



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA, OPCIÓN
INSTRUMENTACIÓN ELECTRÓNICA**

**Tesis para obtener el grado de
MAESTRO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA**

**Control de la orientación de un mini helicóptero con cuatro
rotores.**

Presenta:

Ing. Juan Díaz Téllez*

Asesores:

Dr. José Moisés Guitiérrez Arias

Dr. José Eladio Flores Mena

Dra. Blanca Susana Soto Cruz

Índice general

Agradecimientos	8
Introducción	9
Objetivo general y objetivos particulares	12
Organización del trabajo	13
1. Estado del arte de los UAVs	14
1.1. Vehículos Aéreos no Tripulados (UAVs)	14
1.2. Desarrollo de los UAV's en México	20
1.3. Clasificación de los UAV's	22
1.4. Aplicaciones de los UAVs	25
1.5. Historia del helicóptero de cuatro rotores	26
2. Modelo matemático del helicóptero con cuatro rotores	29
2.1. Descripción y funcionamiento del quadrotor	29
2.2. Dinámica de los actuadores	33
2.3. Formulación Newton-Euler	35
2.3.1. Cinemática	35
2.3.2. Dinámica	39
3. Estabilización de la orientación de un mini helicóptero con cuatro rotores.	43
3.1. Diseño de una metodología general de control	44
3.2. Diseño de controladores con acciones acotadas	49
3.3. Control acotado basado en la función signo	54
3.3.1. Simulaciones del control basado en la función signo	57
3.4. Control acotado basado en la función tangente hiperbólica	62
3.4.1. Simulaciones del control basado en la función tangente hiperbólica	64
3.5. Control acotado basado en la función arco tangente	69
3.5.1. Simulaciones del control basado en la función arco tangente	70

3.6. Control de la altura de la aeronave.	75
4. Diseño del sistema embebido	79
4.1. Sistemas digitales	80
4.2. Arreglos de compuertas programables en campo FPGAs	81
4.2.1. Procesador MicroBlaze	83
4.3. Diseño de circuitos síncrono	84
4.3.1. Diseño del IP-CORE PWM output	85
4.3.2. Diseño del IP-Core PWM in	89
4.4. Implementación del sistema embebido	91
5. Conclusiones	99
A. Identificación de parámetros	101
A.1. Constante de empuje y relación empuje - señal PWM	101
A.2. Aproximación de la matriz de inercia de la aeronave.	105
A.3. Calibración de la válvula de gas.	106
B. Descripción de los dispositivos utilizados.	108
B.1. Motores brushless (BLDCM)	109
B.2. Controladores de velocidad electrónicos, ESC.	110
B.3. Batería de Polímero de Litio (LiPo)	110
B.4. Sistema de medición inercial y magnética	111
B.5. Tarjeta FPGA LX9 Microboard	112
C. Diseño y construcción del UAV	115
C.1. Base central	117
C.2. Brazos	118
C.3. Base de aterrizaje	119
C.4. Construcción y ensamble del drone.	119
D. Publicaciones realizadas	122

Índice de figuras

1.1. Paloma voladora de Arquitas.	15
1.2. Helicóptero de Launoy y Bienvenu.	15
1.3. Helicóptero de Ponton d'Ámecourt.	16
1.4. Bombardero no tripulado de Charles Perley [19].	16
1.5. Aeronaves no tripuladas a principios del siglo XX.	17
1.6. Aeronaves no tripuladas usadas durante la 2° Guerra Mundial.	18
1.7. Aeronaves no tripuladas usadas durante la 2° Guerra Mundial.	19
1.8. Hydra Technologies UAVs.	21
1.9. Clasificación de los UAVs.	23
1.10. Tipos de AUVs.	23
1.11. UAV híbridos.	24
1.12. UAV de alas batientes.)	25
1.13. Primer helicóptero con cuatro rotores [22].	27
1.14. El helicóptero con cuatro rotores diseñado por George De Bothezat [22].	27
1.15. Cuadricóptero diseñado por E Hmichen en 1924 [22].	27
2.1. Sistemas de referencias.	31
2.2. Esquema de funcionamiento del helicóptero con cuatro rotores (quadrotor)	31
2.3. Movimientos básicos permitidos en el helicóptero con cuatro rotores.	33
2.4. Circuito equivalente de un motor	34
2.5. Diagrama esquemático de los dos sistemas de referencias.	36
2.6. Ángulo de guiñada ψ	36
2.7. Rotación en el ángulo de alabeo ψ	37
2.8. Rotación en el ángulo de cabeceo ψ	37
3.1. Dinámica del helicóptero con cuatro rotores.	44
3.2. Función Saturación.	49
3.3. Diagrama a bloques, control acotado.	50
3.4. Diagrama a bloques del algoritmo de control.	51
3.5. Programa en Simulink del algoritmo de control	53
3.6. Función Signo.	55

3.7. Estrategia de control signo en vuelo manual.	59
3.8. Estrategia de control signo en modo de vuelo estacionario.	60
3.9. Estrategia de control signo en modo de vuelo perturbado debido al viento.	61
3.10. Función tangente hiperbólica.	62
3.11. Estrategia de control tangente hiperbólica en modo de vuelo manual.	66
3.12. Estrategia de control tangente hiperbólica en modo de vuelo estacionario.	67
3.13. Estrategia de control tangente hiperbólica en modo de vuelo perturbado debido al viento.	68
3.14. Función arco tangente.	69
3.15. Estrategia de control arco tangente en modo de vuelo manual.	72
3.16. Estrategia de control arco tangente en modo de vuelo estacionario.	73
3.17. Estrategia de control arco tangente en modo de vuelo perturbado debido al viento.	74
3.18. Control de la altitud mediante retroalimentación de estados.	77
4.1. Tecnologías de fabricación de circuitos integrados.	80
4.2. Arquitectura de un FPGA comercial [[34]].	82
4.3. Diagrama a bloques del procesador MicroBlaze [40].	83
4.4. Diagrama conceptual de un circuito secuencial síncrono.	85
4.5. Señal PWM admisible en el motor NTM Prop Drive serie(20-36) 750 KV.	86
4.6. Diagrama a bloques del modulo IP-Core PWM-out.	87
4.7. Modulo IP-Core PWM-in.	88
4.8. Diagrama a bloques del modulo IP-Core PWM-in.	90
4.9. Modulo IP-Core PWM-in.	91
4.10. Diagrama de la plataforma en hardware.	92
4.11. Diagrama esquemático de la interface de comunicación del MicroBlaze y los IP-Cores.	93
4.12. Diagrama de la plataforma en hardware terminada.	94
4.13. Aplicaciones desarrolladas en el entorno de desarrollo SDK para probar los IP-Cores.	95
4.14. Diagrama de flujo.	96
4.15. Medición del tiempo de calculo de procesamiento del algoritmo de control.	97
4.16. Tiempo de procesamiento del algoritmo de control en el procesador Micro- Blaze.	98
4.17. Pruebas del UAV en lazo abierto.	98
A.1. Banco de pruebas.	102
A.2. Aproximación y resultados experimentales de la constante b_{pwm}	104

A.3. Aproximación y resultados experimentales de la constante b y b_{pwm} , hélice 11 × 4.7.	105
A.4. Determinación de la matriz de inercia en el programa SolidWorks.	106
A.5. Inicialización de los motores brushless posición mínima	107
B.1. Diagrama a bloques del sistema completo de la aeronave.	109
C.1. Diagrama de los componentes de la estructura física.	116
C.2. Diagrama de los componentes de la estructura física.	117
C.3. Aproximación y resultados experimentales de la constante b y b_{pwm} , hélice 11 × 4.7.	118
C.4. Aproximación y resultados experimentales de la constante b y b_{pwm} , hélice 11 × 4.7.	118
C.5. Aproximación y resultados experimentales de la constante b y b_{pwm} , hélice 11 × 4.7.	119
C.6. Aproximación y resultados experimentales de la constante b y b_{pwm} , hélice 11 × 4.7.	120
C.7. Construcción del drone.	121

Índice de tablas

3.1. Parámetros de la aeronave	54
A.1. Datos experimentales para obtener la constante de empuje b y b_{pwm}	103
A.2. Datos experimentales para la constante d y d_{pwm}	106
B.1. Características de los motores BLDCM NTM Prop Drive (28-36) 750Kv.	110
B.2. Características del controlador de velocidad Afro ESC 30 Amperes	110
B.3. Características de la batería Lipo Turnigy nano-tech 6000 mah 4S	111
B.4. Características del sensor AHRS UM7 de la compañía CH Robotics.	112
B.5. Attitude packet $\$PCHRA$	112
B.6. Rate packet $\$PCHRR$	113

Agradecimientos

Quiero dedicar esta tesis a mi familia: En especial a la persona que me dio la vida, quien ha estado conmigo en los momentos mas difíciles, sin ella nada hubiera sido posible. A mi padre Elíseo Bolívar Díaz Pérez y a mi hermano Emmanuel Nieva Téllez.

Le agradezco a mis asesores por su apoyo, paciencia y confianza a lo largo de esta tesis. A todos mis profesores que durante estos dos años me formaron academicamente.

Le agradezco al Dr. José Fermi Guerrero Castellanos por sus consejos, y por brindarme el tiempo necesario para responder todas mis dudas en la realización de este proyecto. Tomar sus cursos fueron clave en la demostración de estabilidad en la metodología propuesta.

Le agradezco al Dr. Germán Ardul Muñoz Hernández y a su esposa por que sin ellos yo no hubiera podido realizar mi estancia en la universidad de Bangor.

Gracias a la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP) y a la Facultad de Ciencias de la Electrónica (FCE) por todo el apoyo brindado.

Gracias a la Maestría en Ingeniería en Electrónica por abrirme las puertas para poder estudiar en sus instalaciones. Finalmente muchas gracias al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por los recursos económicos para mi manutención en el desarrollo de esta tesis.

Introducción

En los últimos años un creciente interés por los vehículos aéreos no tripulados (UAV, Unmanned Aerial Vehicle por sus siglas en inglés) se ha mostrado en la comunidad científica, este interés se centra en el diseño de sistemas de control para guiar estos vehículos remotamente, o para ayudar a un pilotaje mas sencillo. El desarrollo de la aviación no tripulada tuvo sus orígenes en el campo militar con los llamados torpedos aéreos, los cuales eran controlados remotamente llevando explosivos a un objetivo deseado, su auge llegó después de la segunda guerra mundial con las misiones de reconocimiento, espionaje y vigilancia. Hoy en día los UAVs tienen una presencia mayor en el ámbito civil debido a las aplicaciones en diferentes aéreas como: agricultura, geología, topografía, ganadería por mencionar algunas .

El diseño de sistemas de control para este tipo de aeronaves no es trivial, debido a la dinámica tan compleja inherente en los sistemas aerodinámicos, los cuales son multivariables, no lineales y subactuados. Se requieren estrategias de control avanzadas que permitan tener en cuenta, por una parte, la complejidad de estos sistemas, y por otra, las incertidumbres propias de cualquier modelado. Tales requisitos pueden ser posibles utilizando técnicas de modelado no lineal y de teoría de control no lineal moderna, lo que permite alcanzar un alto desempeño en vuelos autónomos [4].

En esta investigación se estudiará el helicóptero con cuatro rotores conocido como *quadrotor*, este vehículo de despegue y aterrizaje vertical (VTOL Vertical take off and Landing, por sus siglas en inglés) tiene ciertas ventajas sobre las aeronaves convencionales, ya que permite realizar vuelos verticales, estacionarios, y a baja velocidad. Algunas de sus ventajas son: el aumento de su capacidad de carga debido a los cuatro rotores con los que cuenta, una alta maniobrabilidad permitiendo vuelos en entornos complicados, sencillez en el diseño mecánico. Este helicóptero consigue un vuelo estacionario estable y preciso a través del balance de las fuerzas de propulsión ejercidas por las cuatro hélices accionadas por sus respectivos motores [4]. El interés por desarrollar controladores con alta eficiencia para el helicóptero con cuatro rotores ha demostrado diversas publicaciones, entre las cuales se han empleado diferentes técnicas, por ejemplo en [5] se presentó una estrategia de control para estabilizar la orientación mediante funciones de Lyapunov, además se propuso un controlador para estabilizar la altura mediante la técnica de realimentación lineal de estados. En [6] los mismos autores propusieron dos técnicas para la estabilización

de la orientación, el PID y LQ, resultando el PID ser mas efectivo que el control óptimo, debido a la incorporación de la dinámica de los actuadores en el modelo matemático. En [7] se propuso controlar la orientación de la aeronave y evaluar el movimiento de traslación, sin embargo las fuerzas aerodinámicas del sistema no se pudieron compensar con el controlador causando un desempeño pobre. En [8] se presentó un controlador para la estabilización de orientación basado en la técnica de *Backstepping*, y un observador de estado para estimar las variables de traslación. De la misma manera en [9] se propusieron dos técnicas de control para la estabilización de la orientación, la primera y mas efectiva fue la de *Backstepping*, ya que demostró estabilizar al sistema de rotación en presencia de altas perturbaciones, mientras la segunda técnica *Sliding-mode* resulto menos efectiva, debido a la naturaleza de conmutación del controlador, lo cual causo ruido y vibraciones. Se han reportado controladores basados en el uso de cuaterniones para representar la orientación como se muestra en [11, 12, 15]. Esta particular representación evita el problema de las singularidades en el Jacobiano del sistema. En la practica las limitaciones físicas en los actuadores es un factor que se debe tomar en cuenta al momento de diseño. Las citas hechas anteriormente no toman en cuenta este problema, solo muy pocas publicaciones proponen una estrategia de control acotada con el fin de no saturar al actuador, por ejemplo, en [13] se presenta un control basado en la técnica de saturaciones anidadas, en [14] se presenta una ley de control para estabilizar cualquier sistema que clasifique como un cuerpo rígido, esta ley de control se aplica experimentalmente a un helicóptero con cuatro rotores.

Recientemente se han experimentado leyes de control asíncronas basado en eventos o disparados por lo que ocurre en la medición y la actuación [16].

En esta investigación se abordará el problema de la orientación, también denominado como controlador de bajo nivel, este controlador permite estabilizar la rotación del vehículo y mantenerlo en una orientación deseada, además de prevenir que se estrelle. El control de traslación depende directamente de la efectividad y la bondad del controlador de orientación, debido a la estrecha relación que existe entre la correcta orientación y desplazamiento de la aeronave por lo tanto tener un control efectivo en la orientación de la aeronave es un factor muy importante para el correcto funcionamiento de la aeronave. En esta tesis se propone una metodología de control para abordar el problema de la orientación del helicóptero con cuatro rotores, esta metodología permite diseñar de manera rápida y efectiva diferentes leyes de control basados en la energía potencial de la aeronave. Para demostrar su estabilidad se utilizará la teoría de estabilidad de Lyapunov por ser un sistema no lineal. La prueba en el sentido de Lyapunov consta de definir una función de energía compuesta por la energía cinética y potencial de la aeronave, tal que su derivada satisfaga las condiciones de una función semidefinida negativa. La estabilidad asintótica del punto de equilibrio en forma global se obtiene empleando el principio de invariancia de Lasalle. Para probar la eficiencia de esta metodología se han diseñado

tres leyes de control basadas en funciones acotadas. Cada una de estas leyes de control fueron sometidas a diferentes pruebas que describían los diferentes entornos o condiciones de vuelo, esto con el motivo de probar su desempeño y robustez. Se ha diseñado una plataforma física de bajo costo para realizar pruebas y verificar el comportamiento del sistema, también se ha diseñado un sistema embebido basado en un FPGA (del inglés Field Programmable Gate Array), teniendo como núcleo central el procesador Microblaze de la compañía Xilinx, para este sistema embebido se han diseñado algunos IP-Cores (del inglés Intellectual property core) en el lenguaje de descripción de hardware VHDL para incorporarlos al procesador MicroBlaze.

Objetivo general y objetivos particulares

Objetivo general

Diseño de una ley de control para la estabilización de la orientación de un mini helicóptero con cuatro rotores.

Objetivos particulares

- Deducir el modelo matemático del mini helicóptero con cuatro rotores mediante el formulismo Newton-Euler.
- Diseño y construcción de una plataforma física de bajo costo para realizar pruebas físicas.
- Diseño de la ley de control para estabilizar la orientación del mini helicóptero con cuatro rotores.
- Diseño de un sistema embebido en un FPGA basado en el procesador MicroBlaze de la compañía Xilinx.
- Resultados y pruebas para validar el funcionamiento del sistema.

Organización del trabajo

El documento de tesis esta organizado de la siguiente manera, en la capítulo 1 se presenta el estado del arte de los vehículos aéreos no tripulados, su clasificación y aplicaciones potenciales, además se describen las ventajas de los vehículos de despegue y aterrizaje vertical sobre los convencionales, y por ultimo se presenta el estado del arte del helicóptero en configuración con cuatro rotores *quadrotor*.

En el capítulo 2 se describe el funcionamiento del helicóptero con cuatro rotores *quadrotor*, también se presenta el modelo matemático de la aeronave y el sistema de propulsión. Se utiliza la formulación Newton-Euler para deducir el modelo matemático evaluando la cinemática y dinámica del helicóptero con cuatro rotores.

En el capítulo 3 se presenta la metodología utilizada para abordar el problema de la orientación, además se demuestra la estabilidad global del punto de equilibrio del sistema mediante la teoría de estabilidad de Lyapunov. Se presentan los resultados obtenidos mediante simulación bajo ciertas condiciones de vuelo para probar su robustez y desempeño. En el capítulo 4 se presenta el diseño del sistema embebido. En primera instancia se describe las características del procesador MicroBlaze, posteriormente se presenta los diseños de los IP-Cores y finalmente se realizan las pruebas mediante una aplicación en software para validar y verificar los IP-Cores.

En el capítulo 5 se presentan las conclusiones.

Capítulo 1

Estado del arte de los UAVs

Un vehículo aéreo no tripulado (*UAV*, *Unmanned Aerial Vehicle* por sus siglas en inglés) es aquella aeronave capaz de navegar sin llevar tripulación humana a bordo, puede ser controlada desde una estación base o llevar un algoritmo de programación establecido. Los UAVs tuvieron sus orígenes en el campo militar, con los llamados torpedos aéreos, los cuales usaban sistemas inerciales para su control y estaban diseñados para llevar una carga de explosivos para detonar en el campo enemigo. La aviación no tripulada abarca un amplio espectro de aeronaves, dentro de estas aeronaves se encuentran las que permiten el despegue y aterrizaje vertical (VTOL, Vertical Take Off and Landing por sus siglas en inglés), teniendo como su principal característica realizar vuelos estacionarios y a baja velocidad en espacios reducidos. En esta investigación nos enfocaremos en el helicóptero en configuración con cuatro rotores llamado *quadrotor*, esta aeronave VTOL ha sido referenciada en el ámbito científico debido a su alta maniobrabilidad. Este capítulo se estudia el estado del arte de los UAVs, su evolución a lo largo de los años y su clasificación en base al principio de funcionamiento. Se describen sus aplicaciones mas importantes en el ámbito civil, sus ventajas y desventajas con respecto a las aeronaves convencionales.

1.1. Vehículos Aéreos no Tripulados (UAVs)

La aeronáutica no tripulado tuvo una lenta progresión antes del siglo XIX. Esta lenta progresión se debió a los sistemas de propulsión, ya que no contaban con una buena relación entre potencia y peso, aunado también a la falta de desarrollo en señales de comunicación y en dispositivos de navegación. A continuación se describen de los primeros vehículos aéreos no tripulados mas importantes en orden cronológico:

- El primer vehiculo aéreos no tripulados data del año 425 y es atribuido a Arquitas de la Ciudad de Tarento al sur de Italia. Construyó un mecanismo articulado con alas semejante a una paloma, el mecanismo se encontraba dentro de su estómago el cual le permitia volar moviendo sus alas. Se relata que voló alrededor de 200 metros

gracias al impulso de un núcleo de vapor comprimido, ver figura 1.1 [17].

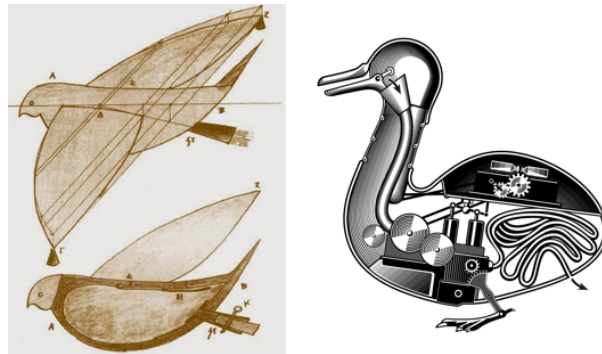


Figura 1.1. Paloma voladora de Arquitas.

- En 1784 Launoy y Bienvenu, constuyeron un dispositivo pequeño en el que situaron unas hélices de plumas de pavo rotando en sentidos contrarios, éste giraba gracias a la energía acumulada en un resorte en forma de ballesta ver figura 1.2. Este diseño se basó en un modelo chino del año 400 a.c., que básicamente consistía en hacer girar un palo con plumas en la parte superior para generar levantamiento, esta es la primera idea documentada de vuelo vertical de una aeronave [17].

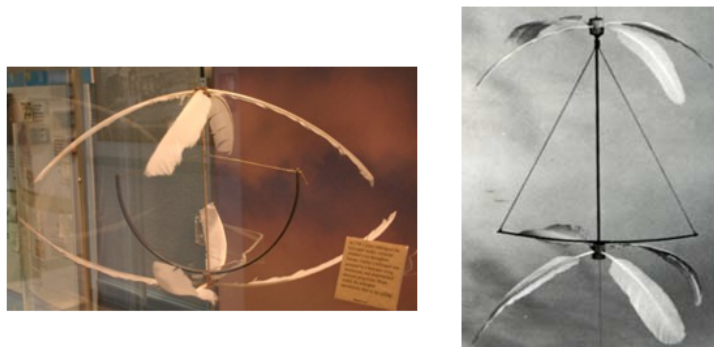


Figura 1.2. Helicóptero de Launoy y Bienvenu.

- En 1860, Ponton d'Amecourt voló pequeños modelos de aeronaves propulsadas por vapor, en la figura 1.3 se muestra un modelo conducido por el vapor de una caldera en forma de bobina, con dos rotores coaxiales contra rotativos. Fue en esta época que el término "helicóptero" se inventó, del griego *helikos* (hélice) y *pteron*(ala) [18].



Figura 1.3. Helicóptero de Ponton d'Ámécourt.

- En febrero de 1863, un inventor de la ciudad de Nueva York llamado Charles Perley patentó un bombardero no tripulado. Este bombardero era un globo aerostático de aire caliente que se accionaba por medio de un temporizador, lanzando su carga de explosivos sobre un objetivo en tierra. A menudo los cálculos del viento fallaban y no se alcanzaba el objetivo, la figura 1.4 muestra el bombardero no tripulado.



Figura 1.4. Bombardero no tripulado de Charles Perley [19].

En 1898 Nikola Tesla inventó el Teleautómata, este artefacto era un dispositivo naval capaz de codificar y decodificar frecuencias de radio, podía avanzar, pararse, ir a la derecha o a la izquierda, fue el primer dispositivo radio controlado. En 1909 Elmer Ambrose Sperry fue la primera persona en utilizar giroscopios, para aplicaciones marítimas. Estos dos acontecimientos ayudarían a desarrollar los llamados torpedos aéreos controlados remotamente, que serían desarrollados a finales de la primera guerra mundial. La figura 1.5 muestra los principales modelos no tripulados a principios del siglo XX. Enseguida describimos algunos de los desarrollos más importantes de los UAVs:

- En 1915 Cooper Hewitt y Elmer Ambrose Sperry utilizaron un giro-estabilizado para mantener un avión convencional el Hewitt-Sperry Automatic Airplane en vuelo estable, recto y nivelado. Utilizaron esta innovadora tecnología para convertir una

aeronave U.S Navy Curtiss N-9 de entrenamiento en el primer UAV controlado por radio al que llamaron Sperry Aerial Torpedo [20], ver figura 1.5 (a).

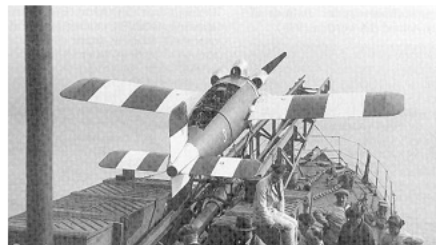
- En 1917 se desarrolla el torpedo aéreo Kettering, conocido como Kettering Bug, este biplano se guiaba por un giroscopio, actuaba con fuelles neumáticos que movía los alerones y el timón para mantener el rumbo hacia su objetivo. Debido a su pequeño motor y lo frágil de su fuselaje, la aeronave era muy susceptible de perder el curso al enfrentarse a viento cruzados o frontales [18], ver figura 1.5 (b).
- En 1920 la Gran Bretaña desarrolló un avión monoplano llamado LARYNX. Este avión llevaba un sistema controlado por radio, el piloto programaba las coordenadas para llegar al objetivo deseado, ver figura 1.5 (c).



(a) Sperry Aerial Torpedo



(b) Kattering Bug



(c) LARYNX (Long-Range Gun with Lynx Engine)

Figura 1.5. Aeronaves no tripuladas a principios del siglo XX.

En la segunda Guerra Mundial países como la Gran Bretaña, EE.UU. y Alemania se planteaban la posibilidad de que los torpedos aéreos no tripulados fueran reutilizados, ya que éstos se estrellaban contra el objetivo. Gran Bretaña desarrollaría en 1935 un aeroplano reutilizable al que llamarían Queen Bee. La figura 1.6 muestran los principales modelos de UAVs a principios y durante la segunda Guerra Mundial, estas aeronaves se enlistan a continuación:

- La Gran Bretaña desarrolla en 1935 a un aeroplano al que llamarían Queen bee diseñado para usarse como un objetivo aéreo durante misiones de entrenamiento.
- En 1939 EE.UU. desarrolla una aeronave no tripulado llamada Radioplane OQ-2. En los años siguientes produjeron una serie de UAVs llamados OQ Targets.

- En 1942 Alemania marcaría un cambio radical con el desarrollo del primer misil de crucero equipado con motor de reacción al que llamarían Vergeltungswaffe-1 , esta arma se convirtió en la preferida del ejercito Alemán.
- En 1944 EE.UU. convirtió los PB4Y-1 Liberators y los B-17 en vehículos no tripulados para que pudieran destruir los lugares de lanzamiento de los Vergeltungswaffe-1 del ejercito alemán. Estas aeronaves eran capaces de llevar gran cantidad de explosivos, tenían sistemas de guiado con imágenes de televisión y despegaban con una tripulación de 2 hombres para programar el rumbo. Fue la primera vez que se utilizaban UAVs contra otros UAVs.

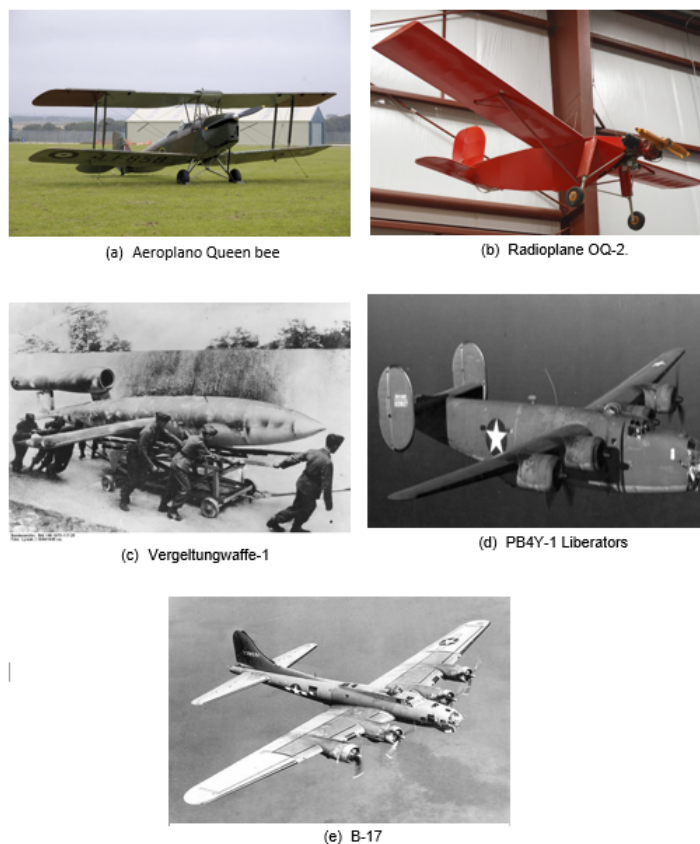


Figura 1.6. Aeronaves no tripuladas usadas durante la 2^o Guerra Mundial.

Una década después se desarrollarían UAVs diseñados para misiones de reconocimiento y vigilancia tanto de corto alcance, como de largo alcance y elevada altitud. Con el paso del tiempo se fueron añadiendo diferentes dispositivos, como altímetros, anemómetros barométricos y cámaras de infrarrojos de barrido lineal. En la figura 1.7 se muestran los desarrollos mas importantes durante la Guerra fría (1945 - 1991) :

- En 1960 EE.UU. comienza el desarrollo de aeronaves para reconocimiento de terreno enemigo. Éstas aeronaves operaban a grandes altitudes, las fotografías eran

reveladas en una estación base cuando el UAV retornaba. Un ejemplo de este tipo de aeronaves fue la AQM-34 y BQM-34 Ryan Firebee. Otras variantes del Firebee fueron adaptadas para confundir a los sistemas de radar. En este mismo año surge el helicóptero DASH *Drone Anti-Submarine Helicopter* desarrollado para transportar torpedos o cargas nucleares para atacar a submarinos. Este sería el primer UAV de ala giratoria.

- En 1978 la empresa Israel Aircraft Industries construyó Scout una aeronave ligera capaz de recibir vídeo, telemetría y datos transmitidos desde una plataforma de vigilancia aerotransportadora. Llevaba una cámara de vídeo estabilizadora para la transmisión en tiempo real y varios sistemas infrarrojos.
- En 1985 la misma empresa Israel Aircraft Industries desarrolla Pioneer, diseñado para misiones de reconocimiento de combate.



(a) AQM-34 Ryan Firebee



(b) D.A.SH



(c) Scout



(d) Pioneer

Figura 1.7. Aeronaves no tripuladas usadas durante la 2^o Guerra Mundial.

Hoy en día, los UAVs forman parte importante de todos los ejércitos con alta tecnología, tanto en EE.UU., Europa, Asia y Medio oriente, algunas de las aeronaves mas importantes se listan a continuación:

- En los años de 1998 al 2001 se desarrollarían los modelos Pathfinder, Pathfinder plus y Helios por la NASA, fueron diseñadas para recoger datos del viento, temperatura, humedad, presión, y fotografías de alta resolución. Estas fueron las primeras aeronaves impulsadas por energía solar y sistemas de celdas de combustibles.
- RQ-4 Global Hawk empleado por la Fuerza Aérea de los Estados Unidos, para vigilar grandes áreas de terrenos.

- En 2005 Israel desarrolla el IAI Heron, el cual se convertiría en el 2012 en el UAV más exportado de Israel por su autonomía de vuelo de 52 horas, y su alta capacidad de carga útil.

El desarrollo de UAVs no solo se sitúa en el campo militar, los sistemas de posicionamiento global (Global Positioning System- GPS), dispositivos micro electromecánicos MEMS y sistemas digitales de control de vuelo, han hecho posible el desarrollo de UAVs en instituciones, laboratorios y universidades de todo el mundo. El desarrollo de estas aeronaves se centra en el modelado, control y diseño.

1.2. Desarrollo de los UAV's en México

México lleva poco tiempo desarrollando vehículos aéreos autónomos, sin embargo ha invertido cantidades importantes de recursos con el fin de reforzar su infraestructura y sistemas de seguridad urbana [21].

Actualmente existen al menos 7 empresas mexicanas involucradas en el diseño, desarrollo y fabricación de UAVs [21]. El inicio del desarrollo de UAVs inicia en el año 2000 por la empresa Hydra Technologies contando con el apoyo de diferentes agencias de gobierno. A continuación se enlistan las empresas mexicanas dedicadas al desarrollo y comercialización de UAVs:

- **Hydra Technologies**

Empresa localizada en Guadalajara Jalisco, tiene al menos cinco modelos comerciales, en la figura 1.8 se muestran cinco modelos comerciales por esta empresa. Cabe mencionar que esta empresa diseña y produce en México prácticamente todos los componentes exceptuando las cámaras Flir infrarrojas.

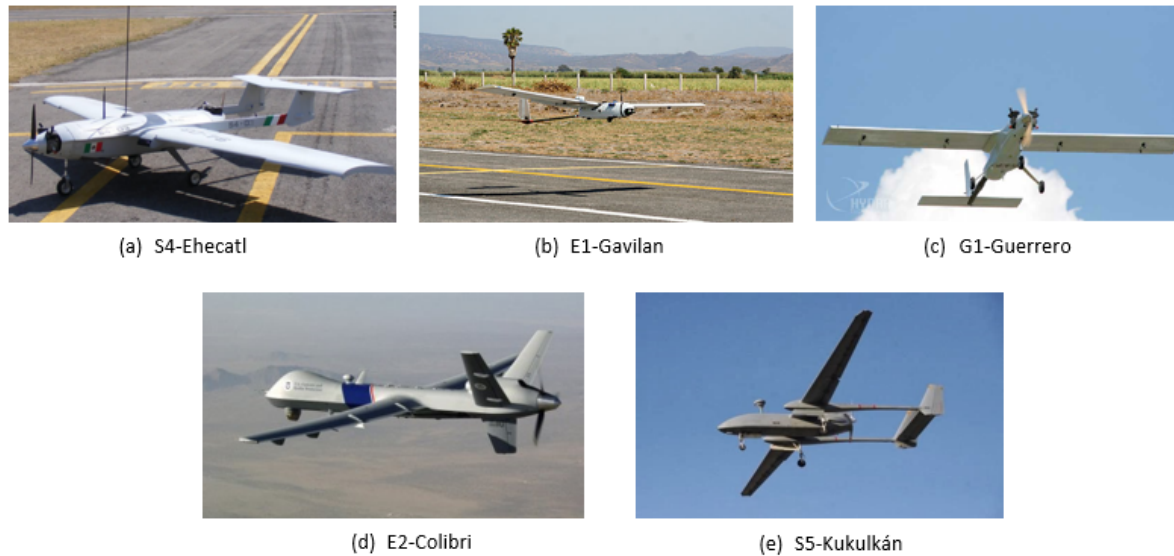


Figura 1.8. Hydra Technologies UAVs.

S4 Ehécatl: fue presentado el 19 de Junio de 2007 en París, Francia, en la Feria Internacional de Aeronáutica y Espacio de "Le Bourget", la exposición más grande de aeronáutica en el mundo. El Ehécatl recibió el reconocimiento al contribuidor sobresaliente, otorgado por la Asociación Internacional para sistemas de Vehículos No Tripulados (AUVSI), el 9 de Agosto de 2007 en la ciudad de Washington D.C.

E1 Gavilán: diseñado para vigilancia y monitoreo urbano, fue presentado en el 2008. Este prototipo tiene una autonomía de hasta 75 minutos, con un radio de acción de hasta 10 kilómetros, a altitudes de 400 metros y utiliza cámaras de vídeo estabilizadas de alta resolución.

G1 Guerrero: es un sistema táctico de vigilancia aérea no tripulado tipo monomotor de ala alta, con una envergadura de 2.80m y cuyo fuselaje es un compuesto de fibra de carbono, fibra de vidrio, Kevlar y titanio.

E2-Colibrí: tiene una autonomía de 30 minutos, un radio de acción de hasta 2 kilómetros, llega a altitudes de 200 metros y utiliza cámaras de vídeo estabilizadas de 25 mega pixeles.

S5 Kukulkán: es el VANT más reciente, este modelo viene a ser una versión agrandada del s4 Ehécatl consta de dos motores en configuración push pull con instrumentos redundantes lo que hace altamente confiable.

- **Aerovantech S.A. De C.V**

Es una empresa mexicana de nueva creación construida en el año 2010 en la ciudad de Monterrey en el Estado de Nuevo León, sus dos principales desarrollos de aviones no tripulados son el Beta1-A y el Alfa 3.

Beta1-A: Esta aeronave lleva una computadora de vuelo abordo que le permite conmutar de control remoto a vuelo autónomo pre-programado, tiene una larga duración de vuelo de 60 horas. Este modelo se puede utilizar en vigilancia e inteligencia en aplicaciones civiles y militares.

- **Otras Empresas Mexicanas UAV International** Compañía mexicana especializada en desarrollar soluciones desde aerodinámica, cálculos de desempeño, diseño de CAD hasta la fabricación de aviones con materiales compuestos. **3D Robotics** Compañía dedicada a la manufactura de UAVs de bajo costo y de reciente creación.

- **Instituciones en investigación y desarrollo de UAV's en México.**

En México la investigación y desarrollo de UAVs en institutos y universidades ha tenido un incremento en los últimos años. El Centro de Investigación y Estudios Avanzados CINVESTAV del Instituto Politécnico Nacional ha estado desarrollando sus propios UAV's, ha sido un contribuyente importante en el desarrollo de la empresa Hydra Technology. Otras instituciones académicas y científicas como la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME), el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), la Universidad Autónoma de Guadalajara y la Benemérita Autónoma de Puebla (BUAP), por mencionar algunas, han estado creando prototipos con fines de desarrollo e investigación.

1.3. Clasificación de los UAV's

No existe una clasificación única de UAVs a nivel mundial, éstos se pueden clasificar mediante un amplio numero de características, aspectos como el peso, el alcance, velocidad, tipo de despegue, tipo de sustentación y tamaño son factores que distinguen los diferentes tipos de UAVs. El criterio utilizado en esta investigación esta basado en la generación de sustentación, como se muestra en la figura 1.9, este criterio de clasificación agrupa a los UAVs en dos grandes grupos, en el primer grupo se encuentran los aerodinos y en el segundo grupo los aerostatos.

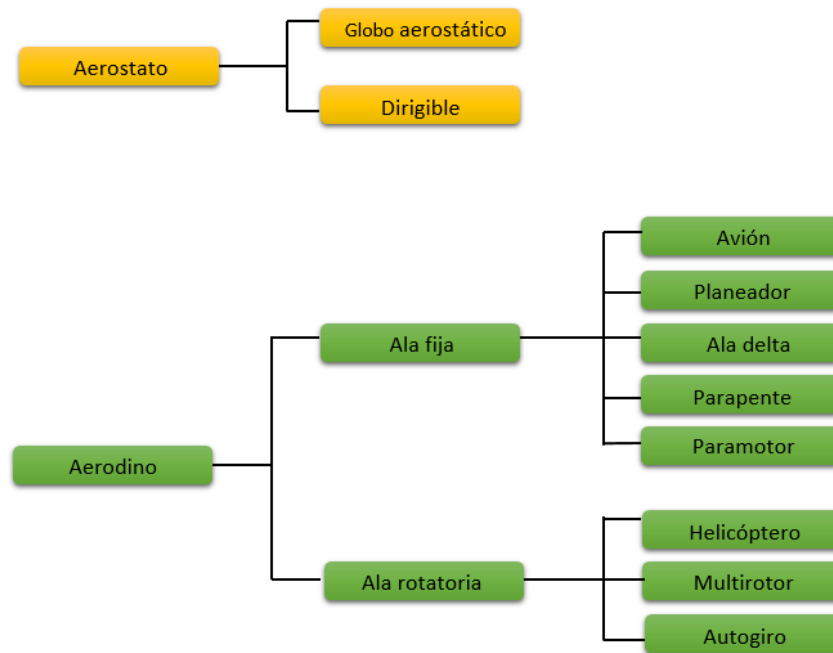


Figura 1.9. Clasificación de los UAVs.

