



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DE PUEBLA

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS Y CENTRO DE  
QUÍMICA-INSTITUTO DE CIENCIAS  
POSGRADO EN CIENCIAS QUÍMICAS

TESIS

“ESTUDIO DE PROPIEDADES DE  
NUCLEONES”

PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS QUÍMICAS  
(FISICOQUÍMICA)

PRESENTA:  
QUIM. PAULINA MENDIETA RAMOS

DIRECTOR DE TESIS:  
DR. JULIO MANUEL HERNÁNDEZ PÉREZ

ASESOR DE TESIS:  
DRA. LUZ ADRIANA CORDERO CID

Puebla, Pue. Junio 2018

*"Hasta los Planetas chocan "*  
*y del caos nacen las estrellas "*

*Charles Chaplin*

# Dedicatoria

*A mi más grande amor*

# Agradecimientos a:

## *Dios*

Por darme el regalo más preciado que es la vida, la cual me ha permitido llegar hasta aquí, y terminar profesionalmente una nueva etapa.

## *Mis padres*

A mis padres por ser el pilar más importante en mi vida. A mi madre por confiar en mí, aún cuando yo he dudado, y ser mi principal admiradora.

## *Mi hermano Angel*

Por haberme enseñado a disfrutar de las pequeñas cosas de la vida.

## *Mis Amigos*

Que han estado conmigo en todo momento de mi vida, y que aún conociendo mis defectos me aceptan y me ayudan a crecer como persona.

## *Omar Santiago*

Que fue mi compañero de generación y mi apoyo durante los estudios de maestría.

### *Mis compañeros de laboratorio*

Lorena, Isaías, Alfredo, Dilan, Eliud, y Sandy, por haberme ayudado cuando me fue necesario, así, como por sus pláticas y consejos.

### *Mis asesores*

Por confiar en mi para la realización de éste trabajo, así, como por la paciencia que me han tenido, no que queda más que agradecer todo el conocimiento que me han aportado y todo el tiempo que dedicaron en mi.

### *Dr. Julio*

Por haberme aceptado y darme la oportunidad de trabajar con él, en su grupo de trabajo, aún cuando no estaba totalmente convencido de hacerlo. Quiero que sepa, que he aprendido mucho de él y que he conocido la gran calidez humana que posee. Gracias por ser un ejemplo en mi vida, le voy a extrañar.

A mis profesores durante mi estancia en el posgrado, a mi comite tutorial y en general a todas las personas que de alguna u otra manera han hecho posible este trabajo, al Posgrado en Ciencias Químicas de la BUAP.

Se agradece a la Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado por el apoyo otorgado para la conclusión de esta tesis dentro del Programa II. Investigación y Posgrado. Aseguramiento de la calidad en el Posgrado. Indicador establecido en el Plan de Desarrollo Institucional 2013-2017.

Y finalmente a CONACYT por haberme otorgado una beca para la realización de mis estudios de maestría a través del número de becario (CVU/Becario): 73668751 que me fue asignada.



**BUAP**

**A QUIEN CORRESPONDA:**

Por este conducto la Comisión Revisora formada por el Dr. Juan Carlos Ramírez García, Dr. Jacinto Sandoval Lira, M.C. María del Rocío Aparicio Méndez y el Dr. Juan Manuel Solano Altamirano, informan haber leído y aprobado para su impresión, la tesis denominada **“Estudios de propiedades de nucleones”**, que presenta la alumna **Paulina Mendieta Ramos** para obtener el grado de Maestría en Ciencias Químicas.

Se extiende la presente a los ochó días del mes de junio del año dos mil dieciocho.

**ATENTAMENTE**

Dr. Juan Carlos Ramírez García

Dr. Jacinto Sandoval Lira

M.C. María del Rocío Aparicio Méndez

Dr. Juan Manuel Solano Altamirano

# Contenido

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>Objetivos</b>	<b>3</b>
<b>1 Antecedentes</b>	<b>4</b>
1.1 Simetrías . . . . .	4
1.2 Simetrías y leyes de conservación . . . . .	5
1.3 Simetrías discretas . . . . .	6
1.3.1 Simetría de Paridad . . . . .	6
1.3.2 Simetría de Carga . . . . .	6
1.3.3 Simetría de Carga-Paridad . . . . .	7
1.4 Momento Dipolar Eléctrico . . . . .	8
1.4.1 Dipolos eléctricos en campos eléctricos . . . . .	8

1.5	Momento angular . . . . .	10
1.6	Nucleón . . . . .	12
1.6.1	Neutrón . . . . .	13
1.6.2	Protón . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Resultados y discusión</b>	<b>14</b>
2.1	Momento dipolar eléctrico intrínseco . . . . .	15
2.1.1	Obtención de los Coeficientes Clebsch-Gordan . . . . .	17
2.2	Momento dipolar eléctrico inducido . . . . .	20
2.2.1	Momento dipolar eléctrico total . . . . .	21
2.3	Modelo fenomenológico . . . . .	25
2.4	Función de onda . . . . .	29
2.5	Relación entre $a$ y $\eta$ . . . . .	33
	<b>Conclusiones</b>	<b>40</b>
	<b>A Teorema de Wigner-Eckart</b>	<b>41</b>
	<b>B Coeficientes Clebsch-Gordan</b>	<b>42</b>
	<b>Glosario</b>	<b>44</b>

# Introducción

Cuando uno observa a su alrededor, puede notar que está rodeado de diversas estructuras que tienen una forma definida, y a su vez, también se puede percatar que algunas de esas formas son simétricas y otras no. En general las formas simétricas en la naturaleza son muy comunes, como ejemplo: las flores, los animales, las personas, etc. No obstante, la simetría no se limita a sistemas macroscópicos, sino que también está presente en sistemas microscópicos como las moléculas, las células, las partículas subatómicas, etc. Sin embargo, no todos los sistemas son simétricos, entonces ¿Qué ocurre con ellos? ¿Por qué no poseen simetría?

Si se aplica una transformación a un sistema simétrico y éste no se altera, se dice que se conserva, sin embargo, puede ocurrir que el sistema sufra algún cambio y en consecuencia no se mantenga dicha simetría y se produzca el rompimiento en la misma.

De acuerdo con la física existen dos tipos de simetrías, las simetrías discretas y las simetrías continuas. Dentro de las simetrías discretas podemos encontrar las simetrías de paridad, carga y carga-paridad, las cuales se relacionan con la orientación en el espacio, la carga y la combinación espacial y de carga [1], respectivamente. Experimentalmente se ha observado que las simetrías discretas no se conservan después de aplicar una operación de transformación al sistema provocando una violación en la simetría del mismo. Por su parte la violación de la simetría de carga-paridad se ha propuesto como un elemento necesario para explicar la asimetría del universo, la cual se refiere a la diferencia que existe entre materia y antimateria. Dicha diferencia se conoce como asimetría barionica [2] y se piensa que tiene sus orígenes en los inicios del universo. Por otro lado, la simetría de carga-paridad también podría explicar por qué en

la naturaleza aparecen sólo aminoácidos con isomeria (L-aminoácidos) y azúcares quirales (D-azúcar) [3].

Esta asimetría se relaciona con la presencia de un momento dipolar eléctrico (MDE) en sistemas como el neutrón. Por esta razón hay muchos esfuerzos encaminados a determinar experimentalmente el momento dipolar eléctrico permanente del neutrón. Actualmente se conoce una cota superior para el MDE del neutrón y es de  $3 \times 10^{-26}$  e cm [4–6]. Esto significa que hasta el momento con detectores de menor sensibilidad no se ha detectado un momento dipolar diferente de cero. Es decir, si este momento dipolar existe debe de ser menor a dicho valor.

En este trabajo se analiza la posibilidad de que el neutrón tenga un momento dipolar permanente como consecuencia de la violación de la simetría de carga-paridad, así como un momento dipolar inducido por la presencia de un campo eléctrico externo. Se encuentra una relación entre los momentos dipolares (permanente e inducido) y el efecto de la violación carga-paridad.

# Objetivos

## **Objetivo General**

- Identificar la presencia de un momento dipolar eléctrico (MDE) en el neutrón, como consecuencia del rompimiento o violación de la simetría de carga-paridad (CP).

## **Objetivos específicos**

- Determinar el momento dipolar del neutrón suponiendo una violación de carga paridad.
- Proponer una función de onda de paridad-impar que describa al sistema de estudio.
- Evaluar la función de onda propuesta para determinar la presencia de un MDE (Momento Dipolar Eléctrico) como consecuencia de la violación de la simetría de carga-paridad.
- Realizar el análisis de los datos obtenidos por la presencia del MDE en el neutrón.

## Antecedentes

La idea de simetría como concepto tuvo su origen en el pensamiento de los antiguos filósofos griegos, comenzando con el estudio de los astros, al suponer que el movimiento de los mismos era simétrico. Así a partir de la observación se comenzaron a plantear diferentes teorías para explicar el comportamiento de su entorno, sin embargo, no fue posible proponer una teoría para cada fenómeno observado, por tanto, se recurrió al concepto de simetría para poder explicar de forma conjunta dichos fenómenos, por ejemplo, el principio de inercia lineal. Según el cual un cuerpo dotado de una velocidad se mueve siguiendo una trayectoria recta, en ausencia de fuerzas. Sin embargo, ¿qué es la simetría? ¿Por qué es de nuestro interés? ¿Qué implicaciones tiene en nuestro entorno?

### 1.1 Simetrías

Se considera que un objeto es simétrico si hay algo que podamos hacer con ella de tal modo que después que lo hemos hecho parece el mismo objeto que antes [7]. En física, si a un sistema se le aplica una transformación y después de esta transformación el sistema permanece invariante se dice que el sistema es simétrico. Las simetrías se pueden clasificar en dos tipos: continuas y discretas. Una simetría continua se describe por variables continuamente, una simetría discreta

define cambios no continuos en un sistema.

Si un sistema posee una simetría continua y después de una transformación permanece invariante se dice que el sistema conserva su simetría, en consecuencia, no importa en que instante de espacio y tiempo se mida el sistema no cambia.

## 1.2 Simetrías y leyes de conservación

Considerar que el espacio es homogéneo e isotrópico, y que el tiempo se mantiene uniforme, permite suponer que las leyes de la física son las mismas en cualquier instante, es decir, son invariantes, en consecuencia el sistema toma el mismo valor después de ser sometido a alguna transformación en particular, para operaciones de simetría en un espacio-tiempo. Por lo tanto, se establecieron los principios de invarianza para deducir a partir de ellos las leyes de la naturaleza. De manera semejante, en 1917 Emmy Noether mostró que “cada simetría de la naturaleza produce una ley de conservación y, como consecuencia, cada ley de conservación revela una simetría subyacente” [8, 9], por tanto, la conservación de la energía, momento lineal y momento angular pueden ser derivados de las simetrías del sistema bajo la inversión en el tiempo, la translación y rotación respectivamente [10], en consecuencia, una cantidad se conserva cuando toma el mismo valor antes y después de un evento en particular [11].

Además de estos, la conservación de la carga eléctrica se debe a la invarianza electrodinámica que da origen a las simetrías internas de norma. Dichas simetrías son sistemas independientes del espacio-tiempo, es decir, que no depende de su posición en el espacio y tiempo, más bien el sistema se confina a un espacio matemático el cual se subdivide en espacios internos los cuales pueden adoptar diferentes geometrías. Si se supone un espacio interno con geometría esférica y a éste se le aplica una transformación dicho sistema puede rotar y no modificar ninguna propiedad observable. Si se considera que el espacio es isotrópico no importa donde se realice la medición, al final se obtiene el mismo resultado y se dice que se tiene un sistema conservado. Este tipo de simetrías de norma se aplican a sistemas con carga.

No obstante, no todas las simetrías se conservan, puede suceder que al aplicar una transformación sobre una simetría el sistema no se mantenga invariante y como consecuencia se produzca una violación en la simetría del mismo. Tal es el caso de las simetrías discretas las cuales adoptan valores no continuos y son susceptibles de sufrir una violación después de aplicarles una transformación. Como se ha observado en las simetrías discretas, de paridad, carga y carga-paridad.

## 1.3 Simetrías discretas

En física existen simetrías asociadas a transformaciones discretas, éstas son: simetría de paridad, simetría de carga, simetría carga-paridad, etc. En esta sección se definen estas simetrías.

### 1.3.1 Simetría de Paridad

La simetría de paridad es una simetría especular, es decir que al reflejarse el sistema en un espejo éste no sufre ninguna alteración por tanto deja al sistema invariante, así, aplicar el operador de paridad  $\mathbf{P}$  al sistema implica un cambio en un sistema de coordenadas de mano derecha a uno de mano izquierda. Por ejemplo, en química algunos isómeros son imágenes especulares recíprocas llamadas enantiómeros [12] que presentan una simetría especular. Experimentalmente se demostró que la desintegración de  $^{60}\text{Co}$  mostraba violación de la paridad [13, 14] producto de la invarianza en las interacciones débiles, en sistemas biológicos también se ha observado una violación de paridad tal es el caso de la división celular, la fusión celular, etc., [15].

### 1.3.2 Simetría de Carga

La conjugación de carga, consiste en cambiar el signo de la carga eléctrica ( $Q \rightarrow -Q$ ) de las partículas de un sistema, por ejemplo, si aplicamos el operador de carga  $\mathbf{C}$  a un electrón obte-

nemos un positrón.

Al aplicar el operador de paridad con la operación de conjugación de carga se obtiene un estado físico con características opuestas al original, este estado se relaciona con la antipartícula originando un cambio en todos los números cuánticos como, número bariónico, número leptónico e isoespín, no alterando el espín, la masa, la energía y momentum [8].

### 1.3.3 Simetría de Carga-Paridad

La simetría de carga-paridad (CP) es una simetría discreta que surge de la combinación de la simetría de paridad y de carga. Es decir, al aplicar el operador de paridad  $\mathbf{P}$  sobre el sistema cambia su orientación en el espacio, lo que se puede entender como su imagen especular y al aplicar el operador de  $\mathbf{C}$  se obtiene su carga opuesta. En un principio se pensó que CP era una simetría conservada, sin embargo, en 1964 Val Fitch y colaboradores observaron por primera vez en el decaimiento de kaón [16] y en  $\beta$  mesones [17, 18] la violación de CP, dichos descubrimientos fueron de gran importancia ya que daban indicios de que la materia y antimateria son intrínsecamente diferentes. En consecuencia, la violación de simetría carga-paridad es una condición necesaria para comprender la asimetría entre materia y antimateria en el universo [19, 20], en otras palabras, es un ingrediente esencial para la bariogénesis [21], la cual indica la generación de la asimetría entre bariones y antibariones [22]. Un barión es una partícula subatómica, formada por tres cuerpos llamados quarks, la cual posee espín semientero y cumple con el principio de exclusión de Pauli [8]. La asimetría, se cree tuvo sus orígenes en los inicios del universo, por tanto, según Sankharov, para satisfacer esa asimetría es necesaria (1) la existencia de la violación del número bariónico, (2) la violación de las simetrías discretas de carga y carga-paridad, y (3) la salida del equilibrio térmico [23, 24].

