



Benemérita Universidad Autónoma
de Puebla



Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Implicaciones en Colisionadores y Cosmología del Modelo
Escotogénico y sus Extensiones

Tesis presentada al

Posgrado en Física Aplicada

como requisito parcial para la obtención del grado de

DOCTORADO EN CIENCIAS (FÍSICA APLICADA)

por

Moises Zeleny Mora

asesorado por

Dr. J. Lorenzo Díaz Cruz

Dra. Olga Guadalupe Félix Beltrán

Puebla, Pue.
31 de Enero 2023

Índice general

Agradecimientos	VII
Dedicatoria	IX
Lista de figuras	X
Lista de tablas	XII
Resumen	XV
1. Introducción	1
2. SM y más allá	3
2.1. Modelo estándar electrodébil	4
2.1.1. El sector de Yang-Mills	6
2.1.2. El sector de Higgs	6
2.1.3. Sector fermiónico	8
2.1.4. Acoplamientos de Yukawa	8
2.2. Física de neutrinos y el modelo ν SM	9
2.2.1. Parametrización estándar de la matriz de mezcla	10
2.2.2. Masas de neutrinos	11
2.2.3. Término de masa de Dirac-Majorana	13
2.2.4. Modelo ν SM seesaw Tipo I	14
3. El modelo Escotogénico	17
3.1. Lagrangiano del Modelo Escotogénico	17
3.2. Masa del neutrino	18
3.3. Restricciones en el modelo Escotogénico	21
3.4. Constricciones teóricas	21
3.5. Constricciones experimentales	22
3.5.1. Colisionadores e^+e^-	22
3.5.2. El parámetro $\Delta\rho$	22
3.5.3. Decaimientos radiativos $\mathcal{BR}(l_j \rightarrow l_i\gamma)$	25
3.5.4. Materia oscura fermiónica	25
3.5.5. Espacio de parámetros permitido	27
4. 2HDM con conservación natural del sabor y neutrinos masivos	31
4.1. Modelos con conservación natural del sabor	31
4.2. Mecanismo seesaw Inverso	32
4.3. Acoplamientos del Higgs	32

4.3.1. Cotas del modelo 2HDM	33
5. Decaimientos del bosón de Higgs que violan el sabor leptónico	35
5.1. Fórmulas para las tasas de decaimiento del bosón de Higgs a dos fermiones	35
5.2. Identidades y fórmulas a un lazo	37
5.3. Factores de forma del decaimiento $H_r \rightarrow l_a^+ l_b^-$	39
5.3.1. Dos fermiones dentro del lazo	39
5.3.2. Un fermión dentro del lazo	41
5.4. Librería OneLoopLFVHD	43
6. Aplicaciones	47
6.1. LFVHD en el ν SM seesaw Tipo I	47
6.1.1. Factores de forma de $h \rightarrow e_a^+ e_b^-$	48
6.1.2. Dos neutrinos en el lazo	48
6.1.3. Un neutrino en el lazo	49
6.1.4. Análisis numérico	51
6.2. LFVHD en el modelo Escotogénico	52
6.2.1. Factores de forma de $h \rightarrow l_i^+ l_j^-$	52
6.2.2. Análisis numérico de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_i l_j)$	58
6.3. LFVHD en el 2HDM con ausencia de FCNC	61
6.3.1. Factores de forma de $\phi \rightarrow \ell_a^+ \ell_b^-$ mediados por G_W y W	61
6.3.2. Factores de forma de $\phi \rightarrow \ell_a^+ \ell_b^-$ mediados por H^\pm y W	64
6.3.3. Dos fermiones en el lazo	64
6.3.4. Cancelación de divergencias	67
6.3.5. Resultados numéricos para $Br(h \rightarrow \ell_a \ell_b)$	70
7. Conclusiones	75
A. La matriz S y las constricciones de unitariedad	77
B. Factores de forma de $H_r \rightarrow l_a l_b$ en la norma unitaria	79
B.1. Corrección al vértice	79
B.1.1. Contribución FSS	79
B.1.2. Contribución FSV	80
B.1.3. Contribución FVS	84
B.1.4. Contribución FVV	86
B.1.5. Contribución SFF	93
B.1.6. Contribución VFF	94
B.2. Correcciones de Burbuja	96
B.2.1. Contribución FV	97
B.2.2. Contribución VF	98
B.2.3. Contribución FS	100
B.2.4. Contribución SF	101
C. Factores de forma de $H_r \rightarrow l_a l_b$ en la norma de Feynman	103
C.1. Corrección al Vértice	103
C.1.1. Contribución FSV	103
C.1.2. Contribución FVS	104
C.1.3. Contribución FVV	105
C.1.4. Contribución VFF	106
C.1.5. Contribución FV	107
C.1.6. Contribución VF	107

ÍNDICE GENERAL

v

Bibliografía

109

Agradecimientos

En este trabajo de tesis doctoral he aprendido de todo, desde cálculos de física de altas energías, programación, hasta a escribir y comunicar mis resultados. El camino ha sido arduo, con subidas y bajadas. Hasta sobrevivimos a una pandemia.

Un trabajo de tanto tiempo, no solo te permite crecer profesionalmente sino también de forma personal. En este viaje he madurado de muchas formas y he dado grandes saltos en mi vida, de tal manera que esta etapa siempre será una de las más importantes y hasta hora la más desafiante. Aún me falta por crecer y aprender, porque lo que me ha dejado la academia es, saber que siempre estamos en continuo aprendizaje y esto no termina al recibir tu título universitario. Evidentemente, este es un trabajo que en principio plasmé con mi puño y letra. Sin embargo, no hubiera sido posible sin el apoyo de una multitud de personas que forman parte de este viaje.

En el círculo familiar

- Primero quiero agradecer a mi madre Rogelia Mora que desde pequeño me inculcó el hábito del estudio y me apoyó incondicionalmente, a pesar de las adversidades que vivimos. En este punto agradezco también a mis hermanos, Alejandro, Luis e Isaac, que siempre han creído en mí y con quienes he pasado muchas alegrías y buenos momentos.
- Quiero mencionar también a mi padre Rubén Zeleny por haberme apoyado a iniciar esta travesía en la carrera de física, quien junto a mis tíos, Enrique, Miguel, tía Laura y mi abuela Matilde me compartieron su hogar y me apoyaron por mucho tiempo.
- Agradezco profundamente a mi pareja de vida Karina González, a quien conocí desde el inicio de este viaje y con quien he compartido un sin fin de momentos. De los buenos siempre llevó el recuerdo y de los momentos no tan buenos siempre los hemos superado juntos y también hemos aprendido mucho de ellos. Siempre con amor y apoyo incondicionales. Los dos hemos crecido mucho en estos años y aprendido nuevas cosas en todos los aspectos, que nos han ayudado a cumplir nuestra metas. Además, debo agradecer que siempre me ha apoyado y creído en mí, tal vez más de lo que yo creo en mí mismo. Este trabajo no hubiera sido posible sin su compañía y apoyo.
- En este punto también quiero agradecer a mi pareja que me incluyó en su familia, conformada por su mamá Aracely León, sus hermanas Lesly González y Karol Naomi González, así como de sus tíos, Guadalupe Trujillo y Josefina León e hijos. Quienes me han tratado ya como un miembro más de su familia y a quienes les debo mucho de su apoyo. Quiero agradecer profundamente el apoyo a la mamá y hermanas de mi pareja por haberme apoyado en los momentos difíciles que pasó mi familia, compartiendo su hogar no sólo conmigo sino con mi familia. De no ser por este gran apoyo, quizás esto no hubiera sido posible.

En el círculo académico, quiero agradecer

- A la Dra. Olga Guadalupe Félix Beltrán quiero agradecerle por sus enseñanzas, sus consejos, las risas, su amabilidad y su apoyo. Además, quiero reconocer la ardua labor que ella siempre realiza con sus alumnos sin importar nada y sin pedir nada a cambio, ayudando a muchos a continuar

y culminar cada etapa académica a como de lugar y sin rendirse nunca. En particular, a mi me ha ayudado de innumerables maneras desde regalarme un libro que extravié de la biblioteca para reponerlo, corregir cada una de mis faltas de ortografía que fueron muchas y hasta compartiendo su sabiduría, por mencionar algunas. Esta etapa ha sido larga pero llena de aprendizaje, retos y logros en su compañía.

- Al Dr. J. Lorenzo Diaz Cruz por su apoyo, guía, sus consejos y enseñanzas. Y además quiero destacar su manera práctica de estudiar, trabajar y enseñar la física. Gracias a esta ha atraído a muchos otros estudiantes al lado de la física de altas energías. Siempre con una nueva idea y nuevas fronteras para incursionar.
- A mis sinodales cada uno de sus valiosos comentarios y preguntas que le han dado mayor solidez a este trabajo. Quiero destacar el profesionalismo y formalidad del Dr. Gilberto Tavares de no ser por él, muchas de mis presentaciones de avance no habrían sido posibles, así como su disponibilidad. También quiero agradecer a la Dra. María Isabel Pedraza que siempre ha estado pendiente de mi trabajo a pesar de la distancia y el tiempo. Al Dr. Alfonso Rosado quien no ha podido estar en muchas ocasiones, pero del que siempre sé que tengo su apoyo. A la Dra. Luz Adriana Cordero y al Dr. Carlos Gerardo Honorato por su apoyo, ánimos y disponibilidad. Finalmente, al Dr. Marco Arroyo, por su apoyo y disponibilidad así como las discusiones.
- A la física que me ha permitido aprender todo lo que sé, así como siempre ha satisfacer mi curiosidad, conocer un mundo diferente y permitirme aportar con mi granito de arena a esta ciencia y su comunidad.
- A la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, por acogerme todos estos años. Así, como a su personal administrativo que siempre me ha apoyado en innumerables situaciones.
- A la BUAP por darme este mi segundo hogar y permitirme pertenecer a esta comunidad y cumplir mis metas académicas.
- A CONACYT la beca de manutención que me fue otorgada, ya que sin ella esto no habría sido posible.

Dedicatoria

La etapa del doctorado es muy satisfactoria, te vuelves más independiente en comparación a la maestría y la licenciatura, eliges un camino o una metodología de acuerdo a tu criterio o a tu investigación. Esto nos permite aprender mucho y también equivocarse o retrasarse, de lo cual se aprende aún. El camino de la investigación es uno que está lleno de errores y unos cuantos aciertos que le dan sentido a todos los intentos anteriores. Hay buenas y malas rachas. Y muchas veces las malas pueden ser difíciles de superar y en su momento parecen insuperables.

Primero quiero dedicar este trabajo a todos aquellos colegas que sienten que estas malas rachas son interminables o que otros aspectos de la vida en el posgrado parecen no ayudar a que nuestro trabajo culmine. Dejar como prueba de que es posible terminar el doctorado, este trabajo de tesis. Aconsejo nunca rendirse, siempre darle su lugar e importancia al posgrado así como a otros aspectos complementarios de nuestra vida. Y recordarles que el producto final del doctorado no es únicamente la tesis o un artículo publicado, sino uno mismo. En quién nos convertimos al final y quizás este es el más importante.

Yo soy Poblano de nacimiento, a la edad de 11 años me mudé a Oaxaca con mi madre y mi primer hermano. Recuerdo mis días en el llano en la pequeña comunidad de San Miguel Tlacotepec donde aprendí de todo desde sembrar el maíz, montar a caballo (con unas cuantas caídas) hasta cortar leña. También conocí a muchos amigos y muy buenas personas que aportaron a mi persona. Esta etapa de mi vida me ha ayudado a valorar cada una de las cosas que hoy tengo y a la gente que me acompaña cada día. Así, también quiero dedicar este trabajo de tesis doctoral a todos aquellos que como yo, tenemos un origen humilde. Y quiero recordarles que podemos lograr lo que nos proponemos sin importar las adversidades.

Índice de figuras

3.1.	Diagrama de Feynman para la generación de masa del neutrino a un lazo.	19
3.2.	Diagrama de Feynman para la corrección al propagador del neutrino ν_i a un lazo.	20
3.3.	Espacio de parámetros para las masas de la materia oscura M_1 y los escalares inertes η^\pm y m_R , que cumplen con las cotas de densidad Reliquia, masas de neutrinos y decaimientos radiativos $l_b \rightarrow l_a \gamma$	29
3.4.	Espacio de parámetros para las masas $M_{1,2,3}$, $\lambda_{3,4,5}$, que cumplen con las cotas de densidad Reliquia, masas de neutrinos y decaimientos radiativos $l_b \rightarrow l_a \gamma$, proyectados en algunos planos de interés.	30
5.1.	Reglas de Feynman para interacciones escalares, fermionicas y vectoriales con H_r	36
5.2.	Reglas de Feynman para las interacciones de corriente cargada mediadas por escalares y vectores cargados.	37
5.3.	Convenciones para momentos, etiquetas de los vértices y partículas en diagramas a un lazo para $H_r \rightarrow l_a l_b$. En cada diagrama usamos líneas sólidas en este caso para representar todos las partículas posibles en el lazo. Los vértices son etiquetados con números dentro de paréntesis (i), $i = 1, 2, 3$. Finalmente, las masas de las partículas P_i en el lazo están denotadas por M_i	39
5.4.	Diagramas genéricos con dos fermiones en el lazo que contribuyen a $H_r \rightarrow l_a l_b$	40
5.5.	Diagramas genéricos con un fermión en el lazo que contribuyen a $H_r \rightarrow l_a l_b$	42
6.1.	$\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ en el modelo νSM para dos casos: (<i>i</i>) neutrinos pesados degenerados (líneas sólidas) donde $m_{n_4} = m_{n_5} = m_{n_6}$; (<i>ii</i>) neutrinos pesados no degenerados (líneas punteadas) con $m_{n_4} = m_{n_6}/3$ y $m_{n_5} = m_{n_6}/2$	52
6.2.	Las gráficas muestran el comportamiento de $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ vs m_{n_6} para el caso no degenerado. El panel superior muestra la contribución $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)_Y$ ($Y = W, G, WG$) identificando contribuciones a los factores de forma provenientes de diagramas con bosones W , bosones de Goldstone G y diagramas con ambos bosones WG , respectivamente (ver Tabla 6.2). El $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ es la contribución total (línea sólida azul). El panel inferior muestra el comportamiento de este razón de ramificación y las líneas que describen a $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ en diferentes regiones.	53
6.3.	Diagramas con neutrinos pesados que contribuyen a los procesos LFBVHD en el modelo Escotogénico.	54
6.4.	Diagramas que contribuyen a LFBVHD con neutrinos activos en el lazo en el modelo Escotogénico. Además se muestra la estructura genérica de cada diagrama.	57
6.5.	$\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ vs M_1 en el modelo Escotogénico para $M_2 = 10^4$ GeV y $M_3 = 10^5$ GeV, $\lambda_5 = 1 \times 10^{-10}$, $\mu_2 = 1$ GeV. La gráfica muestra dos casos: (<i>i</i>) $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)_{800}$ donde $m_\eta = 800$ GeV y $m_R = 805$ GeV (líneas sólidas); (<i>ii</i>) $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)_{200}$ con $m_\eta = 200$ GeV y $m_R = 205$ GeV (líneas punteadas).	59

6.6. Comparación de $BR(h \rightarrow \tau\mu)$ y $BR(\tau \rightarrow \mu\gamma)$ en el espacio de parámetros permitido para el modelo Escotogénico.	60
6.7. κ_τ en el modelo 2HDM Tipo I con sus cotas a 1 y 2 σ , regiones azul y verde, respectivamente. Fijando $\cos\beta - \alpha = 0.01$	71
6.8. Cota de perturbatividad en el modelo 2HDM Tipo I.	72
6.9. Comportamiento de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$, en el modelo 2HDM Tipo I, para los casos 1: $m_{H^\pm} = 300$ GeV, $\mu_x = 10^{-4}$ GeV; caso 2: $m_{H^\pm} = 800$ GeV, $\mu_x = 10^{-4}$ GeV; caso 3: $m_{H^\pm} = 300$ GeV, $\mu_x = 10^{-7}$ GeV y caso 4: $m_{H^\pm} = 800$ GeV, $\mu_x = 10^{-7}$ GeV.	73

Índice de tablas

2.1. Propiedades de todos los fermiones conocidos. Se muestra la generación a la que pertenece cada fermión, su masa y finalmente su carga eléctrica (CE).	5
2.2. Propiedades electrodébiles de dobletes y singletes fermiónicos.	6
2.3. Datos de oscilaciones de neutrinos para el orden normal. La segunda columna muestra el Punto de Mejor Ajuste (bfp por sus siglas en inglés) a un 1σ , la tercer columna muestra el rango de 3σ	11
2.4. Cotas experimentales para los decaimientos radiativos $\mathcal{BR}(l_b \rightarrow l_a \gamma)$	16
3.1. Acoplamientos escalares del modelo Escotogénico	19
4.1. Acoplamientos para los dobletes de Higgs en los diferentes 2HDM con conservación natural del sabor.	31
4.2. Factores ξ en el 2HDM.	32
4.3. Acoplamientos que permiten LFVHD en el 2HDM con conservación natural del sabor. . .	33
4.4. Factores comunes a todos los modelos 2HDM sin FCNC, a nivel árbol, para $\phi = h, H$. . .	33
4.5. Partículas involucradas en cada diagrama a un lazo que contribuye a $\phi \rightarrow \ell_a^+ \ell_b^-$ en el modelo 2HDM con <i>seesaw</i> tipo I.	34
5.1. Expresiones analíticas para las funciones \mathcal{H}_{PQ} ($P, Q = R, L$) para cualquier diagrama con un único fermión en el lazo. En la primer columna se muestran los nombres asociados a cada contribución, los diagramas para cada contribución están dados en la segunda columna. Finalmente, las últimas cuatro columnas muestran las forma de cada una de las funciones \mathcal{H}_{PQ} , recordando la convención $D = 4 - 2\epsilon$ y $\epsilon \rightarrow 0$	42
5.2. Vértices genéricos en Python y su dependencia.	43
5.3. Nombres en Python para las funciones de Passarino-Veltman y sus partes finitas.	44
6.1. Acoplamientos involucrados en los LFVHD para el modelo ν SM seesaw Tipo I. Aquí, $C_{ij} = \sum_{c=1}^3 U_{ci}^\nu U_{cj}^{\nu*}$. Los momentos p_0, p_+ y p_- son los momentos de h, G_W^+ , y G_W^- respectivamente.	47
6.2. Resumen de los diagramas que contribuyen a $h \rightarrow l_a^+ l_b^-$ en el modelo ν SM.	48
6.3. Acoplamientos involucrados en LFVHD en el modelo Escotogénico calculados en la norma de Feynman t'Hooft. Aquí, G_W^\pm son los bosones de Goldstone asociados a W^\pm	54
6.4. Partículas presentes en cada diagrama a un lazo que contribuyen a los decaimientos $h \rightarrow l_i^+ l_j^-$ en el modelo Escotogénico. Los primeros tres diagramas son contribuciones de neutrinos pesados, y los demás de neutrinos ligeros.	55
6.5. Factores de forma para los neutrinos ligeros en el modelo Escotogénico.	58
6.6. Valores numéricos de las contribuciones de neutrinos ligeros a los factores de forma asociados a $h \rightarrow l_a l_b$ en el modelo Escotogénico.	58

Resumen

En este trabajo de tesis nos interesa el estudio y análisis de la señal $h \rightarrow \tau\mu$ en el marco de modelo escalares extendidos, usando como marco de partida el Modelo Escotogénico propuesto por E. Ma. Este modelo se construyó originalmente para el análisis de leptones neutros que incluye un candidato a materia oscura (scotos) inerte, neutrinos masivos y mezclas con el ángulo del reactor no nulo, así como violación de CP leptónica. El Modelo Escotogénico se puede relacionar con el Modelo de Dos Dobletes de Higgs (2HDM), ya que este tiene dos dobletes escalares distinguibles por una simetría discreta bajo la cual ϕ es par y η es impar, adquiriendo ϕ un VEV no nulo solamente, por lo que tenemos que η no se acopla a los fermiones usuales, excepto por los términos de Yukawa.

Además, se realiza el estudio del modelo ν SM, el cual es una extensión mínima del Modelo Estándar (SM, por sus siglas en inglés) donde se agregan tres neutrinos derechos y se considera un término de masa Dirac-Majorana [1, 2, 3]. Por medio del mecanismo seesaw, la masa del neutrino ligero es descrita asumiendo una escala del neutrino derecho muy grande. En comparación a este, los neutrinos en el modelo Escotogénico, adquieren su masa de manera radiativa, es decir, a través de diagramas a un lazo. Por lo que en este modelo se habla de un mecanismo seesaw radiativo. Así, la pequeñez de la masa surge de forma natural, sin imponer una gran escala.

En este trabajo estamos interesados en los decaimientos del Higgs con violación del sabor leptónico (LFVHD, por sus siglas en inglés) en el modelo Escotogénico, en el cual a diferencia del 2HDM-III [4], las contribuciones a este proceso aparecen a un lazo. Además, se observa a lo largo de este trabajo que en algunos otros modelos como ν SM [3, 2], el modelo 3-3-1 [5], SUSY [6], entre otros, los LFVHD se generan a un lazo. De tal manera que realizamos un estudio general de los factores de forma asociados a los diagramas genéricos que contribuyen a estos procesos, dejando a los factores de forma en términos de las masas que participan en cada diagrama, así como de las funciones de Passarino-Veltman. Dada la complejidad de la expresiones halladas, así como la cantidad de diagramas que se consideran en los modelos estudiados en este trabajo, hemos creado la librería `OneLoopLFVHD` en lenguaje de programación Python. Esta permite la manipulación simbólica y numérica de los factores de forma.

En cuanto a las aplicaciones de estos resultados genéricos, primero realizamos el estudio de los LFVHD en el modelo ν SM, como forma de validación de nuestros resultados, explorando un amplio rango para las masas de los neutrinos pesados, encontrando máximos valores de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ del orden de 10^{-12} para masas de neutrinos pesados del orden de 10^{14} GeV. Posteriormente, aplicamos al modelo Escotogénico considerando las restricciones del potencial escalar, el parámetro ρ , física de colisionadores y materia oscura. En este caso, encontramos valores máximos de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ del orden de 10^{-8} . Finalmente, se realiza un estudio de los LFVHD en el modelo 2HDM Tipo I, generando las masas del neutrino por medio del mecanismo seesaw inverso, encontrando valores de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ del orden de 10^{-6} a escalas de los neutrinos pesados del orden de 10^3 GeV.

Capítulo 1

Introducción

El éxito del Modelo Estándar (SM, por sus siglas en inglés) es indiscutible y su lista acumulada de éxitos se fortaleció con el descubrimiento del bosón de Higgs en el LHC [7]. Sin embargo, se conocen diferentes fenómenos que no pueden ser descritos en el marco del SM, a saber, la masa del neutrino y la naturaleza de la materia oscura (DM, por sus siglas en inglés), la asimetría materia anti-materia, entre otros [8]. Tales fenómenos han sido incorporados en extensiones del SM.

En el caso de neutrinos masivos, la manera más simple de introducir términos de masa es a través de incorporar neutrinos derechos análogamente a los demás fermiones, es decir, neutrinos tipo Dirac. Sin embargo, esta posibilidad impone acoplamientos de Yukawa extremadamente pequeños para describir la pequeñez de la masa del neutrino, lo cual sugiere que los neutrinos deben adquirir masa a través de un mecanismo distinto al mecanismo de Higgs en el SM. Considerando el hecho anterior, surgen los mecanismos tipo seesaw, quizá el más común es el mecanismo seesaw tipo I [9]. Este consiste en agregar tres neutrinos derechos de Majorana N_R , singletes del SM considerando términos de masa tanto Dirac m_D como de Majorana M_R en el lagrangiano. Así, el mecanismo seesaw impone la jerarquía $m_D \ll M_R$ y como resultado la masa de los neutrinos ligeros se aproxima a $m_\nu \approx m_D^2/M_R$. El detalle para los mecanismos seesaw es que invocan una escala de masas de los neutrinos derechos del orden de 10^{14} GeV o superior para obtener las masas de los neutrinos ligeros que ahora sabemos debe ser menor a 1 eV derivado de cotas cosmológicas [10]. Otra posibilidad para incluir la masa del neutrinos y describir su pequeñez es a través de mecanismos radiativos, como se presenta en el Modelo Escotogénico [11]. Este tipo de mecanismos introducen la masa del neutrinos por medio de correcciones a un lazo, de esta manera la escala de la masa del neutrino es natural.

