



# BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

INSTITUTO DE FÍSICA "LUIS RIVERA TERRAZAS"

**"CRATERIZACIÓN Y EVOLUCIÓN DE  
CAVIDADES GENERADAS POR EXPLOSIONES  
EN UN MEDIO GRANULAR"**

**TESIS**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

**MAESTRA EN CIENCIAS  
(FÍSICA)**

PRESENTA:

**ANYI MARITZA TACUMÁ GARZÓN**

ASESOR(ES):

**DR. FELIPE PACHECO VÁZQUEZ**

**OCTUBRE DE 2017**



*Dedicado a  
mi familia  
con todo mi cariño y amor.*



## **Agradecimientos**

Se agradece a la Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado por el apoyo otorgado para la conclusión de esta tesis dentro del Programa II. Investigación y Posgrado. Aseguramiento de la calidad en el Posgrado. Indicador establecido en el Plan de Desarrollo Institucional 2013-2017.

También agradezco de manera especial y sincera a mi asesor el Dr. Felipe Pacheco Vázquez por aceptarme para realizar esta tesis de maestría bajo su dirección. El apoyo brindado, su confianza y empeño han sido un aporte invaluable en mi formación académica, resaltando su inmensa paciencia con la orientación y rigurosidad necesaria para culminar este trabajo.

Al comité evaluador el Dr. César Márquez Beltrán, la Dra. Lilia Meza Montes y el Dr. Elías López Cruz por los comentarios y sugerencias en la revisión del trabajo.

Al Instituto de Física "Luis Rivera Terrazas" por darme la oportunidad de llevar a cabo mis estudios de Posgrados en maestría en ciencias Física.

Finalmente, a CONACYT por el apoyo económico brindado durante el periodo de la maestría.



## Resumen

**E**n esta tesis estudiamos experimentalmente los procesos de craterización generados por explosiones en la superficie de un sistema granular a escala de laboratorio. Utilizando pequeñas cantidades de masa explosiva observamos la formación del cráter en dos diseños experimentales; el primero permite visualizar la evolución del cráter generado por explosiones en un montaje tridimensional, mientras que el segundo muestra la formación de la cavidad inicial subterránea en una celda cuasi-bidimensional. Empleando técnicas de alta velocidad y perfilometría láser, se logró analizar la dinámica y morfología del cráter, comparándola con cráteres creados por explosiones a gran escala y otros procesos de craterización. Encontramos que el diámetro y la profundidad del cráter escalan con la energía aproximadamente a una potencia de 0.30. Esto es similar a lo que se ha evidenciado en eventos a gran escala, pero diferente del escalamiento de  $1/3$  y  $1/4$  predicho por análisis dimensional, presentado en cráteres producidos por impacto de esferas densas. Adicionalmente, la expansión de la corona creada por la eyección del material obedece la misma dependencia temporal ( $\propto t^{0.30}$ ) encontrada en una investigación previa sobre la expansión de ondas de choques debido a explosiones subterráneas. Igualmente se analizó el crecimiento de cavidad subterránea y se comparó con un estudio reciente sobre explosiones en la superficie del agua. Proponemos tres modelos posibles para describir las dinámicas observadas. Finalmente, presentamos un sumario con la información morfológica de cráteres producidos por diferentes mecanismos en experimentos a pequeña escala que permiten en varios casos determinar el origen del cráter por simple inspección visual. Cabe resaltar que un análisis cuantitativo de algunas de las características y las leyes de escalamiento de cráteres por explosiones a escala de laboratorio no estaban reportadas en la literatura antes de este trabajo.

---

## Abstract

**E**n this thesis, we studied experimentally the cratering process generated by explosions on the surface of a granular system at laboratory scale. Using small amounts of explosive mass, we observed the formation of craters using three and two dimensional systems. The first one allows us to visualize the crater evolution, and the second one shows the formation of the initial underground cavity. Using high speed video and laser profilometry techniques, it was possible to analyze the dynamics and crater morphology, comparing them with craters created by large scale explosions and other cratering processes. We found that the crater diameter and depth increase with it energy approximately as a power law with exponent of 0.30. This is similar to large scale events and differs from the 1/3 scaling predicted by dimensional analysis, and from the 1/4 scaling showed in craters produced by the impact of dense spheres. On the other hand, the crater profile is found hyperbolic and having a raised rim. Furthermore, the corona expansion created by the ejected grains obeys the same temporal dependence ( $\propto t^{0.30}$ ) found in shock wave expansion due to underground explosions. We also analyzed and compared the underground cavity growth with a recent study about explosions at the water surface. We propose three possible models to describe the observed dynamics. Finally, we present a summary of the morphological features of craters produced by different mechanisms in small scale experiments, which allows in several cases to determine the origin of the crater by simple visual inspection. It should be noted that a quantitative analysis of explosive cratering and the scaling laws was missing at laboratory scale before the present work.

---

# Índice

<b>Resumen</b>	<b>I</b>
<b>Abstract</b>	<b>II</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>V</b>
<b>Lista de Tablas</b>	<b>VII</b>
<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Antecedentes Históricos</b>	<b>3</b>
1.1. Primeras hipótesis de la formación de cráteres . . . . .	3
1.1.1. Siglos XVIII y XIX . . . . .	5
1.1.2. Siglo XX . . . . .	7
1.2. Cráteres por explosiones . . . . .	9
1.3. Clasificación de cráteres . . . . .	11
1.3.1. Cráteres simples . . . . .	11
1.3.2. Cráteres complejos . . . . .	11
<b>2. Materia granular y cráteres a escala de laboratorio</b>	<b>13</b>
2.1. Medio granular . . . . .	13
2.2. Características generales de un medio granular . . . . .	14
2.2.1. Interacción entre partículas y fricción . . . . .	15
2.2.2. Ángulo de reposo . . . . .	16
2.3. Propiedades estáticas de un medio granular . . . . .	17
2.3.1. Distribución de estrés en un medio granular . . . . .	17
2.3.2. Arcos de equilibrio . . . . .	18
2.3.3. Efecto Janssen . . . . .	18
2.4. Análisis dimensional y similaridad . . . . .	20

2.5.	Análisis dimensional para cráteres por explosiones . . . . .	23
2.6.	Formación de cráteres en un medio granular . . . . .	25
2.6.1.	Cráteres por impacto . . . . .	25
2.6.2.	Cráteres por subsidencia . . . . .	32
2.6.3.	Cráteres por explosiones . . . . .	34
<b>3.</b>	<b>Formación de cráteres por explosiones en un medio granular</b>	<b>37</b>
3.1.	Diseño Experimental . . . . .	38
3.1.1.	Montaje experimental tridimensional (3D) . . . . .	38
3.1.2.	Montaje experimental bidimensional (2D) . . . . .	40
3.2.	Resultados . . . . .	40
3.2.1.	Morfología del cráter . . . . .	40
3.2.2.	Crecimiento de la corona . . . . .	47
3.2.3.	Crecimiento de la cavidad . . . . .	48
<b>4.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>53</b>
	<b>Apéndices</b>	<b>55</b>
<b>A.</b>	<b>Documento adjunto</b>	<b>57</b>
	<b>Referencias</b>	<b>59</b>

# Lista de Figuras

1.1. Sidereus Nuncius, Galileo Galilei . . . . .	4
1.2. La Luna del siglo XVIII y XIX . . . . .	6
1.3. Cráteres producidos por pruebas nucleares en Nevada Test Site . . . . .	10
1.4. Cráter simple . . . . .	12
1.5. Cráteres complejos . . . . .	12
2.1. Ángulo de reposo . . . . .	16
2.2. Distribución de estrés aplicado en un medio granular . . . . .	18
2.3. Presión granular medida en la pared de un recipiente . . . . .	19
2.4. Gráfica comparativa de presión hidrostática y presión granular . . . . .	20
2.5. Tamaño del cráter escalado en función de la energía de impacto . . . . .	26
2.6. Imágenes de cráteres creados por impacto . . . . .	27
2.7. Gráfica log-log del diámetro del cráter escalado como función de la energía escalada . . . . .	28
2.8. Cráteres típicos formados por diferentes ángulos de impacto . . . . .	29
2.9. Gráfica de la pendiente en cráter en función de la relación de aspecto del cráter . . . . .	30
2.10. Corona granular producida por el impacto de un proyectil . . . . .	31
2.11. Factor del empaquetamiento en la formación de cráteres . . . . .	31
2.12. Proceso de formación de cráteres por impacto de un proyectil granular y un proyectil sólido . . . . .	32
2.13. Cráteres por subsidencia tipo maar y caldera volcánica . . . . .	33
2.14. Cráteres producidos por el colapso de una cavidad . . . . .	34
3.1. Fotografías del sistema experimental . . . . .	39
3.2. Cronofotografía de la formación y dinámica de un cráter creado por una explosión en un contenedor cilíndrico (3D) . . . . .	40
3.3. Cronofotografía de la formación y dinámica de un cráter creado por una explosión en una celda cuasi-bidimensional (2D) . . . . .	41
3.4. Cronofotografía de la formación y crecimiento de una cavidad subterránea formada por una explosión en una celda cuasi-bidimensional (2D) . . . . .	41

3.5. Fotografía de un cráter típico producido por una explosión . . . . .	42
3.6. Técnica para determinar el perfil del cráter . . . . .	43
3.7. Perfil de los cráteres producidos por diferentes valores de masa explosiva con sus respectivos ajustes . . . . .	44
3.8. Razón de aspecto del cráter $\alpha = D/H$ y altura del borde abultado $H_{rim}$ vs masa $m$ .	45
3.9. Hipérbola con eje de simetría paralelo al eje $z$ . . . . .	46
3.10. Volumen del cráter $V$ y Diámetro del cráter en función de la masa $m$ . . . . .	47
3.11. Crecimiento de la corona granular en función del tiempo . . . . .	48
3.12. Dinámica de la cavidad subterránea en función del tiempo . . . . .	49

# Lista de Tablas

2.1. Números adimensionales principales para fenómenos relacionados con fluidos, arrastre, impactos y medios granulares. . . . .	22
3.1. Resumen de propiedades morfológicas de cráteres producidos por diferentes mecanismos a escala de laboratorio . . . . .	51

## Introducción

La formación de cráteres es un tema fundamental e importante en las ciencias físicas, geológicas y planetarias. Desde que Galileo Galilei observó por primera vez irregularidades en la superficie lunar, numerosas investigaciones se han realizado para develar el origen de ello. Cráteres similares se han encontrado en superficies planetarias. Por lo tanto, hoy en día sabemos que son el resultado de impactos energéticos muy elevados (impactos de meteoritos), además reconocemos diferentes procesos de craterización que están dados por distintos orígenes como impacto, subsidencia, volcánicos y explosiones.

Debido a la complejidad en la observación directa de la formación del cráter, gran parte de la comprensión del proceso de formación se deriva de la observación del producto final, es decir, los propios cráteres [1]. Por ello, estudios de formación de cráteres se han realizado desde hace varias décadas [1–23]. La naturaleza discreta y arenosa de las superficies (en donde se encuentran los cráteres) y algunas similitudes entre ellas, hacen posible estudiar el fenómeno de craterización a través de modelos a escala de laboratorio. En particular, experimentos sobre impactos granulares han sido relevantes para los procesos de impactos planetarios, a pesar de que sus energías son de órdenes de magnitud mucho más pequeñas que las de los impactos de meteoritos [1, 2]. Asimismo, se ha estudiado la energía involucrada en la formación del cráter, puesto que existen leyes de escalamiento establecidas que relacionan el diámetro del cráter con la energía de impacto como  $D \sim E_0^{1/4}$ . Además, características propias de impactos típicos como la velocidad de eyección [3], diámetro del cráter y profundidad de penetración del proyectil [1, 2, 4, 5], se han evaluado en dichas pruebas.

Otras investigaciones se han realizado para estudiar la formación de cráteres, como el colapso de cavidades previamente formadas contenidas de gas metano u otro material altamente presurizado; o el colapso de pozos poco profundos en perlas de vidrio [6, 7], determinaron la morfología del cráter final a través de las características iniciales de la cavidad. De igual modo, investigaciones en formación de cráteres generados por explosiones cerca de la superficie se han estudiado [8–12]. En este fenómeno, la liberación de energía de una fuente puntual extrae material para formar un cráter, el análisis dimensional predice que las dimensiones del cráter escalan con la masa y energía del explosivo a una potencia de 1/3 y 1/4 respectivamente. Sin embargo, estudios teóricos realizados encontraron que este escalamiento no se ajustaba perfectamente a cráteres creados a altas energías, llegando a proponer una constante empírica de 0.3 [8]. Dependiendo de las variables incluidas en el análisis dimensional, todas las leyes de escalamiento mostradas son limitadas por las reglas de raíz cúbica y cuarta [8–10].

Hasta ahora, cráteres generados por explosiones se han estudiado a gran escala de energía ( $> 10^6\text{J}$ ) con datos experimentales militares [8, 9, 13], a mediana escala con algunas pruebas sistemáticas que presentaron problemas debido a la inhomogeneidad del terreno [10], y a escala de laboratorio se realizaron estudios con la finalidad de reproducir cráteres creados por impacto con una sola cantidad de masa explosiva. De acuerdo a lo anterior, en esta tesis presentamos por primera vez experimentos sistemáticos a escala de laboratorio con pequeñas explosiones ( $\sim 10^2\text{J}$ ) en la superficie de un modelo tridimensional de un material granular, y también en una celda cuasi-bidimensional que nos permite observar y analizar la dinámica de crecimiento de la cavidad.

La tesis está estructurada de la siguiente manera: en el capítulo uno se describen algunos aspectos importantes sobre los antecedentes históricos, empezando desde la antigua Grecia con Aristóteles, posteriormente el hallazgo que revolucionó la ciencia en el siglo XVII: “*cráteres en la superficie lunar*” descubierto por Galileo Galilei, acto seguido las primeras hipótesis que se formularon para dar respuesta al origen de los cráteres desde teorías volcánicas hasta teoría de impacto y finalmente una breve reseña de los primeros estudios en cráteres generados por explosiones. En el segundo capítulo se describen las características principales de los medios granulares, los cuales son de gran relevancia para el estudio de formación de cráteres por explosiones, continuando con análisis dimensional y similaridad, y un recuento de algunos trabajos relacionados con el tema de investigación en esta tesis. En el tercer capítulo se describe el montaje experimental utilizado, se presentan los resultados obtenidos, y se muestra un modelo analítico que intenta describir las observaciones de los experimentos. Finalmente, damos nuestras conclusiones y perspectivas sobre el trabajo realizado.

---

# 1

## Antecedentes Históricos

A través de la historia el hombre se ha encargado de encontrar explicaciones fantásticas de lo que observamos, sentimos y presenciamos; cada civilización antigua poseían un sello característico para formular respuestas a fenómenos naturales. Desde los filósofos de la antigua Grecia hasta antes de Galileo Galilei, creían que fuerzas superiores e invisibles manejaban el orden en el universo. Sólo bastó una mirada al cielo con un instrumento óptico para que naciera el pensamiento científico moderno, y radicara esos paradigmas en los que estuvo sometido el hombre durante muchos siglos. En este capítulo encontrará una breve recopilación de las primeras hipótesis de la formación de cráteres hasta la actualidad y la clasificación morfológica de ellos.

### 1.1. Primeras hipótesis de la formación de cráteres

En la antigüedad, filósofos griegos se enfocaron en investigar y entender el mundo, el universo y sus cambios con preguntas fundamentales, por ejemplo ¿De qué está hecho el mundo?, ¿Qué fuerzas rigen el universo? Múltiples respuestas intentaron construir un pensamiento racional a hechos, que en algunos casos no guardaban relación alguna. Así mismo, establecieron una correspondencia entre los números y los procesos naturales, construyendo un lenguaje matemático y a su vez, determinaron toda forma geométrica con un objeto natural. Orientados por esta convicción, observaban los cuerpos celestes como esferas perfectas e invariantes, considerándolas creaciones divinas que podían contemplar. Este principio a priori para muchos filósofos, llevó a formular diferentes teorías y modelos de la concepción del mundo y el universo, uno de ellos (**Aristóteles**), estableció la

existencia de dos regiones con elementos y leyes diferentes: la región sublunar (se encuentra entre la Tierra y la Luna) asociada a cambios e imperfecciones y la región supralunar (se encuentra entre la Luna y el espacio finito) asociada a la perfección [24], esto hizo que el éter (quinto elemento) fuera considerado como un elemento inmaculado en el que estaba inmerso el universo.

Sin embargo, en la primera década del siglo XVII durante la época del Barroco el matemático, astrónomo, científico **Galileo Galilei** revolucionó el mundo cuando dirigió la mirada hacia la superficie lunar con un instrumento óptico que había conocido en la ciudad de Venecia e inmediatamente replicó y perfeccionó, *el telescopio*. Quizás fue el primer científico en observar e identificar las particularidades de la superficie lunar, tales como las características circulares en los cráteres lunares, explicar que son depresiones y no montañas, señalar que éstas poseían un material oscuro en sus pisos y que los picos centrales se producían en los cráteres, en ese momento se preocupó por resaltar lo que observaba y no en el origen de estos cráteres [25]. Aquel descubrimiento era revolucionario para la época, puesto que contradecía la tesis Aristotélica tradicional acerca de la perfección del mundo celestial. Galileo con el fin de darlo a conocer, publicó en 1610 *Sidereus Nuncius* (el Mensajero sideral) un breve texto donde explicaba lo que había descubierto al observar con su telescopio el firmamento (Fig. 1.1), dibujo de la Luna a pesar de las consecuencias que le traería con la inquisición por defender su afirmación [26]. En relación con la aseveración de Ga-

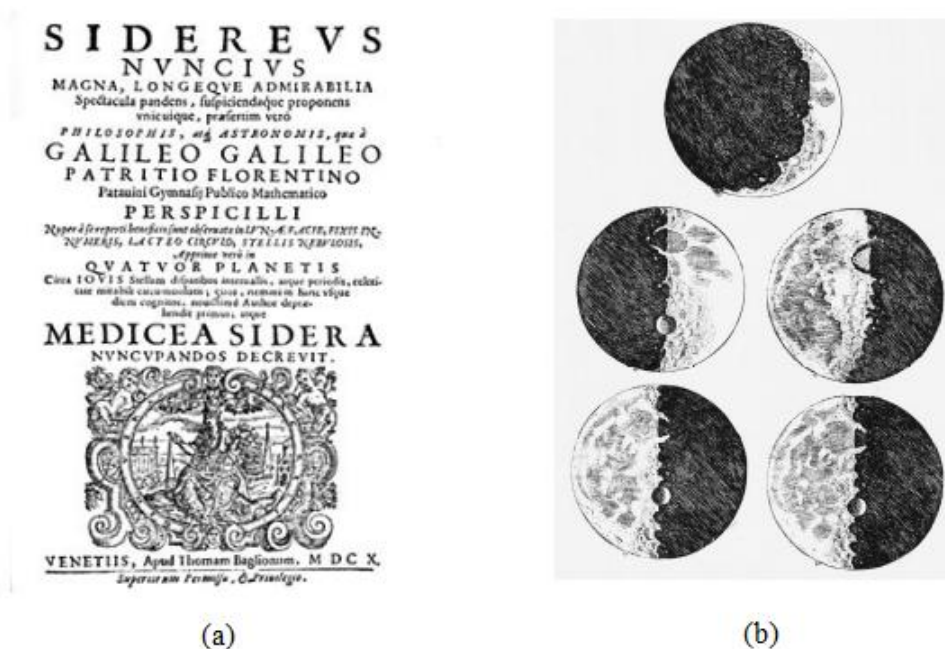


Figura 1.1: (a) Primera edición de *Sidereus Nuncius* y (b) Dibujos de la Luna realizado por Galileo y publicado en 1610.

lileo, diversas teorías, modelos, analogías y especulaciones llegaron a proponerse para explicar el

interrogante más importante del hallazgo ¿Qué originó esos cráteres en la superficie lunar? Para empezar se crearon los primeros mapas lunares, históricamente unos más importantes que otros de tal forma que la nomenclatura lunar propuesta sirvió como base a la que se utiliza actualmente, este es el caso del mapa lunar de Riccioli publicado en el año 1651 [25]. A diferencia de los mapas lunares publicados de los años 1645 y 1647 por **Michel Florent Van Langren** y **Johannes Hevelius**, quienes le dieron nombres de carácter religioso y características terrestres respectivamente, **Giovanni Riccioli** subdividió la cara visible de la Luna en ocho octantes, además de tener dos componentes fundamentales: una con características de tierra y mares y la otra con cráteres. Por otra parte, una década después en 1665 **Robert Hooke** llevó a cabo experimentos con objetos pesados dejándolos caer en una mezcla de arcilla con agua, en ellos descubrió que los cráteres formados eran similares a los observados en la superficie lunar, lo que lo condujo a preguntarse ¿Qué objetos son los que originan los cráteres lunares?, si para la época no se habían detectado los meteoritos. No obstante, se arriesgó a pensar en la hipótesis del proceso de formación de cráteres por impacto, la posibilidad de ser admitida por la comunidad científica era imposible; por lo tanto, aceptaron visiones más contemporáneas, que eran originados por erupciones volcánicas.

### 1.1.1. Siglos XVIII y XIX

Con el fin de dar respuesta al origen de los cráteres lunares, geólogos, físicos, astrónomos y amateurs de la astronomía se atrevieron a formular numerosas hipótesis inimaginables acompañadas a la distintas teorías, dentro de las cuales tenemos:

#### *Teoría volcánica*

El astrónomo **William Herschel** en el año 1787 aseguró haber visto una erupción volcánica en la Luna, además de tres volcanes en diferentes lugares de la parte oscura de la Luna nueva, incluso llegó a pensar que la Luna estaba habitada [27]. Por otro lado, en el año 1791 el astrónomo **Johan Hieronymous Schröter** publicó su trabajo fundamental “*Selenotopographische Fragmente*”, midió los bordes elevados de numerosos cráteres lunares, llevándolo a formular la regla de Schröter, la cual indica que la cantidad de material alrededor del cráter es exactamente igual a la cantidad que se necesitaría para llenarlo nuevamente, eso quiere decir, que esa es la cantidad de material que había expulsado el cráter, además, afirmaba haber visto campos verdes en la superficie lunar [25].