A partir del descubrimiento de la violación de simetría carga-paridad, se han realizado diferentes investigaciones para tratar de entender las implicaciones que ésta tiene sobre la materia y antimateria. Por su parte en 1973, Makoto Kobayashi y Toshihide Maskawa dieron una explicación a la violación de simetría carga-paridad [25], demostrando que si el universo fuera

simétrico, no existiría vida, ni universo, como consecuencia de la aniquilación de materia y antimateria.

Cuando en un sistema físico ocurre una violación de simetría carga-paridad se puede medir una propiedad física conocida como momento dipolar eléctrico (MDE), el cual se asocia con la asimetría del universo.

Experimentalmente la búsqueda del MDE tiene varias ventajas, primero se puede medir con precisión, la segunda ventaja es que el MDE se puede medir en varios sistemas, el tercer punto es que en muchos casos, el costo de preparación en los experimentos son más baratos que otros enfoques, como es el caso de los aceleradores [23]. Debido a esas ventajas, el MDE ha sido ampliamente estudiado experimentalmente. Para descubrir nuevas fuentes de violación de la simetría de carga-paridad, se está trabajando en la realización de experimentos más sensibles [23,26]. Con la finalidad de obtener un valor aún más preciso de esta observable y justificar la asimetría del universo. Ya que la presencia de un momento dipolar eléctrico en un sistema pone de manifiesto la violación de la simetría de carga-paridad, hablaremos con más detalle de éste en la siguiente sección.

## 1.4 Momento Dipolar Eléctrico

Un sistema de dos cargas iguales en magnitud  $q$  y opuestas en signo separadas por una pequeña distancia  $L$  se denomina *dipolo eléctrico*. Su intensidad y orientación se describen mediante el momento dipolar eléctrico, MDE,  $\vec{d}$  que es vector que apunta de la carga negativa a la positiva cuyo módulo es el producto  $q\vec{L}$ , ( $\vec{d}=q\vec{L}$ ) donde  $\vec{L}$  es un vector cuya dirección está en la carga negativa y su extremo en la carga positiva [27].

### 1.4.1 Dipolos eléctricos en campos eléctricos

Ciertos sistemas poseen momentos dipolares eléctricos permanentes debido a una distribución no uniforme de carga dentro del mismo. Por otra parte los sistemas no polares no poseen

momento dipolar eléctrico permanente. Sin embargo, todos los sistemas neutros contienen cantidades iguales de carga positiva y negativa y en presencia de un campo eléctrico externo  $\vec{E}$  pueden redistribuirse espacialmente, es decir, las cargas positivas se mueven en dirección de  $\vec{E}$  y las negativas en dirección opuesta. Es así que el sistema adquiere de este modo un momento dipolar inducido  $\vec{d}$  paralelo al campo eléctrico externo y se dice que está polarizado, es decir

$$\vec{d} = \alpha \vec{E}, \quad (1.1)$$

donde,  $\alpha$  es la constante de polarizabilidad, la cual se refiere a la facilidad con la que puede modificarse la distribución de carga en el sistema, y  $\vec{E}$  el campo eléctrico [28]. En el sistema internacional la constante de polarizabilidad tiene unidades de  $Cm^2 \cdot V^{-1} = A^2 \cdot s^4 \cdot Kg^{-1}$ , sin embargo, se piensa comúnmente como volumen de polarización y sus unidades son  $cm^3$  o  $\text{\AA}^3 = 10^{-24} cm^3$ , en consecuencia,

$$\alpha(cm^3) = \frac{10^6}{4\pi\epsilon_0} \alpha(Cm^2 \cdot V^{-1}). \quad (1.2)$$

Por lo tanto, el momento dipolar eléctrico se puede ver afectado por la presencia un campo eléctrico externo que actúa directamente sobre la polarización del sistema.

Experimentalmente el MDE en núcleos se determina al medir la frecuencia de precesión al aplicar un campo eléctrico externo  $\vec{E}$  en presencia de un campo magnético  $\vec{B}$  [29]. El MDE es un vector al cual si se le aplica el operador de paridad se obtiene su imagen especular. Es decir, que ocurre un cambio en su orientación en el espacio, dicho cambio se asocia con el momento angular del sistema  $j$  o con su espín. Provocando que el momento dipolar eléctrico se oriente de forma paralela o anti-paralela con las rotaciones del momento angular del sistema. Por lo tanto si el momento dipolar eléctrico es anti-paralelo al momento angular se origina una violación.

El MDE ha sido medido en sistemas con carga neutra, tales como el neutrón [30], átomos y moléculas [31–33], en los cuales ha sido posible medir la frecuencia de precesión al aplicar simultáneamente un campo magnético y eléctrico, o empleando técnicas como Ultracold Neutrons (UCN), donde, la energía cinética del sistema es suficientemente baja permitiendo confinar al sistema en un material y en recipientes magnéticos [34].

En sistemas como el neutrón que cumplen el principio de exclusión de Pauli es posible sólo considerar dos estados degenerados en la ausencia de un campo magnético, lo cual indica

que el número cuántico de espín es suficiente para describir el estado del neutrón, es así que si el neutrón presenta un momento dipolar eléctrico es posible conocerlo a partir del número cuántico de espín el cual involucra la presencia de un momento magnético  $\vec{\mu}$ . El momento magnético ( $\vec{\mu}$ ) es una propiedad intrínseca o fundamental de las partículas que se relaciona con el momento angular [10], siendo estos momentos intrínsecos los que dan lugar a fenómenos como la resonancia magnética nuclear [35].

La presencia de un MDE puede asociarse a la deformación de núcleos, como es el caso de los isótopos de  $^{220}\text{Rn}$  [36],  $^{224}\text{Ra}$  [36, 37],  $^{144}\text{Ba}$  [38], como consecuencia de la polarización de los mismos por la presencia de un campo eléctrico, por tanto, estos adoptan formas alargadas, oblato esferoidal, prolato esferoidal o forma de pera en casos más exóticos [37].

El MDE nuclear se obtiene de la contribución de: (1) el MDE intrínseco de los nucleones constituyentes, siendo este proporcional al espín del nucleón, y (2) CP-impar para polarizar todos los núcleos [39]. Por tanto el principio para medir un MDE en un sistema ha sido observar la precesión de espín bajo la presencia de un campo eléctrico [31], el cual se relaciona con el momento angular.

## 1.5 Momento angular

El momento angular es una propiedad física esencial en moléculas, átomos y espectroscopía nuclear; se considera que el momento angular juega un rol importante en dispersión y problemas de colisión, así como, la descripción de estados excitados. Por lo tanto, el concepto de momento angular tiene importantes generalizaciones en física de partículas, el isoespín en física nuclear, etc.

El momento angular es una magnitud vectorial que se relaciona con las rotaciones de los cuerpos. El momento angular  $\vec{L}$  de una partícula con respecto a su origen de coordenadas se define como, el producto vectorial de su vector de posición por su momento lineal [40]:

$$\vec{L} \equiv \vec{r} \times \vec{p}, \quad (1.3)$$

donde  $\vec{r}$  es el vector que va del origen hasta la posición instantánea del sistema y  $\vec{p}$  es el momento lineal del sistema ( $\vec{p} \equiv m\vec{v}$ ).

En mecánica cuántica es posible medir el **momento angular orbital**, que proviene del movimiento del sistema a través del espacio, así como, el **espín**, que es una propiedad intrínseca de muchos sistemas microscópicos [41].

En mecánica clásica, cuando el momento angular se conserva, cada una de sus tres componentes tiene un valor definido, sin embargo, en mecánica cuántica, cuando el operador del momento angular se conserva, sólo es posible especificar su magnitud  $\vec{L}^2$  y una de sus componentes, por conveniencia se toma la componente  $\vec{L}_z$ . El valor propio de  $\vec{L}^2$  es dado por  $\hbar^2 l(l+1)$  y el de su componente  $\vec{L}_z$  es  $m\hbar$ . Si  $l$  es un valor entero, entonces todos los valores de  $m$  son enteros, si todos los valores de  $l$  son semienteros, todos los valores de  $m$  son semienteros, por lo tanto, los valores permitidos de  $m$  para un valor dado de  $l$  son:

$$m_l = -l, l+1, \dots, l-1, l, \quad (1.4)$$

que corresponde a  $2l+1$  estados para  $l$ , para el ket  $|l, m\rangle$  en donde  $l$  es el número cuántico del momento angular y  $m_l$  se relaciona con el número cuántico magnético, por tanto el valor propio para  $\vec{L}^2$  es:

$$\vec{L}^2 |l, m\rangle = l(l+1)\hbar^2 |l, m\rangle, \quad (1.5)$$

y el valor esperado para su componente en  $\vec{L}_z$  para el estado  $|l, m\rangle$  es:

$$\vec{L}_z |l, m\rangle = m\hbar |l, m\rangle. \quad (1.6)$$

De forma análoga para el momento angular de espín, la medición de  $\vec{S}^2 = \vec{S} \cdot \vec{S}$  sólo puede regresar valores de la forma:

$$s(s+1)\hbar^2, \quad (1.7)$$

donde el espín  $s$  puede adoptar valores semienteros. Para un valor dado de  $s$ , una medición de  $\vec{S}_z$  nos devuelve  $m_s\hbar$ , donde  $m_s$  es un entero o semienteros en un rango de  $[-s, s]$ :

$$m_s = -s, s+1, \dots, s-1, s, \quad (1.8)$$

por tanto, se tiene  $(2s+1)$  estados.

En sistemas como el neutrón y el protón que están formados por quarks los cuales poseen momento angular, se tiene la contribución de más de un momento angular, por tanto es necesario

realizar la suma de los momentos angulares de los estados de cada partícula. Al acoplar dos momentos angulares arbitrarios se obtiene un valor entero o semientero que indica la interacción entre los momentos angulares del sistema. Donde el momento angular total se obtiene de  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$  y para sistemas donde se desea estudiar la combinación del espín de dos partículas, el espín total es dado por  $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$ . Por tanto, la combinación de  $j_1$  y  $j_2$  que se representa como la descomposición de  $|j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle$  dentro del estado del momento angular  $|j m\rangle$ , es decir,

$$|j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle = \sum_{j=|j_1-j_2|}^{(j_1+j_2)} C_{mm_1m_2}^{jj_1j_2} |j m\rangle, \quad (1.9)$$

donde  $m = m_1 + m_2$  y el número  $C_{mm_1m_2}^{jj_1j_2}$  se conoce como los coeficientes Clebsch-Gordon [42], los cuales dan la probabilidad de obtener los estados del momento angular, en consecuencia, si nosotros medimos el momento angular total en un sistema que consiste de la combinación de estados del momento angular es posible obtener sus respectivos coeficientes.

En sistemas compuestos por varias partículas como el neutrón, es de gran importancia considerar la interacción de los estados del sistema, para realizar el estudio de algunas propiedades físicas, como el MDE.

## 1.6 Nucleón

Los nucleones, quienes constituyen los núcleos, son de dos clases fundamentales: los protones y neutrones, los cuales son parte de los bariones [43, 44]. Ambos tienen espín 1/2, la masa del neutrón es  $939.566 \frac{MeV}{c^2}$  y  $938.272 \frac{MeV}{c^2}$  para el protón. La principal diferencia entre un protón y un neutrón son sus propiedades electromagnéticas: tales como, la carga y momento dipolar magnético. En consecuencia, dichas propiedades permiten diferenciar un protón de un neutrón.

### 1.6.1 Neutrón

El neutrón fue descubierto en 1932 por Sir James Chadwick, al bombardear diferentes átomos con partículas  $\alpha$  y observó que la radiación emitida consistía de partículas con masas casi iguales a las del protón pero que no tenían carga [45]. El neutrón es una partícula radioactiva que se transforma en un protón, una partícula  $\beta$  y un neutrino [46]. Por otra parte, el neutrón tiene momento angular intrínseco y espín de  $1/2$ , y a pesar de carecer de carga eléctrica el neutrón tiene un momento magnético igual a  $-1,91280 \pm 0.00009 \frac{e\hbar}{2Mc}$  [47], donde,  $e$  es la carga eléctrica,  $M$  la masa del protón y  $c$  la velocidad de la luz.

El neutrón es un barión, es decir, una partícula subatómica compuesta por tres quarks (partículas de espín  $1/2$ , constituyentes fundamentales de la materia), los cuales poseen sabor, un  $u$  (*up*) y dos  $d$  (*down*), éstos a su vez, tienen carga eléctrica de  $+2/3 e$  y  $-1/3 e$ , respectivamente [43], lo que le confiere la propiedad de ser neutro.

### 1.6.2 Protón

El descubrimiento del protón se atribuye a Ernest Rutherford, sin embargo, Eugene Goldstein dio evidencia en 1886, de la existencia del protón. El protón al igual que el neutrón es un barión y está formado por tres quarks, dos  $u$  (*up*) y un  $d$  (*down*). Debido a la distribución de carga de los quarks el protón tiene una carga de  $+1$  ( $1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ ), su momento magnético es  $2.79285 \frac{e\hbar}{2M_p}$  [44], además, el protón tiene un MDE  $\leq 1.3 \times 10^{-13} \text{ e cm}$  [48].

En los últimos años, se han realizado diferentes investigaciones en el neutrón, con la finalidad de detectar la presencia de una violación en la simetría de carga-paridad y a su vez determinar un MDE, con el propósito de explicar la asimetría bariónica del universo (BAU, por sus siglas en inglés) [49].

## Resultados y discusión

La presencia de un momento dipolar permanente en el neutrón implicaría una violación a la simetría de carga-paridad o de manera equivalente a la simetría de inversión temporal.

En este trabajo se analiza la posibilidad de que el neutrón presente un momento dipolar permanente como resultado de la violación de CP y de un momento dipolar inducido por la acción de un campo eléctrico externo. En otras palabras, desde un punto de vista mecánico cuántico no relativista se investigan las características que debe presentar el estado fundamental del neutrón para tener un momento dipolar en ausencia y en presencia de un campo eléctrico externo. Con este fin se siguen y extienden las ideas desarrolladas por Baym y col., [26].

En ausencia de una violación CP el neutrón no tiene momento dipolar permanente y su estado fundamental (representado por  $|\uparrow\rangle$ ) presenta simetría par. Como resultado de la violación de CP el estado fundamental del neutrón presentará un momento dipolar diferente de cero sólo si este estado presenta simetría impar. Por tal razón se requiere agregar una pequeña componente que corresponde a una mezcla de estados excitados de simetría impar que denotamos como  $|(t)\uparrow\rangle$ . Considerando lo anterior el estado fundamental del neutrón se escribe como:

$$|N\uparrow\rangle = |\uparrow\rangle + \eta|(t)\uparrow\rangle. \quad (2.1)$$

donde  $\eta$  es una constante real y positiva. Entonces,  $\eta$  es una constante cuyo valor determina la magnitud de la violación CP. Si no existe tal violación  $\eta$  toma valor de cero.

