



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

DISEÑO DE UNA APLICACIÓN PARA FAVORECER LA COMPRENSIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS A TRAVÉS DE REPRESENTACIONES VISUALES

TESIS
PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA
Lic. Elizabeth Martínez Banfi

DIRECTOR DE TESIS
Dra. Lidia Aurora Hernández Rebollar
CO-DIRECTOR DE TESIS
Dr. Josip Slisko Ignjatov

PUEBLA, PUE.

13 de Junio 2018

Índice

Índice	2
Resumen	5
Introducción	6
Capítulo 1	9
Marco Teórico	9
Capítulo 2	14
Metodología	14
Capítulo 3	18
Diseño de la herramienta computacional	18
Organización de la herramienta Computacional	19
Capítulo 4	27
Pruebas y Resultados	27
Primera Aplicación	27
Versión dos de la herramienta Computacional	30
Capítulo 5	32
Resultados	32
Resultados del pre-test	32
Resultados en la aplicación de la herramienta computacional	35
Resultados del Post-test	36
Conclusiones	48

Referencias	49
--------------------	-----------

Anexos	52
---------------	-----------

Requisitos del sistema Versión de octubre de 2017 de Animate CC (18.0)	52
--	----

Windows	52
---------	----

Mac OS	52
--------	----

Índice de figuras

Figura 1: Comprensión de texto Kintsch (1988)	9
Figura 2: Organización del texto Kintsch y van Dijk (1983).....	10
Figura 3: Jerarquía de la herramienta	18
Figura 4: Mostrando los botones para cada enunciado de problema matemático.	19
Figura 5: Elementos del problema matemático	19
Figura 6: Enunciado del problema matemático 1. (Ramírez, Mercado, 2011)	20
Figura 7: Enunciado del problema matemático 2 (Iglecias, Hernández y Slisko, 2017)	21
Figura 8: Enunciado del problema matemático 3 (Juárez, Mejía, González y Slisko, 2014)	21
Figura 9: Enunciado del problema matemático 4.....	22
Figura 10: Enunciado del problema matemático 5	23
Figura 11: Enunciado del problema matemático 6 (Juárez y Slisko, 2011; 2013)	23
Figura 12: Enunciado del problema matemático 7	24
Figura 13: Enunciado del problema matemático 8.....	24
Figura 14: Enunciado del problema matemático 9.	25
Figura 15: Enunciado del problema matemático 10	25
Figura 16: Representación visual del problema del cuarto bajo la escalera.....	28
Figura 17: Representación visual del problema de la autopista.....	29
Figura 18: Primer diseño de la herramienta computacional problema 3.....	30
Figura 19: Segundo diseño de la herramienta computacional, problema 3.....	30
Figura 20: Los ángulos surgen a partir de la proa del barco	32
Figura 21: Los ángulos están colocados de forma horizontal	33
Figura 22: El barco por encima del acantilado	34
Figura 23: Modelo Matemático.....	34
Figura 24: Los ángulos los forman a partir de la mirada del tripulante	35
Figura 25: Solución del pre-test problema del acantilado	38
Figura 26: solución del post-test problema del limpia vidrios.....	39
Figura 27: Solución del pre-test problema del acantilado. Caso 2.....	40
Figura 28: Solución al post-test problema del limpia vidrios Caso 2	41
Figura 29: Solución del pre-test problema del acantilado. Caso 3.....	42
Figura 30: Solución del post-test problema del limpia vidrio. Caso 3	43
Figura 31: Solución del pre-test problema del acantilado. Caso 4.....	44
Figura 32: Solución del post-test problema del limpia vidrios. Caso 4	45
Figura 33: Solución del pre-test problema del acantilado. Caso 5.....	46
Figura 34: Solución del pre-test problema del limpia vidrios. Caso 5	47

Resumen

En esta tesis se presenta el diseño de una herramienta computacional cuya finalidad es apoyar didácticamente a los estudiantes en la comprensión textual de problemas matemáticos, a través de la construcción de un modelo situacional adecuado. La herramienta se diseñó en Adobe Animate y se aplicó a estudiantes de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla para analizar si cumplía con el propósito descrito. Para evaluar el impacto de la actividad se aplicó un pre-test y un post-test en los que los estudiantes debían resolver un problema verbal matemático. El software utiliza representaciones visuales (modelos situacionales) de diez enunciados de problemas matemáticos seleccionados y los estudiantes deben determinar la imagen correcta entre un grupo de cuatro. De acuerdo a lo observado durante la aplicación y los resultados de los test consideramos que esta actividad, con el uso de un software, es interesante, atractiva y que promueve la construcción de un modelo situacional adecuado de enunciados matemáticos.

Palabras clave: Modelo situacional, Problema Matemático, texto, representaciones visuales.

Introducción

Desde hace varios años distintos investigadores, tanto matemáticos como psicólogos, se han preocupado por la forma como el estudiante trata de responder o solucionar un problema matemático, cuáles son las técnicas para llegar a una solución adecuada o los factores que influyen en el éxito de su resolución.

Se menciona que el estudiante resuelve los problemas matemáticos de acuerdo a su conocimiento tanto escolar como de su entorno en el que se desarrolla, y se menciona que al estudiante no se le ha motivado lo suficiente para utilizar dibujos o esquemas (Kintsch, 1999), a pesar de que se ha comprobado que esta técnica es poderosa ya que se puede ver o detectar lo invisible de un texto (Arcavi, 2003), e incluso aclarar sus dudas en cuanto hacen la relación entre el texto y la imagen.

Los problemas verbales y los contextualizados de matemáticas son muy utilizados para el aprendizaje de las mismas porque permiten al estudiante aplicar los conceptos aprendidos en situaciones de la vida real, de tal manera, que pueden conectar a las matemáticas con su contexto mientras practican lo aprendido. Sin embargo, este tipo de problemas presentan una dificultad mayor que los puramente matemáticos o algoritmos porque requieren de la comprensión textual y de la modelación.

La comprensión lectora es un proceso simultáneo de extracción y construcción transaccional entre la experiencia y conocimientos que tiene el estudiante con el texto escrito en un contexto de actividad (Ronsenblatt, 1978). La habilidad en la comprensión lectora facilita con eficacia no solo en algunas áreas académicas, sino también, en la resolución de problemas matemáticos (Beltrán Campos y Repetto, 2006). Los procesos de enseñanza aprendizaje de la visualización y orientación espacial son objetos de atención por parte de las investigaciones en didáctica de la matemática (Batista, 2007; Gutiérrez, 1996 y Presmeg, 2006).

La solución de un problema matemático requiere de un proceso, en el que el estudiante debe aplicar una serie de pasos para dar una respuesta adecuada. Polya (1965),

propone 4 fases en el proceso de resolución de un problema matemático:

1. Compresión del problema,
2. Concepción de un plan,
3. Ejecución del plan, y
4. Visión retrospectiva

En esta investigación nos centraremos en la primera fase, que es la compresión del problema.

Utilizaremos el modelo de compresión que nos propone Kintsch (1988), el cual describe a la comprensión textual como un proceso de construcción mental a través de niveles de procesamiento.

En este trabajo se presenta una aplicación computacional que busca favorecer la comprensión textual de problemas verbales de matemáticas a través de la selección de un dibujo situacional adecuado. Esta aplicación se elaboró en adobe Animate, y en ella se presentan los textos de 10 problemas matemáticos con cuatro dibujos situacionales, cada uno de los cuales representa el contenido del texto, sólo uno de los dibujos es correcto y los otros tres no. Después de leer el texto del problema, el estudiante debe seleccionar el dibujo que represente fielmente lo que dice el texto. Si el dibujo no es el correcto entonces en la parte inferior derecha se marcará la casilla de que el dibujo no es el adecuado para la situación que describe el texto matemático y el estudiante deberá intentar otra vez. Con esta actividad se espera que el usuario construya poco a poco una imagen mental adecuada relacionando el texto y el dibujo.

Ya se ha aplicado este software a un grupo de estudiantes de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la BUAP para analizar su interacción y realizar posibles mejoras al mismo. Después de seleccionar la imagen correcta se les pide contestar dos preguntas que nos permitirán saber si en realidad han leído el texto o sólo han seleccionado el dibujo al azar.

En un segundo momento se dio a los estudiantes un pre-test y un post-test para comprobar si el software cumple con el objetivo planteado en esta tesis.

El uso de la tecnología ha roto muchas barreras en todos los aspectos. El estudiante está logrando realizar tareas con mayor facilidad y en muy poco tiempo, e inclusive año tras año, han surgido innovaciones tecnológicas para que nuestra vida sea cada día “mejor”. De esta forma nuestros estudiantes tienen herramientas para lograr los objetivos deseados en su aprendizaje.

Estas herramientas tecnológicas que se están diseñando día a día para apoyar todo tipo de materias que se llevan en el transcurso escolar de los individuos a lo largo de sus vidas, surgen para motivar y de alguna manera alentarlos con sus diseños, interactividad y colorido, a que quieran descubrir más por su cuenta y lograr de esa forma un mejor aprendizaje.

Como profesores es conveniente que nos apoyemos en estas herramientas para promover el aprendizaje, ya que hoy en día nuestros estudiantes cuentan con dispositivos electrónicos que los llevan en todo momento.

Capítulo 1

Marco Teórico

Con respecto a la comprensión de textos se ha propuesto un modelo que toma en cuenta los procesos mentales que el estudiante realiza a la hora de leer un texto. Kintsch (1988) propone un modelo de comprensión organizado en niveles de procesamiento. La comprensión es el resultado de una representación proposicional organizada en niveles de procesamiento, ya que el resultado es una representación proposicional compleja que se puede explicar a través de niveles en donde se reflejan las relaciones semánticas establecidas en este proceso.

El texto se integra por un conjunto de elementos que se perciben directamente y conforman el texto superficie. Las proposiciones que se derivan directamente del texto superficial constituyen el nivel base del texto y aquí también los estudiantes añaden información propia que proviene generalmente de la memoria de largo plazo.



Figura 1: Comprensión de texto Kintsch (1988)

En cuanto a la organización del texto Kintsch y van Dijk (1983) proponen dos tipos de estructuras, estas son la microestructura y la macroestructura. La primera hace referencia a la estructura de significados locales expresados en cada oración del texto, en donde surge una representación mental detallada del texto que permite establecer relaciones locales entre las proposiciones fundamentadas en la atribución de referencias entre ellas. La segunda

estructura es una serie de jerarquías de proposiciones generales, que se desprenden de la microestructura y constituye la estructura del significado global del texto.

Las representaciones que integran estas estructuras semánticas del texto pueden generar la creación o alusión de otros conocimientos por parte del sujeto y constituirse, junto con las representaciones de información explícita, en una estructura de comprensión más compleja que sería el modelo situacional.

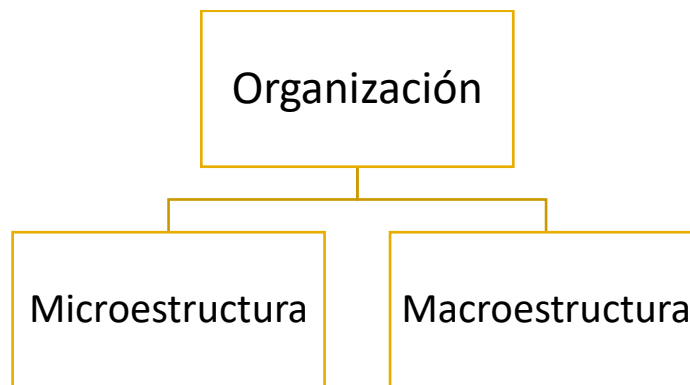


Figura 2: Organización del texto Kintsch y van Dijk (1983)

También Kintsch nos habla del procesamiento en ciclos, que es cuando el estudiante comienza la lectura y que generalmente tienen correspondencia con la organización propia del texto y es aquí en donde se construiría el primer ciclo de procesamiento. Como resultado de esta tarea se construye una representación de los elementos que se guarda en la memoria de corto plazo. Esto incluye tanto los elementos extraídos del texto, ideas explícitas, como también las inferencias realizadas por el sujeto lector. Luego se procesa la siguiente oración y hace alusión a los elementos de la representación anterior que son necesarios para la comprensión de ésta, para integrar una nueva representación, la cual se conserva en la mente del estudiante, para sostener la comprensión de los siguientes ciclos y posteriormente integrar la nueva representación

Por lo que el procesamiento de textos se explica a través de ciclos continuos de construcción e integración, de representaciones de información que son parte tanto del texto

como de la mente del estudiante y que es considerada, como una red que se va enriqueciendo a medida que la actividad cognitiva transcurre (Kintsch, 1988). El modelo situacional surge a partir del texto base que es donde el estudiante hace inferencia a los conocimientos previos que tiene a la hora de ir analizando cada una de las palabras que presenta el texto superficie, al tener su significado de cada una va comprendiendo las oraciones que lo ayudan a construir una imagen de la situación.

