



BUAP

BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

Facultad de Ingeniería

Secretaría de Investigación y Estudios de Posgrado

Análisis de Estructuras de mampostería sin refuerzo

TESINA

Para obtener el grado de
Maestra en Ingeniería Estructural

Presenta:
María Dolores Cuéllar Juárez

Asesor:
Dr. Joaquín Lozano Mercado (FI-BUAP)

Puebla, Pue.

Septiembre 2014

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo presentar una metodología alternativa al análisis de estructuras de mampostería sin refuerzo, con especial énfasis en arcos. Con ayuda del programa SAP2000 realizamos un análisis *pushover* considerando el comportamiento no del material. Se muestra a detalle el método usado y en base a la teoría de arcos desarrollada por Heyman, se analizan los resultados obtenidos.

Abstract

This work aims to present an alternative to the analysis of unreinforced masonry structures, with special emphasis on arches methodology. Using the SAP2000 program we perform a pushover analysis considering the non-linear behavior of the material. The method used is shown in detail and on the basis of the arches theory developed by Heyman, the results are analyzed.

Indice

1. Introducción	
1.1. Antecedentes	3
1.2. Desarrollo histórico de la teoría de arcos de mampostería	5
1.3. Teoría básica de arcos	13
1.3.1. Análisis límite de arcos de mampostería	13
1.3.2. Generalidades del método del estado límite.....	17
2. Método <i>pushover</i>	
2.1. Descripción del método	19
2.2. Nivel de desempeño de una estructura.....	20
2.3. Consideraciones y alcances del método <i>pushover</i> en Sap 2000 ..	21
2.3.1. Pasos para realizar un análisis no lineal <i>pushover</i> en Sap 2000	22
3. Casos de estudio	
3.1. Modelo representativo de un arco	35
3.1.1 Análisis estático no lineal incremental del modelo de referencia	39
3.1.2 Análisis de resultados	53
3.2. Modelo representativo de una pila o columna de mampostería	54
3.2.1. Análisis estático no lineal incremental del modelo de referencia	55
3.2.2. Análisis de resultados	63
Conclusiones	64
Anexos	
A. Tablas y Gráficas	65
B. Método del Espectro de Capacidad según ATC-40	82
C. Manual para el cálculo de estructuras de mampostería sin refuerzo...	100
Bibliografía	111

1. Introducción

1.1. Antecedentes

Históricamente, el empleo de la mampostería como material de construcción ha sido muy importante, particularmente hasta antes del uso del concreto reforzado y el acero. De tal manera que un porcentaje muy importante de las construcciones con valor patrimonial están hechas de este material, tanto en México como en el resto del mundo. Observándose que un gran número de monumentos antiguos que se conservan han sobrevivido durante los tiempos a diversas sollicitaciones, el hecho de haber resistido estos eventos no implica que estén libres de peligro. Por ello es de especial importancia el estudio estructural de construcciones de mampostería.

El diseño y construcción de los edificios que hoy son parte del patrimonio cultural de la humanidad, fue posible gracias a la acumulación de conocimientos empíricos, transmitidos en secreto de generación en generación. Actualmente se cuenta con conocimientos, técnicas avanzadas de análisis y poderosas herramientas de cálculo automático que permiten modelar numéricamente, con gran precisión, el comportamiento mecánico de estructuras complejas. Sin embargo, el análisis estructural de edificios históricos de mampostería con fines de evaluación sísmica continúa siendo un desafío debido a una serie de factores: (a) la baja resistencia en tensión con falla casi-frágil de la mampostería, que implica comportamiento no lineal desde intensidades de carga pequeñas; (b) la gran heterogeneidad generalmente presente en estas construcciones dificulta asignar propiedades mecánicas globales al modelo del material; (c) el carácter compuesto del material; (d) la falla por corte no esta asociada, debido a la diferencia entre el ángulo de dilatancia y el ángulo de fricción interna de la mampostería; (e) las juntas comúnmente representan planos de debilidad que pueden tener orientaciones bien definidas o no, de acuerdo con su arreglo geométrico.

La participación de los ingenieros en proyectos de conservación o restauración de edificios dañados tiene dos fases. Primero, es necesario evaluar la seguridad sísmica de la construcción y segundo, en caso de ser necesario, diseñar las soluciones de refuerzo. En ambas fases el ingeniero necesita herramientas de análisis adecuadas y, posiblemente, diferentes entre sí. Para la evaluación sísmica es deseable el uso de una herramienta de análisis precisa, que permita identificar los mecanismos de falla críticos y decidir acerca de la necesidad o no de refuerzo. Por otro lado, para el diseño del refuerzo, y dado el carácter iterativo del proceso, es deseable contar con herramientas simplificadas que permitan evaluar rápidamente distintas opciones.

Se han desarrollado procedimientos para el análisis de estructuras de este tipo, como es el Método de los Elementos Finitos (MEF) no lineal, El Método de los Elementos Rígidos (MER) y el Análisis Límite con Bloques Rígidos (ALBR). El MEF, si se utiliza adecuadamente y si se conocen bien los parámetros de los materiales, permite llegar a niveles de precisión bastante altos. El MEF es adecuado para el estudio de monumentos y estructuras grandes o complejas, pero

consume una gran cantidad de recursos computacionales y de tiempo de pre y pos-procesamiento. El MER recurre a un modelo no lineal del material menos detallado, y a un modelo simplificado de la estructura, estas simplificaciones lo hacen menos preciso, pero tienen la ventaja de consumir menos recursos que el MEF y de reducir los tiempos de pre y pos-procesamiento. El MER es adecuado para el análisis de monumentos y edificios importantes, si se cuenta con recursos limitados, o para estructuras pequeñas. El ALBR es una herramienta simplificada tanto en términos del modelo constitutivo del material como del modelo estructural, pero que conserva los aspectos fundamentales del comportamiento mecánico de los edificios históricos de mampostería; consume pocos recursos; sin embargo, proporciona resultados adecuados para estructuras relativamente pequeñas o simples. El ALBR es adecuado para análisis en centros históricos o para estimar cantidades de refuerzo en cualquier estructura cuando se conocen con claridad los modos de falla críticos. Estas herramientas, aunque reducidas en número, cubren un espectro amplio de precisión en el análisis de estructuras históricas de mampostería¹.

En este trabajo se presenta otra forma de evaluar arcos y columnas de mampostería mediante el análisis *pushover*, con ayuda del programa de cómputo sap2000, observando que el elemento no falla inmediatamente como resultado de desarrollar una articulación en los soportes, en lugar de ello, el arco tiene una capacidad significativa para redistribuir momentos de la ubicación de las articulaciones para el resto del arco y se puede desarrollar la capacidad residual más allá de la formación de articulaciones.

1.2. Desarrollo histórico de la teoría de arcos de mampostería.

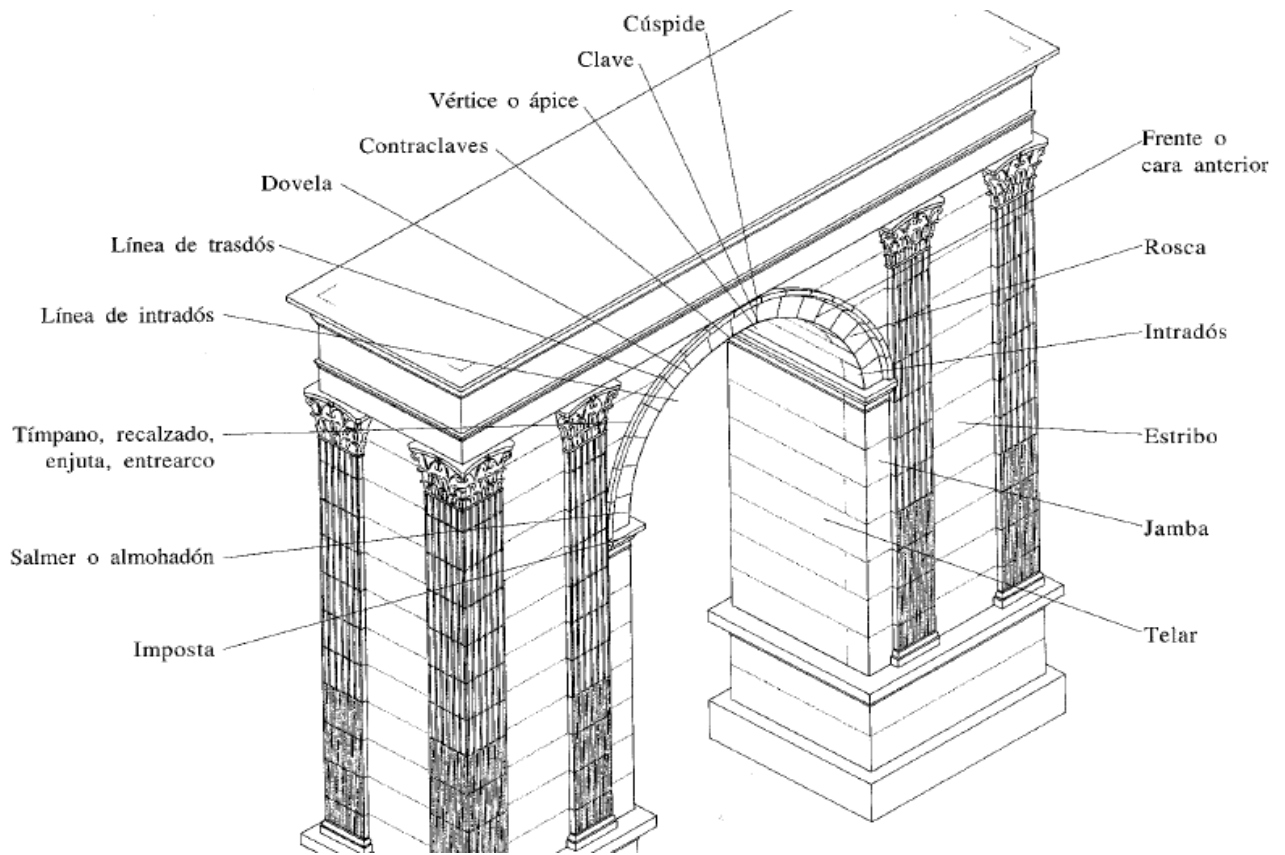


Figura 1.2.1 Elementos de un arco

El arco es la forma natural de salvar un vano con un material que resiste bien las compresiones y poco o nada las tracciones. Las dovelas de un arco se empujan entre sí al intentar caer hacia abajo y son precisamente estos empujes los que las mantienen en equilibrio. “el arco nunca duerme” dice un antiguo proverbio árabe, aludiendo el empuje constante que ejercen los arcos.

Leonardo Da Vinci (1452 – 1519) fue el primero en intentar un estudio mecánico de los arcos. El talento extraordinario de Leonardo se manifiesta con claridad en los ingeniosos ensayos para determinar el empuje de los arcos para conocer el equilibrio de las dovelas (fig. 1.2.2a). También le corresponde el descubrimiento del mecanismo correcto de colapso de los arcos por formación de articulaciones, anticipándose a los primeros ensayos publicados por Danyzy en mas de doscientos años (fig. 1.2.2b, fig. 1.2.3)

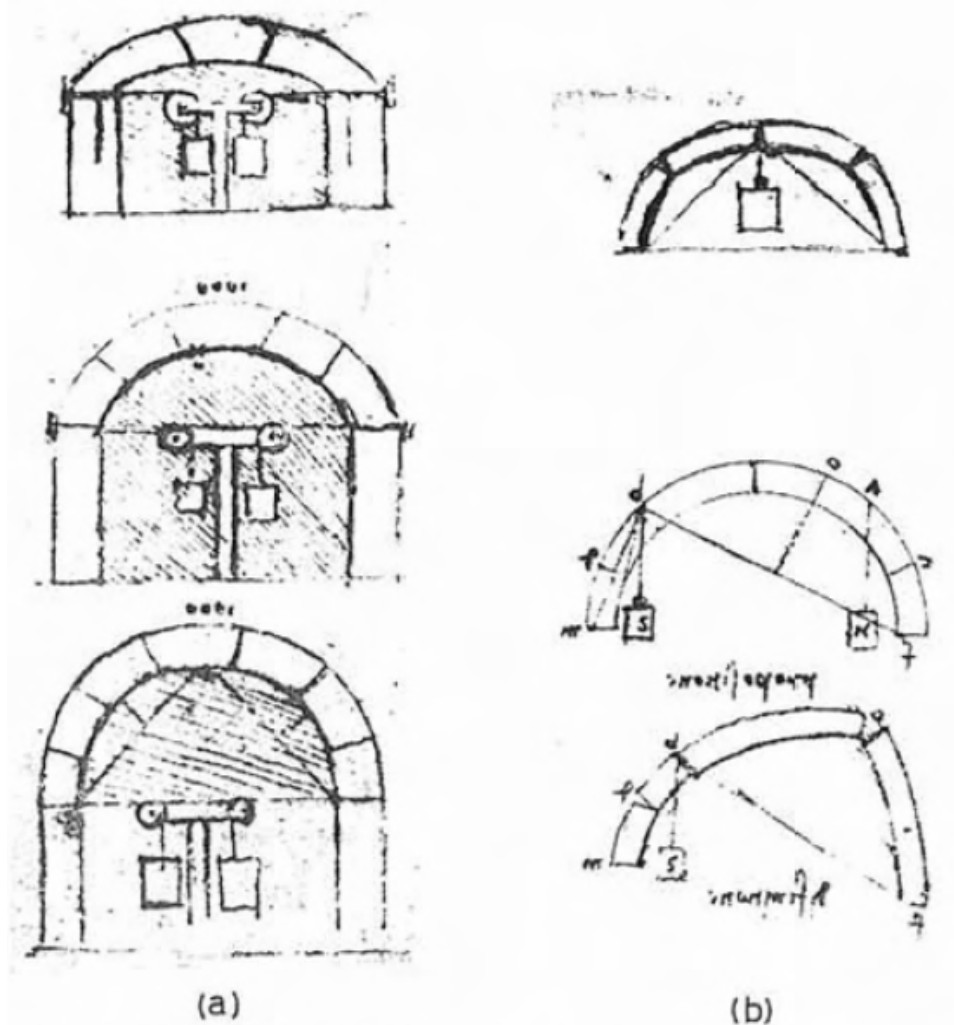


Figura 1.2.2. Ensayos sobre arcos

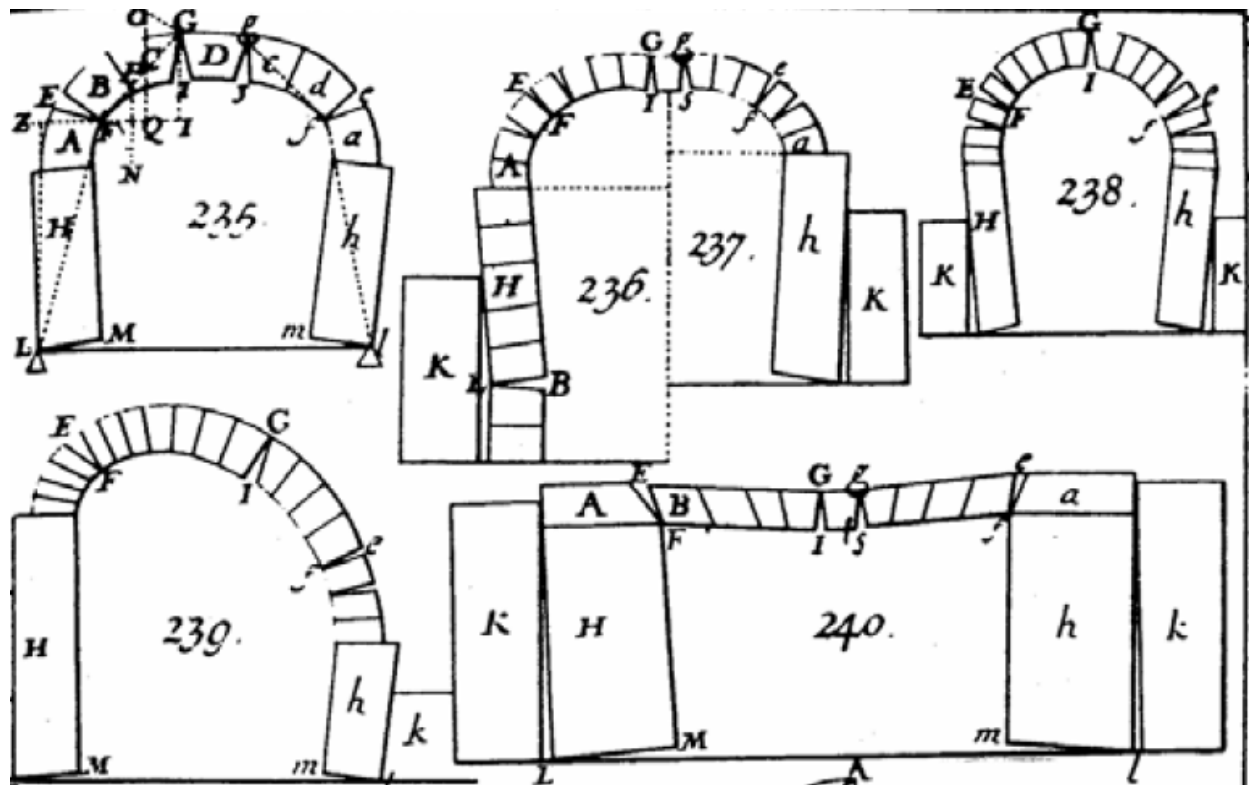


Figura 1.2.3. Mecanismos de colapso (ensayos de Danyzy 1732)

En Inglaterra es Robert Hooke quien en 1670 plantea por primera vez en términos científicos el problema del arco. Unos años mas tarde da la respuesta y propone la catenaria como figura ideal: “del mismo modo que cuelga el hilo flexible, así, pero invertido, se sostendrá el arco rígido” (fig. 1.2.4)

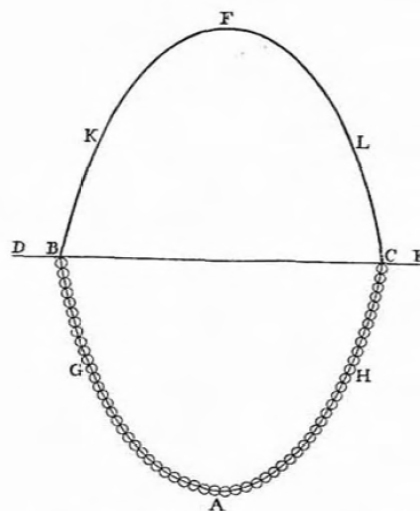


Figura 1.2.4. Catenaria invertida de Hooke

Gregory formula de forma independiente en 1705 el mismo principio y expone la condición de estabilidad de un arco: “solo la catenaria invertida es la forma correcta de un arco. Y si arcos de otras formas se sostienen es porque en su espesor hay contenida una catenaria”. Este es el principio de estabilidad de un arco de cualquier forma. Gregory, además, se da cuenta de que la analogía de la catenaria sirve también para dimensionar los estribos y, a continuación afirma: “la fuerza que en la cadena tira hacia adentro en el arco empuja hacia fuera. Todas las circunstancias relativas a la resistencia de los estribos sobre los que apoyan los arcos, pueden calcularse geoméricamente a partir de esta teoría, que es fundamental en la construcción de los edificios”.

En Francia, Philippe de La Hire emplea un enfoque distinto para tratar de entender la mecánica del arco de dovelas. Utiliza la teoría de la cuña, imaginando que las dovelas no presentan rozamiento entre si. Observa que cuando los estribos son insuficientes el arco o bóveda se rompe hacia la mitad entre la clave y los arranques, supone entonces, que la mitad superior del semiarco (MLEF en la fig. 1.2.5) actúa como una cuña que desliza sin rozamiento sobre el plano LM. Esto produce una fuerza en L que tiende a volcar el estribo. La Hire no fija la posición de la junta de rotura. El procedimiento de análisis es lo que hoy llamaríamos “limite” o “a rotura”, imagina un modo de colapso y establece el equilibrio entre las partes. El modo de colapso es incorrecto, por no tomar en cuenta el rozamiento, pero los resultados van casi siempre a favor de la seguridad. Sin embargo los buenos resultados y la sencillez del modelo matemático hicieron que las hipótesis de ausencia de rozamiento y de la cuña tuvieran una pervivencia de mas de un siglo.

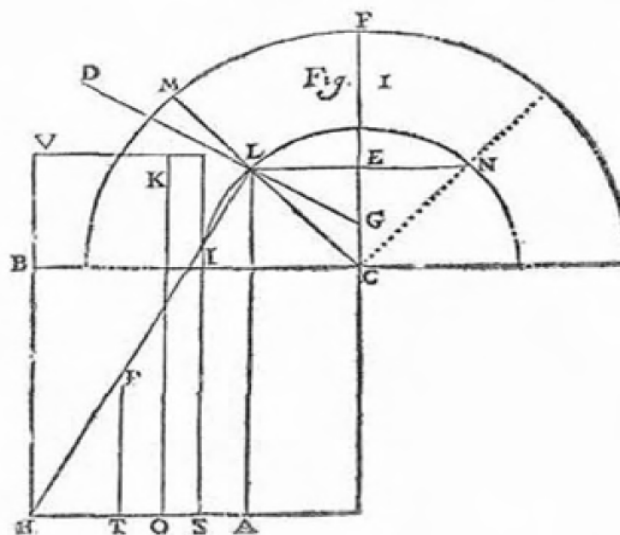


Figura 1.2.5 Calculo de los estribos por el método de la cuña (La Hire)

Coulomb analiza una bóveda simétrica (fig. 1.2.6) y como La Hire, aísla una parte por un cierto plano hipotético de corte Mm. El empuje horizontal en la clave, desconocido, estará comprendido entre ciertos valores limites en las hipótesis tanto de fallo por deslizamiento (considerando rozamiento y cohesión) como por

espesor puede contener infinitas líneas de empujes. Mery se contenta con definir un espesor que garantice la estabilidad (mayor que el del arco limite) y que asegure que las tensiones no superen un décimo de la resistencia del material. Moseley aplica un “principio de Reacción mínima”, para determinar la línea de empujes, esta resulta ser la que corresponde al empuje mínimo. Las memorias de Moseley y Méry cubren lo fundamental de la teoría de las líneas de empujes. Hay que citar la contribución de Barlow, que ideó ingeniosos ensayos sobre modelos para demostrar “la existencia en la práctica de la línea de empujes. Las siguientes aportaciones teóricas se ocupan de diferentes métodos de obtención de la línea de empujes y de la consideración de la resistencia del material del arco. Merecen citarse las contribuciones de Carvallo y Durand Claye.

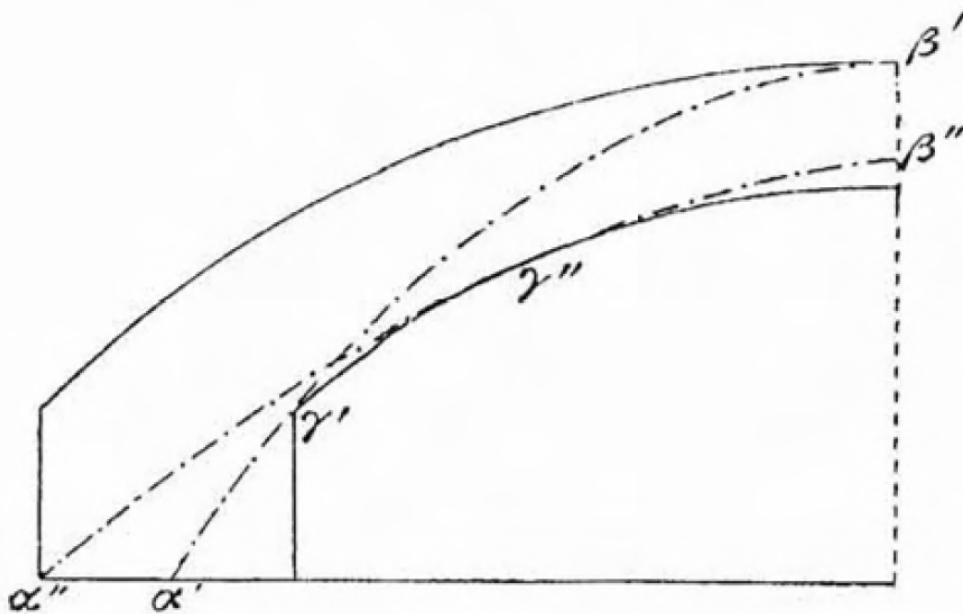


Figura 1.2.8. Líneas de empuje máximo ($\alpha'' \gamma'' \beta''$) y mínimo ($\alpha' \gamma' \beta'$)

Cálculo gráfico de líneas de empujes.

El cálculo analítico de las líneas de empuje era todavía demasiado largo para ser utilizado como una herramienta habitual por los ingenieros. El gran avance se produjo con la aplicación de los polígonos funiculares y de fuerzas, y de sus propiedades proyectivas, a la determinación de las líneas de empujes. Esto simplificó extraordinariamente el proceso de obtención de las líneas de empujes y, de hecho, popularizó la teoría del equilibrio de la bóvedas. El cálculo gráfico de líneas de empujes fue, a partir de los años 1870 la herramienta más usada por ingenieros y arquitectos.

Fue Culmann en su libro “La estática gráfica” (1866) quien desarrolló y popularizó los métodos gráficos de cálculo, entre ellos el de la línea de empujes. A este libro le siguieron, hasta finales del siglo XIX, centenares de libros de estática gráfica y en todos ellos había un capítulo o varios dedicados al cálculo gráfico de arcos y

bóvedas, con sus correspondientes estribos, empleando líneas de empujes (fig. 1.2.9)

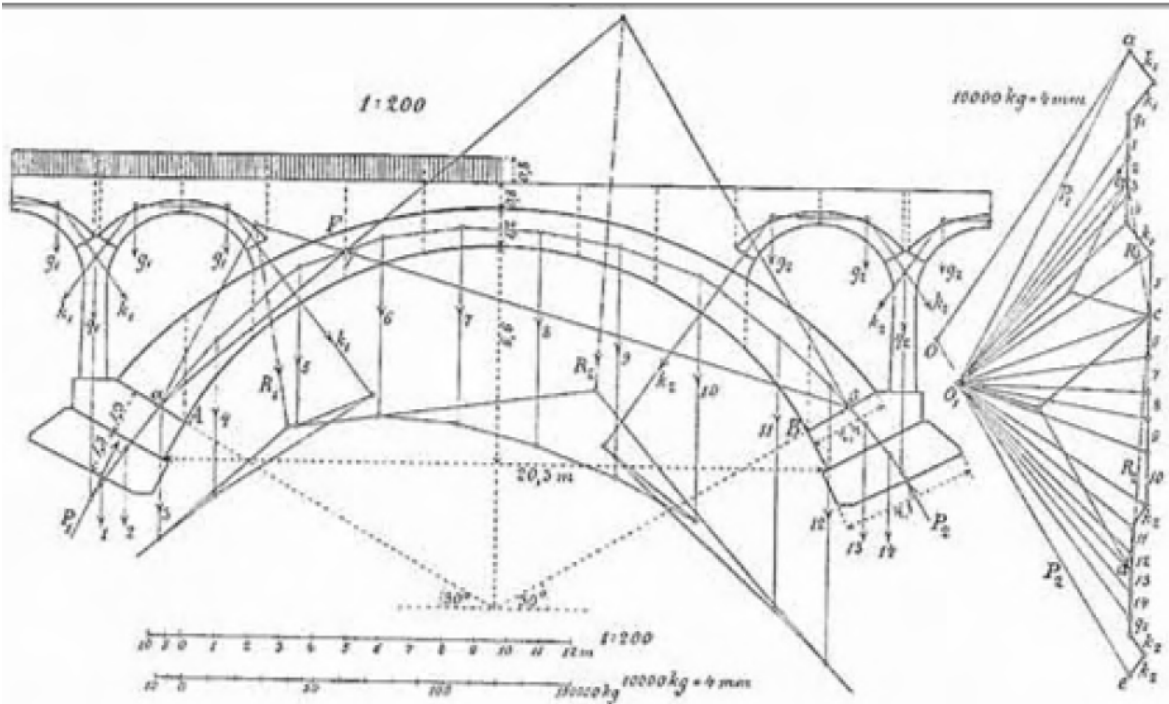


Figura 1.2.9 Cálculo gráfico de un puente

Fue Winkler el primero que propuso aplicar la teoría elástica a la determinación de la posición de la línea de empujes. Winkler era consciente de que la posición "elástica" de la línea de empujes podía sufrir perturbaciones: la deformación de las cimbras, el cedimiento de los estribos, los cambios de temperatura y el proceso de construcción. A estas habría que añadir la dificultad de definir las constantes elásticas para un material tan heterogéneo y anisótropo como la mampostería. No considera, sin embargo, que estas perturbaciones alteren sustancialmente la validez del análisis elástico. En esta época el desarrollo de la teoría elástica estaba en su apogeo y parecía normal aplicar la nueva teoría a todos los casos de cálculo.

La teoría elástica conducía a largos y penosos cálculos, sensibles, además, a las hipótesis realizadas en cuanto a las propiedades del material y a las condiciones de contorno. Los ingenieros eran conscientes de que la aparente precisión de los cálculos elásticos no se correspondía con la realidad de sus estructuras. Así que en el cálculo de arcos de mampostería se siguió empleando la estática gráfica, asumiendo implícitamente que las variaciones en la posición de la línea de empujes debidas a cambios en las condiciones no disminuirán la seguridad de la estructura.

Hacia 1950 el clima científico había cambiado, los complejos y exhaustivos experimentos realizados en Inglaterra los años 1930 habían demostrado,

experimentalmente, la gran sensibilidad de los resultados de los cálculos elásticos a pequeñas variaciones en las condiciones de contorno. De hecho, hubo que cambiar el rumbo y, en el decenio 1940-50, nació el cálculo plástico o a rotura de los pórticos de acero. Parecía razonable orientar la investigación hacia la capacidad de carga de las estructuras (análisis plástico) y no hacia la obtención de un estado tensional para cada punto (análisis elástico), muy sensible a condiciones de contorno fijadas arbitrariamente. El primer análisis límite de arcos de mampostería fue realizado por Kooharian a sugerencia de Prager, pero ha sido Jacques Heyman quien ha desarrollado principalmente la teoría del análisis límite de arcos y estructuras de mampostería en los últimos treinta años⁸.

1.3. Teoría básica de arcos de mampostería

1.3.1. Análisis límite de arcos de mampostería

Heyman observa que, si se cumplían determinados "principios", los teoremas fundamentales del análisis límite demostrados para estructuras de acero y concreto, se podían aplicar a las mamposterías. Estos principios son:

1. La mampostería tiene una resistencia a compresión infinita
2. La resistencia a tracción es nula
3. El fallo por deslizamiento es imposible

En estas condiciones, la superficie límite se convierte en dos rectas, siendo la condición de límite que el empuje este contenido dentro de mampostería, cuando la línea de empujes toca el borde se forma una articulación (fig.1.3.2.1).

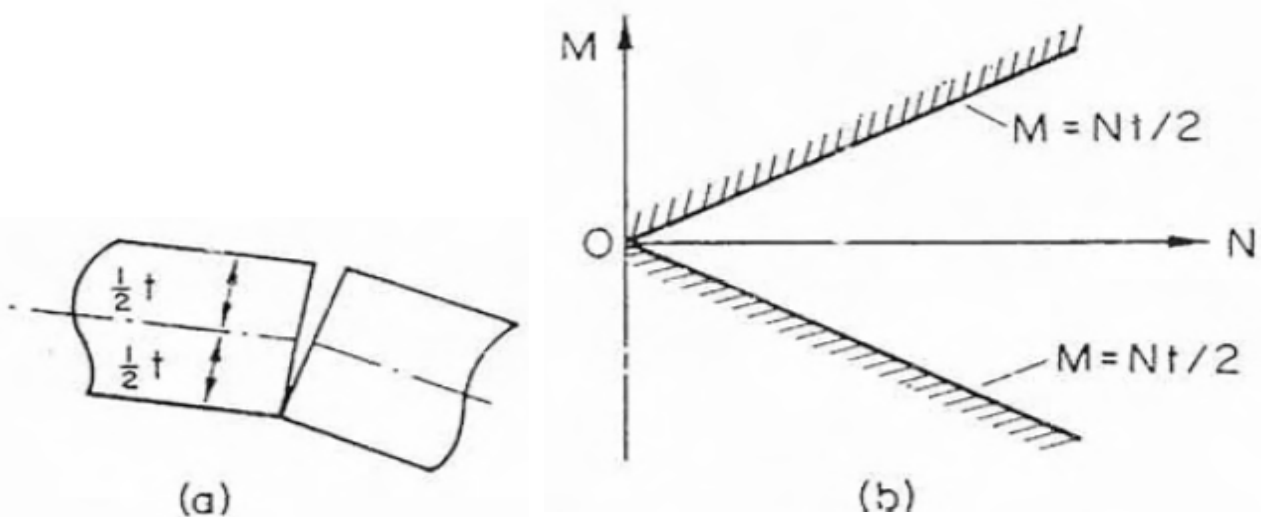


Figura 1.3.2.1. Condición de límite de un arco de dovelas (Heyman 1995)

El colapso se produce por formación de un número suficiente de articulaciones (como en los pórticos de acero) y debido a esto se puede demostrar los teoremas fundamentales del análisis límite. En particular, el primer teorema o teorema de la seguridad se puede enunciar de la siguiente manera: si es posible encontrar una línea de empujes en equilibrio con las cargas dentro del arco, éste no se hundirá. La potencia del enunciado radica en que la línea de empujes no tiene por qué ser la “real” (en el supuesto de que pudiera conocerse); basta con encontrar una cualquiera para poder afirmar que el arco es estable.

La seguridad esta determinada, en cada sección, por la distancia relativa del empuje a los límites del arco. Heyman ha definido en este contexto un coeficiente de seguridad geométrico para los arcos de mampostería comparando el espesor del arco real con el del arco límite, así el arco de la fig 1.3.2.2a, que tiene un espesor doble que el límite (fig. 1.3.2.2b), tendrá un coeficiente de seguridad de dos. Un colorario evidente es que si en vez de elegir la línea correspondiente al arco límite de mínimo espesor elegimos otra cualquiera, el coeficiente de seguridad respecto a esta línea representa un limite inferior del coeficiente de seguridad geométrico.

Heyman ha aplicado la idea del coeficiente de seguridad geométrico a la estimación de la resistencia de los puentes de mampostería, en este caso, además del peso propio hay que considerar una carga móvil a lo largo del puente. Para cada posición de la carga es posible calcular el arco límite, el coeficiente de seguridad resultará de dividir el espesor real por el del mayor arco límite (en general, la posición mas desfavorable corresponde a la carga móvil situada aproximadamente a $\frac{1}{4}$ de la luz respecto a los arranques). Concluye, tras el examen de varios ejemplos de puentes, que un coeficiente de dos representa una estabilidad suficiente.

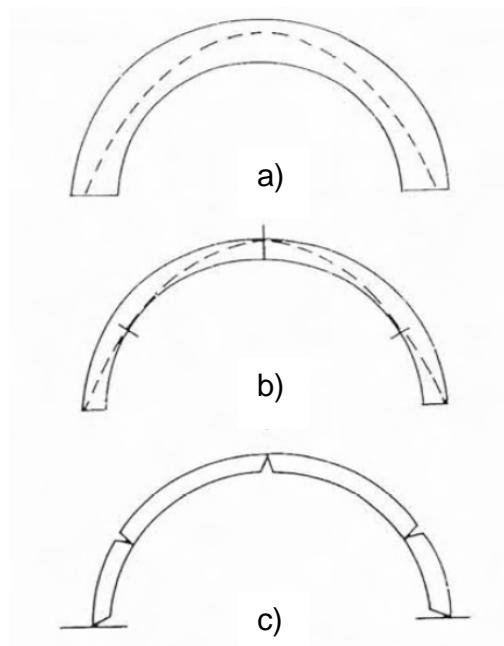


Figura 1.3.2.2. Arco límite y coeficiente de seguridad

El arco que se muestra en la figura 1.3.2.2a se construye sobre una cimbra o un andamiaje provisional. Una vez colocada la clave, la cimbra puede retirarse, y el arco empezará inmediatamente a empujar contra sus estribos; estos estribos (las riberas del río) cederán de forma inevitable. El arco –compuesto de dovelas resistentes y virtualmente rígidas- tiene que adaptarse a un ligero incremento de la luz, y lo hace formando grietas en determinadas juntas, que se muestran exageradamente como articulaciones en la figura 1.3.2.2b. de esta forma, el arco puede deformarse libremente para acomodarse a la nueva luz, y, a pesar de la fragilidad de sus elementos individuales, la estructura en su conjunto exhibe un comportamiento dúctil.

Las fuerzas estructurales de compresión deben pasar necesariamente por los puntos de articulación de la figura 1.3.2.2b, y la línea de trazos representa lo que podríamos llamar línea de empujes –esto es, la línea que representa el paso de la resultante de las fuerzas de compresión, de dovela a dovela, dentro del perfil del arco. Si se examina una junta concreta, la acción estructural en la junta queda determinada por la magnitud, dirección y punto de aplicación de la fuerza transmitida a través de la junta. La componente tangencial de la fuerza (el cortante) no tiene importancia, ya que se ha supuesto el desplazamiento no puede ocurrir; lo que se necesita es el valor de N de la fuerza normal en la junta, junto con el valor de su excentricidad, e , respecto a la línea media de la sección. Resulta conveniente trabajar con un momento flector $M=Ne$ como una segunda variable, de manera que las resultantes de tensiones M y N definan el estado del arco en cualquier sección⁹.

La articulación se forma (fig. 1.3.2.1a) cuando la excentricidad e del empuje normal alcanza el valor h ($h= t/2$); esto es, cuando $M=hN$.

En el caso de un puente de mampostería (fig. 1.3.2.3a) que cumpla los principios del análisis limite ceden ligeramente los estribos, la única forma de adaptarse al movimiento es abriendo una grieta en la clave y dos en los arranques (fig. 1.3.2.3b); en la figura se ha exagerado el desplazamiento, pero cualquier pequeño movimiento tendría el mismo efecto, si bien las grietas pueden tener el espesor de un cabello o estar cerradas por la elasticidad de la mampostería. En la figura 1.3.2.3c se ha dibujado la línea de empujes; esta ya no está indeterminada, puesto que tiene que pasar por las articulaciones; ha tomado su posición más peraltada y el empuje toma su valor mínimo.

Las configuraciones de grietas varían en función de los movimientos de los arranques y a cada una de ellas corresponde una línea de empujes diferente, con estados tensionales muy distintos en cada caso. La seguridad viene determinada por la forma del arco, es un problema de geometría.

Dentro del marco del análisis limite las grietas no son “signos que presagian la ruina”, mas bien representan la capacidad de la mampostería de adaptarse a los pequeños movimientos inevitables e impredecibles, del entorno.

De hecho el enfoque que se deduce de los principios del análisis límite es lo que el profesor Heyman ha llamado el “enfoque de equilibrio”, de las tres ecuaciones de la teoría de las estructuras, equilibrio, compatibilidad y del material, sólo se consideran las primeras. La línea de empujes no es más que una representación gráfica de las ecuaciones de equilibrio. Si en un arco de mampostería podemos dibujar una línea de empujes en su interior, estamos ante una solución de equilibrio que no viola la condición de límite, y que, por tanto, es segura. Las mismas consideraciones se aplican a cualquier estructura de mampostería.

De las tres condiciones que debe cumplir una estructura, resistencia, deformación y estabilidad, esta última es la más crítica para las estructuras de mampostería. Para que un arco sea estable debe tener una forma que permita que las posibles líneas de empujes estén contenidas en su interior. La estabilidad de las mamposterías es, pues, un problema de geometría y el moderno análisis límite ha demostrado científicamente lo que los antiguos constructores ya sabían: lo fundamental es el equilibrio y el equilibrio se consigue, como en la balanza, con una adecuada distribución de los pesos⁸.

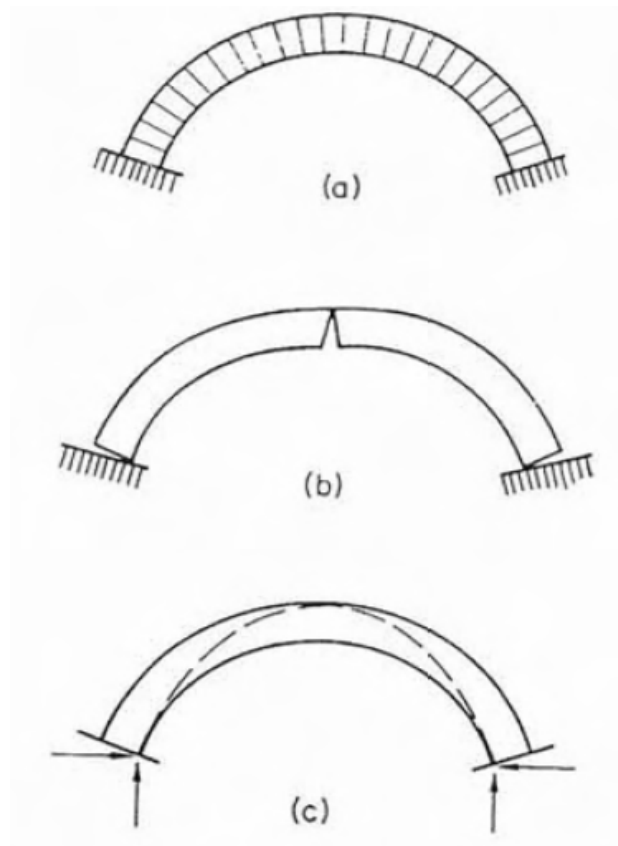


Figura 1.3.2.3. Agrietamiento de un arco por cedimiento de los estribos

1.3.2. Generalidades del método del estado límite

El diseño de mampostería estructural por el método del estado límite de resistencia se basa en las siguientes suposiciones:

+ La mampostería no resiste esfuerzos de tracción.

