



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA, OPCIÓN
INSTRUMENTACIÓN ELECTRÓNICA

Tesis para obtener el grado de
MAESTRO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

“CONTROL BASADO EN FUNCIONES DE LYAPUNOV
DE CONTROL (CLF) PARA SISTEMAS MECÁNICOS
MODELADOS COMO PÉNDULO SIMPLE:
APLICACIÓN AL CONTROL DE ÓRTESIS ACTIVAS”

Presenta:

Lessia Monserrat Saynes Torres*

Asesores:

Dr. José Fermi Guerrero Castellanos
M. C. Ana María Rodríguez Domínguez

Resumen

El presente trabajo de tesis consiste en diseñar y evaluar una técnica de control basada en Funciones de Lyapunov de Control para sistemas que pueden ser modelados como un péndulo simple utilizando la Formula General de Sontag. Para llevar a cabo el desarrollo se considera el modelo matemático de un péndulo simple, el cual es la base de muchos trabajos de investigación. Se inicia una presentación, describiendo y analizando los sistemas que pueden ser modelados como SP y también de las técnicas de control que son usualmente utilizadas para controlar este tipo de sistemas. Además, con base a la literatura se establecen los preliminares matemáticos de Funciones de Lyapunov de Control, Fórmula General de Sontag (FGS) y Control por Rechazo Activo de Perturbaciones (ADRC).

Enseguida se propone y aplica una estrategia de control proponiendo una ley de control estabilizante, considerando una Función Lyapunov de Control para un SP. Para ello se considera particularmente el modelo matemático de un péndulo simple. Mediante simulaciones en Matlab/Simulink se observa y se garantiza lo desarrollado teóricamente y también se analizan su comportamiento. Además, la estrategia de control se implementa experimentalmente en una órtesis activa de tobillo-pie (AFFO, por sus siglas en inglés Active Ankle Foot Orthoses) proporcionado por LISSI-LAB, utilizando el perfil de personas sanas como la referencia a seguir, obteniéndose resultados favorables.

Se aborda el problema de seguimiento de trayectoria a un SP para seguir una señal senoidal como inicio del trabajo de investigación, se procede a analizar el ciclo de marcha para poder después aplicar un perfil de tobillo al sistema que es la parte fundamental del trabajo. Se integra el Control por Rechazo Activo de Perturbaciones para hacer el análisis completo del sistema.

Finalmente, con el objetivo de validar los resultados obtenidos en la teoría, se realizan pruebas en simulación en Matlab/Simulink partiendo de condiciones iniciales. Por lo tanto, se presentan los resultados que permiten visualizar que el control basado en Funciones de Lyapunov de Control, utilizando la estrategia FGS y ADRC, tiene un buen desempeño, aunque el sistema presente incertidumbre y perturbaciones externas.

Índice general

Resumen	II
Introducción	VII
1. Generalidades y estado del arte	1
1.1. Sistemas mecánicos con modelo matemático similar al sistema péndulo (SP)	1
1.1.1. Panorama de sistemas mecánicos	2
1.2. Técnicas de control aplicadas a SP	6
1.3. Modelado y control de órtesis	7
1.4. Preliminares matemáticos de Funciones de Lyapunov de Control	11
1.4.1. Fórmula General de Sontag (FGS)	13
1.5. Control por Rechazo Activo de Perturbaciones	16
1.5.1. Observador de Estado Extendido	18
2. Control para el seguimiento de trayectoria de un SP	20
2.1. Modelo matemático	20
2.1.1. Representación en espacio de estados	21
2.2. Enunciado del problema	22
2.3. Diseño del control usando la Fórmula General de Sontag (FGS)	23
2.3.1. Deducción de la Función de Control de Lyapunov para el Sistema Péndulo	23
2.3.2. Control de seguimiento de trayectoria para el SP	24
2.3.3. Resultados	26
2.4. Control por Rechazo Activo de Perturbaciones	30
2.4.1. Diseño del ADRC	30
2.4.2. Resultados	32
2.5. Conclusiones	37
3. Control de una órtesis activa para tobillo	38
3.1. Análisis del ciclo de marcha	38
3.2. Formulación del problema	41

3.2.1. Descripción de la Órtesis Activa	42
3.2.2. Modelo matemático	43
3.3. Diseño de control de una órtesis activa	45
3.3.1. Obtención de la señal de referencia para el ciclo de marcha	47
3.3.2. Diseño de control con rechazo activo	48
3.4. Resultados Experimentales	49
3.5. Conclusiones	53
Conclusiones	55
A. Ciclo de Marcha	57
B. Internship Period	59
B.1. Abstract	59
B.1.1. Introduction	59
B.1.2. General Objective	59
B.1.3. Activities and results	60
C. Publicaciones	62

Índice de figuras

1.	Ejemplo de sistemas que pueden ser modelados como un péndulo (SP).	VII
2.	Diagrama a bloques del control del tema de investigación a desarrollar.	IX
1.1.	Ejemplo de péndulo simple	1
1.2.	Sistema de torsión, Σ_1	3
1.3.	Emulador industrial ECP220, Σ_2 y Σ_3	3
1.4.	Péndulo, Σ_4	4
1.5.	Ejemplo de sistemas mecánicos: exoesqueletos y órtesis Activas.	5
1.6.	Manipulador sobre un UAV.	6
1.7.	Ejemplo de órtesis pasivas aplicadas al tobillo y rodilla respectivamente.	8
1.8.	Ejemplo de órtesis activa de tobillo.	8
1.9.	Sistema órtesis de articulación de rodilla [9]	9
1.10.	Sistema órtesis de articulación de rodilla [20]	10
1.11.	Gráfica de la función de función de Sontag y Sussmann, 1980,[23]	13
1.12.	ADRC: basado en un observador de estado extendido [35].	16
2.1.	Diagrama esquemático del sistema péndulo	21
2.2.	Estrategia de control control para manipulación de sistema péndulo.	26
2.3.	Posición deseada (señal senoidal).	27
2.4.	Evolución de la posición angular deseada.	28
2.5.	Torque de control aplicado al sistema órtesis.	28
2.6.	Evolución de la variable de error de posición angular para la trayectoria.	29
2.7.	Velocidad angular del sistema péndulo.	29
2.8.	Evolución de la variable de error de la velocidad angular del seguimiento de trayectoria.	30
2.9.	Estrategia de control control para manipulación de sistema péndulo: relación del control, integración de un ESO y el SP.	32
2.10.	Descripción de la estrategia de control en diagrama a bloques utilizando Simulink.	33
2.11.	Trayectoria sinusoidal deseada: posición angular del SP.	33
2.12.	Trayectoria sinusoidal deseada: Señal de torque de control.	34

2.13. Trayectoria sinusoidal deseada: evolución de la variable de error en referencia a la posición angular del SP.	34
2.14. Trayectoria sinusoidal deseada: Comportamiento del parámetro η	35
2.15. Trayectoria sinusoidal deseada: Comparación z_1 y \hat{z}_1	36
2.16. Trayectoria sinusoidal deseada: Comparación z_2 y \hat{z}_2	36
2.17. Elementos de RV para observar el comportamiento del SP.	37
3.1. Posiciones de las piernas durante un solo ciclo de la marcha por la pierna derecha (gris) [29]	39
3.2. Fases del ciclo de marcha cuando el pie entra en contacto con el suelo	40
3.3. Ángulos generados por el movimiento del tobillo en la acción de caminar [31]	40
3.4. Ángulos del tobillo durante el ciclo de marcha.	41
3.5. Órtesis aplicada al tobillo del Laboratorio de Imágenes y Sistemas Inteligentes (LISSI)	42
3.6. Componentes que contiene la órtesis activa: plantilla y configuración del sistema [41].	43
3.7. Esquema que representa los ángulos que determinan el pie y la orientación del cuerpo.	44
3.8. Perfil de tobillo proporcionado por LISSI para ser utilizado como señal de referencia.	47
3.9. La representación del rendimiento del sistema: seguimiento del perfil del ángulo de tobillo deseado durante la sesión completa.	50
3.10. Rendimiento de los parámetros del observador del sistema durante la sesión completa.	51
3.11. Representación de la marcha normal del usuario (sin asistencia)	51
3.12. Análisis del torque del control durante las pruebas experimentales.	52
3.13. Comportamiento del sistema órtesis con la presencia de una perturbación.	52
3.14. Diseño de órtesis activa para visualizar su comportamiento.	53
A.1. Sistema de sensores para obtener del ángulo del tobillo	57
A.2. Ciclo de marcha de tobillo de Lessia Saynes	58
B.1. Invitation letter for realizing the intership period.	61

Introducción

El péndulo simple es conocido por ser uno de los problemas más importantes y clásicos de la teoría de control, la mayoría de los sistemas que se encuentran en la naturaleza se pueden asemejar al modelo matemático del péndulo simple. Además, la dinámica de un solo péndulo es lo suficientemente rica como para introducir la mayor parte de los conceptos de la dinámica no lineal, ya que los sistemas no lineales son los de mayor interés en la teoría de control [1].

El estudio de sistemas que son modelados como un péndulo (SP, por sus siglas Sistema Péndulo) es muy importante ya que existen sistemas prácticos, como robots articulares, sistemas de exoesqueletos, manipuladores sobre vehículos no tripulados, prótesis mecánicas, órtesis, entre otros (ver figura 1) que requieren de un análisis para ser controlados.

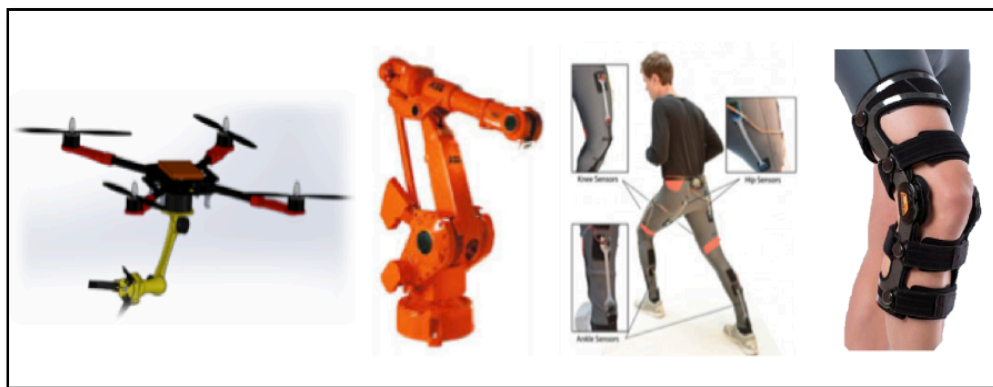


Figura 1: Ejemplo de sistemas que pueden ser modelados como un péndulo (SP).

En el contexto de los sistemas de control no lineales de la forma como la mostrada en la ecuación 1, desde el trabajo innovador de Artstein [2] y Sontag [4], las Funciones de

Lyapunov de Control (CLF) han llegado a ser centrales al diseño de retroalimentación [5], ya que desempeñan un papel importante en la construcción y diseño de leyes de control.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (1)$$

Con:

$$x \in \mathbb{R}^n, f(x) \in \mathbb{R}^n, g(x) \in \mathbb{R}^{n \times p}, u(x) \in \mathbb{R}^p$$

Las Funciones de Lyapunov de Control (CLF) se podrían ver como una generalización de las Funciones de Lyapunov, pero aplicadas a sistemas de control, en donde toma un papel importante la entrada u . Las mismas se utilizan para estabilizar algunos sistemas de control mediante realimentaciones de estados, la importancia de estas se ve reflejada en un teorema que demostró Artstein, el cual dice que la existencia de una CLF para un sistema es equivalente a que exista un realimentación de estados estabilizante $u = k(x)$ continua salvo quizás en cero.

Luego el Dr. Eduardo Sontag desarrolló una fórmula para la realimentación k , en función del campo f y g , lo cual es muy importante, ya que si se encuentra una CLF, se tiene una fórmula implícita de la realimentación [6]. Pero no es un trabajo sencillo encontrar una CLF, y de ahí radica su importancia e interés para la comunidad científica.

OBJETIVOS

Objetivo general

Diseñar y evaluar una técnica de control basada en Funciones de Lyapunov de Control para sistemas en los que su ecuación de movimiento coincide con la del sistema péndulo.

Objetivos particulares

- Analizar los diferentes sistemas mecánicos que pueden ser modelados como un péndulo, así como las diferentes técnicas de control que son aplicadas.
- Diseñar un control para el seguimiento de trayectorias basado en una Función de Lyapunov de Control, usando la fórmula general de Sontag.
- Unificar dos controles diseñados para el seguimiento de trayectoria de un sistema péndulo.

- Desarrollar un control para el seguimiento de trayectoria de una órtesis mediante el uso de Funciones de Lyapunov de Control.
- Simular el modelo del SP con el sistema de control, acompañado de una interfaz gráfica y elementos de realidad virtual en MATLAB.

JUSTIFICACIÓN

Por las aplicaciones que tienen los sistemas péndulo y ya que constituyen un banco de pruebas completo e interesante para la ingeniería de control, es por ellos el interés de seguir estudiando este tipo de sistemas. Después de una investigación acerca del tema, no se han encontrado hasta el momento trabajos similares al planteado. Se han encontrado trabajos con la aplicación de desarrollo de Funciones de Lyapunov de Control y la unificación de CLF por separado, pero no aplicadas a un sistema péndulo y menos al control de una órtesis.

La motivación de este trabajo de investigación es el hecho de poder unir estos dos componentes y poderlos aplicar a sistemas no lineales afines a la entrada, y en particular al caso de sistemas mecánicos que pueden ser modelados como un péndulo simple y que en general se describen como $\dot{x} = f(x) + g(x)u$.

Con la motivación del estudio de los sistemas péndulo; una aportación de este trabajo de investigación, es poder desarrollar en forma general dos CLF y unificarlas de forma suave para que se adapte al cambio en la trayectoria del ciclo de marca del sistema péndulo representado por una órtesis activa.

DESCRIPCIÓN GENERAL

Se propone el diagrama a bloques de la figura 2, donde la salida actual es medible, la cual se retroalimenta al observador, y participa en la estimación de los parámetros no lineales de la dinámica del sistema.

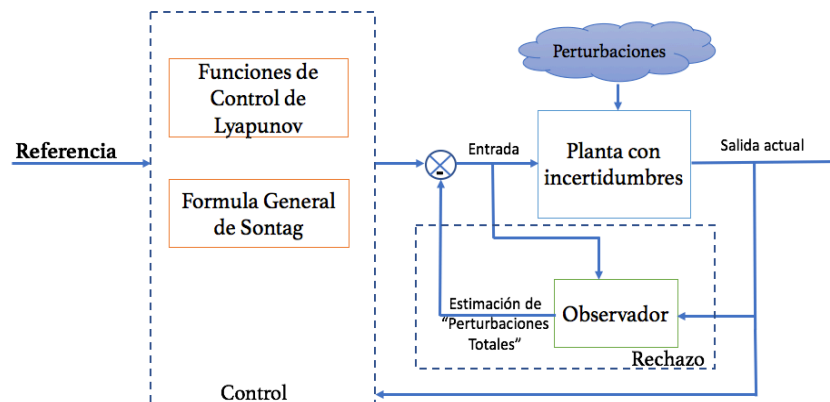


Figura 2: Diagrama a bloques del control del tema de investigación a desarrollar.

En diagrama a bloques presentado en la figura 2, representa una propuesta a la solución de controlar sistemas que pueden ser modelados como un sistema péndulo. Se puede observar que se tiene una referencia, en este caso, utilizar una señal de tipo senoidal en primera instancia, seguido pruebas con ciclos de marcha.

El bloque de control estará constituido en base al diseño de una Función de Control de Lyapunov y la aplicación de la Formula General de Sontag como la estrategia de control la cual se desarrollará a partir de las necesidades de la planta, en este caso en base a los requerimientos del sistema en interés: Sistema que pueden ser modelados como un SP, y a continuación la aplicación a una órtesis activa. Este bloque depende directamente del bloque llamado observador para la aplicación del control.

En el bloque llamado planta se describirá el sistema péndulo por medio de su modelo matemático, se añade una señal llamada perturbaciones para poder observar el comportamiento del sistema al estar presentes este tipo de señales; se considera que se tendrá acceso a la salida actual del sistema.

El bloque llamado observador estará integrado por el diseño del Control por Rechazo Activo de Perturbaciones el cual se integró por la razón de que todos los sistemas físicos presentan un nivel de incertidumbre y en el ambiente donde se desarrolle pueden presentarse perturbaciones que no se pueden controlar y se tienen que tomar en cuenta. Este bloque da una solución al cambio en la trayectoria del sistema péndulo.

La estructura de este documento de tesis es la siguiente: En el Capítulo 1 se presentan los sistemas mecánicos con modelo matemático similar al sistema péndulo (SP) y técnicas de control generalmente aplicadas a dichos sistemas. Además se presenta un panorama general de los trabajos reportados en la literatura sobre el control de sistemas péndulo y se definen preliminares matemáticos de las técnicas de control que se utilizaran para el desarrollo de este trabajo de investigación.

En el capítulo 2 se presenta el desarrollo de la estrategia de control utilizando el modelo matemático de un péndulo simple, se inicia representando el sistema en espacio de estados para después enunciar el problema, seguido del inicio del desarrollo de la técnica de control utilizando CLF y FGS tratando el problema del seguimiento de trayectoria. Finalmente se presentan los resultados y conclusiones.

En el capítulo 3 se realiza un análisis del ciclo de marcha y se describe el sistema órtesis, lo cual es necesario para identificar los parámetros que intervienen en el sistema,

Además, se aborda el problema del seguimiento de trayectoria del ciclo de marcha, Se realizan pruebas experimentales para verificar los resultados teóricos y se presentan los resultados obtenidos en ellas.

Finalmente se dan las conclusiones donde se enuncian de forma general las ventajas de este trabajo de tesis, así como también su principal aportación.

Capítulo 1

Generalidades y estado del arte

En éste capítulo se identifica al sistema péndulo así como los sistemas mecánicos en los que su modelo matemático coincide con el del péndulo simple. Se presenta un panorama general de las técnicas de control generalmente aplicadas a los tipos de SP que se encuentran en la literatura. Además, se introducen de manera formal las funciones de Lyapunov de control, y el estudio de una técnica de Control por Rechazo Activo de Perturbaciones.

1.1. Sistemas mecánicos con modelo matemático similar al sistema péndulo (SP)

Un sistema es una combinación de componentes que actúan juntos y realizan un objetivo determinado [7]. Un péndulo simple es un sistema idealizado, constituido por una partícula de masa que está suspendida por un punto fijo mediante un hilo inextensible de longitud l , como se muestra en la figura 1.1.



Figura 1.1: Ejemplo de péndulo simple

La dinámica de un péndulo simple es lo suficientemente amplia como para modelar diferentes sistemas mecánicos utilizados experimentalmente. En el presente trabajo se le denominará sistema péndulo (SP) a aquellos sistemas que puedan ser modelados como un péndulo simple, es decir, en los que su dinámica pueda ser descrita en un principio por la ecuación (1.1):

$$I\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + mgl\text{sen}\theta = u_0 \quad (1.1)$$

donde I es la inercia, m la masa, l la distancia al centro de masa, y b el coeficiente de fricción, g representa la gravedad, u_0 es una entrada al sistema. Por los componentes que integran la ecuación (1.1), se observa que es una ecuación diferencial no lineal.

1.1.1. Panorama de sistemas mecánicos

En la práctica, no existen sistemas idénticos, y el realizar una representación matemática conlleva a tener un nivel de incertidumbre, ya que se describe una aproximación del model matemático. Algunas propuestas de sistemas que pueden ser modelados como un sistema péndulo encontradas en la literatura se presentan a continuación:

En [8] muestran tres sistemas mecánicos, los cuales se describirán y presentaran enseguida, en general estos mecanismos son puestos a prueba aplicando el control realizado en [8]; para obtener resultados experimentales, utilizaron cuatro sistemas mecánicos físicos diferentes: el disco inferior de un sistema de torsión (Σ_1) fabricado por la empresa Educational Control Products (ECP), modelo ECP205; dos discos independientes (Σ_2 , Σ_3) montados en un marco común, fabricados también por ECP, modelo ECP220, y un mecanismo pendular (Σ_4) producido por Mechatronic Systems.

Como datos generales se menciona que estos sistemas pueden ser puestos en marcha por motores independientes y pueden trabajar de forma independiente, además, pueden estar conectados a un sistema donde puedan ser controlados en tiempo real mediante un algoritmo de control programado en MATLAB. Por otra parte, las señales de control de acoplamiento pueden ser generadas con MATLAB/Simulink y generar las interacciones entre los mecanismos.

La dinámica de los mecanismos según [8] pueden ser descritos por la ecuación (1.2):

$$f_i(t, \theta_i, \dot{\theta}_i) = \frac{-m_i g l_{ci} \text{sen}(\theta_i) - b_i \dot{\theta}_i + \tau_i}{I_i + m_i l_{ci}^2}, \quad i \in \underline{4}, \quad (1.2)$$

Los mecanismos antes mencionados se describen con mayor detalle a continuación:

- **Sistema de torsión.** En la figura 1.2 se muestra un sistema de torsión fabricado por la empresa de control de productos educativos (ECP), modelo ECP205, el cual está implementado por tres subsistemas. Es una planta electromecánica que consiste en el mecanismo de torsión, un actuador y sensores. Las características del diseño pueden ser modificadas ya que es un tipo de planta reconfigurable, cuenta con codificadores de alta resolución e inercias ajustables.



Figura 1.2: Sistema de torsión, Σ_1 .