Una vez propuesto el estado fundamental del neutrón incluyendo una violación CP es posible

determinar el momento dipolar aplicando el operador correspondiente. Este estudio se hace en las secciones 2.1 y 2.2 donde se determina el momento dipolar permanente y en presencia de un campo externo respectivamente. En la sección 2.3 se determina la interacción del momento dipolar del neutrón con un campo eléctrico externo a través de una constante de fuerza, que llamaremos  $a$ . En la sección 2.4 se obtienen las funciones de onda para el estado fundamental ( $|\uparrow\rangle$ ) y los estados excitados del neutrón de simetría impar, que usamos para evaluar las expresiones de momento dipolar obtenidas en las secciones anteriores. Finalmente, en la sección 2.5 se muestra la relación que existe entre la constante de fuerza  $a$ , el parámetro  $\eta$  y el momento dipolar del sistema.

## 2.1 El sistema en ausencia de un campo eléctrico externo

En esta sección se hace la descripción de las ecuaciones para obtener un momento dipolar eléctrico en el neutrón, poniendo énfasis en el parámetro  $\eta$ , el cual se relaciona con la violación de la simetría de carga-paridad.

En ausencia de un campo eléctrico externo, el valor esperado del vector del momento dipolar eléctrico (representado por  $\langle \vec{d}_n \rangle$ ) para el estado inicial con violación de carga-paridad  $|N \uparrow\rangle$  del neutrón, está dado por:

$$\langle \vec{d}_n \rangle = e \langle N \uparrow | \vec{D} | N \uparrow \rangle. \quad (2.2)$$

Donde  $\vec{D}$  representa el operador del momento dipolar que actúa sobre el estado inicial del neutrón definido en la ecuación 2.1, si se sustituye el estado inicial  $|N \uparrow\rangle$  en la ecuación 2.2 del valor esperado del vector del momento dipolar eléctrico  $\langle \vec{d}_n \rangle$  y se realiza el desarrollo matemático

$$\begin{aligned} \langle \vec{d}_n \rangle &= e \left( \langle \uparrow(t) | \eta + \langle \uparrow | \right) \vec{D} \left( | \uparrow \rangle + \eta | (t) \uparrow \rangle \right) \\ &= e \left( \left( \langle \uparrow(t) | \eta + \langle \uparrow | \right) \left( \vec{D} | \uparrow \rangle + \eta \vec{D} | (t) \uparrow \rangle \right) \right) \\ &= e \left( \left( \langle \uparrow(t) | \eta \vec{D} | \uparrow \rangle + \langle \uparrow | \vec{D} | \uparrow \rangle + \langle \uparrow(t) | \eta^2 \vec{D} | (t) \uparrow \rangle + \langle \uparrow | \eta \vec{D} | (t) \uparrow \rangle \right) \right) \\ &= e \left( \eta \langle \uparrow(t) | \vec{D} | \uparrow \rangle + \langle \uparrow | \vec{D} | \uparrow \rangle + \eta^2 \langle \uparrow(t) | \vec{D} | (t) \uparrow \rangle + \eta \langle \uparrow | \vec{D} | (t) \uparrow \rangle \right). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Se observa (en la ecuación 2.3) que el término  $\langle \uparrow | \vec{D} | \uparrow \rangle$  se puede despreciar ya que la función de onda en el estado fundamental es de paridad par, en consecuencia, cuando el operador del momento dipolar actúa sobre el estado fundamental devuelve la misma función par, por tanto, el momento dipolar eléctrico en el estado fundamental es cero, como se propuso en un inicio. Por otro lado, al considerar que  $\eta$  es una pequeña perturbación que se induce sobre el sistema, se espera que su valor sea muy pequeño, por tal razón, los términos mayores a primer orden no se consideran ya que su contribución es muy pequeña, de modo que el valor esperado del momento dipolar eléctrico del neutrón se obtiene de la siguiente relación

$$\langle \vec{d}_n \rangle = e\eta \left( \langle \uparrow(t) | \vec{D} | \uparrow \rangle + c.c. \right). \quad (2.4)$$

El momento dipolar eléctrico ( $\langle \vec{d}_n \rangle$ ) que se obtiene (en la ecuación 2.4) proviene del producto interno entre la combinación lineal de estados excitados de paridad-impar  $|\uparrow(t)\rangle$  y el nuevo estado que se obtiene después de aplicar el operador de momento dipolar  $\vec{D}$  sobre el estado fundamental  $|\uparrow\rangle$  del neutrón. Además el valor esperado del momento dipolar eléctrico del neutrón también depende directamente de que ocurra en el sistema una violación de simetría carga-paridad (parámetro  $\eta$ ).

De acuerdo con el teorema de Wigner-Eckart (ver Apéndice A), si el operador de momento dipolar se orienta en la misma dirección del operador de espín en  $\hat{z}$ , el valor esperado del momento dipolar eléctrico debe alinearse a lo largo del valor esperado del momento angular dado por el espín en ausencia de un campo eléctrico externo, de manera que la ecuación 2.4 se reescribe como

$$\langle \vec{d}_n \rangle = d_n \hat{z} = e\eta \langle \uparrow | D_z | \uparrow \rangle \hat{z} + c.c.. \quad (2.5)$$

Cuando el campo eléctrico externo es nulo el operador de espín en la dirección  $\hat{z}$  es  $1/2$ , por tanto, el valor esperado del espín en la dirección de la componente en  $\hat{z}$  es:

$$\begin{aligned} \langle \vec{S} \rangle &= \langle N \uparrow | S_z | N \uparrow \rangle \\ &= S_z \langle N \uparrow | \uparrow N \rangle \\ &= S_z, \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde  $S_z = 1/2$ .

Cuando el operador del momento dipolar  $D_z$  actúa sobre el estado fundamental del neutrón

$|\uparrow\rangle$  éste se perturba y se transforma en un nuevo estado que se describe como la combinación lineal de todos los posibles estados de la proyecciones del espín de los quarks que forman al neutrón, es decir  $|\uparrow\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\uparrow\downarrow\rangle, |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle, |\downarrow\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\downarrow\rangle, |\downarrow\downarrow\uparrow\rangle, |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle, \dots$ , si sobre éste nuevo estado actúa el operador de espín  $1/2$  y se consideran sólo los estados de menor energía, se obtiene que el estado inicial del neutrón ahora es la combinación lineal de los estados con espín  $1/2$  y  $3/2$ . Para conocer la probabilidad de cada estado, fue necesario calcular los coeficientes de acoplamiento, dados por los coeficientes Clebsch-Gordan, al suponer que el operador del momento dipolar y de espín comparten la misma base y tienen la misma dirección en  $\hat{z}$ . En la siguiente sección se presenta el desarrollo para el cálculo de los coeficientes de acoplamiento.

### 2.1.1 Coeficientes Clebsch-Gordan

Para calcular los Coeficientes de acoplamiento o de Clebsch-Gordan se sigue el procedimiento dado por Luis De la Peña (ver Apéndice B) [42] para sistemas de dos partículas, donde proponemos una generalización del mismo para estudiar al neutrón que se conforma por tres quarks que tienen espín de  $1/2$ . Cuando el estado de espín de los quarks se perturba se pueden obtener los estados excitados de espín total  $1/2$  que tiene posibles proyecciones  $\pm 1/2$  y el estado excitado con espín total  $3/2$  con posibles proyecciones de  $\pm 3/2, \pm 1/2$ . Como el neutrón es un sistema formado por tres quarks hemos considerado que tiene un espín total  $3/2$ , es así que para construir el estado  $|\frac{3}{2} \frac{3}{2}\rangle$  (el cual se considera el estado excitado del neutrón) se combinan las proyecciones de  $m_1 = 1$ , y  $m_2 = 1/2$ , donde el número 1 se obtiene si la orientación del espín se encuentra en la misma dirección, resultando en la combinación de los siguientes estados

$$\begin{aligned} \left| \frac{3}{2} \frac{3}{2} \right\rangle &= |11\rangle \left| \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right\rangle \\ &= |11\rangle |+\rangle. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Para obtener el estado  $|\frac{3}{2} \frac{1}{2}\rangle$  se aplicó el operador de descenso  $\hat{J}_- = \hat{J}_{1-} + \hat{J}_{2-}$  sobre el estado  $|\frac{3}{2} \frac{3}{2}\rangle$ , y a cada uno de los estados que lo forman, como se muestra

$$\hat{J}_- \left| \frac{3}{2} \frac{3}{2} \right\rangle = C_{sm} \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = \left( \hat{J}_{1-} |11\rangle |+\rangle + |11\rangle \hat{J}_{2-} |+\rangle \right), \quad (2.8)$$

en donde,  $C_{sm}$  nos da los coeficientes de acoplamiento de la combinación de los estados de espín, a través de la siguiente relación, en la cual  $s$  es el espín total y  $m$  la proyección de espín

$$C_{sm} = \sqrt{\frac{1}{2}(s+m+1)(s-m)}. \quad (2.9)$$

Por tanto, para el estado  $\left|\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right\rangle$ , se tiene

$$\begin{aligned} \hat{J}_- \left|\frac{3}{2}\frac{3}{2}\right\rangle &= C_{\frac{3}{2}\frac{1}{2}} \left|\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right\rangle = \left(\hat{J}_{1-}|11\rangle\right)|+\rangle + |11\rangle\left(\hat{J}_{2-}|+\rangle\right) \\ \left|\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right\rangle &= \sqrt{\frac{2}{3}}|10\rangle|+\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}|11\rangle|-\rangle \end{aligned} \quad (2.10)$$

donde,  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  y  $\sqrt{\frac{1}{3}}$  son los coeficientes Clebsch-Gordan para el estado  $\left|\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right\rangle$ . Aplicando el operador de descenso ahora al estado  $\left|\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right\rangle$ , se obtiene

$$\begin{aligned} \hat{J}_- \left|\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right\rangle &= C_{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} \left|\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(C_{1,-1}|1-1\rangle|+\rangle + C_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}|10\rangle|-\rangle\right) \\ &\quad + \sqrt{\frac{1}{3}}|1-1\rangle(C_{10})|-\rangle + 0 \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}}|1-1\rangle|+\rangle + 2\sqrt{\frac{1}{3}}|10\rangle|-\rangle \end{aligned} \quad (2.11)$$

y ahora los coeficientes de acoplamiento para el estado  $\left|\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right\rangle$  son  $\sqrt{\frac{1}{3}}$  y  $\sqrt{\frac{2}{3}}$ , como se puede ver,

$$\left|\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}|1-1\rangle|+\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|10\rangle|-\rangle. \quad (2.12)$$

Finalmente, para el estado  $\left|\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\right\rangle$ , se obtiene

$$\left|\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\right\rangle = |1-1\rangle|-\rangle. \quad (2.13)$$

De tal forma, podemos obtener una representación general para los estados de espín total 1/2, obteniendo la siguiente combinación de estados

$$\begin{aligned} \left|\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right\rangle &= a|11\rangle|-\rangle + b|10\rangle|+\rangle \\ \left|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right\rangle &= c|10\rangle|-\rangle + d|1-1\rangle|+\rangle. \end{aligned} \quad (2.14)$$

De todos los posibles estados que se obtienen de  $\left|\frac{3}{2}\frac{3}{2}\right\rangle$  en la búsqueda de los coeficientes Clebsch-Gordan, sólo se considera el estado donde la proyección de espín es *up*. Por tanto, los coeficientes de acoplamiento para el estado  $\left|\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right\rangle$  son  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  y  $\sqrt{\frac{1}{3}}$ . En consecuencia, el estado que se

obtiene de aplicar el operador de momento dipolar sobre el estado fundamental es

$$D_z|\uparrow\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|(d)3/2\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}|(d)1/2\rangle. \quad (2.15)$$

Esto se debe a que el operador de momento perturba el estado fundamental del sistema, por lo que se obtiene un nuevo estado de espín 1/2. Este nuevo estado se indica con un signo negativo, por tanto 2.15 se reescribe como

$$D_z|\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{2}|(d)3/2\rangle - |(d)1/2\rangle). \quad (2.16)$$

Al normalizar la ecuación 2.16 se obtiene que el estado fundamental del neutrón tiene un momento dipolar implícito (representado por  $\langle\vec{D}^2\rangle^{1/2}$ ) en ausencia de un campo eléctrico externo, como se observa en la ecuación 2.17,

$$D_z|\uparrow\rangle = \frac{1}{3}\langle\vec{D}^2\rangle^{1/2}(\sqrt{2}|(d)3/2\rangle - |(d)1/2\rangle). \quad (2.17)$$

En la ecuación 2.5 se encontró que el valor esperado del momento dipolar eléctrico se obtiene del producto interno entre los estados excitados de paridad-impar y el nuevo estado resultado de aplicar el operador de momento dipolar sobre el estado fundamental ( $D_z|\uparrow\rangle$ ) ecuación 2.17. Si se sustituye 2.17 en 2.5, se encuentra que el valor esperado del momento dipolar eléctrico ( $\langle d_n \rangle$ ) está dado por la diferencia entre el producto interno de los estados excitados de paridad-impar con los estados propios que se obtienen de aplicar el operador de momento dipolar  $D_z$  sobre el estado fundamental del neutrón  $|\uparrow\rangle$ , así como del valor esperado del momento dipolar ( $\langle\vec{D}^2\rangle^{1/2}$ ) y del parámetro  $\eta$ , como se observa en la ecuación 2.18

$$\begin{aligned} \langle d_n \rangle &= e\eta \left( \langle\uparrow(t)|D_z|\uparrow\rangle + \langle\uparrow|D_z|\uparrow(t)\rangle \right) \\ &= \frac{e\eta}{3} \langle\vec{D}^2\rangle^{1/2} \left\langle \uparrow(t) \left| \left( \sqrt{2}|(d)3/2\rangle - |(d)1/2\rangle \right) \right. \right\rangle + c.c. \\ &= \frac{e\eta}{3} \langle\vec{D}^2\rangle^{1/2} \left( \sqrt{2}\langle\uparrow(t)|(d)3/2\rangle - \langle\uparrow(t)|(d)1/2\rangle \right) + c.c. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Si en la ecuación 2.18 se considera que la energía para el estado  $|(d)3/2\rangle$  es mayor que en el estado  $|(d)1/2\rangle$ , y que la contribución energética del inverso de la energía del estado  $|(d)3/2\rangle$  tiende a cero, permite despreciar dicho estado. Por lo que el momento dipolar eléctrico del neutrón está en función del producto interno de la combinación de estados excitados de paridad-impar  $|\uparrow(t)\rangle$  con el estado  $|(d)1/2\rangle$ , como se puede notar en la ecuación 2.19

$$\langle d_n \rangle = \frac{e\eta}{3} \langle\vec{D}^2\rangle^{1/2} \langle\uparrow(t)|(d)1/2\rangle + c.c.. \quad (2.19)$$

De 2.19 se puede inferir que el neutrón posee un momento dipolar eléctrico ( $\langle d_n \rangle$ ) en ausencia de un campo eléctrico externo. Es necesario resaltar que el momento dipolar eléctrico en el neutrón se obtiene de considerar sobre el sistema una perturbación y dicha perturbación en el sistema se relaciona con la constante  $\eta$ . Por lo que con base en el planteamiento propuesto inicialmente el momento dipolar eléctrico del neutrón surge como consecuencia de que en el neutrón exista una diferencia entre materia y antimateria, la cual está relacionada con el parámetro  $\eta$ .