La figura 1.10 muestran UAVs de ala rotatoria, ala fija, y dirigibles.



Figura 1.10. Tipos de AUVs.

- **Aeroestato:** son aeronaves las cuales utilizan un gas más ligero que el aire para poder elevarse, en esta clasificación tenemos a los dirigibles y globos aerostáticos.
 - Globo aerostático. Estas aeronaves consiste en un globo que encierra una masa de aire de diferente densidad del aire exterior. El aire se calienta y al ser menos denso que el aire exterior recibirá una fuerza de empuje que hará ascender al globo.
 - Dirigible. Estas aeronaves a diferencia de los globos aerostáticos tiene la capacidad de ser propulsados y controlados como una aeronave, incluso pueden

alcanzar altitudes mucho mayores que los UAVs con rotores. Al igual que los globos aerostáticos funcionan con el principio de Arquímedes.

- **Aerodino:** Son aeronaves más pesadas que el aire, la generación de sustentación se debe generar mediante sus propios medios.
 - Ala fija. Se refiere a aviones con alas que requieren de una pista para despegar y aterrizar, o un lanzamiento de catapulta. Estas aeronaves generalmente tienen una gran autonomía y pueden volar a altas velocidades, el viento relativo viaja a una velocidad necesaria lo suficiente para producir las fuerzas de levantamiento y de resistencia al avance.
 - Ala rotatoria. También llamados UAV de despegue y aterrizaje vertical, sus alas también denominadas "palas", giran alrededor de un eje, consiguiendo de este modo la sustentación. Cambian su nombre dependiendo de la configuración de sus rotores, pueden ser de un solo rotor, rotor coaxial, rotor en tándem o multi rotor. Los helicópteros autónomos normalmente tienen un mayor consumo y una mecánica más compleja, pero tienen un mejor manejo, pueden operar en lugares inhóspitos, en pequeños espacios y rutas complejas.

Actualmente han surgido nuevas configuraciones de UAVs, entre los que destacan los UAVs híbridos, esta configuración mezcla las mejores propiedades de los UAVs de ala fija y de ala rotativa, ver figura 1.11 Tienen un único sistema de alas giratorias que proporcionan la sustentación y empuje, el cambio de funcionalidad lo consiguen mediante el cambio de orientación de los rotores.



Figura 1.11. UAV híbridos.

Otra importante variante son los UAVs de alas batientes, estos sistemas pretenden imitar a aves ó insectos en su forma, dimension y en su mecanismo de vuelo, la figura 1.12 muestra este tipo de aeronaves. Este tipo sistemas permite una gran maniobrabilidad y control de vuelo, además ofrece la posibilidad de un despegue vertical, un vuelo estacionario y aumenta la factibilidad de realizar un vuelo reverso. Sin embargo estos sistemas todavía no están del todo desarrollados debido a la compleja matemática que conlleva su

dinámica, la cinemática del vuelo hacia adelante, el diseño y fabricación de las alas ya que estas deben ser livianas, fuertes y además deben soportar altas frecuencias de aleteo sin romperse o quebrarse.



Figura 1.12. UAV de alas batientes.)

La mayoría de las aplicaciones para uso civil son los multirrotores, debido a su maniobrabilidad para capturar vídeos o imágenes en ambientes de difícil acceso. A continuación se enlistan las principales ventajas de los vehículos de ala rotatoria:

- Despegue y aterrizaje vertical.
- Posibilidad de volar en un punto fijo, lo que comúnmente se le conoce como vuelo estacionario.
- Mayor maniobrabilidad y precisión de vuelo.
- Mayor capacidad de carga.

Las principales ventajas de los UAVs de ala fija se enlistan a continuación:

- Mayor velocidad de vuelo.
- Mayor sigilo de operación, lo cual resultan más indicadas para operaciones de vigilancia.
- Pueden volar sin partes móviles.
- Mayor autonomía de vuelo, lo cual les permite recorrer grandes distancias en un área mucho mayor.

1.4. Aplicaciones de los UAVs

Como se comentó en la sección 1, los UAVs tienen su origen en el ámbito militar, con los torpedos aéreos, sin embargo, con el paso del tiempo el uso de UAVs en el ámbito civil ha crecido de manera exponencial, esto es debido a las aplicaciones que estos tienen para dar solución a los problemas de inmigración, inseguridad, situaciones de riesgo, contaminación, entre otras. Las UAVs tienen un gran potencial en áreas muy diversas, enseguida se enlistan sus aplicaciones más importantes dentro del ámbito civil:

- Búsqueda y rescate de personas. Los UAVs pueden realizar búsqueda de personas desaparecidas en lugares abiertos o de difícil acceso, con cámaras térmicas e infrarrojas que permiten detectar personas independientemente de las condiciones ambientales como lluvia, nieve, neblina, condiciones nocturnas etc..
- Agricultura. Algunos de los usos de los UAVs en la agricultura es la monitorización de varias hectáreas de forma precisa, evaluando las condiciones del terreno, temperatura, ritmo de crecimiento, localización prematura de enfermedades como hongos, malas hierbas, etc. Toda esta información proporciona un ahorro de costes para los agricultores.
- Prevención de incendios forestales. Los UAVs tienen aplicaciones en la lucha contra los incendios forestales, esto es, en la prevención, detección, extinción y evaluación. Ya que estos sistemas permiten la supervisión constante, búsqueda de puntos activos o conatos de incendio.
- Geología: Realización de mapas de geológicos sedimentológicos, mineralógicos y geofísicos, movimientos de tierras, producción de áridos, residuos metálicos, bolsas de decantación, etc.
- Topografía. Las imágenes tomadas por los UAVs permiten crear mosaicos ortorrectificados y georreferenciados además permite obtener modelos en 3D que permiten realizar cálculos de curvas de nivel, medición de áreas y volumen, restitución 2D o 3D.
- Otras aplicaciones. Algunas de las aplicaciones son el transportar kits de emergencia, envío de equipos de salvavidas, monitorización del tráfico, inspección de obras desde el aire, manipulación de materiales nocivos.

1.5. Historia del helicóptero de cuatro rotores

Louis y Jacques Bréguet, dos hermanos que trabajaban para el profesor Charles Richet, fueron los primeros en construir un helicóptero con cuatro motores, al que nombraron "Bréguet Richet Gyroplane No. 1", éste se muestra en la figura 1.13. La primera demostración de vuelo fue conseguida el 29 de septiembre de 1907.

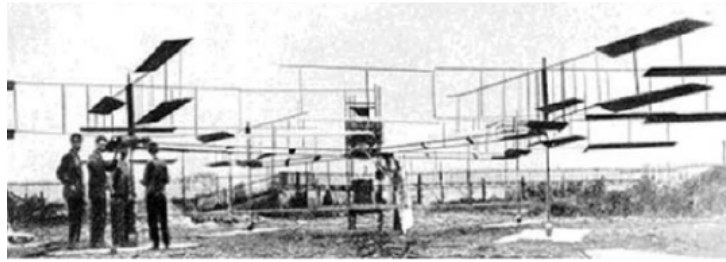


Figura 1.13. Primer helicóptero con cuatro rotores [22].

Después, dos diseños adicionales fueron desarrollados y se realizaron vuelos experimentales. El primero, construido por Georges de Bothezat e Ivan Jerome en 1922, tenían los rotores colocados en cada extremo de una estructura en forma de cruz, como se muestra en la figura 1.14.

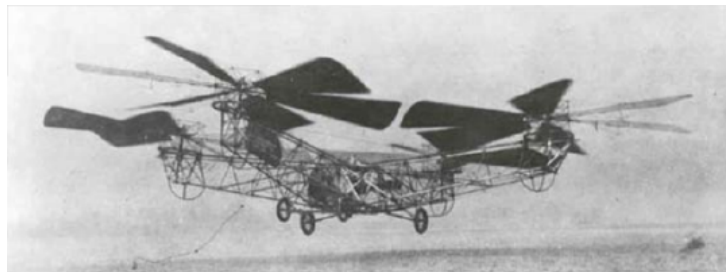


Figura 1.14. El helicóptero con cuatro rotores diseñado por George De Bothezat [22].

El segundo, mostrado en la figura 1.15, fue construido por Étienne E Hmichen en 1924, y rompió récords de distancia, incluido el de realizar el primer vuelo de un kilómetro por un helicóptero.

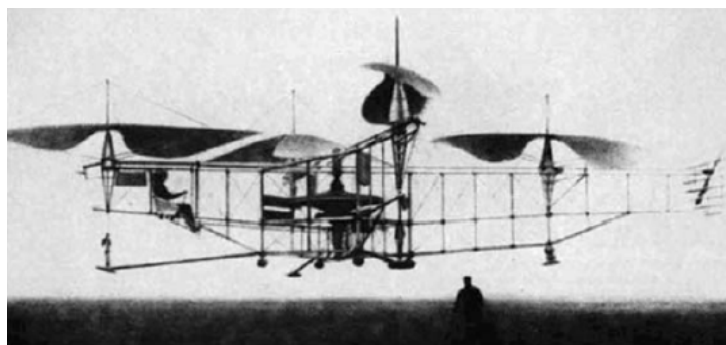


Figura 1.15. Cuadricóptero diseñado por E Hmichen en 1924 [22].

Posteriormente, en 1956, se diseñó un prototipo para uso militar y civil llamado Convertawings Model A. el helicóptero lograba controlar la fuerza de empuje que aportaba cada uno de los rotores y su vuelo tuvo éxito.

Hemos revisado el desarrollo histórico de los vehículos aéreos no tripulados, como surgieron y como fueron evolucionando a través de la historia. El desarrollo de dispositivos

micro electrónicos hicieron posible la incorporación de varios sensores y por lo tanto sus aplicaciones.

Capítulo 2

Modelo matemático del helicóptero con cuatro rotores

En el presente capítulo se describe el modelo matemático del helicóptero en configuración con cuatro rotores mediante el formulismo Newton-Euler. El modelo dinámico de cualquier sistema es fundamental para realizar simulaciones, análisis y diseño de algoritmos de control. Estas ecuaciones también nos permiten entender todos los fenómenos físicos, predecir la posición y orientación alcanzada por la aeronave investigando sus fuerzas y momentos que actúan sobre ésta. Para obtener tal modelo se supone al vehículo como un cuerpo rígido en el espacio, sujeto a una fuerza principal y tres momentos, debido a que son sistemas de vuelo de estructura ligera, se incluyen los efectos giroscópicos resultantes tanto del cuerpo rígido rotando en el espacio, como de la rotación de las cuatro hélices [5]. En la sección uno se presenta el funcionamiento, los marcos de referencia utilizados, su configuración, los movimientos básicos y su principio de operación de la aeronave. En la sección dos se presenta la dinámica de los motores sin escobillas *Brushless*. Por último en la sección tres se aborda el modelado matemático de la aeronave, analizando su cinemática y dinámica.

2.1. Descripción y funcionamiento del quadrotor

El helicóptero en configuración con cuatro rotores (*quadrotor*) es un vehículo aéreo cuya fuente de sustentación y propulsión son los cuatro rotores ubicados en un mismo plano espacial. La disposición de los rotores es en forma simétrica y equidistante del centro del vehículo, teniendo generalmente una forma de cruz. Esta aeronave tiene muchas ventajas frente a un helicóptero convencional, por ejemplo:

- Mayor capacidad de carga debido a la suma de los empujes generados por los cuatro rotores.

- Sencillez de diseño mecánico, lo cual permite el control del movimiento a través de la variación de las velocidades de los rotores. Esto evita el llamado plato de control de los helicópteros convencionales, el cual posee una mecánica compleja y tiene como objetivo variar el ángulo de ataque de la hélice del rotor.

- Motores eléctricos en lugar de combustión, no contaminan el aire con residuos.

- Mayor maniobrabilidad, lo que permite vuelos en espacios cerrados.

Como desventaja, este tipo de vehículos presenta un mayor peso y consumo de energía debido al aumento en la cantidad de los rotores. El helicóptero en configuración con cuatro rotores tiene seis grados de libertad, los cuales son los desplazamientos en los tres ejes que conforman un espacio tridimensional, y sus respectivas rotaciones alrededor de los mismos. Esta aeronave cuenta con cuatro rotores, por lo que se considera como un sistema subactuado debido a que posee menos actuadores que grados de libertad, esto establece una restricción para controlar todas sus variables de estado en forma concurrente. Como consecuencia de esta limitación, no se podrá controlar el desplazamiento en el plano horizontal sin modificar la inclinación de la aeronave. Generalmente se controlan cuatro de los seis grados de libertad, para el control de la orientación, las variables elegidas están relacionadas con los cuatro movimientos básicos, los cuales permiten al helicóptero alcanzar una cierta orientación y altura.

Se definen dos marcos de referencia, el marco de referencia solidario a la aeronave denominado E^b en el cual sus ejes x_b y y_b están alineados en dirección a los brazos de la aeronave, el eje y_b apunta hacia abajo y su origen en el centro de masa del mismo. El segundo marco de referencia E^I comúnmente llamado NED (*por sus siglas en inglés North-East-Down*), es utilizado ampliamente en sistemas de navegación aeronáutica, este marco de referencia es inercial e inmóvil, el eje x_I apunta hacia el norte, el eje y_I apunta hacia el este, y el eje z_I apunta hacia abajo, la figura 2.1 muestra los dos sistemas de referencias.

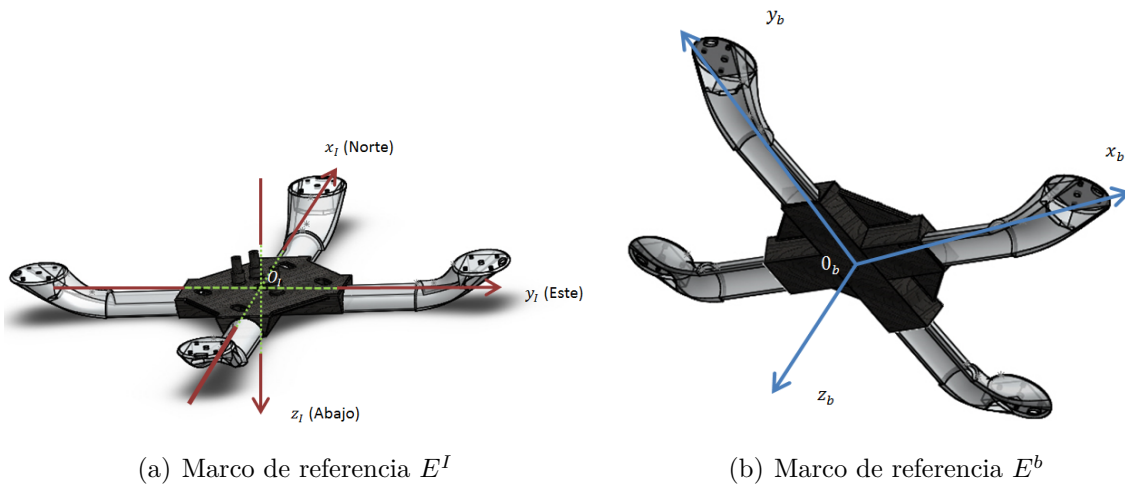
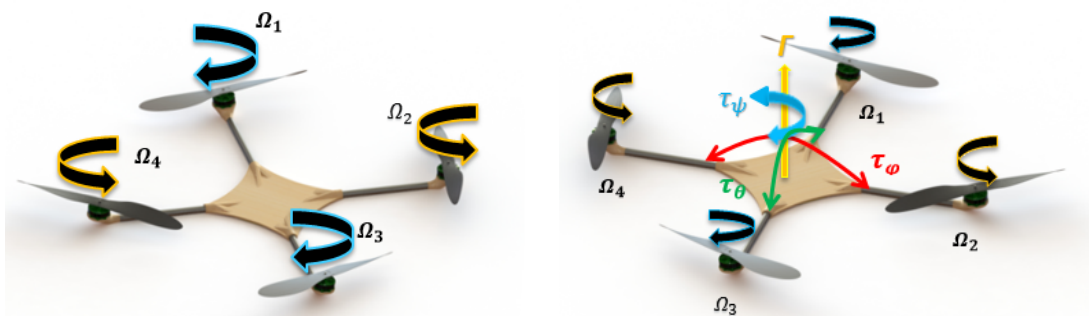


Figura 2.1. Sistemas de referencias.

La figura 2.2 muestra la configuración de las hélices y el sentido de estas, además de los movimientos básicos. En la figura 2.2 (a), muestra las velocidades angulares de los rotores las cuales están denotadas por Ω , cada una de estas tienen un sentido de giro, por ejemplo, las velocidades en los rotores 1 y 3 giran en sentido horario, y las velocidades de los rotores 2 y 4, giran en sentido anti-horario, esto hace que el momento lineal aportado por la rotación de las hélices se compense, evitando una rotación constante e indeseada sobre su centro de masa. La figura 2.2 (b) se muestra las fuerzas y momentos que ejercen las distintas hélices para generar los cuatro movimientos básicos. Como podemos observar en la figura, la aeronave está sujeta a una fuerza de empuje denotada por Γ y tres momentos $\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$ en cada eje de la aeronave.



(a) Configuración del helicóptero con cuatro rotores (quadcopter)

(b) Movimientos básicos del helicóptero con cuatro rotores (quadcopter)

Figura 2.2. Esquema de funcionamiento del helicóptero con cuatro rotores (quadrotor)

La figura 2.3 describe los movimientos básicos permitidos en la aeronave de forma separada. La figura 2.3 (a), describe el movimiento estacionario, denominado *Throttle*. Éste se realiza sumando las fuerzas f_i de cada rotor, es decir, $\Gamma = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$, donde

Γ es el empuje total, para conseguir esto se varían las velocidades angulares Ω_i de los cuatro rotores en la misma cantidad Δ . Este movimiento será puramente vertical, lo que no aportará fuerzas laterales que modifiquen la posición del helicóptero.

La figura 2.3 (b), describe el movimiento de alabeo (*ángulo roll*). Éste se realiza mediante un desequilibrio entre las fuerzas f_2 y f_4 , es decir, $\tau_\phi = f_4 - f_2$, donde τ_ϕ es el momento en el eje y_b , para conseguir esto se aumenta la velocidad Ω_4 del rotor cuatro y se disminuye la velocidad Ω_2 del rotor dos, y viceversa para sentido contrario, este movimiento genera además un desplazamiento en el eje y .

La figura 2.3 (c), describe el movimiento de cabeceo (*ángulo pitch*). Éste se realiza mediante un desequilibrio entre las fuerzas f_1 y f_3 , es decir, $\tau_\theta = f_3 - f_1$, donde τ_θ es el momento en el eje x_b , para conseguir esto se aumenta la velocidad Ω_3 del rotor tres y se disminuye la velocidad Ω_1 del rotor uno, o viceversa para sentido contrario, este movimiento genera además un desplazamiento en el eje x .

La figura 2.3 (d), describe el movimiento de guiñada (*ángulo yaw*). Éste se realiza por el desequilibrio de los conjuntos de fuerzas (f_1, f_3) y (f_2, f_4) , es decir, $\tau_\psi = f_4 + f_2 - f_3 - f_1$, donde τ_ψ es el momento en el eje z_b , para conseguir esto se aumentan las velocidades angulares $\Omega_{2,4}$ en los dos rotores con sentido anti-horario mientras se disminuyen las velocidades $\Omega_{1,3}$ en los rotores con sentido horario, viceversa para sentido contrario.

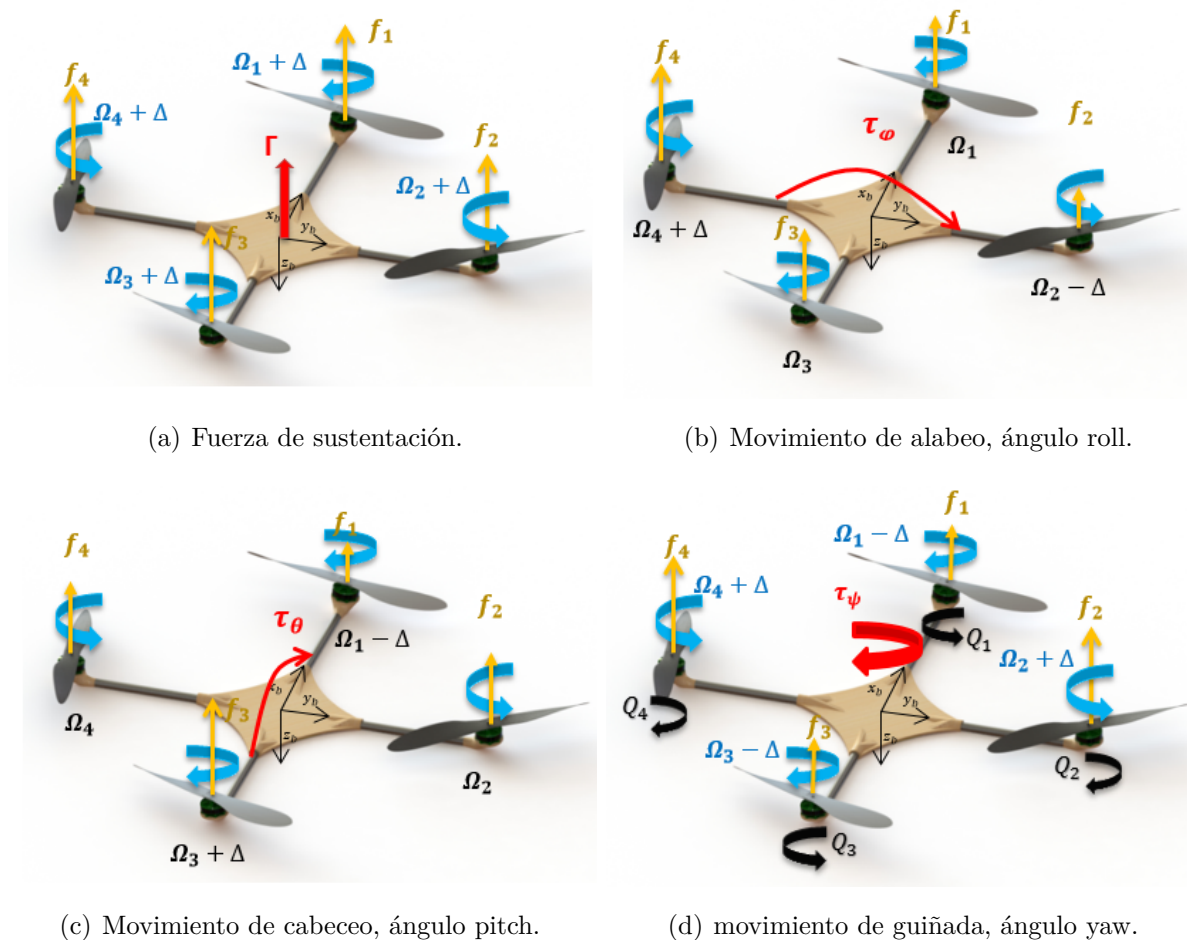


Figura 2.3. Movimientos básicos permitidos en el helicóptero con cuatro rotores.

Para lograr un desplazamiento horizontal en los ejes y_b y x_b , la aeronave deberá inclinarse con respecto al plano de la tierra, con el fin de introducir una componente de propulsión horizontal, la cual será la proyección del vector ortogonal al plano del helicóptero en el plano de tierra, estos movimientos tienen una relación muy estrecha con los movimientos de alabeo y cabeceo.

2.2. Dinámica de los actuadores

Es importante conocer la dinámica de los rotores del sistema y su relación con el accionar de los motores, esto debido a que ellos proporcionan la fuerza de sustentación [4]. Un motor sin escobillas de imanes permanentes corriente continua *BLDC* es un motor síncrono que usa detectores de posición y un inversor para controlar las corrientes de los bobinados. A diferencia de los motores con escobillas de corriente continua, la conmutación de un motor BLDC se controla electrónicamente mediante un controlador de velocidad (*ESC-Electronic Speed Control*). El voltaje suministrado por el controlador de velocidad denotado por V_b se relaciona proporcionalmente con el voltaje efectivo que va al motor el

cual lo denotamos como V_m , mediante la ecuación

$$V_m = D_c V_b \quad (2.1)$$

donde D_c es el ciclo de trabajo de la señal de control del motor que llega al controlado de velocidad. La figura 2.4 muestra el circuito equivalente de un motor BLDC, donde R es la resistencia ofrecida por las bobinas del motor, I es la corriente que pasa por el motor E es la contra FEM. Esta representación es ideal, ya que desprecia la pérdida de energía a causa de la inductancia y otros efectos parásitos.

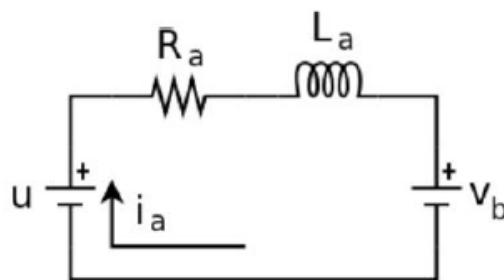


Figura 2.4. Circuito equivalente de un motor .

La función de transferencia del circuito de la figura 2.4 es:

$$I(S) = \frac{E - D_c V_b}{LS + R} \quad (2.2)$$

Sin embargo esta ecuación no toma en cuenta los efectos de carga y arrastre generados por la hélice. Estos efectos introducen una amortiguación extra en el sistema, aumentando el orden de la ecuación que describe su comportamiento. Existen además no linealidades propias de los controlares de velocidad, los cuales no se toman en cuenta. El voltaje inducido por los imanes sobre el devanado del estator es representado por E , cuando el motor gira y esta sometido a un momento se crea esta FEM en sentido contrario al voltaje de alimentación V_m , la ecuación (2.4) muestra la relación entre la FEM y la velocidad angular del rotor, hemos denotado $E = Q$.

$$Q = k_2 \Omega^2 + k_1 \Omega + k_0 \quad (2.3)$$

La constante de empuje, es otro efecto que se produce debido al desplazamiento del aire en sentido descendente, se define como:

$$f = b_2 \Omega^2 + b_1 \Omega + b_0 \quad (2.4)$$

Se puede aproximar estas ecuaciones a una ecuación de primer orden, suponiendo que el rotor gira a altas velocidades ver ecuación (2.5) y (2.6).

$$f_i = b\Omega_i^2 \quad (2.5)$$

$$Q_i = k_2\Omega_i^2 \quad (2.6)$$

Estos coeficientes se deben encontrar experimentalmente, por lo que en el apéndice A se procede con la identificación de estos coeficientes.

2.3. Formulación Newton-Euler

En esta sección se presenta el modelo matemático del helicóptero en configuración con cuatro rotores, el fomulismo Newton-Euler ha sido elegido debido a Para obtener el modelo matemático de la aeronave, se considerarán las siguientes hipótesis:

- La matriz de inercia es invariante en el tiempo
- La estructura de la aeronave es perfectamente simétrica.
- El cuerpo de la aeronave es completamente rígida.
- Las hélices son completamente rígidas.
- El centro de masa de la aeronave coincide con el origen del sistema de referencia fijo al cuerpo.
- Los parámetros del motor son proporcionales a la raíz cuadrada de la velocidad del rotor.

2.3.1. Cinemática

Cinemática es una rama de la mecánica que estudia el movimiento de un cuerpo o sistemas de cuerpos sin considerar las fuerzas y torques que actúan sobre él. La cinemática nos proporcionará las herramientas para estimar la posición y orientación del vehículo con respecto a un sistema de coordenadas de referencia inercial. Como se menciono anteriormente, se definieron dos marcos de referencias, el inercial denotado por $E^I = O_I, x_I, y_I, z_I$ y el fijo al cuerpo denotado por $E^b = O_b, x_b, y_b, z_b$, la figura figura 2.5 muestra los dos sistemas de referencia.

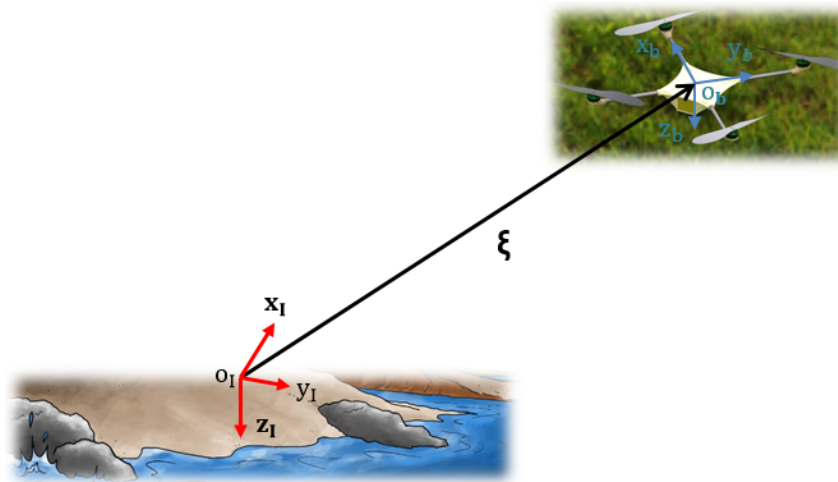
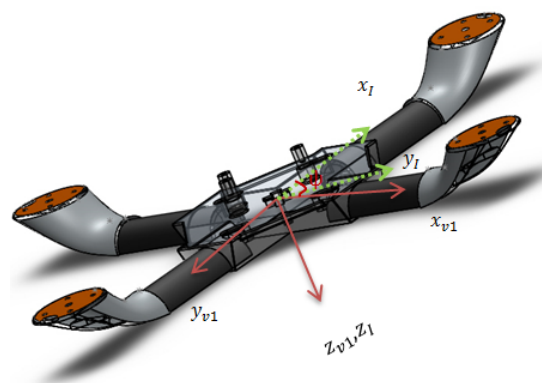


Figura 2.5. Diagrama esquemático de los dos sistemas de referencias.

La posición lineal de la aeronave está representada por el vector $\xi = [x \ y \ z]^T$, éste se encuentra definido en el marco de referencia E^I . Los ángulos de Euler definen la actitud de la aeronave se encuentra definido por el vector $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$, estos tres ángulos se obtienen a partir de tres rotaciones sucesivas en torno a los ejes del marco móvil. La secuencia de rotaciones está dada por los ángulos ψ , θ y ϕ . Al igual que la posición lineal, ésta se encuentra definido en E^I . A continuación se muestran las tres rotaciones, cada vez que se realice un giro se va a cambiar la denominación del marco de referencia para poder conocer de donde se ha partido y a donde se ha llegado, el sentido de giro de todas las rotaciones viene determinado por la regla de la mano derecha. La primera rotación denominada guiñada *del termino en inglés yaw* se define por medio de un giro alrededor del eje z_I formando un ángulo ψ . Este ángulo hace rotar los ejes x_I y y_I , mientras el eje z_I se mantiene coincidente con z_{v1} . La figura 2.6 muestra la rotación de la aeronave por este ángulo, se muestra en color rojo el nuevo marco de referencia donde los ejes son denotados por el sufijo $v1$.


 Figura 2.6. Ángulo de guiñada ψ .

Matemáticamente esta rotación se puede describir como la siguiente matriz:

$$R(\psi, Z) = \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

La siguiente rotación denominada alabeo (*roll*) se realiza por medio de un giro en el eje y_{v1} partiendo de los ejes $v1$ y finalizando en la posición de los ejes $v2$, el ángulo obtenido por esta rotación es θ . Los ejes x_{v1} y z_{v1} son rotados por este ángulo, mientras el eje y_{v1} es coincidente con y_{v2} . La figura 2.7 muestra en color rojo el nuevo marco de referencia, y la rotación de alabeo.

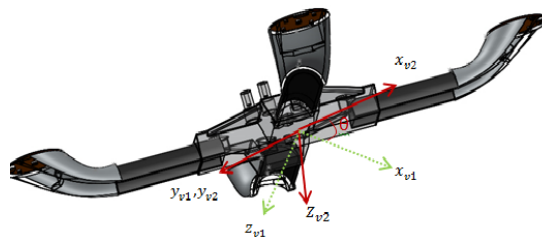


Figura 2.7. Rotación en el ángulo de alabeo ψ .

Matemáticamente esta rotación se puede describir como la siguiente matriz:

$$R(\theta, Y) = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

La última rotación denominada cabeceo (*pitch*) se realiza alrededor del eje x_{v2} partiendo de los ejes $v2$ y finalizando en la posición del marco E^b . Los ejes y_{v2} y z_{v2} son rotados por este ángulo, mientras el eje x_{v2} es coincidente con x_b . La figura 2.8 muestra la rotación de cabeceo.

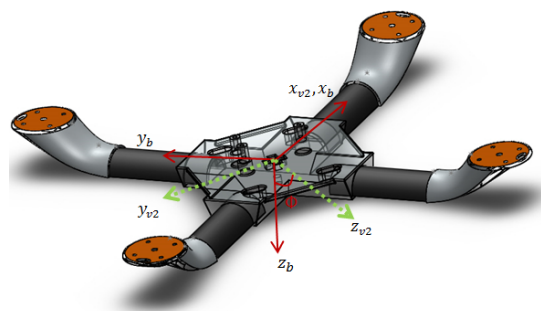


Figura 2.8. Rotación en el ángulo de cabeceo ψ .

Matemáticamente esta rotación se puede describir como la siguiente matriz:

$$R(\phi, X) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi & c_\phi \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

En esta investigación se utilizará la siguiente nomenclatura: $c_k = \cos(k)$, $s_k = \sin(k)$, $t_k = \tan(k)$. La matriz de rotación completa permite moverse del marco E^I a E^b , esta se encuentra definida como $R_{I \rightarrow b} = R(\phi, x)R(\theta, y)R(\psi, z)$. El orden de los giros influye en el cálculo de la matriz de giro, y por lo tanto en la orientación final de la aeronave.

Esta matriz de rotación ortonormal esta definida como:

$$R_{b \rightarrow I} = R(\psi, Z)R(\theta, Y)R(\phi, X) = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & -s_\psi c_\theta + c_\psi s_\theta s_\phi & s_\psi s_\theta + c_\psi s_\theta c_\phi \\ s_\psi c_\theta & c_\psi c_\theta + s_\psi s_\theta s_\phi & -c_\psi s_\theta + s_\psi s_\theta c_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

La ecuación 2.11 muestra la relación entre la velocidad lineal $\nu_b = [u \ v \ w]^T$ y la derivada de la posición lineal ξ .

$$\dot{\xi} = R_{b \rightarrow I} \cdot \nu_b \quad (2.11)$$

Sin embargo, para convertir velocidades angulares al marco inercial E^I es más complicado, ya que cada velocidad angular en cada eje debe ser convertida a un marco de referencia apropiado. Para obtener esta matriz utilizamos la ecuación (2.10), debido a que $R_{b \rightarrow I}$ es una matriz ortonormal, por lo tanto obtenemos la siguiente ecuación:

$$R_{b \rightarrow I}^T \cdot R_{b \rightarrow I} = I_n, \quad (2.12)$$

la derivada con respecto al tiempo es:

$$\dot{R}_{b \rightarrow I}^T \cdot R_{b \rightarrow I} + R_{b \rightarrow I}^T \cdot \dot{R}_{b \rightarrow I} = 0_n, \quad (2.13)$$

definiendo $S = R_{b \rightarrow I}^T \cdot \dot{R}_{b \rightarrow I}$ y sustituyéndola en (2.13) obtenemos:

$$S^T + S = 0_n \quad (2.14)$$

,

lo cual denota que S es un matriz anti-simétrica, $S^T = -S$. Con las ecuaciones anteriores podemos deducir que la derivada de una matriz ortonormal es:

$$\dot{R}_{b \rightarrow I} = R_{b \rightarrow I} \cdot S \quad (2.15)$$

Por lo tanto, para determinar la postura de la aeronave, tenemos la siguiente ecuación la cual relaciona la velocidad angular $\omega = [p \ q \ r]^T$ con la derivada de la posición angular η .

$$\dot{R}_{b \rightarrow I} = R_{b \rightarrow I} \cdot S(\omega), \quad (2.16)$$

donde $S(\omega)(\cdot) = \omega \times \cdot$ es la siguiente matriz anti-simétrica:

$$S(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

resolviendo para η , obtenemos:

$$\dot{\eta} = L(\eta) \cdot \omega, \quad (2.18)$$

donde $L(\eta)$ esta definido como:

$$L(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & s_\phi t_\theta & c_\phi t_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\psi \\ 0 & \frac{s_\phi}{c_\theta} & \frac{c_\phi}{c_\theta} \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

$L(\eta)$ es el Jacobiano de rotación, y nos permite extraer información acerca de las singularidades de la aeronave, es decir posiciones específicas tal que el determinante de la matriz Jacobiana se anula. Estas singularidades aparecen cuando el ángulo ϕ se acerca a $\pm 90^\circ$.

2.3.2. Dinámica

Dinámica es una rama de la mecánica encargada del estudio de los efectos de las fuerzas y torques en el movimiento de un cuerpo ó sistemas de cuerpos. Las ecuaciones dinámicas de un cuerpo rígido sujeto a fuerzas externas aplicadas al centro de masa expresadas en el marco fijo al cuerpo se obtienen como:

$$m\ddot{\xi} = F, \quad (2.20)$$

derivando la ecuación (2.11) con respecto al tiempo:

$$\ddot{\xi} = \dot{R}_{b \rightarrow I} \cdot \nu_b + R_{b \rightarrow I} \cdot \dot{\nu}_b, \quad (2.21)$$

sustituyéndola en 2.20,

$$m(R_{b \rightarrow I} \cdot \dot{\nu}_b + \dot{R}_{b \rightarrow I} \cdot \nu_b) = R_{b \rightarrow I} \cdot F_b, \quad (2.22)$$

utilizando la ecuación de Strapdown, obtenemos:

$$m \cdot R_{b \rightarrow I}(\dot{\nu}_b + \omega \times \nu_b) = R_{b \rightarrow I} \cdot F_b, \quad (2.23)$$

por último obtenemos:

$$m(\dot{\nu}_b + \omega \times \nu_b) = F_b, \quad (2.24)$$

Esta última ecuación describe las fuerzas externas aplicadas a un cuerpo rígido, m denota la masa del helicóptero, F_b denota las fuerzas aplicadas al helicóptero y \times denota el producto vectorial. Para calcular el momento de inercia procedemos de la misma manera,

$$J\ddot{\eta} = \tau, \quad (2.25)$$

derivando la ecuación (2.17) con respecto al tiempo, y sustituyéndola en (2.25) obtenemos:

$$J(L(\eta) \cdot \dot{\omega} + \dot{L}(\eta) \cdot \omega) = L(\eta) \cdot \tau_b, \quad (2.26)$$

utilizando la ecuación de Strapdown, obtenemos:

$$J\dot{\omega} + \omega \times (J \cdot \omega) = \tau_b, \quad (2.27)$$

donde τ_b denota los pares externos aplicados al helicóptero, J denota la matriz de inercia, definida como:

$$J = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Por lo tanto las ecuaciones que definen la dinámica de la aeronave bajo fuerzas y momentos aplicados en su centro de masa y expresado en el marco de referencia E^b están dadas por:

$$\begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\nu}_b \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega \times m\nu_b \\ \omega \times J\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_b \\ \tau_b \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Reescribiendo las ecuaciones que definen la cinemática y la dinámica de la aeronave en

variables de estado, obtenemos:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = \nu. \\ m\dot{\nu} = R_{b \rightarrow I} \cdot F. \\ R_{b \rightarrow I} \dot{=} R_{b \rightarrow I} \cdot S(\omega). \\ J\dot{\omega} = -\omega \times J\omega + \tau_b \end{cases} \quad (2.30)$$

. donde $\nu = R_{b \rightarrow I} \cdot \nu_b$.