- **Emulador Industrial.** Es ideal para estudiar el control de los sistemas prácticos. Una variedad de características apoyan la introducción y extracción de las propiedades no ideales que son frecuentes en las aplicaciones industriales del mundo real. Este sistema está equipado con un amplio conjunto de experimentos que proporcionan una excelente introducción a los fundamentos del sistema de control aplicados, incluye una sección especial sobre la aplicación práctica de control donde las propiedades no ideales se pueden estudiar y sus efectos a través del control de realimentación.



Figura 1.3: Emulador industrial ECP220, Σ_2 y Σ_3 .

- **Péndulo.** En la figura 1.4 se muestra un sistema péndulo convencional el cual para fines experimentales por estar representado como cuerpo sólido, puede asemejarse a sistemas prácticos como grúas, manipuladores, etc., para fines manipular el sistema y posicionarlo en un punto fijo.



Figura 1.4: Péndulo, Σ_4 .

Mecanismo	I (kgm^2)	m (kg)	l (m)	b (kgm^2/s)
Σ_1 : ECP205	2.1×10^{-3}	-	-	2×10^{-3}
Σ_2 : ECP220 (disco 1)	1.5345×10^{-4}	0.2	0.05	2×10^{-3}
Σ_3 : ECP220 (disco 2)	2.3×10^{-3}	0.5	0.1	0.001
Σ_4 : Péndulo	8.5×10^{-3}	1.6365	0.0762	5.4×10^{-4}

Cuadro 1.1: Valores de los parámetros del modelo (1.2) para los mecanismos mostrados en la figuras 1.3, 1.2, 1.4.

de la tabla anterior, I_i representa es la inercia, m_i la masa, l_{ci} la distancia al centro de masa, y b_i el coeficiente de fricción de los i sistemas. g es la aceleración por gravedad. τ_i es una entrada local para hacer que el sistema siga una señal de referencia mientras no está conectado a otros (esto es, cuando $u_i = 0$), para inyectar perturbaciones para propósito de prueba, o cualquier otro objetivo local.

Entre los sistemas que pueden ser modelados como un péndulo simple, se presentan los robots vestibles en los cuales se encuentran los exoesqueletos y las órtesis activas solo por mencionar algunos, estos sistemas son utilizados para ayudar a la persona a realizar funciones de la vida diaria, por ejemplo en la industria se utilizan para dar apoyo a trabajadores que requieran mas fuerza o una mejor posición como se observa en la figura 1.5(a), en la figura 1.5(b) se presenta una órtesis activa de tobillo las cuales en general se utilizan para recuperar la marcha. En los dos casos anteriores los sistemas se adaptan al cuerpo del paciente y ayudan a caminar a la vez que estimulan su esfuerzo.

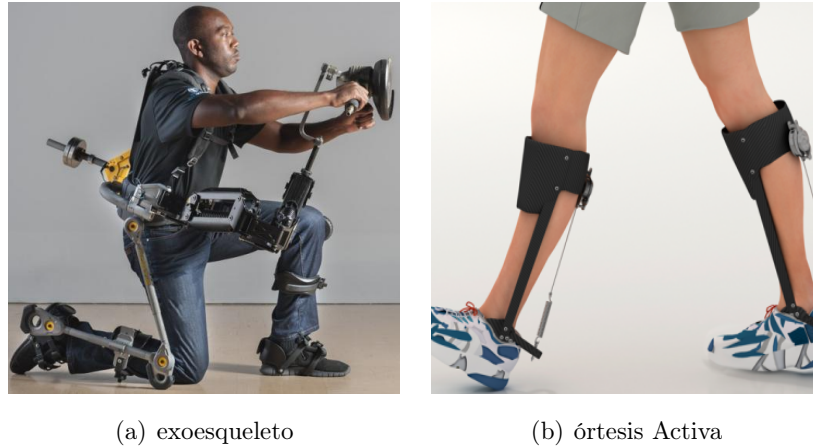


Figura 1.5: Ejemplo de sistemas mecánicos: exoesqueletos y órtesis Activas.

En relación a lo anterior en [15] se diseña un exoesqueleto mecatrónico de brazo, en donde los autores mencionan que es posible modelar el cuerpo humano como una serie de segmentos acoplados.

En [16] un exoesqueleto de marcha para asistir la caminata de un sujeto con discapacidad motora es presentado, se modela la dinámica multicuerpo del sistema sujeto-exoesqueleto.

En [18] se reporta el diseño y control de una órtesis activa de tobillo para personas con problemas de pie caído. En [19] se presenta el diseño de una órtesis activa para miembros inferiores, donde incorporaran técnicas utilizadas en robots bípedos para la generación de la marcha estable. Siguiendo con las órtesis activas en [20] se presenta el desarrollo para asistir a el movimiento de dorsiflexión de pie caído en la fase de oscilación de la marcha en paciente hemipléjicos.

Lo trabajos mencionados anteriormente se introdujeron para hacer énfasis que se sigue trabajando en esta area, diseñando técnicas de control para poder manipular sistemas biomecánicos, así también para tener un panorama general de lo que se encuentra en la literatura y proponer una mejora o ver las necesidades de la ciencia en este momento.

Entre los sistemas que pueden ser modelados como un péndulo simple en el ámbito de los vehículos aéreos no tripulados (UAVs), se encuentran los manipuladores, los cuales son elementos necesarios para la intervención en misiones o requeridos para llegar a un punto específico donde no podría entrar por completo el UAV, el modelo dinámico del manipulador puede ser escrito en su forma general con la ecuación (1.1) por la forma básica que tiene de un péndulo simple.



Figura 1.6: Manipulador sobre un UAV.

Como los mecanismos presentados anteriormente se representan con el modelo del péndulo simple y se describen como sistemas no lineales. Son ejemplos de la gran importancia de su estudio en el ámbito de la robótica y el control, además una inspiración para científicos y tecnólogos, por ser uno de los sistemas más ricos en sus características para ser estudiados es por ello el seguimiento de su análisis, lo cual a fines prácticos, su estudio es de gran importancia.

1.2. Técnicas de control aplicadas a SP

Para satisfacer los requerimientos del sistema, se desarrollan técnicas de control a fin de realizar una tarea determinada; a continuación se mencionan tales técnicas utilizadas para la manipulación de los sistemas péndulos encontrados en la literatura.

La sincronización de los sistemas mostrados en las figuras 1.2, 1.3, 1.4 se basa en la técnica de un control robusto, en el sentido de que un pequeño error de sincronización se conserva en estado estacionario, incluso si los sistemas presentan perturbaciones externas, también se tolera un cierto nivel de incertidumbre de los parámetros. Los controladores que generan las señales de control de acoplamiento están diseñados en base a un controlador clásico y un observador robusto que calcula las velocidades generalizadas y también proporciona una estimación de los términos de perturbación. Los resultados se justifican teóricamente, y se ilustran con los experimentos de laboratorio representados en [8].

En [12] se reporta el uso de un control de mínima varianza en un péndulo simple, también denominado regulador autoadaptable (adaptativo), debido a que su estructura separa las tareas de control y de identificación. En los primeros instantes de muestreo se suponen los parámetros conocidos, y luego son reemplazados por los parámetros estimados; esto es lo que se conoce como principio de equivalencia cierta.

El control óptimo LQR se desarrolla en [16] donde permite minimizar el torque y el error de seguimiento, garantizando la estabilidad del sistema a lo largo de toda la trayectoria de marcha en el sistema exoesqueleto; los resultados que se presentan en este artículo permite concluir que el controlador es robusto ante perturbaciones en la entrada del sistema.

Para controlar una órtesis activa para personas con problemas de pie caído en [18] se utiliza un control PD para controlar la velocidad del sistema, se revisó la respuesta de velocidad del sistema sin controlador, para poder observar las variaciones que se tenía y con ello se describieron los objetivos del control.

De lo anterior se puede deducir que dependiendo de los requerimientos del usuario y en qué entorno se desarrollará el sistema, se describe el control adecuado. El control de los sistemas dinámicos en presencia de incertidumbre surge cuando hay grandes variaciones debido a fallos en el sistema o a la presencia de perturbaciones externas. En estos casos, el controlador debe determinar la situación específica que existe en cualquier instante y tomar la acción de control apropiada [13].

1.3. Modelado y control de órtesis

Una órtesis es la combinación e integración, entre las partes del cuerpo y una pieza de ingeniería, donde el resultado de esa integración es una unidad que obedece las leyes de la física y logra efectos o beneficios biomecánicos [14]. La palabra órtesis deriva del griego “ortho” que significa recto, enderezado o correcto. Es un término global que incluye dispositivos tanto dinámicos como estáticos. Se define como dispositivo o aparato utilizado para soportar, alinear, prevenir, corregir deformidades o mejorar el movimiento de alguna parte del cuerpo.

En este tema de investigación se tiene interés en el estudio de órtesis de miembro inferior. Por ello se inicia mencionando que las órtesis se pueden clasificar de modo general en dos grupos según su principio de funcionamiento, pudiendo ser: pasivas o activas.

- **Órtesis pasivas** Las órtesis pasivas son dispositivos cuyo diseño contempla únicamente partes mecánicas. La mayoría de los diseños existentes no permiten el movimiento en ninguna de las articulaciones del cuerpo y es necesario el uso de muletas o andaderas, pero actualmente se desarrollan sistemas en los que se logra brindar movilidad en las articulaciones sin utilizar ningún tipo de actuador [15].



Figura 1.7: Ejemplo de órtesis pasivas aplicadas al tobillo y rodilla respectivamente.

- **Órtesis activas** El término “ortesis activa” se usa normalmente para describir un dispositivo que se utiliza para aumentar la capacidad ambulatoria de una persona que sufre de una patología. De vez en cuando, el término “exoesqueleto” también se utiliza para describir ciertos dispositivos de ayuda, especialmente cuando abarcan la mayoría de los miembros inferiores [21]. Las órtesis activas se han convertido hoy en día en una aplicación particular de los exoesqueletos, consisten en un mecanismo estructural externo acoplado a la persona y cuyas juntas y eslabones corresponden a las de la parte del cuerpo humano que emula. El contacto entre el usuario y la órtesis permite transferir potencia mecánica y señales de información. A diferencia de las ortesis pasivas, estos dispositivos son sistemas mecatrónicos que utilizan actuadores para proveer la fuerza y la movilidad de las articulaciones. Generalmente son controlados por una unidad central de procesamiento a la que se conectan sensores y actuadores [15].



Figura 1.8: Ejemplo de órtesis activa de tobillo.

En este tema de investigación se tiene interés en órtesis de tipo activo. Por lo que se presentan a continuación trabajos de investigación que se encontraron en la literatura

sobre el estudio y control de este tipo de sistemas:

Entre los controladores que se han empleado en proyectos de asistencia del movimiento del tobillo en la marcha están el Proporcional-Integral-Derivativo (PID, por sus siglas en inglés *proportional?integral?derivative*), PD, el control óptimo con asignación de polos o Linear Quadratic Regulator (LQR) que actúan siguiendo una referencia que depende de la fase del ciclo y del individuo. Otra estrategia es el control de impedancia que busca reproducir el comportamiento biológico del tobillo variando la constante de rigidez y amortiguación de la articulación, así también como el control adaptivo para el seguimiento de trayectorias.

En el diseño de un control para una órtesis de articulación de rodilla que se presenta en [9], se observa que el sistema pertenece a la categoría de robots portátiles (ve 1.9). El sistema está destinado a ejecutar movimientos de flexión-extensión de pierna con fines de rehabilitación. Una ley de control adaptativo de modelo de referencia se desarrolla y se aplica a la Ortesis con el fin de hacer que el sistema pueda realizar un seguimiento de una trayectoria deseada predefinida por un médico de rehabilitación. La principal ventaja de ésta ley de control es la regulación de los parámetros en línea (por ejemplo, de inercia, fricción, gravedad) de todo el sistema que permita garantizar un mejor rendimiento del sistema [9].

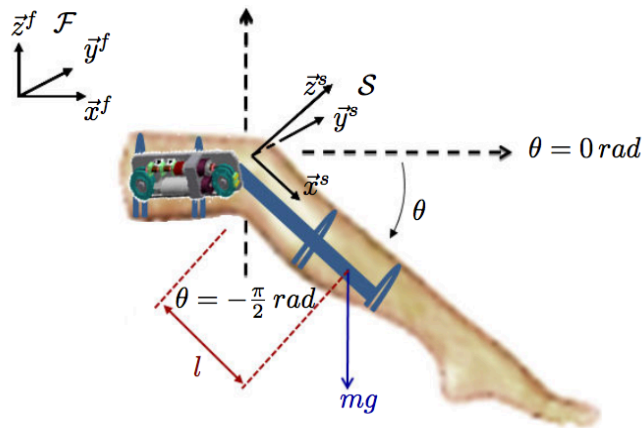


Figura 1.9: Sistema órtesis de articulación de rodilla [9]

El modelo de compuesto de la órtesis esta dado por:

$$J\ddot{\theta} = -\tau_g \cos\theta - A \text{sign}\dot{\theta} - B\dot{\theta} + \tau + \tau_h \quad (1.3)$$

En [10] se presenta una órtesis activa de tobillo-pie (AAFO) de impedancia variable. La AAFO es diseñada para tratar una patología de la marcha conocida como pie caído.

En este trabajo de investigación encontraron que ajustar activamente la impedancia conjunta reduce la aparición de la llamada palmada de pie, la cual se presenta en este tipo de patologías. De igual manera que el sistemas en [9], la órtesis se puede representar como un sistema péndulo para realizar su estudio en el area de control. Un control adaptivo es utilizado para controlar el seguimiento de trayectoria del sistema órtesis tobillo-pie, ya que las principales complicaciones del pie caído son la llamada “palmada del pie” y “el arrastre del pie”, donde mediante el desarrollo de un control activo de impedancia la órtesis da respuesta a las variaciones de la marcha.

El sistema en [20] es una órtesis activa para asistir el movimiento de dorsiflexión de pie caído en la fase de oscilación de la marcha en pacientes hemipléjicos, en este caso el sistema a controlar es el segmento de pierna, pie y la articulación del tobillo (ver figura 1.10), por lo que se simplifica con la siguiente expresión presentada en la ecuación (1.4). El control implementado es la retroalimentación del estado del sistema durante la etapa de oscilación de la marcha.

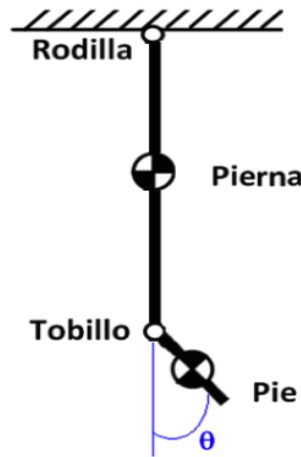


Figura 1.10: Sistema órtesis de articulación de rodilla [20]

$$(J_c + md^2)\ddot{\theta} + k\dot{\theta} + mgdSen\theta = \tau_d \quad (1.4)$$

Donde θ son las coordenadas generalizadas. J_c es la inercia del cuerpo. m es la masa del todo el sistema y d representa la distancia desde la articulación al centro de masa del pie.

Esta expresión se comparó con el modelo reportado (ecuación (1.5)) en el trabajo de una AFO activa del autor Veneva [22].

$$\tau_d = (J_c + md^2)\ddot{q} + k\dot{q} + mgdSenq \quad (1.5)$$

y se puede concluir que tales expresiones son muy similares, y siendo sistemas físicos son modelados con la ecuación de un péndulo simple para ser controlados.

1.4. Preliminares matemáticos de Funciones de Lyapunov de Control

Un concepto general que formaliza la idea de diseño de control basado en Lyapunov es la de una Función de Lyapunov de Control (CLF, por sus siglas en inglés) [2]. Las Funciones de Lyapunov de Control suaves son fundamentales en muchos diseños de control de retroalimentación y se remonta a Artstein en 1983 quien introdujo esta caracterización de Lyapunov de la controlabilidad asintótica en [2]. Por ejemplo, una de las características útiles de CLFs suaves es la existencia de fórmulas universales para la estabilización de sistemas no lineales afines (en el control).

Considerando la posibilidad de un sistema de control general

$$\dot{x} = f(x, u)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el estado, $u \in \mathbb{R}^p$ es la entrada de control. Sea V una función que tiene las propiedades usuales de una función candidata Lyapunov, i.e, es \mathcal{C}^1 (continuamente diferenciable) y al menos definida no negativa.

Se busca que V sea estrictamente definida positiva, para que el objetivo sea hacer \dot{V} estrictamente negativa (por elección de u). Por ello se debe trabajar con la situación de una fuerte función de Lyapunov descrito por la condición del teorema 1.4.1:

Teorema 1.4.1 (Lyapunov) *De acuerdo a [23] sea V una función definida positiva \mathcal{C}^1 . Si es derivable a lo largo de sus soluciones satisface :*

$$\dot{V} \leq 0$$

en todas partes, entonces el sistema es estable. Si

$$\dot{V} < 0$$

en todas partes (excepto en el equilibrio en estudio), entonces el sistema es asintóticamente estable. Si en este caso V también es radialmente ilimitado (i.e, $V \rightarrow \infty$ como el estado se aproxima a ∞ a lo largo de cualquier dirección), entonces el sistema es globalmente asintóticamente estable.

Sea V una CLF para el sistema, tal que para cada $x \neq 0$ existe un valor de u para el cual

$$\dot{V}(x, u) := \frac{\partial V}{\partial x} \cdot f(x, u) < 0$$

Se esta interesado en la búsqueda de una ley de retroalimentación continua:

$$u = k(x)$$

que hace el sistema en lazo cerrado globalmente asintóticamente estable. Y se quiere que V sea una función de Lyapunov para el lazo cerrado, i.e, se desea

$$\frac{\partial V}{\partial x} \cdot f(x, k(x)) < 0 \quad \forall x \neq 0$$

A menudo se requiere también que $k(0) = 0$, para preservar el equilibrio en el origen (suponiendo también que $f(0, 0) = 0$). En [23] se plantea ¿la existencia de un CLF implica la existencia de una ley de realimentación estabilizante de este tipo?

Uno está tentado a decir que sí, sin embargo, ser capaz de encontrar un valor de u para cada x no implica automáticamente el poder pegarlas en una función continua $k(x)$. Esto se conoce como el problema de selección continua: a partir de una determinada colección de conjuntos parametrizados por x (en nuestro caso, los conjuntos de valores "buenos" de u) seleccionar una función continua de x .

De [Sontag y Sussmann, 1980], se presenta un sistema de la forma:

$$\dot{x} = x[(u - 1)^2 - (x - 1)][(u + 1)^2 + (x - 2)]$$

sea

$$V(x) := \frac{x^2}{2}$$

entonces

$$\dot{V} = x^2[(u - 1)^2 - (x - 1)][(u + 1)^2 + (x - 2)]$$

Para que esto sea negativo, una (y sólo una) de las expresiones entre corchetes debe ser negativa. Es fácil ver que los puntos en el plano (x, u) donde esto sucede son dadas por los interiores de las dos parábolas de la figura 1.11.

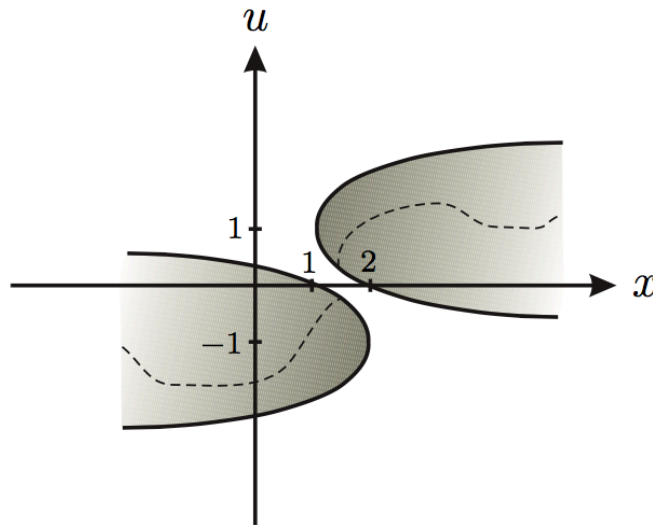


Figura 1.11: Gráfica de la función de Sontag y Sussmann, 1980,[23]

La proyección de la unión de las dos parábolas sobre el eje x cubre el eje entero. Esto significa que V es un CLF (directamente de la definición). Por otro lado, las parábolas no se cruzan, lo que significa que no existe ninguna ley retroalimentación continua que hace que \dot{V} negativa. Una ley de retroalimentación tendría que pasar de alguna manera de una parábola a la otra, ver la curva de trazos en la figura (1.11).

Hay varias posibilidades para superar esta dificultad.

- Considerar las leyes discontinuas de retroalimentación (o las variables en el tiempo, o las de conmutación).
- Buscar clases de sistemas para los cuales las leyes de retroalimentación continua se pueden construir.

En este tema de tesis se tiene interés en las leyes de retroalimentación continua ya que para los sistemas afines, el diseño de controles, todo está bien planetado. No sólo existen estabilizadores continuos [Artstein, 1983], si no que pueden ser generados a partir de una CLF por una fórmula explícita definida por Sontag. Sin embargo, es claro a partir de la discusión anterior que se requiere un esfuerzo por establecer este resultado.

1.4.1. Fórmula General de Sontag (FGS)

En este trabajo, el estudio se enfoca en la clase de sistemas dinámicos de la forma:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (1.6)$$

donde $x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$ es el estado, $u \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^p$ es la entrada de control, f y g son funciones, en general no lineales del estado. De lo descrito en los preliminares, si el sistema admite un control por retroalimentación $k: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{U}$ que estabiliza al sistema asintóticamente entonces existe una Función de Lyapunov de Control $V: \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$, la cual es una función suave, definida positiva, a definición de CLF en este caso se convierte:

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{\partial V}{\partial x} g(x)k(x) \quad (1.7)$$

Donde la función de retroalimentación $k: X \rightarrow U$, la cual se usa como en el caso clásico.