Gilbert (2008) dice que las representaciones visuales existen en dos formas ontológicas. La primera de ellas es como representaciones internas que son las construcciones mentales personales de un individuo, también conocidas como imágenes mentales. La segunda de ellas es como representaciones externas que están abiertas a inspección por otros.

Mientras que las visualizaciones pueden ser producidas sin una referencia abierta al mundo externo (este es el acto de la creatividad extrema u original), muchas surgen (de la manera esbozada por Paivio (1971)) desde la percepción de las representaciones externas. La relación entre una representación externa y una visualización dependerá del propósito, el enfoque y el nivel de atención a los estímulos proporcionados. Inevitablemente, pueden surgir diferencias significativas entre una representación externa y la visualización resultante. De manera similar, la producción de una representación externa a partir de una visualización puede, consecuentemente y subsecuentemente, implicar cambios en lo que un individuo sintió que fue el original. La naturaleza de las ideas expresadas parece depender de las expectativas del productor de la audiencia particular para la representación externa y de la respuesta que se busca de esa audiencia.

Inicialmente tendemos a pensar en algo nuevo en términos de algo con lo que estamos más familiarizados. La existencia de toda visualización depende del funcionamiento de la metáfora y la analogía, ideas que a menudo se combinan.

Algunos psicólogos se han puesto a investigar cómo los estudiantes analizan las preguntas que van surgiendo en la mente, mientras van leyendo un texto. Cada pregunta que es generada la va escribiendo el estudiante al momento en que lee el texto, luego la analizan y clasifican, según los niveles de representación textual al cual corresponden (Greasser, 2000;

Otero y Greasser, 2001).

Como estrategia eficaz para la resolución de problemas matemáticos se ha identificado a la construcción de representaciones visuales, ya que el dibujo que generan los estudiantes describe el proceso y el producto de ilustrar lo que corresponde al texto de un problema matemático (Csikos, Sztányi, Kelemen, 2012).

Son varios los beneficios que se le atribuyen al dibujo que genera el estudiante (Renkl, Nücles, 2006; Van Meter y Garner, 2005), uno de ellos es, que se puede organizar la información que contiene el problema matemático, tomando en cuenta los objetos que están involucrados en la redacción del problema. El siguiente es donde el estudiante reduce la información, concentrándose en los elementos importantes que contiene el texto, para poder representarlo, este proceso de selección y de organización de la información promueve el procesamiento profundo de información y en donde debería de mejorar la comprensión de cada texto matemático (Van Meter y Garner, 2005). Pero también en un dibujo se extraen inferencias que son esenciales para la solución del problema (Cox, 1999),

Un dibujo útil representa correctamente la estructura matemática del problema y contiene todos los datos relevantes (Larkin, Simon, 1987).

La comprensión de un texto se puede ver a través de un dibujo (Boothy, Thomas, 1999; Van Garderen, Montague, 2003), puede ser esquemático representando gráficamente la estructura superficial del problema matemático donde se tiene un nivel de abstracción bajo, ya que el dibujo no tiene ningún dato y solo tiene líneas, en cuanto a un dibujo matemático que se centra en la estructura matemática del problema se tiene un alto nivel de abstracción.

Estos procesos de transferencia entre la realidad y las matemáticas están en el centro de las actividades de modelación (Niss et al, 2007). En varios enfoques han analizado los procesos cognitivos que subyacen en el modelado (Blum y Leiss, 2007; Varschaffel, Greer y de Corte, 2000). La mayoría de estos enfoques coinciden en que, en el primer paso el estudiante tiene que construir un modelo de la situación descrita en el problema matemático para entender la situación del problema, en un segundo paso, el modelo de la situación tiene que traducirse en un modelo matemático a través de la idealización y la matemática.

El modelo matemático representa el problema en un nivel más abstracto que permite a los estudiantes aplicar métodos matemáticos y calcular un resultado matemático, y como tercer paso, este resultado tiene que ser interpretado y validado con respecto a la realidad.

Capítulo 2

Metodología

La investigación es de carácter exploratorio, dado que es una primera aplicación con este tipo de material, las variables son la herramienta computacional y la forma en como se muestra el modelo situacional.

Este es un trabajo de diseño de una aplicación computacional que busca apoyar a los usuarios en la construcción de un modelo situacional adecuado de problemas verbales de matemáticas. El software introduce al estudiante en una actividad que consiste en lo siguiente: Se le pedirá al usuario que lea el enunciado de un problema matemático, inmediatamente después, se le pedirá que seleccione, entre cuatro imágenes, aquella que considere que representa lo mejor posible lo que dice el problema. Esta actividad se repetirá con 10 diferentes problemas y se espera que, para realizarla con éxito, el estudiante lea con cuidado el texto y lo relacione con la imagen justa. Esta herramienta computacional está diseñada de tal forma que solo una de las imágenes es la acertada. Cuando el estudiante haya leído el texto y observado cuidadosamente las imágenes seleccionará una de ellas y si es la apropiada aparecerá una marca y se pintará un uno en la casilla que efectivamente es la correcta, pero si no es la que tiene los elementos descritos en el texto de forma adecuada, esta marca no se mostrará e incluso se irán marcando en la casilla de que es incorrecta su interpretación que está haciendo, con esto se pretende que el estudiante vuelva a leer el texto del problema y seleccione otra imagen hasta hallar la perfecta.

La hipótesis es que esta actividad favorecerá la comprensión del problema, a través de la construcción de un modelo mental del mismo. Además, se espera que la repetición de la actividad entrenará al estudiante en el análisis y la comprensión de textos matemáticos. Para ilustrar mejor lo que se espera que realice el estudiante veamos una de las situaciones planteadas en la herramienta computacional. A los problemas matemáticos se les eliminó la pregunta para evitar que intentaran resolverlo y para que se centraran en la comprensión de la situación.

Andrés necesita ir a la tintorería a dejar sus camisas porque tiene una presentación de trabajo muy importante en dos días. Tiene dos sucursales cerca de su casa y decide ir caminando. De su casa a la sucursal 2 son 80 m y de la sucursal 2 a la sucursal 1 son 90 m. La calle de la sucursal 2 con respecto a la calle de la sucursal 1 forma un ángulo de 60° .

Selecciona la imagen que representa lo que dice el texto.

Leyendo el problema anterior el estudiante selecciona las palabras importantes que considera que tienen significado (texto base) esto le va permitiendo entender cada oración que presenta el problema matemático (texto superficie), transportándolo a ir imaginando la situación en su memoria de corto plazo y utilizando sus conocimientos previos, para después seleccionar la imagen (modelo situacional) adecuada de acuerdo a lo que comprendió.

Cada vez que el estudiante lee el enunciado y elige la imagen correcta se le realizan dos preguntas, las cuales están escritas en una hoja, para después ser analizadas:

1. ¿Se te dificultó comprender el texto? _____. ¿Por qué? _____

2. ¿Qué elementos del texto consideras más importantes para elegir la imagen correcta?

El objetivo de estas preguntas es comprobar que el estudiante está leyendo el enunciado y lo comprende, que no está eligiendo una imagen al azar. La segunda pregunta nos informará sobre los elementos que le fueron útiles para elegir la imagen correcta.

En un primer momento el software se aplicó a 26 estudiantes de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, entre las edades de 17 a 21 años. De esta aplicación obtuvimos algunas observaciones a partir de las cuales se rediseñó la herramienta computacional. Después, este trabajo de investigación se dividió en tres fases. La primera fase consistió en la aplicación de un pre-test para ver cómo visualizan el texto de un problema matemático.

En la segunda fase se aplicó la herramienta computacional y en la tercera fase se aplicó el post-test

Estas tres fases se aplicaron a 20 estudiantes de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la BUAP, entre las edades de 17 y 19 años.

Los problemas que se aplicaron como pre-test y post-test son los siguientes.

Problema 1 (pre-test) (Almaguer, Rodríguez Cantú y Rodríguez, 2008)

Los tripulantes de un barco a 500 metros del pie de un acantilado observan la altura de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un excursionista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al excursionista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza un dibujo de acuerdo con lo que entendiste en el texto del problema.

Problema 2 (post-test)

En la fachada de un edificio muy alto se encuentra una persona limpiando vidrios. A 200 metros de distancia del edificio está parada una persona con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con respecto a la horizontal, la persona ve claramente la cima del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con respecto a la horizontal, la persona ve claramente al limpiador. ¿Cuántos metros debe subir el limpiador para llegar a la cima del edificio?

Estos problemas se consideran equivalentes porque tienen la misma estructura matemática, ya que, en ambos, el estudiante debe ubicar dos ángulos y calcular una distancia. Estos problemas se tomaron de Jiménez (2011) en donde se planteó el objetivo siguiente: *Se*

pretende demostrar experimentalmente que, al tener una mejor contextualización del problema, los alumnos tendrán una mejor comprensión de la situación a la que se refiere el problema. Este experimento fue aplicado a estudiantes de secundaria, en donde llegaron a la conclusión de que: demuestran que cuando a los alumnos se les presenta un problema con un contexto el cual les es desconocido, simplemente no comprenden el modelo situacional que se les plantea. Sin embargo, cuando se enfrentan a un contexto que les es familiar son capaces de comprender mejor la situación descrita.

En nuestro caso se supuso que los estudiantes al ser de grado universitario tendrían un léxico más amplio y no tendrían ningún problema para comprender las palabras que contiene el texto de estos dos problemas matemáticos. Esta hipótesis se comprobó con otro grupo de 24 estudiantes del tercer semestre de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas. Doce resolvieron el problema 1 y doce el problema 2. También debían realizar el dibujo de la situación planteada en los problemas. El resultado fue que ocho realizaron una representación adecuada y resolvieron correctamente el problema 1 y siete hicieron lo mismo para el problema 2. De esta manera, se consideró adecuado tomar como nulas las variables del contexto y la de la estructura de los problemas, ya que la estructura matemática fue la misma en ambos (pre-test y post-test). Lo anterior no es un resultado que se pueda generalizar. En particular, estos dos problemas tienen la misma estructura matemática y difieren en el contexto, pero, para el caso de los estudiantes del nivel superior, se han obtenido indicios de que el contexto no influye de manera importante en la comprensión de estos dos problemas.

Capítulo 3

Diseño de la herramienta computacional

La herramienta está diseñada en Adobe Anímate CC que es la última versión de flash. Tiene un ambiente gráfico muy amigable para la vista y fácil de manipular, además de que se puede trabajar con un ambiente html5 por lo que se podrá colocar en cualquier sitio web 3.0, este software se puede instalar en un sistema operativo Windows o el de MacOS.

Esta herramienta se desarrolla de forma jerárquica y permite que, de escena a escena, la navegación sea fácil para la manipulación del alumno.

