteorológicas en el área de interés.
2. Determinar las series de precipitación a lo largo de las estaciones comprendidas en la región de estudio.
3. Tratamiento de la información anterior y determinar la cantidad de datos faltantes.
4. Proponer criterios para completar información faltante.
5. Realizar el mapa de polígonos de Thiessen y determinar el área de influencia de cada estación.
6. Construir la matriz de lluvias y matriz de intensidades.
7. Determinar la cantidad de lluvia disponible en cada polígono
8. Establecer los periodos máximos de lluvias a lo largo del año.
9. Criterios que determinen el punto de saturación de la red de drenaje

A continuación se procesan cada una de las tareas antes mencionadas estableciendo los siguientes resultados. Se ubicaron a las siguientes estaciones meteorológicas pertenecientes al área de estudio y sus correspondientes coordenadas, para ello se emplearon paquetes ERIC II que contiene información de la base de datos climatológica nacional tal como se encontraba en enero de 2000 en el Servicio Meteorológico Nacional en adelante (SMN) y las estaciones actualmente vigentes en el estado de Puebla[1] y Tlaxcala[2] por el SMN.

Clave	Nombre	Estado	Lat (°)	Lat (min)	Lon (°)	Lon (min)
21012	Atlixco	Puebla	18	55	98	27
21016	Balcón del Diablo	Puebla	18	55	98	7
21017	Cacalotepec	Puebla	19	0	98	17
21023	Chapulco	Puebla	18	59	98	13
21034	Echeverría	Puebla	18	59	98	17
21035	Puebla 21Pte	Puebla	18	59	98	11
21065	Puebla	Puebla	19	2	98	12
21071	Sn. Baltasar Tetela	Puebla	18	54	98	6
21136	Acajete	Puebla	19	7	97	58
21148	Sn. Miguel Canoa	Puebla	19	9	98	6
21163	El Batan	Puebla	18	58	98	11
29050	Teolocholco	Tlaxcala	19	5	98	8
29049	Panzacola	Tlaxcala	19	7	98	13

Cuadro 2.2: Estaciones meteorológicas.

De acuerdo a la información proporcionada por CNA-Puebla (Comisión Nacional del Agua) y CNA-Tlaxcala (Comisión Nacional del Agua), SMN concentró la información de cada estación meteorológica respectivamente quedando los archivos.

Archivo	Archivo	Archivo	Archivo
Est-21012	Est-21016	Est-21017	Est-21023
Est-21034	Est-21035	Est-21065	Est-21071
Est-21136	Est-21148	Est-21163	Est-29050
Est-29049			

Cuadro 2.3: Archivos electrónico de las estaciones meteorológicas.

De la información anterior se procedió a cuantificar la información faltante en cada estación respecto al campo de información “precipitación” para cada año a partir del año 1960 (Programas de Matlab).

Se proponen los siguientes criterios para el llenado de información faltante.

- En la misma estación:
 1. Llenar el campo faltante tomando el máximo valor del conjunto de años que tienen ese dato.
 2. Llenar el campo faltante tomando el mínimo valor del conjunto de años que tienen ese dato.
 3. Llenar el campo faltante tomando la media del conjunto de años que tienen ese dato.

4. Llenar el campo faltante copiando información de la: semana anterior, mes anterior, año anterior.
 5. Llenar el campo faltante copiando información de la: semana siguiente, mes siguiente, año siguiente.
- Tomando datos de las estaciones vecinas:
 1. Llenar el campo faltante tomando el máximo valor del conjunto de las estaciones vecinas.
 2. Llenar el campo faltante tomando el mínimo valor del conjunto de las estaciones vecinas.
 3. Llenar el campo faltante tomando la media del conjunto de las estaciones vecinas.
 4. Llenar el campo faltante copiando información de la: semana anterior, mes anterior, año anterior del conjunto de las estaciones vecinas.
 5. Llenar el campo faltante copiando información de la: semana siguiente, mes siguiente, año siguiente del conjunto de las estaciones vecinas.

En seguida se construyen los polígonos de Thiessen según la metodología [7], las estaciones meteorológicas son los puntos fijos y se tiene el siguiente esquema de distribución:

Esta metodología nos permite identificar el área de acción de cada estación meteorológica y establecer el conjunto de polígonos que son influenciados por cada estación para poder construir las matrices de lluvias según los casos de información faltante.

El tratamiento de la información anterior permite establecer un conjunto de matrices de lluvias cuyas dimensiones son 365 días (columnas) y 509 polígonos (renglones) empleando los criterios complementación de información: misma estación y estaciones vecinas bajo los siguientes criterios:

1. Llenar cada campo con el máximo del conjunto total de estaciones de acuerdo a los polígonos de Thiessen
2. Llenar cada campo con el mínimo del conjunto total de estaciones de acuerdo a los polígonos de Thiessen
3. Llenar cada campo con el promedio del conjunto total de estaciones de acuerdo a los polígonos de Thiessen

En consecuencia las matrices de lluvias son:

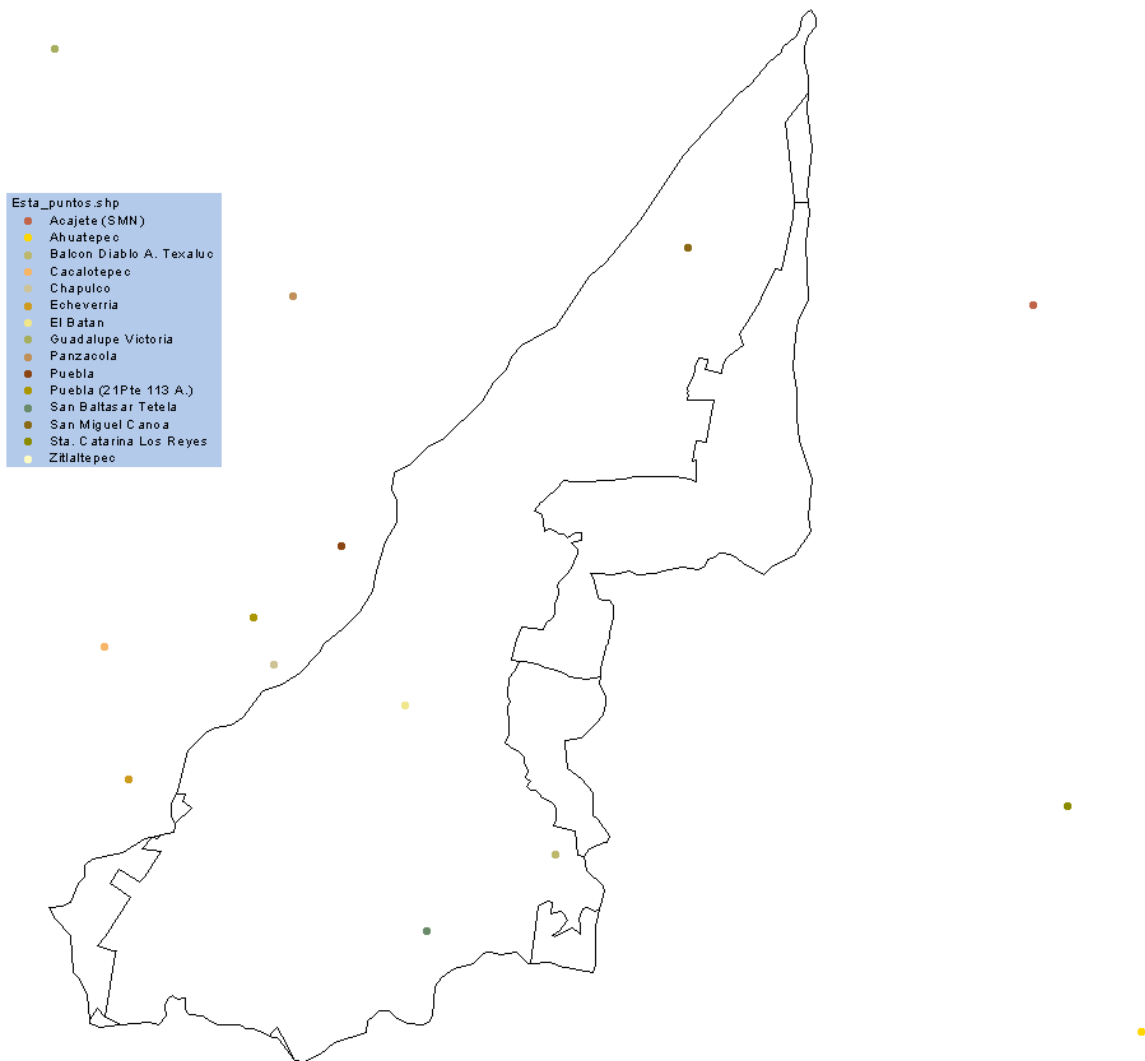


Figura 2.14: Estaciones meteorológicas y polígonos de Thiessen aplicado a las subcuencas

