

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**El ciclo de aprendizaje autorregulado con
problemas de álgebra en Nivel Medio Superior:
La viabilidad de la implementación y el efecto
en el razonamiento lógico**

Tesis

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

Presenta

DALILA SÁNCHEZ TESIS

Director de Tesis

DR. JOSIP SLISKO IGNJATOV

Codirectora de Tesis

DRA. MARÍA ARACELI JUÁREZ RAMÍREZ

PUEBLA, PUE.

MAYO 2017



BUAP

DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
SECRETARIA DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSTGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que la C:

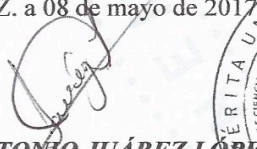
DALILA SÁNCHEZ TEXIS

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 25 de abril de 2017, con la tesis titulada:

“El ciclo de aprendizaje autorregulado con problemas de álgebra en Nivel Medio Superior: La viabilidad de la implementación y el efecto en el razonamiento lógico”

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E.
H. Puebla de Z. a 08 de mayo de 2017


DR. JOSÉ ANTONIO JUÁREZ LÓPEZ
COORDINADOR DE LA MAESTRÍA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.



Ccp. Archivo.
DRA. LAHR / l'agm*

Facultad
de Ciencias
Físico Matemáticas

Av. San Claudio y 18 sur, edif. 111 A,
Ciudad Universitaria, Col. San
Manuel, Puebla, Pue. C.P. 72570
01 (222) 229 55 00 Ext. 7550 y 7552

*Con amor a mis padres:
Leonor Texís y Tereso Sánchez*

Agradecimientos

Quiero agradecer, en especial a mis padres por su paciencia y apoyo, a mis hermanos por su atención. A mi amiga Vero por su gran apoyo incondicional

A mi asesor Dr. Josip Slisko Ignjatov por el apoyo recibido en la realización de esta tesis, por sus enseñanzas y el tiempo dedicado.

Agradezco también a mi jurado por el tiempo dedicado en la revisión de este trabajo y por su colaboración.

Se agradece a CONACYT por el gran apoyo otorgado a lo largo de la maestría.

A mis maestros, por su vocación y dedicación. Gracias a todos y cada uno de ustedes.

Introducción

En la presente investigación se analizaron los reportes individuales de alumnos y alumnas de 1^o de Educación Media Superior (Regional) “Enrique Cabrera Barroso” (BUAP), con el objetivo de averiguar si en sus procesos de solución de los problemas matemáticos aplican estrategias metacognitivas, fomentando aprendizaje autorregulado. De acuerdo al Plan 06 del Nivel Medio Superior (BUAP) con enfoque por competencias, se debe de fomentar el aprendizaje autónomo así como el desarrollo de habilidades en el uso de la tecnología, la información y la comunicación para lograr que los alumnos tengan el hábito de aprender por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida. Es por ello que se implementó el uso de estrategias de aprendizaje autorregulado para analizar si esas estrategias tienen efectos positivos sobre el rendimiento académico de los estudiantes en matemáticas ya que es una de las materias que presenta mayor índice de reprobación.

El ciclo de aprendizaje autorregulado, que se describirá más adelante, se implementó durante seis semanas. Cada semana se dejaba una actividad que tenía un valor de 0.25 de un total de un punto para la materia. Dichas actividades se publicaron en un grupo cerrado de Facebook, en el que el alumno envió la evidencia del avance en su trabajo de manera individual y por equipo, tanto en la resolución del problema matemático como en la redacción de su proceso metacognitivo.

El papel del docente era enseñar a los alumnos a autorregular sus procesos mentales (planeación, monitoreo y evaluación) y a utilizarlos de manera eficaz en las tareas y actividades hasta dejar, poco a poco, el control del proceso en manos del alumno. En este sentido, el proyecto permitía que el alumno cobrara conciencia de que, para llegar a la resolución de un problema matemático, es indispensable comprender el planteamiento de dicho problema y para elaborar una correcta redacción de justificación es importante tener claro la serie de pasos que se llevaron para la resolución y saber plantearlos haciendo uso del lenguaje. Cuando un alumno es

consciente de qué tan efectiva es la estrategia a utilizar incrementa su motivación para aprender y mejorar en su rendimiento académico. Aprender a aprender es crucial para desarrollar habilidades en el mundo de hoy.

La tesis se ha dividido en cuatro capítulos. En el primero se describe el marco teórico. En el capítulo dos se presentan los referentes metodológicos que guían el diseño de la implementación de aprendizaje autorregulado y se mencionan elementos importantes para el análisis. En el capítulo tres se realiza el análisis de la implementación del ciclo de aprendizaje autorregulado tomando los reportes individuales a fin de identificar las estrategias metacognitivas en el proceso de resolución, la transferencia de estrategias metacognitivas en los exámenes departamentales y los resultados obtenidos en las pruebas TOLT (Test of Logical Thinking, Prueba de Razonamiento Lógico) y Metacognición (Inventario de estrategias Metacognitivas). Finalmente se presentan las conclusiones.

Índice General

Introducción	5
Capítulo 1	8
Marco teórico	8
1.1 Metacognición: Concepto	9
1.2 Estrategias de autorregulación de aprendizaje	11
1.3 Metacognición con los alumnos.....	13
1.4 Pasos de Polya	13
1.5 Características de alumnos que autorregulan su aprendizaje	14
1.6 Redes sociales en la educación	15
Capítulo 2	17
Metodología	17
2.1 Participantes	17
2.2 Actividades propuestas	20
2.3 Procedimiento	22
2.4 Categorías y Subcategorías.....	24
Capítulo 3	28
Análisis	28
3.1 Descripción del ciclo de aprendizaje autorregulado.....	28
3.2 Un ejemplo de problemas usados en las actividades	29
3.3 Resultados del grupo experimental.....	30
3.4 Resultados del grupo de control	41
3.5 Análisis del examen en grupos experimentales y de control.....	45
3.6 Algunas ilustraciones de los resultados del examen en grupo de control.....	46
3.7 Algunas ilustraciones de los resultados del examen de alumnos con aprendizaje autorregulado.....	49
3.8 Resultados de las pruebas Tolt y Metacognición	56
3.9 Resultados de las pruebas Tolt y Metacognición en grupo de control.....	78
Capítulo 4	83
Conclusiones	83
Bibliografía	86
Anexos	88

Capítulo 1

Marco teórico

El aprendizaje autorregulado tiene un abordaje cognitivo relacionado con formas de aprendizaje académico independientes que implican metacognición y motivación. Se hace referencia a la capacidad y efectividad del individuo para ir regulando su aprendizaje utilizando estrategias adecuadas que lo lleven a resultados deseados. La psicología cognitiva reconoce a la persona como procesador activo de la información y señala que el estudiante puede dirigir activamente su proceso de aprendizaje, utilizando las estrategias adecuadas. Esta concepción de aprendizaje requiere que el estudiante sea el verdadero protagonista de su aprendizaje y el deber de la enseñanza debe ser contribuir a facilitar tal protagonismo. George Polya (1945) señala que lo mejor que puede hacer el maestro por su alumno es conducirlo a esa idea brillante ayudándole, pero sin imponérselo. En otras palabras, es necesario enseñar a los estudiantes a autorregular sus procesos mentales y a utilizarlos eficazmente para rendir a un nivel más alto en diferentes tareas. Cuando el alumno es consciente de la efectividad de sus estrategias incrementa su rendimiento escolar así como también la motivación por el aprendizaje.

Zimmerman (1989), uno de los investigadores líderes en aprendizaje autorregulado, define a la autorregulación de forma muy general como el grado en que un estudiante tiene un papel activo en el proceso de su propio aprendizaje. Entre los elementos que él considera como parte de este concepto se encuentran: la cognición, la metacognición, la motivación, la conducta y el contexto (Zimmerman, 2000; Pintrich, 2000). Actualmente, se concibe el aprendizaje como el proceso activo, cognitivo, constructivo, significativo, mediado y autorregulado.

Aceptando esta concepción de aprendizaje, los alumnos pueden mejorar su capacidad para aprender, usando de manera efectiva estrategias metacognitivas y

motivacionales, trabajando en un ambiente en que el alumno se sienta en confianza, motivado y el aprendizaje sea significativo. El estudiante, al trabajar una tarea, emplea sus conocimientos metacognitivos (declarativo) para ir regulando eficazmente su aprendizaje y, por otro lado, la regulación que se va ejerciendo lo puede conducir a adquirir nuevos conocimientos relacionados con la tarea y con sus recursos como aprendiz.

En todo momento, los alumnos se encuentran con nuevas tareas de aprendizaje, situaciones problemáticas no previstas que deben resolver y tomar decisiones. En estas condiciones lograr que los alumnos “aprendan a aprender”, que sean capaces de aprender de forma autónoma y autorregulada, se puede convertir en una necesidad. Esto nos conduce a los docentes a “enseñar a aprender a aprender”.

El aprender a aprender sería tanto un medio para mejorar y dirigir su propio aprendizaje. Con ello se trataría de conseguir que los alumnos tomen mayor responsabilidad de su aprendizaje. Ese enfoque didáctico es una alternativa frente al aprendizaje repetitivo y memorístico.

1.1 Metacognición: Concepto

Dado que el aprendizaje autorregulado tiene una estrecha relación con metacognición, abordaremos brevemente este concepto. Cuando hablamos de metacognición nos referimos al conocimiento y regulación de nuestra actividad cognitiva, es decir, sobre cómo percibimos, comprendemos, aprendemos, recordamos y pensamos.

Originalmente se asocia con John Flavell este concepto para referirse al conocimiento que tenemos acerca de los procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionado con ellos, por ejemplo, información relevante para el aprendizaje y, supervisión activa del proceso u objetivo en concreto (Flavel, 1979). Se practica la metacognición cuando se tiene conciencia de la mayor dificultad para aprender un concepto, definición o tema que otros, cuando se toma nota de algo importante porque se cree que puede olvidarse, cuando se sabe que se debe verificar un resultado (solución) antes de aceptarlo como verdadero.

La metacognición implica el conocimiento de la propia actividad cognitiva y el control sobre dicha actividad. Conocer la propia cognición quiere decir tomar conciencia del funcionamiento de nuestra manera de aprender. Controlar las actividades cognitivas implica planificarlas, controlar el proceso intelectual y evaluar los resultados.

Para Flavell (1979) el control que una persona puede ejercer sobre su actividad cognitiva depende de cuatro componentes: **conocimientos metacognitivos, experiencias metacognitivas, metas cognitivas y estrategias.**

1. Conocimientos metacognitivos: son conocimientos sobre tres aspectos de la actividad cognitiva: las personas, la tarea y las estrategias.
2. Experiencias metacognitivas: son pensamientos, sensaciones, sentimientos que acompaña la actividad cognitiva.
3. Metas cognitivas: se trata de las metas o los fines que nos proponemos en una u otra situación.
4. Estrategias metacognitivas: El conjunto de acciones orientadas a conocer las propias operaciones y procesos mentales (qué), saber utilizarlas (cómo) y saber readaptarlas cuando así lo requieran las metas propuestas.

Aquí Flavell diferencia entre las estrategias cognitivas y las metacognitivas. Las primeras, cuando se emplean para hacer progresar una actividad, y las metacognitivas, cuando la función es planificar, supervisar el proceso y evaluar la aplicación de las estrategias cognitivas. Ejemplo la lectura y la relectura son estrategias cognitivas y hacerse preguntas acerca de un texto leído para verificar la comprensión son estrategias metacognitivas porque van dirigidas a comprobar si se ha alcanzado la meta.

Otro aporte al campo de la metacognición, lo constituyen las investigaciones realizadas por Ann Brown, en su modelo, la metacognición se define como el control deliberado y consciente de la propia actividad cognitiva (Brown 1978). Distingue dos tipos de fenómenos metacognitivos: conocimiento de la cognición y regulación de la

cognición (Brown, 1987). El conocimiento de la cognición se refiere al aspecto declarativo del conocimiento (saber qué).

Por otra parte, la concepción más reciente del aprendizaje autorregulado amplía el dominio de la metacognición en tanto integra otros aspectos que no habían sido contemplados por las perspectivas más tradicionales y vuelve a plantear límites imprecisos, entre metacognición y autorregulación. El aprendizaje autorregulado se relaciona directamente con la metacognición.

Zimmerman (1995) afirma que la autorregulación incluye mucho más que la metacognición ya que implica un cierto sentido de auto-eficacia, así como procesos motivacionales y comportamentales que puedan poner en marcha este sistema de autorreferencia es la autorregulación. La perspectiva socio-cognitiva de Zimmerman revela la complejidad del aprendizaje autorregulado.

1.2 Estrategias de autorregulación de aprendizaje

Dado que el aprendizaje autorregulado tiene relación con las estrategias de aprendizaje, abordaremos brevemente esta temática.

Las podemos definir, en líneas generales, como los procesos, planes de acción, generales y específicos que sirven de base para facilitar el aprendizaje y conocimiento cuando realizamos distintas tareas.

También se puede definir las estrategias como el conjunto de procesos cognitivos encuadrados en un plan de acción para abordar exitosamente una tarea de aprendizaje. La idea central que se destaca de estas definiciones es que las estrategias de aprendizaje son procesos o mecanismos que ayudan a la gestión eficaz de la información dentro del sistema cognitivo humano. La siguiente figura muestra los diferentes tipos de estrategias.

ESTRATEGIAS DE AUTORREGULACION DEL APRENDIZAJE

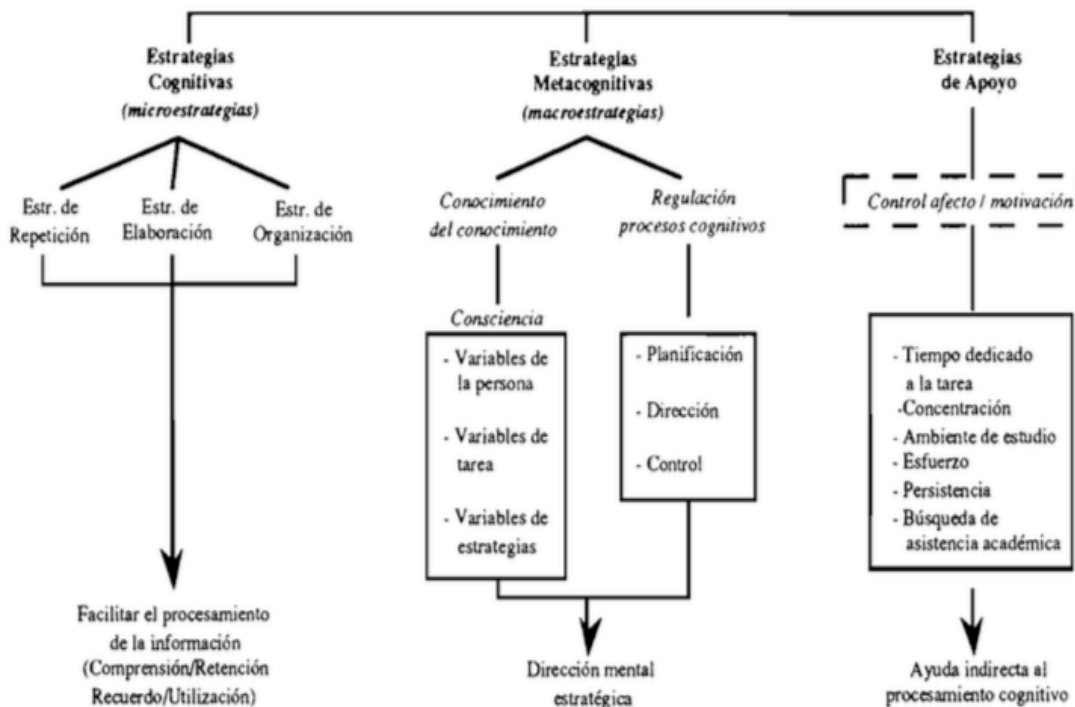


Figura 1. Estrategias de aprendizaje (González y Tourón, 1992, p. 389)

Las estrategias cognitivas son un conjunto de estrategias que el estudiante puede utilizar para aprender, codificar, comprender y recordar la información.

Con estrategias metacognitivas se hace referencia en la literatura cognitiva a dos aspectos de la cognición: (a) la consciencia y conocimiento del estudiante de sus procesos cognitivos. “conocimiento del conocimiento” y (b) la capacidad de controlar estos procesos cognitivos, organizándolos, dirigiéndolos y modificándolos para lograr las metas de aprendizaje.

El conocimiento metacognitivo incluye, como indicaba Flavell (1979), tomar consciencia primeramente de las variables de la persona, la tarea, y las estrategias, que influyen en el rendimiento de una tarea, lo cual va permitir ejercer actividades de control sobre la cognición en cualquier tarea o empresa cognitiva.

Las estrategias de apoyo incluyen diferentes tipos de recursos no intelectuales que el estudiante puede manejar para mejorar su rendimiento intelectual en una tarea y sin los cuales difícilmente ésta se puede llevar a buen término.

1.3 Metacognición con los alumnos

Fomentar metacognición en el aprendizaje implica enseñar a los estudiantes a planificar, supervisar su proceso de desarrollo y evaluar su ejecución, lo cual favorece el uso espontáneo y autónomo de las estrategias y facilita la generalización a nuevos problemas o a la transferencia gradual del control de aprendizaje.

Poco a poco, el profesor conduce al alumno a que participe activamente expresando sus ideas o dudas; así como también se le va retirando paulatinamente el apoyo o la instrucción explícita a seguir en el proceso de solución de dicha tarea, hasta dejar el control del proceso en manos del alumno.

Práctica individual: Para aumentar la responsabilidad del alumno se le pide un reporte individual de la tarea, incluyendo actividades metacognitivas de planificación, supervisión y evaluación. En caso de no resolver la tarea entonces debe escribir las dudas que le surgieron y justificando por qué no llega a una solución, de esta manera se regula su actuación en la tarea.

1.4 Pasos de Polya

En el proceso de solución de problemas matemáticos existen varios recursos y procedimientos a seguir para establecer una posible ruta de solución. Sin embargo, Polya (1978) estableció un método de cuatro pasos como estrategia de apoyo en la resolución de problemas. Estos pasos se enfocan con preguntas para que el alumno reflexione y controle cada paso del proceso de solución.

Paso 1: Entender el problema. ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Contradictoria?

Paso 2: **Concebir un plan.** Eventualmente puedes obtener un plan de la solución. ¿Has encontrado un problema semejante? ¿Has visto el problema en forma ligeramente diferente? ¿Conoces un problema relacionado con éste? ¿Conoces algún teorema que pueda resultar útil?

Paso 3: **Ejecución del plan.** Ejecuta tu plan de solución, comprueba cada uno de los pasos. ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto? ¿Puedes demostrarlo?

Paso 4: **Mirar hacia atrás.** Examina la solución obtenida. ¿Puedes comprobar el resultado? ¿Puedes verificar el razonamiento? ¿Puedes obtener el resultado de una forma diferente? ¿Se puede ver a simple vista? ¿Puedes usar el resultado, o el método para algún otro problema?

Utilizando este modelo, se pretende que el alumno desarrolle habilidades en estrategias metacognitivas al resolver un problema matemático. Polya (1978) señala que la heurística permite el estudio de los métodos y reglas del descubrimiento y de la invención. Algunas de las estrategias heurísticas que se pueden aplicar al resolver un problema, por mencionar algunos, son: ensayo y error, buscar un patrón, hacer un diagrama, hacer una tabla de valores, etc.

Schoenfeld (1980) considera que en este proceso entran en juego otros elementos, por ejemplo, las experiencias, conocimientos previos, las creencias acerca de lo que se piensa sobre resolver problemas.

1.5 Características de alumnos que autorregulan su aprendizaje

De acuerdo con Zimmerman (2001, 2002), lo que caracteriza a los estudiantes autorregulados es su participación activa en el aprendizaje desde el punto de vista metacognitivo, motivacional y comportamental. Las características que se les atribuye a las personas autorreguladoras coinciden con las atribuidas a los alumnos de alto rendimiento (pensamiento formal), frente a los de bajo rendimiento (o con dificultades en el aprendizaje) que presentan déficit en esas variables (González Torres, 1998; Zimmerman, 1998). Sin embargo, con un adecuado uso de estrategias

de aprendizaje, todos los estudiantes pueden mejorar su grado de control sobre el aprendizaje y el rendimiento.

Los estudiantes eficaces difieren de los ineficaces en la forma en que autorregulan sus procesos mentales y usan las estrategias de aprendizaje. Los estudiantes eficaces rinden mejor porque saben cómo dirigir su pensamiento para alcanzar una meta de aprendizaje propuesta, qué estrategias utilizar para mejorar su adquisición y empleo del conocimiento y cómo, dónde y por qué emplearlas.

Características que diferencian a los alumnos que autorregulan su aprendizaje de los que no lo hacen son las siguientes:

1. Conocen y saben emplear una serie de estrategias cognitivas (de repetición, elaboración y organización).
2. Saben cómo planificar, controlar y dirigir sus procesos mentales hacia el logro de sus metas personales (metacognición)
3. Planifican y controlan el tiempo y el esfuerzo que van a emplear en las tareas, y saben crear y estructurar ambientes favorables de aprendizaje.