Las fuerzas y pares externos aplicados a la aeronave consisten de su propio peso, fuerzas aerodinámicas, empuje y en los pares desarrollados por los cuatro motores. Estas fuerzas y pares pueden ser expresados de la siguiente forma:

$$\begin{cases} R_{b \rightarrow I} \cdot F = -mg + \Gamma + A_T. \\ \tau_b = -\sum_{i=1}^4 J_R(\omega \times E_3) \cdot \Omega_i + \tau_a + A_R \end{cases}, \quad (2.31)$$

donde $A_T = [A_x \ A_y \ A_z]^T$ y $A_R = [A_p \ A_q \ A_r]^T$ son el resultado de las fuerzas y momentos que actúan sobre el helicóptero y son calculados a partir de los coeficientes aerodinámicos C_i como $A_i = \frac{1}{2}\rho_{air}C_iW^2$, (ρ_{air} es la densidad del aire, W es la velocidad del helicóptero con respecto al viento)[10], g es la constante de gravitacional ($g = 9.81ms^{-2}$, b es el coeficiente de empuje, Ω_i es la velocidad angular del i -ésimo rotor y τ_a son los momentos en los tres ejes de la aeronave anteriormente explicados. Si se toma en cuenta la dinámica de los rotores podemos expresar los momentos $\tau_a = [\tau_\phi \ \tau_\theta \ \tau_\psi]$ y el empuje γ como se muestra en la ecuación (2.32) y (2.33) respectivamente.

$$\tau_a = \begin{bmatrix} lb(\Omega_2^2 - \Omega_4^2) \\ lb(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ d(\Omega_1^2 + \Omega_3^2 - \Omega_2^2 - \Omega_4^2) \end{bmatrix}, \quad (2.32)$$

$$\Gamma = \sum_{i=1}^4 b\Omega_i^2, \quad (2.33)$$

donde d es el coeficiente de torsión del motor y l es la distancia entre los ejes de los motores y el centro de masa de la aeronave, como se menciono anteriormente. El modelo matemático de la aeronave tomando en cuenta las ecuaciones (2.30), (2.31), (2.32) y (2.33),

se muestra en (2.34).

$$\dot{\zeta} = \begin{cases} \dot{x} = u. \\ \dot{y} = v. \\ \dot{z} = w. \\ \dot{u} = \frac{(c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi)\Gamma}{m} + \frac{A_x}{m}. \\ \dot{v} = \frac{(s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi)\Gamma}{m} + \frac{A_y}{m}. \\ \dot{w} = -g + \frac{(c_\theta c_\phi)\Gamma}{m} + \frac{A_z}{m}. \\ \dot{\phi} = p + q s_\phi t_\theta + r c_\phi t_\theta. \\ \dot{\theta} = q c_\phi - r s_\phi. \\ \dot{\psi} = q s_\phi s c_\theta + r c_\phi s c_\theta. \\ \dot{p} = \frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{xx}} q r - \frac{J_R \Omega}{I_{xx}} q + \frac{\tau_\phi}{I_{xx}} + \frac{A_p}{I_{xx}}. \\ \dot{q} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} p r + \frac{J_R \Omega}{I_{yy}} p + \frac{\tau_\theta}{I_{yy}} + \frac{A_q}{I_{yy}}. \\ \dot{r} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} p q + \frac{\tau_\psi}{I_{xx}} + \frac{A_r}{I_{zz}}, \end{cases} \quad (2.34)$$

donde $\zeta = [x \ y \ z \ u \ v \ w \ \phi \ \theta \ \psi \ p \ q \ r]^T$.

La ecuación (2.34) describe todos los movimientos posibles de la aeronave, se puede asumir como suficientemente preciso en la representación de todos los movimientos funcionales [10]. Sin embargo, no es adecuado para diseño de controladores, ya que depende de fuerzas y momentos aerodinámicos, los cuales son desconocidos en la presencia de viento, turbulencias imprevisibles y de efectos giroscópicos que se consideran desconocidos debido a que no se tiene acceso a las velocidades de los motores. En la siguiente control se realizan algunas suposiciones para diseñar la ley de control, además estos efectos se consideran como perturbaciones externas debido al viento.

Capítulo 3

Estabilización de la orientación de un mini helicóptero con cuatro rotores.

En este capítulo abordaremos el problema de la estabilización del helicóptero en configuración con cuatro rotores llamado *quadcopter*. Como se mencionó anteriormente el objetivo de esta investigación es estabilizar el movimiento de rotación de la aeronave, comúnmente llamado control de bajo nivel. Este control de bajo nivel permite mantener al vehículo en una pose deseada, previniendo que se voltee o se estrelle, y es sumamente importante cuando se requiere estabilizar el movimiento de traslación ya que depende de las bondades del control de bajo nivel. En este capítulo presentamos una metodología general para abordar el problema de la orientación del helicóptero con cuatro rotores, basada en el gradiente de la energía potencial de la aeronave. Esta metodología nos permitirá diseñar diferentes leyes de control de una manera metodológica disminuyendo el tiempo de diseño. Al ser un sistema completamente no lineal se utilizará como herramienta la teoría de estabilidad de Lyapunov para analizar la estabilidad del punto de equilibrio. La prueba en el sentido de Lyapunov consiste en definir una función de energía compuesta por la energía cinética y potencial de la aeronave, tal que su derivada satisfaga las condiciones de una función semidefinida negativa. Empleando el principio de invariancia de Lasalle se demuestra la estabilidad asintótica del punto de equilibrio en forma global. Para probar la eficiencia de esta metodología, se han diseñado tres leyes de control con acciones acotadas basadas en la metodología propuesta, analizadas en simulación en diferentes condiciones de vuelo (vuelo estacionario, vuelo frente a perturbaciones debidas al viento, y vuelo manual). Por último se ha diseñado un control para la estabilización de la altura de la aeronave utilizando una retroalimentación de estado.

3.1. Diseño de una metodología general de control

Esta aeronave clasificada como un cuerpo rígido de seis grados de libertad posee una dinámica subactuada debido a los cuatro rotores que la caracteriza. Sin embargo, esta dinámica se puede descomponer en dos subsistemas, el de rotación y el de traslación, dando la posibilidad de estabilizar alguno de los dos subsistemas.

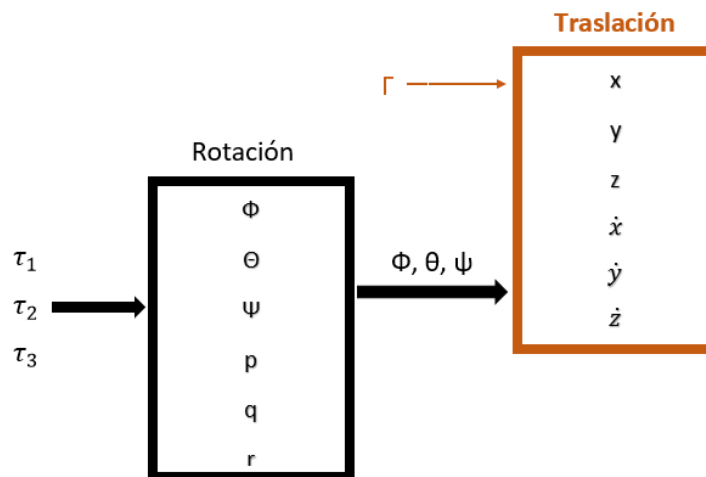


Figura 3.1. Dinámica del helicóptero con cuatro rotores.

Como se muestra en la figura 3.1 tenemos el modelo matemático que describe a la aeronave dividido en dos subsistemas, el subsistema que define el movimiento de traslación depende de algunas variables las cuales se encuentran definidas en el subsistema de rotación $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]$, mientras que el subsistema de rotación es independiente de las variables definidas en el subsistema de traslación. El problema del control de la orientación consiste en mantener en una posición angular deseada a la aeronave independientemente de su posición inicial $\eta(0)$. El objetivo del problema del control de la orientación está determinado por encontrar una ley de control que proporcione los pares, o velocidades angulares en los rotores, de tal forma que la orientación actual $\eta(t)$ tienda asintóticamente hacia la posición deseada η_d , y su velocidad angular $\omega(t)$ tienda a cero, sin importar las condiciones iniciales. Matemáticamente esto se puede describir como :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \eta(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_d \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Para resolver este problema se utilizará la teoría de estabilidad de Lyapunov, esta teoría nos permite saber si un sistema no lineal de la forma $\dot{x} = f(t, x)$ tiene un estado de equilibrio asintóticamente estable. Por lo tanto, para demostrar que el sistema dinámico de la aeronave tiene un punto de equilibrio asintóticamente estable vía Lyapunov consideramos una función de energía o función candidata de Lyapunov, la cual su derivada temporal sea definida negativa. Esto tendrá como consecuencia que la función de

Lyapunov sea una función decreciente y por lo tanto sus soluciones $\eta(t)$ se encontrarán acotadas para toda condición inicial $\eta(0)$.

Para hacer más fácil la demostración, se reescribirán las ecuaciones que definen el subsistema de rotación en una ecuación matricial, como se muestra en (3.2).

$$J\dot{\omega} + C(\omega)\omega = \tau_a, \quad (3.2)$$

donde J es una matriz inercial diagonal constante dada por:

$$J = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

y $C(\omega) = -S(I\omega)$ es una matriz anti-simétrica, y se encuentra dada por :

$$C(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & I_{zz}r & -I_{yy}q \\ -I_{zz}r & 0 & I_{xx}p \\ I_{yy}q & -I_{xx}p & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

Si definimos a $\dot{\gamma} = \omega$ como la posición angular en el marco de referencia E^b y la sustituimos en (3.2) obtenemos:

$$\tau_a = J\ddot{\gamma} + C(\dot{\gamma})\dot{\gamma}. \quad (3.5)$$

Definiendo una función vectorial continua y diferenciable f_x , para relacionar la posición angular γ definida en E^b , con la posición angular η definida en E^I :

$$\gamma = f_x^{-1}(\eta), \quad (3.6)$$

y derivando esta ecuación (3.6) con respecto al tiempo obtenemos:

$$\dot{\gamma} = \frac{d}{dt}f_x^{-1}(\eta) = \frac{\partial f_x^{-1}(\eta)}{\partial \eta} \dot{\eta} = L^{-1}(\eta)\dot{\eta}, \quad (3.7)$$

donde $L(n)$ representa el Jacobiano de rotación definido en la sección anterior $\frac{\partial f_x^{-1}(\eta)}{\partial \eta} = L^{-1}(n)$, su inversa se muestra en (3.8).

$$L(\eta)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\phi & s_\phi c_\theta \\ 0 & -s_\phi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Obteniendo la segunda derivada de la expresión (3.6) con respecto al tiempo:

$$\ddot{\gamma} = - [L^{-1}(\eta)\dot{L}(\eta)L^{-1}(\eta)] \dot{\eta} + L^{-1}(\eta)\ddot{\eta}, \quad (3.9)$$

por último sustituyendo las ecuaciones (3.7) y (3.9) en la ecuación (3.5) obtenemos:

$$\tau_a = J \left[-L^{-1}(\eta)\dot{L}(\eta)L^{-1}(\eta)\dot{\eta} + L^{-1}(\eta)\ddot{\eta} \right] + C(L^{-1}(\eta)\dot{\eta})L^{-1}(\eta)\dot{\eta}, \quad (3.10)$$

$$\tau_a = JL^{-1}(\eta)\ddot{\eta} + \left[C(L^{-1}(\eta)\dot{\eta})L^{-1}(\eta) - JL^{-1}(\eta)\dot{L}(\eta)L^{-1}(\eta) \right] \dot{\eta}, \quad (3.11)$$

donde (3.11) representa el modelo matemático del subsistema de rotación tomando en cuenta su cinemática y dinámica, esto permite simplificar el análisis de estabilidad. Procedemos con la multiplicación de $\dot{\gamma}^T = \dot{\eta}^T L^{-T}(\eta)$ en ambos lados de la ecuación para obtener la siguiente ecuación:

$$\dot{\eta}^T L^{-T}(\eta)\tau_a = \dot{\eta}^T L^{-T}(\eta) \left[JL^{-1}(\eta)\ddot{\eta} + \left[C(L^{-1}(\eta)\dot{\eta})L^{-1}(\eta) - JL^{-1}(\eta)\dot{L}(\eta)L^{-1}(\eta) \right] \dot{\eta} \right], \quad (3.12)$$

$$L^{-T}(\eta)\tau_a = L^{-T}(\eta)JL^{-1}(\eta)\ddot{\eta} + \left[L^{-T}(\eta)C(L^{-1}(\eta)\dot{\eta})L^{-1}(\eta) - L^{-T}(\eta)JL^{-1}(\eta)\dot{L}(\eta)L^{-1}(\eta) \right] \dot{\eta}. \quad (3.13)$$

Simplificando la ecuación (3.13) obtenemos:

$$L^{-T}(\eta)\tau_a = f_\eta, \quad (3.14)$$

donde f_η se encuentra definida como:

$$f_\eta = J_\eta\ddot{\eta} + C_\eta\dot{\eta}, \quad (3.15)$$

donde las matrices J_η y C_η se definen como en las ecuaciones (3.16) y (3.17) respectivamente.

$$J_\eta = L^{-T}(\eta)JL^{-1}(\eta), \quad (3.16)$$

$$C_\eta = L^{-T}(\eta)C(L^{-1}(\eta)\dot{\eta})L^{-1}(\eta)L^{-1}(\eta) - JL^{-1}(\eta)\dot{L}(\eta)L^{-1}(\eta). \quad (3.17)$$

La ecuación (3.14) representa una propiedad inherente de la dinámica rotacional que sera muy útil al momento de diseñar leyes de control.

Para realizar el análisis de estabilidad de la aeronave se utilizará la ecuación (3.5), ésta nos permitirá estabilizar la posición γ y velocidad angular $\dot{\gamma}$ definidas en E^b . Una vez que se ha estabilizado la posición angular γ , se procede a utilizar la ecuación (3.14) para calcular los pares $\tau = L^{-T}(\eta)\tau_a$ que permitan estabilizar la orientación η de la aeronave.

Considere la siguiente ley de control:

$$\tau_a = \nabla U_a(k_p, \tilde{\gamma}) - f(k_v, \dot{\gamma}), \quad (3.18)$$

donde:

- $U_a(k_p, \tilde{\gamma})$ representa la energía potencial de la aeronave, además es una función diferenciable y definida positiva. La ganancia k_p es una matriz definida positiva, y $\tilde{\gamma} = \gamma_d - \gamma$ es el error de posición angular.
- $f(k_v, \dot{\gamma})$ satisface $\gamma^T f_v(k_v, \dot{\gamma}) > 0$. La ganancia k_v es una matriz definida positiva.
- $\nabla U_a(k_p, \tilde{\gamma})$ representa el gradiente de la energía potencial de la aeronave, tiene un mínimo y único global en $\tilde{\gamma}$.

Para llevar a cabo el análisis de estabilidad de la aeronave y la ley de control, se obtiene la ecuación en lazo cerrado. Las variables de estado que definen el problema de control de la orientación son $[\tilde{\gamma} \ \dot{\gamma}]$.

La ecuación en lazo cerrado queda expresada de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\gamma} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\gamma} \\ J^{-1}[\nabla U_a(k_p, \tilde{\gamma}) - f(K_v, \dot{\gamma}) - C(\gamma)\dot{\gamma}] \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Se comprobará que el punto de equilibrio en $[\gamma^T \ \dot{\gamma}^T]^T = [0^T \ 0^T]^T$ existe y es único. Considere la ecuación (3.20) la cual tiene como primer componente al vector $-\dot{\gamma}$ con un valor igual a cero. Como consecuencia tenemos que la matriz $C(\gamma)$ en el segundo componente es igual a $C(\gamma)\dot{\gamma} = 0$. Por último, tenemos $U_a(k_p, \tilde{\gamma}) = 0$ y $f(k_v, \dot{\gamma}) = 0$ debido a que son funciones definidas positivas.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\gamma} \\ J^{-1}[\nabla U_a(k_p, \tilde{\gamma}) - f(K_v, \dot{\gamma}) - C(\gamma)\dot{\gamma}] \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Para demostrar la estabilidad de la ecuación (3.19) en lazo cerrado en el sentido de Lyapunov considere la siguiente función de energía definida positiva:

$$V(\dot{\gamma}, \tilde{\gamma}) = \frac{1}{2}\dot{\gamma}^T J \dot{\gamma} + U_a(k_p, \tilde{\gamma}), \quad (3.21)$$

su derivada temporal queda de la siguiente forma:

$$\dot{V}(\dot{\gamma}, \tilde{\gamma}) = \frac{1}{2}\ddot{\gamma}^T J \dot{\gamma} + \frac{1}{2}\tilde{\gamma}^T J \ddot{\gamma} + \frac{\partial}{\partial \tilde{\gamma}} U_a(k_p, \tilde{\gamma})^T \dot{\tilde{\gamma}}, \quad (3.22)$$

utilizando la propiedad de simetría $J = J^T$ obtenemos:

$$\dot{V}(\dot{\gamma}, \tilde{\gamma}) = \dot{\gamma}^T J \ddot{\gamma} - \frac{\partial}{\partial \gamma} U_a(k_p, \tilde{\gamma})^T \dot{\gamma}, \quad (3.23)$$

sustituyendo la ecuación de lazo cerrado definida en (3.19) obtenemos:

$$\dot{V}(\dot{\gamma}, \tilde{\gamma}) = \dot{\gamma}^T (\nabla U_a(k_p, \tilde{\gamma}) - f_v(k_v, \dot{\gamma}) - C(\dot{\gamma})\dot{\gamma}) - \nabla U_a(k_p, \tilde{\gamma})^T \dot{\gamma}, \quad (3.24)$$

debido a que $C(\dot{\gamma})$ es una matriz anti-simétrica la multiplicación de un vector transpuesto seguido de una matriz anti-simétrica y el mismo vector columna produce un escalar igual a cero, $\dot{\gamma}^T C(\dot{\gamma})\dot{\gamma} = 0$. Por lo tanto la derivada temporal de la función de Lyapunov queda de la siguiente manera:

$$\dot{V}(\dot{\gamma}, \tilde{\gamma}) = \dot{\gamma}^T f_v(k_v, \dot{\gamma}) \leq 0. \quad (3.25)$$

Como se muestra en (3.25), resulta una función semidefinida negativa, ya que sólo depende de la velocidad $\dot{\gamma}$, por lo que queda demostrada la estabilidad global del punto de equilibrio. Para demostrar que el punto de equilibrio es asintóticamente estable utilizaremos el principio de invariancia de Lasalle.

Puesto que $U_a(k_p, \tilde{\gamma}) = 0$ solo si $\tilde{\gamma} = 0$, entonces el máximo conjunto invariante es $[0^T \ 0^T]^T$.

$$\mathcal{U} = \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{\gamma} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n} : \dot{V}(\dot{\gamma}, \tilde{\gamma}) = 0 \iff \dot{\gamma} = 0, \tilde{\gamma} = 0 \right\} \quad (3.26)$$

Puesto que $V(\dot{\gamma}, \tilde{\gamma})$ es una función definida positiva con un único y mínimo global, entonces el conjunto invariante en \mathcal{U} es el origen. Por lo que queda probada la estabilidad asintótica del punto de equilibrio.

Una vez que se demostró que las variables de estado $\tilde{\gamma}$ y $\dot{\gamma}$ tienen un punto de equilibrio asintóticamente estable en $[0^T \ 0^T]^T$, se procede a utilizar la ecuación (3.14), la cual nos permite estabilizar variables de estado η y ω por medio de la multiplicación del Jacobiano transpuesto. El Jacobiano permite extraer información acerca de las singularidades del robot, es decir, posiciones específicas del robot tal que el determinante de $L(\eta)$ se anule [32]. Algunas de las propiedades del Jacobiano de rotación se listan a continuación:

- Es continuo y diferenciable con respecto a cada entrada de η .
- Es de rango completo, es decir, $\text{rango}\{L(\eta)\} = 3$.
- La multiplicación del Jacobiano por el par aplicado genera una ganancia dependiente de la posición.
- Las posiciones donde se indefina el Jacobiano son: $\theta = k\frac{\pi}{2}$, donde k es un número impar.

3.2. Diseño de controladores con acciones acotadas

El control acotado mantiene la señal de control dentro de ciertas cotas máximas permitidas por los límites físicos de los actuadores, el objetivo es maximizar el uso de los actuadores sin poner en riesgo la estabilidad del sistema. El control acotado se encuentra sujeto a la siguiente restricción:

$$|\tau_i| \leq \tau_i^{max} \quad (3.27)$$

donde τ_i es el máximo par disponible para el i -ésimo rotor.

La saturación es un fenómeno no lineal que causa que los actuadores operen en sus límites físicos, generalmente ocurren cuando el sistema está muy alejado del punto de equilibrio por lo que la ley de control demandará señales muy grandes de control tratando de estabilizar al sistema debido al gran error que se tiene entre la posición actual y la deseada. Este fenómeno práctico se debe de tomar en cuenta para no degradar el desempeño del algoritmo de control. La función saturación describe el perfil típico del par aplicado a un sistema contra el par solicitado por la ley de control, ver figura 3.2.

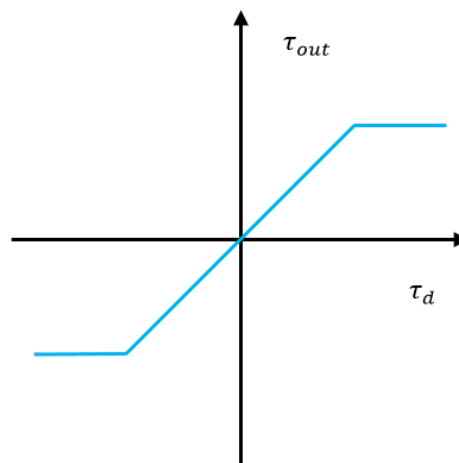


Figura 3.2. Función Saturación.

Para no saturar al actuador es necesario tomar en cuenta las restricciones físicas de éstos en el diseño de control mediante funciones acotadas, estas funciones aseguran que las señales de control se encuentren dentro de ciertos límites propuestos por el diseñador. En el helicóptero en configuración con cuatro rotores, se limitarán los pares de control τ_a mediante tres funciones descritas en las secciones subsecuentes. La figura 3.3 muestra el diagrama a bloques de la metodología de control propuesta. El primer paso para evaluar la ley de control es calcular el error $\tilde{\eta}$ y determinar la energía potencial $U_a(k_p, \tilde{\eta})$ en base a una función definida positiva propuesta por el diseñador. El segundo paso es determinar la función $f(k_v, \omega)$ previamente propuesta por el diseñador. Una vez propuesto las funciones

$U_a(k_p, \tilde{\eta})$ y $f(k_v, \omega)$, el tercer paso es determinar los pares de control τ_a . Por último se debe evaluar la multiplicación del Jacobiano de rotación para encontrar los pares de control $\tau = L^T(\eta)\tau_a$ que estabilicen a la aeronave en la orientación deseada η_d .

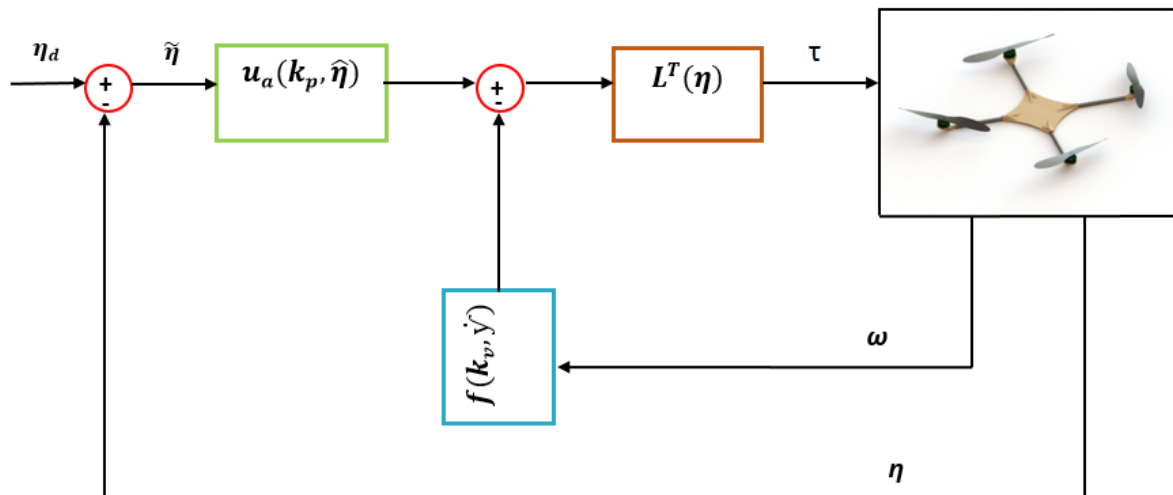


Figura 3.3. Diagrama a bloques, control acotado.

Como se mencionó anteriormente, este helicóptero consigue un vuelo estacionario estable y preciso a través del balance de la propulsión ejercida por los cuatro rotores. Por lo que se necesita determinar las señales que permiten a los motores accionarse.

La figura 3.4 muestra el diagrama a bloques del algoritmo de control que permite deducir las señales de voltaje PWMs requeridas para que los motores BLDCM funcionen. A continuación se describe la funcionalidad de cada uno de los tres bloques:

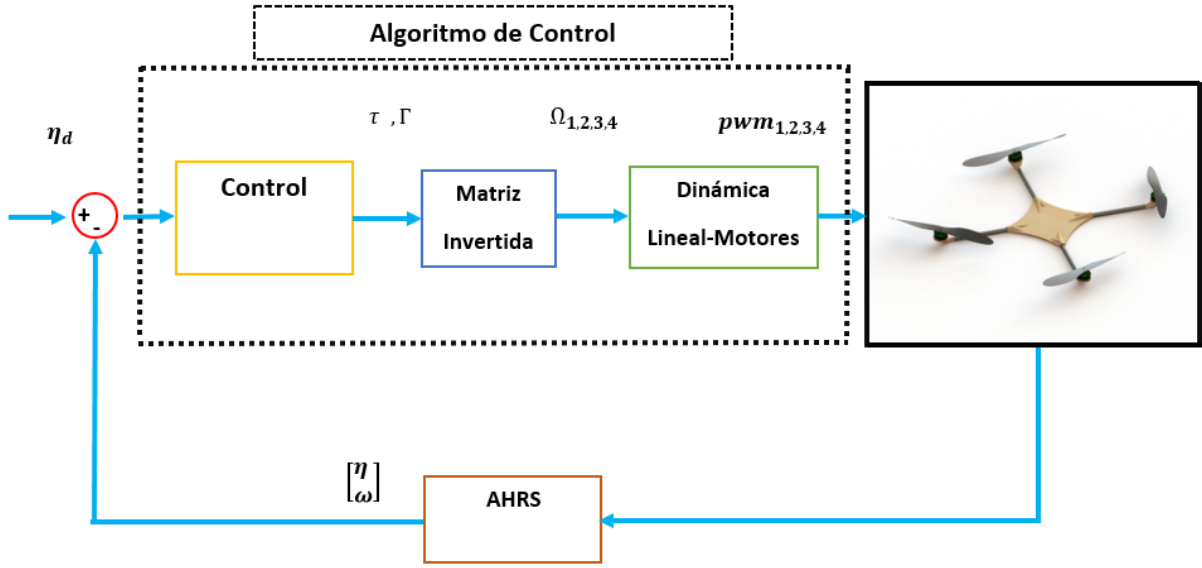


Figura 3.4. Diagrama a bloques del algoritmo de control.

- El bloque denominado como “Control” es el encargado de calcular de los pares de control para estabilizar la aeronave, como se explico en el diagrama a bloques anterior 3.3. Se utiliza el empuje Γ para estabilizar a la aeronave en una cierta altura, ya que es necesario para tener las dimensiones correctas cuando se calcule la matriz invertida.
- El segundo bloque llamado “Matriz Invertida” es usado para calcular la velocidad angular al cuadrado de cada rotor de la aeronave, esto se realiza por medio de la definición de cada uno de sus movimiento como se muestra en la ecuación (3.28).

$$\begin{bmatrix} \Gamma \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & lb & 0 & -lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Calculando la inversa de (3.28) obtenemos la ecuación que nos permite calcular la velocidad angular al cuadrado de cada motor:

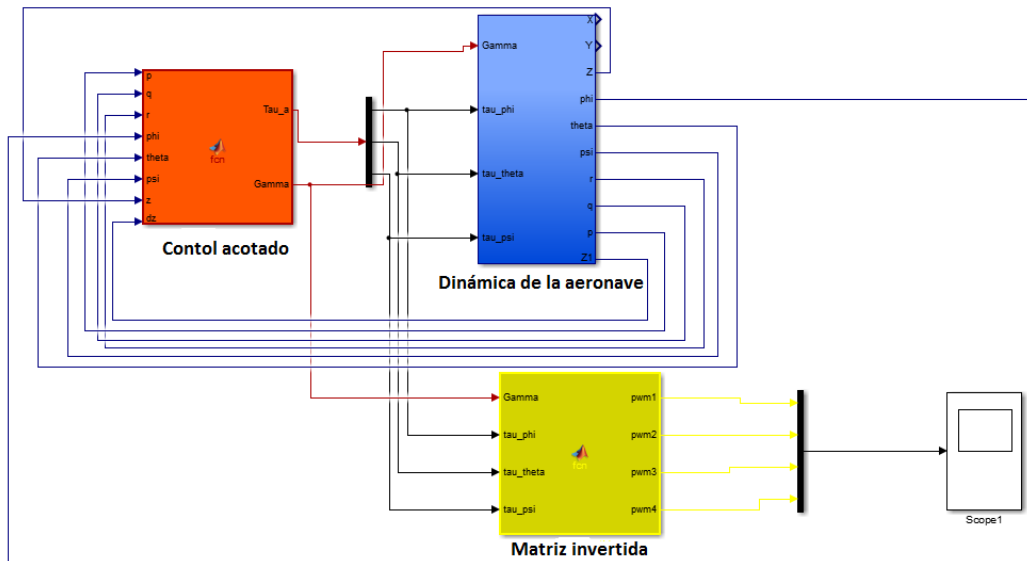
$$\begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4b} & 0 & -\frac{1}{2bl} & \frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & \frac{1}{2bl} & 0 & -\frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & 0 & \frac{1}{2bl} & \frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & -\frac{1}{2bl} & 0 & -\frac{1}{4d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix}, \quad (3.29)$$

- El tercer bloque denominado “Dinámica Lineal Motores” toma en cuenta la diná-

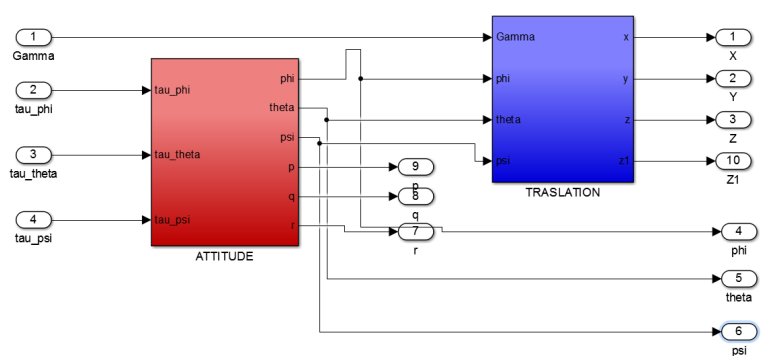
mica de los rotores para poder calcular los voltajes PWMs de cada rotor. Aquí se caracterizan los dos parámetros de los motores BLDCM b y d en función del ciclo de trabajo o ancho de pulso PWM. En el apéndice A se muestran la identificación de los parámetros de los motores BLDCM NTM Prop Drive serie (28-36) 750 Kv.

La figura 3.5 muestra las simulaciones hechas con el programa Matlab sobre el entorno de programación de Simulink. El modelo matemático de la aeronave utilizado es no lineal, podemos observar tres bloques: el bloque titulado “control acotado” donde se ha programado el algoritmo de control, tiene como variables de entrada $[\phi \ \theta \ \psi]$, y como variables de salida τ y Γ . El bloque titulado “Dinámica de la aeronave” representa el modelo matemático no lineal del helicóptero, contiene dos subsistemas acoplados en cascada, como se muestra en la figura 3.5 (b), el bloque de color rojo es el que evalúa el movimiento de rotación, y el azul evalúa el movimiento de traslación de la aeronave. Es interesante mencionar que se produce una traslación en el vehículo, sin existir control para este movimiento. Como se mencionó anteriormente, esto resulta de la relación entre los dos subsistemas.

El bloque titulado “Matriz invertida” contiene la dinámica de los motores BLDCM para evaluar las señales de PWMs.



(a) Diagrama a bloques de la ley de control



(b) Dinámica de la aeronave

Figura 3.5. Programa en Simulink del algoritmo de control

Para cada una de las leyes de control se han realizado simulaciones en diferentes condiciones de vuelo con el fin de evaluar la eficiencia, desempeño y robustez de cada una de las leyes de control propuestas. A continuación se describen los escenarios propuestos para el vuelo de la aeronave:

- Vuelo manual: En esta condición de vuelo, el usuario le proporciona la referencia desde la estación terrestre. Estos comandos pueden ser enviados por medio de un radio control o mediante cualquier comunicación inalámbrica.
- Vuelo estacionario o hover: Esta condición de vuelo permite al UAV mantenerse en vuelo vertical estacionario a menos que una fuerza exterior lo perturbe. Tanto el sensor inercial como el UAV se encuentran alineados, es decir, el *eje x* se encuentra alineado al norte, el *eje y* al este y el *eje z* hacia abajo.

- Vuelo con perturbaciones debidas al viento: En esta condición de vuelo se simulan perturbaciones aleatorias debidas al viento.

Los parámetros de la aeronave que se tomarán en cuenta para realizar las simulaciones se muestran en la tabla 3.1.

Tabla 3.1. Parámetros de la aeronave

símbolo	Descripción	Valor	Unidades
m	Masa del UAV	1.798	Kg
f_i	Empuje	7.14	N
Ω_{max}	Velocidad angular máxima	796	$rad \cdot s^{-1}$
l	Distancia del eje del motor al centro de masa	0.215	m
b	Factor de Empuje	1.58×10^{-5}	$N \cdot rad^{-2}$
d	Factor de arrastre	2.96×10^{-6}	$N \cdot m \cdot rad^{-2}$
I_{xx}	Momento de inercia eje x	0.0383	$Kg \cdot m^2$
I_{jj}	Momento de inercia eje y	0.03828	$Kg \cdot m^2$
I_{zz}	Momento de inercia eje z	0.01182	$Kg \cdot m^2$

El factor de empuje b y de arrastre d del motor son proporcionales a la velocidad angular al cuadrado. Para calcular el máximo par capaz de suministrar cada rotor se utilizará la ecuación (3.30).

$$\tau_{max} = lb(\Omega_{max}^2). \quad (3.30)$$

Tomando los valores dados en la tabla 3.1, tenemos que los pares máximos suministrados por los rotores son:

$$\left[\tau_{max1} \approx 2.3Nm \quad \tau_{max2} \approx 2.3Nm \quad \tau_3 \approx 1.8Nm \right] \quad (3.31)$$

Esta ecuación será utilizada a lo largo de este capítulo para mantener las señales de control dentro de estos limites y serán nuestras cotas máximas.

3.3. Control acotado basado en la función signo

La función signo es una función definida a trozos como se muestra en la ecuación (3.32), es representa por medio de $sgn(x)$ y la derivada de la función valor absoluto $|x|$ es la función signo, ver la figura 3.6.

$$sgn(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad (3.32)$$

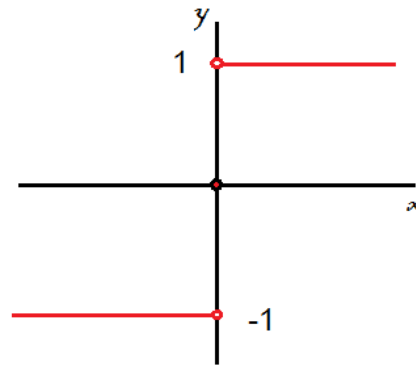


Figura 3.6. Función Signo.

Algunas propiedades de la función signo son:

- Se encuentra acotada entre los valores -1 y 1.
- Es una función impar $sgn(-x) = -sgn(x)$
- Para $k > 0$, una aproximación de la función signo es la función tangente hiperbólica, es decir $sgn(x) \approx \tanh(kx)$.
- La función signo es la derivada de la función valor absoluto con excepción del origen:
 $\nabla x = \frac{\partial |x|}{\partial x} = sgn(x)$.

Considere la siguiente ley de control dada por:

$$\tau_a = k_p sgn(\tilde{\gamma}) - k_v sgn(\dot{\gamma}), \quad (3.33)$$

donde $sgn(\tilde{\gamma})$ y $sgn(\dot{\gamma})$ son dos vectores definidos de la siguiente manera:

$$sgn(\tilde{\gamma}) = \begin{bmatrix} sgn(\tilde{\gamma}_1) \\ sgn(\tilde{\gamma}_2) \\ sgn(\tilde{\gamma}_3) \end{bmatrix}; sgn(\dot{\gamma}) = \begin{bmatrix} sgn(\dot{\gamma}_1) \\ sgn(\dot{\gamma}_2) \\ sgn(\dot{\gamma}_3) \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

La ecuación en lazo cerrado del control signo con el subsistema de rotación de la aeronave se muestra a continuación:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\gamma} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\gamma} \\ J^{-1}[k_p sgn(\tilde{\gamma}) - k_v sgn(\dot{\gamma})] - C(\gamma)\dot{\gamma} \end{bmatrix}. \quad (3.35)$$

Como se realizó en la sección anterior, el sistema tiene un punto de equilibrio único y global en el origen $[0^T \quad 0^T]^T$.