Archivo	Archivo	Archivo	Archivo
LL-01	LL-02	LL-03	LL-04
LL-05	LL-06	LL-07	LL-08
LL-09	LL-10	LL-11	LL-12
LL-13	LL-14	LL-15	LL-16

Cuadro 2.4: Archivos electrónico de las matrices de lluvias.

Así las matrices de lluvias permiten establecer la evolución de las precipitaciones a lo largo del año.

Por otro lado es necesario contar con información de la intensidad para cada una de las matrices generadas. La siguiente descripción permite resolver el problema: medir la intensidad de lluvia registrada en las estaciones meteorológicas e incorporarla en términos de “INTENSIDAD”, las unidades de referencia de la INTENSIDAD(mm/hora) y se expresa de la siguiente manera:

$$I = \frac{P}{T} \quad (2.1)$$

donde:

I es la intensidad en mm/hora

P es la precipitación en mm

T es la duración de la precipitación convertido a horas.

El tratamiento de las matrices de lluvias genera las siguientes matrices de intensidades:

Archivo	Archivo	Archivo	Archivo
In-01	In-02	In-03	In-04
In-05	In-06	In-07	In-08
In-09	In-10	In-11	In-12
In-13	In-14	In-15	In-16

Cuadro 2.5: Archivos electrónico de las matrices de intensidades.

Respecto a la cantidad de lluvia disponible en cada polígono, proponemos la siguiente hipótesis:

La medición puntual de la cantidad de lluvia que se registra en cada estación meteorológica es constante en su radio de acción (polígonos de Thiessen).

En consecuencia la cantidad de agua de lluvia disponible en cada polígono en el día t es

$$V(t) = \text{Área del polígono} \times \text{precipitación (mm/día)}(t)$$

Esto permite una primera aproximación de la realidad, un hecho importante es que tal distribución de la lluvia es no lineal con respecto a t y no-homogénea espacialmente, luego un reto es la descripción analítica de tal fenómeno.

2.2.2. El proceso de evapotranspiración y cálculo del coeficiente de evapotranspiración

Dado que el área de estudio puede ser muy compleja es importante conocer: la cantidad de agua que se pierde por evaporación en grandes depósitos, como presas, lagos o en sistemas de conducción, además, la cantidad de agua empleada en los distritos de riego.

La evapotranspiración (en adelante **ET**) es la consideración de dos procesos diferentes: la evaporación y la transpiración.

La **evaporación** es el fenómeno físico en el que el agua pasa de líquido a vapor (habría que añadir la sublimación -sólido a vapor- desde la nieve y el hielo. Se produce evaporación desde:

- a) La superficie del suelo y la vegetación inmediatamente después de la precipitación
- b) Desde las superficies de agua (ríos, lagos, embalses)
- c) Desde el suelo, agua infiltrada que se evapora desde la parte más superficial del suelo. Puede tratarse de agua recién infiltrada o, en áreas de descarga, de agua que se acerca de nuevo a la superficie después de un largo recorrido en el subsuelo.

La **transpiración** es el fenómeno biológico por el que las plantas pierden agua a la atmósfera. Toman agua a través de sus raíces, toman una pequeña parte para su crecimiento y el resto lo transpiran.

Factores que influyen en la Evapotranspiración.

La evaporación depende del **poder evaporante de la atmósfera**, que a su vez depende de los siguientes factores:

- Radiación solar
- Temperatura
- Humedad: menos humedad implica más evaporación

- Presión atmosférica (y la altitud en relación con ella): a menos presión (y/o mayor altitud) implica más evaporación
- Viento: mas viento implica más evaporación

En la evaporación desde la **lámina de agua libre** influye:

- El poder evaporante de la atmósfera
- La salinidad del agua (inversamente)
- La temperatura del agua

La **evaporación desde un suelo desnudo** depende de:

- El poder evaporante de la atmósfera
- El tipo de suelo (textura, estructura, etc.)
- El grado de humedad del suelo

Finalmente la **transpiración** está en función de:

- El poder evaporante de la atmósfera
- El grado de humedad del suelo
- El tipo de planta
- Variaciones estacionales: en un cultivo, del desarrollo de las plantas, en zonas de bosque de hoja caduca, la caída de la hoja paraliza la transpiración
- Variaciones interanuales: en áreas de bosque la ET aumenta con el desarrollo de los árboles

Thornthwaite (1948) denominó **Evapotranspiración Potencial (ETP)** a la evapotranspiración que se produciría si la humedad del suelo y la cobertura vegetal estuvieran en condiciones óptimas. Al poco tiempo, Penman (1956) denominó **Evapotranspiración Potencial (ETP)** como la cantidad de agua transpirada en unidad de tiempo por un cultivo bajo que cubre totalmente el suelo, de altura uniforme y al que nunca le hace falta agua. Por el contrario, la **Evapotranspiración Real (ETR)** es la que se produce realmente en las condiciones existentes en cada caso.

Experimentalmente ocurre que $ETR \leq ETP$, en un lugar desértico la ETP puede ser de 6mm/día y la ETR de 0, puesto que no hay agua para evapotranspirar. Serán iguales siempre que la humedad del suelo sea óptima y que exista un buen desarrollo vegetal. Esto sucede en un campo de cultivo bien regado o en un área con vegetación natural en un período de suficientes precipitaciones.

Como el concepto de ETP es impreciso, pues cada tipo de planta evapotranspira distintas cantidades de agua, en lugar de ETP se habla de “**evapotranspiración de referencia**”, es decir, se toma un cultivo concreto como referencia: gramíneas o alfalfa, de determinadas características.

Los métodos usados para estimar la ET se pueden agrupar en:

Directos Están basados principalmente en la medición de los cambios del contenido de humedad del suelo. Los más usados son el método gravimétrico, determinación “in situ” de humedad del suelo, estimación del contenido de humedad por medio de la tensión de agua en el suelo, lisímetros, etc.

Ecuaciones empíricas o fórmulas Como los métodos directos para calcular ET son caros, y estos procedimientos están limitados a medir los requerimientos de áreas muy específicas, se ha debido buscar una forma apropiada que pueda reemplazar a los métodos directos.

Numerosas fórmulas nos permiten evaluar la ETP con una aproximación suficiente para muchos estudios hidrológicos. Las fórmulas utilizadas para el cálculo de la evapotranspiración pueden agruparse en tres grandes grupos.

- Métodos teóricos basados en la física del movimiento del vapor
- Métodos teóricos basados en el balance de energía
- Métodos empíricos y semi-empíricos basados en la temperatura, radiación y otros datos climáticos.

2.2.3. Métodos empíricos y semi-empíricos de estimación

Método de Thornthwaite

Correlacionó la temperatura media mensual con la evapotranspiración determinada por medio de balances hídricos, en los valles del Centro y Este de U.S.A. Este autor definió la evapotranspiración potencial (ETP) como la cantidad de agua que será consumida por una superficie completamente cubierta de vegetación, cuando existe suficiente agua en el suelo.