La densidad residual de la materia oscura ($\Omega_{\widehat{h}}$) puede ser obtenida por medio de diferentes historias térmicas actualmente [12, 13, 14], a posibilidad más interesante para los candidatos a materia oscura desde el punto de vista de Física de Partículas, es aquella que cumplen una Partícula Masiva Débilmente Interactuante (WIMP, por sus siglas en inglés) [12]. La historia térmica asociada a los WIMPs es descrita por el proceso conocido como *freeze out*. Por otro lado, también tenemos a los candidatos a materia oscura conocidos como FIMP's (Feebly Interactive Masive Particles) los cuales describen su historia térmica por medio del proceso de *freeze in* [14]. A diferencia del WIMP que por sus características sus interacciones podrían ser alcanzadas a escalas asequibles para los experimentos actuales, los FIMP's tiene interacciones despreciables que básicamente los hacen prácticamente indetectables a través de los experimentos actuales. Para el caso de materia oscura, muchos candidatos han sido propuestos, estos pueden ser clasificados de distintas maneras, sin embargo aquí consideramos dos posibles tipos de candidatos a DM: 1) escalar y 2) fermiónica. Por un lado, en **el caso de candidatos de DM escalar**, está puede ser incluida en el SM agregando campos escalares con simetrías que impidan su interacción con las partículas estándar, lo cual garantiza su estabilidad y permite mantener la historia térmica. Para este último propósito, en general se considera a la partícula más ligera. Por otro lado en **el caso fermiónico**, una posibilidad

es considerar neutrinos derechos agregados en modelos tipo seesaw, los cuales al ser singletes tiene solo interacción con las partículas estándar por medio de sus mezclas con los neutrinos ligeros, así el más ligero de ellos puede ser un candidato a DM. Sin embargo, en este caso la escala de los neutrinos pesados es demasiado grande para ser considerados DM fermiónica. En este trabajo estamos enfocados en el Modelo Escotogénico donde se pueden considerar tanto DM escalar o fermiónica.

La introducción de neutrinos masivos tiene otras implicaciones, como la posible explicación de la asimetría materia-antimateria o los procesos de violación del sabor leptónico (LFV, por sus siglas en inglés). Estos últimos han sido probados en diferentes experimentos sin tener éxito aún. Sin embargo, de estos esfuerzos se han hallado importantes cotas superiores para los cambios de sabor leptónico mediados por corrientes cargadas. Actualmente, con la confirmación de la existencia del bosón de Higgs se han buscado señales de nueva física en los decaimientos de este campo escalar, a saber, decaimientos invisibles así como exóticos [15, 16, 17]. Ambas posibilidades son muy interesantes, en el caso de decaimientos invisibles pueden aparecer candidatos a materia oscura, como: Majorones, neutrinos estériles, Higgs inertes, entre otros. Dentro de la otra posibilidad aparecen los decaimientos del Higgs que violan el sabor leptónico (LFVHD, por sus siglas en inglés). Estos últimos canales de decaimiento están siendo actualmente probado en las colaboraciones ATLAS [16] y CMS [18] en LHC.

Nosotros estamos interesados en los procesos LFVHD, los cuales han sido estudiados en modelos como 2HDM-III [4] o extensiones con mecanismo de Frogat-Nielsen [19], a nivel árbol, el modelo 3-3-1 [5], modelos tipo seesaw y su versión inversa dados en [20, 21, 3, 2], SUSY [6], estos a nivel de un lazo, entre otros. En este trabajo, nos enfocados en los modelos ν SM, Escotogénico y ν 2HDM-I, que permiten los LFVHD inducidos a un lazo. Debido a la forma general de los diagramas que pueden surgir en estos modelos, planteamos el cálculo de los factores de forma usando un enfoque genérico. En estos modelos, se extiende el SM de diferentes maneras para generar la masa del neutrino. Como consecuencia, se inducen las corrientes cargadas que cambian sabor mediadas por bosones W^\pm o escalares cargados denotados como S^\pm . Estas corrientes, van a permitir que la violación del sabor leptónico ocurra a un lazo en los decaimientos de Higgs, aunque también serán inducidos por los acoplamientos de Higgs con neutrinos generados por los mecanismos tipo seesaw.

Finalmente, la estructura de esta tesis es la siguiente: en el Capítulo 1 se realiza una descripción breve del SM, en el Capítulo 2 estudiamos la física de neutrinos y el mecanismo seesaw, a su vez en el Capítulo 3 se estudia el modelo Escotogénico y sus restricciones, en el Capítulo 4 el modelo ν 2HDM. El cálculo principal de este trabajo se presenta en el Capítulo 5, así como la librería creada `OneLoopLFVHD`. Se presentan las aplicaciones de estos resultados en el Capítulo 6. Finalmente se presentan las conclusiones obtenidas en este trabajo, así como los apéndices A, B y C.

Capítulo 2

Modelo Estándar de partículas elementales y más allá

El SM de partículas elementales se basa en dos conceptos fundamentales, a saber, la simetría de norma o *gauge* y el rompimiento espontáneo de la simetría (SSB, por sus siglas en inglés). Ejemplificaremos estos conceptos a continuación.

Fijémonos por ejemplo en el caso de la electrodinámica cuántica (QED, por sus siglas en inglés). Esta teoría puede ser obtenida por medio del lagrangiano fermiónico o de Dirac imponiendo la simetría de norma basada en el grupo $U(1)$, como sigue. Consideremos el lagrangiano de Dirac que describe fermiones libres, dado por

$$\mathcal{L}_{\text{libre}} = \bar{\Psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi, \quad (2.1)$$

donde Ψ es un campo fermiónico, γ^μ es la matriz de Dirac, y m es la masa del fermión. Es trivial demostrar que este lagrangiano es invariante ante la simetría global $\Psi \rightarrow e^{i\theta} \Psi$, donde θ es constante. Por otro lado, si consideramos que la simetría es local, $\theta = \theta(x)$ donde x es un cuadrivector del espacio-tiempo, debemos promover el operador ∂_μ a una derivada covariante $D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$ para que la estructura del lagrangiano se mantenga invariante ante la transformación local $\Psi \rightarrow e^{-iq\theta(x)} \Psi$, donde A_μ es un campo cuadrivector que se transforma como $A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \theta(x)$. Así, el lagrangiano libre de Dirac invariante ante la simetría de norma $U(1)$ es

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \Psi = \bar{\Psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi - qA_\mu \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi = \mathcal{L}_{\text{libre}} - J^\mu A_\mu. \quad (2.2)$$

Como consecuencia de la invariancia de norma, hemos obtenido de manera natural, la interacción entre fermiones y el campo A_μ cuya constante de interacción está dada por q . Sin embargo, para identificar al campo A_μ como el campo electromagnético necesitamos además considerar el término cinético para A_μ , por lo que el lagrangiano de QED está dado por

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \Psi - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad (2.3)$$

donde $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Este término es invariante ante la transformación de norma local. Por otro lado, el término proporcional a $A_\mu A^\mu$ rompe la simetría de tal manera que en esta teoría no se permite un término de masa para el campo A_μ lo que se espera si este campo correspondiera al fotón (γ). Así, concluimos que la simetría de norma induce la interacción $f\gamma\gamma$, donde f denota un fermion.

Por otro lado, considerando, el siguiente lagrangiano

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} |D^\mu \phi|^2 - V(\phi^* \phi) - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad (2.4)$$

donde $\phi = \phi_1 + i\phi_2$ es un campo complejo, $\phi_{1,2}$ son campos reales y el potencial está dado por

$$V(\phi) = -\frac{\mu^2}{2}\phi^*\phi + \frac{1}{4}\lambda^2(\phi^*\phi)^2. \quad (2.5)$$

En el caso en que $\mu^2 < 0$, el potencial $V(\phi)$ tienen un único mínimo en $\phi = 0$. Por otro lado, cuando $\mu^2 > 0$, el potencial contiene un conjunto continuo de vacíos degenerados, que se encuentra sobre la circunferencia descrita por:

$$\langle |\phi|^2 \rangle = \langle \phi_1^2 \rangle + \langle \phi_2^2 \rangle = \frac{\mu^2}{\lambda^2} \equiv v^2, \quad (2.6)$$

cada uno de estos mínimos rompe la simetría. Al momento de elegir un mínimo particular, por ejemplo,

$$\langle \phi_1 \rangle = \frac{\mu}{\lambda} = v \quad \langle \phi_2 \rangle = 0, \quad (2.7)$$

decimos que ϕ_1 ha adquirido un valor de expectación en el vacío (VEV, por sus siglas en inglés) y este rompe la simetría espontáneamente. De tal forma que conviene redefinir los campos de la siguiente manera:

$$\eta = \phi_1 - v; \quad \xi = \phi_2. \quad (2.8)$$

Así, del lagrangiano original en términos de los nuevos campos se pueden extraer los siguientes términos,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}|D^\mu\phi|^2 &= \frac{1}{2}[(\partial_\mu + iqA_\mu)\phi]^*[(\partial^\mu + iqA_\mu)\phi] \\ &= \frac{q^2}{2}A_\mu(\eta + v - i\xi)A^\mu(\eta + v + i\xi) + \dots \\ &= \frac{q^2v^2}{2}A_\mu A^\mu + \dots \end{aligned} \quad (2.9)$$

Por otro lado,

$$V(\phi) = -\frac{\mu^2}{2}\phi^*\phi + \dots = -\frac{\mu^2}{2}\eta^2 + \dots \quad (2.10)$$

Como resultado tenemos que se ha generado un término de masa para los campos η y A_μ , cuyas masas están dadas por $m_\eta = \sqrt{2}\mu$ y $m_{A_\mu} = qv > 0$. Además, se tiene un bosón de Goldstone para el cual no se genera un término de masa.

En conjunto, la inclusión de la simetría de norma y el SSB, nos permiten construir el SM que nos interesa en la siguiente sección.

2.1. Modelo estándar electrodébil

La parte electrodébil del SM o modelo de Glashow [22], Weinberg [23] y Salam [24] (GWS) se basa en el grupo de norma $G_{\text{SM}} = SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, donde L denota quiralidad izquierda y Y representa la hipercarga débil. Este se puede estudiar independientemente de la interacción fuerte regida por el grupo de norma $SU(3)_C$, donde C denota color, ya que esta última simetría no se rompe y no hay mezcla entre $SU(3)_C$ y $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Este modelo da una buena descripción del electromagnetismo y las interacciones electrodébiles a bajas energías. Además, permite reproducir los resultados experimentales por medio de un número mínimo de grados de libertad.

Toda teoría de norma fija las interacciones por medio del grupo de norma, es decir, el número de propiedades de los bosones de norma vectoriales. En el caso del SM se tienen 3 parámetros desconocidos, las tres constantes de acoplamiento asociadas a los grupos $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, las cuales deben ser medidas experimentalmente. En el caso de los sectores escalar y fermionico, la simetría de norma los deja sin restricción, excepto por el hecho de que los campos escalares y los fermiones se deben de transformar

de una manera específica bajo el grupo de norma. Los bosones escalares son elegidos tal que el mecanismo de Higgs se realiza de manera mínima, mientras que las propiedades fermiónicas están determinadas por los experimentos.

Se tienen dos categorías para los fermiones conocidos, a saber, quarks y leptones, que a su vez vienen repartidos en tres generaciones. En el caso de quarks, estos tienen interacciones con todas las fuerzas, a saber, fuerte, débil, electromagnética y gravitacional. Por otro lado, los leptones solo se ven afectados por las últimas tres fuerzas. En la Tabla 2.1 se muestran las propiedades de cada uno de los fermiones conocidos [25] y en la Tabla 2.2 se muestran números cuánticos fermiónicos. Las anti-partículas correspondientes tienen las mismas masas con cargas opuestas. Finalmente, todos los fermiones tienen espín 1/2.

Generación	Quark	Masa	CE	Lepton	Masa	CE
Primera	u	$2.16^{+0.49}_{-0.16}$ MeV	$\frac{2}{3}$	ν_e	< 15 eV	0
	d	$4.67^{+0.48}_{-0.17}$ MeV	$-\frac{1}{3}$	e	0.511 ± 0.0000000031 MeV	-1
Segunda	c	1.27 ± 0.02 GeV	$\frac{2}{3}$	ν_μ	< 190 KeV	0
	s	93^{+11}_{-5} MeV	$-\frac{1}{3}$	μ	105.659 ± 0.0000024 MeV	-1
Tercera	t	172.76 ± 0.30 GeV	$\frac{2}{3}$	ν_τ	< 18.2 MeV	0
	b	$4.18^{+0.03}_{-0.02}$ GeV	$-\frac{1}{3}$	e	1776.86 ± 0.12 MeV	-1

Tabla 2.1: Propiedades de todos los fermiones conocidos. Se muestra la generación a la que pertenece cada fermión, su masa y finalmente su carga eléctrica (CE).

En el caso del grupo de norma no abeliano G_{SM} , tres generadores provienen de $SU(2)_L$ y uno de $U(1)_Y$. Por otro lado experimentalmente sabemos que de estos cuatro generadores, tres de ellos deben ser masivos. Teóricamente, estas masas se generan por medio del mecanismo de Higgs introduciendo un doblete escalar Φ con valor de expectación en el vacío distinto de cero el cual rompe la simetría de norma espontáneamente de tal forma que la invariancia bajo el subgrupo $U(1)_{em}$ se preserva, es decir, el rompimiento espontaneo se da de tal forma que $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$.

En el sector fermiónico ocurre algo análogo. Sin embargo, debemos considerar que el SM es quiral, es decir, fermiones izquierdos y derechos se transforma diferente bajo el grupo de norma G_{SM} . Como consecuencia, el termino de masa trivial $m_f \bar{\psi}_f \psi_f$ está prohibido. Sin embargo, la introducción del doblete escalar Φ permite los acoplamiento de Yukawa y por medio de SSB surgen las masas de los fermiones. Como consecuencia de la diagonalización de la matriz de masas fermionica, la matriz de mezcla surgirá en el sector de quarks, particularmente se observarán las consecuencias de esta matriz en las interacciones mediadas por W^\pm .

En el sector fermiónico se tienen 13 parámetros independientes: 6 masas de quarks, 3 masas de leptones cargados (los neutrinos se asumen no masivos en el SM), 3 ángulos de mezcla y una fase. Por otro lado, del sector de norma se tienen tres constantes de acoplamiento, un parámetro relacionado al problema de CP fuerte, y finalmente del sector escalar, se tiene la masas del Higgs y la constante de acoplamiento de cuarto grado, dando un total de 19 parámetros independientes. Este número es grande y junto a otros problemas como el número de generaciones, la masa del neutrino, la asimetría materia anti-materia, entre otros, motivan la existencia de una nueva teoría más allá del SM (BSM, por sus siglas en inglés).

Finalmente, t' Hooft [26] ha demostrado que el SM es renormalizable y libre de anomalías, lo que permite obtener resultados finitos para las correcciones radiativas a orden de uno o más lazos. En su totalidad, el lagrangiano del SM está dado por

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_F, \tag{2.11}$$

		I	I_3	Y_W	Q
Doblete leptónico	$L_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}$	1/2	1/2	-1	0
Singlete leptónico	e_R	0	0	-2	-1
Doblete de quarks	$Q_L \equiv \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	1/2	1/2	1/3	2/3
Singlete de quark	u_R	0	0	4/3	2/3
	d_R			-2/3	-1/3

Tabla 2.2: Propiedades electrodébiles de dobletes y singletes fermiónicos.

donde \mathcal{L}_{YM} , \mathcal{L}_H y \mathcal{L}_F denotan los lagrangianos correspondientes a los sectores de Yang-Mills, Higgs y Fermiónico, respectivamente.

2.1.1. El sector de Yang-Mills

Así como mostramos en el caso de QED, la interacción electromagnética surge de imponer la simetría de norma asociada al grupo $U(1)$, las interacciones electrodébiles surgen de imponer la simetría de norma asociada al grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Así, los campos de norma son campos cuadvectores que se transforman de acuerdo a la representación adjunta. Denotamos a los generadores de $SU(2)$ como I_W^a ($a = 1, 2, 3$) asociados a los campos de norma W_μ^a que satisfacen la relaciones de conmutación del momento angular

$$[I_W^a, I_W^b] = i\epsilon^{abc} I_W^c, \quad (2.12)$$

donde ϵ^{abc} es el tensor totalmente anti-simétrico con tres índices. En el caso de B_μ , el generador asociado es Y_W correspondiente al grupo $U(1)_Y$. Así, el lagrangiano de Yang-Mills está dado por:

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4} (\partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g_2 \epsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c)^2 - \frac{1}{4} (\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)^2. \quad (2.13)$$

Se tienen dos constantes de acoplamiento de norma g_1 y g_2 asociadas a $U(1)_Y$ y $SU(2)_L$, respectivamente. De tal manera que la derivada covariante es

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_2 I_W^a W_\mu^a + ig_1 \frac{Y_W}{2} B_\mu. \quad (2.14)$$

Además, el operador de carga eléctrica Q está compuesto del generador del isoespín débil I_W^3 y la hipercarga Y_W de acuerdo a la relación de Gell-Mann-Nishijima

$$Q = I_W^3 + \frac{Y_W}{2}. \quad (2.15)$$

La tercera componente del isoespín I_W^3 como la carga eléctrica Q están fijas para cada fermión, de tal forma que la hipercarga Y_W queda determinada por medio de la ecuación (2.15). Esto refleja la unificación de las fuerzas electromagnética y débil.

2.1.2. El sector de Higgs

El sector de Higgs del SM consiste de un doblete escalar complejo de $S(2)_W$ con hipercarga $Y_W = 1$, dado por

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi_0(x) \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

de tal forma que el lagrangiano del sector de Higgs está dado por

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi) \quad (2.17)$$

y el potencial escalar es

$$V(\Phi) = \frac{\lambda}{4} (\Phi^\dagger \Phi)^2 - \mu^2 (\Phi^\dagger \Phi), \quad (2.18)$$

donde λ y μ^2 son parámetros libres. Para que el potencial de Higgs esté acotado por abajo, λ debe ser positivo. Así cuando $\mu^2 < 0$, el potencial tiene un número infinito de mínimos degenerados de tal forma que se obtiene el SSB al elegir uno de estos. Esto permite que el doblete de Higgs otorgue masa a la partícula de Higgs y es capaz de dotar con masa a los bosones vectoriales y fermiones. La condición del mínimo es $|\Phi_{\min}| = \frac{2\mu^2}{\lambda} \equiv \frac{v^2}{2} \neq 0$, se elige el VEV

$$\langle \Phi \rangle = \langle 0 | \Phi | 0 \rangle = \Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Así, la simetría electrodébil se rompe ya que $I_W^a \langle \Phi \rangle \neq 0$. El único generador que aniquila el vacío es $Q \langle \Phi \rangle = 0$, de tal forma que la simetría $U(1)_{em}$ se preserve.

Ahora, el doblete escalar es expandido alrededor del valor de expectación del vacío

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (v + h(x) + i\xi(x)) \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

el cual puede ser reescrito en coordenadas polares como

$$\Phi = \exp \left\{ \frac{i\alpha^a I_W^a}{v} \right\} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (v + h(x)) \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

Los tres grados de libertad asociados a α^a son no físicos, los cuales podrían ser los bosones de Goldstone. En la norma en la cual los campos α^a son removidos es conocida como la norma unitaria o física, ya que solo aparecerán partículas físicas.

Al sustituir en la norma unitaria la ec. (2.21) en (2.17) se tiene que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_H = & \frac{1}{2} (\partial_\mu h) (\partial^\mu h) - \mu^2 h^2 \\ & + \frac{1}{4} \frac{v^2}{2} (g_2^2 W_\mu^1 W^{1,\mu} + g_2^2 W_\mu^2 W^{2,\mu} + (g_2 W_\mu^3 + g_1 B_\mu) (g_2 W^{3,\mu} + g_1 B^\mu)) \\ & + \dots, \end{aligned} \quad (2.22)$$

donde el segundo y tercer término corresponden a los términos de masa para el bosón de Higgs y los bosones vectoriales, respectivamente. Al cambiar a la base de masa, se tienen los nuevos campos W_μ^\pm , Z_μ y A_μ relacionados con los campos $W_\mu^{1,2,3}$ y B_μ por medio de las siguientes transformaciones:

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_W & -s_W \\ s_W & c_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad (2.23)$$

donde

$$c_W = \cos \theta_w \equiv \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, \quad s_W = \sin \theta_w, \quad (2.24)$$

que conducen a las siguientes masas para los campos físicos:

$$M_W = \frac{v}{2} g_2, \quad M_Z = \frac{v}{2} \sqrt{g_1^2 + g_2^2}, \quad M_A = M_\gamma = 0, \quad M_h = \sqrt{2} \mu. \quad (2.25)$$

Reescribiendo la derivada covariante en términos de los nuevos campos, obtenemos

$$D_\mu = \partial_\mu - i \frac{g_2}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ I_W^+ + W_\mu^- I_W^-) - i \frac{1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} Z_\mu (g_2^2 I_W^3 - g_1^2 Y_W) - i \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} A_\mu \left(I_W^3 + \frac{Y_W}{2} \right), \quad (2.26)$$

donde $I^\pm = I_W^1 \pm I_W^2$. Al considerar el comportamiento del campo A_μ con los demás campos este puede ser identificado con el fotón y el acoplamiento electromagnético con la carga eléctrica, dada por

$$e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}. \quad (2.27)$$

2.1.3. Sector fermiónico

De acuerdo a las propiedades de transformación del grupo de norma $SU(2)_L$ en el SM los leptones izquierdos y derechos se transforman bajo diferentes representaciones, lo cual implica que el grupo $SU(2)_W$ violan paridad al máximo. Los fermiones izquierdos (leptones (E) y quarks (Q)), están agrupados en dobletes de isoespín débil

$$E_j^{L'} = P_L E_j' = \begin{pmatrix} \nu_j^{L'} \\ \ell_j^{L'} \end{pmatrix}, \quad Q_j^{L'} = P_L Q_j' = \begin{pmatrix} u_j^{L'} \\ d_j^{L'} \end{pmatrix}, \quad j = 1, 2, 3, \quad (2.28)$$

donde $P_{L,R} = \frac{1 \pm \gamma_5}{2}$ denota el proyector de quiralidad y j corre sobre las tres generaciones de fermiones. Los campos ν , ℓ , u y d corresponden a neutrinos, leptones cargados, quarks tipo-up y tipo-down, respectivamente. Por otro lado, los fermiones derechos transforman como isosingletes

$$\ell_j^{R'} = P_R \ell_j', \quad u_j^{R'} = P_R u_j', \quad d_j^{R'} = P_R d_j'. \quad (2.29)$$

En el caso de quarks, estrictamente, se debe agregar un índice de color debido a la interacción fuerte, pero por simplicidad ha sido suprimido en esta notación. La hipercarga débil se elige de tal manera que las cargas eléctricas se reproducen correctamente por la relación de Gell-Mann-Nishijima (2.15). Los neutrinos derechos son omitidos en el SM ya que no participan en ninguna interacción.

El término cinético de fermiones está dado por

$$\mathcal{L}_F = \sum_i (\bar{E}_i^L i \not{D} E_i^{L'} + \bar{Q}_i^L i \not{D} Q_i^{L'}) + \sum_i (\bar{\ell}_i^R i \not{D} \ell_i^{R'} + \bar{u}_i^R i \not{D} u_i^{R'} + \bar{d}_i^R i \not{D} d_i^{R'}), \quad (2.30)$$

donde la derivada covariante para fermiones izquierdos está dada en la ecuación (2.26). En el caso de fermiones, estos solo transforman bajo el grupo $U(1)$, de tal forma que la derivada covariante está dada por la ecuación (2.14) con los términos proporcionales a g_2 nulos.