1.6 Redes sociales en la educación

Las redes sociales se han introducido en la vida de muchos, en particular en nuestros estudiantes, las utilizan con fines distintos, van desde encontrar amistades, entablar diálogo, publicar información, tareas, etc. forman parte de su vida cotidiana, tienen acceso a ello desde sus dispositivos móviles. La educación no debe permanecer ajena a este fenómeno de internet ya que pueden ser aptas y útiles para la educación (De Haro, 2010; Tuñez López & Sixto García, 2012).

Una red social con fines educativos como Facebook cumple con dos características básicas:

- (1) Se pueden crear grupos cerrados para todo el que no esté registrado y crear grupos dentro de la misma red;
- (2) Se pueden realizar trabajos utilizando la red como medio de comunicación, utilizando los foros, publicar en el muro, dejar información a sus compañeros.

Este tipo de actividades favorece un ambiente de trabajo agradable ya que el alumno no entra sólo por obligación, sino porque también interactúan con sus amigos. Esto nos favorece para la publicación de información, el aprendizaje autónomo, el trabajo en equipo, la comunicación, la retroalimentación etc.

El uso de las redes sociales tiene un gran potencial en la educación, pues permite transformar la enseñanza tradicional a un aprendizaje centrado en el estudiante; puede llegar a ser activo e involucrar en su aprendizaje, se muestran con interés de trabajar en esta plataforma, ya que es un recurso que dominan y además les gusta, lo cual nos permite involucrarlo en actividades de aprendizaje. Este entorno es una alternativa para lograr fomentar aprendizaje autorregulado en los estudiantes.

Capítulo 2

Metodología

En este capítulo se presenta el desarrollo del trabajo de investigación, el cual se dividió en cuatro apartados. En primer lugar se describe el grupo participante e instrumentos utilizados. En segundo lugar se presentan las actividades propuestas que se trabajaron en cada una de las sesiones y después el procedimiento donde se describe los cuatro momentos del ciclo de aprendizaje autorregulado. Finalmente, se definen las categorías y subcategorías para el análisis de los reportes individuales (primer momento) sobre estrategias metacognitivas en la materia de matemáticas I (Plan 06 con enfoque por competencias).

2.1 Participantes

La población estudiada estaba constituida por 111 alumnos y alumnas de 1^o de Educación Media Superior (Regional) “Enrique Cabrera Barroso” (BUAP), con un rango de edad entre los 14 a 16 años. Se ha considerado a tres grupos; con dos de ellos se trabajó mediante aprendizaje autorregulado y con uno de manera tradicional en la materia de Matemáticas I. Los grupos para aprendizaje autorregulado fueron seleccionados mediante una simple inspección de quienes tienen acceso a internet, ya sea en casa o en un ciber café. Asimismo, cabe mencionar que el nivel socioeconómico predominante de la población participante es el nivel bajo.

La propuesta tiene por objetivos que los alumnos, además de comprender y aplicar los conceptos matemáticos de aritmética y álgebra, logren desarrollar estrategias de aprendizaje autónomo, entre otros aspectos, en un aprendizaje que trasciende el ámbito escolar para proyectarse en la vida de los alumnos en un “aprender a aprender”. Se fue desarrollando mediante clases presenciales complementadas con

actividades publicadas en un entorno tecnológico¹. En las clases presenciales se trabajó con los temas que marca el programa de matemáticas I (Plan 06 con enfoque por competencias) con cuestiones teóricas y cuestiones prácticas, fomentando la participación activa del estudiante. En forma virtual se publicaron actividades que englobaban los temas del programa donde el alumno desarrolló estrategias de aprendizaje autorregulado. Dichas actividades tuvieron un valor de 10% para su calificación correspondiente al parcial. En un segundo momento se trabajó en equipo donde el alumno exponía y defendía sus ideas y respuesta en torno a la actividad. En este trabajo grupal los alumnos formaban los equipos.

En el grupo de control se trabajó de manera tradicional con los temas que marca el programa de matemáticas I, donde el docente exponía cada uno de los temas apoyándose con ejercicios, mismos que desarrollaba claramente en el pizarrón; antes de terminar la clase les dejaba resolver algunos ejercicios para corroborar que el tema había quedado claro, el docente iba resolviendo dudas y terminaba plasmando el procedimiento y resultado de dichos ejercicios en el pizarrón. Con lo anterior, el alumno no tenía una participación activa en la clase.

Instrumentos para medir los efectos de intervención

Para la medida del pensamiento formal se utilizó:

- Ⓢ TOLT (Test of Logical Thinking, Prueba de Razonamiento lógico) de Tobin y Capie (1981). Se ha usado la versión en castellano validada por Acevedo y Oliva (1995).

Consta de 10 tareas de papel y lápiz, dos por cada uno de los siguientes esquemas de razonamiento: proporcionalidad, control de variables, probabilidad, correlación y operaciones combinatorias, de las cuales las ocho primeras se plantean como preguntas de opción múltiple en dos niveles: respuesta y explicación. Ello minimiza las posibilidades de acierto por azar. Las dos restantes son de tipo abierto

¹ Red social Facebook

semiestructurada. Los alumnos disponen de un total de 38 minutos para la realización de la prueba. La prueba cuantifica en una escala de 0 -10 puntos.

Para evaluar la metacognición se consideró:

© “Inventario de estrategias Metacognitivas” de O ‘Neil y Abedi (1996).

Traducido por Martínez y con adaptación lingüística por parte de los autores.

Está compuesto por 20 ítems con escala tipo Likert, con cinco opciones de respuesta (1: Nunca; 2: Pocas veces; 3: Regular; 4: Muchas veces; 5: Siempre).

La prueba tiene como objetivo analizar las estrategias que emplean los alumnos al realizar una tarea académica como son planificación, evaluación y monitoreo de las estrategias cognitivas; así como el grado de conciencia del alumno de sus propios procesos cognitivos y metacognitivos. Para su aplicación disponen en promedio 20 minutos.

Para mejorar el rendimiento en aprendizaje autorregulado se trabajó con 6 ejercicios durante seis semanas, que comprende la última de octubre hasta la primera del mes de diciembre de 2015. Dichos ejercicios pueden ser resueltos con contenidos matemáticos que se imparten en primero y segundo grado de secundaria y en primer grado de Nivel Medio Superior (Regional) “Enrique Cabrera Barroso” (BUAP), como por ejemplo aritmética, proporción o a través de ecuaciones de primer grado. Resolver problemas mediante conocimientos aritméticos por ejemplo, el problema 1, requiere del método de proporcionalidad, otros se resuelven mediante el planteamiento de una ecuación de primer grado. Las actividades propuestas nos permitieron analizar los procesos heurísticos que pusieron en marcha los alumnos de la población de estudio al abordar el problema mediante los pasos de Polya (1978) como comprender el problema, diseñar un plan, ejecución del plan y mirar hacia atrás. El alumno puede evitar muchos errores si verifica cada paso al llevar a cabo el plan sin descuidar cualquiera de las cuatro fases. A continuación se muestra la lista de problemas que se utilizaron:

2.2 Actividades propuestas

Cada problema que se propuso en el grupo Facebook tuvo una intención. En nuestro caso, fue que los estudiantes los trabajaran utilizando los pasos de Polya y que expresaran sus argumentos en el proceso de solución. De acuerdo a los temas que marca el programa de matemáticas I (Plan 06 con enfoque por competencias) se propusieron seis problemas. El primer problema fue extraído del libro *Contexto Matemáticas I*. Los problemas dos y cuatro fueron tomados del libro *Resolución de Problemas Matemáticos*. El problema tres fue extraído del libro *Fibonacci y los problemas del Liber Abaci*. Finalmente, el problema seis se ha tomado de la Olimpiada de Matemáticas. A continuación se muestran los problemas:

- a) Un caracol quiere llegar al borde de una pared de 9 m de altura; cada día sube 4 m y de noche se desliza hacia abajo 2.5 m ¿En cuántos días logrará llegar al borde? Subraya la respuesta que más te parezca.

(a) 3 días. (b) 4 días. (c) 5 días. (d) 6 días.

b) Un caracol trata de salir de un pequeño pozo de $\frac{3}{4}$ de m de profundidad. Durante el día sube $\frac{1}{6}$ de m, pero por la noche retrocede $\frac{1}{12}$ de m. ¿Cuántos días tardará en salir? Subraya la respuesta que más te parezca.

(a) 6 días. (b) 7 días. (c) 8 días. (d) 9 días.
2. Un pastor tiene 2 panes y otro 1 pan. Se encuentran con un cazador que no lleva comida. Juntan los 3 panes y los tres comen partes iguales. Al despedirse, el cazador les deja 3 monedas. ¿Cómo deben repartirse las monedas los pastores?
3. Un hombre entra al jardín del placer a través de 7 puertas y allí toma un cierto número de manzanas. Para salir debe pagar a los guardianes de cada puerta. Al primer guardián da la mitad de las manzanas que lleva más una. Al

segundo guardián le da la mitad de las manzanas que le quedan más una. Hace lo mismo con los guardianes de cada una de las cinco puertas que le faltan. Cuando sale le queda una manzana. ¿Cuántas manzanas había tomado en un principio?

4. Un pastor le dijo a otro: si te regalo una de mis ovejas tendrás el doble de las que yo tengo, mientras si tú me das una de las tuyas tendremos las mismas. ¿Cuántas ovejas tenía uno y cuántas tendrá otro?
5. Mi padre tiene 46 años y yo tengo 17. ¿Dentro de cuántos años tendré exactamente la mitad de años que él?
6. Juan le dice a Pedro: ¿qué edad tengo, si tengo el doble de la que tú tenías cuando yo tenía la que tú tienes, sabiendo que cuando tú tengas la que yo tengo entre los dos tendremos 63 años?

El propósito que se persigue con los problemas fue analizar si el alumno realiza planeación, monitoreo y verificación, además de justificar de manera escrita su procedimiento, a fin de identificar regularidades así como ir observando el uso que hacen de la matemática para justificar su proceso de solución. En el primer momento, el alumno envió su reporte personal incluyendo estrategias metacognitivas. Al trabajar en equipo, los alumnos discutieron sus respuestas para convencer a los compañeros con argumentos válidos y realizar un reporte grupal argumentando la respuesta (segundo momento).

2.3 Procedimiento

Los instrumentos de medición Test de Razonamiento Lógico (TOLT) e “Inventario de estrategias Metacognitivas” fueron aplicados a cada estudiante al inicio del curso y al final de las **seis actividades** en la materia de Matemáticas I. El tiempo en la aplicación del (TOLT) fue de 38 minutos y el de Metacognición de 20 minutos. Se aplicó siempre al iniciarse la clase de matemáticas para tener tiempo suficiente para la realización e ir aclarando dudas en el llenado de los datos solicitados en la hoja de respuestas. En la primera aplicación de la prueba de “Inventario de estrategias Metacognitivas” la mayoría de los estudiantes completó la prueba a lo más en 10 minutos. En cambio; en la primera aplicación de la prueba de Razonamiento Lógico ningún alumno culminó antes del tiempo solicitado. Después de las seis actividades los alumnos invirtieron más tiempo en contestar la prueba de “Inventario de estrategias Metacognitivas” porque leyeron detenidamente cada ítem. En la prueba de razonamiento lógico algunos alumnos concluyeron antes del tiempo solicitado.

Se tomaron dos sesiones de clase de 100 minutos para explicar cómo escribir las ecuaciones en Word, insertar imágenes y cómo realizar los dibujos en Paint. Se realizaron dos actividades en clase guiadas por el docente en todo momento de la actividad utilizando los pasos de Polya: Comprender el problema, Elaborar un plan, Ejecutar el plan y Examinar la solución obtenida trabajando en tres diferentes momentos como trabajo individual, en equipo y discusión grupal. De manera grupal los estudiantes discutieron su solución evidenciando sus estilos de pensamiento acerca de “¿cómo entendieron el problema?”, “¿qué plan tenían para resolver el problema?”, “¿cómo justificaban la solución?” o las dudas que surgían al tratar de resolver el problema. En otras palabras, los estudiantes tenían práctica estructurada del aprendizaje autorregulado, regulando su proceso de aprendizaje planificando, supervisando y evaluando de manera adecuada.

Haciendo uso de las tecnologías de la información y de la comunicación (**Tics**) en el aula y dada la experiencia que tiene los estudiantes en la redes sociales, se crearon

dos grupos cerrados en la red social **Facebook**, para practicar aprendizaje autorregulado. Al trabajar en redes sociales se favorece la motivación del alumno y el interés por su propio aprendizaje. Se aclaró que el grupo creado solo era para trabajo académico, también se establecieron los días de publicación de actividades en el muro y los días de entrega (o enviar) sus evidencias individuales y grupales.

Unas de las ventajas de crear un grupo cerrado en Facebook son:

- Enviar mensajes al grupo completo.
- Publicaciones en el muro: es un espacio abierto para que los alumnos puedan conversar entre ellos de manera asíncrona.
- Chat para resolver dudas fuera del aula o en nuestro caso para la entrega de actividades.
- Nos muestra quienes ya vieron la publicación.

El buen uso y la coordinación de las opciones que tenemos en Facebook nos permitió abrir una puerta al aprendizaje fuera del aula, la comunicación entre iguales para la construcción del conocimiento.

Se publicaba en el muro una actividad cada semana (sábado). Como los alumnos tenían conocimiento del día de la publicación, al finalizar el día dicha publicación era vista por la mayoría; se les pidió a los estudiantes realizar un reporte individual y uno de manera grupal en Word y posteriormente enviar el reporte por inbox. Ellos propusieron que la entrega de sus reportes fuera por inbox para evitar que sus soluciones las vieran sus demás compañeros, hasta el día de clase para ser comentada la solución. Cada una de las actividades se trabajó en el transcurso de la semana mediante cuatro momentos, como se describe a continuación:

- 🌀 **Primer momento:** El alumno descarga la actividad, la resuelve, elabora su **reporte individual** y la envía por inbox.

- Ⓢ **Segundo momento:** En la sesión de clase se toma 20 minutos de ella para trabajar en equipo comentando sus resultados, al final realizan un **reporte de equipo** y uno de los integrantes envía el reporte.
- Ⓢ **Tercer momento:** Intervención de la docente: publicar en el grupo la solución del problema para que el alumno lea dicha solución.
- Ⓢ **Cuarto momento:** El alumno realiza un **reporte final** (individual y reflexivo) sobre las experiencias en los tres momentos.

Las razones para tal diseño de las actividades del aprendizaje autorregulados están dadas por Sliško (2016).

Para llevar a la práctica esos cuatro momentos del aprendizaje autorregulado, se acordó en los grupos que la actividad fuera publicada en día sábado, para que ellos en el transcurso del fin de semana pudieran realizar su reporte individual y enviarlo antes de la sesión de clase. Se determinó que en caso de no mandarlo se debía entregar de manera digital antes de trabajar en equipos. Se formaron equipos de trabajo con alumnos que enviaron o entregaron la actividad solicitada antes de la sesión de clase. En el trabajo de equipo cada integrante comparte su solución, así como también el plan que diseño para resolver el ejercicio. Asimismo, por acuerdo de cada equipo, determinaron quién sería el responsable de hacer el envío del reporte grupal a mitad de la semana entre miércoles o jueves. Así se determinó que la publicación de la solución de la actividad semanal fuera en viernes en el grupo cerrado de Facebook, para que finalmente los alumnos realizaran su reporte integrando los tres momentos (individual y reflexivo) y enviarlo el fin de semana.

2.4 Categorías y Subcategorías

Para el análisis e interpretación de los datos cualitativos se crearon categorías y a su vez éstas fueron divididas en subcategorías para determinar los diferentes procedimientos utilizados por el alumno, para llegar a la solución y así vislumbrar si hay estrategias metacognitivas como: planeación, monitoreo y evaluación en la resolución de problemas de Aritmética y Álgebra.

A continuación se muestran las tablas siguientes:

Tabla 1. Categorías de métodos de solución

Categoría	Subcategorías
Método de tanteo	Respuesta correcta:
	Respuesta incorrecta
	Sin respuesta
Método de ecuaciones	Respuesta correcta:
	Respuesta incorrecta
	Sin respuesta
Sin plan de solución	Sin respuesta

Tabla 2 Definiciones de las subcategorías

Categoría: Método de tanteo	
Subcategoría	Definición
Respuesta correcta	El alumno propone un número (os) que cumple con las condiciones del problema . Al obtener la cifra (as) deseada, justifica la solución mencionando las condiciones del problema.
Respuesta incorrecta	El alumno propone un número (os) y su respuesta no cumple con todas las condiciones del problema . Además, el alumno no justifica adecuadamente su solución. El alumno menciona la respuesta acertada en el primer intento sin

	argumentar su solución con las condiciones del problema.
Sin respuesta	El alumno solo propone resolver mediante tanteo, pero se queda en el intento sin mencionar el número (os) que pueden estar en juego.
Categoría: Método de ecuaciones	
Respuesta correcta	El alumno traduce el lenguaje común a lenguaje algebraico , obteniendo el modelo algebraico (ecuación) que cumple con las condiciones del problema. El alumno resuelve de manera correcta la ecuación y llega a la solución deseada. El alumno justifica su respuesta.
Respuesta incorrecta	El alumno traduce el lenguaje común a lenguaje algebraico obteniendo el modelo algebraico (ecuación), cumple o (no cumple) con las condiciones del problema. El alumno, al operar con la ecuación obtenida, comete errores y no llega a la solución deseada. El alumno al dar la conclusión intercambia los números.
Sin respuesta	El alumno propone como plan de solución una ecuación sin escribir la ecuación. El alumno propone una ecuación ,

	<p>pero dicha ecuación no cumple con todas las condiciones del problema.</p> <p>El alumno propone una ecuación pero no la resuelve porque hay incertidumbre sobre si la ecuación propuesta está bien planteada.</p>
Categoría: Sin plan de solución	
Sin respuesta	<p>El alumno no propone plan de solución hay confusión con la oración.</p>

En los reportes individuales se analizan estrategias metacognitivas en la materia de matemáticas I (Plan 06 con enfoque por competencias) y la argumentación en el proceso de solución mediante un lenguaje claro y coherente, así como, también, el uso de conceptos, definiciones y propiedades matemáticas. En particular, se centrará el análisis en la capacidad de autorregulación utilizando como recurso la red social Facebook.

Capítulo 3

Análisis

En este capítulo hacemos un análisis de la implementación del ciclo de aprendizaje autorregulado con problemas de álgebra centrándonos en los reportes individuales enviados por inbox, a fin de identificar las estrategias metacognitivas de los estudiantes en el proceso de resolución de problemas, en la materia de matemáticas I (Plan 06 con enfoque por competencias).

3.1 Descripción del ciclo de aprendizaje autorregulado.

En el primer momento la actividad fue trabajada fuera de clase (en casa) de manera **individual** y en forma escrita en Word. A los alumnos se les indicó que lo importante de la actividad no es tanto resolverlo y dar una respuesta correcta sino explicar y justificar el proceso de solución y, en caso de no llegar a una solución, redactar el motivo por el cual no se tiene una respuesta. Se les dio la indicación de que en caso de no poder resolver el problema y redactar el motivo no iba a repercutir de manera negativa en su calificación con el fin de que ellos intenten resolverlo y no busquen la solución en páginas de internet.

Se publicaron actividades semanales (octubre-diciembre 2015) en la red social Facebook a estudiantes de Nivel Medio Superior, para tomar evidencias y ver:

- (1) Si hay planeación, monitoreo y evaluación en los reportes individuales;
- (2) Si, trabajando constantemente con los cuatro momentos, incrementa el puntaje obtenido en la prueba TOLT,
- (3) Si mejora la calidad de la redacción de los reportes.

En el segundo momento de trabajo, en una clase ordinaria (miércoles), después de haber enviado la actividad individual, se tomaron 20 minutos de la misma para que los estudiantes **en equipo** hablaran de sus estrategias de solución y el resultado obtenido, discutieran y compararan sus soluciones; así como también sus discursos,

con los que pretendían convencer a sus compañeros. Un integrante del equipo se encargaba de redactar el reporte final y enviarlo por inbox. Aquí el rol del docente fue guiar y monitorear el desarrollo de la actividad motivando a los alumnos a expresar sus ideas, pensamientos, opiniones; además de escuchar y llegar a acuerdos.

En el tercer momento está la **intervención del docente** en el grupo cerrado donde la solución experta es publicada con el objetivo de que el alumno descargue y lea la solución, tomando algunas ideas para sus próximos reportes.

Finalmente, en el cuarto momento del ciclo de aprendizaje autorregulado, el alumno realizó un **reporte final** (individual y reflexivo) sobre las experiencias en los tres momentos.