Para demostrar la estabilidad de la ecuación (3.35) en el sentido de Lyapunov, considere la siguiente función de energía:

$$V(\tilde{\gamma}, \dot{\gamma}) = \frac{1}{2} \tilde{\gamma}^T J \dot{\gamma} + \sqrt{|\tilde{\gamma}|}^T k_p \sqrt{|\tilde{\gamma}|}, \quad (3.36)$$

derivando con respecto al tiempo la función de energía:

$$\dot{V}(\tilde{\gamma}, \dot{\gamma}) = \dot{\gamma}^T J \ddot{\gamma} + 2\sqrt{|\tilde{\gamma}|}^T K_p \frac{d}{dt} \sqrt{|\tilde{\gamma}|}, \quad (3.37)$$

$$\dot{V}(\tilde{\gamma}, \dot{\gamma}) = \dot{\gamma}^T J \ddot{\gamma} + 2\sqrt{|\tilde{\gamma}|}^T K_p \frac{1}{2} \frac{\text{sgn}(\tilde{\gamma})}{\sqrt{|\tilde{\gamma}|}} \dot{\gamma}, \quad (3.38)$$

$$\dot{V}(\tilde{\gamma}, \dot{\gamma}) = \dot{\gamma}^T J \ddot{\gamma} + \begin{bmatrix} \sqrt{|\tilde{\gamma}_1|} \\ \sqrt{|\tilde{\gamma}_2|} \\ \sqrt{|\tilde{\gamma}_3|} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{\text{sgn}(\tilde{\gamma}_1)}{\sqrt{|\tilde{\gamma}_1|}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\text{sgn}(\tilde{\gamma}_2)}{\sqrt{|\tilde{\gamma}_2|}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\text{sgn}(\tilde{\gamma}_3)}{\sqrt{|\tilde{\gamma}_3|}} \end{bmatrix} k_p \dot{\tilde{\gamma}}, \quad (3.39)$$

$$\dot{V}(\tilde{\gamma}, \dot{\gamma}) = \dot{\gamma}^T [k_p \text{sgn}(\tilde{\gamma}) - K_v \text{sgn}(\dot{\gamma}) - C(\gamma) \dot{\gamma}] + \text{sgn}(\tilde{\gamma})^T k_p \dot{\tilde{\gamma}}, \quad (3.40)$$

$$\dot{V}(\tilde{\gamma}, \dot{\gamma}) = -\dot{\gamma}^T K_v \text{sgn}(\dot{\gamma}) \quad (3.41)$$

Para este caso hemos utilizado la propiedad $x^T y = y^T x$ donde $k_p = k_p^T$, además la multiplicación de un vector traspuesto seguido de una matriz anti-simétrica y el mismo vector columna produce un escalar igual a cero $\dot{\gamma}^T C(\gamma) \dot{\gamma} = 0$.

Tomando en cuenta los argumentos antes mencionados, la derivada temporal de la función de energía 3.36 queda de la siguiente manera:

$$\dot{V}(\tilde{\gamma}, \dot{\gamma}) = -\dot{\gamma}^T K_v \text{sgn}(\dot{\gamma}) \leq 0, \quad (3.42)$$

donde $U_a(k_a, \tilde{\gamma}) = \sqrt{|\tilde{\gamma}|}^T k_p \sqrt{|\tilde{\gamma}|}$ es definida positiva, y la hemos diseñado como la energía potencial de la aeronave. Por lo que queda demostrada la estabilidad del punto de equilibrio. La estabilidad asintótica global se obtiene aplicando el teorema de LaSalle, como se realizó en la sección anterior.

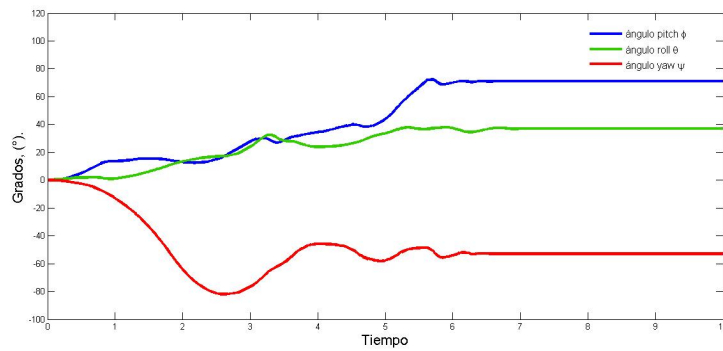
3.3.1. Simulaciones del control basado en la función signo

Los resultados de la ley de control basado en la función signo se muestran a continuación en diferentes condiciones de vuelo. En cada condición de vuelo se presentan la evolución de la posición angular $\eta(t)$, la velocidad angular $\omega(t)$, pares de control $\tau(t)$ y las señales de voltaje PWM. La figura 3.7 muestra las gráficas del control signo en condición de vuelo manual. Para realizar esta simulación se ha suministrado una fuerza de empuje constante igual a $16N$, esta fuerza de empuje es necesaria para poder habilita el despegue verticalmente de la aeronave y que ésta pueda realizar los movimientos deseados. La figura 3.7 (a) muestra la evolución de los ángulos $\eta(t) = [\phi \ \theta \ \psi]$ con condiciones iniciales iguales a cero, con una orientación deseada igual: $\eta_d = [\phi_d \ \theta_d \ \psi_d] = [71 \ 37 \ -53]$. El sistema se estabiliza en aproximadamente 6 segundos. La figura 3.7 (b) muestra la evolución de las velocidades angulares $\omega = [p \ q \ r]$, éstas tienden a cero en un tiempo aproximado de 7 segundos. La figura 3.7 (c) muestra los pares de control suministrados al sistema, éstos se encuentran acotados por el máximo par permisible en los rotores $2.3N$. Las señales de control se encuentran oscilando aún cuando ya se ha estabilizado el sistema, esto es normal debido a la naturaleza de la función signo. La figura 3.7 (d) muestra la magnitud de la señal PWM necesario en cada motor conforme el tiempo evoluciona. Cabe mencionar que se han tomado en cuenta las parámetros de los motores BLDCM NTM Prop Drive serie (28-36) utilizados en esta investigación, por lo que la señal se encuentra entre los límites de las señales PWM permitidas en los motores, ver apéndice A.

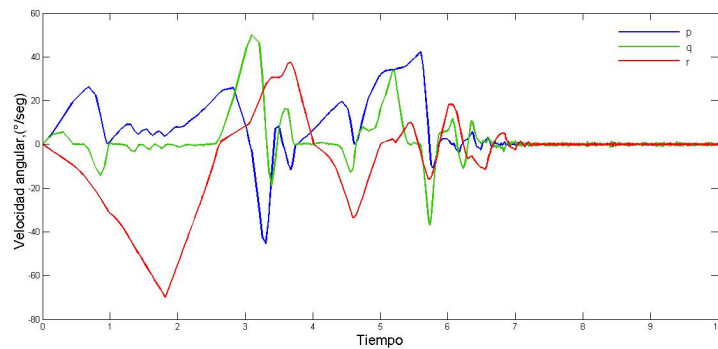
La figura 3.8 muestra la evolución de la posición angular, velocidad angular, pares de control y voltajes PWM en modo de vuelo estacionario o hover. La figura 3.8 (a) presenta la evolución de la posición angular, partiendo de condiciones iniciales $\eta_0 = [\phi_0 \ \theta_0 \ \psi_0] = [-57 \ 41 \ 26]$ y llegando a estabilizar al sistema a los 7 segundos aproximadamente, manteniéndose alineado con el sensor inercial $\eta_0 = [\phi_0 \ \theta_0 \ \psi_0] = [0 \ 0 \ 0]$, es decir, el x_b apunta hacia el norte, el eje y_b apunta hacia el este y el eje z_b apunta hacia abajo, manteniéndose en vuelo vertical estacionario. La figura 3.8(b) muestra la evolución de las velocidades angulares $\omega = [p \ q \ r]$ las cuales tienden a cero en 8 segundos aproximadamente. Los pares de control se mantienen oscilando aún después de estabilizar el sistema como se muestra en la figura 3.8 (c). La figura 3.8 (d) muestra las magnitudes de las señales PWMs conforme el tiempo evoluciona.

La figura 3.9 muestra los resultados de la ley de control signo en modo de vuelo perturbado debido al viento. Se ha propuesto las mismas condiciones que en modo de vuelo manual, con la finalidad de comparar la robustez de esta ley de control frente a perturbaciones. Para simular las perturbaciones debidas al viento se le han dado valores a los pares aerodinámicos que actúan sobre el helicóptero A_R , en el capítulo anterior se mencionó que estos pares son parte del modelo matemático de la aeronave y que dependen de la densidad y velocidad del viento. Estos pares aerodinámicos se desprecian en la fase

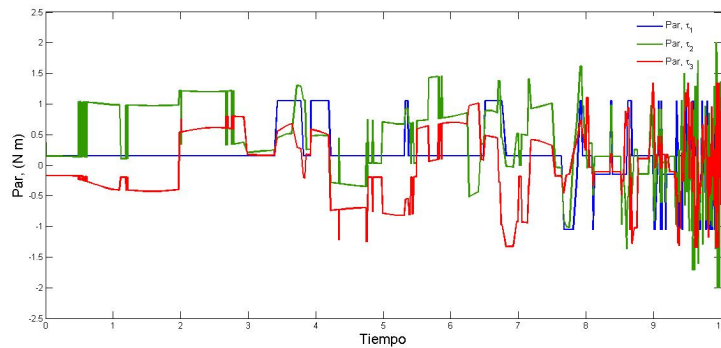
de diseño de la ley de control debido a que no se pueden medir, por lo que se modelan como una perturbación constante. Los valores máximos permisibles por el control signo fueron de $A_R = [A_p \ A_q \ A_r] = [0.7 \ 0.7 \ 0.7]$, mostrando una buena robustez tomando en cuenta que el máximo par de control es de $2.3N$. La figura 3.10 muestra pequeñas oscilaciones que se van atenuando conforme el tiempo evoluciona en los ángulos deseados. Comparando estos resultados con los obtenidos en modo de vuelo manual podemos concluir que la ley de control tarda 4 segundos más en estabilizar la posición angular. Para una perturbación el sistema se desestabiliza produciendo que los ángulos aumenten y no lleguen a la referencia deseada.



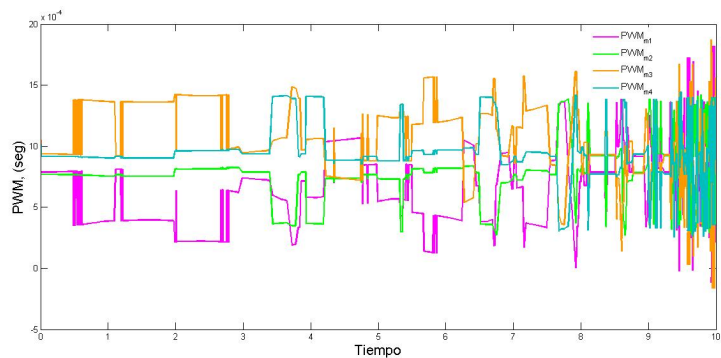
(a) Evolución temporal de la posición angular η .



(b) Evolución temporal de la velocidad angular ω .

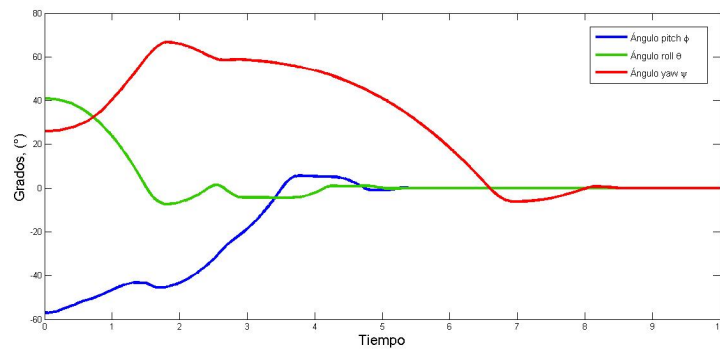


(c) Evolución temporal de los pares τ .

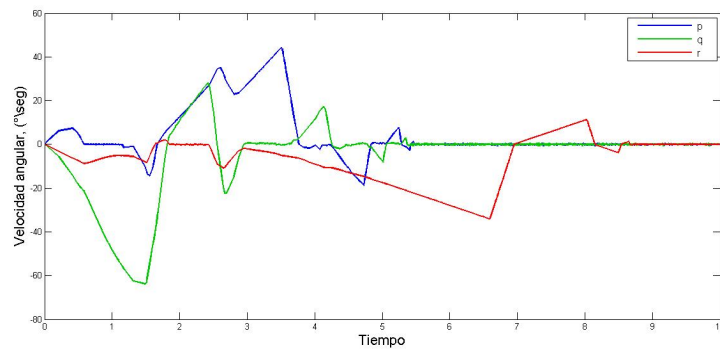


(d) Evolución temporal del voltaje PWM en cada rotor.

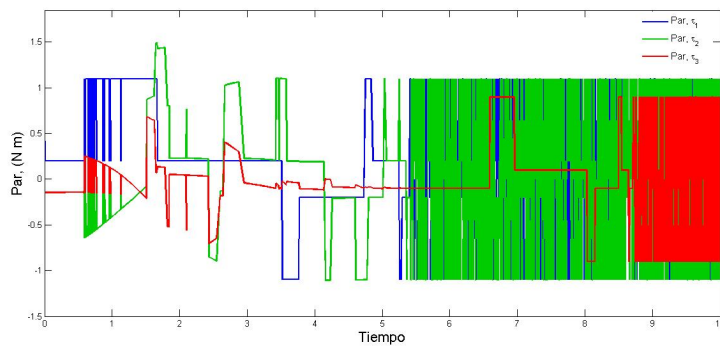
Figura 3.7. Estrategia de control signo en vuelo manual.



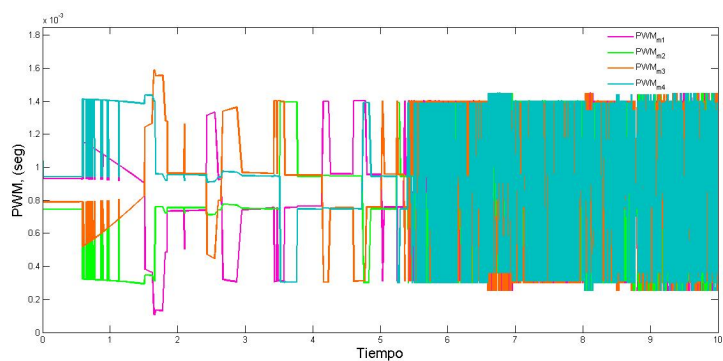
(a) Evolución temporal de la posición angular η .



(b) Evolución temporal de la velocidad angular ω .

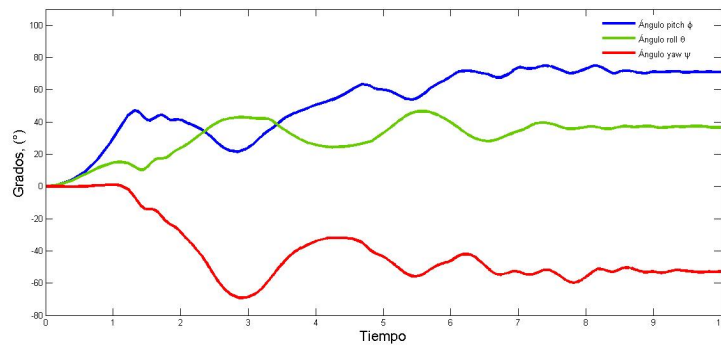


(c) Evolución temporal de los pares τ .

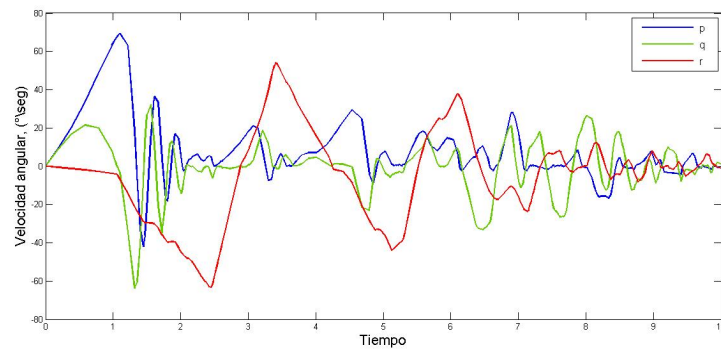


(d) Evolución temporal del voltaje PWM en cada rotor.

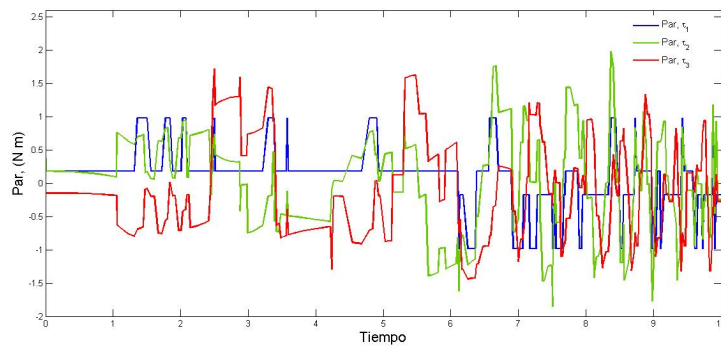
Figura 3.8. Estrategia de control signo en modo de vuelo estacionario.



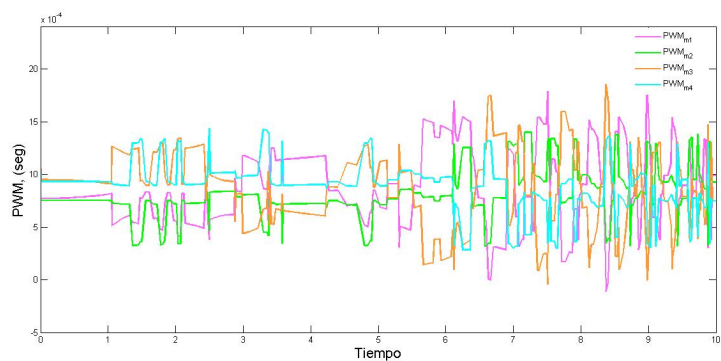
(a) Evolución temporal de la posición angular η .



(b) Evolución temporal de la velocidad angular ω .



(c) Evolución temporal de los pares τ .



(d) Evolución temporal del voltaje PWM en cada rotor.

Figura 3.9. Estrategia de control signo en modo de vuelo perturbado debido al viento.

3.4. Control acotado basado en la función tangente hiperbólica

La función tangente hiperbólica representada por $\tanh(x)$ se define como:

$$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (3.43)$$

La figura 3.10 muestra la gráfica de la función tangente hiperbólica.

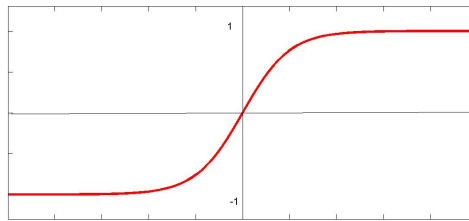


Figura 3.10. Función tangente hiperbólica.

Algunas propiedades más importantes de la función tangente hiperbólica se enlistan a continuación:

- Es una función impar $\tanh(-x) = -\tanh(x)$.
- Tiene por asíntota $y = 1$ en el infinito positivo, y por asíntota $y = -1$ en el infinito negativo.
- $\tanh(0) = 0$
- $\frac{\partial \ln(\cosh(\Lambda \tilde{\gamma}))}{\partial \tilde{\gamma}} = \text{diag}(\tanh(\Lambda_1), \tanh(\Lambda_2), \tanh(\Lambda_3))$

Considere la siguiente ley de control dada por:

$$\tau_a = k_p \tanh(\Lambda \tilde{\gamma}) - k_v \tanh(\lambda \dot{\gamma}), \quad (3.44)$$

donde $\tanh(\Lambda \tilde{\gamma})$ y $\tanh(\lambda \dot{\gamma})$ son vectores definidos de la siguiente manera:

$$\tanh(\Lambda \tilde{\gamma}) = \begin{bmatrix} \tanh(\Lambda_1 \tilde{\gamma}_1) \\ \tanh(\Lambda_2 \tilde{\gamma}_2) \\ \tanh(\Lambda_3 \tilde{\gamma}_3) \end{bmatrix}; \tanh(\lambda \dot{\gamma}) = \begin{bmatrix} \tanh(\lambda_1 \dot{\gamma}_1) \\ \tanh(\lambda_2 \dot{\gamma}_2) \\ \tanh(\lambda_3 \dot{\gamma}_3) \end{bmatrix}, \quad (3.45)$$

donde Λ y λ representan la pendiente de la función tangente hiperbólica y nos permite variar el tiempo de respuesta.

La ecuación en lazo cerrado formada por el modelo del sistema de rotación y el control tangente hiperbólico está dado como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\gamma} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\gamma} \\ J^{-1}[k_p \tanh(\Lambda \tilde{\gamma}) - k_v \tanh(\lambda \dot{\gamma})] - C(\gamma) \dot{\gamma} \end{bmatrix}. \quad (3.46)$$

El origen es el único punto de equilibrio y es global $[0^T \ 0^T]^T$ como se demostró al inicio del capítulo. La demostración de estabilidad del punto de equilibrio de la ecuación (3.46) en el sentido de Lyapunov queda de la siguiente manera:

$$V(\tilde{\gamma}, \dot{\gamma}) = \frac{1}{2} \tilde{\gamma}^T J \dot{\gamma} + \sqrt{\ln(\cosh(\tilde{\gamma}))}^T k_p \sqrt{\ln(\cosh(\tilde{\gamma}))}. \quad (3.47)$$

derivando la expresión (3.47) se obtiene la siguiente expresión:

$$\dot{V}(\tilde{\gamma}, \dot{\gamma}) = \dot{\gamma}^T J \ddot{\gamma} - \sqrt{\ln(\cosh(\Lambda \tilde{\gamma}))}^T K_p \Lambda^{-1} \frac{\sinh(\Lambda \tilde{\gamma}) \Lambda \dot{\gamma}}{\cosh(\Lambda \tilde{\gamma}) \sqrt{\ln(\cosh(\Lambda \tilde{\gamma}))}}, \quad (3.48)$$

$$\dot{\gamma}^T J \ddot{\gamma} - \begin{bmatrix} \sqrt{\ln(\cosh(\Lambda_1 \tilde{\gamma}_1))} \\ \sqrt{\ln(\cosh(\Lambda_2 \tilde{\gamma}_2))} \\ \sqrt{\ln(\cosh(\Lambda_3 \tilde{\gamma}_3))} \end{bmatrix}^T k_p \begin{bmatrix} \frac{\sinh(\Lambda_1 \tilde{\gamma}_1) \Lambda_1 \dot{\gamma}_1}{\cosh(\Lambda_1 \tilde{\gamma}_1) \sqrt{\ln(\cosh(\Lambda_1 \tilde{\gamma}_1))}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sinh(\Lambda_2 \tilde{\gamma}_2) \Lambda_2 \dot{\gamma}_2}{\cosh(\Lambda_2 \tilde{\gamma}_2) \sqrt{\ln(\cosh(\Lambda_2 \tilde{\gamma}_2))}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sinh(\Lambda_3 \tilde{\gamma}_3) \Lambda_3 \dot{\gamma}_3}{\cosh(\Lambda_3 \tilde{\gamma}_3) \sqrt{\ln(\cosh(\Lambda_3 \tilde{\gamma}_3))}} \end{bmatrix} \dot{\gamma} \quad (3.49)$$

$$\dot{V}(\tilde{\gamma}, \dot{\gamma}) = \dot{\gamma}^T [k_p \tanh(\Lambda \tilde{\gamma}) - K_v \tanh(\lambda \dot{\gamma}) - C(\gamma) \dot{\gamma}] + \tanh(\Lambda \tilde{\gamma})^T k_p \dot{\gamma}, \quad (3.50)$$

$$\dot{V}(\tilde{\gamma}, \dot{\gamma}) = -\dot{\gamma}^T K_v \tanh(\lambda \dot{\gamma}). \quad (3.51)$$

Se ha utilizado la propiedad $x^T y = y^T x$, donde $k_p = k_p^T$. La multiplicación de un vector traspuesto seguido de una matriz anti-simétrica y el mismo vector columna produce un escalar igual a cero $\dot{\gamma}^T C(\gamma) \dot{\gamma} = 0$.

Por lo tanto la derivada temporal de la función de energía 3.47 queda de la siguiente manera:

$$\dot{V}(\tilde{\gamma}, \dot{\gamma}) = -\dot{\gamma}^T K_v \tanh(\lambda \dot{\gamma}) \leq 0, \quad (3.52)$$

por lo cual cumple con el teorema de estabilidad de Lyapunov, esto demuestra la estabilidad del punto de equilibrio. La estabilidad asintótica global se obtiene aplicando el teorema de LaSalle, como se realizó al principio del capítulo.

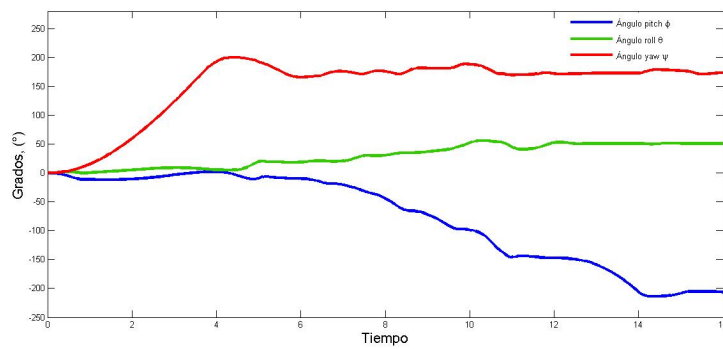
3.4.1. Simulaciones del control basado en la función tangente hiperbólica

Para comprobar la estrategia de control acotado basado en la función tangente hiperbólica se han realizado simulaciones en diferentes condiciones de vuelo como se realizó con la función signo. La figura 3.11, 3.12 y 3.13 muestran la evolución de la posición angular, velocidad angular, pares de control y voltajes PWMs suministrados en los cuatro rotores en modo de vuelo manual, estacionario y perturbado debido al viento respectivamente. La figura 3.11 muestra los resultados de de la ley de control tangente hiperbólica en modo de vuelo manual, la 3.11 (a) muestra la evolución de los ángulos $\eta(t) = [\phi \ \theta \ \psi]$, partiendo de condiciones iniciales iguales a cero, con una posición angular deseada $\eta_d = [\phi_d \ \theta_d \ \psi_d] = [-206 \ 51 \ 173]$. Se han propuesto posiciones alejadas del punto de equilibrio debido a que la ley de control lo permite. Se puede observar que la estabilización se logra a los 14 segundos aproximadamente teniendo una respuesta suave. Esto se puede interpretar como una respuesta lenta con respecto al control signo, sin embargo, las condiciones iniciales están muy alejadas del punto de equilibrio, esto naturalmente toma más tiempo en estabilizar al sistema. La figura 3.11 (b) muestra la evolución de las velocidades angulares $\omega = [p \ q \ r]$. La figura 3.11 (c) muestra los pares de control suministrados al sistema, al ser una función acotada estas señales de control se mantienen en $\pm 2.3N$. La figura 3.11 (d) muestra la magnitud de la señal PWM de cada motor.

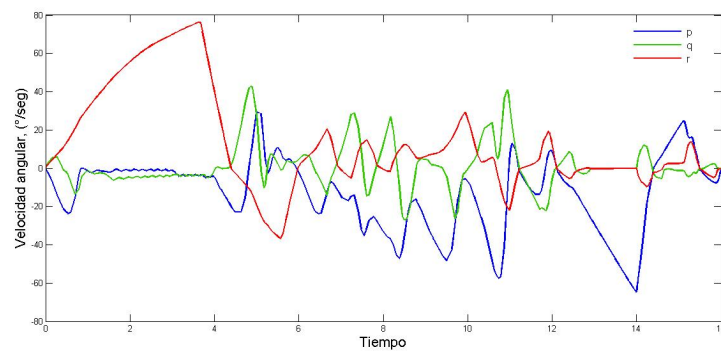
La figura 3.12 muestra el resultado de la ley de control tangente hiperbólica en modo de vuelo estacionario. Se ha reproducido el mismo escenario que el control signo para poder comparar las dos leyes de control. La figura 3.12 (a) muestra la evolución de los posición angular, partiendo de las mismas condiciones iniciales que el control signo $\eta_0 = [\phi_0 \ \theta_0 \ \psi_0] = [-57 \ 41 \ 26]$. Como resultado tenemos una respuesta mas rápida y suave, llegando a estabilizar al sistema a los 4 segundos aproximadamente, con un valor de par máximo de $1N$ como se muestra en 3.12(c). Cabe mencionar que una vez estabilizado el sistema los pares de control se mantienen constantes y sin oscilaciones, contrario de lo que habíamos analizado con el control signo, los cuales se mantienen oscilando.

La figura 3.13 muestra los resultados de la ley de control tangente hiperbólica en modo de vuelo perturbado debido al viento. El escenario es una replica del mismo control en modo de vuelo manual, esto con la finalidad de comparar la robustez del control tangente hiperbólico frente a perturbaciones. Los valores máximos permisibles por la ley de control fueron de $A_T = [A_p \ A_q \ A_r] = [0.6 \ 0.6 \ 0.6] Nm$. Como lo hemos analizado anteriormente la perturbación debida al viento hace que la ley de control demande mayor par produciendo una respuesta con mayor sobre impulso en la posición angular como se muestra en la figura 3.13 (a). Con el paso del tiempo el sistema se logra estabilizar en aproximadamente 16 segundos, 2 segundos más que cuando no se tenían perturbaciones. Debido al aumento del sobre impulso en la posición angular, los pares de control llegan al

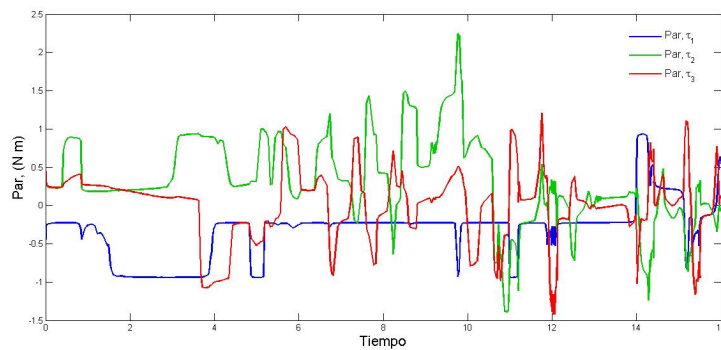
máximo límite permisible en los motores $2.3N$ como se muestra en la figura 3.13 (c) particularmente en los pares τ_2 y τ_3 . Con una mayor perturbación el sistema se desestabiliza comenzando a divergir de la orientación deseada η_d .



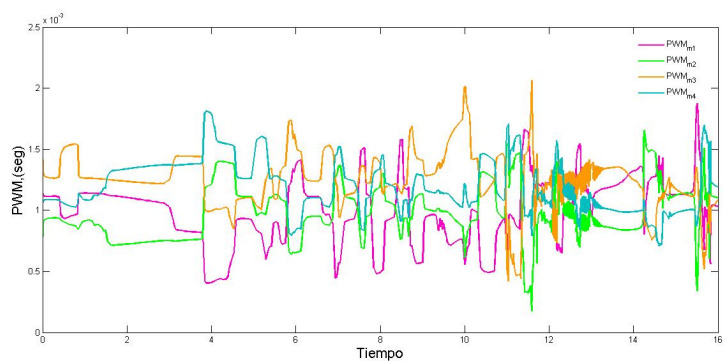
(a) Evolución temporal de la posición angular η .



(b) Evolución temporal de la velocidad angular ω .

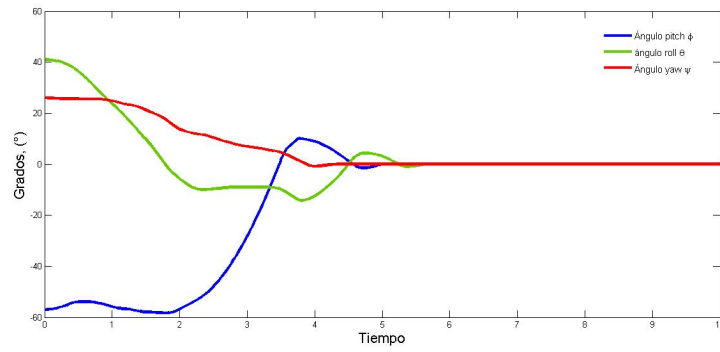


(c) Evolución temporal de los pares τ .

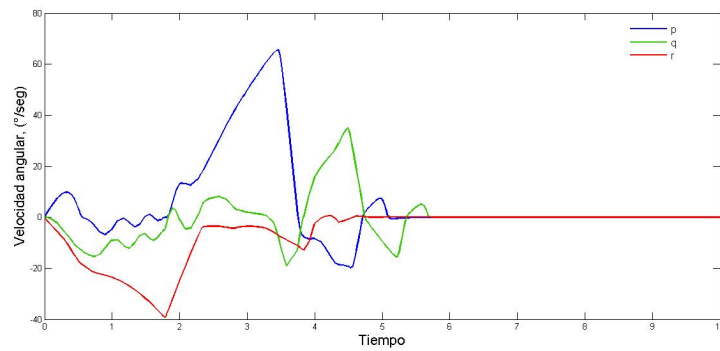


(d) Evolución temporal del voltaje PWM en cada rotor.

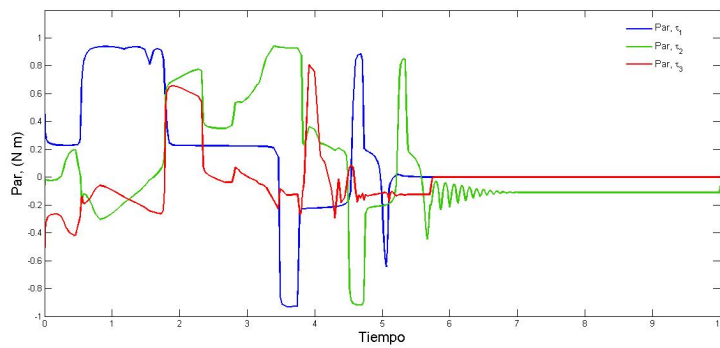
Figura 3.11. Estrategia de control tangente hiperbólica en modo de vuelo manual.



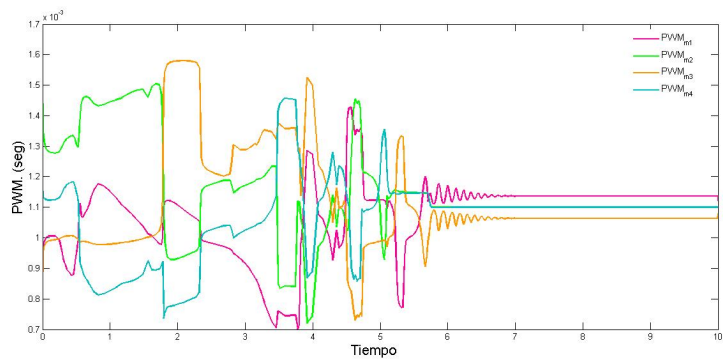
(a) Evolución temporal de la posición angular η .



(b) Evolución temporal de la velocidad angular ω .

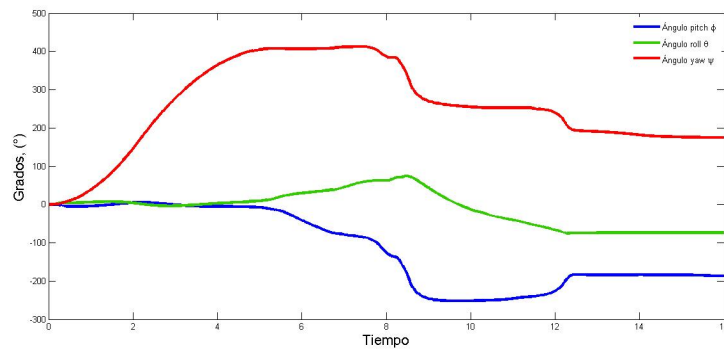


(c) Evolución temporal de los pares τ .

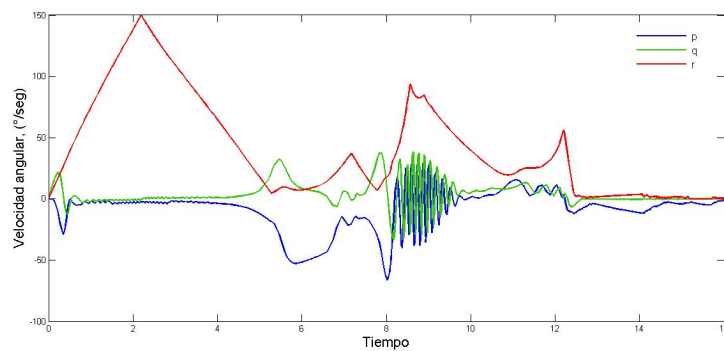


(d) Evolución temporal del voltaje PWM en cada rotor.

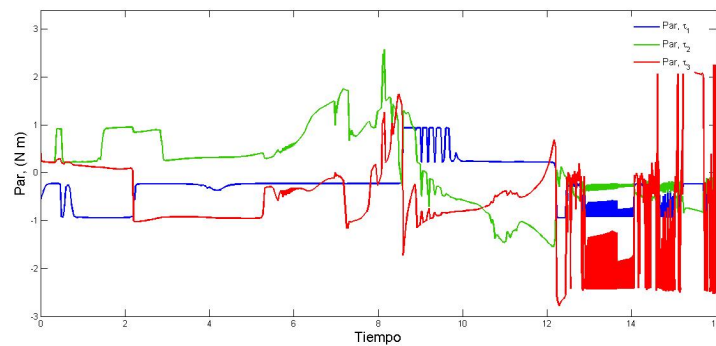
Figura 3.12. Estrategia de control tangente hiperbólica en modo de vuelo estacionario.



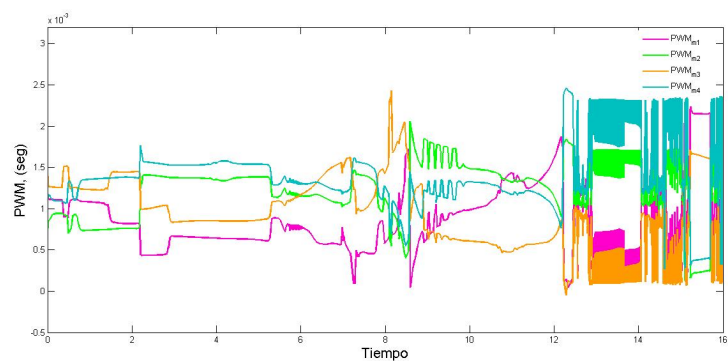
(a) Evolución temporal de la posición angular η .



(b) Evolución temporal de la velocidad angular ω .



(c) Evolución temporal de los pares τ .



(d) Evolución temporal del voltaje PWM en cada rotor.

Figura 3.13. Estrategia de control tangente hiperbólica en modo de vuelo perturbado debido al viento.