## 2.2 El sistema en presencia de un campo eléctrico externo

En la sección anterior se encontró que en ausencia del un campo eléctrico exteno el neutrón tiene un momento dipolar eléctrico que depende directamente del parámetro  $\eta$ . Ahora bien, ¿qué le ocurre al sistema en presencia de un campo eléctrico externo? Si ahora suponemos que sobre el sistema actúa un campo eléctrico externo  $\vec{E}$ , es necesario definir un nuevo estado, el cual es la contribución del estado inicial del neutrón más el efecto del producto punto de los operadores de momento dipolar y de campo eléctrico  $\vec{D} \cdot \vec{E}$  sobre el estado inicial  $|N \uparrow\rangle$ , así como la proyección de los estados propios del momento dipolar en la dirección  $\hat{z}$ , es así que se tiene:

$$|(E)N \uparrow\rangle = |N \uparrow\rangle + e\nu\vec{D} \cdot \vec{E}|N \uparrow\rangle, \quad (2.20)$$

$e$  es la carga y  $\nu$  es el operador de proyección que conmuta con el momento angular, y se expresa como:

$$\nu = \sum_{k \neq \uparrow}^N \frac{|k\rangle\langle k|}{\omega_k}, \quad (2.21)$$

donde  $\omega_k$  representa la energía del estado excitado del neutrón  $|k\rangle$ , medido con respecto a su masa. En ausencia de la violación de simetría de carga-paridad el estado inicial del neutrón  $|N \uparrow\rangle$  ecuación 2.1, se reduce al estado fundamental del neutrón  $|\uparrow\rangle$ , por lo tanto, el estado  $|(E)N \uparrow\rangle$  se expresa como  $|\uparrow\rangle + e\nu\vec{D} \cdot \vec{E}|\uparrow\rangle$ . Ahora bien si el producto punto de los operadores  $\vec{D} \cdot \vec{E}$  actúa sobre el estado fundamental del neutrón  $|\uparrow\rangle$  se observa el efecto del operador de momento dipolar, y de campo eléctrico en el sistema.

### 2.2.1 Momento dipolar eléctrico total en el neutrón

Si suponemos que el momento dipolar eléctrico en el neutrón se obtiene de la existencia de una violación de simetría de carga-paridad (expresada por el parámetro  $\eta$ ) o por la presencia de un campo eléctrico externo que actúa en el sistema, es posible determinar un momento dipolar eléctrico total (al cual nos referiremos como  $\langle \vec{d}_{tot} \rangle$ ) consecuencia de ambos efectos en el sistema. Para determinar el momento dipolar eléctrico total en el neutrón, se planteó un tratamiento similar sobre el sistema al que se da en ausencia de un campo eléctrico externo, de forma que el  $\langle d_{tot} \rangle$  se obtiene de la siguiente ecuación:

$$\langle d_{tot} \rangle_i = e \langle (E)N \uparrow | D_i | (E)N \uparrow \rangle. \quad (2.22)$$

Si se sustituye la ecuación 2.20 que describe el estado del sistema por la presencia de un campo eléctrico externo  $| (E)N \uparrow \rangle$  en la ecuación del valor esperado del momento dipolar eléctrico total (2.22) se llega a la siguiente relación:

$$\begin{aligned} \langle d_{tot} \rangle_i &= e (\langle N \uparrow | + e \langle N \uparrow | \vec{D} \cdot \vec{E} \nu) D_i | N \uparrow \rangle + e \nu \vec{D} \cdot \vec{E} | N \uparrow \rangle) \\ &= e \left( \langle N \uparrow | + e \langle N \uparrow | \vec{D} \cdot \vec{E} \right) (D_i | N \uparrow \rangle + e D_i \nu \vec{D} \cdot \vec{E} | N \uparrow \rangle) \\ &= e \langle N \uparrow | D_i | N \uparrow \rangle + e^2 \langle N \uparrow | \vec{D} \cdot \vec{E} \nu D_i | N \uparrow \rangle + e^2 \langle N \uparrow | D_i \nu \vec{D} \cdot \vec{E} | N \uparrow \rangle \\ &\quad + e^3 \langle N \uparrow | \vec{D} \cdot \vec{E} \nu D_i \nu \vec{D} \cdot \vec{E} | N \uparrow \rangle. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Si escribimos el operador  $\vec{D} \cdot \vec{E}$  en notación indicial ( $D_i E_j$ ) y considerando que el campo eléctrico que actúa en el sistema es constantes es posible factorizar  $E_j$ , es decir:

$$\begin{aligned} \langle d_{tot} \rangle_i &= e \langle N \uparrow | D_i | N \uparrow \rangle + e^2 2 \langle N \uparrow | D_i \nu D_j E_j | N \uparrow \rangle \\ &\quad + e^3 \langle N \uparrow | D_j E_j \nu D_i \nu D_j E_j | N \uparrow \rangle \\ &= e \langle N \uparrow | D_i | N \uparrow \rangle + e^2 2 \langle N \uparrow | D_j \nu D_i | N \uparrow \rangle E_j \\ &\quad + e^3 \langle N \uparrow | D_j \nu D_i \nu D_j | N \uparrow \rangle E_j. \end{aligned} \quad (2.24)$$

En la ecuación 2.24 el término  $e \langle N \uparrow | D_i | N \uparrow \rangle$  corresponde al valor esperado del momento dipolar eléctrico  $\langle \vec{d}_n \rangle$  ecuación 2.2. El segundo término de 2.24 se conserva por que considera el efecto del campo electrico sobre el momento dipolar del sistema, provocando la polarización

del mismo. Los términos mayores a segundo orden se desprecian ya que consideran interacciones multipolares, para obtener:

$$\langle d_{tot} \rangle_i = e \langle N \uparrow | D_i | N \uparrow \rangle + e^2 2 \langle N \uparrow | D_j \nu D_i | N \uparrow \rangle E_j. \quad (2.25)$$

Si se sustituye en 2.25 el pimer término por  $d_n \hat{z}$  y en el segundo término el estado inicial del neutrón ecuación 2.1,

$$\begin{aligned} \langle d_{tot} \rangle_i &= d_n \hat{z} + e^2 2 \langle N \uparrow | D_i \nu D_j E_j | N \uparrow \rangle \\ &= d_n \hat{z} + e^2 2 \left( \langle \uparrow | + \eta \langle \uparrow | \right) D_j \nu D_i \left( | \uparrow \rangle \eta + | \uparrow \rangle \right) E_j \\ &= d_n \hat{z} + e^2 2 \left( \langle \uparrow | + \eta \langle \uparrow | \right) D_j \nu D_i \left( | \uparrow \rangle \eta + D_j \nu D_i | \uparrow \rangle \right) E_j \\ &= d_n \hat{z} + e^2 2 \left( \eta \langle \uparrow | D_j \nu D_i | \uparrow \rangle + \langle \uparrow | D_j \nu D_i | \uparrow \rangle \eta^2 + \langle \uparrow | D_j \nu D_i | \uparrow \rangle \right) \\ &\quad + \eta \langle \uparrow | D_j \nu D_i | \uparrow \rangle E_j. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Resulta que el momento dipolar eléctrico total se obtiene de considerar el  $\langle \vec{d}_n \rangle$  más la presencia de un campo eléctrico sobre el sistema. En la ecuación 2.26 los términos con  $\eta$  se desprecian ya que sólo se está considerando el efecto que el campo eléctrico produce en el estado fundamental del sistema

$$\langle d_{tot} \rangle_i = d_n \hat{z} + e^2 2 \langle \uparrow | D_j \nu D_i | \uparrow \rangle E_j. \quad (2.27)$$

De la ecuación anterior se obtiene la siguiente relación  $2e^2 \langle \uparrow | D_j \nu D_i | \uparrow \rangle$ , que llamaremos tensor de polarizabilidad, el cual se representa por  $\chi_{n,ij}$ , si  $\langle \uparrow | D_i \nu D_i | \uparrow \rangle = \delta_{ij}$  el tensor de polarizabilidad puede reescribir como  $\chi_{n,ii} = 2e^2 \langle \uparrow | D_i \nu D_i | \uparrow \rangle$ . El operador de momento dipolar ( $D_z$ ) se orienta en dirección de la componente en  $\hat{z}$ , por lo tanto,  $\chi_n$  se expresa como  $2e^2 \langle \uparrow | D_z \nu D_z | \uparrow \rangle$ . Además, suponemos que el campo eléctrico es paralero al momento dipolar en consecuencia  $\langle d_{tot} \rangle$  está dado por

$$\langle d_{tot} \rangle = d_n \hat{z} + e^2 2 \langle \uparrow | D_z \nu D_z | \uparrow \rangle E_z. \quad (2.28)$$

Entonces resulta que el momento dipolar eléctrico total ( $\langle \vec{d}_{tot} \rangle$ ) se obtiene de la contribución del momento dipolar eléctrico  $\langle \vec{d}_n \rangle$ , más un momento dipolar eléctrico inducido por la presencia del campo eléctrico que actúa sobre la constante de polarizabilidad del neutrón ( $\chi_n$ ) la cual

se estima es  $1.2 \times 10^{-3} \text{ fm}^3$  [50, 51]. En consecuencia se espera que la forma esférica del neutrón se modifique por la polarización del sistema.

$$\langle \vec{d}_{tot} \rangle = d_n \hat{z} + \chi_n E_z. \quad (2.29)$$

Por tanto, se encontró que el momento dipolar eléctrico total ( $\langle \vec{d}_{tot} \rangle$ ) está en función del valor de  $\eta$ , así como del efecto que se produce sobre la constante de polarizabilidad del neutrón por la presencia de un campo eléctrico externo, es decir,

$$\begin{aligned} \langle \vec{d}_{tot} \rangle &= d_n \hat{z} + \chi_n E_z \\ \langle \vec{d}_{tot} \rangle &= e\eta \langle \uparrow | D_z | \uparrow \rangle + \chi_n E_z. \end{aligned} \quad (2.30)$$

De acuerdo con la sección 2.1 al aplicar el operador de momento dipolar sobre el estado fundamental, se obtiene una combinación lineal de estados excitados del neutrón. Si se sustituye la ecuación 2.17 en la constante de polarizabilidad  $\chi_n$  ( $2e^2 \langle \uparrow | D_z \nu D_z | \uparrow \rangle$ ),

$$\begin{aligned} \chi_n &= 2e^2 \left( \left( \frac{1}{3} \langle \vec{D}^2 \rangle^{1/2} \sqrt{2} \langle 3/2(d) | - \langle 1/2(d) | \right) \nu \left( | (d) 3/2 \rangle \sqrt{2} - | (d) 1/2 \rangle \frac{1}{3} \langle \vec{D}^2 \rangle^{1/2} \right) \right) \\ &= \frac{2e^2}{9} \langle \vec{D}^2 \rangle \left( (\sqrt{2} \langle 3/2(d) | - \langle 1/2(d) |) (\nu | (d) 3/2 \rangle \sqrt{2}) - (\nu | (d) 1/2 \rangle) \right) \\ &= \frac{2e^2}{9} \langle \vec{D}^2 \rangle \left( 2 \langle 3/2(d) | \nu | (d) 3/2 \rangle - \langle 1/2(d) | \nu | (d) 3/2 \rangle \sqrt{2} - \sqrt{2} \langle 3/2(d) | \nu | (d) 1/2 \rangle \right. \\ &\quad \left. + \langle 1/2(d) | \nu | (d) 1/2 \rangle \right), \end{aligned} \quad (2.31)$$

y se desarrolla el operador de proyección  $\nu$  dado en la ecuación 2.21, para los estados excitados del neutrón que se obtienen de aplicar el operador del momento dipolar al estado fundamental, se tiene:

$$\begin{aligned} \chi_n &= \frac{2e^2}{9} \langle \vec{D}^2 \rangle \sum_{k \neq \uparrow}^N \left( 2 \langle 3/2(d) | \frac{|k\rangle \langle k|}{\omega_k} | (d) 3/2 \rangle - \langle 1/2(d) | \frac{|k\rangle \langle k|}{\omega_k} | (d) 3/2 \rangle \sqrt{2} \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{2} \langle 3/2(d) | \frac{|k\rangle \langle k|}{\omega_k} | (d) 1/2 \rangle + \langle 1/2(d) | \frac{|k\rangle \langle k|}{\omega_k} | (d) 1/2 \rangle \right). \end{aligned} \quad (2.32)$$

Donde los estados representados por  $|k\rangle$  corresponden a  $| (d) 1/2 \rangle$  y  $| (d) 3/2 \rangle$ , respectivamente y  $\omega_k$  se asocia con la energía de los estados excitados del neutrón  $|k\rangle$ , como se mencionó previamente, por lo tanto, la constante de polarizabilidad es el resultado de la suma de las energías de los estados excitados que se obtienen de aplicar el operador del momento dipolar ( $D_z$ ) sobre el

estado fundamental  $|\uparrow\rangle$ ,

$$\begin{aligned}
\chi_n = & \frac{2e^2}{9} \langle \vec{D}^2 \rangle \left( \frac{1}{\omega_{1/2}} \left( 2 \langle 3/2(d) | 1/2(d) \rangle \langle 1/2(d) | (d) 3/2 \rangle \right. \right. \\
& - \langle 1/2(d) | 1/2(d) \rangle \langle 1/2(d) | (d) 3/2 \rangle \sqrt{2} \\
& - \sqrt{2} \langle 3/2(d) | 1/2(d) \rangle \langle 1/2(d) | (d) 1/2 \rangle \\
& \left. \left. + \langle 1/2(d) | 1/2(d) \rangle \langle 1/2(d) | (d) 1/2 \rangle \right) \right) \\
& + \frac{1}{\omega_{3/2}} \left( 2 \langle 3/2(d) | (d) 3/2 \rangle \langle (d) 3/2 | (d) 3/2 \rangle \right. \\
& - \langle 3/2(d) | (d) 3/2 \rangle \langle (d) 3/2 | (d) 3/2 \rangle \sqrt{2} \\
& - \sqrt{2} \langle 3/2(d) | (d) 3/2 \rangle \langle (d) 3/2 | (d) 3/2 \rangle \\
& \left. \left. + \langle 3/2(d) | (d) 3/2 \rangle \langle (d) 3/2 | (d) 3/2 \rangle \right) \right). \tag{2.33}
\end{aligned}$$

Aplicando la condición de ortonormalidad a la combinación de estados de la ecuación 2.33, se obtiene:

$$\begin{aligned}
\chi_n = & \frac{2e^2}{9} \langle \vec{D}^2 \rangle \left( \frac{1}{\omega_{3/2}} 2 \langle 3/2(d) | (d) 3/2 \rangle \langle (d) 3/2 | (d) 3/2 \rangle \right. \\
& \left. + \frac{1}{\omega_{1/2}} \langle 1/2(d) | (d) 1/2 \rangle \langle (d) 1/2 | (d) 1/2 \rangle \right) \\
= & \frac{2e^2}{9} \langle \vec{D}^2 \rangle \left( \frac{1}{\omega_{3/2}} 2 \langle 3/2(d) | (d) 3/2 \rangle^2 + \frac{1}{\omega_{1/2}} \langle 1/2(d) | (d) 1/2 \rangle^2 \right). \tag{2.34}
\end{aligned}$$

La constante de polarización  $\chi_n$  depende de la suma del inverso de las energías de los estados excitados del neutrón que se obtienen de aplicar el operador de momento dipolar sobre el estado fundamental y del valor esperado del cuadrado del momento dipolar ( $\langle \vec{D}^2 \rangle$ ), de la siguiente forma:

$$\chi_n = 2e^2 \langle \uparrow | D_z \nu D_z | \uparrow \rangle = \frac{2e^2}{9} \langle \vec{D}^2 \rangle \left( \frac{1}{\omega_{1/2}} + \frac{2}{\omega_{3/2}} \right). \tag{2.35}$$

Entonces resulta que de la ecuación 2.35 es posible obtener el valor esperado del momento dipolar eléctrico ( $\langle \vec{D}^2 \rangle$ ) en el neutrón, a partir de conocer la energía de los estados excitados del neutrón.