La siguiente actividad fue publicada después de la segunda aplicación de los instrumentos de medición Test de Razonamiento Lógico (TOLT) e “Inventario de estrategias Metacognitivas” y después de dar calificaciones correspondiente al parcial del ciclo escolar.

3.2 Un ejemplo de problemas usados en las actividades

Actividad 6

Juan le dice a Pedro, ¿qué edad tengo, si tengo el doble de la que tú tenías cuando yo tenía la que tú tienes, sabiendo que cuando tú tengas la que yo tengo entre los dos tendremos 63 años?

Este problema se puede resolver mediante tanteo realizando cálculos aritméticos. No es tan inmediato encontrar la pareja de números que cumplen con las condiciones del problema. También, se resuelve recurriendo a un modelo algebraico. Tal consiste en escribir las condiciones del problema mediante el lenguaje algebraico, y luego operar con las expresiones obtenidas para obtener la solución.

3.3 Resultados del grupo experimental

De manera general se recibieron en el primer momento 39 envíos de reportes individuales de un total de 71 alumnos para esta fecha (hubo dos bajas).

A continuación se muestra los resultados de cada una de las categorías–subcategorías de la actividad mencionada anteriormente con el grupo experimental. Se puede apreciar que la mayoría de los alumnos que trabajaron con la actividad eligieron como plan de solución resolverlo mediante una ecuación. Sin embargo, existen reportes en que no se obtuvo una solución, las cuales se mencionan en la siguiente tabla:

Tabla 3: Resultados de las soluciones. Grupo experimental

	Correcta	Incorrecta	Sin respuesta	Total
Tanteo	7	5	1	13
Ecuación	3	10	7	20
Sin plan de solución.			6	6

Descripción de evidencias de la categoría: Sin plan de Solución

En la fase de reflexión, todos los alumnos que están en esta categoría mencionan en el documento enviado que se enredaron con los datos. Hubo confusión con la oración del problema motivo, por lo que no hubo respuesta en el problema ni plan de solución.

En la figura 2 se observa que el alumno 14-G1 no ejecuta el plan. Solo tuvo la idea de ordenar datos pero no se llevó a cabo porque no se ha entendido el problema, por lo cual no hay plan de solución para resolver el problema. Cabe mencionar que el alumno cumplió con el 80% de entrega de actividades en el grupo cerrado de Facebook, en sus reportes no se esmeró en realizar una buena redacción fue muy breve en sus soluciones; como no contaba con internet en casa rentaba una

computadora para bajar las actividades publicadas; en clase cumplió con las tareas y actividades solicitadas en el salón, tuvo una calificación de cinco en el TOLT en la primera aplicación y siete en la segunda aplicación. En el curso obtuvo un promedio de ocho. Esto indica que el no contar con internet propio no impide que se realice las actividades y se obtenga un buen resultado.

En el caso de que no pudiste encontrar solución alguna, describe cuál fue el motivo.

Mmmm me enrede con los datos y no tuve ni una posible solución creo que me hace falta ordenar los datos pero no, no creo que sea eso la verdad está muy enredado.
A ver si para la otra mejoro....
☹☹☹☹

Figura 2: Sin concebir un plan (Ejemplo 1).

En la figura 3 hay evidencia de que la situación del problema causó confusión en el alumno 29-G1 por lo que no logró diseñar un plan de solución. Ha entregado el 80% de las actividades de Facebook a tiempo, fue muy breve en sus reportes no cuenta con internet en casa; en el salón de clases cumplió con las tareas y actividades encomendadas, en la primera aplicación de la prueba TOLT tuvo tres y en la segunda aplicación siete, es decir; pasó de concreto a pensamiento transicional. En el curso obtuvo un promedio de siete. Se puede notar que le costó trabajo pero que fue persistente.

En el caso de que no pudiste encontrar solución alguna, describe cuál fue el motivo.

El motivo por el que no le entendí fue porque esta algo enredado, se me complico porque tengo que buscar el doble de la edad de una persona y también debo de buscar la edad que tenía esa persona lo único que creo fácil es la suma de las edades.me enrede al leer el problema

Figura 3: Sin concebir un plan (Ejemplo 2).

En la siguiente ilustración (figura 4) la alumna 6-G2 muestra evidencia de estrategias metacognitivas de comprensión del texto, mencionó que no se ha entendido el problema por el juego de palabras en diferentes tiempos. Cabe resaltar que el contrato didáctico no entra en juego en esta descripción, la alumna abandona el intento de solución. Ésta cumplió con las tareas solicitadas en Facebook, mostraba interés en resolver los problemas, le costaba un poco en entenderlos, buscaba ayuda entre

iguales cuando no entendía o tenía duda sobre algún problema o tema. En el salón mostraba interés hacia la clase, preguntaba dudas y entregaba tareas y actividades. Tuvo calificación de TOLT en la primera aplicación de dos y tres en la segunda aplicación. Obtuvo de promedio en el curso de matemáticas seis. A la alumna le costó trabajo entender la estructura de la oración por lo que le impidió una comprensión clara del problema, sin embargo buscó ayuda para la comprensión.

En el caso de que no pudiste encontrar solución alguna, describe cuál fue el motivo.

Para ser sincera lo leí y lo leí otra vez y no le encuentro una manera exacta de expresarlo.
Tal vez será porque se me complica al entender el problema, me confunde todo este juego de palabras que se usa para persuadir al que está haciendo el problema.
Sé que es objetivo es saber la edad de Juan, y el tiene, el doble de la que tu tenia de la de Pedro cuando Juan tenia la que tiene Pedro, Sabiendo que Pedro sepa su edad los dos tendrán 63 años.
En si ya me revolví en que Pedro tiene la de Juan y Juan tiene el doble..
ME CONFUNDO DESDE ESA PARTE..

Figura 4: Sin plan de solución (Ejemplo 3).

Descripción de evidencias de la categoría: **Tanteo**

Menos de la mitad de los alumnos decidió, como primer plan, resolver el problema mediante tanteo, pero, al llevar a cabo su plan, observaron que no es tan fácil encontrar la pareja de números que cumple con las condiciones del problema. En algunos casos, no se ha entendido el problema y se van por la respuesta “obvia”, pero incorrecta. Algunos mencionaron que la oración del problema está enredada y causa confusión en ellos.

En la figura 5 se muestra evidencias metacognitivas del alumno 37-G2, como primer plan había elegido el método de tanteo realizando monitoreo y evaluación. Desafortunadamente, el alumno no realizó un segundo plan de solución. Para los ejercicios solicitados en la red social, tal alumno ha cumplido con la mayoría de las entregas. La calificación obtenida en la primera aplicación de la prueba TOLT fue de cuatro, en la segunda obtuvo ocho. Fue un alumno regular cumplió con lo solicitado en clase. Al inicio del curso siempre daba la primera respuesta que pensaba de forma afirmativa sin justificar por qué o cómo fue que llegaba a dicha respuesta y cuando se le preguntaba sobre su respuesta contestaba **porque sí**. Conforme se ha ido

avanzando, el alumno ya se detenía a pensar en su respuesta inicial y a preguntarse ¿estoy bien? e incluso a explicar como lo había pensado o analizado en el pizarrón. Fue muy breve en sus explicaciones escritas y aún le costaba redactar. Ha ido subiendo sus calificaciones parciales, inicialmente obtuvo seis y al final su promedio fue de siete en los cuatro parciales de la materia de matemáticas I. Al final del ciclo de aprendizaje autorregulado el alumno tendía a razonar el problema planteado para dar una solución acertada.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial.

Edad de Pedro =X
Edad de Juan = 2X
2X=Y
Y= edad que separa la edad de Juan y Pedro Que equivale a 63
X=15. 2X=30 =45
X=20. 2X =40. =60
X=21. 2X=42. =63

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener eventualmente una solución final que difiere de la inicial.

Utilice el método de tanteo y le designe a cada incógnita un valor que pienso que es correcta hasta el momento que leo que dice que cuando tenga la edad que tienes que mi respuesta cambia a 13 y 26 que es la respuesta más aproximada dando como resultado 65, si es 12 y 24 el resultado es 60 y si colocamos 13 y 26 la respuesta es 70 por lo que opino que no llegue a la conclusión o tiene punto decimal

Figura 5: Tanteo sin respuesta correcta con evaluación (Ejemplo 4).

En la figura 6 se muestra evidencia de la alumna 2-G2. Se observa la calidad de la redacción y actividades metacognitivas como: planeación, monitoreo y evaluación. Se ha entendido correctamente el problema y se eligió como primer plan el método de ecuación, pero desafortunadamente no se logró plantear así que opta por tanteo y además justificó la solución. Cumplió con el 90% de las actividades solicitadas en la red social. Además, la calidad de sus reportes incrementó. Siempre mostró interés por trabajar con las actividades; al trabajar en equipo les explicaba a sus compañeros al grado de convencer al equipo. Al inicio del curso, en las actividades que se le encomendaba solo escribía respuesta en caso que se pedía explicación redactaba. Al final ya redactaba sin solicitárselo. En la primera aplicación TOLT obtuvo de calificación seis y en la segunda aplicación obtuvo siete. Sus calificaciones han incrementado, inicialmente obtuvo seis y su promedio final fue de ocho en la materia de matemáticas I. La alumna pensaba en los ejercicios antes de emitir una respuesta.

Describe con tus palabras lo que entendiste del problema.

- Ah pues yo entendí que se hablan de cuatro edades: dos que ya fueron, otra que será (en un futuro) y la otra que es la que se tiene actualmente y que es la que se tiene que encontrar.
- También entendí que la edad que Pedro tenía en el pasado es la diferencia entre la edad que Pedro tiene hoy menos la edad que Juan tiene hoy y la que tenía en el pasado cuando Pedro tenía z años.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial.

- Lo primero que hice fue buscar dos cantidades que sumadas dieran como resultado 63 y que la diferencia de los números restada al número menor de esos dos números cumpliera con lo que el problema pide al principio.
- Mi justificación es que trate de hacer una ecuación pero no la puede plasmar de acuerdo al problema así que esto es lo que me resulto más rápido.
De todos los pares de números que sumados daban 63 escogí al principio los dos de en medio que eran: 30-33.....pero con estos no se cumple con lo que se pide al principio. Entonces seguí con: 29-34.....tampoco; continúe:
28-35 y con estos números si se puede continuar, ya que la edad de Juan es la mayor por obviedad pero en este caso se recorre la edad ya que en el problema se dice: *"sabiendo que cuando tú tengas la que yo tengo entre los dos tendremos 63 años"* entonces 35 es la edad que Juan tendrá cuando Pedro tenga la edad que el ahora tiene entonces por ende sabemos que Juan ahora tiene 28 años y por lo tanto Pedro tiene 21 años ya que la diferencia de 28 y 35 es 7 y entonces tiene que ser la misma diferencia para saber qué edad tiene Pedro.

Argumenta por qué crees que tu solución (inicial o final) es correcta.

- Yo creo que mi solución inicial y final son correctas porque al comprobar estos son mis resultados:
 - ❖ En el problema se dice que Juan tiene el doble de la edad que Pedro tenía cuando Juan tenía la que Pedro tiene, sabiendo que cuando Pedro tenga la edad que tiene Juan entre los dos tendrán 63 años; por lo tanto si Juan tiene 28 años y Pedro tiene 21; y Juan tiene el doble de la edad que Pedro tenía cuando Juan tenía la que Pedro tiene; entonces cuando Juan tenía la edad que Pedro tiene entonces Pedro tenía 14 años y 14 sería la mitad de la edad que Juan tiene ahora que son 28. Y pues lo que el problema pide al final ya lo había explicado en un principio.

Figura 6: Tanteo respuesta correcta con actividades metacognitivas (Ejemplo 5).

En la figura 7, el alumno(a) 29-G2 muestra evidencias metacognitivas como, por ejemplo, de evaluación y justificación de la respuesta dada. Ha cumplido con todas las actividades solicitadas, mostró interés en la resolución de las actividades ya redactaba un poco más, la calidad de sus reportes ha avanzado. En la primera aplicación de la prueba TOLT obtuvo tres de calificación, en la segunda aplicación obtuvo ocho de puntaje. Pasó del nivel concreto a formal. En el curso obtuvo un promedio de siete en los cuatro parciales de la materia de matemáticas I. Manejó adecuadamente los procesos de aprendizaje.

Dibuja la situación que se te presenta en este del problema.



PEDRO es más chico que



JUAN es más grande que Pedro.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial.

Por medio de tanteo pues fije una edad y note que se dividiera entre dos y al agregar la diferencia que dio 7 le agregue a la edad que supuse al inicio y de igual manera en la otra edad y al sumarlas dio como resultado 63 que es la edad futura.

Edad	pasado	Presente	Futuro
Juan	14	28	35
Pedro	7	21	28

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener eventualmente una solución final que difiere de la inicial.

Pues supuse que se debería agregar la misma edad a ambas puesto que el tiempo corría de igual manera para ambos entonces se tenía que quitar la misma edad y se tenía que agregar de igual manera la edad. Como se muestra en la tabla que se agrega en el pasado 14 años y en el futuro se agregan 7 años a ambos. Fue difícil poner una cifra inicial de la cual me iría guiando pero 63 es múltiplo de 7 entonces tendrían que ser números múltiplos de 7 los de la edad actual.

Argumenta por qué crees que tu solución (inicial o final) es correcta.

Pues creo que es correcta porque está respondiendo a todos los números que da vuelta en el problema y los requisitos que pide. Según yo estoy bien pues se agrega la misma edad y de igual manera se le quita y en un futuro se le suma dichas edades y da como resultado 63.

Figura 7: Tanteo respuesta correcta con evaluación (Ejemplo 6).

Descripción de evidencias de la categoría: **Ecuación**

La mayoría de los trabajos recibidos recurrieron a un modelo algebraico como plan de solución. En algunos solo consideraron parte de la información y eso los condujo a errores en el planteamiento de la ecuación; en la fase de reflexión mencionaron motivos como: “**no entendí porque el problema esta confuso-enredado**”. En la mayoría de los reportes individuales hubo planeación, monitoreo y evaluación como se puede observar en las siguientes ilustraciones.

En la figura 8, el alumno 8-G2 muestra evidencia de conocimiento metacognitivo de comprensión del texto. Se dio cuenta de las dificultades que se le iban presentando con la oración, logrando identificar que el problema hablaba en tres tiempos. Desafortunadamente, no planteó la ecuación correcta, no realizó desarrollo en la ejecución del plan. Fue consciente de que a través de la comprensión de lectura del problema se puede llegar a una resolución adecuada. Ha entregado todas las actividades solicitadas en Facebook. Fue un alumno regular, responsable se preocupaba por no reprobar (calificaciones) buscó ayuda de iguales e investigaba. La calificación en la primera aplicación de la prueba TOLT fue de tres y en la segunda obtuvo cuatro. El alumno no ha tenido buenos resultados, pero se esforzaba en las entregas de evidencias. En su evidencia se puede observar que faltó hacer uso de la

correcta ortografía a pesar de que lo sugirió el corrector ortográfico Word no atendió a las sugerencias.

Describe con tus palabras lo que entendiste del problema.

Lo que entendí del problema es que nos habla en tres tiempos presente pasado y futuro, que no especifica la edad de quien hay que hallar pero en el problema nos dice que hay que ayar la edad de Juan, aunque podemos allar cual quiera de las edades, es un confuso el ejercicio pero se tiene que encontrar que la suma de las edades de Juan y Pedro sea 63.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial.

Bueno mis primeras operaciones solo consistían en resolver los problemas por ecuaciones sacando varias entre ellas, $2x-y=63$ $3x-7=63$ $2x-3x-y=63$ pero ninguna podía resolver el resultado, asi que me desespere y lo deje.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener eventualmente una solución final que difiere de la inicial.

Después de leer el ejercicio una y otra vez no pude entender el ejercicio a la perfección ni pude encontrar un procedimiento por el cual poder resolver el problema.

Argumenta por qué crees que tu solución (inicial o final) es correcta.

En el caso de que no pudiste encontrar solución alguna, describe cuál fue el motivo.

No pude resolver el ejercicio ya no podía comprender a la perfeccion el ejercicio y no pude representarlo en un procedimiento, por lo que no pude resolver el problema.

Figura 8: Ecuación sin respuesta (Ejemplo 7).

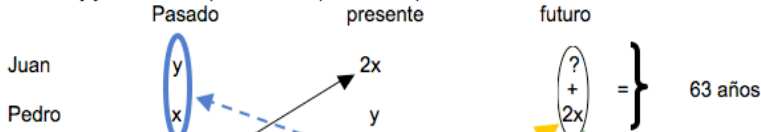
En la figura 9, el alumno 17-G1 muestra evidencia de estrategias cognitivas de relectura de la oración, tomó conciencia de la forma de aprender. Hubo estrategias metacognitivas para entender el problema apoyándose en una tabla, ocupando los pasos de Polya. El desarrollo y ejecución del plan estuvieron muy bien estructurados, así como la explicación es coherente e hizo uso del lenguaje matemático. El alumno descuidó un poco la conclusión de las edades, no reconsideró su solución. Como menciona Polya, los mejores resultados pueden perderse si el alumno no reexamina. Fue un alumno que cumplió con las actividades de Facebook. Su avance ha sido notable en la calidad de sus reportes. Inicialmente era muy breve en sus comentarios, por iniciativa propia pasaba al pizarrón a explicar. Ha sido responsable en atender y mejorar su desempeño tanto en actividades como en sus calificaciones. Obtuvo un promedio de siete en los cuatro parciales, tomaba en cuenta sus desaciertos para

mejorar. En la primera aplicación de la prueba TOLT obtuvo uno y en la segunda aplicación fue de tres.

Describe con tus palabras lo que entendiste del problema.

Bueno al leer varias veces el problema me di cuenta de que en este se habla en tres tiempos: el pasado, futuro y presente y en cada uno de esos tiempos menciona distintas variables a considerar para poder llegar a la solución de dicho problema. En primera debo saber cuál es la diferencia de edades en el pasado y en cada uno de los diferentes "escenarios" por llamarlos así, y una vez hecho esto se procederá a resolver el problema.

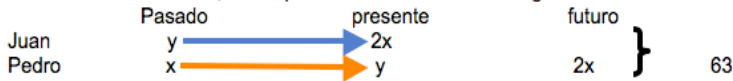
Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial.



La oración "si tengo el doble de la que tú tenías cuando yo tenía la que tú tienes", se representa. Entonces lo siguiente quedaría así "sabiendo que cuando tú tengas la que yo tengo entre los dos tendremos 63 años"

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener eventualmente una solución final que difiere de la inicial.

Una vez entendido esto, ahora pasamos a resolver las incógnitas de cada uno de los tiempos (pasado, presente y futuro).



Para lo cual restamos las incógnitas "x" y "y" quedando así:

$$y - 2x = x - y$$

igualamos la ecuación sumando "x" con "x" y viceversa:

$$2y = 3x$$

Después lo que hice fue tomarlo como una proporción:

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{y}$$

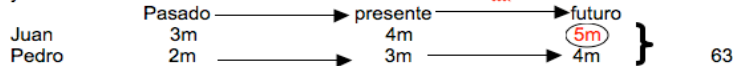
Entonces lo que hice fue colocarla una "m" al 2 y 3 para asegurarme de que la proporción se mantendrá en ambos casos.

$$\frac{2m}{3m} = \frac{x}{y}$$

Con esto, ahora en la tabla sustituyo valores:

$$x = 2m$$

$$y = 3m$$



Posteriormente veo la proporción en cada caso y deduzco por lógica la proporción que me hace falta

Sabiendo esto dividimos 63 entre la suma de ambas proporciones

$$\begin{aligned} 5m + 4m &= 9m \\ 63 / 9m &= 7 \\ m &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5(7) &= 35 \\ 4(7) &= 28 \\ 35 + 28 &= 63 \end{aligned}$$

Juan tiene 35 y pedro 28 años

Figura 9: Ecuación con estrategias metacognitivas (Ejemplo 8).