2.1.4. Acoplamientos de Yukawa

Los términos de masa que se derivan directamente de la estructura del lagrangiano de Dirac dado en (2.3) (por ejemplo) violaría la simetría de norma, debido a qué, como se menciono anteriormente, fermiones izquierdos y derechos transforman de manera diferente. Como consecuencia, la masa de los fermiones se implementa por medio de los acoplamientos de Yukawa,

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{i,j} \left(\bar{E}_i^L G_{ij}^\ell \ell_j^{R'} \Phi + \bar{Q}_i^L G_{ij}^u u_j^{R'} \tilde{\Phi} + \bar{Q}_i^L G_{ij}^d d_j^{R'} \Phi + h.c. \right). \quad (2.31)$$

El campo $\tilde{\Phi} = (\phi_0^*, -\phi^-)^\top$ es el conjugado de carga del doblete de Higgs con $\phi^- = (\phi^+)^*$. De manera general, las matrices G_{ij} de 3×3 , no son diagonales y se encuentran en la base débil. Esto quiere decir que los eigenestados de masa no tienen por qué coincidir con los eigenestados, de la interacción débil. Sin embargo, los observables son evidentes en la base física, de ahí su nombre. Para cambiar a la base física y escribir el lagrangiano en esta base, se deben diagonalizar las matrices G_{ij} por medio de las matrices $U_{ij}^{f;L,R}$, de tal forma que los eigenestados físicos se relacionan con los eigenestados en la base débil por medio de las siguientes transformaciones:

$$f_i^L = U_{ik}^{f,L} f_k^L, \quad f_i^R = U_{ik}^{f,R} f_k^R, \quad (2.32)$$

donde $f = \nu, \ell, u, q$ denota el tipo de fermión. Por lo cual, las masas de los fermiones son

$$m_{f,i} = \frac{v}{\sqrt{2}} U_{ik}^{f,L} G_{km}^f U_{mi}^{f,R\dagger}. \quad (2.33)$$

Otra consecuencia del cambio de base surge en la interacción del bosón W con quarks up (u) y down (d). Debido a las transformaciones $U^{u,L}$ y $U^{d,L}$ (2.32), se obtiene la matriz de mezcla en el sector de quarks conocida como Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM),

$$[\mathbf{V}_{\text{CKM}}]_{ij} = U_{ik}^{u,L} U_{kj}^{d,L\dagger}, \quad (2.34)$$

la cual permite mezclas entre generaciones (cambio de sabor) de quarks. En el caso del sector leptónico no se permite la mezcla entre generaciones debido a que los neutrinos derechos no se consideran en el SM y, como consecuencia, no se tiene un término de masa. Cuando se considera la interacción análoga entre el bosón Z y los quarks, se observa que en este caso no se presentan los cambios de sabor, ya que estos interactúan con fermiones del mismo tipo. Así, en el SM las Corrientes Neutras que Cambian Sabor (FCNC, por sus siglas en inglés) están prohibidas a nivel árbol.

Aunque, el SM es un modelo altamente exitoso, al describir una gran cantidad de observables experimentales, no es un modelo completo, en el sentido de que no puede describir muchos otros fenómenos, como lo son la masa del neutrino, la materia oscura, la asimetría de materia-antimateria, el problema del sabor, entre otros. En lo siguiente estudiaremos dos de estos problemas del SM, a saber, la masas de los neutrinos y la materia oscura.

2.2. Física de neutrinos y el modelo ν SM

Por convención, la matriz de mezcla en el sector de quarks conecta quarks con isoespín débil $I_3 = 1/2$ por la izquierda con quarks $I_3 = -1/2$ por la derecha. Sin embargo, en el sector leptónico ocurre lo inverso, es decir, leptones cargados con $I_3 = -1/2$ por la izquierda y neutrinos con $I_3 = 1/2$ por la derecha, de tal forma que la matriz de mezcla leptónica tiene la siguiente forma:

$$U_{ij} = U_{ik}^{\ell\dagger} U_{kj}^\nu. \quad (2.35)$$

Como analogía con los demás fermiones, elegimos trabajar en el caso de 3 generaciones de neutrinos masivos¹. Una matriz compleja M' de 3×3 puede ser diagonalizada por medio de una transformación biunitaria, esto es,

$$\mathbf{U}_L^\dagger \mathbf{M}' \mathbf{U}_R = \mathbf{M}, \quad \text{con} \quad M_{\alpha\beta} = m_\alpha \delta_{\alpha\beta}, \quad (2.36)$$

donde U_L^\dagger y U_R son dos matrices de 3×3 unitarias apropiadas y m_α son reales y positivas.

¹Aunque experimentalmente el caso de dos eigenestados con masa distintos de cero aún es viable [27].

2.2.1. Parametrización estándar de la matriz de mezcla

Generalmente, una matriz unitaria de $N \times N$ depende de N^2 parámetros independientes y reales [28], los cuales pueden ser divididos en

$$\frac{N(N-1)}{2} \quad \text{ángulos de mezcla}; \quad \frac{N(N+1)}{2} \quad \text{fases.} \quad (2.37)$$

Así, en el caso de $N = 3$ se tienen tres ángulos de mezcla y seis fases. Aunque esto es así, de manera general, los campos fermiónicos pueden absorber $2N - 1$ fases no físicas ya que no todas estas son observables. Así, la matriz de mezcla contiene

$$\frac{N(N+1)}{2} - (2N-1) = \frac{(N-1)(N-2)}{2} \quad \text{fases físicas} \quad (2.38)$$

y el número total de parámetros físicos, está dado por

$$\frac{N(N-1)}{2} + \frac{(N-1)(N-2)}{2} = (N-1)^2 \quad \text{fases físicas.} \quad (2.39)$$

Es importante expresar, la matriz de masa en términos de parámetros físicos, por ejemplo para el caso hipotético de $N = 2$, se tienen un parámetro físico que corresponde a un ángulo de mezcla θ_C pero se tienen cero fases. Este único parámetro de mezcla es llamado *ángulo de Cabbibo* [29], normalmente asociado a la mezcla de las primeras dos generaciones de quarks. Así, la matriz de mezcla puede ser escrita como

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix}, \quad (2.40)$$

donde el valor experimental del ángulo de Cabbibo es [25]

$$\sin \theta_C \approx 0.22650 \pm 0.00048. \quad (2.41)$$

Por otro lado, en el caso de neutrinos con $N = 3$ tenemos 6 parámetros físicos en total, a saber, 3 ángulos de mezcla y 3 fases, en el caso más general, una proveniente de la naturaleza tipo Dirac $\delta_{13} = \delta_{CP}$ y las otras dos derivadas del tipo Majorana, denotadas normalmente como α y β , que en este caso fijamos a cero. Por lo tanto la matriz de mezcla puede ser escrita con la parametrización estándar dada en el Particle Data Group [25],

$$\mathbf{U}_{PMNS} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (2.42)$$

con $c_{ab} = \cos \theta_{ab}$, $s_{ab} = \sin \theta_{ab}$.

Originalmente el SM se formó sin incluir la masa del neutrino, se pensó que estas partículas eran no masivas. Sin embargo, hoy en día, los avances experimentales confirmaron que los neutrinos oscilan [30, 31, 32]. Las fases de oscilación dependen de la diferencia de masas de los neutrinos. Actualmente conocemos valores para los ángulos de mezcla $\theta_{12,13,23}$, dos diferencias de masa al cuadrado y una fase de violación de CP tipo Dirac. En el caso de una jerarquía normal los valores experimentales de estos parámetros están dados en la Tabla 2.3 [33]. Usando los valores medios de los ángulos de mezcla y haciendo las fases igual a cero, la matriz de mezcla \mathbf{U}_{PMNS} en la parametrización estándar está dada por:

$$\mathbf{U}_{PMNS} \approx \begin{pmatrix} 0.8213 & 0.5505 & 0.1497 \\ -0.4630 & 0.4900 & 0.7386 \\ 0.3332 & -0.6759 & 0.6573 \end{pmatrix}. \quad (2.43)$$

	bfp $\pm 1\sigma$	3 σ
$\sin^2(\theta_{12})$	$0.310^{+0.013}_{-0.012}$	0.275 – 0.350
$\sin^2(\theta_{23})$	$0.582^{+0.015}_{-0.019}$	0.428 – 0.624
$\sin^2(\theta_{13})$	$0.02240^{+0.00065}_{-0.00066}$	0.02244 – 0.02437
$\frac{\Delta m_{21}^2}{10^{-5} \text{eV}^2}$	$7.39^{+0.021}_{-0.020}$	6.79 – 8.01
$\frac{\Delta m_{31}^2}{10^{-5} \text{eV}^2}$	$2.525^{+0.033}_{-0.031}$	2.431 – 2.622

Tabla 2.3: Datos de oscilaciones de neutrinos para el orden normal. La segunda columna muestra el Punto de Mejor Ajuste (bfp por sus siglas en inglés) a un 1σ , la tercer columna muestra el rango de 3σ .

Por otro lado, al considerar una jerarquía normal para las masas de los neutrinos, podemos describir las masas de $\nu_{2,3}$ en términos de m_1 la masa del neutrinos más ligero ν_1 y las diferencias de masas como sigue

$$m_i = \sqrt{m_1^2 + \Delta m_{i1}^2}, \quad i = 2, 3. \quad (2.44)$$

El satélite Planck impone una cota superior sobre la suma de las masas de los neutrinos dada por [10]:

$$\sum_{i=1}^3 m_i < 0.12 \text{ eV}, \quad (2.45)$$

el máximo valor permitido para m_1 para cumplir esta cota es $m_1^{\text{max}} \approx 3.01 \times 10^{-2} \text{ eV}$.

2.2.2. Masas de neutrinos

En el caso de neutrinos, su naturaleza neutra permite la consideración de dos posibilidades, que los neutrinos sean distinguibles de sus anti-partículas (neutrinos de Dirac), o por el contrario, los neutrinos coincidan con su anti-partícula (neutrinos de Majorana). La estructura de las términos de masa para cada caso son diferentes y las estudiamos a continuación.

Neutrinos de Dirac

En el caso de neutrinos de Dirac, su masa aparece de manera análoga a todos los demás fermiones, es decir, a través de su acoplamiento con el doblete de Higgs y con el rompimiento espontáneo de la simetría. La única extensión son las componentes derechas de los neutrinos $\nu_{\alpha,R}$ con $\alpha = e, \mu, \tau$. Este modelo es comúnmente llamado *Modelo Estándar mínimo extendido*, donde al incluir neutrinos derechos, la asimetría entre los sectores de quarks y leptones se elimina.

Una punto importante de los neutrinos derechos que hemos agregado es que estos no se ven afectados por la simetría de norma del SM es decir, son *singletes* de $SU(2)_L \times U(1)_Y$ y tienen hipercarga $Y_W = 0$, lo que los hace totalmente diferentes a todos los otros fermiones. Los neutrinos derechos son llamadas *estériles*, ya que estos no participan en las interacciones débiles, su única interacción es gravitacional. Por otro lado, los neutrinos izquierdos usuales sí participan en las interacciones débiles, usualmente son llamados neutrinos *activos*.

En el Modelo Estándar mínimo extendido, con tres neutrinos derechos, el sector de Yukawa leptónico

(2.31) se ve extendido por el término

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\nu, \text{Dirac}} = - \sum_{\alpha, \beta = e, \mu, \tau} \left(\bar{E}'_{\alpha} Y'_{\alpha\beta} \tilde{\Phi} \nu'_{\beta}{}^R + h.c. \right), \quad (2.46)$$

donde Y'^{ν} es la nueva matriz de Yukawa asociada a neutrinos. En la norma unitaria (2.21), el lagrangiano de Yukawa leptónico se simplifica en

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\ell} = - \left(\frac{v+h}{2} \right) \sum_{\alpha, \beta = e, \mu, \tau} \left(\bar{\ell}'_{\alpha, L} Y'_{\alpha\beta} \ell'_{\alpha, R} + \bar{\nu}'_{\alpha, L} Y'_{\alpha\beta} \nu'_{\alpha, R} + h.c. \right). \quad (2.47)$$

Análogamente al sector de quarks, las matrices de Yukawa pueden ser diagonalizadas por

$$\mathbf{U}_L^{\ell\dagger} \mathbf{Y}'^{\ell} \mathbf{U}_R^{\ell} = \mathbf{Y}^{\ell} \quad \mathbf{U}_L^{\nu\dagger} \mathbf{Y}'^{\nu} \mathbf{U}_R^{\nu} = \mathbf{Y}^{\nu}, \quad (2.48)$$

donde $Y'_{\alpha\beta}{}^{\ell, \nu} = y_{\alpha}^{\ell, \nu} \delta_{\alpha\beta}$, con $y_{\alpha}^{\ell, \nu}$ real y positivo. Las matrices \mathbf{U}^{ℓ} y \mathbf{U}^{ν} son unitarias.

Así obtenemos a los leptones y neutrinos masivos de la siguiente manera

$$\nu_{i, L} = U_{ik}^{\nu} \nu'_{k, L}, \quad \ell_i^L = U_{ik}^{\ell} \ell'_{k, L}, \quad (2.49)$$

donde $i, k = 1, 2, 3$. Por lo que el lagrangiano de Yukawa en la base de masas resulta ser

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = - \left(\frac{v+h}{2} \right) \left(\sum_{\alpha = e, \mu, \tau} \bar{\ell}_{\alpha, L} y_{\alpha}^{\ell} \ell_{\alpha, R} + \sum_{k=1,2,3} \bar{\nu}_{k, L} y_k^{\nu} \nu_{k, R} + h.c. \right). \quad (2.50)$$

Así, la matriz de masa de neutrinos de Dirac está dada por $\mathbf{M}_{\nu}^{\text{D}} = \frac{v}{2} \mathbf{Y}^{\nu}$. En este caso, al diagonalizar a la matriz de masa $\mathbf{M}_{\nu}^{\text{D}}$, se obtienen tres eigenestados de masas ν_k con $k = 1, 2, 3$ que en este modelo corresponden a los neutrinos que se detectan por medio de los experimentos de oscilación, que deben tener sus masas en la escala del orden de eV. Como observación final, en el caso de neutrinos de Dirac, el número leptónico se conserva, es decir, el Lagrangiano de Dirac es invariante ante la transformación $\nu_L \rightarrow e^{i\phi} \nu_L$, asociada a la simetría global $U(1)$.

Neutrinos de Majorana

Los términos de masa de Majorana se basan en que ν_L puede comportarse como un neutrino derecho a través de la transformación conjugación de carga,

$$\nu_L^{\text{C}} = \mathcal{C} \bar{\nu}_L^{\text{T}}, \quad (2.51)$$

donde $\mathcal{C} = i\gamma_2\gamma_0$ es la matriz de conjugación de carga. Esta propiedad de ν_L^{C} lo que está garantizado porque $P_L \nu_L^{\text{C}} = 0$ de la misma manera que $P_L \nu_R = 0$.

Recordemos que los términos de masa tipo Dirac son de la forma

$$\mathcal{L}_{\text{masa}}^{\text{D}} = -m_D \bar{\nu}_R \nu_L + h.c. \quad (2.52)$$

Así, podemos construir el término de Majorana sustituyendo a ν_R por ν_L^{C} en (2.52)

$$\mathcal{L}_{\text{masa}}^{\text{M}_L} = -\frac{1}{2} m_L \bar{\nu}_L^{\text{C}} \nu_L + h.c., \quad (2.53)$$

donde se introduce el factor 1/2 para tomar en cuenta el hecho de que ν_L^{C} y $\bar{\nu}_L$ no son independientes, debido a la ecuación (2.51).

Así, el neutrino de Majorana se define por

$$\nu = \nu_L + \nu_L^C, \quad (2.54)$$

que cumple con la condición de Majorana

$$\nu^C = \nu. \quad (2.55)$$

En el caso de neutrinos de Majorana, el Lagrangiano de Majorana, no conserva el número leptónico, es decir, no es invariante bajo $\nu_L \rightarrow e^{i\phi}\nu_L$, la simetría global $U(1)$. Lo que se observa claramente del términos de masa de Majorana (2.53)

$$\mathcal{L}_{\text{masa}}^M = \frac{1}{2}m \left(\nu_L^\top \mathcal{C}^\dagger \nu_L + \nu_L^\dagger \mathcal{C} \nu_L^* \right), \quad (2.56)$$

que se transforma en

$$\mathcal{L}_{\text{masa}}^M = \frac{1}{2}m \left(e^{2i\phi} \nu_L^\top \mathcal{C}^\dagger \nu_L + e^{-2i\phi} \nu_L^\dagger \mathcal{C} \nu_L^* \right), \quad (2.57)$$

de tal manera que se concluye que los neutrinos de Majorana violan el número leptónico por dos unidades.

Cuando consideramos 3 generaciones de neutrinos de Majorana masivos, se construye el lagrangiano de masa de Majorana dado por

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^M = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=e, \mu, \tau} \nu_{\alpha L}^\top \mathcal{C}^\dagger M_{\alpha\beta}^L (\mathcal{C}^\dagger)^\top \nu_{\beta L} + \text{h.c.}, \quad (2.58)$$

donde la matriz \mathbf{M}^L es simétrica. Está puede ser diagonalizada por medio de la transformación

$$(\mathbf{V}_L^\nu)^\top \mathbf{M}^L \mathbf{V}_L^\nu, \quad (2.59)$$

donde $\mathbf{M}^L = \text{diag}(m_1, m_2, m_3)$, m_k con $k = 1, 2, 3$ son las masas de los neutrinos y la matriz \mathbf{V}_L^ν es unitaria.

2.2.3. Término de masa de Dirac-Majorana

En la sección anterior logramos construir un término de masa de Majorana (2.53), utilizando el neutrino izquierdo ν_L y la transformación de conjugación de carga, el cual puede ser reescrito por

$$\mathcal{L}_{\text{masa}}^L = \frac{1}{2}m_L \nu_L^\top \mathcal{C}^\dagger \nu_L + \text{h.c.}, \quad (2.60)$$

donde hemos usado que $\overline{\nu_L^C} \nu_L = -\nu_L^\top \mathcal{C}^\dagger \nu_L$, así, se evita la inclusión de neutrinos derechos ν_R . Sin embargo, ν_R es un campo que se puede incluir al igual que en el caso de neutrinos tipo Dirac. De ser así, podemos agregar un término de Majorana asociado a ν_R dado por:

$$\mathcal{L}_{\text{masa}}^R = \frac{1}{2}m_R \nu_R^\top \mathcal{C}^\dagger \nu_R + \text{h.c.} \quad (2.61)$$

En conjunto entre los términos de Majorana izquierdos (2.60), derechos (2.61) y tipo Dirac (2.52), forman el término de masa Dirac-Majorana dado por

$$\mathcal{L}_{\text{masa}}^{D+M} = \mathcal{L}_{\text{masa}}^D + \mathcal{L}_{\text{masa}}^L + \mathcal{L}_{\text{masa}}^R. \quad (2.62)$$

La naturaleza neutra de los neutrinos, permite la posibilidad de tener términos de masa de Majorana, en este sentido, los neutrinos son los únicos fermiones que tienen esta propiedad, lo que los hace especiales. Esto último permite nueva física derivada de la violación del número leptónico.

El término de masa Dirac-Majorana puede ser escrito equivalentemente de la siguiente manera

$$\mathcal{L}_{\text{masa}}^{D+M} = \frac{1}{2} \mathbf{N}_L^\top \mathcal{C}^\dagger \mathbf{M} \mathbf{N}_L + \text{h.c.}, \quad (2.63)$$

donde se define la matriz columna de campos quirales izquierdos,

$$\mathbf{N}_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^C \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

y la matriz de masa simétrica está dada por

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix}. \quad (2.65)$$

Así, en esta base, los campos de neutrino en la base débil ν_L y ν_R no tienen una masa definida ya que la matriz de masa \mathbf{M} no es diagonal. La matriz M_L puede ser diagonalizada por medio de una transformación unitaria de los campos de neutrino

$$\mathbf{N}_L = \mathbf{U} \mathbf{n}_L, \quad (2.66)$$

donde

$$\mathbf{n}_L = \begin{pmatrix} n_{1L} \\ n_{2L} \end{pmatrix}. \quad (2.67)$$

La matriz \mathbf{U} debe ser tal que

$$\mathbf{U}^\top \mathbf{M} \mathbf{U} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}, \quad (2.68)$$

con $m_k \geq 0$. Por medio de esta transformación (2.66) el término de masa Dirac-Majorana puede ser reescrito como

$$\mathcal{L}_{\text{masa}}^{D+M} = \frac{1}{2} \sum_{k=1,2} m_k n_{kL}^\top \mathcal{C}^\dagger n_{kL} + \text{h.c.} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1,2} m_k \bar{n}_{kL} n_{kL}, \quad (2.69)$$

donde se define el campo del neutrino masivo de Majorana por

$$\nu_k = \nu_{kL} + \nu_{kL}^C = \nu_{kL} + \mathcal{C} \bar{n}_{kL}^\top. \quad (2.70)$$

Concluimos que, como resultado de la construcción del término de masa por medio de términos de masa tipo Dirac y Majorana tanto para neutrinos de quiralidad derecha e izquierda, los campos masivos de neutrinos en la base física cumplen con las propiedades de neutrinos de Majorana. Podemos recuperar el caso de un término de masa tipo Dirac al asumir que $m_L = m_R = 0$.

2.2.4. Modelo ν SM seesaw Tipo I

En el caso del modelo ν SM seesaw Tipo I [34, 35, 36, 3], se añaden tres neutrinos derechos adicionales, denotados por, $N_{R,I}$, singletes $\sim (1, 1, 0)$ de $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, y podemos agregar el término de Majorana para neutrinos derechos $N_{R,I}$, el término de Majorana para neutrinos izquierdos no está permitido por la simetría de norma de $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Así, el Lagrangiano del SL se ve extendido por el término

$$-\Delta \mathcal{L} = Y_{\nu,aI} \overline{\psi_{L,a}} \tilde{\Phi} N_{R,I} + \frac{1}{2} \overline{(N_{R,I})^c} M_{N,IJ} N_{R,J} + \text{H. c.}, \quad (2.71)$$

donde $a = 1, 2, 3$; $I, J = 1, 2, 3$; $\psi_{L,a} = (\nu_{L,a}, l_{L,a})^\top$ son dobletes de $SU(2)_L$ y $(N_{R,I})^c = \mathcal{C} \overline{N_{R,I}}^\top$. El doblete de Higgs está dado por $\Phi = (G_W^+, (h + iG_Z + v)/\sqrt{2})^T$ con valor de expectación en el vacío $\langle \Phi \rangle = v/\sqrt{2}$, $v = 246$ GeV y $\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^*$.

Los eigenestados de sabor para neutrinos activos están denotados como

$$\nu_L = (\nu_{L,1}, \nu_{L,2}, \nu_{L,3})^\top \quad \text{y} \quad (\nu_L)^C \equiv \left((\nu_{L,1})^C, (\nu_{L,2})^C, (\nu_{L,3})^C \right)^\top,$$

para neutrinos derechos pesados la notación es la siguiente

$$N_R = (N_{R,1}, N_{R,2}, N_{R,3})^\top \quad \text{y} \quad (N_R)^C = \left((N_{R,1})^C, (N_{R,2})^C, (N_{R,3})^C \right)^\top.$$

De tal forma que el término de masa Dirac-Majorana toma la siguiente forma

$$-\mathcal{L}_{\text{mass}}^\nu \equiv \frac{1}{2} \overline{\nu'_L} \mathbf{M}^\nu (\nu'_L)^c + \text{H.c.} = \frac{1}{2} \overline{\nu'_L} \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{M}_D \\ \mathbf{M}_D^\top & \mathbf{M}_N \end{pmatrix} (\nu'_L)^c + \text{h.c.}, \quad (2.72)$$

donde \mathbf{M}_N es una matriz simétrica de 3×3 no singular, \mathbf{M}_D es la matriz tipo Dirac de 3×3 dada por $(\mathbf{M}_D)_{aI} = Y_{\nu,aI} \langle \Phi \rangle$. En la base del sabor, $\nu'_L \equiv \left(\nu_L, (N_R)^C \right)^\top$ y $(\nu'_L)^c = \left((\nu_L)^C, N_R \right)^\top$. La matriz \mathbf{M}^ν es simétrica, por lo que puede ser diagonalizada por una matriz 6×6 U^ν que satisface la condición de unitariedad $U^{\nu\dagger} U^\nu = I$. Entonces,

$$U^{\nu\dagger} \mathbf{M}^\nu U^\nu = \hat{\mathbf{M}}^\nu = \text{diag}(m_{n_1}, m_{n_2}, m_{n_3}, m_{n_4}, m_{n_5}, m_{n_6}), \quad (2.73)$$

donde m_{n_i} ($i = 1, 2, \dots, 6$) son los eigenvalores de los 6 eigenestados de masa $n_{L,i}$. Las bases de sabor y física están conectados por la matriz de mezcla, de tal forma que los eigenestados de masa y los de sabor se conectan por medio de

$$\nu'_L = U^{\nu*} n_L, \quad (\nu'_L)^c = U^\nu (n_L)^C, \quad (2.74)$$

donde $n_L \equiv (n_{L,1}, n_{L,2}, \dots, n_{L,6})^\top$.