Entre los años 1834 y 1837 se reunieron para trabajar en conjunto un banquero y un astrónomo (**Wilhelm Beer** y **Johan Heinrich**) en un observatorio privado, resultado de ello fue la publicación del primer mapa minucioso de la superficie lunar y un atlas con todas las características de la superficie lunar, proporcionando datos precisos. Mientras que en los años 1840 y 1849 el geólogo **James Dwight** y el astrónomo **John Herschel** aseguraban ver algunos cráteres lunares similares a los cráteres volcánicos terrestres, ya en el año 1885 el ingeniero **James Nasmyth** junto con el

---

astrónomo **James Carpenter**, publicaron uno de los libros más importante de la época titulado “*La Luna*”, el libro contenía fotografías interesantes que captaba la atención a los lectores, en vista que la fotografía todavía no había avanzado lo suficiente para tomar imágenes reales de la Luna, Nasmyth y Carpenter construyeron modelos de yeso basados en las observaciones de la superficie lunar y las fotografiaron con una iluminación adecuada para ayudar a recrear una apariencia más real. En el libro explicaron la formación de los picos centrales como la erupción de un volcán que se fue extinguiendo poco a poco, dejando un rastro de material en el orificio de tal forma que se construían conos volcánicos y los cráteres que no poseían picos eran porque estaban llenos de lava, asemejándolos a los cráteres por volcanes terrestres [25, 28].

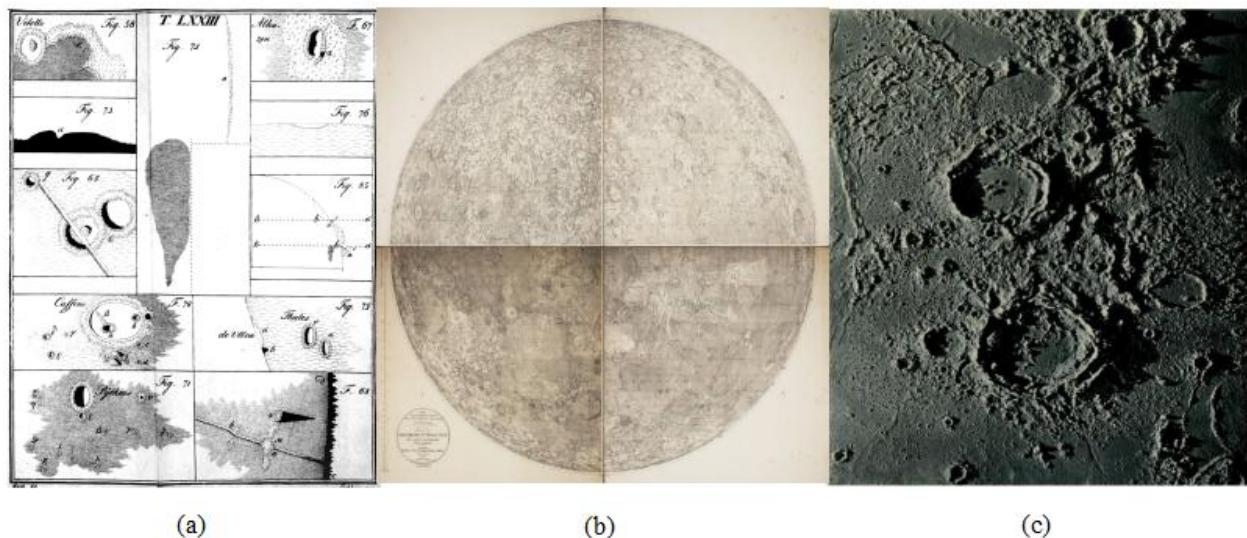


Figura 1.2: (a) Mapa lunar del libro *Selenetopographische Fragmente* de Johann Hieronymus Schröter, (b) Cuadrantes I, II, III, IV de la cara de la Luna, figura tomada del libro *Mappa de Selenographica* de Beer y Mädler [29] y (c) Cráteres Aristotels y Eudoxus, figura tomada del libro *The moon: Considered as a planet, a world, and a satellite* de Nasmyth y Carpenter [28].

### **Teoría de impacto**

Al igual que los anteriores astrónomos, el astrónomo alemán **Franz Von Paula Gruithuisen** en el año 1829 creía que la Luna se encontraba habitada, especulando la existencia de ciudades habitadas en algunos cráteres, aunque fue uno de los primeros astrónomos al igual que Hooke en sugerir la teoría de impacto como origen de los cráteres lunares. Sin embargo, para el año 1801 el astrónomo **Giuseppe Piazzi** divisa el primer asteroide llamándolo Ceres (nombre de una diosa romana) uno de los más masivos, esféricos y con un diámetro de 900 km [26], a partir de ese momento se descubrieron muchos más, esto ayudó a que el astrónomo **Richard Proctor** defendiera

la teoría de impacto para la formación de los cráteres lunares, publicando el segundo libro más importante sobre la Luna en la década de 1870, formulando la conjetura de que los cuerpos planetarios del sistema solar eran el resultado de la unión de meteoritos, y los cráteres lunares eran la secuela de los que impactaron la Luna en su comienzo, además rechazaba la idea que los cráteres se podían asemejar a los cráteres terrestres y también la hipótesis de Laplace-Kant (la formación de los planetas a partir de una nebulosa gaseosa). A pesar de ello, sus hipótesis fueron ignoradas, quizás porque la teoría de impacto aún le faltaba y el trabajo de Nasmyth y Carpenter parecía más convincente, cabe señalar que se publicó un año después del trabajo de Proctor [25].

A pesar de que la teoría volcánica era aceptada en la comunidad científica, el estudio de la formación de cráteres se consideraba un asunto netamente de los astrónomos, no obstante la participación de científicos de otras áreas de la ciencia era muy activa de tal forma que en el año de 1892 el geólogo **Grove Karl Gilbert** realizó los primeros estudios detallados del origen de los cráteres lunares bajo la hipótesis de impacto, concluyendo que sólo con la teoría de impacto se podía explicar la formación de los cráteres en la superficie lunar, lamentablemente publicó su trabajo en una revista de poca circulación, por lo que, la probabilidad de que fuera leída su investigación era muy baja. Asimismo, se preguntó por qué los cráteres son circulares y no elípticos manifestando que debido a la variación del ángulo de impacto con respecto a la superficie la forma resultante del cráter es elíptico, este interrogante fue resuelto unas décadas después [25]. Sin embargo, después de examinar el origen del cráter Meteor en Arizona, Gilbert afirmaba que el origen del cráter terrestre era distinto al del cráter lunar, aseverando que fue causado por una explosión de vapor y no un impacto, bajo la creencia de que el cráter debía contener hierro o presentar alguna anomalía magnética debido al meteorito.

### 1.1.2. Siglo XX

A principio de ese siglo, la analogía de la formación de cráteres terrestres creados por volcanes, impacto y explosiones con el origen de los cráteres lunares empieza a tomar forma, a pesar de ello aún continuaban algunas inconsistencias en las hipótesis. En el año 1903 el astrónomo **Guillermo Henry Pickering** describió la Luna con vegetación, tormentas de nieve y gruesas capas de nieve en la superficie, argumentando que los cráteres se formaban por explosiones de vapor dentro de la cubierta de nieve [30]. No obstante la hipótesis de impacto estaba ganando simpatizantes entre los científicos, tal es el caso del geólogo **Nathaniel Shaler**, mucho antes que se explicara la extinción de los dinosaurios a causa de un meteorito, Shaler llegó a pensar esta idea en el año 1903, desafortunadamente para esa época no había una teoría aceptada que le sirviera como argumento a su idea, a pesar de ello creía que la mayoría de los cráteres eran de origen volcánico.

La falta de comprensión al proceso de formación de grandes cráteres circulares, bordes abultados y picos centrales observados en la superficie lunar, incitaron la búsqueda de cráteres semejantes

---

en la superficie terrestre, en especial aquellos creados por la caída de grandes objetos extraterrestres y encontrar así una posible explicación de su origen. En 1916 la publicación en ruso de un joven astrónomo estonio **Ernst Öpik** demostró que el impacto de un cuerpo a hipervelocidad es similar a una explosión, y por lo tanto, los cráteres resultantes serían siempre circulares independientemente del ángulo de incidencia, además de analizar por primera vez las relaciones de tamaño mínimo del proyectil, energía de impacto y diámetro del cráter, centrando la escala en la energía gravitacional de la excavación del cráter. Las consideraciones físicas fueron formuladas gracias a un modelo de explosión propuesto anteriormente por el físico ruso **Nikolai Morozov** entre los años 1909 y 1911 donde explica “...la caída de la masa cósmica a gran velocidad choca con la superficie de nuestro satélite, se rompe en pedazos y se entierra en la superficie de las rocas; como consecuencia del calor generado por el impacto una parte considerable de la masa meteórica y las rocas circundantes se convierte en gas debido a la alta temperatura, ocurre una gran explosión que se esparce alrededor de la roca y forma una depresión con borde, la masa meteórica genera el pico central. La ausencia de formaciones análogas en la Tierra puede explicarse debido a la atmósfera que destruye la fuerza de impacto...” concluyendo que los cráteres serían depresiones circulares en forma de cuenco, a pesar del ángulo de impacto [31]. Öpik deseaba explicar el proceso de formación de cráteres postulado por Morozov numéricamente, desafortunadamente la barrera del idioma y la revista donde lo publicó, evitó que se diera a conocer y en algunas casos citado de forma incorrecta.

Posteriormente, en 1919 el físico **Herbert E. Ives** comparó los cráteres formados por explosiones de bombas, lanzadas en la Primera Guerra Mundial y los cráteres observados en la superficie lunar, sin embargo, su opinión no tuvo importancia por la predominante teoría volcánica. A pesar de ello, otros científicos se atrevieron a formular hipótesis similares, como es el caso del astrofísico **Alexander William Bickerton**, en las reuniones de la Asociación Astronómica Británica en 1915 llevó a discusión el carácter explosivo de los impactos de meteoritos sobre la superficie lunar dando como resultado cráteres circulares [31]. También, el astrónomo **Algernon Charles Gifford** propuso en 1924 la analogía de impacto-explusión paralela a la teoría de impacto a alta velocidad y explosión, mencionada anteriormente. Por otro lado, el geólogo **Daniel Moreau Barringer** estudió el Meteor Cráter de Arizona, concluyó que el cráter se creó a partir de un impacto violento como el de un meteorito, debido a que encontró pequeñas muestras de hierro, sin embargo no fue suficiente para que fuera aceptada la teoría, dado a que esperaba encontrar grandes cantidades de hierro en el interior del cráter. No obstante, los científicos que conocían el modelo de impacto-explusiones lograron explicar la ausencia de grandes cantidades de hierro en el interior del cráter.

Asimismo, el científico **Alfred Wegener** en el año de 1921 publicó un pequeño folleto donde discutía experimentos de impacto en polvo de yeso que había realizado para estudiar la formación de cráteres lunares y algunos cráteres terrestres. Al igual que su teoría de derivada continental (desplazamiento de las masas continentales unas respecto a otras), al comienzo tuvo poca aceptación por la falta de pruebas irrefutables que comprobara las hipótesis planteadas, a pesar de que se ha-

---

bía demostrado la formación de cráteres por impacto, para algunos geólogos era imposible creer que se podían explicar cráteres terrestres con objetos extraterrestres. Aún así, la teoría de impacto estaba empezando a crecer debido a los trabajos expuestos a comienzo de siglo, tal es el caso que el científico **Ralph Belknap Baldwin** en 1949 presentó su trabajo acerca del origen de los cráteres lunares, gracias a las pruebas de los estudios de Meteor Crater, observaciones lunares y estudios teóricos realizados en las primeras décadas de siglo.

A pesar de la creciente evidencia en el estudio y comprensión del origen de cráteres formados por impacto, defensores de la teoría volcánica continuaban renuentes frente a esta hipótesis. No fue sino hasta mediados de siglo cuando el hombre pisó la Luna por primera vez y encontró restos de meteoritos en los cráteres, en 1965. A partir de ese momento la hipótesis de impacto como origen de la formación de cráteres lunares empezó a tener aceptación entre la comunidad científica. Sin embargo, aceptar la hipótesis en cráteres terrestres estaba en controversia, puesto que para algunos científicos era imposible reconocer que tales eventos de impacto formaron cráteres como Meteor Crater en Ariza o Henbury en Australia. Consentir que un objeto extraterrestre influenciara la evolución geológica y biológica de la Tierra era una idea extravagante [25]. Mientras tanto, en 1980 J. Álvarez *et al.*, propusieron que la causa de la extinción de los dinosaurios y otras especies hace 65 millones de años fue el impacto de un cometa o asteroide [32, 33], esto probaba que la Tierra también había sido sometida hace muchos años a eventos similares a los de la Luna.

## 1.2. Cráteres por explosiones

No solamente la teoría de impacto era objeto de estudio en la formación de cráteres durante el siglo XX. Numerosos eventos explosivos de baja intensidad habían sido utilizados durante muchos años, con finalidades comerciales como construcciones, excavaciones, minería, etc. Técnicas especiales desarrolladas para este tipo de explosiones, implicaron un avance significativo en aplicaciones industriales y militares. No obstante, la importancia de los cráteres creados por explosiones aumentó a través del uso de armas, en especial armas nucleares. La importancia de conocer los parámetros necesarios para potencializar e identificar los efectos de ellas conllevaron a realizar numerosas pruebas de las explosiones a escala real [10, 13]. En 1940, británicos realizaron experimentos con cargas de altas energías para predecir las dimensiones del cráter dependiendo del medio terrestre, además de predecir empíricamente un conjunto de ecuaciones. A finales de 1941 habían acumulado datos suficientes llegando a formular un segundo conjunto de ecuaciones que diferían del primero debido a que en los experimentos la ubicación de la carga explosiva era cuidadosamente colocada en el medio, mientras que en los bombardeos la bomba estaba en absoluta libertad en la atmósfera y penetración al medio. Encontraron que los cráteres formados en los experimentos eran mucho más grandes que en los bombardeos, debido a que la energía liberada por la detonación se repartía de manera diferente en la interfaz aire-tierra.

---

Sin embargo, para el mismo año Estados Unidos realizó experimentos para evaluar el daño a estructuras colindantes a explosiones de bombas, demostrando que las bombas enterradas causaban daños considerables a las estructuras cercanas. Además construyeron un programa experimental para estudiar la influencia de los diversos parámetros de prueba en el proceso de formación de cráteres. A partir de ese entonces numerosos estudios se realizaron en la investigación de craterización y efectos de explosivos. En 1945 Estados Unidos con la ayuda del Reino Unido y Canadá crearon un proyecto de investigación denominado proyecto Manhattan, enfocado en desarrollar la primera bomba nuclear antes de la Alemania Nazi; realizaron la primera prueba atómica en el desierto de Alamogordo, Nuevo México y luego más tarde en la guerra contra Japón. Así mismo, Alemania y la Unión Soviética también realizaban estudios para construcción de la primera bomba nuclear. Posteriormente, en 1948 se realizaron pruebas en Enewetak, un atolón de las Islas Marshall, allí registraron la explosión nuclear más potente efectuada por Estados Unidos. Luego, entre julio de 1959 y junio de 1960 el Departamento de la Armada realizó un proyecto de investigación de efectos de armas nucleares en las estructuras, terrenos y vías de navegación con el objetivo de comprender los factores que influyen en la formación de cráteres por explosivos.

Por otro lado, durante los años de la década de 1950 numerosas pruebas nucleares se realizaron en una reserva del Departamento de Energía de los Estados Unidos denominada Nevada Test Site. Entre 1951 y 1992, un total de 1021 pruebas nucleares fueron registradas, en un rango de 2100 – 4200 TJ de energía, el terreno presenta numerosos cráteres por subsidencia, debido a que la mayoría de las pruebas se realizaron bajo tierra. Los resultados suministrados se utilizaron para investigar el efecto de las bombas nucleares y el proceso de craterización, así como el escalamiento de cráteres para explosivos enterrados, a nivel de la superficie y por encima de ellos [8,9].



(a)



(b)

Figura 1.3: (a) Cráter Sedan de 1962. El dispositivo explosivo fue colocado bajo tierra a 194 m de profundidad, la explosión era equivalente a 104 kilotonnes de TNT (435 TJ) y el cráter resultante es de 100 m de profundidad y 390 m de diámetro. (b) Cráteres producidos por pruebas nucleares subterráneas reserva Nevada Test Site.

### 1.3. Clasificación de cráteres

La formación de cráteres ha sido reconocido como un proceso geológico importante en las últimas décadas. Disciplinas como la geofísica y las ciencias planetarias, señalaron el tema como objeto de estudio primordial para comprender fenómenos planetarios significativos en la historia del sistema solar. Superficies cubiertas con una vasta cantidad de cráteres distribuidos en cada planeta y satélite del sistema solar, han logrado describirse como “depresiones circulares” con morfología detallada [15]. Asimismo, experimentos realizados a escala de laboratorio han encontrado estructuras con variaciones morfológicas y rasgos característicos [2, 4–7, 11, 34] comparados con cráteres observados en los cuerpos celestes y en la superficie terrestre [16, 26, 33]. Por otro lado, la diversidad morfológica es el resultado final del proceso de craterización, mientras que en el proceso inicial de la excavación se forma una cavidad circular tipo “tazón” con una relación de aspecto profundidad/diámetro entre 1:4 y 1:3 indicando que el diámetro del cráter es proporcional a la profundidad del mismo, este cráter conocido como “cráter transitorio” presenta diferentes modificaciones de acuerdo a la inestabilidad gravitacional y colapso, finalizando con una morfología sujeta a condiciones del objetivo (aceleración gravitacional, densidad y disposición de la superficie del material) [15], todo esto ha llevado a estudiar y clasificar los cráteres observados e inferir el proceso de craterización, por lo tanto de acuerdo a su morfología se pueden clasificar en:

#### 1.3.1. Cráteres simples

Los cráteres simples son depresiones circulares en forma de tazón con bordes elevados, se caracterizan por ser producidos por impactos de escala relativamente pequeña y por tener un perfil interior aproximadamente parabólico. El sistema solar cuenta con un gran número de ellos, por ejemplo los que se encuentran en los asteroides, en la superficie lunar si son menores a 15 km de diámetro, en la superficie terrestre si no sobrepasan 4 km de diámetro y en la luna de Jupiter Almatea considerado como el cráter simple más grande con 90 km de diámetro. La relación de aspecto entre el diámetro y la profundidad del cráter es de un valor aproximado de 1:5 en cráteres lunares. Sin embargo, investigaciones realizadas señalan la formación de cráteres simples a causa del colapso relativamente directo del borde del cráter transitorio inmediatamente después de que se forme [1, 2, 15].

#### 1.3.2. Cráteres complejos

Los cráteres complejos poseen una estructura mucho más complicada que los cráteres simples, presentan elevaciones centrales, pisos interiores planos, bordes verticalmente inclinados por el ángulo de reposo y terrazas de asentamiento alrededor del borde del cráter, resultado del colapso gravitacional de las paredes del cráter transitorio. Además, la transición de cráter simple a complejo

---



Figura 1.4: Ejemplo de cráter simple, cráter lunar Moltke con un diámetro de aproximadamente 7 km. Fotografado por los astronautas de Apolo 10 en 1969. Figura tomada de la referencia [16].

se puede observar en el diámetro del cráter, esto ocurre sobre un cierto valor crítico escalando con  $g^{-1}$  de la aceleración gravitacional dada en cada cuerpo del sistema solar. por lo tanto, la transición de cráter simple a complejo está determinada en la Tierra de 3 a 5 km de diámetro (depende si el cráter se forma en rocas sedimentarias o cristalinas), en la Luna aproximadamente 20 km de diámetro, en Mercurio y Marte a 7 km de diámetro [15, 16]. La relación de aspecto entre el diámetro y la profundidad del cráter es de un valor medio de 1:8. Por otra parte, cráteres complejos de tamaños muy grandes poseen formas diferentes, donde el pico central cambia por un anillo concéntrico con picos de forma irregular, éstos se observan en la Luna, Marte, Mercurio y la Tierra como se muestra en la Fig. 1.5(b).

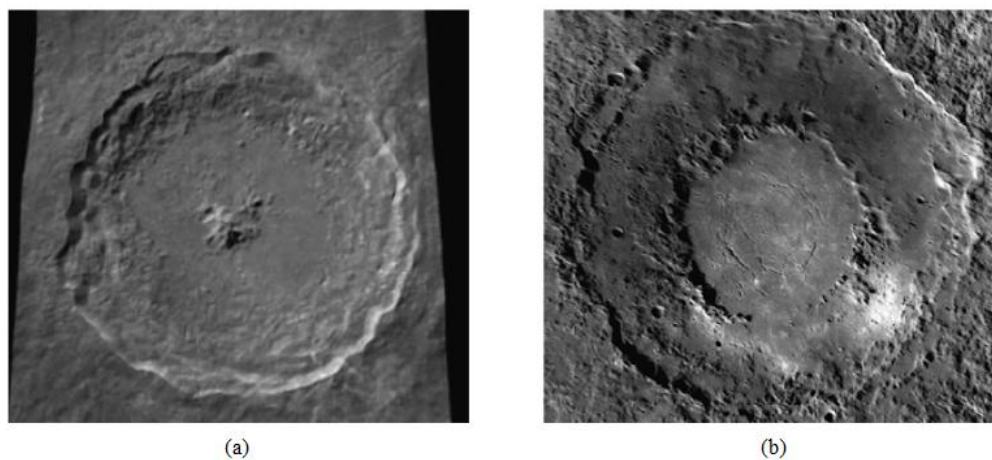


Figura 1.5: Ejemplos de cráteres complejos. (a) Cráter lunar Tycho, posee un pico central y terrazas en la pared, además de un diámetro de aproximadamente 85 km. (b) Cráter Rachmaninoff en Mercurio, posee anillo concéntrico con picos y su diámetro es de 290 km. Figura tomada de la referencia [16].

# 2

## Materia granular y cráteres a escala de laboratorio

Desde partículas de arena hasta rocas que forman anillos planetarios, la materia granular está presente por doquier. Investigaciones realizadas a través de la historia muestran propiedades específicas que han llevado a emplearlos en procesos industriales (almacenamiento y transporte de material), procesos químicos, en construcción, etc. Dependiendo de las condiciones externas, la materia granular se puede comportar como un sólido, líquido o gas; es importante resaltar que esta particularidad permite diferenciarlo de otros materiales y a su vez utilizarlos para describir a grandes rasgos la dinámica de los tres estados de la materia además de procesos fenomenológicos como los de craterización.

En este capítulo discutiremos algunas características propias de la materia granular, definiciones específicas relacionadas con el trabajo de investigación y una breve discusión de la formación de cráteres a través de investigaciones realizadas en las últimas décadas.

### 2.1. Medio granular

Un medio granular es un conjunto de partículas macroscópicas rígidas que interactúan entre sí mediante fuerzas de contacto. Al estar conformado por un gran número de partículas, la fricción o colisión entre ellas producen una gran pérdida de energía. En consecuencia, la temperatura efectiva del medio granular es cero una vez haya alcanzado equilibrio mecánico, a menos, que sea perturbado el sistema por una fuerza externa. Es por esto que a los materiales granulares se les conoce

como materiales atérmicos. Por lo tanto, la energía asociada a la temperatura termodinámica de la partícula es despreciable con el tamaño del grano.