El resultado de aplicar el campo eléctrico externo al sistema fue la polarización del mismo. La cual está dada por el reacomodo de los quarks dentro del sistema por la presencia del campo,

lo que puede provocar una deformación del neutrón. De modo que, al aplicar un campo eléctrico transversal al sistema, éste no produce necesariamente un momento dipolar paralelo al espín, es decir, que el momento dipolar puede tener una orientación diferente, originando una inversión en la dirección del espín del neutrón en la componente  $\hat{z}$ . La inversión del momento dipolar eléctrico causado por la presencia del campo eléctrico se asocia con la violación de la simetría de paridad. Además, la energía del sistema se conserva, es así que si se supone que la energía del estado  $|d\rangle_{3/2}$  es muy alta, al calcular el inverso de la misma se obtiene que su energía es casi cero lo cual permite que se pueda despreciar su contribución. En presencia de un campo eléctrico  $\vec{E}$  el estado del neutrón será puramente de espín  $(d)_{1/2}$ .

### **2.3 Modelo no relativista para la violación de simetría de carga-paridad**

Para comprender físicamente el momento dipolar eléctrico en el neutrón, se consideró un comportamiento fenomenológico, es decir, un modelo que relaciona las observaciones empíricas de fenómenos físicos con la teoría. Suponemos un sistema no relativista, esto es, que nuestro sistema no se mueve a la velocidad de la luz. En el modelo fenomenológico no relativista, el operador hamiltoniano provoca una perturbación en el estado fundamental del neutrón ( $|\uparrow\rangle$ ).

Como se propuso en la sección 2.1 para inducir un momento dipolar eléctrico diferente de cero en el neutrón es necesario perturbar al sistema, dicha perturbación está dada por la combinación lineal de estados excitados de paridad-impar ( $|(t)\uparrow\rangle$ ), con el propósito de obtener un momento dipolar eléctrico diferente de cero.

En el planteamiento del modelo fenomenológico, se propone que el sistema será perturbado por el operador hamiltoniano, el cual se constuye al considerar el efecto de la fuerza que se induce sobre el sistema por la presencia del campo eléctrico. La fuerza que actúa sobre el sistema se representa por la constante  $a$  la cual es real y positiva, y se estima que tiene un valor límite  $< 10^{-11} \text{ fm}^{-2}$  [26]. Dicho campo induce una rotación en la dirección del espín del neu-

trón, provocando una inversión en el momento dipolar eléctrico del mismo. El operador hamiltoniano también considera el producto punto de los operadores de espín y momento dipolar  $\vec{D} \cdot \vec{S}$ . El signo negativo en el operador hamiltoniano indica una fuerza de repulsión entre el momento dipolar y el campo eléctrico que actúa en el sistema, lo cual se relaciona con una violación de simetría de carga-paridad, es decir:

$$H_{CPV,N} = -a\vec{S} \cdot \vec{D}. \quad (2.36)$$

En ausencia de un campo eléctrico y magnético externo, el estado inicial del neutrón se definió (en la sección 2.1) como  $|N \uparrow\rangle = |\uparrow\rangle + \eta|(t) \uparrow\rangle$ . En donde  $|(t) \uparrow\rangle$  (es la combinación lineal de estados excitados de paridad-impar) es una perturbación al sistema. En el modelo fenomenológico el estado inicial del neutrón se reescribe como:

$$|N \uparrow\rangle = (1 + av\vec{S} \cdot \vec{D})|\uparrow\rangle, \quad (2.37)$$

donde el término  $av\vec{S} \cdot \vec{D}$  aplicado al estado fundamental  $|\uparrow\rangle$  se relaciona con la combinación lineal de estados excitados de paridad-impar del neutrón, que inicialmente se representaron como  $|(t) \uparrow\rangle$  multiplicados por  $\eta$ , de modo que podemos combinar dichas expresiones y plantear la siguiente:

$$\eta|(t) \uparrow\rangle = av\vec{S} \cdot \vec{D}|\uparrow\rangle. \quad (2.38)$$

Sustituyendo la combinación de estados excitados del neutrón dados por la ecuación 2.38 en la ecuación 2.2 del momento dipolar eléctrico ( $\langle \vec{d}_n \rangle = e\langle N \uparrow | \vec{D} | N \uparrow \rangle$ ), se tiene:

$$\begin{aligned} \langle \vec{d}_n \rangle &= e\left(\langle \uparrow | \left(1 + av\vec{S} \cdot \vec{D}\right) \vec{D} \left(1 + av\vec{S} \cdot \vec{D}\right) | \uparrow \rangle\right) \\ &= e\left(\langle \uparrow | \left(1 + av\vec{S} \cdot \vec{D}\right) \vec{D} | \uparrow \rangle + a\vec{D}v\vec{S} \cdot \vec{D} | \uparrow \rangle\right) \\ &= e\left(\langle \uparrow | \vec{D} | \uparrow \rangle + a\langle \uparrow | \vec{S} \cdot \vec{D}v\vec{D} | \uparrow \rangle + a\langle \uparrow | \vec{D}v\vec{S} \cdot \vec{D} | \uparrow \rangle\right. \\ &\quad \left. + a^2\langle \uparrow | (\vec{S} \cdot \vec{D}v)\vec{D}(v\vec{S} \cdot \vec{D}) | \uparrow \rangle\right). \end{aligned} \quad (2.39)$$

En la ecuación 2.39, sólo se considera el parámetro  $a$  a primer orden, debido a que su valor límite es  $< 10^{-11} \text{ fm}^{-2}$  [26], y se espera que el parámetro  $\eta$  sea menor o igual a este valor, en consecuencia los órdenes mayores tendrían sobre el sistema una contribución menor, por tanto, el momento dipolar eléctrico permanente del neutrón, está dado por,

$$\begin{aligned} \langle \vec{d}_n \rangle &= e\left\{a\langle \uparrow | \vec{D} \cdot \vec{S}v\vec{D} | \uparrow \rangle + a\langle \uparrow | \vec{D}v\vec{S} \cdot \vec{D} | \uparrow \rangle\right\} \\ &= ea\left\{\langle \uparrow | \vec{D}v\vec{S} \cdot \vec{D} | \uparrow \rangle + c.c.\right\}. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Cuando el producto de operadores  $\vec{S} \cdot \vec{D}$  actúa sobre el estado fundamental  $|\uparrow\rangle$ , el operador del momento dipolar provoca un nuevo estado y un cambio en la fase del espín, la cual se representa por la aparición de un signo negativo. El nuevo estado se considera que tiene paridad impar, es decir, su orientación en el espacio cambia. Este cambio se puede expresar de manera parecida a la ecuación 2.17 con la diferencia de que sólo se toma en cuenta el primer estado excitado  $|(d)1/2\rangle$ . Además, cuando el operador de espín se aplica al nuevo estado se obtiene la proyección de espín, esto es:

$$\vec{S} \cdot \vec{D}|\uparrow\rangle = -\frac{1}{2}\langle\vec{D}^2\rangle^{1/2}|(d)1/2\uparrow\rangle. \quad (2.41)$$

Al sustituir la ecuación 2.41 en la ecuación del momento dipolar eléctrico permanente 2.40, se obtiene

$$\begin{aligned} \langle\vec{d}_n\rangle &= ea\langle\uparrow|\vec{D}\nu\vec{S}\cdot\vec{D}|\uparrow\rangle \\ &= \frac{1}{2}\langle\vec{D}^2\rangle^{1/2}\langle\uparrow|\vec{D}\nu|(d)1/2\uparrow\rangle, \end{aligned} \quad (2.42)$$

donde se observa que el operador de momento dipolar actúa sobre el estado fundamental del neutrón y de acuerdo con la ecuación 2.17 se obtiene la combinación lineal de los estados excitados  $|(d)1/2\rangle$  y  $|(d)3/2\rangle$  ( $\vec{D}|\uparrow\rangle = \frac{1}{3}\langle\vec{D}^2\rangle^{1/2}(\sqrt{2}|(d)3/2\rangle - |(d)1/2\rangle)$ ). Por lo tanto al sustituir la ecuación 2.17 en la ecuación 2.42, se obtiene:

$$\begin{aligned} \langle\vec{d}_n\rangle &= ea\left(\frac{1}{6}\langle\vec{D}^2\rangle(\sqrt{2}\langle 3/2(d)| - \langle(d)1/2|)\nu|(d)1/2\uparrow\rangle\right) \\ &= \frac{ae}{6}\langle\vec{D}^2\rangle\left(\langle 3/2(d)|\nu|(d)1/2\uparrow\rangle\sqrt{2} - \langle(d)1/2|\nu|(d)1/2\uparrow\rangle\right) \\ &= \frac{ae}{6\omega_k}\langle\vec{D}^2\rangle\left(\langle 3/2(d)|k\rangle\langle k|(d)1/2\uparrow\rangle\sqrt{2} - \langle(d)1/2|k\rangle\langle k|(d)1/2\uparrow\rangle\right). \end{aligned} \quad (2.43)$$

Con este resultado, se pudo notar en la ecuación 2.43 que el momento dipolar eléctrico está en función de la combinación lineal de los estados excitados del neutrón y del producto interno con sus proyecciones, despreciando el estado  $|(d)3/2\rangle$  por ser un estado de alta energía, sólo se considera la energía del estado  $|(d)1/2\rangle$  representado por  $\omega_K$  y por consiguiente su proyección para el primer estado excitado  $|k\rangle$ . Sustituyendo el primer estado excitado y considerando que

los estados son ortonormales, se obtiene:

$$\begin{aligned}
\langle \vec{d}_n \rangle &= \frac{ae}{6\omega_{1/2}} \langle \vec{D}^2 \rangle \left( \langle (3/2)(d) | (d)1/2 \rangle \langle (d)1/2 | (d)1/2 \uparrow \rangle \sqrt{2} \right. \\
&\quad \left. - \langle (d)1/2 | (d)1/2 \rangle \langle 1/2(d) | (d)1/2 \uparrow \rangle | (d)1/2 \uparrow \rangle + c.c \right) \\
&= \frac{ae}{3\omega_{1/2}} \langle \vec{D}^2 \rangle \left( \langle (d)1/2 | 1/2(d) \rangle^2 \right) \\
&= \frac{ae \langle \vec{D}^2 \rangle}{3\omega_{1/2}}.
\end{aligned} \tag{2.44}$$

De la ecuación 2.44, se puede observar que el momento dipolar eléctrico está en función de la constante de fuerza  $a$ , del cuadrado del valor esperado del momento dipolar  $\langle \vec{D}^2 \rangle$ , la carga  $e$  y de la energía del primer estado excitado  $\omega_{1/2}$ .

Para relacionar el modelo fenomenológico con la presencia de una violación de simetría de carga-paridad se combinó la ecuación 2.38 (que contiene la constante  $\eta$  y la combinación lineal de estados excitados de paridad-impar del neutrón) con el efecto que causa el producto de los operadores  $\vec{S} \cdot \vec{D}$  sobre el estado fundamental del neutrón  $|\uparrow\rangle$  dado en la ecuación 2.41, es decir:

$$\begin{aligned}
\eta | (t) \uparrow \rangle &= av \vec{S} \cdot \vec{D} | \uparrow \rangle \\
\eta | (t) \uparrow \rangle &= \frac{a}{2} \langle \vec{D}^2 \rangle^{1/2} v | (d)1/2 \uparrow \rangle.
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Multiplicando ambos lados de la ecuación de la ecuación 2.45 por el complejo conjugado de  $| (t) \uparrow \rangle$ , de la forma:

$$\begin{aligned}
\eta | (t) \uparrow \rangle &= \frac{a}{2} \langle \vec{D}^2 \rangle^{1/2} v | (d)1/2 \uparrow \rangle \\
\eta \langle \uparrow (t) | (t) \uparrow \rangle &= \frac{a}{2} \langle \vec{D}^2 \rangle^{1/2} \langle \uparrow (t) | v | (d)1/2 \uparrow \rangle,
\end{aligned} \tag{2.46}$$

se obtiene que  $\eta$  depende directamente de la combinación lineal de los estados excitados de paridad-impar del neutrón con el primer estado excitado del sistema y donde la constante de fuerza  $a$  surge de manera natural al incluir el momento dipolar del neutrón. Es así, que para que se produzca una violación en el sistema deberá de existir una fuerza que induzca un cambio en la fase del espín, este cambio está dado por el producto interno de los estados excitados, como

se observa a continuación:

$$\eta = \frac{a}{2} \langle \vec{D}^2 \rangle^{1/2} \langle \uparrow (t) | \nu | (d) 1/2 \uparrow \rangle, \quad (2.47)$$

en donde  $\eta$  es directamente proporcional a la constante de fuerza  $a$  del campo eléctrico que actúa sobre el sistema, en consecuencia se espera que  $\eta$  sea menor que la constante de fuerza  $a$ . Entonces,  $a$  es la fuerza que perturba al sistema y esta relacionada con  $\eta$  y el valor esperado del momento dipolar ( $\langle \vec{D}^2 \rangle^{1/2}$ ).