Mecanismo seesaw

La transformación sobre la matriz de masa \mathbf{M}^ν (2.73), puede ser reescrita en la siguiente forma

$$U^{\nu T} \mathbf{M}^\nu U^\nu = \hat{\mathbf{M}}^\nu = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{m}}_\nu & 0 \\ 0 & \hat{\mathbf{M}}_N \end{pmatrix}, \quad (2.75)$$

donde $\hat{\mathbf{m}}_\nu = \text{diag}(m_{n_1}, m_{n_2}, m_{n_3})$ que corresponde los neutrinos ligeros y $\hat{\mathbf{M}}_N = \text{diag}(m_{n_4}, m_{n_5}, m_{n_6})$ a los neutrinos pesados, que provienen de los neutrinos derechos ν_R singletes del grupo de norma del SM. Los neutrinos derechos al no estar restringidos por la simetría de norma, se tiene que sus masas pueden ser arbitrariamente grandes, de ahí el nombre de neutrinos pesados.

El mecanismo seesaw supone una gran separación entre las escalas del término de Dirac y el término de Majorana, es decir, $|M_D| \ll |M_N|$. En esta aproximación, la matriz diagonal de neutrinos ligeros, está aproximada por [1]:

$$\hat{\mathbf{m}}_\nu \approx \mathbf{M}_D \mathbf{M}_N^{-1} \mathbf{M}_D^\top. \quad (2.76)$$

Así, la escala de masa de los neutrinos ligeros dependerá M_N de forma inversamente proporcional. Por lo que, para que el término de masa Dirac-Majorana por medio del mecanismo seesaw reproduzca los valores de las masas de los neutrinos ligeros ($m_{n_1} < 1$ eV), la escala $|M_N| \approx 10^{14}$ GeV.

La matriz de masa tipo Dirac puede ser parametrizada en este caso en términos de las masas de los neutrinos, tanto activos como estériles, la matriz de mezcla U_{PMNS} y una matriz ortogonal ξ de 3×3 , por medio de la parametrización Casas-Ibarra [37]:

$$\mathbf{M}_D^\top = i U_N^* \left(\hat{\mathbf{M}}_N \right)^{1/2} \xi (\hat{\mathbf{m}}_\nu)^{1/2} U_{PMNS}^\dagger, \quad (2.77)$$

donde $\hat{m}_\nu = \text{diag}(m_{n_1}, m_{n_2}, m_{n_3})$, $\hat{M}_N = \text{diag}(m_{n_4}, m_{n_5}, m_{n_6})$ y U_N es la matriz unitaria que diagonaliza a M_N .

Decaimientos radiativos $l_b \rightarrow l_a \gamma$

Como consecuencia de las masas de los neutrinos, la matriz de mezcla induce cambio de sabor por medio de las interacciones cargadas de leptones con el bosón W^\pm o con el bosón de Goldstone G^\pm si se considera la norma de Feynman. Así, en el ν SM, se permiten los decaimientos radiativos $l_b \rightarrow l_a \gamma$. En particular, el $\mathcal{BR}(l_b \rightarrow l_a \gamma)$, están dados por [38]

$$\text{BR}(l_a \rightarrow l_b \gamma) = \frac{\alpha_W^3 s_W^2}{256 \pi^2} \left(\frac{m_a}{M_W} \right)^4 \frac{m_a}{\Gamma_{l_a}} |G_{ab}|^2, \quad (2.78)$$

donde Γ_{l_a} es el ancho de decaimiento total del leptón l_a , y

$$G_{ab} = \sum_{i=4}^6 B_{ai}^* B_{bi} G_\gamma \left(\frac{m_{n_i}^2}{m_W^2} \right), \quad (2.79)$$

$$G_\gamma(x) = -\frac{2x^3 + 5x^2 - x}{4(1-x)^3} - \frac{3x^3}{2(1-x)^4} \log x.$$

La suma corre sobre los tres neutrinos pesados $m_{n_{4,5,6}}$ y la masa del leptón final tiende a $m_{l_b} \rightarrow 0$. Experimentalmente, estos procesos están fuertemente restringidos por las cotas experimentales dadas en la Tabla 2.4.

Proceso	Cota Experimental
$\mathcal{BR}(\mu \rightarrow e \gamma)$	4.2×10^{-13} [39]
$\mathcal{BR}(\tau \rightarrow e \gamma)$	3.3×10^{-8} [40]
$\mathcal{BR}(\tau \rightarrow \mu \gamma)$	4.2×10^{-8} [41]

Tabla 2.4: Cotas experimentales para los decaimientos radiativos $\mathcal{BR}(l_b \rightarrow l_a \gamma)$.

Capítulo 3

El modelo Escotogénico

El Modelo Escotogénico es una extensión mínima del Modelo Estándar, en la cual, el sector escalar es idéntico al del Modelo de Doble Inerte (IDM por sus siglas en inglés), es decir, se agrega un segundo doblete η con los mismos números cuánticos asociados al primero, el cual es inerte, lo que implica que no se acopla a los campos de materia. Esto último se logra a través de la simetría discreta Z_2 para la cual η es impar. Por otro lado, en este modelo se consideran neutrinos derechos N_{Ri} como singletes del grupo de norma del ME, los cuales también son impares ante la simetría discreta Z_2 .

3.1. Lagrangiano del Modelo Escotogénico

Bajo el grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes Z_2$, el contenido de materia del Modelo Escotogénico está dado por [11]:

$$\begin{aligned} (\nu_{Li}, l_{Li}) &\sim (2, -1/2, +), & l_{Ri} &\sim (1, 1, +), & N_{Ri} &\sim (1, 0, -) \\ (\phi^+, \phi^0) &\sim (2, 1/2, +), & (\eta^+, \eta^0) &\sim (2, 1/2, -) \end{aligned}$$

En este modelo, la simetría Z_2 es exacta y no se ve afectada por el rompimiento espontaneo de la simetría, como consecuencia de este hecho, el segundo doblete de Higgs no adquiere Valor de Expectación en el Vacío (VEV, por sus siglas en inglés) y así, no existe un término de masa tipo Dirac que conecte la componentes quirales izquierda y derecha del neutrino, es decir, ν_{Li} con N_{Ri} , como se muestra en el sector de Yukawa a continuación:

$$\mathcal{L}_Y = f_{ij} (\phi^- \nu_{Li} + \bar{\phi}_0 l_{Li}) l_{Rj} + y_{ij} (\nu_{Li} \eta_0 - l_{Li} \eta^+) N_{Rj} + h. c. \quad (3.1)$$

Debido a la existencia de neutrinos derechos singletes, también se considera el término de masa tipo Majorana dado por:

$$\frac{1}{2} M_i N_{Ri} N_{Ri} + h. c. \quad (3.2)$$

El potencial escalar que respeta la simetría de este grupo es:

$$\begin{aligned} V(\Phi, \eta) = & \mu_1^2 (\Phi^\dagger \Phi) + \mu_2^2 (\eta^\dagger \eta) + \frac{\lambda_1}{2} (\Phi^\dagger \Phi)^2 + \frac{\lambda_2}{2} (\eta^\dagger \eta)^2 \\ & + \lambda_3 (\Phi^\dagger \Phi) (\eta^\dagger \eta) + \lambda_4 (\Phi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \Phi) + \frac{\lambda_5}{2} [(\Phi^\dagger \eta)^2 + h. c.], \end{aligned} \quad (3.3)$$

donde λ_5 ha sido elegido real sin pérdida de generalidad. Para $\mu_1^2 < 0$ y $\mu_2^2 > 0$ solo ϕ_0 adquiere VEV denotado como v . Usando la norma unitaria,

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ (\phi^0 + v) \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}; \quad \eta = \begin{pmatrix} \eta^+ \\ (\eta_R + i\eta_I) \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

La condición del mínimo está dada por:

$$\mu_1^2 = -\frac{\lambda_1 v^2}{2}. \quad (3.4)$$

Así, el espectro de masas en el sector escalar está dado por:

$$\begin{aligned} m^2(\sqrt{2}\text{Re}\phi_0) &= m_h^2 = 2\lambda_1 v^2, \\ m^2(\eta^\pm) &= m_\eta^2 = \frac{\lambda_3 v^2}{2} + \mu_2^2, \\ m^2(\sqrt{2}\text{Re}\eta_0) &= m_R^2 = 2\mu_2^2 + v^2(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5), \\ m^2(\sqrt{2}\text{Im}\eta_0) &= m_I^2 = 2\mu_2^2 + v^2(\lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_5), \end{aligned} \quad (3.5)$$

de tal manera que no se tienen mezclas entre los campos escalares. Por lo tanto, la base débil coincide con la base física o de masas, en particular, el Higgs tipo ME está asociado a $\sqrt{2}\text{Re}\phi_0$. Dado el hecho anterior es común reescribir el potencial en términos de cantidades físicas como las masas de los campos escalares que participan, por tanto, de (3.5) tenemos:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{m_h^2}{v^2}, \\ \lambda_3 &= \frac{2(m_\eta^2 - \mu_2^2)}{v^2}, \\ \lambda_4 &= \frac{m_I^2 + m_R^2 - 2m_\eta^2}{v^2}, \\ \lambda_5 &= \frac{m_R^2 - m_I^2}{2v^2}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Usando la condición del mínimo (3.4), la dependencia del potencial sobre el parámetro μ_1^2 desaparece. Así, el potencial escalar $V(\lambda_i, \mu_1^2, \mu_2^2)$ con $i = 1, 2, \dots, 5$ pasará a tener la forma $V(m_S, \lambda_2, \mu_2^2)$ con $S = h, \eta_R, \eta_I, \eta$. Con lo cual, los acoplamientos escalares pueden ser calculados, estos mismos, se muestran en el Tabla 3.1.

La consecuencia inmediata de la simetría Z_2 es la aparición de la partícula más ligera estable (LSP, por sus siglas en inglés). Esta, puede ser bosónica, es decir, la más ligera de los eigenestados de masa $\text{Re}(\eta_0)$ o $\text{Im}(\eta_0)$, o fermiónica, es decir, el eigenestado de masa más ligero de $N_{1,2,3}$.

3.2. Masa del neutrino

Como mencionamos anteriormente, en este modelo tenemos términos de masa tipo Dirac para el neutrino. Sin embargo, este modelo cuenta con interacciones cuárticas entre las partes neutras del primer y segundo doblete, $\phi_0^2 \eta_0^2$, con $\phi_0 = h$ y $\eta_0 = \eta_R, \eta_I$. Por lo que considerando las interacciones de Yukawa entre neutrinos y la parte neutra del segundo doblete, se permite la generación radiativa de la masa del neutrino a un lazo. El diagrama que da esta contribución se muestra en la Figura 3.1 y representa la contribución a la matriz de masa $(\mathcal{M}_\nu)_{ij}$.

Para calcular, esta contribución, nos fijamos en el diagrama de la Figura 3.2. De tal manera que tenemos la siguiente integral:

$$-i \sum_{ij}^{\nu} = - \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} y_{ik}^i \frac{k + M_k}{k^2 - M_k^2} y_{jk}^i \frac{i}{(p - k)^2 - m_R^2}. \quad (3.7)$$

Esta integral es de carácter tensorial, por lo que debe ser reducida en términos de integrales escalares para tal fin, se considerará lo siguiente:

Acoplamiento	Interacciones
λ_2	$\eta_R^2 \eta^- \eta^+ + \eta_I^2 \eta^- \eta^+ + \eta_I^2 \eta_R^2$
$\frac{\lambda_2}{2}$	$\eta^{-2} \eta^{+2} + \eta_R^4 + \eta_I^4$
$-\frac{m_2^2}{v^2}$	$h^2 (\eta^- \eta^+ + \eta_R^2 + \eta_I^2)$
$\frac{m_h^2}{2v}$	h^3
$\frac{m_h^2}{8v^2}$	h^4
$\frac{m_I^2}{v^2}$	$h^2 \eta_I^2$
$\frac{m_R^2}{v^2}$	$h^2 \eta_R^2$
$\frac{m_\eta^2}{v^2}$	$h^2 \eta^- \eta^+$
$\frac{2}{v} (m_I^2 - \mu_2^2)$	$h \eta_I^2$
$\frac{2}{v} (m_R^2 - \mu_2^2)$	$h \eta_R^2$
$\frac{2}{v} (m_\eta^2 - \mu_2^2)$	$h \eta^- \eta^+$

Tabla 3.1: Acoplamientos escalares del modelo Escotogénico

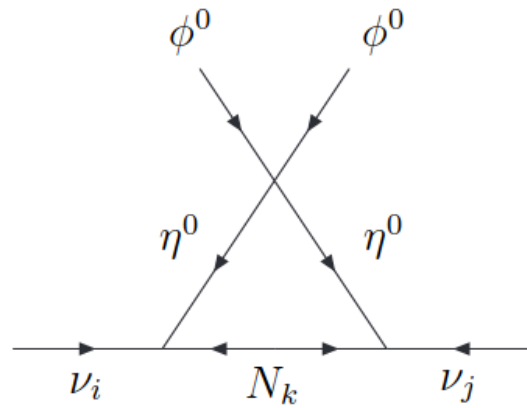


Figura 3.1: Diagrama de Feynman para la generación de masa del neutrino a un lazo.

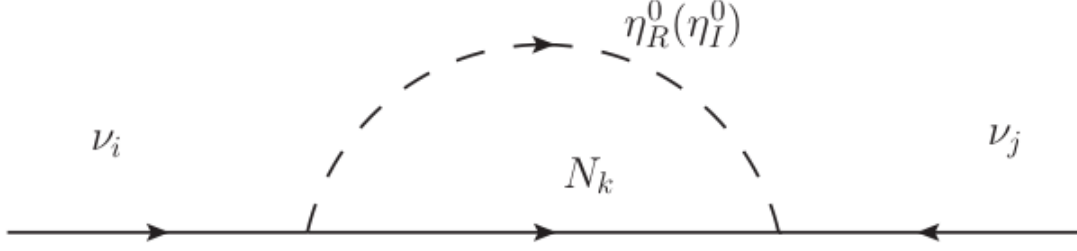


Figura 3.2: Diagrama de Feynman para la corrección al propagador del neutrino ν_i a un lazo.

- El resultado de la integral debe de ser válido para cualquier momento del neutrino, por lo que sin pérdida de generalidad puede ser tomado nulo.
- La parte del numerador que es lineal en \not{k} se anula al realizar la integral.

Por lo que la integral queda expresada, únicamente en términos de una integral escalar,

$$-i \sum_{ij}^{\nu} = - \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} y_{ik} y_{jk} \frac{M_k}{(k^2 - M_k^2)(k^2 - m_R^2)}. \quad (3.8)$$

Observando de nueva cuenta, la Figura 3.2 tenemos dos contribuciones a un lazo al propagador asociadas a los campos η_R y η_I . Así, en términos de la integral B_0 de Passarino-Veltman tenemos que ambas contribuciones están dadas por:

$$I_A = c_A y_{ik} y_{jk} M_k \frac{1}{16\pi^2} B_0(p^2 = 0, M_k^2, m_A^2), \quad A = R, I, \quad (3.9)$$

donde $c_R = 1$ y $c_I = -1$. Así la contribución a la matriz de masa, está dada por [42]:

$$\begin{aligned} (\mathcal{M}_\nu)_{ij} &= y_{ik} y_{jk} M_k \frac{1}{16\pi^2} (B_0(p^2 = 0, M_k^2, m_R^2) - B_0(p^2 = 0, M_k^2, m_I^2)) \\ &= y_{ik} y_{jk} M_k \frac{1}{16\pi^2} \left[\left(\frac{m_R^2}{M_k^2 - m_R^2} \log \frac{m_R^2}{M_k^2} + \frac{2}{\epsilon} \right) - \left(\frac{m_I^2}{M_k^2 - m_I^2} \log \frac{m_I^2}{M_k^2} + \frac{2}{\epsilon} \right) \right] \\ &= y_{ik} y_{jk} M_k \frac{1}{16\pi^2} \left[\left(\frac{m_R^2}{M_k^2 - m_R^2} \log \frac{m_R^2}{M_k^2} \right) - \left(\frac{m_I^2}{M_k^2 - m_I^2} \log \frac{m_I^2}{M_k^2} \right) \right]. \end{aligned}$$

El resultado anterior, representa la componente ij -ésima de la matriz de masa del neutrino a un lazo, donde el índice k nos recuerda que tenemos una suma sobre las masas de los neutrinos pesados. En notación matricial, la matriz de masa puede ser reescrita como:

$$\mathcal{M}_\nu = \mathbf{Y} \mathbf{D}_\Lambda \mathbf{Y}^\top, \quad (3.10)$$

donde

$$\mathbf{D}_\Lambda = \text{diag}(\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3) \quad (3.11)$$

$$\Lambda_k = \frac{M_k}{32\pi^2} \left[\left(\frac{m_R^2}{M_k^2 - m_R^2} \log \frac{m_R^2}{M_k^2} \right) - \left(\frac{m_I^2}{M_k^2 - m_I^2} \log \frac{m_I^2}{M_k^2} \right) \right], \quad (3.12)$$

Por otro lado, al elegir la base diagonal para la matriz de Yukawa ($Y'_{ij} = Y'_{ii}\delta_{ij}$) en el sector de neutrinos, la matriz de masas del neutrino también es diagonal. De tal forma que podemos reescribir a la matriz de Yukawa de la siguiente forma

$$\mathbf{Y}' = \text{diag} \left(\sqrt{\frac{m_1}{\Lambda_1}}, \sqrt{\frac{m_2}{\Lambda_2}}, \sqrt{\frac{m_3}{\Lambda_3}} \right), \quad (3.13)$$

donde m_i con $i = 1, 2, 3$ son las masas de los neutrinos ligeros, considerando un orden normal. Sin embargo, como hemos notado la matriz de diagonalización $\mathbf{V}_L^{\nu\dagger}$ es trivial. Por otro lado la matriz de masa en el sector de leptones cargados será diagonalizada por la correspondiente matriz \mathbf{V}_L^l para dar lugar a las masas de los leptones cargados. De tal forma que tomando en cuenta la definición de la matriz de mezcla leptónica, tenemos que

$$\mathbf{U}_{\text{PMNS}} = \mathbf{V}_L^{\nu\dagger} \mathbf{V}_L^l = \mathbf{V}_L^l.$$

Finalmente, en la base física tendremos nuevos acoplamientos de Yukawa para la interacción entre leptones cargados y los neutrinos estériles, dada por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}' \mathbf{U}_{\text{PMNS}}. \quad (3.14)$$

3.3. Restricciones en el modelo Escotogénico

El modelo Escotogénico, introduce 17 parámetros adicionales, a saber, 3 masas de los singletes fermiónicos M_k , el potencial escalar introduce 5 parámetros $\lambda_{2,3,4,5}$ y μ_2 , tenemos 9 nuevos acoplamientos de Yukawa Y_{ij} , los cuales hemos podido reescribir en términos únicamente de la matriz \mathbf{U}_{PMNS} , de las variables λ_k y la masa de los neutrinos ligeros que en general pueden ser reescritas en términos de las masas del neutrino más ligero (m_1 para una jerarquía normal y m_3 para una jerarquía invertida). Así en realidad nuestro espacio de parámetros está constituido únicamente por 9 grados de libertad.

El modelo Escotogénico aunque es una extensión mínima del SM permite describir un amplio espectro de fenómenos como son: neutrinos masivos, materia oscura fermiónica o procesos que violan el sabor leptónico (LFV), cada una de estos a su vez restringen el espacio de parámetros.

3.4. Constricciones teóricas

Se deben cumplir las siguientes restricciones:

- **Perturbatividad:** Impone el rango permitido para los parámetros del potencial y los acoplamientos de Yukawa Y_{ij} , a saber [43],

$$|\lambda_i| < 4\pi, \quad i = 1, \dots, 5 \quad \text{y} \quad |Y_{ij}|^2 < 4\pi. \quad (3.15)$$

- **Positividad:** El potencial escalar debe ser definido positivo, en el caso del modelo IDM (que en el potencial escalar coincide con el modelo Escotogénico) están dadas por [44]:

$$\lambda_1 \geq 0 \quad \lambda_2 \geq 0 \quad \lambda_3 + 2\sqrt{\lambda_1\lambda_2} \geq 0 \quad \lambda_3 + \lambda_4 - |\lambda_5| + 2\sqrt{\lambda_1\lambda_2} \geq 0. \quad (3.16)$$

Pero tomando en cuenta las relaciones de los parámetros $\lambda_{1,3,4,5}$ dadas en (3.6), las restricciones de positividad pueden ser reescritas en términos de las masas de la siguiente manera:

$$\frac{m_h^2}{v^2} \geq 0, \quad \lambda_2 \geq 0, \quad \sqrt{\lambda_2} m_h v - \mu_2^2 + m_\eta^2 \geq 0, \quad 2\sqrt{\lambda_2} m_h v - 2\mu_2^2 + m_I^2 + m_R^2 - |m_I^2 - m_R^2| \geq 0. \quad (3.17)$$

- **Unitariedad:** Para esta constricción se consideran la matriz S de todos los procesos de $2 \rightarrow 2$ entre todos los campos escalares a nivel árbol. El tratamiento estándar para hallar la matriz S consiste en tomar únicamente las contribuciones de los vértices de cuatro patas considerando el límite de altas energías para el cual los canales s , t y u se anulan¹. En el apéndice mostramos a la matriz S para

¹Un ejemplo concreto se puede ver en [45]

el modelo Escotogénico. Finalmente las condiciones de unitariedad imponen que los eigenvalores de S deben cumplir lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 + \lambda_2 \pm \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + \lambda_4^2} &< 8\pi & \lambda_3 \pm \lambda_4 &< 8\pi \\
 \lambda_1 + \lambda_2 \pm \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + \lambda_5^2} &< 8\pi & \lambda_3 \pm \lambda_5 &< 8\pi \\
 3(\lambda_1 + \lambda_2) \pm \sqrt{9(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + (2\lambda_3 + \lambda_4)^2} &< 8\pi & \lambda_3 + 2\lambda_4 \pm 3\lambda_5 &< 8\pi
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

o equivalentemente en términos de masas

$$\begin{aligned}
 m_I^2 + m_R^2 - 2\mu_2^2 &< 8\pi v^2 \\
 4m_\eta^2 - m_R^2 - m_I^2 - 2\mu_2^2 &< 8\pi v^2 \\
 2m_\eta^2 \pm m_R^2 \mp m_I^2 - 2\mu_2^2 &< 8\pi v^2 \\
 -2m_\eta^2 + 5m_R^2 - m_I^2 - 2\mu_2^2 &< 8\pi v^2 \\
 -2m_\eta^2 + 5m_I^2 - m_R^2 - 2\mu_2^2 &< 8\pi v^2 \\
 \lambda_2 v^2 + m_h^2 \pm \sqrt{(\lambda_2 v^2 - m_h^2)^2 + (m_I^2 + m_R^2 - 2m_\eta^2)^2} &< 8\pi v^2 \\
 \lambda_2 v^2 + m_h^2 \pm \sqrt{(m_I^2 - m_R^2)^2 + (\lambda_2 v^2 - m_h^2)^2} &< 8\pi v^2 \\
 3\lambda_2 v^2 + 3m_h^2 \pm \sqrt{9(\lambda_2 v^2 - m_h^2)^2 + (4\mu_2^2 - m_I^2 - m_R^2 - 2m_\eta^2)^2} &< 8\pi v^2
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

3.5. Constricciones experimentales

En esta sección nos enfocamos en las restricciones que acompañan a física de colisionadores, las pruebas de precisión electrodébil (EPT por sus siglas en inglés) contenidas en los parámetros oblicuos, física de neutrinos y densidad reliquia de materia oscura.