3.5. Control acotado basado en la función arco tangente

La función arco tangente es la inversa de la función tangente y esta definida como:

$$\arctan(x) = \int_0^x \frac{dt}{1+t^2} \quad (3.53)$$

La figura 3.14 muestra la gráfica de la función arco tangente, la cual se encuentra acotada entre los valores $-\frac{\pi}{2}$ y $\frac{\pi}{2}$.

Algunas propiedades de la función arco tangente se listan a continuación:

- Es una función estrictamente creciente.
- Es una función impar $\arctg(-x) = -\arctg(x)$
- $\arctg(0) = 0$.
- Tiene por asíntota $\frac{\pi}{2}$ en el infinito positivo, y por asíntota $-\frac{\pi}{2}$ en el infinito negativo:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \arctg(x) = \pm \frac{\pi}{2}$$

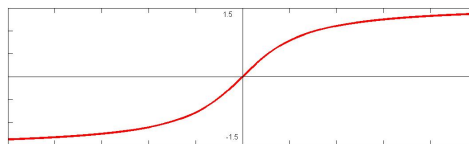


Figura 3.14. Función arco tangente.

Considere la siguiente ley de control dada por:

$$\tau_a = k_p \arctg(\Lambda \tilde{\gamma}) - k_v \arctg(\lambda \dot{\gamma}) \quad (3.54)$$

donde $\arctg(\Lambda \tilde{\gamma})$ y $\arctg(\lambda \dot{\gamma})$ son dos vectores definidos como:

$$\arctg(\Lambda \tilde{\gamma}) = \begin{bmatrix} \arctg(\Lambda_1 \tilde{\gamma}_1) \\ \arctg(\Lambda_2 \tilde{\gamma}_2) \\ \arctg(\Lambda_3 \tilde{\gamma}_3) \end{bmatrix}; \arctg(\lambda \dot{\gamma}) = \begin{bmatrix} \arctg(\lambda_1 \dot{\gamma}_1) \\ \arctg(\lambda_2 \dot{\gamma}_2) \\ \arctg(\lambda_3 \dot{\gamma}_3) \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

donde Λ y λ son ganancias que representan la pendiente de la función arco tangente. La ecuación en lazo cerrado formada por el modelo del sistema de rotación y el control arco

tangente expresada en términos de las variables de estado $[\tilde{\gamma}^T \quad \dot{\gamma}^T]^T$ queda de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\gamma} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\gamma} \\ J^{-1}[K_p \arctg(\Lambda \tilde{\gamma}) - K_v \arctg(\lambda \dot{\gamma})] - C(\gamma) \dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Se procede de la misma manera que en la sección 3.1. para demostrar que el punto de equilibrio $[0^T \quad 0^T]^T$ es global y único.

Considere la siguiente función de Lyapunov:

$$V(\tilde{\gamma}, \dot{\gamma}) = \frac{1}{2} \dot{\gamma}^T J \dot{\gamma} + \sqrt{\tilde{\gamma} \arctg(\Lambda \tilde{\gamma}) - \frac{1}{2} \ln(1 + \tilde{\gamma}^2)}^T k_p \Lambda^{-1} \sqrt{\tilde{\gamma} \arctg(\Lambda \tilde{\gamma}) - \frac{1}{2} \ln(1 + \tilde{\gamma}^2)}, \quad (3.57)$$

el primer termino es una función definida positiva cuadrática debido a que la matriz J es definida positiva, al igual que el segundo termino k_p es una matriz definida positiva. La derivada temporal de la función de energía queda de la siguiente manera:

$$\dot{V}(\tilde{\gamma}, \dot{\gamma}) = \dot{\gamma}^T J \ddot{\gamma} - \arctg(\Lambda \tilde{\gamma})^T K_p \dot{\gamma} \quad (3.58)$$

$$\dot{V}(\tilde{\gamma}, \dot{\gamma}) = -\dot{\gamma}^T K_v \operatorname{arctg}(\lambda \dot{\gamma}) \leq 0 \quad (3.59)$$

donde $U_a(k_p, \tilde{\gamma}) = \sqrt{\tilde{\gamma} \arctg(\Lambda \tilde{\gamma}) - \frac{1}{2} \ln(1 + \tilde{\gamma}^2)}^T k_p \Lambda^{-1} \sqrt{\tilde{\gamma} \arctg(\Lambda \tilde{\gamma}) - \frac{1}{2} \ln(1 + \tilde{\gamma}^2)}$. La estabilidad asintótica global se obtiene aplicando el teorema de LaSalle, como se realizó en la sección anterior.

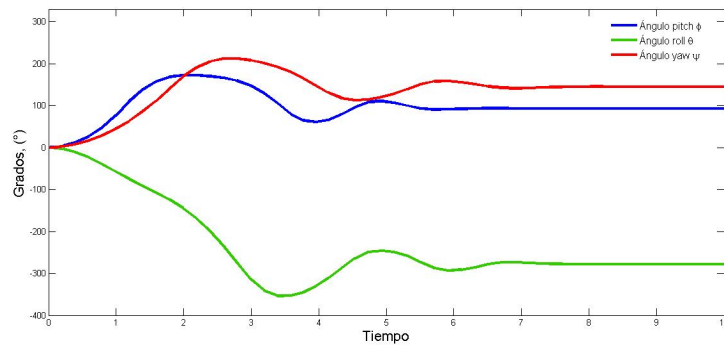
3.5.1. Simulaciones del control basado en la función arco tangente

Los resultados de la simulación de la ley de control basada en la función arco tangente se presentan a continuación. Se ha procedido de la misma manera que las demás leyes de control, en distintos modos de vuelo. La figura 3.15, 3.15 y 3.17 muestran la evolución de la posición angular, velocidad angular, pares de control y las señales de voltajes PWM en las distintas condiciones de vuelo. El empuje propuesto fue de $\Gamma = 16N$ para mantener a la aeronave en el aire que pueda realizar los movimientos de orientación deseados. La figura 3.15 muestra los resultados de la ley de control en modo de vuelo manual. En la figura 3.15 (a) se muestra la evolución de los ángulos $\eta(t) = [\phi \quad \theta \quad \psi]$, partiendo de condiciones iniciales iguales a cero, con la siguiente posición angular deseada $\eta_d = [\phi_d \quad \theta_d \quad \psi_d] = [93 \quad -278 \quad 145]$. Como resultado tenemos una estabilización del sistema en 6 segundos aproximadamente, obteniendo la respuesta más rápida de las tres leyes

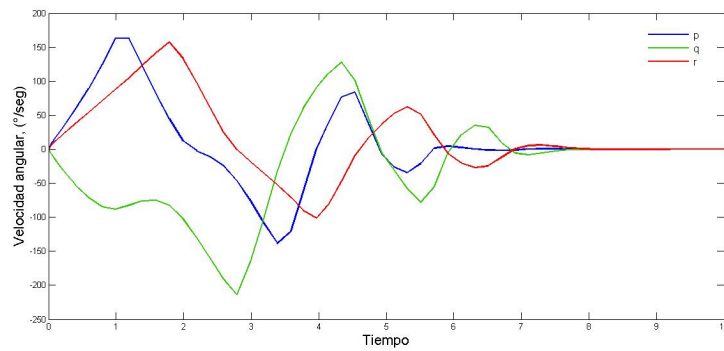
de control propuesta. Los pares de control se mantienen en $2N$ y al igual que el control tangente hiperbólica los pares se mantienen estables una vez estabilizado el sistema como se muestra en la figura 3.15 (c). La magnitud de las señales PWM se mantienen entre 0.00165 y 0.00169 generando un empuje aproximado entre $3.92N$ y $4.76N$, ver figura 3.15 (d).

La figura 3.16 muestra el resultado de la ley de control arco tangente en modo de vuelo estacionario. Como se ha realizado a lo largo de las secciones previas se ha reproducido el mismo escenario para las tres leyes de control con el fin de comparar su efectividad. La figura 3.16(a) muestra la evolución de los posición angular, partiendo de las condiciones iniciales $\eta_0 = [\phi_0 \ \theta_0 \ \psi_0] = [-57 \ 41 \ 26]$. Como resultado tenemos una respuesta muy rápida y suave, llegando a estabilizar al sistema en menos de 3 segundos.

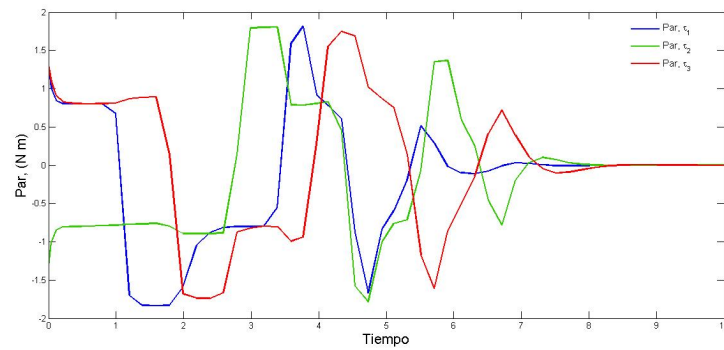
La figura 3.17 muestra los resultados de la ley de control arco tangente en modo de vuelo perturbado debido al viento. Como se ha estado procediendo a lo largo de esta investigación, se reproducirán las mismas condiciones que se propusieron en vuelo manual con la finalidad de evidenciar la robustez de la ley de control arco tangente. Los valores máximos permisibles en esta ley de control fueron de $A_T = [A_p \ A_q \ A_r] = [0.6 \ 0.6 \ 0.6] Nm$. La ley de control presenta buena robustez frente a perturbaciones debidas al viento, como se muestra en la figura 3.17 (a) el sistema se estabilizó a los 8 segundos aproximadamente, 2 segundos más que cuando no se tenía al sistema perturbado. Los pares de control se mantuvieron acotados por debajo de $\pm 2N$ como se muestra en la figura 3.17 (c).



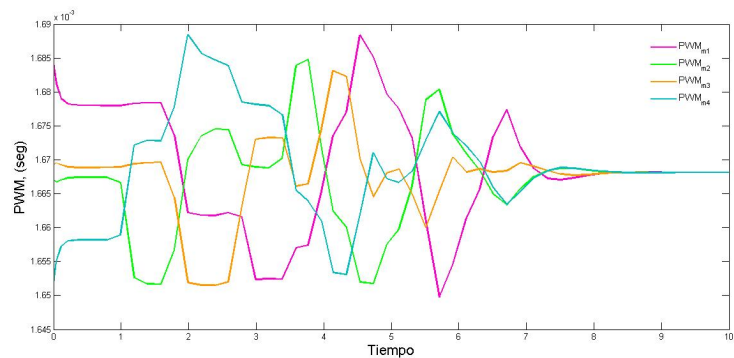
(a) Evolución temporal de la posición angular η .



(b) Evolución temporal de la velocidad angular ω .

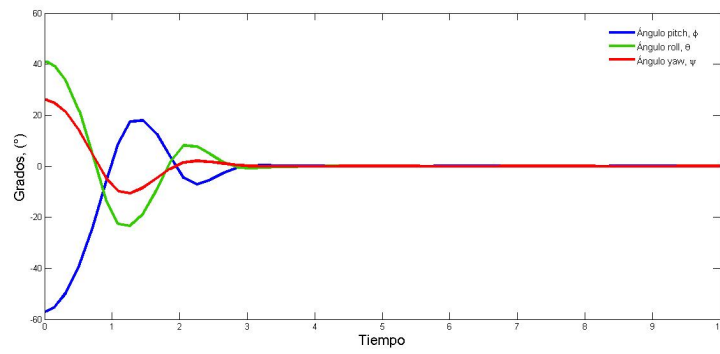


(c) Evolución temporal de los pares τ .

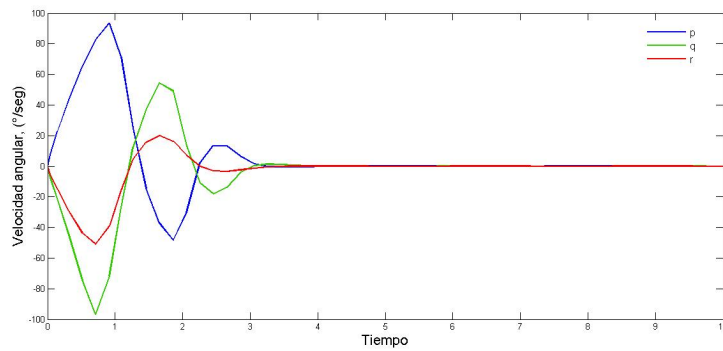


(d) Evolución temporal del voltaje PWM en cada rotor.

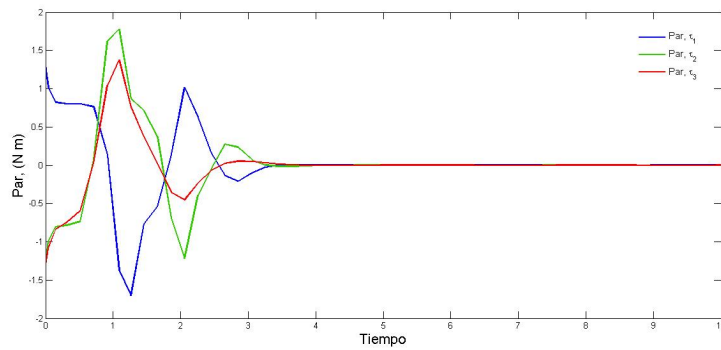
Figura 3.15. Estrategia de control arco tangente en modo de vuelo manual.



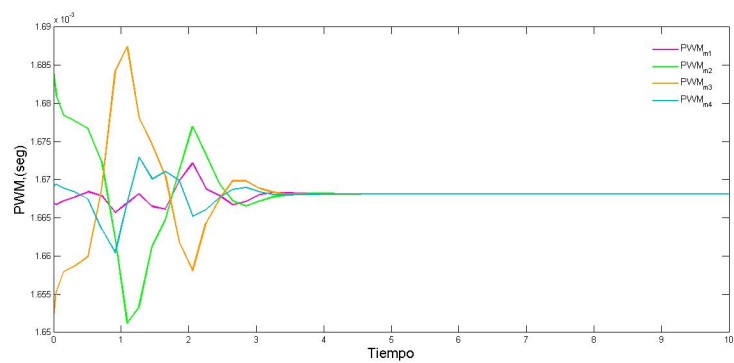
(a) Evolución temporal de la posición angular η .



(b) Evolución temporal de la velocidad angular ω .

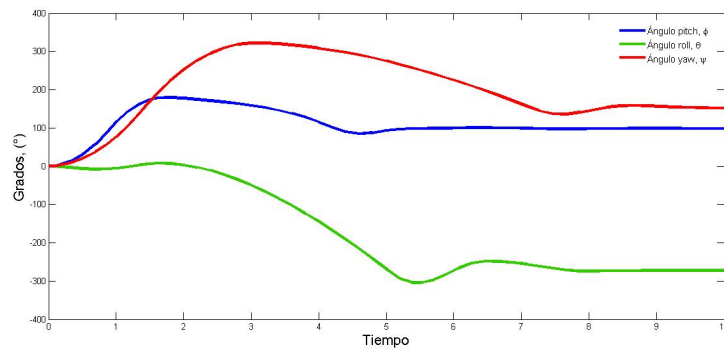


(c) Evolución temporal de los pares τ .

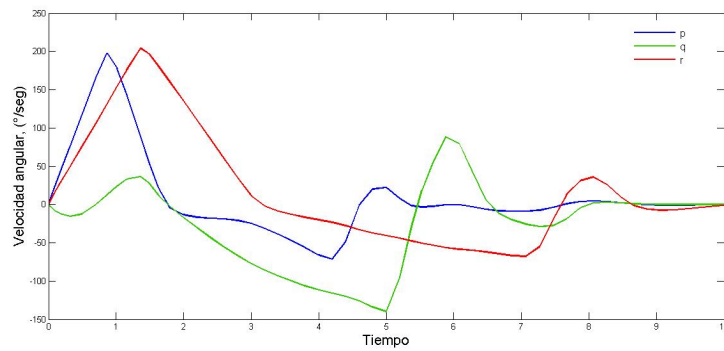


(d) Evolución temporal del voltaje PWM en cada rotor.

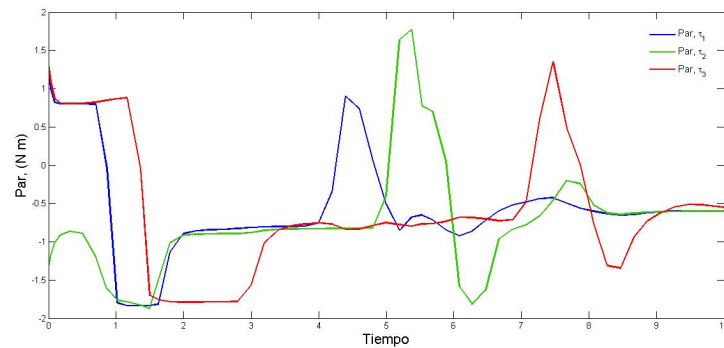
Figura 3.16. Estrategia de control arco tangente en modo de vuelo estacionario.



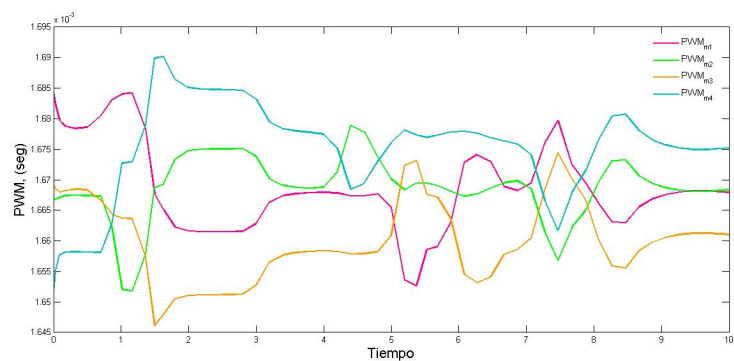
(a) Evolución temporal de la posición angular η .



(b) Evolución temporal de la velocidad angular ω .



(c) Evolución temporal de los pares τ .



(d) Evolución temporal del voltaje PWM en cada rotor.

Figura 3.17. Estrategia de control arco tangente en modo de vuelo perturbado debido al viento.

3.6. Control de la altura de la aeronave.

Para estabilizar la altura de la aeronave se ha utilizado la estrategia de control basada en la retroalimentación no lineal del vector de estado. Esta técnica corresponde a una transformación dependiente de los estados que permite eliminar las no linealidades presentes en el sistema.

Las ecuaciones que describen el movimiento de traslación de la aeronave en el eje z_b se muestra en la ecuación (3.60):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{z} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{z} \\ -g + \frac{(c_\theta s_\phi)\Gamma}{m} + \frac{A_z}{m} \end{bmatrix}, \quad (3.60)$$

donde \tilde{z} representa el error de posición definido como: $z_d - z$, y \dot{z} representa la velocidad lineal en el eje z . Este sistema exhibe no linealidades en la ecuación donde aparece la variable de control Γ , por lo que podemos eliminar estas no linealidades mediante una especificación apropiada de la variable de control, considere la siguiente ley de control:

$$\Gamma = m \frac{r_1 + g - \frac{A_z}{m}}{c_\theta s_\phi}, \quad (3.61)$$

la ecuación en lazo cerrado generada por la ecuación (3.60) con la ley de control (3.61) produce un sistema completamente lineal como se muestra en (3.62),

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{z} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{z} \\ r_1 \end{bmatrix}, \quad (3.62)$$

donde r_1 es una entrada auxiliar la cual nos permitirá ubicar los polos del sistema en lazo cerrado en el plano complejo y se encuentra definida acorde a la ecuación (3.63),

$$r_1 = k_1(z_d - z) - k_2\dot{z}, \quad (3.63)$$

las constantes k_1 y k_2 se han definido como:

$$k_1 = w_n^2$$

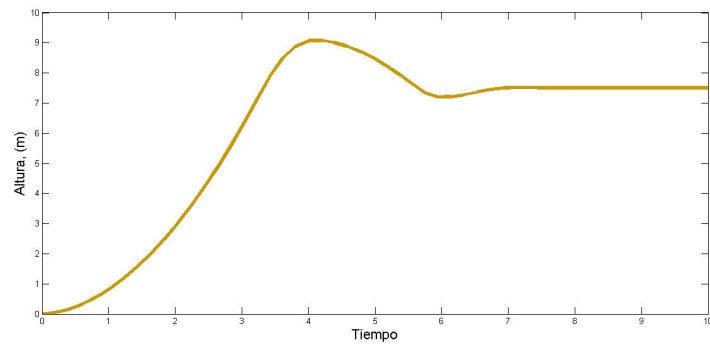
$$k_2 = -2\zeta w_n$$

Recordemos que ζ es conocido como la relación de amortiguamiento y w_n es la frecuencia natural no amortiguada correspondiente al par de polos complejos conjugados. Las ecuaciones se pueden reescribir como se muestra a continuación,

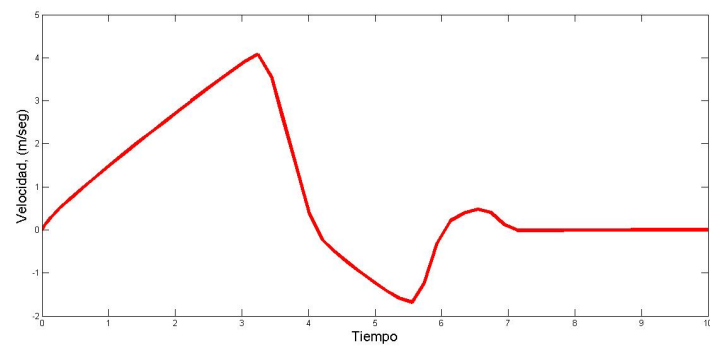
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{z} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{z} \\ -2\zeta w_n \dot{z} + w_n^2 \tilde{z} \end{bmatrix}. \quad (3.64)$$

Es evidente el sistema es lineal y estable, sin embargo, la ley de control presenta

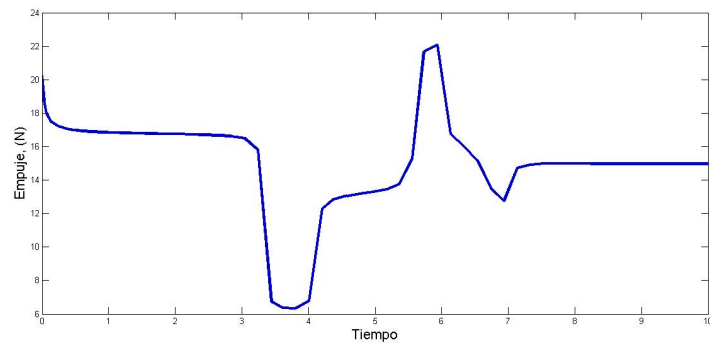
una singularidad en $c_{\theta}s_{\phi} = 0$, esto indefiniría la acción de control cuando las trayectorias del sistema se acercan a tales restricciones. La figura 3.18 muestra las gráficas obtenidas mediante la técnica de realimentación de estados. En la figura 3.18 (a) muestra la altura recorrida por la aeronave conforme el tiempo evoluciona. La aeronave recorre 7.5 metros en 6 segundos, la fuerza de empuje suministrado por los cuatro rotores se muestra en la figura 3.18 (c). Esta señal de control no se encuentra acotada, es decir que para condiciones alejadas del punto de equilibrio la ley de control suministrará una excesiva señal de control para tratar de compensar el error.



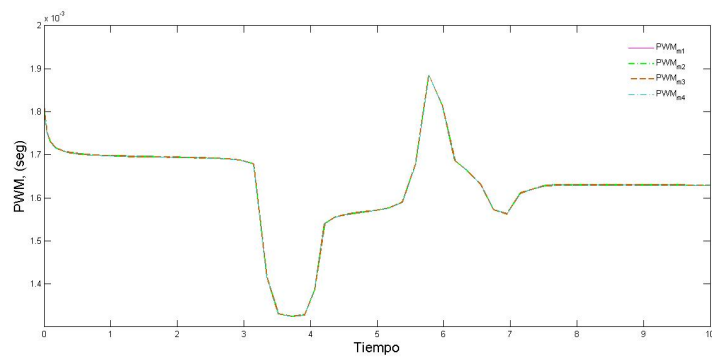
(a) Evolución de la altura recorrida por la aeronave $z(t)$.



(b) Evolución de la velocidad lineal $\dot{z}(t)$.



(c) Evolución temporal de la fuerza de sustentación de la aeronave, Γ .



(d) Evolución de los voltajes PWM.

Figura 3.18. Control de la altitud mediante retroalimentación de estados.

En este capítulo se mostró la efectividad de la metodología diseñada con el diseño de tres leyes de control acotadas en diferentes condiciones de vuelo.

Capítulo 4

Diseño del sistema embebido

Los sistemas embebidos han tenido un gran desarrollo tecnológico en los últimos años. Estos sistemas cuentan con procesadores, memorias y periféricos dedicados para realizar una tarea en específica o formar parte de un sistema más grande y complejo. Las FPGAs (del inglés Field Programable Gate Array) han ganado terreno en los sistemas embebidos por su alta flexibilidad, posibilidad de reprogramación tanto en hardware como en software, esto ha traído como consecuencia la reducción de costos y la facilidad de diseñar sistemas más rápidos que incursionen en el mercado. Este capítulo se enfoca al diseño de un sistema embebido basado en el procesador Microblaze de la compañía Xilinx para controlar la orientación de un mini helicóptero con cuatro rotores. Para desarrollar este sistema embebido, se diseñaron módulos en hardware distribuidos en forma de propiedad intelectual (IP-Core, por sus siglas en inglés) en lenguaje de descripción de hardware VHDL. Se han diseñado dos módulos IP-Cores, el primero permite controlar los motores BLDCM por medio de una señal de salida PWM de 32 bits, el segundo modulo IP-Core permite la lectura de una señal PWM enviada desde el radio control para posicionar a la aeronave en la orientación deseada. Una vez diseñados los módulos IP-Cores, se esta en la disposición de crear la plataforma en hardware con la que contará el sistema embebido. La compañía Xilinx proporciona varias herramientas, por ejemplo la versión ISE Embedded Edition 13.2 contiene los sistemas de desarrollo ISE (del inglés Integrated Software Environment) y el EDK (del inglés Embedded Development Kit) ambos útil para el desarrollo del sistema embebido. El EDK se ha utilizado crear la plataforma en hardware incluyendo el procesador MicroBlaze, IP-Cores propios de la librería de Xilinx e incluyendo los IP-Cores diseñados. Una vez finalizada la plataforma en hardware se han diseñado aplicaciones en software para verificar el funcionamiento de los IP-Cores con el procesador MicroBlaze.

4.1. Sistemas digitales

En el pasado la principal aplicación de los sistemas en hardware eran los sistemas computacionales, sin embargo, a medida que el chip se hizo más pequeño, rápido, barato y capaz muchos de los sistemas electrónicos, control, comunicaciones e incluso mecánicos fueron digitalizados internamente usando circuitos digitales para almacenar, procesar y transmitir información [33].

En la actualidad se cuenta con diferentes tecnologías para fabricar un circuito digital hecho a la medida. Estos circuitos se pueden clasificar en dos grandes ramas en base a la tecnología de fabricación: los circuitos integrados de aplicación específica (ASIC, Application Specific Integrated Circuit por sus siglas en inglés), estos circuitos requieren una fábrica de semiconductores para su fabricación, y los circuitos integrados que no requieren una planta para su fabricación, generalmente llamados non-ASIC, los cuales integran sus aplicaciones mediante lógica programable, la cual permite independizar el proceso de fabricación de diseño. La figura 4.1 muestra un diagrama para la clasificación de estas tecnologías de fabricación.

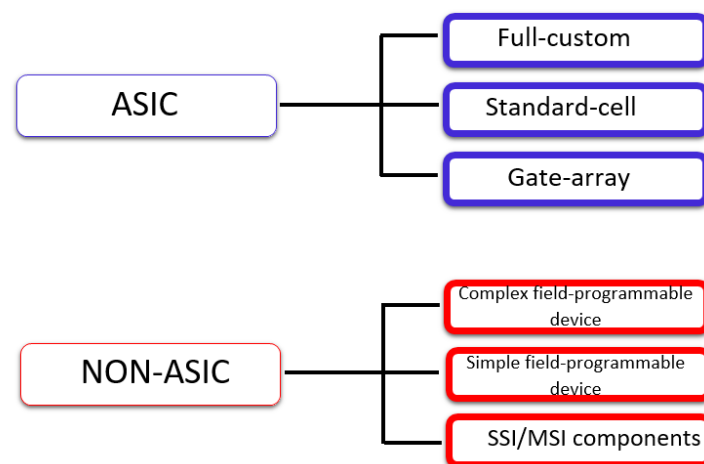


Figura 4.1. Tecnologías de fabricación de circuitos integrados.

A continuación se describen las características de cada tecnología de fabricación:

- Diseño totalmente a la medida (Full-custom).

En esta tecnología todos los aspectos del circuito digital son personalizados. Se tiene un control completo del diseño para satisfacer área y potencia requerida con el mejor desempeño posible, sin embargo el costo de fabricación es muy alto debido a que requieren un gran volumen de producción.

- Celdas estándares (Standard-cell).

En esta tecnología un circuito es construido usando componentes lógicos predefinidos llamados celdas básicas. Simplifica el proceso de diseño al permitir trabajar con estas

celdas en lugar de trabajar a nivel transistor. El fabricante de dispositivos provee una librería de bloques básicos, por lo general componentes combinatoriales como sumadores, elementos de memoria, multiplexores, etc.

- Matrices de compuertas (Gate array)

En esta tecnología un circuito es construido usando celdas predefinidas llamadas celda base. Estas celdas base están alineadas y colocadas en posiciones fijas pre-determinadas por el fabricante. La personalización del circuito se realiza usando un patrón de interconexión entre celdas. Comparado con la tecnología anterior el proceso de diseño es mas simple debido a las estructuras de arreglos fijos.

- Dispositivo complejo programable en campo (Complex field-programmable device).

Este circuito digital se construye a partir de arreglos de celdas y estructuras de interconexión programables por el diseñador. Esta tecnología se puede dividir en dos categorías: Dispositivos Lógicos Programables Complejos (CPLD, complex programmable devices por sus siglas en inglés) y Arreglos de Compuertas Programables en Campo (FPGAs, Simple field-programmable device por sus siglas en inglés).

- Dispositivo simple programable en campo (Simple field-programmable device). Son dispositivos programables con una estructura interna simple, comúnmente llamados dispositivos lógicos programables (PLDs, Programmable Logic Devices por sus siglas en inglés).

- Circuitos de pequeña y mediana escala de integración (SSI/MSI components) Antes de emerger los dispositivos programables, la única alternativa a los dispositivos ASIC eran los circuitos prefabricados SSI/MSI. Estos componentes todavía en uso son pequeños y cuentan con funcionalidades limitadas.

Cada tecnología tiene sus ventajas y desventajas, y la elección depende de las necesidades de cada aplicación, factores como área, velocidad, potencia y costo se deben de tomar en cuenta antes de elegir la tecnología de fabricación mas adecuada [35].

4.2. Arreglos de compuertas programables en campo FPGAs

En los últimos años los dispositivos complejos programables en campo, particularmente los dispositivos FPGAs se han convertido en una alternativa real a los ASICs, debido a la reducción de costos, tiempo de diseño y su flexibilidad para implementar diferentes funciones usando el mismo dispositivo. Los dispositivos FPGAs se basan principalmente en

arreglos de compuertas y dentro de sus arquitectura contienen tres elementos configurables :

- Bloques lógicos configurables.
- Bloques de entrada y salida .
- Canales de comunicación.

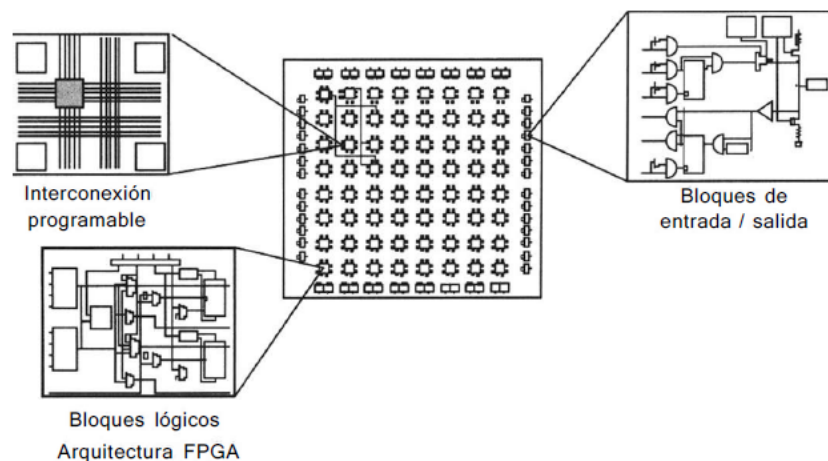


Figura 4.2. Arquitectura de un FPGA comercial [[34]].

La figura 4.2 muestra a detalle la configuración interna de cada uno de los componentes principales. Internamente los bloques lógicos configurables están alambrados por los canales de comunicación y el flujo de datos es llevado por los bloques de entrada y salida a las terminales del FPGA [34]. En la actualidad los FPGAs integran además de la lógica programable, nuevos componentes en hardware distribuido en forma de propiedad intelectual (IP-Cores del termino en inglés) como procesadores, periféricos , y mecanismos de comunicación a alta velocidad con elementos externos.

Los procesadores que se pueden integrar a un FPGA están clasificados en dos categorías:

- Procesadores suaves (Soft-Core del termino en inglés): son procesadores completamente descritos en un lenguaje de descripción de hardware como VHDL o Verilog orientados a ser integrados dentro de un diseño con FPGA. Los principales fabricantes de dispositivos lógicos programables tienen su propio procesador suave comercial especialmente diseñado y optimizado para funcionar en sus propias FPGAs. Por ejemplo, tenemos el Picoblaze y Microblaze de Xilinx, el Nios II de Altera, el LatticeMico32 de Lattice y el PowerPC440 de IBM.

- Procesadores duros (Hard-Core del termino en inglés) son procesadores dedicados e incrustados físicamente en el silicio, los cuales tienen una arquitectura fija que no se puede modificar o alterar. La compañía Xilinx junto con IBM pone a disposición la arquitectura del procesador PowerPC440 para aplicaciones embebidas en la serie FPGA Virtex 5 y 6.

4.2.1. Procesador MicroBlaze

El MicroBlaze es un procesador suave creado por Xilinx para sus FPGAs Spartan y Virtex. El procesador MicroBlaze tiene un limitado número de instrucciones (RISC, Reduced Instruction Set Computer por sus siglas en inglés), con un total de 87 instrucciones las cuales la mayoría son ejecutadas en un ciclo de reloj, estas instrucciones están diseñadas para manejar las funciones de bifurcaciones, aritméticas, lógicas, carga, almacenamiento y funciones especiales [40]. Para instrucciones que requieran de un procesamiento mayor, se tendrán que realizar con un hardware específico utilizando los recursos restantes de la FPGA.

El núcleo de MicroBlaze sigue el modelo de arquitectura Harvard, donde datos e instrucciones son almacenados en memorias diferentes. Se utilizan diferentes buses para conectar elementos como: periféricos, memorias e interfaces de comunicación.

La figura 4.3 muestra la arquitectura interna del procesador MicroBlaze.

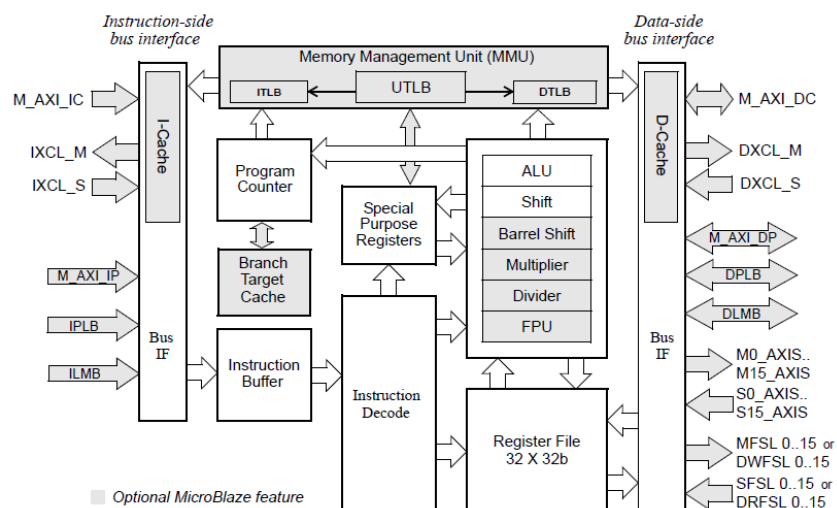


Figura 4.3. Diagrama a bloques del procesador MicroBlaze [40].

A continuación se resumen las características más importantes de este procesador:

- Instrucciones de 32 bits, con 3 operandos y 2 modos de direccionamiento.
- 32 registros de propósito general, cada uno de 32 bits.

- Bus de direcciones de 32 bits.

- Cuenta con 3 buses disponibles para conectar distintos tipos de periféricos.

- Hardware multiplicador.

- Unidad de punto flotante.

Aún siendo un soft-processor el usuario no tiene acceso al código en VHDL del circuito, por lo que solo se puede analizar a partir de la documentación brindada por el fabricante y de los resultados experimentales.

4.3. Diseño de circuitos síncrono

Un circuito síncrono usa elementos de memoria (flip-flops, registros) los cuales son controlados por una señal global de reloj. El diseño síncrono es la metodología más importante usada para diseñar y desarrollar sistemas digitales grandes, complejos y confiables [33]. No solo facilita la síntesis, sino que simplifica el proceso de verificación, y el de pruebas. La meta del diseño digital es desarrollar código en hardware eficiente, efectivo y portable. La figura 4.5 muestra el diagrama básico de un circuito síncrono, éste está conformado por tres bloques: el primer bloque llamado lógica del estado siguiente, es un circuito combinatorial que determina su salida gracias a las entradas externas y el estado presente en el registro, el segundo bloque en color rojo comúnmente conocido como registro de estado es un elemento de memoria el cual puede ser una colección de Flip-Flop tipo D o un registro, todos sincronizados por una señal de reloj global. El bloque titulado lógica de salida es otro circuito combinatorial que produce la salida externa del sistema en función del estado presente y las entradas externas, la figura 4.4 muestra este diagrama.