## 2.4 Función de onda del neutrón

En las secciones anteriores hemos visto que es posible conocer un momento dipolar eléctrico en el neutrón, sin embargo, para poder determinarlo es necesario conocer la forma de la función de onda del neutrón para poder describir el comportamiento del sistema en presencia de un campo eléctrico externo, así, como por la violación de la simetría de carga-paridad. En esta sección nos dimos a la tarea de proponer una función de onda para el neutrón con la finalidad de aplicar las ecuaciones estudiadas previamente y encontrar si existe una relación entre la constante  $\eta$  (la cual se relaciona con la violación de simetría de carga-paridad), y el efecto que causa la presencia de un campo eléctrico externo sobre la constante de polarizabilidad en el momento dipolar eléctrico del neutrón.

La función de onda para un barión se obtiene de la combinación de los estados de sus quarks, por tanto, la función de onda de los quarks de un neutrón es:

$$|n\rangle = |udd\rangle, \quad (2.48)$$

y similarmente para el protón es:

$$|p\rangle = |uud\rangle. \quad (2.49)$$

Ambos son estados del nucleón y tiene espín de  $1/2$ , por lo tanto, para diferenciar un protón de un neutrón es necesario considerar su isospín, el cual se comporta de manera similar al espín. El isospín de ambas especies es de  $1/2$  y la proyección del isospín es  $\pm 1/2$  según se trate de un quark tipo up o down, de modo que, el protón tiene proyección de isospín de  $1/2$  y el neutrón

de  $-1/2$ . Para diferenciar una especie de otra se debe considerar su isospín y la proyección de isospín [43], de la forma:

$$|I, I_0\rangle, \quad (2.50)$$

donde  $I$  representa el isospín e  $I_0$  la proyección de isospín. El isospín de la función de onda del neutrón es dada por la suma de cada quark. Esto es idéntico a la regla de adición para el momento angular (ver Apéndice B), de manera que, el estado del neutrón es

$$|I = 1/2, I_0 = -1/2\rangle. \quad (2.51)$$

Por ejemplo, para tres quarks  $d$  (down), se tiene el siguiente estado:

$$ddd \equiv \left| \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle, \quad (2.52)$$

y si sobre éste estado se aplican los operadores escalera de ascenso o descenso de isospín,

$$T_{\pm}|I, I_3\rangle = \sqrt{I(I+1) - I_3(I_3 \pm 1)}|I, I_3 \pm 1\rangle, \quad (2.53)$$

se obtienen todos sus posibles estados. En la ecuación 2.53  $I_3 = 1/2(N_u - N_d)$  es la suma de las proyecciones y  $N_u$  y  $N_d$  son el número de quarks  $up$  y  $down$  respectivamente. Los posibles estados son:

$$\begin{aligned} T_+ \left| \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle &= T_+(ddd) = (T_+d)dd + d(T_+d)d + dd(T_+d) \\ \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(udd + dud + ddu) \\ T_+ \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}T_+(udd + dud + ddu) \\ \left| \frac{3}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(uud + udu + duu) \\ T_+ \left| \frac{3}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}T_+(uud + udu + duu) \\ \left| \frac{3}{2}, +\frac{3}{2} \right\rangle &= uuu \end{aligned} \quad (2.54)$$

En general la función de onda de un barión de acuerdo con Griffiths [8], está dada por el producto de una parte espacial, que describe la posición de los quarks. La parte de espín, que representa el espín de los quarks. La componente de sabor, que indica la combinación de los quarks; y el término de color que especifica el color de los quarks:

$$\psi = \psi(\text{espacial})\psi(\text{espín})\psi(\text{sabor})\psi(\text{color}). \quad (2.55)$$

En un modelo clásico, los quarks son simétricos en la parte espacial ( $\psi(espacial)$ ) de la función de onda, ya que  $l = 0$ , por esta razón, la contribución del movimiento orbital y espacial pueden ser ignoradas. En la parte de espín ( $\psi(espín)$ ), el estado de espín puede ser completamente simétrico ( $I_0 = 3/2$ ) o de simétrica combinada ( $I_0 = 1/2$ ). Los factores ( $\psi(sabor)$ ) y ( $\psi(color)$ ) incluyen todas las posibles combinaciones de la propiedad respectiva. De esta forma la función de onda de un barión se construye considerando sólo la contribución de espín y sabor:

$$\psi = \psi(espín)\psi(sabor). \quad (2.56)$$

La función de onda de espín se obtiene de igual forma que la función de onda de sabor de los quarks, sólo que ahora se considera la orientación del espín y se aplican los operadores de escalera de espín ( $S_{\pm}|s, m_l\rangle = \sqrt{(s \pm m_l)(s \pm m_l + 1)}|s, m_s \pm 1\rangle$ ) para el estado  $|\frac{3}{2}, +\frac{3}{2}\rangle$ :

$$\begin{aligned} \left|\frac{3}{2}, +\frac{3}{2}\right\rangle &= |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle \\ \left|\frac{3}{2}, +\frac{1}{2}\right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle + |\downarrow\uparrow\uparrow\rangle) \\ \left|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|\downarrow\downarrow\uparrow\rangle + |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\downarrow\rangle) \\ \left|\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\rangle &= |\downarrow\downarrow\downarrow\rangle \end{aligned} \quad (2.57)$$

Como se ha mencionado previamente, el neutrón y el protón son formas diferentes del nucleón, si se obtiene la función de onda de alguno de los dos, es posible conocer la función de onda del otro.

De acuerdo con Simonov y col., [52] la función de onda totalmente simétrica para el protón es,

$$\begin{aligned} \Psi_{symm}^P &= N' \left\{ \frac{2}{3} [u_+(1)d_-(2) + d_-(1)u_+(2)]u_+(3) \right. \\ &\quad - \frac{1}{3} [d_+(1)u_-(2) + u_-(1)d_+(2)]u_+(3) \\ &\quad - \frac{1}{3} [u_+(1)u_-(2) + u_-(1)u_+(2)]d_+(3) \\ &\quad - \frac{1}{3} [u_+(1)d_+(2) + d_+(1)u_+(2)]u_-(3) \\ &\quad \left. + \frac{2}{3} u_+(1)u_+(2)d_-(3) \right\}, \end{aligned} \quad (2.58)$$

donde  $N' = 1/\sqrt{2}$  y el subíndice  $\pm$  se refiere a la proyección de espín. De forma similar, al reem-

plazar  $u \rightarrow d$ , se obtiene la función de onda del neutrón:

$$\begin{aligned} \Psi_{symm}^N = N' & \left\{ \frac{2}{3}[d_+(1)u_-(2) + u_-(1)d_+(2)]d_+(3) \right. \\ & - \frac{1}{3}[u_+(1)d_-(2) + d_-(1)u_+(2)]d_+(3) \\ & - \frac{1}{3}[d_+(1)d_-(2) + d_-(1)d_+(2)]d_+(3) \\ & - \frac{1}{3}[d_+(1)u_+(2) + u_+(1)d_+(2)]d_-(3) \\ & \left. + \frac{2}{3}d_+(1)d_+(2)u_-(3) \right\}. \end{aligned} \quad (2.59)$$

De las ecuaciones 2.58 y 2.59, se pueden obtener los elementos de matriz del operador  $\sigma_z$  (matriz de Pauli), al considerar la carga  $e$  de cada quark y la función de onda de espín, para obtener:

$$\langle \Psi_{symm}^P | e_q^{(1)} \sigma_z^{(1)} | \Psi_{symm}^P \rangle = \frac{1}{3}e, \quad (2.60)$$

y

$$\langle \Psi_{symm}^N | e_q^{(1)} \sigma_z^{(1)} | \Psi_{symm}^N \rangle = -\frac{2}{3}e. \quad (2.61)$$

Si se considera que no hay interacción entre los quarks y por tanto que son independientes entre si, es posible aplicar el operador  $\sigma_z$  a cualquiera de ellos y obtener el mismo resultado.

De las relaciones anteriores se puede obtener el momento dipolar magnético para el barión, el cual está dado por el momento dipolar intrínseco del quark y también de la orientación del espín de cada quark. El momento dipolar magnético se obtiene de la siguiente relación,

$$\frac{\mu^{(n)}}{\mu^{(p)}} = -\frac{2}{3}, \quad (2.62)$$

el cual se aproxima bien al valor experimental, **0.68497954 ± 0.00000058** [8].

Al combinar los diferentes estados de sabor de los quarks, isospín y espín, se obtienen las siguientes funciones de onda para los estados de espín  $\pm 1/2$  y  $3/2$  del neutrón:

1. espín:  $1/2$ ; isospín total:  $1/2$ ; isospín para los tres quarks:  $-1/2$ ;

$$\begin{aligned} |\uparrow\rangle = & -\frac{1}{6\sqrt{2}}(2ddu - udd - dud)(2\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) \\ & + \frac{3}{2\sqrt{2}}(dud - udd)(\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow). \end{aligned} \quad (2.63)$$

2. espín: -1/2; isospín total: 1/2; isospín para los tres quarks: -1/2;

$$|\downarrow\rangle = -\frac{1}{6\sqrt{2}}(2ddu - udd - dud)(2\downarrow\downarrow\uparrow - \uparrow\downarrow\downarrow - \downarrow\uparrow\downarrow) + \frac{3}{2\sqrt{2}}(udd - dud)(\downarrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\downarrow). \quad (2.64)$$

3. espín: 3/2; isospín total: 1/2; isospín para los tres quarks: -1/2;

$$|\uparrow(3/2)\rangle = -\frac{1}{6\sqrt{2}}(2ddu - udd - dud)(\uparrow\uparrow\uparrow) + \frac{3}{2\sqrt{2}}(udd - dud)(\uparrow\uparrow\uparrow). \quad (2.65)$$

las cuales son la combinación de la parte simétrica (1/2) y anti-simétrica (1/2) de los estados de espín y sabor.

Las funciones de onda propuestas por nosotros ecuaciones 2.63 y 2.65 fueron evaluadas en la ecuación 2.59, sustituyendo el operador  $\sigma_z$  por el operador de espín  $S_z$ . Al realizar las operaciones se obtuvo el mismo valor para la función de onda del neutrón de espín 1/2, con lo cual se corroboró que era correcta nuestra función de onda. Para el caso de espín 3/2, se obtuvo el valor de  $-1/18$ , el cual es múltiplo del estado de 1/2 de espín, por tanto, si se realiza la misma operación para diferentes estados de espín se espera obtener múltiplos del estado inicial.

## 2.5 Relación entre $a$ y $\eta$

En esta sección utilizamos algunas de las ecuaciones obtenidas en las secciones previas y la función de onda del neutrón (ecuación 2.64) para establecer la conexión que existe entre la violación de simetría de carga-paridad dada por el parámetro  $\eta$  y la constante de fuerza  $a$ .

Cuando el campo externo actúa sobre el espín del neutrón el efecto que tiene sobre el estado base del neutrón será equivalente a la componente antisimétrica necesaria para incluir

la violación CP. Para simplificar consideramos que el campo está orientado en la dirección del momento de espín, es decir

$$\eta|t\rangle \uparrow\rangle = -avS_z D_z | \uparrow\rangle. \quad (2.66)$$

Usando la ecuación 2.17 y considerando sólo el estado de menor energía obtenemos que el lado izquierdo de la ecuación 2.66 se transforma en

$$D_z | \uparrow\rangle = -\frac{1}{3} \langle \vec{D}_z^2 \rangle^{\frac{1}{2}} (|(d)1/2\rangle). \quad (2.67)$$

El nuevo estado  $(|(d)1/2\rangle)$  está dado por la función de onda de espín, en términos de los quarks,  $-1/2 | \downarrow\rangle$  (ecuación 2.64), que tiene una parte de espín simétrica y una anti-simétrica.

$$\begin{aligned} | \downarrow\rangle &= -\frac{1}{6\sqrt{2}}(2ddu - udd - dud)(2\downarrow\downarrow\uparrow - \uparrow\downarrow\downarrow - \downarrow\uparrow\downarrow) \\ &\quad + \frac{3}{2\sqrt{2}}(udd - dud)(\downarrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\downarrow). \end{aligned}$$

Al aplicar el operador de momento dipolar ( $D_z$ ) sobre el estado fundamental ( $| \uparrow\rangle$ ) del neutrón, se obtiene el estado  $(|(d)1/2\rangle)$ . Este estado cambia la fase de espín, dicho cambio se identifica por la aparición de un relativo signo negativo, el cual se relaciona con la violación de la simetría de paridad, es decir:

$$D_z | \uparrow\rangle = -\frac{1}{3} \langle \vec{D}_z^2 \rangle^{\frac{1}{2}} (|(d)1/2\rangle). \quad (2.68)$$

La función de onda del nuevo estado del neutrón  $(|(d)1/2\rangle)$  es la combinación de estados de espín con paridad par más la combinación de estados de espín con paridad impar. Este nuevo estado  $(|(d)1/2\rangle)$  se ha considerado que es el primer estado excitado del neutrón. En la función de onda total de este nuevo estado es posible despreciar la función de onda de espín de paridad par al suponer que no provoca sobre el sistema una violación de simetría de carga-paridad, por lo tanto, el operador de espín ( $S_z$ ) sólo opera sobre la función de onda de espín con paridad impar.

Al aplicar el operador de momento dipolar  $D_z$  al estado fundamental  $|\uparrow\rangle$  se obtiene:

$$\begin{aligned}
S_z D_z |\uparrow\rangle &= -S_z |\downarrow\rangle \\
S_z D_z |\uparrow\rangle &= -S_z \left\{ -\frac{1}{6\sqrt{2}}(2ddu - udd - dud)(2\downarrow\downarrow\uparrow - \uparrow\downarrow\downarrow - \downarrow\uparrow\downarrow) \right. \\
&\quad \left. + \frac{3}{2\sqrt{2}}(udd - dud)(\downarrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\downarrow) \right\}. \tag{2.69}
\end{aligned}$$

Posteriormente se aplica el operador de espín ( $S_z$ ) sobre la función de espín de paridad-impar (anti-simétrica). Siguiendo el siguiente procedimiento, el operador de espín  $S_z$  actúa sobre la proyección del espín de cada quark y posteriormente se realiza la suma de las proyecciones de los estados de espín para cada quark tomando el valor absoluto, es decir:

$$\frac{1}{2} D_z |\uparrow\rangle = -\sum_1^n \left| \pm \frac{1}{2} \left\{ \frac{3}{2\sqrt{2}}(udd - dud)(\downarrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\downarrow) \right\} \right|. \tag{2.70}$$

De acuerdo con la ecuación 2.41, la violación de simetría de carga-paridad depende sólo del primer estado excitado del neutrón ya que el estado excitado para 3/2 se desprecia como ya se menciona en la sección 2.1. Al sustituir la ecuación 2.68 (en la que el operador de momento dipolar actúa sobre el estado fundamental del neutrón ( $D_z |\uparrow\rangle$ ) en la ecuación 2.70, se obtiene:

$$\begin{aligned}
S_z D_z |\uparrow\rangle &= -\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\langle \vec{D}_z^2 \rangle^{\frac{1}{2}} |(d)1/2\rangle \\
&= -\frac{1}{6}\langle \vec{D}_z^2 \rangle^{\frac{1}{2}} |(d)1/2\rangle, \tag{2.71}
\end{aligned}$$

donde el valor de 1/6 se relaciona con el desplazamiento del espín sobre el eje en  $\hat{z}$  por la presencia del momento dipolar en el sistema.