El refuerzo está totalmente rodeado y adherido a los materiales de la mampostería de una manera tal, que trabajan como un material homogéneo (Compatibilidad de deformaciones).

+ Las secciones planas permanecen planas. Las deformaciones unitarias en el refuerzo y en la mampostería deben suponerse proporcionales a la distancia al eje neutro de la sección. La resistencia nominal de las secciones de muros de mampostería para las condiciones de flexo-compresión se debe obtener de la aplicación de los principios de equilibrio y compatibilidad de deformaciones.

+ Los esfuerzos en el acero, para valores menores que el esfuerzo de fluencia, f_y , deben considerarse linealmente proporcionales a la deformación unitaria multiplicada por E_s . Para valores superiores de deformación unitaria correspondiente al esfuerzo de fluencia, $\epsilon_y = f_y / E_s$, el esfuerzo en el acero se debe considerar independiente de la deformación e igual a f_y .

+ La máxima deformación unitaria en la fibra extrema en compresión de la mampostería, ϵ_{mu} , debe tomarse como 0.003.

+ En el diseño por el método de resistencia puede considerarse una distribución rectangular de esfuerzos de compresión en la mampostería definida de la siguiente forma: (a) Se puede suponer un esfuerzo uniforme de compresión en la mampostería con intensidad de $0.80f_m'$ sobre una zona equivalente limitada por los bordes de la sección efectiva y una línea recta paralela al eje neutro de la sección. (b) La dimensión de la zona equivalente de compresión, a , medida en dirección perpendicular al eje neutro a partir de la fibra de máxima compresión, debe ser el 85% de la dimensión comprimida, c , de la sección en esa dirección ($a = 0.85c$).

La resistencia de diseño a compresión de la mampostería, f_m^* , sobre área bruta se determinará con alguno de los tres procedimientos indicados en las secciones 2.8.1.1 a 2.8.1.3 de las normas (NTC). El valor de la resistencia en esta Norma está referido a 28 días.

Si no se realizan determinaciones experimentales podrán emplearse los valores de f_m^* que, para distintos tipos de piezas y morteros, se presentan en la tabla 2.8¹⁰.

Tipo de pieza	f_m^* , MPa (kg/cm ²)		
	Mortero I	Mortero II	Mortero III
Tabique de barro recocido ($f_p^* \geq 6$ MPa, 60 kg/cm ²)	1.5 (15)	1.5 (15)	1.5 (15)
Tabique de barro con huecos verticales ($f_p^* \geq 12$ MPa, 120 kg/cm ²)	4 (40)	4 (40)	3 (30)
Bloque de concreto (pesado ¹) ($f_p^* \geq 10$ MPa, 100 kg/cm ²)	2 (20)	1.5 (15)	1.5 (15)
Tabique de concreto (tabicón) ($f_p^* \geq 10$ MPa, 100 kg/cm ²)	2 (20)	1.5 (15)	1.5 (15)

¹ Con peso volumétrico neto, en estado seco, no menor que 20 kN/m³ (2 000 kg/m³).

Tabla 1.3.2.1. Resistencia de diseño a compresión de la mampostería, f^*m

El valor para el módulo de elasticidad de la mampostería se debe establecer por medio de ensayos de laboratorio de muretes fabricados y ensayados, según las normas.

Los registros históricos del módulo de elasticidad determinado experimentalmente para proyectos en construcción, pueden utilizarse en diseños posteriores de obras con materiales similares. En ausencia de los valores experimentales, pueden emplearse los siguientes:

a) Para mampostería de tabiques y bloques de concreto:

$E_m = 800f_m^*$ para cargas de corta duración

$E_m = 350f_m^*$ para cargas sostenidas

b) Para mampostería de tabique de barro y otras piezas, excepto las de concreto

$E_m = 600f_m^*$ para cargas de corta duración

$E_m = 350f_m^*$ para cargas sostenidas

El módulo de cortante de la mampostería¹⁰ se puede tomar como $G_m = 0.4 E_m$

2.Método *Pushover*

2.1.Descripción del método

En un análisis estructural pueden tenerse cuatro fuentes de comportamiento no lineal: en el comportamiento del material, en la geométrica, en condiciones naturales de frontera (fuerzas) y en condiciones esenciales de frontera (desplazamientos). La no linealidad en el comportamiento del material puede tener su origen en fenómenos de comportamiento plástico, visco-elástico, visco-plástico o por el desarrollo de agrietamiento, entre otros. La no linealidad geométrica abarca diversos problemas físicos, tales como el desarrollo de desplazamientos y deformaciones finitas o de desplazamientos finitos combinados con deformaciones pequeñas. En la no linealidad de las condiciones naturales y esenciales de frontera, las cargas aplicadas a la estructura y sus condiciones de apoyo, respectivamente, se modifican como resultado de las deformaciones en la misma².

El informe FEMA 273⁷ (1997) introduce el Procedimiento Estático No lineal (NSP) para el modelado y análisis sísmico de marcos de edificios. El NSP se conoce también como análisis "*Pushover*" o de empujón, y es una manera relativamente fácil de evaluar el diseño de una estructura para fines de cargas laterales. Consiste en empujar un modelo matemático de una estructura con una distribución prescrita de fuerzas monótonamente crecientes para predecir la secuencia de daño en el intervalo de comportamiento inelástico. El análisis con NSP provee una relación entre el desplazamiento de nudo de control donde se registra el desplazamiento y el cortante basal. La relación resultante muestra los cambios de rigidez así como la capacidad de carga lateral de una estructura. Dependiendo del comportamiento mecánico de la estructura y del grado de libertad controlado, esta curva de capacidad puede exhibir puntos límite y brazos de ablandamiento o aún, decrementos repentinos o puntos de bifurcación.

Debido al patrón prescrito de fuerzas laterales, es correcto un esquema de solución por control de fuerzas, pero únicamente funciona en sistemas en donde no existe ablandamiento por deformación o bien en sistemas con él pero solo sobre la línea ascendente de la curva de capacidad. Esto significa que, en sistemas con ablandamiento por deformación, a partir de este punto límite, ya no es posible incrementar la intensidad de demanda sísmica mediante fuerzas laterales adicionales, debido al inicio de una pendiente negativa de la curva de capacidad en punto de carga máxima. A partir de este punto las fuerzas laterales empiezan a disminuir con desplazamientos crecientes de manera que la estructura continua sufriendo daño adicional en vez de un simple descarga elástica. Durante esta fase, el desplazamiento del nudo control incrementará (brazo de ablandamiento) o decrecerá (decrementos repentinos). El seguir un brazo de ablandamiento es un proceso complejo en el que se debe usar una técnica de control de desplazamiento (Archer, 2001), o bien otros esquemas más poderosos y consecuentemente más complejos (métodos de control de trabajo o longitud de arco) que pueden ser capaces de seguir brazos de caída repentina y detectar puntos de bifurcación³.

2.3. Nivel de desempeño de una estructura

Dentro de los procedimientos de evaluación y diseño sísmico por desempeño existe el concepto denominado desplazamiento objetivo, el cual representa el máximo desplazamiento esperado en un diseño o el obtenido en una evaluación para una demanda sísmica determinada. Este desplazamiento es la finalidad de todo método de evaluación y de diseño sísmico por desempeño y puede incluirse en un índice que define los niveles de desempeño, cuyo propósito es mostrar la relación que existe entre los niveles de desempeño y los de diseño para distintos objetivos de diseño sísmico.

Los niveles de desempeño se refieren al daño máximo deseado en la estructura. Por su parte los niveles de diseño se refieren a los grupos de eventos sísmicos de diferentes intensidades que representan el peligro sísmico particular de la región donde se ubica la estructura; clasificándose por el período de retorno de un sismo de diseño o por su probabilidad de excedencia.

En documentos como el FEMA 273⁷ (1997) los niveles de desempeño estructural se representan a través de una curva de capacidad obtenida de un análisis *pushover*. En ésta se indican tres niveles de desempeño: ocupación inmediata, seguridad de vidas y prevención del colapso (figura 2.3.1).

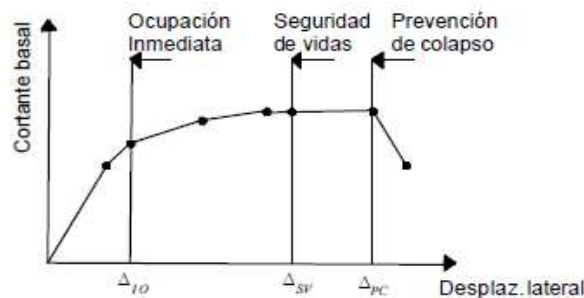


Figura 2.3.1. curva de capacidad y niveles de desempeño FEMA 273 (1997)

La manera en que se realiza la clasificación de los niveles de diseño sísmico es a través de la selección de un grupo de temblores que se han presentado en cierta región, deben ser representativos del nivel de intensidad sísmica para el cual se alcanza un desempeño particular en la estructura. Estos niveles se clasifican por el período de retorno de un sismo de diseño o su probabilidad de excedencia. Para el caso de edificios, el Comité Visión 2000 clasifica los niveles de diseño sísmico como se muestra en la tabla 2.3.1.

Tabla 2.3.1. Niveles de diseño sísmico

SISMO	PERÍODO DE RETORNO (años)	PROBABILIDAD DE EXCEDENCIA	
		(%)	(años)
Frecuente	43	50	30
Ocasional	72	50	50
Raro	475	10	50
Muy raro	970	10	100

Los períodos de retorno de los sismos de diseño y sus probabilidades de excedencia, corresponden al estado de California, por lo cual estos valores no necesariamente son aplicables a sitios en la República Mexicana.

La idea global de los métodos de evaluación es construir la curva de respuesta del sistema de referencia, establecer una gráfica de demanda sísmica y de alguna manera relacionar ambas características. Esta idea ha dado origen a dos formas de evaluación; la primera desarrollada para marcos de edificios de baja a mediana altura o bien estructuras en las cuales se puede desprestigiar la participación de los modos superiores de vibrar y la segunda para marcos de edificios altos o estructuras en las que la participación de los modos superiores es importante. La aplicabilidad, sencillez y robustez teórica de los distintos métodos son considerablemente diferentes, actualmente no existe una preferencia absoluta hacia alguno de ellos.

Los métodos estáticos no lineales unimodales no consideran la contribución de los modos superiores de vibrar. Aún así, son muy aceptados en la ingeniería práctica, particularmente en la aplicación a edificios bajos a medianos, ya que para la mayoría de este tipo de estructuras la precisión en la evaluación del desempeño sísmico es satisfactoria y, por lo tanto, no necesitan de mayor refinamiento³.

2.4. Consideraciones y alcances del método *pushover* en *Sap2000*

Lo no lineal funciona cuando se definen articulaciones (**hinges**). Estas articulaciones sólo pueden ser dadas a los elementos **frame** (elemento rígido, que permite modelar columnas o vigas), las articulaciones inacopladas disponibles en este programa son: momento, torsión, fuerza axial y cortante. Además existe otra articulación acoplada P-M2-M3 la cual está basada en la interacción de la fuerza axial y momentos flexionantes en donde se localiza la articulación. Puede existir más de un tipo de articulación en la barra. Las propiedades de articulación que aparecen en este programa por default están basadas en los criterios del ATC-40⁶ y FEMA-273⁷.

Un análisis *pushover* puede consistir en más de un caso de carga. Cada caso de carga *pushover* puede tener una diferente distribución de carga sobre la estructura. Por ejemplo, un análisis típico puede consistir de tres casos de carga *pushover*. El primero se puede aplicar una carga gravitacional en la estructura, el segundo se puede aplicar una distribución de carga lateral sobre la altura de la estructura, y el tercero se podría aplicar otra distribución de carga lateral sobre la altura de la estructura.

Hay cuatro formas para describir la distribución de carga para un caso de carga *pushover*:

1. Puede aplicarse una aceleración uniforme. En este caso, la fuerza lateral aplicada automáticamente en cada nodo es proporcional a la masa tributaria en ese nodo.

2. Se puede aplicar una fuerza lateral igual al producto de una forma modal específica a veces en frecuencia circular al cuadrado (w^2).
3. Se puede definir una carga estática de una lista.
4. Se pueden combinar algunos de los procedimientos descritos anteriormente del 1 al 3

Resultados que se obtienen de un análisis *Pushover* :

1. Una gráfica que muestra la capacidad de la estructura (Cortante basal contra desplazamiento)
2. Con ayuda de la gráfica de capacidad en formato ADRS superpuesta con el espectro de diseño se puede encontrar el punto de desempeño de la estructura.
3. Se puede ver la formación de articulaciones plásticas y el estado de cada una de ellas con un color definido, en cada paso del *pushover*.
4. En cada paso se pueden ver las fuerzas internas de cada miembro.
5. Se puede ver en pantalla, imprimir o guardar en archivo los valores tabulados del espectro de capacidad (ADRS curvas de capacidad y demanda), el periodo efectivo y amortiguamiento efectivo^{4,5}.

2.4.1.Pasos para realizar un análisis no lineal *pushover* en Sap 2000

Paso 1: Definiendo Propiedades de Articulación (*Pushover*)

Hay tres tipos de propiedades de articulación en *SAP2000*. Son las propiedades predeterminadas, las definidas por el usuario y las propiedades generadas. Sólo las propiedades predeterminadas y definidas por el usuario se pueden asignar a los elementos **Frame**, creando automáticamente una propiedad diferente para todos y cada uno de los elementos.

En este trabajo usaremos las propiedades definidas por defecto, no es necesario definir alguna nueva propiedad.

Las propiedades predeterminadas no se pueden modificar. Asimismo, no se pueden ver ya que son dependientes de la sección. Para ver el efecto de las propiedades por defecto, la propiedad predeterminada debe ser asignada a un elemento **Frame**. Las propiedades predeterminadas se basan normalmente en **FEMA-273**⁷ y / o criterios de **ATC-40**⁶.

Las propiedades generadas se usan en el análisis. Se pueden ver, pero no se pueden modificar, tienen una nomenclatura automática **LabelH#**, donde **Label** es la etiqueta del elemento **frame**, H representa la articulación, y # representa el número de articulación. El programa comienza con el número de articulación 1 y

aumenta el número en uno por cada articulación consecutiva aplicada al elemento **frame**. Por ejemplo, si una etiqueta de elemento **frame** es F23, el nombre de propiedad generada para la segunda articulación aplicada al elemento **frame** es F23H2.

Cuando las propiedades por defecto se utilizan, el programa combina los criterios predeterminados de orden interno con las propiedades de las secciones definidas para cada elemento para generar las propiedades finales.

Para modificar la propiedad de articulación V2 hay que seleccionar **Modify/Show**. Este cuadro muestra una tabla de valores fuerza-desplazamiento y además un diagrama .

En **Force-Displacement** se define si los datos de la tabla están dados como **force-displacement** (fuerza-desplazamiento) o como **stress-strain** (esfuerzo-deformación). La opción **stress-strain** sólo está disponible para axial y cortante (desacoplados). Si se selecciona **stress-strain**, la longitud de articulación puede ser absoluta o relativa (con respecto a los extremos rígidos). Si se elige la opción **stress-strain** el programa internamente transforma los datos a un formato de fuerza-desplazamiento para el análisis. La fuerza se calcula como el esfuerzo (*stress*) multiplicado por el área axial del elemento (σA) para las articulaciones axiales y como el esfuerzo multiplicado por el área cortante del elemento (σAV) para articulaciones de corte. El desplazamiento se calcula como la deformación multiplicada por la longitud de la articulación (ϵL).

Paso 2: Asignando propiedades de Articulación (pushover)

Se asigna la propiedad **PMM** a columnas y a diagonales de refuerzo, M3 a vigas y P a diagonales de refuerzo (brace).

Un "0" en la distancia relativa indica que la articulación esta en el extremo i. Un "1" indica que esta en el extremo j. Las articulaciones pueden estar situadas en cualquier lugar a lo largo de la viga.

Paso 3: Visualización de las propiedades de articulación generadas

Si se desea ver las propiedades generadas desde el menú **Define**, elija **Hinge Properties**, se mostrará la pantalla **Frame Hinge Properties**, seleccione **Show Generated Props**, elija de la lista una de ellas, a continuación, haga clic en el botón **Modify/Show property**. Esto mostrará las propiedades de esta articulación.

Si la propiedad seleccionada es una PM2M3 predeterminada, el programa automáticamente calcula la P axial, momento M2 y el momento M3. Todas estas cajas estan inactivas ya que el usuario solo puede ver las propiedades generadas y no cambiarlas.

En el botón **Modify/Show For PMM** muestra las propiedades de la articulación seleccionada

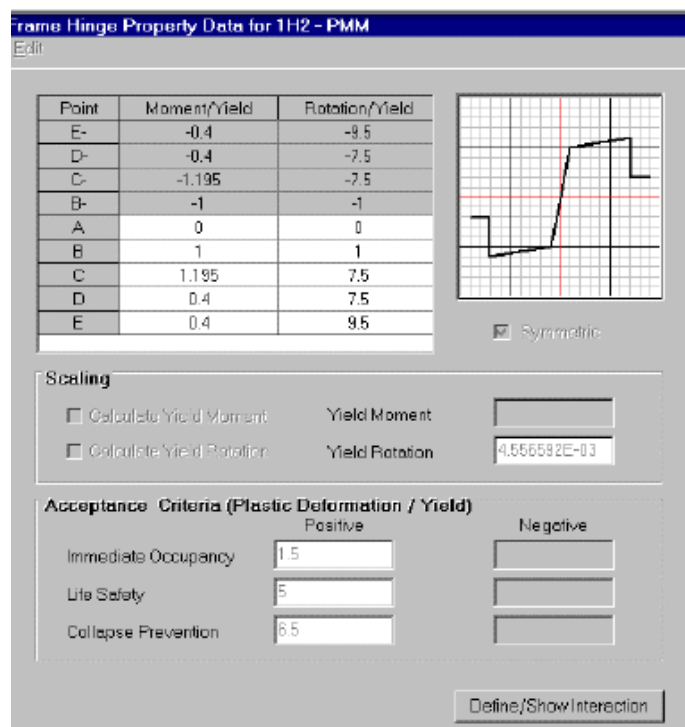


Figura 2.4.1.1 Datos de las propiedad generadas para la articulación 1H2

En esta hoja de calculo (fig. 2.4.1.1) se muestran los valores **M/MY** y **θ/θY**. Las propiedades de articulación por defecto son simétricas. En **Scaling** la rotación de fluencia (**Yield Rotation**) y el momento de fluencia (**Yield Moment**) están inactivos. La rotación de fluencia fue calculada por el programa basado en la propiedad asociada a la sección de la barra. El momento de fluencia está inactivo porque se trata de una articulación PMM donde no hay momento de fluencia individual sino que hay una superficie de fluencia (interacción). Si sólo fuera una articulación de momento entonces habría un valor en **Yield Moment**. Los criterios de aceptación son los valores θ/θ_Y . Se puede ver la superficie de interacción de la articulación en **Define/Show Interaction**.

Cuando la opción **Doubly Symmetric About M2 and M3** esta marcada se utilizan cinco curvas para definir la superficie de interacción, dichas curvas están igualmente espaciadas entre 0 y 90 grados. Si no esta marcada entonces las curvas son equidistantes entre 0 y 360 grados.

En **Define/Show Surface** muestra la superficie de interacción, en la hoja de cálculo están los valores normalizados de carga axial, P, y el momento, M. Hay una columna P y cinco columnas M correspondientes al número de curvas definido en el anterior cuadro.

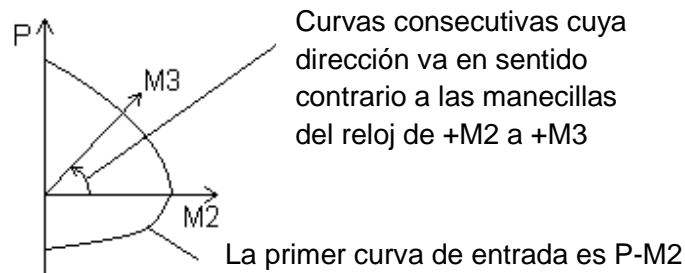


Figura 2.4.1.2 Construcción de la superficie de interacción definida por el usuario

La carga axial se normaliza con la carga axial máxima. En todas las curvas de momentos, los momentos están normalizados con el máximo momento. Por lo tanto el valor máximo de la tabla es uno tanto para la carga axial como para el momento.

El diagrama (fig. 2.4.1.2) muestra P en función de las curvas M. La curva M con Ángulo 0 corresponde a +M2 a flexión. La curva M en ángulo 90 corresponde a +M3 flexión.

Paso 4: Definir los casos estáticos Pushover

Se recomienda generar primero un caso *pushover* aplicando sólo carga por gravedad a la estructura, y después otros casos *pushover* con diferentes distribuciones de carga lateral. El caso por gravedad se considera como previo en cada uno de los casos con carga lateral. La opción **Push To Load Level Defined By Pattern** se utiliza para aplicar la carga gravitacional, y **Push To Displacement Of** se utiliza para aplicar empujes laterales.

En **Options** Hay cinco parámetros de control. Estos parámetros se utilizan para controlar el análisis *pushover*. Para la mayoría de los análisis los valores por defecto son suficientes. El máximo y mínimo de pasos guardados nos proporcionan el número control sobre el número de puntos actualmente salvados en el análisis. Si el número mínimo de pasos guardados es demasiado pequeño, no tendríamos los suficientes puntos para representar adecuadamente la curva. Si los valores mínimo y máximo de pasos guardados es demasiado grande, entonces el análisis puede consumir una cantidad considerable de espacio en el disco, y puede tomar una cantidad excesiva de tiempo para mostrar resultados.

El programa determina automáticamente el espaciamiento de los pasos *pushover* para ser salvados de la siguiente manera: El intervalo máximo de paso es igual a la fuerza total última o desplazamiento total último dividido entre el mínimo de pasos guardados. El programa comienza con este incremento el ahorro de pasos. Si un acontecimiento importante se produce a una longitud de paso inferior a este

incremento, entonces el programa se ahorra el paso y se queda con el incremento máximo a partir de ahí. Por ejemplo, supongamos que el valor mínimo de pasos es de 20 y el máximo de pasos es 30, y el desplazamiento último es de 10 pulgadas. El incremento máximo de pasos guardados será de $10/20 = 0.5$ pulgadas. Por lo tanto, los datos se guardan en 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5 pulgadas. Supongamos que un hecho significativo ocurre en 2.7 pulgadas. Entonces los datos se grabaran a partir de 2.7 pulgadas continuando con el mismo incremento de 0.5, los siguientes pasos guardados estarían en 3.2, 3.7, 4.2, 4.7, 5.2, 5.7, 6.2, 6.7, 7.2, 7.7, 8.2, 8.7, 9.2, 9.7 y 10.0 pulgadas.

El numero de pasos máximo controla el número de eventos significativos que se van guardando. El programa siempre llega a la fuerza o al desplazamiento objetivo en el numero máximo especificado de pasos, sin embargo, al hacerlo, podría ocurrir que tuviera que saltar algunos eventos posteriores. Por ejemplo, supongamos que el mínimo de pasos guardado es 20, el máximo de pasos guardados 21, y el desplazamiento ultimo es de 10 pulgadas. El incremento máximo de los pasos guardados será de $10/20 = 0,5$ pulgadas. Por lo tanto, Los datos se guardan en el 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5 pulgadas. Supongamos que un acontecimiento importante se produce en 2,7 pulgadas. A continuación, los datos también se guarda en 2,7 pulgadas, y continúa en de allí se guarda en 3,2 y 3,7 pulgadas. Supongamos que otro evento importante se produce en 3,9 pulgadas. El programa no guardará los datos de 3,9 pulgadas porque si lo hiciera no sería capaz de llegar a 21 pasos con incremento de 0.5. Nota que si un segundo acontecimiento importante ocurre en 4.1 pulgadas en lugar de 3.9 pulgadas, el programa sería capaz de guardar el paso y seguir cumpliendo con los criterios especificados para el incremento máximo y el número máximo de pasos.

El numero de pasos máximos fallidos se utilizan, si es necesario, para declarar el fracaso (es decir, no convergencia) en una ejecución antes de que llegue a la fuerza especificada o desplazamiento objetivo. El programa puede ser incapaz de converger en un paso cuando catastróficamente falla la estructura. También puede haber casos en los que es incapaz de converger en un paso debido a la sensibilidad numérica en la solución. El numero de pasos máximo fallidos es un contador acumulativo a través de todo el análisis. Si se alcanza el número de pasos fallidos máximo, el análisis se detiene.

La tolerancia de la Fuerza (**Event Force Tolerance**) y la tolerancia de la deformación (**event Deformation Tolerance**) son relaciones que se utilizan para determinar cuando un evento se produce realmente en una articulación.

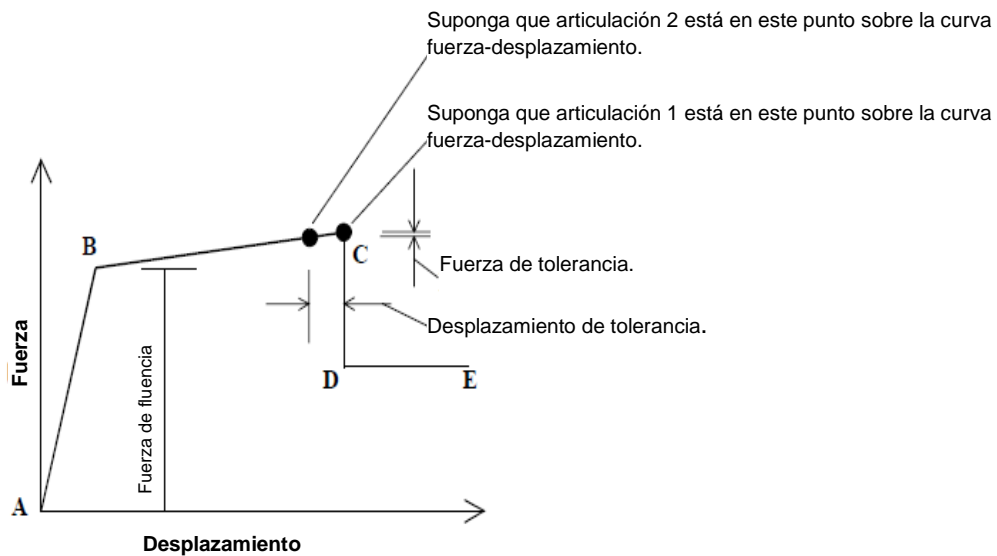


Figura 2.4.1.3

Considere la figura 2.4.1.3 que muestra dos articulaciones en su gráfica fuerza-desplazamiento. La articulación 1 ha llegado a un evento. Para la articulación 2, si tanto la fuerza de tolerancia (**Event Force Tolerance**) y el desplazamiento de tolerancia (**Event Displacement Tolerance**) se cumplen, entonces la articulación esta en el evento de tolerancia y también será tratado como parte del evento. En la figura, si la fuerza de tolerancia dividida por la fuerza de fluencia es menor que la fuerza tolerante, evento especificado en el caso estático *Pushover* los datos y el desplazamiento tolerante dividido por la distancia horizontal de B a C es menor que el desplazamiento tolerante especificado en el caso estático *pushover*, entonces la articulación 2 será tratado como parte del evento. Al determinar la relación de la fuerza tolerante, el denominador es siempre la fuerza de fluencia. Al determinar la relación del desplazamiento tolerante, el denominador es la longitud horizontal de la parte de la curva fuerza-desplazamiento donde se encuentra actualmente la articulación. En la figura 2.4.1.3, la articulación 2 está en el intervalo B-C de la curva, por lo tanto se utilizó la longitud B-C horizontal en el denominador de la relación del desplazamiento tolerante.

Paso 5: Ejecución del análisis *Pushover*

A la hora de ejecutar el análisis se abre una ventana en la que se muestra las diversas fases del análisis. La mayoría de la información en la ventana de análisis se anexa al archivo *.log que se crea cuando se ejecuta el análisis inicial.

Una de las líneas que aparecen en la ventana es **Analysis Complete**. A medida que cada caso *Pushover* se está ejecutando, verá el valor en constante cambio. Es una medida que nos indica qué porcentaje de la fuerza y desplazamiento final se ha alcanzado. Cuando el análisis llega a 1, ha alcanzado su meta. El análisis

no llegaría a su meta si la estructura fallara catastróficamente antes, debido a una sensibilidad numérica.

Paso 6: Visualización de la deformada Pushover y la secuencia de formación de articulaciones

En el menú **Options** en **Windows** se puede seleccionar de una a cuatro ventanas. Cada una de las ventanas puede mostrar un punto de vista diferente.

La forma deformada aparecerá si seleccionamos **show deformed shape**. Cuando iniciamos con un *pushover* que considera pura fuerza de gravedad, la última deformada de este *pushover* será la misma que la primera del siguiente *pushover*.

Se pueden ver las deformadas de cada uno de los pasos, así como algunas articulaciones plásticas que van apareciendo, el color indica el estado de la articulación, según la curva fuerza-desplazamiento. La barra inferior de la pantalla muestra los colores según el estado de la articulación. Los puntos B, IO, LS, CP, C, D y E se ilustran en la figura 2.4.1.4.

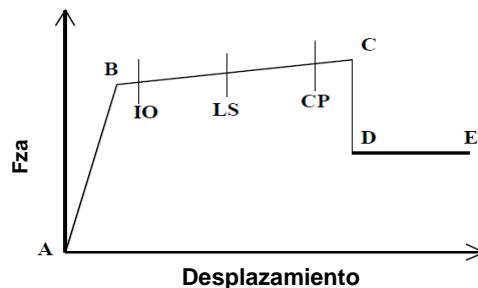


Figura 2.4.1.4

Cuando las primeras articulaciones aparecen, están en el punto B de la curva fuerza-desplazamiento.

Nota: Para cambiar el código de colores, seleccione **Colors** desde el Menú **Options**

Se puede crear un video del *pushover* en su totalidad usando **Create Video...** desde el menú **File**.

Paso 7: Se muestran las curvas pushover y espectro de capacidad

En **Base Shear vs Control Displacement**, se gráfica el cortante basal resultante y el desplazamiento último en la dirección control (no la resultante) en el punto control (fig.2.4.1.5).

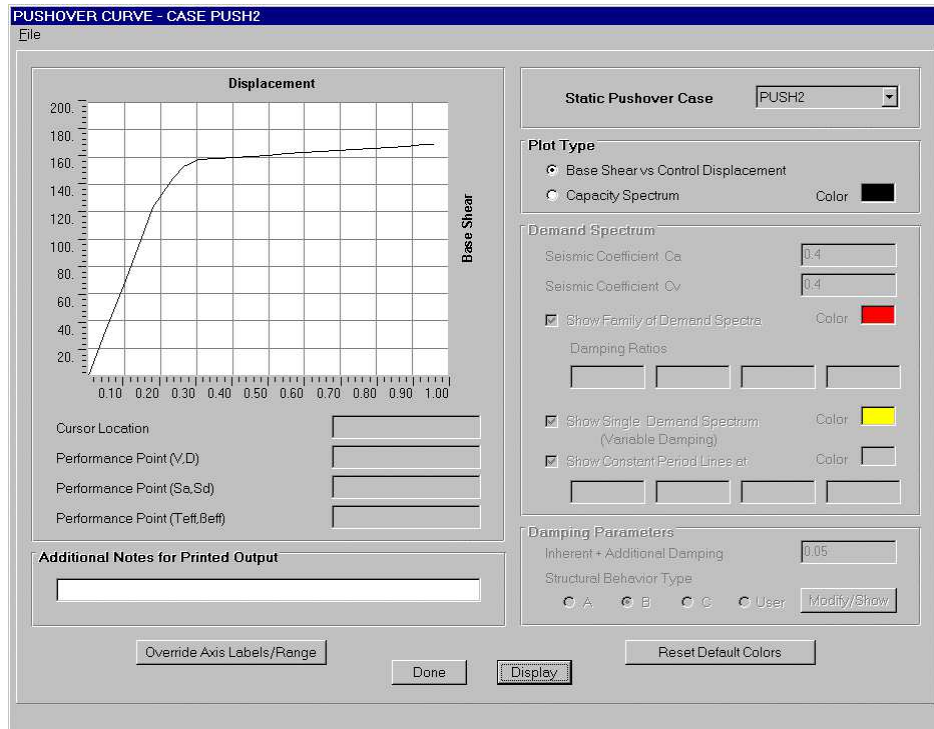


Figura 2.4.1.5 Curva *Pushover* para el caso PUSH2

Si en algún momento desea revisar o ver la definición de un caso pushover, haga clic en el botón **Done** para cerrar **Pushover Curve**, luego, en el menú **Define** seleccione **Static Pushover Cases...**, seleccione un caso de interés, y haga clic en el botón **Modify/Show Pushover**.

Cuando se activa la opción de **Capacity Spectrum** (espectro de capacidad) en **Plot Type** el espectro de demanda (**Demand Spectrum**) y los parámetros de amortiguación (**Damping Parameters**) se activan.

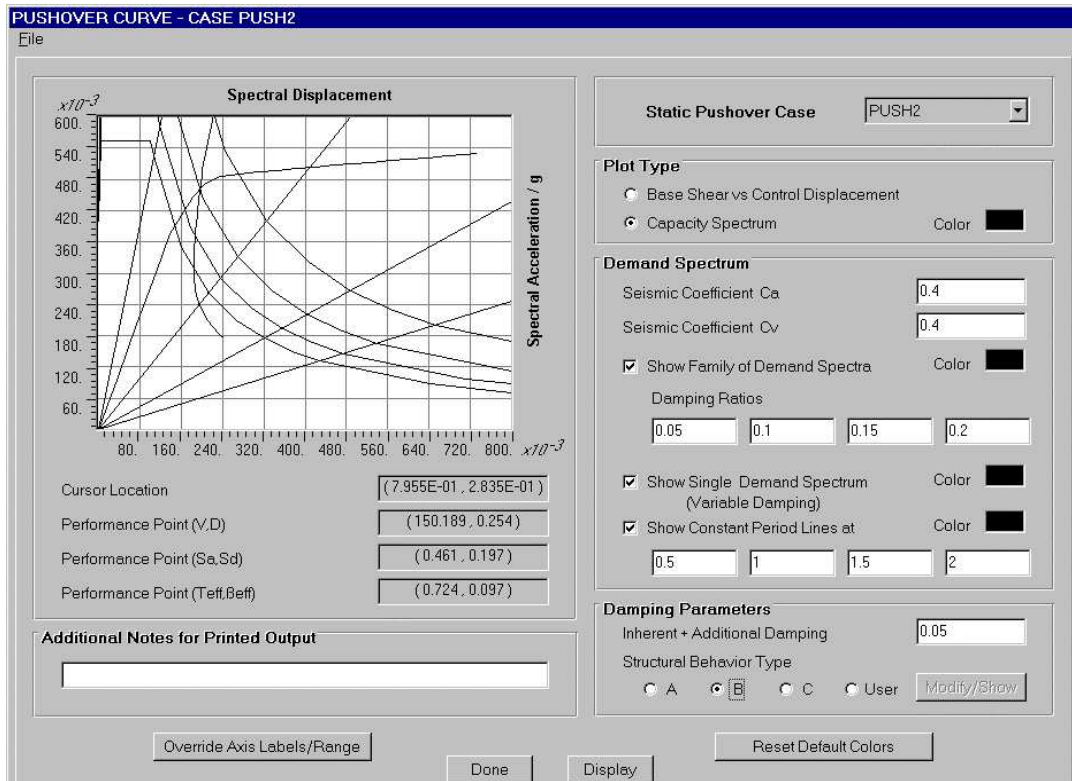


Figura 2.4.1.6 Espectro de capacidad para el caso de carga *pushover* PUSH2

Cuando el espectro de capacidad aparece (fig. 2.4.1.6), la curva *pushover* es mostrada en formato ADRS (**Acceleration-Displacement Response Spectrum**). Consulte la norma **ATC-40⁶**, que es básicamente una gráfica de aceleración espectral contra desplazamiento espectral. En Sap2000, la curva fuerza-desplazamiento esta en formato ADRS para convertir el cortante basal resultante en un espectro de aceleración, S_a , y el desplazamiento control en la dirección control a un desplazamiento espectral, S_d , (ver anexo B, Pág. 84).

En **Demand Spectrum** hay que tomar en cuenta lo siguiente:

* Ambos coeficientes sísmicos C_a y C_v tienen un valor de 0.4 por defecto. Cada uno de estos valores se pueden modificar. Estos valores controlan la forma del espectro con 5% de amortiguación. Consulte **ATC-40⁶**, **Capítulo 4**, para un análisis de los valores adecuados para, C_a y C_v .

* La opción **Show Family of Demand Spectra**, muestra la familia del espectro de demanda (rojo por defecto), con hasta cuatro coeficientes diferentes de amortiguación.

* Hay cuatro cuadros de edición dentro de la opción **Damping Ratios** (relaciones de amortiguamiento). Los números que se introducen en estas cajas son 0.05, 0.1, 0.15 y 0.2. Estas son las proporciones predeterminadas de amortiguación para la familia de espectros de demanda. Se pueden cambiar cualquiera de estos valores.

Los valores de amortiguamiento no tienen que entrar en orden. Si deja en blanco un cuadro de relación de amortiguamiento, o escribe un cero (0), entonces esa curva no se va a graficar. Las relaciones de amortiguamiento deben de estar entre 0 y 1. Un valor de 5% crítico de amortiguación se debe ingresar como 0.05, y no como 5.

* Si la casilla **Show Single Demand Spectrum** (amortiguación variable) esta activada, indica que el espectro de demanda solo se muestra en el gráfico.

* La curva del espectro de demanda individual (amortiguación variable) se construye haciendo lo siguiente para cada punto de la curva *pushover* en formato ADRS (fig.2.4.1.7):

1. Dibuja una línea radial por el punto de la curva *pushover* **ADRS**. Esta es una línea de periodo constante.
2. Calcula el amortiguamiento asociado con el punto de la curva basado en el área bajo la curva hasta ese punto.
3. Construye el espectro de demanda, trazando en el mismo nivel de amortiguamiento asociado a un punto arbitrario en la curva *pushover*

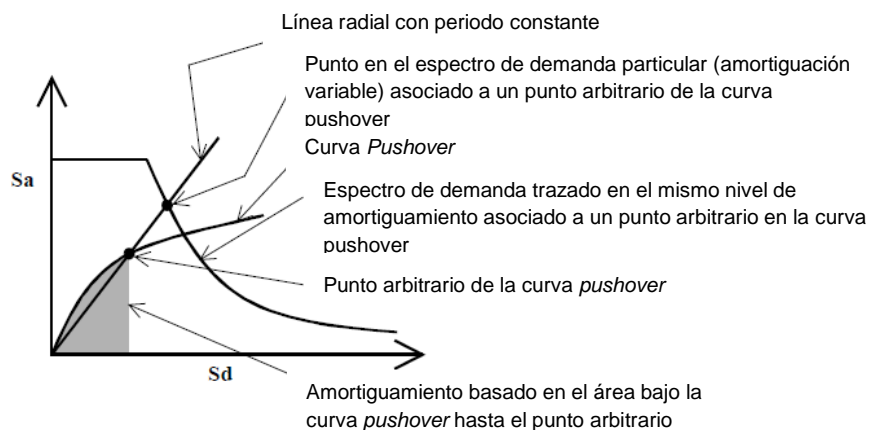


Figura 2.4.1.7

4. El punto de intersección de la línea radial y el espectro de demanda asociado representan un punto de la curva del espectro de demanda particular (amortiguación variable).

Este procedimiento es similar al método denominado **Procedure B** en el Capítulo 8 del **ATC-40⁶**, excepto que no hace la simplificación de asumir que la rigidez permanece constante. Es esencialmente el método referido como “exacto” en la discusión del método llamado **Procedure C** en el capítulo 8 del **ATC-40⁶**.

* La opción **Show Constant period Lines At** muestra en el gráfico cuatro líneas de diferentes periodos constantes. En el formato ADRS, las líneas de período constante aparecen como líneas rectas radiando desde el origen.

* Hay cuatro cuadros de edición en **Show Constant period Lines At**. Los números en estas cajas son de 0.5, 1, 1.5 y 2. Estos son los períodos predeterminados para las líneas de período constante. Se puede cambiar cualquiera de estos valores. Los períodos no tienen que entrar en orden. Si deja una casilla en blanco, o escribe un cero (0), entonces la línea no se va a graficar.

En el área de **Damping Parameters** (parámetros de amortiguación) tome en cuenta lo siguiente:

* El cuadro **Inherent + Additional Damping** tiene como valor predeterminado de amortiguación 0.05. Este valor puede ser cambiado.

Consulte el **ATC-40**⁶ la ecuación 8-8 (anexo B Pág. 89) para ayudarle a entender cuál es el valor de entrada en **Inherent + Additional Damping**. El término β_0 en esta ecuación se incluye automáticamente por el método de análisis de *SAP2000*.

* El término de amortiguamiento viscoso inherente 5% se puede especificar en la caja **Inherent/Additional Damping** como 0.05.