Estamos interesados en encontrar un ley de retroalimentación continua:

$$u = k(x) \quad (1.8)$$

que hace el sistema en lazo cerrado globalmente asintóticamente estable. Y se requiere que V sea una Función de Lyapunov de Control para el lazo cerrado. El objetivo es hacer \dot{V} estrictamente negativa (por elección de u), es decir:

$$\frac{\partial V}{\partial x} \cdot f(x) + \frac{\partial V}{\partial x} \cdot g(x)k(x) < 0 \quad \forall x \neq 0 \quad (1.9)$$

Se puede ver que esto es equivalente a la condición de que para todo $x \neq 0$,

$$\frac{\partial V}{\partial x} \cdot g(x) = 0 \quad \implies \quad \frac{\partial V}{\partial x} \cdot f(x) < 0$$

Si $V(x)$ es un CLF para la ecuación (1.6), entonces una ley de control de estabilización particular, $u = k(x)$, suave para todo $x \neq 0$, está dado por la fórmula de Sontag. Ya que los controles son ilimitados, podemos escoger siempre u para obtener:

$$\frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{\partial V}{\partial x} \cdot g(x)u < 0 \quad (1.10)$$

Excepto para las x en el que los términos con u son 0, donde se pierde la autoridad de control y se necesitaría que el primer término sea negativo por sí mismo.

Para simplificar la notación, se define:

$$a(x) := \frac{\partial V}{\partial x} \cdot f(x), \quad b(x) := \left(\frac{\partial V}{\partial x} \cdot g(x) \right)^T \quad (1.11)$$

En particular, la propiedad CLF puede ser escrita como:

$$|b(x)| = 0 \quad \implies \quad a(x) < 0 \quad (1.12)$$

para todo $x \neq 0$.

Se tiene en cuenta la ley de retroalimentación planteada por Sontag [23]:

$$k(x) = K((a(x), b(x))) := \begin{cases} -\frac{a + \sqrt{a^2 + |b|^4}}{|b|^2} b, & b \neq 0 \\ 0, & b = 0 \end{cases} \quad (1.13)$$

Puede demostrarse que la aparente singularidad en $b = 0$ es extraíble. De hecho, K es analítica en función de a y b , excepto en $x = 0$ (donde 1.12, que se utiliza para mostrar esto, no se sostiene). Esto significa que la mencionada ley de control no lleva a ninguna pérdida de suavidad en lazo cerrado; por ejemplo, es suave (lejos de $x \neq 0$) si f , g y V son suaves.

No es difícil mostrar que esta retroalimentación estabiliza el sistema en lazo cerrado, con V como Función de Lyapunov. Escribiendo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} \cdot (f(x) + g(x)u) &= a(x) + b(x)u \\ &= a - b \frac{a + \sqrt{a^2 + |b|^4}}{|b|^2} b = a - \frac{a + \sqrt{a^2 + |b|^4}}{|b|^2} b^2 \\ &= -\sqrt{a^2 + |b|^4} < 0 \quad \forall x \neq 0 \end{aligned} \quad (1.14)$$

donde la última desigualdad deriva de 1.12. La afirmación se desprende del teorema de Lyapunov.

La razón para poner $|b|^4$ en el interior de la raíz cuadrada es asegurar la propiedad de suavidad por encima de la ley de control mencionan en [23], así como su continuidad en 0 bajo una hipótesis adicional (descrita a continuación).

Se tiene en cuenta, formalmente, para hablar sobre la estabilidad asintótica global del equilibrio cero se necesita asegurar que $x = 0$ es en realidad un equilibrio. Esta es la razón

por la que se necesita $f(0) = 0$ (puesto que $k(0) = 0$ por construcción).

En cuanto a $x = 0$, la ley de realimentación (1.13) es automáticamente continua si V tiene la propiedad de que para x pequeñas, los valores de lo que da (1.12) pueden ser elegidos también pequeños (propiedad de control pequeño) pero esto no siempre es posible.

De todos modos, la continuidad de $k(x)$ en 0 no es tan crucial: si es continua lejos de 0, entonces el sistema en lazo cerrado es bien planteado para $x(0) \neq 0$ y todas las soluciones van a 0, que es lo que se quiere.

La fórmula 1.13 se conoce como fórmula de Sontag, o fórmula universal, para la estabilización de sistemas no lineales.

1.5. Control por Rechazo Activo de Perturbaciones

El control con rechazo activo de perturbaciones (ADRC, por sus siglas en inglés Active Disturbance Rejection Control) propuesto por el Prof. Jingqing Han, es una estrategia de control capaz de tratar diversas incertidumbres y perturbaciones en el diseño del control de forma eficiente desde el punto de vista energético y de implementación [34], debido a que está basado en el aprovechamiento de dos de las mejores prestaciones de la teoría de control moderna : la representación de sistemas en formas canónicas, normalmente en forma de integradores en cascada y el observador de estado [35].

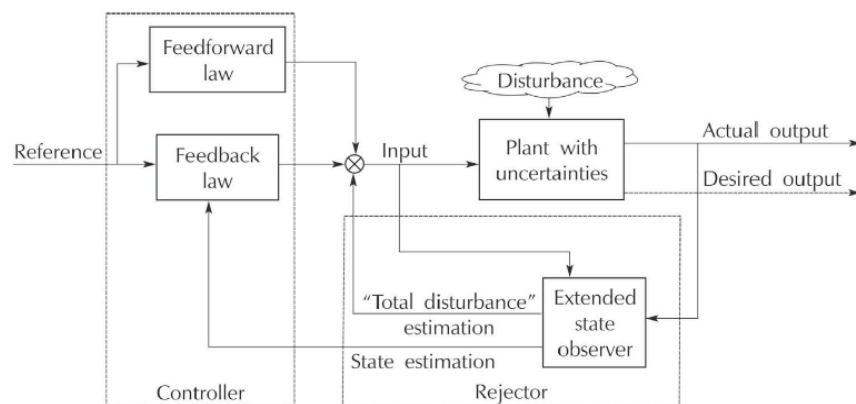


Figura 1.12: ADRC: basado en un observador de estado extendido [35].

La idea principal de ADRC se basa en la atención al rechazo en términos de un observador de estado extendido, que se destaca por la estimación de la “perturbación total” o el efecto total de la dinámica no modulada y perturbaciones según menciona [40]. La litera-

tura [32] menciona que en los últimos años, el control activo del rechazo de perturbaciones (ADRC), que sugiere utilizar el ESO como un poderoso rechazador, se ha aplicado con éxito a muchos procesos industriales y así también se ha incorporado en sistemas físicos. El ADRC en base a los requerimientos del diseño en las planta en análisis ha sufrido modificaciones como es la construcción del control combinado con ESO (ESO, por sus diglas en ingles extended state observer), así también con otros métodos de control como un control óptimo, PID, adaptativo, predictivo, etc.

La estructura que presenta [32] de control se inicia en base a la forma canónica de la planta para lograr la respuesta de la salida deseada, ya que en base a las señales que retroalimentan el sistema, se cancela la “perturbación total” a través de la estimación que es proporcionada oportunamente el ESO, que es lo que muestra la figura (1.12).

El principio del ADRC es utilizar la siguiente clase de sistemas inciertos con la forma de cascada de integradores [36]:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_I x + B_I(b(t)u + \delta(x, t)) \\ y = C_I^T x, \quad t \geq t_0 \end{cases} \quad (1.15)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $y \in \mathbb{R}$ es la salida a regular, $u \in \mathbb{R}$ es la entrada de control a diseñar, $b(t)$ es una función conocida y no nula, (A_I, B_I, C_I) satisfacen:

$$A_I = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{n \times n}, \quad B_I = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{n \times 1}, \quad C_I = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{n \times 1}, \quad (1.16)$$

y $\delta(\cdot)$ es la “perturbación total” o el efecto total de la dinámica no lineal desconocida y la perturbación externa.

La forma canónica de la ecuación (1.15) se suele establecer como la siguiente cascada de integradores [35]:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_I x + B_I b(t)u, \\ y = C_I^T x, \quad t \geq t_0. \end{cases} \quad (1.17)$$

donde el control esté obligado a que y se acercarse a la salida deseada y^* generada

por:

$$\begin{cases} \dot{x}^* = A_I x^* + B_I \psi(x^*, t), \\ y^* = C_I^T x^*, \quad x^*(t_0) = x(t_0). \end{cases} \quad (1.18)$$

donde la función $\psi(\cdot)$ se utiliza para dar forma a la trayectoria de y^* de acuerdo con los requisitos y condiciones prácticas, tales como los requisitos de sobreimpulso, tiempo de subida, valor máximo de entrada de control, etc.

La diferencia entre la ecuación (1.15) y (1.18) implica que tanto x como $\delta(\cdot)$ son necesarios oportunamente para que y dirija a y^* al diseñar u . En [35] el Observador de estado extendido (ESO, por sus siglas en inglés extended state observer), se sugiere tratar $\delta(\cdot)$ como un estado extendido para ser estimado.

Este desarrollo tiene la idea de que x^* es la solución del sistema, sólo para puntualizar, en este tema de investigación x^* es la referencia que se generará en base al ciclo de marcha, capturando el caminar o bien en base a una señal senoidal.

1.5.1. Observador de Estado Extendido

El Observador de estado extendido lineal por lo general tiene la forma de:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A_I \hat{x} + B_I(b(t)u + \hat{\delta} + L(y - C_I^T \hat{x})), \\ \hat{\delta} = l_e(y - C_I^T \hat{x}). \end{cases} \quad (1.19)$$

donde $L \in \mathbb{R}^n$ y $l_e \in \mathbb{R}$ están sintonizados de manera que:

$$\left(\begin{bmatrix} A_I & B_I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L \\ l_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_I \\ 0 \end{bmatrix}^T \right) \quad (1.20)$$

es estable y tiene valores propios deseados. Consecuentemente, la entrada de control se convierte en

$$u(t) = \frac{\psi(x^*, t)}{b(t)} + \frac{-\hat{\delta}}{b(t)}, \quad t \geq t_0. \quad (1.21)$$

para el seguimiento de y^* , *i.e*

- $\frac{-\hat{\delta}}{b(t)}$ es el rechazador diseñado para la "perturbación total" tal que el sistema "obedece" a la forma canónica.
- $\frac{\psi(x^*, t)}{b(t)}$ es el controlador diseñado para la forma canónica a lograr.

Al observar el sistema se nota que $\frac{\psi(x^*,t)}{b(t)}$ está diseñado en base a la ecuación (1.18) que representa el sistema de interés, el cual genera la salida deseada y^* , entonces diferentes trayectorias de y^* implican diferentes formas del controlador. Por lo tanto, $\frac{\psi(x^*,t)}{b(t)}$ puede utilizarse como retroalimentación o su combinación simultánea con alguna otra variable en su retroalimentación [35].

A primera impresión parece que el controlador y el rechazador tienen tareas independientes. Sin embargo, ambas estructuras dependen en gran medida de la forma canónica presentada en la ecuación (1.17). En particular, la ley de control $\psi(\cdot)$ se construye sobre la base de (1.17), y la forma de ESO (2.24) también proviene de (1.17). Por lo tanto, la forma canónica es una cuestión crítica que se debe abordar para ADRC. Literaturas existentes han demostrado que la forma canónica de la cascada de integradores es eficaz para los sistemas de fase mínima ([37], [38], [39]), y esta es la forma que será usada en los capítulos siguientes cuando se diseñe la ley de control.

Capítulo 2

Control para el seguimiento de trayectoria de un SP

En este capítulo se describe el modelo matemático del sistema péndulo (SP). Utilizando el formalismo tratado en el capítulo 1 se desarrolla una técnica de control basado en CLF, la cual considera el modelo dinámico para el seguimiento de trayectoria. Posteriormente, se presenta la integración de la segunda técnica utilizada “Control por rechazo activo de perturbaciones” para la manipulación del sistema péndulo. Finalmente se diseña el SP utilizando elementos de realidad virtual en el cual la ley de control engloba la nueva definición del modelo.

2.1. Modelo matemático

El modelo matemático considera las características dinámicas como la evolución de la posición, velocidad y aceleración en respuesta a los pares aplicados a un sistema. La obtención del modelo matemático da partida para el diseño del controlador, así también se utiliza para realizar simulaciones para observar comportamiento del sistema.

La representación esquemática del sistema péndulo y los principales parámetros que lo caracterizan se muestran en la figura 2.1. Particularmente, el movimiento del péndulo está restringido al plano $x - y$. Por otra parte, el eje de rotación del péndulo se encuentra en el punto de apoyo O , mientras que el eje denotado por z se ubica en el centro de masa del péndulo. Como se sabe, m corresponde a la masa, l mide la distancia entre el punto de apoyo y la masa, θ representa el ángulo formado por la vertical y la masa. Por ultimo, se presenta la variable τ , la cual representa la fuerza externa aplicada al péndulo en el punto de union O . Se considera al péndulo como un sistema no conservativo, lo que implica que fuerzas externas tales como el torque τ o la fricción en O ejerzan trabajo en él.

El modelo matemático que aproxima la dinámica del sistema se deduce a partir de las leyes de Newton para describir la ecuación de movimiento angular de la masa m , la relación de la entrada u y sus derivadas con respecto al tiempo. Se sabe que el momento de inercia del péndulo respecto a su punto de giro es J , el coeficiente de fricción viscosa es B , y el par aplicado es τ . El ángulo girado θ , que será la variable de salida y , se toma según indica la figura 2.1.

El ángulo θ queda definido por la ecuación (2.1). Como se observa el par aplicado sobre el sistema péndulo tiene la tarea de incrementar la aceleración angular, en vencer la fricción viscosa y en compensar el par generado por el peso del sistema.

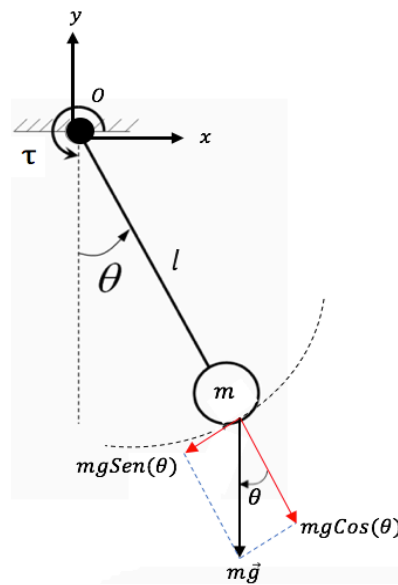


Figura 2.1: Diagrama esquemático del sistema péndulo

$$J\ddot{\theta} = -mgl\text{sen}(\theta) - b\dot{\theta} + \tau \quad (2.1)$$

Esta ecuación diferencial no lineal de segundo orden describe el comportamiento dinámico del sistema péndulo.

2.1.1. Representación en espacio de estados

En esta sección se describe una representación alternativa a la ecuación diferencial (2.1) la cual es la representación en espacio de estados. En base a la literatura en muchos sistemas físicos una elección adecuada consiste en tomar como variables de estado la salida y sus derivadas. En este trabajo de investigación se tomara el ángulo a girar θ y la velocidad angular, según:

Sea $x = (x_1 \ x_2)^T = (\theta \ \dot{\theta})^T$ el vector de estado correspondiente a la posición y velocidad angular del SP, con respecto al sistema de coordenadas del sistema; sea $u = \tau$ el par aplicado en el punto de apoyo O . Siguiendo el procedimiento para su descripción, el modelo matemático en la representación en variables de estado se establece en la representación en variables de estado se representa en (2.2):

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (2.2)$$

donde

$$f(x) = \begin{pmatrix} x_2 \\ -\bar{a}\text{sen}x_1 - \bar{b}x_2 \end{pmatrix},$$

$$g(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{c} \end{pmatrix},$$

Donde,

$$\bar{a} = \frac{mgl}{J}; \quad \bar{b} = \frac{b}{J}; \quad \bar{c} = \frac{1}{J}.$$

2.2. Enunciado del problema

El procedimiento de diseño de control para sistemas no lineales puede llegar a ser complicado y presentar variantes. Las técnicas de control basadas en Funciones de Lyapunov de Control (CLF) no son la excepción, ya que la obtención de una CLF no es una tarea sencilla, aunque existen métodos para encontrarlas depende del sistema en análisis. La idea de controlar el sistema péndulo nace ya que uno de los problemas más estudiados en la robótica es el controlar la posición de un robot empleando un motor ubicado en el punto de giro. En términos matemáticos, esto nos lleva a la idea de un péndulo simple. Sin embargo el sistema péndulo se trabaja en un ambiente ideal donde se conoce el modelo que lo describe y que su desarrollo es de manera ideal.

En primera instancia se requiere diseñar un control en base a Funciones de Lyapunov de Control para la manipulación del sistema péndulo utilizando la Formula General de Sontag, seguido de la integración del Control de Rechazo Activo de Perturbaciones el cual se presenta ya que no siempre se trabaja en un ambiente ideal y la descripción de un modelo matemático de un sistema físico requiere de un elevado nivel de exactitud y esta técnica de control engloba el requerimiento.

2.3. Diseño del control usando la Fórmula General de Sontag (FGS)

Esta sección describe el diseño de un control para realizar el seguimiento de trayectoria del Sistema Péndulo. Para tal objetivo, primeramente se encontrará una Función de Lyapunov de Control (CLF) para el sistema (2.2), enseguida el diseño del control será abordado.

2.3.1. Deducción de la Función de Control de Lyapunov para el Sistema Péndulo

Considere la dinámica del SP descrita en la ecuación (2.1) y el control $u = \tau$, se quiere realizar un seguimiento de trayectoria del SP, el cual se obtiene mediante el proceso de retroalimentación de estados. Teniendo en cuenta lo anterior se asignan las siguientes variables de desviación:

$$z_1 = x_1 - x_1^d \quad (2.3)$$

$$z_2 = x_2 - x_2^d \quad (2.4)$$

siendo (2.3) el error de posición del SP y (2.4) el error de velocidad. Entonces, la dinámica del SP en términos de (2.3) y (2.4) puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= -\bar{a}\text{sen}(z_1 + x_1^d) - \bar{b}(z_2 + x_2^d) - x_2^d + \bar{c}\tau \end{aligned} \quad (2.5)$$

puesto que el grado relativo de este sistemas es dos (respecto a la x_1), se puede proponer la siguiente ley de control para el seguimiento de trayectoria, donde τ se propone de la forma de (2.6):

$$\tau = \frac{1}{\bar{c}}(\bar{a}\text{sen}(z_1 + x_1^d) + \bar{b}(z_2 + x_2^d) + x_2^d + v) \quad (2.6)$$

Y reescribiendo el sistema se obtiene la siguiente cadena de integradores para el sistema en lazo cerrado:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= v \end{aligned} \quad (2.7)$$

Donde el sistema queda en términos de z_1 y z_2 .

De lo anterior se observa que el sistema se puede representar de la forma de (2.8), donde para el sistema en análisis $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $B \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$.

$$\dot{z} = Az + Bv \quad (2.8)$$

Ahora, si se considera que el control estabilizante se denota por la ecuación(2.9):

$$v = -\epsilon P^T Bz \quad (2.9)$$

con $\epsilon \in \mathbb{R}^+$ y P una matriz definida positiva, solución de la ecuación matricial algebraica de Riccati (2.10).

$$A^T P + PA - \epsilon 2PBB^T P = -Q, \quad Q \in \mathbb{R}^{2 \times 2} > 0 \quad (2.10)$$

de esta manera tenemos el siguiente resultado:

Sea $P \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, una matriz definida positiva solución de la ecuación matricial algebraica de Riccati (2.10). Entonces la función

$$V_z = z^T Pz \quad (2.11)$$

es una Función de Lyapunov de Control (CLF) para el sistema no lineal (2.2), con v de la forma (2.9), hace que $\dot{V}(x)$ sea estrictamente negativa.

Para comprobar lo anterior se evalúa la derivada temporal de $V(x)$ a lo largo de las trayectorias de (2.8) y se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}_z &= \dot{z}^T Pz + z^T P\dot{z} \\ &= (Az - B\epsilon P^T Bz)^T Pz + z^T P(Az - B\epsilon P^T Bz) \\ &= z^T (A^T - \epsilon B P^T B)^T Pz + z^T P(Az - \epsilon B P^T Bz) \\ &= z^T (A^T P + PA)z - z^T \epsilon P B B^T Pz - z^T P B \epsilon B^T Pz \\ &= z^T (A^T P + PA - \epsilon 2P B B^T P)z \\ &= -z^T Qz \quad z < 0 \forall z \neq 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Con Q una matriz definida positiva.

2.3.2. Control de seguimiento de trayectoria para el SP

Una vez conocida la CLF asociada al sistema (2.2), la técnica de control descrita en 1.4.1 puede aplicarse sistemáticamente. Con el fin de deducir las funciones $a(z)$ y $b(z)$ necesarias para obtener la retroalimentación (1.13), se considera nuevamente la derivada

temporal de $V(x)$ a lo largo de las trayectorias (2.2).

Si el sistema (2.5) admite una retroalimentación de estabilización asintótica $v: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{U}$, entonces existe una Función de Control de Lyapunov (CLF) $V: \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$, que es una función suave, definida positiva. Considere nuevamente la derivada temporal de $V(z)$ a lo largo de las trayectorias de (2.2), tal que:

$$\begin{aligned}\dot{V}_z &= \dot{z}^T P z + z^T P \dot{z} \\ &= (f^T(z) + u^T g(z)) P z + z^T P (f(z) + g(z)u) \\ &= z^T (A^T P + P A) z + 2z^T P B v(z)\end{aligned}\tag{2.13}$$

igualando la ecuación (2.13) con (1.6), resulta:

- $a(z) := \frac{\partial V}{\partial x} f(z) = z^T (A^T P + P A) z$
- $b(z) := \frac{\partial V}{\partial x} g(z) = 2z^T P B$

Es importante recalcar que si k que representa un término importante en el control denotada en (1.9) al realizar la equivalencia anterior es asumida suave, entonces V se sabe que existe y que es tan suave como k . En el presente trabajo, sólo se requiere la suavidad de V_z que es menos restrictiva que la de k .