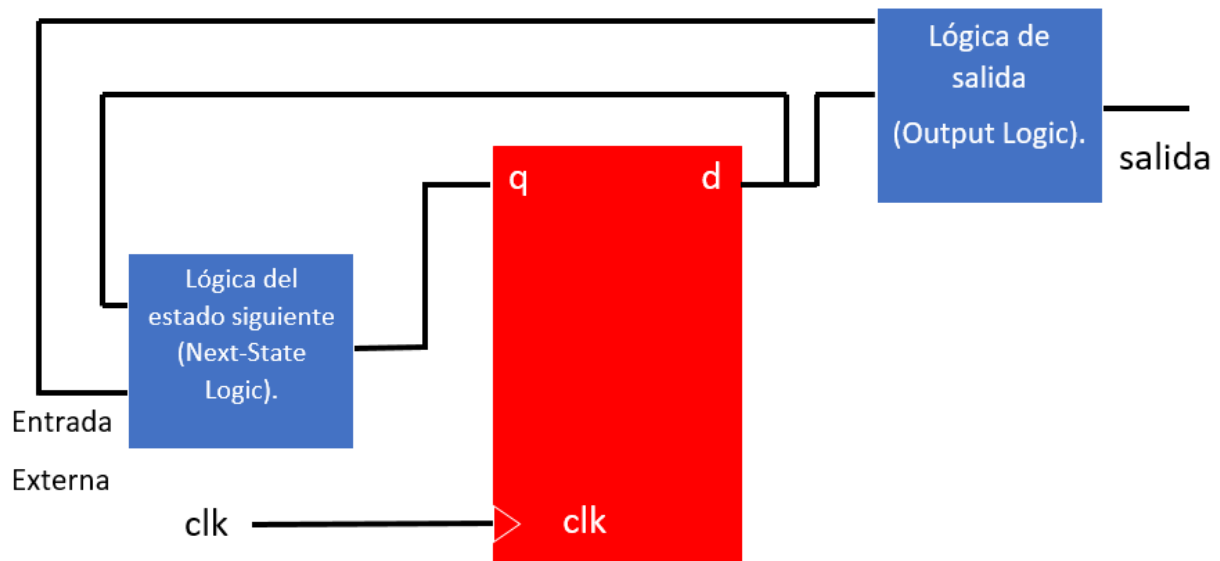


Figura 4.4. Diagrama conceptual de un circuito secuencial síncrono.

El circuito mostrado opera como sigue:

- En el flanco positivo del reloj, el valor de la señal del estado siguiente es muestreada por el elemento de memoria para convertirse en el nuevo valor del registro de estado. Este valor se mantiene inalterado hasta que llega el siguiente flanco de subida.
- El bloque de la lógica de salida calcula el valor de la salida externa. Al mismo tiempo la lógica del estado siguiente calcula el siguiente valor.
- En el siguiente flanco de subida del reloj el nuevo valor del estado siguiente se muestrea y el proceso se repite otra vez.

Los módulos IP-Cores se han diseñado basados en esta metodología, por lo que serán circuitos digitales completamente síncronos.

4.3.1. Diseño del IP-CORE PWM output

Para completar la creación del sistema embebido basado en el procesador MicroBlaze de la compañía Xilinx, se ha diseñado un modulo de salida PWM para poder controlar los motores BLDCM. El modulo de salida PWM se ha diseñado sobre el entorno ISE en lenguaje de descripción de hardware VHDL. Para el diseño de este modulo se han tomado en cuenta los anchos de pulso mínimo y máximo de los motores NTM Prop Drive serie(20-36) 750 KV, a una frecuencia de 100 Hz como se muestra en la figura 4.5.

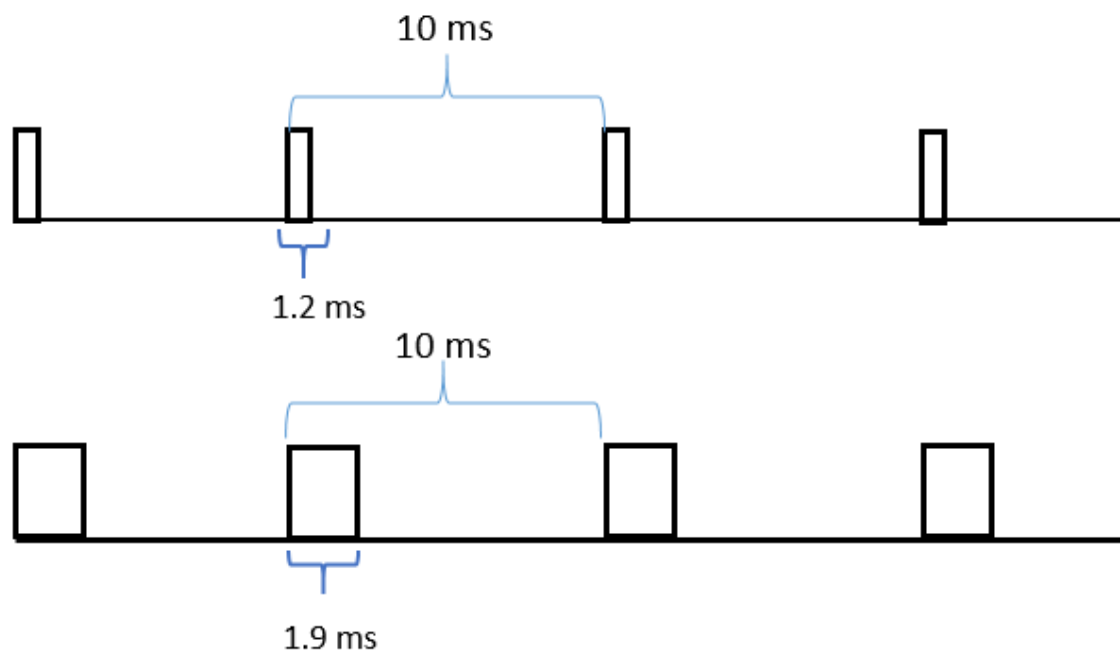
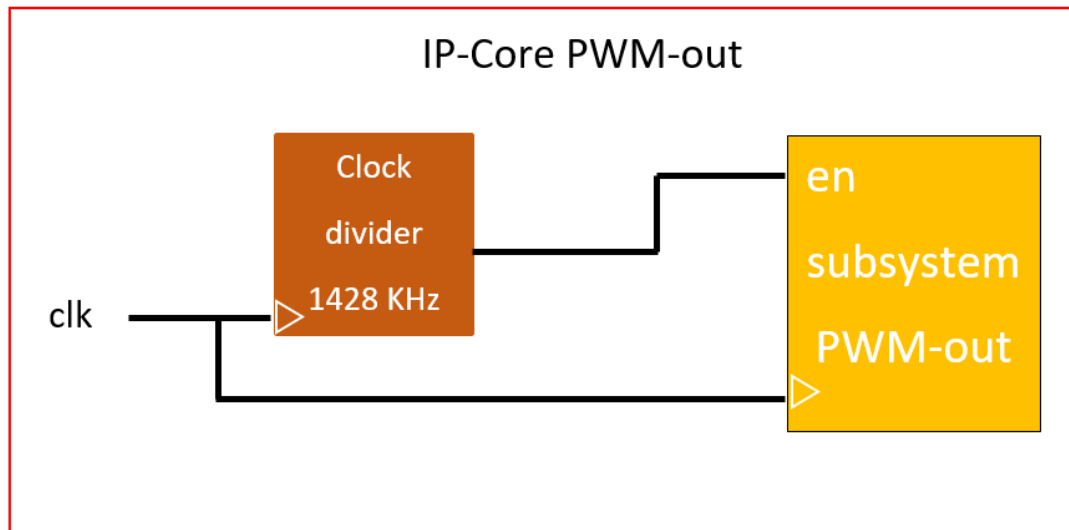


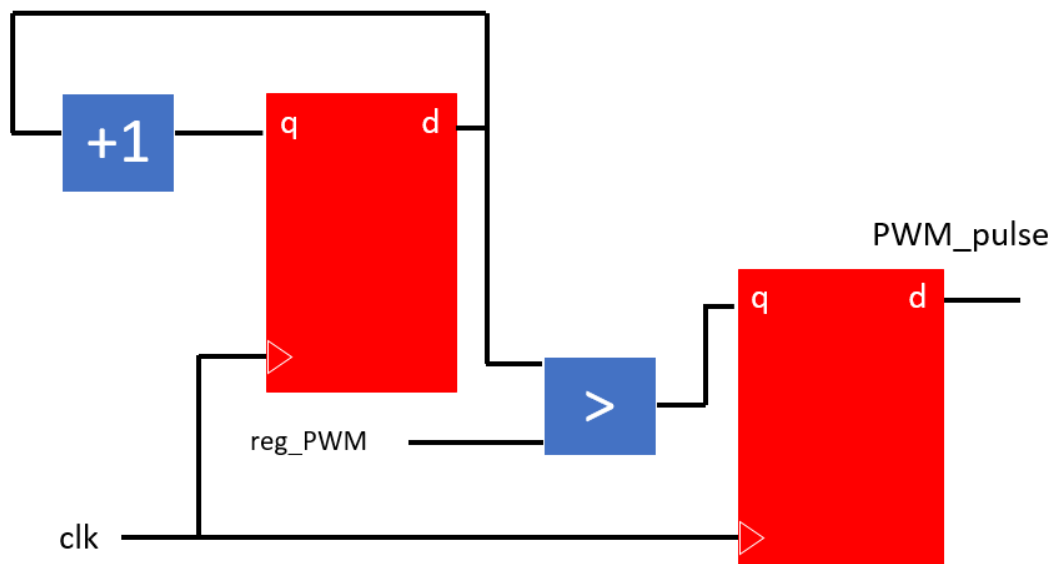
Figura 4.5. Señal PWM admisible en el motor NTM Prop Drive serie(20-36) 750 KV.

El procesador MicroBlaze tienen una frecuencia de 100 Mhz, el IP-Core PWM output es un subsistema mas lento, por lo tanto es necesario realizar un divisor de frecuencia para ajustarla a la frecuencia necesaria por los motores. Un divisor de frecuencia genera una señal de reloj con diferente frecuencia y fase, esto hace que el sistema deje de ser síncrono, por la generación de dos señales de reloj. Otro problema es en el proceso de síntesis, en este punto la señal de reloj usa una distribución especial y es tratada muy diferente de las señales comunes por lo que el añadir otra señal hace al proceso mas difícil. La mejor alternativa para interactuar con subsistemas mas lentos que el procesador es añadir una señal de habilitación síncrona, lo cual hace que los dos sistemas mantengan la misma señal de reloj.

La figura 4.6 (a) muestra el diagrama del modulo PWM de salida el cual se encuentra conformado por dos subsistemas, el divisor de frecuencia con habilitador síncrono y el circuito que genera la señal PWM al que llamaremos IP-Core PWM-out.



(a) Diagrama del módulo PWM de salida diseñado.



(b) Diagrama a bloques del módulo subsystem PWM .

Figura 4.6. Diagrama a bloques del módulo IP-Core PWM-out.

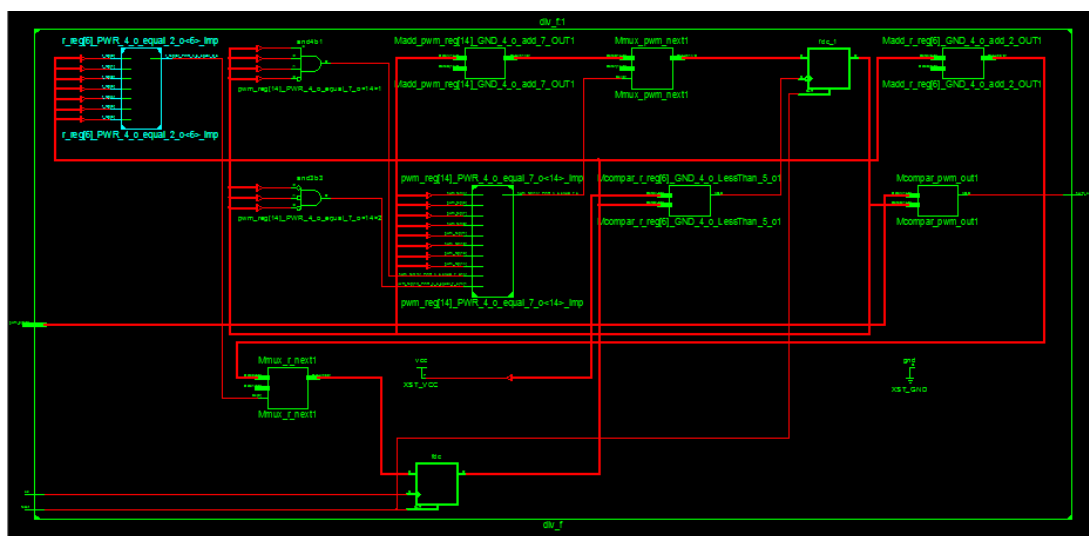
Para el diseño del divisor de frecuencia con habilitador síncrono se ha tomado el rango de operación del motor:

$$rango = PWM_{max} - PWM_{min} = 1.2ms - 1.9ms = 0.7ms \quad (4.1)$$

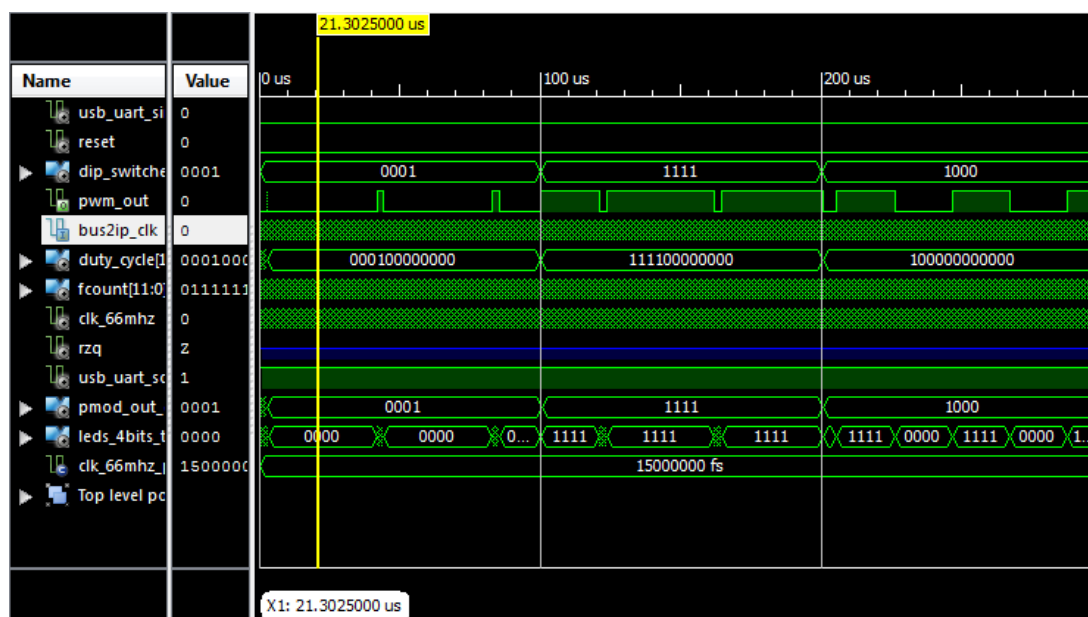
Se propuso una resolución de 1000 posiciones para tener una mejor respuesta, la frecuencia necesaria es:

$$f_{necesaria} = \frac{1000}{0.7ms} = 1428KHz. \quad (4.2)$$

La figura 4.6 (b) muestra el diagrama a bloques del bloque subsystem PWM, ésta contiene la lógica para generar una señal modulada en ancho de pulso. Este modulo esta diseñado para comunicarse con el procesador MicroBlaze a través de un registro al que hemos nombrado reg_PWM, el cual aporta el porcentaje de tiempo que la señal estará en alto. En la lógica del estado siguiente tenemos un contador en uno, que se incrementará cada vez que el estado del sistema sea menor del valor reg_PWM manteniendo la salida del circuito PWM_pulse activada en alto. En la lógica de salida tenemos un comparador que indica el tiempo en alto de la señal PWM basándose en el valor que tiene el registro reg_PWM . El elemento de memoria es un registro de 15 bits.



(a) Diagrama RTL del módulo IP-Core PWM-out.



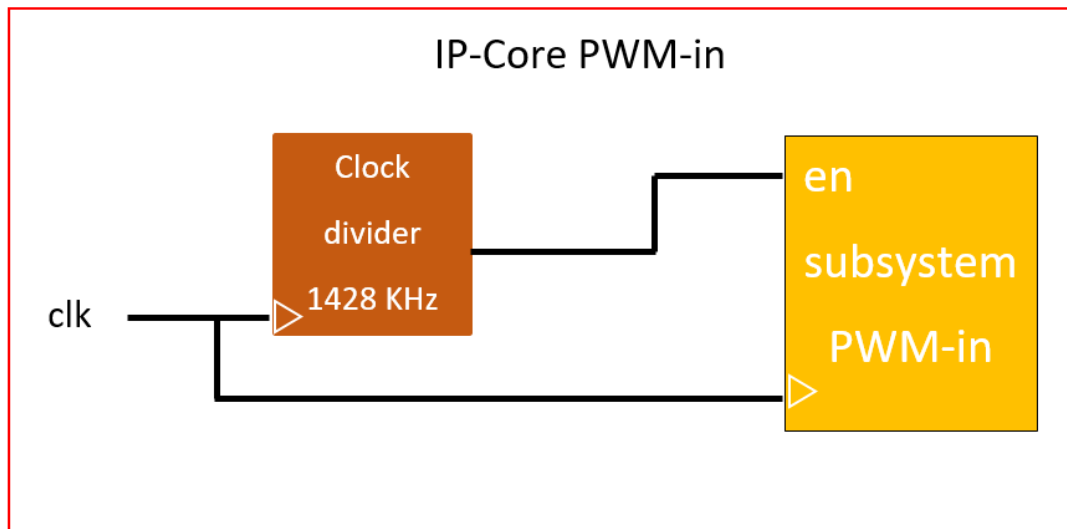
(b) Simulación módulo IP-Core PWM-out.

Figura 4.7. Módulo IP-Core PWM-in.

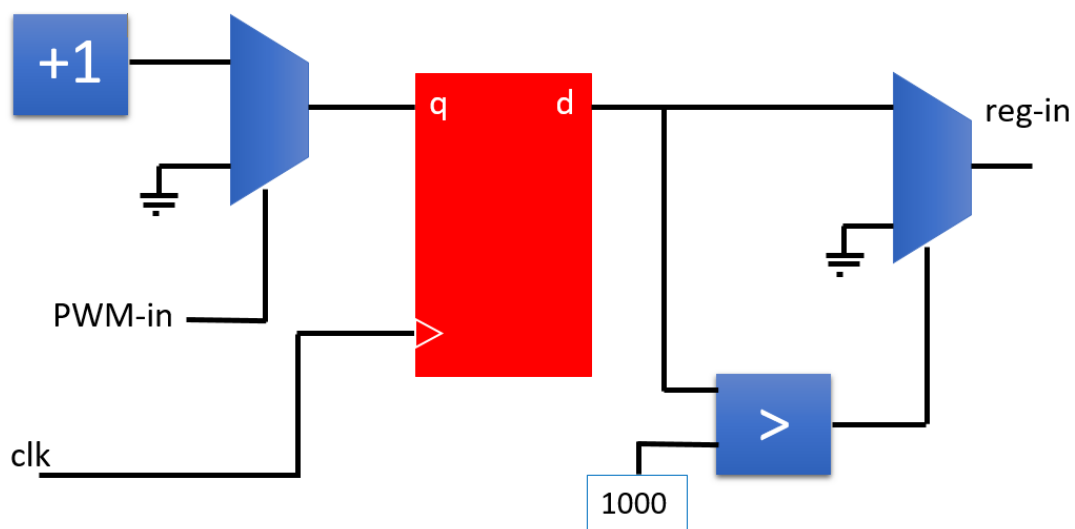
La figura 4.7 (a) muestra la representación del circuito IP-Core PWM-out en compuertas lógicas generado por el proceso de síntesis, llamado diagrama RTL. La figura 4.7 (b) muestra la simulación, donde se muestra la señal PWM con los parámetros de los motores BLDCM.

4.3.2. Diseño del IP-Core PWM in

Se ha diseñado un modulo de entrada de ancho de pulso PWM para leer las señales que le envía el radio control al receptor AR610 el cual se encuentra conectado al FPGA. La señal es por medio de PWM y por lo tanto necesitamos leerla para conocer la referencia deseada. El modulo IP-Core PWM in al igual que el anterior se ha diseñado sobre el entorno de programación ISE en lenguaje de descripción de hardware VHDL. Los parámetros utilizados serán los mismo que el motor NTM Prop Drive Serie(28-36) 750 KV, ya que existe una relación entre los controladores de velocidad ESC con el radio control, para mas detalles ver el apéndice B. Por lo tanto debemos leer la misma señal PWM de la figura 4.5 con una resolución de 1000 pasos. La figura 4.8 (a) muestra el diagrama a bloques del modulo IP-Core PWM-in, el cual se encuentra conformado por dos subsistemas; el divisor de frecuencia con habilitador síncrono y el circuito convierte una señal de entrada PWM en un valor en el rango de 0 a 1000.



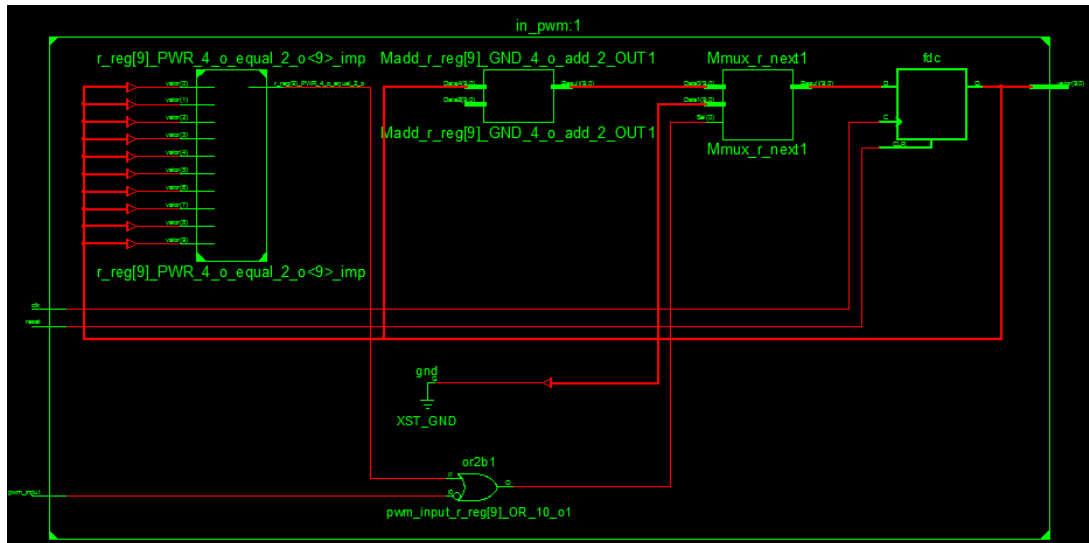
(a) Diagrama del módulo PWM de salida diseñado.



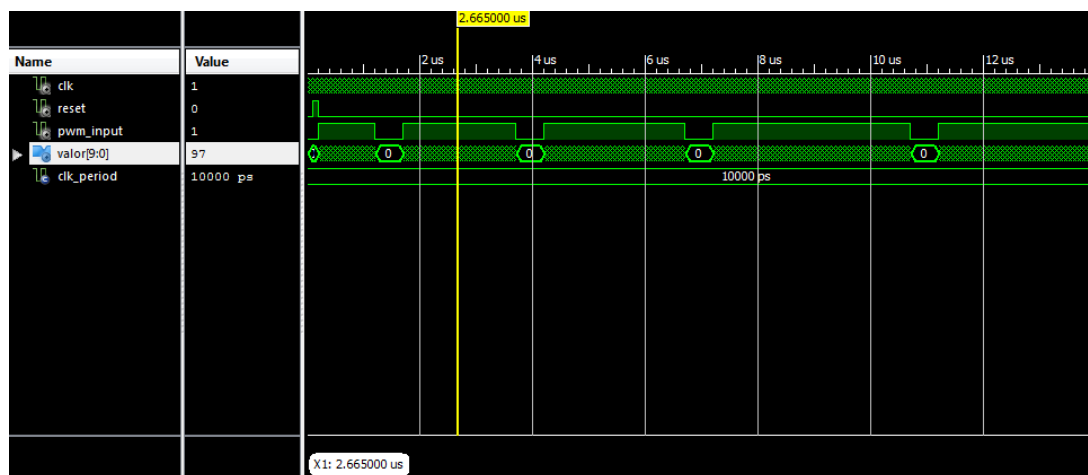
(b) Diagrama a bloques del módulo subsystem PWM-in .

Figura 4.8. Diagrama a bloques del módulo IP-Core PWM-in.

La figura 4.8 (b) muestra el diagrama a bloques del módulo titulado subsystem PWM-in. Este módulo está diseñado para comunicarse con el procesador MicroBlaze a través del registro reg_in . Este registro le proporciona un valor entre 1 y 1000. La lógica del estado siguiente cuenta con un multiplexor, un contador y una señal de entrada externa titulada PWM_in. Esta señal PWM_in es la entrada PWM del radio control y funciona como un habilitador para el multiplexor se incremente en uno cuando ésta se encuentra en alto. El elemento de memoria es un registro de 10 bits tipo D. En la lógica de salida tenemos un comparador el cual sirve como habilitador de un multiplexor y permite resetear la señal de salida cuando ha superado el valor de la resolución del motor.



(a) Diagrama RTL del módulo IP-Core PWM-in.



(b) Simulación modulo IP-Core PWM-in .

Figura 4.9. Modulo IP-Core PWM-in.

La figura 4.9 (A) muestra la representación del circuito el IP-Core PWM_in en compuertas lógicas generado por el proceso de síntesis llamado diagrama RTL. La figura 4.9 (b) muestra la simulación del funcionamiento del IP-Core diseñado.

4.4. Implementación del sistema embebido

Una vez que se han diseñado y verificado los módulos periféricos IP-Cores en el lenguaje de descripción de hardware VHDL, se procede con la creación de la plataforma en hardware y la incorporación de estos módulos a esta plataforma. Para crear el sistema embebido basado en el procesador MicroBlaze la compañía Xilinx proporciona varias herramientas, por ejemplo la versión ISE Embedded Edition 13.2 contiene los sistema de desarrollo ISE (del inglés Integrated Software Environment) el cual nos permite crear

nuevos componentes de hardware, y el EDK (del inglés Embedded Development kit) que nos permite crear sistemas embebidos. El sistema de desarrollo EDK se compone de dos utilidades principales:

- XPS (del inglés Xilinx Platform Studio) la cual permite integrar componentes de hardware como procesadores, sistemas de bus, memorias, IP-Cores, etc., permitiendo asignarles un rango de direcciones para poder acceder a ellos.
- SDK (del inglés Software development kit) la cual permite crear y compilar una aplicación en software en lenguaje de programación de alto nivel como C o C++.

La plataforma en hardware contiene los siguientes módulos IP-Cores: procesador MicroBlaze, puerto serial AXI_UART Lite, módulos de propósito general AXI_GPIO, temporizador AXI_TIMER y un modulo para el manejo de memoria DDR externa AXI_DDR3 Memory Controller.

La figura 4.10 muestra el diagrama a bloques de la plataforma en hardware:

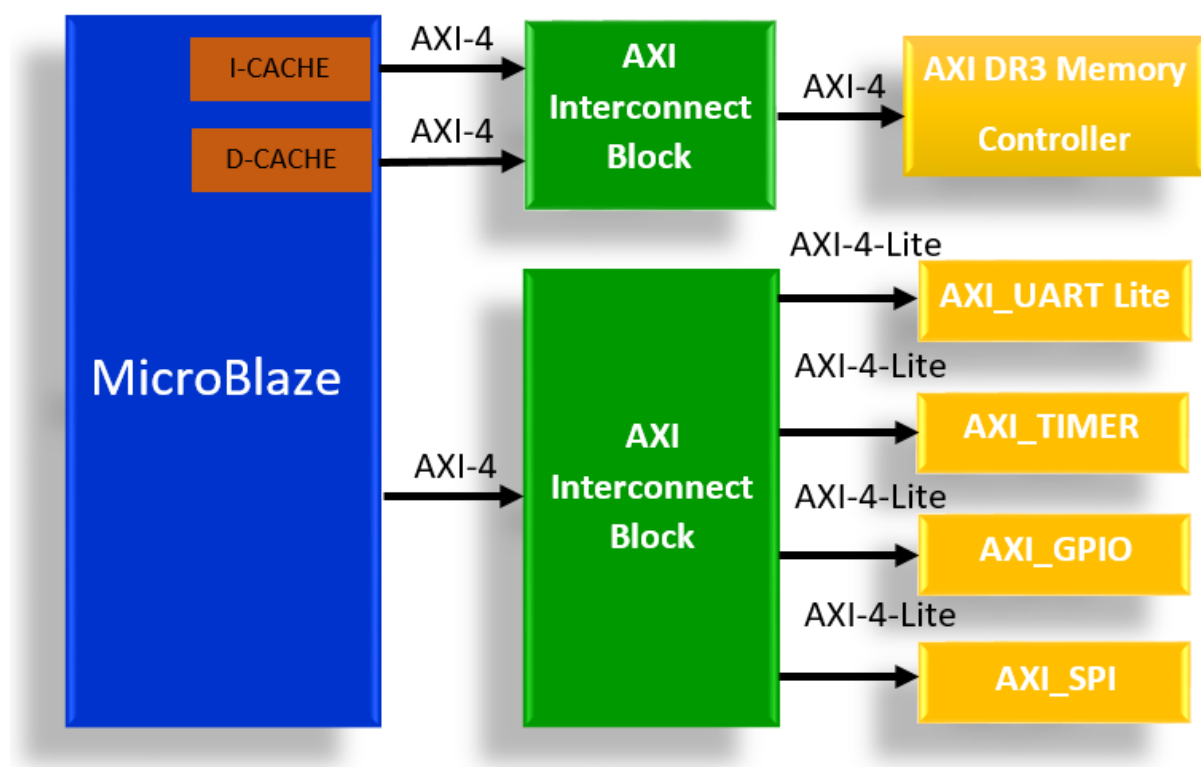


Figura 4.10. Diagrama de la plataforma en hardware.

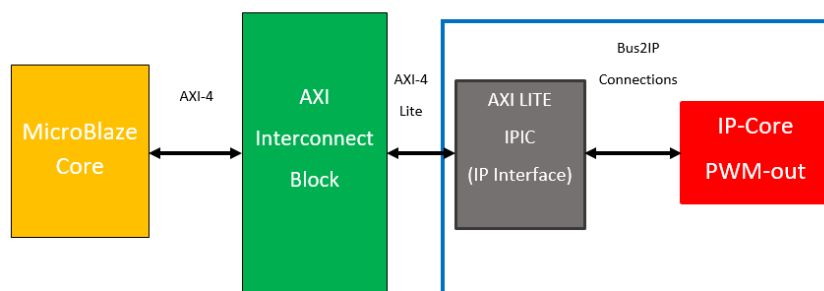
Las configuraciones elegidas para el procesador MicroBlaze se listan a continuación:

- Frecuencia del procesador: 100MHz.
- Tamaño de la memoria local: 16 KB.

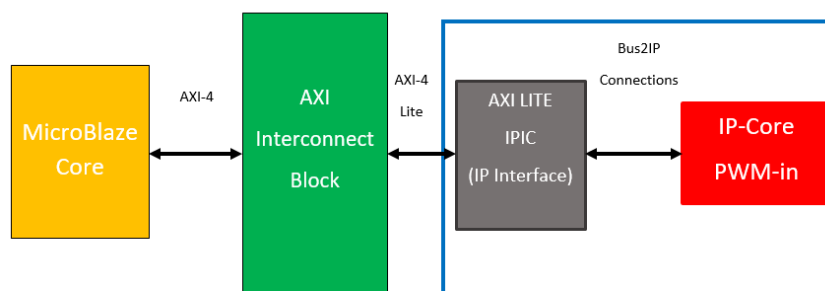
- Tamaño de la memoria cache de instrucción: 2KB.
- Tamaño de la memoria cache de datos: 2KB.

Para conocer con mas a detalle como crear una plataforma en hardware con el XPS se recomienda las siguientes lecturas [36], [37], [38].

El programa de desarrollo EDK proporciona la herramienta XPS (del inglés Xilinx Platform Studio) para añadir o modificar módulos IP-Cores a una plataforma de hardware existente. Utilizaremos el asistente CIP en XPS para añadir nuestros módulos IP-Cores diseñados anteriormente a nuestra plataforma en hardware, para conocer con mas detalle todos los pasos requeridos para añadir o crear un IP-Core se recomiendan las siguientes lecturas [36], [37], [38]. La figura 4.11 muestra el diagrama a bloques de la conexión del procesador MicroBlaze con los IP-Cores, el protocolo utilizado es AXI-4, para mas información acerca del protocolo de comunicación AXI-4 consultar [39].



(a) Interface requerida por el modulo IP-Core PWM-in.



(b) Interface requerida por el modulo IP-Core PWM-in .

Figura 4.11. Diagrama esquemático de la interface de comunicación del MicroBlaze y los IP-Cores.

A continuación se describe la funcionalidad de los bloques de la figura 4.11:

- El bloque titulado AXI Interconnect Block: Es una interface que permite comunicar a través de un protocolo maestro esclavo el procesador MicroBlaze con cualquier IP-Cores ya sea propios de la librería de Xilinx o diseñados por el usuario.
- El bloque titulado AXI LITE IPIC: Es un modulo que aísla y facilita la comunicación entre el IP-Core diseñado por el usuario con la interfaz del bus AXI.
- Los bloques titulados como IP-Core PWM-out y IP-Core PWM-in son los módulos diseñados en la sección anterior en lenguaje de descripción de hardware VHDL, estos IP-Cores están destinados únicamente a transferencias a través de registros, ya sean de lectura o escritura.

La figura 4.12 muestra la plataforma en hardware terminada:

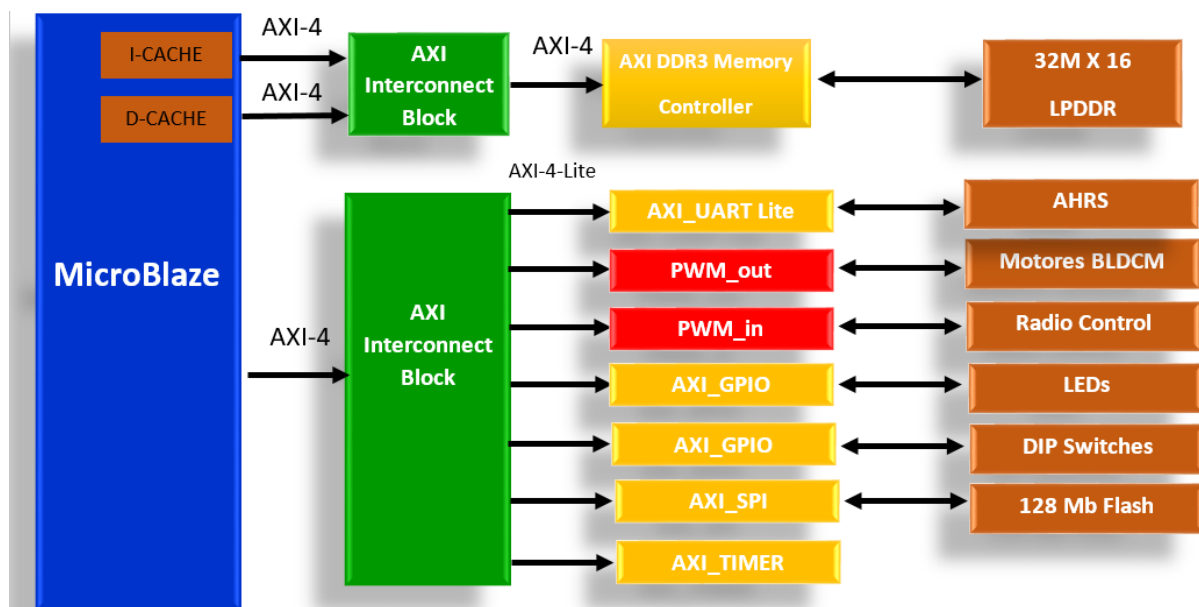
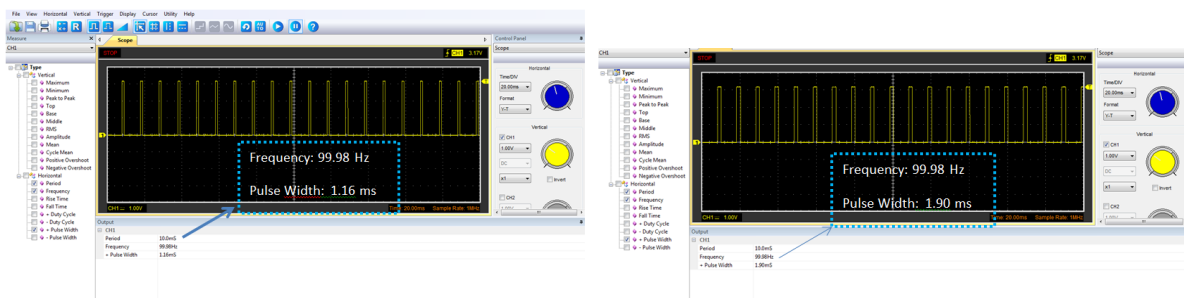


Figura 4.12. Diagrama de la plataforma en hardware terminada.

Terminada la plataforma en hardware se está en la disposición de crear aplicaciones en software en el entorno de desarrollo SDK (del término en inglés Software Development Kit). El SDK está basado en Eclipse para crear y depurar aplicaciones de software. Las características incluyen la gestión de proyectos, varias configuraciones de construcción, un editor de código C y C++ rico en funciones, navegación de errores y un entorno de depuración y creación de perfiles. Se han realizado aplicaciones en software para verificar y comprobar el funcionamiento de los IP-Cores diseñados. Para más información de cómo crear una aplicación en el entorno de desarrollo de software SDK consultar las siguientes referencias [36], [37], [38]. La aplicación en software se compone de tres proyectos:

- Hardware Platform: Contiene la plataforma en hardware que se ha diseñado anteriormente con el programa de desarrollo EDK.
- Board Support Package: Contiene todas las librerías asociadas al hardware incluyendo el procesador MicroBlaze y los IP-Cores propios de Xilinx.
- C/C++ application: Contiene los archivos fuentes, y una librería propia del lenguaje que se este utilizando C/C++.

La figura 4.13 muestra las aplicaciones realizadas en el entorno de desarrollo SDK con los diferentes IP-Cores con los que cuenta el sistema embebido.

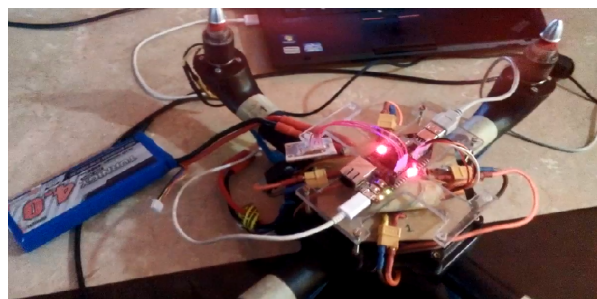


(a) Frecuencia de operación diseñada en el IP-Core PWM Out, mínimo PWM

(b) Frecuencia de operación diseñada en el IP-Core PWM Out, máximo PWM



(c) Implementación de los IP-Core en el motor BLDCM.



(d) Implementación de los IP-Core en el UAV

Figura 4.13. Aplicaciones desarrolladas en el entorno de desarrollo SDK para probar los IP-Cores.