En la siguiente ilustración (figura 10) el alumno 12-G1, muestra evidencia de un desarrollo estructurado de la actividad, donde se observa actividades metacognitivas como planeación y evaluación. Faltó monitorear el desarrollo para detectar el descuido aritmético y así llegar a la meta. Al concluir, tuvo conocimiento de que la respuesta no cumple con lo solicitado en el problema. Ha cumplido con las actividades solicitadas en Facebook. La calidad de sus reportes ha aumentado en redacción, así como sus calificaciones de los parciales, logrando un promedio ocho en la materia de matemáticas I. Obtuvo dos de calificación en la prueba TOLT en la primera y segunda aplicación. Se esforzó en las tareas extra clase y en las actividades de clase.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial.

juan : edad en el pasado: y
 Pedro :edad actual: y
 juan edad actual: $2x$

Pero cuando tú tengas la edad que yo tengo en edad futura: z

Tú edad futura: $2x$

	Pasado	Presente	Futuro
Yo	y	$2x$	z
Tú	x	y	$2x$

La diferencia de edad entre Yo y Tú es siempre la misma, por tanto:

$$y - x = 2x - y \text{ (ecuación 1)}$$

$$z - 2x = 2x - y \text{ (ecuación 2)}$$

En el futuro, es decir, cuando tú tengas la edad que yo tengo: la suma de nuestras edades será 63 años

$$2x + z = 63 \text{ (ecuación 3)}$$

Operando sobre la ecuación 1 tenemos:

$$y - x = 2x - y \text{ (ecuación 1)}$$

$$2y = 4x$$

$$y = 2x \text{ (ecuación 4)}$$

Operando sobre la ecuación 2 tenemos:

$$z - 2x = 2x - y \text{ (ecuación 2)}$$

$$z = 4x - y \text{ (ecuación 5)}$$

Ahora sustituimos el valor de z en la ecuación 3:

$$2x + z = 63 \text{ (ecuación 3)}$$

$$2x + (4x - y) = 63$$

$$2x + (4x - 2x) = 63$$

$$2x + 4x = 63$$

$$6x = 63$$

$$x = 63/7 = 9$$

La edad de juan es: $2x = 18$ años

La edad de pedro es: $y = 2x = 18$ años

<p>Argumenta por qué crees que tu solución (inicial o final) es correcta.</p> <p>Mm no considero que sea correcta ya que me enrede con lo que dice el problema espero y ya explicándolo en clase pueda comprender mejor además el resultado que me salió casi no cumple con lo que dice el problema pero trate de solucionarlo y pues concluí con ese resultado.</p>
<p>En el caso de que no pudiste encontrar solución alguna, describe cuál fue el motivo.</p> <p>Pues para mí el problema está muy enredado no comprendo bien lo que dice además da muchos detalles de los que no comprendía pero pues trate de llegar a una respuesta y pues si se me dificulto un poco. En mi opinión en este problema se requiere de estar realizando cada uno de los pasos pero aunque los realizaba de acuerdo con lo que me pedía no pude llegar a un resultado exacto.</p>

Figura 10: Método de Ecuación con evaluación (Ejemplo 9).

En la figura 11, el alumno 34-G1 muestra evidencia de estrategias metacognitivas siguiendo los pasos de Polya. Además, dio un desarrollo muy bien estructurado, mostrando calidad de la redacción, lenguaje claro y coherente, búsqueda de información cuando se tenía duda. En el aula mostró interés hacia la clase y a las actividades encomendadas y atendía a las recomendaciones. Era muy reservado en sus comentarios a menos a que se le preguntara. Cumplió con el 80% de los reportes solicitados y sus calificaciones de TOLT en ambas aplicaciones fue de cinco. En el curso obtuvo un promedio de ocho en los cuatro parciales.

<p>Describe con tus palabras lo que entendiste del problema.</p> <p>Al principio lo único que comprendí fue obviamente Juan era mayor que Pedro, pero razonando mas e investigando un entendí que en el problema se hable de tres tiempos distintos el presente, pasado y futuro y tal vez con literales podría representar lo que el problema me decía.</p>
<p>Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial.</p> <p>En realidad no se me ocurría como se podría resolver este problema y no tenía ni la mas mínima idea, después quise hacerlo con sistema de ecuaciones pero nunca pude así que decidí abandonar ese método y me puse a investigar con resolvían problemas con edades. Así que parte de mi procedimiento lo encontré en otros problemas parecidos, pero lamentablemente no encontré ninguno idéntico así que me tuve que basar en otras para solucionar esté.</p>

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener eventualmente una solución final que difiere de la inicial.

- Primero hice una tabla parecida a esta.

	Pasado	Presente	Futuro	Suma
Juan	Y	2X		63
Pedro	X	Y	2X	

Acomode los datos de la siguiente forma:

En la columna del presente coloque dos equis en la edad de Juan y en el pasado coloque una equis en la fila de Pedro ya que en el presente Juan tiene el doble de edad que tenía Pedro en el pasado.

En la columna del pasado coloque una Y en la fila de Juan y una Y en la fila Pedro debido a que como Pedro ahora tiene la edad que tenía Juan cuando Pedro tenía la mitad de los años que ahora tiene Juan. (ojala y me entienda)

Y finalmente puse 2 Equis en el futuro en la fila de Pedro ya que cuando Pedro alcance la edad de Juan la suma de sus edades serán 63 años.

- Como se trataba del tiempo hice una igualdad entre el pasado y el presente ya que la constante de diferencia de edades siempre será la misma; restándole siempre la edad de Juan a la de Pedro pues por lógica el que es mayor es Juan.

$$y - x = 2x - y$$

$$y = 2x - y + x$$

$$y + y = 2x + x$$

$$2y = 3x$$

- Ese fue el resultado de mi igualdad; y la verdad no sé cómo explicar lo que hice después porque solo entendí que se hace eso cuando tenemos una igualdad con dos incógnitas; se cruzan un coeficiente y una literal y queda mas o menos así:

$$2y = 3x$$

$$\begin{array}{r} 2 = x \\ 3 = y \end{array}$$

- Entonces, tampoco se como se explica esto per digamos que tome de referencia que 2 era como X y 3 era como Y ; después se puede decir que agregue otra literal para darle un valor a X y a Y para poder hacer una ecuación como

Z=7 siete es la diferencia de edades y también me sirve para reemplazar todos los valores de mi tabla:

	Pasado	Presente	Futuro	Suma
Juan	21	28	35	63
Pedro	14	21	28	

Y por fin obtenemos los valores de la tabla viendo que la respuesta es que Juan en estos momentos tiene 28 años y Pedro tiene 21.

Argumenta por qué crees que tu solución (inicial o final) es correcta.

Creo que mi solución final es correcta porque la suma de las edades en el futuro es 63, y si revisamos la tabla todas las edades coinciden con los requisitos o los datos iniciales que te proporciona el problema :v

(Espero y me entienda, y que la realidad es que investigue como se hacían este tipo de problemas por mi cuenta no iba a lograr llegar al resultado sin tener que utilizar el tanteo para resolverlo).

Figura 11: Ecuación con estrategias metacognitivas (Ejemplo 10).

De acuerdo a las evidencias, se pudo constatar el compromiso de los estudiantes al enviar el reporte a pesar de que ya se había entregado calificaciones parciales. Los alumnos trabajando con aprendizaje autorregulado han logrado un avance en estrategias metacognitivas. En su mayoría realizan planificación, monitoreo y evaluación. La calidad de sus reportes ha incrementado de manera gradual, al

justificar sus respuestas lo hacen por medio de la redacción así como también el uso del lenguaje matemático. Poco a poco, se van sumando alumnos que eligen como método de solución una ecuación o ya pueden elegir de las diferentes estrategias la más efectiva en un problema con enunciado.

3.4 Resultados del grupo de control

En el **grupo de control** se aplicó la misma actividad después del examen parcial en una sesión de clase de 100 minutos. Se le entregó a cada alumno el problema impreso al inicio de la clase para que con calma lo resolvieran sin sentirse presionados. Después de unos 20 minutos intentaban comentar con su compañero que tenían al lado sin tener éxito alguno. Solo cinco alumnos lo entregaron en poco menos de 20 minutos pero sin llegar a una respuesta satisfactoria. Los caminos de solución que reportaron son **tanteo** y **ecuación** arrojando los siguientes resultados.

Tabla 4 Resultados de las soluciones. Grupo de control

	Correcta	Incorrecta	Sin respuesta	Total
Tanteo		11	2	13
Ecuación		15	3	18
Sin plan de solución.			6	6

Descripción de evidencias de la categoría: Sin plan de Solución-Grupo de Control

En los siguientes cuadros se muestran los motivos por los que no llegaron a una solución. De manera general, hubo confusión con el enunciado. Como se puede observar, la redacción es muy breve y concreta. La mitad de ellos tuvieron calificaciones de TOLT más de 5. El resto de ellos obtuvo calificaciones muy bajas.

En el caso de que no pudiste encontrar solución alguna, describe cuál fue el motivo.

Alumno 2-G3: No entendí el problema

En el caso de que no pudiste encontrar solución alguna, describe cuál fue el motivo.

Alumno 11-G3: necesito saber la edad de alguno de ellos

En el caso de que no pudiste encontrar solución alguna, describe cuál fue el motivo.

Alumno 20-G3: falta de comprensión del ejercicio

En el caso de que no pudiste encontrar solución alguna, describe cuál fue el motivo.

Alumno 34-G3: Me enredé en la explicación.

Descripción de evidencias de la categoría: Tanteo

Una de las estrategias de solución a la que la mayoría recurre es tanteo. Para este ejercicio, el método de tanteo es inadecuado pues no es tan sencillo encontrar los números que satisfacen las condiciones del problema. Dieron resultados incorrectos, como 42 años o 21 años, que se obtienen tomando en cuenta solamente parte de la información y sin verificar la respuesta obtenida.

En la siguiente ilustración (Cuadro 1) se observa planeación, no hubo monitoreo ni evaluación. En clase no verificaba su resultado, aunque se le esté insistiendo querían que el docente valide la respuesta. El alumno 1-G3 en ambas aplicaciones de la prueba TOLT obtuvo dos de calificación. La calificación de los cuatro parciales fue de seis.

Cuadro 1: Respuesta- Alumno 1

Describe con tus palabras lo que entendiste del problema.

Cuando Pedro tenga la edad que tiene Juan los dos sumaran 63 entonces actualmente Juan tiene 21 y en un futuro Juan tendrá 42 y Pedro 21.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial

$$21 + 42 = 63$$

10.5 → Pedro

21 → Juan

Argumenta por qué crees que tu solución (inicial o final) es correcta.

Porque mis operaciones eso da y estoy segura.

Descripción de evidencias de la categoría: **Ecuación**

En esta categoría, la mayoría de los alumnos no tomaron en cuenta toda la información del problema y eso conduce a errores en su planteamiento.

En el Cuadro 2 hay evidencia de que el alumno 36-G3 se olvidó de aspectos reales (tiempo). Tuvo un plan y lo ejecuta, pero descuida la parte de entender el problema. Se puede evitar errores si el alumno monitorea y verifica la solución. La calificación obtenida en la primera aplicación de la prueba TOLT fue de cuatro y en la segunda obtuvo dos de calificación. Obtuvo un promedio de 7 en los cuatro parciales de matemáticas I.

Cuadro 2: Respuesta- Alumno 36

Describe con tus palabras lo que entendiste del problema.

Por ejemplo si Juan tiene 21 Pedro puede tener 11 años y meses y cuando Pedro cumpla los 21 él tendrá 42 y así entre los dos suman 63.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial

$$2a + b = 63 \quad 2a = 21$$

$$3b = 63 / 3 \quad a = (21)(2)$$

$$b = 21 \quad a = 42$$

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener eventualmente una solución final que difiera de la inicial.

Vamos a suponer que Juan es "a"

Y Pedro es "b"

Entonces si Juan es doble mayor que Pedro quedaria así= $2a + b = 63$ separamos la estructura para sacar la edad de cada quien. Y

3 veces se divide porque se mueve tres veces los años de Pedro $3b = 63$

En el Cuadro 3 observamos dos planes: ecuación y tanteo. Cabe mencionar que se descuidó el primer paso entender el problema, hay planeación, la evaluación no se realizó tomando todas las condiciones del problema por lo que no se cumplió el objetivo. Calificaciones de la prueba TOLT dos y tres en primera y segunda aplicación respectivamente. Tuvo de promedio 6 de los cuatro parciales.

Cuadro 3: Respuesta- Alumno 25-G3

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial

$$2x + x = 63$$

$$3x = 63$$

$$x = 21$$

dividi el total 63 entre 3 porque creo que sumo el resultado

$$21 + 2 = 42 \text{ y al final } 21.$$

42

+21

63

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener eventualmente una solución final que difiere de la inicial.

15.8
+15.8
31.6
+31.6
63.2

→ Pedro

→

Juan tiene el doble de la edad de Pedro y sumando la edad de Pedro y Juan sumaran 63.

En general, en el grupo de control el enunciado del problema causó confusión en todos los alumnos. No hubo monitoreo ni evaluación ya que no están acostumbrados a trabajar con este paso. Los estudiantes cotidianamente querían que el docente los guíe en todo el proceso a tal grado de decir qué hacer, qué sigue y validar la respuesta. Es decir, el docente asume la resolución del problema, el estudiante obtiene la solución pero no es por sus propios medios (efecto Topaze²). Mostraron deficiencias en la resolución de problemas con enunciado. Con ellos la clase fue expositiva, el alumno no participaba activamente en ella.

3.5 Análisis del examen en grupos experimentales y de control

En el examen de matemáticas I correspondiente al tercer parcial fue aplicado el mismo día y a la misma hora a los alumnos de la preparatoria (Regional) “Enrique Cabrera Barroso” (BUAP), tanto el grupo experimental y de control tuvieron como tiempo máximo 90 minutos. Dicho examen contenía un problema Fibonacci en diferentes contextos (tomado de la Revista de Didáctica de las matemáticas NÚMEROS. Vol. 85 ¿Pueden nuestros estudiantes construir conocimientos matemáticos?) De acuerdo al contexto donde se desenvuelven los alumnos, se le cambió la palabra cromos por la palabra tarjetas para que no sea una limitante en la primera fase de entender el problema.

En ningún momento se hizo mención a los alumnos sobre la utilización de los pasos de Polya en el examen, el uso constante de los pasos hizo que en el examen lo aplicaran.

El problema es el siguiente:

Juanito sale de casa con un mazo de tarjetas y vuelve sin ninguna tarjeta. Su madre le pregunta qué ha hecho con las tarjetas.

- A cada amigo que he encontrado le he dado la mitad de las tarjetas que llevaba más uno.
- ¿Cuántos amigos te has encontrado?
- Seis.

¿Cuántas tarjetas llevaba Juanito cuando salió de casa?

² Efecto Topaze: Ocurre cuando el profesor sugiere la respuesta disimuladamente, eligiendo cuestiones cada vez más transparentes y más fáciles; luego los conocimientos que se pretendían desaparecen completamente. Ver “efecto Topaze” de Brousseau, G., (1990). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas?. Enseñanza de las Ciencias. 8 (3), 259-267.

Concentrado de resultados de exámenes en grupo de control

De acuerdo a las evidencias de los exámenes, se analizaron los procesos de solución empleados por los alumnos, la siguiente tabla concentra los resultados obtenidos:

Tabla 5: Resultados -Grupo de control

	Correcta	Incorrecta	Sin respuesta	Total
Tanteo (operaciones aritméticas)		14 (ningún comentario)	6 (ningún comentario)	20
Ecuación			7	7
Método Inverso	4			4
Sin plan de solución			7	7

En este grupo, dos de los alumnos que contestaron correctamente tienen nivel cognitivo bajo, los otros dos alumnos son formales. Los cuatro aplicaron el método inverso. Ninguno de ellos justifica o redacta su proceso de solución; a pesar de que en las instrucciones del examen se le pide que justifique su respuesta. En sus evidencias solo se muestran operaciones.

3.6 Algunas ilustraciones de los resultados del examen en grupo de control

La siguiente evidencia pertenece al alumno 27-G3 con nivel cognitivo alto (de pensamiento formal). No hizo mención de los pasos que sigue en el proceso de resolución, pero sí hizo evaluación. El alumno no cumplió con todas las tareas y actividades solicitadas. La calidad de sus trabajos fue deficiente. Siempre entregaba sólo lo mínimo para aprobar con la calificación mínima requerida.

$\frac{1}{2}x+1$	$\frac{\left(\frac{1}{2}x-1\right)}{2}$	
126	1=63+1	
62	2=31+1	
30	3=15+1	
14	4=7+1	
		R=126 tarjetas
6	5=3+1	6) 1+1=2
2	6=1+1	5) 2+1+3=6
		4) 6+1+7=14
		3) 14+1+15=30
		2) 30+1+31=62
		1) 62+1+63=126

Cuadro 3: 1 Examen del Grupo control-correcto

En el siguiente cuadro se muestra evidencia del alumno 32-G3, donde observamos confusión en el enunciado “la mitad de los cromos” con “mitad de un cromos”. No hubo evidencias de estrategias metacognitivas ni de redacción de cómo se está entendiendo el problema. En clase a veces mostraba interés por aprender y en la primera aplicación de la prueba TOLT obtuvo siete de calificación y en la segunda aplicación bajo a cinco.

$$\left(\frac{1}{2}+1\right)+\left(\frac{1}{2}+1\right)+\left(\frac{1}{2}+1\right)+\left(\frac{1}{2}+1\right)+\left(\frac{1}{2}+1\right)+\left(\frac{1}{2}+1\right)=$$

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{2}\right)=$$

$$18\frac{1}{2}=9 \text{ cartas.}$$

Cuadro 3: 2 Examen del Grupo control-incorrecto

El siguiente cuadro le corresponde a la alumna 36-G3. Ella mostró evidencia de intentarlo mediante una ecuación. Sin embargo no consideró todos los datos que proporciona el problema para el planteamiento y eso la condujo a un error. Cumplió con las actividades y tareas solicitadas en clase, fue tímida para preguntar dudas, pero se esforzaba por aprender. En la primera aplicación de la prueba TOLT obtuvo cuatro de calificación y en la segunda bajo a 2 puntos de diez.

$x \frac{1}{2} + 1 = 6$

En la mayoría de los exámenes no hubo redacción las operaciones que realizaron fueron mínimas y eso por no dejar sin contestar. Los que intentaron por ecuación no mencionaron el plan se infiere por lo que escriben, en una de las respuestas correctas hubo redacción del proceso de solución además de evaluación. En este grupo 18 alumnos llegaron a una respuesta (incorrecta o correcta) pero sin ningún comentario. Después del examen, solo un alumno se mostró interesado en cómo se resuelve el ejercicio, buscó ayuda con sus hermanos no llegó a la solución. Sus compañeros, al escuchar de su inquietud, ellos de manera directa preguntaron cuál es la respuesta. Hice el comentario: “les daré una pista para que lo puedan resolver”. Inmediatamente dijeron: “no, porque no vamos a poder, mejor que diga la respuesta”.

Concentrado de resultados del examen en los grupos experimentales

En los exámenes se ha podido percibir el uso de estrategias metacognitivas como planeación, monitoreo y evaluación así como también la calidad de redacción en algunos. Las tablas 6 y 7 corresponden a los grupos con aprendizaje autorregulado generando los siguientes resultados.

Tabla 6: Respuestas- grupo experimental 1

	Correcta	Incorrecta	Sin respuesta	Total
Tanteo (operaciones)		3 (con redacción)	1	4

aritméticas)				
Ecuación		1	7	8
Método Inverso	7 (con redacción)	6 (con redacción) 4 (sin redacción)	3	20
Sin plan de solución			2	2

Tabla 7: Resultados- experimental 2

	Correcta	Incorrecta	Sin respuesta	Total
Tanteo (operaciones aritméticas)		3	2	5
Ecuación			2	2
Método Inverso	4 (con redacción) y 4 (sin redacción)	7 (con redacción) 8 (sin redacción)	2	25
Sin plan de solución			5	5

De acuerdo al concentrado de las tablas observamos que el rendimiento académico de los estudiantes mejoró en la resolución de problemas. La forma de redactar el desarrollo del problema también ha ido mejorando. Los que han trabajado de manera constante con las actividades propuestas en Facebook aplican los pasos de Polya, sin solicitarles.

3.7 Algunas ilustraciones de los resultados del examen de alumnos con aprendizaje autorregulado

En el Cuadro 3:3 hay evidencia del alumno 11-G1. En el proceso de solución tuvo planeación, monitoreo y evaluación utilizando los pasos de Polya. Ha entregado la mayoría de las actividades de Facebook. Era regular con las tareas solicitadas en

clase, ha tenido la capacidad de lograr más pero suele confiarse en algunas tareas. De acuerdo a las calificaciones obtenidas de la prueba TOLT es un pensador **transicional**. Si se esmerara un poco más lo resolvería mediante una ecuación. Sin embargo, realizó un buen trabajo en el examen, mostrando actividades propias de aprendizaje autorregulado como planeación, monitoreo y evaluación.

1 Entender el problema

Juanito se encuentra con 6 amigos y a cada una le regalo la mitad de tarjetas que llevaba +1 ¿determinar cuantas tarjetas llevaba ya que al final no le quedo ninguna?