Considerando las interacciones grano a grano, estos sistemas muestran diversos fenómenos, propios de la física de materia blanda, sistemas complejos, geología, ciencias planetarias, entre otras. Dependiendo de las condiciones, la materia granular puede ser estudiada de acuerdo a su comportamiento. Probablemente la primera observación registrada es la del poeta romano Lucrecio, alrededor del año 55 a. C., describió la semejanza que tiene el flujo de semillas de amapola con un fluido. Luego, en la época del Renacimiento Leonardo da Vinci realizó experimentos con pilas de arena, para estudiar la fricción entre los cuerpos secos. Sin embargo, en el siglo XVIII el físico Charles Coulomb estableció las leyes de fricción seca entre sólidos. Años más adelante el físico alemán Ernst Chladni estudió los modos de vibración de material granular sobre una placa metálica, conocido como figuras de Chladni [14].

Por otro lado, en el siglo XIX científicos como Christian Örsted, Michael Faraday, William Rankine, I. Roberts y H. Janssen realizaron investigaciones en formación de pilas de arena por medio de vibraciones, implicaciones teóricas de la fricción en material granular y distribución de fuerzas en un medio granular. Asimismo a finales de siglo, el físico Osborne Reynolds realizó una importante contribución a la teoría de medios granulares, el principio de dilatancia. Posteriormente, numerosas investigaciones en torno al comportamiento granular se han realizado.

## 2.2. Características generales de un medio granular

La naturaleza y los posibles comportamientos de los medios granulares son muy importantes en el estudio de los fenómenos y reproducción de los experimentos. Al verter materia granular en el interior de un recipiente, las partículas se distribuyen de diferentes maneras, estando libres de desplazarse con respecto a sus vecinos hasta llegar a una configuración estática en la que quedan algunos vacíos entre ellas. A su vez, el volumen ocupado por el material es superior a la suma de los volúmenes individuales de cada partícula. Este hecho se puede explicar por medio del factor de empaquetamiento ( $\phi$ ), definido como:

$$\phi = \frac{V_g}{V_t}, \quad (2.1)$$

donde  $V_g$  es la suma de los volúmenes de cada partícula en el sistema y  $V_t$  es el volumen total que el sistema ocupa, incluidos los espacios vacíos. Puede tomar valores menores o iguales a uno, de tal forma que cuanto más cerca se encuentre a la unidad más empaquetado se encuentra el sistema y menos espacio habrá entre las partículas. El parámetro ( $\phi$ ) puede tomar diferentes valores dependiendo de la posición y material de las partículas, y de la manipulación del sistema; esto ayuda a que el parámetro sea reproducible. Los valores oscilan alrededor de  $\phi \sim 0.58$  para materiales que tiene menor compactación (correspondiente a *Random loose packing*),  $\phi \sim 0.74$  cuando el material

se empaqueta en forma hexagonal y la mayor compactación sin estructura definida es de  $\phi \sim 0.64$  (correspondiente a *Random close packing*) [35]. Conforme a lo anterior el contenido de sólidos fraccionados en un medio granular se dividen en [14]:

- Polvo, constituido de partículas menores a  $100 \mu\text{m}$  de diámetro. Discriminado en polvos granulares (10 a  $100 \mu\text{m}$ ), polvos finos (1 a  $10 \mu\text{m}$ ) y polvos hiperfinos (0.1 a  $1 \mu\text{m}$ ). Pueden llegar a generar interacciones de tipo electrostático debido a la humedad y carga estática que predominan en las partículas.
- Sólido granular conformado por granos cuyo tamaño oscila entre 100 y  $3000 \mu\text{m}$ . Predomina la fricción estática entre las partículas.
- Sólido fracturado, material granular conformado por partículas mayores a 3 mm. Existe disipación de la energía, debido al tamaño de las partículas y a las colisiones inelásticas entre ellas.

Por otro lado, el cambio en el factor de empaquetamiento es el origen del fenómeno de *Principio de dilatación* formulado por O. Reynolds en 1885, el cual explica cómo un medio granular cambia su factor de empaquetamiento cuando está sometido a presión. Por ejemplo los granos de arena en la orilla del mar, al caminar sobre la arena mojada la zona de alrededor de las pisadas queda seca, esto se debe a que el factor de empaquetamiento de la arena disminuye y aumenta el tamaño de los espacios entre las partículas, descendiendo el nivel el agua dentro de ellas y la superficie de la arena queda seca.

### 2.2.1. Interacción entre partículas y fricción

Al estar compuesto por un gran número de partículas, el medio granular presenta comportamientos fenomenológicos bajo ciertas características inherentes a ellas. Los modos de disipación de energía, determinan cómo se comportan los materiales granulares. Quizás, uno de los primero en darse cuenta de la interacción entre dos sólidos fue Leonardo da Vinci. Al querer mover un sólido contra otro, observó que necesitaba una fuerza tangencial proporcional a la fuerza que los mantenía juntos. Más adelante en 1750 Leonhard Euler introduce los conceptos de fricción estática y dinámica. Luego Charles de Coulomb se encargó de reunir estas tres leyes enfocadas a un medio granular. Históricamente se puede observar, cómo la experimentación ayuda a entender las leyes que rigen las propiedades estáticas y dinámicas del material granular. Un ejemplo de ello es el experimento realizado por Dawes, donde explica la interacción entre muchas partículas. Tomando dos cajas abiertas llenas con material granular (polvo o arena de río) y ubicándolas boca abajo una encima de la otra, encontró que:

---

- Para mover la caja superior es necesario una fuerza de corte lateral  $F$  proporcional a la carga  $P$  e independiente del área de contacto aparente bajo la tensión de corte.

$$F = \mu_e P. \quad (2.2)$$

- El coeficiente  $\mu_e$  es del orden de 0.7, comparable a los valores encontrados en el caso de fricción entre sólidos. El ángulo  $\theta$ , es aproximadamente  $35^\circ$ , dado por la fórmula  $\theta = \tan^{-1} \mu_e$  [14], el cual se explica en la siguiente sección.

### 2.2.2. Ángulo de reposo

Comprender la estabilidad en una estructura granular cuando la fuerza de cizallamiento no excede la fuerza de fricción entre las partículas, es fundamental para determinar una de las características más importante del medio granular. A partir de experimentos realizados, Charles de Coulomb consideró la idea de que: “dos láminas de material granular adyacentes de un material seco no se pueden deslizar una sobre la otra, a menos que supere la fuerza de fricción del material”. Él fue uno de los primeros en considerar el equilibrio de una pila granular a un ángulo inferior del umbral (ángulo de umbral constituye un estado crítico de la estructura granular, cualquier fuerza externa o perturbación en la distribución genera un flujo del material). De acuerdo a esto, no se pueden deslizar una con respecto a la otra a menos que  $\theta = \tan^{-1} \mu_e$ , donde  $\mu_e$ , es el coeficiente de fricción estático que depende de las irregularidades que posee la superficie del material. Por lo tanto, si

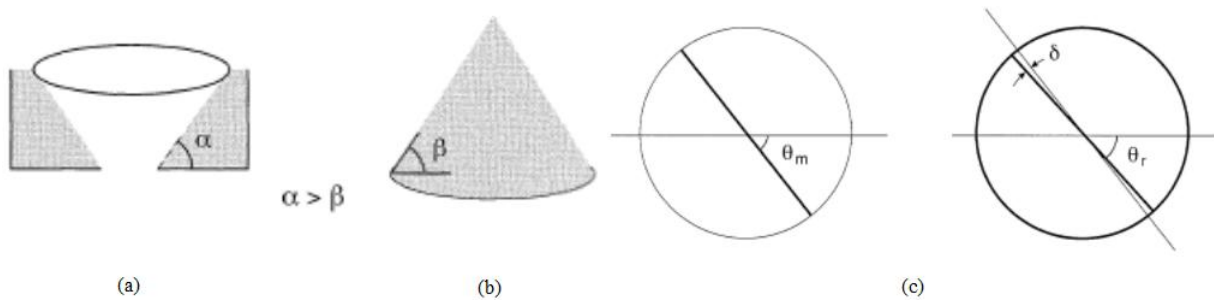


Figura 2.1: Ángulo de reposo de: (a) pila granular convexa (b) pila granular cóncava y (c) cilindro giratorio con material granular. Figura tomada de la referencia [14].

dejamos caer el material granular sobre una superficie plana o lo vertemos en un recipiente, podemos observar fácilmente la formación de una estructura cónica con un ángulo determinado entre la superficie inclinada del material y la superficie horizontal, y si continuamos hasta sobrepasar el umbral del ángulo formado, se colapsa el material hasta alcanzar nuevamente una pendiente máxima con un ángulo  $\theta$  entre el material en reposo que se encuentra en la superficie horizontal, curiosamente  $\theta$  siempre abarca valores de 30 a 35 grados. Este ángulo se conoce como ángulo de reposo.

Por otro lado, es importante tener en cuenta que el ángulo de reposo puede variar dependiendo de la preparación de la pila granular, experimentalmente se ha encontrado que se puede derivar de dos factores importantes:

- Factor geométrico. De acuerdo a la curvatura de una pila granular, se puede observar en la Fig. 2.1 que para una pila en forma de cráter (cóncava), la estructura muestra que las partículas tienden a estar más densamente rodeadas en la vecindad de la superficie libre, mientras que si están en forma de montículo (convexa) no se ven tan compacto el material. Por lo tanto el ángulo de reposo de la pila granular convexa es menor que el ángulo de la pila granular cóncava  $\beta < \alpha$ . Esto sólo sucede siempre y cuando el radio de curvatura de la superficie no aumente, de lo contrario la diferencia tiende a desaparecer [14, 36].
- Factor de movimiento. Al hacer girar sobre su eje de simetría, un cilindro con arena fina en su interior y paredes transparentes, a una velocidad de 0.01 revoluciones por segundo (rps), encontrando que el ángulo incrementa hasta un valor característico llamado ángulo de movimiento ( $\theta_m$ ), momento en el cual se produce una pequeña avalancha, descendiendo a un ángulo menor ( $\theta_r$ ) denominado ángulo de reposo. El ángulo de relajación es la diferencia  $\delta = \theta_m - \theta_r$  cuyo valor típico es de alrededor  $2^\circ$  para materiales granulares secos [14].

## 2.3. Propiedades estáticas de un medio granular

El comportamiento granular se rige principalmente por la interacción entre las partículas. Debido a esto, la fricción juega un papel fundamental en las propiedades dinámicas y estáticas del medio. Por lo tanto, la aleatoriedad de las fuerzas de contacto entre las partículas y la aleatoriedad de las fuerzas de fricción, hacen del medio granular un sistema complejo de estudiar, para el caso de las propiedades estáticas del medio granular éste se caracteriza por:

### 2.3.1. Distribución de estrés en un medio granular

En un medio granular estático la red de contacto entre las partículas es altamente inhomogéneo, esto se debe a que se encuentran apoyadas entre sí. Por lo tanto, al aplicar una fuerza externa a la estructura granular las partículas chocan aleatoriamente, de tal forma que la trayectoria depende de las interacciones entre ellas. Conforme aumenta la tensión, las partículas empiezan a deformarse creando nuevos puntos de contacto, adicionando nuevas trayectorias de esfuerzo, de manera que el material se compacta y aumenta el estrés, reorientándolo perpendicular a la fuerza suministrada al medio granular.

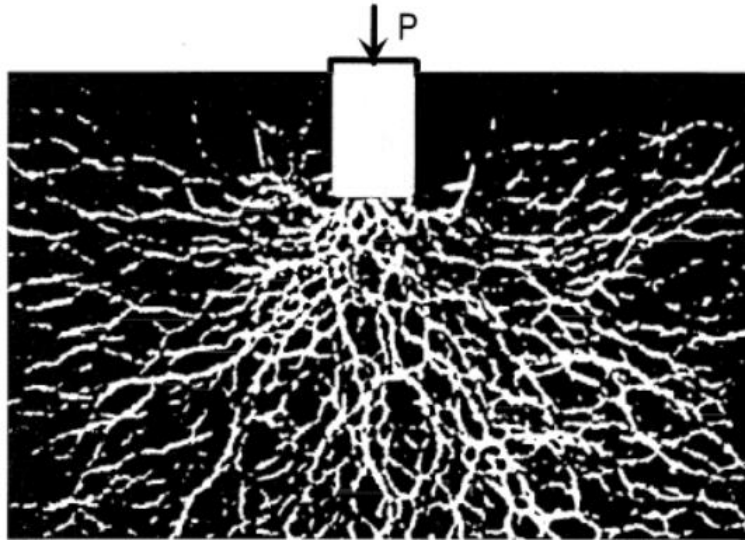


Figura 2.2: Distribución de estrés en el interior de un material granular inhomogéneo, almacenado en un contenedor, conocido también como *cadenas de fuerza*. Los patrones muestran cadenas de partículas fuertemente tensionadas y ramificadas; se debe tener en cuenta que el material no soporta ningún esfuerzo por muy pequeño que este sea. Figura tomada de la referencia [14].

### 2.3.2. Arcos de equilibrio

Cuando en un medio granular estático actúa la fuerza de la gravedad u otra fuerza externa, las partículas entran en contacto y estabilizan mutuamente la fuerza externa; apiladas unas encima de otras y sujetas a la fricción entre ellas, dan efectos de estructuras sustentadas entre sí en forma de arcos o bóvedas en el medio granular. Para que se presenten estos arcos de equilibrio estático dentro del medio granular, las partículas deben estar soportadas por otras partículas que ejercen el papel de base, no debe existir torque entre ellas y la fuerza de corte debe actuar sobre los puntos de contacto entre las partículas. Esto quiere decir que las partículas pueden rodar una sobre otra pero no deslizarse lateralmente. Este fenómeno puede apreciarse en la cavidad de salida de material granular contenida en un silo, en la arquitectura para soportar edificios y puentes, etc.

### 2.3.3. Efecto Janssen

Como se ha mencionado anteriormente existen diferentes fenómenos que se manifiestan en un medio granular estático. Sin embargo, uno de los más importantes y compleja hasta ahora es el efecto Janssen [16], fenómeno por el cual la presión ejercida sobre la base de un silo que contiene material granular no incrementa de forma proporcional a la altura de la columna del material sino que, a diferencia de lo que ocurre en hidrodinámica, se satura generando presión sobre las paredes del contenedor que alberga el material. Conforme están distribuidas las partículas, las cadenas

de fuerza dirigen la presión a través de diferentes caminos de contacto hasta llegar a las paredes laterales del contenedor, por ende no hay una distribución equitativa en todas las direcciones y la mayor cantidad de presión es dirigida en sentido horizontal.

De acuerdo al modelo de H. Janssen, si consideremos la presión de una columna de material granular en un recipiente cilíndrico, como se ilustra en la Fig. 2.3 y la profundidad  $z$  medida desde la superficie superior de la columna hacia abajo, las fuerzas internas granulares se dispersan al azar por medio de cadenas de fuerza. Empleando la relación entre la presión vertical  $p_v$  y la presión

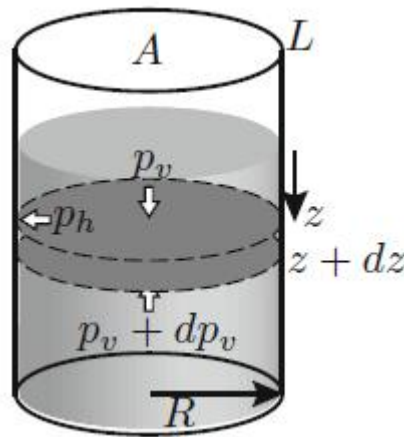


Figura 2.3: Modelo de Janssen. Esquema de una columna granular en un recipiente cilíndrico. Figura tomada de la referencia [16].

horizontal  $p_h$ , tenemos:

$$p_h = k p_v, \quad (2.3)$$

en el cual  $k$  es un parámetro que varía de  $0 \leq k \leq 1$ . La presión horizontal dispersada  $p_h$  actúa como una fuerza normal a la pared lateral y como resultado el soporte es friccional  $\mu_w p_h$ , donde  $\mu_w$  es el coeficiente de fricción de Coulomb entre los granos y la pared lateral. Si tomamos una sección vertical del cilindro entre  $z$  y  $z + dz$ , el balance de fuerzas para esta sección es de la forma:

$$A dp_v = \rho g A dz - \mu_w p_h L dz, \quad (2.4)$$

donde  $\rho$  es la densidad granular a granel. Sustituyendo la ecuación (2.3) en (2.4), obtenemos la ecuación diferencial

$$\frac{dp_v}{dz} + \frac{\mu_w k L}{A} p_v = \rho g, \quad (2.5)$$

el primer término es el gradiente de presión vertical y el segundo es la fuerza de fricción de Coulomb con las paredes. Multiplicando la expresión por un factor  $\exp(\mu_w k L z / A)$  y resolviendo

do la ecuación diferencial con la condición de contorno  $p_v(z=0) = 0$ , tenemos que:

$$p_v = \frac{\rho g R}{2\mu_w k} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2\mu_w k}{R} z\right) \right], \quad (2.6)$$

en donde la presión de saturación está dada por

$$p_{sat} = \frac{\rho g R}{2\mu_w k}. \quad (2.7)$$

El valor de saturación depende del radio del contenedor y la fricción estática entre las paredes del silo y los granos. Además, converge exponencialmente hacia un valor constante como se observa en la Fig. 2.4

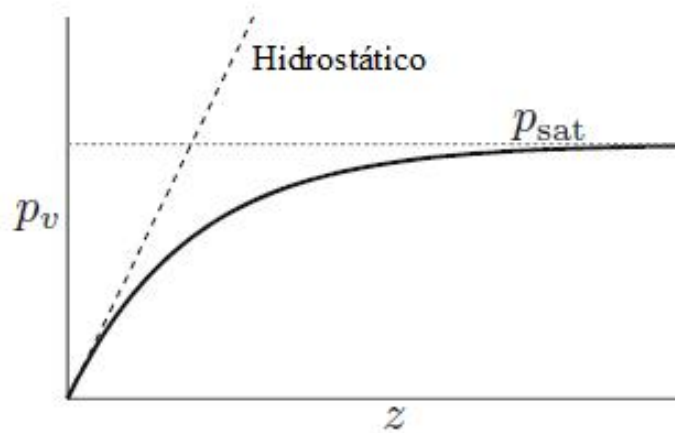


Figura 2.4: Presión vertical  $p_v$  en función de la profundidad de la columna granular. La línea discontinua indica la presión que ejercerá un líquido y la línea punteada indica la presión de saturación  $p_{sat}$  en la columna granular. Figura tomada de la referencia [16].

De acuerdo a investigaciones realizadas, la mala reproducibilidad es una de las principales dificultades en el estudio del comportamiento granular y el valor de saturación depende fuertemente de la historia de sedimentación. Es importante señalar que la industria emplea este efecto para el diseño y construcción de silos y tolvas.

## 2.4. Análisis dimensional y similitud

Es importante señalar que algunos experimentos no pueden imitar el entorno real del fenómeno físico, situaciones como el ambiente espacial, la presión atmosférica, la temperatura, la gravedad y, las grandes escalas de objetivos y proyectiles son necesarias para una reproducción completa [16].

Verificar ecuaciones y planificar experimentos sistemáticos hacen posible considerar modelos o prototipos que reproduzcan las escalas cinemáticas y dinámicas del fenómeno. Sin embargo, en algunos casos los resultados obtenidos son limitados por las dimensiones del sistema donde se observa el fenómeno. Para superar esta dificultad se considera la Ley de similitud, la cual permite reducir de escala los fenómenos masivos a escala de laboratorio empleando los principios del análisis dimensional sobre la base de parámetros adimensionales, empleado generalmente en mecánica de fluidos.

Por otra parte, el análisis dimensional es la técnica mediante la cual las magnitudes físicas que involucran un fenómeno físico se simplifican en forma de variables independientes, permite cambiar los parámetros de entrada dimensionales por otro conjunto de parámetros adimensionales. Existen dos enfoques sistemáticos para obtener los números adimensionales pertinentes, un enfoque se basa en la no dimensionalización de la ecuación gobernante y el otro es el método pi-grupos [16]. La primera es útil si conocemos la forma de la ecuación gobernante, mientras que la segunda es más general, proporciona una manera sistemática de abordar el sistema físico sin una ecuación gobernante, es por eso que se debe tener en cuenta una ecuación dimensionalmente homogénea para reescribirla en una forma completamente adimensional, además permite derivar números adimensionales independientes relevantes. La arbitrariedad está en el procedimiento de reducción de las variables dimensionales cuando se desconoce por completo la ecuación gobernante, se debe seleccionar un conjunto apropiado de cantidades para formar números dimensionales relevantes a través de consideraciones físicas adicionales más profundas.

Para obtener los parámetros adimensionales de la ecuación gobernante de un fluido o cualquier otro sistema físico general, es necesario realizar una apropiada normalización de la ecuación. Por lo tanto, se derivan naturalmente los números adimensionales importantes, caracterizando los fenómenos físicos considerados. Herramientas como el análisis dimensional y el escalamiento de los eventos físicos han sido ampliamente utilizados en el análisis y evaluación de impactos de escala geológica y astronómica [8, 9, 16] ya que son útiles para comprender la física intrínseca del fenómeno. En general, algunos fenómenos ocurren en periodos de tiempos muy largos y escalas de longitud muy grandes, por lo tanto se hace necesario recrear estudios experimentales en pequeña escala, esperando que la física subyacente sea similar a los fenómenos originales. Sin embargo, es necesario establecer relaciones de escala adecuadas evitando así una evaluación incorrecta del fenómeno.

Asimismo, la similitud garantiza que el sistema se comporta de manera similar, siempre que el correspondiente número adimensional pertinente sea idéntico en prototipo y modelo; es muy útil para obtener la ley de escalamiento y con ella poder extrapolar a diferentes escalas, siempre y cuando la física gobernante no se modifique. De tal forma que por medio del escalamiento, se puede estimar el orden de varias cantidades físicas y analizar los fenómenos de información limitada. No obstante, la similitud rara vez es perfecta dado que comúnmente es imposible satisfacer todas las

---

Número de Reynolds	$R_e = \frac{\rho U l}{\eta}$	Inercia vs. viscosidad
Coefficiente de arrastre	$C_D = \frac{F_D/A}{\rho v^2/2}$	Arrastre vs. inercia
Número de Strouhal	$S_t = \frac{l}{U t_0}$	Longitud característica vs. longitud de movimiento
Número de Froude	$F_r = \frac{U^2}{g l}$	Inercia vs. gravedad
Número de Weber	$W_e = \frac{\rho U^2 l}{\gamma_c}$	Inercia vs. Capilaridad
Número de Bond	$B_o = \frac{\rho g l^2 l}{\gamma_c}$	Capilaridad vs. gravedad
Número de Mach	$M_a = \frac{U}{C_s}$	Velocidad de flujo vs. rapidez del sonido
Factor de empaquetamiento	$\phi = \frac{V_g}{V_t}$	Volumen de granos vs. volumen total
Número de Bagnold	$B_a = \frac{\rho_g D_g^2 \lambda_B \dot{\gamma}}{\eta}$	Inercia de los granos vs. fuerza de arrastre viscoso

Tabla 2.1: Números adimensionales principales para fenómenos relacionados con fluidos, arrastre, impacto y granular. Para los fenómenos de impacto, la velocidad de impacto  $v_0$  se representa por  $U$  (rapidez) y los subíndices  $i$  y  $g$  corresponde a la esfera sólida y granos. Datos tomados de la referencia [16].

condiciones requeridas para lograrlas. Por lo tanto, el concepto de similitud debe considerarse para modelar adecuadamente los fenómenos originales [16], es necesario tener en cuenta tres tipos de similitudes con el prototipo que son la similitud geométrica, cinemática y dinámica.