Un requisito equivalente en la derivada temporal de V_z es que:

$$b(z) = 0 \Rightarrow a(z) < 0$$

Tomando la ecuación (2.11), con P solución de la ecuación de Ricatti (2.10). Entonces, se propone la siguiente retroalimentación, con el objetivo de estabilizar el sistema:

$$v(z) = -b(z)\gamma(a(z), \beta(z))\tag{2.14}$$

donde

$$\gamma(a(z), \beta(z)) := \begin{cases} \frac{a(z) + \sqrt{a(z)^2 + b^4(z)}}{b^2(z)} & \text{if } b \neq 0 \\ 0 & \text{if } b = 0 \end{cases}\tag{2.15}$$

se puede observar que en este caso la ecuación (2.13) se transforma en:

$$\dot{V}(z) = -\sqrt{a(z)^2 + b^4(z)} < 0\tag{2.16}$$

Analizando la ecuación 2.14 se deduce que esta ley de control puede ser modificada ligeramente, para objetivos de funcionamiento, con $\delta > 1/2$.

$$v(z) = -\delta b(z)\gamma(a(z), \beta(z)) \quad (2.17)$$

La siguiente matriz es la solución (2.10) donde $Q = I_{2 \times 2}$ lógicamente definida positiva y $c \in]0, 1[$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & c \\ c & 1 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

Entonces, la ley de control explícita, puede ser escrita como (if $b \neq 0$):

$$v(z) = -\delta \left(\frac{z_1 z_2 + z_2(z_1 + 2cz_2) + \sqrt{((z_1 z_2 + z_2(z_1 + 2cz_2))^2 + 8(z_1 c + z_2)^4)}}{z_1 c + z_2} \right) \quad (2.19)$$

Si se considera la dinámica del Sistema Péndulo (SP) dada por (2.2) y la CLF dada en (2.11), entonces el control por retroalimentación definido por (1.13), realiza un seguimiento de trayectoria. Una vez que se ha obtenido el control basado en Funciones de Lyapunov de Control utilizando la Formula General de Sontag.

2.3.3. Resultados

La estrategia de control basada en Funciones de Lyapunov de Control utilizando la Formula General de Sontag para la manipulación del sistema péndulo se representa en el diagrama a bloques de la figura 2.9, el diagrama presenta tres bloques importantes, la trayectoria deseada a seguir, el bloque de control en donde en base al desarrollo presentado en la sección anterior se describe y el cual es enviado continuamente, de igual manera se describe la planta utilizando el modelo matemático del sistema péndulo.

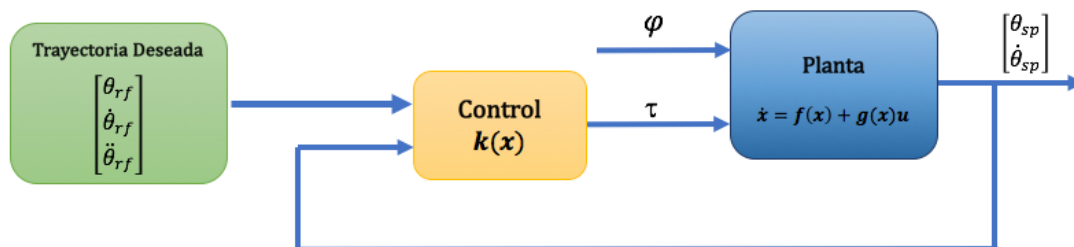


Figura 2.2: Estrategia de control control para manipulación de sistema péndulo.

Los resultados en simulación de la estrategia de control propuesta se programaron en Matlab-Simulink, como se mencionó el sistema fue representado por su modelo matemático y cuenta con un grado de libertad, como primera trayectoria deseada se utilizó una señal senoidal. También cabe destacar que para esta primera prueba el sistema no es perturbado esto quiere decir que $\varphi = 0$. Los parámetros utilizados para realizar las simulaciones, se seleccionaron los mas cercanos a un sistema físico los cuales fueron:

Parámetro	Símbolo	Valor
Inercia	J	$0.4 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$
Coefficiente de fricción solida	A	$0.6 \text{ N} \cdot \text{m}$
Coefficiente de fricción viscoso	B	$1 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$
Coefficiente de rigidez	τ_g	$5 \text{ N} \cdot \text{m}$

Cuadro 2.1: Valores de los parámetros de prueba del Sistema Péndulo.

La trayectoria a seguir por el sistema péndulo, se muestra en la figura 2.3, en este capítulo como prueba inicial se utiliza una señal senoidal de amplitud 0.7 rad, periodo de 2π y un tiempo de simulación de 40 seg, el movimiento que realiza el sistema péndulo para poder generar a trayectoria deseada se lleva acabo en el plano $X - Y$.

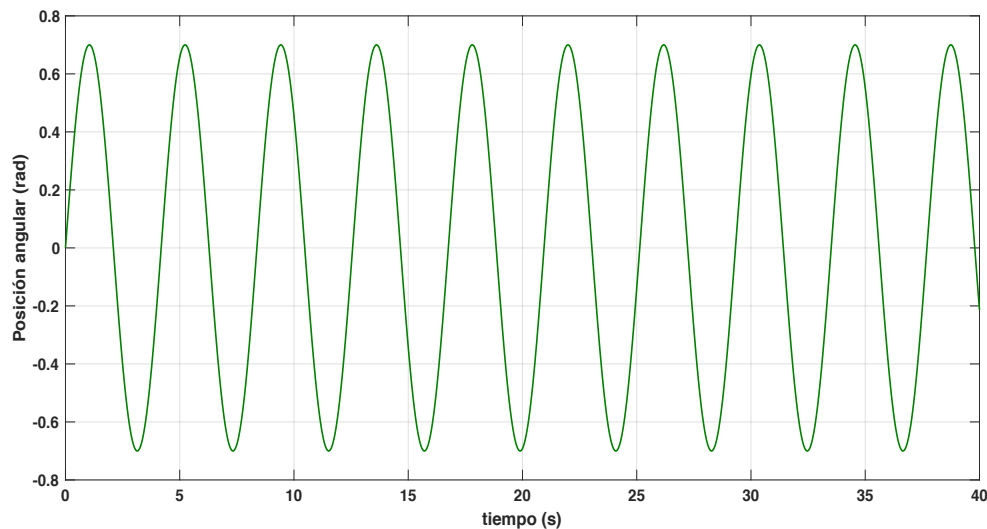


Figura 2.3: Posición deseada (señal senoidal).

En la figura 2.4 se muestran los resultados experimentales de seguimiento, en esta simulación muestra la convergencia de la trayectoria actual a la deseada. La trayectoria deseada se alcanza en un tiempo adecuado. Además la figura 2.4 muestra la evolución de la magnitud del vector de error de posición angular. Note que estas magnitudes evolucionan en una vecindad de cero, lo cual indica que el sistema en lazo cerrado tiene el comportamiento deseado.

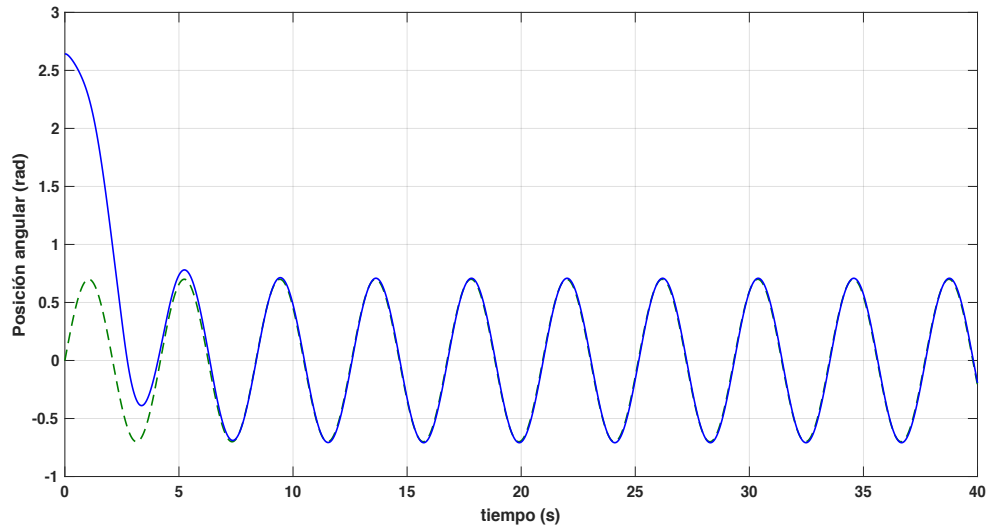


Figura 2.4: Evolución de la posición angular deseada (línea verde) y real (línea azul) de la órtesis considerando el sistema de control no lineal.

El par de control se presentan en la figura 2.5. El par de control actúa consecutivamente para regular y asegura un buen seguimiento de la trayectoria. En la figura se puede observar que el rango del torque se encuentra en el rango adecuado que se reporta en la literatura donde se trabaja con sistemas péndulo y dan a conocer el torque necesario para su accionamiento.

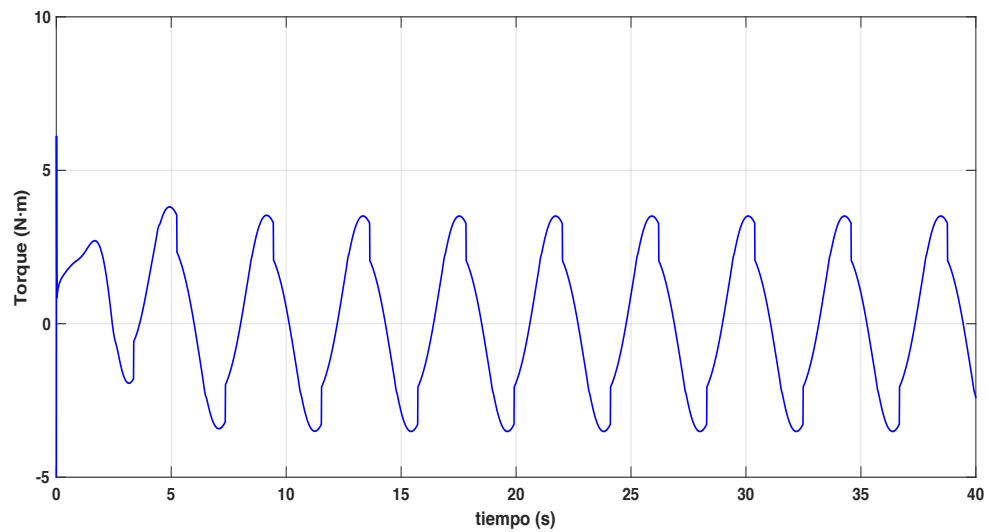


Figura 2.5: Torque de control aplicado al sistema órtesis.

Como se muestra en la figura 2.6 se obtuvo la señal de error para poder visualizar la diferencia entre la señal deseada y la del sistema con el control. Se puede observar que la diferencia tiende a cero conforme el tiempo va transcurriendo, lo cual se esperaba ya

que la señal de sistema conforme el tiempo transcurre tiende a la forma de la trayectoria deseada.

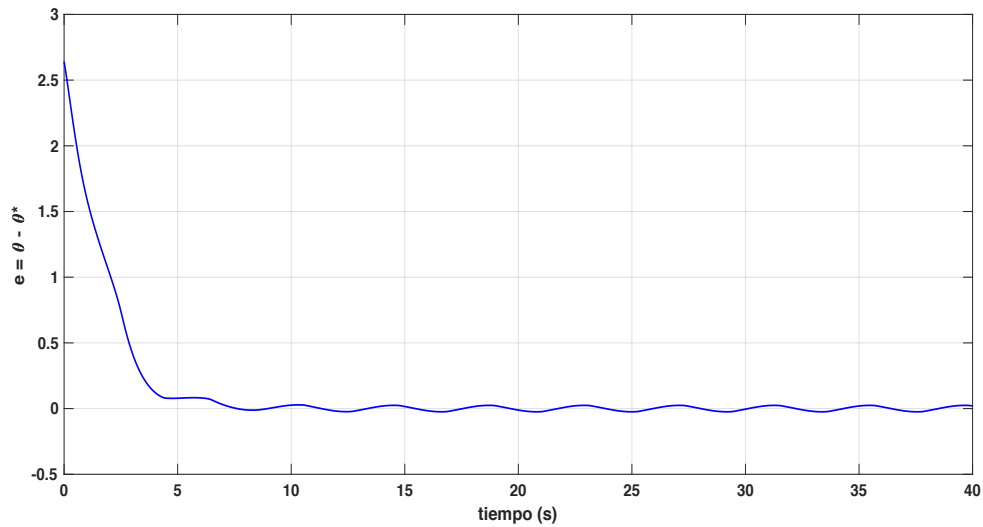


Figura 2.6: Evolución de la variable de error de posición angular para la trayectoria.

La evolución de la velocidad angular se representa en la figura 2.7. De la misma forma que la señal de posición tiende a tomar el corto plazo los valores deseados de la señal de referencial.

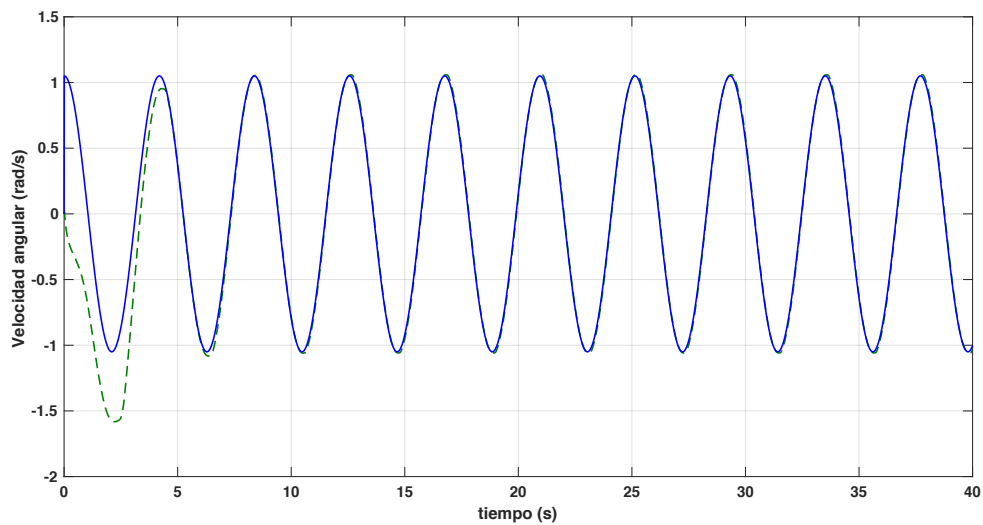


Figura 2.7: Velocidad angular del sistema péndulo.

De igual manera la velocidad de las dos señales se tienen que asemejar para poder llegar a la posición predefinida. La figura 2.8 se muestra el error en la velocidad del sistema.

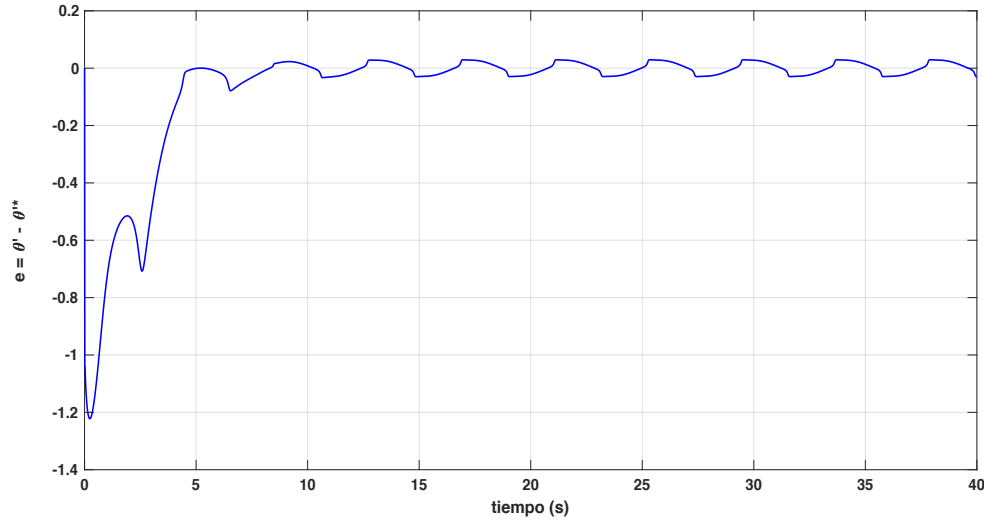


Figura 2.8: Evolución de la variable de error de la velocidad angular del seguimiento de trayectoria.

2.4. Control por Rechazo Activo de Perturbaciones

En la sección anterior el sistema péndulo se trató como un sistema totalmente conocido, el cual trabajaba en un entorno ideal esto quiere decir que no se presento ninguna señal externa como perturbación, además los parámetros que intervenían en la planta eran completamente conocidos. La idea de la integración del control por Rechazo Activo de Perturbaciones nace pensando que en el entorno de trabajo de un sistema físico las perturbaciones pueden presentarse, así también del hecho que el control por rechazo activo de perturbaciones (ADRC) es un método que no requiere de un modelo matemático preciso del sistema, supone que los elementos no modelados de la dinámica y las perturbaciones externas pueden ser estimados a través de un observador de estado extendido (ESO) y posteriormente suprimidos en línea usando el estimado como parte de la ley de control.

2.4.1. Diseño del ADRC

En este trabajo de investigación, el ADRC es aplicado a un proceso no lineal de fundamental importancia, como es el seguimiento de trayectoria de un sistema péndulo utilizado para un análisis inicial de un sistema físico.

Con la intención de integrar las nociones presentadas en el capítulo 1, se considera un sistema dinámico no lineal, el cual puede ser descrito por la ecuación diferencial:

$$\dot{z} = f(t, z, \varphi(t)) + bu(t) \quad (2.20)$$

donde φ es una perturbación externa, u es la entrada al sistema y z es la salida. La expresión $f(t, z, \varphi(t))$ representa la dinámica desconocida de la clase no lineal que posee el sistema. Como se menciona el principio en el que se apoya el ADRC consiste en la estimación y posterior cancelación de f .

Si se considera el sistema presentado en la ecuación (2.5), tomando en cuenta el desarrollo presentado, la ecuación puede expresarse como lo siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= \underbrace{-\bar{a}\text{sen}(z_1 + x_1^d) - \bar{b}(z_2 + x_2^d) + \varphi - x_2^d}_{\eta} + \bar{d}\tau \end{aligned} \quad (2.21)$$

donde η engloba f la cual integra la dinámica desconocida del sistema y el parámetro φ , que para fines prácticos en esta sección tomara un papel de gran importancia ya que es la perturbación externa que se presenta en el sistema. Se puede notar que el sistema puede describirse como:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= f(t, z_1, z_2, \varphi(t)) + \bar{c}\tau \\ y &= z_1 \end{aligned} \quad (2.22)$$

con $f(t, z_1, z_2, \varphi(t)) = -\bar{a}\text{sen}(z_1 + x_1^d) - \bar{b}(z_2 + x_2^d) + \varphi - x_2^d$ el cual es una función desconocida e incluye perturbaciones externas. Partiendo de que el grado del sistema es dos respecto a x_1 , se puede proponer la siguiente ley de control para el seguimiento:

$$\tau = \frac{1}{\bar{d}} \left(- \underbrace{(f(t, z_1, z_2) + w(t))}_{\eta} + \dot{x}_2^d + v \right) \quad (2.23)$$

La idea principal de un Observador de Estados Extendido (ESO) de (2.22) es lograr estimar el vector $z = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T = [y \ \dot{y} \ f^T]$.

En base a lo anterior las perturbaciones totales serán estimadas mediante un Observador de Estados Extendido (ESO), el cual estará caracterizado por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_1 &= \hat{z}_2 + \lambda_3(z_1 - \hat{z}_1) \\ \dot{\hat{z}}_2 &= \eta_1 + \bar{d}\tau + \lambda_2(z_1 - \hat{z}_1) \\ \dot{\eta}_1 &= \eta_2 + \lambda_1(z_1 - \hat{z}_1) \\ \dot{\eta}_2 &= \lambda_0(z_1 - \hat{z}_1) \end{aligned} \quad (2.24)$$

seguido de su análisis en lazo cerrado se obtiene la siguiente cadena de integradores:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= v\end{aligned}\quad (2.25)$$

Donde se observa la forma de $\dot{z} = Az + Bu$.