La fórmula de Thornthwaite es la siguiente:

1. Se calcula un “índice de calor mensual” (i) a partir de la temperatura media mensual (T):

$$i = \left(\frac{T}{5}\right)^{1.514} \quad (2.2)$$

2. Se calcula el “índice de calor anual (I) sumando los 12 valores de i :

$$I = \sum i \quad (2.3)$$

Lat.Norte	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Agos	Sep	Oct	Nov	Dic
0	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1
5	11.9	12.0	12.1	12.2	12.4	12.4	12.3	12.3	12.1	12.0	11.9	11.8
10	11.6	11.8	12.1	12.3	12.6	12.7	12.6	12.4	12.2	11.9	11.7	11.5
15	11.4	11.6	12.1	12.4	12.8	13.0	12.9	12.6	12.2	11.8	11.4	11.2
20	11.1	11.4	12.0	12.6	13.1	13.3	13.2	12.8	12.3	11.7	11.2	10.9
25	10.8	11.3	12.0	12.8	13.4	13.7	13.6	13.0	12.3	11.6	10.9	10.6
30	10.5	11.1	12.0	12.9	13.7	14.1	13.9	13.2	12.4	11.5	10.7	10.2
35	10.2	10.9	12.0	13.1	14.1	14.6	14.3	13.5	12.4	11.3	10.3	9.8
40	9.7	10.6	12.0	13.3	14.4	15.0	14.7	13.7	12.5	11.2	10.0	9.4
45	9.2	10.4	11.9	13.6	14.9	15.6	15.3	14.1	12.5	11.0	9.5	8.8
50	8.6	10.1	11.9	13.8	15.5	16.3	15.9	14.5	12.6	10.8	9.1	8.1
55	7.7	9.6	11.8	14.2	16.4	17.5	17.0	15.1	12.7	10.4	8.4	7.2
60	6.8	9.1	11.8	14.6	17.2	18.7	18.0	15.6	12.7	10.1	7.6	6.3

Cuadro 2.6: Número máximo de horas de sol según el mes y la latitud

3. Se calcula la ETP mensual “sin corregir” mediante la fórmula:

$$ETP_{sin\ corr} = 16 \left(\frac{10T}{I} \right)^a \quad (2.4)$$

donde:

$ETP_{sin\ corr}$ = ETP mensual en mm/mes para meses de 30 días y 12 horas de sol (teóricas)

T =temperatura media mensual, C

I =índice de calor anual, obtenido en el punto 2

$$a = 675 \cdot 10^{-9} I^3 - 771 \cdot 10^{-7} I^2 + 1972 \cdot 10^{-5} I + 0.49239$$

4. Corrección para el no. de días del mes y el no. de horas de sol:

$$ETP = ETP_{sin\ corr} \cdot \frac{N}{12} \cdot \frac{d}{30} \quad (2.5)$$

donde:

ETP =Evapotranspiración potencial corregida

N =número máximo de horas de sol, dependiendo del mes y de la latitud

d =número de días del mes

Método de Blaney-Criddle

Blaney realizó numerosas mediciones de la evapotranspiración utilizando técnicas

de muestreo de los suelos.

La principal hipótesis del método consiste en considerar que la evapotranspiración potencial varía directamente con la suma de los productos de la temperatura media mensual del aire y el porcentaje promedio mensual de horas luz durante el día, cuando existe adecuada humedad en el suelo.

La ecuación es la siguiente:

$$Etp = K \cdot F \quad (2.6)$$

donde

Etp=uso consuntivo en pulgadas, durante el período de desarrollo del cultivo, cuyo número de meses es m

K=coeficiente global de uso consuntivo

F=suma de los factores mensuales de uso consuntivo: temperatura y luminosidad, durante la época de crecimiento del cultivo

La expresión de F es igual a:

$$F = \sum_1^m kf = \sum_1^m k \left(\frac{T \cdot p}{100} \right) \quad (2.7)$$

en la cual, T es la temperatura media mensual del aire, en °F y p es el porcentaje promedio de horas de luz en el mes en el cuadro (2.6) y k es el coeficiente mensual de uso consuntivo.

La fórmula del método en el sistema métrico con el uso consuntivo en milímetros por mes y T en °C, es igual a:

$$Etp = \sum_1^m k \cdot p(0,457 \cdot T + 8,128) \quad (2.8)$$

existen dos modificaciones cuando las zonas son: áridas y semiáridas. Tal modificación consiste en sustituir el coeficiente k por dos coeficientes:

coeficiente climático (kt)

coeficiente de cultivo (kc)

el coeficiente climático (kt) está relacionado directamente con la temperatura media mensual del aire, por la expresión:

$$kt = 0,03114 \cdot T + 0,2396 \quad (2.9)$$

el coeficiente de cultivo (kc) refleja la influencia de las etapas de desarrollo del cultivo en la evapotranspiración, sus valores se obtienen de las curvas de desarrollo de cada cultivo **Método de Turc**

Trató con una expresión algebraica que representara mejor las evapotranspiraciones mensuales resultando:

Lat.Norte	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Agos	Sep	Oct	Nov	Dic
15°	7.94	7.37	8.44	8.45	8.98	8.80	9.03	8.83	8.27	8.26	7.75	7.88
16°	7.93	7.35	8.44	8.46	9.01	8.83	9.07	8.85	8.27	8.24	7.72	7.83
17°	7.86	7.32	8.43	8.48	9.04	8.87	9.11	8.87	8.27	8.22	7.69	7.80
18°	7.83	7.30	8.42	8.50	9.09	8.92	9.16	8.90	8.27	8.21	7.66	7.74
19°	7.79	7.28	8.41	8.51	9.11	8.97	9.20	8.92	8.28	8.19	7.63	7.71
20°	7.74	7.26	8.41	8.53	9.14	9.00	9.23	8.95	8.29	8.17	7.59	7.66
21°	7.71	7.24	8.40	8.54	9.18	9.05	9.29	8.98	8.29	8.15	7.54	7.62
22°	7.66	7.21	8.40	8.56	9.92	9.09	9.33	9.00	8.30	8.13	7.50	7.55
23°	7.62	7.19	8.40	8.57	9.24	9.12	9.35	9.02	9.30	8.11	7.47	7.50
24°	7.58	7.17	8.40	8.60	9.30	9.20	9.41	9.05	8.31	8.09	7.43	7.46
25°	7.53	7.13	8.39	8.61	9.32	9.22	9.43	9.08	8.30	8.08	7.40	7.41
26°	7.49	7.12	8.40	8.64	9.38	9.30	9.49	9.10	8.31	8.06	7.36	7.35
27°	7.43	7.09	8.38	8.65	9.40	9.32	9.52	9.13	8.32	8.03	7.36	7.31
28°	7.40	7.07	8.39	8.68	9.46	9.38	9.58	9.16	8.32	8.02	7.22	7.27
29°	7.35	7.04	8.37	8.70	9.49	9.43	9.61	9.19	8.32	8.00	7.24	7.20
30°	7.30	7.03	8.38	8.72	9.53	9.49	9.67	9.22	8.34	7.99	7.19	7.14
31°	7.25	7.00	8.36	8.73	9.57	9.54	9.72	9.24	8.33	7.95	7.15	7.09
32°	7.20	6.97	8.37	8.75	9.63	9.60	9.77	9.28	8.34	7.95	7.11	7.05

Cuadro 2.7: Porcentaje de horas de sol mensual

1. Cuando la humedad relativa mensual es mayor del 50 %, la evapotranspiración potencial de un área bajo riego se puede estimar con la ecuación siguiente, con un error inferior al 15 %

$$ETP_{>50\%} = a' \left[\frac{T}{T + 15} \right] (Ri + 50) \quad (2.10)$$

siendo:

ETP =evapotranspiración potencial, en mm/mes o mm/10 días

a' =coeficiente, con los valores siguientes: 0.40 para meses de 30 ó 31 días, 0.37 para febrero (28 ó 29 días) y 0.13 para un intervalo de 10 días

T =temperatura media mensual del aire, en °C (para $T = 0C$ se acepta que $Etp=0$)

Ri =radiación solar incidente media diaria del mes, en langleys/día.