3.5.1. Colisionadores e^+e^-

Experimentalmente, hay constricciones sobre las masas de los nuevos escalares. Los datos sobre los anchos de decaimiento del W y Z y los nulos resultados de búsquedas directas para nuevas partículas en colisionadores e^+e^- implican que [46, 47, 48, 49]:

$$m_\eta^\pm + m_{R,I} > m_W, \quad m_\eta^\pm > 80\text{Gev}, \quad m_R + m_I > m_Z. \tag{3.20}$$

3.5.2. El parámetro $\Delta\rho$

En SM, el parámetro

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cos^2 \theta_W}, \tag{3.21}$$

donde m_W y m_Z son las masas de los bosones de norma W^\pm y Z^0 , respectivamente, y θ_W es el ángulo de mezcla débil, da la fuerza relativa entre las interacciones de la corriente neutra y la corriente cargada en procesos de cuatro fermiones con cero transferencia de momento [50]. A nivel árbol ρ es iguala uno, y permanece así incluso si, dobletes escalares de $SU(2)$ con hipercarga $\pm 1/2$ son agregados al contenido escalar del SM. A nivel de un lazo, los efectos de la polarización del vacío, los cuales son sensibles a cualquier campo que se acopla a W^\pm o Z^0 , producen los tensores de polarización del vacío ($V = W, Z$)

$$\Pi_{VV}^{\mu\nu}(q) = g^{\mu\nu} A_{VV}(q^2) + q^\mu q^\nu B_{VV}(q^2), \tag{3.22}$$

donde q^μ es el cuadrimomento del bosón de norma. Entonces, las desviaciones de la unidad surgen, las cuales son determinadas por la diferencia de autoenergías [50, 51]

$$\frac{A_{WW}(0)}{m_W^2} - \frac{A_{ZZ}(0)}{m_Z^2}. \quad (3.23)$$

Si se consideran extensiones del SM, se define a $\Delta\rho$ el cual se refiere a la parte no-SM de la cantidad (3.23)

$$\Delta\rho = \left[\frac{A_{WW}(0)}{m_W^2} - \frac{A_{ZZ}(0)}{m_Z^2} \right]_{\text{Extension de SM}} - \left[\frac{A_{WW}(0)}{m_W^2} - \frac{A_{ZZ}(0)}{m_Z^2} \right]_{\text{SM}}. \quad (3.24)$$

Sin embargo en [52], este parámetro ha sido calculado en general para una extensión escalar general que considera n_d dobletes escalares, n_c singletes complejos y n_n singletes reales. Nosotros aquí solo resumimos el resultados particular que concierne únicamente a extender el sector escalar con dobletes.

Para este caso, se consideran la extensión del SM con n_d dobletes de $SU(2) \times U(1)$ con hipercarga 1/2. Entonces, tenemos

$$\phi_k = \begin{pmatrix} \phi_k^+ \\ \phi_k^0 \end{pmatrix} \quad k = 1, 2, \dots, n_d$$

Se permite que los campos neutros adquieran un valor de expectación en el vacío. Así,

$$\langle 0 | \phi_k | 0 \rangle = \frac{v_k}{\sqrt{2}}$$

los v_k son, en general, complejos. Se define de manera usual $v = (\sum_{k=1}^{n_d} |v_k|^2)^{1/2}$.

Se expanden los campos neutros alrededor de sus VEVs,

$$\phi_k^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_k + \phi_k^{0'})$$

Por lo que, tenemos n_d campos escalares complejos y $m = 2n_d$ campos neutros. Las matrices de masa de todos estos campos escalares será en general conducirá a sus mezclas. Los campos físicos neutros y cargados (eigenestados de masa) serán nombrados S_a^\pm con $a = 1, 2, \dots, n_d$ y S_b^0 con $b = 1, 2, \dots, m$, respectivamente. Note que los campos S_b^0 son reales. Usamos m_a para denotar la masa de S_a^\pm y μ_b para la masa de S_b^0 . Las mezcla entre ambas bases estará dada por

$$\phi_k^+ = \sum_{a=1}^{n_d} U_{ka} S_a^+; \quad \phi_k^{0'} = \sum_{b=1}^m V_{kb} S_b^0$$

las matrices U y V tienen dimensiones $n_d \times n_d$ y $n_d \times m$, respectivamente.

Hay en el teoría del rompimiento espontaneo de la simetría $SU(2) \times U(1)$, tres bosones de Goldstone no físicos, G^\pm y G^0 . Por definición les asignamos los índices $a = 1$ y $b = 1$ respectivamente:

$$S_1^\pm = G^\pm; \quad S_1^0 = G^0$$

Así, únicamente los S_a^\pm con $a \geq 2$ son físicos, similarmente solo los S_b^0 con $b \geq 2$ corresponde a partículas físicas.

Con las definiciones antes mencionadas, el resultado general para el parámetro $\delta\rho$ está dado por:

$$\begin{aligned} \Delta\rho = & \frac{g^2}{64\pi^2 m_W^2} \left(\sum_{a=2}^{n_d} \sum_{b=2}^{2n_d} |(U^\dagger V)_{ab}|^2 F(m_a^2, \mu_b^2) - \sum_{b=2}^{2n_d-1} \sum_{b'=b+1}^{2n_d} |(V^\dagger V)_{bb'}|^2 F(\mu_b^2, \mu_{b'}^2) + \right. \\ & \left. 3 \sum_{b=2}^{2n_d} |(V^\dagger V)_{1b}|^2 (F(m_Z^2, \mu_b^2) - F(m_W^2, \mu_b^2)) - 3(F(m_Z^2, m_h^2) - F(m_W^2, m_h^2)) \right) \end{aligned} \quad (3.25)$$

donde la función F está dada por

$$F(x, y) = \frac{x+y}{2} - \frac{xy}{x-y} \ln \frac{x}{y}$$

cuando $x \neq y$ y es igual a 0 cuando $x = y$.

$\Delta\rho$ in the Scotogenic Model.

En el caso del modelo Escotogénico, tenemos dos dobletes Higgs que puede ser reescritos de la siguiente manera

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ v + \phi_1^0 + i\phi_2^0 \end{pmatrix}; \quad \eta = \begin{pmatrix} \eta^+ \\ \eta_R^0 + i\eta_I^0 \end{pmatrix}.$$

En este caso, solo ϕ tiene VEV y no se tienen mezcla entre los campos escalares, entonces, la matriz U es la matriz unidad. Por otro lado, la matriz V está dada por

$$V = \begin{pmatrix} i & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & i \end{pmatrix}. \quad (3.26)$$

Asociamos al Higgs tipo SM h a ϕ_1^0 . Así, tomando todas estas consideraciones tenemos que

$$\begin{aligned} \Delta\rho = & \frac{g^2}{64\pi^2 m_W^2} \left(\sum_{a=2}^{n_d} \sum_{b=2}^{2n_d} |(V)_{ab}|^2 F(m_a^2, \mu_b^2) - \sum_{b=2}^{2n_d-1} \sum_{b'=b+1}^{2n_d} |(V^\dagger V)_{bb'}|^2 F(\mu_b^2, \mu_{b'}^2) + \right. \\ & \left. 3 \sum_{b=2}^{2n_d} |(V^\dagger V)_{1b}|^2 (F(m_Z^2, \mu_b^2) - F(m_W^2, \mu_b^2)) - 3(F(m_Z^2, m_h^2) - F(m_W^2, m_h^2)) \right) \end{aligned} \quad (3.27)$$

donde $n_d = 2$, $m = 4$, $m_2 = m_{\eta^+} = m_\eta$, $\mu_2 = m_h$, $\mu_3 = m_R$ y $\mu_4 = m_I$. Por otro lado, siguiendo el trabajo de Grimus [53] se tiene que

$$\bar{S} \equiv \frac{\alpha}{4s_W^2 c_W^2} S \quad \Delta\rho \equiv \alpha T, \quad (3.28)$$

donde α es la constante de estructura fina y s_W , c_W son el seno y el coseno del ángulo de Weinberg. La expresión analítica para $\Delta\rho$ está dada por:

$$\Delta\rho = \frac{g^2}{64\pi m_W^2} (F(m_\eta^2, m_I^2) + F(m_\eta^2, m_R^2) - F(m_R^2, m_I^2)). \quad (3.29)$$

En el caso del parámetro \bar{S} , tenemos

$$\begin{aligned} \bar{S} = & \frac{g^2}{384\pi^2 c_W^2} \left((2s_W^2 - 1) G(m_\eta^2, m_\eta^2, m_Z^2) + G(m_R^2, m_I^2, m_Z^2) \right. \\ & \left. + \log(m_I^2) + \log(m_R^2) - 2\log(m_\eta^2) \right), \end{aligned} \quad (3.30)$$

donde la función G está dada por:

$$\begin{aligned} G(I, J, Q) \equiv & -\frac{16}{3} + \frac{5(I+J)}{Q} - \frac{2(I-J)^2}{Q^2} \\ & + \frac{3}{Q} \left[\frac{I^2 + J^2}{I-J} - \frac{I^2 - J^2}{Q} + \frac{(I-J)^3}{3Q^2} \right] \ln \frac{I}{J} + \frac{r}{Q^3} f(t, r) \end{aligned}$$

y

$$f(t, r) \equiv \begin{cases} \sqrt{r} \ln \left| \frac{t-\sqrt{r}}{t+\sqrt{r}} \right| & r > 0 \\ 0 & r = 0 \\ 2\sqrt{-r} \arctan \frac{\sqrt{-r}}{t} & r < 0 \end{cases}$$

En el caso de $U = 0$, la precisión experimental para los parámetros S y T es mayor, de tal manera que experimentalmente se tienen los siguientes valores para estos parámetros²:

$$S = 0.0 \pm 0.07, \quad T = 0.05 \pm 0.06.$$

Como se observa en las expresiones anteriores, los parámetros oblicuos dependen de la masa de los escalares inertes. Como consecuencia de estas constricciones las masas de los campos escalares son muy cercanas.

3.5.3. Decaimientos radiativos $\mathcal{BR}(l_j \rightarrow l_i \gamma)$

Los procesos de violación del sabor leptónico surgen por la introducción de la masa del neutrino y experimentalmente han sido fuertemente acotados como se resume en la Tabla 2.4.

En el caso del modelo Escotogénico, la razón de ramificación de estos procesos está dado por [54]

$$\mathcal{BR}(l_j \rightarrow l_i \gamma) = \frac{3(4\pi)^3 \alpha}{4G_F^2} |A_D|^2 Br(l_j \rightarrow l_i \nu_j \bar{\nu}_i), \quad (3.31)$$

donde

$$A_D = \sum_{i=1}^3 \frac{Y_{li}^* Y_{lj}}{2(4\pi)^2 m_\eta^2} \frac{1}{m_\eta^2} F\left(\frac{M_l^2}{m_\eta^2}\right)$$

y

$$F(x) = \frac{1 - 6x + 3x^2 + 2x^3 - 6x^2 \log x}{6(1-x)^4},$$

donde experimentalmente se tiene que $\mathcal{BR}(\tau \rightarrow \mu \nu \bar{\nu}) = 0.1739 \pm 0.0004$, $\mathcal{BR}(\tau \rightarrow e \nu \bar{\nu}) = 0.1782 \pm 0.0004$ y $\mathcal{BR}(\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu}) \approx 1^3$.

3.5.4. Materia oscura fermiónica

Como ahora sabemos, en el modelo Escotogénico debido a la simetría Z_2 exacta, surgen dos candidatos posibles a materia oscura que puede ser bosónicos o fermiónicos. Sin embargo, el caso bosónico es igualmente descrito en el modelo IDM que es idéntico en el sector escalar a este modelo. Por tal motivo la materia oscura fermiónica que en este caso es la partícula más ligera de $N_{1,2,3}$ es de mayor interés en este modelo. Nosotros elegimos a N_1 como el candidato a materia oscura fría (no relativista). Así, este candidato necesita cumplir con las cotas de la abundancia residual de materia oscura. La sección transversal de aniquilación σ_{aniq} está relacionada a la densidad reliquia Ω por [55, 56]

$$\Omega \widehat{h}^2 = \frac{1.07 \times 10^9 x_f \text{GeV}^{-1}}{\sqrt{g_*} m_{Pl} (a + 3(b - a/4))/x_f} \quad (3.32)$$

$$x_f = \ln \frac{0.955(a + 6b/x_f) M_1 m_{Pl}}{\sqrt{g_*} x_f}, \quad (3.33)$$

²Estos valores son tomados de los datos de Particle Data Group.

³Tomado del Particle Data Group

donde \hat{h} denota el parámetro de Hubble, $m_{Pl} = 1.22 \times 10^{19} \text{GeV}$ es la masa de Planck, g_* es el número de grados de libertad relativistas por debajo de la temperatura del *freeze-out* $T_f = M_1/x_f$, a y b están definidos por la expansión

$$\langle \sigma_{\text{aniqu}} v_{\text{rel}} \rangle = a + b v_{\text{rel}}^2 + O(v_{\text{rel}}^4), \quad (3.34)$$

en términos de la velocidad relativa del par $N_1 \bar{N}_1$ en el marco del centro de masa.

A nivel árbol solo se tiene las contribuciones de los procesos $N_1 \bar{N}_1 \rightarrow l_i^+ l_j^-$ y $N_1 \bar{N}_1 \rightarrow \nu_i \bar{\nu}_j$ vía los intercambios de η^\pm , η_R y η_I . Al ser N_j de tipo Majorana, entonces el proceso $N_1 \bar{N}_1 \rightarrow l_i^+ l_j^-$ surge de los canales t y u mediados por η^\pm . La amplitud de este proceso promediada sobre los espines está dada por [46]:

$$\begin{aligned} \left| \overline{\mathcal{M}}_{N_k N_l \rightarrow \ell_i^- \ell_j^+} \right|^2 &= |y_{ik} y_{jl}|^2 \frac{(M_k^2 + m_{\ell_i}^2 - t)(M_l^2 + m_{\ell_j}^2 - t)}{4(m_\eta^2 - t)^2} \\ &+ |y_{il} y_{jk}|^2 \frac{(M_k^2 + m_{\ell_j}^2 - u)(M_l^2 + m_{\ell_i}^2 - u)}{4(m_\eta^2 - u)^2} \\ &+ \text{Re}(y_{ik}^* y_{jl} y_{il} y_{jk}^*) \frac{M_k M_l (m_{\ell_i}^2 + m_{\ell_j}^2 - s)}{2(m_\eta^2 - t)(m_\eta^2 - u)}, \end{aligned} \quad (3.35)$$

donde

$$s = (p_{N_k} + p_{N_l})^2, \quad t = (p_{N_k} - p_{\ell_i})^2, \quad u = (p_{N_k} - p_{\ell_j})^2. \quad (3.36)$$

En el caso de $N_1 \bar{N}_1 \rightarrow \nu_i \bar{\nu}_j$, surgen de los diagramas en los canales t y u mediados por los campos $\eta_{R,I}$. Además, también se debe considerar la naturaleza de Majorana de los neutrinos ligeros ν_i . Se sigue que para $m_0 \simeq m_R \simeq m_I$ y despreciando las masas de ν_i ,

$$\begin{aligned} \left| \overline{\mathcal{M}}_{N_k \bar{N}_l \rightarrow \nu_i \bar{\nu}_j} \right|^2 &= |y_{ik} y_{jl}|^2 \frac{(M_k^2 - t)(M_l^2 - t)}{4(m_0^2 - t)^2} \\ &+ |y_{il} y_{jk}|^2 \frac{(M_k^2 - u)(M_l^2 - u)}{4(m_0^2 - u)^2} \\ &- \text{Re}(y_{ik}^* y_{jl} y_{il} y_{jk}^*) \frac{M_k M_l s}{2(m_0^2 - t)(m_0^2 - u)}, \end{aligned} \quad (3.37)$$

donde ahora $t = (p_{N_k} - p_{\nu_i})^2$ y $u = (p_{N_k} - p_{\nu_j})^2$.

El cálculo estándar de los coeficientes a y b en (3.34) está dado en [57], donde básicamente se necesita escribir nuestras amplitudes en términos únicamente de las variables de Mandelstam s y t . Así, recordando que $u = \sum m_i^2 - s - t$, tenemos que despreciando la masa de los leptones cargados para el proceso $N_1 \bar{N}_1 \rightarrow l_i^+ l_j^-$, tenemos que la sección transversal de aniquilación promediada térmicamente está dada por

$$B_{l_i^+ l_j^-} = \frac{M_1^2 (M_1^4 + m_\eta^4) |y_{i,1} y_{j,1}|^2}{48\pi (M_1^2 + m_\eta^2)^4} v_{\text{rel}}^2. \quad (3.38)$$

En el caso del proceso $N_1 \bar{N}_1 \rightarrow \nu_i \bar{\nu}_j$ tenemos

$$B_{\nu_i \bar{\nu}_j} = \frac{M_1^2 (M_1^4 + m_0^4) |y_{i,1} y_{j,1}|^2}{48\pi (M_1^2 + m_0^2)^4} v_{\text{rel}}^2, \quad (3.39)$$

donde en ambos casos, con la aproximaciones mencionadas anteriormente, solo tenemos contribuciones de los parámetros b correspondientes y $a = 0$. Finalmente, la sección eficaz de aniquilación promediada térmicamente para este candidato a materia oscura está dado por:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{aniquilación}} v_{\text{rel}} &= \sum_{i,j=1,2,3} (B_{l_i^+ l_j^-} + B_{\nu_i \nu_j}) \\ &= \sum_{i,j=1,2,3} \frac{|y_{i1} y_{j1}|^2 M_1^2 v_{\text{rel}}^2}{48\pi} \left[\frac{M_1^4 + m_\eta^4}{(M_1^2 + m_\eta^2)^4} + \frac{M_1^4 + m_0^4}{(M_1^2 + m_0^2)^4} \right].\end{aligned}\quad (3.40)$$

Este candidato de materia oscura, cumple con las características de una “partícula masiva debilmente interactuante” (WIMP por sus siglas en inglés). Así, en este caso podemos tomar los valores de $x_f \approx 22$ y $\sqrt{g_*} \approx 10$ que se cumplen para un WIMP [56].

3.5.5. Espacio de parámetros permitido

En resumen, las constricciones de escalares de perturbatividad y positividad del potencial impiden que las masas de los escalares crezcan demasiado. Por otro lado, en el caso de los parámetros oblicuos, el más restrictivo es el parámetro T , estas restricciones imponen que las masas de las partículas escalares son muy cercanas entre sí. Las restricciones más severas surgen al buscar una región que cumplan tanto con procesos de violación del sabor leptónico y densidad reliquia debido a que ambas dependen de los acoplamientos de Yukawa y de las masas de las partículas inertes como se observa en las ecuaciones (3.31) y (3.40). En el caso de materia oscura hemos elegido el caso particular de materia oscura tipo WIMP y la más ligera de los neutrinos inertes N_1 , este hecho garantiza que la partícula es estable y que solo puede aniquilarse a leptones cargados y neutrinos ligeros. Nuestro espacio de parámetros esta formado por las masas de los neutrinos pesados $M_{1,2,3}$, donde M_1 es la masa de la materia oscura, también depende de las masas de los escalares inertes m_η , m_R , además las masas del neutrino más ligero m_1 y finalmente de los parámetros $\lambda_{2,5}$ y μ_2^2 del sector escalar⁴. Hacer notar que los acoplamiento de Yukawa aunque participan en las definiciones de los procesos de LFV ecuación (3.31) y en la densidad reliquia de materia oscura en la ecuación (3.40) no participan en este análisis debido a la base que hemos elegido para la matriz de Yukawa dada en las ecuaciones (3.13) y (3.14). Al considerar las constricciones antes mencionadas, hemos realizado un barrido del espacio de parámetros en principio general. Sin embargo para hallar un espacio permitido hemos fijado $\lambda_2 = 0.1$ (ya que solo se restringe por las constricciones de positividad y perturbatividad), y $m_1 = 3.01 \times 10^{-11} \text{ GeV}$ que cumple con la cota de Planck para la masa de los neutrinos ligeros. Así realizamos un barrido con números aleatorios en el rango de parámetros siguiente

$$\begin{aligned}1 \text{ GeV} < M_1 < 1 \text{ TeV}; \quad 10 \text{ TeV} < M_{2,3} < 50 \text{ TeV}; \\ 100 \text{ GeV} < m_{R,\eta} < 1 \text{ TeV}; \\ 10^{-11} < \lambda_5 < 10^{-8}; \quad |\lambda_{3,4}| < 4\pi.\end{aligned}\quad (3.41)$$

En el caso de el parámetro μ_2^2 , en el barrido hemos usado la relación entre $m_R^2 - m_\eta^2 = v^2(\lambda_3/2 + \lambda_4 + \lambda_5)$, y permitido a los parámetros $\lambda_{3,4}$ moverse en el rango permitido por perturbatividad. Además, en el barrido debemos imponer que la $M_1 < m_{R,I,\eta}$, $M_{2,3}$, para garantizar que N_1 es estable y correctamente candidato a materia oscura.

Como resultado de todas las constricciones antes mencionadas el espectro de partículas inertes es degenerado. En específico, las masas de la materia oscura M_1 , y η^\pm son muy próximas pero se satisface que $M_1 < m_\eta$ en cada punto, como se muestra en la imagen superior izquierda de la Figura 3.3. Por otro lado en el caso del plano M_1 contra m_R se tiene un comportamiento similar pero la degeneración no es tan grande en comparación al caso anterior y se observa que los puntos cumplen que $m_R > M_1$ como se muestra en la imagen superior derecha de la Figura 3.3. Finalmente en el plano m_R , m_η , la degeneración

⁴No depende de m_I debido a la relación $m_I^2 = m_R^2 - 2\lambda_5 v^2$

es comparable al de M_1 con m_R pero la jerarquía de masas que se cumple es $m_R < m_\eta$ lo que se muestra en la imagen inferior de la Figura 3.3.

A continuación de la Figura 3.4, podemos decir que λ_5 se acota al orden $O(10^{-10})$, para los otros parámetros del sector escalar, tenemos que $\lambda_{3,4}$ son positivos y de estos dos el más acotado es λ_3 que se acota al rango $[0, 3\pi/4]$. Finalmente, las masas de los neutrinos pesados $M_{2,3}$ no se ven afectadas severamente en el rango impuesto para el barrido. Sin embargo, esta escala de masas es muy importante para encontrar una región permitida para todas las restricciones.

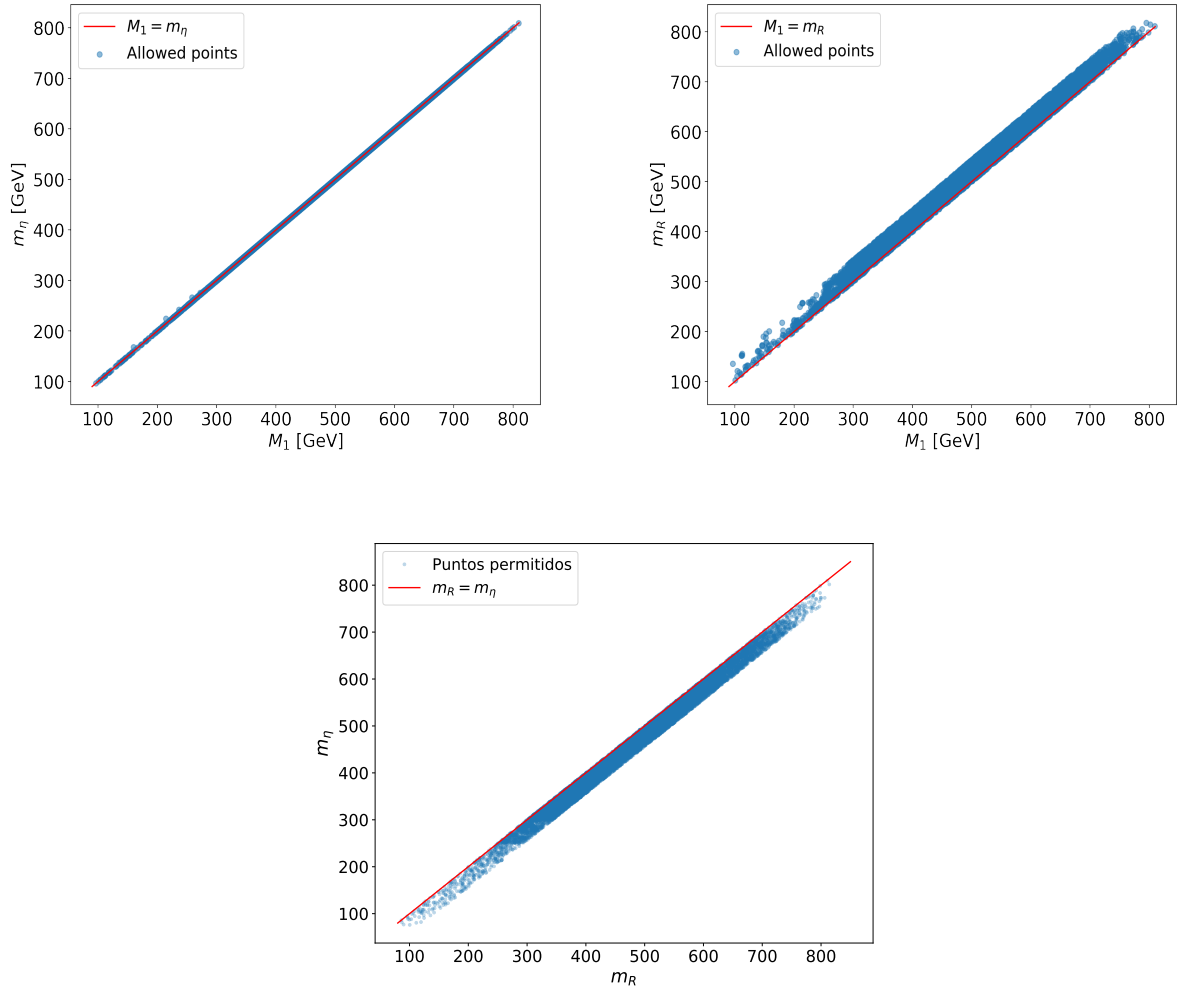


Figura 3.3: Espacio de parámetros para las masas de la materia oscura M_1 y los escalares inertes η^\pm y m_R , que cumplen con las cotas de densidad Reliquia, masas de neutrinos y decaimientos radiativos $l_b \rightarrow l_a \gamma$.