Estructura de la herramienta Computacional

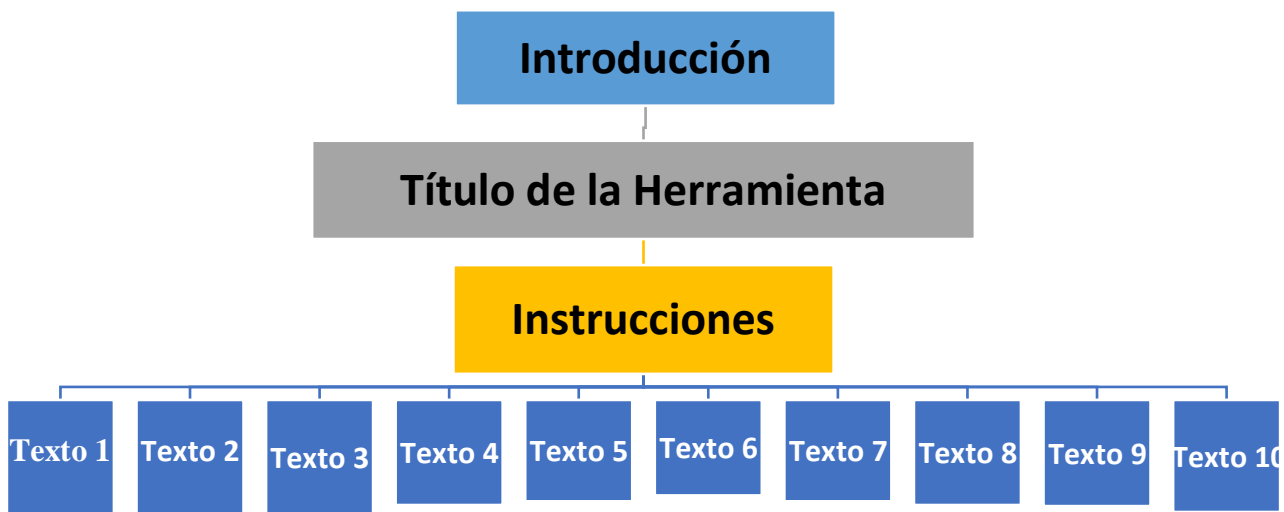


Figura 3: Jerarquía de la herramienta

La primera parte de la herramienta computacional es introductoria, contiene tanto los elementos que se ven involucrados como: matemáticas, las representaciones visuales, y la tecnología, lo siguiente es mostrar el título de esta herramienta computacional y por último se dan las instrucciones, en donde se le dice al estudiante lo que tiene que hacer en cada uno de los textos, esto lo podemos ver en la figura 1.

Organización de la herramienta Computacional

La segunda parte tiene un botón (menú) que a la hora de presionarlo muestra los 10 botones, que están colocados de manera ascendente, comenzando por el botón “texto 1” hasta el botón “texto 10”, *figura 4*. El estudiante dará click en cada uno de ellos, para que pueda ver el contenido del enunciado del problema matemático, con sus cuatro imágenes que están representadas por incisos, que al pasar el ratón por cada una se mostrará la imagen en grande para una mejor visualización y de esta forma poder relacionarla con el texto, de estas cuatro imágenes solo una es la correcta. En la *figura 5* se muestra la representación de como cada inciso es representado en una escala mayor.



Figura 4: Mostrando los botones para cada enunciado de problema matemático.

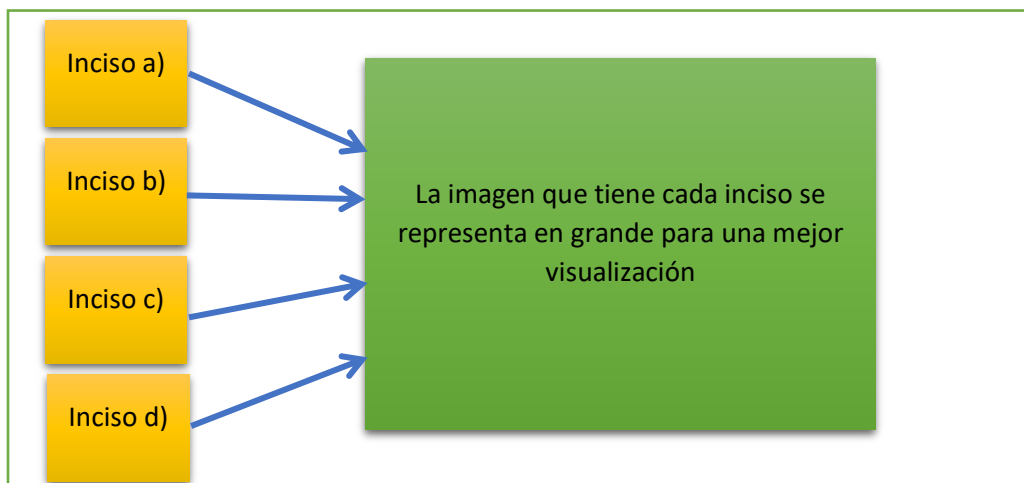


Figura 5: Elementos del problema matemático

A continuación, se muestran las 10 figuras de los 10 problemas matemáticos que

contiene la herramienta computacional y que nos apoyarán para que los estudiantes adquieran la habilidad de ver cuál es la representación visualmente correcta para cada contenido del enunciado matemático.

En el diseño de la herramienta computacional se realizaron las imágenes con la mayor claridad posible, para que el estudiante se dedique solamente a reconocer la imagen que mejor represente lo que dice en el texto del problema.

Las imágenes son creaciones propias y los enunciados se tomaron de diferentes fuentes,

1. Una escalera de 10 m de longitud está apoyada sobre la pared. El pie de la escalera dista 6 m de la pared. Selecciona la imagen que representa lo que dice el texto.

Figura 6: Enunciado del problema matemático 1. (Ramírez, Mercado, 2011)

Como se puede observar en la *figura 6* cada problema está compuesto por cuatro elementos: el texto del problema matemático, las cuatro imágenes presentadas como incisos que tienen relación al texto, una imagen con mejor resolución para que el estudiante observe mejor los datos que contiene y un rectángulo con las marcas (✓) y (X), en donde el estudiante puede observar que resultado obtuvo a la hora de que seleccionó el inciso que creó que tiene todos los datos del problema. Otro elemento que se tiene es una marca (✓) que se mostrará a la hora de que el estudiante ha seleccionado la imagen adecuada a la situación que plantea el texto del problema.

Las imágenes que se encuentran en cada inciso a la hora de pasar el cursor por encima

de ellas se van mostrando en grande cada una de ellas para una mejor visualización.

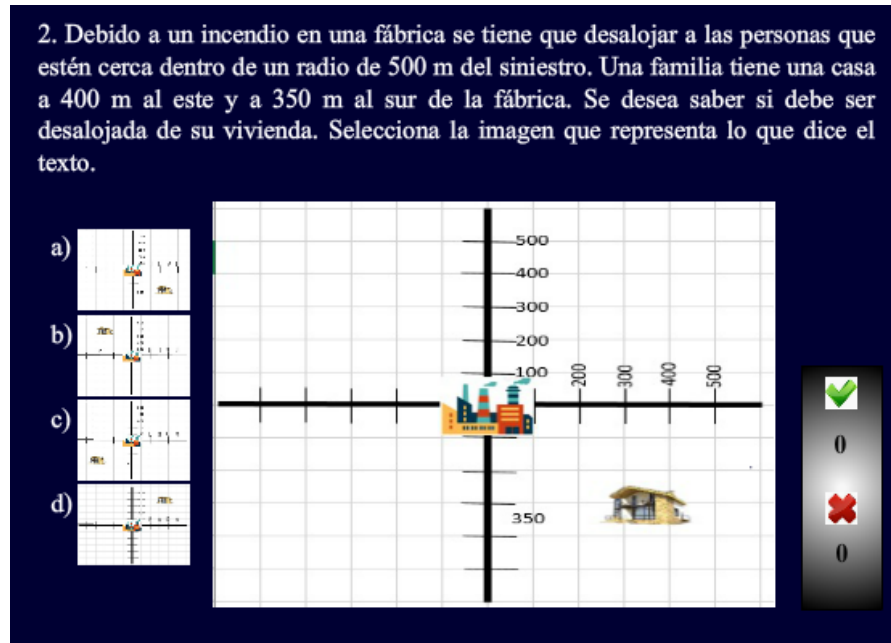


Figura 7: Enunciado del problema matemático 2 (Iglecias, Hernández y Slisko, 2017)

En este problema se requiere del conocimiento del plano cartesiano para poder ubicar adecuadamente la imagen correcta, ya que el problema consiste en ubicar la casa en el radio indicado.

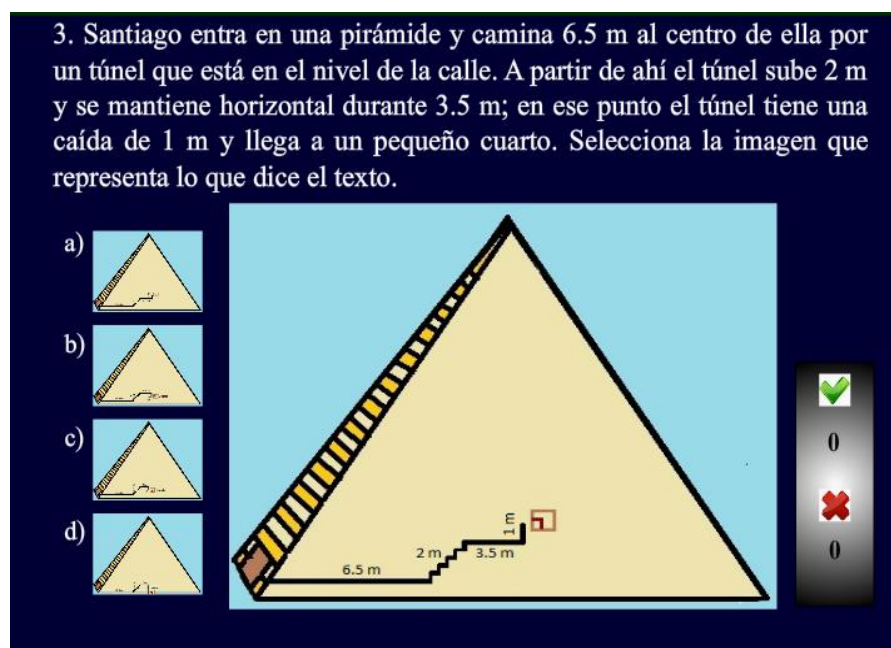


Figura 8: Enunciado del problema matemático 3 (Juárez, Mejía, González y Slisko, 2014)

La elección de la imagen para cada enunciado está en diferentes incisos, de esta forma evitamos que el estudiante se confíe o piense que todas las imágenes correctas de los enunciados están en un solo lugar.

4. Andrés necesita ir a la tintorería a dejar sus camisas porque tiene una presentación de trabajo muy importante en dos días. Tiene dos sucursales cerca de su casa y decide ir caminando. De su casa a la sucursal 2 son 80 m y de la sucursal 2 a la sucursal 1 son 90 m. La calle de la sucursal 2 con respecto a la calle de la sucursal 1 forma un ángulo de 60° . Selecciona la imagen que representa lo que dice el texto.

a)

b)

c)

d)


0


0


Figura 9: Enunciado del problema matemático 4

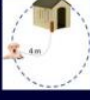
Se muestra cada imagen en una escala mayor para lograr de esta manera una mejor visualización en cuanto a la posición de los datos que representan la situación del texto matemático, se colocan en diferentes lugares de la imagen los datos que proporciona el texto.

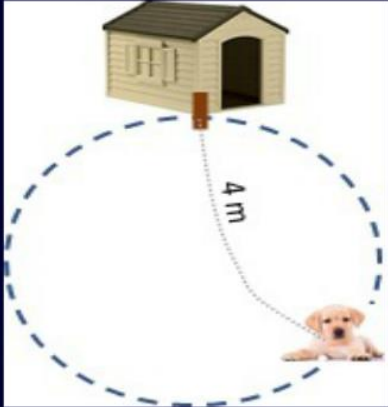
5. El perro Califa está atado a su casa. Sabiendo que la casa es de planta cuadrada de 2 metros de lado y que han atado a Califa con una cadena de 4 metros sujeta a una esquina de la casa. Selecciona la imagen que representa la zona por la que se puede mover Califa.

a) 

b) 

c) 

d) 



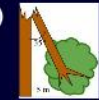
0


0

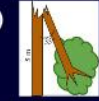
Figura 10: Enunciado del problema matemático 5

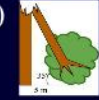
(<http://thales.cica.es/olimpiada2/?q=node/295>)

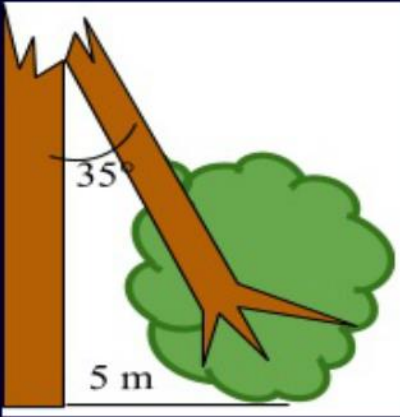
6. Un árbol ha sido roto por el viento de tal manera que sus dos partes forman con la tierra un triángulo rectángulo. La parte superior forma un ángulo de 35° con el piso y la distancia medida sobre el piso desde el tronco hasta la cúspide caída del árbol es de 5 m. Selecciona la imagen que representa lo que dice el texto.

a) 

b) 

c) 

d) 



0

0

Figura 11: Enunciado del problema matemático 6 (Juárez y Slisko, 2011; 2013)

En el enunciado del problema 7 se le hacen algunas modificaciones para que el estudiante pueda comprender y relacionar de una manera correcta el texto con la imagen.