La figura 4.13 muestra el diagrama de flujo del algoritmo de control. Cada bloque contiene funciones específicas para realizar bien la función. Se han utilizado librerías propias de C y del procesador MicroBlaze. La librería cmath contiene prototipos de funciones trigonométricas, la librería cstring contiene prototipos de funciones para manipular cadenas de caracteres como comparación, buscar caracteres dentro de una cadena, concatenar dos cadenas, separar cadenas en tokens , entre otras.

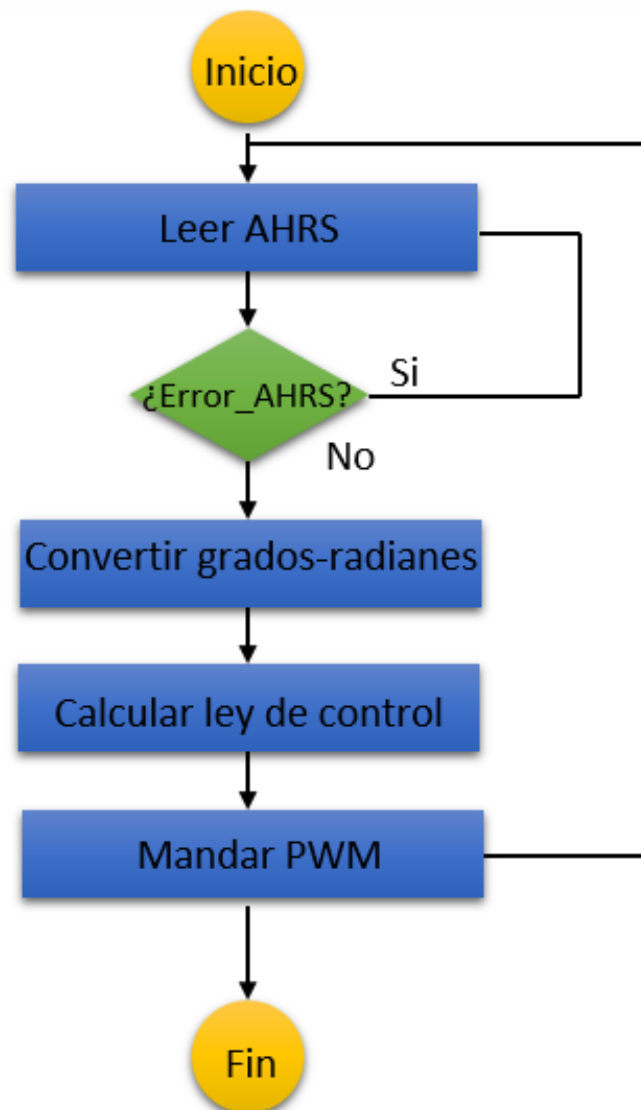


Figura 4.14. Diagrama de flujo.

Para la implementación del algoritmo de control en el sistema embebido se utilizó una frecuencia de muestreo de 100 Hz debido a la dinámica no lineal de la aeronave. Las señales PWMs de los controladores de velocidad ESC se adaptaron a esta frecuencia respetando el ciclo de trabajo efectivo, de tal manera que el algoritmo de control se ejecutara en menos de 10 ms.

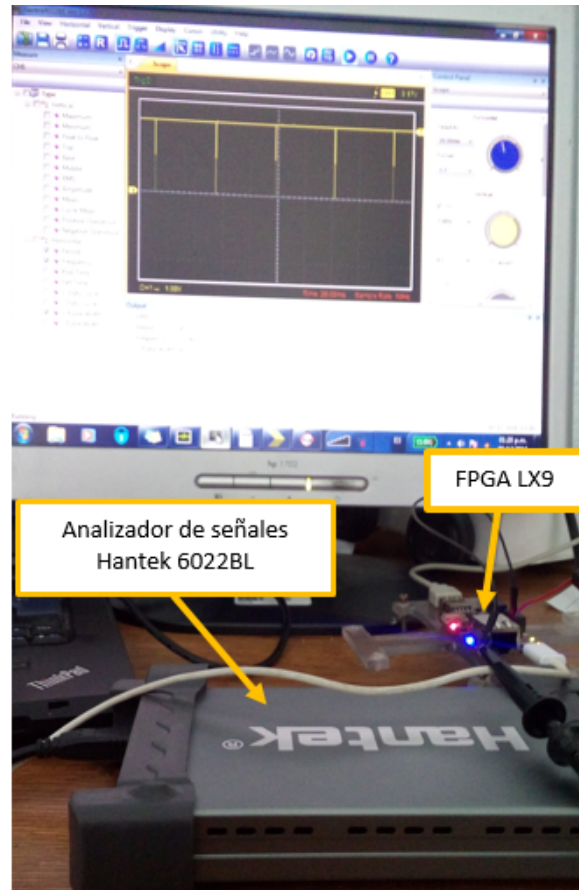
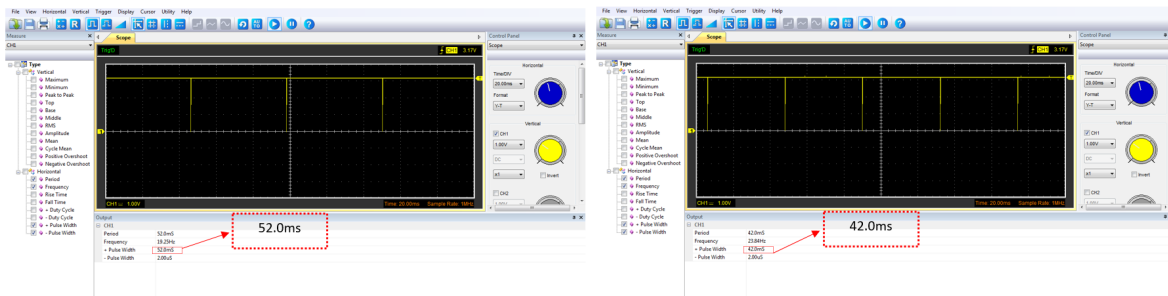


Figura 4.15. Medición del tiempo de cálculo de procesamiento del algoritmo de control.

Se propuso como par de control $\nabla\tau_a = K_p\eta - K_v\omega$, la señal mas simple de control de la metodología propuesta ya que son funciones constantes que se reducen a un simple PD, sin embargo la incorporación del Jacobiano genera robustez permitiendo estabilizar al sistema. La figura 4.16 (a) muestra el tiempo de procesamiento para computarizar la ley de control, el tiempo en alto de la señal que se muestra en el analizador virtual de señales Hantek 6022BL es el tiempo de procesamiento que le toma al procesador MicroBlaze en dicha tarea la tarea, aproximadamente $52ms$.



(a) Tiempo de procesamiento del algoritmo de control (b) Tiempo de procesamiento del Jacobiano

Figura 4.16. Tiempo de procesamiento del algoritmo de control en el procesador MicroBlaze.

La figura 4.16 (b) muestra el tiempo de procesamiento para calcular el Jacobiano transpuesto por el procesador MicroBlaze, el cual es de $42ms$ aproximadamente, esto debido al calculo de las funciones trigonométricas involucradas en esta operación. Por tal motivo implementar el Jacobiano en el procesador MicroBlaze ajusta la frecuencia de muestreo en 23 Hz, obteniendo como resultado pruebas fallidas para que la aeronave se estabilice. La figura 4.17 muestran algunas pruebas en lazo abierto del UAV para validar el diseño de éste. Al no tener control el sistema no permanecía mucho tiempo en el aire.



(a) (b)

Figura 4.17. Pruebas del UAV en lazo abierto.

Capítulo 5

Conclusiones

La incorporación del Jacobiano traspuesto en las señales de control generan una transformación para estabilizar la orientación de la aeronave en el marco de referencia inercial. Estas leyes de control diseñadas en base a esta metodología muestran robustez frente a perturbaciones debidas al viento y a parámetros inciertos propios de la aeronave, la respuesta del sistema es rápida y suave, estabilizando a la aeronave en condiciones alejadas del punto de equilibrio. Se resumen los resultados de las tres leyes de control:

- La primer ley de control mostró un pobre desempeño, debido a su ineficiencia al tratar de estabilizar la aeronave en condiciones iniciales alejadas del punto de equilibrio. Este controlador basado en la función signo muestra oscilaciones en la señal de control debido a su naturaleza conmutativa, el desgaste de los motores y la posible vibración son factores que se deben de tomar en cuenta al momento realizar la implementación física del algoritmo de control. De este resultado se presentó un articulo en el congreso: “VIII Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas”, celebrado en la ciudad de México.
- La segunda ley de control basada en una función tangente hiperbólica mostró un alto desempeño al permitir estabilizar al sistema en condiciones alejadas del punto de equilibrio. Su respuesta fue rápida y suave permitiendo una fácil sintonización de las ganancias del controlador. De este resultado se presentó una articulo en el congreso: “Congreso Internacional de Ingeniería Electrónica” celebrado en la ciudad de Chihuahua.
- La tercera ley de control basada en una función arco tangente mostró un alto desempeño al permitir estabilizar al sistema en condiciones alejadas del punto de equilibrio al igual que la anterior, sin embargo, no fue robusto ante perturbaciones debidas al viento.

La incorporación del Jacobiano genera grandes ventajas en las leyes de control, sin embargo, el tiempo de procesamiento en el procesador MicroBlaze es muy alto aproximadamente $42ms$, dando como resultado que la aeronave no se estabilizara, esta frecuencia de muestreo es muy lenta 23 Hz para este tipo de aeronaves. En el diseño de leyes de control se debe de tomar en cuenta las limitaciones físicas de los procesadores a la hora de implementarlos. Es deseable tener una ley de control sencilla y a la vez efectiva para poderse implementar en dispositivos físicos.

Como a trabajo a futuro de esta tesis se propone construir la aeronave en fibra de carbono debido a su alta resistencia a los golpes y su bajo peso. Se propone implementar el algoritmo de control en un procesador PowerPC 440, este hard procesador robusto trabaja a 800 Mhz y esta incrustado en las familias Virtex de Xilinx.

Apéndice A

Identificación de parámetros

El modelo matemático de cualquier sistema requiere el conocimiento de sus parámetros, tales como momentos de inercia, centros de masas, peso, fricción, entre otros. Estos parámetros pueden ser estimados mediante experimentación, observación, o mediante diferentes esquemas de identificación como: mínimos cuadrados, modelos de regresión y algoritmos recursivos. El modelo matemático del mini helicóptero con cuatro rotores no es la excepción, los parámetros necesarios para ser estimados son: masa, inercia, longitud del rotor al centro de masa y coeficientes propios de los rotores. Algunos de estos parámetros serán estimados mediante experimentación y otros serán estimados mediante herramientas de diseño asistido por computadora, debido al elevado costo que se tiene el realizar un banco de pruebas para aproximar algunos parámetros. Los parámetros estimados serán utilizados para realizar simulaciones numéricas del modelo matemático, evaluar la ley de control e implementar el algoritmo de control en el FPGA. En este apéndice se describirán los siguientes parámetros: inercia de la aeronave, masa, distancia del centro de masa al rotor, constante de empuje del rotor, relación entre fuerza y señal PWM del rotor, constante de torsión del rotor y relación entre par y señal PWM.

A.1. Constante de empuje y relación empuje - señal PWM

Los motores BLDCM son la única fuente de propulsión de esta aeronave, y por consiguiente es necesario saber las relaciones que tienen con respecto a su velocidad y fuerza producida, de igual manera con respecto a su velocidad y par producido. La figura A.1 muestra los bancos de pruebas realizados para estimar las diferentes constantes del motor.

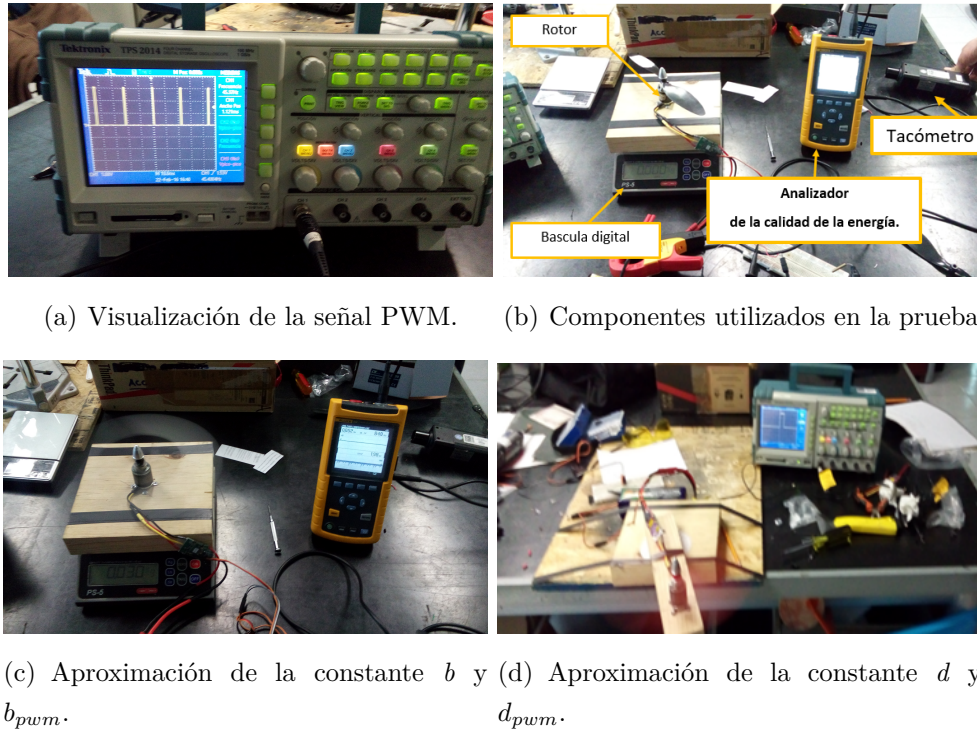


Figura A.1. Banco de pruebas.

El empuje denotado como f_i es la fuerza que ejercen los rotores sobre el helicóptero para elevarlo. Esta relación se puede expresar mediante la siguiente ecuación:

$$f_i = b\Omega_i^2, \quad (\text{A.1})$$

donde b es una constante aerodinámica que depende de la densidad del aire, del número, tamaño y forma de la hélice.

La figura A.1 (b) muestra la prueba realizada para estimar las constantes b y b_{pwm} . En esta figura se observa una bascula digital sobre la cual se ha montado una base de madera sujeta con el rotor. Las hélices se han montado de tal manera que el empuje presione la placa de la báscula. El flujo de aire está dirigido hacia arriba de manera que el motor debe girar en sentido horario. Se envía por medio del radio control una señal PWM al motor el cual se encuentra conectado al controlador de velocidad, esta señal PWM se visualiza por medio de un osciloscopio como se muestra en la figura A.1 (a).

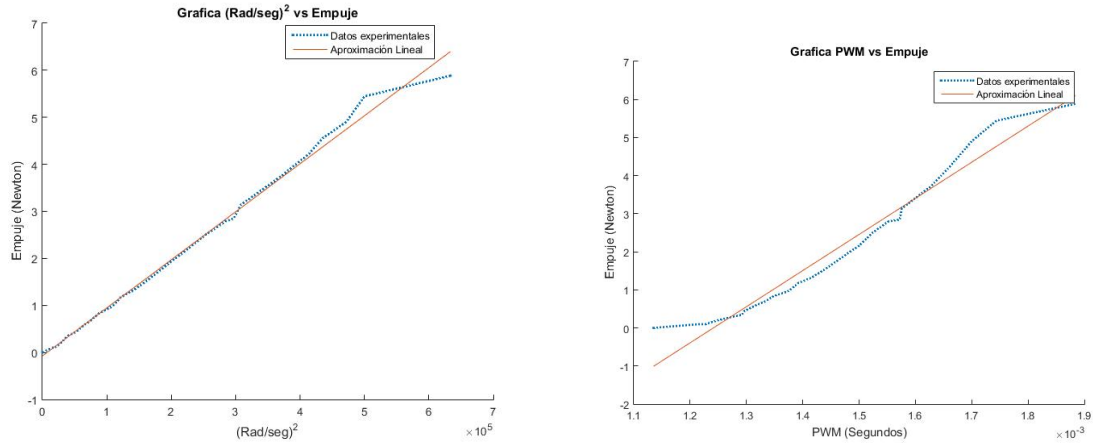
La velocidad angular se ha medido por medio de un tacómetro DT-2259, de igual manera se ha medido el consumo de corriente con un analizador de calidad de la energía de la marca Fluke-43b. La báscula se ajusta en cero con el peso extra dado por el soporte, el motor y las hélices, con el fin de detectar el empuje generado por el rotor. Cuando modificamos el ancho de pulso de la señal PWM variamos la velocidad del rotor que al estar fijo a la base de madera, genera un empuje sobre la bascula digital. La bascula registra la masa generada por el movimiento de la hélice que multiplicada por la fuerza

de gravedad da como resultado el empuje. El experimento se ha realizado con dos hélices de diferentes tamaño, la tabla muestra los resultados de la hélice 10×4.5 .

PWM (seg)	Peso (gr)	Empuje (N)	RPM	$\frac{rad}{seg}$	$\frac{rad^2}{seg}$	Amperes
0.001135	0.0000	0.00000	0	0	0	0.04
0.001216	0.0100	0.09810	1132	118.54	14052.45	1.4
0.001228	0.0150	0.09810	1300	136.14	18533	1.53
0.001248	0.0200	0.19620	1600	167.55	28073.67	1.86
0.001276	0.0300	0.29430	1800	188.5	35530.74	2.38
0.001292	0.0350	0.34335	1860	194.78	37938.94	2.7
0.001296	0.0450	0.44145	2190	229.34	52595.37	3
0.001316	0.0600	0.58860	2440	255.52	65288.83	3.4
0.001332	0.0700	0.68670	2630	275.41	75852.65	3.4
0.001348	0.0850	0.83385	2840	297.40	88449.61	4.62
0.001368	0.0950	0.93195	3048	319.19	101880.06	5.5
0.001376	0.1000	0.98100	3150	329.87	108812.90	6.1
0.001392	0.1200	1.17720	3330	348.72	121603.96	6.5
0.001416	0.1350	1.32435	3590	375.94	141334.50	7
0.001432	0.1500	1.47150	3780	395.84	156690.57	8.5
0.001452	0.1700	1.66770	4000	418.88	175460.45	9
0.001480	0.2000	1.96200	4300	450.30	202766.49	10.4
0.001500	0.2200	2.15820	4500	471.24	222067.14	11.47
0.001524	0.2550	2.50155	4800	502.66	252663.05	12.7
0.001552	0.2850	2.79585	5100	534.07	285232.90	13.7
0.001572	0.2900	2.84490	5200	544.54	296528.17	14
0.001576	0.3200	3.13920	5300	555.02	3080432.76	15.77
0.001628	0.3800	3.72780	5800	607.34	368905.60	16.5
0.001660	0.4300	4.21820	6140	643.98	413424.30	17
0.001680	0.4650	4.56164	6300	659.74	43525.59	17.07
0.001700	0.5000	4.90500	6560	686.96	471918.44	17.16
0.001744	0.5550	5.44455	6750	706.86	499651.06	17.89
0.001884	0.6000	5.88600	7600	795.87	633412.24	18

Tabla A.1. Datos experimentales para obtener la constante de empuje b y b_{pwm} .

La figura A.2 (a) muestra la gráfica obtenida del empuje contra velocidad angular al cuadrado, y en la figura A.2 (b) se muestra la gráfica obtenida del empuje contra señal PWM para la hélice 10×4.5 .



(a) Visualización de la señal PWM.

(b) Aproximación y resultados experimentales de la constante b

Figura A.2. Aproximación y resultados experimentales de la constante b_{pwm}

La fuerza la podemos aproximar mediante la siguiente línea recta:

$$f = 0.0000102 \times \frac{rad^2}{seg} - 0.073, \quad (A.2)$$

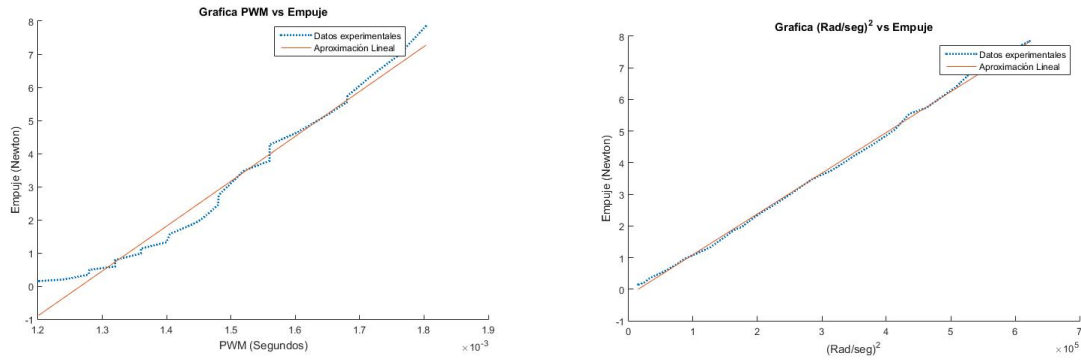
donde $b = 0.0000102$.

Del mismo modo la relación entre la fuerza de empuje y la señal PWM se puede aproximar mediante la siguiente línea recta:

$$f = 9490.7 \times PWM - 11.795. \quad (A.3)$$

donde $b_{pwm} = 9490.7$.

La figura C.6 (a) muestra la gráfica obtenida del empuje contra velocidad angular al cuadrado, y en la figura C.6 (b) se muestra la gráfica obtenida del empuje contra señal PWM para la hélice 11×4.7 .



(a) Aproximación y resultados experimentales de la constante b . (b) Aproximación y resultados experimentales de la constante b_{pwm} .

Figura A.3. Aproximación y resultados experimentales de la constante b y b_{pwm} , hélice 11×4.7 .

La aproximación de la línea recta para los datos de la hélice 11×4.7 :

$$f = 0.0000158 \times \frac{rad^2}{seg} - 0.192 \tag{A.4}$$

donde $b = 0.0000158$.

$$f = 13555 \times PWM - 17.16 \tag{A.5}$$

donde $b_{pwm} = 13555$.

La tabla A.2 muestra los resultados obtenidos del banco de pruebas para obtener la constante de torsión d y la relación par contra señal PWM d_{pwm} . Al variar el ancho de pulso en la señal PWM, el péndulo reaccionaba con un movimiento contrario al sentido en el cual giran las hélices. Se registran los grados y se emplea la ecuación del péndulo para obtener el par. La aproximación en línea recta para d_{pwm} se muestra a continuación:

$$\tau = 859.31 \times PWM - 1.0955 \tag{A.6}$$

donde $d_{pwm} = 859.31$.

La masa de la aeronave tiene un valor de $m = 1.8Kg$. La distancia del centro de masa de la aeronave al centro del rotor tiene el siguiente valor $l = 0.0208m$.

A.2. Aproximación de la matriz de inercia de la aeronave.

SolidWorks permite calcular los momentos de inercia de un ensamble de piezas. Esta matriz se calcula automáticamente de acuerdo con la geometría del croquis. La figura A.4

PWM (seg)	Angulo (°)	Fuerza (N)	$\frac{rad^2}{seg}$
0.001316	1.23	0.057	88021.98
0.001356	1.42	0.064	104141.74
0.001379	2.64	0.071	113715.67
0.001403	3.15	0.121	125273.53
0.001492	6.11	0.163	161464.13
0.001504	7.23	0.192	281865.42
0.001516	7.45	0.231	313664.48
0.001626	8.37	0.298	377229.35
0.001707	8.96	0.380	501094.09

Tabla A.2. Datos experimentales para la constante d y d_{pwm} .

muestra el drone con todos los componentes ensamblados, cada elemento electrónico se ha pesado para poder igualar su masa en cada pieza diseñada en SolidWorks.

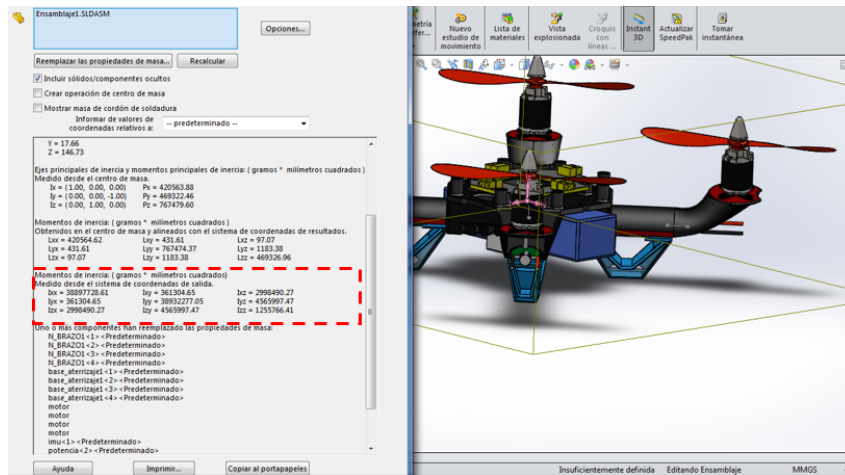


Figura A.4. Determinación de la matriz de inercia en el programa SolidWorks.

La figura A.4 muestra una matriz simétrica debido a que los valores que no se encuentran en la diagonal son aproximadamente cero, por lo tanto tomaremos los valores diagonales de la matriz J , la ecuación A.7 muestra los valores de la matriz de inercia en unidades $Kg \cdot m^2$:

$$J = \begin{bmatrix} 0.03833 & 0 & 0 \\ 0 & 0.03828 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01182 \end{bmatrix} \quad (A.7)$$

A.3. Calibración de la válvula de gas.

El controlador de velocidad electrónico necesita reconocer el rango de trabajo de los motores BLDCM, esto se logra mediante el envío del ciclo de trabajo máximo y el envío

del ciclo de trabajo mínimo. La figura A.5 muestra el rango de trabajo de los motores BLDCM NTM Prop Drive(28-36) 750 KV.

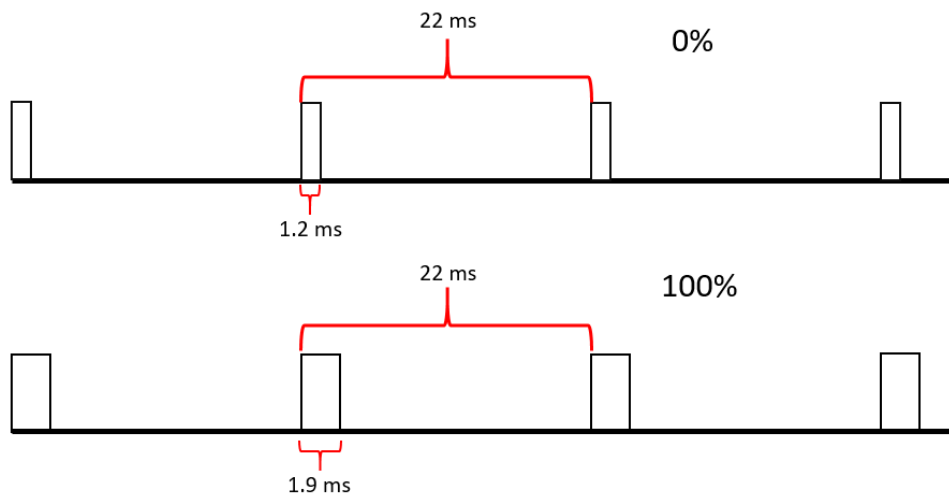


Figura A.5. Inicialización de los motores brushless posición mínima

Enseguida se resumen los datos obtenidos en la caracterización de la señal PWM:

- PWM mínimo = $1.2ms$
- PWM máximo = $1.9ms$
- Frecuencia = $45.37Hz$
- Periodo = $22.00ms$

El proceso de inicialización de los motores se resume a continuación:

1. Establecer el canal acelerador “throttle” a la posición mas alta.
2. Conectar los ESC’s a la alimentación.
3. Un beep sera emitido por el motor, esto significa que la longitud de pulso ha sido aprendida.
4. Establecer el canal acelerador “throttle” a la posición mas baja.
5. Dos beep serán emitidos, esto indicara que la longitud de pulso ha sido aprendida.

El proceso de inicialización es muy importante, ya que el controlador de velocidad debe reconocer los ciclos de trabajo de la señal PWM correspondientes a las posiciones de paro y gas a fondo. Si no llegaran a coincidir, los motores pueden no ponerse en marcha hasta una señal PWM muy alta, o en caso contrario a una señal PWM baja podrían llegar a una potencia alta, llegando incluso a calentarse.

Apéndice B

Descripción de los dispositivos utilizados.

En este apéndice se describen los dispositivos que conforman el sistema completo de la aeronave. El sistema lo podemos dividir en dos partes: el sistema aéreo y la estación terrestre.

- Sistema Aéreo: El sistema aéreo prácticamente esta conformado por la estructura de la aeronave y toda la electrónica a bordo como: motores BLDCM, hélices, controladores de velocidad ESC, batería LiPo, sistema de medición inercial AHRS y sistema de control FPGA.
- Estación terrestre: La estación terrestre se encuentra conformada por un radio control de la marca Spektrum modelo DX5e. Las características principales de este radio control son: 5 canales de transmisión, banda de frecuencia de 2.4 Ghz y un receptor AR610 de 6 canales.

La figura B.1 muestra el diagrama funcional del sistema completo de la aeronave. El diagrama muestra como interactúan estos dispositivos entre si para el buen funcionamiento de la aeronave, la señal en color verde representa energía y la señal en color negro información. La distribución de energía esta dada por la batería LiPo, la cual suministra energía a los controladores de velocidad ESC, y que a su vez suministran la energía necesaria para controlar la velocidad de los motores BLDCM y al FPGA por medio de un BEC (del termino en inglés Battery Eliminator Circuit) el cual genera un voltaje de 5 volts. La alimentación al sistema de medición inercial y magnética se logra por medio del FPGA. La interacción de estos dispositivos para calcular la señal PWM necesaria en los motores se ejecuta de la siguiente manera:

1. El radio control manda una señal PWM al receptor AR610 el cual se encuentra conectado al FPGA. Esta señal representará la orientación en la cual queremos que la aeronave se posicione.

2. El FPGA lee la posición y la velocidad angular proporcionadas por el sistema de medición inercial y magnética.
3. Una vez leídos estos valores se calcula el error $\tilde{\eta}$ y se evalúa la ley de control.
4. Se determinan las señales PWM y se envían a los rotores.

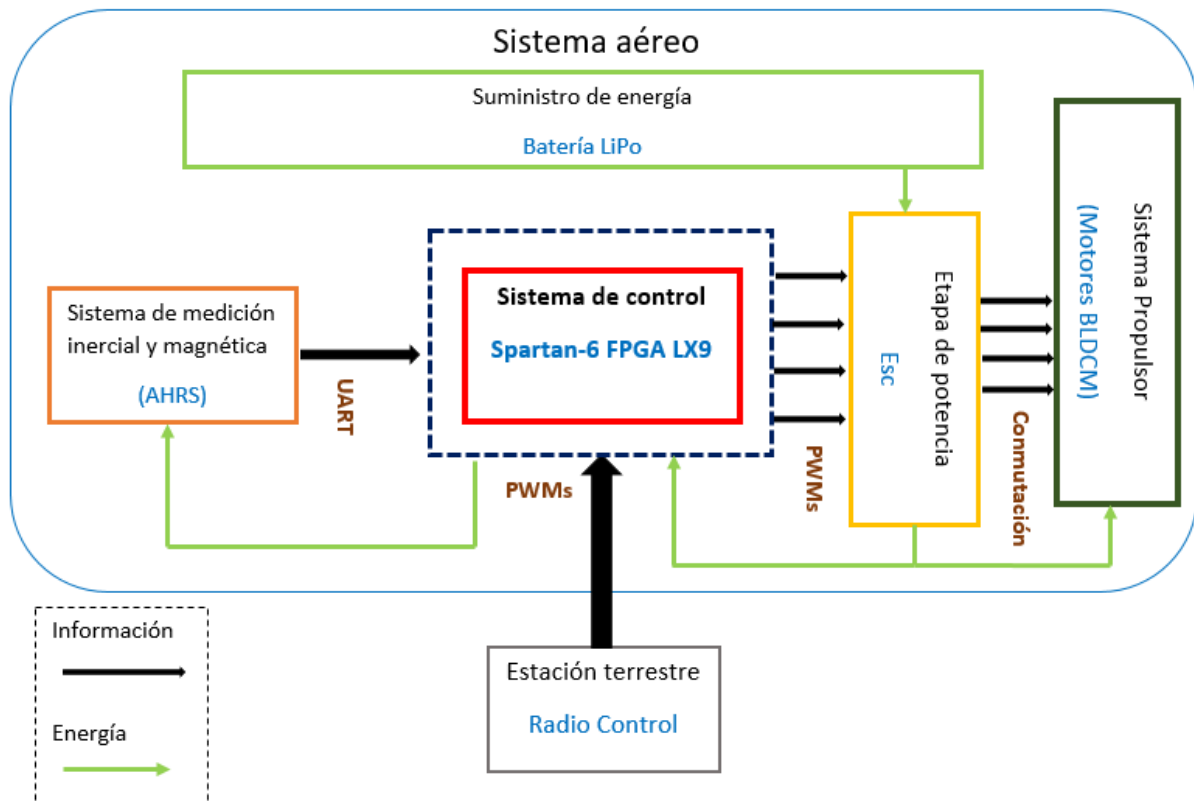


Figura B.1. Diagrama a bloques del sistema completo de la aeronave.

B.1. Motores brushless (BLDCM)

Los motores BLDCM son motores sin escobillas de corriente directa con un gran rendimiento y una gran potencia. Actualmente este tipo de motores son utilizados en sectores industriales como: automotriz, aeroespacial, médica, instrumentación y automatización. Poseen muchas ventajas respecto a los convencionales, por ejemplo:

- Mayor vida útil.
- Mejor relación velocidad-par motor.
- Mayor eficiencia.
- Mayor rango de velocidad.

- Menor ruido de operación.
- Mayor respuesta dinámica.

Los motores utilizados en esta investigación son los NTM Prop Drive serie(28-36) 750KV cuyas características se resumen en la tabla B.1.

Especificaciones	
Kv	750 rpm/v
Peso	87 g
ESC	20 A
Numero de celdas	3s - 4s.
Máxima corriente	18A

Tabla B.1. Características de los motores BLDCM NTM Prop Drive (28-36) 750Kv.

B.2. Controladores de velocidad electrónicos, ESC.

Los controladores de velocidad electrónicos *ESC*, por sus siglas en inglés *Electronic Speed Controller*, son los encargados de generar una corriente alterna trifásica de frecuencia variable que alimenta las tres fases del motor BLDCM, haciendo posible variar la velocidad de estos acorde al ciclo de trabajo de la señal PWM que reciben de una señal de referencia. Esta señal de referencia depende de las características de cada motor. La tabla A.2 muestra las características de los controladores de velocidad ESC los cuales se necesitan programar mediante un una herramienta llamada Afro USB Linker.

Especificaciones	
Consumo de corriente	30 A
Peso	26.5 g
Rango de voltaje	2s-4s .
BEC	0.5 A.
Firmware	afro_nfet.hex
Dimensiones	50 × 25 × 11 mm

Tabla B.2. Características del controlador de velocidad Afro ESC 30 Amperes

B.3. Batería de Polímero de Litio (LiPo)

Las baterías de Polímero de Litio han venido a solucionar muchos problemas y han supuesto un gran avance para muchas disciplinas del radio control. En UAVs han supuesto un aumento en la duración de vuelo de éstos, generalmente la duración de vuelo con

baterías Ni-Cd (Níquel-Cadmio) ó Ni-MH (Níquel-Metal) es de 3 a 8 minutos, mientras que con baterías LiPo pueden alcanzar hasta entre 20 y 30 minutos. A continuación se listan algunas de sus ventajas mas importantes contra las baterías convencionales:

- Alta densidad de energía.
- Alto nivel de descarga.
- Alto nivel de voltaje por celda, lo que permite mayores voltajes en menor espacio.
- Resistencia interna pequeña, lo que permite aprovechar el 100 % de la energía.

La batería de Litio-Polímero utilizada en esta investigación para alimenta a la aeronave fueron dos, la Turnigy 3s 4000 mAh 20C y la Turnigy nano-tech 4s 6000mAh 25C. En la tabla B.3 se muestran las características de la batería Lipo Lipo Turnigy nano-tech 6000 mah 4S.

Especificaciones	
Capacidad	6000 mAh
Peso	623 g
Voltaje	4s / 14.8 V .
Descarga	25 C constantes.
Dimensiones	175 × 49 × 38 mm

Tabla B.3. Características de la batería Lipo Turnigy nano-tech 6000 mah 4S

B.4. Sistema de medición inercial y magnética

El sistema de referencia de actitud y rubro (AHRS por sus siglas en inglés Attitude and heading Reference System) elegido para esta investigación es el UM7-LT de la compañía CH Robotics de muy bajo costo. Este dispositivo contiene giroscopios, acelerómetros y magnetómetros triaxiales que combinado con un filtro de Kalman extendido (*EKF*, por sus siglas en inglés *Extended Kalman Filter*) producen estimaciones de rumbo y de orientación. En la tabla B.4 se resumen las características mas importantes del sensor inercial UM7.

El sensor UM7 puede transmitir datos de dos maneras diferentes: paquetes binarios y paquetes NMEA. Los paquetes NMEA son cadenas de caracteres separadas por coma, los cuales pueden ser fácilmente interpretados, cada paquete NMEA comienza con el símbolo \$ y termina con un retorno de carro. La frecuencia máxima a la que se pueden enviar estos paquetes son de 100 Hz. El comienzo de cada sentencia de transmisión comienza con la secuencia de texto : \$PCHR x , donde el carácter PCHR indica que es un indica que es un paquete propiedad de CH Robotics. Finalmente el carácter x depende de que tipo de paquete se esta enviando. Los paquetes utilizados en el sistema embebido son:

Especificaciones	
Comunicación	3.3V TTL UART, 3.3V SPI bus
Velocidad baudios	9600,14400,19200,....,460800,921600.
Consumo de potencia	50 mA.
Peso	11 g.
Dimensiones	27 × 26 × 6.5 mm

Tabla B.4. Características del sensor AHRS UM7 de la compañía CH Robotics.

- Attitude Packet: $\$PCHRA, time, roll, pitch, yaw, heading, *checksum$.

Este paquete contiene información acerca de la actitud, esta conformado por 5 campos las cuales se describen en la tabla B.5.

time	Este campo representa la cantidad de segundos desde que el sensor fue prendido desde la ultima vez. Puede tener una longitud de 13 dígitos de longitud, siempre serán 3 dígitos decimales.
roll	Este campo representa el angulo roll en grados. Puede tener una longitud de 7 dígitos de longitud y siempre serán 2 dígitos decimales.
pitch	Este campo representa el angulo pitch en grados. Puede tener una longitud de 7 dígitos de longitud y siempre serán 2 dígitos decimales.
yaw	Este campo representa el angulo yaw en grados. Puede tener una longitud de 7 dígitos de longitud y siempre serán 2 dígitos decimales.
heading	Este campo representa el angulo heading por el GPS si este esta conectado. Puede tener una longitud de 7 dígitos de longitud y siempre serán 2 dígitos decimales.
*checksum	Este campo representa la comprobación del paquete mediante la suma

Tabla B.5. Attitude packet $\$PCHRA$.