La técnica de control ha seguir una vez obtenida la forma lineal utilizando el Observador de Estados Extendido es presentada en el desarrollo realizado en la sección anterior partiendo de la ecuación (2.8) que es igual a la forma obtenida reescribiendo (2.25), en base a lo anterior se inicia el desarrollo proponiendo un control estabilizante para el sistema de la forma de (2.9) que cumpliera los requerimientos ahí mencionados, así también una Función de Lyapunov de Control (CLF), explícitamente se sigue de forma análoga el procedimiento descrito utilizando (2.14) para obtener la ley de control:

$$v(z) = -\delta \left(\frac{z_1 z_2 + z_2(z_1 + 2cz_2) + \sqrt{((z_1 z_2 + z_2(z_1 + 2cz_2))^2 + 8(z_1 c + z_2)^4)}}{z_1 c + z_2} \right) \quad (2.26)$$

y el control final tendrá la forma:

$$\tau = \frac{1}{d} (-\eta + \dot{x}_2^d + v) \quad (2.27)$$

2.4.2. Resultados

La estrategia de control descrita en la sección anterior se representa mediante el siguiente diagrama a bloques:

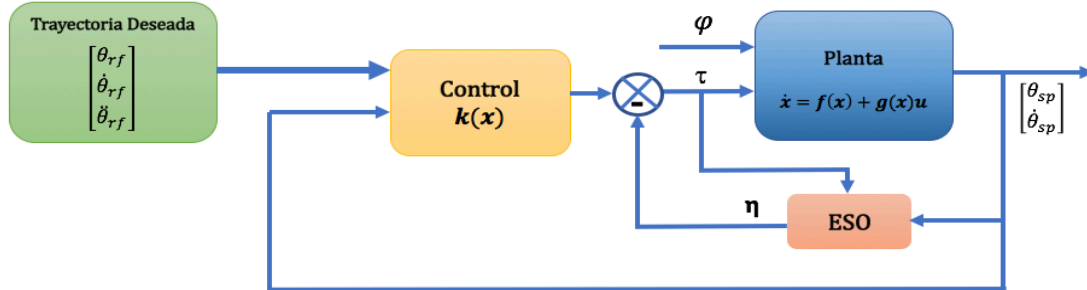


Figura 2.9: Estrategia de control para manipulación de sistema péndulo: relación del control, integración de un ESO y el SP.

Se presenta a continuación los resultados obtenidos a partir de pruebas realizadas en

simulación, con el fin de analizar el comportamiento de las variables del sistema (posición angular (θ), Torque (τ), error angular($\theta - \theta^*$), η , etc) el modelo del sistema y el control fueron descritos utilizando Matlab-Simulink como se muestra a continuación:

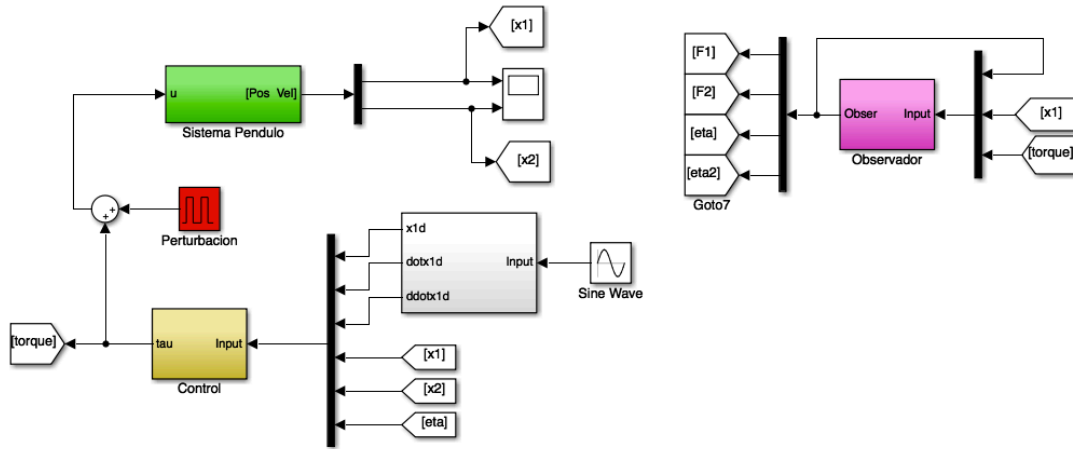


Figura 2.10: Descripción de la estrategia de control en diagrama a bloques utilizando Simulink.

Utilizando la estrategia de control descrita en la sección anterior se procedió a realizar las pruebas necesarias aplicando una señal de referencia tipo senoidal (ver figura (2.3)) para observar la respuesta del sistema.

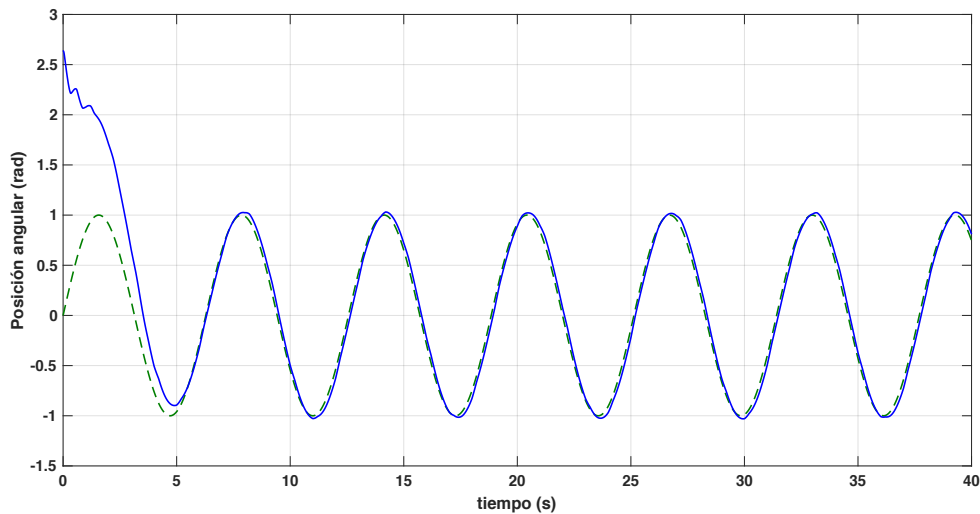


Figura 2.11: Trayectoria sinusoidal deseada: el ángulo del SP. Los valores actuales se representan en línea continua color azul, los valores deseados en línea verde discontinua.

El torque necesario para realizar la trayectoria de la figura (2.11), se presenta a continuación: La señal presenta el torque ante una señal de perturbación la cual se observa

que afecta a dicha señal pero sin perder la forma, reponiéndose para que el sistema realice la trayectoria deseada.

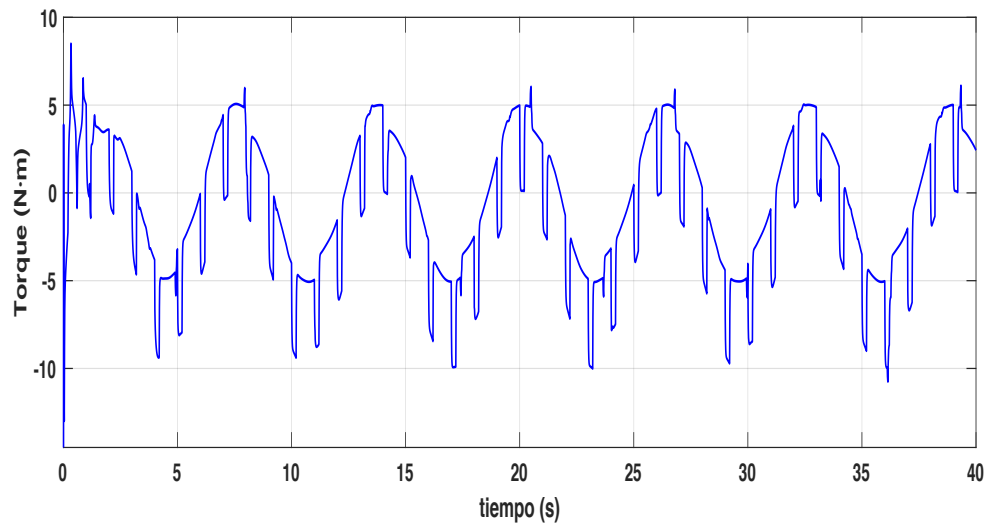


Figura 2.12: Trayectoria sinusoidal deseada: Señal de torque de control.

En la figura (2.11) se puede observar el seguimiento de trayectoria y que en un tiempo de 5s la señal actual es representada por la línea azul coincide con la señal de referencia la cual representada por la línea verde. En el tiempo donde coinciden estas dos señales en la figura (2.13) se observa que es el tiempo donde el error tiende a cero, y es una de las características de lo que realiza el control por la forma en que se toman las variables de retroalimentación, también se observa que la señal de error oscila en valores cercanos a cero.

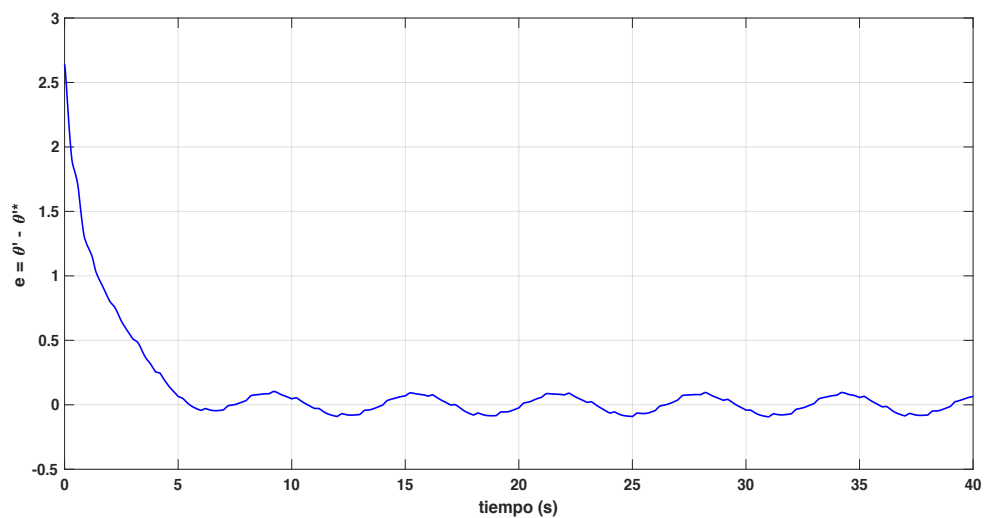


Figura 2.13: Trayectoria sinusoidal deseada: evolución de la variable de error en referencia a la posición angular del SP.

En el desarrollo de la técnica de control se presentó una variable que engloba el sistema no lineal representado por un SP, como se mencionó, esto es porque en la mayoría de los sistemas físicos un modelo matemático que describa su comportamiento sólo llega a ser una aproximación de todo lo que engloba, es por ello se declaró a η el cual engloba todos esos términos y perturbaciones que se presentaron en el sistema en análisis. En general η representa:

$$\eta = f(t, z, \varphi(t)) \quad (2.28)$$

El comportamiento de η se muestra en la figura (2.14) se observa que la señal presenta crestas, y varían dependiendo de las que contenga la señal de entrada, en un análisis de las simulaciones realizadas, se dedujo que simula la forma de la señal de referencia. La variable η nos da una idea del comportamiento en general del sistema por las variables que la componen esto es una ventaja que se obtuvo al utilizar la técnica de Control por Rechazo Activo de Perturbaciones.

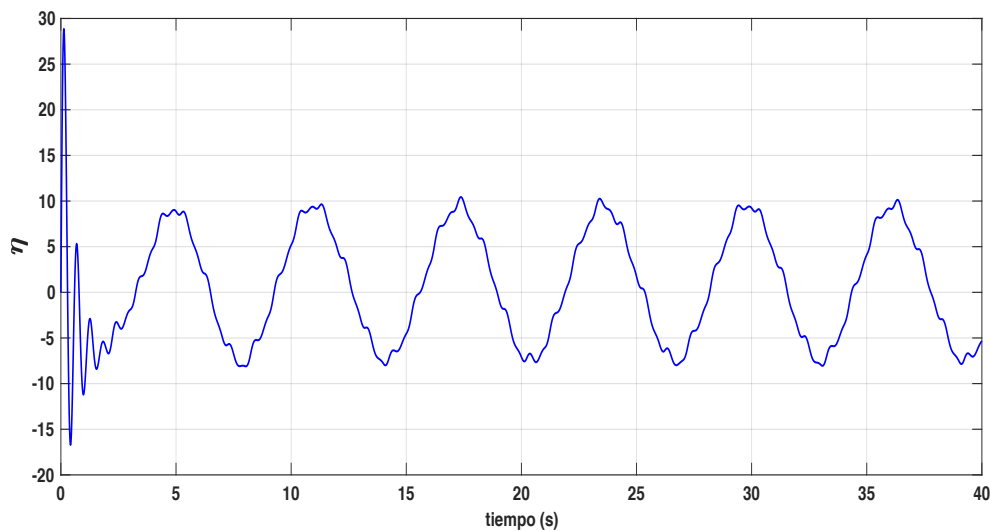


Figura 2.14: Trayectoria sinusoidal deseada: Comportamiento del parámetro η .

Internamente el observador se rige por las ecuaciones presentadas en (2.24), el cual contiene variables importantes a medir y a las cuales se tiene acceso, en el diagrama a bloques de la figura (2.10) fueron llamadas $F1$ y $F2$ por darles un nombre a dichas funciones, pero en el análisis del sistema estas funciones representan la estimación del vector z_1 y z_2 , llamadas \hat{z}_1 y \hat{z}_2 respectivamente. Para realizar una relación de cada una de ellas se presentan las figuras 2.15 y 2.16; en este caso se parte de que se tiene acceso a las variables de salida y al ser tarea del observador el estimar dichas variables se realiza una comparación:

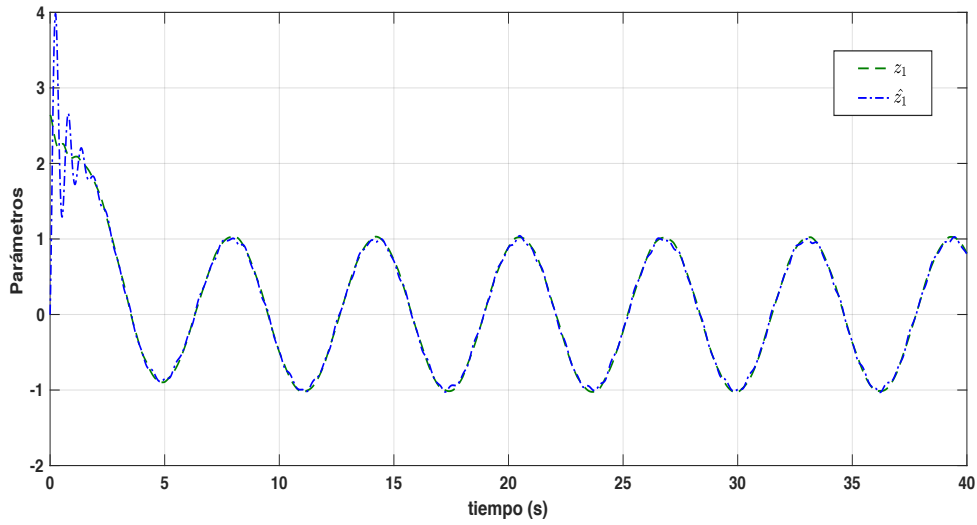


Figura 2.15: Trayectoria sinusoidal deseada: Comparación z_1 y \hat{z}_1 .

Para fines de comparación se presentan estas dos gráficas ya que intervienen en el observador de estados extendidos, y se observa que en un tiempo considerable las señales son cercanas y toman valores iguales. Se debe destacar que para el diseño del control la salida actual se retroalimenta al bloque de control y no las variables aproximadas.

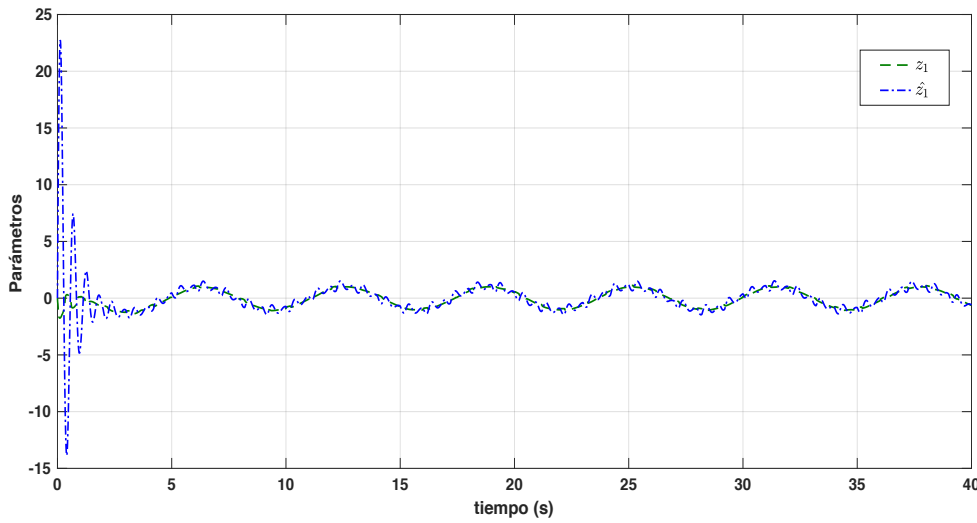


Figura 2.16: Trayectoria sinusoidal deseada: Comparación z_2 y \hat{z}_2 .

Se realizó un diseño con la herramienta VR de Matlab para poder visualizar el movimiento que realizaba el sistema al realizar el seguimiento de trayectoria, de igual manera se simuló el sistema con una sesión de 40 seg, y en la simulación generaba la oscilación de la señal de referencia, como se puede observar en la figura 2.17:

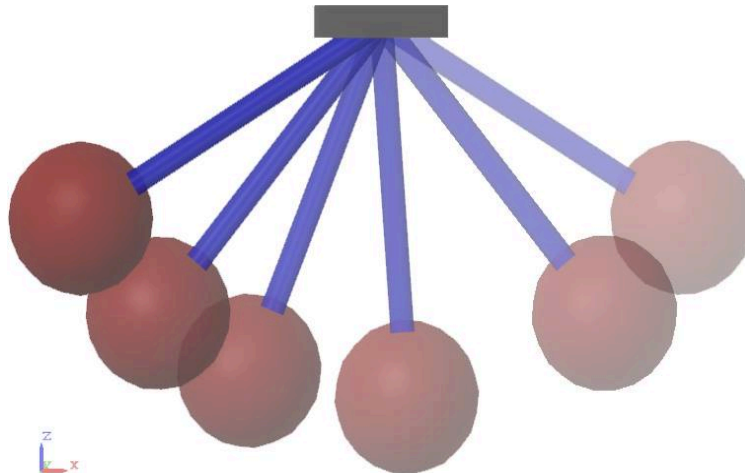


Figura 2.17: Elementos de RV para observar el comportamiento del SP.

2.5. Conclusiones

En esta sección se presentó en primera instancia una estrategia de control basado en Funciones de Lyapunov de Control (CLF), el cual se enfoca en realizar el seguimiento de trayectoria de una señal senoidal como entrada al sistema, se pudo comprobar que utilizando esta técnica de control, se tiene un buen desempeño y el sistema sigue la trayectoria adecuadamente, pero se considera que el sistema trabaja en un entorno ideal, y además se conoce la dinámica del sistema completamente, pero al considerarse que el sistema puede ser afectado por perturbaciones externas, las cuales no se tienen control sobre ellas se requiere de dar una solución a ese topic, por ello se añadió la estrategia de Control por Rechazo Activo de Perturbaciones donde se presento una variable que engloba los parámetros no lineales del sistema y las perturbaciones que pueden presentarse en el entorno de trabajo. Con esto se pudo observar que con el fin de compensar el sistema y asegurar un seguimiento aceptable de la trayectoria deseada, el par de control se acota y el error va disminuyendo conforme la señal de salida del sistema iguala a la señal de posición deseada. La principal ventaja de utilizar estas técnicas es que el sistema por ser de naturaleza no lineal, al utilizar ADRC que engloba los principales problemas de sistemas físicos logra obtener la forma lineal del sistema, y seguido de una CLF se logra incluir la utilización de la técnica de control de la FGS, la cual realiza la tarea de estabilizar el sistema y realizar el seguimiento de trayectoria deseado.

Capítulo 3

Control de una órtesis activa para tobillo

En este capítulo se aborda el problema del control de una órtesis activa con aplicación en el tobillo. Primeramente se presenta un análisis del ciclo de marcha, seguido de la formulación del problema, posteriormente se describe la órtesis activa con la que se trabajó. Finalmente se aborda la ley de control para el seguimiento de trayectoria donde intervienen dos fases de interés en el ciclo de marcha, así también se acompaña la simulación con elementos de realidad virtual en MATLAB y se presentan los resultados experimentales realizados con la órtesis física.

3.1. Análisis del ciclo de marcha

La marcha humana se define como la repetición de una serie de movimientos simultáneos, que desplazan el cuerpo sobre una línea de progresión deseada. Al caminar, el sistema locomotor debe mantener el equilibrio en el apoyo monopodal; mientras una pierna debe ser capaz de soportar el peso del cuerpo, la pierna oscilante debe ser capaz de avanzar hasta la posición en que se pueda convertir en la pierna de soporte. Este intercambio continuo de estabilidad implica una buena movilidad articular y una apropiada acción muscular [29].

Para realizar el análisis de la marcha se estudia el ciclo de marcha que es su unidad fundamental. Un ciclo completo de marcha se divide en dos fases principales: la fase de apoyo y la fase de oscilación. La fase de apoyo constituye aproximadamente el 60% del ciclo de marcha y la de oscilación el 40% restante. El ciclo comienza cuando el pie entra en contacto con el suelo en el punto 0% que se denomina contacto del talón y termina en el punto 100% cuando el mismo pie entra en contacto nuevamente con el suelo, los eventos que intervienen en el ciclo de marcha se presentan en la figura 3.1.