7. Heriberto tiene un cuarto debajo de la escalera de su casa en el que guarda sus juguetes. Este cuarto tiene forma de prisma triangular que mide 2 m de largo por 1 m de profundidad y 1.25 m de altura. Selecciona la imagen que representa lo que dice el texto.

Figura 12: Enunciado del problema matemático 7

8. El cable de suspensión de un puente colgante tiene forma de parábola, cuando el peso está uniformemente distribuido horizontalmente. La distancia entre las dos torres es de 150 m, los puntos de soporte del cable en las dos torres están a 22 m sobre la carretera y el punto más bajo del cable está a 7 m por encima de la carretera. Selecciona la imagen que representa lo que dice el texto.

Figura 13: Enunciado del problema matemático 8

(https://issuu.com/articulosadan/docs/matematicas_4)

Como se observa en cada problema las imágenes que se les presentan a los estudiantes están diseñadas de tal forma que las pueden ver en la vida real.

9. Una casa tiene 10 m de largo y el soporte del tejado es 4 m más alto que las paredes laterales, si las vigas se extienden 0.5 m más allá de los costados de la casa, Selecciona la imagen que representa lo que dice el texto.

Figura 14: Enunciado del problema matemático 9.

(<http://www.calenda.edu.co/docs/MODULO%20PRACTICAS%202017.pdf>)

10. Un avión que se encuentra a una altura “H” sufre un desperfecto y cae a tierra siguiendo una trayectoria recta que hace un ángulo con respecto a la horizontal de 16° ; además, una persona en tierra observa la caída con un ángulo de 53° . Selecciona la imagen que representa lo que dice el texto.

Figura 15: Enunciado del problema matemático 10

(<http://matematica1.com/angulos-de-elevacion-y-depresion-rosa-nautica-problemas-resueltos-nivel-uni-pdf/>)

Este problema matemático fue incorporado en una segunda edición de esta

herramienta computacional ya que, de acuerdo con las revisiones y la aplicación ante los estudiantes, el problema anterior no contaba con un enunciado claro para ser interpretado.

Capítulo 4

Pruebas y Resultados

Primera Aplicación

Durante una primera aplicación de la actividad se observó que cuando el estudiante analiza y mira por primera vez tanto el enunciado como la imagen, no se precipita a responder, sino que vuelve a leer y después arrastra la marca (\surd) en la imagen que considera correcta. También se observa que, si falla en la elección de ésta, relee con más detenimiento para no volver a fallar.

La duración aproximada para concluir la actividad es de 30 minutos por estudiante, en algunos casos se le ve al alumno trazar sobre las imágenes lo que va leyendo, el trazo lo realiza de una manera superficial con la ayuda del mouse.

Describimos de una manera general cómo ha realizado la actividad de seleccionar la representación visual para los 10 problemas a través de la herramienta computacional.

Texto 1: No hay dificultad para comprender la longitud y distancia en la que se encuentra colocada la escalera, al tener estos conceptos claros los estudiantes aciertan al primer intento y comentan que es clara la redacción del enunciado, consideran los elementos que describe la imagen correcta.

Texto 2: Los estudiantes mencionan que no hay ningún problema, sin embargo, preguntan sobre la orientación de los puntos cardinales, en la observación nos encontramos que al responder se llegan a equivocar hasta tres veces para elegir la imagen correcta debido a que no saben dónde está el este y el sur. Debo aclarar que el estudiante al ver que la marca (\surd) no se queda en la imagen que elige, relee el texto del problema matemático para volver a elegir la imagen, pero al no tener los conocimientos de los puntos cardinales su elección es fallida.

Texto 3: No hay dificultad en relacionar la imagen con el texto y además comentan que la redacción es clara y que les ayuda mucho el visualizarlo a través de la imagen que se presenta en la herramienta computacional.

Texto 4: Este problema es el del perro Califa. Aunque la mayoría nos comenta que es claro y que las imágenes los ayudan a elegir correctamente, se observa que hacen los trazos encima de cada imagen utilizando el mouse de la computadora. Pero también un mínimo de estudiantes declara que las imágenes los confunden para dar una respuesta correcta, se observa que hay un poco de dificultad pues no se imaginan cómo el perro puede hacer su recorrido alrededor de su casa.

Texto 6: En este problema nos encontramos con una palabra no conocida por los estudiantes, “cúspide”, ya que mencionan que es confuso cuando la leen y por lo tanto no dan con facilidad con la respuesta, aunque se observa que vuelven a leer el enunciado del problema caen nuevamente con la selección errónea de la imagen, llegando a que pregunte el estudiante ¿qué es?, y de esta manera responder con la imagen correcta.

Texto 7: Analizando las respuestas de este enunciado, nos encontramos con que el estudiante no observa todos los elementos en las imágenes además que tienen problemas con la relación prisma rectangular, considerando que la línea punteada es solo la altura y no consideran el ancho que tiene el piso del cuarto.

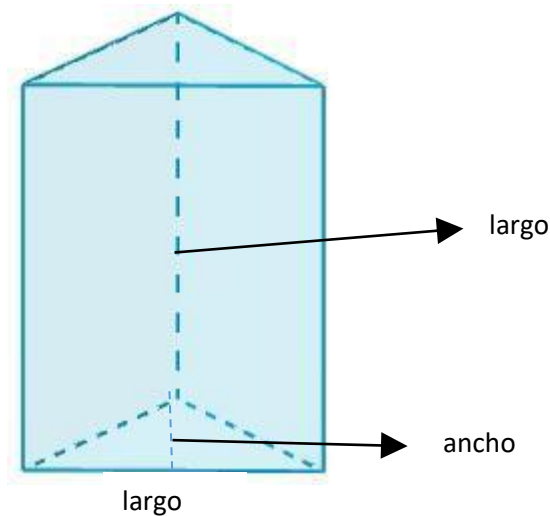


Figura 16: Representación visual del problema del cuarto bajo la escalera

Texto 8: Se Observa que los estudiantes no encuentran problema alguno tanto en la redacción del texto como la imagen correcta, se puede también observar que el estudiante tiene conocimiento sobre esta situación en la vida real.

Texto 9: En este enunciado nos encontramos con la palabra “vigas” que al parecer el estudiante no tiene conocimiento de lo que son, ubican la imagen, pero se quedan con la duda y esto hace que a la hora de arrastrar la marca (\surd) a la imagen no sea rápida.

Texto 10: En este último problema notamos que el estudiante no hace una buena relación con texto imagen, por los siguientes puntos:

1. Confunden la base con la hipotenusa
2. En otro caso consideran que el ángulo de elevación es de los 300 m en perpendicular con los 85 m de elevación

Aunque nuevamente dicen que es un problema fácil por los datos que se les proporcionan en el texto del enunciado matemático se nota que su error es la ubicación con estos dos datos a la hora de seleccionar la imagen.

Analicemos el enunciado del problema matemático el cual dice lo siguiente:

Se quiere construir una autopista de manera que cada 300 m se eleve 85 m, donde x representa el ángulo de elevación, selecciona la imagen que representa lo que dice el texto.

Por lo que la imagen correcta es la que se presenta a continuación y está planteada en la herramienta computacional.

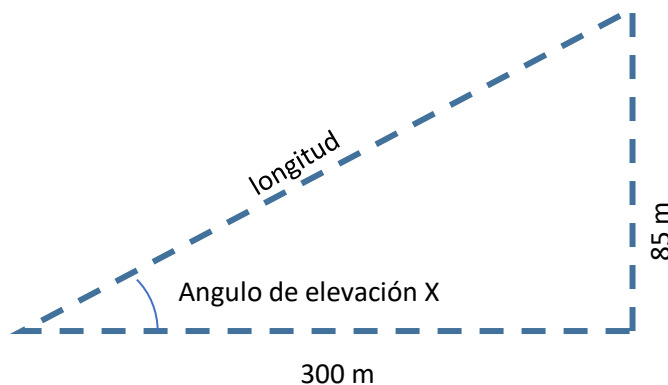


Figura 17: Representación visual del problema de la autopista

En este ejercicio no se logra observar la relación que hace el estudiante con el texto y la imagen, ya que su respuesta es inmediata sin leer todo el enunciado, por lo que se decide reemplazarlo ya que el propósito de esta aplicación es que el estudiante adquiera la habilidad de comprender un problema matemático haciendo la relación texto e imagen.

Versión dos de la herramienta Computacional

El primer diseño de la herramienta computacional contenía el texto del problema matemático, cuatro imágenes, cada una con los datos proporcionados por el texto, además de una marca (✓) que cuando se arrastraba a la imagen incorrecta regresaba a su posición inicial y solo al elegir la imagen correcta la marca se quedaba encima de ella. Esto lo puede ver en la siguiente figura.

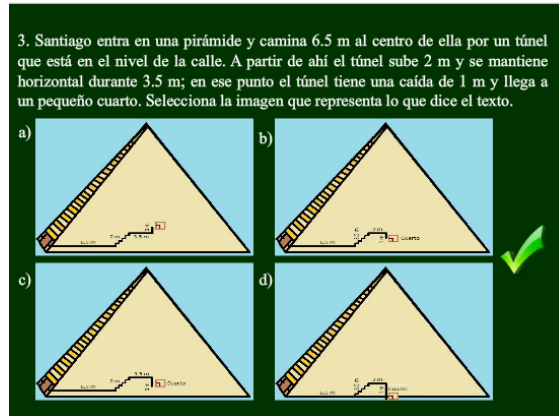


Figura 18: Primer diseño de la herramienta computacional problema 3

Cuando se aplicó la primera versión a los estudiantes notamos que los datos no eran muy visibles, ya que se tenían que acercar mucho al monitor para poder verlos y después elegir su respuesta, esto, además de quitarles tiempo, perdían lo que habían analizado del texto. Por lo que se decidió ampliar las imágenes.

Con base a esto, el diseño se modificó para que al momento de pasar el cursor del mouse sobre cada inciso que contiene la imagen en pequeño, este la muestra de mayor tamaño, quedando de la siguiente manera.

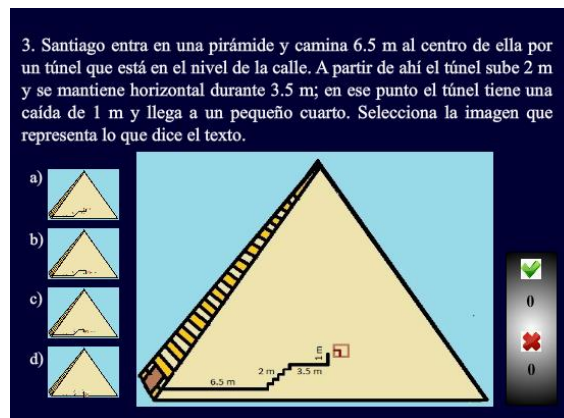


Figura 19: Segundo diseño de la herramienta computacional, problema 3.

De esta forma el estudiante solo se esforzará por interpretar adecuadamente el texto con la imagen sin ningún problema.

Capítulo 5

Resultados

Como ya se mencionó en la metodología en un segundo análisis de nuestro proyecto se decidió aplicar un pre-test y un post-test, para determinar si esta herramienta contribuye en la comprensión del texto de un problema, en su representación visual del modelo situacional y en su resolución. Describimos los resultados obtenidos en este pre-test a los 20 estudiantes de nivel licenciatura.

Resultados del pre-test

7 estudiantes consideran que los ángulos de 30° y 35° surgen a partir de la punta del barco que se encuentra al nivel del mar y lo manejan como un ángulo de elevación. De los 7 estudiantes solo 3 dan como resultado un valor numérico de 61.43 k. Se muestra un ejemplo en la figura 20.