### ***Similitud geométrica***

Como su nombre lo indica, implica dos fenómenos geoméricamente similares tanto modelo como prototipo; se caracteriza por tener dimensiones lineales proporcionales y ángulos correspondientes idénticos, sólo difieren en el tamaño. Por tanto, el factor de escala de longitudes es el cociente entre la longitud homóloga en el modelo  $l_m$  y longitud del prototipo  $l_p$ :

$$\frac{l_m}{l_p} = const. \quad (2.8)$$

Mientras que para los ángulos correspondientes  $\theta_m$  modelo y  $\theta_p$  prototipo deben ser idénticos.

$$\theta_m = \theta_p. \quad (2.9)$$

### *Similitud cinemática*

Existe semejanza cinemática, cuando se mueven o deforman dos fenómenos (modelo y prototipo) geoméricamente similares en tiempos igualmente proporcionales. Se expresa como el cociente entre el tiempo necesario para moverse o deformarse en el modelo  $t_m$  y el prototipo  $t_p$ :

$$\frac{t_m}{t_p} = const. \quad (2.10)$$

Además, debe conservar la similitud geométrica durante el movimiento o deformación.

### *Similitud dinámica*

Dos fenómenos son dinámicamente semejantes si las distribuciones de masa entre el modelo y el prototipo son igualmente proporcionales en todos los puntos correspondientes. Se puede expresar como el cociente entre la masa de pequeñas partes del modelo  $m_m$  y del prototipo  $m_p$ :

$$\frac{m_m}{m_p} = const. \quad (2.11)$$

Al igual que en la similitud cinemática, para que se cumpla la semejanza dinámica debe existir semejanza geométrica (forma) y cinemática (movimiento). Sin embargo, para completar la semejanza dinámica es necesario tener en cuenta la fuerza que da origen al movimiento y deformación, por tanto la similitud dinámica se puede reescribir como:

$$\frac{|F_m|}{|F_p|} = const, \quad (2.12)$$

donde  $F_m$  es la fuerza correspondiente al modelo y  $F_p$  es la fuerza correspondiente al prototipo. El factor de escala de fuerzas es constante, además la dirección de los vectores de fuerza deben ser iguales entre el modelo y el prototipo. De acuerdo a la tabla (2.1) los números adimensionales representan las similitudes explicadas anteriormente, ya que ayudan modelar físicamente el fenómeno.

## **2.5. Análisis dimensional para cráteres por explosiones**

Como se ha mencionado anteriormente, por medio del análisis dimensional es posible escalar un fenómeno complejo a un modelo más sencillo. Reducir la complejidad de fenómenos de craterización a altas energías a través de variables físicas (contempladas significativas en el proceso de la formación del cráter), fue explorado a partir del siglo XX (e.g. [8, 9, 13]). Una de las investigaciones que resaltaron la importancia de utilizar teorías de escalamiento para entender fenómenos

de craterización por medio de explosiones, fue realizado por Albert J. Chabai [8]. Por otra parte, comprender la regla de raíz cúbica reportada en análisis previos de experimentos de craterización y aprender bajo qué condiciones las dimensiones del cráter pueden ser escaladas con precisión en cualquier medio, llevaron a Chabai formular leyes de escalamiento mediante análisis dimensional, utilizando datos de cráteres creados por explosivos enterrados.

Cada una de las variables que escogieron para el análisis dimensional involucran dimensiones de masa, longitud y tiempo. La interpretación asignada a las variables que se utilizaron en el análisis dimensional son extraídas del análisis y conclusiones de experimentos, correlacionadas con el mecanismo de la formación de cráteres [8]. A partir de una lista de variables que presupone influyen en el fenómeno de craterización, Chabai obtiene relaciones generales con la fuente explosiva en: a) dimensiones de la masa de la carga explosiva  $W$  y b) dimensiones de la energía de la carga explosiva  $E$ , en cada caso considerando y excluyendo la intensidad del campo gravitacional  $g$  en el análisis. Sin embargo, afirma en la investigación que el análisis dimensional no proporciona la forma analítica sin una teoría que se determina experimentalmente. Por lo tanto, comparó dos experimentos de craterización que presentan similitud entre ellos, con masas explosivas  $W_1$  y  $W_2$  y escalando el radio del cráter  $r_1$  y  $r_2$ , encontraron que las relación de las dimensiones del cráter son escaladas a la 1/3 considerando o excluyendo  $g$  en el análisis dimensional:

$$\frac{r_1}{r_2} = \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{1/3} \left( \frac{W_1}{W_2} \right)^{1/3}. \quad (2.13)$$

Del mismo modo, escalaron con respecto a la energía  $E_1$  y  $E_2$  excluyendo la intensidad del campo gravitacional  $g$  en el análisis:

$$\frac{r_1}{r_2} = \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{1/3} \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^{2/3} \left( \frac{E_1}{E_2} \right)^{1/3}, \quad (2.14)$$

incluyendo  $g$ .

$$\frac{r_1}{r_2} = \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{1/3} \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^{2/3} \left( \frac{E_1}{E_2} \right)^{1/3} = \left( \frac{\rho_2 g_2}{\rho_1 g_1} \right)^{1/4} \left( \frac{E_1}{E_2} \right)^{1/4}. \quad (2.15)$$

De acuerdo con las leyes de escalamiento encontradas, las dimensiones del cráter son escaladas por la regla de la raíz cúbica, cuando no se considera la variable del campo gravitacional en el análisis dimensional (Ec. 2.13 y Ec. 2.14). Sin embargo, señalan el escalamiento en función de la energía (Ec. 2.14) debido al factor  $(c_2/c_1)^{2/3}$ , explicando que sólo se utiliza cuando los experimentos evaluados presentan diferentes velocidades sónicas (velocidad de propagación de una perturbación en una sustancia); por ende, en experimentos con similitud donde  $c$  es constante el escalamiento de  $W$  y  $E$  es el mismo, es decir, a la 1/3. De igual modo, expresan que para el caso donde la intensidad del campo gravitacional  $g$  se considera significativa, las reglas de escalamiento para las dimensiones del cráter son diferentes (Ec. 2.13 y Ec. 2.15) con las dimensiones de masa y energía de la carga

explosiva,  $1/3$  y  $1/4$  respectivamente, debido a que la velocidad acústica media debe ser escalada cuando se incluye  $g$  en el análisis dimensional con respecto a la energía. Por tanto, es posible escalar cráteres formados por explosivos a través de leyes de potencias.

## 2.6. Formación de cráteres en un medio granular

El fenómeno de craterización a escala real es un tema complejo de estudiar, puesto que sólo se observa el resultado final del proceso de formación. No obstante, la formación de cráteres es un tópico fundamentalmente importante en las ciencias geofísica y planetaria, motivado principalmente por la observación de cráteres en la superficie terrestre y en cuerpos celestes cercanos. Aún, cuando hoy en día se sabe que la mayoría fueron producidos por impacto de meteoritos, existen diversos estudios en la formación de cráteres, como son por explosiones, volcanes y subsidencia [9, 13–16, 26]; mientras que su morfología se observa por otros tipos de mecanismos; estudiar dichos mecanismos en la naturaleza no es posible desde el punto de vista sistemático ya que puede existir grandes variaciones en las propiedades del medio donde se realizan las explosiones, o donde impacta el proyectil, haciendo dichos eventos no reproducibles. Es por esto que, desde diferentes enfoques de la física, científicos han centrado sus investigaciones en analizar la formación de cráteres, especialmente en un medio granular [16], estudios fundamentales desde mediados del siglo XX dan cuenta de la importancia del fenómeno [9, 13, 37], sus implicaciones y la aplicabilidad en diferentes escenarios.

### 2.6.1. Cráteres por impacto

El origen de los cráteres por impacto es un proceso extremadamente complejo, dependen de las propiedades del material objetivo y proyectil, parámetros de impacto, efectos atmosféricos y gravitacionales [2]. Durante las últimas décadas, cráteres por impacto y geomorfología asociada han sido un tema de investigación importante para el estudio de la formación del sistema solar [16]. Por tal motivo, numerosos estudios enfocados en la formación de cráteres en medios granulares se han desarrollado [1–5], siendo el caso más estudiado el de un proyectil que impacta en una cama de arena o granos de vidrio. En dichos estudios se ha encontrado que las dimensiones del cráter escalan con la energía siguiendo relaciones tipo ley de potencias. Uno de los primeros grupos en interesarse en realizar estudios en esta dirección fueron J. S. Uehara *et al.*, quienes examinaron experimentos de impacto granular a baja velocidad, liberando a cierta altura una esfera rígida de diversos diámetros y densidades, en un lecho granular conformado por perlas de vidrio de  $D_g = 0,2$  mm, orientaron la investigación en encontrar una relación entre la profundidad del cráter y el impacto de un proyectil, además de comprobar el escalamiento con la energía por medio de experimentos de laboratorio.

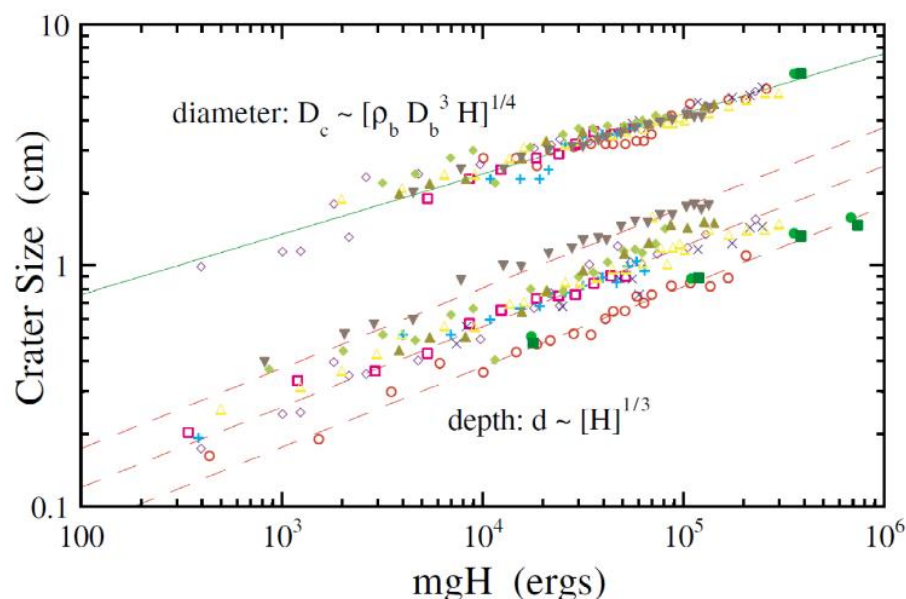


Figura 2.5: Escalamiento del diámetro  $D_c$  y profundidad  $d$  del cráter en función de la energía de impacto. Cada punto representa el resultado experimental para una sola altura de caída  $H$  y cada símbolo es un tipo de esfera con diferente densidad y diámetro  $D_b = 15,2 - 38,2$  mm. Figura tomada del artículo de J. S. Uehara *et al.* [4].

De acuerdo con los resultados de los experimentos, J. S. Uehara *et al.* encontraron que efectivamente el diámetro cráter escala con la energía de impacto, mientras que la profundidad no muestra la misma dependencia que el diámetro, no escala con la energía de impacto ni con su momento. Esto quiere decir que estas longitudes son definidas por diferentes cantidades físicas; claramente se puede observar en la gráfica (Fig. (2.5)) cómo los datos del diámetro colapsan todos sobre el ajuste tipo ley de potencias a la 1/4 mientras que la profundidad del cráter sigue una ley de potencias a la 1/3. Por tanto, el escalamiento de cada uno es  $D_c \propto (\rho_b D_b^3 H)^{1/4}$  y  $d \propto (\rho_b^{3/2} D_b^2 H)^{1/3}$ , donde  $\rho_b$  y  $D_b$  son la densidad y diámetro del proyectil y  $H$  la distancia total de caída. Sin embargo, la ley de potencias de la profundidad es válida para todas las observaciones realizadas, pero la ley de potencias para el diámetro del cráter falla para esferas densas  $\rho_b > 4$  g/cm<sup>3</sup>, en un lecho granular de esferas de vidrio [4]. Por otra parte, consideran la profundidad del cráter importante para la mecánica granular ya que se relaciona con la fuerza de frenado sobre la bola.

En la misma línea de investigación, A. M. Walsh *et al.* realizaron estudios de la morfología y escala de las dimensiones del cráter con respecto a la energía del proyectil, por medio del impacto de una esfera de acero en una cama granular (perlas de vidrio). Además, analizaron los cráteres cuantitativa y cualitativamente para compararlos con los cráteres lunares y planetarios, encontrando que a energías más bajas se forman cráteres simples caracterizados por un perfil en forma de tazón

y borde elevado, y a mayores energías se forma un jet central cuando el cráter transitorio colapsa, tal cual como se observa en los cráteres planetarios. En la Fig. 2.6 se observan imágenes de los cráteres creados.

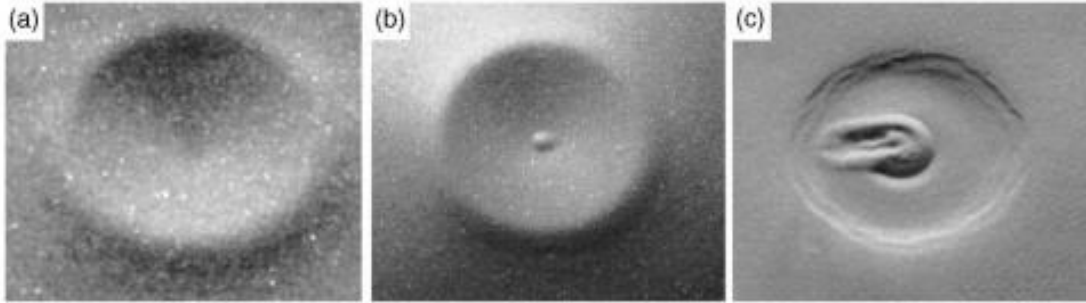


Figura 2.6: Imágenes de cráteres creados por el impacto de una esfera de 2.54 cm de diámetro en un medio granular. (a) Cráter simple en forma de tazón, (b) cráter con un pequeño levantamiento central y (c) cráter complejo con algunas terrazas en el interior. Figura tomada del artículo de A. M. Wals *et al.* [2].

En la Fig. 2.6(a) se muestra un cráter en forma de tazón con un borde elevado por encima del nivel de la superficie; a medida que  $E$  aumenta o el tamaño del grano  $D_g$  disminuye, aparece un pequeño levantamiento central en el cráter (Fig. 2.6(b)), es decir cuando la cavidad formada por la penetración de la esfera en el medio granular se desmorona conduciendo a un pico central en el cráter final, y a mayores energías con perlas más pequeñas aparecen cráteres complejos (Fig. 2.6(c)), el borde del cráter es menos definido y las paredes muestran terrazas desmoronadas alrededor del perímetro del cráter junto con un levantamiento central no definido [2]. Por tanto las transiciones entre las morfologías de los cráteres depende de los parámetros de energía  $E$  y diámetro del grano  $D_g$ . En dichos estudios también encuentran que las dimensiones del cráter escalan con la energía siguiendo relaciones tipo ley de potencias; si el diámetro del cráter es ( $w$ ) y la energía de impacto ( $E$ ), se puede hallar una relación entre la energía necesaria para crear el cráter si se considera a ésta proporcional a su volumen por su altura de liberación  $h$  y suponiendo esta última proporcional al diámetro del cráter, de tal forma que  $w \propto E^{1/4}$  [2]. Por tanto, proponen la siguiente expresión para escalar la energía:

$$E' = \frac{E}{E_0} = \frac{h}{D_g} \frac{\rho_b}{\rho_g} \left( \frac{D_b}{D_g} \right)^3, \quad (2.16)$$

donde  $\rho_b$  y  $\rho_g$  son las densidades del proyectil y las esferas de vidrio que utilizaron como medio granular respectivamente,  $D_b$  y  $D_g$  los diámetros,  $E$  la energía cinética del proyectil y  $E_0$  la energía necesaria para elevar el medio granular en el momento de impacto y generar el cráter. De igual modo, presentan la gráfica del escalamiento del diámetro del cráter en función de la energía escalada y la altura de liberación de la esfera (Fig. 2.7), mostrando los diferentes tamaños de granos utilizados como medio granular y la morfología de los cráteres observados, aquí ellos señalan como el

conjunto de datos obtenidos caen en la misma línea con un ajuste simultáneo que da una pendiente de  $0.251 \pm 0.0005$ , encontrando la misma ley de potencias reportada en la literatura. Sin embargo, para los diámetros de cráteres de granos más pequeños caen por debajo del ajuste y argumentan dos posibles respuestas a ese hecho, la primera es la energía utilizada en producir el jet central que en algunos casos alcanza alturas más grandes que la profundidad del cráter y la segunda es la resistencia del aire, que afecta el flujo entre las partículas después del impacto y la cohesión debido a la humedad atmosférica. Cabe resaltar, que a pesar de que los procesos físicos son muy diferentes, la formación de un cráter puede ser modelada en experimentos de laboratorio a baja energía y en un medio granular.

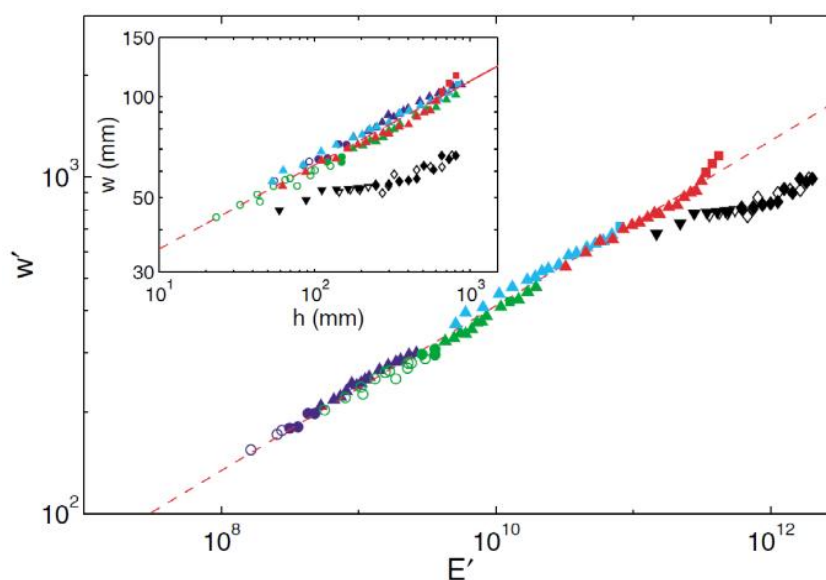


Figura 2.7: Gráfica log-log del diámetro del cráter escalado en función de la energía escalada y en el recuadro el diámetro del cráter escalado vs la altura de liberación, cada color indica los diferentes tamaños de granos y cada símbolo la morfología del cráter. Figura tomada del artículo de A. M. Walsh *et al.* [2].

Asimismo, X. J. Zheng *et al.* [5] investigaron cómo es la influencia del ángulo de impacto en la morfología y tamaño del cráter. Diseñando un dispositivo experimental, variaron el ángulo de impacto de una esfera en un medio granular; la variación del ángulo  $\theta$  fue de  $10^\circ$  a  $90^\circ$  grados en una distancia de caída de 10 cm a 200 cm. Encontraron que para ángulos de impacto grandes y medianos la morfología era similar a la observada en los cráteres planetarios, proponiendo una clasificación aproximada de la morfología del cráter de acuerdo al ángulo de impacto; para grandes ángulos de  $70^\circ \lesssim \theta \leq 90^\circ$  grados obtuvieron generalmente cráteres simples circulares y en algunos casos cráteres con pequeños picos centrales como se observa en la Fig. 2.8(a) y 2.8(b); para ángulos medianos de  $40^\circ \lesssim \theta \lesssim 70^\circ$  resultaron cráteres elípticos y, en la mayoría de los casos la esfera

quedaba completamente enterrada y en unas pocas expuesta como se observa en la Fig. 2.8(c) y 2.8(d); por último para ángulos menores a los anteriores  $\theta \lesssim 40^\circ$  encontraron cráteres en forma de triángulo agudo como en la Fig. 2.8(e), todos ellos en impactos a bajas energías. Adicionalmente sus resultados mostraron que la ley de potencias  $1/4$  se aplica para describir cráteres con ángulo de impacto  $\theta = 90^\circ$ , es decir ángulos grandes, pero para ángulos medianos y pequeños la ley de potencias falla.

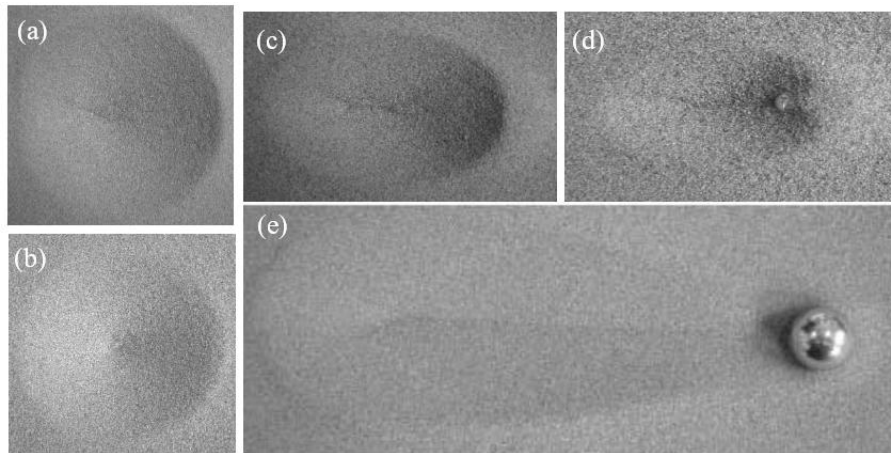


Figura 2.8: Cráteres típicos formadas por diferentes ángulos de impacto. (a) Cráter simple, (b) cráter simple con pico central, (c) cráter elíptico, (d) cráter con la esfera expuesta y (e) cráter triangular. Figura tomada del artículo de X. J. Zheng *et al.* [5].