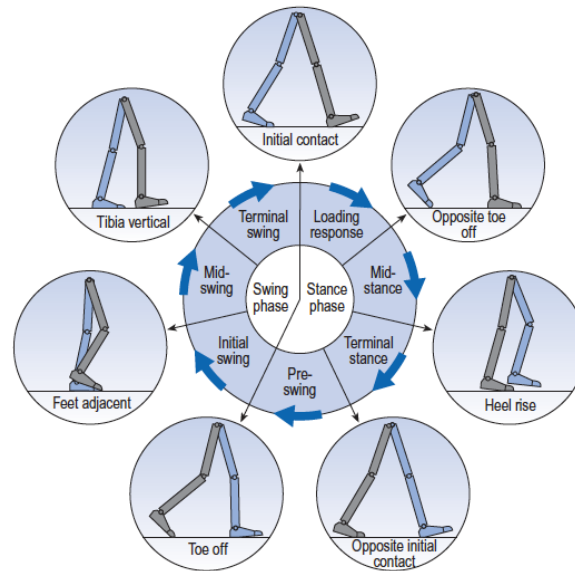


Figura 3.1: Posiciones de las piernas durante un solo ciclo de la marcha por la pierna derecha (gris) [29] .

La fase de apoyo se subdivide en apoyo inicial, apoyo medio y apoyo final. Al apoyo inicial le corresponde el contacto inicial, aquí se presenta un evento conocido como golpe de talón y es cuando el pie entra por vez primera en contacto con el suelo en el 0% del ciclo. El apoyo medio corresponde al 10% del ciclo y es cuando se da el despegue del pie contrario. Al 30% se produce el levantamiento del talón del pie contrario. El apoyo final inicia en el punto 50% con el contacto inicial del pie opuesto y termina en el punto 60% a partir del cual comienza la fase de oscilación.

La fase de oscilación parte del 60% del ciclo hasta el 100%, y se subdivide en: oscilación inicial, media y oscilación final. La oscilación inicial aparece aproximadamente del 60% al 73% del ciclo. Esta fase se describe cuando el pie deja el suelo y cuando inicia la acción de los músculos flexores (ver Figura 3.2). En el momento en el que el pie está en el aire no existen fuerzas de reacción y las únicas fuerzas externas actuantes sobre la extremidad son el peso y las fuerzas de inercia [30]. La oscilación media corresponde al 73% y el 87% del ciclo y su finalidad es mantener la separación entre el pie y el suelo, que depende del mantenimiento de una pelvis relativamente horizontal, de una suficiente flexión de cadera y de una dorsiflexión de tobillo adecuada. En el plano sagital la extremidad en oscilación se comporta como un péndulo compuesto y es un periodo durante el cual la acción muscular es mínima, sólo el tibial anterior actúa reduciendo la flexión plantar. La oscilación final transcurre entre el 87% y el 100% del ciclo. Los objetivos son desacelerar la pierna y posicionar correctamente el pie para establecer contacto con el suelo. El evento final es el contacto inicial cuando el pie entra en contacto con el suelo (Figura 3.2). [19]

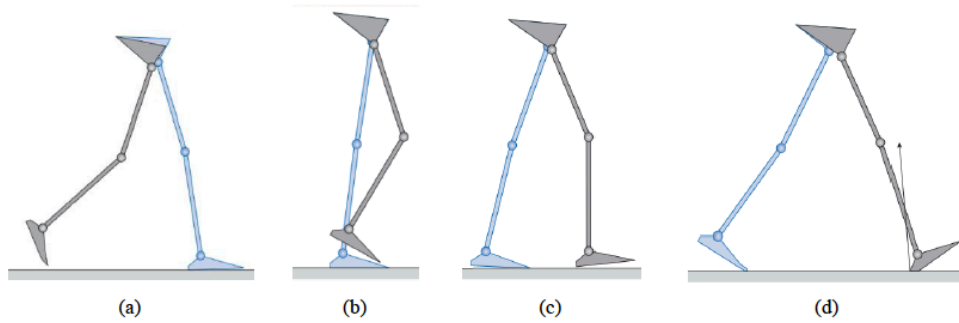


Figura 3.2: (a) Despegue de los dedos 70 % del ciclo de marcha. (b) separación mínima en oscilación media 85 % del ciclo. (c) Tibia vertical 87 % del ciclo (d) Contacto del talón 100 % del ciclo. Fuente: Adaptado de [26]

Durante un ciclo completo de marcha, el tobillo presenta dos trayectorias de flexión plantar y dos de dorsiflexión alternativamente. En la fase de apoyo se producen una flexión plantar, una dorsal y una plantar, mientras que en la fase de oscilación, sólo se registra dorsiflexión [30]. Los arcos de movimiento del tobillo en un ciclo de marcha se muestran en la figura 3.3.

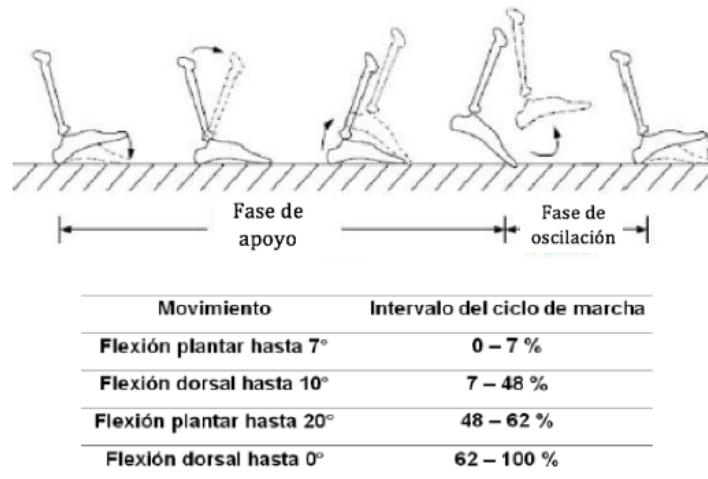


Figura 3.3: Ángulos generados por el movimiento del tobillo en la acción de caminar [31]

De (Whittle, 2007) se puede observar el ciclo de marcha completo y los ángulos que genera la articulación del tobillo para realizar un paso completo. La obtención de estos ángulos se realizaron en el plano sagital y señala en qué fase del ciclo de marcha se producen dichos ángulos, los cuales son representados en la figura 3.4.

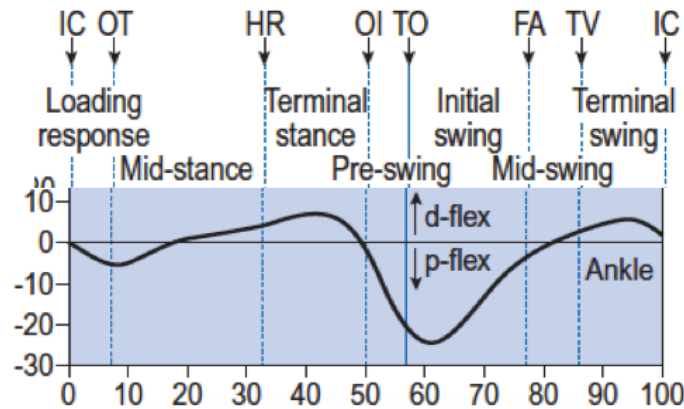


Figura 3.4: Ángulos del tobillo durante el ciclo de marcha. IC = contacto inicial; OT = dedos opuestos despegados; HR = elevación del talón; OI = contacto inicial opuesto; TO = dedos despegados; FA = pie adyacente; TV = tibia vertical. [26]

Las representación de la figura 3.4 fue tomada en una sola caminata de una mujer de 22 años de edad con un peso de 55 *Kg*. Las mediciones individuales de esta persona no siempre corresponden a valores "medios", debido a la variabilidad normal entre individuos, aunque están todos cerca del rango normal. Las mediciones se hicieron todas en el plano de progresión, que es un plano vertical alineado con la dirección de la caminata; el caminar normal se corresponde estrechamente con el plano sagital del cuerpo [30].

Para el desarrollo de este trabajo de investigación se consideraran los siguientes factores: en la fase de oscilación la órtesis y el pie se comportan como un sistema péndulo, lo cual ocurre entre el 60% al 100% del ciclo de marcha, la fase de apoyo sigue teniendo la misma dinámica, pero dado que fuerzas actúan sobre el tobillo ya que se encuentra tocando el suelo, el parámetro de inercia comprendido en el modelo matemático cambia.

3.2. Formulación del problema

La pérdida de movimiento en alguna de las extremidades inferiores como por ejemplo el tobillo y pie afectan directamente el caminar, y se vuelve un desafío debido a la incapacidad de la persona en controlar el pie con movimientos del tobillo. En la actualidad los tratamientos existentes consisten en la asistencia o algún mecanismo que ayude a aumentar la capacidad ambulatoria de la persona. Estos últimos son de nuestro interés, ya que se pretende realizar el control de una órtesis activa la cual por medio de este mecanismo se busca en base al control diseñado, realizar la acción de marcha en la persona. En el ciclo de marcha se presentan dos fases importantes las cuales deben ser completadas al utilizar la estrategia de control desarrollada, donde se deberá cumplir el seguimiento de

trayectoria que realice la persona. Se plantea la realización de la unión de la técnica de Funciones de Lyapunov de control y el Control por Rechazo Activo de Perturbaciones utilizando un Observador de Estado Extendido para poder realizar el seguimiento de trayectoria completo y la estimación de los parámetros no lineales del sistema, así como la protección de las perturbaciones que se presenten al sistema.

3.2.1. Descripción de la Órtesis Activa

La órtesis activa de tobillo-pie (AFFO, por sus siglas en inglés Active Ankle Foot Othoses) fue proporcionada por el laboratorio de Imágenes, Señales y Sistemas Inteligentes (LISSI), de la Universidad París-Este Créteil (UPEC), la cual se presenta en la figura 3.5.



Figura 3.5: Órtesis aplicada al tobillo del Laboratorio de Imágenes y Sistemas Inteligentes (LISSI)

La órtesis utilizada en este estudio como se mencionó es una AAFO, la cual es unida a la pierna izquierda del sujeto, mediante correas para fijar el robot a la pantorrilla y el muslo, como se puede observar en la figura 3.5. La órtesis tiene un grado activo y uno pasivo de libertad (DoF, por sus siglas en inglés Degrees Of Freedom) en las articulaciones del tobillo y la rodilla, respectivamente. El DoF activo es impulsado por un motor de DC y una caja de engranajes.

En base a [41] se muestran los componentes que intervienen en la órtesis activa, los cuales se describen a continuación en la figura 3.6.

En la primera imagen de (3.5) se muestra la plantilla que sigue la forma del pie izquierdo la cual esta contenida en el tenis de la persona que porta el robot mostrado

en la segunda imagen, esta plantilla tiene resistencias sensibles a la fuerza (FSR, por sus siglas en inglés Force Sensitive Resistors), que interponen entre el pie y el zapato. El sistema también cuenta con una plantilla derecha la cual es idéntica a la izquierda.

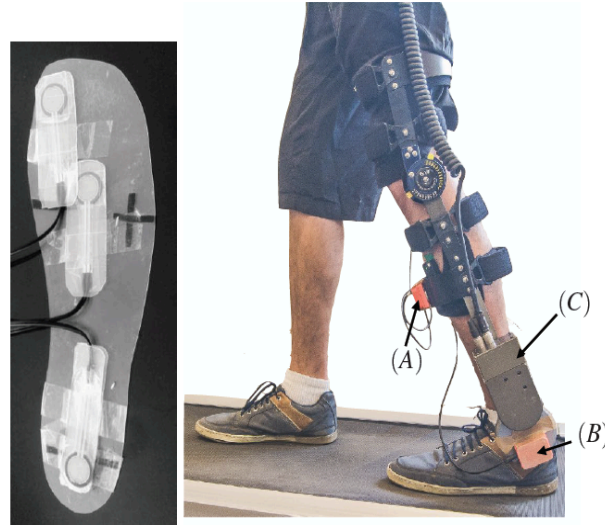


Figura 3.6: Componentes que contiene la órtesis activa: plantilla y configuración del sistema [41].

La configuración del sistema en general se muestra en la segunda imagen de (3.6): el componente (A) es una unidad de medición inercial (IMU, por sus siglas en inglés Inertial Measurement Unit) la cual se usa para estimar el ángulo entre la pierna y el eje vertical, (B) de igual manera es una IMU que mide las aceleraciones de traslación, y (C) representa la órtesis activa de tobillo-pie.

La descripción anterior es la base para el desarrollo del modelo matemático el cual fue proporcionado por integrantes de LISSI, el cual se describirá en el siguiente apartado para partir de ahí al desarrollo de la estrategia de control.

3.2.2. Modelo matemático

En base a lo descrito en la sección 3.2.1 se introduce el esquema de la figura 3.7 para presentar la obtención del modelo matemático descrito en [41]. En [41] inician considerando un marco de referencial llamado $\mathcal{F}(\vec{x}^f, \vec{y}^f, \vec{z}^f)$, el cual se considera fijo al pie izquierdo de modo que \vec{x}^f tenga la misma dirección que el pie mientras que el origen se encuentra en la articulación del tobillo. Así también un segundo marco de referencia $\mathcal{G}(\vec{x}^g, \vec{y}^g, \vec{z}^g)$ es colocado en la tierra, con \vec{x}^g paralelo a la horizontal, \vec{y}^g paralelo a la vertical y \vec{z}^g definido tal que los tres lados del marco $(\vec{x}^g, \vec{y}^g, \vec{z}^g)$ estén en referencia al primer marco. Se menciona que se debe tener en cuenta que \vec{z}^f y \vec{z}^g son colineales.

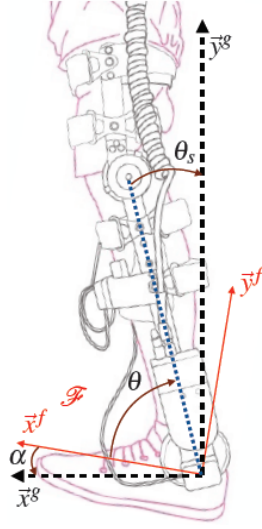


Figura 3.7: Esquema que representa los ángulos que determinan el pie y la orientación del cuerpo. Marco del pie $\mathcal{F}(\vec{x}^f, \vec{y}^f, \vec{z}^f)$, donde \vec{x}^f está en el mismo plano que la mitad del talón de la plantilla. Marco de tierra $\mathcal{G}(\vec{x}^g, \vec{y}^g, \vec{z}^g)$ [41]

Siguiendo con la descripción del modelo matemático descrito en [41], esto con el fin de presentar la estrategia de control que se desarrolló para la manipulación del sistema órtesis se procede a mencionar que en [41] inician definiendo θ , que es el ángulo entre el pie y la pierna, θ_s el ángulo entre la pierna, el eje vertical y por el ángulo entre el pie y el eje horizontal como se muestra en la figura 3.7. Mencionan también que θ y θ_s son accesibles para su medición, también α está dada por $\alpha = \theta + \theta_s - \frac{\pi}{2}$.

En el análisis del sistema AAFO se consideran varios pares que actúan sobre el tobillo como: el torque de gravedad ejercido por el pie en el tobillo definido como $\tau_{gravity}$, el torque inducido por la aceleración traslacional del pie τ_a , el torque creado por las fuerzas de reacción del suelo (GRF) τ_r , el par producido por los grupos musculares de flexión plantar y dorsiflexión τ_h , los pares de fricción sólidos y viscosos τ_f , el torque τ_s de rigidez articular del sistema y el torque desarrollado por el actuador τ de la AAFO. Todo lo anterior se presenta en [41], donde además mencionan que todos los pares son considerados positivos si inducen una rotación en sentido contrario a las agujas del reloj. Por lo tanto, la dinámica del AAFO-humano se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 J\ddot{\theta} &= \tau_f + \tau_a + \tau_s + \tau_r + \tau_{gravity} + \tau_h + \tau \\
 &= -A \text{sign}\dot{\theta} - B\dot{\theta} - C(a_y \cos\alpha - a_x \sin\alpha) - K(\theta - \theta_r) \\
 &\quad - (R_1 x_1 - R_2 x_2 - R_3 x_3) \cos\alpha - \tau_g \cos\alpha + \tau_h + \tau
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Los parámetros del sistema se presentan en la siguiente tabla:

Símbolo	Descripción
θ_s	Ángulo entre la pierna y el eje vertical
α	Ángulo entre el pie y el eje horizontal
$\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$	Ángulo de la articulación del tobillo, velocidad angular y aceleración
θ_r	Ángulo de la articulación del tobillo en la posición de descanso del pie
J	Momento de inercia del sistema
A	Coefficiente de fricción sólido del sistema
B	Coefficiente de fricción viscosa del sistema
K	Coefficiente de rigidez del sistema
τ_g	Coefficiente de par de gravedad del sistema
C	Coefficiente de aceleración del par del sistema
a_x, a_y	Aceleraciones lineales longitudinales y verticales
R_1, R_2, R_3	GRF en el talón, el medio y los dedos de los pies
x_1, x_2, x_3	Posiciones del FSR en dirección \bar{x}^f
τ	Par de control
τ_h	Par muscular humano que actúa en la articulación del tobillo
$sign(\cdot)$	Función Signo

Cuadro 3.1: Nomenclatura.

3.3. Diseño de control de una órtesis activa

Utilizando el formalismo tratado en el capítulo 1, se desarrolló una técnica de control presentada en la sección 2.3, donde en el análisis se utilizaba un péndulo simple para ser aplicado a un sistema mecánico que podía ser modelado como un SP como se presentó en el capítulo 2, en esta sección se tomaran tales planteamientos para aplicarlos al sistema órtesis utilizando el modelo matemático 3.1.

Se considera la siguiente función de Lyapunov de Control (CLF):

$$V(z) = z^T P z \tag{3.2}$$

Como se mencionó de igual manera en ese análisis del capítulo 2, si el sistema (3.1) admite un control asintótico entonces admite una retroalimentación estabilizadora asintótica $v : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{U}$ entonces existe una Función de Lyapunov de Control (CLF) $V : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que, es una función suave, definida positiva, tal que:

$$\begin{aligned} \dot{V}(z) &= \dot{z}^T P z + z^T P \dot{z} \\ &= \underbrace{z^T (A^T P + P A) z}_{:=a(z)} + \underbrace{2z^T P B}_{:=b(z)} v(z) < 0 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Vale la pena señalar que si se supone que k es suave esto es, la retroalimentación, entonces se sabe que existe V y será suave como k . En el presente trabajo, solo se requiere la suavidad de V que es menos restrictiva que la de k . Un requisito equivalente en el derivado de tiempo de V es que:

$$b(z) = 0 \Rightarrow a(z) < 0$$

Tomando la ecuación 3.2 como CLF, con P siendo la solución de la ecuación de Ricatti:

$$A^T P + P A - 2\epsilon P B B^T P = -Q \quad (3.4)$$

donde, Q es una matriz definida positiva. Entonces, se propone la siguiente ley de control, en orden de estabilizar el sistema:

$$v(z) = -b(z)\gamma(a(z), \beta(z)) \quad (3.5)$$

con

$$\gamma(a(z), \beta(z)) := \begin{cases} \frac{a(x) + \sqrt{a(x)^2 + b^4(x)}}{b^2(x)} & \text{si } b \neq 0 \\ 0 & \text{si } b = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

Obsérvese que en este caso la ecuación (3.3) se convierte en la siguiente ecuación, realizando las operaciones requeridas:

$$\dot{V}(z) = -\sqrt{a(z)^2 + b^4(z)} < 0 \quad (3.7)$$

Notése que esta ley de control puede ser modificada para fines prácticos en la aplicación del control, con $\delta > 1/2$, se define de esta manera ya que en simulación se observó que debajo de estos valores el comportamiento cambia totalmente.

$$v(z) = -\delta b(z)\gamma(a(z), \beta(z)) \quad (3.8)$$

La siguiente matriz representa la solución de la ecuación (3.4) con $Q = I_{2 \times 2}$ y $c \in]0, 1[$:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & c \\ c & 1 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Por lo tanto se llega a que explícitamente la ley de control, puede ser escrita de la siguiente forma, tomando en cuenta que es válida sólo, si $b \neq 0$:

$$v(z) = -\delta \left(\frac{z_1 z_2 + z_2(z_1 + 2c z_2) + \sqrt{((z_1 z_2 + z_2(z_1 + 2c z_2))^2 + 8(z_1 c + z_2)^4)}}{z_1 c + z_2} \right) \quad (3.10)$$

Mencionando algunas ventajas del desarrollo de esta técnica de control son:

- La CLF cuadrática: $V(z) = z^T P z = T(x)^T P T(x) = V(T(x))$ para la cadena de integradores, también es un CLF para el sistema original.
- Se tiene un conjunto de leyes de control para un conjunto de P , *e.g.* P_0 and P_∞ que se usarán en la siguiente sección.
- Tomando esta V , es posible diseñar un control de estabilización óptimo (diseño óptimo inverso), luego es posible fijar los rendimientos deseados en cada paso de fase, es decir:

$$J = \int_0^\infty (\|z_1 c + z_2\|^2 + u^T(x)u(x)) dt \quad (3.11)$$

- Robustez: la ley de control posee solidez a las incertidumbres de entrada estáticas y dinámicas [42], [43, 44].

3.3.1. Obtención de la señal de referencia para el ciclo de marcha

El perfil del tobillo fue proporcionado por el Laboratorio de Imágenes y Sistemas Inteligentes (LISSI) donde se realizaron las pruebas experimentales, esta señal utilizada como referencia la cual en LISSI fue obtenida a partir del análisis de la marcha de 20 personas sanas, esto se llevó a cabo utilizando un sistema de captura de movimiento (Motion Analysis Corporation, que se componen de seis cámaras, frecuencia de muestreo 100 Hz) y dos placas de fuerza (AMTI, Frecuencia de muestreo 1000 Hz), para mas detalle consultar [45].