2 Diseñar un plan

Hacer una tabla y tomar valores determinados al azar para encontrar el número de tarjetas

3 Ejecutar el plan

Amigo	Tarjetas que tiene Juanito	Tarjetas que le da a su amigo
6	126	$63+1=64$
5	62	$31+1=32$
4	30	$15+1=16$
3	14	$7+1=8$
2	6	$3+1=4$
1	2	$1+1=2$
	0	

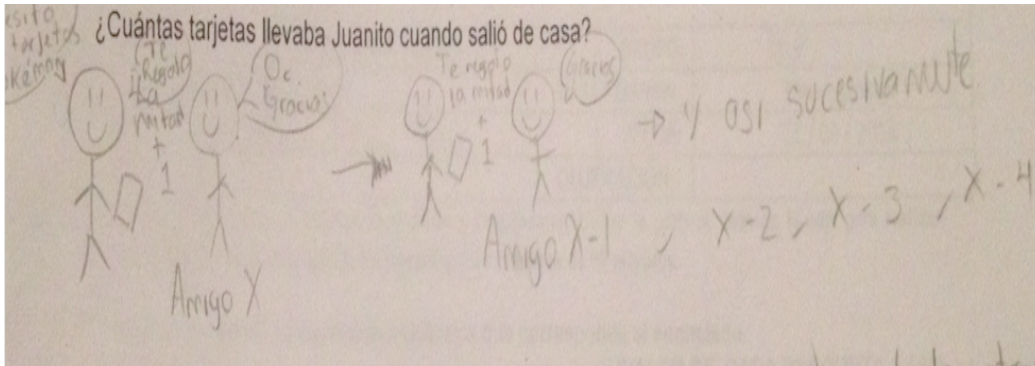
4 Mirar hacia atrás

Al final el resultado es que Juanito tenia 126 tarjetas así mismo durante el proceso se concluye que en base a la cantidad que sobraron **era el doble más dos de lo que tenia Juanito.**

Cuadro 3:3 Examen de grupo experimental

En el Cuadro 3:4 hay evidencia del alumno 35-G1. En el proceso de solución muestra evidencias metacognitivas. Ha entregado la mayoría de las actividades de Facebook. Al inicio del curso, le costaba trabajo comprender las actividades propuestas en clase, así como expresarse de manera oral, llegaba a ser un tanto retraído. Trabajando con esta dinámica ha mejorado notablemente en su desempeño dentro de la materia, participando activamente y justificando su respuesta. Ésto ha sido una gran mejora. Sin embargo, su calificación de TOLT fue baja.

1.



2. En este ejercicio tenemos que hacer las cuentas desde atrás, desde el amigo 6 hasta el 1.

3.

Amigo 6 $2=1$ la mitad $+1 =$ y se queda con 0 tarjetas	Amigo 5 $6=3$ es la mitad $+1=2$, las dos del amigo 6.	Amigo 4 $14=7$ es la mitad $+1 =6$, las del amigo 5
Amigo 3 $30=15$ es la mitad $+1 =14$, las del amigo 4	Amigo 2 $62=31$ es la mitad $+1 =30$, las del amigo 3	Amigo 1 $126=63$ es la mitad $+1 =62$, las del amigo 2

4. Juan salió de casa con **126 tarjetas** pues en el proceso que hice, se cumple la regla de “mitad +1”

Cuadro 3: 4 Examen del grupo experimental

En el cuadro 3:5, el alumno 22-G1 resolvió el ejercicio de examen utilizando los pasos de Polya obteniendo la solución correcta. Ha cumplido con la mayoría de las actividades solicitadas en Facebook. Era un poco confiado en algunas actividades o trabajos que le afectaron su calificación, razonaba los problemas antes de emitir una respuesta. Sus calificaciones de TOLT fueron de 8 y 7, en primera y segunda aplicación respectivamente. El promedio de los cuatro parciales fue de siete.

1. Entender el problema: Obtener el numero de tarjetas que Juanito llevaba antes de salir de su casa.
2. Elaborar un plan: Hacerle por tanteo, empezando por el último amigo al cual, al llegar a el, por lógica le quedaban 2 cartas (la mitad de 2 es 1 mas 1 es igual a 2) $2 \div 2 = 1 + 1 = 2 - 2 = 0$
3. Ejecutar el plan

Amigos	Tarjetas que tenia	Tarjetas que le dio al amigo	Después de ver al amigo
1	2	2	0
2	6	4	2
3	14	8	6
4	30	16	14
5	62	32	30
6	126	64	62

Cuadro 3: 5 Examen del grupo experimental

En el cuadro 3:6 se muestra evidencia del alumno 16-G1. Le costaba entender los problemas sin embargo era persistente, buscaba ayuda de iguales para entender los ejercicios o tareas solicitadas. En clase fue muy activo preguntando o para dar su opinión. Ha mejorado en la redacción y calidad de sus reportes con un poco más de dedicación se tendrá mejores resultados. Sus calificaciones de TOLT fueron de 4 y 7 respectivamente.

Planteamiento: encontrar las tarjetas que llevaba Juanito sabiendo que a cada uno de sus 6 amigos le dio la mitad que llevaba mas 1

Procedimiento: ir sumando 2 tarjetas empezando desde 1

1^o amigo $1+1=2$

2^o amigo $2*2=4+2=6$

$$126 \div 2 = 63 + 1 = 64$$

3^o amigo $6 \times 2 = 12 + 2 = 14$

$$126 - 64 = 62$$

$$62 \div 2 = 31 + 1 = 32$$

4^o amigo $14 * 2 = 28 + 2 = 30$

$$62 - 32 = 30$$

5^o amigo $30 * 2 = 60 + 2 = 62$

6^o amigo $62 * 2 = 124 + 2 = 126$

Resultado

Al salir de su casa Juanito llevaba 126 cartas

Justificación: lo comprove con división y resta

Cuadro 3: 6 Examen del grupo experimental

En el cuadro 3:7 se muestra evidencia de la alumna 2-G2. Ha entendido correctamente el problema, se apoyó de una tabla para resolver el problema, redactando la forma de cómo lo pensó. Como se mencionó antes, cumplió con el 90% de las actividades solicitadas en la red social. Además, la calidad de los reportes incrementó. Siempre mostró interés por trabajar con las actividades. Al trabajar en equipo, les explicaba a sus compañeros al grado de convencer al equipo. En la primera aplicación TOLT obtuvo de calificación seis y en la segunda aplicación obtuvo siete. Sus calificaciones han incrementado inicialmente obtuvo 6 y de promedio tuvo 8 en la materia de matemáticas I. La alumna pensaba en los ejercicios antes de emitir una respuesta. Cuando se le hizo la invitación de participar en la Olimpiada Mexicana de Matemáticas, aceptó muy entusiasmada comentando que nunca había participado. La alumna paso a la siguiente etapa estaba muy feliz incluso me pidió ejercicios para practicar en casa.

Amigos	Tarjetas que da	Tarjetas que se queda
1	64	62
2	32	30
3	16	14
4	8	6
5	4	2
6	2	0
	126	

Lo que hice fue, que como les va dando la mitad más uno, para saber cuantos tenía se hace lo inverso más uno por 2.

De esto partimos se queda sin tarjetas $(0+1)2=2$

Esto sirve para saber cuántas tarjetas tenía antes de encontrarse a su último amigo y así va haciendo sucesivamente $(2+1)2=6$ antes del 5^o, $(6+1)2=14$ antes del 4^o, $(14+1)2=30$ antes del 3^o, $(30+1)2=62$ antes del 2^o, $(62+1)2=126$ las tarjetas que tenía al principio.

Cuadro 3: 7 Examen del grupo experimental

Como podemos observar las estrategias de solución que plantearon los estudiantes son tanteo, ecuación y método inverso. Están basadas en el uso de aritmética principalmente. Sin embargo, la estrategia que predominó en este ejercicio es el método inverso y con resultados correctos. Los que han estado autorregulando su aprendizaje de manera constante no tuvieron problemas en cuestión de tiempo para resolver los ejercicios del examen. En el proceso de solución hubo planeación, monitoreo y evaluación además de redactar los pasos a seguir.

La evidencia del grupo con aprendizaje tradicional muestra carencias en justificaciones de las soluciones y en el uso de la matemática. Se observó que para los alumnos el problema fue complejo por lo que la mayoría no lo resolvió. En la siguiente sesión de clase preguntaron solo por la respuesta, al decirles la respuesta no muestran cara de curiosidad sobre el procedimiento. En clase ellos tenían identificado quien es el alumno (a) que tiene mayor desempeño académico en matemáticas y era a quien le creían a parte del docente. Es decir, la respuesta que obtiene dicho alumno es a la que la mayoría llega y cuando se le pregunta el porque de la respuesta dan respuestas como **“así me dijo ...”** o **“esta bien mi respuesta porque es la misma que tiene ...”** Cuando el problema lo consideraban difícil, le pedían al docente que lo explicara (resolviera). No eran persistentes. A los de aprendizaje autorregulado a veces les decía “por cuestiones de tiempo, resolvemos el ejercicio en el pizarrón.” La mayoría decía en voz alta **“no, profesora, nosotros lo resolvemos”**, **“ya solo me falta ...”** o se auto proponían para pasar al pizarrón.

3.8 Resultados de las pruebas Tolt y Metacognición

De un total de 73 alumnos con aprendizaje autorregulado, 40 de ellos cumplieron con la mayoría de los reportes (individual-equipo) de las actividades publicadas en el grupo. De manera gradual, incrementó la calidad de la redacción en sus reportes, el uso de estrategias como planeación, monitoreo y evaluación, la disponibilidad hacia el trabajo, esfuerzo y persistencia ante las actividades. A continuación se presentan tres listados, organizados en subgrupos de acuerdo con la calificación obtenida en la primera aplicación de la prueba TOLT; quedando la relación de alumnos de **pensamiento concreto** (1 a 2 puntos) de la siguiente manera:

Nº	Alumno(a)	Calificación obtenida en las pruebas			
		Tolt-1	Tolt-2	Metacognición-1	Metacognición-2
1	10-G1	1	5	67	82
2	17- G1	1	3	69	79
3	12- G2	1	4	88	83
4	19- G2	1	3	69	75
5	21-G2	1	3	93	86
6	26- G2	1	4	70	75
7	12- G1	2	2	73	80
8	35- G1	2	1	74	72
9	22- G2	2	3	70	62
10	25- G2	2	5	86	77
11	30- G2	2	3	91	88
Promedios		1.454	3.272	77.272	78.090

Los once alumnos de este subgrupo mostraron compromiso y responsabilidad ante la autorregulación de su aprendizaje. Inicialmente, emitían respuestas sin razonar o recurrían a la respuesta más obvia pero incorrecta, escribían los resultados con poco procedimiento y escasa redacción en la hoja de trabajo. Se les insistió de manera constante justificar por medio de la redacción su procedimiento y argumentación del por qué creían que su solución propuesta era correcta.

En las primeras sesiones se resolvieron ejercicios de manera grupal siguiendo los pasos de Polya. Les costaba describir con sus propias palabras lo que habían

entendido del problema. Cuando se les preguntaba de forma directa qué habían escrito, la mayoría contestaba: **“sí, ya entendí, pero no sé cómo escribirlo”**, **“yo me entiendo”** o **“no soy bueno para las matemáticas”**. Por lo general, los alumnos al llegar a una solución pedían que el docente validara su respuesta o sugerían que los ejercicios solo se le cambiaran los datos³. Esto indica que los alumnos tenían la idea de que para aprender matemáticas debe ser de forma repetitiva y mecánica. A través de las actividades de Facebook y el uso de la hoja de trabajo se fomentó la lectura, comprensión de lectura, razonamiento, redacción y la discusión de ideas al trabajar en equipo.

Se seleccionó el caso de la alumna 10-G1, quien tenía inicialmente un pensamiento concreto. Se eligió este caso puesto que se quiere reflejar el desempeño académico y el incremento de la calificación obtenida en las pruebas TOLT (Test of Logical Thinking, Prueba de Razonamiento Lógico) y Metacognición.

En este caso, se va a abordar un análisis del uso de estrategias metacognitivas en las actividades publicadas y calidad en la redacción. Se ha tomado información para este estudio de las evidencias que la alumna envió por inbox, las actividades que realizó en clase y exámenes. Tomando el problema 1, la alumna presentó la siguiente evidencia:

Problema 1

1. a) Un caracol quiere llegar al borde de una pared de 9 m de altura; cada día sube 4 m y de noche se desliza hacia abajo 2.5 m ¿En cuántos días logrará llegar al borde? Subraya la respuesta que más te parezca.
- (a) 3 días. (b) 4 días. (c) 5 días. (d) 6 días.

En su primera evidencia, la alumna trabajó con el primer paso propuesto por Polya **“entendimiento del problema”** el cual le ayudaba a representar y entender la

³ Se alude a ejercicios donde el estudiante solo repite los procedimientos. El estudiante se siente cómodo, el cual no acontece una construcción del conocimiento.

situación del problema apoyándose con una gráfica. Dicha gráfica la realizó en la hoja de trabajo no utilizó elementos realistas y la ha anexado como imagen, en el cual se muestra la solución del problema.

Dibuja la situación que se te presenta en el problema.

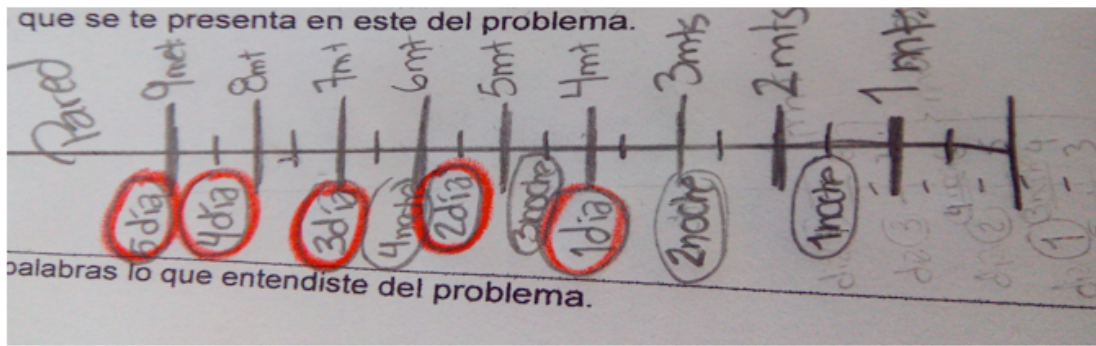


Figura 12: Heurística del problema 1

En la siguiente redacción, la alumna describe de manera escrita el pensamiento del planteamiento del problema, entendiendo claramente dicho problema.

Describe con tus palabras lo que entendiste del problema.

Lo que yo entendí del problema, es que por cada 4 metros que sube se le tiene que restar 2.5 metros, que es lo desliza por la noche y a eso sumar 4 metros más y volver a restar 2.5 metros, y así sucesivamente hasta llegar a los 9 metros

En el siguiente recuadro, solo ha presentado operaciones aritméticas, sin justificar por medio de la redacción el proceso de resolución. Le ha costado redactar su planteamiento y la serie de pasos a seguir para obtener la solución. Sin embargo, obtuvo la solución correcta con apoyo de la gráfica, pero no logró argumentar.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial.

Para resolver el problema hice los dibujos de la situación y fui haciendo operaciones de suma y resta

$$4 - 2.5 + 4 - 2.5 + 4 - 2.5 + 4 - 2.5 = 6 + 3 = 9$$

Argumenta por qué crees que tu solución (inicial o final) es correcta.

En conclusión el caracol tardara 5 días en subir los 9 metros de la pared, porque hice los

dibujos para comprobar y llegue a la misma respuesta.

Cumplió con todas las actividades solicitadas esmerándose en calidad, redacción del planteamiento del problema y en uso de estrategias de planificación y monitoreo. Como se puede observar en la siguiente evidencia, número 6; en el recuadro donde hay que dibujar la situación la alumna hizo uso de las herramientas digitales para expresar una conversación. En esta heurística solo muestra la situación:

Dibuja la situación que se te presenta en este problema.



Figura 13: Heurística del problema 6

En los siguientes recuadros; la alumna ha **diseñado un plan** para resolver el problema argumentando qué pasos debe hacer para llegar a plantear la ecuación.

Describe con tus palabras lo que entendiste del problema.

Lo que entendí del problema es que debemos encontrar la edad de Juan con base a lo que le dice a Pedro.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial.

Para resolver el problema hare una tabla en la que irán los tres tiempos que se hablan y después hare una ecuación, para así encontrar la dos edades de Juan y Pedro.

Al **ejecutar el plan**, la alumna ha redactado el proceso de resolución de forma clara, ordenada y coherente. Efectivamente, logró plantear una ecuación y trabaja con ella correctamente justificando sus pasos. Cabe mencionar que en esta actividad se obtuvieron tres respuestas correctas, por medio de una ecuación la mayoría intentó resolverlo utilizando el método de tanteo.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener eventualmente una solución final que difiere de la inicial.

NOMBRE	PASADO	PRESENTE	FUTURO
Juan	y	2x=? (edad actual)	63-2x
Pedro	x	Y	2x

Si restamos la edades de Juan y Pedro en el pasado, esa diferencia debe ser igual a las edades del presente

$$y-x=2x-y$$

$$y + y = 2x+x$$

$$2y=3x$$

Se necesita otra ecuación para poder hallar el valor de X y también el de Y; entonces tendremos que restar las edades del futuro y las del presente.

$$2x-y= (63-2x)-2x$$

$$2x-y= 63+4y$$

$$6x=63+y$$

Descomponemos a 6x

$$2(3x)=63+y$$

Y como (3x)=2y entonces queda;

$$2(2y)=63+y$$

$$4y-y=63/3$$

$$Y=21$$

Ahora hayamos el valor de X en esta ecuación

$$2y=3x$$

$$2(21)=3x$$

$$42?3=x$$

$$14=x$$

Y como la edad de Juan es el doble de X, entonces;

$$14(2)=x$$

$$28=x$$

Finalmente, la alumna realizó una **visión retrospectiva** comprobando su solución y afirmando que la solución obtenida es correcta. Es decir, hubo evaluación y monitoreo en el proceso de resolución.

Argumenta por qué crees que tu solución (inicial o final) es correcta.

Finalmente la edad de Juan es de 28 años y la de Pedro es de 21 años y esto es correcto porque al verificar los pasos no hay errores y al comprobar la ecuación si da ese resultado.

La alumna cumplió con todas las evidencias solicitadas, fue persistente ante las tareas y actividades, mostrando disponibilidad para aprender dentro y fuera de clase. Se esforzó en regular su aprendizaje en todo momento, mejorando en calidad de tareas y en su desempeño académico. Un tiempo después, gracias a la persistencia y disponibilidad para regular su aprendizaje, demostró mejoras en su rendimiento académico. Inicialmente obtuvo una calificación de seis y en los demás parciales incrementó notablemente sus calificaciones, logrando un promedio de los cuatro parciales de ocho en la materia de matemáticas I.

Después de trabajar con aprendizaje autorregulado, se aplicaron los instrumentos que demostraron un avance en sus calificaciones. En la prueba TOLT (Test of Logical Thinking, Prueba de Razonamiento Lógico), incrementó cuatro puntos, pasando de pensador concreto a pensador transicional y en el instrumento de metacognición aumento quince puntos.

Trabajando de esta forma, la mayoría de este subgrupo mejoró en redacción, razonamiento y calidad de sus reportes. Lograron aumentar sus calificaciones parciales pasando de ser (no aprobado o aprobado) a aceptable (suficiente, bien o muy bien), como el caso de la estudiante **10-G1** que se describió anteriormente. Otros casos similares son **12-G1** y **22- G2** por mencionar algunos. Ellos subieron tres puntos en TOLT. Se mostraban satisfechos y motivados al ver el avance que iban

logrando. Cabe mencionar que los 11 alumnos **aprobaron la materia** siendo de pensamiento concreto al inicio. Dos de ellos pasaron a **pensamiento transicional** lo cual refleja que teniendo disposición para trabajar dentro y fuera del aula lograrán autorregular su aprendizaje. También regularon la parte de asesorías. Sin ser canalizados, cumplían con asistir a asesorías preventivas (con el docente titular de la materia) cuando tenían alguna duda sobre un tema o un ejercicio.

El alumno 25-G2 participó en la Olimpiada Mexicana de Matemáticas por primera ocasión, sintiéndose muy motivado y satisfecho de trabajar con aprendizaje autorregulado. Hizo uso de los pasos de Polya y la redacción para justificar su proceso de resolución en los ejercicios de la olimpiada. Manifestó que esto le ayudó mucho al resolver los ejercicios.

De acuerdo a las evidencias enviadas por los alumnos y la calificación obtenida en la primera aplicación de la prueba TOLT, el listado de alumnos de **pensamiento concreto** (3 a 4 puntos) quedó así:

Nº	Alumno(a)	Calificación obtenida en las pruebas			
		Tolt-1	Tolt-2	Metacognición-1	Metacognición-2
1	6- G1	3	2	82	85
2	29- G1	3	6	66	63
3	5-G2	3	3	76	78
4	8-G2	3	4	67	70
5	15- G2	3	5	73	76
6	28- G2	3	2	75	77
7	29- G2	3	8	74	63
8	35- G2	3	5	84	67
9	7- G1	4	5	86	76
10	16- G1	4	7	78	78
11	23- G1	4	5	79	94
12	1- G2	4	3	86	88
13	9-G2	4	4	97	95
14	10-G2	4	5	61	71
15	23- G2	4	5	65	63
16	32- G2	4	7	82	72
17	37- G2	4	8	82	75
Promedios		3.529	4.941	77.235	75.941

En este subgrupo y el anterior les era difícil redactar sus ideas. Cuatro alumnos se resistían en un principio a redactar porque **les quitaba tiempo estar escribiendo el procedimiento** eso fue lo que comentaron. Al trabajar en clase, las actividades mostraban evidencia de solo solución (u operaciones), sin verificar si es correcta o incorrecta y, al mostrarla al docente, mencionaban: **“usted dígame si esta bien mi solución”** o **“mejor me espero a que explique la resolución”**. Pero, poco a poco, cobraron conciencia de que un factor importante en la resolución de un problema es **“entender el problema”** y que, para elaborar una correcta redacción de justificación, es importante tener claro la **serie de pasos** a seguir para la resolución adecuada y saberlos plantear haciendo uso del lenguaje.