Por otro lado, a través de la perfilometría láser los investigadores S. J. de Vet y J. R. de Bruyn [1], analizaron las formas de las superficies de cráteres creados por impactos a bajas energías en materiales granulares, encontrando que todos los perfiles del interior de los cráteres obtenidos, pueden describirse hiperbólicamente, además de presentar similitudes en la morfología del cráter como las descritas en investigaciones previas [2, 5]. También demostraron que las dimensiones del cráter depende de la energía, la densidad y tamaño del proyectil, y la pendiente del cráter resultante es muy por debajo del ángulo de reposo del material (Fig. 2.9). Además, utilizando los perfiles promediados determinaron la energía necesaria para el proceso de formación, obteniendo como resultado que sólo una pequeña fracción (0.1 % – 0.5 %) de la energía suministrada por el proyectil es la necesaria para excavar el cráter.

En contraste, S. Deboeuf *et al.* [3] proponen estudiar la dinámica de la eyección del material producido por el impacto de un proyectil en un medio granular; a través del análisis de vídeos de alta velocidad y un modelo balístico simple, determinaron la geometría que se forma en el momento de la eyección del material (corona granular Fig. 2.10), descubriendo que las dimensiones de la corona (altura  $H$  y diámetros superior  $D_t$  e inferior  $D_b$ ) varían con el tiempo, contrario al ángulo  $\theta$  que forma con respecto a la superficie granular horizontal el cual permanece constante durante el

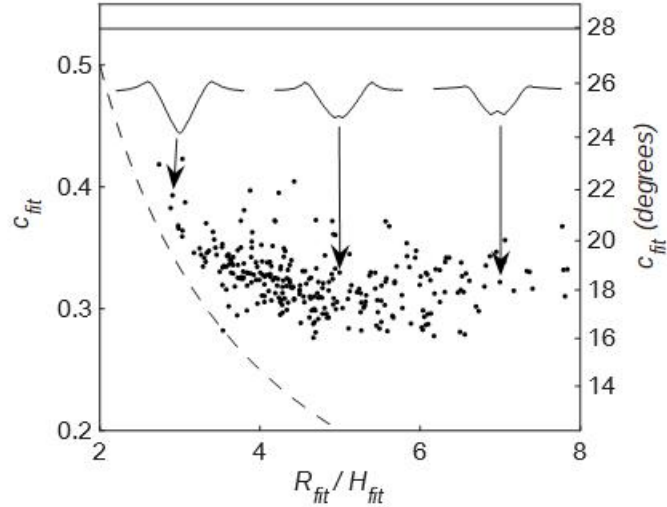


Figura 2.9: Gráfica de la pendiente del cráter en función de la relación de aspecto, la línea punteada indica las relaciones de aspectos pequeñas que presentan cráteres casi cónicos, la línea sólida horizontal indica todas las pendientes menores a la pendiente del ángulo de reposo del material. Figura tomada del artículo de S. J. de Vet y J. R. de Bruyn [1].

proceso de expulsión (alrededor de  $55^\circ$ ), expresando el comportamiento de saturación a partir de la apertura inicial, como:

$$r(t) = r_{max}(1 - e^{(-t/\tau)}), \quad (2.17)$$

donde  $\tau$  es el tiempo característico asociado al proceso de apertura, de acuerdo al diámetro de los granos  $d$  y la gravedad  $g$ , de modo que  $\tau = (d/g)^{1/2}$ . Esta expresión les permitió observar cómo es la evolución temporal de la corona  $r(t)$  hasta alcanzar la saturación máxima, también encontraron que el cráter resultante queda con un ángulo de reposo menor al que posee el medio granular, similar al que reportaron S. J. de Vet y J. R. de Bruyn en una investigación previa [1]. Sin embargo, no concuerdan con el porcentaje de energía necesario para formar el cráter, S. Deboeuf *et al.* encontraron que la energía necesaria para eyectar el material es un valor del 3% de la energía de impacto del proyectil, mayor al encontrado anteriormente.

En el caso de la dependencia del factor de empaquetamiento en un impacto granular P. Umbanhowar y D. I. Goldman [17] investigaron el comportamiento de los cráteres de impacto producidos por proyectiles en función del factor de empaquetamiento  $\phi$ . Observaron que cuanto mayor es el factor de empaquetamiento del objetivo, más alto es el borde del cráter con un pequeño pico central, mientras que en un empaquetamiento menor el cráter es más profundo con un borde inferior y un pico central más grande como se observa en la Fig. 2.11(b). Al mismo tiempo reportaron el estado del empaquetamiento crítico (CPS), definido como el estado donde el factor de empaquetamiento es constante bajo cizallamiento, es cero en el cambio después del impacto en el medio granular, en-

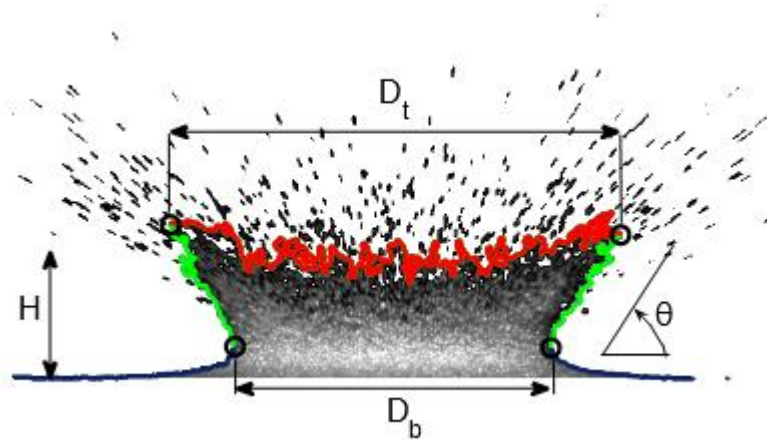


Figura 2.10: Parámetros geométricos que caracterizan la corona de los granos expulsados debido al impacto de un proyectil. Figura tomada del artículo de S. Deboeuf *et al.* [3].

contrando que en la ecuación de fuerza de resistencia de Katsuragi y Durian [46] el término inercial  $v^2$  es significativo y fuera de este estado, antes o después un término lineal debe ser considerado, probablemente debido a los cambios en el flujo asociados con la compactación y la dilatación [26].

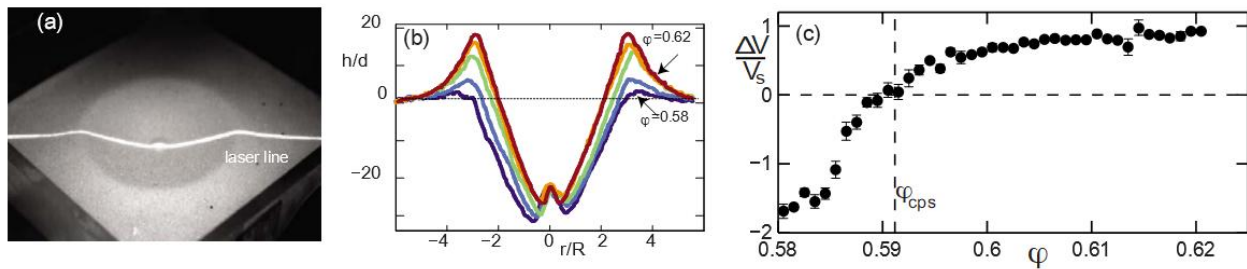


Figura 2.11: Factor de empaquetamiento en la formación de cráteres. (a) Cráter de impacto en un empaquetamiento de  $\phi = 0.61$  resaltado con una línea láser, (b) desplazamiento de  $h$  con respecto al diámetro  $d$  del grano para diferentes factores de empaquetamiento y (c) cambio en la fracción volúmetrica de la cama granular con respecto al volumen de la esfera  $V_s$  en función del factor de empaquetamiento. Figura tomada del artículo de P. Umbanhowar y D. I. Goldman [17].

Desde otro punto de vista, F. Pacheco-Vázquez y J.C. Ruiz-Suárez [34] crearon proyectiles de arena esféricos con distintos empaquetamientos. Mediante la compresión de arena húmeda en un molde metálico formado por dos conchas esféricas crearon proyectiles cohesivos incapaces de soportar colisiones energéticas, estudiaron la morfología del cráter producida por el impacto de proyectiles granulares, observaron cráteres similares a los que se encuentran en las superficies terrestre y lunar. Además, reportaron el comportamiento de los proyectiles granulares a diferentes empaquetamientos y alturas de caída, con el resultado de cráteres simples y complejos, salvo a

una altura de caída dada donde la profundidad final es constante. En la Fig. 2.12 muestran un comparativo de los cráteres formados por el impacto de un proyectil granular y un proyectil sólido, enfatizaron cómo es el crecimiento de la cavidad desde la fragmentación del proyectil cuando toca el lecho granular y el colapso del cráter, los autores resaltan que el tiempo de formación es aproximadamente el mismo y la distribución final del material es notablemente diferente.

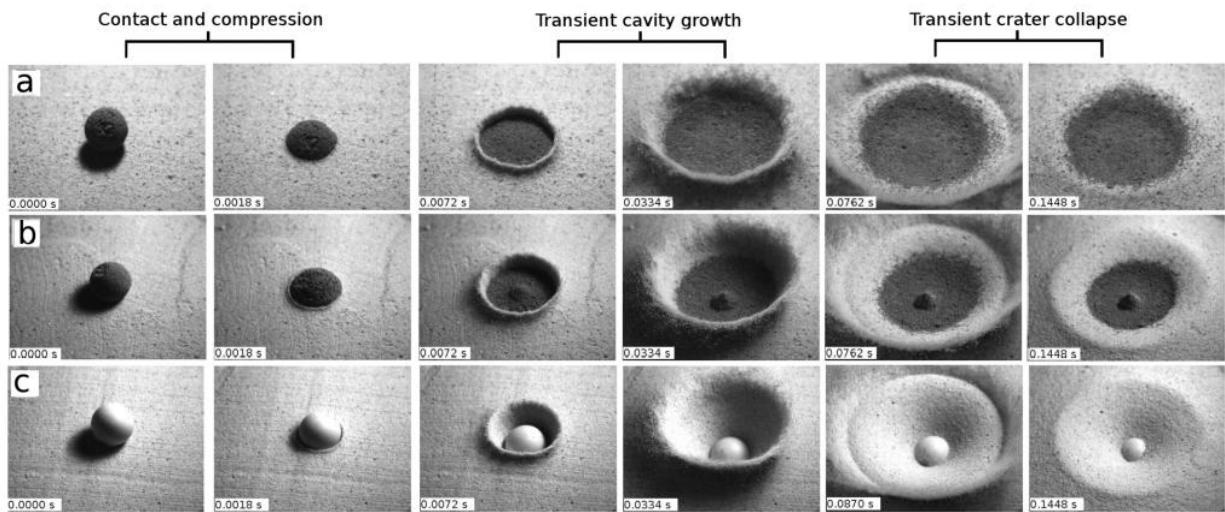


Figura 2.12: Proceso de formación de cráteres por impacto. (a) Proyectil granular con un empaquetamiento de  $\eta = 0.54$  y  $m = 37$  g cráter simple, (b) proyectil granular con un empaquetamiento de  $\eta = 0.66$  y  $m = 45.5$  g cráter complejo y (c) proyectil sólido  $m = 45.5$  g. Figura tomada del artículo de F. Pacheco-Vázquez y J.C. Ruiz-Suárez [34].

Investigaciones en la formación de cráteres generados por el impacto de un proyectil en un medio granular, han abarcado el estudio de diferentes parámetros importantes a la hora de abordar este tema de investigación, adicional a ello resulta interesante para los investigadores debido a la similitud encontrada con los cráteres observados en las superficies terrestres y planetarias. Grandes hallazgos como la morfología del cráter, la influencia de la energía de impacto en la creación del cráter, la clase de proyectil que se utiliza para formar el cráter y la dinámica dentro del objetivo, así como las consecuencias del empaquetamiento en el lecho granular han aportado respuestas importantes a interrogantes astronómicos, geológicos e industriales. Sin embargo, el impacto de un proyectil no es la única forma de crear un cráter en un medio granular, a continuación se abordarán otros estudios en la formación de cráteres.

### 2.6.2. Cráteres por subsidencia

En la sección anterior se señalaron los resultados de algunos estudios importantes en la formación de cráteres generados por impacto en un medio granular. No obstante, se han realizado

investigaciones en cráteres creados por el colapso de cavidades subterráneas como sucede con las cavidades de gas metano o de otro material altamente presurizado. Accidentes geomorfológicos *e.g.* los volcanes tipo maar, depresiones naturales creadas por explosiones freatomagmáticas en las que existen interacción entre magma y aguas subterráneas poco profundas, o por caldera volcánica creada por el hundimiento de una cámara magmática que colapsan bien sea por el peso del material suelto o por una gran presión que fracture la roca que lo envuelve, todos ellos forman cráteres por la salida violenta de gases, que pueden llegar a modificarse durante la erupción. Sin embargo, procesos como éstos creados por la naturaleza hacen de ellos irrepetibles y difíciles de realizar.



(a)



(b)

Figura 2.13: Cráteres por subsidencia. (a) Cráter volcánico tipo maar, llamado cráter El Elegante ubicado en el Desierto de Sonora, México y (b) cráter volcánico caldera del Halemaumau, ubicado en la isla de Hawái.

Sin embargo, recientemente F. E. Loranca-Ramos *et al.* en el laboratorio GrainsLab de IFUAP [6], estudiaron la formación de cráteres generados por el colapso de una cavidad de aire en una cama de arena. Uno de los resultados importantes de dicho estudio, es la morfología del cráter resultante de un proceso de formación por impacto de proyectil es totalmente diferente de aquellos observados por el colapso de una cavidad; en particular, mientras que en impactos se observa la formación de un borde elevado, los cráteres por colapso son totalmente planos, además, la forma del cráter es más esférica que parabólica. Por otro lado, la razón de aspecto del cráter  $\alpha$  (*i.e.* el cociente del diámetro del cráter con su profundidad) es una constante  $\alpha \approx 8$  para impactos, diferente de  $\alpha \approx 6$  para subsidencia.

Asimismo, investigaciones en colapso de cavidades previamente creadas por un cilindro en un medio granular cuasi-bidimensional fueron estudiadas por J. de Vet y J. de Bruyn [7], quienes encontraron que el proceso de colapso está dominado por el régimen de la gravedad y el perfil final del cráter depende de las características iniciales de la cavidad. Además de proponer un modelo

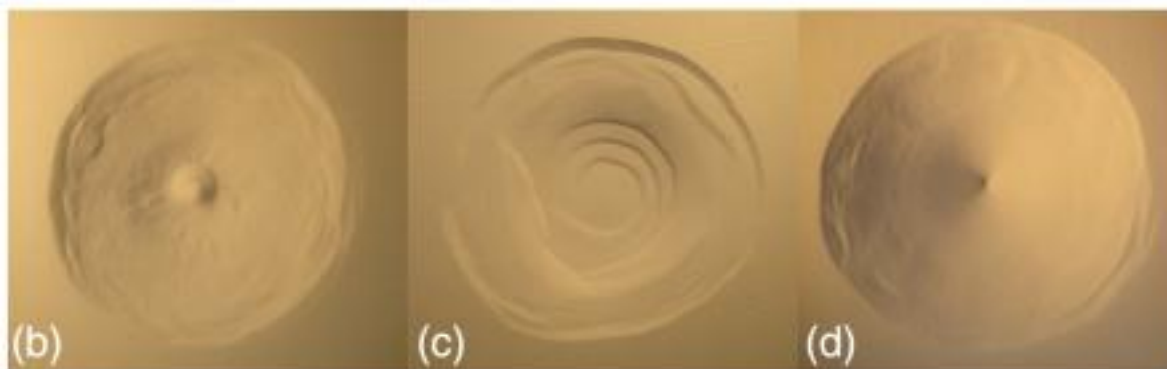


Figura 2.14: Cráteres producidos por el colapso de una cavidad. (a) Cráter con un pico central, (b) cráter con terrazas y (c) cráter con perfil cónico. Figura tomada del artículo de F. E. Loranca-Ramos *et al.* [6].

hidrodinámico que considera la difusión de partículas para describir la dinámica de formación del cráter [38]. A diferencia de la investigación descrita anteriormente, las cavidades no son presurizadas.

El estudio y sistematización de experimentos de cráteres generados por colapso de cavidades es escasa hasta el momento [6, 7, 38]. Sin embargo, existe otra forma de crear cráteres diferente a los explicados anteriormente, a continuación se revisará otra forma de crear cráteres diferente a las explicadas anteriormente.

### 2.6.3. Cráteres por explosiones

En el trabajo descrito anteriormente, la cavidad se encuentra inicialmente formada y sólo se estudia el proceso de colapso junto con el resultado final que es el cráter. En contraste, en un cráter generado por una explosión (nuclear, dinamita, etc.), la cavidad debe formarse previo al colapso, generando una onda de choque que compacta el material. Desde las primeras pruebas de explosiones nucleares, numerosos trabajos e investigaciones se han realizado hasta la fecha [8–13, 18–23, 37, 39, 40]. Partiendo de un análisis empírico, ingenieros y científicos militares estudiaron cráteres creados a altas energías con la finalidad de comprender los efectos de las armas nucleares en estructuras, terrenos y vías de navegación, junto con el proceso de craterización buscaron optimizar técnicas y aplicaciones de los explosivos.

Uno de los primeros reportes registrados, es el informe realizado por el Departamento de la Armada de los Estados Unidos [13]. En este informe presentan el análisis de 1800 datos aproximadamente, cráteres creados con cargas explosivas que iban desde 1 libra hasta 145 toneladas de TNT, con el propósito de comprender los parámetros que determinan la forma y el tamaño del cráter creado por el explosivo, y desarrollar técnicas que generalicen la predicción de las dimensiones del cráter. Determinaron tendencias de escalas para explosivos sobre la superficie, bajo la superficie y

profundidad del cráter en función de la carga, estableciendo empíricamente leyes de escalamiento del tamaño del cráter en función de la carga. De acuerdo a esto, encontraron que el radio del cráter escala a la  $1/3$  en función de la carga explosiva y la profundidad del cráter a la  $0.3$ , aclarando que esta ley varía con el tipo del medio donde se realizó la prueba, la posición de la carga y la carga explosiva. Sin embargo, no realizaron ningún análisis al volumen del cráter y la altura del borde del cráter, pero aún así proponen la medición del volumen a partir del perfil del cráter ajustándole los datos ya conocidos (radio y profundidad del cráter).

Por otro lado, experimentos a escala de laboratorio se han realizado para estudiar el cráter asociado al flujo de excavación; a través de la técnica de cuarto espacio lograron obtener información directa sobre la formación de la cavidad en crecimiento [12, 21], utilizando una cámara de alta velocidad observaron cómo se forma el cráter durante el proceso de excavación y la eyección del material. J. Piekutowski analizó la morfología del cráter generado por una carga explosiva esférica en un medio granular homogéneo, con la finalidad de reproducir cráteres por impacto a través de cráteres por explosiones con un sola cantidad de masa explosiva, encontrando que la forma del cráter depende de la densidad del medio y la profundidad donde se ubica la carga explosiva.

Asimismo, se han realizado experimentos para estudiar la propagación de la onda explosiva en la formación de un cráter [19], encontrando una ley de potencias de  $r = At^{0.29}$ . A través del monitoreo de una onda de choque O. Kolkov encontró una relación entre el radio de la cavidad  $r$  y el tiempo de propagación  $t$  de una onda de choque debido a una explosión en arena suelta. Por otra parte, mediante estudios de formación de cráteres realizados con diferentes cantidades de explosivos ubicados por encima, por debajo y a nivel de la superficie, en grandes superficies de terreno [10], Ambrosini *et al.*, encontraron que los cráteres creados por explosivos a nivel de la superficie son más pequeños que los observados en las explosiones subterráneas y cercanas de la superficie, además de coincidir con los resultados reportados en la literatura. También señalan que debido a la inhomogeneidad del terreno los datos encontrados se acercan a las leyes de escalamiento de las dimensiones del cráter con respecto a la carga explosiva.

Finalmente, recientemente se ha reportado un estudio sobre cavidades generadas por explosiones superficiales en agua, donde se analiza la cavidad de aire generada por la explosión, cómo crece, alcanza un tamaño máximo, se contrae en forma de “w”, y colapsa produciendo un jet central. Adicionalmente, los autores describen la formación de las cavidades mediante un modelo de flujo de potencial [11]. Por lo tanto, en esta tesis se desarrolló experimentos equivalentes en la superficie de una cama granular, para determinar cuáles son las semejanzas y diferencias con los fenómenos reportados, además de reproducir experimentos sistemáticos para lograr un mejor análisis.



# 3

## Formación de cráteres por explosiones en un medio granular

El proceso de formación de cráteres por explosiones ha sido estudiado a gran escala de energía ( $> 10^6$  J) [8–10, 13, 37] y a escala de laboratorio [12, 20, 21]. Estos estudios han demostrado que en este fenómeno, la liberación puntual de energía genera la extracción de material para formar un cráter, ya sea a nivel de la superficie o enterrado a una determinada profundidad [8, 10, 12].

Por otra parte, el análisis dimensional empleado para dicho estudio predice cráteres lineales a una escala de  $W^{1/3}$ , donde  $W$  es el peso/energía de la carga explosiva. Este escalamiento no ha sido del todo satisfactorio, debido al retroceso de eyección y la heterogeneidad del material donde se realizan las pruebas, a pesar de ello, se ha propuesto una constante empírica de 0.3 derivada de la propuesta de escalamiento del análisis de pruebas realizadas a altas energías a mediados del siglo XX [8, 9, 13]. Sin embargo, leyes de escalamiento a escala de laboratorio no han sido probadas. Por lo tanto, decidimos realizar pruebas a escala de laboratorio con pequeñas explosiones ( $\sim 10^2$  J de energía) de manera sistemática y bajo condiciones controladas, construyendo un montaje experimental en la superficie de una cama granular en tres dimensiones y en una celda cuasi-bidimensional. Por una parte, el primer montaje nos da información sobre la formación del cráter, mientras que el segundo nos permite observar la dinámica de crecimiento de la cavidad subterránea, y ambos casos permiten determinar la mejor relación de ajuste entre las dimensiones del cráter y la energía, comparándola con los resultados a gran escala.

En este capítulo se presenta un análisis sobre las características morfológicas resultantes de los cráteres creados por explosiones y los comparamos con aquellos formados por otro fenómeno.