Para relacionar la constante de fuerza del campo eléctrico,  $a$ , con la violación de la simetría de carga-paridad, dada por  $\eta$ , se sustituye la ecuación 2.71 en  $\eta|(t)\uparrow\rangle = -avS_z D_z |\uparrow\rangle$ , se obtiene que  $\eta$  depende paramétricamente de la constante  $a$ , así como del operador de proyección  $v$  y del valor esperado del momento dipolar, de la forma:

$$\eta|(t)\uparrow\rangle = -\frac{av}{6}\langle \vec{D}_z^2 \rangle^{\frac{1}{2}} |(d)1/2\rangle. \tag{2.72}$$

Por lo tanto, si se desarrolla el operador  $v$  dado por la ecuación 2.21, sólo para el primer estado

excitado del neutrón denotado por  $|(d)1/2\rangle$ , se observa que existe una relación entre la constante  $\eta$  y el parametro  $a$ , pese a que se hayan determinado en contextos diferentes, es así que:

$$\begin{aligned}\eta|(t) \uparrow\rangle &= \frac{a\langle\vec{D}_z^2\rangle^{1/2}}{(6)(\omega_{1/2})}|(d)1/2\rangle\langle 1/2(d)|1/2(d)\rangle \\ &= \frac{a\langle\vec{D}_z^2\rangle^{1/2}}{(6)(\omega_{1/2})}|(d)1/2\rangle.\end{aligned}\quad (2.73)$$

Al multiplicar 2.73 por su complejo conjugado, se encuentra que el parámetro  $\eta$  está en función de la constante de fuerza  $a$  y del valor esperado del momento dipolar eléctrico, así como del inverso de la energía del primer estado excitado, que experimentalmente se ha estimado que para  $1/\omega_{1/2} \sim 1/3$  fm, es así que:

$$\eta^2 = \frac{a^2\langle\vec{D}_z^2\rangle}{(6 \times 3)^2}.\quad (2.74)$$

Si se despeja la constante de fuerza del campo eléctrico  $a$  se encuentra que ésta depende directamente del parámetro  $\eta$  e inversamente de la raíz cuadrada del valor esperado del momento dipolar, es decir, que físicamente es posible inducir una violación de CP como consecuencia de aplicar un campo eléctrico externo, el cual puede polarizar el sistema.

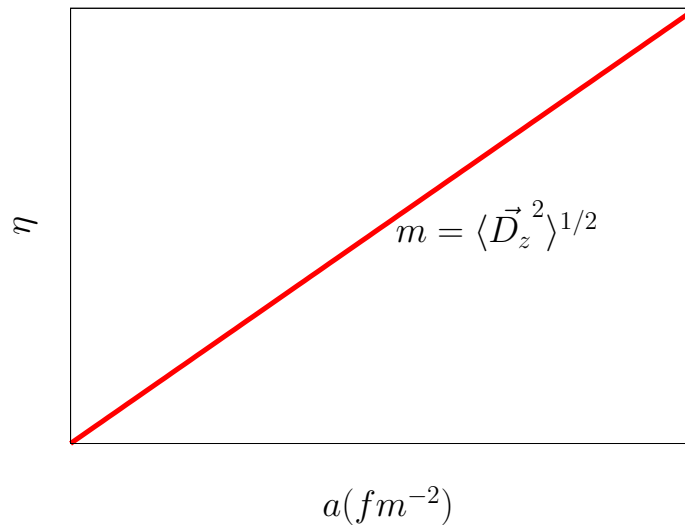
Por lo tanto ambos parámetros se relacionan de forma sencilla a partir de una ecuación de primer orden entre la constante de fuerza,  $a$ , y la constante de violación de simetría de carga-paridad,  $\eta$ :

$$a = \frac{\eta(18)}{\langle\vec{D}_z^2\rangle^{1/2}}.\quad (2.75)$$

Como se ha mencionado en las secciones previas, para obtener un momento dipolar eléctrico en el neutrón diferente de cero, el sistema debe perturbarse. Dicha perturbación se obtiene del producto de la constante  $\eta$  con la combinación lineal de estados excitados de paridad-impar del neutrón ( $\eta|(t) \uparrow\rangle$ ) (sección 2.1). De manera que si en el neutrón ocurre una violación de simetría de carga-paridad es posible obtener un momento dipolar eléctrico en el mismo. Como se planteó en un inicio el parámetro  $\eta$  se relaciona con la violación de la simetría de carga-paridad, en consecuencia, de acuerdo con la ecuación 2.75 la magnitud del parámetro  $\eta$  está en función de la fuerza del campo eléctrico que se aplique al sistema. Es así, que es posible

medir un momento dipolar eléctrico en el neutrón ( $\langle \vec{d}_n \rangle$ ) como resultado de la fuerza del campo eléctrico que actúa en el sistema, el cual provoca una perturbación en el sistema, para generar una violación de simetría de carga-paridad ( $\eta$ ).

En la Figura 4.1, se observa que la ecuación 2.75 tiene una relación lineal, es decir,  $a = m\eta$ , donde  $m$  es la pendiente de la recta y se relaciona con el valor esperado del momento dipolar  $\langle \vec{D}_z^{1/2} \rangle$ . El parámetro  $\eta$  está en función del valor de la constante de fuerza del campo eléctrico  $a$ , es decir, que si la intensidad del campo eléctrico que actúa sobre el sistema es muy grande, induce en el sistema una violación de la simetría de carga-paridad. Por otra parte, si la constante  $a$  y  $\eta$  tienen el mismo valor el momento dipolar eléctrico en el sistema sólo depende del momento dipolar implícito del sistema, con ello el neutrón no presentaría un momento dipolar eléctrico, lo cual es congruente con el planteamiento propuesto en la sección 2.1, al suponer que la función de onda en el estado fundamental del neutrón tiene paridad par.



**Figura 2.1:** Relación lineal entre la constante de fuerza  $a$  y la violación de la simetría de carga-paridad  $\eta$

Además, de la ecuación 2.75 se observa que si el valor esperado del momento dipolar  $\langle \vec{D}_z^2 \rangle^{1/2}$  es mayor que  $\eta$  ésta se hace muy pequeña originando que el efecto del campo eléctrico actúe directamente sobre la constante de polarizabilidad, ocasionando un aumento en la magnitud de la polarización del sistema.

Por otro lado, si sobre el sistema se induce un campo eléctrico externo, se provoca en el sistema

la violación de la simetría de carga-paridad, con lo cual queda de manifiesto que es posible determinar un MDE en el neutrón en presencia de un campo eléctrico externo.

De acuerdo con el modelo fenomenológico el valor esperado del momento dipolar eléctrico permanente  $\langle \vec{d}_n \rangle$  dado por la ecuación 2.40, relaciona el efecto del operador  $\vec{D} \cdot \vec{S}$  sobre el estado fundamental con la combinación lineal de los estados propios que resultan de aplicar el operador del momento dipolar sobre el estado fundamental con el operador de proyección  $\nu$ :

$$\langle \vec{d}_n \rangle = ae \langle \uparrow | \vec{D} \nu \vec{D} \cdot \vec{S} | \uparrow \rangle + c.c.. \quad (2.76)$$

Considerando sólo la componente en  $\hat{z}$ , la ecuación anterior se puede reescribir como:

$$\langle \vec{d}_n \rangle = ae \langle \uparrow | D_z \nu D_z S_z | \uparrow \rangle + c.c.. \quad (2.77)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.68 y 2.71 en 2.77, se obtiene:

$$\langle \vec{d}_n \rangle = ae \left( \frac{1}{3} \langle \vec{D}_z^2 \rangle^{1/2} \langle 1/2(d) | \right) \nu \left( \frac{1}{2} \frac{1}{3} \langle \vec{D}_z^2 \rangle^{1/2} | (d) 1/2 \rangle \right) + c.c., \quad (2.78)$$

y desarrollando el operador de proyección  $\nu$  dado en la ecuación 2.21 en 2.78 para el primer estado excitado, se obtiene:

$$\begin{aligned} \langle \vec{d}_n \rangle &= ae \left( \frac{1}{18} \right) \langle \vec{D}_z^2 \rangle \langle 1/2(d) | \frac{|1/2(d)\rangle \langle 1/2(d)|}{\omega_n} | (d) 1/2 \rangle + c.c. \\ &= \frac{ae}{18\omega_{1/2}} \langle \vec{D}_z^2 \rangle + c.c. \\ &= \frac{(2)ae}{18\omega_{1/2}} \langle \vec{D}_z^2 \rangle \\ &= \frac{2ae}{18\omega_{1/2}} \langle \vec{D}_z^2 \rangle, \end{aligned} \quad (2.79)$$

y sustituyendo la constante de fuerza  $a$  (ecuación 2.75) en el valor esperado del momento dipolar eléctrico ecuación 2.79 se deduce el momento dipolar eléctrico:

$$\begin{aligned} \langle \vec{d}_n \rangle &= \frac{2ae}{18\omega_{1/2}} \langle \vec{D}_z^2 \rangle \\ &= \frac{e\eta(2)(18) \langle \vec{D}_z^2 \rangle \langle \vec{D}_z^2 \rangle^{-1/2}}{(18)(\omega_{1/2})} \\ &= \frac{2\eta e}{\omega_{1/2}} \langle \vec{D}_z^2 \rangle^{1/2} \\ &= \frac{2\eta e}{3} \langle \vec{D}_z^2 \rangle^{1/2}. \end{aligned} \quad (2.80)$$

De la ecuación 2.80, es posible apreciar que el  $\langle \vec{d}_n \rangle$  depende solamente del valor del parámetro  $\eta$  y del valor esperado del cuadrado del momento dipolar eléctrico, es decir, de que exista una violación de simetría de carga-paridad en el sistema. Si sustituimos la ecuación 2.80 en la ecuación 2.29 se obtiene que el momento dipolar eléctrico total  $\langle \vec{d}_{tot} \rangle$  estará en función del parámetro  $\eta$ , del campo eléctrico externo y de la raíz cuadrada del valor esperado del momento dipolar:

$$\begin{aligned} \langle \vec{d}_{tot} \rangle &= d_{nz} + \chi_n E_z \\ &= \frac{2\eta e}{3} \langle \vec{D}_z^2 \rangle^{1/2} + \chi_n E_z, \end{aligned} \quad (2.81)$$

Donde se observa que efectivamente el  $\langle \vec{d}_{tot} \rangle$  es producto de la presencia de una violación de la simetría de carga-paridad, así como del efecto que causa la presencia del campo eléctrico externo sobre el sistema, el cual puede favorecer la perturbación del sistema originando un cambio de fase en el mismo, el cual puede verse reflejado en el comportamiento de la proyección de espín y además sobre la constante de polarización del sistema.

Con base en el desarrollo realizado en el presente trabajo, es posible notar que el momento dipolar eléctrico en el sistema es una consecuencia de la violación de la simetría de carga-paridad, así, como también del campo eléctrico externo el cual perturba al sistema. A partir de obtener la función de onda para los estados de espín  $\pm 1/2$  del neutrón, fue posible notar el efecto que causa el momento dipolar sobre el sistema, así, como por la presencia del campo eléctrico. Con estos resultados, este planteamiento se puede extender a otros sistemas de estudio en los cuales sea posible conocer la función de onda de sus estados, lo que permite saber el efecto que causa la presencia del campo sobre el parámetro  $\eta$ . Además, el presente trabajo, se puede ampliar aún más, si también, se incluye el efecto que el campo magnético puede causar sobre el sistema, lo que nos daría una descripción completa del sistema.

# Conclusiones

De acuerdo con los objetivos planteados y con base en los resultados obtenidos se puede concluir que:

- Se determinó la presencia de un momento dipolar eléctrico en el neutrón, como consecuencia de la violación de la simetría de carga-paridad, y por la presencia de un campo eléctrico externo, ecuación 2.81.
- Se obtuvo la función de onda para el neutrón en el estado fundamental (ecuación 2.63), a partir de la combinación de la función de onda de sabor y de espín, las cuales poseen simetría par e impar. Además es posible obtener la función de onda del protón a partir de la función de onda del neutrón.
- Al evaluar la función de onda del neutrón en las ecuaciones obtenidas para calcular el momento dipolar eléctrico, se observó que el espín del sistema rota como consecuencia de la presencia del campo eléctrico externo generando un MDE. Además, se llegó a una sencilla ecuación que relaciona la constante de fuerza del campo eléctrico externo con la violación de la simetría de carga-paridad, ecuación 2.75.
- Con base en el desarrollo matemático mostrado se demuestra que el neutrón tiene un momento dipolar eléctrico permanente (ecuación 2.75) resultado de la violación de simetría carga-paridad y la constante de fuerza.

## Teorema de Wigner-Eckart

El teorema de Wigner-Eckart dice que elementos de matrix del operador tensorial con respecto a los estados propios del momento angular deben satisfacer la siguiente relación [53]

$$\langle \alpha', j' m' | T_q^{(k)} | \alpha, j m \rangle = \langle j k, m q | j k; j' m' \rangle \frac{\langle \alpha' j' || T^{(k)} || \alpha j \rangle}{\sqrt{2j+1}}; \quad (\text{A.1})$$

donde, de acuerdo con la regla de selección

$$\langle \alpha', j' m' | T_q^{(k)} | \alpha, j m \rangle = 0, \quad (\text{A.2})$$

a excepción de cuando  $m' = q + m$ .

Donde  $m$  y  $m'$  se asocian con el número cuántico magnético,  $T_q^{(k)}$  es el operador tensorial (donde  $q = -k, -k+1, \dots, k-1, k$ ).

En la ecuación A.1 los elementos de matrix están escritos como un producto, el primer factor se asigna a los Coeficientes Clebsch-Gordan y se orienta con respecto al eje  $z$ , el segundo factor es completamente independiente del número cuántico magnético, en consecuencia no hace referencia con algún factor geométrico.

## Coeficientes Clebsch-Gordan

Para obtener los Coeficientes Clebsch-Gordan, es necesario realizar la suma de los momentos angulares de los estados de espín. Para posteriormente calcular los coeficientes de acoplamiento.