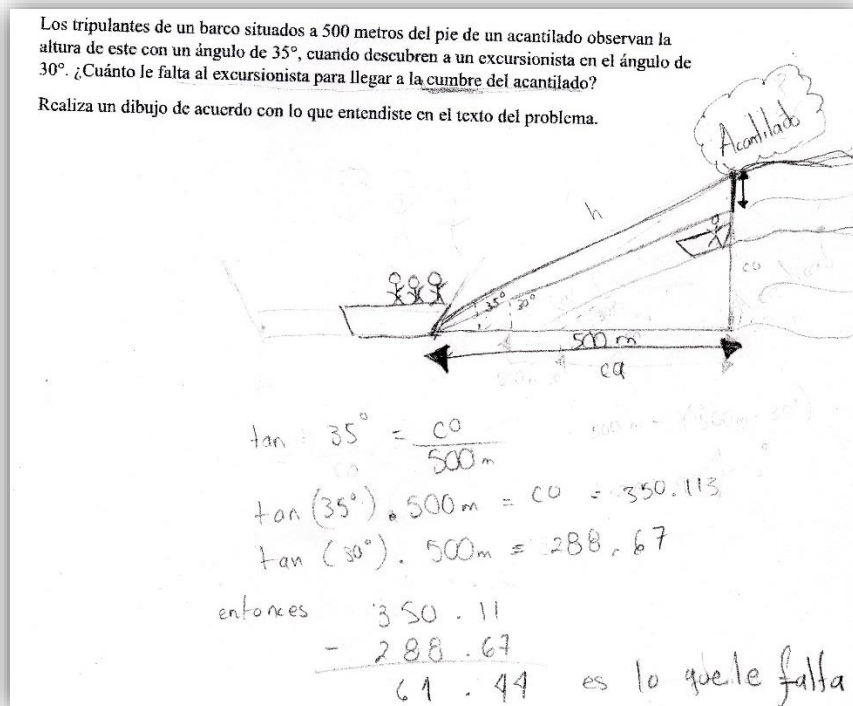


Figura 20: Los ángulos surgen a partir de la proa del barco

Un estudiante realiza su dibujo considerando que los ángulos surgen a partir de la proa del barco y los eleva hasta la punta del acantilado, pero los coloca a diferente distancia

de manera horizontal, es decir el ángulo de 35° lo coloca pegado al barco y el de 30° a una distancia separada del barco. *Figura 21.*

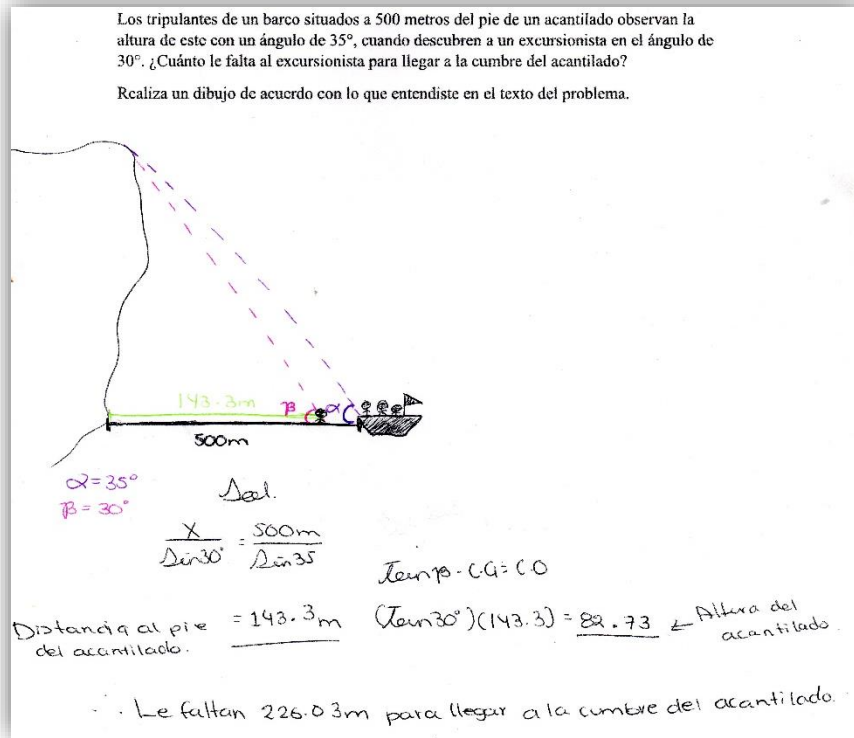


Figura 21: Los ángulos están colocados de forma horizontal

Otro dibujo *figura 22*, el estudiante coloca el barco por encima del acantilado (ángulo de depresión) y al excursionista más abajo de este. Luego lo plantea de forma contraria, pero considera que los ángulos están de forma horizontal.

Cuatro estudiantes representan la situación con un dibujo matemático, es decir, trazan los ángulos y los lados del triángulo y no consideran a los elementos realistas como el barco, los tripulantes, ni el excursionista, esto lo podemos ver en la *figura 23*.

Dos estudiantes dibujan los ángulos a partir de la mirada de un tripulante del barco. Que es considerada como la imagen correcta *figura 24*.

En un caso dibujan a un tripulante que se encuentra afuera del barco y desde ahí está observando al excursionista que sube por el acantilado.

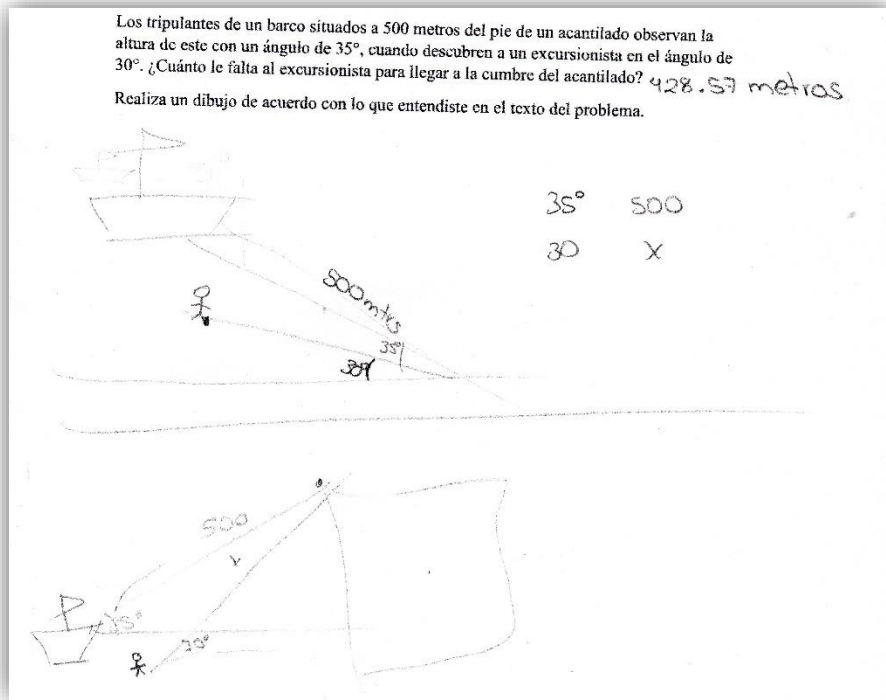


Figura 22: El barco por encima del acantilado

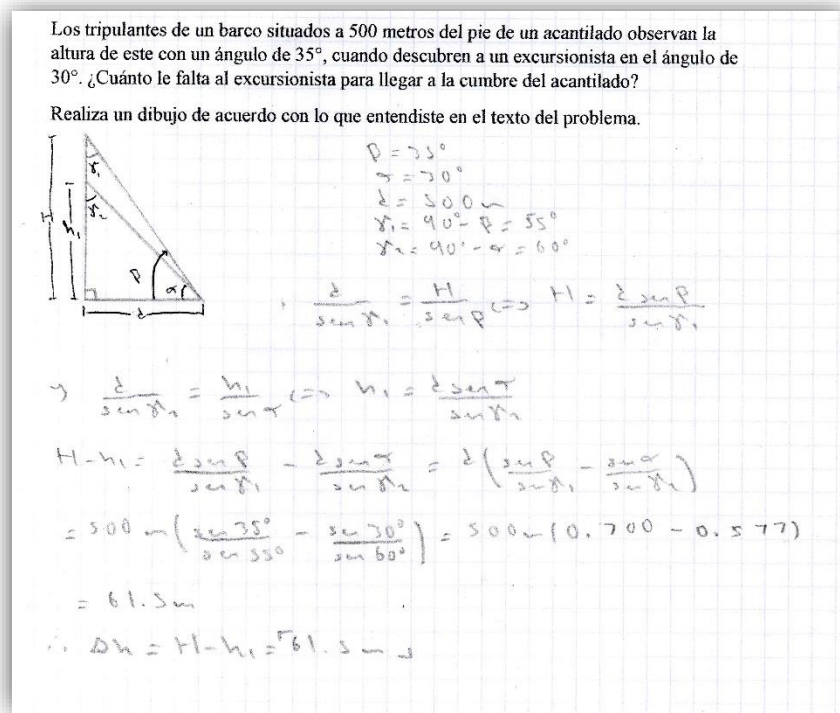


Figura 23: Modelo Matemático

Los tripulantes de un barco situados a 500 metros del pie de un acantilado observan la altura de este con un ángulo de 35° , cuando descubren a un excursionista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al excursionista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza un dibujo de acuerdo con lo que entendiste en el texto del problema.

$$c = (\operatorname{tg} 35^\circ)(500)$$

$$b = (\operatorname{tg} 30^\circ)(500) = \frac{500}{\sqrt{3}}$$

$$a = c - b = (\operatorname{tg} 35^\circ)(500) - \frac{500}{\sqrt{3}}$$

$$= (500)(\operatorname{tg} 35^\circ - \frac{1}{\sqrt{3}}) = 61$$

R = 61 metros.

Figura 24: Los ángulos los forman a partir de la mirada del tripulante

Otra imagen nos muestra que los ángulos fueron formados a partir de los pies de un tripulante y el acantilado lo ponen de forma diagonal.

En una imagen se observa que miden los ángulos desde el barco sin tripulantes y el excursionista está parado en una parte del acantilado.

Por último, se observa que los ángulos se consideran desde la popa del barco hacia la cima del acantilado.

Resultados en la aplicación de la herramienta computacional

Nuestro siguiente paso fue la aplicación de la herramienta computacional, en donde observamos que algunos estudiantes hacen hasta ademanes para ir comprendiendo lo que leen en cada uno de los textos presentados de los 10 problemas matemáticos que tiene nuestra aplicación los cuales algunos estudiantes se les pide la autorización para ser filmados.

En algunos casos el solo hecho de ver que les aparecía la puntuación en la casilla de las respuestas erróneas dejaban de intentar encontrar la correcta, por lo cual se necesitó apoyar en este momento para que no se fueran al siguiente problema sino que lo volvieran a

intentar hasta encontrar la respuesta correcta, nuevamente nos encontramos en que el tiempo en algunos problemas matemáticos es de aproximadamente entre 5 a 6 minutos para encontrar la imagen adecuada, aunque el tiempo total que se llevan en ver los 10 problemas sigue siendo de 25 a 30 minutos.

Nuevamente en este grupo se nota que hay ciertas dificultades en cuanto al concepto de algunas palabras como lo mencionamos en la primera aplicación de esta herramienta como, por ejemplo, "cúspide", y también en cuanto a la ubicación del plano cartesiano.

Se filman a cinco estudiantes al momento en que están utilizando este software para comprobar que no contestan de manera espontánea y mucho menos tratan de atinarle, sino que releen el texto del problema para luego seleccionar la imagen que describa correctamente los datos proporcionados por el texto.

También se observa que con el problema del perro Califa, a pesar de que se le hicieron varias modificaciones y se le agregan más datos contenidos en el texto del problema matemático sigue siendo el que más tiempo se llevan los estudiantes para contestar con un tiempo aproximado de 5 min, debido a que les cuesta imaginar el recorrido que puede tener el perro atado a una esquina de su casa con una cadena de 4 m. Pero no por ello los estudiantes se lanzan a contestar porque si, nuevamente observamos que el alumno le dedica más tiempo a la lectura del problema y analiza cada una de las imágenes.

Resultados del Post-test

Después de haber practicado con el software en cada estudiante se observa que para resolver el problema matemático (post-test) se toman más tiempo para diseñar su dibujo y comentan que después de haber visto los diez problemas en la herramienta se imaginan las cosas para poderlas plasmar en el papel y que colocan con mayor exactitud en el dibujo los datos proporcionados en el texto del problema,

Cinco estudiantes no solo realizan el dibujo del problema matemático, sino que llegan hasta el resultado de 19.2 m.

Seis estudiantes muestran el ángulo a partir de los binoculares que tiene el observador,

aunque ellos no llegan a realizar los cálculos matemáticos ya marcan correctamente de donde parte el ángulo de elevación y que el problema del pre-test no lo ubicaban bien.