* Si hay amortiguaciones viscosas adicionales previstas en la estructura, quizá por amortiguadores viscosos que no están incluidos en el modelo, entonces estas amortiguaciones también deben de ser incluidas en el cuadro de **Inherent + Additional Damping**.

* Así, si el amortiguamiento inherente en la estructura se supone que es 5% del amortiguamiento crítico, y se supone que se añade a la estructura amortiguadores que proporcionan un 7% adicional del amortiguamiento crítico (aunque no están realmente en el modelo), entonces el valor de entrada en el cuadro de **Inherent + Additional Damping** debe ser 0,12, ya $0,05 + 0,07 = 0,12$.

Si se incluyen en el modelo amortiguadores con elementos **NLLink** (elemento tipo resorte, que permiten modelar el deslizamiento del tablero) y después se ejecuta el análisis *pushover*, el programa los trata como elementos lineales. Su rigidez se basa en la rigidez lineal efectiva (KE) y su amortiguación se basa en el coeficiente de amortiguación lineal efectivo (CE). El programa usa el coeficiente de amortiguación lineal efectivo para el amortiguador, junto con el periodo efectivo para calcular el amortiguamiento que está internamente añadido al termino especificado en **Inherent/Additional Damping**.

Hay cuatro comportamientos estructurales: **A**, **B**, **C** y **User**. El tipo de comportamiento estructural A, B y C, que definen kappa (κ), factor que reduce el amortiguamiento asumido, son tomados directamente del ATC-40⁶. La opción **User** permite la entrada de otros valores de kappa.

Nota: Consulte el ATC-40⁶ Sección 8.2.2.1.1 para ver los tipos de comportamiento estructural. El tipo de comportamiento estructural se utiliza para especificar un kappa (κ) (fig.2.4.1.8) factor que modifica (reduce) el área calculada de los ciclos histeréticos.

El punto de rendimiento con coordenadas (S_a , S_d) se muestra en **Performance Point** (S_a , S_d) en la casilla debajo de la gráfica. Las unidades de S_a son siempre g, las unidades actuales para S_d son pies. Tenga en cuenta que también se podría estimar el valor del punto de rendimiento ubicando el puntero del ratón en el punto donde se intersecta la curva *pushover* ADRS y el espectro de demanda.

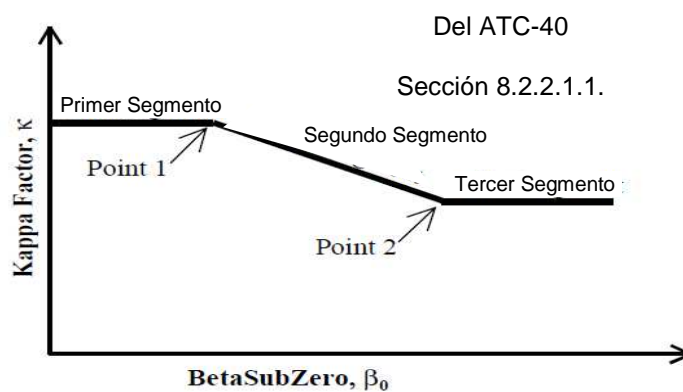


Figura 2.4.1.8

Para visualizar las tablas generadas hay que seleccionar **Display Tables** del menú **File** del cuadro de diálogo **Pushover Curve**.

Step	Teff	Beff	Sd(C)	Sa(C)	Sd(D)	Sa(D)	ALPHA	PF *φ
0	0.756	0.050	4.002E-04	0.000	0.247	0.529	1.000	1.000
1	0.756	0.046	0.039	0.083	0.252	0.541	0.955	1.246
2	0.756	0.049	0.078	0.167	0.248	0.532	0.955	1.241

Tabla. 2.4.1.1 Tabla del Espectro de capacidad

La tabla 2.4.1.1. muestra lo siguiente:

- **Step** identifica el número de paso en la curva *pushover*.
- **Teff** es el período efectivo del paso asociado.
- **Beff** es el amortiguamiento efectivo del paso asociado
- **Sd(C)** y **Sa(C)** define un punto en la curva de capacidad ADRS para el paso asociado
- **Sd(D)** y **Sa(D)** define un punto en el espectro de la demanda única (amortiguación variable), para el paso asociado.

- **Alpha** es el factor utilizado para convertir el cortante basal a la aceleración espectral en el paso asociado.
- **PF * ϕ** es el factor utilizado para convertir el desplazamiento al desplazamiento espectral en el paso asociado.

Step	Displacement	Base Shear	A-B	B-IO	IO-LS	LS-CP	CP-C	C-D	D-E	>E	TOTAL
0	4.002E-04	0.0000	48	0	0	0	0	0	0	0	48
1	0.0484	28.3708	48	0	0	0	0	0	0	0	48
2	0.0964	56.7417	48	0	0	0	0	0	0	0	48
3	0.1444	85.1127	48	0	0	0	0	0	0	0	48
4	0.1856	109.4811	46	2	0	0	0	0	0	0	48
5	0.2336	125.1036	46	2	0	0	0	0	0	0	48
6	0.2398	127.1146	44	4	0	0	0	0	0	0	48
7	0.2878	136.8057	44	4	0	0	0	0	0	0	48
8	0.3358	146.4968	44	4	0	0	0	0	0	0	48

Tabla. 2.4.1.2 Tabla de la Curva Pushover

En la tabla 2.4.1.2. se muestra:

- **Step** identifica el número del paso de la curva *pushover*.
- **Displacement and Base Shear** define un punto de la curva *pushover* para el paso asociado.
- **A-B, B-IO, IO-LS, LS-CP, CP-C, C-D, D-E, > E**, identifica el número total de articulaciones dentro de cada uno de estos intervalos en sus correspondientes curvas de fuerza-desplazamiento (fig.2.4.1.5).
- **TOTAL** es el número total de articulaciones *pushover* en la estructura⁴

3.Casos de Estudio.

3.1.Modelo representativo de un arco

Se trata de un arco de medio punto, cuya luz es de 21 ft, soporta un muro de 20 ft de altura y 3 columnas en la parte superior,

La geometría del arco se introduce en el programa de análisis Sap2000 a través de una serie de coordenadas X y Z. Las coordenadas X y Z se muestran en la Tabla 3.1.1. Los nodos están unidos por una serie de 10 elementos de marco, con las propiedades de la sección de una dovela de 18 "x 24".

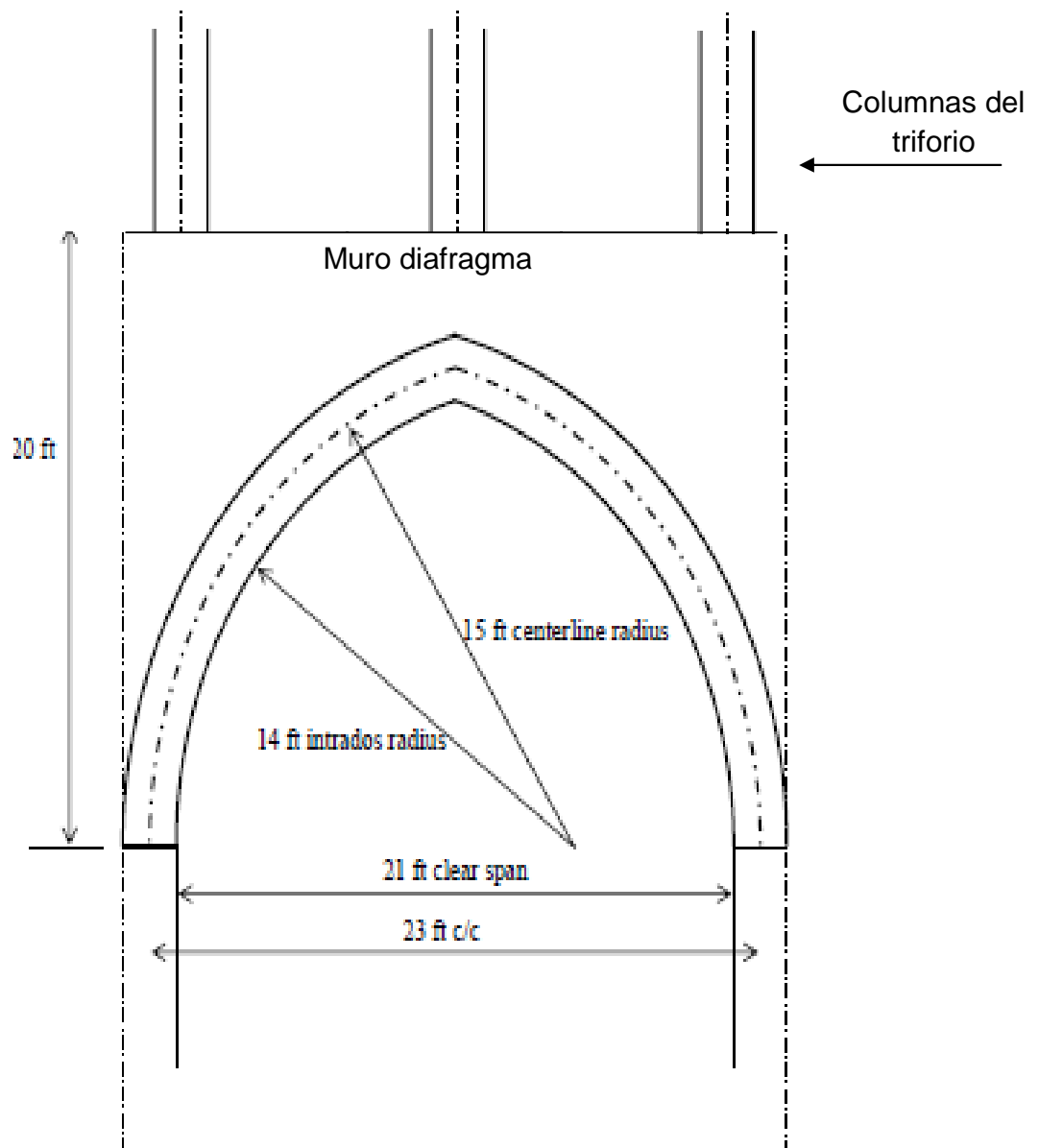


Figura 3.1.1 Caso de estudio

Metodología para modelar la geometría de un arco de medio punto

En arcos de medio punto, la ubicación de los nodos se calculan con las ecuaciones de un círculo. Para arcos amorfos, este procedimiento puede requerir la aplicación de otros métodos geométricos o ubicar gráficamente el centro del anillo del arco en varios ángulos.

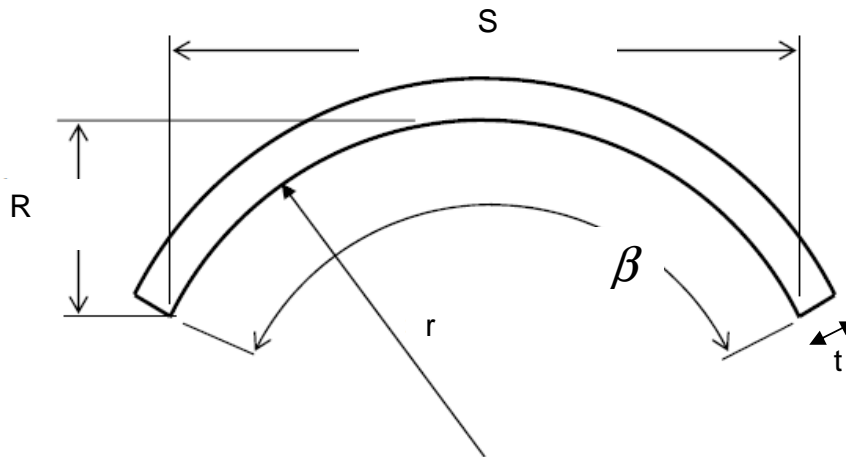


Figura 3.1.2 Geometría de un arco

Con el fin de determinar el ángulo de abrazo (β) o radio del intradós (r) para un segmento o arco de medio punto, pueden utilizarse las siguientes relaciones:

$$R = r \left(1 - \cos \left[\frac{\beta}{2} \right] \right)$$

$$S = 2r \sin \left(\frac{\beta}{2} \right)$$

$$r = \frac{R^2 + \left(\frac{S}{2} \right)^2}{2R}$$

$$\beta = 2 \sin^{-1} \left(\frac{S}{2r} \right)$$

El ángulo de 180° (β) se divide en 10 segmentos iguales de 18° ($\alpha = 18^\circ$). Las coordenadas nodales (fig.3.1.4) con respecto a la línea central del anillo del arco son calculadas por:

$$x = (r + t/2) \cos \alpha$$

$$y = (r + t/2) \sin \alpha$$

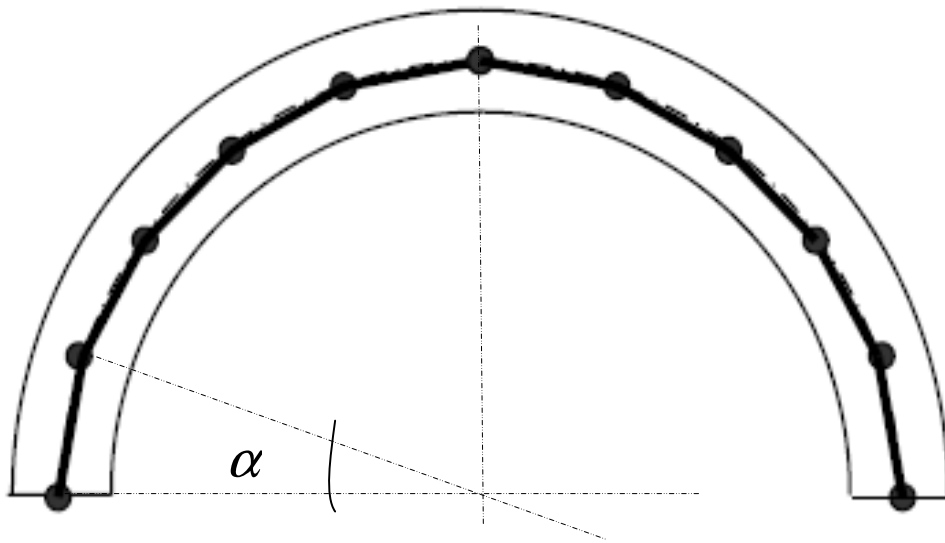


Figura 3.1.3 Nodos y elementos barra

El arco se divide en 10 elementos tipo barra (**frame**) como se muestra en la figura 3.1.3.

Nudo	X (ft)	Z (ft)
1	-11.50	0.00
2	-10.77	4.64
3	-8.64	8.82
4	-5.32	12.14
5	-1.14	14.27
6	0.00	14.59
7	1.14	14.27
8	5.32	12.14
9	8.64	8.82
10	10.77	4.64
11	11.5	0.00

Tabla 3.1.1. Coordenadas del modelo

Las propiedades del material se pueden determinar mediante el análisis de campo, resultados de elementos finitos, o con la literatura en la construcción de mampostería de piedra. El área de la sección transversal y el momento de inercia se basan en la geometría del arco. La propiedad fundamental de la rigidez del material utilizado en el análisis es un módulo de elasticidad efectivo que representa el efecto combinado de las unidades de mampostería, mortero, y las articulaciones. El módulo de elasticidad resultante es significativamente menor que el módulo de elasticidad de las unidades independientes, lo que refleja el uso general de morteros blandos en la construcción de arcos.

$E = 1500 \text{ kips/in}^2 = 105,675 \text{ kg/cm}^2$, γ (peso unitario) = 160 lbs/ft^3 , $\sigma = 0.2$, $f'c$ (capacidad de resistencia a la compresión) = $2000 \text{ psi} = 140.61 \text{ kg/cm}^2$, f_t (capacidad de resistencia a la tracción) = $100 \text{ psi} = 7.03 \text{ kg/cm}^2$.

Cabe señalar que la no linealidad en este problema, como con la mayoría de las estructuras de mampostería, esta dada en el material. Los cambios en la carga que resultan de la deformación se pueden investigar a través de la aplicación de la no linealidad geométrica. Las propiedades del material se utilizan para crear articulaciones en elementos barra. La ley esfuerzo-deformación del material, mostrada en la Figura 3.1.4 se emplea como propiedad constitutiva del material.

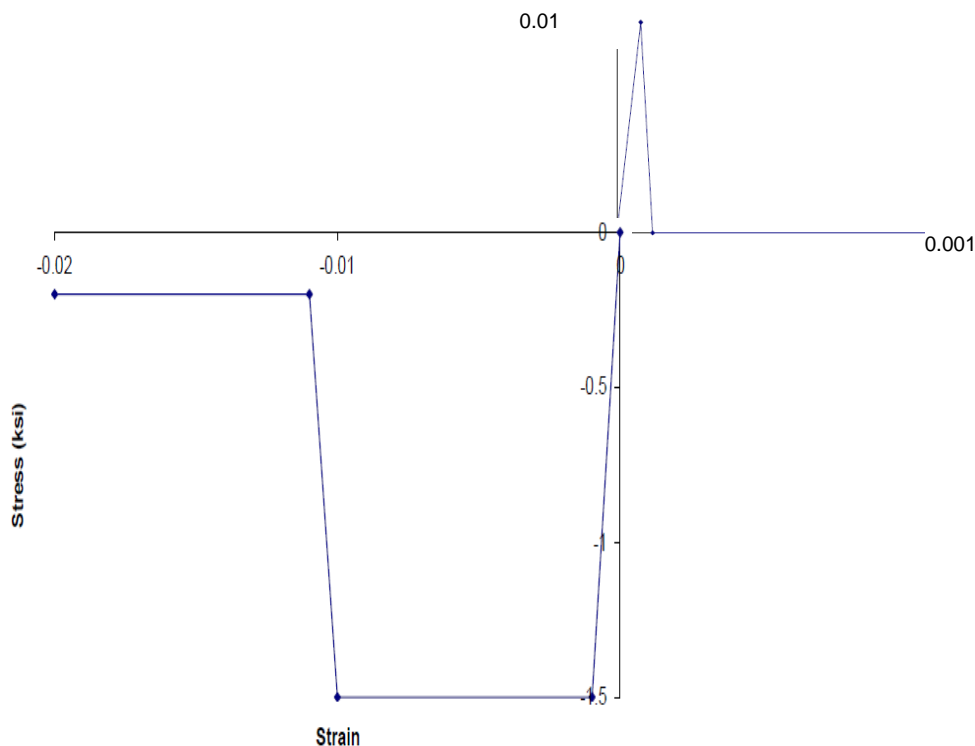


Figura 3.1.4 Ley de esfuerzo -deformación del material

3.1.1. Análisis estático no lineal incremental del modelo de referencia

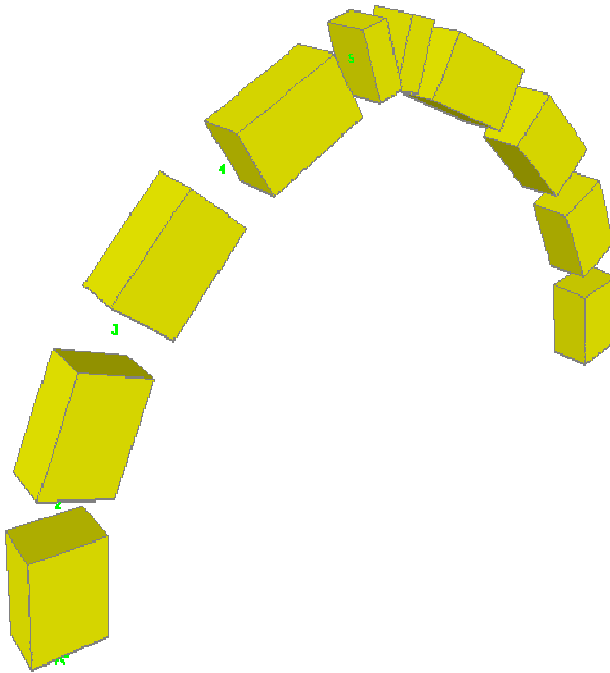


Figura 3.1.1.1 Modelo en Sap2000

Fuerzas aplicadas:

Existen dos tipos de carga: la de gravedad debido al peso propio de las dovelas y al muro diafragma, y una carga debida a las columnas del triforio. La investigación se centrará en la carga máxima sostenible de las columnas triforio, que se caracterizan como "carga viva". La carga debida al muro diafragma (fig.3.1.1.2) en este ejemplo es de 2 kip/ft. En cuanto a la carga debida a las columnas del triforio (fig.3.1.1.3) solo considera inicialmente el peso propio de estas (1.2 kip en tres puntos del arco).

El arco se considera empotrado en sus apoyos. En la mayoría de los casos, el uso de empotramientos en los apoyos es más sencillo de aplicar en un programa de análisis y da buenos resultados. Sin embargo, para altas relaciones ancho-altura, puede dar lugar a momentos de flexión mucho más altos en los apoyos y puede sesgar los resultados de la resistencia. En la práctica, se pueden probar varias condiciones de apoyo, y se elige el resultado más favorable. Esto es una consecuencia del teorema de límite inferior de la plasticidad, fijar los soportes a una solución estáticamente admisible.

El análisis se realiza en dos dimensiones, obteniendo del análisis estático lineal: P (axial), V2 (cortante) y M3 (momento).

Las articulaciones están situadas a los extremos de cada elemento barra del modelo, las propiedades no lineales se aplican en la articulación específica, en

tanto que el resto del elemento permanece elástico lineal. La forma más simple de una articulación plástica es la de sólo momento, en este caso no es adecuada para la mampostería, ya que las deformaciones plásticas dependen de combinaciones de fuerza axial y momento, por lo que se elige una articulación tipo P-M3 considerando las propiedades del material. El programa revisa el estado de esfuerzos y deformaciones en cada ciclo de carga y verifica la consistencia de acuerdo con la entrada de propiedades del material no lineal.

Se definen 2 casos de análisis estático no lineal *pushover*. En el primero se aplica solo la carga debida al peso propio y al muro diafragma, en el segundo se aplica otra carga vertical, factorizada, debida a las columnas del triforio .

En la segunda etapa, es necesario guardar múltiples conjuntos de resultados además de los resultados finales. En la práctica, el factor de carga se incrementa ligeramente hasta que la solución no converge, y el modelo es finalmente ejecutado con el mayor factor de carga para la que se logra la convergencia.

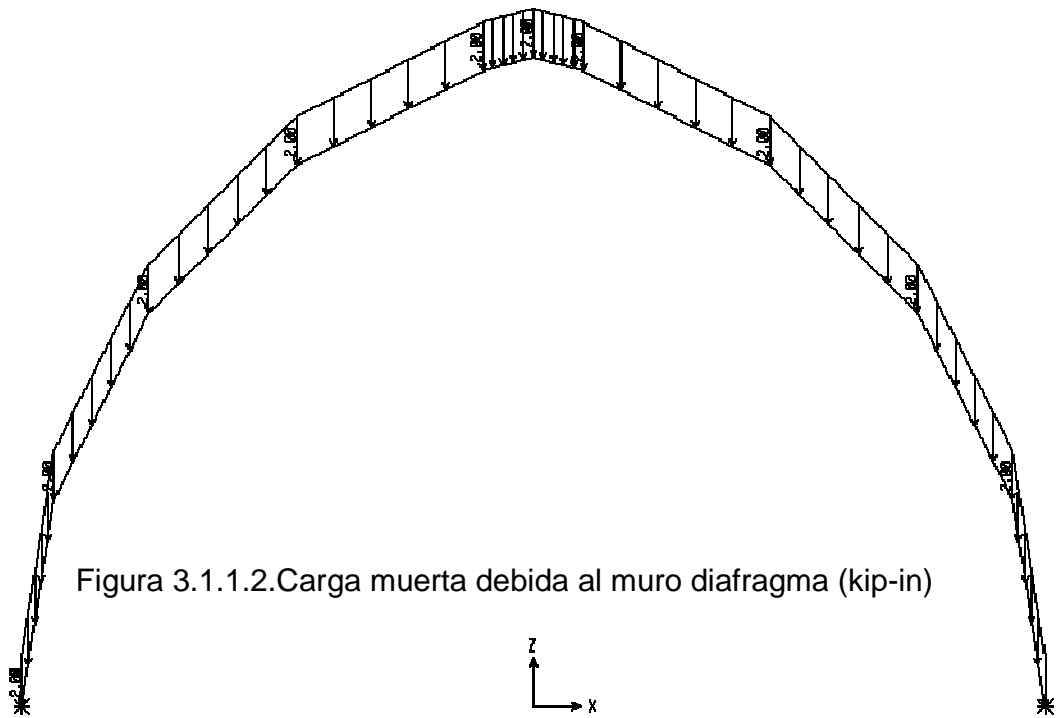


Figura 3.1.1.2.Carga muerta debida al muro diafragma (kip-in)

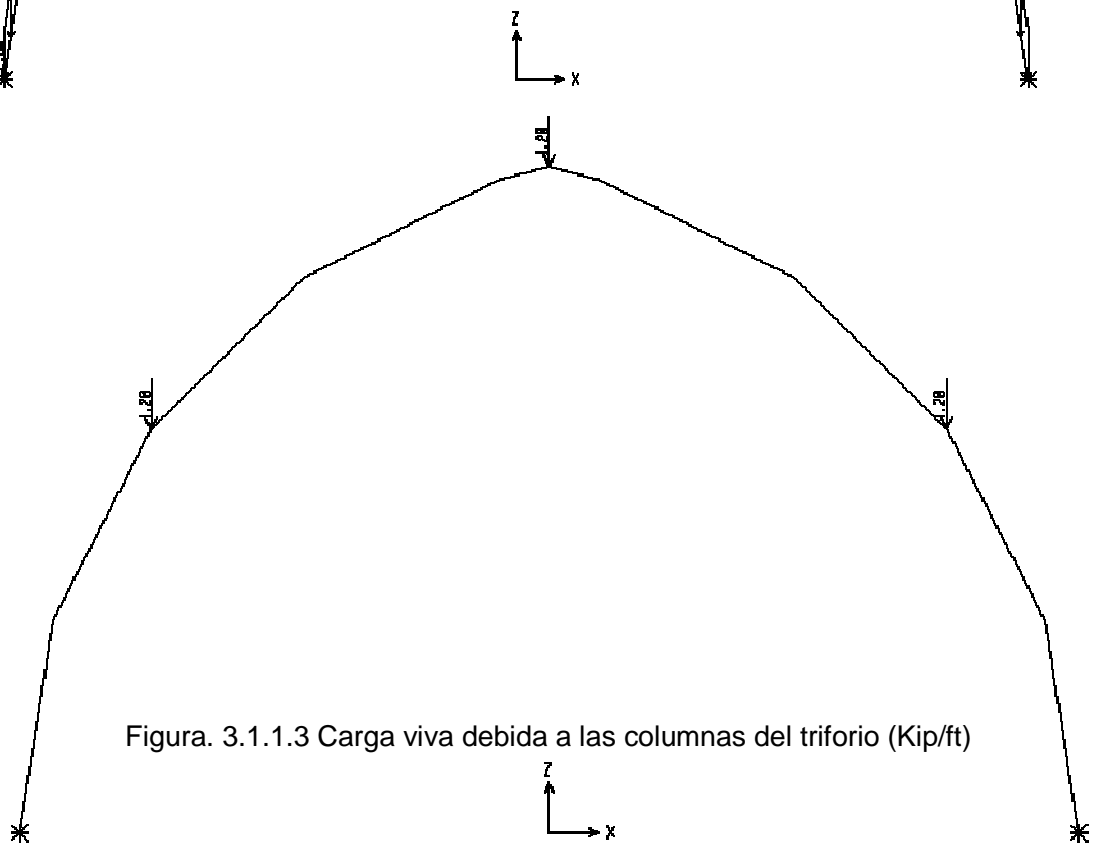


Figura. 3.1.1.3 Carga viva debida a las columnas del triforio (Kip/ft)

Para definir las propiedades de la mampostería (fig. 3.1.1.1.), se elige el material tipo concreto, se modifica el peso volumétrico y el modulo de elasticidad, además se define la curva esfuerzo-deformación del material, tomando los valores de la figura 3.1.4.

Material Property Data

Material Name: CONC

Display Color: Color (Green)

Type of Material:

- Isotropic
- Orthotropic
- Anisotropic
- Uniaxial

Type of Design: Concrete

Design Property Data (ACI 318-05/IBC 2003)

Specified Conc Comp Strength, f'c: 2

Material Stress-Strain Curve Data

Material Property Name: CONC

Options:

- Number of Points in Stress-Strain Curve: 9
- Hysteresis Type: Takeda

Stress-Strain Curve Data

	Strain	Stress	Point ID
1	-0.02	-0.25	
2	-0.0113	-0.25	
3	-0.01	-1.5	
4	-1.250E-03	-1.5	
5	0.	0.	
6	1.230E-04	0.01	
7	1.250E-04	0.	
8	5.000E-04	0.	
9	1.000E-03	0.	

Order Rows

OK

Cancel

Figura. 3.1.1.4 Propiedades de la mampostería (kip-in)

Se considera una articulación tipo P-M3, en donde la superficie de interacción esta dada por defecto basándose en las propiedades del material del objeto asociado.

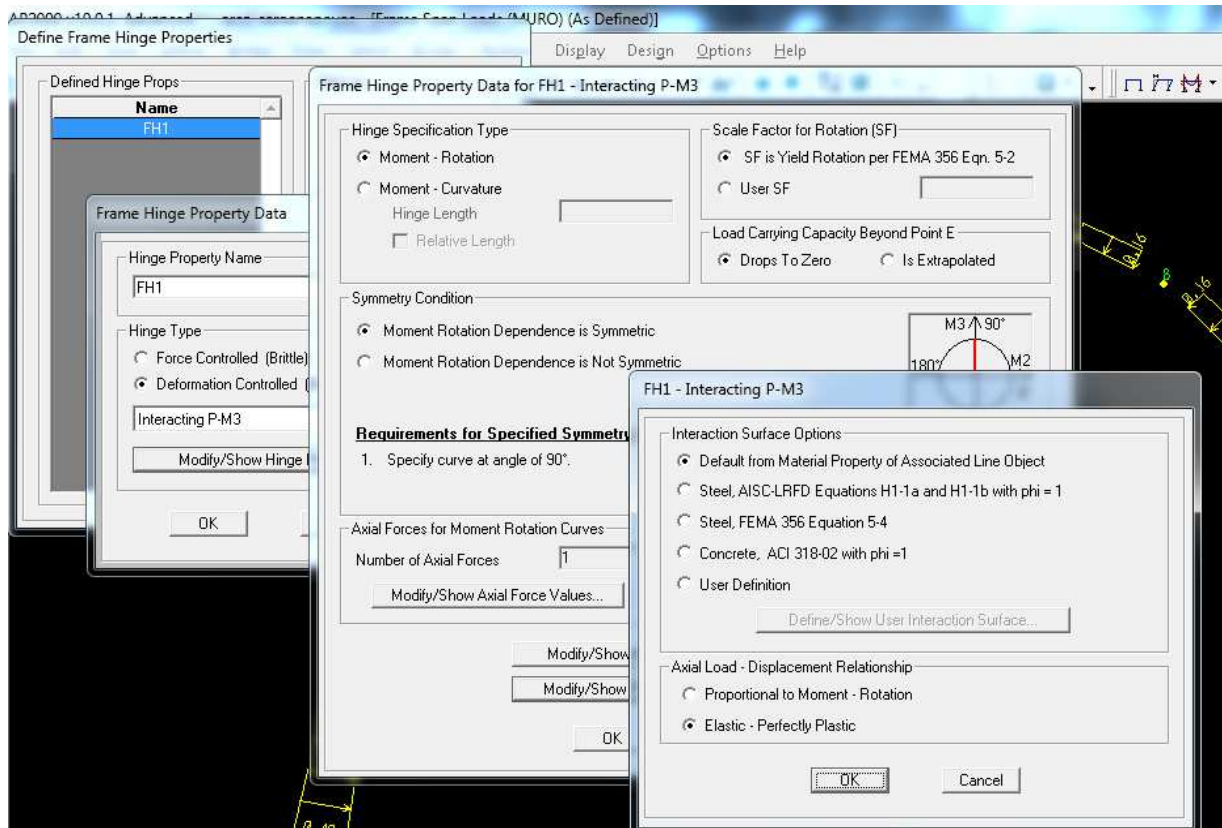


Figura. 3.1.1.5 Propiedades de la articulación plástica

CASOS PUSHOVER

El primer caso *pushover* (fig. 3.1.1.6) considera peso propio y peso del muro diafragma, condición inicial cero y desplazamiento monitoreado en dirección U3 (eje z) en el nodo 6 (clave o cresta del arco), en un solo paso.

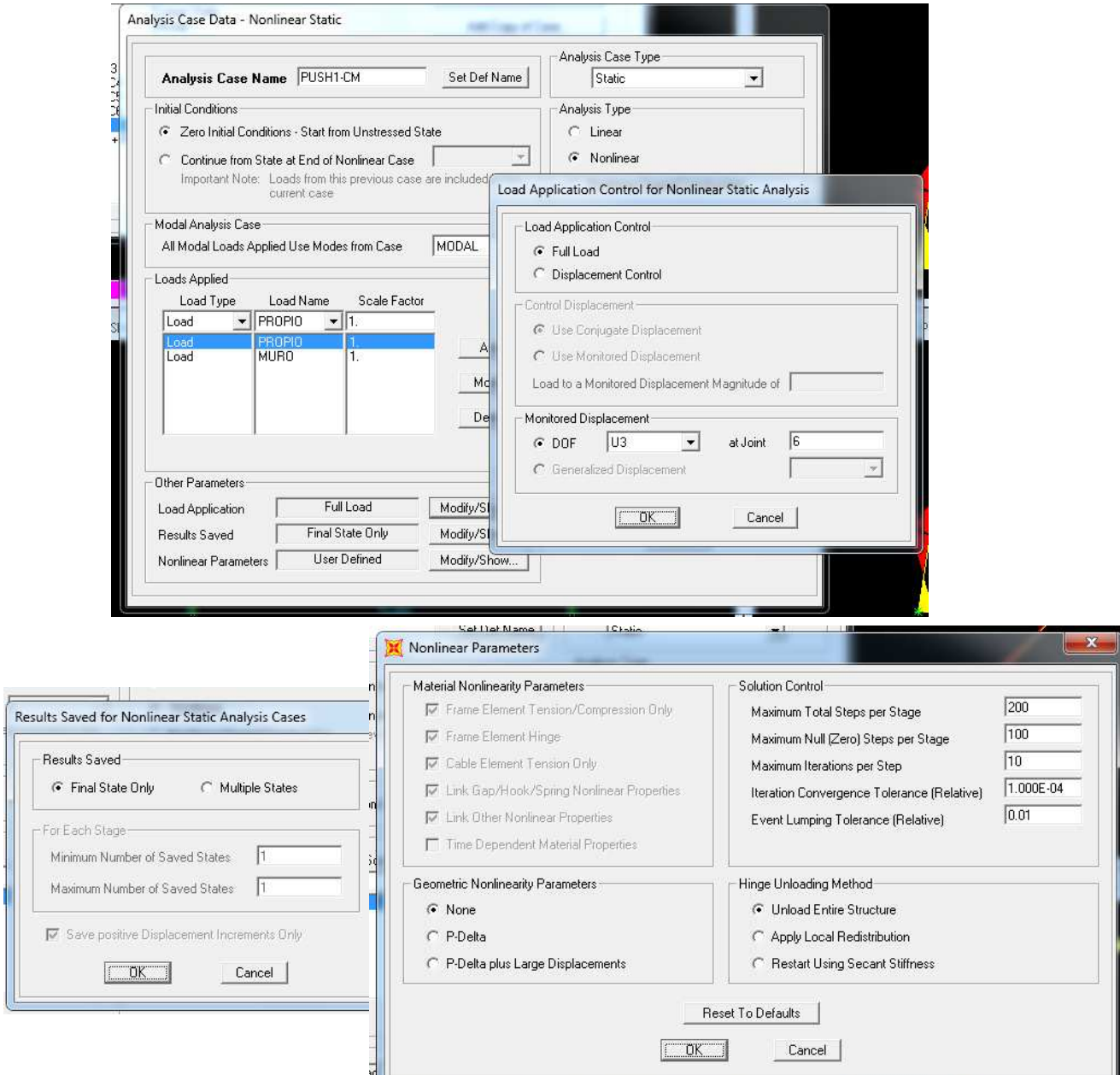


Figura. 3.1.1.6 *Pushover* inicial debido a carga muerta

El segundo *pushover* toma en cuenta: como previo el caso debido a carga muerta (fig. 3.1.1.7), un desplazamiento conjugado de una pulgada en dirección U3 con respecto al nodo 6.

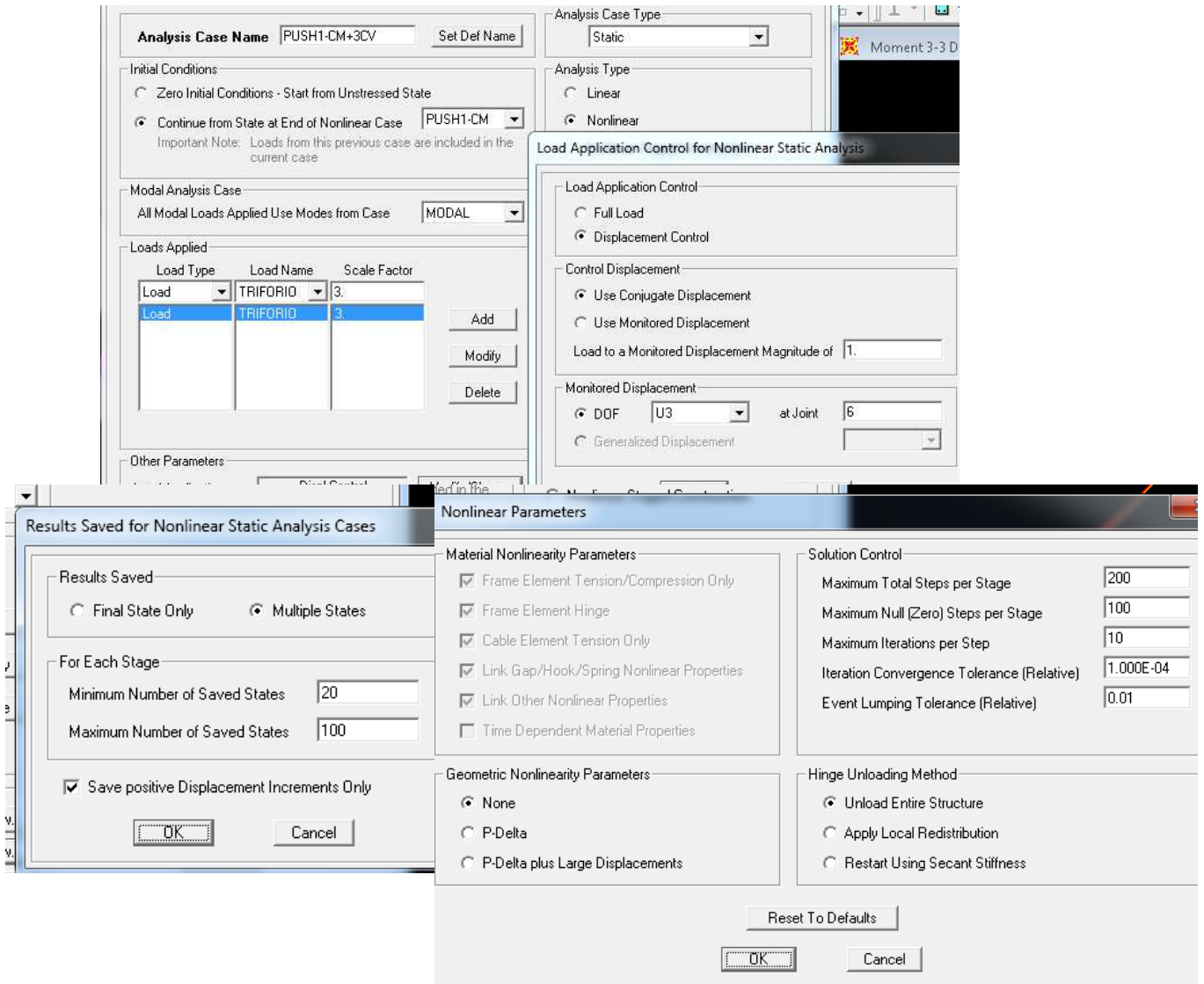


Figura. 3.1.1.7 Segundo *pushover*: se incrementa la carga viva debido a las columnas del triforio

Después de haber realizado varias pruebas, se elige el *pushover* que considera un factor de carga viva igual a 3, esto para obtener una estimación de la capacidad del arco ante cargas verticales, la curva de capacidad se muestra en la figura 3.1.1.8.

En la figura 3.1.1.8 muestra la relación entre el desplazamiento del nodo 6 y la fuerza cortante de los apoyos.