**Suma de momentos angulares.** El acoplamiento de los momentos angulares de dos o más estados se plantea a partir de la suma de los momentos angulares de cada estado (en espacios diferentes). Donde el operador total de momento angular se escribe como:

$$\hat{J} = \hat{J}_1 + \hat{J}_2. \quad (\text{B.1})$$

Se considera que cada subsistema se encuentra en un eigenestado de momento angular, con momento angular y proyección de espín en  $\hat{z}$  dada por

$$\hat{J}_z = \hat{J}_{1z} + \hat{J}_{2z}. \quad (\text{B.2})$$

Los estados del momento angular se expresan a partir de un ket:  $|j m_1\rangle$  o  $|j m_2\rangle$ . Considerando sólo la componente en  $\hat{z}$  y su magnitud, entonces

$$m = m_1 + m_2. \quad (\text{B.3})$$

La magnitud depende de la orientación de  $J_1$  y  $J_2$ . Si son paralelos las magnitudes se suman, si son antiparalelos las magnitudes se restan. Es así, que  $j$  va de  $(j_1 + j_2)$  a  $|j_1 - j_2|$ . Para obtener el estado  $|j m\rangle$ .

### Cálculo Coeficientes Clebsch-Gordan.

Los coeficientes de acoplamiento para  $j$ , se obtienen de aplicar los operadores escalera  $J_{\pm} \equiv \hat{J}_{1\pm} + \hat{J}_{2\pm}$  al estado ket  $|j, m_j\rangle$  de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\hat{J}_+|j, m\rangle &= C_{j,m}|j, m+1\rangle \\ &= (\hat{J}_{1+} + \hat{J}_{2+})|m_1\rangle|m_2\rangle = (\hat{J}_{1+}|-\rangle)|m_2\rangle + |m_1\rangle(\hat{J}_{2+}|m_2\rangle).\end{aligned}\quad (\text{B.4})$$

Los coeficientes de acoplamiento se obtienen de  $C_{jm}$  para cada estado, es decir

$$C_{j,m+1}|jm\rangle = C_{j_1,m_1+1}|m_1+1\rangle|m_2\rangle + C_{j_2,m_2+1}|m_1\rangle|m_2+1\rangle, \quad (\text{B.5})$$

para obtener los coeficientes Clebsch-Gordan

$$\frac{C_{j,m_j+1}}{C_{j-m+1}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}(j + (m_j + 1) + 1)(j - (m_j + 1))}{\frac{1}{2}(j - (m + 1) + 1)(j - (m + 1))}}. \quad (\text{B.6})$$

# Glosario

## **Antimateria**

Materia compuesta de partículas elementales que son imágenes especulares de las partículas que forman la materia ordinaria que conocemos.

## **Barión**

Es una partícula elemental pesada. Se denomina barión a los fermiones que tienen espín semientero y que interactúan fuertemente entre sí, como los nucleones (neutrón y protón) que están formados por tres quarks (los cuales tienen carga, color y sabor).

## **Electrodinámica cuántica**

La electrodinámica cuántica (quantum electrodynamics, QED) es una teoría cuántica relativista que describe las interacciones electromagnéticas de partículas elementales cargadas, como: el electrón, positrón, muon y quarks.

## **Interacción débil**

Interacción débil o fuerza débil, es una de las cuatro fuerzas fundamentales. Esta fuerza es responsable de la desintegración beta y del cambio de sabor. Es la única interacción que viola la paridad de la simetría paridad y también viola la simetría CP. Su campo de fuerza es  $10^{13}$  veces menor que la interacción nuclear fuerte.

### **Interacción fuerte**

Interacción fuerte o fuerza fuerte, es la responsable de la interacción entre nucleones (protones y neutrones). Mantiene al núcleo unido y es la responsable de la estabilidad de la materia. Actúa sobre los quarks y es de naturaleza atractiva. Su campo de fuerza es  $10^{13}$  cm, es la fuerza más fuerte.

### **Isospín**

Es un número cuántico que se introduce a partir del hecho de que los hadrones (partícula subatómica formada por quarks que permanecen unidos debido a la interacción nuclear fuerte entre ellos) aparecen en grupo de partículas llamados multipletes, con masa muy parecida, y con propiedades muy similares, excepto que tienen carga eléctrica que varía de uno a otro. Por ejemplo, el protón y el neutrón.

### **Kaón**

Es un mesón que se representa por  $K$ , el kaón contiene dos quarks. El cual se ha observado en el decaimiento por interacción débil.

### **Leptón**

Los leptones (son fermiones) tienen un espín igual a  $1/2$  y poseen interacción débil, es decir, no experimental interacción fuerte. Existen tres tipos de leptones: el electrón, muon y tau. Cada uno está representado por un par de partículas. Una es una partícula masivamente cargada que lleva el nombre de su partícula. La otra es una partícula neutral casi sin masa llamada neutrino. Aquellos que tienen carga eléctrica (o sea, los muones y los electrones) poseen también interacción electromagnética.

### **Mesón**

El mesón está formado por un quark y un antiquark unido por gluones (son los cuantos del campo que media las interacciones fuertes entre los quarks). Los mesones son partículas inestables de interacción fuerte. A diferencia de los leptones, los mesones poseen interacción débil, electromagnética y fuerte. El espín de todos los mesones es igual a cero, de manera que todos ellos son bosones.

### Número bariónico

Es un número cuántico que se introduce para justificar el hecho de que el protón sea estable, y que otras partículas decaen al protón. Se asigna  $B = 1$  al protón y a los hadrones que decaen en él,  $B = -1$  a sus antipartículas, y  $B = 0$  a los hadrones que no decaen al protón. Empíricamente los bariones tienen  $B = 1$ , sus antipartículas (Anti-bariones) tienen  $B = -1$  y los mesones tienen todos  $B = 0$ . Hasta ahora, no hay evidencia de que se viole la conservación del número bariónico. El número bariónico se obtiene de la siguiente ecuación

$$B = \frac{N_q - N_{\bar{q}}}{3},$$

donde:

$N_q$  número de quarks

$N_{\bar{q}}$  número de antiquarks

### Número leptónico

El número leptónico (a veces llamado también carga leptónica) es un número cuántico aditivo, esto significa que su masa es preservada en interacciones. El cual es el número de leptones el número de antileptones, es decir:

$$L = n_l - n_{\bar{l}}.$$

Así todos los leptones tienen asignado el valor de +1, antileptones -1, y partículas no leptónicas 0.

### Operador de carga C

En mecánica cuántica no relativista, el operador de conjugación de carga se describe mediante operadores unitarios que actúan sobre los estados de una partícula y de cada partícula se obtiene carga opuesta

$$C|p\rangle = |\bar{p}\rangle.$$

### Operador de paridad P

El operador de conjugación de paridad o inversión espacial cuando se aplica sobre el estado de

una partícula con posición  $\vec{r}$  se obtiene

$$\mathbf{P}|\vec{r}\rangle = \eta_p|-\vec{r}\rangle.$$

donde  $\eta_p$  es la paridad intrínseca de la partícula. Otra aplicación del operador de paridad sobre el estado de la partícula lleva a  $\mathbf{P}^2 = 1$ , lo que significa que  $\mathbf{P}$  es hermítico y unitario. Así,  $\eta_p$  puede tomar valores propios de  $\pm 1$ .

### **Partícula subatómica**

Partícula más pequeña que el átomo.

### **Quark**

Los quarks son fermiones, con espín  $1/2$ , tienen cargas fraccionarias  $+2/3 e$  y  $-1/3 e$  y se distinguen entre sí por el número cuántico interno llamado sabor denominados  $u, d, c, s, t, b$ . Los quarks tienen otra propiedad llamada color. Cada quark puede tener tres colores indentificados por las letras  $r, v, a$ . Esta es la propiedad que se supone da lugar a la fuerza fuerte a partir del intercambio de gluones.

### **Quark down**

Segundo sabor del quark, su carga eléctrica es  $-1/3$ .

### **Quark up**

Sabor de menor masa del quark, su carga eléctrica es  $+2/3$ .

### **Sabor**

El sabor es un número cuántico que se relaciona con la interacción débil de las partículas elementales. Se denomina sabor al atributo para distinguir los diferentes tipos de quarks que se presentan en seis sabores:  $u$  (*up*),  $d$  (*down*),  $s$  (*strange*),  $c$  (*charm*),  $b$  (*bottom*) y  $t$  (*top*).

# Referencias

- [1] Schmidt-Wellenburg P., *arXiv preprint arXiv:1607.06609.*, (2016).
- [2] Ade P. A. *et al.*, *Astronomy & Astrophysics.*, **571**, A16 (2014).
- [3] Quack M., Molecular parity violation and chirality: the asymmetry of life and the symmetry violations in physics, in *Quantum Systems in Chemistry and Physics*, pages 47–76, Springer., 2012.
- [4] Bennett G. *et al.*, *Phys. Rev. D.*, **80**, 052008 (2009).
- [5] Bsaisou J., Meißner U.-G., Nogga A., y Wirzba A., *Annals of physics.*, **359**, 317 (2015).
- [6] Kumar K., Lu Z.-T., y Ramsey-Musolf M. J., *arXiv preprint arXiv:1312.5416.*, (2013).
- [7] Feynman R. y Leighton R., *Física, Volumen 1 (Mecánica, radiación y calor)*, 1987.
- [8] Griffiths D., *Introduction to elementary particles*, John Wiley & Sons, 2008.
- [9] Byers N., *arXiv preprint physics/9807044.*, (1998).
- [10] Schmidt-Wellenburg P., The quest for an electric dipole moment of the neutron, in *AIP Conf. Proc.*, volume 1753, page 060002, AIP Publishing, 2016.
- [11] Lancaster T. y Blundell S. J., *Quantum field theory for the gifted amateur*, OUP Oxford, 2014.
- [12] Morrison R. T. y Boyd R. N., *Química orgánica*, Pearson Educación, 1998.

- [13] Wu C.-S., Ambler E., Hayward R., Hoppes D., y Hudson R. P., *Phys. Rev.*, **105**, 1413 (1957).
- [14] Lee T.-D. y Yang C.-N., *Phys. Rev.*, **104**, 254 (1956).
- [15] Li R. y Bowerman B., *Cold Spring Harb Perspect Biol.*, **2**, a003475 (2010).
- [16] Christenson J. H., Cronin J. W., Fitch V. L., y Turlay R., *Phys. Rev. Lett.*, **13**, 138 (1964).
- [17] Aubert B., Boutigny D., y col., *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 091801 (2001).
- [18] Abe K., Abe K., Abe R., Adachi I., y col., *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 091802 (2001).
- [19] Bsaisou J., Meißner U.-G., Nogga A., y Wirzba A., *Ann. Phys.*, **359**, 317 (2015).
- [20] Canetti L., Drewes M., y Shaposhnikov M., *New Journal of Physics.*, **14**, 095012 (2012).
- [21] Sakharov A. D., *Soviet Physics Uspekhi.*, **34**, 392 (1991).
- [22] Arbuzova, Elena, *EPJ Web Conf.*, **142**, 01003 (2017).
- [23] Yamanaka N., *Int. J. Mod. Phys. E.*, **26** (2016).
- [24] Huet P. y Sather E., *Phys. Rev. D.*, **51**, 379 (1995).
- [25] Kobayashi M. y Maskawa T., *Prog. Theor. Phys.*, **49**, 652 (1973).
- [26] Baym G. y Beck D., *PNAS.*, **113** (2016).
- [27] Tipler P. A. y Mosca G., *Volumen 2 (Física para la ciencia y la tecnología)*, Reverté, 2005.
- [28] de Ercilla S. B. y Muñoz C. G., *Física general*, Editorial Tébar, 2003.
- [29] Harris P. G., Baker C. A., Green K., Iaydjiev P., Ivanov S., May D. J. R., Pendlebury J. M., Shiers D., Smith K. F., van der Grinten M., y Geltenbort P., *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 904 (1999).
- [30] Baker C. A., Doyle D. D., Geltenbort P., Green K., van der Grinten M. G. D., Harris P. G., Iaydjiev P., Ivanov S. N., May D. J. R., Pendlebury J. M., Richardson J. D., Shiers D., y Smith K. F., *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 131801 (2006).
- [31] Rosenberry M. A. y Chupp T. E., *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 22 (2001).

- [32] Regan B. C., Commins E. D., Schmidt C. J., y DeMille D., *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 071805 (2002).
- [33] Bishof M., Parker R. H., Bailey K. G., Greene J. P., Holt R. J., Kalita M. R., Korsch W., Lemke N. D., Lu Z.-T., Mueller P., O'Connor T. P., Singh J. T., y Dietrich M. R., *Phys. Rev. C.*, **94**, 025501 (2016).
- [34] Ito T. M., Adamek E. R., Callahan N. B., Choi J. H., Clayton S. M., Cude-Woods C., Currie S., Ding X., Fellers D. E., Geltenbort P., Lamoreaux S. K., Liu C.-Y., MacDonald S., Makela M., Morris C. L., Pattie R. W., Ramsey J. C., Salvat D. J., Saunders A., Sharapov E. I., Sjue S., Sprow A. P., Tang Z., Weaver H. L., Wei W., y Young A. R., *Phys. Rev. C.*, **97**, 012501 (2018).
- [35] Fortson N., Sandars P., y Barr S., *Physics Today*, **56**, 33 (2003).
- [36] Bernard R. N., Robledo L. M., y Rodríguez T. R., *Phys. Rev. C.*, **93**, 061302 (2016).
- [37] Lister C. K. y Butterworth J., *Nature.*, **497**, 190 (2013).
- [38] Bucher B. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **116**, 112503 (2016).
- [39] Yamanaka N. y Hiyama E., *Phys. Rev. C.*, **91** (2015).
- [40] Levine I. N., *Química cuántica*, Pearson Educación, 2001.
- [41] McQuarrie D. A., *Quantum chemistry*, University Science Books, 2008.
- [42] De La Peña L., *Introducción a la mecánica cuántica*, FCE, 2014.
- [43] Wong S. S. M., *Introductory Nuclear Physics*, WILEY-VCH, 2004.
- [44] Cottingham W. N., Greenwood D. A., y Greenwood D. A., *An introduction to nuclear physics*, Cambridge University Press., 2001.
- [45] Garrett A. B., *J. Chem. Educ.*, **39**, 638 (1962).
- [46] Robson J. M., *Phys. Rev.*, **83**, 349 (1951).
- [47] Mack J. E., *Rev. Mod. Phys.*, **22**, 64 (1950).
- [48] Sandars P. G. H., *Phys. Rev. Lett.*, **19**, 1396 (1967).

- [49] Shaposhnikov M., *Journal of Physics: Conference Series.*, **171**, 012005 (2009).
- [50] *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* .
- [51] Schmiedmayer J., Rauch H., y Riehs P., *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 2509 (1988).
- [52] Simonov Y. A., Tjon J. A., y Weda J., *Phys. Rev. D.*, **65**, 094013 (2002).
- [53] Sakurai J. J., *Modern Quantum Mechanics*, Addison-Wesley, 1994.