En todos los casos definen bien los datos en el dibujo que están proporcionados por el texto del problema, diseñando el edificio, el limpia parabrisas y el observador, de lo que podemos decir que es un modelo de la situación planteada en el problema y no un dibujo matemático.

Un estudiante me comentó que el software le ayudó a ver de manera más sencilla la situación del problema, imaginando cada dato que se le proporciona en el texto, él realiza un dibujo con detalle y las medidas bien ubicadas, también comenta que encuentra detalles con respecto a la redacción y tuvo una pregunta que es ¿Cuál es la horizontal?

Comparando el pre-test y el post-test, se observa que:

- Más estudiantes hacen los cálculos matemáticos logrando llegar a la respuesta correcta.
- Hay mejoría en 8 estudiante en plasmar la situación en un dibujo, donde nos muestran que hay una mejor comprensión del texto, ya que sus dibujos están mejor estructurados y los datos del problema los colocan adecuadamente. De estos estudiantes 7 logran llegar al resultado correcto de 19.2 metros.
- 7 estudiantes se mantienen con el mismo resultado. Contestando ambos problemas adecuadamente.
- El resto solo interpretan el enunciado colocando los datos proporcionados por el enunciado adecuadamente.
- No hay preguntas que nos indiquen en ambos problemas que tengan dudas con algunas de las palabras que contiene los enunciados de los problemas matemáticos.

Se muestran algunas imágenes del pre-test y el post-test en donde se ve que sí hay un cambio significativo después de haber realizado los 10 ejercicios de la aplicación.

Primer Caso

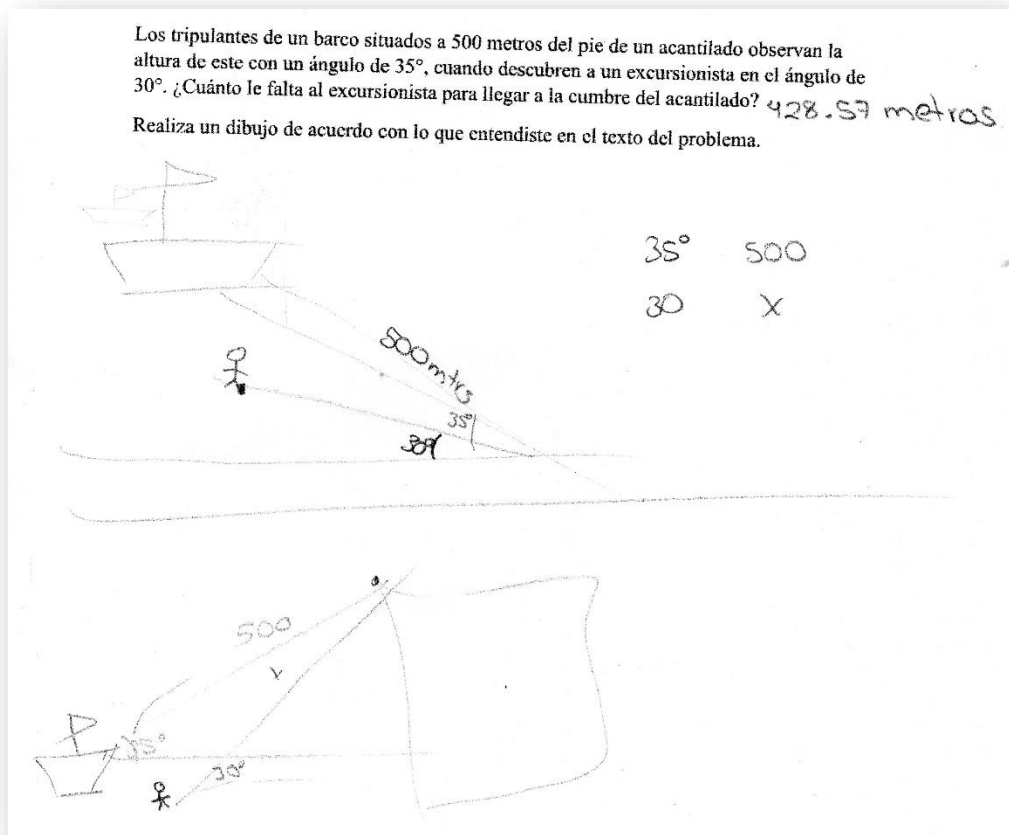


Figura 25: Solución del pre-test problema del acantilado

Como se puede observar en la *figura 25*, la alumna realiza dos dibujos en los que trata de mostrar la situación que le plantea el problema matemático, se nota que no comprende el enunciado, dado que los datos e incluso la figura que realiza no nos dan información suficiente para poder interpretar.

Esta alumna cuando realizó las actividades de los 10 problemas que contiene la aplicación sus dudas fueron sobre el plano cartesiano y la palabra cúspide, el tiempo que se tardó en realizar toda la actividad fue de 30 min.

En la fachada de un edificio muy alto se encuentra una persona limpiando vidrios. A 200 metros de distancia del edificio está parada una persona con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con respecto a la horizontal, la persona ve claramente la cima del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con respecto a la horizontal, la persona ve claramente al limpiador.

¿Cuántos metros debe subir el limpiador para llegar a la cima del edificio?

*Dibuja la situación que te presenta el texto.

$a = x' - x$

$$\frac{\text{Sen } 20^\circ}{x} = \frac{\text{Sen } 15^\circ}{x'}$$

$$\frac{\text{Sen } 70^\circ}{200} = \frac{\text{Sen } 20^\circ}{x'}$$

$$\Rightarrow x' \left(\frac{\text{Sen } 70^\circ}{200} \right) = \text{Sen } 20^\circ$$

$$\Rightarrow x' = \frac{\text{Sen } 20^\circ}{\frac{\text{Sen } 70^\circ}{200}} = \frac{(\text{Sen } 20^\circ) 200}{\text{Sen } 70^\circ}$$

$$x' = 72.79$$

$$\Rightarrow a = 72.79 - 53.58$$

$$a = 19.21$$

Por lo tanto el limpiador debe subir 19.21 metros para llegar a la cima del edificio

Figura 26: solución del post-test problema del limpia vidrios

Como se puede notar en la **figura 26** la alumna nos muestra un dibujo matemático en donde resalta la figura geométrica y los ángulos dados en el texto, con muy poca relevancia nos muestra el limpia vidrios y el observador con sus binoculares. Comparando con su -- imagen anterior podemos darnos cuenta de que su dibujo describe la situación planteada en el problema con los datos adecuados, además, realiza los cálculos necesarios para encontrar la solución al problema.

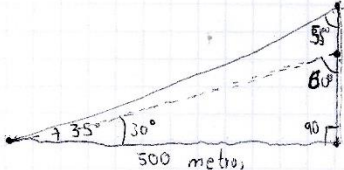
Segundo Caso

En la **figura 27** un segundo caso que tiene relevancia se muestra el pre-test del

estudiante Alejandro, donde se puede ver que nos representa el texto del problema de forma matemática, dibujando un triángulo rectángulo, con sus ángulos respectivos y la distancia de 500 m, resuelve el ejercicio sin problema alguno.

Los tripulantes de un barco situados a 500 metros del pie de un acantilado observan la altura de este con un ángulo de 35° , cuando descubren a un excursionista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al excursionista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza un dibujo de acuerdo con lo que entendiste en el texto del problema.



$$\begin{aligned} \text{sen } \alpha &= \frac{c.o.}{h} & \text{cos } \alpha &= \frac{c.a.}{h} \\ \text{cos } \alpha & & \text{tan } \alpha &= \frac{c.o.}{c.a.} \\ & & \text{tg } 35 &= \frac{c.o.}{500} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c.o. &= \text{tg } 35 \cdot 500 \\ &= 350.10 \text{ m.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c.o. &= \text{tg } 30 \cdot 500 \\ &= 288.67 \text{ m.} \end{aligned}$$

$$R = 350.10 - 288.67 = \underline{\underline{61.424 \text{ m.}}}$$

Figura 27: Solución del pre-test problema del acantilado. Caso 2

Su comentario con respecto al software es, que lo ayudo a ver los detalles que debe llevar la imagen de la situación planteada en el problema matemático a interpretarlo adecuadamente con cada dato proporcionado, menciona que al imaginarse el problema de forma real se comprende mejor, además, resalta que también se puede ver muy claramente si un texto de un problema matemático tiene errores en la redacción, ya que esto no permitiría realizar un modelo adecuado y, por consiguiente tampoco se llegaría a una solución correcta.

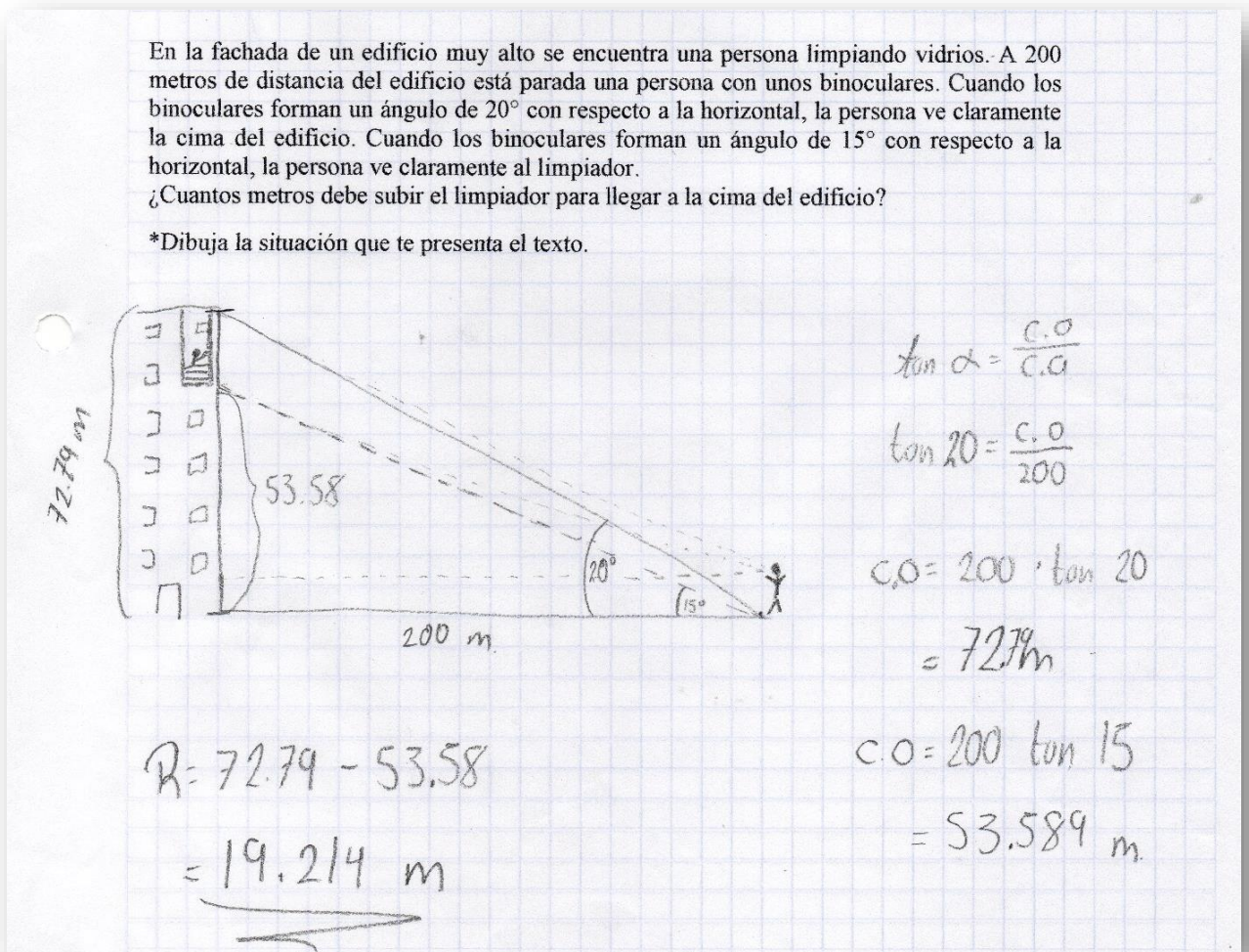


Figura 28: Solución al post-test problema del limpia vidrios Caso 2

Este estudiante realiza un dibujo de cada uno de los elementos que describe el enunciado, como el edificio, el limpia parabrisas y al observador, además las medidas están bien ubicadas, nos comenta que al realizar el dibujo de esta forma se le hizo mucho más sencillo el resolver el problema matemático y que también se le hizo divertido.