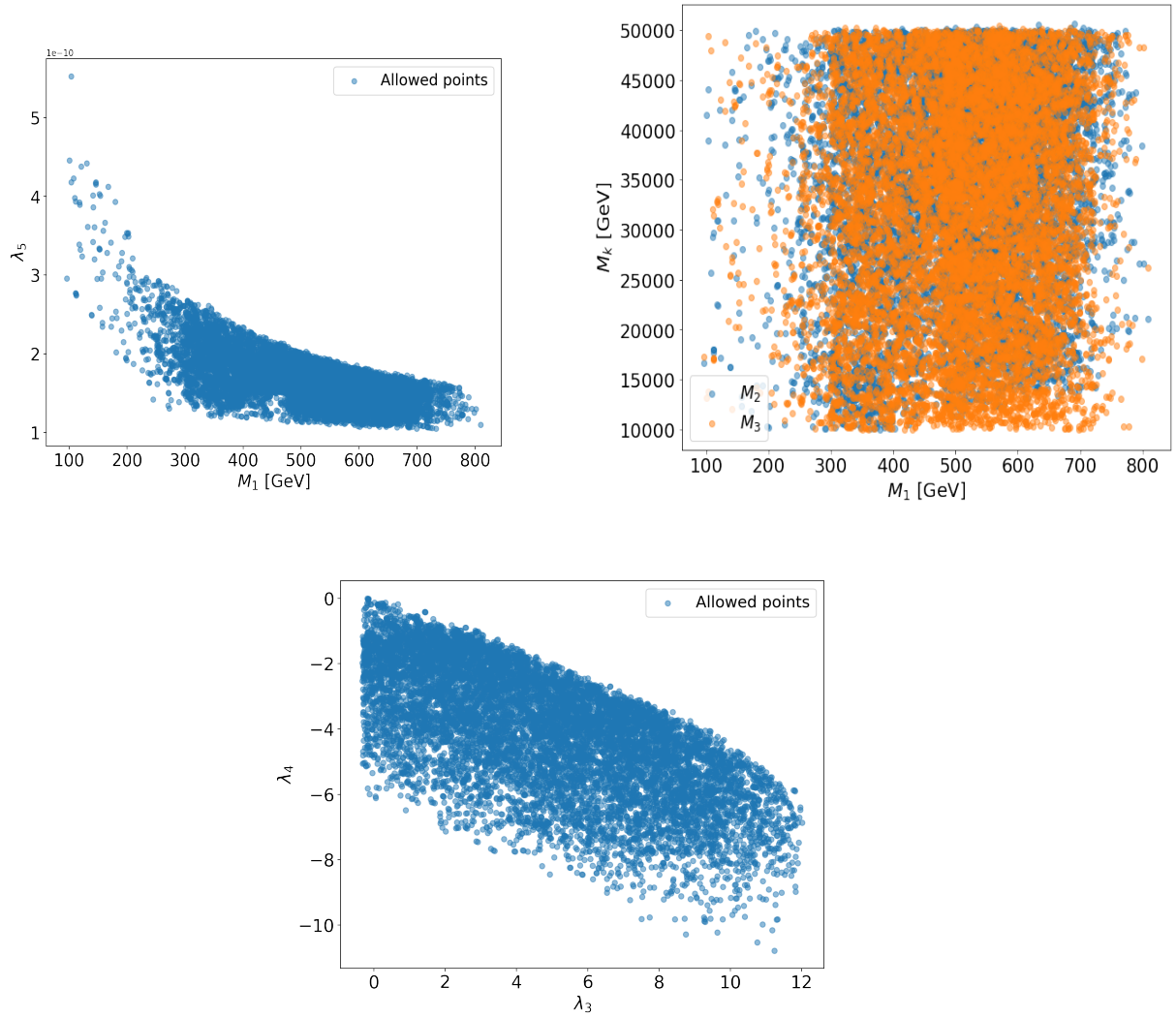


Figura 3.4: Espacio de parámetros para las masas $M_{1,2,3}$, $\lambda_{3,4,5}$, que cumplen con las cotas de densidad Reliquia, masas de neutrinos y decaimientos radiativos $l_b \rightarrow l_a \gamma$, proyectados en algunos planos de interés.

Capítulo 4

2HDM con conservación natural del sabor y neutrinos masivos

4.1. Modelos con conservación natural del sabor

Los modelos con dos dobletes de Higgs sin FCNC a nivel árbol se distinguen por el sector de Yukawa, es decir, la manera en que cada doblete ($\Phi_{1,2}$) se acopla con cada tipo de fermión. La forma en que se acopla cada doblete en los cuatro modelos 2HDM más comunes se resumen en la Tabla 4.1 [58], donde

Modelo	u_R^i	d_R^i	n_R^i	ℓ_R^i
Tipo I	Φ_2	Φ_2	Φ_2	Φ_2
Tipo II	Φ_2	Φ_1	Φ_2	Φ_1
<i>Lepton-specific</i>	Φ_2	Φ_2	Φ_1	Φ_1
<i>Flipped</i>	Φ_2	Φ_1	Φ_1	Φ_2

Tabla 4.1: Acoplamientos para los dobletes de Higgs en los diferentes 2HDM con conservación natural del sabor.

u_R^i , d_R^i , n_R^i y ℓ_R^i denotan quarks tipo up, tipo down, neutrinos y leptones cargados, respectivamente.

En este trabajo consideramos el caso en que no se tiene violación de CP en los VEV's de los dobletes escalares $\Phi_{1,2}$ de tal forma que $v_{1,2}$ son reales. Así, los dobletes, pueden ser reescritos de la siguiente manera

$$\Phi_j = \begin{pmatrix} \phi_j^+ \\ (v_j + \rho_j + i\eta_j)/\sqrt{2} \end{pmatrix},$$

con $v_1 = v \cos \beta$ y $v_2 = v \sin \beta$. Los escalares neutros son h y H con $m_h < m_H$ los cuales son combinaciones lineales de ρ_1 y ρ_2

$$h = \rho_1 \sin \alpha - \rho_2 \cos \alpha \quad (4.1)$$

$$H = -\rho_1 \cos \alpha - \rho_2 \sin \alpha. \quad (4.2)$$

Por otro lado, el bosón de Goldstone neutro y G^0 y el campo pseudoescalar A están dados por

$$G^0 = \eta_1 \cos \beta + \eta_2 \sin \beta \quad (4.3)$$

$$A = \eta_1 \sin \beta - \eta_2 \cos \beta. \quad (4.4)$$

Elegimos α y β en el primer cuadrante, además v_1 y v_2 positivos sin pérdida de generalidad.

	Tipo I	Tipo II	Lepton-specific	Flipped
ξ_h^ℓ	$\cos \alpha / \sin \beta$	$-\sin \alpha / \cos \beta$	$-\sin \alpha / \cos \beta$	$\cos \alpha / \sin \beta$
ξ_H^ℓ	$\sin \alpha / \sin \beta$	$\cos \alpha / \cos \beta$	$\cos \alpha / \cos \beta$	$\sin \alpha / \sin \beta$
ξ_A^ℓ	$-\cot \beta$	$\tan \beta$	$\tan \beta$	$-\cot \beta$
ξ_h^n	$\cos \alpha / \sin \beta$	$\cos \alpha / \sin \beta$	$-\sin \alpha / \cos \beta$	$-\sin \alpha / \cos \beta$
ξ_H^n	$\sin \alpha / \sin \beta$	$\sin \alpha / \sin \beta$	$\cos \alpha / \cos \beta$	$\cos \alpha / \cos \beta$
ξ_A^n	$\cot \beta$	$\cot \beta$	$-\tan \beta$	$-\tan \beta$

Tabla 4.2: Factores ξ en el 2HDM.

4.2. Mecanismo seesaw Inverso

En este contexto, se agregan tres pares de singletes fermionicos $\nu_{R,i}, X_j$ con $i, j = 1, 2, 3$. Así, el lagrangiano de Yukawa el cual genera la masa de los neutrinos está dado por [59, 60].

$$-\Delta\mathcal{L} = Y_{k,ai}^\nu \overline{E_{L,a}} \widetilde{\Phi}_i \nu_{R,i} + \overline{(\nu_{R,I})^c} M_{R,ij} X_j + \frac{1}{2} \overline{(X_i)^c} \mu_{X,ij} X_j + \text{H. c.}, \quad (4.5)$$

donde $a = 1, 2, 3$; $i, j = 1, 2, 3$; $E_{L,a} = (\nu_{L,a}, \ell_{L,a})^\top$ son los dobletes leptónicos de $SU(2)_L$ y $\widetilde{\Phi}_i = i\sigma_2 \Phi_i^*$. Finalmente, Y_k^ν es la matriz de Yukawa 3×3 asociada al doblete k , M es una matriz compleja de 3×3 que conserva el número leptónico, μ_X es una matriz simétrica compleja de 3×3 que viola el número leptónico por dos unidades. Así, la matriz de masas de neutrinos después del rompimiento espontaneo de la simetría electrodébil, en la base $(\nu_L, \nu_{Ri}^C, X_i^C)$ está dado por

$$M_{\text{ISS}}^\nu = \begin{pmatrix} 0 & m_{D,k} & 0 \\ m_{D,k}^\top & 0 & M_R \\ 0 & M_R^\top & \mu_X \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

donde $m_{D,k} = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_k^\nu$ es la matriz de Dirac asociada al doblete de Higgs Φ_k . Está matriz es simétrica, por lo que puede ser diagonalizada por una matriz unitaria de 9×9 U_ν dada por

$$U_\nu^\top M_{\text{ISS}}^\nu U_\nu = \text{diag}(m_{n_1}, \dots, m_{n_9}), \quad (4.7)$$

donde m_{n_i} con $i = 1, \dots, 9$ son las masas de los neutrinos de Majorana físicos n_i y están asociados con la base electrodébil por la rotación

$$\begin{pmatrix} \nu_L^C \\ \nu_R \\ X \end{pmatrix} = U_\nu P_R \begin{pmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_9 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^C \\ X^C \end{pmatrix} = U_\nu^* P_L \begin{pmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_9 \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

4.3. Acoplamientos del Higgs

Con la adición de la masa del neutrino y siguiendo la notación de Aoki et. al. [61], consideramos los parámetros $\xi_h^f, \xi_H^f, \xi_A^f$ en el lagrangiano de Yukawa

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{2\text{HDM}+N_R} = & - \sum_{f=u,d,\ell} \frac{m_f}{v} \left(\xi_h^f \bar{f} f h + \xi_H^f \bar{f} f H - i \xi_A^f \bar{f} \gamma_5 f A \right) \\ & - \frac{1}{2v} \sum_{i,j}^6 [\xi_h^n \bar{n}_i (\omega_{ij} P_R + \omega_{ij}^* P_L) n_j h + \xi_H^n \bar{n}_i (\omega_{ij} P_R + \omega_{ij}^* P_L) n_j H - i \xi_A^n \bar{n}_i (\omega_{ij} P_R - \omega_{ij}^* P_L) n_j A] \\ & - \left\{ \frac{\sqrt{2} V_{ud}}{v} \bar{u} (m_u \xi_A^u P_L + m_d \xi_A^d P_R) d H^+ + \frac{\sqrt{2} U_{n\ell}}{v} \bar{n} (m_n \xi_A^n P_L + m_\ell \xi_A^\ell P_R) \ell H^+ + \text{H.c.} \right\}, \quad (4.9) \end{aligned}$$

2HDM con conservación natural del sabor y neutrinos masivos
4.3 Acoplamientos del Higgs

Vértice	Acoplamiento	Vértice	Acoplamiento
$\phi W^+ W^-$	$igm_W \Xi_\phi$	$\phi G^+ G^-$	$-i \frac{gm_\phi^2 \Xi_\phi}{2m_W}$
$\phi G^+ W^-$	$i \frac{g \Xi_\phi}{2} (p_+ - p_0)_\mu$	$\phi W^+ G^-$	$i \frac{g \Xi_\phi}{2} (p_0 - p_-)_\mu$
$\phi H^+ W^-$	$i \frac{g \eta_\phi}{2} (k_+ - p_0)_\mu$	$\phi W^+ H^-$	$i \frac{g \eta_\phi}{2} (p_0 - k_-)_\mu$
$\phi H^\pm G^\mp$	$i \frac{g \eta_\phi (m_{H^\pm}^2 - m_\phi^2)}{2m_W}$	$\phi H^\pm H^\mp$	$ig \frac{\rho_\phi \mathcal{K}_\phi - \Delta_\phi \mathcal{Q}_\phi}{4m_W \sin 2\beta} + i \frac{4\lambda_5 m_W \rho_\phi}{g \sin 2\beta}$
$\phi \bar{l}$	$-ig \xi_\phi^l \frac{m_l}{2m_W}$	$\phi n_i n_j$	$\frac{-ig \xi_\phi^n}{2m_W} [C_{ij} (P_L m_{n_i} + P_R m_{n_j}) + C_{ij}^* (P_L m_{n_j} + P_R m_{n_i})]$
$\bar{n}_i \ell_a W_\mu^+$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} U_{ai}^\nu \gamma^\mu P_L$	$\bar{\ell}_a n_j W_\mu^-$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} U_{aj}^{\nu*} \gamma^\mu P_L$
$\bar{n}_i \ell_a G_W^+$	$-\frac{ig}{\sqrt{2}m_W} U_{ai}^\nu (m_{\ell_a} P_R - m_{n_i} P_L)$	$\bar{\ell}_a n_j G_W^-$	$-\frac{ig}{\sqrt{2}m_W} U_{aj}^{\nu*} (m_{\ell_a} P_L - m_{n_j} P_R)$
$\bar{n}_i \ell_a H^+$	$-\frac{ig}{\sqrt{2}m_W} U_{ai}^\nu (\xi_A^l m_{\ell_a} P_R - \xi_A^n m_{n_i} P_L)$	$\bar{\ell}_a n_j H^-$	$-\frac{ig}{\sqrt{2}m_W} U_{aj}^{\nu*} (\xi_A^l m_{\ell_a} P_L - \xi_A^n m_{n_j} P_R)$

Tabla 4.3: Acoplamientos que permiten LFVHD en el 2HDM con conservación natural del sabor.

ϕ	Ξ_ϕ	η_ϕ	\mathcal{K}_ϕ	\mathcal{Q}_ϕ	ρ_ϕ	Δ_ϕ
h	$\sin \beta - \alpha$	$\cos \beta - \alpha$	$4m_A^2 - 3m_h^2 - 2m_{H^\pm}^2$	$m_h^2 - 2m_{H^\pm}^2$	$\cos \alpha + \beta$	$\cos \alpha - 3\beta$
H	$\cos \beta - \alpha$	$-\sin \beta - \alpha$	$4m_A^2 - 3m_H^2 - 2m_{H^\pm}^2$	$m_H^2 - 2m_{H^\pm}^2$	$\sin \alpha + \beta$	$\sin \alpha - 3\beta$

Tabla 4.4: Factores comunes a todos los modelos 2HDM sin FCNC, a nivel árbol, para $\phi = h, H$.

donde

$$\omega_{ij} = m_{n_j} C_{ij} + m_{n_i} C_{ij}^* \quad \text{y} \quad C_{ij} = \sum_{c=1}^3 U_{ci}^\nu U_{cj}^{\nu*}.$$

Los factores ξ_ϕ^f con $\phi = h, H, A$ para leptones, se presentan en la Tabla 4.2 (los factores ξ para quarks se encuentran en [58]).

En analogía con [3] las interacciones donde los neutrinos participan pueden ser deducidas de las ecuaciones (2.72), (2.73) y (6.84). Los otros vértices relacionados a los decaimientos del Higgs con LFV pueden ser obtenidos de los modelos 2HDM originales (sin neutrinos masivos) de la Tabla 4.1 [58]. Todas estas interacciones se resumen en la Tabla 4.3 y los factores comunes a todos los modelos 2HDM para están dados en la Tabla 4.4.

En presencia de neutrinos masivos por medio del mecanismo *seesaw* tipo I en los cuatro modelos 2HDM, tenemos 8 nuevos diagramas en comparación al modelo *seesaw* tipo I en el SM, debido a la presencia de los escalares cargados H^\pm . Así, en estos modelos tenemos 18 contribuciones para los decaimientos del Higgs con LFV para cada escalar neutro $\phi = h, H$. Las partículas que permiten estos decaimientos exóticos a un lazo son W, G_W, H^\pm y n_i . En la Tabla 4.5, cada diagrama se resume considerando las partículas P_k con $k = 0, 1, 2$ dentro del lazo y la estructura de cada diagrama. Para obtener expresiones compactas de los factores de forma definimos el factor

$$\Delta_{ij}^{ab} = \frac{g^3}{64\pi^2 m_W^3} U_{bj}^\nu U_{ai}^{\nu*}. \quad (4.10)$$

4.3.1. Cotas del modelo 2HDM

Perturbatividad

Ahora consideremos la cota de perturbatividad sobre los acoplamientos de yukawa [62, 3], lo que impone que $|(Y_k^\nu)_{ij}|^2 < 6\pi$ lo que multiplicando por $(v_k/\sqrt{2})^2$ nos da la cota para la matriz de Dirac,

No.	Estructura	Diagrama	P_0	P_1	P_2	No.	Estructura	Diagrama	P_0	P_1	P_2
1	SFF	5.4(a))	G_W	\bar{n}_i	n_j	11	SFF	5.4(a))	H^\pm	\bar{n}_i	n_j
2	VFF	5.4(b))	W	\bar{n}_i	n_j	12	FVS	5.5(c))	n_i	W	H^\pm
3	FSS	5.5(a))	n_i	G_W	G_W	13	FSV	5.5(b))	n_i	H^\pm	W
4	FVS	5.5(c))	n_i	W	G_W	14	FSS	5.5(a))	n_i	G_W	H^\pm
5	FSV	5.5(b))	n_i	G_W	W	15	FSS	5.5(a))	n_i	H^\pm	G_W
6	FVV	5.5(d))	n_i	W	W	16	FSS	5.5(a))	n_i	H^\pm	H^\pm
7	FV	5.5(g))	n_i	W	—	17	FS	5.5(e))	n_i	H^\pm	—
8	FS	5.5(e))	n_i	G_W	—	18	SF	5.5(f))	n_i	—	H^\pm
9	VF	5.5(h))	n_i	—	W	—	—	—	—	—	—
10	SF	5.5(f))	n_i	—	G_W	—	—	—	—	—	—

Tabla 4.5: Partículas involucradas en cada diagrama a un lazo que contribuye a $\phi \rightarrow \ell_a^+ \ell_b^-$ en el modelo 2HDM con *seesaw* tipo I.

dada por:

$$|(M_{D,k})_{ij}|^2 < 3\pi v_k^2. \quad (4.11)$$

Cotas del Higgs tipo Estándar

Por otro lado, de los decaimientos detectados del Higgs se conocen los valores experimentales de los anchos de decaimiento $\Gamma(h \rightarrow XX)$, donde $X = f, W, Z, \gamma$ y f fermiones. En particular, los parámetros libres de modelos más allá del Modelo Estándar, pueden ser acotados a través de formalismo κ . El cual considera cada canal de decaimiento detectado por el Higgs, por medio de:

$$\kappa_X = \frac{\Gamma(h \rightarrow XX)}{\Gamma(h \rightarrow XX)_{SM}}, \quad (4.12)$$

donde $\Gamma(h \rightarrow XX)$ denota el ancho de decaimiento en la extensión del Modelo Estándar considerada y $\Gamma(h \rightarrow XX)_{SM}$ denota el correspondiente valor del ancho de decaimiento detectado. Los valores de κ_X tienen cotas experimentales permitidas. En particular en el caso de τ , tenemos que $\kappa_\tau = 1.01 \pm 0.17$ a un σ y $\kappa_\tau = 1.01 \pm 0.35$ a 2σ .

Capítulo 5

Decaimientos del bosón de Higgs que violan el sabor leptónico

Debido a la introducción de la masa del neutrino en el Modelo Escotogénico y por ende la matriz PMNS no diagonal, permite la introducción de decaimientos del bosón de Higgs que violan el sabor leptónico (LFVHD, por sus siglas en inglés) $h \rightarrow l_a l_b$, donde $a \neq b$. El modelo Escotogénico, no es la única extensión que permite este tipo de procesos. En la literatura podemos encontrar diferentes modelos que estudian estos procesos, por ejemplo, el modelo 3-3-1 [5], seesaw y su versión inversa dados en [3], SUSY [6], entre otros.

La posible detección de este tipo de señales sería una clara evidencia de nueva física, debido a la ausencia de estas señales en el SM por la falta de los neutrinos de quiralidad derecha. Actualmente, la colaboración del experimento ATLAS [16] ha encontrado cotas superiores a un nivel de confianza de 95 % dados por $0.34_{-0.10}^{+0.13} \%$ y $0.37_{-0.10}^{+0.14} \%$ para $h \rightarrow e\tau$ y $h \rightarrow \mu\tau$, respectivamente. Tales límites están basados en muestras de datos en colisiones pp a una energía del centro de masa de $\sqrt{s} = 13$ TeV, correspondientes a una luminosidad integrada de 36.1fb^{-1} . Además, la colaboración CMS reporta límites superiores (esperados) sobre la producción de la sección transversal por la razón de ramificación (*branching ratio* o \mathcal{BR}), la cual varía de 51.9 (57.4) fb a 1.6 (2.1) fb para $\mu\tau$ y de 94.1 (91.6) fb a 2.3 (2.3) fb para el modo de decaimiento $e\tau$ [63].