## 3.1. Diseño Experimental

Con el propósito de comprender la formación de cráteres por explosión en un medio granular y determinar la ley de potencias adecuada para describir el fenómeno; se preparó un lecho granular compuesto de partículas de arena de sílice de Oklahoma de un tamaño aproximado de  $180 \mu\text{m}$  y densidad  $\rho_s = 2.6 \text{ g/cm}^3$ , el lecho se acondicionó para cada uno de los montajes (sistema bidimensional (2D) y tridimensional (3D) como se observa en la Fig. 3.1(a)), llenando los contenedores sistemáticamente para obtener un medio con un empaquetamiento estándar  $\phi \approx 0.59 \pm 0.01$ . Posteriormente, un pequeño dispositivo explosivo se coloca directamente en el centro del lecho y se entierra de modo que la parte superior del dispositivo esté al mismo nivel de la superficie granular. El dispositivo en sí es un cilindro metálico hueco de  $1 \text{ cm}^3$  con un orificio de 3 mm de diámetro en la parte superior, usado para encajar el fusible que enciende el polvo explosivo confinado dentro de la cámara metálica (ver Fig. 3.1(c)). La pólvora se obtuvo de cohetes que se utilizan en festividades; se midieron masas específicas que oscilaban entre 0.05 a 0.6 g en una balanza con una tolerancia de  $\pm 0.005 \text{ g}$ . El fondo de la cámara del dispositivo (orientado hacia el lecho granular) está cubierto con cuatro capas de papel periódico fijadas con un sujetador plástico de modo que la explosión inicial se dirige verticalmente hacia abajo, en el lecho. La energía aproximada liberada por la deflagración de la pólvora, para la cual el componente principal es nitrato de potasio ( $\text{KNO}_3$ ), es de  $3 \text{ MJ/kg}$  [41] en cuyo caso podemos especificar que la energía  $E_0$  aproximada es de  $150 - 1800 \text{ J}$ . Sólo una fracción reducida de esta energía se utiliza para producir el cráter resultante, mientras que el resto se disipa como calor. Los eventos fueron capturados con una cámara de vídeo de alta velocidad (Photron Fastcam Mini UX100) Fig. 3.1(b) a velocidades de hasta 20,000 cuadros por segundo (fps), mientras que las formas y dimensiones de los cráteres fueron capturadas por la perfilometría láser después de la explosión. Debido a que se realizan pequeñas explosiones, se tomaron todas las medidas de seguridad en cada una de las pruebas, utilizando un contenedor de protección.

### 3.1.1. Montaje experimental tridimensional (3D)

Para el montaje experimental tridimensional (3D), el procedimiento consistió en preparar un recipiente cilíndrico plástico de 40 cm de altura y 60 cm de diámetro, con aproximadamente 120 kg de arena. El medio granular se fluidiza, moviendo suavemente los granos de arena y sobrellenando el recipiente, luego se nivela la superficie con una regla de aluminio. Una vez allanado el lecho granular se coloca el dispositivo explosivo en el centro del contenedor, se acomoda el contenedor de seguridad y se ajusta la iluminación desde la parte de atrás del montaje para suministrar suficiente luz al sistema. Ubicando la cámara de alta velocidad de frente al montaje, se enciende el dispositivo y se registra la grabación con vista lateral a 4000 cuadros por segundo (fps). Luego, con una cámara fotográfica (NIKON DSLR D3200) se fotografía lateralmente el perfil del cráter resultante que

es visualizado con la ayuda de una línea láser. Finalmente se mide con una regla el diámetro y profundidad del cráter.

Este procedimiento se repitió para cada una de las masas  $m = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$  y  $0.6 \pm 0.005$  g utilizadas en las pruebas. Posteriormente, por medio del software ImageJ se realiza el procesamiento digital de las imágenes, a través de un proceso de filtrado, suavizando la imagen, eliminando ruido y realzando los bordes, obtenemos la información necesaria para analizar el perfil del cráter resultante. Así mismo, para la dinámica de la corona del material eyectado, se analizaron los vídeos de la cámara de alta velocidad fotograma a fotograma obteniendo el crecimiento de la corona en función del tiempo y la formación del cráter.

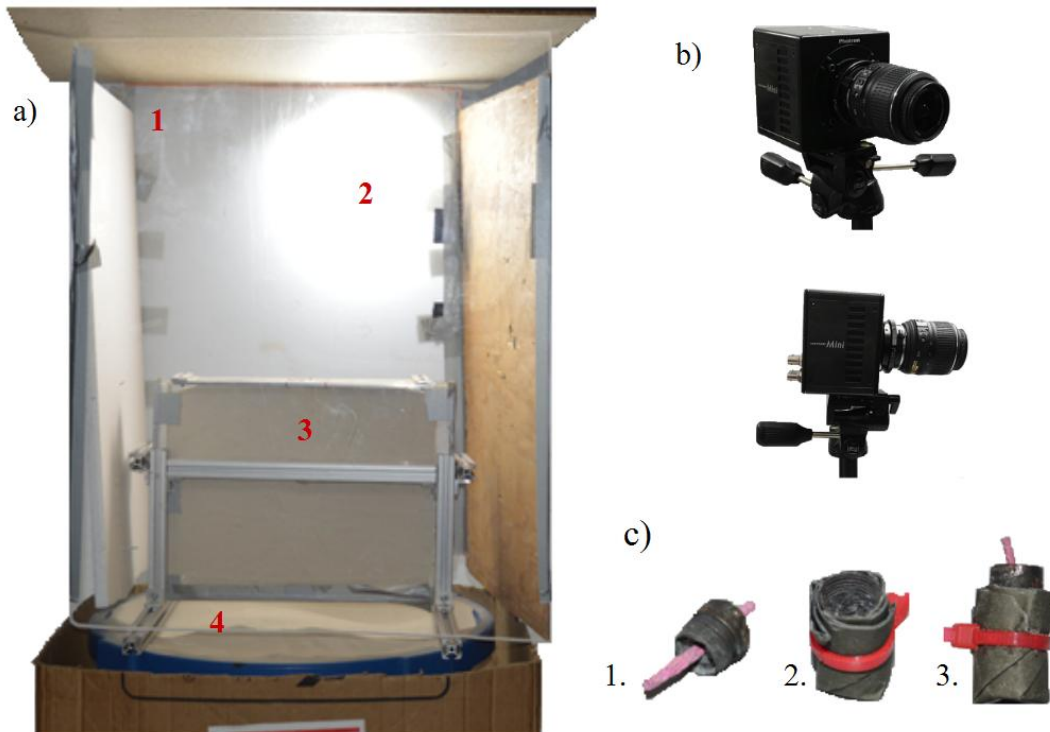


Figura 3.1: Fotografías de: (a) Montaje experimental: 1. Contenedor de protección, 2. Lámpara de Led, 3. Celda cuasi-bidimensional diseñada para observar la formación de la cavidad en (2D), 4. Contenedor cilíndrico plástico utilizado para estudiar la formación de cráteres y el crecimiento de la corona de eyección; (b) Cámara de alta velocidad Photron Fastcam Mini UX100 y (c) Contenedor cilíndrico empleado como dispositivo explosivo: 1. Fondo del contenedor compuesto de cuatro láminas de papel periódico que serán desintegradas durante la explosión; 2. Parte superior del contenedor donde se encaja el fusible para la conflagración y ajustable al cilindro. 3. Dispositivo armado.

### 3.1.2. Montaje experimental bidimensional (2D)

Para visualizar la dinámica de crecimiento de la cavidad subterránea, se fabricó una celda cuasi-bidimensional, a partir de dos placas de acrílico ( $35 \times 50 \text{ cm}^2$ ) separadas con espaciadores de  $w = 1.5 \text{ cm}$ . La celda es sostenida por medio de una estructura de aluminio que refuerza las paredes del contenedor e inhibe la expansión de la celda durante la explosión. La preparación del medio granular inicia con el tamizaje de la arena para quitar residuos; luego se vierte cuidadosamente con un recipiente, evitando el empaquetamiento del material hasta llenarlo en exceso, para después nivelar la superficie por medio de una regla. Se coloca el dispositivo explosivo y el contenedor de seguridad, ajustamos la iluminación y ubicamos la cámara de frente a la celda. La grabación se realiza con vista lateral a 6250 y 20,000 cuadros por segundo (fps). Por último, se mide el diámetro y profundidad del cráter.

El procedimiento se realizó para las masas  $m = 0.05, 0.075, 0.1, 0.15, 0.175, 0.2$  y  $0.25 \pm 0.005 \text{ g}$ . A diferencia del experimento tridimensional, aquí se utilizaron cantidades de pólvora más pequeñas para evitar algún daño de la celda por la onda de choque de la explosión. Por último, se analizan los vídeos con el software ImageJ midiendo la expansión de la cavidad en función del tiempo.

## 3.2. Resultados

### 3.2.1. Morfología del cráter

Los primeros resultados obtenidos en esta investigación son imágenes laterales de la formación del cráter creado por la explosión de un dispositivo metálico armado con distintas cantidades de pólvora (mencionadas anteriormente). Para analizar la dinámica de la formación del cráter, capturamos fotos instantáneas del vídeo de alta velocidad, las cuales describen el proceso de formación del cráter y el tiempo característico para cada una de las etapas (ignición, formación de la cavidad, formación de la corona o eyección del material y cráter resultante). A continuación, las etapas características de cada uno de los montajes experimentales:

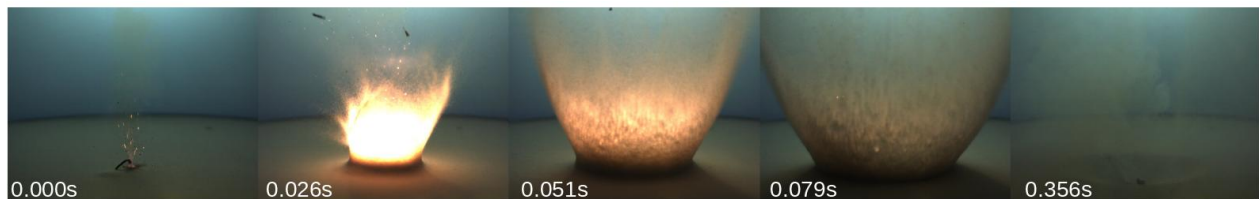


Figura 3.2: Secuencia ilustrativa de la formación de un cráter en tres dimensiones (3D) creado por una explosivo de  $m = 0.4 \text{ g}$  en un medio granular. Imágenes tomadas de un video filmado a 4000 fps.

La figura 3.2 muestra las distintas etapas observadas en un experimento típico de un montaje experimental tridimensional (3D); las etapas de la formación del cráter comienza con la ignición del explosivo correspondiente a  $t = 0$ , posteriormente la explosión expulsa el material generando una corona del material eyectado hasta alcanzar una altura máxima (claramente se puede observar el ángulo que forma con respecto a la horizontal), posteriormente colapsa la corona y se visualiza un cráter en la superficie del lecho granular. Nótese que la explosión dura menos de cuatro décimas de segundo.

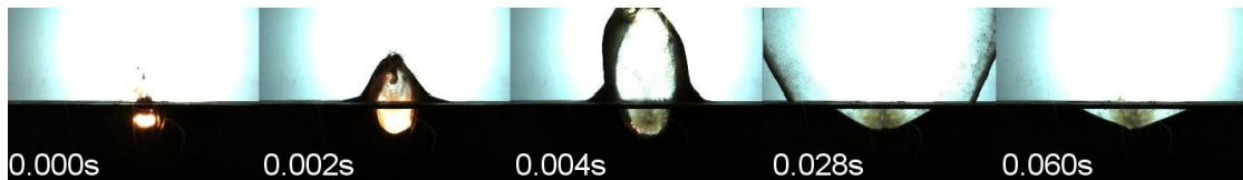


Figura 3.3: Secuencia ilustrativa de la formación de un cráter bidimensional (2D), creado por un explosivo de  $m = 0.2$  g en un medio granular contenido en una celda cuasi-bidimensional. Imágenes tomadas de un video filmado a 6250 fps.

Para los resultados bidimensionales, la secuencia de imágenes registran detalles más interesantes que la Fig 3.2 correspondiente a una explosión en un contenedor 3D. La figura 3.3 ilustra el proceso de creación de un cráter en una celda cuasi-bidimensional; las características principales del proceso comienza con la ignición en  $t = 0$ , luego se observa cómo la explosión crea una cavidad subterránea en un tiempo muy corto (menos de una milésima de segundo), posteriormente el material es expulsado por una cortina de eyección y finalmente crea el cráter. la línea de tiempo muestra un proceso formación del cráter en seis centésimas de segundo, un tiempo más corto que la anterior cronofotografía (Fig. 3.2). Sin embargo, no es suficiente para estudiar la formación de la cavidad subterránea, para eso tomamos nuevamente vídeos de alta velocidad con más cuadros por segundo (20,000 fps) para visualizar el proceso de formación.

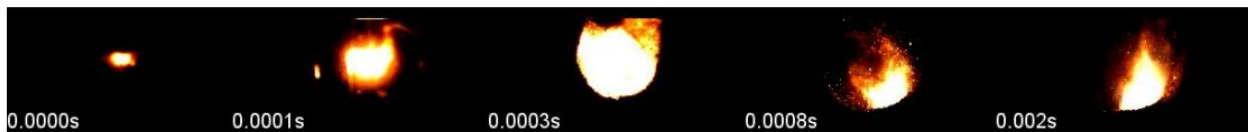


Figura 3.4: Secuencia ilustrativa de la creación y formación de una cavidad subterránea bidimensional (2D), creado por un explosivo de  $m = 0.2$  g en un medio granular contenido en una celda cuasi-bidimensional. Imágenes tomadas de un video filmado a 20,000 fps.

Interesados en determinar cómo es el proceso de formación de la cavidad subterránea realizamos nuevamente los experimentos en la celda cuasi-bidimensional, enfocando la cámara al punto

que deseamos grabar. Los vídeos muestran como la explosión crea una cavidad semiesférica que se expande radialmente debido a la onda de choque, acelerando violentamente la masa de arena hasta alcanzar su máximo de profundidad, como se observa en la Fig. 3.4. El intervalo de tiempo entre las imágenes es muy pequeño, sin embargo se logró observar la dinámica de la formación de la cavidad subterránea y medir el tiempo total, como por ejemplo, para una cantidad de pólvora de  $m = 0.2$  g tardó dos milésimas de segundo.

### *Perfil del cráter*

Con el fin de determinar la forma del cráter, medimos los parámetros de profundidad  $z$  y diámetro del cráter  $D$  directamente en el cráter resultante, además fotografiamos el perfil del cráter resaltándolo con una línea láser (Fig. 3.5(b)). Para analizar el perfil del cráter sólo utilizamos los cráteres creados en el montaje tridimensional 3D. La superficie de cada cráter se digitaliza, la línea láser pasa a través del diámetro como se puede percibir en la Fig. 3.5(a) y 3.5(b) podemos observar un cráter típico producido por una explosión y el perfil de la superficie del cráter obtenido por el método de la perfilometría láser.

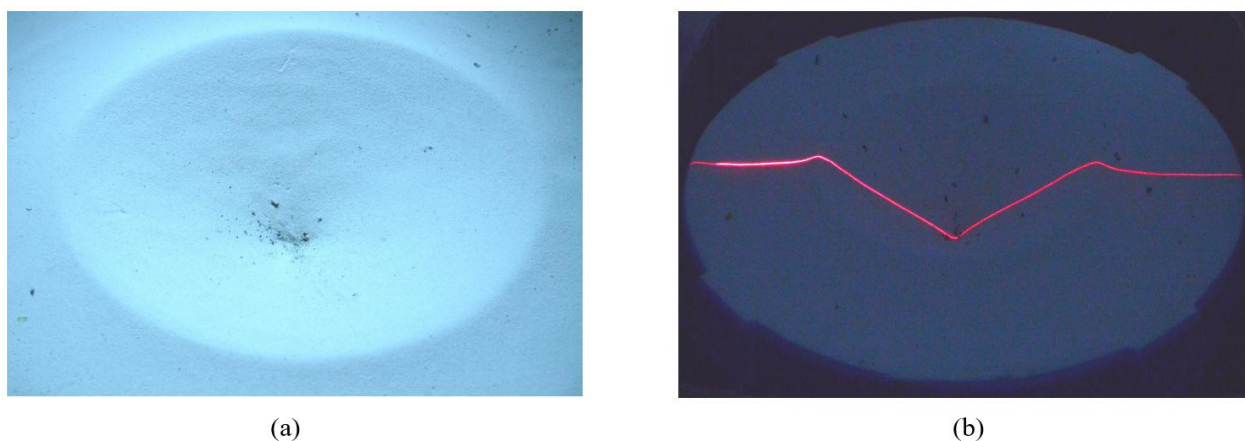


Figura 3.5: (a) Cráter típico producido por una explosión y (b) Perfil de la superficie del cráter resaltado con una línea láser.

Para investigar cuantitativamente la forma cráter o determinar las dimensiones del mismo es conveniente asumir simetría rotacional. En la Fig. 3.5(a) se puede observar un cráter rotacionalmente simétrico en el interior, pero el borde es ligeramente irregular y presenta un pequeño pico central. Las fotografías obtenidas se analizan por medio del programa ImageJ realizando un perfil bidimensional (profundidad  $z$  vs distancia radial  $r$ ). Como se observa en la Fig. 3.6 las fotografías del cráter típico se ajustan por medio de un contraste de blanco y negro, rebordeando el perfil del interior del cráter, y ajustando la corrección con respecto al ángulo en que se tomó la foto, se

encuentra el perfil azimutal promediado.

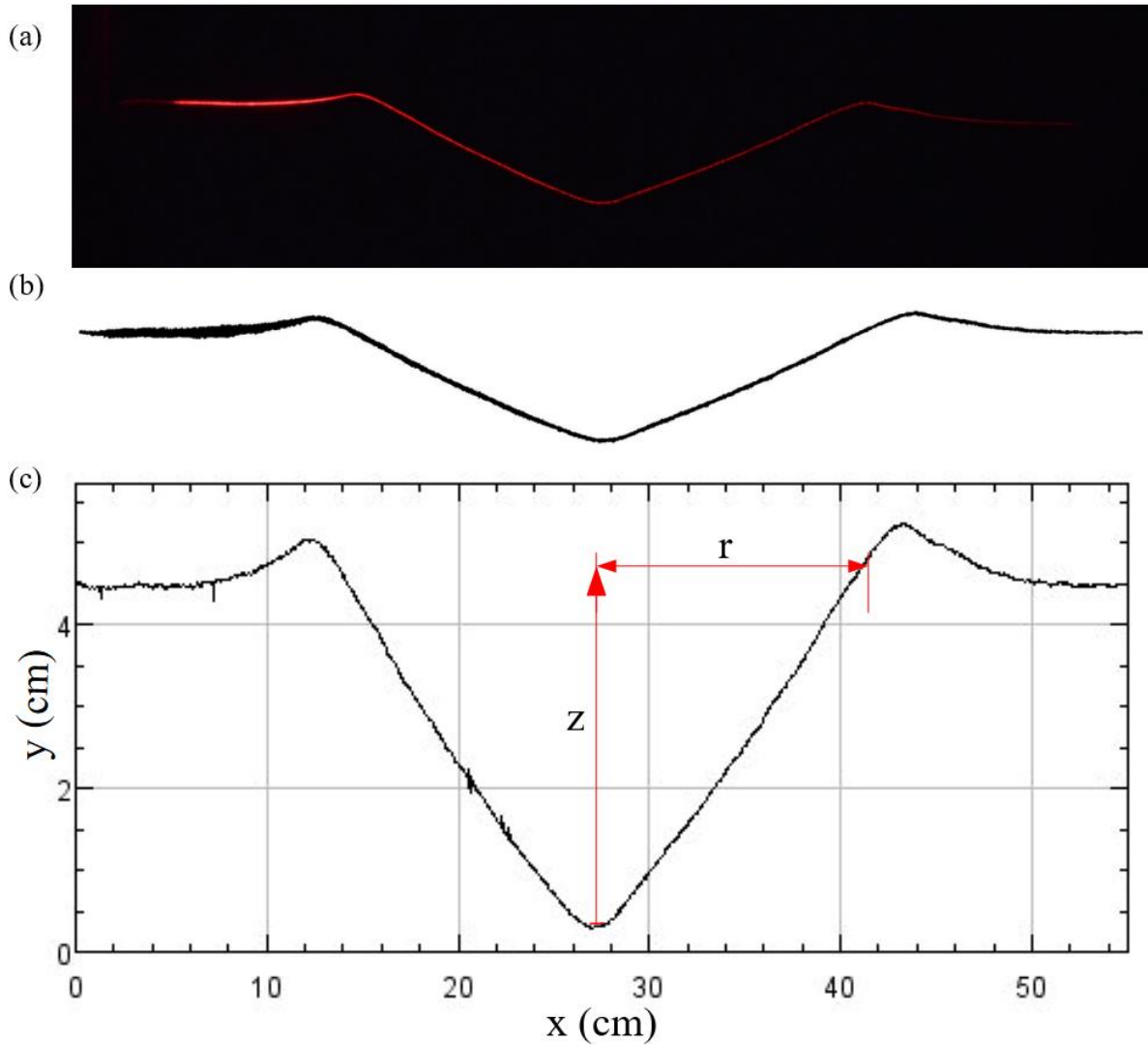


Figura 3.6: Técnica para determinar el perfil del cráter: (a) fotografía lateral, utilizando perfilometría láser; (b) perfil obtenido con ImageJ y (c) perfil digitalizado.

De acuerdo a los perfiles producidos por diferentes valores de masa explosiva, encontramos que el mejor ajuste para cada uno de ellos está dado por la ecuación para una hipérbola de la forma:

$$z(x) = H - a + \sqrt{a^2 + x^2 \tan^2 \theta}, \quad (3.1)$$

donde  $H$  es la profundidad máxima del cráter medida en  $x = 0$ ,  $a$  es un parámetro de ajuste con  $O$  (1 cm), y  $\theta$  es el ángulo agudo entre las asíntotas de la pared lateral y el plano horizontal. Los

resultados de este procedimiento de ajuste de perfiles se muestran en la Fig. 3.7 (líneas continuas) en el plano  $x - z$  para diferentes valores de masa explosiva  $m$ . En casi todos los casos, los perfiles son casi cónicos con pendientes  $\theta \sim 16 - 20^\circ$ , menor al ángulo de reposo de este material granular,  $\theta_R = 32.5^\circ$ , mientras que las líneas punteadas de color naranja muestran el ajuste encontrado.