Los demás alumnos se integraron a esta dinámica sin protestar. Al final, todos lograron mejorar en resolución de problemas, justificar por medio de la redacción su procedimiento e ir incrementando sus calificaciones parciales. Inicialmente sus calificaciones eran aprobatorias con la mínima. Incluso, 5 alumnos, que en su calificación del primer parcial fueron no aprobados, tuvieron disposición a trabajar con aprendizaje autorregulado, fueron responsables en atender indicaciones y observaciones, lo cual los llevo a obtener muy buenos resultados en su desempeño académico.

Decidí seleccionar y describir el caso de la alumna 29-G2 de pensamiento concreto, puesto que se quiere reflejar el desempeño académico y el incremento de la calificación obtenida en las pruebas TOLT (Test of Logical Thinking, Prueba de Razonamiento Lógico) y Metacognición.

En este estudio, se abordó un análisis del uso de estrategias metacognitivas en las actividades publicadas y calidad en la redacción. Para ello se tomaba información de las evidencias enviadas por la alumna y el desempeño en la clase de matemáticas I. Tomando la evidencia 1 que la alumna envió por inbox antes de realizarse se les había enseñado a trabajar con los pasos de Polya y la hoja de trabajo.

Problema:

Un caracol trata de salir de un pequeño pozo de $\frac{3}{4}$ de m de profundidad. Durante el día sube $\frac{1}{6}$ de m, pero por la noche retrocede $\frac{1}{12}$ de m. ¿Cuántos días tardará en salir? Subraya la respuesta que más te parezca.

(a) 6 días.

(b) 7 días.

(c) 8 días.

(d) 9 días.

En primer paso, la alumna dibujó la situación del problema, sin incluir elementos realistas. Se apoyó de la siguiente heurística para entender el problema:

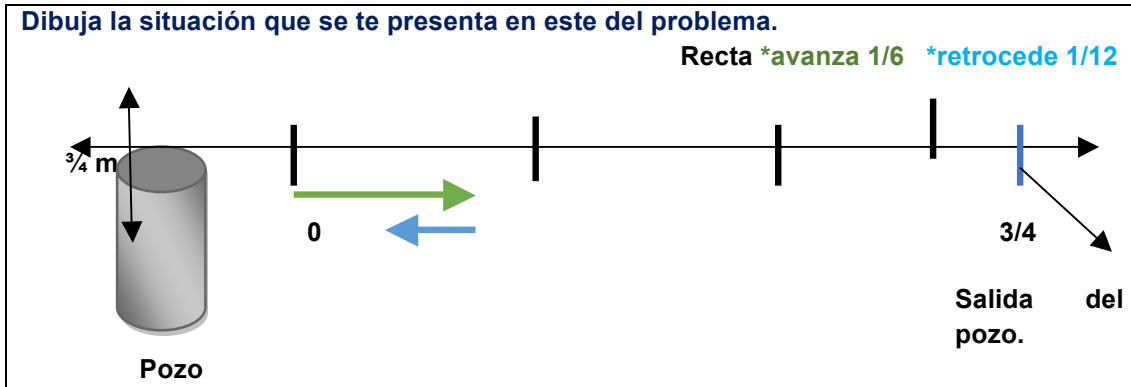


Figura 14: Heurística del problema 1

La alumna describió como ha entendido el problema explicando con sus palabras y con apoyo de la gráfica que ella elaboró. Hizo falta el diseño de un plan.

Describe con tus palabras lo que entendiste del problema.

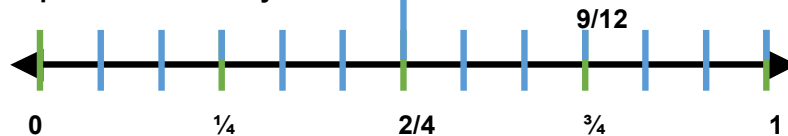
- Pues se va a sacar cuantos días tardara en salir. Nos dice que el pozo mide $\frac{3}{4}$ de metro. Y avanza $\frac{1}{6}$ de metro y retrocede $\frac{1}{12}$ de metro. Lo que quiere decir que avanza $\frac{2}{12}$ y retrocede $\frac{1}{12}$, por lo cual solo avanza $\frac{1}{12}$ por día.

Al resolver el problema, la alumna enunció brevemente los pasos que sigue para llegar a una solución.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial.

Lo hice por medio de la recta.

- Dividí el entero entre doce. Y como dice que el pozo mide $\frac{3}{4}$ en la recta marque los $\frac{3}{4}$ lo que me dio a $\frac{9}{12}$ y como diario avanza $\frac{1}{12}$ el resultado será 9.



En los siguientes recuadros, argumentó y justificó la solución por medio de la redacción, no hubo monitoreo ni evaluación.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener eventualmente una solución final que difiere de la inicial.

- Al avanzar $1/12$ diario tardara 9 días no me fui directamente a operaciones. Me guie de la recta y fui contando cuanto avanzaba primero y cuanto retrocedía. Y de dónde quedaba volvía a avanzar $1/6$ y retrocedía $1/12$ hasta que llegue a $3/4$.

Argumenta por qué crees que tu solución (inicial o final) es correcta.

- Me quedo con la que inicie a resolver el resultado. No la cambie y creo que es la correcta por la gráfica y como lo structure. No estoy segura, pero a lo que entendí al inicio me dio ese resultado, así que espero este correcto.

En el caso de que no pudiste encontrar solución alguna, describe cuál fue el motivo.

Esta parte pues si encontré la solución que creo esta correcta.

No tengo dudas, al menos como yo entendí el problema.

Un tiempo después, trabajando con aprendizaje autorregulado y cumpliendo con todas las actividades solicitadas, esmerándose en calidad de la redacción y en el uso de estrategias metacognitivas, sus reportes iban mejorando. Eso se puede mostrar en la siguiente actividad:

Problema 6:

Juan le dice a Pedro, ¿qué edad tengo, si tengo el doble de la que tú tenías cuando yo tenía la que tú tienes, sabiendo que cuando tú tengas la que yo tengo entre los dos tendremos 63 años?

La alumna, al dibujar la situación, lo hizo de manera practica no utiliza elementos reales, mostrando ideas del problema. En el recuadro de entender el problema, ella describió con sus palabras lo que ha entendido del mismo.

Dibuja la situación que se te presenta en este del problema.



PEDRO es más chico que JUAN es más grande que Pedro.

Figura 15: Heurística del problema 6

Describe con tus palabras lo que entendiste del problema.

Entendí que se tiene que buscar la edad de ambos para saber que al sumar dichas edades en un futuro den como un resultado 63 años, del cual se está metiendo un pasado en el cual la edad de Juan sea la mitad de Pedro y a partir de esa edad se le agregara la diferencia a la edad futura de manera que debe dar 63.

Ha diseñado un plan y lo ejecuta, se apoyó de estrategias metacognitivas argumentando su proceso de resolución. No se olvidó de hechos reales como el tiempo al resolver el problema. Al final, justifica haciendo uso de la redacción su solución.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial.

Por medio de tanteo pues fije una edad y note que se dividiera entre dos y al agregar la diferencia que dio 7 le agregue a la edad que supuse al inicio y de igual manera en la otra edad y al sumarlas dio como resultado 63 que es la edad futura.

Edad	pasado	Presente	Futuro
Juan	14	28	35
Pedro	7	21	28

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener eventualmente una solución final que difiere de la inicial.

Pues supuse que se debería agregar la misma edad a ambas puesto que el tiempo corría de igual manera para ambos entonces se tenían que quitar la misma edad y se tenía que agregar de igual manera la edad. Como se muestra en la tabla que se agrega en el pasado 14 años y en el futuro se agregan 7 años a ambos. Fue difícil poner una cifra inicial de la cual me iría guiando pero 63 es múltiplo de 7 entonces tendrían que ser números múltiplos de 7 los de la edad actual.

Argumenta por qué crees que tu solución (inicial o final) es correcta.

Pues creo que es correcta porque está respondiendo a todos los números que da vuelta en el problema y los requisitos que pide. Según yo estoy bien pues se agrega la misma edad y de igual manera se le quita y en un futuro se le suma dichas edades y da como resultado 63.

En el caso de que no pudiste encontrar solución alguna, describe cuál fue el motivo.

Pues di respuesta, según creo yo es 28 la edad de Juan no estoy segura pero intente.

Finalmente, después de trabajar con aprendizaje autorregulado, se aplicaron los instrumentos en el que demostró un avance en la prueba TOLT (Test of Logical Thinking, Prueba de Razonamiento Lógico). Incrementó cinco puntos, pasando de

pensamiento **concreto** a pensamiento **formal** y en el instrumento de metacognición disminuyó once puntos.

En el ámbito académico, no acreditó su primer parcial pero esforzándose en las actividades solicitadas, en las tareas de clase y extra clase, atendiendo sugerencias logra obtener calificaciones aprobatorias en sus parciales siguientes obteniendo un promedio de siete en matemáticas I.

Además, participó en la XXX Olimpiada Mexicana de Matemáticas en la etapa regional por primera ocasión. Estaba muy entusiasmada y motivada de que iba a concursar. Después del concurso, ellos hicieron mención en clase de que lo que les fue de gran ayuda en la resolución de los problemas es la forma de trabajar las actividades de Facebook. De este subgrupo participaron tres alumnos a la Olimpiada (29-G2, 16-G1 y 23-G1) y quedaron muy satisfechos de participar en concursos de este tipo.

De manera general, de un total de 17 alumnos, 15 lograron aprobar con calificaciones aceptables y 2 reprobaron por no cumplir con uno de los rubros para la calificación final. Se confiaron y se inscribieron a asesorías para poder presentar el examen extraordinario y obtuvieron resultados satisfactorios.

Tomando de referencia las evidencias enviadas y la calificación obtenida de la prueba TOLT se obtuvo la siguiente lista de alumnos de **pensamiento transicional (5, 6 y 7 puntos en TOLT)** y **formal (8 puntos en TOLT)**. Sus evidencias muestran sus avances tanto en resolución del problema matemático como en la redacción de su proceso metacognitivo, quedando la relación de la siguiente manera:

		Calificación obtenida en las pruebas			
Nº	Alumno(a)	Tolt-1	Tolt-2	Metacognición-1	Metacognición-2
1	5- G1	5	3	90	87
2	14- G1	5	7	86	84
3	20- G1	5	5	80	65
4	24- G1	5	7	76	71
5	34- G1	5	5	83	81
6	14- G2	5	8	74	68
7	34- G2	5	3	71	81
8	36- G2	5	7	70	85
9	8- G1	6	8	77	74
10	2- G2	6	7	59	90
11	11- G1	7	5	69	69
12	22- G1	8	7	66	80
Promedios		5.583	6	75.083	77.916

Como se ha mencionado, al inicio del proyecto a todos les era difícil expresar de forma escrita su procedimiento de resolución, dado que no tenían ese hábito. A pesar de ello, mostraron interés, responsabilidad, compromiso y motivación para autorregular su aprendizaje. En las dos primeras sesiones, después de comentar su resolución en equipo, querían saber la respuesta. Se les decía que se tienen que esperar a la publicación y leer la solución. A veces insistían porque se encontraban en una disyuntiva. Todos fueron alumnos activos con una actitud positiva hacia la clase y ante el aprendizaje autorregulado. Cuando sus compañeros tenían alguna duda, ellos siempre tuvieron la disposición de trabajar con ellos fuera de clase y explicarles.

A continuación se aborda un análisis del caso 2-G2, una alumna de pensamiento transicional. Se eligió el caso para reflejar el desempeño académico y el incremento

de la calificación obtenida en las pruebas TOLT (Test of Logical Thinking, Prueba de Razonamiento Lógico) y Metacognición.

Para ello, se aborda un análisis del uso de estrategias metacognitivas en las actividades publicadas y la calidad en la redacción. Se tomaron las evidencias que la alumna envió por inbox para realizar el estudio, así como, también, su desempeño en la clase.

Tomando la evidencia del problema 6, la alumna plasmó de manera escrita lo que ha entendido del problema, interpretando el enunciado del problema.

Describe con tus palabras lo que entendiste del problema.

- Ah pues yo entendí que se hablan de cuatro edades: dos que ya fueron, otra que será (en un futuro) y la otra que es la que se tiene actualmente y que es la que se tiene que encontrar.
- También entendí que la edad que Pedro tenía en el pasado es la diferencia entre la edad que Pedro tiene hoy menos la edad que Juan tiene hoy y la que tenía en el pasado cuando Pedro tenía z años.

En ejecutar el plan, ella describió la serie de pasos de su proceso de resolución.

Realizó monitoreo tomando en cuenta las condiciones que plantea el problema.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial.

- Lo primero que hice fue buscar dos cantidades que sumadas dieran como resultado 63 y que la diferencia de los números restada al número menor de esos dos números cumpliera con lo que el problema pide al principio.
- Mi justificación es que trate de hacer una ecuación pero no la puede plasmar de acuerdo al problema así que esto es lo que me resulto más rápido.
De todos los pares de números que sumados daban 63 escogí al principio los dos de en medio que eran:
30-33.....pero con estos no se cumple con lo que se pide al principio. Entonces seguí con:
29-34.....tampoco; continúe:
28-35 y con estos números si se puede continuar, ya que la edad de Juan es la mayor por obiedad pero en este caso se recorre la edad ya que en el problema se dice: *“sabiendo que cuando tú tengas la que yo tengo entre los dos tendremos 63 años”* entonces 35 es la edad que Juan tendrá cuando Pedro tenga la edad que el ahora tiene entonces por ende sabemos que Juan ahora tiene 28 años y por lo tanto Pedro tiene 21 años ya que la diferencia de 28 y 35 es 7 y entonces tiene que ser la misma diferencia para saber qué edad tiene Pedro.

Al final, realizó evaluación, justificando su solución de manera escrita, llegando a la solución correcta.

Argumenta por qué crees que tu solución (inicial o final) es correcta.

- Yo creo que mi solución inicial y final son correctas porque al comprobar estos son mis resultados:
 - ❖ En el problema se dice que Juan tiene el doble de la edad que Pedro tenía cuando Juan tenía la que Pedro tiene, sabiendo que cuando Pedro tenga la edad que tiene Juan entre los dos tendrán 63 años; por lo tanto si Juan tiene 28 años y Pedro tiene 21; y Juan tiene el doble de la edad que Pedro tenía cuando Juan tenía la que Pedro tiene; entonces cuando Juan tenía la edad que Pedro tiene entonces Pedro tenía 14 años y 14 sería la mitad de la edad que Juan tiene ahora que son 28. Y pues lo que el problema pide al final ya lo había explicado en un principio.

Al final de trabajar con las actividades de aprendizaje autorregulado, se aplicaron los instrumentos en el que demostró avance en la prueba TOLT (Test of Logical Thinking, Prueba de Razonamiento Lógico) incrementó un punto y en el instrumento de metacognición aumento treinta y uno puntos.

Participó por primera vez en la XXX Olimpiada Mexicana de Matemáticas (regional) pasando a la siguiente etapa (estatal), hizo mención que el trabajar con los pasos de Polya le ayudó mucho a resolver los problemas de la Olimpiada.

De manera general un alumno (a) obtuvo una calificación mínima aprobatoria en el curso. El resto del grupo obtuvo calificaciones finales aceptables (bien o muy bien). Por ejemplo, el alumno 14-G2 obtuvo un promedio de los cuatro parciales de 9, cumpliendo con todas las actividades encomendadas en Facebook. Siempre hizo uso de la redacción para la justificación de su proceso de resolución. Era un alumno que autorregula su aprendizaje, participó en la XXX Olimpiada Mexicana de Matemáticas (regional) pasando a la etapa estatal.

Con responsabilidad, compromiso y dedicación se pueden obtener resultados favorables. A pesar de que no todos tienen internet en casa, eso no es un impedimento cuando se quiere trabajar. Aprendiendo de sus desaciertos para mejorar en todo momento y aplicar lo aprendido en exámenes departamentales.

De un total de 73 alumnos con aprendizaje autorregulado, 33 alumnos no trabajaron de manera constante o en sus reportes no se encontró evidencia de estrategias metacognitivas. La redacción era muy escasa y en el recuadro de la hoja de trabajo, donde debían escribir el motivo por el cual no llegan a una solución, se encontraron respuestas como “**me confundí**” o “**no le entendí**”, sin dar más argumento. Mostraron poca disponibilidad por lo que no hubo avance. De ellos ocho alumnos nunca mostraron interés, compromiso ni responsabilidad en esta dinámica de trabajo. Durante el curso de matemáticas, siempre mostraron una actitud negativa hacia las actividades de clase, eran un poco apáticos. A continuación se muestra la relación de alumnos de **pensamiento concreto (puntos de TOLT: 0,1 y 2)**.

		Calificación obtenida en las pruebas			
Nº	Alumno(a)	Tolt-1	Tolt-2	Metacognición-1	Metacognición-2
1	2- G1	0	3	86	79
2	31- G1	0	1	74	67
3	1- G1	1	2	78	71
4	4- G1	1	2	86	72
5	9-G1	1	1	87	85
6	18- G1	1	1	90	85
7	26- G1	1	NP	73	NP
8	36- G1	1	0	76	64
9	3- G1	2	1	85	86
10	19- G1	2	5	70	60
11	21- G1	2	2	86	70
12	28- G1	2	3	78	81
13	32- G1	2	NP	98	NP
14	33- G1	2	1	87	71
15	6-G2	2	3	50	42
16	11- G2	2	5	89	81
17	20- G2	2	0	93	86
18	24- G2	2	NP	90	NP
19	33- G2	2	3	76	58
Promedio		1.473	2.062	81.684	72.375

En este subgrupo los alumnos realizaron menos de la mitad de las actividades solicitadas o en sus reportes no se encontró evidencia de estrategias metacognitivas.

En las primeras actividades la mayoría cuestionaba “**por qué** tenemos que redactar si no es clase de Lenguaje en Matemáticas lo que importa es la respuesta”.

Ellos consideraban que los “**problemas de matemáticas**” era solo realizar operaciones y, además, que el docente debe indicar el método a utilizar o decir cómo se resuelve dicho problema. No consideraban que hay que reflexionar para poder diseñar un plan y así encontrar la solución. En la hoja de trabajo mostraban sus operaciones o tablas con muy poca redacción. A mitad de periodo los alumnos 31-G1, 4-G1, 9-G1, 6-G2 y 11-G2 mostraron más disponibilidad para trabajar con las actividades, buscaron ayuda con sus compañeros de grupo y asistían a asesoría con la profesora titular de la materia. Su oportuno cambio permitió obtener resultados satisfactorios en la materia. Los demás no cambiaron de actitud siempre trabajaron de manera **mecánica** solo era por cumplir con la actividad solicitada y esto se reflejó en su rendimiento académico.

De un total de diecinueve alumnos, cinco no lograron aprobar la materia de matemáticas, tres de ellos nunca entregaron ningún reporte de las actividades solicitadas, a pesar de que iban reprobando los parciales. Por falta de entrega de tareas, actividades en clase y cuestiones de actitud tuvieron resultados no favorables. Cabe mencionar que los tres alumnos, que no aprobaron el curso ordinario, tuvieron que inscribirse a asesorías para poder presentar el examen extraordinario, solo dos tuvieron resultados satisfactorios. A los catorce alumnos que aprobaron fue con la calificación mínima aprobatoria.

Hubo otros casos de alumnos de **pensamiento concreto (puntos TOLT 3 y 4)** que mostraron poca disponibilidad o se resistían a trabajar con los pasos de Polya y a resolver los problemas en la hoja de trabajo. Su resolución era de forma mecánica, solo enunciaban los pasos sin llevarlos a cabo adecuadamente, quedando la relación de la siguiente manera:

		Calificación obtenida en las pruebas			
Nº	Alumno(a)	Tolt-1	Tolt-2	Metacognición-1	Metacognición-2
1	30- G1	3	NP	94	NP
2	18- G2	3	4	89	65
3	15- G1	4	5	80	73
4	27- G1	4	5	84	82
5	4- G2	4	6	65	56
6	17- G2	4	4	64	60
Promedio		3.666	4.8	79.333	67.2

En este subgrupo, hubo dos alumnos reprobados y una baja, por falta de entrega de tareas, actividades de clase y en la hoja de trabajo (Facebook) mostraban poca redacción y sin procedimiento. Algunas veces tenían la respuesta correcta pero sin justificación. Cabe mencionar que en los dos primeros parciales tenían calificaciones aprobatorias, pero su rendimiento fue bajando, se confiaron y no se pudo evitar la reprobación. Los alumnos 18-G2 y 4-G2 lograron aprobar la materia. Su cambio de actitud hacia el trabajo fue a partir del primer parcial, les era difícil redactar su procedimiento de resolución, pero, por lo menos, ya lo intentaban. El alumno 27-G1 no realizó ningún envío de las actividades solicitadas, siempre decía que no tenía internet o no sabía que se había publicado el problema y en clase siempre pedía que el docente validara su respuesta.