- Rate Packet: $\$PCHRR, time, vn, ve, vup, roll_rate, pitch_rate, yaw_rate, *checksum$.

Este paquete contiene información acerca de las velocidades angulares, esta conformado por 8 campos los cuales se describen en la tabla B.6.

B.5. Tarjeta FPGA LX9 Microboard

El tarjeta FPGA Spartan-6 LX9 Microboard es el núcleo de UAV, la cual recibe, codifica y envía información para controlar a la aeronave. Esta tarjeta de la compañía Xilinx ofrece una plataforma para desarrollar y probar diseños de baja potencia y bajo costo.

El kit Spartan-6 FPGA LX9 MicroBoard contiene las siguientes características:

time	Este campo representa la cantidad de segundos desde que el sensor fue prendido desde la ultima vez. Puede tener una longitud de 13 dígitos de longitud, siempre serán 3 dígitos decimales.
vn	Este campo representa la velocidad en dirección norte reportada por el GPS si este se encuentra conectado . Puede tener una longitud de 7 dígitos con 2 dígitos decimales.
ve	Este campo representa la velocidad en dirección este reportada por el GPS si este se encuentra conectado . Puede tener una longitud de 7 dígitos con 2 dígitos decimales.
vu	Este campo representa la velocidad en dirección este reportada por el GPS en dirección ascendente si este se encuentra conectado. Puede tener una longitud de 7 dígitos con 2 dígitos decimales.
roll rate	Este campo representa la velocidad del angulo roll en grados por segundos. Puede tener una longitud de 8 dígitos de longitud y siempre serán 2 dígitos decimales.
pitch rate	Este campo representa la velocidad del angulo pitch en grados por segundos. Puede tener una longitud de 8 dígitos de longitud y siempre serán 2 dígitos decimales.
yaw rate	Este campo representa la velocidad del angulo pitch en grados por segundos. Puede tener una longitud de 8 dígitos de longitud y siempre serán 2 dígitos decimales.
heading	Este campo representa el angulo heading por el GPS si este esta conectado. Puede tener una longitud de 7 dígitos de longitud y siempre serán 2 dígitos decimales.
*checksum	Este campo representa la comprobación del paquete mediante la suma

Tabla B.6. Rate packet \$PCHRR\$.

- FPGA.
Xilinx Spartan-6 XC6SLX9-2CSG324C FPGA
- Clocks.
Triple Output, user programmable, Texas Instruments CDCE913 clock
- Memory.
32 Mb \times 16 (512 Mb) Micron LPDDR Mobile SDRAM component.
128 Mb Micron Multi-IO SPI Flash.
- Communication
USB 2.0, Full Speed USB-to- JTAG
USB 2.0, Full Speed USB-to-UART bridge via Silicon Labs
10/100 Ethernet port via Texas Instruments.
- User IO and Expansion Connectors

Two Digilent 12-pin, Peripheral Module (PMOD) headers support 3rd party expansion modules,

- User Interfaces

Four user LEDs

Four configurable FPGA user DIP switches

Two system push-button switches

La tarjeta incluye el entorno de desarrollo Embedded Development kit (EDK) y dentro de este entorno de desarrollo incluye las herramientas: Xilinx Platform Studio (XPS) y Software Development Kit.

Apéndice C

Diseño y construcción del UAV

Un diseño es el resultado final de un proceso, cuyo objetivo es buscar una solución idónea a cierto problema. El diseño de la estructura de un drone debe tomar en cuenta requerimientos y restricciones como cualquier otro diseño. La restricción mas importante en este tipo de aeronaves es el peso, y la distribución del espacio por los dispositivos que llevan a bordo, ademas de que la estructura debe de ser resistente. El peso máximo propuesto para esta aeronave es de $1.8Kg$ debido a que los motores elegidos para esta investigación producen una fuerza de empuje de $1.100Kg$ según el fabricante con determinadas hélices, la suma de los 4 motores producirá un empuje total de aproximadamente $4.400Kg$, lo cual es un buen empuje si se toman en cuenta un margen para poder realizar los movimientos de orientación cuando la aeronave vence la fuerza de gravedad. Ademas en un trabajo futuro se pretende diseñar leyes de control que permitan estabilizar la posición y seguir una trayectoria, e incluir sensores como GPS, cámara de vídeo, módulos xbee, etc.. Al elegir los motores BLDCM imponemos la restricción de utilizar determinadas hélices, controladores de velocidad ESC y batería Lipo, las cuales ayudarán a dimensionar la aeronave para mantener una referencia y no tener problemas a la hora de diseño. La figura C.1 muestra el dimensionado del drone en el software de diseño SolidWorks. Esta figura muestra cuatro círculos los cuales representan el diámetro de las hélices y un rectángulo el cual contempla las dimensiones de la batería Lipo.

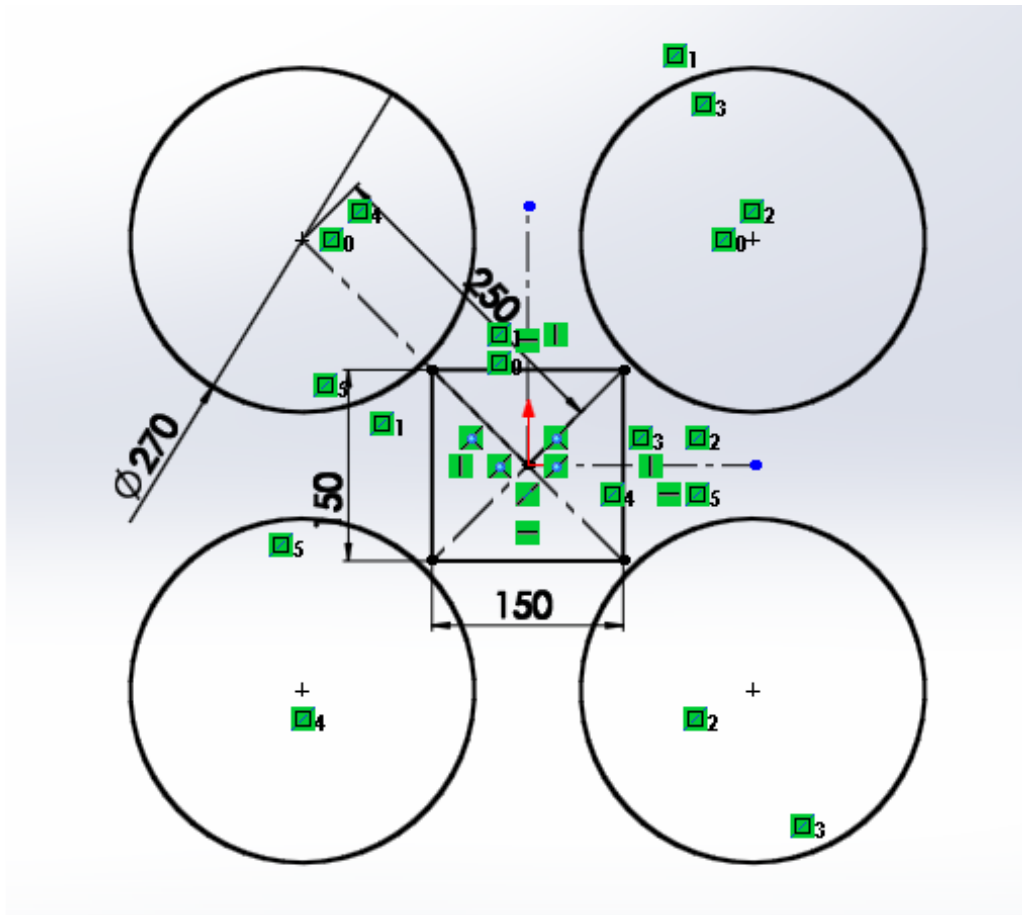


Figura C.1. Diagrama de los componentes de la estructura física.

Debido a que el diseño del drone es muy difícil de maquinar se ha optado por utilizar una impresora 3D y ensamblar el drone en varias partes debido al área de impresión $20 \times 20 \times 15$. El drone se ha dividido en tres partes como se muestra en el diagrama de la figura C.2, donde se describen con mas detalles las partes que conforman el armazón y sus componentes electrónicos los cuales se deben de tomar en cuenta en el diseño.

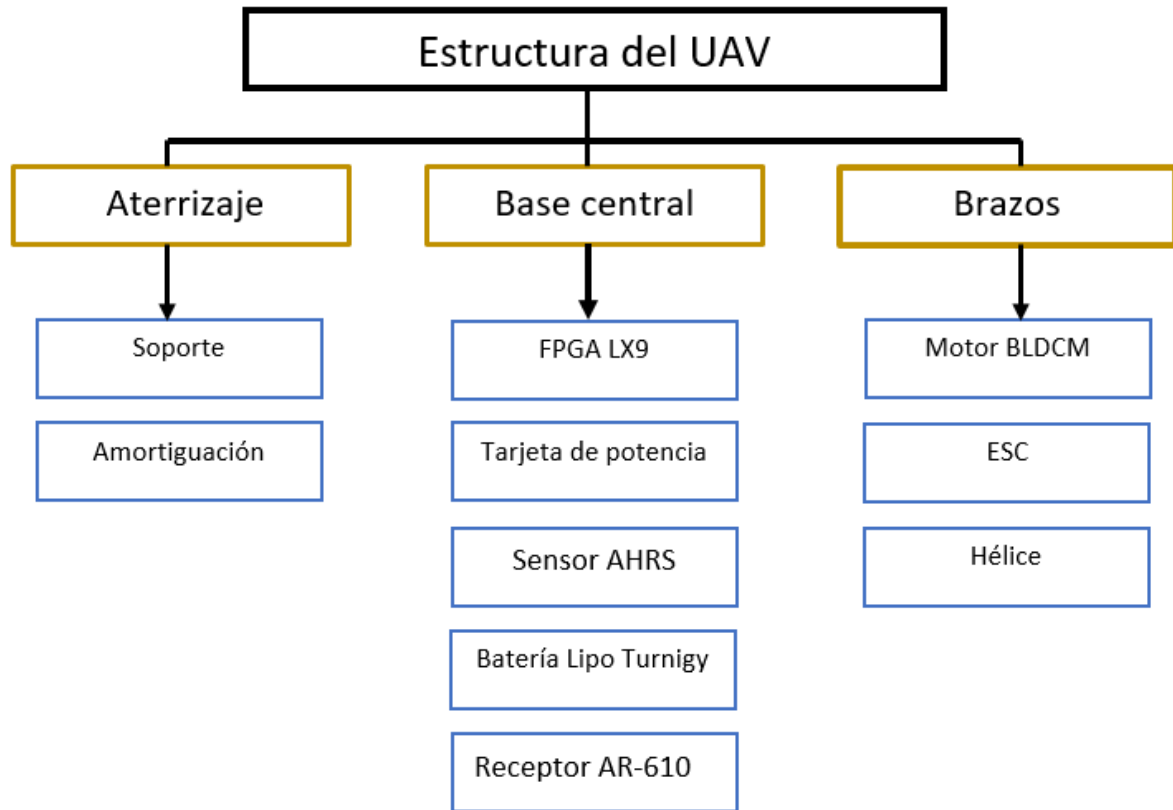
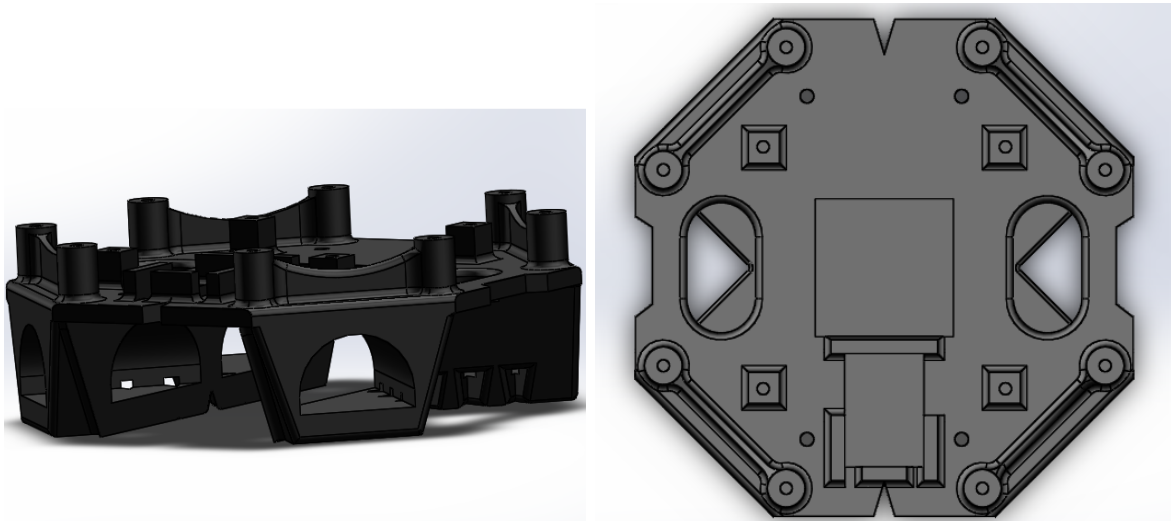


Figura C.2. Diagrama de los componentes de la estructura física.

C.1. Base central

El diseño de la base central se muestra en la figura, donde podemos observar que se han tomado en cuenta el espaciado y el posicionamiento de cada componente, además de la forma de como ensamblar los 4 brazos. Se ha realizado una base la cual sujeta la batería, esta pieza es independiente de la base central debido al alto material que consume la impresora si esta pieza se incluyera como una pieza única con la base central.

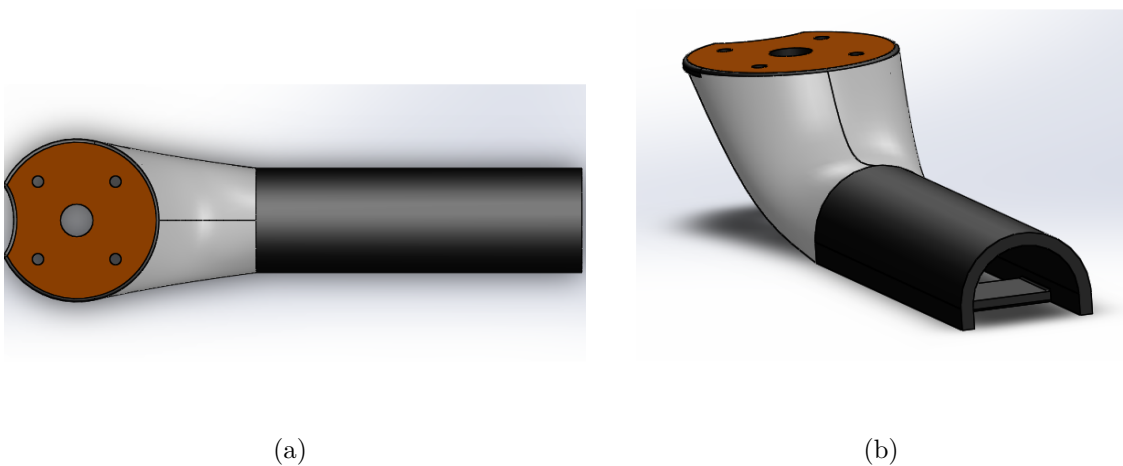


(a) Aproximación y resultados experimentales de la constante b .
 (b) Aproximación y resultados experimentales de la constante b_{pwm} .

Figura C.3. Aproximación y resultados experimentales de la constante b y b_{pwm} , hélice 11×4.7 .

C.2. Brazos

Los brazos están inspirados en la estructura tipo bóveda la cual posee propiedades muy interesantes debido a la doble curvatura. Este tipo de bóveda es en forma de parábola, capaz de soportar mayores cargas externas, mayor esfuerzos de compresión y flexión que la estructura recta convencional utilizados en la mayoría de drones. La figura muestra el diseño de los brazos donde se ha tomado en cuenta el posicionamiento de los motores, controladores ESC y hélices.



(a)

(b)

Figura C.4. Aproximación y resultados experimentales de la constante b y b_{pwm} , hélice 11×4.7 .

C.3. Base de aterrizaje

La base de aterrizaje es importante para evitar que la aeronave se estrelle cuando aterriza. Se ha diseñado mediante cuatro piezas las cuales van unidas a los brazos. Se le han añadido almohadillas acolchadas de espuma poliuretano para absorber algún golpe en caso de un aterrizaje brusco. La figura muestra el diseño de la base de aterrizaje.

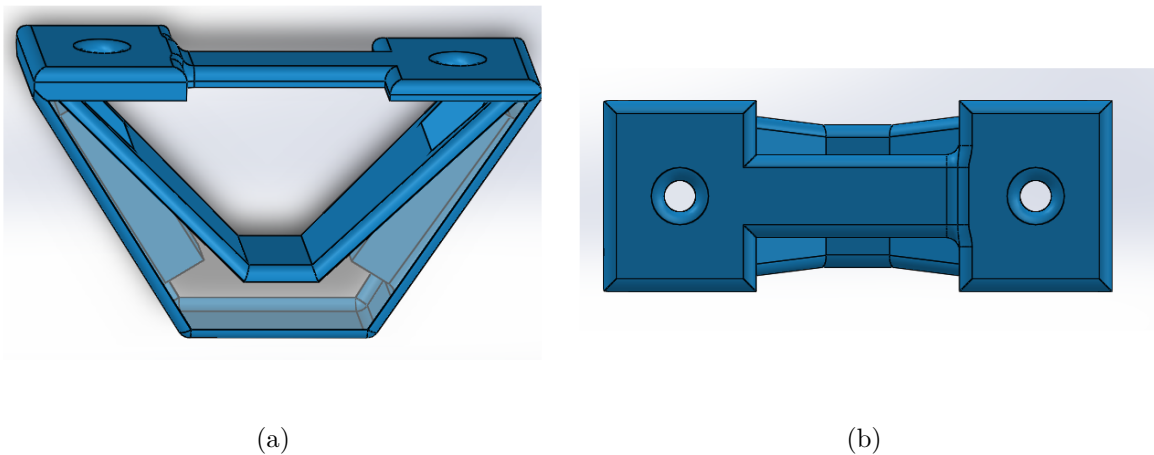
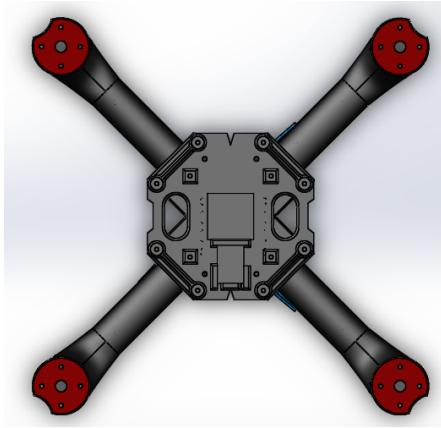


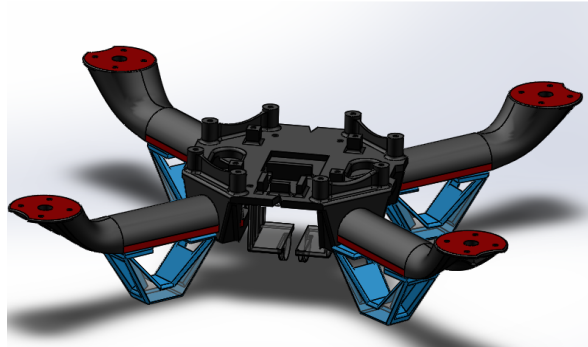
Figura C.5. Aproximación y resultados experimentales de la constante b y b_{pwm} , hélice 11×4.7 .

C.4. Construcción y ensamble del drone.

La figura C.6 se muestran la construcción y ensamble del drone. Las piezas impresas han pasado por un proceso de suavizado, pulido y pintado para mejorar su apariencia. La figura muestra el suministro de potencia, la cual conecta los ESC a la batería Lipo mediante conectores XT60 hembra y cable calibre 16 AWG.



(a)



(b)

Figura C.6. Aproximación y resultados experimentales de la constante b y b_{pwm} , hélice 11×4.7 .

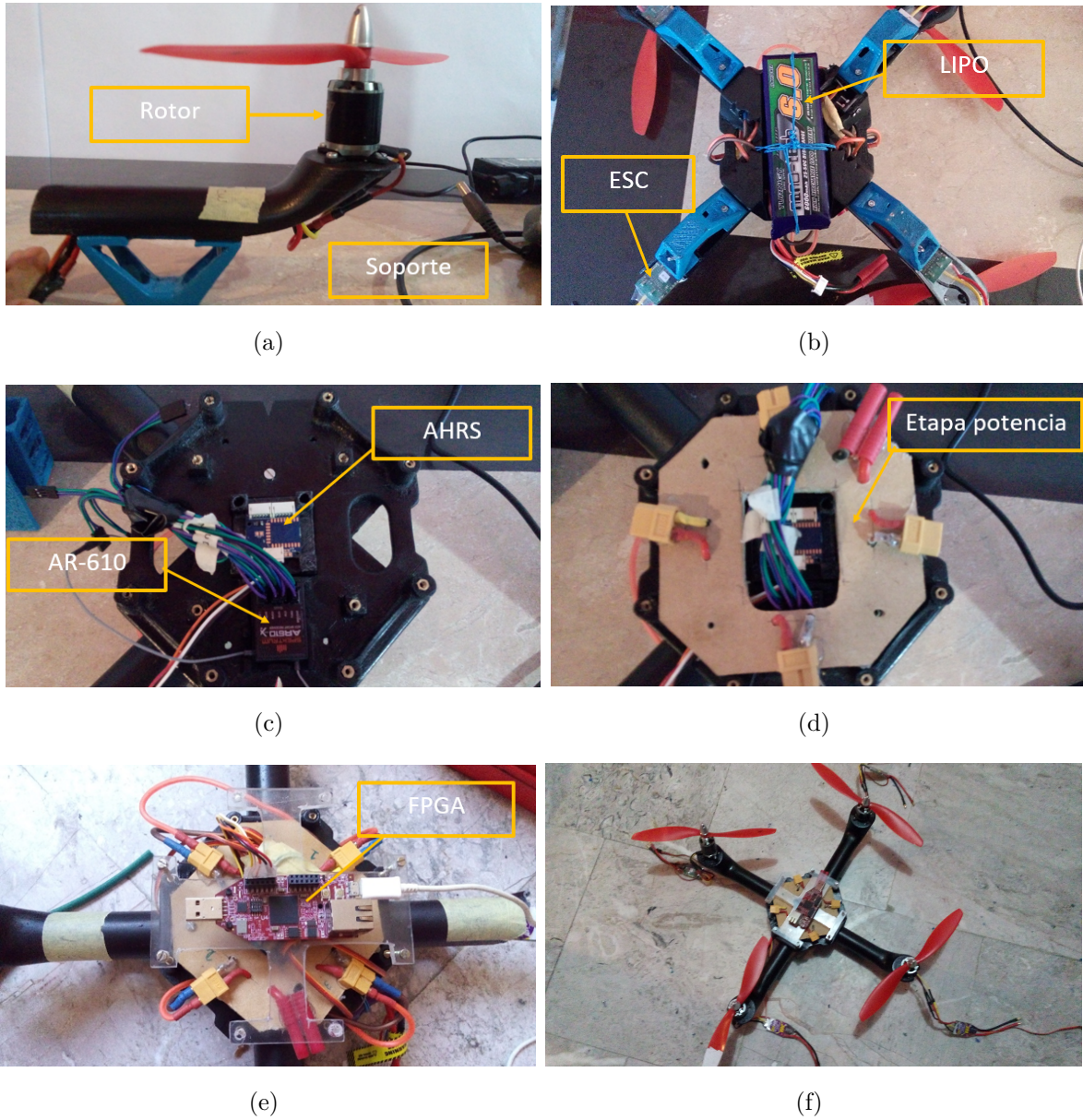


Figura C.7. Construcción del drone.

Apéndice D

Publicaciones realizadas



VIII Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas

Otorga el Presente

DIPLOMA

A:

Juan Diaz-Téllez,
José E. M. Gutierrez-Arias,
José E. Flores-Mena y
S.S Lemak

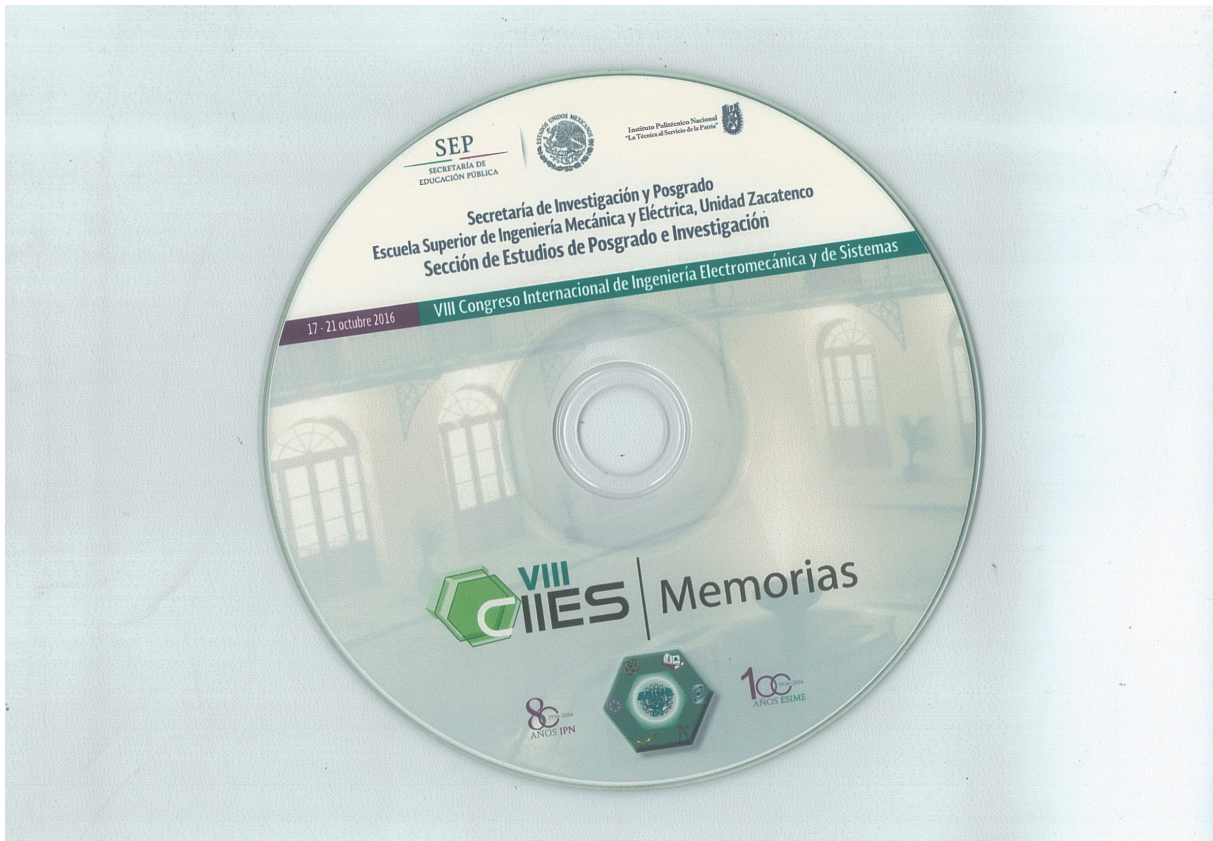
Por su participación con el trabajo:

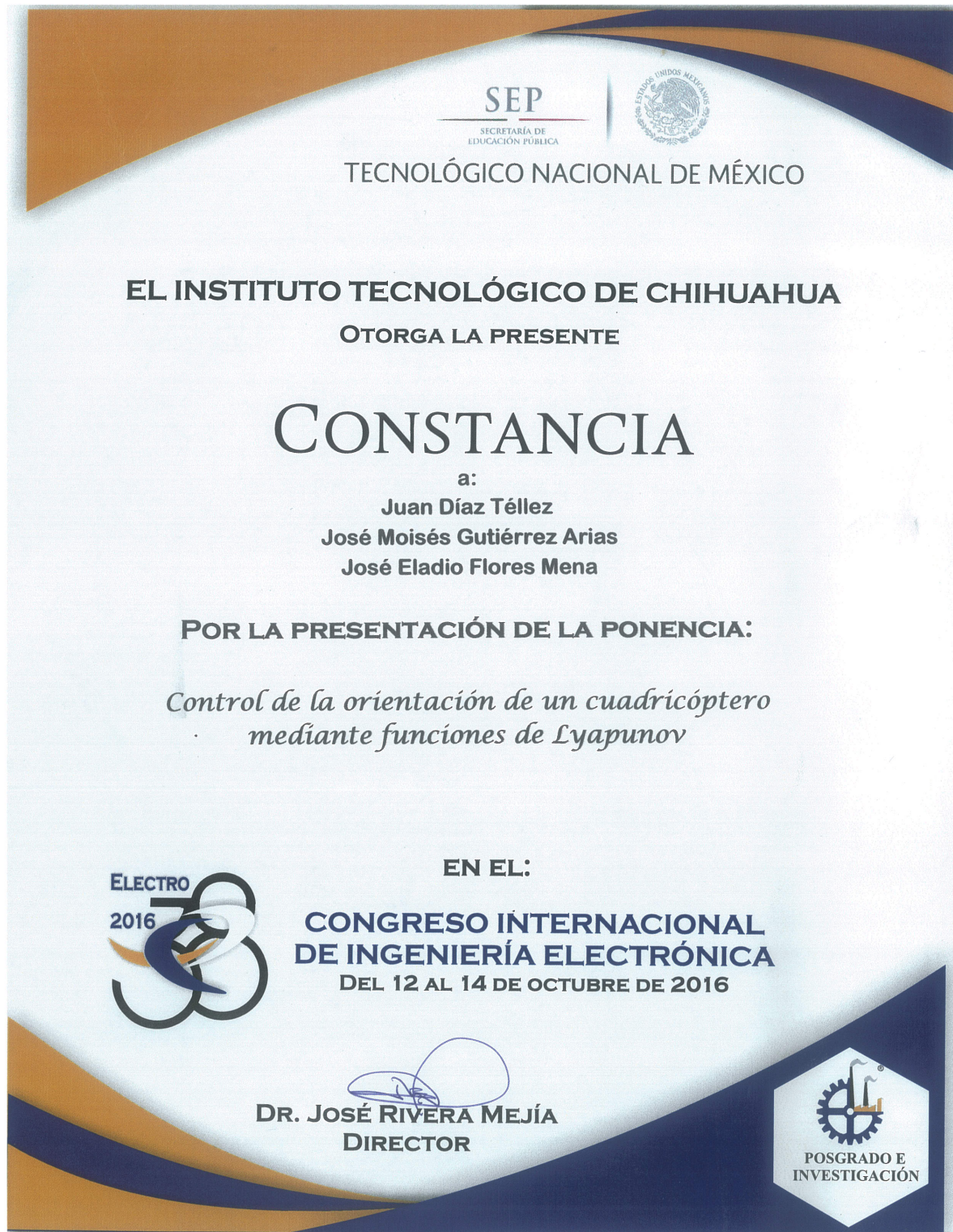
Control de la actitud de un Helicóptero con Cuatro Motores

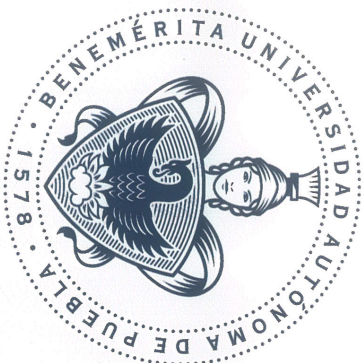
Ciudad de México, 17 al 21 de octubre de 2016

DR. MIGUEL TOLEDO VELÁZQUEZ
Jefe de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME, Unidad Zacatenco

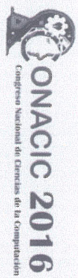
DR. RICARDO OCTAVIO MOTA PALOMINO
Director de la ESIME, Unidad Zacatenco







BUAP





La Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
A través de la Facultad de Ciencias de la Computación
Otorga la presente

CONSTANCIA

A: Juan Díaz Téllez,
José M. Gutiérrez Arias,
José E. Flores Mena y
Stepan Lemak

Por su participación como Ponente con la conferencia:
*Control Acotado de la Orientación de un Helicóptero con Cuatro
Rotores*
En las instalaciones de la Facultad de Ciencias de la Computación.

"Pensar bien, para vivir mejor."
H. Puebla de Zaragoza, 26 de Septiembre de 2016



Mtro. Marcos González Flores
Director

Bibliografía

- [1] O. E. FJELLSTAD AND T.I.FOSSEN. Comments on the attitude control problem, *IEEE Transactions Automatic Control*, pp. 699-700, 1994.
- [2] S.M. JOSHI, A.G. KELKAR, AND J.T.-Y. WEN. Robust attitude Stabilization of spacecraft using nonlinear quaternion feedback. *IEEE Transactions Automatic Control*, pp.1800-1803, 1995.
- [3] N. MARCHAND, S. DURAND AND J. F. GUERRERO-CASTELLANOS. A general formula for event-based stabilization of nonlinear systems, *IEEE Transactions Automatic Control*, 2012.
- [4] P. CASTILLO, R. LOZANO AND A. E. DAZUL. *Modelling and control of mini-flying machines*. Springer-Verlag, London, UK, 2005.
- [5] S. BOUABDALLAH, P. MURRIERI, AND R. SIEGWART. Design and control of an indoor micro quadrotor. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, USA, 2004.
- [6] S. BOUABDALLAH, A. ÑOTH, AND R. SIEGWART. PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor. *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Japan, 2004.
- [7] A. MOKHTARI, A. BENALLEGUE. Dynamic feedback controller of Euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle . *IEEE International Conference on robotics and automation* , 2004.
- [8] L.MEDERREG, F. DIAZ, AND N. K. M?SIRDI. Nonlinear Backstepping control with Observer Design for a 4 Rotors Helicopter. *International Conference on Advances in Vehicle Control and Safety*, 2004.
- [9] S. BOUABDALLAH AND R. SIEGWART. Backstepping and Sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor. *IEEE International Conference on robotics and automation* , 2005.

- [10] V. MISTLER, A. BENALLEGUE, AND N. K. M?SIRDI. Exact linearization and noninteracting control of a 4 rotors helicopter via dynamic feedback. *IEEE International Workshop on Robot and Human International Communication*, 2001.
- [11] B. P. ICKES. A new method for performing control system attitude computation using quaternions. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 1970.
- [12] T. R. KANE. Solution of kinematical differential equations for a rigid body. *J. Applied Mechanics*, 1973.
- [13] A.DZUL P.CASTILLO AND R.LOZANO. Real-time stabilization and tracking of a four-robot mini rotorcraft. *IEEE Transaction on Control System Technology*. 2004.2.
- [14] J.F. GUERRERO-CASTELLANOS, N. MARCHAND, A. HABLY, S. LESECQ, J. DELAMARE. Bounded attitude control of rigid bodies: Real-time experimentation to a quadrotor mini helicopter. *textitControl Engineering practice*, Vol. 19, PP. 790-79. 2011.
- [15] A. TAYERABI. S. MCGILVRAY. Attitude stabilization of a four-rotor aerial robot. *IEEE Conference Decision and Control*. pp. 1216-1221, 2004.
- [16] J.F. GUERRERO-CASTELLANOS, J.J. TÉLLEZ-GUZMÁN, S. DURAND, N. MARCHAND, J.U. ALVAREZ-MUÑOZ, V.R. GONZÁLEZ-DÍAZ. Attitude Stabilization of a Quadrotor by Means of Event-Triggered Nonlinear Control. *Journal of Intelligent and Robotics Systems*. pp. 123-135, 2014.
- [17] K.P. VALAVANIS AND G.J, VACHTSEVANOS. *Handbook of Unmanned Aerial Vehicles*. Springer, Holanda, 2015.
- [18] R. AUSTIN. *Unmanned Aircraft System. UAVs Design, Development and Deployment*. John Wiley Sons ltd. chichester, 2010.
- [19] L.R NEWCOME. *Unmanned Aviation. A brief History of Unmanned Aerial Vehicles American Institute of Seronautics and Astronautics*. Reston, EE. UU. 2004.
- [20] ROBERTO MONTOYA. *Drones. La muerte por control remoto*. AKAL, España, 2014.
- [21] G. SÁNCHEZ-JIMÉNEZ M. MULERO-VALENZUELA E. SAUMETH-CADAVID. *Vehículos aéreos no tripulados en latinoamérica* ,España, 2013
- [22] R. AUSTIN. *Unmanned Air System UAV Design, Development and Deployment*. Jonh Wiley, 2010.
- [23] G. SIOURIS, *Aerospace Avionics Systems: A Modern Synthesis* Academic press, 1993

- [24] R. LOZANO P. CASTILLO AND A. DZUL, Stabilization of a mini rotorcraft with four rotors, IEEE Control Systems Magazine, pages 45-55, 2005.2
- [25] A. BENALLEGUE, Control of a quadrotor mini-helicopter via full state backstepping technique, Proceedings of the 45th IEEE Conference Decision and Control, 2006.9
- [26] A. BENALLEGUE V. MISTER AND N.K. M'SIRDI, Exact linearization and noninteracting control of a 4 rotor helicopter via dynamic feedback, IEEE International Workshop on Robot and Human Interactive Communication, pp. 586-593, 2001. 2
- [27] A. M. LYAPUNOV. The general problem of the stability of motion. *International Journal of Control*, pp. 531-773. 1992
- [28] E. D. SONTAG. *Mathematical control theory*. Springer-Verlag, 1990.
- [29] H. K. KHALIL. *Nonlinear systems*. Prentice-Hall Inc, 2002.
- [30] R. KELLY AND V. SATIBÁNEZ. *Control de movimiento de robots manipuladores*. prentice-Hall, Pearson, 2002.
- [31] M. TAKEGAKI AND S. ARIMOTO. A new feedback method for dynamic control of manipulators. *ASME Journal of Dynamics System Measurement and Control*, pp. 119-125. 1981
- [32] F. REYES-CORTÉS. *Robótica. Control de robots manipuladores*. Alfaomega, 2013.
- [33] PONG P. CHU. *RTL Hardware Design Using VHDL: Coding for Efficiency, Portability, and Scalability*. A JOHN WILEY SONS, INC., 2006.
- [34] DAVID G. MAXINEZ AND J. ALCALÁ. *VHDL. El arte de programar sistemas digitales*. Continental, 2002.
- [35] PONG P. CHU. *FPGA Prototyping by VHDL examples, xilinx spartan-3 version*. A JOHN WILEY SONS, INC., 2008.
- [36] XILINX. *Embedded System Tools Guide*. 2011.
- [37] XILINX. *Embedded System Tools Reference Manual EDK*. 2013.
- [38] XILINX. *EDK Concepts, Tools ans Techniques*. 2013.
- [39] XILINX. *Axi Reference Guide*. 2013.
- [40] XILINX. *MicroBlaze Processor Reference Guide*. 2014.1

- [41] J. J. TÉLLEZ GUZMÁN. Estabilización de la actitud de vehículos VTOL mediante control asíncrono *Tesis de maestría*, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, 2012.