5.1. Fórmulas para las tasas de decaimiento del bosón de Higgs a dos fermiones

En general, consideramos modelos con un sector escalar extendido de tal manera que H_r representa alguno de los escalares que modelo en consideración, además $H_1 = h$ es el bosón de Higgs tipo SM. Así, estamos interesados en amplitudes para procesos del tipo $H_r \rightarrow F_1 \overline{F_2}$, donde F a un fermión, las cuales tienen la forma [64]:

$$i\mathcal{M} = -i\bar{u}(p_1)(A_L^r P_L + A_R^r P_R)v(p_2), \quad (5.1)$$

donde $A_{L,R}$ son los factores de forma escalares, $u(p_1)$ y $v(p_2)$ son espinores de Dirac para F_1 y F_2 . Además, en el caso particular de $S = H_r$, $F_1 = l_a^-$ y $F_2 = l_b^+$, el ancho de decaimiento está dado por [5],

$$\begin{aligned} \Gamma(H_r \rightarrow l_a l_b) &\equiv \Gamma(H_r \rightarrow l_a^- l_b^+) + \Gamma(H_r \rightarrow l_a^+ l_b^-) \\ &= \frac{1}{8\pi m_r} \left[1 - \left(\frac{m_a^2 + m_b^2}{m_r} \right)^2 \right]^{1/2} \left[1 - \left(\frac{m_a^2 - m_b^2}{m_r} \right)^2 \right]^{1/2} \\ &\times [(m_r^2 - m_a^2 - m_b^2)(|A_L^r|^2 + |A_R^r|^2) - 4m_a m_b \text{Re}(A_L^r A_R^{r*})], \end{aligned}$$

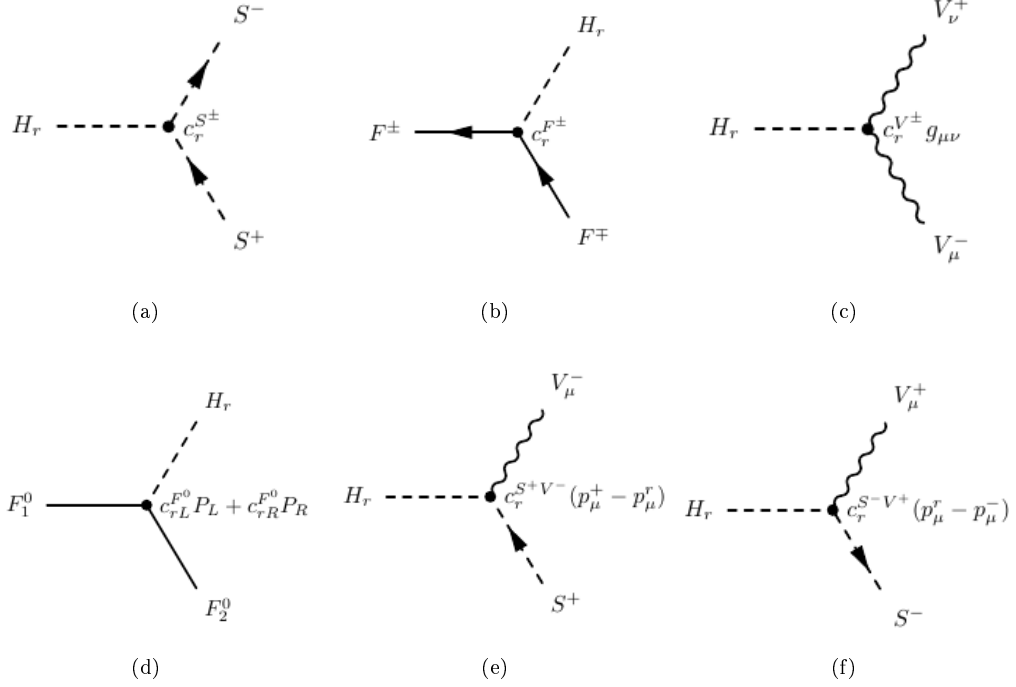


Figura 5.1: Reglas de Feynman para interacciones escalares, fermionicas y vectoriales con H_r .

donde m_r , m_a y m_b corresponden a las masas de H_r , l_a^- y l_b^+ , respectivamente. Las condiciones *on-shell* son $p_1^2 = m_a^2$, $p_2^2 = m_b^2$ y $p_r^2 \equiv (p_1 + p_2)^2 = m_r^2$. Como consecuencia, conocer el ancho de decaimiento de $H_r \rightarrow l_a l_b$ se reduce al cálculo de los factores de forma $A_{L,R}^r$.

Nosotros estamos interesados en modelos con LFVHD a un lazo, para este caso, la estructura genérica de los vértices involucrados en estos cálculos mantienen una estructura similar en muchos modelos, como los ya mencionados anteriormente, de tal manera que clasificamos primero las interacciones del Higgs (H_r) con escalares cargados (S^\pm), fermiones (F) y vectores (V^\pm), con la siguiente notación:

$$\begin{aligned}
 G(H_r S^\pm S^\mp) &\rightarrow c_r^{S^\pm}, & G(H_r F^\pm F^\mp) &\rightarrow c_r^{F^\pm}, \\
 G(H_r V_1^{\nu\pm} V_2^{\mu\mp}) &\rightarrow c_r^{V^\pm} g_{\mu\nu}, & G(H_r F_1^0 F_2^0) &\rightarrow c_r^{F^0} P_L + c_r^{F^0} P_R, \\
 G(H_r S^+ V^-) &\rightarrow c_r^{S^+ V^-} (p_\mu^+ - p_\mu^r), & G(H_r S^- V^+) &\rightarrow c_r^{S^- V^+} (p_\mu^r - p_\mu^-).
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Los cuales están asociados a las siguientes reglas de Feynman Figura 5.1. Para LFVHD el acoplamiento $G(H_r F_1^0 F_2^0)$ es muy importante, en general este está relacionado con la generación de masa del neutrino, además su presencia permite diagramas con dos fermiones en el lazo.

Segundo, las interacciones de corriente cargada mediadas por S^\pm y W^\pm que inducen los cambios de sabor a un lazo, dados por:

$$G(F_1^0 F_2^\pm S^\mp) \rightarrow c_L^{S^\pm} P_L + c_R^{S^\pm} P_R, \tag{5.3a}$$

$$G(F_1^0 F_2^\pm V^{\mu\mp}) \rightarrow \gamma_\mu (c_L^{V^\pm} P_L + c_R^{V^\pm} P_R), \tag{5.3b}$$

que se derivan de las reglas de Feynman en la Figura 5.2. En cada modelo que se considere, las constantes de acoplamiento c_r^J (5.2) con J denotando el tipo de interacción con H_r y $c_{L,R}^K$ (5.2) con K denotando la interacción de S^\pm y W^\pm , cambiarán.

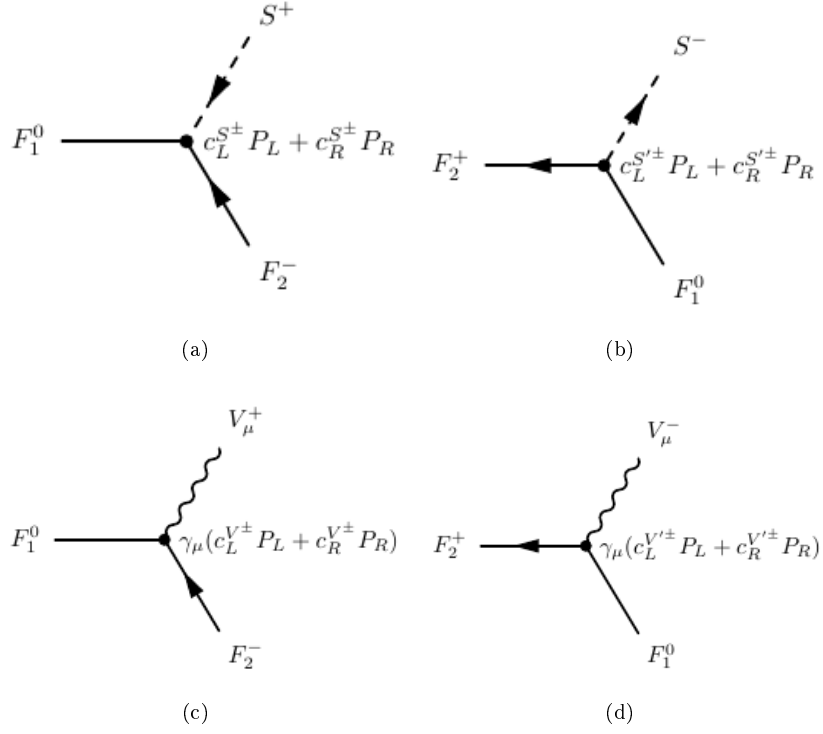


Figura 5.2: Reglas de Feynman para las interacciones de corriente cargada mediadas por escalares y vectores cargados.

Considerando las reglas de Feynman en la Figuras 5.1 y 5.2, se generan **10** diagramas generales que contribuyen a los decaimiento de $H_r \rightarrow l_a l_b$ a nivel de un lazo. El número de diagramas tipo triángulo que surgen son **6** y las correcciones tipo burbuja son **4**. Por otro lado, es útil clasificar los diagramas por la cantidad de fermiones en el lazo. Se derivan **2** diagramas que contienen dos fermiones en el lazo que se muestran en la Figura 5.4 y los **8** restantes tienen un solo fermión en el lazo y corresponden a la Figura 5.5, en ambas figuras, los diagramas son etiquetados por el tipo de partículas que contiene el lazo.

5.2. Identidades y fórmulas a un lazo

Seguimos las convenciones dadas en [5] para las funciones PV así, considerando regularización dimensional la integral en cuatro dimensiones puede ser reescrita por

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \rightarrow \frac{i}{16\pi^2} \times \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^4 k, \quad (5.4)$$

donde μ es un parámetro con dimensiones de masa. Este paso es omitido en lo sucesivo, los resultados finales serán corregido agregando el factor $i/16\pi^2$.

En la norma de Feynman solo las siguientes integrales escalares están presentes:

$$B_0^{(i)} = N_D \int \frac{d^D k}{D_0 D_i}, \quad B_0^{(12)} = N_D \int \frac{d^D k}{D_1 D_2}, \quad (5.5a)$$

$$C_0 = C_0(M_0, M_1, M_2) = \frac{1}{i\pi^2} \int \frac{d^4 k}{D_0 D_1 D_2}, \quad (5.5b)$$

donde $N_D = (2\pi\mu)^{4-D}/i\pi^2$ y $D = 4 - 2\epsilon$ es la dimensión de la integral. Las integrales tensoriales asociadas son las siguientes:

$$B^\mu(p_i, M_0, M_i) = N_D \int \frac{d^D k \times k^\mu}{D_0 D_i} = B_1^{(i)} p_i^\mu, \quad (5.6a)$$

$$C^\mu = C^\mu(M_0, M_1, M_2) = \frac{1}{i\pi^2} \int \frac{d^4 k \times k^\mu}{D_0 D_1 D_2} = C_1 p_1^\mu + C_2 p_2^\mu. \quad (5.6b)$$

Por otro lado, se conoce que las funciones C_i ($i = 0, 1, 2$) son finitas, no así, para las funciones B que contienen divergencias. Las integrales divergentes pueden ser reescritas en términos de su parte divergente y finita (denotada con minúsculas)

$$B_{0,1}^{(i)} = Div[B_{0,1}^{(i)}] + b_{0,1}^{(i)}, \quad (5.7a)$$

$$B_0^{(12)} = Div[B_0^{(12)}] + b_0^{(12)}, \quad (5.7b)$$

donde las divergencias están dadas por

$$Div[B_0^{(i)}] = Div[B_0^{(12)}] = \Delta_\epsilon, \quad (5.8a)$$

$$Div[B_1^{(1)}] = -Div[B_1^{(2)}] = \frac{1}{2}\Delta_\epsilon, \quad (5.8b)$$

donde $\Delta_\epsilon = 1/\epsilon + \ln 4\pi - \gamma_E + \ln \frac{\mu^2}{m_a^2}$ con γ_E la constante de Euler y m_a del escalar H_a . Por simplicidad se considera el caso de las funciones PV donde $p_1^2, p_2^2 \rightarrow 0$. La función C_0 está dada por [5, 65]:

$$C_0 = \frac{1}{m_a^2} [R_0(x_0, x_1) + R_0(x_0, x_2) - R_0(x_0, x_3)], \quad (5.9)$$

donde

$$R_0(x_0, x_i) \equiv Li_2\left(\frac{x_0}{x_0 - x_i}\right) - Li_2\left(\frac{x_0 - 1}{x_0 - x_i}\right), \quad (5.10)$$

con Li_2 la función dilogaritmo. Además,

$$x_0 = \frac{M_2^2 - M_0^2}{m_a^2}, \quad x_3 = \frac{-M_0^2 + i\delta}{M_1^2 - M_0^2} \quad (5.11)$$

y las soluciones $x_{1,2}$ de

$$x^2 - \left(\frac{m_a^2 - M_1^2 + M_2^2}{m_a^2}\right)x + \frac{M_2^2 - i\delta}{m_a^2} = 0. \quad (5.12)$$

La parte finita de las funciones $B_{0,1}^{(i)}$ puede ser evaluada numéricamente de manera estable con [66]¹

$$b_0^{(i)} = -\ln M_0^2 - \sum_{j=1}^2 f_0(y_{ij}); \quad (5.13a)$$

$$b_1^{(i)} = (-1)^{i-1} \frac{1}{2} \left(-\ln M_0^2 - \sum_{j=1}^2 f_1(y_{ij}) \right), \quad (5.13b)$$

donde y_{ij} son soluciones de $y^2 p_i^2 - y(p_i^2 + M_0^2 - M_i^2) + M_0^2 - i\delta = 0$ y

$$f_n(x) \equiv (n+1) \int_0^1 dt t^n \ln\left(1 - \frac{t}{x}\right), \quad (5.14)$$

¹Aquí las expresiones que hemos contenido de [66], son diferentes a las que presentan en [3], que de acuerdo a Thao et al. se obtienen también de [66].

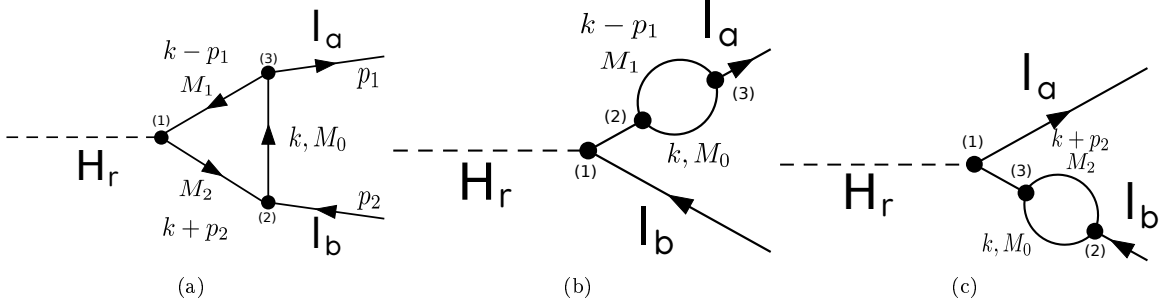


Figura 5.3: Convenciones para momentos, etiquetas de los vértices y partículas en diagramas a un lazo para $H_r \rightarrow l_a l_b$. En cada diagrama usamos líneas sólidas en este caso para representar todas las partículas posibles en el lazo. Los vértices son etiquetados con números dentro de paréntesis (i), $i = 1, 2, 3$. Finalmente, las masas de las partículas P_i en el lazo están denotadas por M_i .

por lo que

$$f_0(y) = y \log(-y) - y \log(1-y) + \log\left(1 - \frac{1}{y}\right) - 1, \quad (5.15)$$

$$f_1(y) = y^2 \log(-y) - y^2 \log(1-y) - y + \log\left(1 - \frac{1}{y}\right) - \frac{1}{2}. \quad (5.16)$$

Estas expresiones son las responsables de los picos que se presentan en los modelos antes mencionados. Finalmente, las expresiones para $b_0^{(12)}$ y $C_{1,2}$ están dadas por [3]:

$$b_0^{(12)} = -\ln M_1^2 + 2 + \sum_{k=1}^2 x_k \ln\left(1 - \frac{1}{x_k}\right), \quad (5.17a)$$

$$C_1 = \frac{1}{m_h^2} \left[b_0^{(1)} - b_0^{(12)} + (M_2^2 - M_0^2) C_0 \right], \quad (5.17b)$$

$$C_2 = -\frac{1}{m_h^2} \left[b_0^{(2)} - b_0^{(12)} + (M_1^2 - M_0^2) C_0 \right]. \quad (5.17c)$$

donde x_k en $b_0^{(12)}$ son soluciones de la ecuación (5.12). Las expresiones (5.9) y (5.17) han sido tomadas de [5] y comparadas numéricamente con LoopTools en [67] encontrando un buen acuerdo.

5.3. Factores de forma del decaimiento $H_r \rightarrow l_a^+ l_b^-$

Para el cálculo de los factores de forma usamos súper índices (l), con $l = 1, 2, 3$, sobre las constantes de acoplamiento $c_{a,R,L}$ para denotar el orden de los vértices para cada diagrama siguiendo las convenciones dadas en la Figura 5.3, para los dos tipos. En el Apéndice C se muestran detalles de los cálculos en la norma de **Feynman t'Hooft**. Además, también hemos realizado los cálculos considerando la norma unitaria, los cuales se encuentran en el Apéndice B. Aunque en este último caso, la cancelación de divergencias puede ser más complicada. Por tal motivo nos enfocamos en los resultados para los factores de forma obtenidos con nuestro análisis genérico en la norma de **Feynman t'Hooft** para cada caso.

5.3.1. Dos fermiones dentro del lazo

Cuando consideramos diagramas con dos fermiones dentro del lazo únicamente las estructuras del tipo SFF y VFF de la Figura 5.4 contribuyen. La estructura de los factores de forma para estas contribucio-

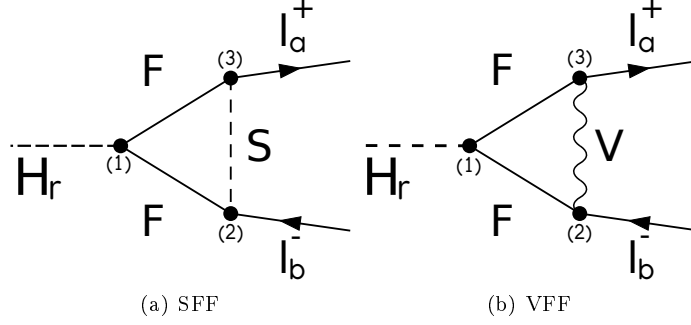


Figura 5.4: Diagramas genéricos con dos fermiones en el lazo que contribuyen a $H_r \rightarrow l_a l_b$.

nes difieren de los diagramas con un fermión en el lazo debido a la estructura quiral del acoplamiento $G(H_a F_1^0 F_2^0)$ dado en la ecuación 5.2.

Contribución SFF: En este caso obtenemos la siguiente estructura para los factores de forma

$$\begin{aligned}
 A_R^r(SFF) &= c_{rL}^{F^0(1)} c_R^{S^\pm(2)} c_R^{S^\pm(3)} \mathcal{H}_1 + c_{rR}^{F^0(1)} c_L^{S^\pm(2)} c_L^{S^\pm(3)} \mathcal{H}_2 + c_{rL}^{F^0(1)} c_L^{S^\pm(2)} c_R^{S^\pm(3)} \mathcal{H}_3 \\
 &+ c_{rR}^{F^0(1)} c_R^{S^\pm(2)} c_L^{S^\pm(3)} \mathcal{H}_4 + c_{rR}^{F^0(1)} c_L^{S^\pm(2)} c_R^{S^\pm(3)} \mathcal{H}_5 + c_{rL}^{F^0(1)} c_R^{S^\pm(2)} c_L^{S^\pm(3)} \mathcal{H}_6 \\
 &+ c_{rR}^{F^0(1)} c_R^{S^\pm(2)} c_R^{S^\pm(3)} \mathcal{H}_7,
 \end{aligned} \tag{5.18a}$$

$$\begin{aligned}
 A_L^r(SFF) &= c_{rR}^{F^0(1)} c_L^{S^\pm(2)} c_L^{S^\pm(3)} \mathcal{H}_1 + c_{rL}^{F^0(1)} c_R^{S^\pm(2)} c_R^{S^\pm(3)} \mathcal{H}_2 + c_{rR}^{F^0(1)} c_R^{S^\pm(2)} c_L^{S^\pm(3)} \mathcal{H}_3 \\
 &+ c_{rL}^{F^0(1)} c_L^{S^\pm(2)} c_R^{S^\pm(3)} \mathcal{H}_4 + c_{rL}^{F^0(1)} c_R^{S^\pm(2)} c_L^{S^\pm(3)} \mathcal{H}_5 + c_{rR}^{F^0(1)} c_L^{S^\pm(2)} c_R^{S^\pm(3)} \mathcal{H}_6 \\
 &+ c_{rL}^{F^0(1)} c_L^{S^\pm(2)} c_L^{S^\pm(3)} \mathcal{H}_7.
 \end{aligned} \tag{5.18b}$$

donde las funciones \mathcal{H}_k ($k = 1, \dots, 7$) están dadas por:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H}_1 &= X, & \mathcal{H}_2 &= m_a m_b (C_0 + C_2 - C_1), \\
 \mathcal{H}_3 &= m_b M_2 C_2, & \mathcal{H}_4 &= m_a M_2 (C_0 - C_1), \\
 \mathcal{H}_5 &= m_b M_1 (C_0 + C_2), & \mathcal{H}_6 &= -m_a M_1 C_1, \\
 \mathcal{H}_7 &= M_1 M_2 C_0,
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

donde X está dada por la ecuación

$$X = B_0^{(12)} + M_0^2 C_0 + m_b^2 C_2 - m_a^2 C_1. \tag{5.20}$$

En este caso únicamente la función \mathcal{H}_1 contiene un término divergente el cual se deriva de X y está dado por $Div[B_0^{(12)}]$.

Contribución VFF Para esta contribución la estructura de los factores de forma está dada por:

$$\begin{aligned}
 A_R^r(VFF) &= c_{rL}^{F^0(1)} c_R^{V^\pm(2)} c_R^{V^\mp(3)} \mathcal{G}_1 + c_{rR}^{F^0(1)} c_L^{V^\pm(2)} c_L^{V^\mp(3)} \mathcal{G}_2 + c_{rL}^{F^0(1)} c_L^{V^\pm(2)} c_R^{V^\mp(3)} \mathcal{G}_3 \\
 &+ c_{rR}^{F^0(1)} c_R^{V^\pm(2)} c_L^{V^\mp(3)} \mathcal{G}_4 + c_{rR}^{F^0(1)} c_R^{V^\pm(2)} c_R^{V^\mp(3)} \mathcal{G}_5 + c_{rL}^{F^0(1)} c_L^{V^\pm(2)} c_L^{V^\mp(3)} \mathcal{G}_6 \\
 &+ c_{rL}^{F^0(1)} c_R^{V^\pm(2)} c_L^{V^\mp(3)} \mathcal{G}_7,
 \end{aligned} \tag{5.21a}$$

$$\begin{aligned}
 A_L^r(VFF) &= c_{rR}^{F^0(1)} c_L^{V^\pm(2)} c_L^{V^\mp(3)} \mathcal{G}_1 + c_{rL}^{F^0(1)} c_R^{V^\pm(2)} c_R^{V^\mp(3)} \mathcal{G}_2 + c_{rR}^{F^0(1)} c_R^{V^\pm(2)} c_L^{V^\mp(3)} \mathcal{G}_3 \\
 &+ c_{rL}^{F^0(1)} c_L^{V^\pm(2)} c_R^{V^\mp(3)} \mathcal{G}_4 + c_{rL}^{F^0(1)} c_L^{V^\pm(2)} c_L^{V^\mp(3)} \mathcal{G}_5 + c_{rR}^{F^0(1)} c_R^{V^\pm(2)} c_R^{V^\mp(3)} \mathcal{G}_6 \\
 &+ c_{rR}^{F^0(1)} c_L^{V^\pm(2)} c_R^{V^\mp(3)} \mathcal{G}_7,
 \end{aligned} \tag{5.21b}$$

donde las funciones \mathcal{G}_k con $k = 1, \dots, 7$ son:

$$\mathcal{G}_1 = -(2 - D)m_a M_2 (C_0 - C_1), \quad (5.22a)$$

$$\mathcal{G}_2 = -(2 - D)m_b M_2 C_2, \quad (5.22b)$$

$$\mathcal{G}_3 = (D - 4)m_a m_b (C_1 - C_0 - C_2), \quad (5.22c)$$

$$\mathcal{G}_4 = -(DX + 2(m_r^2 - m_a^2 - m_b^2)(C_1 - C_0 - C_2)), \quad (5.22d)$$

$$\mathcal{G}_5 = (2 - D)m_a M_1 C_1, \quad (5.22e)$$

$$\mathcal{G}_6 = -(2 - D)m_b M_1 (C_0 + C_2), \quad (5.22f)$$

$$\mathcal{G}_7 = -DM_1 M_2 C_0, \quad (5.22g)$$

donde se considera la convención $D = 4 - 2\epsilon$ y $\epsilon \rightarrow 0$. En este caso el término divergente de esta contribución viene de la función \mathcal{G}_4 y es proporcional a $Div[B_0^{(12)}]$.