2. Cuando la humedad relativa mensual es inferior al 50 %, la ETP calculada con la ecuación anterior se multiplica por el siguiente factor de corrección:

$$Etp = ETP_{>50} \left[1 + \frac{(50 - HR)}{70} \right] \quad (2.11)$$

en donde:

HR = Es la humedad relativa media mensual expresada en porcentaje

Cuando no se dispone de datos de radiación solar incidente, esta puede ser estimada a partir de la siguiente expresión:

$$Ri = Ra(0,18 + 0,55 \frac{n}{N}) \quad (2.12)$$

en donde:

Ra = Radiación teórica incidente o valor de Angot al tope de la atmósfera, y en función de la latitud y el mes considerado en $cal/cm^2/dia$

n = Horas de sol reales en el mes

N = Horas de sol teóricas en el mes

Esta modificación tiende a corregir los valores demasiado bajos calculados en las regiones áridas, en que el efecto oasis es frecuentemente en los cultivos bajo riego.

Otra variante del cálculo de la evapotranspiración, mediante este método es la siguiente:

Se trata de una fórmula establecida empíricamente comparando las precipitaciones y la escurrentía total de numerosas cuencas.

$$ETR = \frac{P}{\sqrt{0,9 + \frac{P^2}{L^2}}} \quad (2.13)$$

donde los parámetros tiene la siguiente descripción:

ETR = evapotranspiración real en mm/año

P = precipitación en mm/año

$L = 300 + 25t + 0,05t^3$

t = temperatura media anual en °C

Método de Contagne

La expresión:

$$Etp = p - \frac{p^2}{0,8 + 0,14t} \quad (2.14)$$

donde

Etp = la evapotranspiración en mm/día

p =precipitación anual en mm

t =temperatura media anual

Si se desea la ETP para un determinado mes hay que multiplicar por el no. de meses transcurridos hasta ese mes.

2.2.4. El proceso de escorrentía y cálculo del coeficiente de escorrentía

Del agua de lluvia que cae sobre la superficie de un terreno, una parte se evapora, otra discurre por la superficie (escorrentía) y otra penetra en el terreno (infiltración).

En una primera aproximación la escorrentía se define como exceso de la precipitación total caída al suelo menos la retenida e infiltrada.

Puede ocurrir que el agua infiltrada venga, posteriormente, a aflorar en la superficie como fuente de una nueva escorrentía superficial.

Una definición más formal la define como el agua proveniente de la precipitación que circula sobre o bajo la superficie terrestre y que llega a una corriente para finalmente ser drenada hasta la salida de la cuenca[8].

El escurrimiento es la parte de la precipitación drenada por las corrientes desde el interior de las cuencas hasta su salida. El agua que fluye por las corrientes proviene de diversas fuentes, por lo que el escurrimiento puede ser: superficial, subsuperficial y subterráneo:

- escurrimiento superficial o directo, es el que proviene de la lluvia que no se infiltra y que escurre sobre la superficie del terreno y por la red de drenaje hasta salir de la cuenca. Su efecto sobre el escurrimiento total es directo y solo existe durante una tormenta e inmediatamente después de que ésta cesa, se le llama “lluvia en exceso”. Es función de la intensidad de la precipitación y de la permeabilidad de la superficie del suelo, de la duración de la precipitación, del tipo de vegetación, de la extensión de la cuenca hidrográfica considerada, de la profundidad de nivel freático y de la pendiente de la superficie del suelo.
- escurrimiento subsuperficial, proviene de la precipitación que se infiltra en la superficie del suelo y que se mueve lateralmente sobre su horizonte superior. Su efecto es inmediato o retardado dependiendo de las características del suelo. Si es inmediato se considera junto con el escurrimiento superficial y si tarda, con el subterráneo.

- escurrimiento subterráneo o base, es el que proviene del agua subterránea, que se recarga por una parte de la lluvia que se infiltra una vez que el suelo se ha saturado.

Formalmente el coeficiente de escurrimiento, C_{esc} , de una superficie, S , es igual al cociente del caudal que discurre por dicha superficie, $Q_{superficie}$, en relación con el caudal total precipitado, Q_{total} .

$$C_{esc} = \frac{Q_{superficie}}{Q_{total}} \quad (2.15)$$

Factores que afectan el escurrimiento superficial, se pueden establecer en categorías:

1. Los asociados a las precipitaciones.
2. Los asociados con la cuenca o área de drenaje.

El primer grupo, depende de la intensidad, duración, frecuencia de la lluvia y la cantidad o volumen de las precipitaciones.

El segundo grupo, depende de la forma de la cuenca (redonda o alargada), tamaño (mayor o menor), pendiente (mayor pendiente mayor escurrimiento), vegetación (escurrimiento en bosques < pastos < cultivos), suelos (textura, permeabilidad, grado de retención, humedad presente, tipo de arcilla, profundidad, materia orgánica, estructura, etc.

De acuerdo al alcance del tema de tesis se utiliza la siguiente cuadro que relaciona los diferentes valores del coeficiente de escurrimiento superficial de acuerdo al tipo de combinación presente en la segmentación poligonal.

Tipo de Cultivo/Pendiente	Gruesa	Media	Fina
Bosque			
0-5.9 %	0.10	0.30	0.40
0-5.9 %	0.25	0.35	0.50
0-5.9 %	0.30	0.50	0.60
Pasto			
0-5.9 %	0.10	0.30	0.40
0-5.9 %	0.16	0.36	0.55
0-5.9 %	0.22	0.42	0.60
Cultivo			
0-5.9 %	0.30	0.50	0.60
0-5.9 %	0.40	0.50	0.70
0-5.9 %	0.52	0.72	0.82

Cuadro 2.8: Coeficientes de escurrimiento

En un trabajo de campo la obtención de tales coeficientes de acuerdo a nuestra clasificación de las combinaciones no representaría grandes cambios.

Otros autores afirman que el coeficiente de escorrentía varía a lo largo del tiempo y es función de dos características fundamentales:

- Características del terreno
- Zona geográfica

En cuanto a las características del terreno se consideran las principales: naturaleza, vegetación, permeabilidad, inclinación, humedad inicial, etc. Se consideran los siguientes aspectos fundamentales en la zona geográfica (temperatura, humedad relativa, velocidad del viento, horas de soleamiento, dimensiones de la cuenca vertiente, intensidad y duración de la precipitación, etc).

Así, en una precipitación la evaporación y la infiltración de agua irán disminuyendo conforme vaya aumentando la humedad relativa y el estado de inhibición del terreno, aumentando consecuentemente el coeficiente de escorrentía desde valores iniciales iguales o próximos a cero hasta valores finales iguales o cercanos a la unidad.

El coeficiente de escorrentía crece con la intensidad y con la duración de la precipitación, la naturaleza del suelo tiene gran importancia en el coeficiente de escorrentía.

Como una primera aproximación, el proceso de escorrentía se considera localmente constante en cada segmento de la discretización, durante el tiempo de duración de la precipitación, el coeficiente instantáneo de escorrentía se convierte en coeficiente medio de escorrentía para una unidad de tiempo; este proceso en la realidad tiene un comportamiento no lineal y variable en cada instante de tiempo y su modelación o método alternativo de cálculo puede ser complicado de modelar.

En general se tiene el siguiente postulado: a mayor pendiente, mayor coeficiente de escorrentía. Se puede considerar el área total o dividir la misma en diferentes subcuencas con diferentes características, cuando se trata de una zona uniforme será necesario determinar un valor del coeficiente de escorrentía medio para la misma.