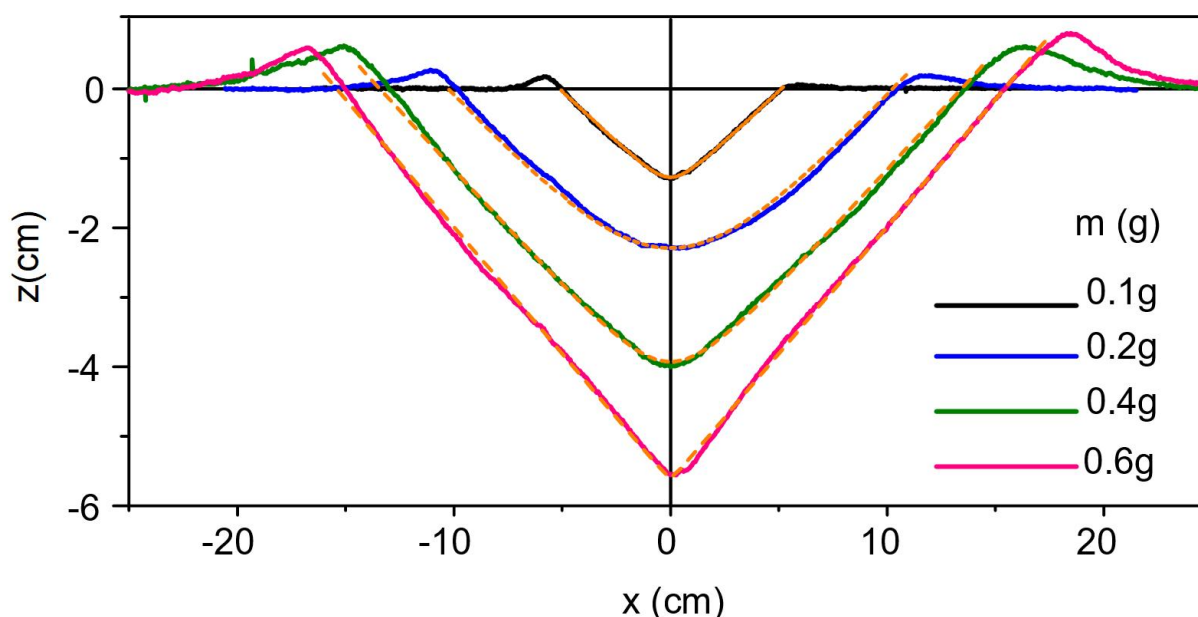


Figura 3.7: Perfil de los cráteres producidos por diferentes valores de masa explosiva (líneas continuas), descritos por una hipérbola (líneas discontinuas).

A partir de estos perfiles, también podemos medir el diámetro del cráter  $D$  dado por la distancia entre las paredes laterales a nivel de la superficie inicial, y calcular la relación de aspecto media del cráter  $\alpha = D/H = 7.2 \pm 0.4$  (Fig. 3.8(a)). Se puede observar cómo la razón de aspecto del cráter decrece para los valores más grandes de  $m$ , lo cual podría estar asociado al tamaño finito del sistema. Mientras que en la Fig. 3.8(b), observamos que la altura del borde abultado  $H_{rim}$  aumenta casi linealmente con la energía de la explosión, hasta que parece saturar a mayores energías. No obstante, la saturación no pudo ser confirmada debido a limitaciones experimentales. Otro proceso de craterización que conduce a cráteres hiperbólicos con bordes elevados es el de impacto de proyectiles sólidos [1, 2], pero en tales casos  $H_{rim}$  se encuentra independiente de la energía de impacto.

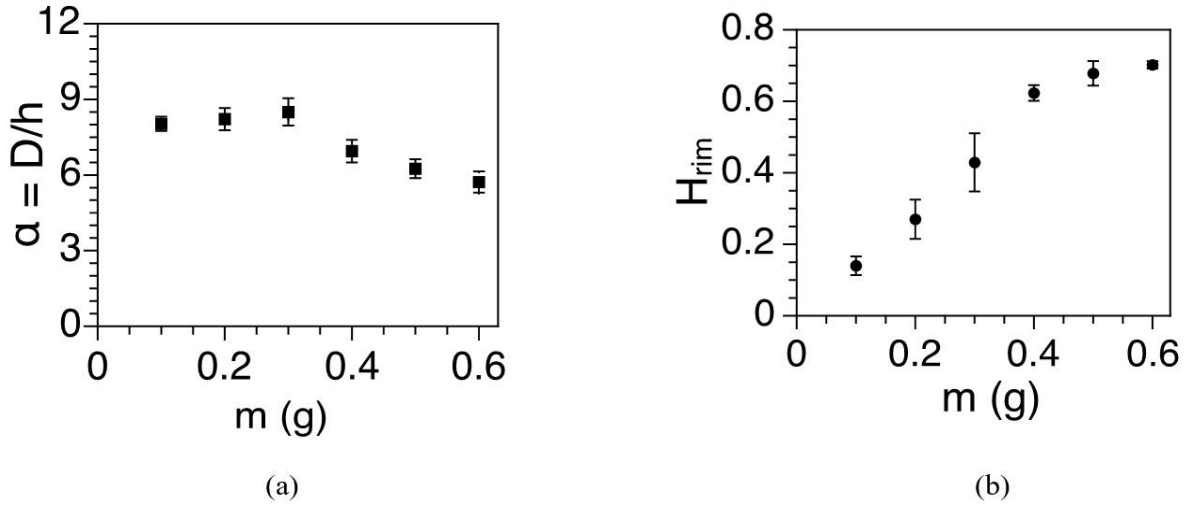


Figura 3.8: (a) Razón de aspecto del cráter  $\alpha = D/H$  vs masa  $m$  y (b) Altura del borde abultado  $H_{rim}$  medido desde  $z = 0$  en función de  $m$

### Dimensiones y volumen del cráter

Generando un volumen de revolución y usando el perfil presentado anteriormente, encontramos que el volumen del cráter corresponde a la hoja superior de un hiperboloide de dos hojas (Fig. 3.9), cuyo eje de simetría es paralelo al eje  $z$ , el vértice  $c$  está desplazado en  $-c$  unidades y la pendiente de las asíntotas corresponden al ángulo del cono. Por tanto, partiendo de la ecuación de un hiperboloide de dos hojas, tenemos:

$$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{(z+c)^2}{c^2} = 1, \quad (3.2)$$

donde las trazas en el plano horizontal  $x-y$  son círculos de radio  $r$ , de tal forma que los semi-ejes  $a$  y  $b$  son iguales ( $a = b$ ), de esta manera la anterior ecuación puede ser reescrita, como:

$$\frac{(z+c)^2}{c^2} - \frac{r^2}{a^2} = 1. \quad (3.3)$$

Despejando  $r^2$  de Ec. (3.3)

$$r^2 = \frac{a^2}{c^2} ((z+c)^2 - c^2), \quad (3.4)$$

y usando el hecho que  $r$  corresponde a una familia de círculos a lo largo del hiperboloide, la integral sobre el elemento de volumen  $dV$ , toma la siguiente forma:

$$\int_0^V dV = \frac{\pi a^2}{c^2} \int_0^H ((z+c)^2 - c^2) dz. \quad (3.5)$$

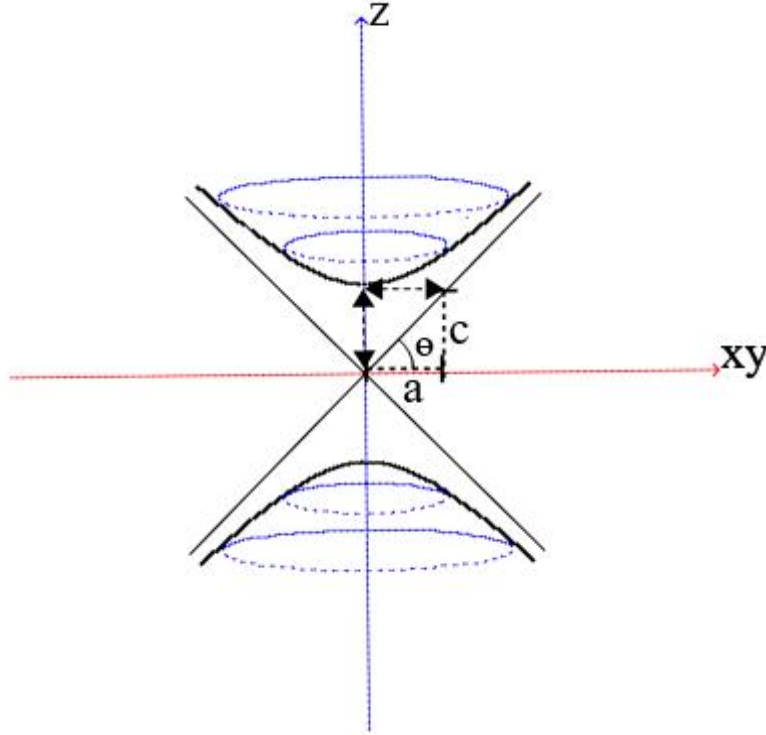


Figura 3.9: Hipérbola con eje de simetría paralelo al eje  $z$  desplazada en  $-c$  unidades.

Resolviendo la integral (3.5) obtenemos el volumen del hiperboloide:

$$V_{hiperboloide} = \frac{\pi a^2 H^2}{3c^2} (H + 3c). \quad (3.6)$$

Ahora, considerando que la pendiente de las asíntotas es  $\frac{a}{c} = \pm \tan\theta$  y que el cráter resultante tiende a  $\theta \sim 16 - 20^\circ$ , la profundidad es  $z = H$  y el radio del cráter es  $r = \frac{D}{2}$ , despejando  $c$  de Ec. (3.4) y sustituyendo los valores para  $z$  y  $r$ , obtenemos el volumen del cráter:

$$V = \frac{1}{6} \left( \frac{3D^2}{4H^2} - \frac{1}{\tan^2\theta} \right) \pi H^3. \quad (3.7)$$

Por otra parte, usando el volumen del cráter, gráficamente mostramos que  $V \sim D^2 H \sim E_0 \propto m$ .

Por consiguiente, la Ec. (3.7) arrojó los valores de los volúmenes obtenidos a partir de los datos medidos experimentalmente ( $D$ ,  $H$  y  $\tan\theta$ ) sobre un rango de valores de masa explosiva  $m$  entre 0.1 – 0.6 g. La Fig. 3.10(a) muestra que el volumen  $V$  sigue una relación lineal con  $m$  (nótese que en el inserto, la gráfica  $\log_{10} - \log_{10}$  indica una pendiente de  $0.97 \pm 0.04$ ). En particular, el mejor ajuste lineal intercepta en el eje  $x$  en  $m = m_0 = 0.076 \pm 0.02$  g, que corresponde a  $V = 0$  y representa físicamente la masa mínima para romper la cámara de combustión. Para confirmar esto, realizamos

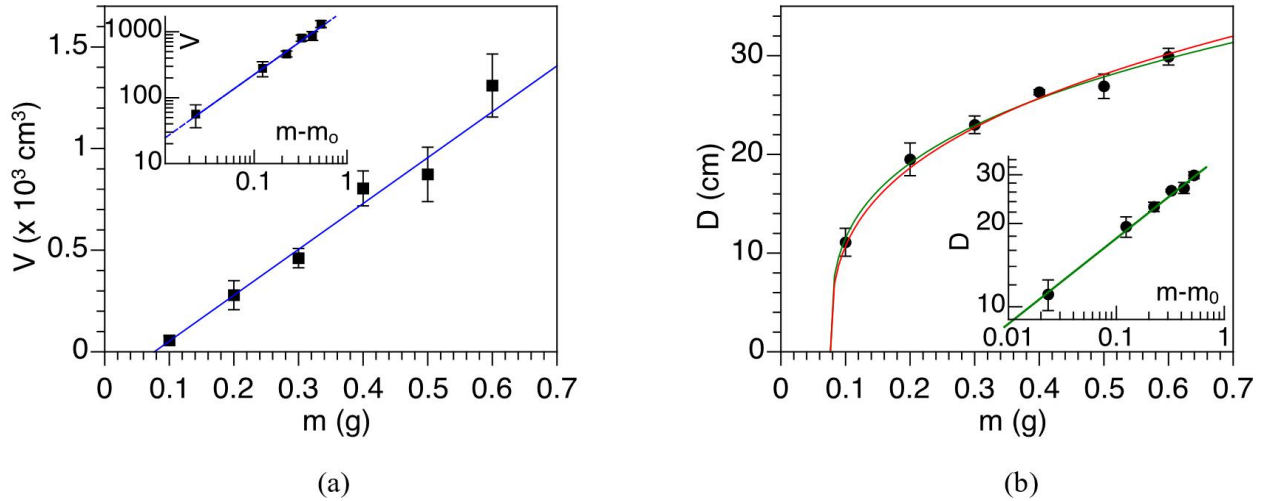


Figura 3.10: (a) Volumen del cráter  $V$  en función de la masa  $m$ . El ajuste lineal predice  $m_0 \approx 0.076$  g y (b) Diámetro del cráter  $D$  vs  $m$ . La gráfica log-log (recuadro) muestra una ley de potencias de la forma  $D = A(m - m_0)^{0.30}$ .

varios experimentos con  $m = 0.050$  g y en la mayoría de las ocasiones el polvo se quemó dentro de la cámara sin generar una explosión.

Por otro lado, La Fig 3.10(b) muestra el diámetro del cráter  $D$  en función de la masa explosiva  $m$ . A partir del análisis de escalamiento, los datos (puntos negros) podrían ser razonablemente bien descritos por una ley de potencias de  $1/3$  (línea roja), pero el mejor ajuste, determinado por el coeficiente de correlación, es una ley de potencias  $0.3$  (Línea verde) de la forma:

$$D = A(m - m_0)^p, \quad (3.8)$$

donde  $m_0 = 0.076$  g y  $p = 0.305 \pm 0.016$ . Este exponente menor fue objeto de análisis detallado por [8] y escala empíricamente [13] a través de diferentes escalas. El hecho de que los mismos exponentes de la ley de potencias se apliquen aquí a escala de laboratorio es una indicación de la universalidad del escalamiento de la formación de cráteres explosivos, al menos para las explosiones superficiales. Por otra parte, ya que el material se prepara sistemáticamente antes de la explosión, la desviación de la regla  $1/3$  no está relacionada con inhomogeneidades medianas como se suponía anteriormente [13].

### 3.2.2. Crecimiento de la corona

Después de la explosión, el material alrededor del punto de ignición es expulsado radialmente formando una corona que se expande hasta colapsar fuera de la cavidad. La Fig. 3.11(a) muestra el

diámetro de corona medido a nivel de superficie  $D_{cor}$  en función del tiempo para diferentes valores de  $m$ . Se puede observar un crecimiento exponencial para cada uno de los valores de  $m$ . La gráfica  $\log_{10}-\log_{10}$  en la Fig. 3.11(b) indica una dependencia tipo ley de potencias dada por:

$$D_{cor} \propto (m - m_0)^{1/3} t^{0.30}. \quad (3.9)$$

La misma dependencia ( $\propto t^{0.30}$ ) se encontró en explosiones subterráneas [19] mediante el monitoreo de la expansión de la onda de choque. Esta concordancia muestra que la expansión inicial de la corona del material es un buen indicador del crecimiento de la cavidad y permite estimar la masa (energía) explosiva. Una segunda ley de potencias aplicada a los datos de la corona en función de la masa, determinada en el recuadro está expresada de la forma:

$$D_{cor} = At^{0.30}, \quad (3.10)$$

donde  $A = (56.1 \pm 0.5)(m - m_0)^{1/3}$ , como se observa en el recuadro de la Fig. 3.11.

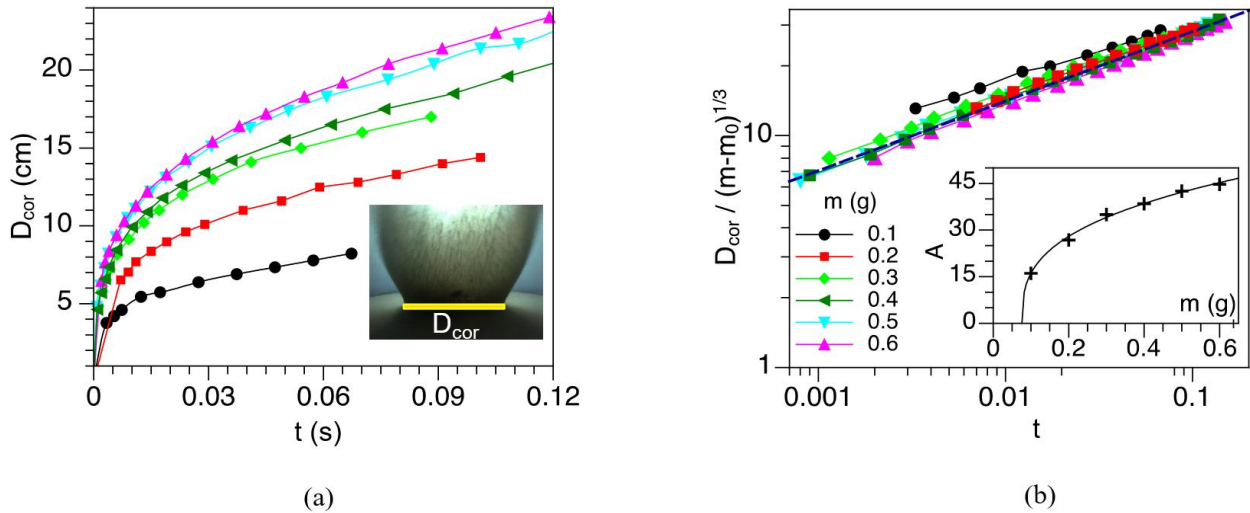


Figura 3.11: (a) Crecimiento de la corona producido por explosiones en el sistema tridimensional (3D) con diferentes valores de masas  $m$ . (b) Diámetro de la corona  $C_{cor}$  medido a nivel de la superficie en función del tiempo, sigue una ley de potencias  $D_{cor} = At^{0.30}$  determinado en el recuadro.

### 3.2.3. Crecimiento de la cavidad

El sistema cuasi-2D fue utilizado para visualizar la expansión de la cavidad subterránea después de la explosión. Los radios de la cavidad  $R_{cav}$  en función de  $t$  derivados de los vídeos para diferentes valores de  $m$ , se muestran en el recuadro de la Fig. 3.12(a) (Puntos de color). En la gráfica principal,

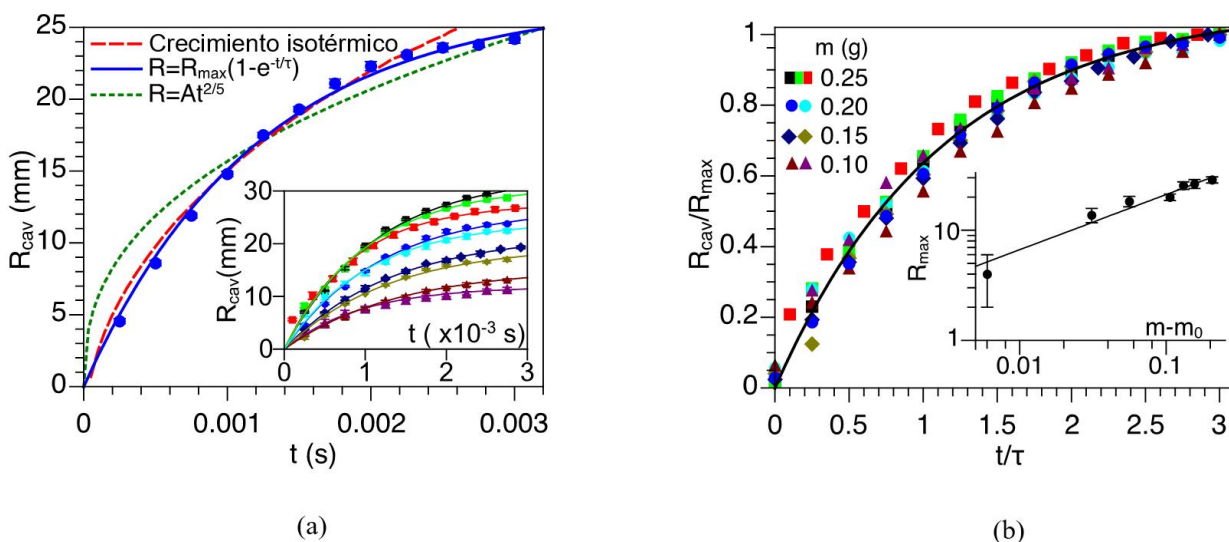


Figura 3.12: (a) En el recuadro:  $R_{cav}$  vs  $t$  en explosiones 2D para diferentes masas. En la gráfica principal: la gráfica de  $m = 0.2$  g (puntos sólidos) comparada con tres modelos:  $R_{cav} = R_{max}(1 - e^{-t/\tau})$  (línea continua), modelo isotérmico (línea roja discontinua) y modelo de ley de potencias  $R(t) = At^{2/5}$  (línea verde punteada). (b)  $R_{cav}/R_{max}$  vs  $t/\tau$ . En el recuadro  $R_{max} \propto (m - m_0)^{1/2}$ .

el caso  $m = 0.2$  g se usa como ejemplo para comparar el experimento con los diferentes modelos discutidos a continuación.

De acuerdo a la Ref. [11], se describió el crecimiento inicial de la cavidad producido por una explosión en la superficie del agua con un modelo de flujo potencial simplificando a la expresión para el radio  $R^3\dot{R}^2 = E_0/\rho$ , que produce fácilmente el resultado  $R(t) \propto t^{2/5}$  (en este caso nosotros usamos indistintivamente  $R_{cav} = R$ ). Esta ley de escalamiento 2/5 fue establecida por GI Taylor para la propagación de ondas de choque después de una explosión nuclear [42] y también se encontró durante la excitación de las esferas duras mediante pruebas de la tasa de crecimiento de colisiones de partículas en simulaciones 2D y pruebas de espacio medio [12, 21]. Sin embargo, el modelo considera que la sobrepresión generada por la explosión se relaja a la temperatura ambiente en una escala de tiempo de milisegundo, más corta que el tiempo de expansión de la cavidad ( $t \sim O(10^{-1}s)$ ). Modificando el modelo de flujo potencial consideramos la caída de presión desde un valor inicial  $P_i$  a la presión atmosférica  $P_0$  para una expansión isotérmica de la cavidad cuasi-2D durante el tiempo observado  $t \approx O(10^{-3}s)$ , además de la adición de un término viscoso para incluir la naturaleza disipativa del medio granular [43, 44]. Bajo estas condiciones, la ecuación diferencial para la dinámica de la cavidad es:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 + 4\mu\frac{\dot{R}}{R} = \frac{P_i(\frac{R_i}{R})^2 - P_0}{\rho}, \quad (3.11)$$

donde  $\mu$  es un parámetro libre  $P_i = O(10^9\text{Pa})$  y  $R_i = O(10^{-4}\text{m})$ . Como se muestra en la Fig. 3.12 (a), la solución numérica de la ecuación anterior (línea discontinua) se aproxima mejor a las mediciones experimentales que  $R(t) \propto t^{2/5}$  (línea punteada), pero todavía existe una discrepancia considerable. El mejor ajuste de datos (línea azul) viene dado por la ecuación heurística:

$$R(t) = R_{max}(1 - e^{-t/\tau}), \quad (3.12)$$

con  $\tau$  como tiempo característico. Esta ecuación también se representa en la inserción de la Fig. 3.12(a) (líneas de color) para diferentes valores de  $m$ , con excelente acuerdo en todos los casos.