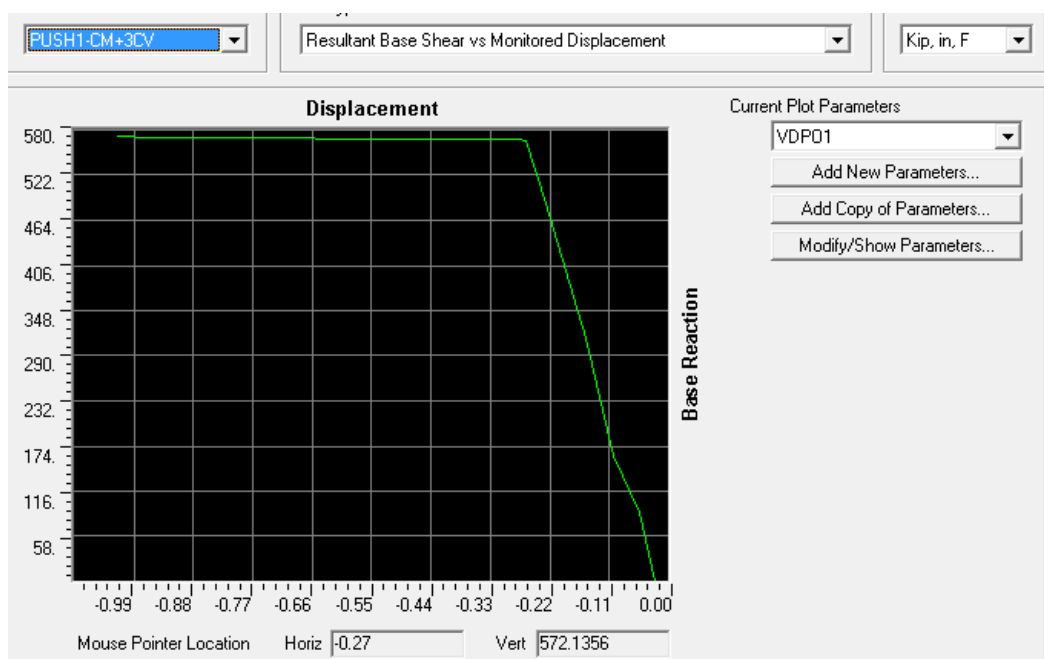


Figura 3.1.1.8. Curva de capacidad para el caso: CM+3CV

Pushover Curve - PUSH1-CM+3CV							
	Step	Displacement	BaseForce (K)	AtoB	BtoD	IDtoLS	LStoCP
▶	0	-0.024214	0.000	20	0	0	0
	1	-0.053260	87.936	18	2	0	0
	2	-0.103260	161.307	18	2	0	0
	3	-0.153260	312.679	18	2	0	0
	4	-0.226537	485.331	16	4	0	0
	5	-0.265652	565.268	12	8	0	0
	6	-0.290594	569.015	10	10	0	0
	7	-0.330594	569.039	10	10	0	0
	8	-0.380594	569.062	10	10	0	0
	9	-0.430594	569.086	10	10	0	0
	10	-0.480594	569.109	10	10	0	0
	11	-0.530594	569.133	10	10	0	0
	12	-0.580594	569.157	10	10	0	0
	13	-0.630594	569.180	10	10	0	0
	14	-0.680594	569.204	10	10	0	0
	15	-0.730594	569.228	10	10	0	0
	16	-0.780594	569.251	10	10	0	0
	17	-0.830594	569.275	10	10	0	0
	18	-0.880594	569.299	10	10	0	0
	19	-0.930594	569.322	10	10	0	0
	20	-0.980594	569.346	10	10	0	0
	21	-0.993498	572.586	8	12	0	0
	22	-1.024214	572.600	8	12	0	0

Tabla 3.1.1.6. Curva *pushover* (push1-CM+3CV)

TABLE: Element Forces - Frames								
Frame	Station	StepNum	P	V2	M3	ElemStation	e=M/P	
Text	in	Unitless	Kip	Kip	Kip-in	in	in	
B1	0	4	-305.84	64.082	1920.151	0	-6.28	OK
B1	28.182	4	-300.087	64.987	101.402	28.182	-0.34	OK
B1	56.365	4	-294.333	65.893	-1742.858	56.365	5.92	OK
B2	0	4	-300.259	-28.606	-1742.858	0	5.80	OK
B2	28.148	4	-295.076	-25.965	-974.806	28.148	3.30	OK
B2	56.297	4	-289.892	-23.324	-281.101	56.297	0.97	OK
B3	0	4	-154.107	2.639	-281.101	0	1.82	OK
B3	28.171	4	-149.99	6.756	-413.43	28.171	2.76	OK
B3	56.342	4	-145.873	10.873	-661.735	56.342	4.54	OK
B4	0	4	-142.095	-34.732	-661.735	0	4.66	OK
B4	28.148	4	-139.453	-29.549	242.963	28.148	-1.74	OK
B4	56.297	4	-136.812	-24.365	1001.759	56.297	-7.32	OK
B5	0	4	-129.366	-50.752	1001.759	0	-7.74	OK
B5	7.104	4	-128.969	-49.338	1357.295	7.104	-10.52	OK
B5	14.209	4	-128.572	-47.924	1702.789	14.209	-13.24	ROT
B6	0	4	-128.572	47.924	1702.789	0	-13.24	ROT
B6	7.104	4	-128.969	49.338	1357.295	7.104	-10.52	OK
B6	14.209	4	-129.366	50.752	1001.759	14.209	-7.74	OK
B7	0	4	-136.812	24.365	1001.759	0	-7.32	OK
B7	28.148	4	-139.453	29.549	242.963	28.148	-1.74	OK
B7	56.297	4	-142.095	34.732	-661.735	56.297	4.66	OK
B8	0	4	-145.873	-10.873	-661.735	0	4.54	OK
B8	28.171	4	-149.99	-6.756	-413.43	28.171	2.76	OK
B8	56.342	4	-154.107	-2.639	-281.101	56.342	1.82	OK
B9	0	4	-289.892	23.324	-281.101	0	0.97	OK
B9	28.148	4	-295.076	25.965	-974.806	28.148	3.30	OK
B9	56.297	4	-300.259	28.606	-1742.858	56.297	5.80	OK
B10	0	4	-294.333	-65.893	-1742.858	0	5.92	OK
B10	28.182	4	-300.087	-64.987	101.402	28.182	-0.34	OK
B10	56.365	4	-305.84	-64.082	1920.151	56.365	-6.28	OK

Tabla 3.1.1.2. Fuerzas internas al llegar (paso 4)

TABLE: Element Forces - Frames								
Frame	Station	StepNum	P	V2	M3	ElemStation	e=M/P	
Text	in	Unitless	Kip	Kip	Kip-in	in	in	
B1	0	5	-347.409	71.129	1920.196	0	-5.53	OK
B1	28.182	5	-341.656	72.034	-97.135	28.182	0.28	OK
B1	56.365	5	-335.902	72.939	-2139.977	56.365	6.37	OK
B2	0	5	-341.964	-34.795	-2139.977	0	6.26	OK
B2	28.148	5	-336.781	-32.154	-1197.727	28.148	3.56	OK
B2	56.297	5	-331.598	-29.512	-329.824	56.297	0.99	OK
B3	0	5	-173.018	2.708	-329.824	0	1.91	OK
B3	28.171	5	-168.901	6.825	-464.11	28.171	2.75	OK
B3	56.342	5	-164.784	10.942	-714.372	56.342	4.34	OK
B4	0	5	-160.102	-40.509	-714.372	0	4.46	OK
B4	28.148	5	-157.46	-35.326	352.942	28.148	-2.24	OK
B4	56.297	5	-154.819	-30.142	1274.355	56.297	-8.23	OK
B5	0	5	-145.888	-59.952	1274.355	0	-8.74	OK
B5	7.104	5	-145.491	-58.538	1695.251	7.104	-11.65	OK
B5	14.209	5	-145.095	-57.124	2106.105	14.209	-14.52	ROT
B6	0	5	-145.095	57.124	2106.105	0	-14.52	ROT
B6	7.104	5	-145.491	58.538	1695.251	7.104	-11.65	OK
B6	14.209	5	-145.888	59.952	1274.355	14.209	-8.74	OK
B7	0	5	-154.819	30.142	1274.355	0	-8.23	OK
B7	28.148	5	-157.46	35.326	352.942	28.148	-2.24	OK
B7	56.297	5	-160.102	40.509	-714.372	56.297	4.46	OK
B8	0	5	-164.784	-10.942	-714.372	0	4.34	OK
B8	28.171	5	-168.901	-6.825	-464.11	28.171	2.75	OK
B8	56.342	5	-173.018	-2.708	-329.824	56.342	1.91	OK
B9	0	5	-331.598	29.512	-329.824	0	0.99	OK
B9	28.148	5	-336.781	32.154	-1197.727	28.148	3.56	OK
B9	56.297	5	-341.964	34.795	-2139.977	56.297	6.26	OK
B10	0	5	-335.902	-72.939	-2139.977	0	6.37	OK
B10	28.182	5	-341.656	-72.034	-97.135	28.182	0.28	OK
B10	56.365	5	-347.409	-71.129	1920.196	56.365	-5.53	OK

Tabla 3.1.1.3. Fuerzas internas al llegar (paso 5)

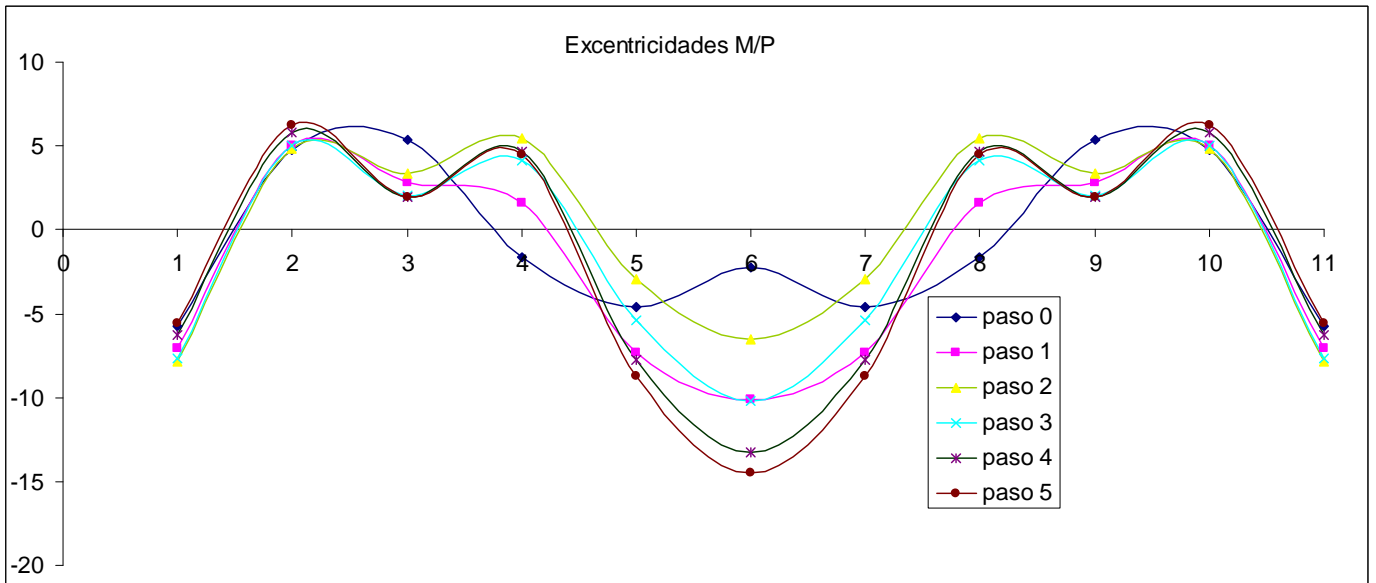


Figura 3.1.1.9. Gráfica de excentricidades

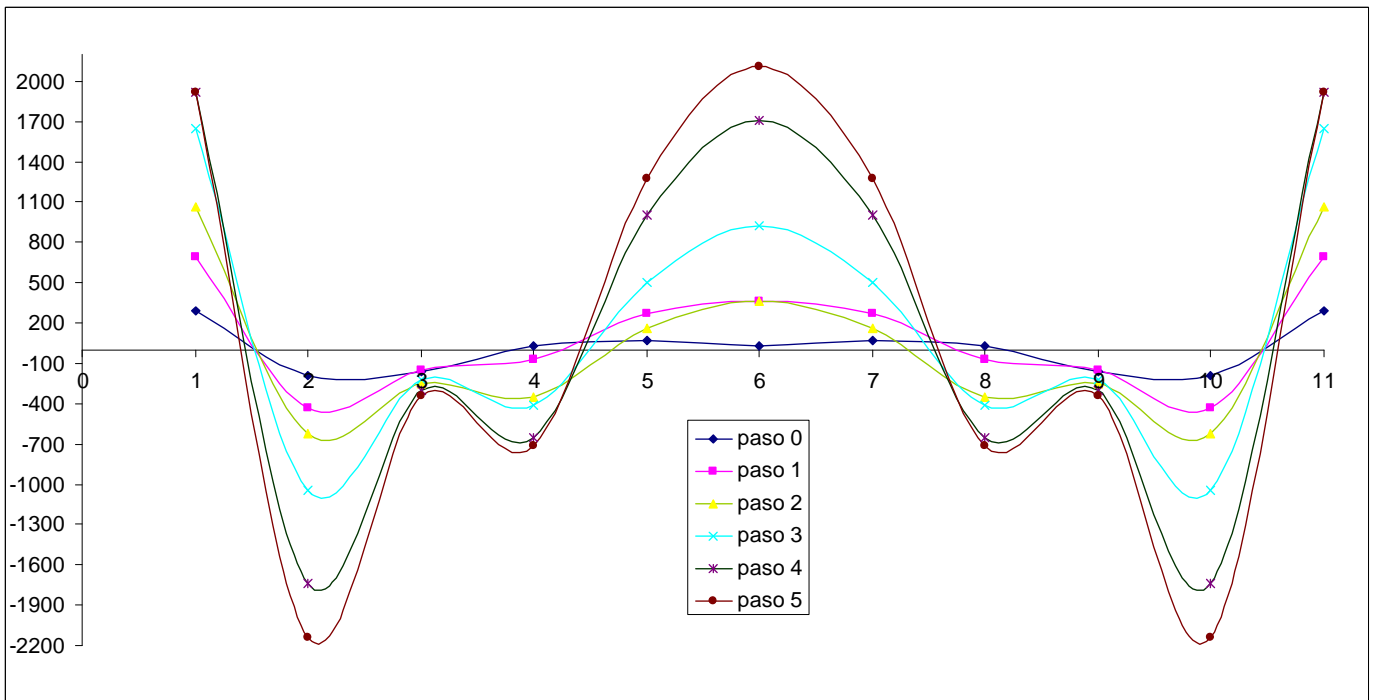


Figura 3.1.1.10. Momento Flexionante en cada nodo

TABLE: Frame Hinge States									
Frame	Step	Hinge	GenHinge	RelDist	AbsDist	P	M3	R3Plastic	HingeState
Text		Text	Text		in	Kip	Kip-in	Radians	Text
B1	4	FH1	B1H1	0	0	-305.84	1920.15	0.00064	B to C
B1	4	FH1	B1H2	1	56.37	-294.333	-1742.86	0	A to B
B2	4	FH1	B2H1	0	0	-300.259	-1742.86	0	A to B
B2	4	FH1	B2H2	1	56.3	-289.892	-281.101	0	A to B
B3	4	FH1	B3H1	0	0	-154.107	-281.101	0	A to B
B3	4	FH1	B3H2	1	56.34	-145.873	-661.735	0	A to B
B4	4	FH1	B4H1	0	0	-142.095	-661.735	0	A to B
B4	4	FH1	B4H2	1	56.3	-136.812	1001.76	0	A to B
B5	4	FH1	B5H1	0	0	-129.366	1001.76	0	A to B
B5	4	FH1	B5H2	1	14.21	-128.572	1702.79	0.00074	B to C
B6	4	FH1	B6H1	0	0	-128.572	1702.79	0.00074	B to C
B6	4	FH1	B6H2	1	14.21	-129.366	1001.76	0	A to B
B7	4	FH1	B7H1	0	0	-136.812	1001.76	0	A to B
B7	4	FH1	B7H2	1	56.3	-142.095	-661.735	0	A to B
B8	4	FH1	B8H1	0	0	-145.873	-661.735	0	A to B
B8	4	FH1	B8H2	1	56.34	-154.107	-281.101	0	A to B
B9	4	FH1	B9H1	0	0	-289.892	-281.101	0	A to B
B9	4	FH1	B9H2	1	56.3	-300.259	-1742.86	0	A to B
B10	4	FH1	B10H1	0	0	-294.333	-1742.86	0	A to B
B10	4	FH1	B10H2	1	56.37	-305.84	1920.15	0.00064	B to C
B1	5	FH1	B1H1	0	0	-347.409	1920.2	0.00114	B to C
B1	5	FH1	B1H2	1	56.37	-335.902	-2139.98	0	B to C
B2	5	FH1	B2H1	0	0	-341.964	-2139.98	0	B to C
B2	5	FH1	B2H2	1	56.3	-331.598	-329.824	0	A to B
B2	6	FH1	B2H1	0	0	-343.768	-2140	-0.0003	B to C
B3	5	FH1	B3H1	0	0	-173.018	-329.824	0	A to B
B3	5	FH1	B3H2	1	56.34	-164.784	-714.372	0	A to B
B4	5	FH1	B4H1	0	0	-160.102	-714.372	0	A to B
B4	5	FH1	B4H2	1	56.3	-154.819	1274.36	0	A to B
B5	5	FH1	B5H1	0	0	-145.888	1274.36	0	A to B
B5	5	FH1	B5H2	1	14.21	-145.095	2106.11	0.00074	B to C
B6	5	FH1	B6H1	0	0	-145.095	2106.11	0.00074	B to C
B6	5	FH1	B6H2	1	14.21	-145.888	1274.36	0	A to B
B7	5	FH1	B7H1	0	0	-154.819	1274.36	0	A to B
B7	5	FH1	B7H2	1	56.3	-160.102	-714.372	0	A to B
B8	5	FH1	B8H1	0	0	-164.784	-714.372	0	A to B
B8	5	FH1	B8H2	1	56.34	-173.018	-329.824	0	A to B
B9	5	FH1	B9H1	0	0	-331.598	-329.824	0	A to B
B9	5	FH1	B9H2	1	56.3	-341.964	-2139.98	0	B to C
B10	5	FH1	B10H1	0	0	-335.902	-2139.98	0	B to C
B10	5	FH1	B10H2	1	56.37	-347.409	1920.2	0.00114	B to C

Tabla 3.1.1.4. Estado de las articulaciones plásticas (paso 4 y 5)

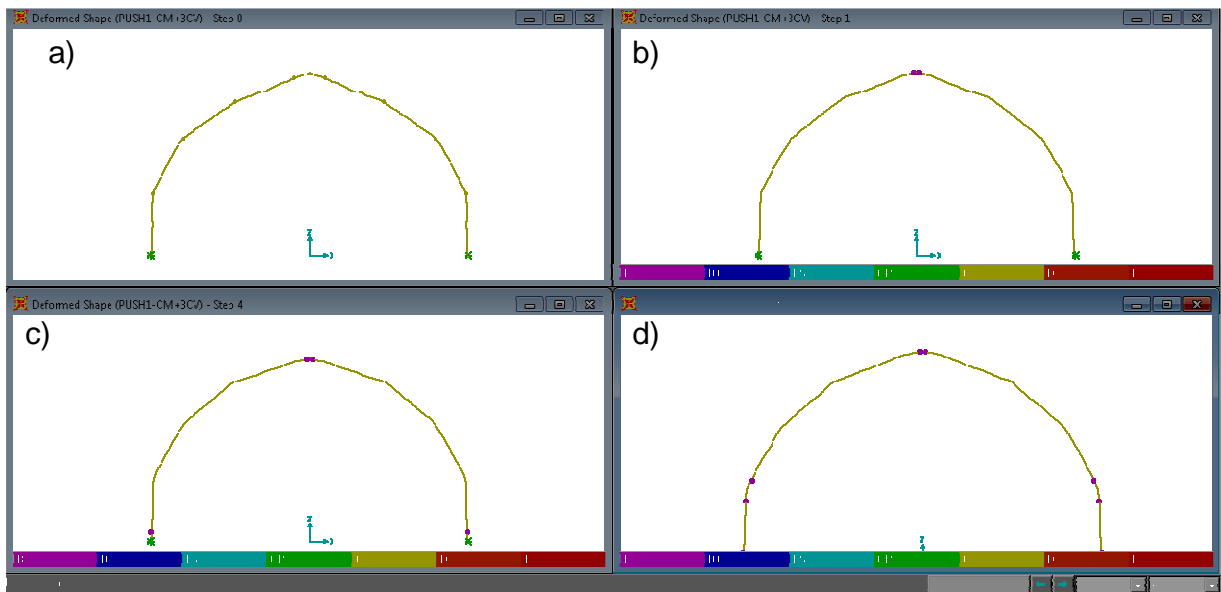


Figura 3.1.1.11. Formación de articulaciones plásticas

Fuerzas transmitidas en cada columna:

- a) 51.32 kips (paso 0)
- b) 97.45 kips (paso 1)
- c) 305.84 kips (paso 4)
- d) 347.41 kips (paso 5)

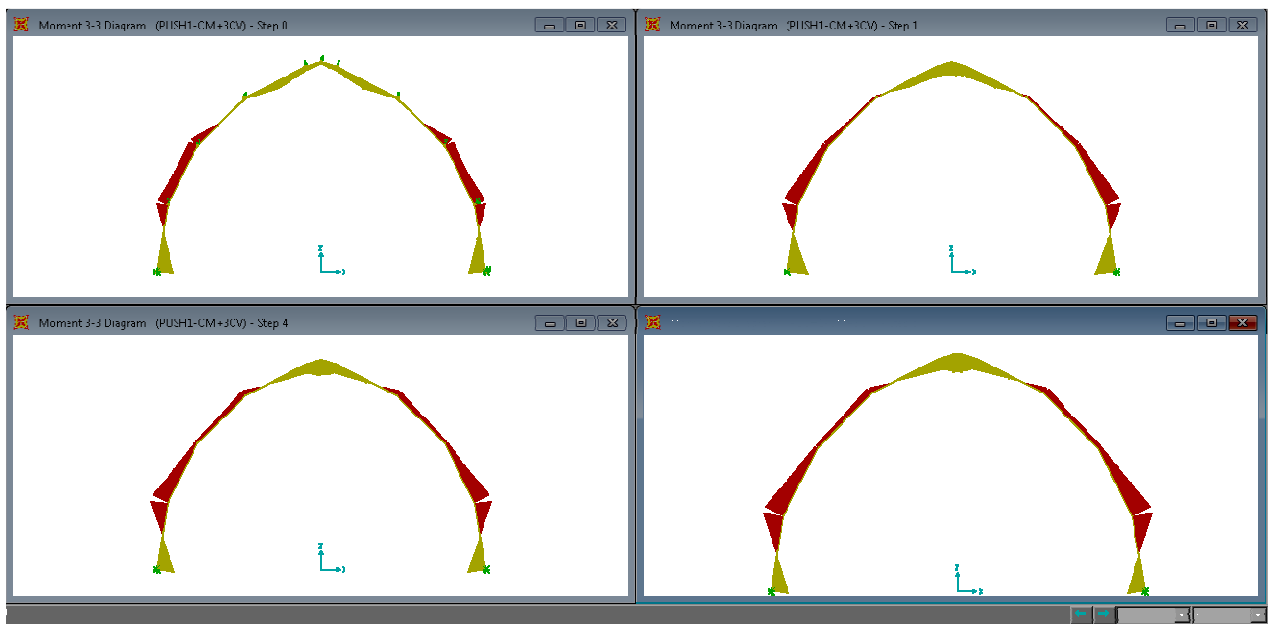


Figura 3.1.1.12 Diagramas de momentos en cada paso *pushover*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	PUSH1- CM+3CV								kip-in
3							(PUSH1-CM+3CV)-CM		
4	PASO	P	V2	M3			P	V	M
5	0	-51.32	-9.54	293.03			-46.13	-10.31	377.76
6	1	-97.45	-19.85	670.79			-254.52	-56.35	1627.12
7	4	-305.84	-65.89	1920.15			-296.09	-63.4	1627.17
8	5	-347.41	-72.94	1920.2					
9			CM				((PUSH1-CM+3CV)-CM)/CV		
10	0	-51.32	-9.54	293.03			ip	iv	im
11			CV			1	24.4074074	-0.52871795	27.3145336
12		-1.89	19.5	13.83		4	134.666667	-2.88974359	117.651482
13			CM+CV			5	156.661376	-3.25128205	117.655098
14		-53.21	9.96	306.86					
15			CM+3CV						
16		-56.99	10.8	334.51					
17									
18		cm+ipcv	cm+ivcv	cm+imcv					
19		-97.45	-19.85	670.79					
20		-305.84	-65.89	1920.15					
21		-347.41	-72.94	1920.2					
22									
23									Ver figura 2.4.1.5
24			cm+27cv						
25		P	V	M					
26	1	-102.35		666.44					A-B
27									
28			cm+117.65cv						
29	4	-273.6785		1920.1295					B-IO
30									

Tabla 3.1.1.5 Combinaciones lineales que se harían para llegar al paso 4 del *pushover* si éste no se generara: CM+27CV (A-B), CM+117.67CV (B-IO).

3.1.2. Análisis de resultados

A medida que las cargas aumentan, van apareciendo una serie de articulaciones parciales a lo largo del arco, que representa la parte no lineal inicial de la curva esfuerzo-deformación. Aparecen inicialmente las articulaciones en la cresta después en los apoyos, formando así un arco triarticulado estable, pero al aparecer las articulaciones en las ancas el sistema se vuelve inestable. En el programa Sap2000 se ve esta inestabilidad a partir del paso 6 ya que los valores de momentos y axiales, con respecto al paso 5 ya no varían.

Según la gráfica de excentricidades (fig. 3.1.1.9) solamente se excede el valor de $h/2$ en la cresta del arco (nodo 6), nunca en las ancas (nodo 2 y 10) ni en los apoyos (nodo 1 y 11) a pesar de ser grandes los momentos en estos puntos (fig. 3.1.1.10), por lo que este procedimiento se encuentra del lado de la seguridad en comparación con lo que dice Heyman (La articulación se forma cuando la excentricidad e del empuje normal alcanza el valor h ; esto es, cuando $M=hN$).

A pesar de que generalmente implica un considerable esfuerzo para establecer un análisis no lineal y, especialmente, para ajustar el modelo al punto en el que se ejecutará y dará resultados significativos, tal análisis puede devolver resultados más realistas. El arco no falla inmediatamente como resultado de desarrollar una articulación en los soportes. En lugar de ello, el arco tiene una capacidad significativa para redistribuir momentos de flexión para el resto del arco y se puede desarrollar la capacidad residual más allá de la formación de articulaciones.

3.2. Modelo representativo de una pila o columna de mampostería

El uso de una articulación de marco con propiedades no lineales se puede ilustrar por medio de un ejemplo de análisis paso a paso para una columna ficticia de mampostería de 24 in x 24in de sección transversal, con una altura de 120 in, que se ilustra en la Figura 3.2.1. La columna tiene un peso unitario de 160 lb/ft³ o un peso total de 6 kips. La articulación propuesta se encuentra en la base del elemento **frame** utilizado para representar la columna.

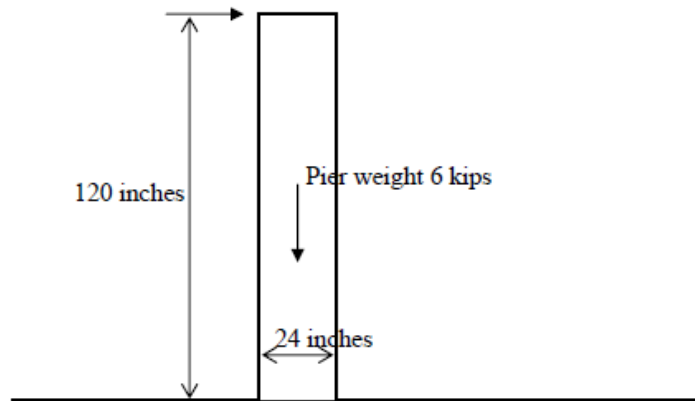


Figura 3.2.1. Columna de mampostería

Propiedades la mampostería:

$E = 1500 \text{ kips/in}^2 = 105,675 \text{ kg/cm}^2$, γ (peso unitario) = 160 lbs/ft³, $\sigma = 0.2$, f'_c (capacidad de resistencia a la compresión) = 2000 psi = 140.61 kg/cm², f_t (capacidad de resistencia a la tracción) = de 100 psi = 7.03 kg/cm².

El análisis se divide en dos casos *pushover*: el primero se aplica la carga muerta debido al peso propio y el segundo aumentando la carga lateral en la parte superior, los resultados se registran para cada uno de los pasos.

3.2.1. Análisis estático no lineal incremental del modelo de referencia

Propiedades del material.

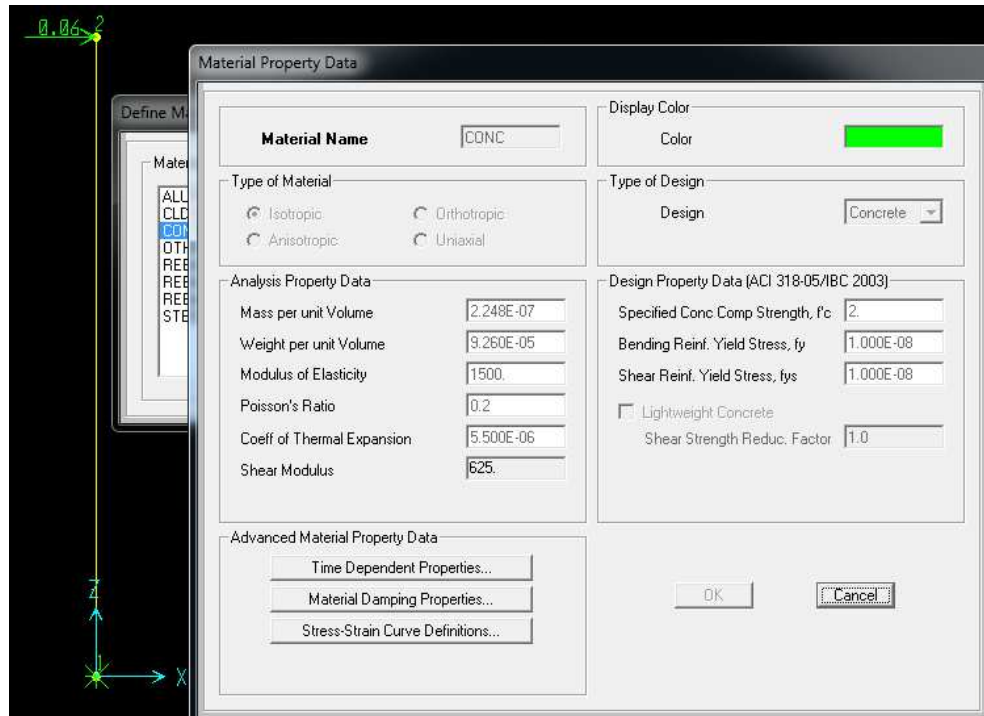


Figura 3.2.1.1. Propiedades de la mampostería

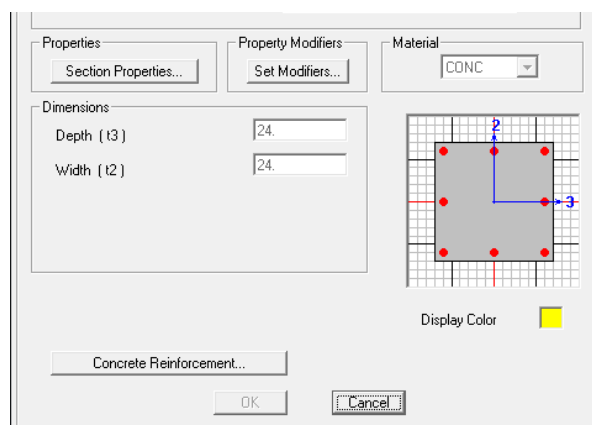


Figura 3.2.1.2. Sección 24 x 24 in

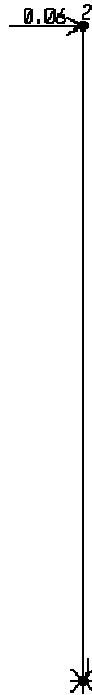


Figura 3.2.1.3. Modelo, Fuerza lateral aplicada (kip)

Propiedades de la articulación o articulación plástica

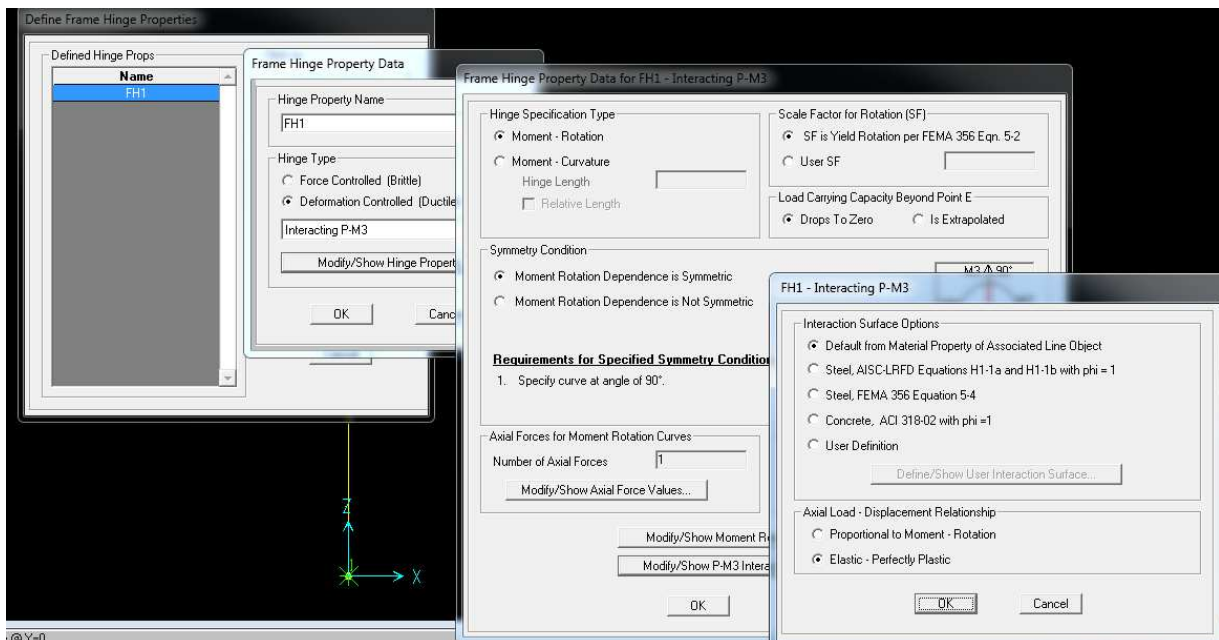


Figura 3.2.1.4. Propiedades de articulación plástica

Caso pushover: CM=PP

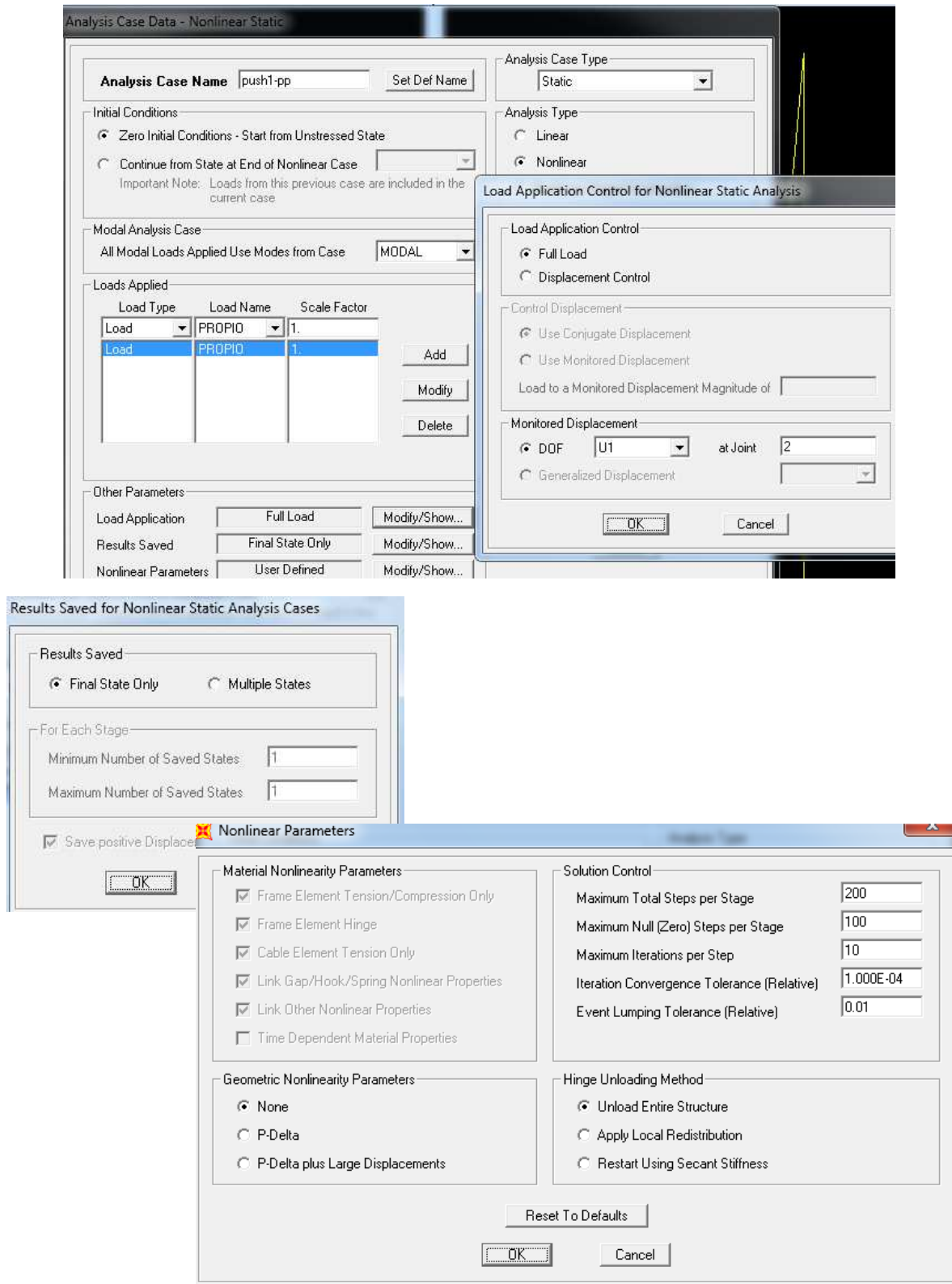


Figura 3.2.1.5. Pushover inicial, solo peso propio

Caso *pushover*: Peso propio + fuerza Lateral

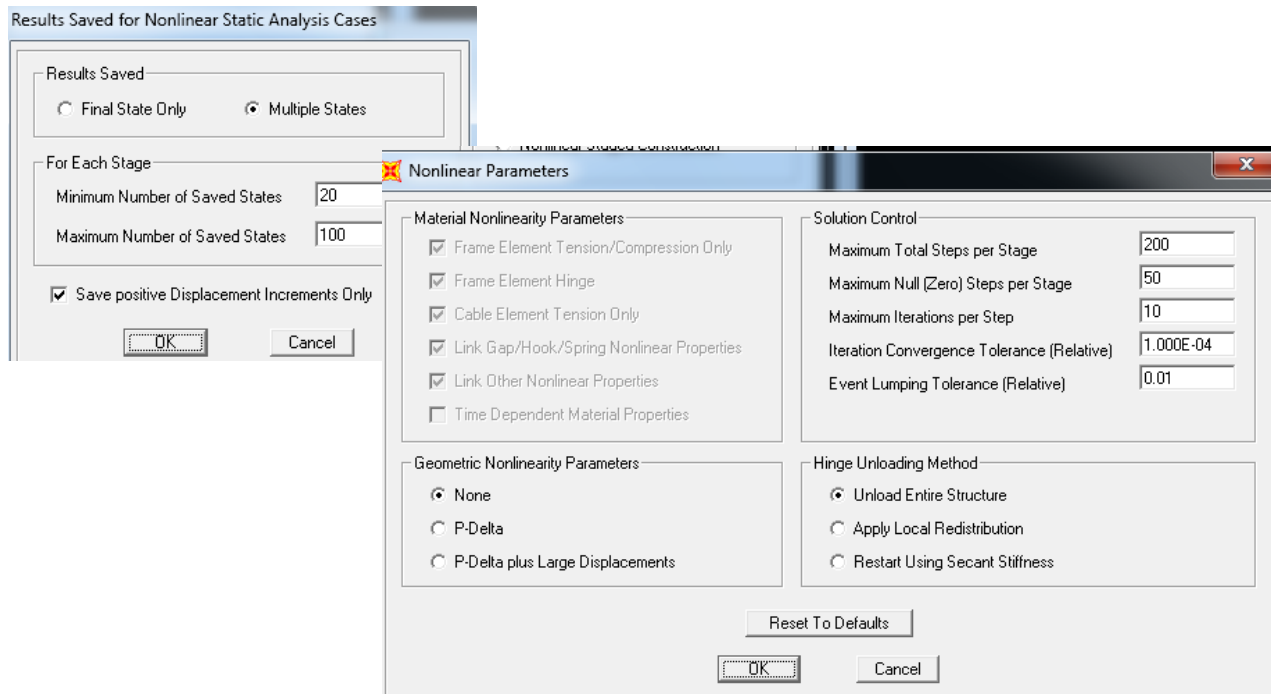
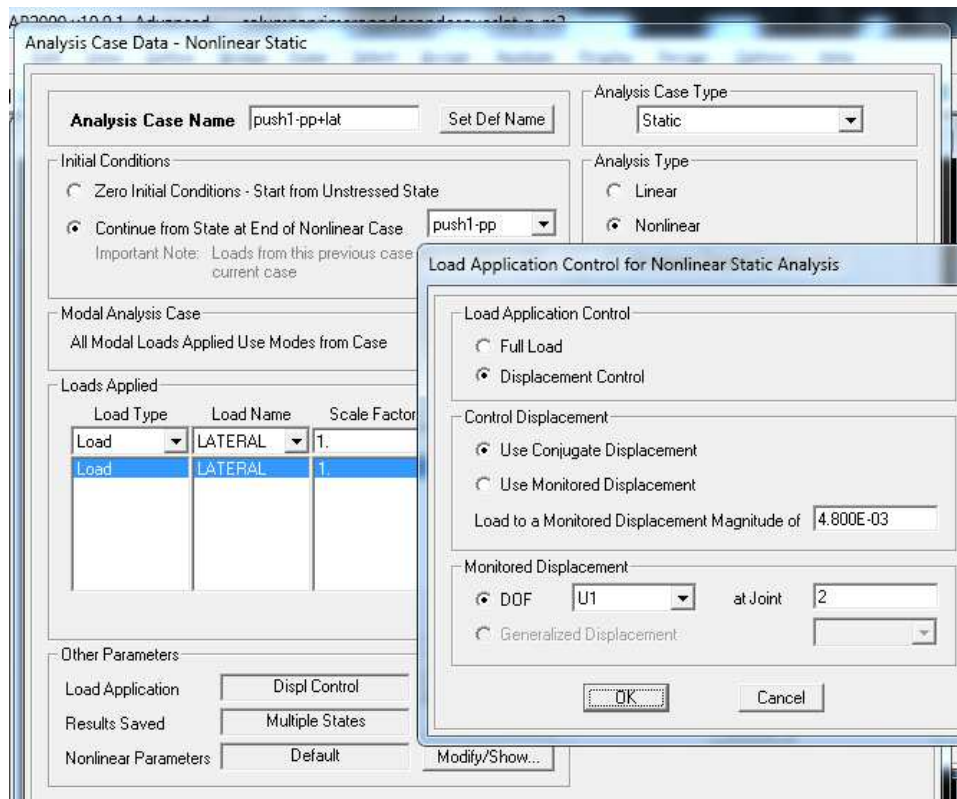