El terreno puede estar formado por diferentes tipos, se calcula el coeficiente de escorrentía medio realizando una media ponderada de los diferentes coeficientes de escorrentía de cada una de las subzonas en las que se puede dividir el área considerada.

De esta forma se llega a la expresión del coeficiente de escorrentía medio $C_{esc-medio}$

para una zona formada por diferentes subáreas A_i con diferentes coeficientes de escorrentía C_i :

$$C = \frac{\sum A_i C_i}{\sum A_i} \quad (2.16)$$

2.2.5. El proceso de Infiltración y cálculo de coeficiente de infiltración

Informalmente la infiltración es el proceso mediante el cual el agua penetra desde la superficie del terreno hacia el suelo.

Muchos factores influyen en la tasa de infiltración, incluyendo la condición de la superficie del suelo y su cubierta vegetal, las propiedades del suelo, tales como la porosidad y la conductividad hidráulica, y el contenido de humedad presente en el suelo.

Formalmente la infiltración se define como el movimiento del agua, a través de la superficie el suelo y hacia dentro del mismo, producido por la acción de las fuerzas gravitacionales y capilares (Aparicio).

Cabe aclarar que la infiltración juega un rol muy importante en la relación lluvia-escurrimiento. Un punto muy importante y que puede considerarse para una hipótesis -(Aparicio)- es:

En general, el volumen de infiltración es varias veces mayor que el de escurrimiento durante una tormenta dada, especialmente en cuencas con un grado de urbanización relativamente bajo.

Factores que afectan la capacidad de infiltración (Aparicio)

Textura del suelo

Contenido de humedad inicial

Contenido de humedad de saturación

Cobertura vegetal

Uso del suelo

Aire atrapado

Lavado de material fino

Compactación

Temperatura, sus cambios y diferencias.

Comúnmente se utilizan dos tipos de criterios en cuencas aforadas: el de capacidad de infiltración media y el de coeficiente de escurrimiento.

Ambos criterios se sustentan bajo una hipótesis respectivamente:

- Criterio de la capacidad de infiltración: supone que la capacidad de infiltración es constante durante toda la tormenta. A esta capacidad de infiltración se le llama índice de infiltración media ϕ
- Criterio del coeficiente de escurrimiento, supone que las pérdidas son proporcionales a la intensidad de la lluvia.

A continuación abundaremos más detalles sobre el segundo criterio, la razón que nos motiva es la hipótesis que lo sustenta.

Criterio del coeficiente de escurrimiento

Con este criterio se supone que las pérdidas son proporcionales a la intensidad de la lluvia:

$$f = (1 - C_{escu})i \quad (2.17)$$

esta expresión proporciona una aproximación empírica de la infiltración donde la constante de proporcionalidad C_{escu} , sin unidades, se denomina coeficiente de escorrentía.

Otros métodos

Se han realizado numerosos intentos por representar el proceso de infiltración mediante alguna fórmula más o menos empírica.

La fórmula de Horton publicada en 1940 para $i \geq f$:

$$f_p = f_c + (f_0 - f_c)e^{-kt} \quad (2.18)$$

donde

f_p : es la infiltración

f_0 : es la capacidad de infiltración inicial ($t = 0$) en mm/hr

f_c : capacidad de infiltración final ($t \Rightarrow \infty$), en mm/hr

k : es la constante para cada curva, característica de cada cuenca

t : tiempo de duración de la lluvia, en minutos.

Wilson propone los valores de f_0, f_c, k que se muestran en la tabla (2.4) para algunos tipos de suelos. Si $i < f$, toda el agua de lluvia se infiltra, pero la variación de $f(p)$ con el tiempo t no se puede expresar de forma matemática.

Tipo de suelo		$f_0, mm/h$	$f_c, mm/h$	k, min^{-1}
Agrícola normal	desnudo	280	6-220	1.6
	cubierto de vegetación	900	20-290	0.8
Turba		325	2-20	1.8
Arenoso-arcilloso	desnudo	210	2-25	2.0
	cubierto de vegetación	670	10-30	1.4

Cuadro 2.9: Valores de f_0, f_c, k .

El valor de f_c se puede determinar visualmente, de acuerdo con la graficación de la pareja de puntos (f, t) ; f_c se denomina, también, capacidad de infiltración del suelo saturado.

Ahora bien

$$\begin{aligned}
 (f - f_c) &= (f_0 - f_c)e^{-kt} \\
 \log(f - f_c) &= \log(f_0 - f_c) - kt \log e \\
 &= \log(f_0 - f_c) - 0,43kt
 \end{aligned}$$

Alternativamente se puede diseñar otro camino para el cálculo de la infiltración ya que ocurre lo siguiente:

- a) Dependiendo de la permeabilidad del terreno existe una correlación entre transmisividad y el escurrimiento subsuperficial y la escorrentía
- b) Si el suelo es permeable implica una transmisividad, es decir, ocurren dos casos:

Si el escurrimiento subsuperficial es mínimo implica que la escorrentía superficial se incrementa

Si el escurrimiento subsuperficial se incrementa implica que la escorrentía superficial es mínima

Hasta el momento se ha logrado establecer que los procesos pueden caracterizarse mediante un conjunto básico de factores y el considerar el total de factores es imposible para el proyecto de tesis en cuanto a tiempo e información disponible en las estaciones meteorológicas.

Sin embargo, los procesos pueden caracterizarse por un conjunto de factores que ejercen la mayor importancia:

Escurrimiento: pendiente, cobertura de suelo y textura de suelo

Infiltración: pendiente, cobertura del suelo y textura del suelo

Escurrimiento subsuperficial: pendiente, textura del suelo, perfil de 100 cm.

Del párrafo anterior, los principales factores que determinan los coeficientes de las 120 variantes son suficientes para establecer la distribución superficial de lluvia en las subcuencas.

Capítulo 3

Planteamiento matemático del modelo discreto de escorrentía superficial en presencia de perdidas por evapotranspiración, escorrentía e infiltración

Este capítulo presenta el planteamiento matemático del modelo dinámico discreto y que describe en cada instante de tiempo como se reparte en un polígono la lluvia sujeta a los procesos descritos con anterioridad, es decir, la variación de la cantidad de agua superficial por unidad de tiempo.

3.1. Planteamiento y explicación del modelo

Un modelo matemático de un proceso dinámico con frecuencia toma la forma de una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones que pueden variar de orden.

Una ecuación diferencial involucra variables independientes y otras dependientes de ellas así como sus derivadas; las cuales contienen información sobre la dinámica del proceso descrito por el modelo.

El refinamiento del modelo está relacionado con la cantidad de parámetros y variables que se utilice en las ecuaciones y en la correcta utilización de la física del proceso en su construcción. Nuestro interés es modelar la distribución superficial del agua de lluvia en cada instante de tiempo teniendo en cuenta los procesos de escorrentía superficial, infiltración y evapotranspiración. En una primera aproximación despreciaremos el aporte de la escorrentía subsuperficial a las aguas superficiales.

Para llevar a cabo tal modelación del fenómeno antes mencionado es necesario cuantificar el cambio de almacenamiento superficial en la región de interés y recurrimos a la ecuación de balance hidrológico.

El punto fundamental de la modelación consiste en que consideraremos la discretización espacial desarrollada en los capítulos anteriores.

A cada segmento de la partición obtenida le asociaremos una ecuación de balance por intervalos de tiempo de un día. De esta forma obtendremos un modelo dinámico discretizado en las variables espacial y temporal.

3.1.1. Ecuación de balance hidrológico

En todo sistema o subsistema del ciclo hidrológico (ver fig:3.1), el principio de conservación de masa se refleja en la **ECUACIÓN DE BALANCE HIDROLÓGICO**, la cual permite relacionar las cantidades de agua que circulan por el ciclo, ésta es:

$$\textit{Entradas} - \textit{Salidas} = \textit{Cambio de almacenamiento} \quad (3.1)$$

tal simplicidad de la ecuación resulta engañosa, ya que en la mayoría de los casos los términos involucrados no pueden ser cuantificados adecuada y fácilmente.