En este subgrupo hubo ocho alumnos de **pensamiento transicional** y poca disponibilidad para trabajar dentro y fuera de la materia de matemáticas.

		Calificación obtenida en las pruebas			
Nº	Alumno(a)	Tolt-1	Tolt-2	Metacognición-1	Metacognición-2
1	7- G2	5	4	60	64
2	13- G2	5	6	72	58
3	27- G2	5	5	80	66
4	13- G1	6	3	68	79
5	3- G2	6	4	71	74
6	16- G2	6	7	58	62
7	25- G1	7	7	82	74
8	31- G2	7	6	75	72
Promedio		5.875	5.25	70.75	68.625

Los alumnos 7-G2, 13-G2, 27-G2, 13-G1 y 25-G1 nunca realizaron ninguna actividad de Facebook. En las actividades que se trabajaban en clase, solo escribían los resultados sin mostrar algún procedimiento ni redacción. Cuando se les invitaba a redactar decían: “se pierde tiempo redactando además la respuesta es correcta”. Lo que importa es la solución, según ellos. Tres de ellos no aprobaron el curso. Se inscribieron a asesorías para poder presentar su examen extraordinario. Los ocho alumnos tuvieron bajo rendimiento académico, a pesar de ser alumnos de pensamiento transicional lo cual refleja que **no siempre** los de **pensamiento transicional** tendrán la disposición de autorregular su aprendizaje.

Elegí el caso del alumno 3-G2, de pensamiento transicional. Se toma el caso para reflejar que no siempre un alumno de pensamiento transicional tendrá un buen desempeño académico y un incremento de la calificación obtenida en las pruebas TOLT (Test of Logical Thinking, Prueba de Razonamiento Lógico) y Metacognición.

Tomando una de las evidencias que envió el alumno 3-G2, se demuestra que no se esmeraba en calidad, ni redacción su plan es a prueba y error, no hace uso de la correcta ortografía y es muy breve en sus argumentos, dejando en blanco dos

recuadros. A pesar de ser de pensamiento transicional no hay disponibilidad hacia el trabajo. En clase no cumplió con las tareas se conformaba con la calificación mínima.

<p>Problema: Juan le dice a Pedro, ¿qué edad tengo, si tengo el doble de la que tú tenías cuando yo tenía la que tú tienes, sabiendo que cuando tú tengas la que yo tengo entre los dos tendremos 63 años?</p>
<p>Describe con tus palabras lo que entendiste del problema.</p> <p>Obtener la edad de las dos personas en base al texto para saber si lo que dice es cierto, La edad de las personas deben de cumplir con lo que el texto pide y además saber la edad de las personas.</p>
<p>Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial. Buscar 2 números que cumplan con lo que pide para poder ser el correcto. Que son 28 y 21 los que cumplen con esta regla lo descubri por prueba y error.</p>
<p>Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener eventualmente una solución final que difiere de la inicial. Estos números cumplen son lo que pide el problema</p>
<p>Argumenta por qué crees que tu solución (inicial o final) es correcta.</p>
<p>En el caso de que no pudiste encontrar solución alguna, describe cuál fue el motivo.</p>

De manera general, los alumnos que trabajaron con aprendizaje autorregulado mejoraron su rendimiento académico, la estructura de resolver problemas de matemáticas, la comprensión de lectura de un problema y la forma de argumentar sus soluciones porque. Al inicio, la mayoría contestaba que es “**por lógica**”, pero su lógica no la podían redactar. En promedio, los tres subgrupos incrementaron su puntaje en prueba TOLT. El subgrupo que tuvo poca disponibilidad para autorregular su aprendizaje bajo su puntaje en 0.6 puntos, a pesar de ser alumnos de pensamiento transicional.

Por ello, es importante considerar trabajar con Aprendizaje Autorregulado dentro del Nivel Medio Superior en la materia, ya que se está evidenciando que se obtienen resultados favorables en el desempeño de los estudiantes. Dentro de este proceso, ellos en algún momento se rehusaron a redactar su justificación porque piensan que

solo utilizan o han utilizado números, operaciones y que eso es lo realmente relevante. Sin embargo, no por el hecho de que la matemática sea una ciencia abstracta está alejada de hacer uso de la escritura para expresar su pensamiento, sus ideas, sus impresiones de manera clara, coherente, con el uso adecuado de la ortografía. De tal manera, resulta necesario proponer el trabajo interdisciplinario con la materia de Lenguaje, ya que ambas materias han presentado mayor índice de reprobación en los alumnos de primer grado de la Preparatoria Regional “Enrique Cabrera Barroso” (BUAP) y es esencial que, lejos de estar alejadas o trabajar de manera independiente, se trabaje de manera colaborativa en pro de un mejor desempeño académico en los estudiantes.

3.9 Resultados de las pruebas Tolt y Metacognición en grupo de control.

El grupo de control estuvo constituido por 38 alumnos, con él se trabajó de manera tradicional en la materia de matemáticas I. Se tomó en cuenta el desempeño, las actividades solicitadas, actitud positiva en clase y la entrega de tareas a tiempo (listas de ejercicios que proponía la comisión de matemáticas I). De esta manera, 27 alumnos cumplieron en tiempo y forma al entregar la lista de ejercicios, estuvieron atentos a la clase y fueron responsables.

De la misma manera, se presentan tres listados, organizados en subgrupos de acuerdo con la calificación obtenida en la primera aplicación de la prueba TOLT; quedando la relación de alumnos de **pensamiento concreto** (1 a 2 puntos) de la siguiente manera:

		Calificación obtenida en las pruebas			
Nº	Alumno(a)	Tolt-1	Tolt-2	Metacognición-1	Metacognición-2
1	6-G3	1	3	73	81
2	7-G3	1	2	67	80
3	12-G3	1	2	74	78
4	16-G3	1	5	67	61
5	21-G3	1	1	79	83
6	29-G3	1	3	76	72
7	31-G3	1	2	92	88
8	37-G3	1	2	80	83
9	38-G3	1	3	80	86
10	1-G3	2	2	89	91
11	2-G3	2	1	72	83
12	14-G3	2	0	74	79
13	24-G3	2	4	63	82
14	25-G3	2	3	73	92
15	33-G3	2	3	74	88
Promedios		1.4	2.4	75.533	81.8

Los quince alumnos de este subgrupo se esmeraron en entregar las tareas (listas de ejercicios) en tiempo sin comprobar sus respuestas, por lo que el docente tuvo que revisar e indicar si la respuesta era correcta o no. Los alumnos 6-G3, 16-G3, 25-G3 y

33-G3 mostraron responsabilidad en la entrega de sus actividades, con la solicitud de que el docente validara sus respuestas, eran muy insistentes en ello cuando se les revisaba la tarea; así también, cuando no llegaban a resolver algún ejercicio de la lista, pedían que el docente lo hiciera en clase y en ocasiones solo anotaban la respuesta; querían que se les fuera indicando que hacer en todo momento. A mitad del ciclo escolar algunos de ellos empezaron a asistir a asesoría cuando se cercaba la fecha de examen para no reprobar la materia.

De acuerdo con el desempeño en clase por los alumnos y la calificación obtenida en la primera aplicación de la prueba TOLT, el listado de alumnos de **pensamiento concreto** (3 a 4 puntos) quedó así:

		Calificación obtenida en las pruebas			
Nº	Alumno(a)	Tolt-1	Tolt-2	Metacognición-1	Metacognición-2
1	4-G3	3	7	69	84
2	23-G3	3	9	90	93
3	8-G3	3	5	70	73
4	34-G3	3	3	71	72
5	36-G3	4	2	64	81
Promedios		3.2	5.2	72.8	80.6

En este subgrupo las dos primeras alumnas fueron responsables en la entrega de tareas, se acercaron con un compañero, que tenían identificado como el mejor de la materia para que les explicara y/o compararan con él sus resultados. Para ellas era muy importante su promedio, mostraron disposición al trabajar en clase, fueron muy atentas y asistían a asesorías de vez en cuando. Los otros tres alumnos cumplieron con entregar lo que se les solicitaba, para ellos con pasar ya era suficiente.

Por último, tomando el desempeño en clase y la calificación obtenida en la prueba TOLT, el listado de alumnos de **pensamiento transicional (5, 6 y 7 puntos en TOLT)** y **formal (8 puntos en TOLT)** quedó así:

		Calificación obtenida en las pruebas			
Nº	Alumno(a)	Tolt-1	Tolt-2	Metacognición-1	Metacognición-2
1	13-G3	5	7	81	83
2	26-G3	5	6	72	78
3	27-G3	8	6	80	83
4	9-G3	7	8	78	88
5	32-G3	7	5	86	87
6	28-G3	8	9	74	75
7	35-G3	8	8	73	81
Promedios		6.857	7	77.714	82.142

Los alumnos 26-G3 y 35-G3 siempre mostraron actitud positiva y respeto hacia la clase y hacia sus compañeros, entregando tareas y actividades a tiempo. Se preocuparon por no reprobar. Al alumno 35-G3 le gustó la materia, fue quien hacia la tarea y la compartía con sus compañeros. Los demás alumnos no estuvieron atentos a la clase, mencionando que el tema ya lo habían visto en la secundaria, por ello ya no ponían tanta atención y al realizar los ejercicios solicitados siempre buscaron que el docente dijera si estaba correcto el ejercicio, si afirmaba se iban felices a su lugar, en caso contrario, indicar exactamente donde estaban fallando, el **por qué** no era importante para ellos.

En las últimas tres tablas, se muestran las listas de alumnos, de los que su desempeño en clase fue deficiente, con una actitud negativa hacia las tareas (listas de ejercicios) y trabajos en clase, es decir, se resistieron al trabajo.

A continuación se muestra la lista de alumnos de **pensamiento concreto** (puntos de TOLT: 0,1 y 2).

		Calificación obtenida en las pruebas			
Nº	Alumno(a)	Tolt-1	Tolt-2	Metacognición-1	Metacognición-2
1	18-G3	0	1	80	93
2	15-G3	2	1	70	67
3	17-G3	1	2	80	91
4	22-G3	2	3	89	88
Promedios		1.25	1.75	79.75	84.75

En este subgrupo los alumnos entregaron a medias las tareas y a destiempo a pesar de que sus compañeros les pasaron dichas tareas, fueron apáticos, sin disposición de trabajar en clase y no les preocupó su calificación lo que tres de ellos los llevó a reprobado la materia. Ellos tienen la idea de que las matemáticas son difíciles y por ello no le entienden, pero en realidad no hacían el intento por entender.

En la siguiente lista se muestran casos de alumnos de **pensamiento concreto** (puntos TOLT 3 y 4) y con actitud negativa, no se esmeraron por entregar y resolver correctamente sus tareas. Se mostró poca disposición dentro y fuera del aula.

		Calificación obtenida en las pruebas			
Nº	Alumno(a)	Tolt-1	Tolt-2	Metacognición-1	Metacognición-2
1	19-G3	3	3	90	91
2	20-G3	3	4	88	78
3	3-G3	3	2	63	73
4	5-G3	3	5	84	84
Promedios		3	3.5	81.25	81.5

De este subgrupo dos de ellos no entregaron tareas ni actividades en clase, estuvieron ausentes, no preguntaban dudas, no asistían a asesorías a pesar de que se les solicitaba asistir, nunca mostraron interés en clase, y en exámenes salieron muy bajos, lo que los llevó a reprobado la materia. Los otros dos entregaron tareas en ocasiones incompletas, en clase trataron de trabajar con las actividades y solo cuando estuvo próxima la semana de exámenes, fue cuando se mostraron atentos y cumplieron con todo, apenas lograron aprobar la materia.

Finalmente, se tiene la relación de alumnos de **pensamiento transicional** (puntos TOLT 5) y con actitud negativa hacia la clase y poca disposición de trabajar dentro y fuera de clase:

		Calificación obtenida en las pruebas			
Nº	Alumno(a)	Tolt-1	Tolt-2	Metacognición-1	Metacognición-2
1	10-G3	5	4	63	69
2	11-G3	5	6	68	71

3	30-G3	5	6	74	71
Promedios		5	5.333	68.333	70.333

Los tres alumnos fueron apáticos, platicaban en clase no precisamente de la materia, siempre solicitaron permiso para salir por cualquier situación. En cuanto a tareas, la entrega fue incompleta, mostrando resultados sin procedimiento; en clase las actividades no las entregaron porque nunca les dio tiempo resolver los ejercicios. No pusieron atención porque hacían otras actividades que no eran de la materia (tarea de otra asignatura). Solo uno de ellos logró aprobar la materia con la calificación mínima.

De manera general, los alumnos que demostraron mayor compromiso con las actividades solicitadas y fueron regulando su aprendizaje son los de pensamiento concreto (1-2 puntos) del grupo de aprendizaje autorregulado ellos lograron incrementar su promedio 1.818 puntos en la prueba TOLT los del grupo de control subieron 1 punto en la prueba TOLT. Los de pensamiento transicional-formal quien tuvo mejor aumento son los de aprendizaje autorregulado lograron incrementar su promedio 0.417 puntos en la prueba TOLT los del grupo de control incrementaron 0.125. En ambos grupos de alumnos que no cumplieron o se resistieron al trabajo incrementaron muy poco, por ejemplo, el subgrupo de pensamiento transicional subió su promedio 1.134 y en el grupo de control incremento 0.5 puntos en la prueba TOLT.

En cambio los de pensamiento transicional (5-7 puntos) del grupo de aprendizaje autorregularon se resistieron a trabajar con las actividades encomendadas, bajaron 0.625, fue el único subgrupo que bajo su promedio en la prueba TOLT.

Capítulo 4

Conclusiones

El deseo de la investigación de campo que se realizó fue para observar la viabilidad del Aprendizaje Autorregulado, si respondía a las inquietudes de compromiso, responsabilidad y motivación por parte de los estudiantes, así como también si habría mejora en la calidad de la redacción y al mismo tiempo para abrir nuevas interrogantes. Se tuvo como finalidad la exploración de la viabilidad de la implementación del Aprendizaje Autorregulado en alumnos de primer grado que cursaban la materia de Matemáticas I, de la Preparatoria Regional “Enrique Cabrera Barroso” (BUAP) para determinar si dicha implementación incrementaba o no la calificación obtenida en la prueba TOLT (Test of Logical Thinking, Prueba de Razonamiento Lógico) y en la prueba de Metacognición (Inventario de estrategias Metacognitivas).

El estudio reveló que el método funciona mejor con alumnos que tienen el interés, la disposición de regular su aprendizaje, el deseo, el esfuerzo de regulación y la persistencia con las actividades; es decir, se sienten motivados por el aprendizaje. Así como también, el uso constante de estrategias metacognitivas como planeación, monitoreo y evaluación en las actividades propuestas. La mayoría de alumnos con pensamientos concreto, transicional y formal se comprometieron a regular su aprendizaje evidenciando resultados favorables. Se mostró que, a pesar de que no todos contaban con internet en casa, eso no fue un impedimento para cumplir. Estos resultados indican que no siempre los alumnos de pensamiento transicional tendrán la disposición de autorregular su aprendizaje.

Por otra parte, se demostró que usar la metodología del Aprendizaje Autorregulado contribuye a mejorar el desempeño académico y la calificación de la prueba TOLT. Esa mejora se debió a las tareas en las que el alumno hizo uso de las estrategias metacognitivas, justificando su respuesta a través de un lenguaje claro y coherente.

Además, los alumnos, de manera gradual, fueron mejorando la calidad en su redacción.

A través de los instrumentos de medición, se puede observar el aumento de la calificación obtenida en la prueba TOLT (Test of Logical Thinking, Prueba de Razonamiento Lógico) pero no hay tanto aumento en la prueba de Metacognición (Inventario de estrategias Metacognitivas). Esto es un resultado bastante enigmático que requiere consideraciones teóricas y otras exploraciones experimentales.

Se logró la transferencia de los pasos de Polya hacia los exámenes parciales, departamentales y la XXX Olimpiada Mexicana de Matemáticas (regional) donde el uso de esos pasos no fue sugerido. Los alumnos de Aprendizaje Autorregulado tuvieron mejor desempeño en los exámenes departamentales que el grupo de control. Éste hizo mención de que les faltó más tiempo para terminar el examen.

En este sentido, cabe mencionar que los subgrupos de alumnos con pensamiento concreto (puntos TOLT 1 y 2 puntos), en su mayoría mostraron actitudes positivas, buena disposición al trabajo, compromiso, responsabilidad y esfuerzo en las tareas. Los alumnos de pensamiento concreto (TOLT 3 a 4 puntos), también mostraron actitudes positivas hacia el aprendizaje y fueron más persistentes con las tareas y esforzándose nueve alumnos lograron pasar a ser alumnos con pensamiento transicional y dos alumnos pasaron a pensamiento formal de diecisiete alumnos en aprendizaje autorregulado.

Los alumnos de pensamiento transicional y de pensamiento formal (TOLT 5 a 10 puntos) en su mayoría muestran actitud positiva, disposición, compromiso, aunque ya no llegan a esforzarse tanto en las tareas, actividades, suelen ser más confiados hacia su aprendizaje.

De acuerdo a los resultados de la investigación, es importante destacar que es viable organizar e implementar el Aprendizaje Autorregulado en las aulas Mexicanas en el Nivel Medio Superior, a fin de formar alumnos conscientes, críticos y analíticos en su pensamiento, sus ideas y autónomos en sus aprendizajes. Para cumplir con ello, los

docentes deben adecuar sus clases e ir fomentando la metacognición, es decir, enseñar a los estudiantes a autorregular sus procesos mentales (planificación, monitoreo y evaluación) y a utilizarlos de manera eficaz en el rendimiento de un nivel más alto para las diferentes tareas hasta dejar el control del proceso en manos del alumno. En otras palabras, ambos actores son importantes, pero recae mayor responsabilidad en el docente en un primer momento, ya que es él quien debe tomar un papel de mediador, de facilitador del aprendizaje, crear las condiciones necesarias, con diversas estrategias para guiar, monitorear, retroalimentar el desempeño del alumno y que, poco a poco, sea éste el responsable de atender, guiar y mejorar su propio aprendizaje en actividades tanto individuales como en equipo. Esto fue lo que se hizo en la materia de matemáticas durante la investigación. Se ha observado que los alumnos que autorregulan su aprendizaje tienden a resolver con éxito los problemas que se les plantea.

Por todo lo anterior, es conveniente que este proyecto se lleve a las escuelas del Nivel Medio Superior de nuestro país, para verificar si de verdad es más probable que haya aumento en Razonamiento Lógico que en Metacognición, ya que en esta investigación se observó que el primero no está acompañado con el segundo. También, resulta importante impulsar un trabajo interdisciplinario entre las materias de Matemáticas y Lenguaje, ya que ambas se complementan y son base en el desarrollo de los estudiantes. Los docentes de dichas materias se han mantenido alejados, cada uno trabajando, ya sea con números o con la escritura, desde su trinchera. Sin embargo, para este proyecto en Matemáticas se les ha pedido que redacten, cosa que no les gusta o les cuesta trabajo. Como ya se había mencionado anteriormente, estas dos materias presentan mayor índice de reprobación en alumnos de primer grado de la Preparatoria Regional “Enrique Cabrera Barroso” (BUAP). El pilotear este proyecto con Aprendizaje Autorregulado, tal vez, lleve a obtener buenos resultados en ambas al favorecer y fomentar la comprensión lectora, el razonamiento lógico, el análisis, la escritura y así disminuir los índices de reprobación y rezago escolar en el Nivel Medio Superior.

Bibliografía

Acevedo J.A. y Oliva J. M. (1995). Validación y Aplicaciones de un test de razonamiento Lógico. *Revista De Psicología General y Aplicada*, 48(3), 339-351.

Acevedo J. A. y Romero S. (1992). El desarrollo del razonamiento lógico en matemáticas: correlación y combinatoria. *Suma*, 11/12, 42-52.

Álvarez, I. M. (2009). Evaluar para contribuir a la autorregulación del aprendizaje. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(3), 1007-1030.

Campanario, J. M. (1998). El desarrollo de la metacognición en el aprendizaje de las ciencias: estrategias para el profesor y actividades orientadas al alumno. *Enseñanza de las ciencias*, 18(3), 369-379.

Campanario, J. M. y Otero, J. (1998). Más allá de las ideas previas como dificultades de aprendizaje: las pautas de pensamiento, las concepciones epistemológicas y las estrategias metacognitivas de los alumnos de ciencias. *Enseñanza de las ciencias*, 18(2), 155-169.