Figura 3.2.1.6. Segundo *Pushover*, se aumenta la carga lateral

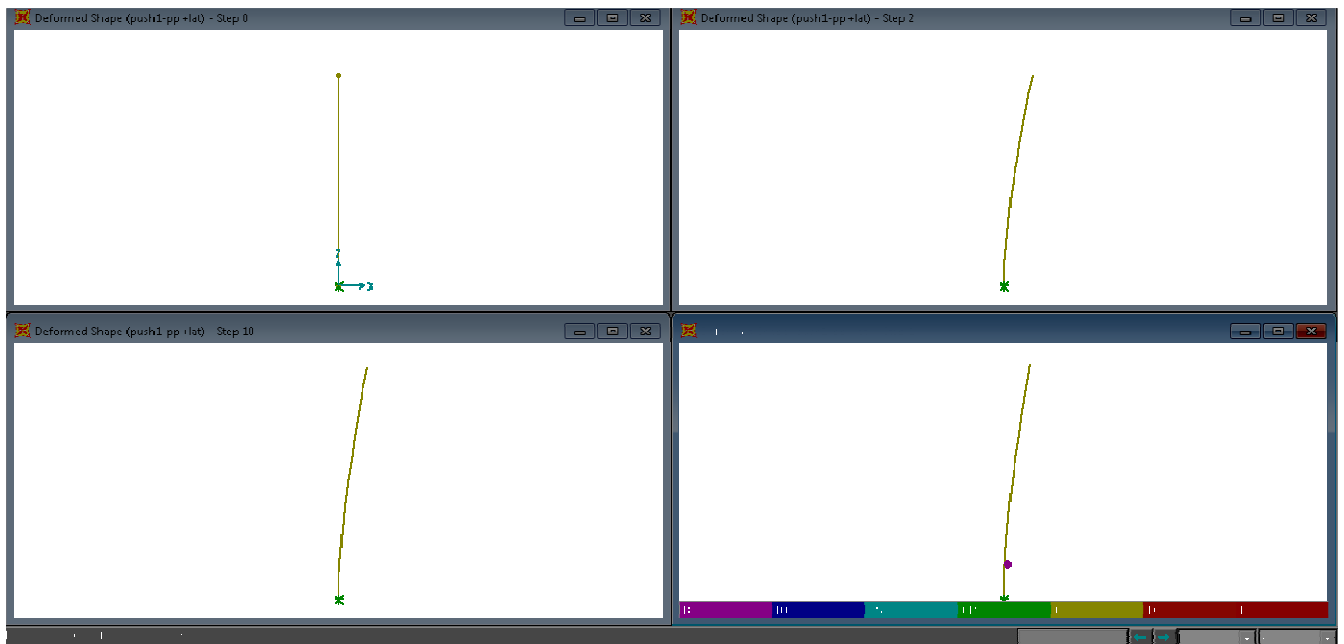


Figura 3.2.1.7. Formación de articulaciones plásticas

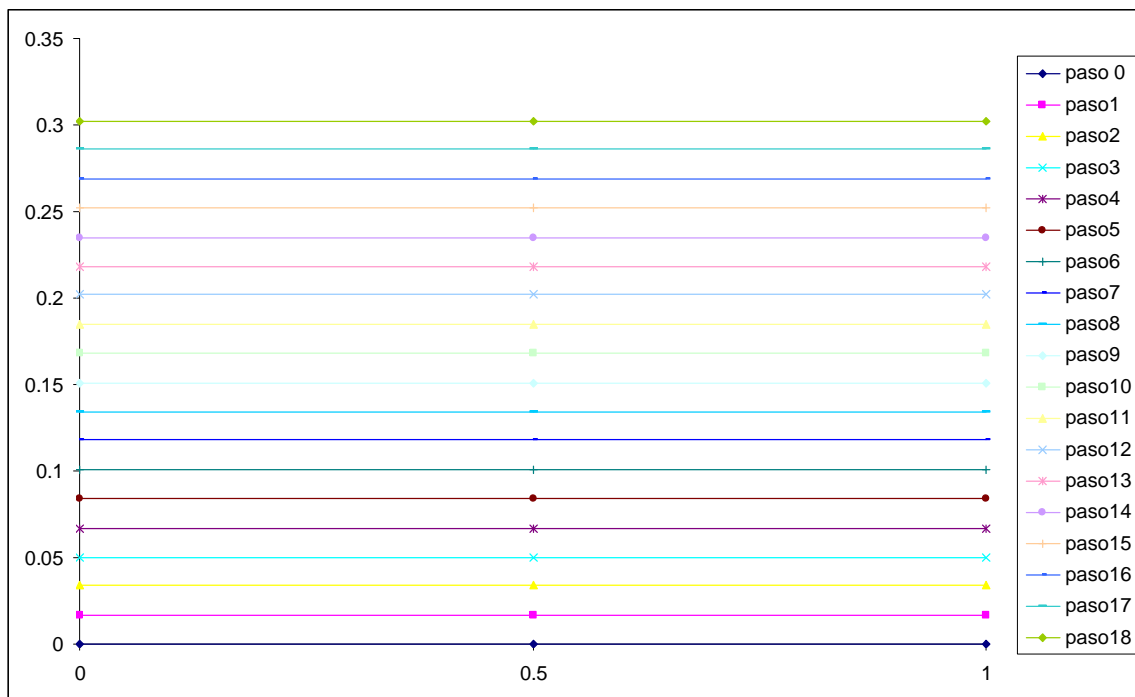


Figura 3.2.1.8. Fuerza cortante paso a paso

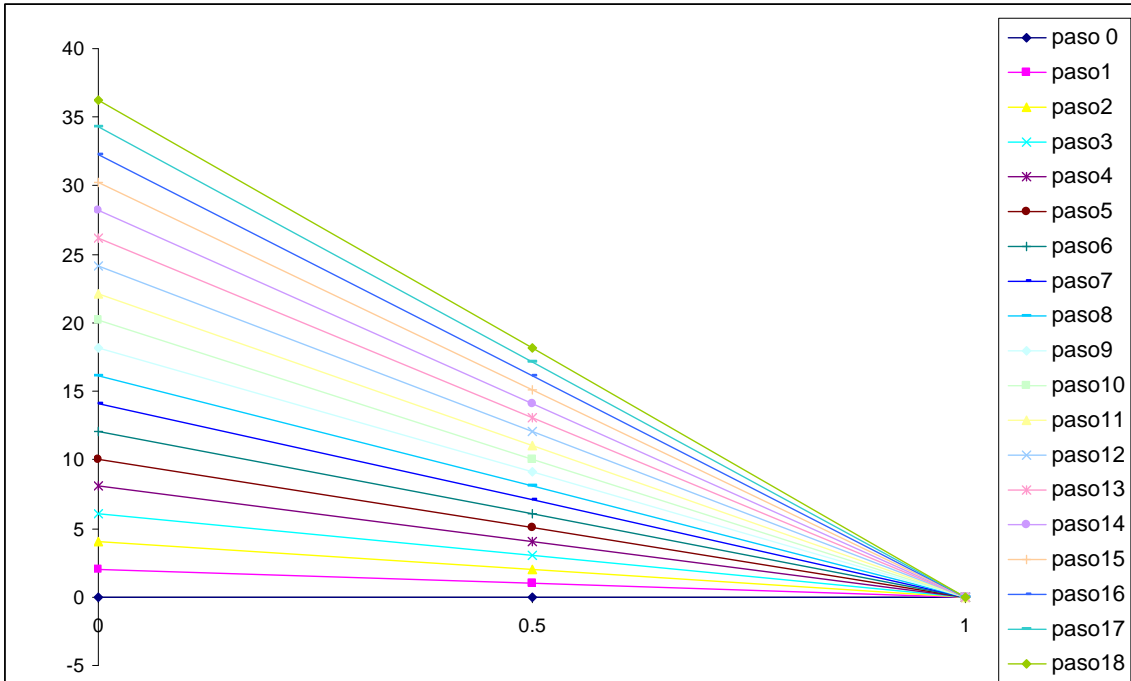


Figura 3.2.1.9. Momento flexionante paso a paso

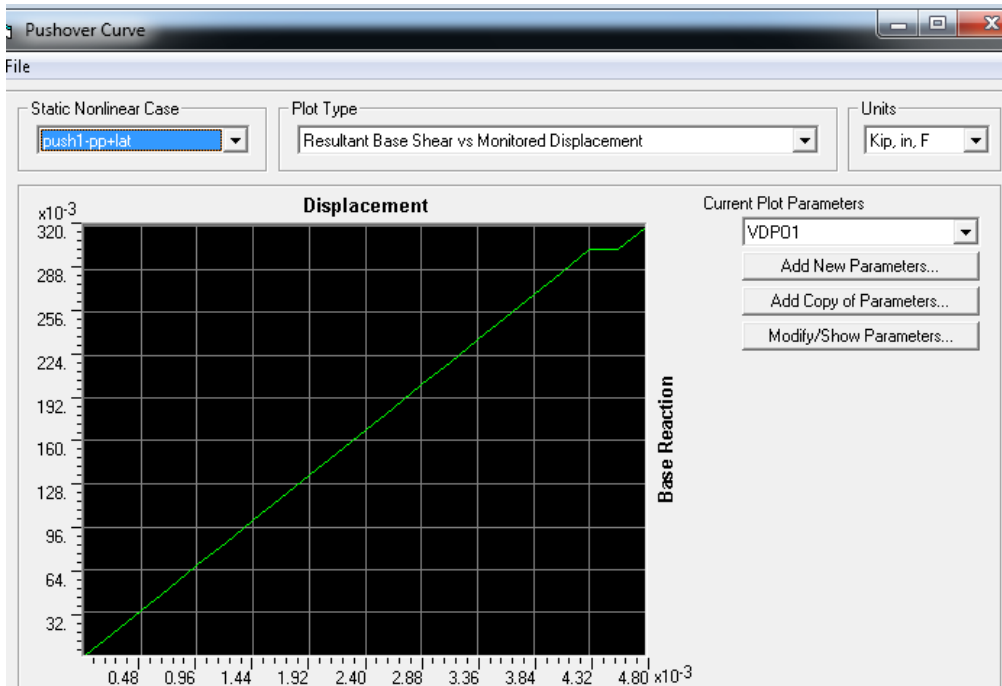


Figura 3.2.1.10. Curva de capacidad

Table Display

File Edit

Pushover Curve - push1-pp-lat

Pushover Curve - push1-pp-lat

Step	Displacement	BaseForce (K)	AtoB	BtoD	IDtoLS	LStoCP	CPtoC	CtoD	DtoE	BeyondE	Total
0	0.000000	0.000	1	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0.000240	0.017	1	0	0	0	0	0	0	0	1
2	0.000480	0.034	1	0	0	0	0	0	0	0	1
3	0.000720	0.050	1	0	0	0	0	0	0	0	1
4	0.000960	0.067	1	0	0	0	0	0	0	0	1
5	0.001200	0.084	1	0	0	0	0	0	0	0	1
6	0.001440	0.101	1	0	0	0	0	0	0	0	1
7	0.001680	0.118	1	0	0	0	0	0	0	0	1
8	0.001920	0.134	1	0	0	0	0	0	0	0	1
9	0.002160	0.151	1	0	0	0	0	0	0	0	1
10	0.002400	0.168	1	0	0	0	0	0	0	0	1
11	0.002640	0.185	1	0	0	0	0	0	0	0	1
12	0.002880	0.202	1	0	0	0	0	0	0	0	1
13	0.003120	0.218	1	0	0	0	0	0	0	0	1
14	0.003360	0.235	1	0	0	0	0	0	0	0	1
15	0.003600	0.252	1	0	0	0	0	0	0	0	1
16	0.003840	0.269	1	0	0	0	0	0	0	0	1
17	0.004080	0.286	1	0	0	0	0	0	0	0	1
18	0.004320	0.302	0	1	0	0	0	0	0	0	1
19	0.004560	0.302	0	1	0	0	0	0	0	0	1
20	0.004800	0.319	0	1	0	0	0	0	0	0	1

Tabla 3.2.1.1. Curva de capacidad

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	TABLE: Element Forces - Frames														
2	Frame	Station	Step	P	V2	M3	e		Frame	Station	Step	P	V2	M3	e
3	Text	in		Kip	Kip	Kip-in	in			in		Kip	Kip	Kip-in	in
4	1	0	0	-6.401	1.3E-18	7.8E-17	-1E-17	ok	1	120	10	-1E-16	0.168	-2E-15	20 rot
5	1	60	0	-3.2	6.5E-19	1.9E-17	-6E-18	ok	1	0	11	-6.401	0.185	22.171	-3.4637 ok
6	1	120	0	-1E-16	0	0	0	ok	1	60	11	-3.2	0.185	11.086	-3.4644 ok
7	1	0	1	-6.401	0.017	2.016	-0.315	ok	1	120	11	-1E-16	0.185	-2E-15	22 rot
8	1	60	1	-3.2	0.017	1.008	-0.315	ok	1	0	12	-6.401	0.202	24.187	-3.7786 ok
9	1	120	1	-1E-16	0.017	-2E-16	2	ok	1	60	12	-3.2	0.202	12.093	-3.7791 ok
10	1	0	2	-6.401	0.034	4.031	-0.63	ok	1	120	12	-1E-16	0.202	-3E-15	24.009 rot
11	1	60	2	-3.2	0.034	2.016	-0.63	ok	1	0	13	-6.401	0.218	26.202	-4.0934 ok
12	1	120	2	-1E-16	0.034	-4E-16	4.0009	ok	1	60	13	-3.2	0.218	13.101	-4.0941 ok
13	1	0	3	-6.401	0.05	6.047	-0.945	ok	1	120	13	-1E-16	0.218	-3E-15	26.009 rot
14	1	60	3	-3.2	0.05	3.023	-0.945	ok	1	0	14	-6.401	0.235	28.218	-4.4084 ok
15	1	120	3	-1E-16	0.05	-7E-16	6.0009	ok	1	60	14	-3.2	0.235	14.109	-4.4091 ok
16	1	0	4	-6.401	0.067	8.062	-1.259	ok	1	120	14	-1E-16	0.235	-3E-15	28.009 rot
17	1	60	4	-3.2	0.067	4.031	-1.26	ok	1	0	15	-6.401	0.252	30.233	-4.7232 ok
18	1	120	4	-1E-16	0.067	-9E-16	8.0018	ok	1	60	15	-3.2	0.252	15.117	-4.7241 ok
19	1	0	5	-6.401	0.084	10.078	-1.574	ok	1	120	15	-1E-16	0.252	-3E-15	30.009 rot
20	1	60	5	-3.2	0.084	5.039	-1.575	ok	1	0	16	-6.401	0.269	32.249	-5.0381 ok
21	1	120	5	-1E-16	0.084	-1E-15	10	ok	1	60	16	-3.2	0.269	16.124	-5.0388 ok
22	1	0	6	-6.401	0.101	12.093	-1.889	ok	1	120	16	-1E-16	0.269	-4E-15	32.009 rot
23	1	60	6	-3.2	0.101	6.047	-1.89	ok	1	0	17	-6.401	0.286	34.264	-5.3529 ok
24	1	120	6	-1E-16	0.101	-1E-15	12	rot	1	60	17	-3.2	0.286	17.132	-5.3538 ok
25	1	0	7	-6.401	0.118	14.109	-2.204	ok	1	120	17	-1E-16	0.286	-4E-15	34.009 rot
26	1	60	7	-3.2	0.118	7.054	-2.204	ok	1	0	18	-6.401	0.302	36.28	-5.6679 ok
27	1	120	7	-1E-16	0.118	-2E-15	14	rot	1	60	18	-3.2	0.302	18.14	-5.6688 ok
28	1	0	8	-6.401	0.134	16.124	-2.519	ok	1	120	18	-1E-16	0.302	-4E-15	36.009 rot
29	1	60	8	-3.2	0.134	8.062	-2.519	ok	1	0	19	-6.401	0.302	36.28	-5.6679 ok
30	1	120	8	-1E-16	0.134	-2E-15	16	rot	1	60	19	-3.2	0.302	18.14	-5.6688 ok
31	1	0	9	-6.401	0.151	18.14	-2.834	ok	1	120	19	-1E-16	0.302	-4E-15	36.2703 rot
32	1	60	9	-3.2	0.151	9.07	-2.834	ok	1	0	20	-6.401	0.319	38.293	-5.9823 ok
33	1	120	9	-1E-16	0.151	-2E-15	18	rot	1	60	20	-3.2	0.319	19.146	-5.9831 ok
34	1	0	10	-6.401	0.168	20.156	-3.149	ok	1	120	20	-1E-16	0.319	-4E-15	38.5225 rot
35	1	60	10	-3.2	0.168	10.078	-3.149	ok							

Tabla 3.2.1.2 Fuerzas internas (paso a paso)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	TABLE: Frame Hinge States											
2	Frame	StepNum	AssignHinge	GenHinge	RelDist	AbsDist	P	M3	U1Plastic	R3Plastic	HingeState	HingeStatus
3	Text	Unitless	Text	Text	Unitless	in	Kip	Kip-in	in	Radians	Text	Text
4	1	0	FH1	1H1	0	0	-6.401	7.772E-17	0	0	A to B	A to IO
5	1	1	FH1	1H1	0	0	-6.401	2.016	0	0	A to B	A to IO
6	1	2	FH1	1H1	0	0	-6.401	4.031	0	0	A to B	A to IO
7	1	3	FH1	1H1	0	0	-6.401	6.047	0	0	A to B	A to IO
8	1	4	FH1	1H1	0	0	-6.401	8.062	0	0	A to B	A to IO
9	1	5	FH1	1H1	0	0	-6.401	10.078	0	0	A to B	A to IO
10	1	6	FH1	1H1	0	0	-6.401	12.093	0	0	A to B	A to IO
11	1	7	FH1	1H1	0	0	-6.401	14.109	0	0	A to B	A to IO
12	1	8	FH1	1H1	0	0	-6.401	16.124	0	0	A to B	A to IO
13	1	9	FH1	1H1	0	0	-6.401	18.14	0	0	A to B	A to IO
14	1	10	FH1	1H1	0	0	-6.401	20.156	0	0	A to B	A to IO
15	1	11	FH1	1H1	0	0	-6.401	22.171	0	0	A to B	A to IO
16	1	12	FH1	1H1	0	0	-6.401	24.187	0	0	A to B	A to IO
17	1	13	FH1	1H1	0	0	-6.401	26.202	0	0	A to B	A to IO
18	1	14	FH1	1H1	0	0	-6.401	28.218	0	0	A to B	A to IO
19	1	15	FH1	1H1	0	0	-6.401	30.233	0	0	A to B	A to IO
20	1	16	FH1	1H1	0	0	-6.401	32.249	0	0	A to B	A to IO
21	1	17	FH1	1H1	0	0	-6.401	34.264	0	0	A to B	A to IO
22	1	18	FH1	1H1	0	0	-6.401	36.28	0	0	B to C	A to IO
23	1	19	FH1	1H1	0	0	-6.401	36.28	0	0.000002	B to C	A to IO
24	1	20	FH1	1H1	0	0	-6.401	38.293	0.000406	0.000002003	B to C	A to IO
25												

Tabla 3.2.1.3. Articulaciones plásticas

3.2.2. Análisis de resultados

El análisis paso a paso muestra el desarrollo de las pequeñas relaciones carga-desplazamiento no lineales en una carga de más de 0.2 kip, seguido por un ablandamiento distinta de la respuesta del sistema, con el colapso total en 0.3146 kip, justo por debajo de la fuerza de vuelco sencilla de 0.6 kip

De la curva de capacidad podemos observar que esta columna tiene un comportamiento lineal hasta llegar a 0.286 kip (AtoB de la curva de capacidad), después una pequeña sobre resistencia igual a 0.302 kip (BtoO), llega al colapso en 0.3146kip.

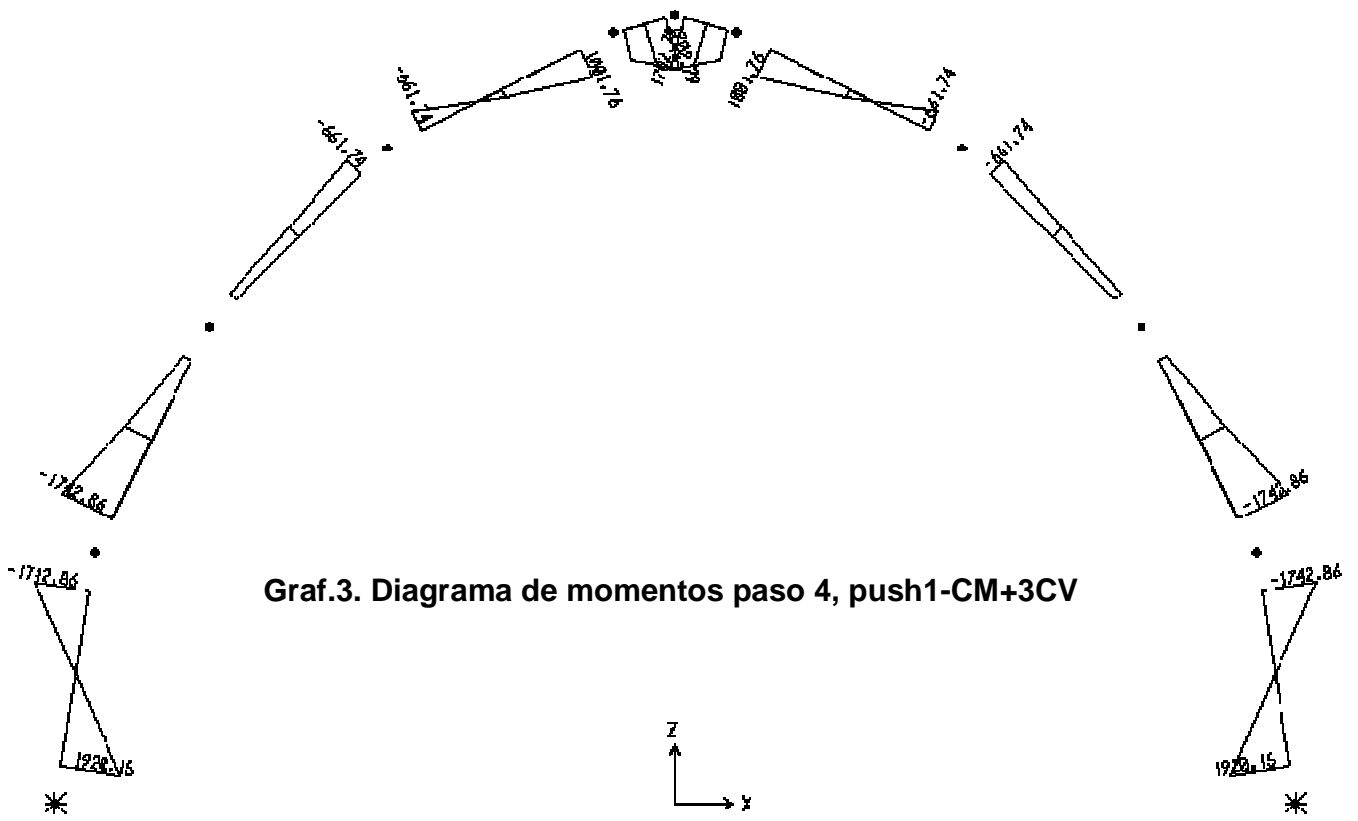
Conclusiones

Los arcos de mampostería se adaptan a pequeños movimientos del entorno abriendo y cerrando grietas. Los movimientos básicos de cedimiento y aproximación de los arranques conducen a configuraciones típicas de grietas, en el caso del arco de estudio se observa que la única forma de adaptarse al movimiento es abriendo una grieta en la clave y dos en los arranques, y posteriormente al seguir aplicando carga aparecen otras dos que la conducen al colapso (la solución ya no converge).

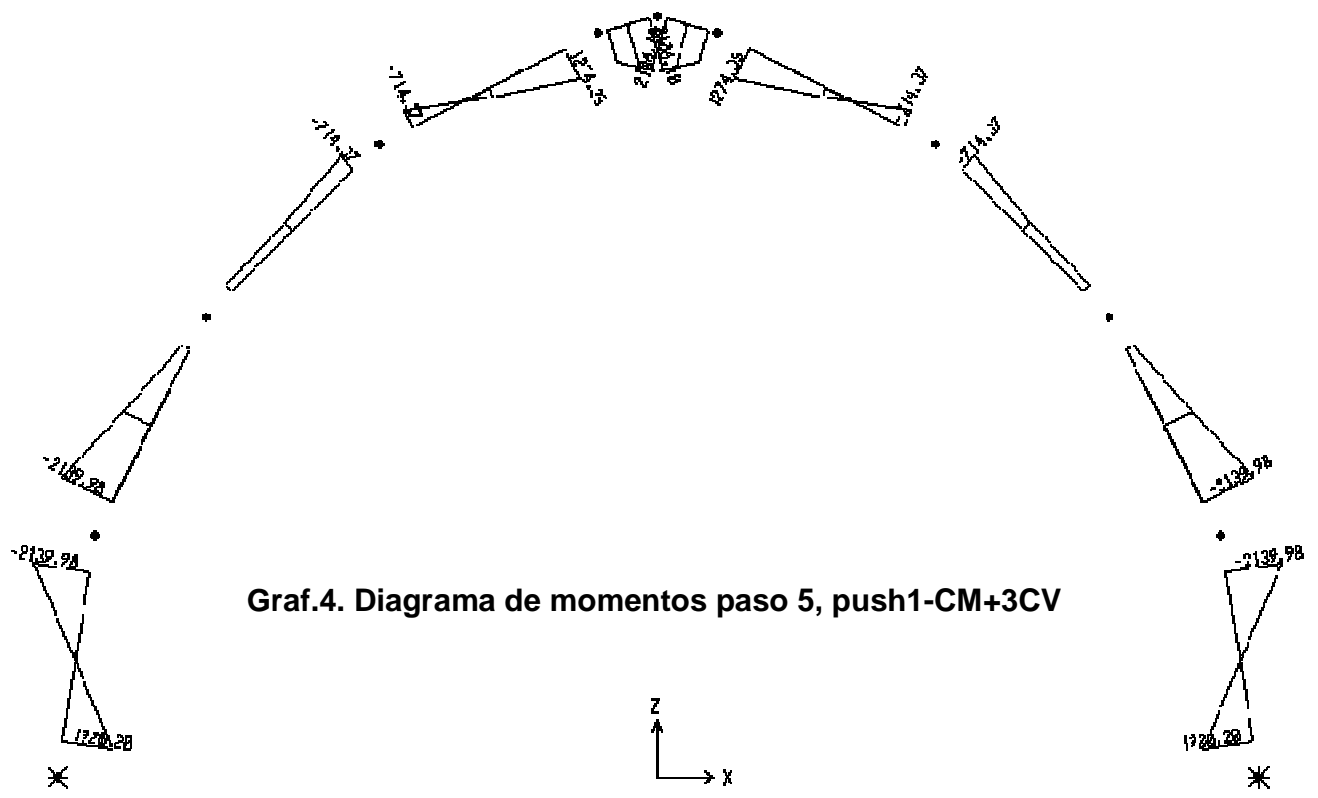
Dentro del marco del análisis límite las grietas no son “signos que presagian la ruina”, mas bien representan la capacidad de la mampostería de adaptarse a los pequeños movimientos inevitables e impredecibles, del entorno.

Si en un arco de mampostería podemos dibujar una línea de empujes en su interior, estamos ante una solución de equilibrio que no viola la condición de límite, y que, por tanto, es segura. Las mismas consideraciones se aplica a cualquier estructura de mampostería.

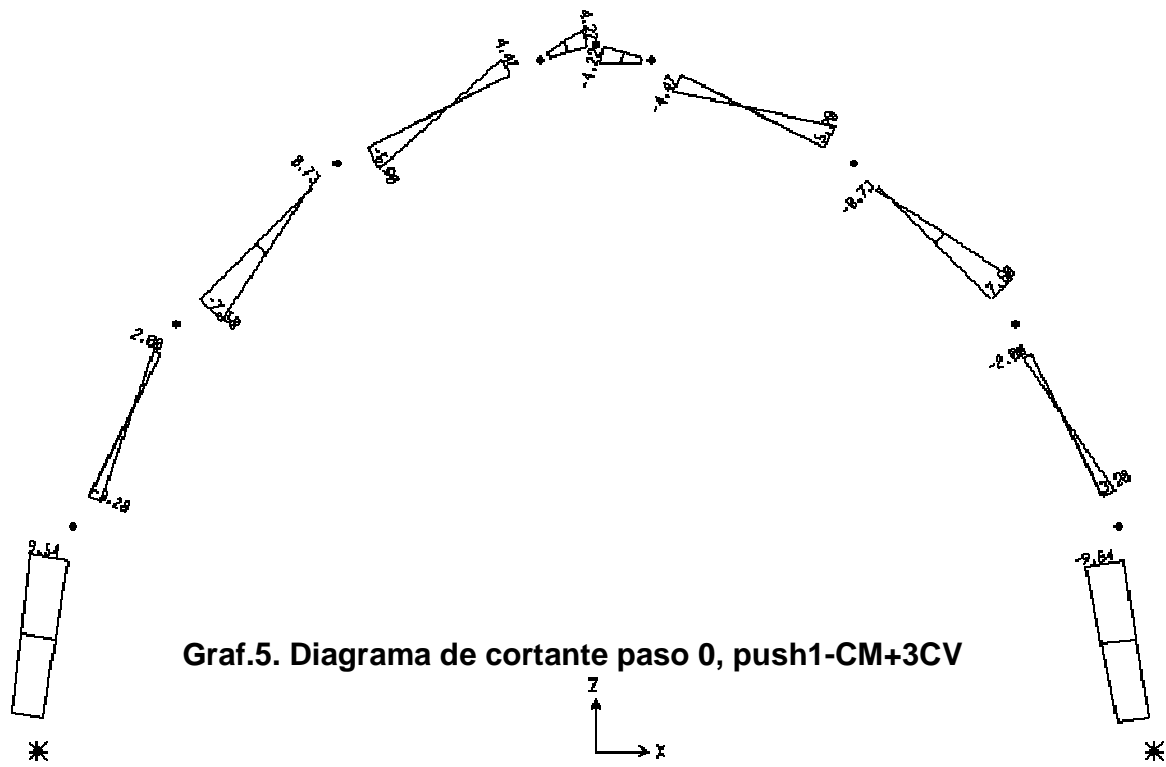
Para que un arco sea estable debe tener una forma que permita que las posibles líneas de empujes estén contenidos en su interior. La estabilidad de las mamposterías es, pues, un problema de geometría y el moderno análisis límite ha demostrado científicamente lo que los antiguos constructores ya sabían: lo fundamental es el equilibrio y el equilibrio se consigue, como en la balanza, con una adecuada distribución de los pesos



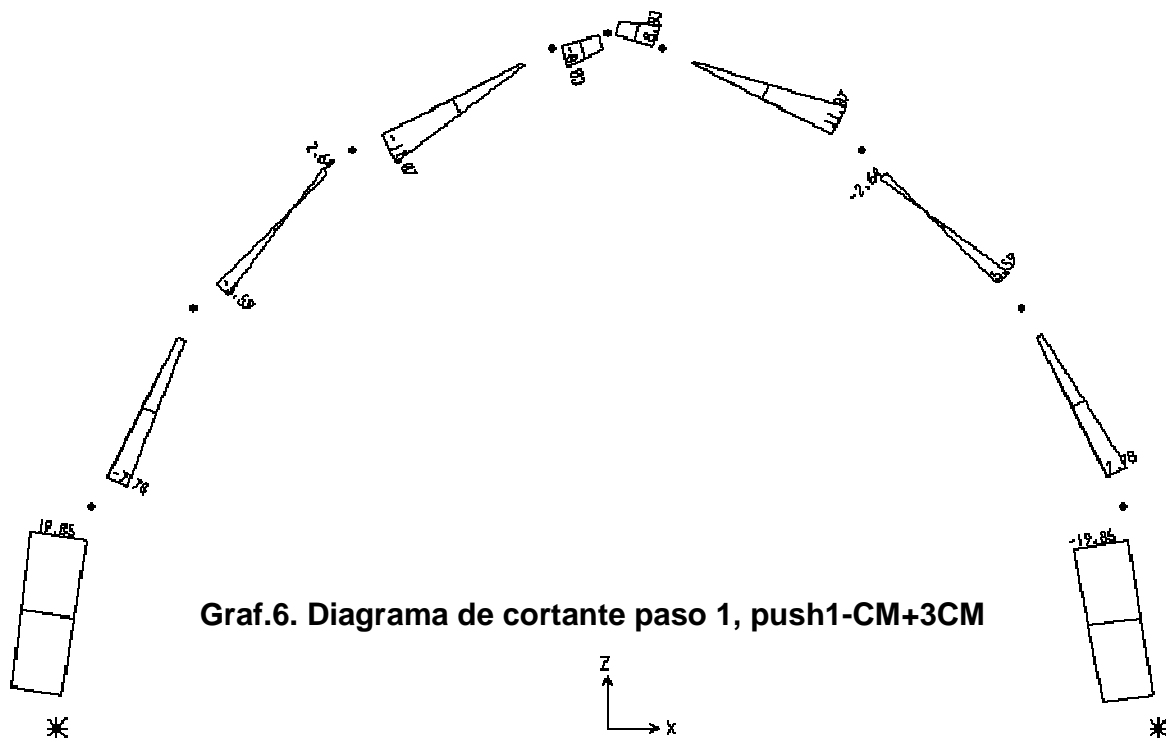
Graf.3. Diagrama de momentos paso 4, push1-CM+3CV



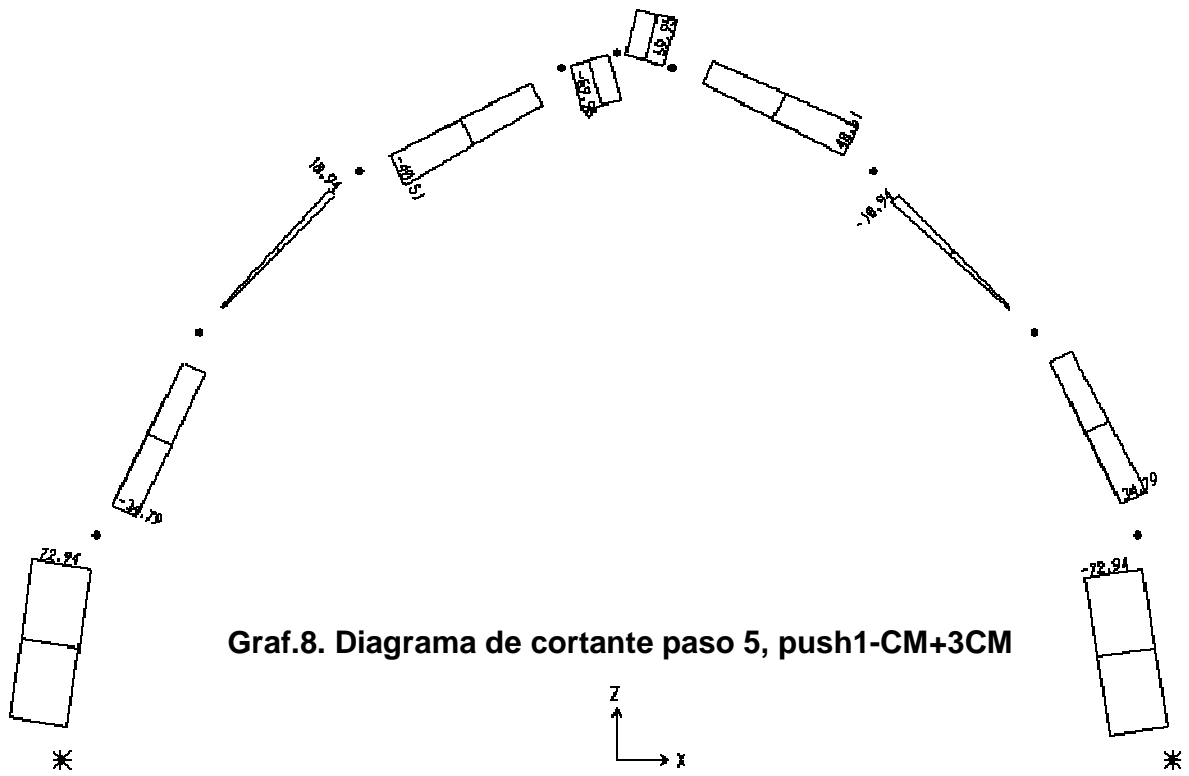
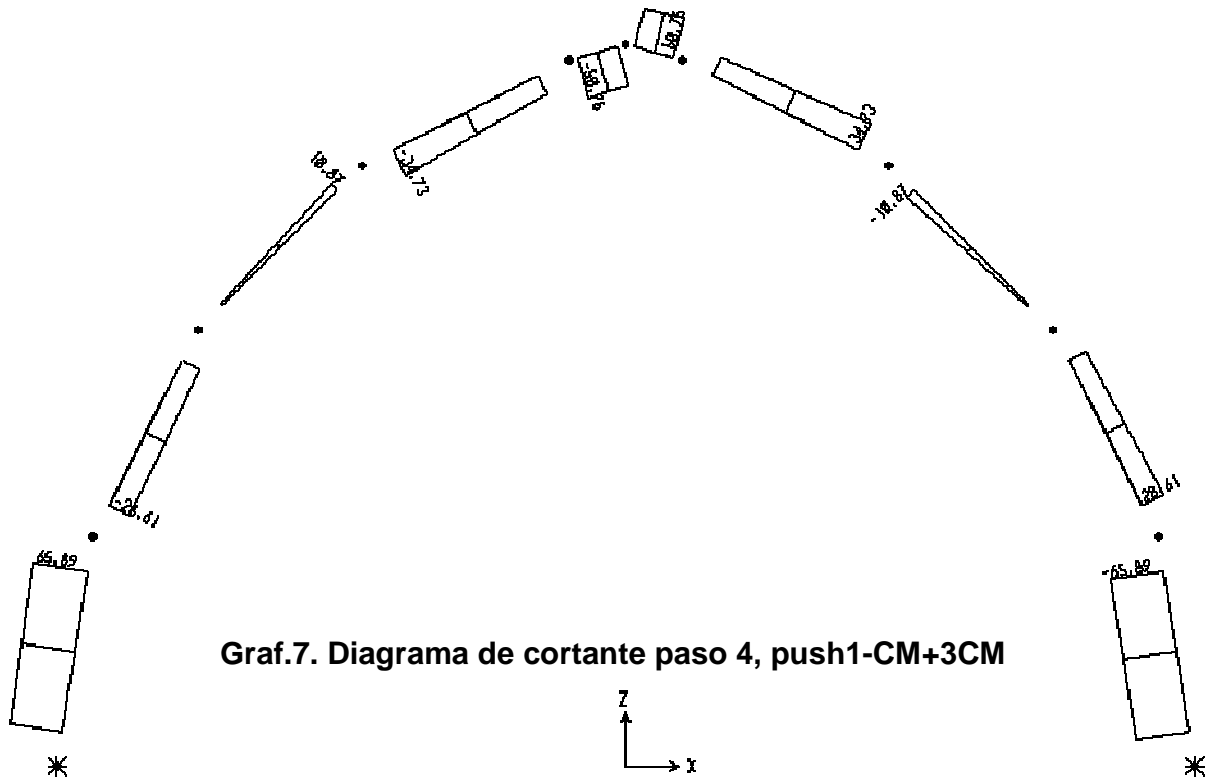
Graf.4. Diagrama de momentos paso 5, push1-CM+3CV