En nuestro caso la ecuación puede desarrollarse considerando:

- Precipitación (P)
- Evaporación (E)
- Transpiración (T)
- Escorrentía superficial (R) (Entrante: R_1 , Saliente: R_2)
- Infiltración (I)
- Escorrentía subterránea (G) (Entrante: G_1 , Saliente: G_2)
- Almacenamiento (S)
- Escorrentía subsuperficial que aparece como escorrentía superficial (R_g)

En lo que sigue los subíndices s y g significan el origen de la correspondiente componente, respectivamente encima y debajo de la superficie del suelo. De acuerdo a la ecuación 3.1, la ecuación de balance hídrico sobre la superficie de cualquier segmento de la partición del área estudio y por unidad de tiempo es:

$$P + R_1 - R_2 + R_g - E_s - T_s - I = \Delta S_s \quad (3.2)$$

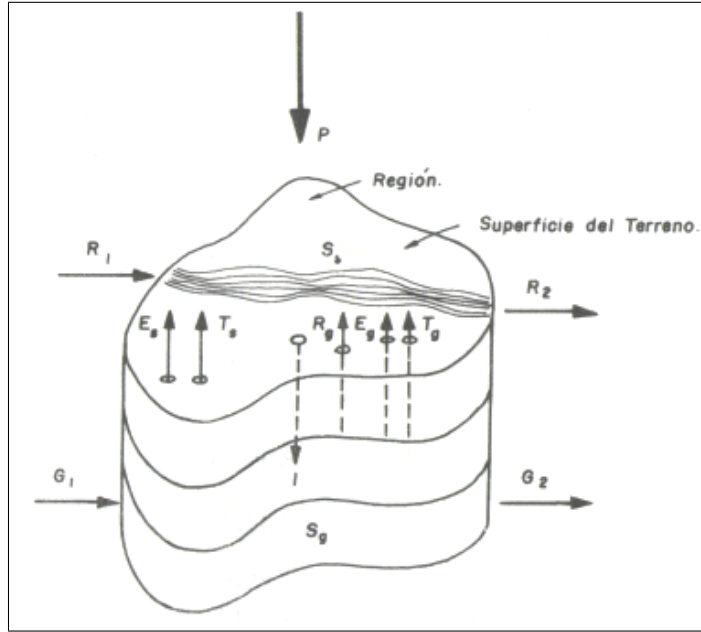


Figura 3.1: Esquema de balance hídrico

la ecuación de balance hídrico debajo de la superficie de cualquier segmento de la partición del área de estudio y por unidad de tiempo es:

$$I + G_1 - G_2 - R_g - E_g - T_g = \Delta S_g \quad (3.3)$$

por último, la ecuación de balance hídrico en cada segmento de la hoya hidrográfica es:

$$P - (R_2 - R_1) - (E_s + E_g) - (T_s + T_g) - (G_2 - G_1) = \Delta(S_s + S_g) \quad (3.4)$$

que en forma simplificada se expresa en la forma:

$$P - R - E - T - G = \Delta S \quad (3.5)$$

Nosotros consideraremos una simplificación del modelo (3.2) en el que supondremos $R_g = 0$, $E_s + T_s = Q$, de manera que se llega a:

$$P + R_1 - R_2 - Q - I = \Delta S_s \quad (3.6)$$

donde cada una de las componentes en la parte izquierda de (3.6) excepto P , se expresa en términos del agua almacenada en el respectivo compartimiento a través de la introducción de coeficiente de escorrentía superficial, evaporación e infiltración, los cuales varían de acuerdo a la categorización descrita en el cuadro (2.1).

La ecuación de balance hidrológico es una herramienta útil para obtener estimaciones de la magnitud y distribución en el tiempo de las variables hidrológicas que en ella intervienen.

3.2. Modelación Matemática

Estamos interesados en modelar en cada instante de tiempo t , el cambio de almacenamiento superficial del agua, es decir, como varía en el tiempo el agua acumulada en cada polígono resultante de la discretización del área de estudio bajo un determinado régimen de lluvia. En un primer análisis despreciaremos el aporte de la escorrentía subsuperficial a la escorrentía superficial, es decir utilizaremos la ecuación de balance (3.6).

Consideraremos los restantes procesos de intercambio entre la superficie y la atmósfera (evapotranspiración); y entre la superficie y el subsuelo (infiltración).

3.2.1. Modelo discreto de distribución superficial

A continuación describimos el desarrollo del modelo en cada unidad poligonal, cuando estamos en presencia de lluvia durante un periodo establecido y con cierta intensidad:

$$\begin{aligned} \text{Cantidad de agua al cabo} &= \text{Variación de la cantidad de agua} \\ \text{de una unidad de tiempo} &\quad \text{superficial por unidad de tiempo} \\ &= \frac{\text{Cantidad de agua final} - \text{Cantidad de agua inicial}}{\text{Unidad de tiempo}} \end{aligned}$$

La expresión anterior puede interpretarse en cada uno de los tres compartimentos de cada segmento de una cuenca hidrográfica y los procesos del ciclo hidrológico que nos interesan.

Denotaremos mediante A^k , $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ las siguientes magnitudes correspondientes a cada polígono de la partición:

A^0 : = Cantidad inicial de agua acumulada en la superficie.

A^1 : = Cantidad de lluvia que cayó por unidad de tiempo.

A^2 : = Cantidad de agua que llega por escorrentía de polígonos vecinos por unidad de tiempo.

A^3 : = Cantidad de agua que se pierde por escorrentía saliente por unidad de tiempo.

A^4 : = Cantidad de agua que se pierde por infiltración por unidad de tiempo.

A^5 : = Cantidad de agua que se pierde por evapotranspiración por unidad de tiempo.

Para indicar que estas magnitudes se refieren al polígono Ω_{ij} las denotaremos en la forma: A_{ij}^k , $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$. Así llegamos a la ecuación de balance:

$$\Delta \text{Almacenamiento superficial} = A_0 + A_1 + A_2 - A_3 - A_4 - A_5 \quad (3.7)$$

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ un abierto conexo acotado con frontera regular como en la figura 3.2.

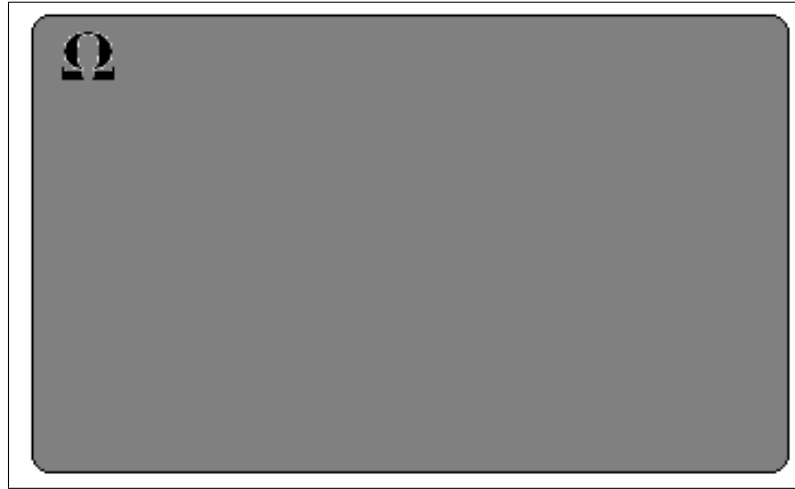


Figura 3.2: Región Ω

Sea \mathcal{P} una partición de Ω tal que $\mathcal{P} = \{\Omega_{i,j}\}_{i=1, \dots, n}^{j=1, \dots, m_i}$ es la colección total de las combinaciones resultantes por la aplicación del cálculo secuencial desarrollado en el capítulo 2.