La señal de referencia se muestra en la figura 3.8 y representa una sesión de 30 seg :

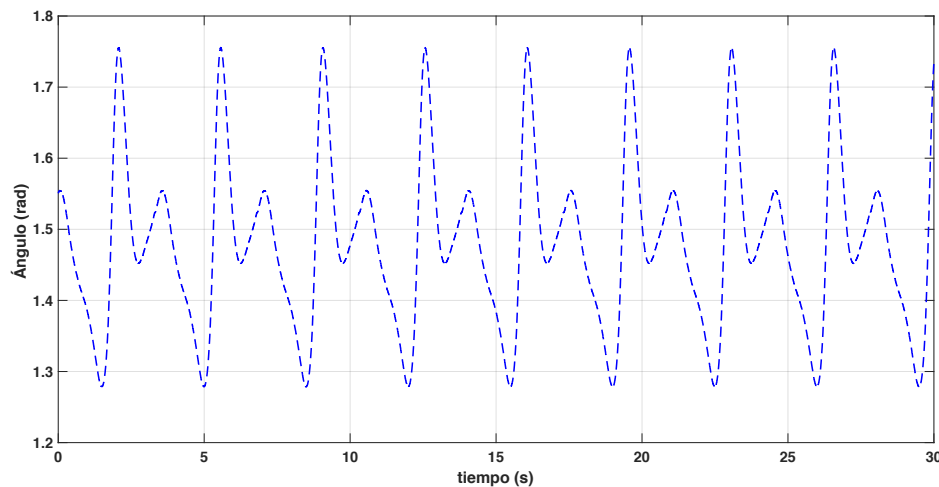


Figura 3.8: Perfil de tobillo proporcionado por LISSI para ser utilizado como señal de referencia.

3.3.2. Diseño de control con rechazo activo

En la sección 3.3 se desarrollaron dos de las tres técnicas utilizadas en este trabajo de investigación, a continuación se integra el control por rechazo activo de perturbaciones, el cual se inicia reescribiendo el sistema 3.1 en su representación en espacio de estados:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\bar{b}\text{sign}(x_2) - \bar{c}x_2 + \bar{d}\tau_a + \bar{d}\tau_s + \bar{d}\tau_r + \bar{d}\tau_{gravity} + \bar{d}\tau_h + \bar{d}\tau\end{aligned}\quad (3.12)$$

donde se definen como: $\bar{b} = \frac{1}{J}$, $\bar{c} = \frac{B}{J}$, $\bar{d} = \frac{1}{J}$.

Sean $z_1 = x_1 - x_1^d$, $z_2 = x_2 - x_2^d$ la variable de error del ángulo del tobillo y el error de velocidad, respectivamente. Por lo tanto, la dinámica del sistema 3.1 puede ser escrita como:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= -\bar{a}\text{sign}(z_1 + x_1^d) - \bar{b}(z_2 + x_2^d) - \dot{x}_2^d + \bar{d}\tau_{total} + \bar{d}\tau\end{aligned}\quad (3.13)$$

donde para visualizar mejor el sistema se define como $\tau_{total} = \tau_a + \tau_s + \tau_r + \tau_{gravity} + \tau_h$. Tomando en cuenta lo anterior, el sistema puede reescribirse de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= f(t, z_1, z_2) + w(t) + \bar{d}\tau \\ y &= z_1\end{aligned}\quad (3.14)$$

de lo anterior $f(t, z_1, z_2) + w(t) = -\bar{a}\text{sign}(z_1 + x_1^d) - \bar{b}(z_2 + x_2^d) - \dot{x}_2^d + \bar{d}\tau_{total}$ representa una función desconocida y perturbaciones externas. Dado que el grado relativo de este sistema es dos (con respecto x_1), se procede a proponer la siguiente ley de control para el seguimiento de trayectoria:

$$\tau = \frac{1}{\bar{d}} \left(- \underbrace{(f(t, z_1, z_2) + w(t))}_{\eta_{AAFO}} + \dot{x}_2^d + v \right)\quad (3.15)$$

Retomando el desarrollo de la sección 2.4, la perturbación total se estima a través del

siguiente observador de estado extendido (ESO):

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{z}}_1 &= \hat{z}_2 + \lambda_3(x_1 - \hat{z}_1) \\
 \dot{\hat{z}}_2 &= \eta_1 + \bar{d}\tau + \lambda_2(x_1 - \hat{z}_1) \\
 \dot{\eta}_1 &= \eta_2 + \lambda_1(x_1 - \hat{z}_1) \\
 \dot{\eta}_2 &= \lambda_0(x_1 - \hat{z}_1)
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

El ESO, partiendo del sistema 3.14 se obtiene a partir de la literatura ya que es un sistema de segundo orden y la extensión de sus estados se obtienen rápidamente. Por ello, se obtiene la siguiente cadena de integradores al analizar el sistema en lazo cerrado:

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= z_2 \\
 \dot{z}_2 &= v
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

de lo cual, una vez más se obtiene la forma: $\dot{z} = Az + Bv$.

A partir de este punto se utiliza una función estabilizante definida en la ecuación (2.9), siguiendo los pasos del desarrollo del capítulo 2 donde se considera una Función de Lyapunov de Control definida en la ecuación (3.2), la prueba de que es una buena función candidata se presenta en la subsección 2.3.1. Se menciona lo anterior para llegar al punto de aplicar la Fórmula General de Sontag 2.14 para realizar la retroalimentación del sistema utilizando $v(z)$ de la forma de la ecuación (3.10). Utilizando un torque definido ahora para el sistema órtesis de la forma:

$$\tau_{Ort} = \frac{1}{d}(-\eta_{AAFO} + x_2^d + v) \tag{3.18}$$

3.4. Resultados Experimentales

En esta sección se presentan los resultados obtenidos experimentalmente utilizando el perfil del tobillo como señal de la figura 3.8. En las pruebas realizadas, la sesión duró 60 segundos, y los experimentos fueron realizados por una persona saludable que utilizó la AAFO y realiza la actividad de caminar en una caminadora a una velocidad de marcha auto-seleccionada. La persona que vestía la AAFO es un hombre de 30 años, con un peso de 63 Kg y tiene una altura de 180 cm. La persona caminó en sincronización con un perfil de ángulo de tobillo como referencia, esto quiere decir que cada 2 seg una señal audible indicaba al sujeto el comienzo de la fase de respuesta de carga y el inicio de un nuevo ciclo de marcha.

La órtesis tobillo-pie presentada en la figura 3.5, fue sometida al par de control definido por la ecuación (3.18, el cual se prueba en tiempo real utilizando las instalaciones del Laboratorio LISSI. La órtesis se fija a la pierna del usuario por medio de correas para que el conjunto se mueva sincrónicamente. La órtesis está equipada con un codificador incremental que mide el ángulo θ entre el pie y la caña.

El par de control se calcula utilizando el entorno Labview que entrega la señal para controlar la posición del actuador. La órtesis está equipada con un motor de DC que entrega hasta $\tau = 15 \text{ N} \cdot \text{m}$

Se realizaron cinco sesiones para evaluar la repetibilidad y la consistencia de los resultados.

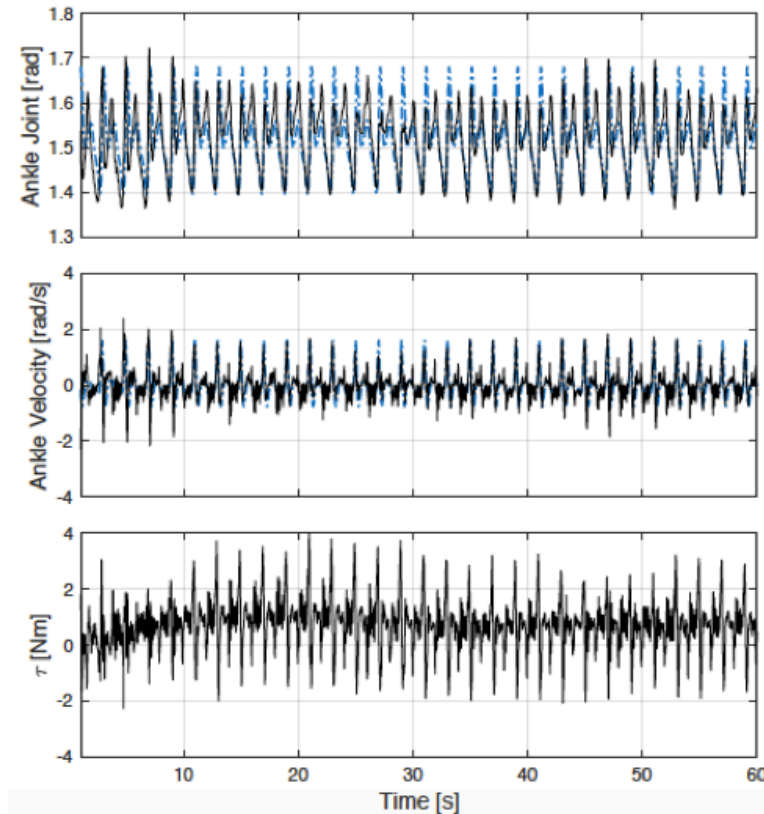


Figura 3.9: La representación del rendimiento del sistema: seguimiento del perfil del ángulo de tobillo deseado durante la sesión completa. En las dos primeras gráficas, la línea azul punteada representa el perfil deseado y la línea negra continua es el perfil actual. En el último gráfico (abajo), el par de control está representado.

Durante las sesiones de asistencia, el ángulo de la articulación del tobillo fue capaz

de seguir el perfil deseado en los primeros segundos y mejorar su rendimiento conforme pasaba el tiempo, como se representa en la figura 3.9.

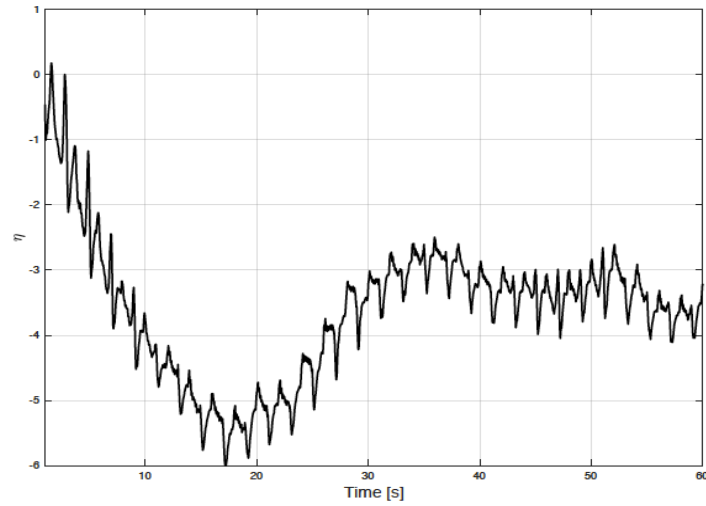


Figura 3.10: Rendimiento de los parámetros del observador del sistema durante la sesión completa.

Además, se grabaron dos sesiones con el motor de la AAFFO apagado para comparar los resultados con los registrados durante las cinco sesiones de asistencia.

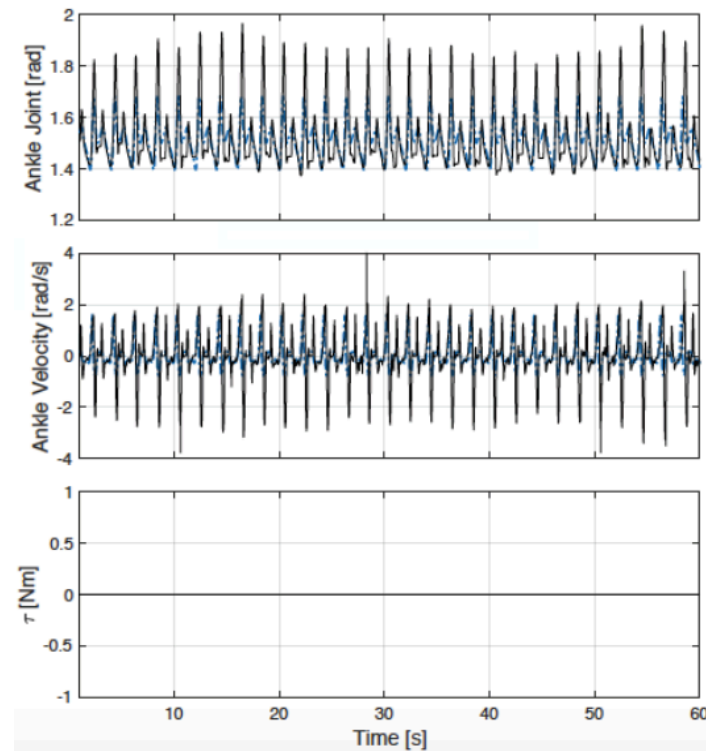


Figura 3.11: La marcha normal del usuario (sin asistencia). En las gráficas, la línea azul punteada representa el perfil deseado y la línea negra continua es el perfil actual.

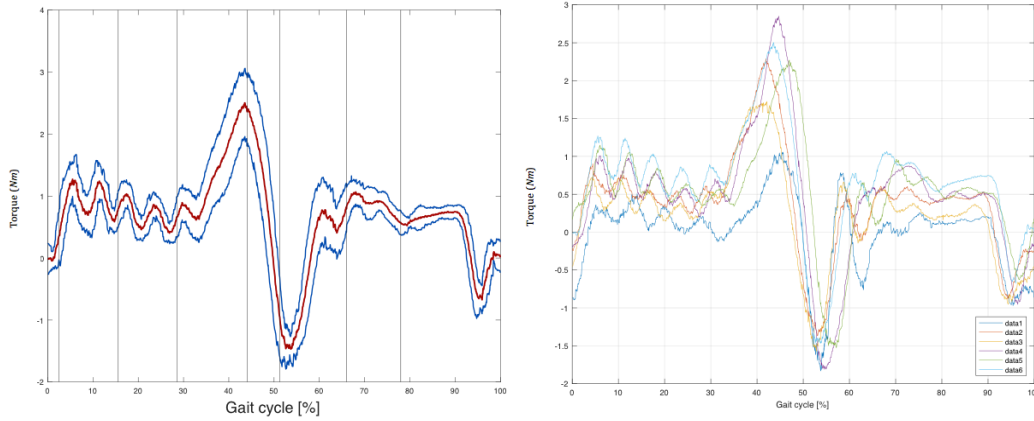


Figura 3.12: Análisis del torque del control durante las pruebas experimentales: a la izquierda, el par de asistencia media normalizado del sistema. La línea roja representa el valor medio y las líneas azules son las desviaciones estándar, las divisiones verticales representan las diferentes fases de la marcha. A la derecha, asistencia promedio normalizada de sesiones múltiples con el AAFO que proporciona torque al tobillo. Cada línea representa una de las seis sesiones de asistencia.

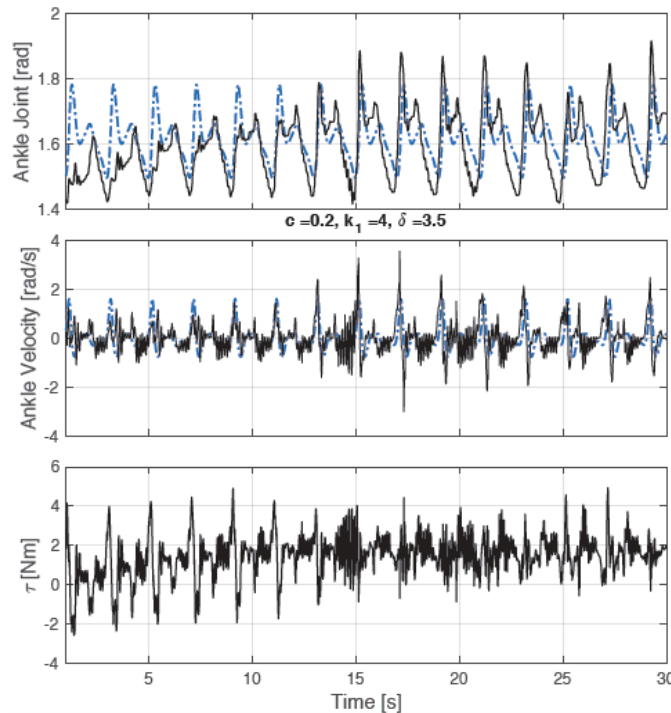


Figura 3.13: Presentación de una perturbación externa en pruebas realizadas. La línea azul punteada representa el perfil deseado y la línea negra continua es el perfil actual. El par de control está representado en la tercera gráfica.

En primera instancia se tenía que cuidar la amplitud del torque ya que no podía pasar

el límite que daba el motor, en una de esas pruebas el sistema empezó a vibrar, en algunas ocasiones el sistema vibraba tanto que se tuvo que parar el sistema completo para realizar una nueva prueba, pero se obtuvo esta prueba donde el sistema se repone a esta vibración externa que se tomó como perturbación externa y el sistema se repuso y realizó el seguimiento del ciclo de marcha.

Se acompañan los resultados anteriores con el diseño del sistema:

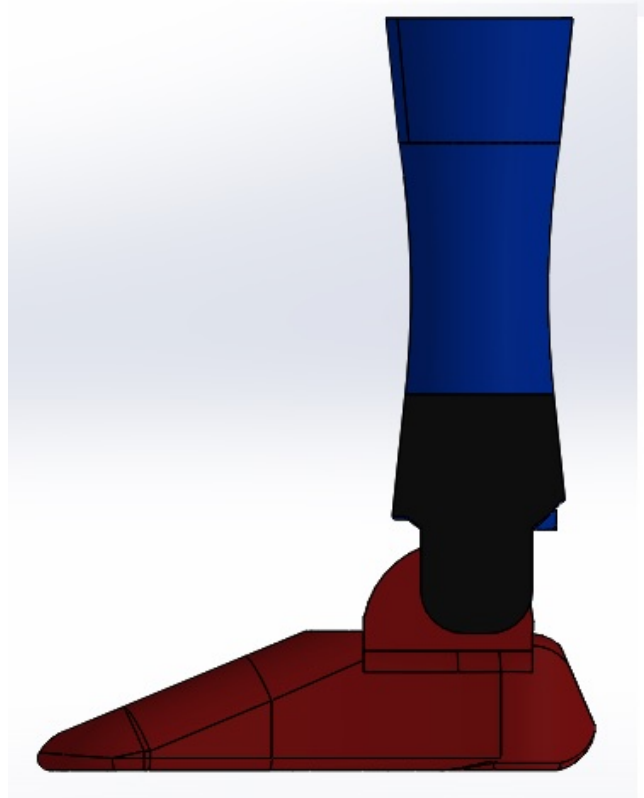


Figura 3.14: Diseño de órtesis activa para visualizar su comportamiento.

3.5. Conclusiones

En este capítulo se presentó una estrategia de control completa utilizando Funciones de Lyapunov de Control, Fórmula General de Sontag y Control por Rechazo Activo de Perturbaciones para un sistema físico como fue una AAFO proporcionada por el Laboratorio LISSI. En este caso, la variable a controlar es la posición angular del sistema, ya que de acuerdo a la representación en espacio de estados, se tenía acceso a ella y el desarrollo de la estrategia de control se llevó a cabo favorablemente. Por lo tanto, las pruebas realizadas mediante simulación han constatado que el control basado en la estrategia de control desarrollada tuvo un buen desempeño, ya que se considera la dinámica del sistema

que no puede ser modelada, y las perturbaciones externas que se pueden presentar. Se observó además que el desarrollo de la estrategia de control puede ser aplicada a sistemas que pueden ser modelados como péndulo simple como se mostró en el capítulo 2. Se corroboró en las pruebas realizadas que el sistema cumple con lo requerido como estimar la variable requerida que integraba la función del sistema y las perturbaciones externas, lo cual es de gran ayuda ya que cualquier modelo matemático de algún sistema físico contiene incertidumbre y al realizar pruebas experimentales con un sistema real al no ser un entorno ideal pueden presentarse perturbaciones.

Conclusiones

En este trabajo de tesis se analizó el modelo matemático del péndulo simple como inicio para poder saltar a sistemas que pueden ser modelado como péndulo simple, llamándolos en este trabajo como sistemas péndulo (SP). Además se presentan tres estrategias de control las cuales se unieron para el control en primer estancia del SP y después lograr la aplicación de una órtesis activa.

La primera estrategia de control incluye la definición de una Función de Lyapunov de Control la cual da inicio al desarrollo y la aplicación de la Formula General de Sontag como se mostró en los capítulos 2 y 3 de este trabajo de investigación en primeras pruebas funcionaba correctamente el sistema en general, después en base a lo investigado al ciclo de marcha y todo lo que comprenden los sistemas como órtesis y así también en el entorno de trabajo se creyó que era necesario integrar una estrategia de control para que englobara partes que no se habían considerado. Esto es, como la dinámica del sistema que contiene incertidumbre y al momento de llevar a pruebas experimentales el control puede tener un comportamiento totalmente diferente que los obtenidos en simulaciones, fue una parte que se requería integrar, también las perturbaciones externas que se presentan y no pueden ser controladas.

Como primera contribución se abordó el problema de seguimiento de trayectoria mediante la union de las estrategias: Formula General de Sontag y Control por Rechazo Activo de Perturbaciones, la cual se enfoca en hacer que el error de la señal deseada y la señal actual tienda a cero, esto se llevo acabo por medio de las definiciones que se realizaron internamente en el proceso del diseño de la estrategia de control. Resultados de simulaciones y experimentales demostraron la eficiencia y rápida respuesta el sistema.

La segunda estrategia de control incluyó lo mencionado anteriormente, aplicado a SP. El SP que era de real importancia observar su comportamiento fue el de la órtesis activa, la cual se encuentra formada por pares que se presentan en la articulación de tobillo como se mostró en el capítulo 3. El problema a resolver era poder realizar un seguimiento de

trayectoria en los SP, y así también en la órtesis activa realizar los movimientos que se presentan en el ciclo de marcha los cuales son: dorsiflexion y plantiflexion.