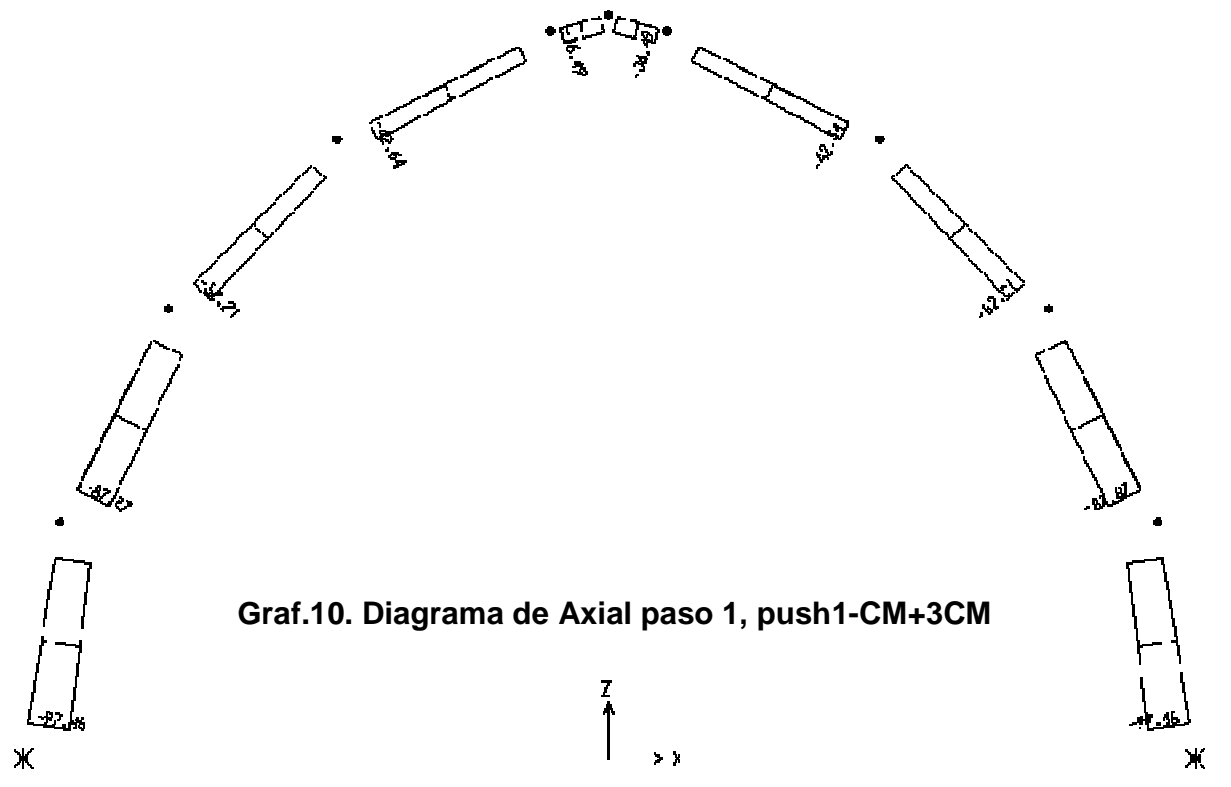
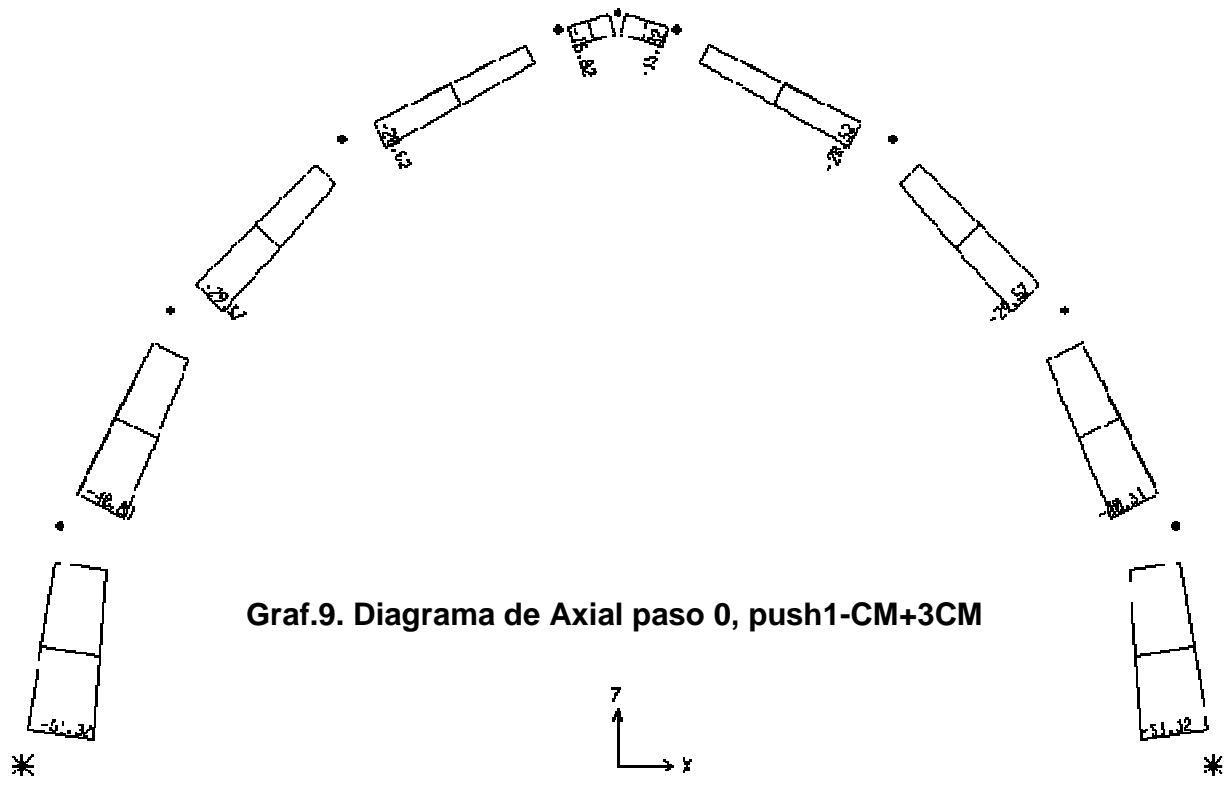


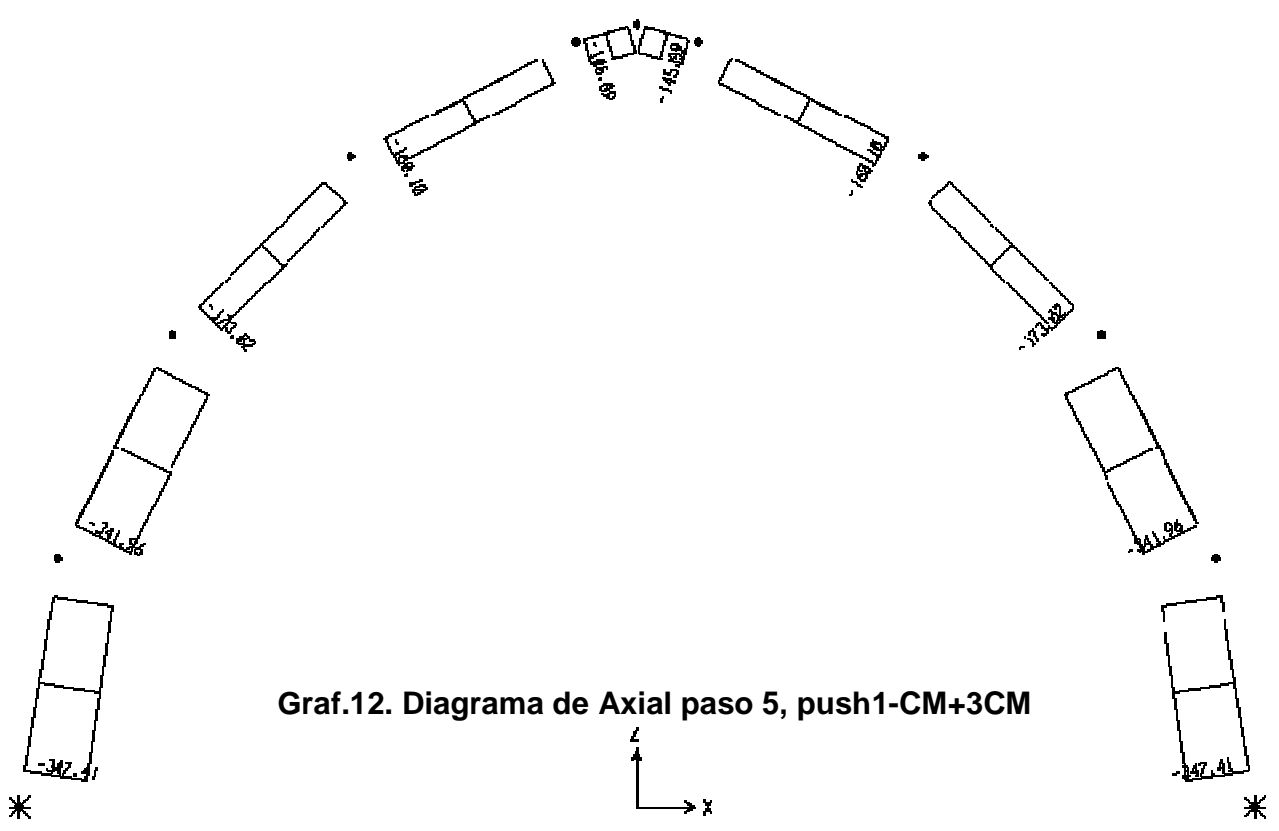
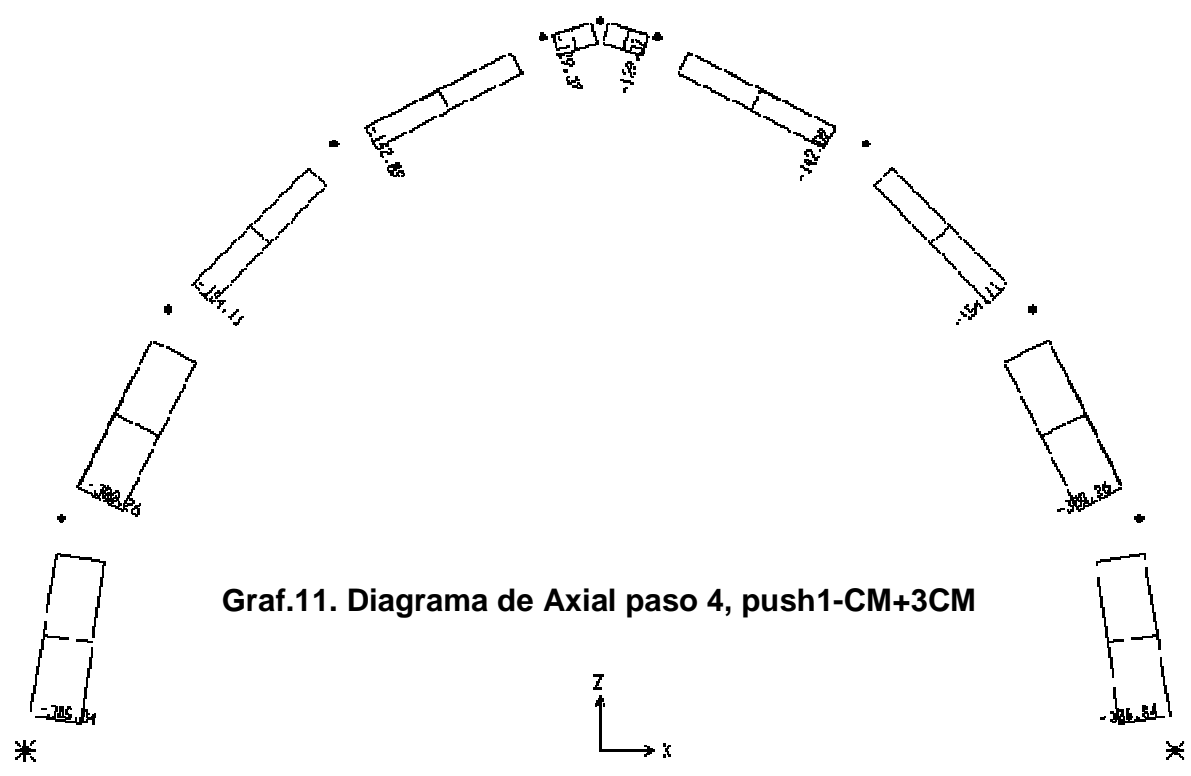
Graf.5. Diagrama de cortante paso 0, push1-CM+3CV



Graf.6. Diagrama de cortante paso 1, push1-CM+3CM









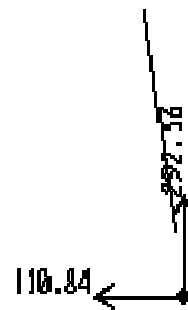
Graf.13. Reacciones paso 0, push1-CM+3CV



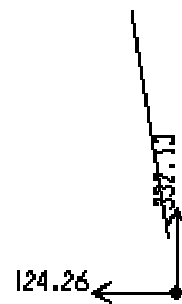
Graf.14. Reacciones paso 1, push1-CM+3CV



Graf.15. Reacciones paso 4, push1-CM+3CV



Graf.16. Reacciones paso 5, push1-CM+3CV



Estado de las articulaciones plásticas paso a paso

TABLE: Frame Hinge States									
Frame	Step	Hinge	GenHinge	RelDist	AbsDist	P	M3	R3Plastic	HingeState
Text		Text	Text		in	Kip	Kip-in	Radians	Text
B1	0	FH1	B1H1	0	0	-51.324	293.029	0	A to B
B1	0	FH1	B1H2	1	56.37	-39.816	-193.453	0	A to B
B1	1	FH1	B1H1	0	0	-97.455	630.79	0	A to B
B1	1	FH1	B1H2	1	56.37	-85.947	-436.925	0	A to B
B1	2	FH1	B1H1	0	0	-136.326	1068.01	0	A to B
B1	2	FH1	B1H2	1	56.37	-124.818	-621.001	0	A to B
B1	3	FH1	B1H1	0	0	-215.736	1649.43	0	A to B
B1	3	FH1	B1H2	1	56.37	-204.228	-1040.11	0	A to B
B1	4	FH1	B1H1	0	0	-305.84	1920.15	0.00064	B to C
B1	4	FH1	B1H2	1	56.37	-294.333	-1742.86	0	A to B
B1	5	FH1	B1H1	0	0	-347.409	1920.2	0.00114	B to C
B1	5	FH1	B1H2	1	56.37	-335.902	-2139.98	0	B to C
B1	6	FH1	B1H1	0	0	-349.306	1920.23	0.00152	B to C
B1	6	FH1	B1H2	1	56.37	-337.799	-2140	-0.0003	B to C
B1	7	FH1	B1H1	0	0	-349.318	1920.32	0.00259	B to C
B1	7	FH1	B1H2	1	56.37	-337.811	-2140.08	-0.0011	B to C
B2	0	FH1	B2H1	0	0	-40.811	-193.453	0	A to B
B2	0	FH1	B2H2	1	56.3	-30.444	-157.604	0	A to B
B2	1	FH1	B2H1	0	0	-87.866	-436.925	0	A to B
B2	1	FH1	B2H2	1	56.3	-77.499	-147.845	0	A to B
B2	2	FH1	B2H1	0	0	-128.239	-621.001	0	A to B
B2	2	FH1	B2H2	1	56.3	-117.873	-243.44	0	A to B
B2	3	FH1	B2H1	0	0	-209.239	-1040.11	0	A to B
B2	3	FH1	B2H2	1	56.3	-198.873	-226.64	0	A to B
B2	4	FH1	B2H1	0	0	-300.259	-1742.86	0	A to B
B2	4	FH1	B2H2	1	56.3	-289.892	-281.101	0	A to B
B2	5	FH1	B2H1	0	0	-341.964	-2139.98	0	B to C
B2	5	FH1	B2H2	1	56.3	-331.598	-329.824	0	A to B
B2	6	FH1	B2H1	0	0	-343.768	-2140	-0.0003	B to C
B2	6	FH1	B2H2	1	56.3	-333.401	-296.808	0	A to B
B2	7	FH1	B2H1	0	0	-343.78	-2140.08	-0.0011	B to C
B2	7	FH1	B2H2	1	56.3	-333.414	-296.819	0	A to B
B3	0	FH1	B3H1	0	0	-29.574	-157.604	0	A to B
B3	0	FH1	B3H2	1	56.34	-21.34	33.035	0	A to B
B3	1	FH1	B3H1	0	0	-52.21	-147.845	0	A to B
B3	1	FH1	B3H2	1	56.34	-43.976	-64.783	0	A to B
B3	2	FH1	B3H1	0	0	-72.828	-243.44	0	A to B
B3	2	FH1	B3H2	1	56.34	-64.594	-347.68	0	A to B
B3	3	FH1	B3H1	0	0	-111.794	-226.64	0	A to B
B3	3	FH1	B3H2	1	56.34	-103.56	-516.063	0	A to B
B3	4	FH1	B3H1	0	0	-154.107	-281.101	0	A to B
B3	4	FH1	B3H2	1	56.34	-145.873	-661.735	0	A to B
B3	5	FH1	B3H1	0	0	-173.018	-329.824	0	A to B
B3	5	FH1	B3H2	1	56.34	-164.784	-714.372	0	A to B
B3	6	FH1	B3H1	0	0	-173.669	-296.808	0	A to B
B3	6	FH1	B3H2	1	56.34	-165.435	-668.264	0	A to B

TABLE: Frame Hinge States									
Frame	Step	Hinge	GenHinge	RelDist	AbsDist	P	M3	R3Plastic	HingeState
Text		Text	Text		in	Kip	Kip-in	Radians	Text
B3	7	FH1	B3H1	0	0	-173.675	-296.819	0	A to B
B3	7	FH1	B3H2	1	56.34	-165.441	-668.31	0	A to B
B4	0	FH1	B4H1	0	0	-20.523	33.035	0	A to B
B4	0	FH1	B4H2	1	56.3	-15.24	73.183	0	A to B
B4	1	FH1	B4H1	0	0	-42.641	-64.783	0	A to B
B4	1	FH1	B4H2	1	56.3	-37.358	266.883	0	A to B
B4	2	FH1	B4H1	0	0	-63.277	-347.68	0	A to B
B4	2	FH1	B4H2	1	56.3	-57.995	164.641	0	A to B
B4	3	FH1	B4H1	0	0	-101.352	-516.063	0	A to B
B4	3	FH1	B4H2	1	56.3	-96.069	498.077	0	A to B
B4	4	FH1	B4H1	0	0	-142.095	-661.735	0	A to B
B4	4	FH1	B4H2	1	56.3	-136.812	1001.76	0	A to B
B4	5	FH1	B4H1	0	0	-160.102	-714.372	0	A to B
B4	5	FH1	B4H2	1	56.3	-154.819	1274.36	0	A to B
B4	6	FH1	B4H1	0	0	-160.649	-668.264	0	A to B
B4	6	FH1	B4H2	1	56.3	-155.366	1344.22	0	A to B
B4	7	FH1	B4H1	0	0	-160.655	-668.31	0	A to B
B4	7	FH1	B4H2	1	56.3	-155.372	1344.25	0	A to B
B5	0	FH1	B5H1	0	0	-15.821	73.183	0	A to B
B5	0	FH1	B5H2	1	14.21	-15.028	33.332	0	A to B
B5	1	FH1	B5H1	0	0	-36.492	266.883	0	A to B
B5	1	FH1	B5H2	1	14.21	-35.699	360.878	0	B to C
B5	2	FH1	B5H1	0	0	-56.097	164.641	0	A to B
B5	2	FH1	B5H2	1	14.21	-55.304	360.912	0.00074	B to C
B5	3	FH1	B5H1	0	0	-91.68	498.077	0	A to B
B5	3	FH1	B5H2	1	14.21	-90.887	924.749	0.00074	B to C
B5	4	FH1	B5H1	0	0	-129.366	1001.76	0	A to B
B5	4	FH1	B5H2	1	14.21	-128.572	1702.79	0.00074	B to C
B5	5	FH1	B5H1	0	0	-145.888	1274.36	0	A to B
B5	5	FH1	B5H2	1	14.21	-145.095	2106.11	0.00074	B to C
B5	6	FH1	B5H1	0	0	-146.342	1344.22	0	B to C
B5	6	FH1	B5H2	1	14.21	-145.548	2183.38	0.00074	B to C
B5	7	FH1	B5H1	0	0	-146.347	1344.25	0.00051	B to C
B5	7	FH1	B5H2	1	14.21	-145.554	2183.44	0.00074	B to C
B6	0	FH1	B6H1	0	0	-15.028	33.332	0	A to B
B6	0	FH1	B6H2	1	14.21	-15.821	73.183	0	A to B
B6	1	FH1	B6H1	0	0	-35.699	360.878	0	B to C
B6	1	FH1	B6H2	1	14.21	-36.492	266.883	0	A to B
B6	2	FH1	B6H1	0	0	-55.304	360.912	0.00074	B to C
B6	2	FH1	B6H2	1	14.21	-56.097	164.641	0	A to B
B6	3	FH1	B6H1	0	0	-90.887	924.749	0.00074	B to C
B6	3	FH1	B6H2	1	14.21	-91.68	498.077	0	A to B
B6	4	FH1	B6H1	0	0	-128.572	1702.79	0.00074	B to C
B6	4	FH1	B6H2	1	14.21	-129.366	1001.76	0	A to B
B6	5	FH1	B6H1	0	0	-145.095	2106.11	0.00074	B to C
B6	5	FH1	B6H2	1	14.21	-145.888	1274.36	0	A to B
B6	6	FH1	B6H1	0	0	-145.548	2183.38	0.00074	B to C

TABLE: Frame Hinge States									
Frame	Step	Hinge	GenHinge	RelDist	AbsDist	P	M3	R3Plastic	HingeState
Text		Text	Text		in	Kip	Kip-in	Radians	Text
B6	6	FH1	B6H2	1	14.21	-146.342	1344.22	0	B to C
B6	7	FH1	B6H1	0	0	-145.554	2183.44	0.00074	B to C
B6	7	FH1	B6H2	1	14.21	-146.347	1344.25	0.00051	B to C
B7	0	FH1	B7H1	0	0	-15.24	73.183	0	A to B
B7	0	FH1	B7H2	1	56.3	-20.523	33.035	0	A to B
B7	1	FH1	B7H1	0	0	-37.358	266.883	0	A to B
B7	1	FH1	B7H2	1	56.3	-42.641	-64.783	0	A to B
B7	2	FH1	B7H1	0	0	-57.995	164.641	0	A to B
B7	2	FH1	B7H2	1	56.3	-63.277	-347.68	0	A to B
B7	3	FH1	B7H1	0	0	-96.069	498.077	0	A to B
B7	3	FH1	B7H2	1	56.3	-101.352	-516.063	0	A to B
B7	4	FH1	B7H1	0	0	-136.812	1001.76	0	A to B
B7	4	FH1	B7H2	1	56.3	-142.095	-661.735	0	A to B
B7	5	FH1	B7H1	0	0	-154.819	1274.36	0	A to B
B7	5	FH1	B7H2	1	56.3	-160.102	-714.372	0	A to B
B7	6	FH1	B7H1	0	0	-155.366	1344.22	0	A to B
B7	6	FH1	B7H2	1	56.3	-160.649	-668.264	0	A to B
B7	7	FH1	B7H1	0	0	-155.372	1344.25	0	A to B
B7	7	FH1	B7H2	1	56.3	-160.655	-668.31	0	A to B
B8	0	FH1	B8H1	0	0	-21.34	33.035	0	A to B
B8	0	FH1	B8H2	1	56.34	-29.574	-157.604	0	A to B
B8	1	FH1	B8H1	0	0	-43.976	-64.783	0	A to B
B8	1	FH1	B8H2	1	56.34	-52.21	-147.845	0	A to B
B8	2	FH1	B8H1	0	0	-64.594	-347.68	0	A to B
B8	2	FH1	B8H2	1	56.34	-72.828	-243.44	0	A to B
B8	3	FH1	B8H1	0	0	-103.56	-516.063	0	A to B
B8	3	FH1	B8H2	1	56.34	-111.794	-226.64	0	A to B
B8	4	FH1	B8H1	0	0	-145.873	-661.735	0	A to B
B8	4	FH1	B8H2	1	56.34	-154.107	-281.101	0	A to B
B8	5	FH1	B8H1	0	0	-164.784	-714.372	0	A to B
B8	5	FH1	B8H2	1	56.34	-173.018	-329.824	0	A to B
B8	6	FH1	B8H1	0	0	-165.435	-668.264	0	A to B
B8	6	FH1	B8H2	1	56.34	-173.669	-296.808	0	A to B
B8	7	FH1	B8H1	0	0	-165.441	-668.31	0	A to B
B8	7	FH1	B8H2	1	56.34	-173.675	-296.819	0	A to B
B9	0	FH1	B9H1	0	0	-30.444	-157.604	0	A to B
B9	0	FH1	B9H2	1	56.3	-40.811	-193.453	0	A to B
B9	1	FH1	B9H1	0	0	-77.499	-147.845	0	A to B
B9	1	FH1	B9H2	1	56.3	-87.866	-436.925	0	A to B
B9	2	FH1	B9H1	0	0	-117.873	-243.44	0	A to B
B9	2	FH1	B9H2	1	56.3	-128.239	-621.001	0	A to B
B9	3	FH1	B9H1	0	0	-198.873	-226.64	0	A to B
B9	3	FH1	B9H2	1	56.3	-209.239	-1040.11	0	A to B
B9	4	FH1	B9H1	0	0	-289.892	-281.101	0	A to B
B9	4	FH1	B9H2	1	56.3	-300.259	-1742.86	0	A to B
B9	5	FH1	B9H1	0	0	-331.598	-329.824	0	A to B
B9	5	FH1	B9H2	1	56.3	-341.964	-2139.98	0	B to C

TABLE: Frame Hinge States									
Frame	Step	Hinge	GenHinge	RelDist	AbsDist	P	M3	R3Plastic	HingeState
Text		Text	Text		in	Kip	Kip-in	Radians	Text
B9	6	FH1	B9H1	0	0	-333.401	-296.808	0	A to B
B9	6	FH1	B9H2	1	56.3	-343.768	-2140	-0.0003	B to C
B9	7	FH1	B9H1	0	0	-333.414	-296.819	0	A to B
B9	7	FH1	B9H2	1	56.3	-343.78	-2140.08	-0.0011	B to C
B10	0	FH1	B10H1	0	0	-39.816	-193.453	0	A to B
B10	0	FH1	B10H2	1	56.37	-51.324	293.029	0	A to B
B10	1	FH1	B10H1	0	0	-85.947	-436.925	0	A to B
B10	1	FH1	B10H2	1	56.37	-97.455	630.79	0	A to B
B10	2	FH1	B10H1	0	0	-124.818	-621.001	0	A to B
B10	2	FH1	B10H2	1	56.37	-136.326	1068.01	0	A to B
B10	3	FH1	B10H1	0	0	-204.228	-1040.11	0	A to B
B10	3	FH1	B10H2	1	56.37	-215.736	1649.43	0	A to B
B10	4	FH1	B10H1	0	0	-294.333	-1742.86	0	A to B
B10	4	FH1	B10H2	1	56.37	-305.84	1920.15	0.00064	B to C
B10	5	FH1	B10H1	0	0	-335.902	-2139.98	0	B to C
B10	5	FH1	B10H2	1	56.37	-347.409	1920.2	0.00114	B to C
B10	6	FH1	B10H1	0	0	-337.799	-2140	-0.0003	B to C
B10	6	FH1	B10H2	1	56.37	-349.306	1920.23	0.00152	B to C
B10	7	FH1	B10H1	0	0	-337.811	-2140.08	-0.0011	B to C
B10	7	FH1	B10H2	1	56.37	-349.318	1920.32	0.00259	B to C

Fuerzas internas paso a paso

TABLE: Element Forces - Frames								
Frame	Station	StepNum	P	V2	M3	ElemStation	e=M/P	
Text	in	Unitless	Kip	Kip	Kip-in	in	in	
B1	0	0	-51.324	7.726	293.029	0	-5.71	OK
B1	28.182	0	-45.57	8.631	62.544	28.182	-1.37	OK
B1	56.365	0	-39.816	9.536	-193.453	56.365	4.86	OK
B1	0	1	-97.455	18.038	630.79	0	-6.47	OK
B1	28.182	1	-91.701	18.943	109.688	28.182	-1.20	OK
B1	56.365	1	-85.947	19.848	-436.925	56.365	5.08	OK
B1	0	2	-136.326	29.06	1068.006	0	-7.83	OK
B1	28.182	2	-130.572	29.966	236.258	28.182	-1.81	OK
B1	56.365	2	-124.818	30.871	-621.001	56.365	4.98	OK
B1	0	3	-215.736	46.811	1649.427	0	-7.65	OK
B1	28.182	3	-209.982	47.717	317.412	28.182	-1.51	OK
B1	56.365	3	-204.228	48.622	-1040.113	56.365	5.09	OK
B1	0	4	-305.84	64.082	1920.151	0	-6.28	OK
B1	28.182	4	-300.087	64.987	101.402	28.182	-0.34	OK
B1	56.365	4	-294.333	65.893	-1742.858	56.365	5.92	OK
B1	0	5	-347.409	71.129	1920.196	0	-5.53	OK
B1	28.182	5	-341.656	72.034	-97.135	28.182	0.28	OK
B1	56.365	5	-335.902	72.939	-2139.977	56.365	6.37	OK
B1	0	6	-349.306	71.13	1920.229	0	-5.50	OK
B1	28.182	6	-343.552	72.035	-97.132	28.182	0.28	OK
B1	56.365	6	-337.799	72.94	-2140.004	56.365	6.34	OK
B1	0	7	-349.318	71.133	1920.324	0	-5.50	OK
B1	28.182	7	-343.565	72.038	-97.12	28.182	0.28	OK
B1	56.365	7	-337.811	72.943	-2140.075	56.365	6.34	OK
B2	0	0	-40.811	-3.278	-193.453	0	4.74	OK
B2	28.148	0	-35.628	-0.637	-138.355	28.148	3.88	OK
B2	56.297	0	-30.444	2.004	-157.604	56.297	5.18	OK
B2	0	1	-87.866	-7.776	-436.925	0	4.97	OK
B2	28.148	1	-82.683	-5.135	-255.212	28.148	3.09	OK
B2	56.297	1	-77.499	-2.494	-147.845	56.297	1.91	OK
B2	0	2	-128.239	-9.348	-621.001	0	4.84	OK
B2	28.148	2	-123.056	-6.707	-395.047	28.148	3.21	OK
B2	56.297	2	-117.873	-4.065	-243.44	56.297	2.07	OK
B2	0	3	-209.239	-17.091	-1040.113	0	4.97	OK
B2	28.148	3	-204.056	-14.45	-596.203	28.148	2.92	OK
B2	56.297	3	-198.873	-11.808	-226.64	56.297	1.14	OK
B2	0	4	-300.259	-28.606	-1742.858	0	5.80	OK
B2	28.148	4	-295.076	-25.965	-974.806	28.148	3.30	OK
B2	56.297	4	-289.892	-23.324	-281.101	56.297	0.97	OK
B2	0	5	-341.964	-34.795	-2139.977	0	6.26	OK
B2	28.148	5	-336.781	-32.154	-1197.727	28.148	3.56	OK
B2	56.297	5	-331.598	-29.512	-329.824	56.297	0.99	OK
B2	0	6	-343.768	-35.382	-2140.004	0	6.23	OK

TABLE: Element Forces - Frames								
Frame	Station	StepNum	P	V2	M3	ElemStation	e=M/P	
Text	in	Unitless	Kip	Kip	Kip-in	in	in	
B2	28.148	6	-338.584	-32.741	-1181.233	28.148	3.49	OK
B2	56.297	6	-333.401	-30.099	-296.808	56.297	0.89	OK
B2	0	7	-343.78	-35.383	-2140.075	0	6.23	OK
B2	28.148	7	-338.597	-32.742	-1181.273	28.148	3.49	OK
B2	56.297	7	-333.414	-30.1	-296.819	56.297	0.89	OK
B3	0	0	-29.574	-7.5	-157.604	0	5.33	OK
B3	28.171	0	-25.457	-3.384	-4.296	28.171	0.17	OK
B3	56.342	0	-21.34	0.733	33.035	56.342	-1.55	OK
B3	0	1	-52.21	-5.591	-147.845	0	2.83	OK
B3	28.171	1	-48.093	-1.474	-48.325	28.171	1.00	OK
B3	56.342	1	-43.976	2.643	-64.783	56.342	1.47	OK
B3	0	2	-72.828	-2.267	-243.44	0	3.34	OK
B3	28.171	2	-68.711	1.85	-237.571	28.171	3.46	OK
B3	56.342	2	-64.594	5.967	-347.68	56.342	5.38	OK
B3	0	3	-111.794	1.02	-226.64	0	2.03	OK
B3	28.171	3	-107.677	5.137	-313.363	28.171	2.91	OK
B3	56.342	3	-103.56	9.254	-516.063	56.342	4.98	OK
B3	0	4	-154.107	2.639	-281.101	0	1.82	OK
B3	28.171	4	-149.99	6.756	-413.43	28.171	2.76	OK
B3	56.342	4	-145.873	10.873	-661.735	56.342	4.54	OK
B3	0	5	-173.018	2.708	-329.824	0	1.91	OK
B3	28.171	5	-168.901	6.825	-464.11	28.171	2.75	OK
B3	56.342	5	-164.784	10.942	-714.372	56.342	4.34	OK
B3	0	6	-173.669	2.476	-296.808	0	1.71	OK
B3	28.171	6	-169.552	6.593	-424.548	28.171	2.50	OK
B3	56.342	6	-165.435	10.71	-668.264	56.342	4.04	OK
B3	0	7	-173.675	2.477	-296.819	0	1.71	OK
B3	28.171	7	-169.558	6.593	-424.576	28.171	2.50	OK
B3	56.342	7	-165.441	10.71	-668.31	56.342	4.04	OK
B4	0	0	-20.523	-5.896	33.035	0	-1.61	OK
B4	28.148	0	-17.881	-0.713	126.059	28.148	-7.05	OK
B4	56.297	0	-15.24	4.47	73.183	56.297	-4.80	OK
B4	0	1	-42.641	-11.075	-64.783	0	1.52	OK
B4	28.148	1	-40	-5.891	174.001	28.148	-4.35	OK
B4	56.297	1	-37.358	-0.708	266.883	56.297	-7.14	OK
B4	0	2	-63.277	-14.284	-347.68	0	5.49	OK
B4	28.148	2	-60.636	-9.1	-18.569	28.148	0.31	OK
B4	56.297	2	-57.995	-3.917	164.641	56.297	-2.84	OK
B4	0	3	-101.352	-23.197	-516.063	0	5.09	OK
B4	28.148	3	-98.71	-18.014	63.957	28.148	-0.65	OK
B4	56.297	3	-96.069	-12.831	498.077	56.297	-5.18	OK
B4	0	4	-142.095	-34.732	-661.735	0	4.66	OK
B4	28.148	4	-139.453	-29.549	242.963	28.148	-1.74	OK
B4	56.297	4	-136.812	-24.365	1001.759	56.297	-7.32	OK
B4	0	5	-160.102	-40.509	-714.372	0	4.46	OK

TABLE: Element Forces - Frames								
Frame	Station	StepNum	P	V2	M3	ElemStation	e=M/P	
Text	in	Unitless	Kip	Kip	Kip-in	in	in	
B4	28.148	5	-157.46	-35.326	352.942	28.148	-2.24	OK
B4	56.297	5	-154.819	-30.142	1274.355	56.297	-8.23	OK
B4	0	6	-160.649	-40.931	-668.264	0	4.16	OK
B4	28.148	6	-158.008	-35.748	410.93	28.148	-2.60	OK
B4	56.297	6	-155.366	-30.564	1344.223	56.297	-8.65	OK
B4	0	7	-160.655	-40.932	-668.31	0	4.16	OK
B4	28.148	7	-158.014	-35.749	410.922	28.148	-2.60	OK
B4	56.297	7	-155.372	-30.566	1344.252	56.297	-8.65	OK
B5	0	0	-15.821	1.391	73.183	0	-4.63	OK
B5	7.104	0	-15.424	2.805	58.279	7.104	-3.78	OK
B5	14.209	0	-15.028	4.218	33.332	14.209	-2.22	OK
B5	0	1	-36.492	-8.029	266.883	0	-7.31	OK
B5	7.104	1	-36.096	-6.615	318.902	7.104	-8.83	OK
B5	14.209	1	-35.699	-5.202	360.878	14.209	-10.11	OK
B5	0	2	-56.097	-15.227	164.641	0	-2.93	OK
B5	7.104	2	-55.7	-13.813	267.798	7.104	-4.81	OK
B5	14.209	2	-55.304	-12.4	360.912	14.209	-6.53	OK
B5	0	3	-91.68	-31.442	498.077	0	-5.43	OK
B5	7.104	3	-91.284	-30.029	716.434	7.104	-7.85	OK
B5	14.209	3	-90.887	-28.615	924.749	14.209	-10.17	OK
B5	0	4	-129.366	-50.752	1001.759	0	-7.74	OK
B5	7.104	4	-128.969	-49.338	1357.295	7.104	-10.52	OK
B5	14.209	4	-128.572	-47.924	1702.789	14.209	-13.24	ROT
B5	0	5	-145.888	-59.952	1274.355	0	-8.74	OK
B5	7.104	5	-145.491	-58.538	1695.251	7.104	-11.65	OK
B5	14.209	5	-145.095	-57.124	2106.105	14.209	-14.52	ROT
B5	0	6	-146.342	-60.473	1344.223	0	-9.19	OK
B5	7.104	6	-145.945	-59.059	1768.823	7.104	-12.12	ROT
B5	14.209	6	-145.548	-57.646	2183.38	14.209	-15.00	ROT
B5	0	7	-146.347	-60.475	1344.252	0	-9.19	OK
B5	7.104	7	-145.951	-59.062	1768.869	7.104	-12.12	ROT
B5	14.209	7	-145.554	-57.648	2183.444	14.209	-15.00	ROT
B6	0	0	-15.028	-4.218	33.332	0	-2.22	OK
B6	7.104	0	-15.424	-2.805	58.279	7.104	-3.78	OK
B6	14.209	0	-15.821	-1.391	73.183	14.209	-4.63	OK
B6	0	1	-35.699	5.202	360.878	0	-10.11	OK
B6	7.104	1	-36.096	6.615	318.902	7.104	-8.83	OK
B6	14.209	1	-36.492	8.029	266.883	14.209	-7.31	OK
B6	0	2	-55.304	12.4	360.912	0	-6.53	OK
B6	7.104	2	-55.7	13.813	267.798	7.104	-4.81	OK
B6	14.209	2	-56.097	15.227	164.641	14.209	-2.93	OK
B6	0	3	-90.887	28.615	924.749	0	-10.17	OK
B6	7.104	3	-91.284	30.029	716.434	7.104	-7.85	OK
B6	14.209	3	-91.68	31.442	498.077	14.209	-5.43	OK
B6	0	4	-128.572	47.924	1702.789	0	-13.24	ROT