Cada $\Omega_{i,j}$ está caracterizado por los siguientes parámetros:

$$\Omega_{i,j}(\text{Cobertura de suelo, Textura de suelo, Topografía, Hidrografía})$$

Los subíndices i, j significan lo siguiente:

i = Denota la i -ésima combinación del cuadro 2.1

j = Denota la numeración del polígono como componente de Ω

Es fácil ver que en nuestro caso los polígonos Ω_{ij} satisfacen las propiedades siguientes:

1. $\Omega_{ij} \cap \Omega_{kl} = \emptyset$ si y solo si $j \neq l$,
2. Si Ω_{ij} y Ω_{kj} son polígonos de la partición, entonces $i=k$.
3. Si $\partial\Omega_{ij} \cap \partial\Omega_{kl} \neq \emptyset$ entonces $i \neq k$.

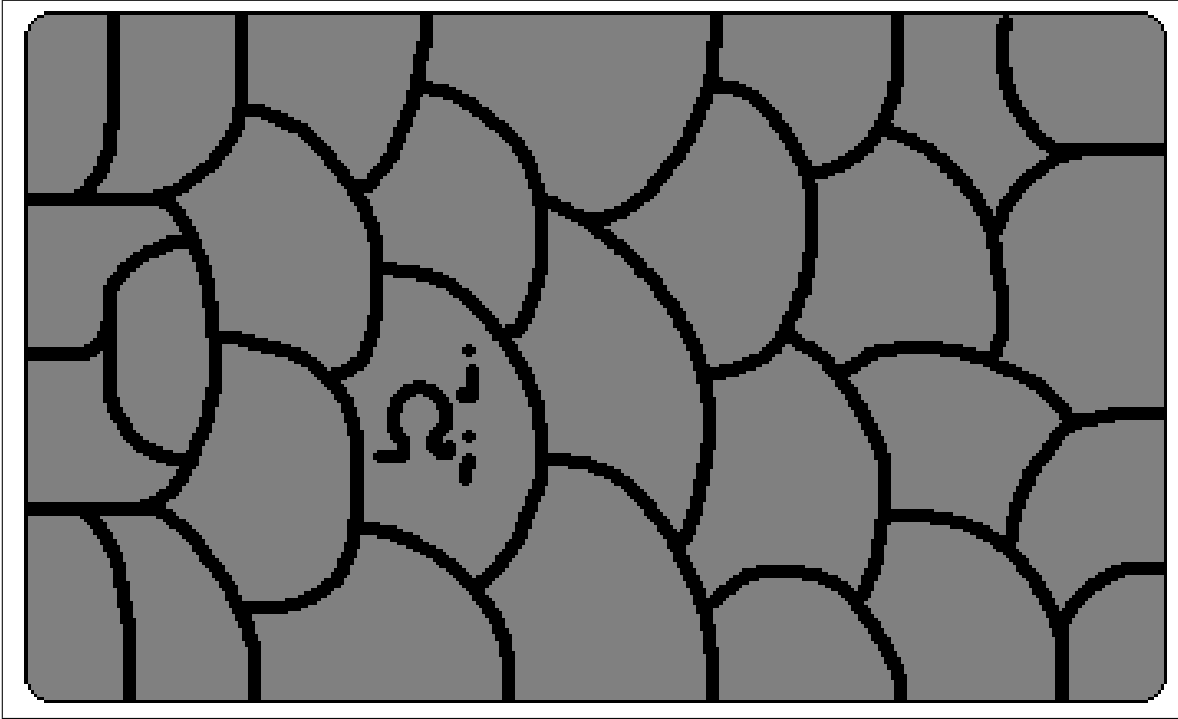


Figura 3.3: Segmentación poligonal de Ω

En cada $\Omega_{i,j} \in \mathcal{P}$ ocurren los procesos del modelo compartimental descritos en la figura 3.1; nuestro interés es modelar el balance hídrico superficial empleando los procesos: evapotranspiración, escorrentía superficial e infiltración.

A cada región poligonal $\Omega_{i,j}$ le asociamos los siguientes parámetros; que no dependen del subíndice j :

$$C_{i,j} = (C_i^{evap}, C_i^{esc}, C_i^{infil}), \forall i = 1, \dots, n \quad j \in M_i \quad (3.8)$$

donde n representa el total de casos considerados en el cuadro (2.1) y M_i es el subconjunto de índices del total de polígonos de la partición del área de estudio, que tienen la misma característica i –ésima del cuadro (2.1).

C_i^{evap} : Coeficiente de evapotranspiración.

C_i^{esc} : Coeficiente de escorrentía superficial.

C_i^{infil} : Coeficiente de infiltración.

A partir de los coeficientes introducidos se obtienen expresiones para las llamadas funciones de evapotranspiración, escurrimiento e infiltración:

$$C^{evap}(x) = \sum_{i=1}^n C_i^{evap} \chi_{\Omega^{(i)}}(x) \quad (3.9)$$

$$C^{esc}(x) = \sum_{i=1}^n C_i^{esc} \chi_{\Omega^{(i)}}(x) \quad (3.10)$$

$$C^{infil}(x) = \sum_{i=1}^n C_i^{infil} \chi_{\Omega^{(i)}}(x) \quad (3.11)$$

donde $\chi_{\Omega}(x)$ denota la función indicadora del conjunto Ω :

$$\chi_{\Omega}(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \in \Omega \\ 0, & \text{si } x \notin \Omega \end{cases}$$

$$\Omega^{(i)} = \bigcup_{(i,j) \in M_{ij}} \Omega_{ij}$$

. Con respecto a la distribución de lluvia supondremos que se conocen las componentes de la partición donde se encuentra localizada, su intensidad (número de mililitros que cae por día) y el periodo total de precipitación. De esta manera, identificar la distribución de lluvia corresponde a dar una matriz de intensidades cuyas filas corresponden a los 365 días del año y las columnas corresponden al número total m de elementos de la partición del área de estudio.

Se pueden generar distintas funciones de lluvia con sus respectivos datos de intensidad para un periodo determinado, así por ejemplo, supondremos que la precipitación ocurre con una intensidad constante durante todo el período de lluvias, es decir, la cantidad de milímetros de lluvia por día es constante, durante un período $[0, t_0]$ medido en días y abarca un conjunto conocido de elementos Ω_{ij} de la partición.

Para cada $\Omega_{i,j}$ la cantidad de vecinos colindantes es un número finito de polígonos, cuyo conjunto de índices denotaremos por M_{ij} , de manera que si $(k, l) \in M_{ij}$ entonces $k \neq i$.

El conjunto de polígonos vecinos permite establecer la esorrentía entrante y la esorrentía saliente. Denotemos por N el conjunto de índices que corresponde a elementos de la partición donde está ocurriendo la lluvia, entonces se puede describir la función de intensidad de lluvia mediante:

$$L(x, t) = \sum_{(i,j) \in N} \ell_{i,j}(t) A(\chi_{\Omega_{i,j}}(x)) \quad (3.12)$$

donde el término $\ell_{i,j}$ representa la intensidad de la lluvia sobre el compartimento $\Omega_{i,j}$ durante el t -ésimo día, es decir la cantidad total de milímetros de lluvia que

caen sobre $\Omega_{i,j}$ durante el t -ésimo día, la cual se supone que es uniforme en todo $\Omega_{i,j}$.

De esta forma $L(x, t)$ denota la cantidad de milímetros de lluvia que caen en el punto x del área de estudio durante todo el t -ésimo día.

Descompondremos el conjunto de índices $M_{i,j}$ de polígonos colindantes con $\Omega_{i,j}$ en los subconjuntos disjuntos: $M_{i,j}^{(+)}$, $M_{i,j}^{(-)}$, donde para cada $(k, l) \in M_{i,j}^{(+)}$ se tiene que la escorrentía de $\Omega_{k,l}$ entra a $\Omega_{i,j}$ y para cada $(r, s) \in M_{i,j}^{(-)}$ la escorrentía de $\Omega_{i,j}$ sale hacia $\Omega_{r,s}$.