Cobo P. y Molina Ma. A. (2014). ¿Pueden nuestros estudiantes construir conocimientos matemáticos? *Revista de Didáctica de las matemáticas NÚMEROS*. 85, 49-73.

De Haro, J. J. (2010). Redes sociales en educación. *Educación para la comunicación y la cooperación social*, 27, 203-216.

De La Fuente, J. y Justicia, F. (2003). Regulación de la enseñanza para la autorregulación del aprendizaje en la universidad. *Aula abierta*, 82, 161-171.

Escudero J. (1999). Resolución de Problemas Matemáticos. Ministerio de Educación y Cultura. Centro de profesores y recursos. Salamanca (pp. 32-49).

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American psychologist*, 34(10), 906-911.

González, M. C. y Tourón J. (1992). Autoconcepto y rendimiento escolar. Implicaciones en la motivación y en el aprendizaje autorregulado. Pamplona: EUNSA.

Núñez J. C, Solano P., González J. A. y Rosario P. (2006). El aprendizaje Autorregulado como medio y meta de la educación. Papeles del Psicólogo. Vol. 27(3), pp. 139-146.

Peñalosa E. (2006). Aprendizaje Autorregulado: Una revisión Conceptual. *Revista Electrónica de Psicología (Iztacala)*, 9(2), 1-21.

Pintrich, R. R., & DeGroot, E. V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology*, 82, 33 - 40.

Polya, G. (1978). *Cómo plantear y resolver Problemas*, México, D.F.: Trillas.

Schoenfeld, A. H. (1980). Teaching problem-solving skills. *The American Mathematical Monthly*, 87(10), 794-805.

Sliško, J. A. (2016). Improving teaching design of active physics learning by using potentially helpful knowledge from other science fields. *Inovacije u nastavi – časopis za savremenu nastavu*, 29(2), 1 – 14.

Torrano F. y González Ma. C. (2004). El aprendizaje autorregulado: presente y futuro de la investigación. *Revista Electrónica de la Investigación Psicoeducativa*, 2(1), 1-34.

Túñez López, M., & Sixto García, J. (2012). Las redes sociales como entorno docente: análisis del uso de Facebook en la docencia universitaria. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 41, 77-92.

Vallejos J. Aguilar E. (2012). Validez, Confiabilidad y Baremación del inventario de estrategias metacognitivas en estudiantes universitarios. *Revista de Psicología Trujillo (Perú)* 14(1), 9-20.

Anexos

1. Hoja de trabajo con los alumnos

Nombre: _____ Grado: _____ Grupo:
_____ Edad: _____

Problema

Lo que sigue sirve para que puedas revisar y reforzar tu respuesta inicial.

Dibuja la situación que se te presenta en este problema.

Describe con tus palabras lo que entendiste del problema.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener tu solución inicial.

Escribe y justifica las operaciones que usaste para obtener eventualmente una solución final que difiere de la inicial.

Argumenta por qué crees que tu solución (inicial o final) es correcta.

En el caso de que no pudiste encontrar solución alguna, describe cuál fue el motivo.

2. INVENTARIO DE ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS

Nombre

Edad

Escuela

		Siempre	Muchas veces	Regular	Pocas veces	Nunca
1	Eres consciente de lo que piensas sobre la actividad o problema.					
2	Eres consciente de qué técnica o estrategia de pensamiento usar y cuándo.					
3	Te preguntas cómo se relaciona la información importante de la actividad con la que ya sabes.					
4	Intentas concretizar lo que se te pide en la tarea.					
5	Reflexionas sobre el significado de lo que se te pide en la actividad antes de empezar a responderla.					
6	Te aseguras de haber entendido lo que hay que hacer, y cómo hacerlo.					
7	Haces un seguimiento de tus progresos y, si es necesario, cambias las técnicas y estrategias de aprendizaje.					
8	Utilizas múltiples técnicas de pensamiento o estrategias para resolver la actividad o la tarea.					
9	Eres consciente de tu esfuerzo por intentar comprender la actividad antes de empezar a resolverla.					
10	Seleccionas y organizas la información relevante para la resolución de la tarea o actividad.					
11	Compruebas tu trabajo mientras lo estás haciendo.					
12	Intentas descubrir las ideas principales o la información relevante de dicha tarea o actividad.					

		Siempre	Muchas veces	Regular	Pocas veces	Nunca
13	Intentas comprender los objetivos de la actividad antes de ponerte a resolverla.					
14	Identificas y corriges tus errores.					
15	Eres consciente de la necesidad de planificar el curso de tu acción.					
16	Una vez finalizada la actividad, eres capaz de reconocer lo que dejaste sin realizar.					
17	Eres consciente de los procesos de pensamiento que utilizas (de cómo y en qué estás pensando).					
18	Antes de empezar a realizar la actividad, decides primero, cómo abordarla.					
19	Compruebas tu precisión a medida que avanzas en la realización de la actividad.					
20	Te esfuerzas por comprender la información clave.					

Gracias por tu participación.

3. Prueba de Razonamiento Lógico

TRL (versión en castellano del TOLT)

INSTRUCCIONES

El cuestionario que te presentamos tiene por finalidad poder comprender mejor la lógica que usas para pensar. El razonamiento que elijas en cada respuesta se considera tan importante como la respuesta misma.

Para responder a cada pregunta marca la respuesta en la hoja que se entrega para ello. Por favor, no escribas nada en este cuadernillo.

Para responder cada una de las preguntas sigue los siguientes pasos:

1. Lee con cuidado el enunciado de la pregunta.
2. Piensa detenidamente la respuesta haciendo los cálculos que estimes oportunos.
3. Escribe la respuesta en el recuadro correspondiente de la hoja de respuestas.

Ej. 12. Razón

4. Lee la serie de razonamientos que se te presentan como posibles explicaciones de la respuesta que has elegido.
5. Selecciona cuidadosamente la opción que consideres oportuna teniendo en cuenta el razonamiento que utilizaste en tu respuesta.

6. Señala en el recuadro correspondiente de la hoja de respuesta la letra que indica la opción que has elegido.

Ej. 12. Razón

7. Si en algún momento quieres modificar la respuesta ofrecida, táchala y señala la nueva de la forma que se te indica a continuación:

Ej. 12. Razón

No olvides escribir tu nombre en la hoja de respuestas.

CUESTION 1

Se necesita exprimir 4 naranjas para obtener seis vasos de zumo. ¿Qué cantidad de zumo se podría obtener con seis naranjas?.

(Considera que todas las naranjas son del mismo tamaño.)

- a. 7 vasos
- b. 8 vasos
- c. 9 vasos
- d. 10 vasos
- e. Otra respuesta

Razón

1. El número de vasos y el número de naranjas estarán siempre en la relación 3 a 2.
2. Con más naranjas, las diferencias serán menores.
3. La diferencia entre las cantidades será siempre de dos.
4. Con cuatro naranjas la diferencia era 2. Con seis naranjas la diferencia sería dos más.
5. No se podría predecir.

CUESTION 2

Usando las mismas naranjas de la cuestión 1, ¿cuántas naranjas se necesitarían para hacer 15 vasos de zumo?

- a. 7 naranjas y media
- b. 9 naranjas
- c. 10 naranjas
- d. 13 naranjas
- e. Otra respuesta

Razón

1. El número de naranjas y el número de vasos de zumo estarán siempre en la relación 2 a 3.
2. El número de naranjas será siempre menor que el número de vasos de zumo.
3. La diferencia entre las cantidades será siempre de dos.
4. El número de naranjas necesarias será la mitad del número de vasos de zumo.
5. No se podría predecir

CUESTION 3



Supongamos que queremos hacer un experimento para averiguar si al modificar la longitud de un péndulo cambia también la cantidad de tiempo que tarda en oscilar de un lado a otro. ¿Qué péndulos deberíamos usar para realizar dicho experiencia?

- a. 1 y 4
- b. 2 y 4
- c. 1 y 3
- d. 2 y 5
- e. Todos

Razón

1. Compararíamos el péndulo más largo con el más corto.
2. Necesitaríamos comparar todos los péndulos entre sí.
3. Al aumentar la longitud tendríamos que disminuir el peso.
4. Los péndulos elegidos tendrían que tener todas las mismas longitudes y distinto peso.
5. Los péndulos elegidos tendrían que tener todos distinta longitud e igual peso.

CUESTION 4



Supongamos que queremos realizar un experimento para averiguar si al cambiar el peso del péndulo cambia también la cantidad de tiempo que tarda en oscilar de un lado a otro. ¿Qué péndulos tendríamos que usar para realizar dicha experiencia?

- a. 1 y 4
- b. 2 y 4
- c. 1 y 3
- d. 2 y 5
- e. Todos

Razón

1. Compararíamos el péndulo más pesado con el más ligero.
2. Necesitaríamos comparar todos los péndulos entre sí.
3. Al aumentar el peso tendríamos que disminuir la longitud.
4. Los péndulos elegidos tendrían que tener diferente peso y la misma longitud.
5. Compararíamos péndulos de igual peso y distinta longitud.

CUESTION 5

Un jardinero compró un paquete que contenía 3 semillas de calabaza y 3 semillas de judía. Si se extrae una semilla del paquete, ¿cuál es la probabilidad de que ésta sea de judía?

- a. 1 de cada 2
- b. 1 de cada 3
- c. 1 de cada 4
- d. 1 de cada 6
- e. 4 de cada 6

Razón

1. Se necesitarían cuatro extracciones dado que las tres semillas de calabaza podría suceder que se extrajesen seguidas.
2. Hay seis semillas entre las cuales ha de extraerse una de judía.
3. De las tres semillas de judía que hay se necesita extraer una.
4. La mitad de las semillas son de judías.
5. Del total de seis semillas, además de la de judía se podrían extraer tres de calabaza.

CUESTION 6

Un jardinero compró un paquete que contenía 21 semillas de diversas clases. La composición era la siguiente:

- 3 de flores pequeñas rojas
- 4 de flores pequeñas amarillas
- 5 de flores pequeñas naranjas
- 4 de flores grandes rojas
- 2 de flores grandes amarillas
- 3 de flores grandes naranjas

Si sólo ha de plantar una semilla, ¿cuál es la probabilidad de que la planta resultante tenga flores rojas?

- a. 1 de cada 2
- b. 1 de cada 3
- c. 1 de cada 7
- d. 1 de cada 21
- e. Otra respuesta

Razón

1. Ha de elegir una semilla entre aquellas que dan flores rojas, amarillas o naranjas.
2. $\frac{1}{4}$ de las pequeñas y $\frac{4}{9}$ de las grandes son rojas.
3. No importa que sean pequeñas o grandes. De las siete semillas rojas que hay se ha de elegir una.
4. Ha de seleccionar una semilla roja de un total de 21 semillas.
5. Siete de las veintiuna semillas darán flores rojas.

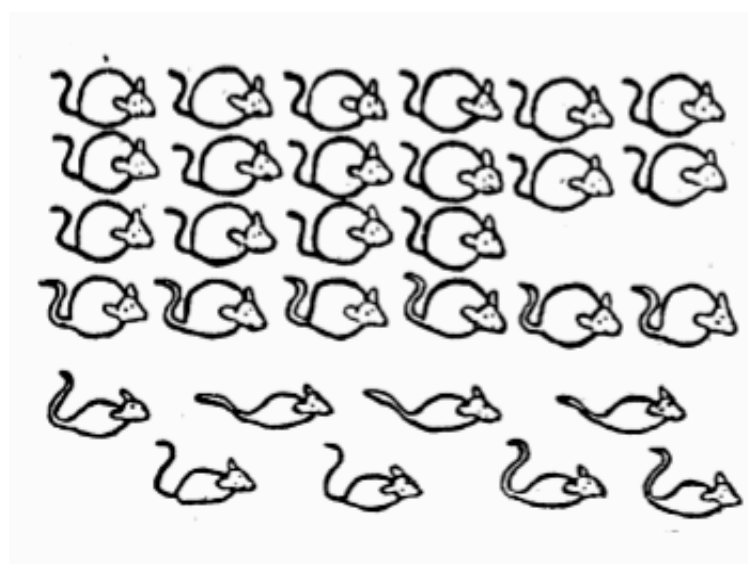
CUESTION 7

La figura adjunta representa una muestra de los ratones que viven en un campo. A partir de la figura, indica si es más probable que tengan rabo negro los ratones gordos que los delgados.

- a. Sí. Los ratones gordos tienen mayor probabilidad de tener rabo negro que los delgados.
- b. No. Los ratones gordos no tienen más probabilidad de tener rabo negro que los delgados.

Razón

- 1. $8/11$ de los ratones gordos tienen rabo negro y $3/4$ de los ratones delgados tienen rabo blanco.
- 2. Tanto algunos de los ratones gordos como algunos de los ratones delgados tienen rabo blanco.
- 3. De los treinta ratones, 18 tienen rabo negro y 12 lo tienen blanco.
- 4. Ni todos los ratones gordos tienen rabo negro ni todos los delgados lo tienen blanco.
- 5. $6/12$ de los ratones con rabo blanco son gordos.



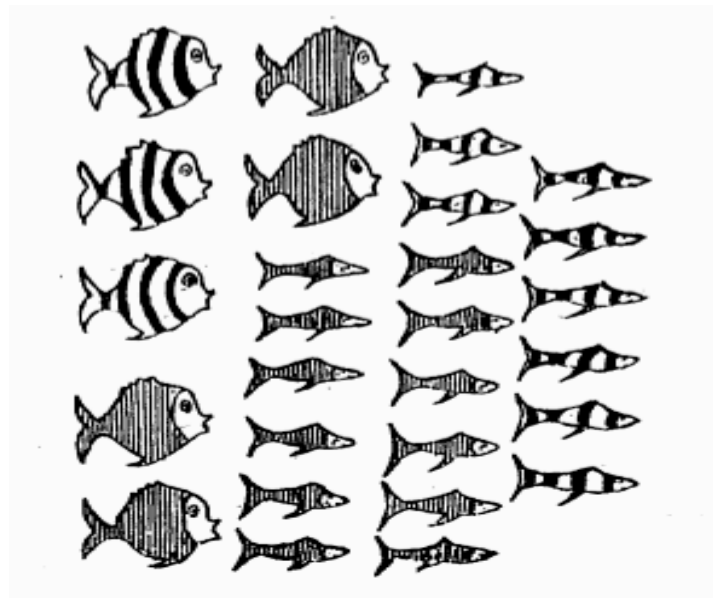
CUESTION 8

¿Es más probable que tengan rayas anchas los peces gordos que los peces delgados?

- a. Sí
- b. No

Razón

1. Unos peces gordos tienen rayas anchas y otros estrechas.
2. $3/7$ de los peces gordos tienen rayas anchas.
3. $12/28$ tienen rayas anchas y $16/28$ las tienen estrechas.
4. $3/7$ de los peces gordos y $9/21$ de los peces delgados tienen rayas anchas.
5. Algunos de los peces con rayas anchas son delgados y otros son gordos.



CUESTION 9

Tres estudiantes de cada uno de los cursos de 1^o, 2^o y 3^o de BUP son candidatos al consejo escolar. La representación estará constituida por un estudiante de cada curso. Cada votante debe considerar todas las combinaciones posibles antes de decidir su voto.

Dos posibles combinaciones serían Tomás, José y Pedro (TJP); e Isabel, Carmen y María (ICM).

Has una lista con todas las combinaciones posibles usando los espacios que se ofrecen en la hoja de respuestas. Hay más espacios de los necesarios.

CONSEJO ESCOLAR

<u>1^o BUP</u>	<u>2^o BUP</u>	<u>3^o BUP</u>
Tomás (T)	José (J)	Pedro (P)
Isabel (I)	Carmen (C)	María (M)
Antonio (A)	Beatriz (B)	Luís (L)

CUESTION 10

Se prevé abrir en breve 4 tiendas en un nuevo centro comercial.

Optan por comprar los locales una barbería (B), una farmacia (F), un supermercado (S) y una cafetería (C).

Cada uno de los negocios mencionados ha de ocupar uno de los locales previstos.

Una posible forma de ocupación sería BFSC.

Has una lista con todas las formas posibles de ocupación de los locales.

Hay más espacios en la hoja de respuestas de los que son necesarios.

1	2	3	4
----------	----------	----------	----------

HOJA DE RESPUESTAS

APELLIDOS..... NOMBRE.....
CENTRO..... CURSO.....

1. _ <input type="checkbox"/>	RAZON _ <input type="checkbox"/>
2. _ <input type="checkbox"/>	RAZON _ <input type="checkbox"/>
3. _ <input type="checkbox"/>	RAZON _ <input type="checkbox"/>
4. _ <input type="checkbox"/>	RAZON _ <input type="checkbox"/>
5. _ <input type="checkbox"/>	RAZON _ <input type="checkbox"/>
6. _ <input type="checkbox"/>	RAZON _ <input type="checkbox"/>
7. _ <input type="checkbox"/>	RAZON _ <input type="checkbox"/>
8. _ <input type="checkbox"/>	RAZON _ <input type="checkbox"/>

9._

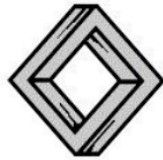
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

10._

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. Resultados de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas

XXX Olimpiada Mexicana de Matemáticas



Sociedad Matemática Mexicana



Relación de Estudiantes que presentarán el Examen Estatal que se realizará los días 24 y 25 de JUNIO de 2016 en el Colegio Esparza

¡Felicidades!

XXX Olimpiada Mexicana de Matemáticas

No.	Nombre	Escuela
66	Espindola Camacho Omar	Colegio Cultural, Plantel III. Puebla
66	González Castro Fernando	Prepanet del ITESM. Puebla
66	Méndez Martínez José Ángel	Preparatoria Federal "Antonio Audirac". Teziutlán
66	Vergara Calderón Alejandro	Preparatoria Federal "Antonio Audirac". Teziutlán
66	López Zárate Aldo	Preparatoria Regional "Enrique Cabrera Barroso" de la BUAP. Tecamachalco
66	Monterrosas Flores Reyna Oliva	Preparatoria Regional "Enrique Cabrera Barroso" de la BUAP. Tecamachalco
66	Ramos Velázquez Nahúm	Preparatoria Regional "Enrique Cabrera Barroso" de la BUAP. Tecamachalco
66	De Marcos Cuando Rebeca	Secundaria Técnica 79. Puebla
84	Bernabé Morales Estefanía	Bachillerato del Instituto Alianza. Puebla

No.	Nombre	Escuela
28	Bernès Carmona Denisse Amélie Sophie	Preparatoria Urbana "Enrique Cabrera Barroso" de la BUAP. Puebla
28	Mendieta Huerta Rosendo	Secundaria del Liceo Británico de México. Puebla
33	Cervantes Trejo Antonio Ezequiel	Preparatoria del Colegio Americano de Puebla. Puebla
33	Hernández Hernández Karla	Secundaria del Centro Escolar Morelos. Puebla
33	García Sánchez Bruno Moreau	Secundaria Técnica 3. Atlixco
36	Abarca Gerasymenko Vladimir Gustavo	Centro de Educación Integral "Teocalli". Puebla
36	Méndez Villamil Leonardo Jesús	Preparatoria "C.P. Gilberto Martínez". Tehuacán
36	De Marcos Cuando Gabriela	Preparatoria "Lic. Benito Juárez García" de la BUAP. Puebla
36	Martín Hernández Evelyn	Preparatoria Federal "Antonio Audirac". Teziutlán
36	Machorro Gutiérrez Laura Daniela	Preparatoria Regional "Enrique Cabrera Barroso" de la BUAP. Tecamachalco
41	Rodríguez Fuentes Bogart	Bachillerato "Carlos Camacho Espíritu". Puebla
41	Osorio Pérez Jael Orlando	CBTIS 44. Teziutlán
41	García Quintana Linda Paola	Centro Educativo "Vanderbilt". Puebla
41	Romero Gutiérrez Zamzara Gabriela	Preparatoria "Emiliano Zapata" de la BUAP, extensión San Martín
41	Tome Cruces Luis Ángel	Preparatoria "Emiliano Zapata" de la BUAP, extensión San Martín
41	Jiménez Bello Carlos	Preparatoria "Emiliano Zapata" de la BUAP. Puebla
41	Chávez Gallegos Roberto Cristian	Preparatoria Regional "Enrique Cabrera Barroso" de la BUAP. Tecamachalco
41	Montiel Vázquez María del Cielo	Preparatoria Regional "Enrique Cabrera Barroso" de la BUAP. Tecamachalco
49	Romero Ramos Erwin	Bachillerato del Instituto Arnaiz. Puebla
49	Vega Soberanes María Fernanda	CBTIS 86. Huauchinango
49	Gil Velázquez Antonio	Instituto Universitario de Puebla. Atlixco
49	Ramírez Valencia Miguel Ángel	Preparatoria "Emiliano Zapata" de la BUAP, extensión San Martín
49	Hernández Rodríguez Emmanuel	Preparatoria Regional "Enrique Cabrera Barroso" de la BUAP. Tecamachalco