TABLE: Element Forces - Frames								
Frame	Station	StepNum	P	V2	M3	ElemStation	e=M/P	
Text	in	Unitless	Kip	Kip	Kip-in	in	in	
B6	7.104	4	-128.969	49.338	1357.295	7.104	-10.52	OK
B6	14.209	4	-129.366	50.752	1001.759	14.209	-7.74	OK
B6	0	5	-145.095	57.124	2106.105	0	-14.52	ROT
B6	7.104	5	-145.491	58.538	1695.251	7.104	-11.65	OK
B6	14.209	5	-145.888	59.952	1274.355	14.209	-8.74	OK
B6	0	6	-145.548	57.646	2183.38	0	-15.00	ROT
B6	7.104	6	-145.945	59.059	1768.823	7.104	-12.12	ROT
B6	14.209	6	-146.342	60.473	1344.223	14.209	-9.19	OK
B6	0	7	-145.554	57.648	2183.444	0	-15.00	ROT
B6	7.104	7	-145.951	59.062	1768.869	7.104	-12.12	ROT
B6	14.209	7	-146.347	60.475	1344.252	14.209	-9.19	OK
B7	0	0	-15.24	-4.47	73.183	0	-4.80	OK
B7	28.148	0	-17.881	0.713	126.059	28.148	-7.05	OK
B7	56.297	0	-20.523	5.896	33.035	56.297	-1.61	OK
B7	0	1	-37.358	0.708	266.883	0	-7.14	OK
B7	28.148	1	-40	5.891	174.001	28.148	-4.35	OK
B7	56.297	1	-42.641	11.075	-64.783	56.297	1.52	OK
B7	0	2	-57.995	3.917	164.641	0	-2.84	OK
B7	28.148	2	-60.636	9.1	-18.569	28.148	0.31	OK
B7	56.297	2	-63.277	14.284	-347.68	56.297	5.49	OK
B7	0	3	-96.069	12.831	498.077	0	-5.18	OK
B7	28.148	3	-98.71	18.014	63.957	28.148	-0.65	OK
B7	56.297	3	-101.352	23.197	-516.063	56.297	5.09	OK
B7	0	4	-136.812	24.365	1001.759	0	-7.32	OK
B7	28.148	4	-139.453	29.549	242.963	28.148	-1.74	OK
B7	56.297	4	-142.095	34.732	-661.735	56.297	4.66	OK
B7	0	5	-154.819	30.142	1274.355	0	-8.23	OK
B7	28.148	5	-157.46	35.326	352.942	28.148	-2.24	OK
B7	56.297	5	-160.102	40.509	-714.372	56.297	4.46	OK
B7	0	6	-155.366	30.564	1344.223	0	-8.65	OK
B7	28.148	6	-158.008	35.748	410.93	28.148	-2.60	OK
B7	56.297	6	-160.649	40.931	-668.264	56.297	4.16	OK
B7	0	7	-155.372	30.566	1344.252	0	-8.65	OK
B7	28.148	7	-158.014	35.749	410.922	28.148	-2.60	OK
B7	56.297	7	-160.655	40.932	-668.31	56.297	4.16	OK
B8	0	0	-21.34	-0.733	33.035	0	-1.55	OK
B8	28.171	0	-25.457	3.384	-4.296	28.171	0.17	OK
B8	56.342	0	-29.574	7.5	-157.604	56.342	5.33	OK
B8	0	1	-43.976	-2.643	-64.783	0	1.47	OK
B8	28.171	1	-48.093	1.474	-48.325	28.171	1.00	OK
B8	56.342	1	-52.21	5.591	-147.845	56.342	2.83	OK
B8	0	2	-64.594	-5.967	-347.68	0	5.38	OK
B8	28.171	2	-68.711	-1.85	-237.571	28.171	3.46	OK
B8	56.342	2	-72.828	2.267	-243.44	56.342	3.34	OK
B8	0	3	-103.56	-9.254	-516.063	0	4.98	OK

TABLE: Element Forces - Frames								
Frame	Station	StepNum	P	V2	M3	ElemStation	e=M/P	
Text	in	Unitless	Kip	Kip	Kip-in	in	in	
B8	28.171	3	-107.677	-5.137	-313.363	28.171	2.91	OK
B8	56.342	3	-111.794	-1.02	-226.64	56.342	2.03	OK
B8	0	4	-145.873	-10.873	-661.735	0	4.54	OK
B8	28.171	4	-149.99	-6.756	-413.43	28.171	2.76	OK
B8	56.342	4	-154.107	-2.639	-281.101	56.342	1.82	OK
B8	0	5	-164.784	-10.942	-714.372	0	4.34	OK
B8	28.171	5	-168.901	-6.825	-464.11	28.171	2.75	OK
B8	56.342	5	-173.018	-2.708	-329.824	56.342	1.91	OK
B8	0	6	-165.435	-10.71	-668.264	0	4.04	OK
B8	28.171	6	-169.552	-6.593	-424.548	28.171	2.50	OK
B8	56.342	6	-173.669	-2.476	-296.808	56.342	1.71	OK
B8	0	7	-165.441	-10.71	-668.31	0	4.04	OK
B8	28.171	7	-169.558	-6.593	-424.576	28.171	2.50	OK
B8	56.342	7	-173.675	-2.477	-296.819	56.342	1.71	OK
B9	0	0	-30.444	-2.004	-157.604	0	5.18	OK
B9	28.148	0	-35.628	0.637	-138.355	28.148	3.88	OK
B9	56.297	0	-40.811	3.278	-193.453	56.297	4.74	OK
B9	0	1	-77.499	2.494	-147.845	0	1.91	OK
B9	28.148	1	-82.683	5.135	-255.212	28.148	3.09	OK
B9	56.297	1	-87.866	7.776	-436.925	56.297	4.97	OK
B9	0	2	-117.873	4.065	-243.44	0	2.07	OK
B9	28.148	2	-123.056	6.707	-395.047	28.148	3.21	OK
B9	56.297	2	-128.239	9.348	-621.001	56.297	4.84	OK
B9	0	3	-198.873	11.808	-226.64	0	1.14	OK
B9	28.148	3	-204.056	14.45	-596.203	28.148	2.92	OK
B9	56.297	3	-209.239	17.091	-1040.113	56.297	4.97	OK
B9	0	4	-289.892	23.324	-281.101	0	0.97	OK
B9	28.148	4	-295.076	25.965	-974.806	28.148	3.30	OK
B9	56.297	4	-300.259	28.606	-1742.858	56.297	5.80	OK
B9	0	5	-331.598	29.512	-329.824	0	0.99	OK
B9	28.148	5	-336.781	32.154	-1197.727	28.148	3.56	OK
B9	56.297	5	-341.964	34.795	-2139.977	56.297	6.26	OK
B9	0	6	-333.401	30.099	-296.808	0	0.89	OK
B9	28.148	6	-338.584	32.741	-1181.233	28.148	3.49	OK
B9	56.297	6	-343.768	35.382	-2140.004	56.297	6.23	OK
B9	0	7	-333.414	30.1	-296.819	0	0.89	OK
B9	28.148	7	-338.597	32.742	-1181.273	28.148	3.49	OK
B9	56.297	7	-343.78	35.383	-2140.075	56.297	6.23	OK
B10	0	0	-39.816	-9.536	-193.453	0	4.86	OK
B10	28.182	0	-45.57	-8.631	62.544	28.182	-1.37	OK
B10	56.365	0	-51.324	-7.726	293.029	56.365	-5.71	OK
B10	0	1	-85.947	-19.848	-436.925	0	5.08	OK
B10	28.182	1	-91.701	-18.943	109.688	28.182	-1.20	OK
B10	56.365	1	-97.455	-18.038	630.79	56.365	-6.47	OK
B10	0	2	-124.818	-30.871	-621.001	0	4.98	OK

TABLE: Element Forces - Frames								
Frame	Station	StepNum	P	V2	M3	ElemStation	e=M/P	
Text	in	Unitless	Kip	Kip	Kip-in	in	in	
B10	28.182	2	-130.572	-29.966	236.258	28.182	-1.81	OK
B10	56.365	2	-136.326	-29.06	1068.006	56.365	-7.83	OK
B10	0	3	-204.228	-48.622	-1040.113	0	5.09	OK
B10	28.182	3	-209.982	-47.717	317.412	28.182	-1.51	OK
B10	56.365	3	-215.736	-46.811	1649.427	56.365	-7.65	OK
B10	0	4	-294.333	-65.893	-1742.858	0	5.92	OK
B10	28.182	4	-300.087	-64.987	101.402	28.182	-0.34	OK
B10	56.365	4	-305.84	-64.082	1920.151	56.365	-6.28	OK
B10	0	5	-335.902	-72.939	-2139.977	0	6.37	OK
B10	28.182	5	-341.656	-72.034	-97.135	28.182	0.28	OK
B10	56.365	5	-347.409	-71.129	1920.196	56.365	-5.53	OK
B10	0	6	-337.799	-72.94	-2140.004	0	6.34	OK
B10	28.182	6	-343.552	-72.035	-97.132	28.182	0.28	OK
B10	56.365	6	-349.306	-71.13	1920.229	56.365	-5.50	OK
B10	0	7	-337.811	-72.943	-2140.075	0	6.34	OK
B10	28.182	7	-343.565	-72.038	-97.12	28.182	0.28	OK
B10	56.365	7	-349.318	-71.133	1920.324	56.365	-5.50	OK

Anexo B⁵.

Método del Espectro de Capacidad según ATC-40⁶

Proceso para Determinar la Demanda Sísmica

El desplazamiento de demanda en el espectro de capacidad ocurre en un punto sobre el espectro llamado punto de desempeño. Este punto representa la condición de que la capacidad sísmica de la estructura sea igual a la demanda sobre la estructura debido al movimiento del terreno.

El desplazamiento en el punto de desempeño inicialmente debe estimarse usando una simple técnica llamada "Aproximación de igual desplazamiento", esta técnica asume que el desplazamiento inelástico espectral es el mismo que el desplazamiento elástico que ocurre si la estructura permanece perfectamente elástica. Esta técnica es una herramienta usada para estimar el inicio del proceso iterativo para determinar el punto de desempeño.

La localización del punto de desempeño debe satisfacer lo siguiente:

1. El punto debe quedar sobre la curva del espectro de capacidad.
2. El punto debe quedar sobre la curva de demanda espectral reducida desde su amortiguamiento inicial de un 5% que es el usual en el espectro de diseño elástico, esta reducción del espectro es para representar la demanda no lineal. La reducción del espectro se hace por medio de un factor que se calcula en términos del amortiguamiento efectivo, esto será discutido más adelante.

La determinación del punto de desempeño requiere un proceso iterativo de (trial and error) para buscar que se satisfagan los dos criterios requeridos mencionados anteriormente. Para la iteración se mencionaran tres alternativas que simplifican y estandarizan el proceso, dichas alternativas se basan en los mismos conceptos y en las relaciones matemáticas pero varían en su dependencia analítica versus las técnicas gráficas.

Proceso A

Esta es la aplicación más directa, es verdaderamente iterativo pero, se basa en formulas que pueden ser fácilmente programadas en hojas de cálculo. Este es más bien un método analítico que grafico siendo el método con la aplicación más directa, es el más recomendado.

Proceso B

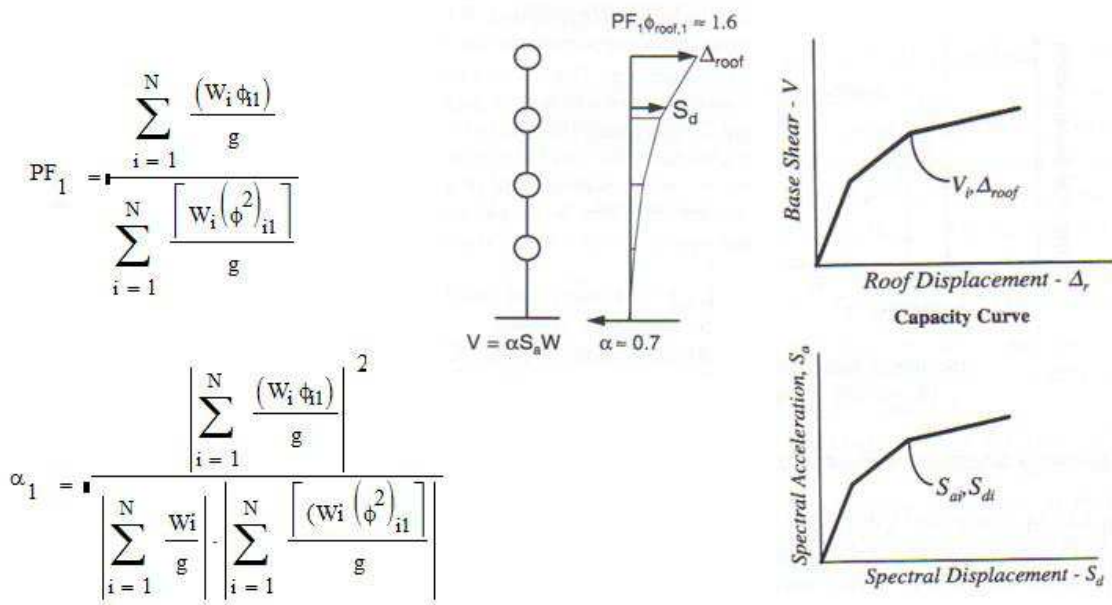
Este método introduce una simplificación usando la curva de capacidad bilineal que habilita o permite una solución relativamente directa para determinar el punto de desempeño con un número pequeño de iteraciones. Igual que el proceso A, el proceso B es un método más analítico que grafico y es probablemente el más conveniente para programar una hoja de cálculo. El proceso B tiene menos transparencia que el proceso A.

Proceso C

Este es un proceso puramente grafico, es el más conveniente cuando los cálculos se hacen manualmente, tiene menos transparencia que los demás métodos.

Conversión de la curva de capacidad a la curva de espectro de capacidad.

Para usar el método del espectro de capacidad es necesario convertir la curva de capacidad que está dada en términos del cortante en la base y el desplazamiento en el tope a otras coordenadas en función de aceleración y desplazamientos espectrales (coordenadas ADRS) S_a vs S_d , las ecuaciones requeridas para la transformación son las siguientes:



(Conversión Curva de Capacidad a Curva Espectral).

$$S_d = \frac{\Delta_{techo}}{PF_1 * \phi_{1,techo}} \quad S_a = \frac{V/W}{\alpha_1}$$

Donde:

S_d = Desplazamiento espectral. Representa el desplazamiento generalizado del primer modo cuando el desplazamiento en el techo es Δ .

S_a = Aceleración espectral

Δ_{roof} = Desplazamiento en el último piso.

PF_1 = Factor de participación modal del primer modo o modo natural de vibración.

Φ_{i1} = Amplitud del modo 1 en el nivel i.

α_1 = Coeficiente de masa modal para el primer modo natural de vibración.

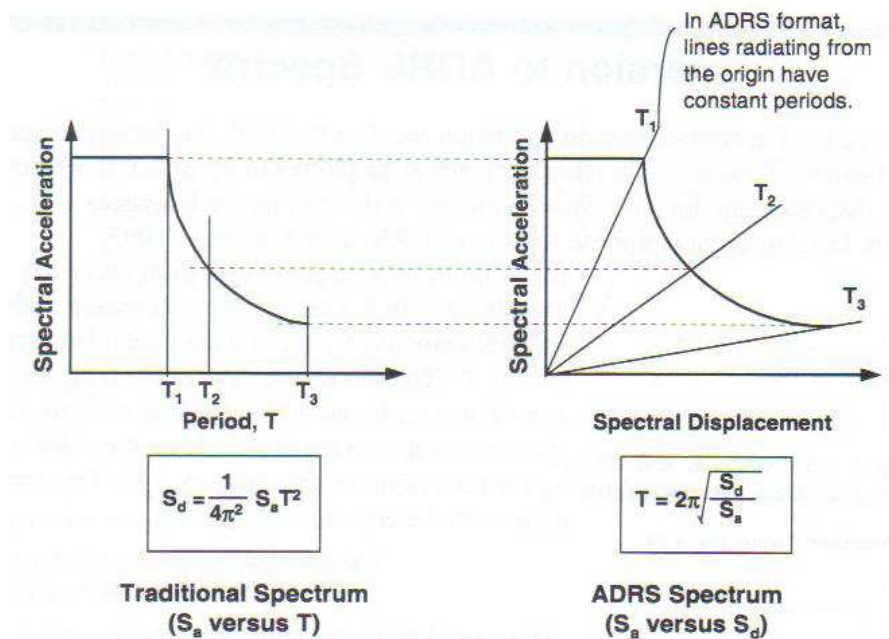
W_i / g = Masa asignada al nivel i

N = Niveles

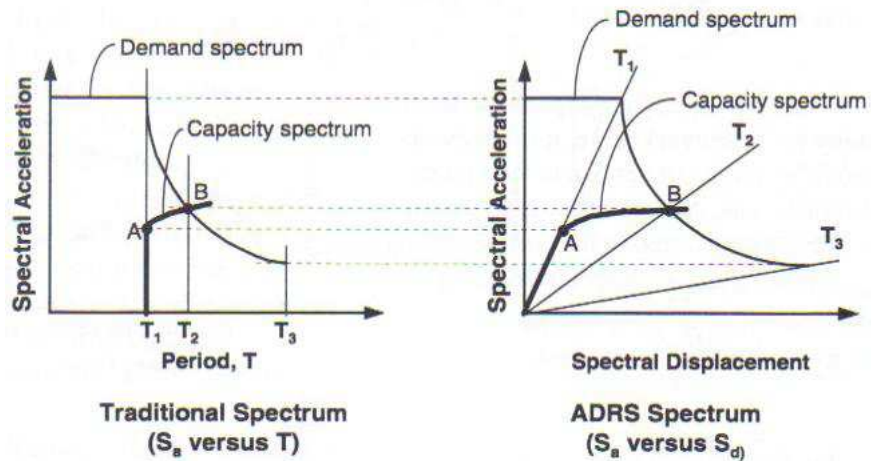
V = Cortante en la base

W = Peso muerto más carga viva probable

En general el proceso para convertir la curva de capacidad a espectro de capacidad (ADRS) conlleva primero calcular el factor de participación modal para el primer modo, luego el coeficiente de masa modal; entonces para cada punto que describe la curva de capacidad, usar las ecuaciones S_a y S_d . Para cualquier punto sobre el (ADRS) el periodo T, puede computarse usando la relación $T = 2\pi (S_d/S_a)^{1/2}$ similarmente para el espectro tradicional el desplazamiento espectral puede ser calculado usando la relación $S_d = S_a T^2 / 4\pi^2$.



La siguiente figura muestra el espectro de capacidad súper impuesto en la respuesta espectral presentada en los dos formatos. En ésta gráfica se puede apreciar que cuando la estructura entra en el rango inelástico el período aumenta ya que la estructura es cada vez más flexible. Las líneas radiales de periodo constante siempre parten desde el origen.



(Comparación del Espectro de Capacidad sobre el Espectro de Demanda Tradicional y el Espectro de Demanda en Formato ADRS).

Conversión del espectro estándar a un espectro en formato ADRS.

La aplicación de la técnica del espectro de capacidad requiere que tanto la curva de capacidad como el espectro de demanda sean ploteado en coordenadas de aceleración espectral y desplazamiento espectral (ADRS).

El espectro de demanda elástico a convertir, debe ser el espectro requerido por un código determinado con las características apropiadas de cada región. El espectro convencional está dado en términos de la aceleración espectral y el periodo por lo cual sólo el período deber convertirse a desplazamiento espectral, por medio de la siguiente ecuación.

$$S_{di} = \frac{T^2}{4 \cdot \pi} \cdot S_{ai} \cdot g$$

Una vez se ha convertido el espectro, se puede calcular la aceleración o el desplazamiento espectral para cuando la estructura tiene un periodo determinado por medio de la siguiente expresión.

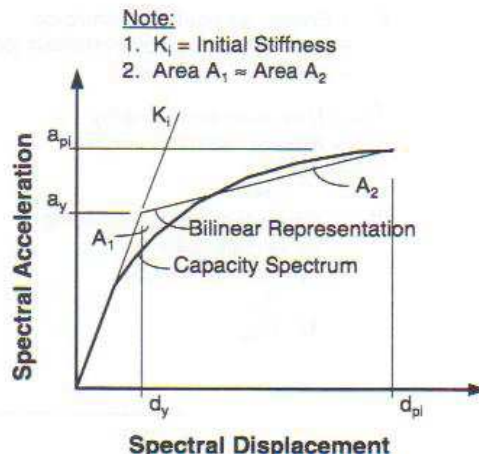
$$S_{ai}g = \frac{2 \cdot \pi}{T_i} \cdot S_v$$

$$S_{di} = \frac{T_i}{2 \cdot \pi} \cdot S_v$$

Construcción Bilineal del espectro de capacidad.

Para estimar el amortiguamiento efectivo en la estructura, es necesario crear una representación bilineal del espectro de capacidad. Esta construcción requiere definir el punto a_{pi} , d_{pi} el cual se usa para iniciar el proceso iterativo de crear el espectro reducido de demanda. Anteriormente se mencionó que el espectro de capacidad y el espectro de demanda deben interceptarse, por lo tanto, se puede decir que el punto a_{pi} , d_{pi} es el punto de intersección o punto de desempeño. El primer estimado del punto se denomina a_{p1} , d_{p1} la segunda asunción se llama a_{p2} , d_{p2} y así sucesivamente.

A menudo la técnica de “Aproximación de igual desplazamiento”, que se mencionó anteriormente puede usarse para estimar el puntos a_{p1} , d_{p1} . A continuación se muestra el espectro de capacidad Bilineal.



Estimación del Amortiguamiento y reducción del espectro creado con un amortiguamiento de 5% del crítico.

El amortiguamiento que ocurre en una estructura en el rango inelástico puede ser visto como una combinación del amortiguamiento viscoso inherente en la estructura y el amortiguamiento histerético. El amortiguamiento histerético está relacionado al área que se forma dentro de las vueltas (loops) o lasos de histéresis cuando las fuerzas del cortante se grafican contra el desplazamiento. El amortiguamiento equivalente asociado con el máximo desplazamiento d_{pi} puede estimarse según la siguiente ecuación.

$$B_{eq} = \beta_o + 0.05$$

$\beta_o =$ Amortiguamiento histerético representado como un amortiguamiento viscoso equivalente

0.05 = 5% amortiguamiento viscoso inherente en la estructura (asumido constante)

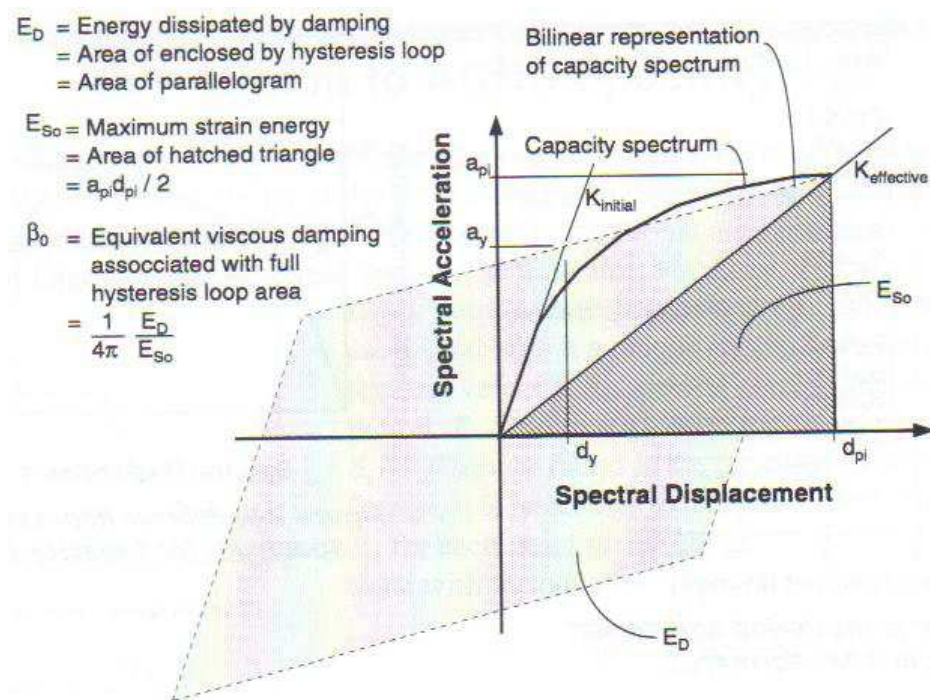
El término β_o puede calcularse según la siguiente expresión

$$\beta_o = \frac{1}{4\pi} \frac{ED}{ES_o}$$

ED = disipación de energía por amortiguamiento.

$ES_o =$ Máxima energía de deformación

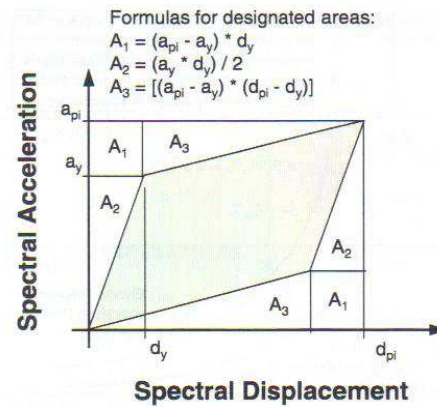
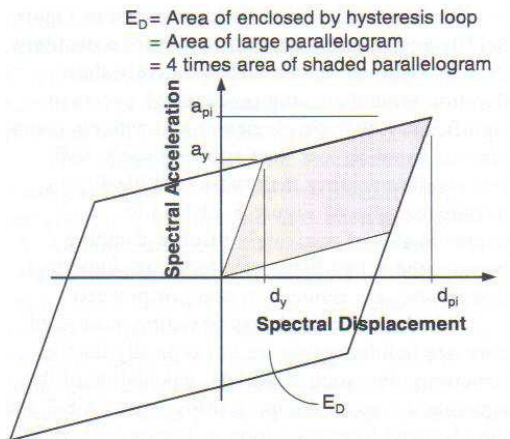
El significado físico del término ED y ES_o se ilustra en la siguiente figura.



(Disipación de Energía Sísmica)

ED es la energía disipada por la estructura en un simple ciclo de movimiento, que corresponde al área encerrada dentro de un simple loop (Área no sombreada). ES_o es la máxima energía de deformación asociada con el ciclo de movimiento (Área sombreada).

Según la gráfica la ecuación se puede derivar como sigue.



$$ED = 4 * (\text{área sombreada en la figura}) = 4(a_y d_{pi} - d_y a_{pi})$$

$$ES_0 = (\text{área del triángulo bajo Keff}) = a_{pi} d_{pi} / 2$$

Si estos valores se sustituyen en θ_0 se obtiene la siguiente expresión escrita en términos de porcentaje de amortiguamiento crítico.

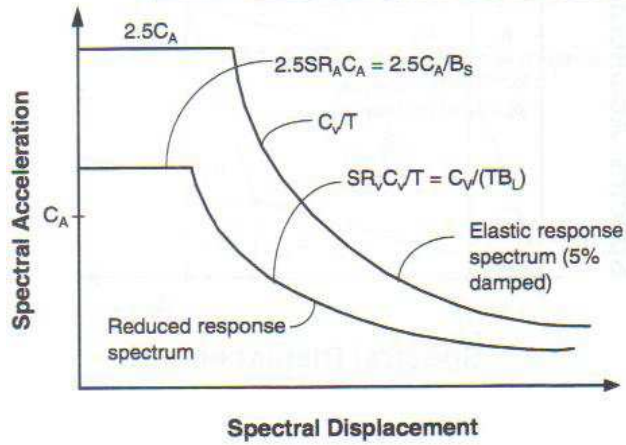
$$B_0 = 63.7 (a_y d_{pi} - d_y a_{pi}) / a_{pi} d_{pi}$$

Por lo tanto:

$$\theta_{eq} = 63.7 (a_y d_{pi} - d_y a_{pi}) / a_{pi} d_{pi} + 5$$

El valor del amortiguamiento viscoso equivalente puede ser usado para estimar el factor con el cual se reduce el espectro de demanda. Como se muestra en la siguiente figura este factor se usa para disminuir el espectro elástico de 5% al aumentar el amortiguamiento crítico.

- Notes: 1. See Chapter 4 for C_A and C_V values.
 2. SR_A is spectral reduction value in constant acceleration range of spectrum.
 3. SR_V is spectral reduction value in constant velocity range of spectrum.



(Reducción del Espectro de Demanda)

En algunos casos de edificios, la idealización de los lasos de histéresis no es muy real ya que se puede subestimar el amortiguamiento real en la estructura. Por esta razón se introduce un factor de modificación llamado κ . Se puede notar que el amortiguamiento resultante, se llama efectivo y no equivalente.

$$B_{eff} = \kappa \theta_o + 5$$

$$\theta_{eff} = 63.7 \kappa (a_y d_{pi} - d_y a_{pi}) / a_{pi} d_{pi} + 5$$

El facto κ depende del comportamiento estructural del edificio. Hay tres categorías de comportamiento estructura:

Tipo A: Representa un lazo de histéresis razonable y estable $\kappa = 1$

Tipo B: Representa una reducción moderada de los lazos $\kappa = 2/3$

Tipo C: Representa un pobre lazo de histéresis con una reducción sustancial $\kappa = 1/3$

Values for Damping Modification Factor, κ

Structural Behavior Type¹	β_0 (percent)	κ
Type A ²	≤ 16.25	1.0
	> 16.25	$1.13 - \frac{0.51(a_y d_{pi} - d_y a_{pi})}{a_{pi} d_{pi}}$
Type B	≤ 25	0.67
	> 25	$0.845 - \frac{0.446(a_y d_{pi} - d_y a_{pi})}{a_{pi} d_{pi}}$
Type C	Any value	0.33

Valores del Factor κ , para modificar el Amortiguamiento)

El factor de reducción de la demanda sísmica se determina según la siguiente ecuación.

$$SR_A = 3.21 - 0.68 \ln [63.7 \kappa (a_y d_{pi} - d_y a_{pi}) / a_{pi} d_{pi} + 5] / 2.12$$

$$SR_V = 2.31 - 0.41 \ln [63.7 \kappa (a_y d_{pi} - d_y a_{pi}) / a_{pi} d_{pi} + 5] / 1.65$$

Estos valores deben ser mayores o iguales a la siguiente tabla.

Structural Behavior Type²	SR_A	SR_V
Type A ²	0.33	0.50
Type B	0.44	0.56
Type C	0.56	0.67

Valores para el Factor de Reducción del Espectro de Demanda)

Valores de los factores de reducción en función del amortiguamiento histerético.

β_0 (percent)	<i>Behavior Type A</i> ¹			<i>Behavior Type B</i> ¹			<i>Behavior Type C</i> ¹		
	β_{eff}	SR _A (1/B _s)	SR _v (1/B _L)	β_{eff}	SR _A (1/B _s)	SR _v (1/B _L)	β_{eff}	SR _A (1/B _s)	SR _v (1/B _L)
0	5	1.00	1.00	5	1.00	1.00	5	1.00	1.00
5	10	0.78	0.83	8	0.83	0.87	7	0.91	0.93
15	20	0.55	0.66	15	0.64	0.73	10	0.78	0.83
25	28	0.44	0.57	22	0.53	0.63	13	0.69	0.76
35	35	0.38	0.52	26	0.47	0.59	17	0.61	0.70
≥45	40	0.33	0.50 ²	29	0.44	0.56	20	0.56	0.67 ²

(Amortiguamiento Efectivo y Factor de Reducción en Función del Amortiguamiento Histerético).

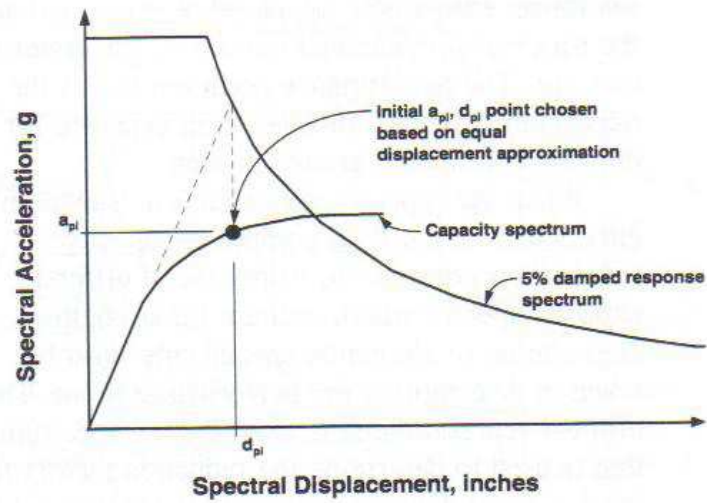
<i>Shaking Duration</i> ¹	<i>Essentially New Building</i> ²	<i>Average Existing Building</i> ³	<i>Poor Existing Building</i> ⁴
Short	Type A	Type B	Type C
Long	Type B	Type C	Type C

(Tipos de Comportamiento Estructural en Función de la Duración del Terremoto y los distintos Tipos de Edificios).

Intersección del Espectro de Capacidad y el espectro de Demanda

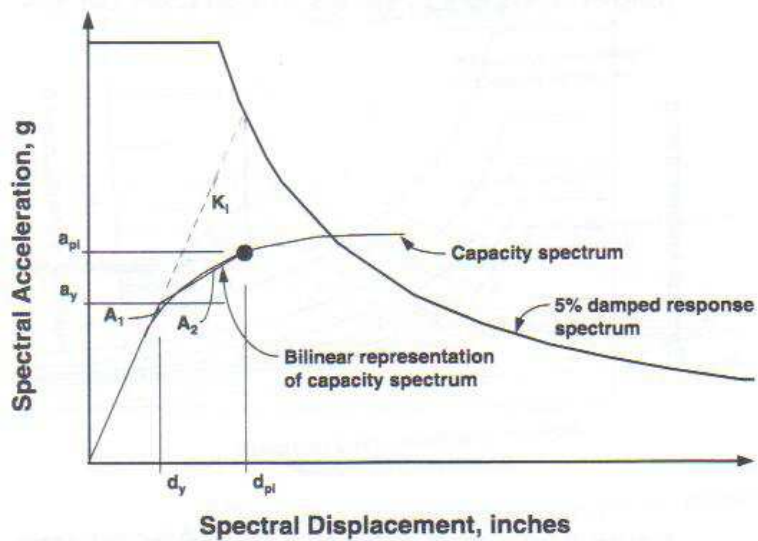
Calculo Usando el Proceso A. Este proceso de iteración puede ser realizado a mano o sobre una hoja de Excel para hacer converger el punto de desempeño.

1. Desarrollar el espectro elástico de un 5%, apropiado para la localización.
2. Transformar la curva de capacidad a espectro de capacidad.
3. Graficar las dos curvas en un mismo grafico.
4. Seleccionar un punto asumido inicial de desempeño por el método "Aproximación de igual desplazamiento", ver figura.



(Aproximación de Igual Desplazamiento).

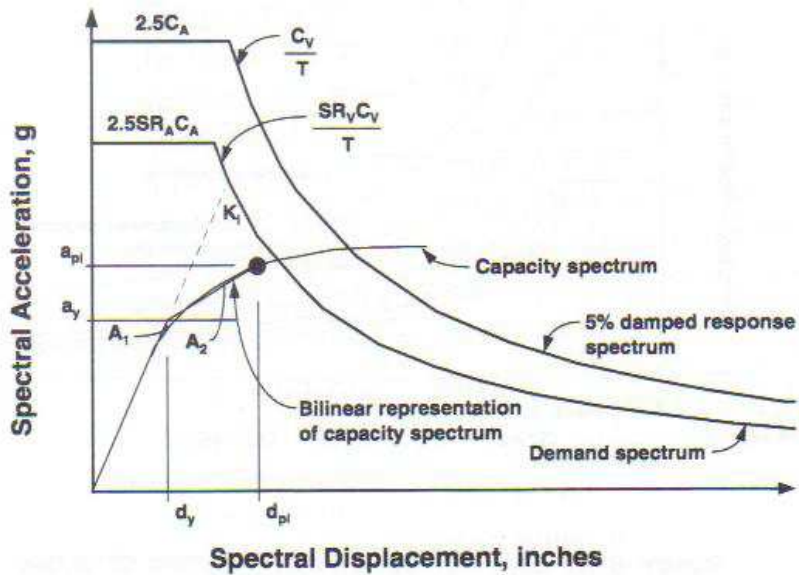
5. Desarrollar la representación bilineal del espectro de capacidad.



(Representación Bilineal Usando la Aproximación de Igual Desplazamiento).

6. Calcular el factor los factores de reducción espectral.

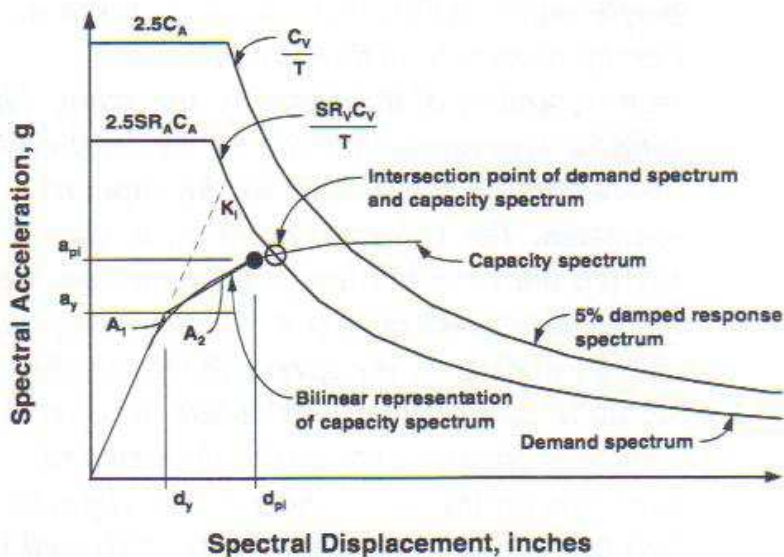
7. Desarrolle el espectro de demanda reducido y graficar en el mismo gráfico.



(Espectro Bilineal en el Mismo Grafico que el Espectro de Demanda Reducido).

8. Determine si el espectro de demanda intercepta el espectro de capacidad en el punto, a_{pi} , d_{pi} (estos son los puntos asumidos), de lo contrario verifique si el desplazamiento en el punto de intersección d_i , está dentro de la tolerancia aceptable del d_{pi} ($0.95d_{pi} < d_i < 1.05d_{pi}$).

La siguiente gráfica muestra la Tolerancia Entre el Punto Asumido y el Punto de Intersección.



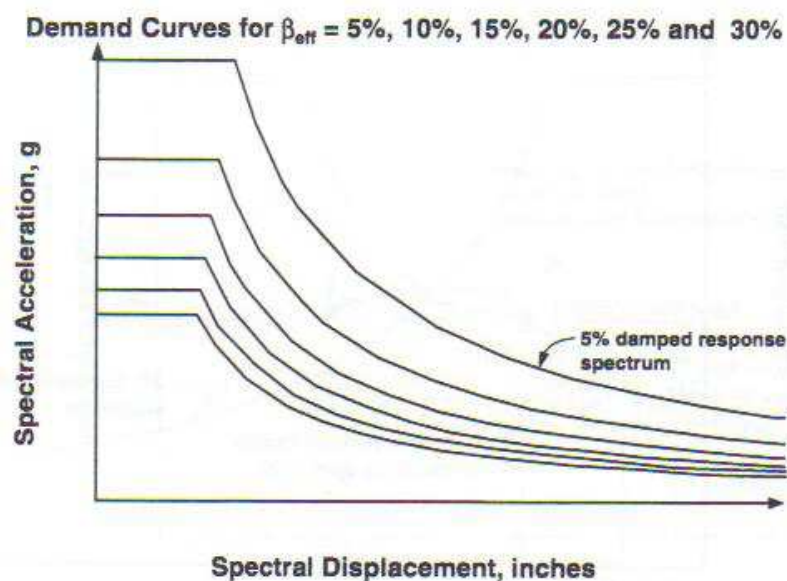
9. Si el espectro de demanda no intercepta el espectro de capacidad dentro de la tolerancia, se selecciona un nuevo valor a_{pi} , d_{pi} y se regresa al paso 5.

10. Si el espectro de demanda intercepta el espectro de capacidad dentro de la tolerancia aceptable, entonces el punto asumido a_{pi} , d_{pi} será el punto de desempeño (a_p , d_p), y el desplazamiento d_p representa el máximo desplazamiento que se espera en el terremoto.

Cálculo usando el Proceso B.

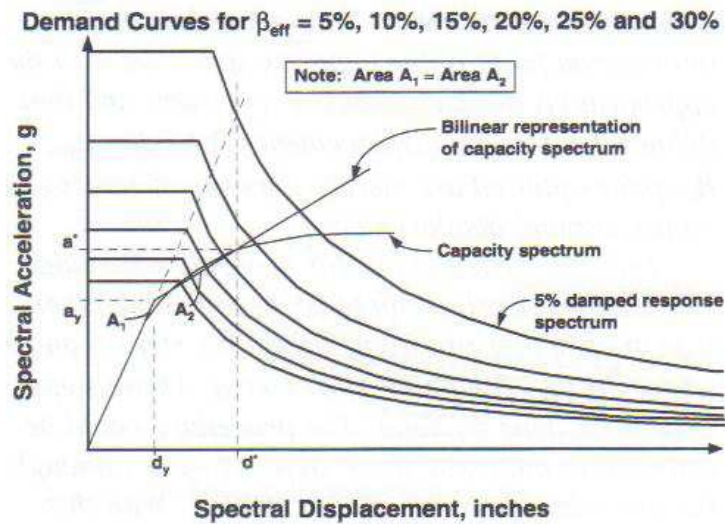
En este método se hacen unas asunciones que no se hacen en los demás métodos. Este método asume que no únicamente la pendiente inicial de la representación bilineal permanece constante sino que también el punto a_y , d_y permanecen constantes. Estas asunciones permiten una solución directa sin tener que dibujar múltiples curvas, debido a que el amortiguamiento efectivo varía cada vez que se gráfica una representación bilineal diferente para el espectro de capacidad.

1. Desarrollar el espectro de demanda elástico 5%.
2. Dibujar una familia de espectros reducidos en el mismo gráfico en un rango desde 5% @ 40% (Si el comportamiento Estructural corresponde al Tipo A), 29% (Si corresponde al Tipo B) y 20% (Si corresponde a Tipo C).



(Familia de Demanda Espectral con Variación en el Amortiguamiento).

3. Transformar la curva de capacidad en curva de capacidad espectral y dibujar sobre la familia de gráficos de demanda espectral.
4. Desarrollar la representación bilineal del espectro de capacidad. La pendiente inicial de la curva bilineal es igual a la rigidez inicial del edificio. El siguiente segmento de pos fluencia debe desarrollarse a través del espectro de capacidad pasando por el punto a^* , d^* . Para determinar el punto a^* , d^* se debe proyectar la línea de la pendiente inicial hasta que corte el espectro elástico de 5%. La línea de pos fluencia debe ser colocada de manera que $A1 = A2$.



(Familia de Demanda Espectral y Espectro de Capacidad Bilineal).