Haremos la siguiente suposición importante:

“Cada día el agua de un polígono puede escurrir únicamente hacia los polígonos contiguos siguiendo la red de drenaje y distribuyéramos equitativamente entre ellos de acuerdo al área del polígono receptor”.

Es decir, si de $\Omega_{k,l}$ escurre agua hacia todos los polígonos con subíndice $M_{k,l}^{(-)}$ y $(i, j) \in M_{k,l}^{(-)}$, y si denotamos por $\Delta_{k,l}^{(t)}$ con $t = 1, 2, \dots$, (número de días); el volumen de agua almacenada en $\Omega_{k,l}$ al inicio del t -ésimo día, entonces se tiene que el agua que escurre de $\Omega_{k,l}$ a $\Omega_{i,j}$ durante el transcurso del t -ésimo día viene dada por:

$$C_k^{esc} \frac{A(\Omega_{i,j})}{\sum_{(p,q) \in M_{k,l}^{(-)}} A(\Omega_{p,q})} \Delta_{k,l}^{(t)} \quad (3.13)$$

donde $A(\Omega_{p,q})$ denota el área del polígono $\Omega_{p,q}$.

Finalmente obtenemos que el volumen total de agua que escurre de todos los polígonos de $M_{i,j}^{(+)}$ hacia $\Omega_{i,j}$ en el transcurso del t -ésimo día, es igual a:

$$\sum_{(k,l) \in M_{i,j}^{(+)}} C_k^{esc} \frac{A(\Omega_{i,j})}{\sum_{(p,q) \in M_{k,l}^{(-)}} A(\Omega_{p,q})} \Delta_{k,l}^{(t)} := E_{i,j}^{(+)}(t) \quad (3.14)$$

mientras que el volumen total de agua que escurre de $\Omega_{i,j}$ hacia los polígonos contiguos con índice en $M_{i,j}^{(-)}$ durante el transcurso del t -ésimo día es igual a:

$$\sum_{(k,l) \in M_{i,j}^{(-)}} C_k^{esc} \frac{A(\Omega_{k,l})}{\sum_{(p,q) \in M_{k,l}^{(-)}} A(\Omega_{p,q})} \Delta_{i,j}^{(t)} := C_i^{esc} \Delta_{i,j}^{(t)} \quad (3.15)$$

De esta forma podemos expresar el volumen total de agua almacenada en el compartimento $\Omega_{i,j}$ al inicio del $t+1$ -ésimo día ($\Delta_{i,j}^{(t+1)}$) si se conoce el total almacenado al inicio del t -ésimo día en $\Omega_{i,j}(\Delta_{i,j}^{(t)})$ y en los polígonos contiguos $\Omega_{k,l}$ con índice $(k, l) \in M_{i,j}^{(+)}(\Delta_{k,l}^{(t)})$, mediante la fórmula:

$$\Delta_{i,j}^{(t+1)} = \Delta_{i,j}^{(t)} + E_{i,j}^{(+)}(t) + \ell_{i,j}(t)A(\Omega_{i,j}) - (C_i^{esc} + C_i^{evap} + C_i^{infil})\Delta_{i,j}^{(t)} \quad (3.16)$$

donde el primer sumando de la parte derecha de (3.16) corresponde al volumen inicial de agua almacenado en Ω_{ij} al inicio del t -ésimo día, el segundo sumando corresponde a lo que se agrega durante el t -ésimo día por la escorrentía proveniente de los polígonos contiguos que “desaguan.” en Ω_{ij} , el tercero corresponde al total de agua de lluvia que cae en Ω_{ij} durante el t -ésimo día y el último sumando -(con signo menos)- corresponde a las pérdidas por escorrentía, evaporación e infiltración.

El sistema de ecuaciones (3.16) puede resolverse si para cada índice (i, j) se da la condición inicial $\Delta_{ij}^{(1)}$, que corresponde a la cantidad inicial de agua acumulada en cada polígono al inicio del primer día a partir del cual queremos describir la dinámica de las aguas superficiales.

En casos reales, como el que ejemplificamos con las subcuencas RH18Ac y RH18Aj se puede subdividir el área de estudio en varias regiones, en cada una de las cuales, por sus características geográficas, se puede desacoplar el sistema (3.16), haciéndose más simple su solución numérica.

Para las simulaciones computacionales supondremos que el volumen total de agua $\Delta_{ij}^{(t)}$ que se acumula en el polígono Ω_{ij} al inicio del t -ésimo día se reparte uniformemente sobre todo el polígono formando una capa de altura:

$$h_{ij}(t) = \frac{\Delta_{ij}^{(t)}}{A(\Omega_{ij})} \quad (3.17)$$

Anexamos a la tesis un ejemplo numérico a través de un programa computacional que resuelve el sistema (3.16) en una de las mencionadas regiones de la subcuenca.

Capítulo 4

Aplicación concreta del modelo

Este capítulo presenta el esquema computacional a desarrollar y las condiciones iniciales necesarias. Así como la implementación en Matlab 7.0 del código.

Para el desarrollo del algoritmo se requiere:

Mapa temático final, cada polígono del mapa (en adelante pixel) tiene asociado una estructura con información resultado de la segmentación realizada en el capítulo dos. La información contenida en cada pixel pertenece únicamente a una combinación contenida en el cuadro 2.1.

Lectura del mapa temático final desde Matlab 7.0

Asignar la información contenida en las estructuras a matrices para su manipulación.

Establecer las condiciones iniciales: emplear las matrices de lluvias y matrices de intensidades para un período de lluvias y correr el algoritmo computacional.

Análisis final de las matrices para determinar los cambios de almacenamiento.

Por simplicidad supondremos que durante un periodo de 10 días, el agua de lluvia cae sobre un solo polígono con una intensidad constante de 5 milímetros por día y que al inicio de las lluvias no hay agua acumulada en la superficie del polígono.

Para los cálculos numéricos se debe sustituir $\Delta_{ij}^{(t)}$ por cero en el caso en que el resultado de la fórmula (3.16) dé un número negativo.

Conclusiones

El presente trabajo de investigación permite responder mediante un algoritmo computacional la dinámica del ciclo hidrológico superficial en una cuenca a partir de cartas temáticas: topográficas, edafológicas, uso de suelo y vegetación.

Así mismo permite visualizar que puntos del área de estudio son susceptibles a inundaciones. Por otro lado permite visualizar día a día la evolución del mapa de distribución superficial en función de la red de drenaje.

Emplear los coeficientes fue fundamental en este trabajo, tales coeficientes permiten establecer las tasas de transferencia entre los compartimentos (pixels).

Un rasgo que hay que destacar es la propuesta de la metodología para la realización de la segmentación final del área de estudio ya que no hay trabajo alguno por parte de las dependencias INEGI o CNA.

Bibliografía

- [1] Sitio Web: www.smn.cna.gob.mx/productos/normales/estación/catalogos/cat-pue.html
- [2] Sitio Web: www.smn.cna.gob.mx/productos/normales/estación/catalogos/cat-tlax.html
- [3] Aspectos geográficos de Puebla: *Síntesis de Información Geográfica Estatal*, INEGI, edición (2000)
- [4] Hidrología superficial de Puebla: *Síntesis de Información Geográfica Estatal*, INEGI, edición (2000)
- [5] División Municipal: *Síntesis de Información Geográfica Estatal*, INEGI, edición (2000)
- [6] Daniel Francisco Campos Aranda: *Procesos del Ciclo Hidrológico*, Segunda Reimpresión, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, (1992)
- [7] Germán Monsalve Sáenz: *Hidrología en la Ingeniería*, Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería, 2 edición, (2000)
- [8] Francisco Javier Aparicio Mijares: *Fundamentos de Hidrología de superficie*, Limusa, 12 edición, (2004)