Tercer Caso

En la *figura 29* se puede ver que la alumna tiene problemas para colocar los ángulos en la imagen que realizo, trata de hacer los cálculos, pero no logra obtener un resultado correcto,

Los tripulantes de un barco situados a 500 metros del pie de un acantilado observan la altura de este con un ángulo de 35° , cuando descubren a un excursionista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al excursionista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza un dibujo de acuerdo con lo que entendiste en el texto del problema.

$\alpha = 35^\circ$
 $\beta = 30^\circ$

Sol.

$$\frac{X}{\sin 30^\circ} = \frac{500m}{\sin 35^\circ}$$

$\text{Temp} \cdot CA = CO$
 $(\tan 30^\circ)(143.3) = 82.73 \leftarrow \text{Altura del acantilado.}$

Distancia al pie del acantilado. 143.3 m

Le faltan 226.03m para llegar a la cumbre del acantilado.

Figura 29: Solución del pre-test problema del acantilado. Caso 3

En el post-test **figura 30** hay un cambio en la imagen que realiza, se puede observar que dibuja de la situación considerando todos los datos que tiene el texto del problema, además marca los ángulos a partir de la mirada de la persona.

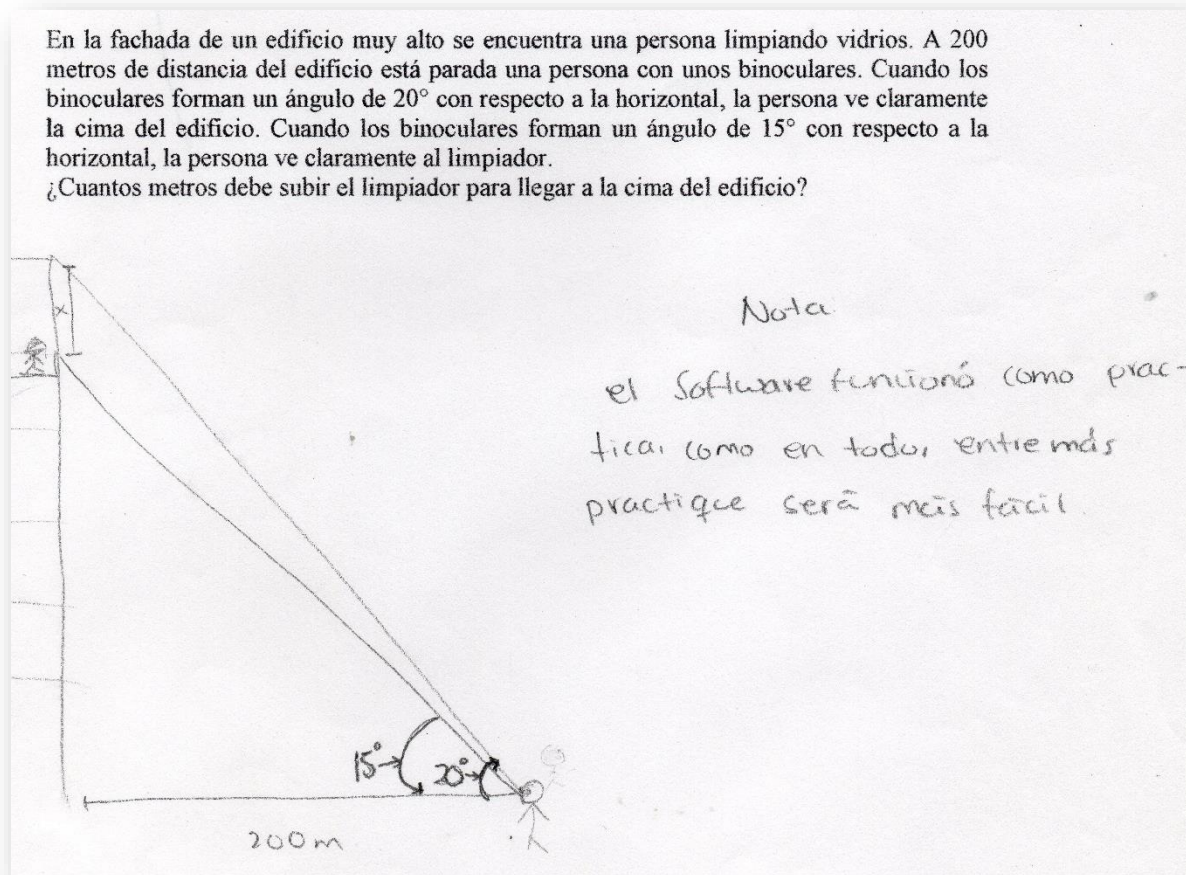


Figura 30: Solución del post-test problema del limpia vidrio. Caso 3

Cuarto Caso

En este caso el estudiante realiza su dibujo con el tripulante del barco fuera de él, formando los ángulos a partir de sus ojos, realiza los cálculos, pero no llega a un resultado correcto.

Los tripulantes de un barco situados a 500 metros del pie de un acantilado observan la altura de este con un ángulo de 35° , cuando descubren a un excursionista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al excursionista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza un dibujo de acuerdo con lo que entendiste en el texto del problema.

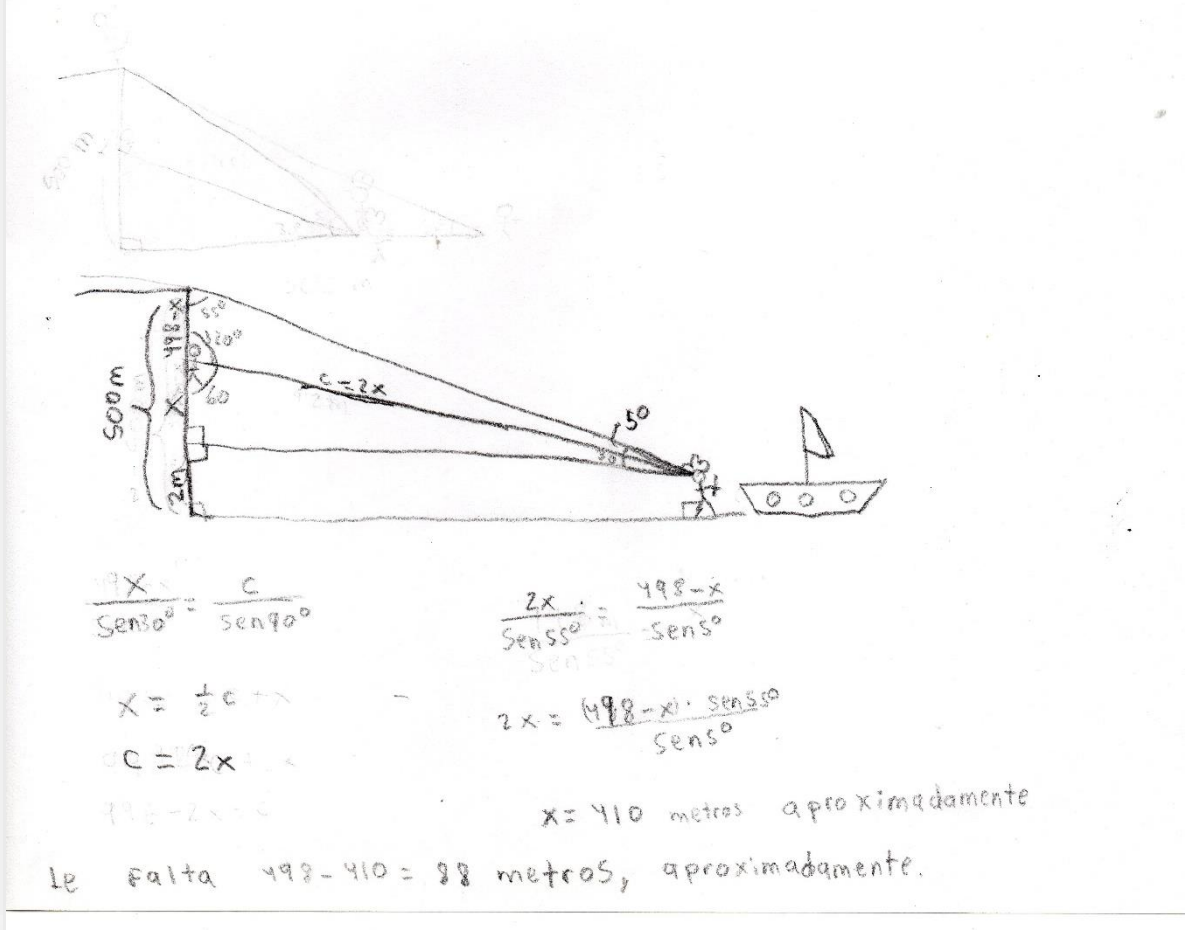
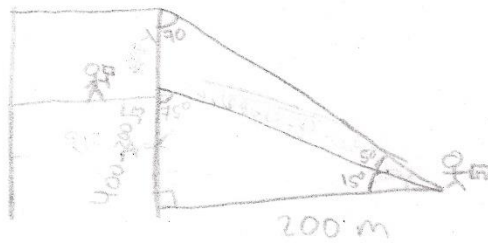


Figura 31: Solución del pre-test problema del acantilado. Caso 4

En el post-test que se ve en la **figura 32** realiza un modelo matemático considerando solo a los personajes que son el observador y el limpia vidrios, los datos numéricos están bien ubicados y los cálculos que a hora realiza son correctos.

En la fachada de un edificio muy alto se encuentra una persona limpiando vidrios. A 200 metros de distancia del edificio está parada una persona con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con respecto a la horizontal, la persona ve claramente la cima del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con respecto a la horizontal, la persona ve claramente al limpiador. ¿Cuántos metros debe subir el limpiador para llegar a la cima del edificio?



$$\frac{Y}{\text{Sen}15^\circ} = \frac{200}{\text{Sen}75^\circ}$$

$$Y = \frac{200}{\text{Sen}75^\circ} \cdot \text{Sen}15^\circ = 400 - 200\sqrt{3} \approx 53.59$$

$$\frac{200}{\text{Sen}70^\circ} = \frac{X}{\text{Sen}20^\circ}$$

$$X = \frac{200}{\text{Sen}70^\circ} \cdot \text{Sen}20^\circ \approx 72.79$$

$$\text{Le Falta } 72.79 - 53.59 = 19.2 \text{ metros}$$

Figura 32: Solución del post-test problema del limpia vidrios. Caso 4

Quinto Caso

En la **figura 33** el estudiante trata de plasmar lo que entendió en el texto del problema matemático, pero fue muy escasa su comprensión ya que no muestra en su imagen datos relevantes y esto le impide poder llegar a una solución correcta.

Los tripulantes de un barco situados a 500 metros del pie de un acantilado observan la altura de este con un ángulo de 35° , cuando descubren a un excursionista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al excursionista para llegar a la cumbre del acantilado?

Realiza un dibujo de acuerdo con lo que entendiste en el texto del problema.