Si consideramos que la masa de granos desplazada por la formación de la cavidad es proporcional a la energía liberada durante la explosión  $E_o$ , entonces  $M_{cav} = \rho\pi R_{max}^2 w \propto E_o$ , donde  $\rho = 2.66 \pm 0.05 \text{ g/cm}^3$  es la densidad de arena. Dado que la explosión es radialmente simétrica, los efectos inerciales son considerablemente mayores que los efectos gravitacionales y  $M_{cav}$  es a su vez proporcional a la masa efectiva del explosivo. Entonces, se encuentra:

$$R_{max} = \kappa[(m - m_o)/w\rho\pi]^{1/2}, \quad (3.13)$$

donde  $\kappa$  es una constante adimensional de proporcionalidad. Por consiguiente, el gráfico  $\log_{10} - \log_{10}$  ilustrado en el recuadro de la Fig. 3.12(b) muestra que  $R_{max}$  está bien ajustado por una ley de potencias de  $(m - m_o)^{1/2}$  con  $\kappa = 236.8 \pm 18.3$ . Usando  $R_{max}$  para normalizar  $R_{cav}$ , se encuentra que el crecimiento de la cavidad colapsa de acuerdo con  $R_{cav}/R_{max} = (1.08 \pm 0.01)(1 - e^{-t/\tau})$ , como se muestra en la Fig. 3.12(b), donde  $\tau = 1.127 \pm 0.037$  es el promedio de los tiempos característicos de los acoplamientos individuales mostrados en el recuadro de la Fig. 3.12(a). Por lo tanto, la velocidad de crecimiento de la cavidad  $dR/dt = (R_{max}/\tau)e^{-t/\tau}$  proporciona velocidades máximas iniciales de  $O(10^2)$  m/s.

Es interesante observar que las explosiones en la superficie libre del agua [11] exhibió el mismo exponente de escalamiento para el tamaño máximo de la cavidad frente a la energía, es decir,  $R_{max} \sim E_o^{1/4}$  como en el cráter generado por impacto. Sin embargo, en el lecho granular, encontramos  $R_{max} \propto (m - m_o)^{0.30} \sim E_o^{0.3}$  como se encuentra en eventos de gran escala. Por el contrario, la escala obtenida en el sistema cuasi-2D fue  $R_{max} \propto E_o^{1/2}$  que está relacionada con los efectos de confinamiento debidos a las paredes laterales.

Hasta el momento, informes de explosiones a escala de laboratorio sólo mencionan que cráteres cónicos se producen en arena seca, mientras que morfologías más complejas, incluyendo montículos centrales, anillos concéntricos y terrazas se produjeron en arena cementada [12, 21]. Una breve revisión sobre la morfología de los cráteres producidos por diferentes mecanismos en experimentos a pequeña escala se resume en la Tabla 3.1. Se debe tener en cuenta que un análisis cuantitativo de algunas de las características y las leyes de escalamiento de cráteres por explosiones a escala de laboratorio faltaban antes de la presente investigación. Los resultados obtenidos en esta tesis con respecto a la morfología y leyes de escalamiento de los cráteres completan el estudio y se incluyen en la última fila de la tabla.

Origen	Ref.	Perfil / técnica	Escalamiento	$H_{rim}$	$\alpha = D/H$	Observaciones
Impactos (Proyectiles sólidos)	[2]	Forma de tazón (observado a simple vista)	$D \propto E^{1/4}$ $H \propto E^{1/4}$	-	$\sim 8.4$	Cráteres con levantamientos centrales y terrazas a mayor energía. $\alpha$ aumenta en las energías más altas.
	[1]	Hiperboloide (perfilometría láser y ajuste)	$D \propto E^{1/4}$ $H \propto E^{1/5}$	Independiente de $E$	$\sim 6 - 15$	$H_{rim}$ está fijada por el radio del proyectil. $\alpha$ es independiente de $E$ y fijada por el tamaño de la esfera.
	[4]	-	$D \propto E^{1/4}$	-	-	$D$ y $H$ son longitudes separadas definidas por diferentes físicas. $H$ está relacionado con la fuerza de frenado de la esfera.
	[17]	Con levantamientos centrales (perfilometría láser)	-	Incrementa con $\phi$	-	La forma del cráter y el material desplazado son sensibles a $\phi$ . Grandes picos centrales y cráteres más profundos con pequeños $\phi$ .
Impacto (proyectiles granulares)	[34]	Forma de tazón (vista en sección transversal)	$D \propto E^{1/4}$ $H \approx \text{const.}$	-	$\propto E^{1/4}$	Los proyectiles son pulverizados por el impacto. $H$ es fijado por la fuerza cohesiva de la esfera y las propiedades objetivo. Cráteres con elevación central aparecen cuando $E$ se incrementa.
Subsistencia	[38]	Hiperboloide (perfilometría láser)	-	Sin borde elevado	$\sim 5 \pm 2$	Colapso de pequeñas cavidades producidas por la extracción de un cilindro de un lecho de cuentas. Sin corona, levantamiento central pequeño
Colapso de cavidades presuriza- das	[6]	Forma de tazón esférico (proyección de sombra)	$D \propto V^{1/3}$ $H \propto V^{1/3}$	Sin borde elevado	$\sim 7 \pm 1$	$D$ y $H$ determinados por el volumen inicial de la cavidad $V$ . Las grandes cavidades producen jets y cráteres con levantamiento central. La corona se colapsa dentro de la cavidad.
Explosiones	[20]	Forma de tazón en $s = 0$ a cónico en $s \approx 1$ (perfilometría láser)	-	-	$\sim 4$ pero incrementa con $s$	Cráter de impacto simulado con una explosión a cierta profundidad, probado sólo por una masa de 0.150 g de PETN (870 J) colocado a diferentes profundidades $s$ .
	[21]	Tazón a cónico (vista en sección transversal)	-	-	-	Realizado en 3D y el contenedor de pruebas cuarto espacio. Se describen solamente las características morfológicas y se reportan ilustraciones aproximadas basadas en vídeos.
	[12]	Forma de tazón (vista en sección transversal)	-	-	-	$V$ , $D$ , $H$ , eyección de granos, estrés del material y deformación se midieron para diferentes cargas. Experimentos realizados en 3D y tanques de cuarto espacio.
	[45]	<b>Hiperboloide casi cónico (perfilometría láser y ajuste)</b>	$D \propto E^{0.30}$	$\propto E$	$\sim 7$	<b>La corona se extiende fuera de la cavidad y los levantamientos centrales nunca aparecen. <math>H_{rim}</math> crece linealmente con <math>E</math>. Experimentos en sistemas 3D y 2D. Análisis de la dinámica de la cortina eyectada y de la cavidad.</b>

Tabla 3.1: Resumen de propiedades morfológicas de cráteres producidos por diferentes mecanismos a escala de laboratorio, la fila resaltada son los resultados obtenidos en la investigación.



# 4

## Conclusiones

- Al analizar la morfología del cráter creado por explosiones a escala de laboratorio a nivel de la superficie en un medio granular, se encontró que éste se caracteriza por tener perfiles hiperbólicos casi cónicos y bordes elevados.
- Nuestros resultados son los primeros a escala de laboratorio de cráteres por explosiones superficiales donde la masa ha sido variada sistemáticamente.
- La ley de potencias de 0.3 es el escalamiento intermedio entre  $1/4$  y  $1/3$  que describe el mejor ajuste de los resultados de nuestros cráteres. El escalamiento establecido de  $3/10$  para grandes cráteres se mantiene a través de varias órdenes de magnitud de  $E_0$ .
- La expansión de la corona obedece una ley de potencias en el tiempo a la 0.3, similar a la dependencia encontrada en la expansión de una onda de choque en explosiones subterráneas.
- La expansión de la cavidad subterránea puede describirse utilizando un modelo isotérmico, pero el efecto de confinamiento debe ser considerado.
- Comparando la geometría de los cráteres por diversos mecanismos y las características más finas como la dependencia energética del borde, postulamos que la perfilometría puede ayudar a clasificar los cráteres observados en las superficies terrestres, lunares y planetarias, aunque se debe tener cuidado porque los cráteres de impacto pueden ser muy similares a los cráteres de explosión bajo condiciones muy específicas.

- Los resultados obtenidos de nuestros experimentos se realizaron considerando un empaquetamiento relativamente suelto de  $\phi \approx 0.59$  y granos cuasi-esféricos. Al realizar una variación sistemática del empaque y la forma del grano podría proporcionar una prueba robusta de la escala de volumen del cráter que encontramos.

# Apéndices





## **Documento adjunto**

Se adjunta la portada del artículo que se publicó a partir de la investigación realizada para esta tesis [45].

## Craters produced by explosions in a granular medium

F. Pacheco-Vázquez,<sup>1</sup> A. Tacumá,<sup>1</sup> and J. O. Marston<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Instituto de Física, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Apartado Postal J-48, Puebla 72570, Mexico*

<sup>2</sup>*Department of Chemical Engineering, Texas Tech University, Lubbock, Texas 79409, USA*

(Received 23 May 2017; published 7 September 2017)

We report on an experimental investigation of craters generated by explosions at the surface of a model granular bed. Following the initial blast, a pressure wave propagates through the bed, producing high-speed ejecta of grains and ultimately a crater. We analyzed the crater morphology in the context of large-scale explosions and other cratering processes. The process was analyzed in the context of large-scale explosions, and the crater morphology was compared with those resulting from other cratering processes in the same energy range. From this comparison, we deduce that craters formed through different mechanisms can exhibit fine surface features depending on their origin, at least at the laboratory scale. Moreover, unlike laboratory-scale craters produced by the impact of dense spheres, the diameter and depth do not follow a 1/4-power-law scaling with energy, rather the exponent observed herein is approximately 0.30, as has also been found in large-scale events. Regarding the ejecta curtain of grains, its expansion obeys the same time dependence followed by shock waves produced by underground explosions. Finally, from experiments in a two-dimensional system, the early cavity growth is analyzed and compared to a recent study on explosions at the surface of water.

DOI: 10.1103/PhysRevE.96.032904

Crater formation is a fundamentally important topic in geophysics and planetary science motivated by the observation of craters on Earth and some of our nearby neighbors (i.e., our moon and Mars). Today, we know that most of the craters were produced by the impact of meteorites.

One consistent line of inquiry has been to derive the energy involved in the formation of a given crater [1–4], which has led to many inverse problem studies, ranging from laboratory scale experiments with steel spheres where  $D \sim O(10^{-1})$  m and  $E_0 \sim O(10^{-3})$  J up to meteor craters with  $D \sim O(10^3)$  m and  $E_0 \sim O(10^{16})$  J. It has been proposed that a scaling law relating crater diameter to the energy of the impact  $D \sim E_0^{1/4}$ , is valid in this energy range, however this upper energy limit is based only on a single, loosely constrained data point and has not yet been validated. In fact, high-velocity studies have revealed scaling laws with significantly lower exponents for the crater size in terms of the impact energy [5–7], therefore casting doubt on the universality of a single exponent. For typical impact experiments, the ejecta velocities (e.g., [8–10]), crater diameter (e.g., [2,11]), and penetration depth of the projectile (e.g., [12–15]) are the characteristic measurements taken. For authoritative details on this topic, the reader is referred to Refs. [7,16–20].

With the exception of recent studies of cavity collapse [21,22], other cratering studies generally pertain to near-surface explosions [23–26]. In this phenomenon, the point-source release of energy excavates material to form a crater, and dimensional analysis predicts linear crater dimensions to scale as  $W^{1/3}$ , where  $W$  is the weight (or energy) of the explosive charge. This scaling failed across a broad range of data due to factors such as eject fallback and material heterogeneity [27], and an empirically derived constant of 0.3 has been proposed [23]. In fact, depending on the variables included in the dimensional analysis, all scaling laws are shown to be bounded by cube root and quarter root rules [23,28].

So far, most craters generated by explosions are studied at a large energy scale ( $> 10^6$  J) with only a handful of

reports at the laboratory scale (see, e.g., [29–31]). Here we report on small explosions ( $\sim 10^2$  J) at the surface of a model three-dimensional granular bed, and also in a two-dimensional cell that allows us to observe and analyze the cavity growth dynamics. The best-fit relation between crater dimensions and energy is determined and compared with large-scale results. In particular, we discuss some morphological features that distinguish craters created by explosions from craters with other origins.

### I. EXPERIMENTAL SETUP

A granular bed was prepared in a cylindrical container (height 40 cm and diameter 60 cm), comprised of 180  $\mu$ m Oklahoma silica sand particles ( $\rho_s = 2.6$  g/cm<sup>3</sup>). The bed is prepared in a similar fashion to that described in [22] to yield a consistent initial solids packing fraction of  $\phi_p \approx 0.59 \pm 0.01$ . A small explosive device is then placed directly in the center of the bed and buried so that the top of the device is at the same level of the granular surface. The device itself is a 1 cm<sup>3</sup> hollow metallic cylinder of 10 mm height and with a 3 mm diameter hole at the top used to fit the fuse that ignites explosive powder confined within the metallic chamber. The powder was obtained from firecrackers and measured out in specified masses ranging from 0.1 to 0.6 g on a balance with a tolerance of  $\pm 0.005$  g. The bottom of the chamber (facing into the granular bed) is open, but covered with paper layers so that the initial blast is directed vertically down into the bed. The approximate energy released by the deflagration of the powder, for which the principal constituent is potassium nitrate (KNO<sub>3</sub>), is 3 MJ/kg, in which case we can specify the approximate energy  $E_0$  as 300–1800 J. Only a reduced fraction of this energy is used to produce the resulting crater, while the rest is mainly dissipated as heat. The events were captured with a high-speed video camera (Photron Fastcam Mini UX100) at frame rates up to 20 000 fps, while the crater shapes and dimensions were captured by laser profilometry after the explosion. The underground cavity growth dynamics

## Referencias

- [1] S. J. de Vet & J. R. de Bruyn. Shape of impact craters in granular media. *Physical Review E*, **76**, 041306 (2007).
- [2] A. M. Walsh, K. E. Holloway, P. Habdas & J. R. de Bruyn. Morphology and scaling of impact craters in granular media. *Physical Review Letters*, **91**, 104301 (2003).
- [3] S. Deboeuf, P. Gondret & M. Rabaud. Dynamics of grain ejection by sphere impact on a granular bed. *Physical Review E*, **79**, 041306 (2009).
- [4] J. S. Uehara, M. A. Ambroso, R. P. Ojha & D. J. Durian. Low-speed impact craters in loose granular media. *Physical Review Letters*, **90**, 194301 (2003).
- [5] X. J. Zheng, Z. T. Wang & Z.G. Qiu. Impact craters in loose granular media. *The European Physical Journal E: Soft Matter and Biological Physics*, **13**, 321-324 (2004).
- [6] F. E. Loranca-Ramos, J. L. Castillo-Estrada & F. Pacheco-Vázquez. Craters and Granular jets generated by underground cavity collapse. *Physical Review Letters*, **115**, 028001 (2015).
- [7] S. J. de Vet, B. Yohannes, K. M. Hill & J. R. de Bruyn. Collapse of a rectangular well in a quasi - two- dimensional granular bed. *Physical Review E*, **82**, 041304 (2010).
- [8] A. J. Chabai. On scaling dimensions of craters produced by buried explosives. *Journal of Geophysical Research*, **70**, 5075-5098 (1965).
- [9] L.J. Vortman. Craters from surface explosions and scaling laws. *Journal of Geophysical Research*, **73**, 4621-4636 (1968).
- [10] R. D. Ambrosini, B. M. Luccioni, R. F. Danesi, J. D. Riera & M. M. Rocha. Size of craters produced by explosive charges on or above the ground surface. *Shock Waves*, **12**, 69-78 (2002).
- [11] A. Benusiglio, D. Quéré & C. Clanet. Explosions at the water surface. *Journal of Fluids Mechanics*, **752**, 123-139 (2104).

- 
- [12] A. J. Piekutowski. Formation of bowl-shaped craters. *In Lunar and Planetary Science Conference Proceedings*, **11**, 2129-2144 (1980).
- [13] J. N. Strange, C. W. Denzel & T. I. McLane III. Cratering from High Explosive Charges. Analysis of Crater Data (No. AEWES-TR-2-547). ARMY ENGINEER WATERWAYS EXPERIMENT STATION VICKSBURG MS (1961).
- [14] J. Duran. *Sand, powders, and grains. An introduction to the physics of granular materials*, Ed. Springer, New York (2000).
- [15] H. J. Melosh & B. A. Ivanov. Impact crater collapse. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, **27**, 385-415 (1999).
- [16] H. Katsuragi. *Physics of soft impact and cratering*. Ed. Springer, Tokio (2016).
- [17] P. Umbanhowar & D. I. Goldman. Granular impact and the critical packing state. *Physical Review E*, **82**, 010301 (2010).
- [18] M. A. Sadvskii, V. V. Adushkin, V. N. Rodionov & G. N. Startsev. A method of modeling large cratering explosions. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, **3**, 73-79 (1967).
- [19] O. S. Kolkov, A. M. Tikhomirov & A. F. Shatsukevich. Development of explosion cavities in sandy soils. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, **3**, 349-351 (1967).
- [20] V. R. Oberbeck. Laboratory simulation of impact cratering with high explosives. *Journal of Geophysical Research*, **76**, 5732-5749 (1971).
- [21] A. J. Piekutowski. Cratering mechanisms observed in laboratory-scale high-explosive experiments. *In Impact and Explosion Cratering: Planetary and Terrestrial Implications*, 67-102 (1977).
- [22] D. E. Gault & J. A. Wedekind. Experimental hypervelocity impact into quartz sand-II: Effects of gravitational acceleration. *In Impact and Explosion Cratering: Planetary and Terrestrial Implications*, 1231-1244 (1977).
- [23] K. A. Holsapple. The scaling of impact processes in planetary sciences. *Annual review of earth and planetary sciences*, **21**, 333-373 (1993).
- [24] A. S. Soto. *Los conceptos de la física: evolución histórica*. Universidad de Antioquia, Medellín (2003).
-

- 
- [25] C. Koeberl. Craters on the Moon from Galileo to Wegener: A short history of the impact hypothesis, and implications for the study of terrestrial impact craters. *Earth, Moon, and Planets*, **85**, 209-224 (1999).
- [26] J. C. Ruiz-Suárez. Penetration of projectiles into granular targets *Reports on Progress in Physics*, **76**, 066601 (2013).
- [27] W. Herschel & J. Banks. An Account of Three Volcanos in the Moon. By William Herschel, LL. DFRS; Communicated by Sir Joseph Banks, Bart. PRS. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, **77**, 229-232 (1787).
- [28] J. Nasmyth & J. Carpenter. *The moon: Considered as a planet, a world, and a satellite*, Scribner & Welford, Londres (1885).
- [29] W. Beer & J. M. Heinrich. *Mappa selenographica; totam lunae hemisphaeram visibilem complectens observationibus propriis: Secundum projectionem orthographicam. Quatuor sectionibus constructa et delineata. Suae Majestati Friderico Sexto, regi daniae illustrissimo summa veneratione dedicata. Auctoribus Guilelmo Beer et Joanne Henrico Maedler. Editio genuina Berolini MDCCXXXIV. Ex autographo in lapidem incidit Carolus Vogel. Apud Simon Schropp & Soc. S. Schropp & Soc.* (1834).
- [30] W. H. Pickering. *The Moon: a summary of the existing knowledge of our satellite, with a complete photographic atlas*. Doubleday, Page & company, New York (1903).
- [31] G. Racki, C. Koeberl, T. Viik, E. A. Jagt-Yazykova & J. W. Jagt. Ernst Julius Öpik's (1916) note on the theory of explosion cratering on the Moon's surface - The complex case of a long-overlooked benchmark paper. *Meteoritics & Planetary Science*, **49**, 1851-1874 (2014).
- [32] G. Osinski & E. Pierazzo, *Impact cratering: Processes and products*. John Wiley & Sons (2012).
- [33] L. W., Alvarez, F. Asaro & H. V. Michel. Extraterrestrial Cause for the Cretaceous-Tertiary Extinction: Experiment and theory, *Science*, **208**, 1095-1108 (1980).
- [34] F. Pacheco-Vázquez & J. C. Ruiz-Suárez. Impact craters in granular media: grains against grains. *Physical review letters*, **107**, 218001 (2011).
- [35] A. Mehta & G. C. Barker. The dynamics of sand. *Reports on Progress in Physics*, **57**, 383 (1994).
- [36] R. L. Brown & J. C. Richards. *Principles of powder mechanics: essays on the packing and flow of powders and bulk solids*, Ed. Pergamon Press, New York (2011).
-

- 
- [37] R. M. Schmidt & K. R. Housen. Some recent advances in the scaling of impact and explosion cratering. *International Journal of Impact Engineering*, **5**, 543-560 (1987).
- [38] S. J. de Vet & J. R. de Bruyn. The collapse of a cylindrical cavity in a granular medium. *Granular Matter*, **14**, 661-670 (2012).
- [39] H. Mizutani, S. I. Kawakami, Y. Takagi, M. Kato, & M. Kumazawa. Cratering experiments in sands and a trial for general scaling law. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **88**, (1983).
- [40] K. A. Holsapple (2017). *Craters from explosions or impacts*. Recuperado el 12 de septiembre de 2016 de <http://http://keith.aa.washington.edu/craterdata/scaling/index.htm>
- [41] The Physics Hypertextbook. *Chemical Potential Energy*. Recuperado el 15 de junio de 2017 de <http://physics.info/energy-chemical/>
- [42] M. A. Deakin. GI Taylor and the Trinity test. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, **42**, 1069-1079 (2011).
- [43] J. J. Stickel & R. L. Powell. Fluid mechanics and rheology of dense suspensions. *Annual Review of Fluid Mechanics*, **37**, 129-149 (2005).
- [44] Y. Forterre & O. Pouliquen. Flows of dense granular media. *Annual Review of Fluid Mechanics*, **40**, 1-24 (2008).
- [45] F. Pacheco-Vázquez, A. Tacumá & J. O. Marston. Craters produced by explosions in a granular medium. *Physical Review E*, **96**, 032904 (2017).
- [46] H. Katsuragi & D. J. Durian. Unified force law for granular impact cratering. *Nature Physics*, **3**, 420-423 (2007).
- [47] J. Ormö, I. Melero-Asensio, K. R. Housen, K. Wünnemann, D. Elbeshausen & G. S. Collins. Scaling and reproducibility of craters produced at the Experimental Projectile Impact Chamber (EPIC), Centro de Astrobiología, Spain. *Meteoritics & Planetary Science*, **50**, 2067-2086 (2015).
-