5. Calcule el amortiguamiento efectivo para varios puntos cercanos al punto a^* , d^* . La pendiente del segmento de pos fluencia de la representación bilineal es dada por la siguiente ecuación.

$$\text{Pendiente Pos Fluencia} = (a^* - a_y) / (d^* - d_y)$$

Para algún punto a_{pi} , a_y , sobre el segmento de pos fluencia en la representación bilineal la pendiente será:

$$\text{Pendiente Pos Fluencia} = (a_{pi} - a_y) / (d_{pi} - d_y)$$

Dado que la pendiente es constante las dos ecuaciones anteriores se pueden igualar y despejar para a_{pi} .

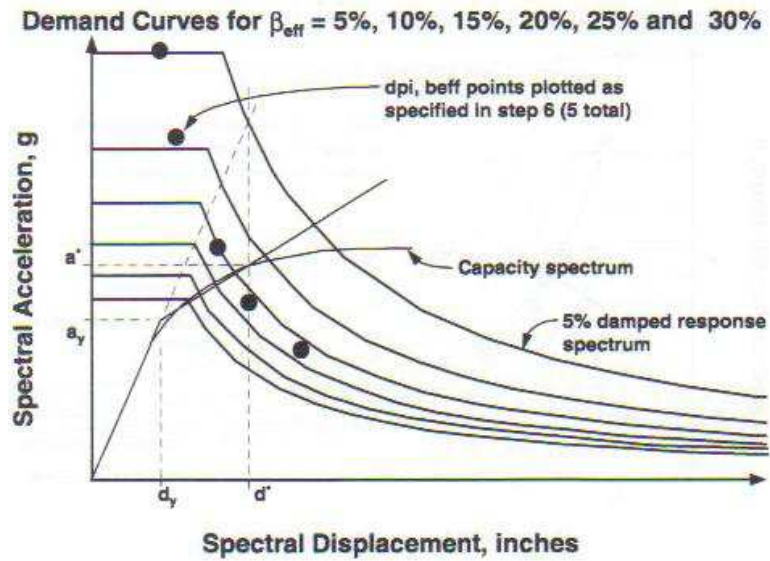
$$a_{pi}' = ((a^* - a_y)(d_{pi} - d_y)) / (d^* - d_y) + a_y$$

El amortiguamiento efectivo en función del valor a_{pi}' .

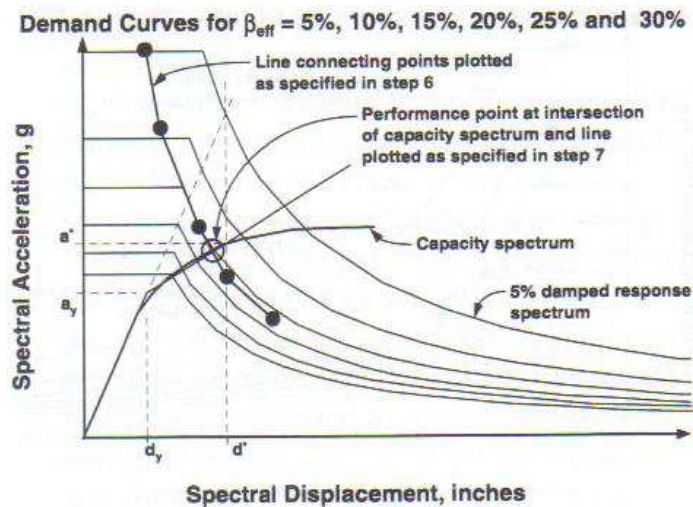
$$B_{eff} = 63.7 \kappa (a_y d_{pi} - d_y a_{pi}') / a_{pi} d_{pi} + 5$$

La ecuación anterior se resuelve para varios valores d_{pi}

6. Para cada valor d_{pi} , dibuje el punto d_{pi} , β_{eff} sobre la misma gráfica de la familia del espectro de demanda y el espectro de capacidad.



7. Conecte los puntos graficados hasta formar una línea. La intersección de esta línea con el espectro de capacidad define el punto de desempeño. Este proceso provee el mismo resultado que los demás procesos si el punto de desempeño está cercano al punto a^* , p^* de lo contrario en ingeniero debe utilizar otro proceso.

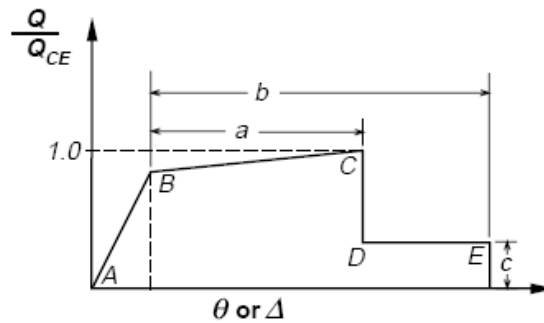


(Unión de los Puntos d_{pi}, β_{eff}).

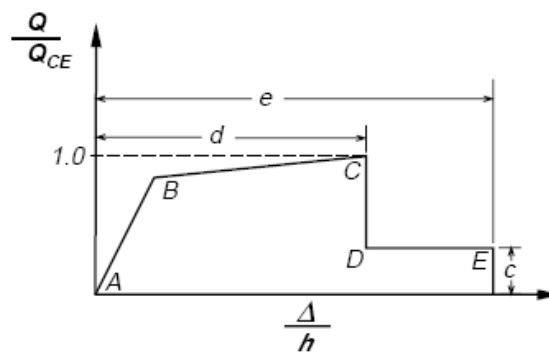
Solo se han presentado los procesos A y B para la determinación del punto de desempeño o respuesta máxima, sin embargo, el proceso C, no es presentado, para información con relación al mismo refiérase a ATC – 40 (8.2.2.1.4).

Modelo Utilizado para Relación Momento Curvatura.

El comportamiento de los elementos por lo general es modelado usando la relación momento – curvatura, más allá del rango lineal.



(a) Deformation



(b) Deformation ratio

(Diagramas de Momento Curvatura Normalizado).

Los valores Q_c se refiere a la resistencia y Q se refiere a la demanda impuesta por el terremoto. La respuesta es lineal hasta el punto B, seguido por la fluencia, como consecuencia existe una disminución en la rigidez con un comportamiento lineal desde B hasta C, luego se presenta una reducción súbita de la rigidez desde C hasta D, continua el desplazamiento desde D hasta E con una cargas constante hasta perder la resistencia desde E en adelante.

El análisis debe ser capaz de rastrear la relación no lineal fuerza-deformación de todos los componentes, esta relación se compone por lo general de varios segmentos de línea. El grafico (a) se expresa directamente en términos de deformación, rotación, curvatura o elongación. Los parámetros a y b corresponden a la deformación plástica. Estos parámetros son definidos más adelante por las tablas expuestas mas adelante. El grafico (b) se expresa en términos del ángulo de cortante y el desplazamiento relativo (drift). La curva más conveniente es la (a), cuando la deformación es por flexión, la curva (b) es más conveniente cuando la deformación se produce en juntas, deslizamientos, deformaciones por desplazamiento relativo y ángulo de cortante. La capacidad para rotar plásticamente de la sección se puede tomar directamente desde las tablas 10 y 11, la cual representanta los puntos donde hay degradación en la sección, esta tabla se basa en datos de prueba (Aycardi et al. 1992.; Beres et al. 1992; CSSC 1994b; Pessiki et al. 1990; y Qi and Moehle 1991), como también en el juicio ingenieril.

Parámetros Numéricos Aceptables, para modelar el Comportamiento No lineal de Vigas.

Table 6-6 Modeling Parameters and Numerical Acceptance Criteria for Nonlinear Procedures—Reinforced Concrete Beams

Conditions	Modeling Parameters ³			Acceptance Criteria ³						
	Plastic Rotation Angle, radians		Residual Strength Ratio	Plastic Rotation Angle, radians						
				Component Type						
	a		b	c	Primary		Secondary			
					Performance Level					
IO	LS	CP	LS	CP						
i. Beams controlled by flexure¹										
$\frac{\rho - \rho'}{\rho_{bal}}$	Trans. Reinf. ²	$\frac{V}{b_w d \sqrt{f'_c}}$								
≤ 0.0	C	≤ 3	0.025	0.05	0.2	0.005	0.02	0.025	0.02	0.05
≤ 0.0	C	≥ 6	0.02	0.04	0.2	0.005	0.01	0.02	0.02	0.04
≥ 0.5	C	≤ 3	0.02	0.03	0.2	0.005	0.01	0.02	0.02	0.03
≥ 0.5	C	≥ 6	0.015	0.02	0.2	0.005	0.005	0.015	0.015	0.02
≤ 0.0	NC	≤ 3	0.02	0.03	0.2	0.005	0.01	0.02	0.02	0.03
≤ 0.0	NC	≥ 6	0.01	0.015	0.2	0.0	0.005	0.01	0.01	0.015
≥ 0.5	NC	≤ 3	0.01	0.015	0.2	0.005	0.01	0.01	0.01	0.015
≥ 0.5	NC	≥ 6	0.005	0.01	0.2	0.0	0.005	0.005	0.005	0.01
ii. Beams controlled by shear¹										
Stirrup spacing ≤ d/2			0.0	0.02	0.2	0.0	0.0	0.0	0.01	0.02
Stirrup spacing > d/2			0.0	0.01	0.2	0.0	0.0	0.0	0.005	0.01
iii. Beams controlled by inadequate development or splicing along the span¹										
Stirrup spacing ≤ d/2			0.0	0.02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.01	0.02
Stirrup spacing > d/2			0.0	0.01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.005	0.01
iv. Beams controlled by inadequate embedment into beam-column joint¹										
			0.015	0.03	0.2	0.01	0.01	0.015	0.02	0.03

- When more than one of the conditions i, ii, iii, and iv occurs for a given component, use the minimum appropriate numerical value from the table.
- Under the heading "Transverse Reinforcement," "C" and "NC" are abbreviations for conforming and nonconforming details, respectively. A component is conforming if, within the flexural plastic region, closed stirrups are spaced at ≤ d/3, and if, for components of moderate and high ductility demand, the strength provided by the stirrups (V_s) is at least three-fourths of the design shear. Otherwise, the component is considered nonconforming.
- Linear interpolation between values listed in the table is permitted.

Parámetros Numéricos Aceptables, para modelar el Comportamiento No lineal de Columnas.

Table 6-7 Modeling Parameters and Numerical Acceptance Criteria for Nonlinear Procedures—Reinforced Concrete Columns

Conditions	Modeling Parameters ⁴			Acceptance Criteria ⁴						
	Plastic Rotation Angle, radians	Residual Strength Ratio	c	Plastic Rotation Angle, radians						
				Component Type						
				Primary		Secondary				
				Performance Level						
a	b		IO	LS	CP	LS	CP			
i. Columns controlled by flexure¹										
$\frac{P}{A_g f'_c}$	Trans. Reinf. ²	$\frac{V}{b_w d \sqrt{f'_c}}$								
≤ 0.1	C	≤ 3	0.02	0.03	0.2	0.005	0.01	0.02	0.015	0.03
≤ 0.1	C	≥ 6	0.015	0.025	0.2	0.005	0.01	0.015	0.01	0.025
≥ 0.4	C	≤ 3	0.015	0.025	0.2	0.0	0.005	0.015	0.010	0.025
≥ 0.4	C	≥ 6	0.01	0.015	0.2	0.0	0.005	0.01	0.01	0.015
≤ 0.1	NC	≤ 3	0.01	0.015	0.2	0.005	0.005	0.01	0.005	0.015
≤ 0.1	NC	≥ 6	0.005	0.005	–	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
≥ 0.4	NC	≤ 3	0.005	0.005	–	0.0	0.0	0.005	0.0	0.005
≥ 0.4	NC	≥ 6	0.0	0.0	–	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
ii. Columns controlled by shear^{1,3}										
Hoop spacing ≤ d/2, or $\frac{P}{A_g f'_c} \leq 0.1$			0.0	0.015	0.2	0.0	0.0	0.0	0.01	0.015
Other cases			0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
iii. Columns controlled by inadequate development or splicing along the clear height^{1,3}										
Hoop spacing ≤ d/2			0.01	0.02	0.4	1	1	1	0.01	0.02
Hoop spacing > d/2			0.0	0.01	0.2	1	1	1	0.005	0.01
iv. Columns with axial loads exceeding 0.70P_o^{1,3}										
Conforming reinforcement over the entire length			0.015	0.025	0.02	0.0	0.005	0.001	0.01	0.02
All other cases			0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

1. When more than one of the conditions i, ii, iii, and iv occurs for a given component, use the minimum appropriate numerical value from the table.
2. Under the heading "Transverse Reinforcement," "C" and "NC" are abbreviations for conforming and nonconforming details, respectively. A component is conforming if, within the flexural plastic hinge region, closed hoops are spaced at ≤ d/3, and if, for components of moderate and high ductility demand, the strength provided by the stirrups (V_s) is at least three-fourths of the design shear. Otherwise, the component is considered nonconforming.
3. To qualify, hoops must not be lap spliced in the cover concrete, and hoops must have hooks embedded in the core or other details to ensure that hoops will be adequately anchored following spalling of cover concrete.
4. Linear interpolation between values listed in the table is permitted.

Anexo C. ¹¹

Manual para el cálculo de estructuras de mampostería sin refuerzo

El cálculo de arcos planos aunque mucho más simple que el cálculo de bóvedas en tres dimensiones; introduce las bases del cálculo de estructuras bóveda 3-D. Este análisis a menudo puede tratarse con métodos manuales, o mediante modificaciones de métodos manuales.

La aplicación de códigos de modelos de edificios, tal como el Código Internacional de Edificios, requiere adoptar el ACI 530: Requisitos del código de edificios para estructuras de mampostería como una referencia. Este documento emplea un estado límite, el desarrollo de la primera grieta en la mampostería para definir la falla de la mampostería sin refuerzo.

Para iniciar, los morteros de las construcciones históricas tienen un alto contenido de cal (1:2:9 cemento:cal:arena). Aceptando que el mortero tenga un alto contenido de cemento, tal como 1:1:6 mortero tipo N, el criterio de falla en el ACI 530 es 15 psi neto a tensión. Los arcos simples, calculados con las hipótesis del análisis elástico, tienen fácilmente estos valores de esfuerzo.

Para entender la resistencia y durabilidad de una estructura de mampostería sin refuerzo, se requiere examinar la validez del criterio de falla del desarrollo de la primera grieta. Es claro que la mampostería, después del agrietamiento, puede resistir combinaciones de fuerza axial y momento elevadas, en tanto que la excentricidad de la línea de empuje permanezca menor que $\frac{1}{2}$ la profundidad de la sección de la mampostería. La excentricidad del empuje puede representarse por una línea de empuje o línea de presión. El estado inicial del arco, cuando está sujeto sólo a peso propio, puede ser sólo de compresión, representado por una línea de empuje en el $\frac{1}{3}$ medio del arco, o puede incluir una grieta en la corona o en los riñones, representada por la excentricidad de la línea de empuje. Si una carga concentrada se añade a la corona, la excentricidad del empuje se incrementa a un valor máximo de media profundidad de la sección. Esto es más allá del desarrollo de la grieta inicial en la corona del arco. Cuando la carga se incrementa posteriormente, la excentricidad en la corona permanecerá en su valor máximo en tanto la excentricidad en los apoyos se incrementa. Con el desarrollo de las articulaciones en los soportes, el arco sólo se ha reducido a un arco con tres articulaciones y es capaz de soportar carga posterior. El arco falla sólo cuando se aplica carga suficiente para formar cuatro articulaciones. Esta teoría de arco, y algunos precedentes históricos, fueron elaborados por Heyman (1982, 1995).

2.1 Métodos elásticos

Fórmulas para el análisis del arco elástico han sido presentadas en muchos textos, y pueden encontrarse soluciones de arco generales, por ejemplo en Roark (1989). En este tratado, el arco se considera como una estructura indeterminada estáticamente con 3 grados de libertad y sujeta a varias condiciones de carga simplificada (carga uniformemente distribuida, carga concentrada en el centro, carga concentrada en cualquier punto, etc.), valores de tres cantidades redundantes pueden determinarse. Esos valores permiten posteriormente la determinación de la fuerza axial, cortante y momento flexionante en cualquier punto dentro del arco. Esos métodos requieren alguna simplificación de la forma del arco, usualmente como un segmento de círculo y simplificación de la carga a la que el arco está sujeto. La hipótesis de que la respuesta a fuerza axial y momento flexionante es lineal es una simplificación posterior, que depende de que la fuerza axial sea suficientemente mayor con respecto al momento flexionante para que los esfuerzos en el arco sean de compresión.

Un programa de análisis de marco puede también ser empleado para completar el análisis elástico de un arco. El eje centroidal del arco se puede subdividir en una serie de barras rectas; diez barras son usualmente suficientes para capturar el comportamiento del arco. Las propiedades del material y la sección consistentes con el material y la geometría del arco se ingresan a las barras. La carga en el arco se determina definiendo el peso propio, la carga muerta y la carga viva que es distribuida sobre la longitud horizontalmente proyectada de cada barra. Este sistema es analizado empleando un programa de análisis de marco para las condiciones de carga identificadas para la estructura. Los resultados del análisis del marco se examinan en detalle. De particular interés son las fuerzas y momentos de los miembros, especialmente la fuerza axial y el momento flexionante. Debido a la naturaleza de la resistencia del material, sabiendo que el material resiste mayores esfuerzos de compresión que de tensión, el arco puede resistir una fuerza axial grande con pequeña excentricidad y significativo momento de flexión en presencia de fuerza axial. Es necesario aplicar un criterio de falla, tal como el mostrado en 2.2, para determinar la capacidad del arco sobre la base de combinaciones de fuerza axial y momento flexionante obtenidos del análisis del software de marcos.

2.2 Métodos rígido-plásticos

Un arco de mampostería se toma como ejemplo para el análisis por métodos rígido-plásticos. El anillo de arco se considera resistente a compresión, pero no a

tensión. Un incremento en la fuerza axial generalmente incrementa la capacidad de momento flexionante del arco. Un límite superior sobre el esfuerzo de compresión puede establecerse, resultando el diagrama de interacción mostrado con línea punteada en la figura. Para un anillo de arco de ancho b y peralte d , la relación entre fuerza axial P y momento M , sin capa de compresión es:

$$M \leq P \frac{d}{2}$$

Dado un esfuerzo de compresión máximo de f_c y las cantidades intermedias posteriores

$$P_o = bdf_c$$

$$M_o = \frac{bd^2}{8} f_c = P_o \frac{d}{4}$$

La relación resulta

$$\frac{1}{4} \left| \frac{M}{M_o} \right| - \left(\frac{P}{P_o} \right) + \left(\frac{P}{P_o} \right)^2 \leq 0$$

Esta es una “condición de fluencia” en el sentido del análisis plástico. Combinada con la condición de equilibrio, de que todas las fuerzas internas y externas estén en equilibrio, y la condición de mecanismo, que el trabajo virtual total sea cero en un mecanismo estáticamente admisible, se pueden invocar los tres teoremas del análisis plástico:

- Límite inferior: La estructura es segura bajo un conjunto de cargas si el equilibrio y la condición de fluencia pueden ser simultáneamente satisfechos en todos los puntos de la estructura
- Límite superior: La estructura es insegura bajo un conjunto de cargas para las cuales el trabajo virtual interno es cero en un mecanismo de colapso cinemático admisible
- Colapso plástico: La estructura está en el punto de colapso bajo un conjunto de cargas para las cuales el equilibrio, el mecanismo y la condición de fluencia son simultáneamente satisfechos.

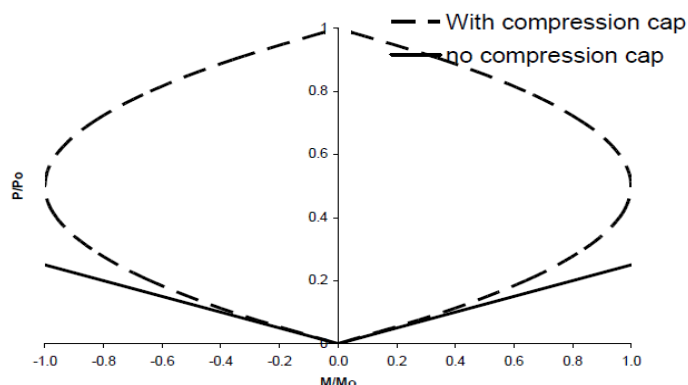


Figura c1. Diagrama de interacción del arco

Un conjunto de cargas satisfaciendo el equilibrio y las condiciones de fluencia son seguras, un conjunto de cargas satisfaciendo la condición de mecanismo son inseguras, y un conjunto de cargas que satisfagan las tres condiciones es la actual carga de colapso. En esta formulación, el cálculo de un arco se reduce a una evaluación empleando ya sea el teorema del límite inferior o el teorema del límite superior. La aplicación del teorema del límite superior se necesita acompañar de una investigación para el “límite superior mínimo”.

2.3. Aplicación de los métodos de análisis elásticos

Esta sección describe el desarrollo de coordenadas de juntas, incidencias de miembros, propiedades de la sección transversal, propiedades del material y condiciones de soporte para un arco de mampostería. Esos valores se ingresan en un programa de análisis de marcos para completar el análisis elástico de un arco.

Datos investigados o dibujos de medidas se emplean para establecer la geometría del anillo del arco. Una serie de nodos representan subdivisiones iguales del arco y se establecen a lo largo de la línea centroidal del arco. Para arcos segmentales y semicirculares, la localización de los nodos se puede establecer sobre la base de ecuaciones para las coordenadas del círculo. Para formas de arcos con multicentros o amorfos, el procedimiento puede requerir la aplicación de otros métodos geométricos o localizar gráficamente el centro del arco en varios ángulos.

El área de la sección transversal y el momento de inercia se basan en la geometría del arco. La rigidez del material empleada en el análisis es un módulo efectivo de elasticidad representando el efecto combinado de unidades de mampostería, mortero y juntas. El módulo elástico resultante es significativamente menor que el módulo de elasticidad de las unidades solas, reflejando el empleo de morteros débiles en la construcción de arcos.

El arco puede ser fijo o articulado para la rotación en el plano en los apoyos o pilas de soporte. En muchos casos, el empleo de soportes fijos es más simple de implementar en el programa de análisis de marcos y dará buenos resultados. Sin embargo, para relaciones altas claro-altura, fijar los soportes puede dar elevados momentos de flexión en los apoyos lo que podría sesgar los resultados de la resistencia. En esos casos, considerando esos soportes como articulados puede producir resultados más realistas. En la práctica, ambas condiciones de soporte pueden intentarse, y los resultados más desfavorables pueden escogerse. Esto es una consecuencia del teorema del límite inferior de plasticidad.

Si el cálculo de las condiciones de soporte determina que los soportes son confiables en la dirección horizontal, entonces un resorte horizontal es añadido en los soportes. La influencia del soporte confiable se indica usualmente por la presencia de grietas verticales en la corona del arco, mostrando que los soportes del arco se han extendido. La relajación del soporte horizontal para el arco tiene un impacto significativo en el cálculo de la capacidad del arco.

Los esfuerzos máximos de tensión o compresión pueden calcularse, en base a la hipótesis de que la sección transversal permanece sin agrietamiento, con la distribución de esfuerzos mostrada en la figura c2, o agrietada, con la distribución de esfuerzos mostrada en la figura c3.

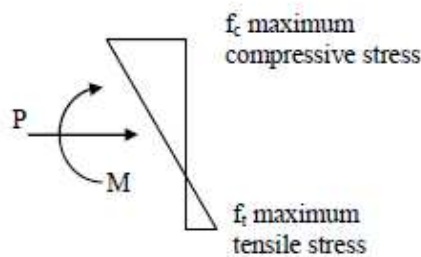


Figura c2. Distribución de esfuerzos: caso elástico, sin agrietamiento

For the uncracked case, for an arch barrel of width b , and depth d ,

$$f_c = \frac{P}{bd} + \frac{6M}{bd^2}$$

$$f_t = \frac{P}{bd} - \frac{6M}{bd^2}$$

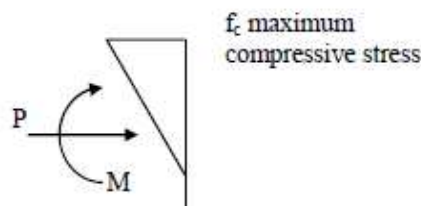


Figura c3. Distribución de esfuerzos: caso elástico, con agrietamiento

Para el caso elástico sin agrietamiento, la tensión debe permanecer por debajo de la tensión permisible en la mampostería y gobierna la capacidad de la sección. Por otro lado, donde la sección se permite agrietarse, los esfuerzos de compresión gobiernan la capacidad de la sección. La imposición de la restricción contra el agrietamiento del arco reduce de manera importante la capacidad calculada de un arco. El permitir agrietamiento, en tanto se asegure la estabilidad por los métodos descritos en la sección 2.4, resulta un cálculo mucho más racional.

Para el caso no agrietado, para una dovela de ancho b y profundidad d ,

$$f_c = \frac{P}{bd} + \frac{6M}{bd^2}$$

$$f_t = \frac{P}{bd} - \frac{6M}{bd^2}$$

Para el caso elástico agrietado, considerando la excentricidad del empuje axial $e = M/P$,

Puede encontrarse que $f_c = \frac{4P}{b(3d - 6e)}$

Reconociendo que la mampostería como material alcanza un límite elástico, es posible considerar una distribución de esfuerzos inelásticos máximos, como se muestra en la figura c4.

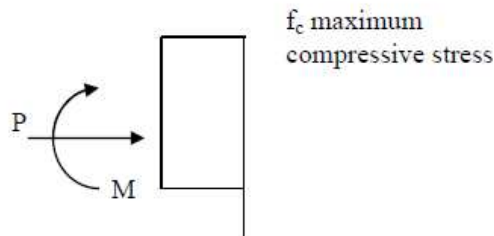


Figura c4. Distribución de esfuerzos caso inelástico agrietado

Para el caso plástico agrietado, considerando que la excentricidad del empuje axial es $e = M/P$, puede encontrarse que

$$f_c = \frac{P}{bd} \left(\frac{d}{d - 2e} \right)$$

Los esfuerzos de tensión máximos para la distribución de esfuerzos sin agrietamiento y la distribución de esfuerzos máximos de compresión para la distribución de esfuerzos agrietada se presentan en la Tabla c1. Adicionando una

carga en la corona de 14.0 kip, da los resultados mostrados en la Tabla c2. Las excentricidades en la corona y en los soportes que resultan del análisis elástico son demasiado altas para que el material las resista. La redistribución de fuerzas internas, como se muestra en las siguientes secciones, permite que esta carga sea resistida, pero este efecto no puede predecirse por el análisis elástico.

Tabla c1. Fuerzas internas y excentricidad para la carga distribuida

member	station (in)	axial force (k)	moment (in-k)	eccentricity (in)	maximum stress uncracked (psi)	minimum stress uncracked (psi)	elastic stress cracked psi	plastic stress cracked psi
1	0.0	-23.6	-271	11.5	154	-318	-2622	-1902
1	20.6	-23.1	-95	4.1	2	-163	-162	-122
1	41.3	-22.6	84	-3.7	-5	-152	-80	-60
2	0.0	-24.1	84	-3.5	-11	-157	-86	-65
2	20.7	-22.7	118	-5.2	24	-181	-73	-55
2	41.3	-21.4	167	-7.8	71	-220	-60	-45
3	0.0	-21.1	167	-7.9	72	-218	-59	-44
3	20.6	-19.4	101	-5.2	20	-155	-63	-47
3	41.3	-17.7	71	-4.0	0	-123	-61	-46
4	0.0	-16.7	71	-4.3	4	-120	-57	-43
4	20.7	-15.3	-25	1.6	-31	-75	-82	-61
4	41.3	-13.9	-64	4.6	7	-104	-104	-78
5	0.0	-13.0	-64	4.9	11	-101	-102	-77
5	20.6	-12.5	-129	10.4	69	-156	-434	-310
5	41.3	-12.0	-125	10.4	67	-150	-417	-316
6	0.0	-12.0	-125	10.4	67	-150	-417	-316
6	20.6	-12.5	-129	10.4	69	-156	-434	-310
6	41.3	-13.0	-64	4.9	11	-101	-102	-77
7	0.0	-13.9	-64	4.6	7	-104	-104	-78
7	20.7	-15.3	-25	1.6	-31	-75	-82	-61
7	41.3	-16.7	71	-4.3	4	-120	-57	-43
8	0.0	-17.7	71	-4.0	0	-123	-61	-46
8	20.6	-19.4	101	-5.2	20	-155	-63	-47
8	41.3	-21.1	167	-7.9	72	-218	-59	-44
9	0.0	-21.4	167	-7.8	71	-220	-60	-45
9	20.7	-22.7	118	-5.2	24	-181	-73	-55
9	41.3	-24.1	84	-3.5	-11	-157	-86	-65
10	0.0	-22.6	84	-3.7	-5	-152	-80	-60
10	20.6	-23.1	-95	4.1	2	-163	-162	-122
10	41.3	-23.6	-271	11.5	154	-318	-2622	-1902

Tabla c2. Fuerzas internas y excentricidad para la carga distribuida + carga en la corona

member	station (in)	axial force (k)	moment (in-k)	eccentricity (in)
1	0	-31.533	-461.591	15
1	41.298	-30.47	108.285	-4
2	0	-33.269	108.285	-3
2	41.301	-30.484	294.027	-10
3	0	-30.601	294.027	-10
3	41.295	-27.16	180.541	-7
4	0	-25.513	180.541	-7
4	41.301	-22.729	-93.619	4
5	0	-20.409	-93.619	5
5	41.298	-19.346	-398.43	21
6	0	-19.346	-398.43	21
6	41.298	-20.409	-93.619	5
7	0	-22.729	-93.619	4
7	41.301	-25.513	180.541	-7

2.4 Aplicación de métodos de análisis rígido-plásticos

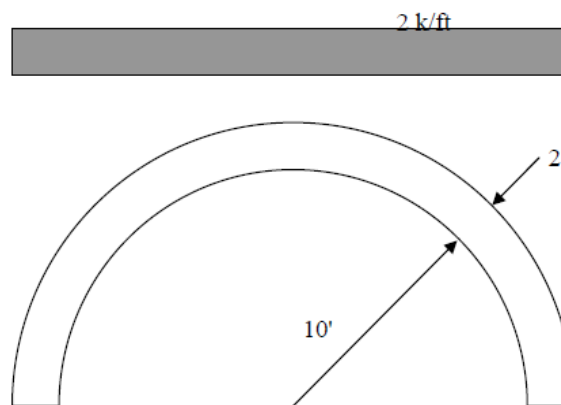


Figura c5. Ejemplo de un arco

Los métodos rígido-plásticos, serán aplicados al arco ilustrado en la Figura 8. Para esta carga, la relación entre momento flexionante y fuerza axial puede ser representada como una línea parabólica de empuje. La línea de empuje representa la forma de una estructura que puede resistir las cargas dadas por una fuerza axial sólo, o, de manera alterna, puede representar la excentricidad $e = M/P$ del empuje axial en el arco. Mediante una selección de la componente de empuje horizontal, la línea de empuje puede ser establecida como $|e| = \frac{|M|}{P} < t/2$, satisfaciendo la condición de fluencia sin la capa de compresión, dada en la Figura 3 y en la sección 2.2. La Figura c6 muestra los valores máximos y mínimos

permisibles del empuje horizontal para el caso de carga distribuida uniformemente, que se calcula como $H_{\text{máx}} = 13.2 \text{ k}$ y $H_{\text{mín}} = 10.8 \text{ k}$.

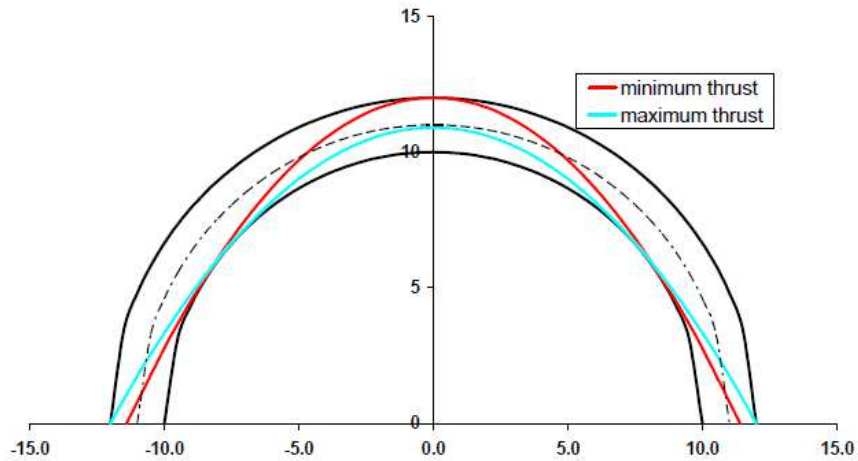


Figura c6. Empuje horizontal Máximo y mínimo

El teorema del límite superior puede emplearse para determinar la carga concentrada máxima que se puede aplicar en la corona para interrumpir el estado estable de este arco. Un mecanismo resulta de la formación de articulaciones en la base del arco, en la corona del arco, y en los riñones, como se ilustra en la Figura 13. El ángulo de la articulación con respecto a la horizontal se designa como α , y las tres articulaciones en la mitad del arco se designan como a, b, c. El trabajo virtual puede obtenerse reconociendo que la articulación se mueve verticalmente bajo la acción de la carga concentrada, que la porción del arco entre las articulaciones a y b rota con respecto a la articulación a, y que la porción remanente del medio arco rota alrededor del centro instantáneo, designado como I.C. en la figura. Esto permite establecer una relación entre el desplazamiento en el punto de carga Δ y la rotación de los segmentos de arco.

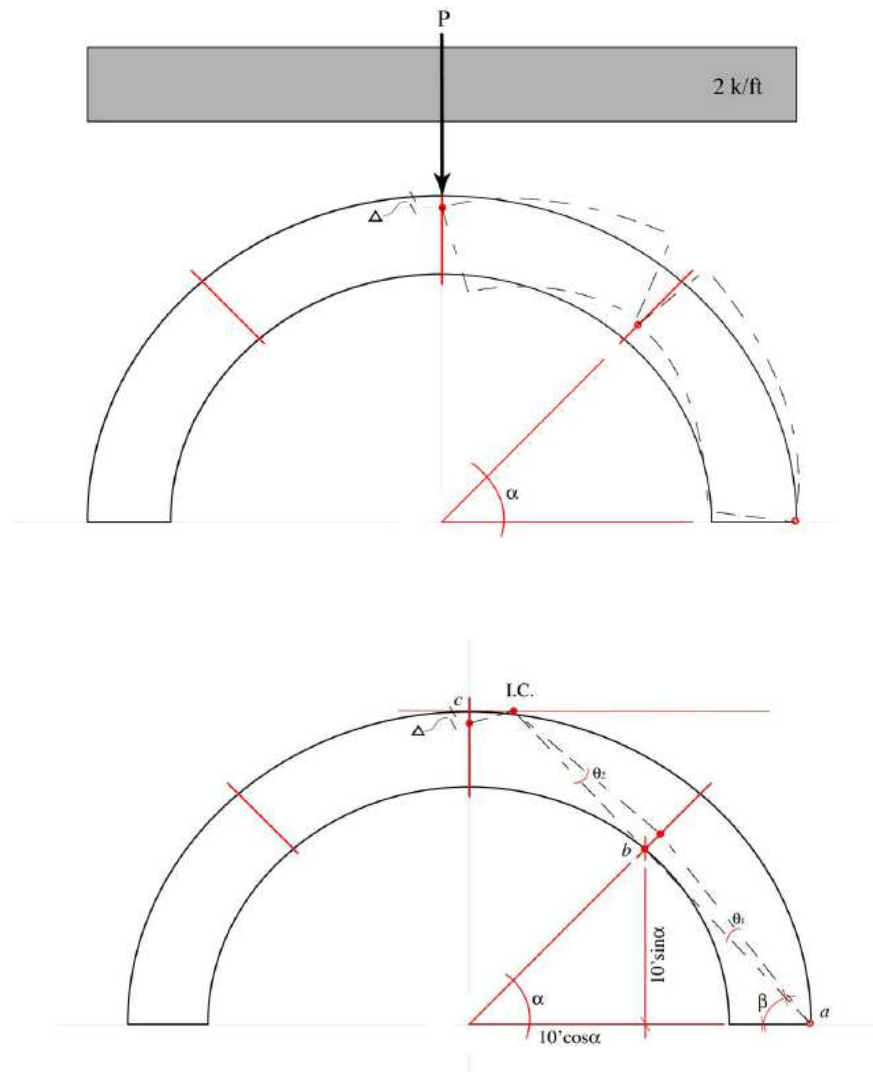


Figura c7. Mecanismo de colapso aplicando carga en la corona

De la figura c7, el segmento 1 del arco puede verse rotar alrededor de la articulación a en la base. El desplazamiento del segmento 2 puede analizarse estableciendo un centro instantáneo de rotación, basado en los desplazamientos en las articulaciones b y c. El centro instantáneo debe ser perpendicular al desplazamiento en b, sobre una línea recta de a con b y también debe ser perpendicular al desplazamiento Δ en el punto de carga, es decir en una horizontal por c. Una inspección posterior de la geometría de las figuras permite establecer las siguientes relaciones.

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{10' \operatorname{sen} \alpha}{12' - 10' \operatorname{cos} \alpha} \right)$$

$$x_{ic} = 12'(1 - \cot \beta)$$

$$\theta_1 = \frac{\Delta}{x_{ic}}$$

$$\theta_2 = \left(\frac{12' - 10' \operatorname{sen} \alpha}{10' \operatorname{sen} \alpha} \right) \theta_1$$

Puede notarse que el centro de gravedad (estimado en la coordenada x promedio del extradós) de cada uno de los segmentos de carga soportados por el segmento 1 y 2 se mueve hacia arriba cuando la carga en la corona se mueve hacia abajo. La magnitud de este movimiento hacia arriba es igual a la distancia del centroide de cada segmento del centro de rotación ($x = 12$ ft para el segmento 1; $x = x = x_{ic}$ para el segmento 2). El trabajo positivo de levantamiento de esas cargas se hace igual al trabajo negativo $P\Delta$ para encontrar la carga P en la corona asociada con este mecanismo. La implementación de esas relaciones en una hoja de cálculo permite la obtención de la carga de colapso del límite superior para diferentes valores del ángulo α , como se muestra en la Tabla 3. El límite superior menor para la carga de la corona es 13.9 kips, asociada al ángulo α de 34 grados.

Tabla c3. Resumen del trabajo virtual considerando carga en la corona

α	β	x_{ic}	L1: horiz. length seg. 1	L2: horiz. length seg. 2	θ_1	θ_2	seg. 1 uplift	seg. 2 uplift	P
20	52.73	2.87	0.72	11.28	0.69	0.35	0.25	0.97	44.32
25	55.20	3.66	1.12	10.88	0.59	0.27	0.33	0.49	22.61
30	56.26	3.98	1.61	10.39	0.57	0.25	0.46	0.30	15.57
32	56.41	4.03	1.82	10.18	0.56	0.25	0.51	0.26	14.43
34	56.44	4.04	2.05	9.95	0.56	0.25	0.58	0.23	13.95
36	56.37	4.02	2.29	9.71	0.56	0.25	0.65	0.21	14.01
38	56.21	3.97	2.54	9.46	0.57	0.25	0.72	0.19	14.57
40	55.98	3.90	2.81	9.19	0.57	0.26	0.80	0.18	15.61
50	53.97	3.27	4.29	7.71	0.63	0.31	1.35	0.18	28.74
60	51.05	2.30	6.00	6.00	0.80	0.43	2.40	0.30	64.94

Bibliografía

1. **Evaluación sísmica de construcciones históricas de mampostería:** comparación de tres modelos de análisis. Agustín Ortuña, Guillero Roeder Carbo y Fernando Peña Mondragón.
2. **Modelado del comportamiento no lineal de una estructura histórica de mampostería mediante elementos finitos.** Miguel A. Guzmán , Guillermo Roeder-Carbo y A. Gustavo Ayala
3. **Método para la evaluación del desempeño sísmico de edificios históricos de mampostería.** Juan Miguel Meza Méndez, UNAM.
4. **SAP2000 NonLinear** v10 Structural Analysis Program. Copyright 1984-1999 Computers and Structures, Inc.
5. **MANUAL DE ANALISIS NO LINEAL ESTATICO "PUSHOVER" USANDO SAP 2000** v14. Aneuris Hernández Vélez. Morrison Ingenieros High Level Enginnering CSI, CARIBE
6. **ATC, 1996. Seismic** Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings (Evaluación Sísmica y reacondicionamiento de edificios de hormigón), Volume 1, ATC-40 Report, Applied Technology Council (Consejo de tecnología aplicado), Redwood City, California.
7. **FEMA, 1997. NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings** (*lineamientos para la rehabilitación sísmica de edificios*) , Developed by the Building Seismic Safety Council for the Federal Emergency Management Agency (Desarrollado por el Consejo de Seguridad en la Construcción Sísmica de la Agencia Federal para el Manejo de Emergencias), Report FEMA No. 273, Washington, D.C.
8. **La teoría del arco del fabrica: desarrollo histórico.** Santiago Huerta Fernández. Universidad Politécnica de Madrid.
9. **Teoría básica de estructuras.** Jaques Heyman. Instituto Juan de Herrera. Escuela técnica de arquitectura. Madrid.
10. **Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de mampostería.** N T C – RCDF
11. **Manual for the Assessment of Load-Bearing Unreinforced Masonry Structures.** Thomas E. Boothby, Huriye Sezer Atamtürktür & Ece Erdogmus. Department of Architectural Engineering The Pennsylvania State University