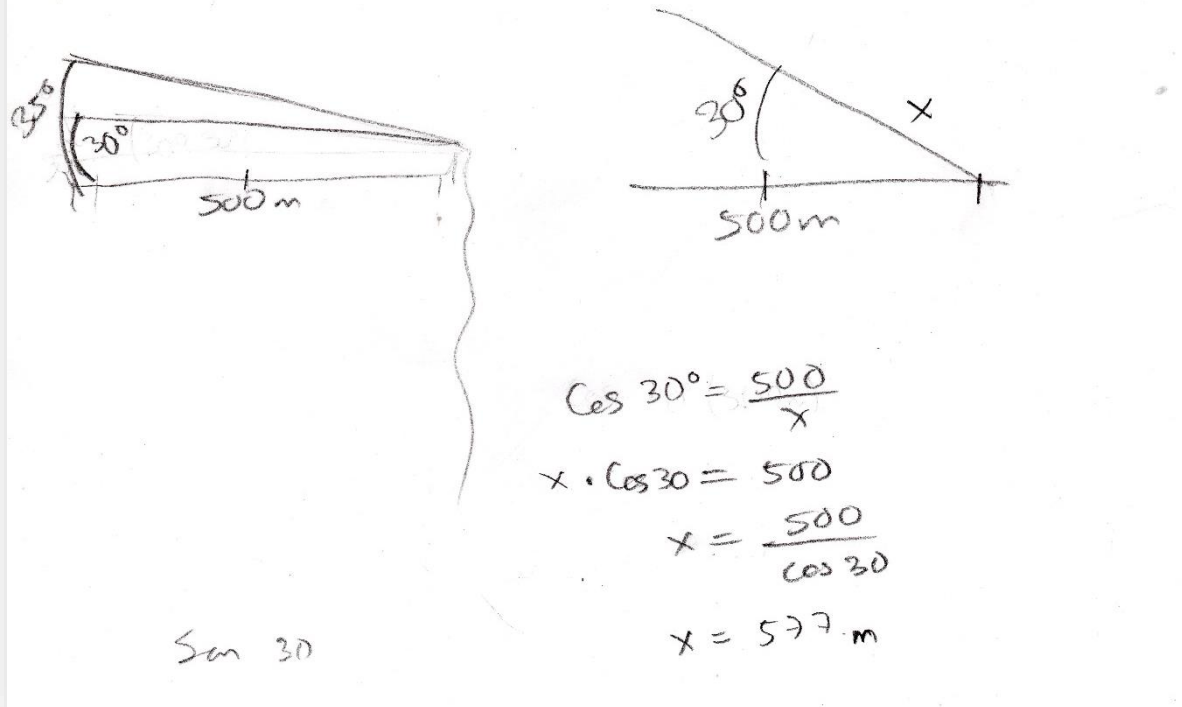


Figura 33: Solución del pre-test problema del acantilado. Caso 5

En cuanto a los resultados obtenidos en el post-test, nos muestra que el problema lo comprende mejor ya que realiza un dibujo de manera matemática, donde se puede ver la distancia de 200 m, los ángulos, marca con un rectángulo el edificio, dibujando junto a él, al limpia vidrios y también está dibujado el observador.

En la fachada de un edificio muy alto se encuentra una persona limpiando vidrios. A 200 metros de distancia del edificio está parada una persona con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con respecto a la horizontal, la persona ve claramente la cima del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con respecto a la horizontal, la persona ve claramente al limpiador.

¿Cuántos metros debe subir el limpiador para llegar a la cima del edificio?

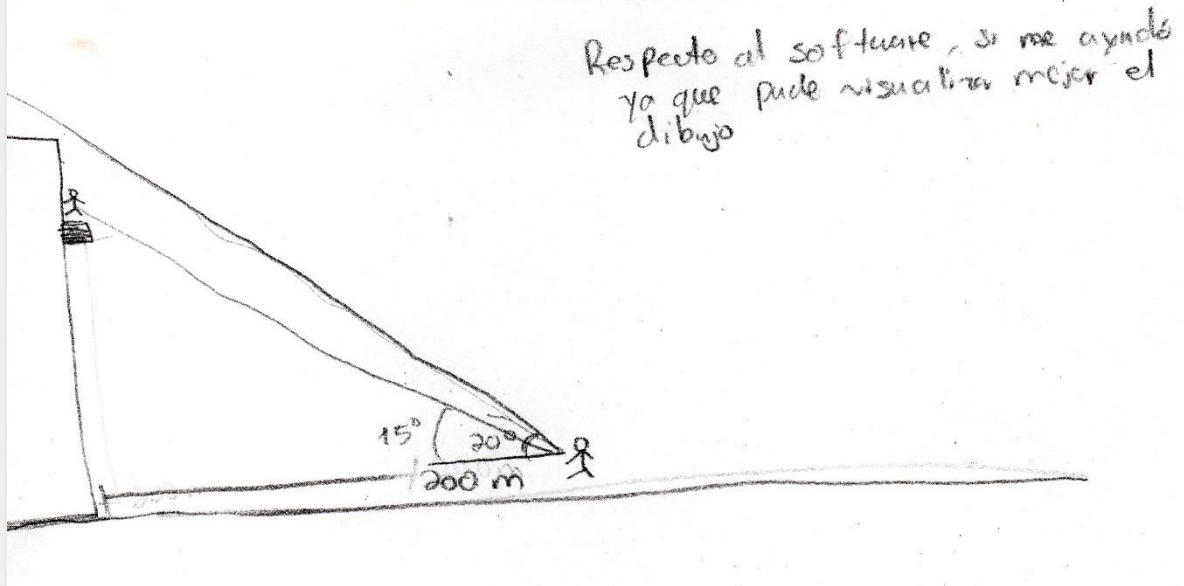


Figura 34: Solución del pre-test problema del limpia vidrios. Caso 5

Conclusiones

Con los resultados obtenidos hasta este momento se puede decir que la herramienta computacional cumplió con el objetivo de ayudar a los estudiantes participantes a adquirir la habilidad de relacionar texto con imagen, y que, de esta manera, fue posible que comprendieran mejor el enunciado. También podemos decir que, dentro de los textos de los problemas matemáticos, que se plantearon en la herramienta, hay palabras que desconocían algunos estudiantes y que les impidió seleccionar la imagen adecuada.

A cada instante la tecnología va de la mano con la educación, es necesario que se utilice para el aprendizaje de las matemáticas, ya que se puede dar de una manera interactiva, divertida y con tiempos de aprendizaje más cortos. Es de suma importancia ayudar al estudiante a visualizar los enunciados matemáticos, ya que es el primer paso en el proceso de resolución un problema verbal.

Una imagen nos puede aportar mucho en cuanto al aprendizaje que va adquiriendo el estudiante, su conocimiento para interpretar cada palabra que se encuentra en un texto de un problema matemático, la habilidad para resolverlo sin dificultad, ya que nos permite ver con mayor claridad los datos necesarios para comprender.

Consideramos que esta herramienta computacional puede mejorarse, aumentando el número de problemas, contando el tiempo que tardan en responder o en otros aspectos que permitirían un análisis más profundo del desempeño de los estudiantes ante esta actividad. Sin embargo, la aportación de este trabajo es la propuesta de la actividad consistente en la selección de una imagen dado el texto de un problema matemático y su implementación computacional, la cual requirió de diseño y de programación.

Referencias

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215–241.
- Beltran, Reppeto, E. (2006). El entrenamiento en estrategias sobre la comprensión lectora del enunciado del problema aritmético: un estudio empírico con estudiantes de Educación Primaria. *Revista española de orientación y psicopedagogía*. Vol 17 (1), 33 – 48
- Blum, W., & Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example sugarloaf and the DISUM project. In C. Haines, P. L. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (pp. 222–231). Chichester:Horwood.
- Cox, R. (1999). Representation construction, externalised cognition and individual differences. *Learning and Instruction*, 9(4), 343–363.
- Csíkós, C., Sztányi, J., & Kelemen, R. (2012). The effects of using drawings in developing young children's mathematical word problem solving: A design experiment with third-grade Hungarian students. *Educational Studies in Mathematics*, 81(1), 47–65.
- Fernández, T. (2013). La investigación en visualización y razonamiento espacial. Pasado, presente y futuro. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 19-42). Bilbao: SEIEM.
- Fernández, M. T. (2012). Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacial. Tesis doctoral. Santiago de Compostela. Universidad de Santiago de Compostela.
- Gutiérrez, C. y Sarmiento H, (2012). Estrategias de comprensión Lectora: Enseñanza y Evaluación en Educación Primaria, *Profesorado*, vol 16,1, 184-201.
- Graesser, A.C., & Clark, L. C.. (1995). *Structures and procedures of implicit knowledge*. Norwood, NJ: Ablex.

-
- Ibáñez, R. (2007). Cognición y Comprensión. Una aproximación histórica y crítica al trabajo investigativo de Rolf Zwaan. *Signos*, 40, 81-100.
- Iglecias, R, Hernández, L. Slisko, J. (2017). La construcción del modelo situacional de problemas de matemáticas en secundaria: Los efectos de una intervención didáctica basada en estrategias de comprensión textual, *Números*, vol. 96, 7, 28
- Juárez, J. Mejía, A, Gonzalez, A. y Slisko, J. (2014). La construcción del modelo situacional de un problema matemático: El análisis basado en el Marco del Experimentador Inmerso. *Números*, vol. 87, 81,99
- Kintsch, W. (1986). Learning from text. *Cognition and Instruction*, vol. 3 (2),87,108
- Kintsch, W. (1988). The role of knowledge in discourse comprehension: a construction integration model. *Psychological Review*, vol. 95 (2), 163, 182.
- Kintsch, W., & van Dijk, T. A. (1978). Toward a model of text comprehension and production. *Psychological Review*, 85, 363–394.
- León, J. (1996). La Psicología Cognitiva a través de la Comprensión de textos. *Revista de Psicología General y Aplicaciones*, vol. 49 (1), 13-25.
- Matéus, E. (2007). Psicología de la Comprensión Textual, *Segunda época*, 26, 39-48.
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 1–32). New York: Springer.
- Paivio, A. (1986). *Mental representations: A dual coding approach*. Oxford, Oxford University Press.
- Polya, G. (1965). *Cómo Plantear y resolver Problemas*, Trillas, (reimp. 2014)
- Rellensmann, J. Schukajlow, S. (2016). Make a drawing, Effects of strategic knowledge, drawing accuracy, and type of drawing on students mathematica modelling performance, *springer Science + business media Dordrecht*.
- Ramírez, I. Mercado, R. (2011). Algebra y Trigonometría, Ejercicios segunda fase

Tijero, T. (2009). Representaciones Mentales: Discusión Crítica del Modelo de Situación de Kintsch. *Onomázein*, 1, 111-138.

Van Meter, P. (2001). Drawing construction as a strategy for learning from text. *Journal of Educational Psychology*, 93(1), 129.

Anexos

Requisitos del sistema | Versión de octubre de 2017 de Animate CC (18.0)

Windows

- Procesador Intel Pentium 4 o Intel Centrino, Intel Xeon o Intel Core Duo (o compatible).
- Microsoft Windows 7 (64 bits), Windows 8.1 (64 bits) o Windows 10 (64 bits)
- 2 GB de RAM (se recomiendan 8 GB)
- 4 GB de espacio disponible en el disco duro para la instalación; se requiere más espacio libre durante la instalación (no se puede instalar en dispositivos de almacenamiento extraíbles con memoria flash)
- Resolución de 1024 x 900 (1280 x 1024 recomendada)
- Es preciso disponer de conexión a Internet y estar registrado para poder activar el software, validar las suscripciones y acceder a los servicios en línea.

Mac OS

- Procesador Intel multinúcleo
- Mac OS X v10.11 (64 bits) o v10.12 (64 bits)
- 2 GB de RAM (se recomiendan 8 GB)
- 4 GB de espacio disponible en el disco duro para la instalación; se requiere más espacio libre durante la instalación (no se puede instalar en un volumen que utilice un sistema de archivos que distinga mayúsculas de minúsculas, ni en dispositivos de almacenamiento extraíbles con memoria flash)
- Resolución de 1024 x 900 (1280 x 1024 recomendada)
- QuickTime 10.x recomendado
- Es preciso disponer de conexión a Internet y estar registrado para poder activar el software, validar las suscripciones y acceder a los servicios en línea.*

Adobe Animate me permite publicar los archivos que son generados en la aplicación, estos pueden reproducirse de varias formas:

- En navegadores de Internet equipados con Flash Player.

- Como una aplicación de vídeo autónoma llamada proyector.
- Con el control ActiveX de Flash en Microsoft Office y otros hosts de ActiveX.
- Con Flash Xtra en Director® y Authorware® de Adobe®.

Problemas del pre-test y post-test

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Maestría en Educación Matemática

¶

Nombre _____ semestre: _____ ¶

¶

¶

Los tripulantes de un barco situados a 500 metros del pie de un acantilado observan la altura de este con un ángulo de 35° , cuando descubren a un excursionista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al excursionista para llegar a la cumbre del acantilado? ¶

Realiza un dibujo de acuerdo con lo que entendiste en el texto del problema. ¶

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas
Maestría en Educación Matemática

¶

Nombre _____ semestre: _____ ¶

¶

¶

En la fachada de un edificio muy alto se encuentra una persona limpiando vidrios. A 200 metros de distancia del edificio está parada una persona con unos binoculares. Cuando los binoculares forman un ángulo de 20° con respecto a la horizontal, la persona ve claramente la cima del edificio. Cuando los binoculares forman un ángulo de 15° con respecto a la horizontal, la persona ve claramente al limpiador. ¶

¿Cuántos metros debe subir el limpiador para llegar a la cima del edificio? ¶

¶