Los resultados obtenidos hasta ahora pueden ser aplicados a diversos sistemas que pueden ser modelados como péndulo simple. También, podrían extenderse para analizar sistemas que se representen mediante un doble integrador.

Finalmente, este trabajo de investigación es un preámbulo para desarrollar trabajos futuros donde se vea implicada la necesidad de realizar una tarea en específico como lo es un seguimiento de trayectoria. Resaltando lo siguiente:

- El diseño del control puede ser aplicado a aquellos sistemas que puedan ser modelado como un SP, así como la articulación de la rodilla, el codo, etc.
- Aplicar la estrategia de control desarrollada proporcionaría un adecuado funcionamiento del sistema ya que engloba puntos importantes del sistema en general.
- Se puede extender la aplicación de la estrategia de control, como trabajo a futuro poder ser aplicado a pacientes que necesiten rehabilitación y recuperar movimiento en la articulación del tobillo.

Apéndice A

Ciclo de Marcha

Como parte del desarrollo de este trabajo de investigación y poder analizar el ciclo de marcha de una persona, utilizando el sistema desarrollado en el Laboratorio de Control por un compañero se obtuvo la marcha de una persona sana de 26 años, 63 Kg y 163 cm.



Figura A.1: Sistema de sensores para obtener del ángulo del tobillo

Se obtuvo el ciclo de marcha del miembro inferior en específico del tobillo. Para la obtención se utilizó un acelerómetro y un girómetro el cual registra movimientos rotacionales y mide su velocidad angular.

Como se puede observar en la figura A.1 se colocaron de manera precisa en y el pie sobre la pierna a la altura del tobillo esto es para obtener los ángulos generados por el tobillo. Se realizaron varias pruebas para comparar las medidas obtenidas en las cuales

se guardaron los registros y utilizando Matlab se pudo visualizar la gráfica del ciclo de marcha.

Se realizaron varias sesiones donde el sistema que se observa en la figura ?? se colocaba en la pierna arriba del tobillo y se recolectaban los datos en una computadora para después ser analizados. Las pruebas se realizaron en el Laboratorio de Control Avanzado y Sistemas Ciberfísicos de la Facultad de Ciencias de la Electrónica.

Las gráficas del ciclo de marcha obtenidas se compararon con las encontradas en la literatura, en donde se reporta el ciclo de marcha de un paso de una persona sin ninguna discapacidad, las cuales varían dependiendo de los factores del entorno y la manera en que se obtiene el ciclo de marcha. El ciclo de marcha obtenido de mi tobillo de un solo paso se puede observar en la figura A.2

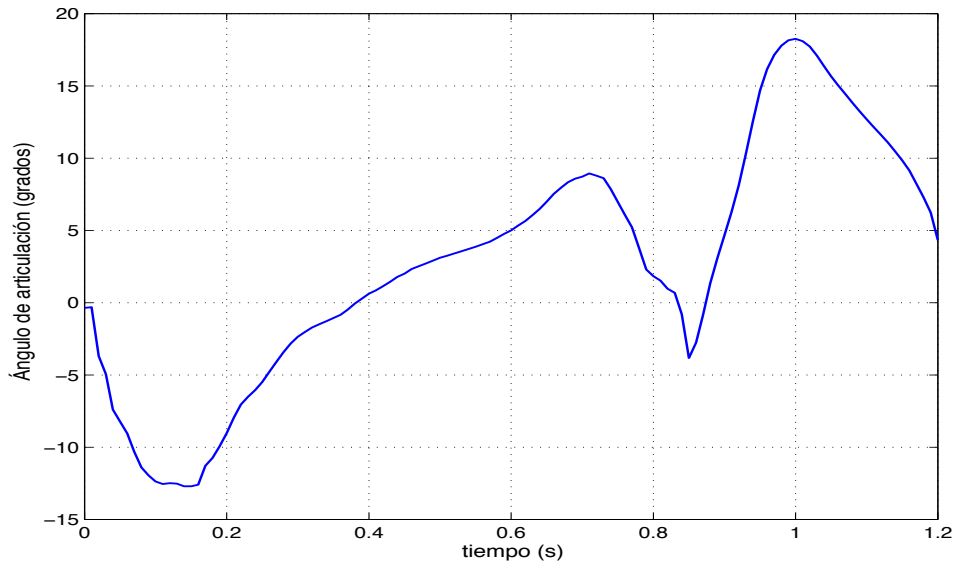


Figura A.2: Ciclo de marcha de tobillo de Lessia Saynes

Apéndice B

Internship Period

Implementation of a Lyapunov based Control of an Ankle-Foot Orthosis during Walking

B.1. Abstract

In this section, a report about the activities realized in the University Paris Est-Créteil (LISSI- Lab) is presented. First the preliminaries section is presented and also the realized activities are described. In addition, results are shown with the purpose review the advances during the internship months.

B.1.1. Introduction

With the motive to strengthen and complement the research work done during the preparation of the thesis Control basado en Funciones de Lyapunov de Control (CLF) para sistemas mecánicos modelados como péndulo simple: aplicación al control de órtesis activas, a residence will be held at Université Paris-Est Créteil (UPEC), France for three months (from May 1 to July 31, 2017) under the supervision of Dr. Hala Rifai and Dr. Samer Mohammed, during the period of residence the research purpose "Implementation of a Lyapunov based Control of an Ankle-Foot Orthosis during Walking", the main objective is implement and test experimentally the control algorithms and control designed and tested with simulations throughout the development of the thesis work.

B.1.2. General Objective

The overall objective at the residence is to perform the implementation of the control strategy based on Lyapunov in a órtesis ankle-foot during walking experimentally.

As part of the research carried in the residence, we have the following specific objectives:

- Implement control based on Lyapunov Functions for an ankle-foot orthosis.
- Implement the trajectory cycle tracking control.
- Implement the tracking control by joining two Lyapunov Control functions.

B.1.3. Activities and results

In the table B.1, it presents the schedule of activities that took place in the residence in the period between May 1 and July 31, 2017.

Schedule	
Activity	Date
Adapt and condition the active orthosis.	May 2 to May 12
Implement and test the operation the control algorithm.	May 15 to May 26
Implement the tracking control for the active orthosis using a sinusoidal signal.	May 29 to June 9
Implement the tracking control using ankle gait cycle.	June 12 to June 23
Experimental trials using trajectory tracking control.	June 26 to July 8
Report the results obtained during the investigation in simulation tests. Also compare results of tracking control during the experimental tests.	July 10 to 31 July

Cuadro B.1: Schedule of residence.

The system provided by the LISSI Laboratory was coupled to be able to apply the control strategy developed in chapter 2, it was applied to a physical system as already mentioned and the results were presented in chapter 3.



UNIVERSITÉ
PARIS-EST CRÉTEIL
VAL DE MARNE



Invitation letter

Vitry Sur Seine, France
April 18th 2017

Dear Ms. Lessia Monserrat SAYNES TORRES (Passeport N°: G22824592),

On behalf of the LISSI Lab of the University Paris Est Créteil (UPEC), I would like to invite you to join our group for a research stay of 3 months starting from next May 2017 to July 2017.

Your research proposal is entitled **“Implementation of a Lyapunov based Control of an Ankle-Foot Orthosis during Walking”**. One of the key points that will be investigated in this internship is to develop a new framework for the real-time control of an ankle-foot orthosis. The proposed control strategy is based on the Control Lyapunov Function that uses the Sontag General Formula, which provides appropriate feedback to the controlled system. Based on a mathematical model of the human lower-limb augmented by the ankle-foot orthosis, the proposed control law should ensure satisfactory trajectory performances. One of the main advantages of the proposed control law is the explicit inclusion of the tracking speed in the control formulation, which provides natural robustness with respect to static and dynamic input uncertainties. Real experimentation will be conducted at the LISSI lab to support the theoretical results in terms of control performances.

Your supervisor during the stay will be Dr. Hala Rifai and Dr. Samer Mohammed. During the stay, you will have the access to the state of the art here at the LISSI Lab. as well as general resources provided by the UPEC (e.g. libraries and computer center). There will be no financial liabilities on the Host.

I look forward to meeting you and wish you a productive and successful time at the University Paris Est Créteil (UPEC).

Sincerely,
Dr. Samer Mohammed
Université Paris-Est Créteil (UPEC).

LISSI
Laboratoire Images Signaux et Systèmes Intelligents
-E.A. 3956-
UNIVERSITÉ PARIS EST CRETEIL
122 rue Paul Armangot 94400 VITRY S/SEINE

UNIVERSITE PARIS EST CRETEIL - VAL DE MARNE (UPEC)
LISSI 120-122, rue Paul Armangot 94400 Vitry Sur Seine
samer.mohammed@u-pec.fr

tél. : +33 (0)1 41 80 73 18
fax : +33 (0)1 41 80 73 76
Mob : +33 (0)6 34 48 21 02

Figura B.1: Invitation letter for realizing the intership period.

Apéndice C

Publicaciones

A continuación se presentan las publicaciones realizadas durante el periodo - .

1. Torres, L. M. S., Castellanos, J. F. G., & Dominguez, A. M. R. (2017, March). Non-linear control of an active ankle orthosis. In Humanitarian Technology Conference (MHTC), IEEE Mexican (pp. 58-63). IEEE

Nonlinear control of an active ankle orthosis

Lessia Monserrat Saynes Torres, José Fermi Guerrero Castellanos, Ana María Rodríguez Domínguez

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
 Facultad de Ciencias de la Electrónica (FCE-BUAP)
 lessiam.saynes@alumno.buap.mx
 fermi.guerrero@correo.buap.mx
 amrodriguez@ece.buap.mx

Resumen—This paper deals with the problem of trajectory tracking for a lower limb orthosis performed at the level of the ankle joint, based on its mathematical model, a solution is proposed by designing a control strategy that a priori takes into account allowed dimensions of the control signal *i.e.* the position and the speed that the orthosis can reach, to make the system follow a predefined desired path. The main advantage of this control law is the inclusion of the desired tracking speed using a saturation function. Experimental results support the theoretical results, showing the performance of the control system.

I. INTRODUCCIÓN

En México no existen informes exactos y actualizados sobre las lesiones en el tobillo o patologías que se presentan en el pie, pero en [1] informa que el 82.6% de los accidentes de trabajo, el tobillo y pie ocupan un 27.6%. En los dos casos anteriores el caminar se convierte en un desafío debido a la incapacidad de la persona en controlar el pie con movimientos del tobillo. En la actualidad los tratamientos existentes consisten en la asistencia o algún mecanismo que ayude a aumentar la capacidad ambulatoria de la persona. Por ser una parte principal para poder realizar la acción de marcha, ya que el tobillo actúa como un puente de contacto entre el cuerpo y el pie, el cual a su vez, crea un vínculo dinámico con el suelo, es por ellos el interés en su análisis.

La marcha humana puede verse afectada por un conjunto grande de traumatismos y patologías que modifican notablemente la dinámica natural [2]. Por ello, como se mencionó anteriormente es necesario un sistema que ayude tanto a su recuperación como a aumentar su capacidad en la acción de caminar, para ello existen sistemas llamados órtesis de los cuales se dividen en dos tipos: activas y pasivas, en este trabajo de investigación se tiene interés en las de tipo activas.

Las órtesis activas pertenecen a la categoría de robots portátiles y proporcionan servicios de asistencia a personas mayores, personas que sufren debilidad física o incluso personas discapacitadas, se han convertido hoy en día en una importante aplicación, son dispositivos mecatrónicos equipados con sensores que recopilan información sobre la actividad de los músculos de los miembros, postura, etc. En general consisten en un mecanismo estructural externo acoplado a la persona y cuya forma corresponde a la de

la parte del cuerpo humano que emula. El contacto entre el usuario y la órtesis permite transferir potencia mecánica y señales de información, estas señales se utilizan para controlar el movimiento de las órtesis [3].

Las órtesis se accionan por medio de actuadores que realizan una trayectoria bien definida de las extremidades que encarnan. La trayectoria deseada puede ser predefinida por un médico durante la rehabilitación, por ejemplo, o calculada instantáneamente con respecto a la intención del usuario.

Las órtesis de las extremidades inferiores están diseñadas principalmente para actuar sobre la articulación de la rodilla, el tobillo, la cadera o todas ellas. Diferentes trabajos han tratado el problema de controlar las órtesis de las extremidades inferiores. La órtesis [5] ha sido diseñada para tratar un paso patológico conocido como pie caído, ayuda a disminuir las dos complicaciones que se presentan como son el golpe de talón y el arrastre de los dedos en la fase de oscilación, lo que permite aumentar el rendimiento del usuario. En [7] se desarrolla un prototipo de órtesis activa para personas sin movimientos en las extremidades inferiores, incorporada con técnicas de control para reproducir el caminar humano. La órtesis activa de tobillo [8] se desarrolla para asistir a personas con problemas de difusión en el nervio peroneo o mas conocido como pie caído, se diseño la estrategia de control para manipular la posición angular y la velocidad de respuesta de la articulación.

El desarrollo de leyes de control que permitan obtener señales de control acotadas es de constante interés ya que todos los dispositivos de control (actuadores) están sujetos a restricciones de amplitud, fuerzas, torques, voltaje, flujo, etc. En realidad, todas las entradas físicas en cada tecnología están restringidas, así que es una necesidad, el diseño de controladores que tomen en cuenta estas características [9].

En el presente trabajo se aborda el problema de seguimiento de trayectoria de una órtesis de tobillo, y se propone una solución mediante el diseño de una estrategia de control que a priori toma en cuenta las cotas máximas permitidas de la señal de control. Esto permite maximizar el uso de los actuadores, sin poner en riesgo la estabilidad

Bibliografía

- [1] Russ Tedrake. (2009). "Underactuated Robotics: Learning, Planning, and Control for Efficient and angle Machines". Massachusetts Institute of Technology: Course Notes for MIT 6.832.
- [2] Z. Artstein. Stabilization with relaxed controls. "Nonlinear Anal. Theory Methods Applic", 7(11):1163 -1173, 1983.
- [3] Rodríguez Rubio, Francisco, López Sánchez Manuel Jesús "Control Adaptativo y Robusto", Universidad de Sevilla, España.
- [4] E.D. Sontag. Mathematical control theory: deterministic finite dimensional systems, volume 6. Springer, 1998.
- [5] Aaron D. Ames, Kevin Galloway, J. W. Grizzle, and Koushil Sreenath. "Rapidly Exponentially Stabilizing Control Lyapunov Functions and Hybrid Zero Dynamics." Pag. 1-15.
- [6] Hermida, R. (2009). CLF: "Funciones de Lyapunov de Control".
- [7] Ogata K., "Ingenieria de Control Moderna", 3ª Ed., 1998, pp. 2-3.
- [8] Kapitaniak T., and Kurths J. "Synchronization of pendula systems". The European Physical Journal. 2014, Abril: Vol: 223, Núm. 4; pp. 765-767.
- [9] Rifai H., Mohammed S., Daachi B, Amirat Y. "Adaptive Control of a Human-Driven Knee Joint Orthosis", IEEE International Conference on Robotics and Automation. 2012. Pag.2486-2491
- [10] Blaya, J. A., Herr, H. (2004). "Adaptive control of a variable-impedance ankle-foot orthosis to assist drop-foot gait". IEEE Transactions on neural systems and rehabilitation engineering, 12(1), pp. 24-31.
- [11] Alvarez J., Cuesta R. and Rosas D. "Robust output synchronization of second-order systems". The European Physical Journal, Abril 2014, Pag. 757- 767

- [12] López Herrera L, Villa Duque J., “ Implementación de un control de mínima varianza en un péndulo simple”, Colombia Pag.33-39.
- [13] Kumpati S. Narendra, Jeyendran Balakrishnan, “Adaptive Control Using Multiple Models”, IEEE, Febrero 1997, Pag. 171-178
- [14] Grosso, J. M., Tibaduiza, D. (2011). “Diseño conceptual de un exoesqueleto para asistir la rehabilitación de miembro inferior”. UNAB, Bucaramanga, Colombia.
- [15] Tibaduiza, D., Chio, N., Grosso, J. M., Anaya, M. (2011, January). “Diseño de un exoesqueleto Mecatrónico de brazo basado en Screws y Robots paralelos”. In Congreso Internacional de Ingeniería Mecatrónica-UNAB (Vol. 1, No. 1).
- [16] Arcos, J., Tovar, A. (2013). “Control óptimo LQR de un exoesqueleto de marcha”. Intekhnia, 7(2).
- [17] Font-Llagunes, J. M., Arroyo, G., Alonso, F. J., Vinagre, B. M. (2010, November). “Diseño de una órtesis activa para ayuda a la marcha de lesionados medulares”. In Enviado a) XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, Ciudad Real.
- [18] Andrés, G. M. F. (2006). “Diseño y Control de una Ortesis Activa de Tobillo para Personas con Problemas de Pie Caído”.
- [19] Araújo, M. V., Alsima, P. J., Medeiros, A. A. D. D., Pereira, J. P., Domingos, E. C., Araújo, F. M., Silva, J. S. (2009). “Development of an active orthosis prototype for lower limbs”.
- [20] Villa Parra, A. C. (2011). “Sistema de control para asistir el movimiento de dorsiflexión de pie caído en la fase de oscilación de la marcha en pacientes hemipléjicos”.
- [21] Dollar, A. M., Herr, H. (2008). “Lower extremity exoskeletons and active orthoses: challenges and state-of-the-art”. IEEE Transactions on robotics, 24(1), 144-158.
- [22] Veneva, I. (2010, February). “Intelligent device for control of active ankle-foot orthosis”. In 7th IASTED international conference on biomedical engineering; 17?19 february (pp. 100-105). Acta Press.
- [23] Liberzon D., “Nonlinear and Adaptive Control”, Fall 2012 Lecture Notes, Noviembre 2012, pp. 6-9.
- [24] Ramirez Martínez S., “Control cooperativo basado en eventos para sistemas multi-agentes”, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla 2015 pp. 5-11

- [25] Andrieu, V., Prieur, C. (2008, December). "Uniting two control Lyapunov functions for affine Systems". In Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on (pp. 622-627). IEEE.
- [26] Whittle, M. W. (2014). "Gait analysis: an introduction. Butterworth-Heinemann".
- [27] Palmer, M. L. (2002). "Sagittal plane characterization of normal human ankle function across a range of walking gait speeds".(Doctoral dissertation, Massachusetts Institute of Technology).
- [28] ??Estadísticas sobre Accidentes y Enfermedades de Trabajo del 2014". Prevenir México. Recuperado el 19 Enero 2017, de <http://prevenir.com.mx/2015/09/27/estadisticas-sobre-accidentes-y-enfermedades-de-trabajo-del-2014/>
- [29] Marrero M. C. Rodrigo. "Biomecánica Clínica de las Patologías del Aparato Locomotor". Editorial Masson Elsevier. España. 2007.
- [30] Autores varios. "Miembro Inferior y Marcha Humana. Curso de formación de técnicos ortoprotésicos" "EUROFORM". Fondo Social Europeo. España. 1994.
- [31] Sauer, P. Kozlowski, K. Morita, Y. Ukai, H. "Ankle Robot for People with Drop Foot - Case Study". Lecture Notes in Control and Information Sciences, Robot Motion and Control. Springer-Verlag. Berlin. 2009.
- [32] Xue, W., Huang, Y., Gao, Z. (2016). "On ADRC for non-minimum phase systems: canonical form selection and stability conditions". Control Theory and Technology, 14(3), 199-208.
- [33] Yoo, D., Yau, S. T., and Gao, Z. (2007). "Optimal fast tracking observer bandwidth of the linear extended state observer". International Journal of Control, 80(1), 102-111.
- [34] Orozco S. M., Ibarra J. M. (2016). "Control con rechazo activo de perturbaciones para el caminado estable de humanoides basado en el péndulo invertido lineal". XVIIIICOM-Rob2016
- [35] Huang, Y., and Xue, W. (2014). "Active disturbance rejection control: methodology and theoretical analysis". ISA transactions, 53(4), 963-976.
- [36] Zheng, Q., and Gao, Z. (2010, July). "On practical applications of active disturbance rejection control". In Control Conference (CCC), 2010 29th Chinese (pp. 6095-6100). IEEE.
- [37] T. Jiang, C. Huang, L. Guo. "Control of uncertain nonlinear systems based on observers and estimators". Automatica, 2015, 59: 35 ? 47.

-
- [38] Q. Zheng, Z. Chen, Z. Gao. "A practical approach to disturbance decoupling control. *Control Engineering Practice*", 2009, 17(9): 1016 ? 1025.
- [39] W. Xue, Y. Huang. "Performance analysis of active disturbance rejection tracking control for a class of uncertain LTI systems". *ISA Transaction*, 2015, 58: 133, 54.
- [40] Han, J. (2009). "From PID to active disturbance rejection control. *IEEE transactions on Industrial Electronics*", 56(3), 900-906.
- [41] Arnez-Paniagua V., Rifai H., Amirat Y., Mohammed S., "Adaptive control of an Actuated-Ankle-Foot-Orthosis", 2017.
- [42] M. Jankovic, R. Sepulchre, P. V. Kokotovic, "Clf based designs with robustness to dynamic input uncertainties, *Systems Control Letters*?? 37 (5) (1999) 4554.
- [43] R. Sepulchre, M. Jankovic, P. V. Kokotovic, "Constructive Nonlinear Control, Springer", London, 1997.
- [44] J. Primbs, V. Nevistic, J. Doyle, "Nonlinear optimal control: A control lyapunov function and receding horizon perspective", *Asian Journal of Control* 1 (1) (1999) 14?24.
- [45] E. Hutin, D. Pradon, F. Barbier, B. Bussel, J.-M. Gracies, and N. Roche, "Walking velocity and lower limb coordination in hemiparesis *Gait and posture*", vol. 36, no. 2, pp. 205-211, 2012.