5.3.2. Un fermión dentro del lazo

En este caso, tenemos las contribuciones del tipo Ω : FSS, FSV, FVS, FVV, FS, SF, FV y VF, cuyos diagramas son mostrados en la Figura 5.5, en específico, resumidas en la Tabla 5.1. Considerando los acoplamientos genéricos de la ecuación (5.2) y las convenciones de la Figura 5.3 encontramos que la estructura de los factores de forma para estas contribuciones, puede ser expresada como sigue:

$$\begin{aligned} A_R^r(\Omega) = & m_{ab}^{-2} c_r^{I(1)} \left(c_R^{J(2)} c_R^{K(3)} \mathcal{H}_{RR}(\Omega) + c_L^{J(2)} c_L^{K(3)} \mathcal{H}_{LL}(\Omega) \right. \\ & \left. + c_R^{J(2)} c_L^{K(3)} \mathcal{H}_{RL}(\Omega) + c_L^{J(2)} c_R^{K(3)} \mathcal{H}_{LR}(\Omega) \right), \end{aligned} \quad (5.23a)$$

$$\begin{aligned} A_L^r(\Omega) = & m_{ab}^{-2} c_r^{I(1)} \left(c_L^{J(2)} c_L^{K(3)} \mathcal{H}_{RR}(\Omega) + c_R^{J(2)} c_R^{K(3)} \mathcal{H}_{LL}(\Omega) \right. \\ & \left. + c_L^{J(2)} c_R^{K(3)} \mathcal{H}_{RL}(\Omega) + c_R^{J(2)} c_L^{K(3)} \mathcal{H}_{LR}(\Omega) \right). \end{aligned} \quad (5.23b)$$

Aquí los índices I, J y K denotan el tipo de interacción en el (i)-ésimo vértice, con $I = S^\pm, V^\pm, F^\pm, S^\pm V^\mp$, $J = S^\pm, V^\pm$ y $K = S^\mp, V^\mp$. Además, $m_{ab}^2 = 1$ para contribuciones tipo triángulo y $m_{ab}^2 = m_a^2 - m_b^2$ para contribuciones tipo burbuja, m_a y m_b son las masas de los leptones cargados en el estado final. Finalmente, las funciones \mathcal{H}_{PQ} ($P, Q = R, L$) para cada tipo de diagrama están dadas en la Tabla 5.1. Se observa que los diagramas del tipo FSS y FVV son finitos por definición ya que únicamente contienen funciones de Passarino Veltman del tipo C . Por otro lado todos los demás diagramas contienen funciones del tipo B , por tal motivo tienen términos divergentes que deben ser cancelados al considerar algún modelo en específico y sumar todos los diagramas.

Resumiendo, algunos de los pasos más relevantes para nuestro cálculo son los siguientes:

- Usamos la norma de 't Hooft-Feynman así como regularización dimensional.
- Seguimos las reglas de Feynman para fermiones de Dirac y Majorana dadas por A. Denner et al. [68]
- Las amplitudes a un lazo y los factores de forma son expresados en términos de funciones PV, las cuales están resumidas en la sección anterior.
- Las funciones PV del tipo C consideran la aproximación $p_{1,2}^2 = 0$.
- Las integrales han sido obtenidas en [5, 66] y utilizadas en [3], además comparamos con LoopTools encontrando un buen acuerdo.
- El manejo de las amplitudes así como su evaluación numérica se facilita con la ayuda de la programación, nosotros usamos Python en este caso y desarrollamos la librería OneLoopLFVHD.

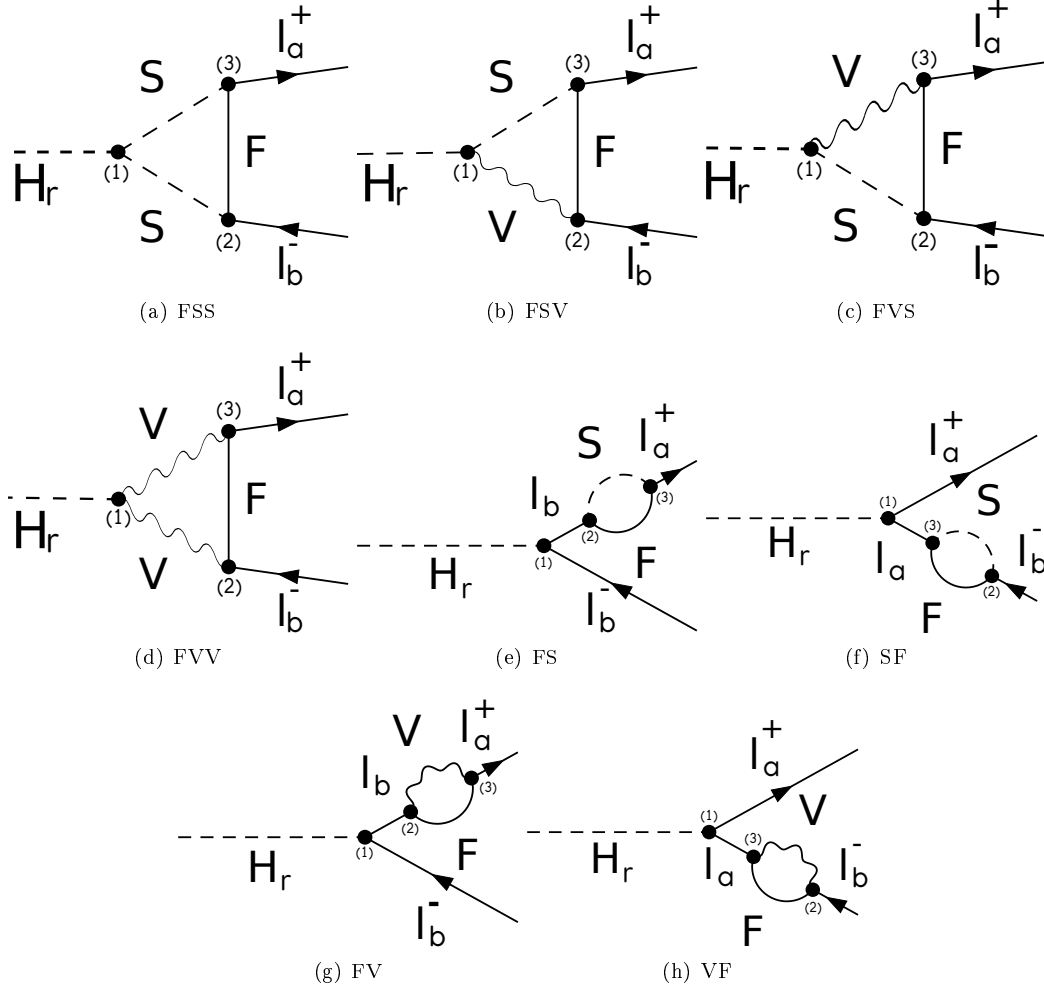


Figura 5.5: Diagramas genéricos con un fermión en el lazo que contribuyen a $H_r \rightarrow l_a l_b$.

$\Omega(\text{Figura})$	\mathcal{H}_{RR}	\mathcal{H}_{RL}	\mathcal{H}_{LR}	\mathcal{H}_{LL}
FSS (5.5(a))	$M_0 C_0$	$-m_b C_2$	$m_a C_1$	0
FSV (5.5(b))	$-X - 2m_{ar}^2 C_2 + m_a^2 C_1$	$-m_a M_0 (C_1 - 2C_0)$	$-m_b M_0 (C_0 - C_2)$	$-m_a m_b (C_1 - 2C_2)$
FVS (5.5(c))	$m_a M_0 (C_0 + C_1)$	$X - 2m_{br}^2 C_1 + m_b^2 C_2$	$-m_a m_b (C_2 - 2C_1)$	$-m_b M_0 (2C_0 + C_2)$
FVV(5.5(d))	$-(D-2)m_a C_1$	$M_0 D C_0$	0	$(D-2)m_b C_2$
FS (5.5(e))	$m_b M_0 B_0^{(1)}$	$m_a m_b B_1^{(1)}$	$m_a^2 B_1^{(1)}$	$m_a M_0 B_0^{(1)}$
SF (5.5(f))	$-m_a M_0 B_0^{(2)}$	$m_b^2 B_1^{(2)}$	$m_a m_b B_1^{(2)}$	$-m_b M_0 B_0^{(2)}$
FV (5.5(g))	$(D-2)m_a m_b B_1^{(1)}$	$-D m_b M_0 B_0^{(1)}$	$-D m_a M_0 B_0^{(1)}$	$(D-2)m_a^2 B_1^{(1)}$
VF (5.5(h))	$(D-2)m_b^2 B_1^{(2)}$	$D m_a M_0 B_0^{(2)}$	$D m_b M_0 B_0^{(2)}$	$(D-2)m_a m_b B_1^{(2)}$

Tabla 5.1: Expresiones analíticas para las funciones \mathcal{H}_{PQ} ($P, Q = R, L$) para cualquier diagrama con un único fermión en el lazo. En la primera columna se muestran los nombres asociados a cada contribución, los diagramas para cada contribución están dados en la segunda columna. Finalmente, las últimas cuatro columnas muestran la forma de cada una de las funciones \mathcal{H}_{PQ} , recordando la convención $D = 4 - 2\epsilon$ y $\epsilon \rightarrow 0$.

5.4. Librería OneLoopLFVHD

Los resultados anteriormente mostrados, han sido implementados por medio de la librería de Python para cálculos simbólicos Sympy² que realiza su utilidad en la interfaz gráfica Jupyter notebook; con la ayuda de Numpy y/o mpmath las expresiones simbólicas pueden ser implementadas numéricamente. A diferencia de software como *Mathematica*, Python es de **código abierto** o *open source*, lo cual incrementa su atractivo, además, Python por si mismo es muy fácil de aprender.

El cálculo genérico a un lazo para el proceso $H_a \rightarrow l_i l_j$, como se mostró en la sección anterior, depende de 10 diagramas genéricos dados en las Figuras 5.5 y 5.4. Es fácil notar que cada diagrama depende de 3 vértices, y las funciones \mathcal{H} que dependen de las masas de las partículas dentro del lazo, la masa de los leptones cargados y la masas del escalar que decae H_a , considerando las expresiones para las funciones de Passarino-Veltman dadas en (5.9), (5.13) y (5.17).

De tal forma que en Python creamos tres clases de objetos³, a saber,

1. **Vertex:** Esta clase es la clase principal de la cual se derivarán las subclases correspondientes a cada tipo de vértice genérico en 5.2, cuyos nombres son mostrados en la siguiente Tabla 5.2.

Acoplamiento	Clase Python
$H_a S^\pm S^\mp$	VertexHSS(c)
$H_a F_1^\pm F_2^\mp$	VertexHFF(c)
$H_a V^\pm V^\mp$	VertexHVV(c_R, c_L)
$H_a F_1^0 F_2^0$	VertexHF0F0(c_R, c_L)
$H_a S^+ V^-$	VertexHSpVm(c)
$H_a S^- V^+$	VertexHVpSm(c)
$F_1^0 F_2^\pm S^\mp$	VertexSFF(c_R, c_L)
$F_1^0 F_2^\pm V^\mp$	VertexVFF(c_R, c_L)

Tabla 5.2: Vértices genéricos en Python y su dependencia.

Cada uno de estos objetos tendrán como argumentos a las constantes de acoplamiento c, c_L y c_R según sea el caso, ya que esto será lo único que cambie en cada modelo.

2. **Triangle:** Representa la clase asociada a los diagramas tipo triángulo. De esta surgen las subclases, TriangleSFF, TriangleVFF, TriangleFSS, TriangleFSV, TriangleFVS y TriangleFVV, asociados a los diagramas 5.4(a), 5.5(a), 5.4(b), 5.5(b), 5.5(c) y 5.5(d).
3. **Bubble:** Finalmente, la clase asociada a los diagramas tipo burbuja. De esta surgen las subclases, BubbleFS, BubbleSF, BubbleFV y BubbleVF, asociados a los diagramas 5.5(e), 5.5(f), 5.5(g) y 5.5(h).

Las clases y subclases de Triangle y Bubble, tendrán métodos asociados que nos darán los factores de forma $A_{L,R}^a$ correspondientes al diagrama en consideración, usando las expresiones para estos factores dados en la sección anterior. Por ejemplo, podremos acceder al factor de forma A_L^a para el diagrama FSS de la siguiente manera,

```
import OneLoopLFVHD as lfvhd #Importando nuestro programa
from sympy import symbols, init_printing
init_printing()
```

²Está implementación ha sido fácil de hacer debido a que ya se tienen expresiones analíticas para las funciones de Passarino-Veltman.

³En nuestro programa, estamos usando el paradigma de programación orientada a objetos (OOP por sus siglas en inglés)

```

c= symbols('c') #Variables simbolicas para los coeficientes
cR2,cL2 = symbols('{{c_R^{(2)}}},{{c_L^{(2)}}}')
cR3,cL3 = symbols('{{c_R^{(3)}}},{{c_L^{(3)}}}')
mF,mS = symbols('m_F,m_S',positive=True)# masas de las particulas en el lazo
v1 = lfvhd.VertexHSS(c)
v2 = lfvhd.VertexSFF(cR2,cL2)
v3 = lfvhd.VertexSFF(cR3,cL3)
masasFSS = [mF,mS,mS]
TriFSS = lfvhd.TriangleFSS(v1,v2,v3,masasFSS)
TriFSS.AL()

```

el cual da como resultado

$$-\frac{c}{16\pi^2} \left(-m_i c_L^{(2)} c_R^{(3)} C_1(m_F, m_S, m_S) + m_j c_L^{(3)} c_R^{(2)} C_2(m_F, m_S, m_S) - m_F c_L^{(3)} c_L^{(2)} C_0(m_F, m_S, m_S) \right).$$

donde m_i , m_j corresponden a las masas de los leptones l_i y l_j . Estas masas pueden ser utilizadas o evaluadas, a través de `lfvhd.mi`, `lfvhd.mj`. Por ejemplo, si tomamos $m_i = m_e$ y $m_j = m_\mu$ las masas del electrón y del muón y suponiendo que en este caso la partícula S coincide con un bosón de Goldstone G_W , $m_S = m_W$, estas pueden ser sustituidas en la expresión anterior como sigue:

```

from mpmath import mp
mp.dps = 30; mp.pretty = True # precision de 30 decimales
me = mp.mpf('0.000511')#GeV
mmu = mp.mpf('0.10566')#GeV
mW = mp.mpf('80.379')#GeV
TriFSS_eval = TriFSS.AL().subs({lfvhd.mi:me,lfvhd.mj:mmu,mS:mW})
TriFSS_eval

```

con lo que se obtiene lo siguiente

$$\frac{ic \left(m_F c_L^{(2)} c_L^{(3)} C_0(m_F, 80.379, 80.379) + 0.000511 c_L^{(2)} c_R^{(3)} C_1(m_F, 80.379, 80.379) - 0.10566 c_L^{(3)} c_R^{(2)} C_2(m_F, 80.379, 80.379) \right)}{16\pi^2}.$$

Además, se han implementado las funciones de Passarino-Veltman así como su equivalente en términos de sus divergencias y partes finitas dadas en (5.7) y las expresiones explícitas para las partes finitas dadas en (5.9), (5.13) y (5.17). Las asignaciones para las funciones de Passarino-Veltman en Python se muestran en la Tabla 5.3.

Función	Nombre python	Nombre python parte finita
$B_0^{(1)}, B_1^{(1)}$	B0_1, B1_1	b0_1,b1_1
$B_0^{(2)}, B_1^{(2)}$	B0_2, B1_2	b0_2,b1_2
$B_0^{(12)}$	B0_12	b0_12
C_0, C_1, C_2	C0 C1,C2	C0 C1,C2

Tabla 5.3: Nombres en Python para las funciones de Passarino-Veltman y sus partes finitas.

Se pueden obtener las funciones de Passarino-Veltman en términos de su parte finita y divergente aplicando la función `PaVetoDivFin`, por ejemplo, aplicando `PavetoDivFin(B0(mS,mF))`. Posteriormente aplicar la función `PaVe_aprox` para obtener las expresiones analíticas en (5.9), (5.13) y (5.17) asociadas a las partes finitas. Por ejemplo la expresión para la parte finita de $b_0(m_S, m_F)$ se obtiene con `PaVe_aprox(b0(mS,mF))`. Sin embargo, también hemos implementado funciones para realizar estos dos procesos de manera más ágil para una de las funciones PV, en particular aplicarlo a los factores de forma obtenido por el programa. Para tal fin se definen la funciones `cambiosDivFin` y `cambios_aprox` que se usan de la siguiente manera:

```
TriFSS = TriangleFSS(v1,v2,v3,masasFSS)
TriFSS.ML().subs(cambiosDivFin(mF,mS,mS)).subs(cambios_aprox(mF,mS,mS))
```

donde `cambiosDivFin` sustituye las funciones de Passarino-Veltman por sus expresiones en términos de partes finitas y divergentes. Por otro lado, `cambios_aprox` sustituye las partes finitas o las funciones $C_{0,1,2}$ por sus expresiones analíticas, según sea el caso. Como se observa, cada una de estas funciones depende de las masas en el lazo.

Finalmente, partiendo del resultado almacenado en la variable `TriFSS_eval`, si lo que se busca es una evaluación numérica con alta precisión, se usarán las definiciones numéricas para las funciones PV escritas por medio de la librería `mpmath`, con el siguiente comando

```
from sympy import lambdify
from OneLoopLFVHD.data import replaceBs, pave_functions
mh = mp.mpf('125.1')
TriFSS_mp = lambdify([mF,c,cR2,cL2,cR3,cL3],replaceBs(TriFSS_eval),
modules=[pave_functions(mh,1,2,lib='mpmath'),'mpmath'])
```

donde la función `lambdify` de `sympy` permite escribir un expresión simbólica de manera numérica, esta función como primer argumento necesita una lista de las variables simbólicas libres de la expresión simbólica a evaluar, la cual en este caso es `TriFSS_eval` y sus variables libres son `[mF,c,cR2,cL2,cR3,cL3]`. Como segundo argumento se tiene la expresión simbólica que se va a evaluar `TriFSS_eval` pero en este argumento, se utiliza la función auxiliar `replaceBs` que toma a `TriFSS_eval` y reemplaza las funciones B^4 por funciones `B` que se comportan bien dentro de `lambdify`. El tercer y último argumento, está relacionado con las funciones PV que serán sustituidas en `TriFSS_eval`, a través de el comando `pave_functions(mh,1,2,lib='mpmath')` donde sus argumentos son la masas de el escalar que decae `mh` y los números 1 y 2 están asociado a los leptones a los que decae el escalar, es decir 1 para el electrón y 2 para el muón, y por último el argumento `lib` nos dice en que librería estarán basadas las expresiones de PV. Así, el análogo numérico de `TriFSS_eval` se almacena en `TriFSS_mp` y puede ser evaluado dando le valores a las variables libres pertinentes en el orden dado dentro de `lambdify` de la siguiente manera:

```
mnu = mp.mpf('1e12')#GeV
print(TriFSS_mp(mnu,2,3,4,5,6))
(0.0 + 0.00000000825678345251535910759381962543j)
```

Más ejemplos del uso de este código pueden ser encontrados en `OneLoopLFVHD`.

⁴Si depende de ellas.

Capítulo 6

Aplicaciones

En este capítulo, se aplican los resultados generales obtenidos para los factores de forma de los LFBVD en tres modelos, dados en las siguientes secciones. Con la ayuda de la librería `OneLoopLFBVD` se hallaron las expresiones analíticas de los factores de forma y se realiza la cancelación de las divergencias que aparecen en cada modelo, además se evalúa numéricamente los $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ en los espacios de parámetros permitidos en cada caso. La precisión necesaria para obtener un comportamiento estable numéricamente ha sido hasta de 80 dígitos de precisión en el ν SM, permitida por la librería `mpmath` de la que hacemos uso en `OneLoopLFBVD`.

6.1. LFBVD en el ν SM seesaw Tipo I

Como primera aplicación de nuestros resultados para los decaimientos de Higgs con cambio de sabor hemos estudiado en el modelo ν SM seesaw Tipo I que ha sido recientemente analizado por Thao et al. [3] cuyo trabajo actualiza los resultados de Arganda et al. [2]. Este modelo ha sido resumido en el Capítulo 2.2.

En la Tabla 6.1 se muestran los acoplamientos que inducen los diagramas a un lazo que contribuyen a $h \rightarrow l_a^+ l_b^-$. Hay que destacar que las interacciones de bosón W^\pm y el Goldstone G^\pm inducen los cambios de sabor a nivel de un lazo. También debemos destacar que los acoplamientos con G^\pm y leptones dependen de las masas de los neutrinos m_{n_i} y leptones cargados m_a , en el caso de las interacciones del W^\pm con leptones, está dependencia no aparece. Por este motivo se espera que las interacciones de G^\pm dominen en el régimen de masas de neutrinos muy grandes. Por último, las interacciones del Higgs con neutrinos, tienen una dependencia aún más fuerte sobre las masas de neutrinos ya que la interacción tienen dependencia de estas en ambas quiralidades. Además, esta interacción permite los diagramas con dos neutrinos en el lazo que también se espera sea dominante. La forma de está es una consecuencia del termino de masa Dirac-Majorana.

Vértice	Acoplamiento	Vértice	Acoplamiento
$hW^{+\mu}W^{-\nu}$	$igm_W g_{\mu\nu}$	$hG_W^+ G_W^-$	$\frac{-igm_h^2}{2m_W}$
$hG_W^+ W^{-\mu}$	$\frac{ig}{2}(p_+ - p_0)_\mu$	$hG_W^- W^{+\mu}$	$\frac{ig}{2}(p_0 - p_-)_\mu$
$\bar{n}_i l_a W_\mu^+$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} U_{ai}^\nu \gamma^\mu P_L$	$\bar{l}_a n_j W_\mu^-$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} U_{aj}^{\nu*} \gamma^\mu P_L$
$\bar{n}_i l_a G_W^+$	$-\frac{ig}{\sqrt{2}m_W} U_{ai}^\nu (m_a P_R - m_{n,i} P_L)$	$\bar{l}_a n_j G_W^-$	$-\frac{ig}{\sqrt{2}m_W} U_{aj}^{\nu*} (m_a P_L - m_{n,j} P_R)$
$h\bar{n}_i n_j$	$\frac{-ig}{2m_W} [C_{ij} (P_L m_{n_i} + P_R m_{n_j}) + C_{ij}^* (P_L m_{n_j} + P_R m_{n_i})]$	$h\bar{l}_a l_a$	$\frac{-igm_a}{2m_W}$

Tabla 6.1: Acoplamientos involucrados en los LFBVD para el modelo ν SM seesaw Tipo I. Aquí, $C_{ij} = \sum_{c=1}^3 U_{ci}^\nu U_{cj}^{\nu*}$. Los momentos p_0 , p_+ y p_- son los momentos de h , G_W^+ , y G_W^- respectivamente.

	Notación	Diagrama	P_0	P_1	P_2
1	SFF	5.4(a))	G_W	\bar{n}_i	n_j
2	VFF	5.4(b))	W	\bar{n}_i	n_j
3	FSS	5.5(a))	n_i	G_W	G_W
4	FSV	5.5(b))	n_i	G_W	W
5	FVS	5.5(c))	n_i	W	G_W
6	FVV	5.5(d))	n_i	W	W
7	FV	5.5(g))	n_i	W	—
8	FS	5.5(e))	n_i	G_W	—
9	VF	5.5(h))	n_i	—	W
10	SF	5.5(f))	n_i	—	G_W

Tabla 6.2: Resumen de los diagramas que contribuyen a $h \rightarrow l_a^+ l_b^-$ en el modelo ν SM.

El modelo ν SM contiene contribuciones de los diez diagramas generales mostrados en la Figuras 5.4 y 5.5, cuyos factores de forma fueron calculados en el capítulo anterior. Por otro lado, la aplicación de las expresiones para los factores de forma depende de las partículas en el lazo. Como se puede deducir de la Tabla 6.1, las partículas que pueden aparecer en el lazo son W , G_W y n_i . Así, en la Tabla 6.2, cada diagrama es resumido, por las partículas que participan dentro del lazo, siguiendo las estructuras de los diagramas en las Figuras 5.4 y 5.5, además de considerar las etiquetas de cada tipo de diagramas.

6.1.1. Factores de forma de $h \rightarrow e_a^+ e_b^-$

Como hemos mencionado, en el capítulo anterior, los diagramas a un lazo, se clasifican en dos tipos, dependiendo de si contiene uno o dos fermiones en el lazo. A continuación, mostramos los resultados de nuestro enfoque genérico para los factores de forma derivados de los diagramas que contribuyen a los LFBVHD en el modelo ν SM, para los dos tipos de diagramas. Por simplicidad de las expresiones resultantes, consideramos la siguiente definición.

$$\Delta_{ij}^{ab} = \frac{g^3}{64\pi^2 m_W^3} U_{ai}^\nu U_{bj}^{\nu*}. \quad (6.1)$$

6.1.2. Dos neutrinos en el lazo

La interacción $h\bar{n}_i n_j$ permite diagramas con dos neutrinos en el lazo, uno permitido por la interacción entre neutrinos y el bosón W , y el otro por la interacción entre neutrinos y el bosón de Goldstone G_W . En este caso, los resultados de la sección 5.3.1 son utilizados para obtener los factores de forma. Además, la dependencia de las funciones PV está dada por $C_r = C_r(m_\eta, m_{n_i}, m_{n_j})$ y $B_0^{(12)} = B_0^{(12)}(m_{n_i}, m_{n_j})$ con $r = 0, 1, 2$.

Diagrama 1

Este diagrama tiene una estructura del tipo SFF, además las constantes de acoplamiento $c_{R,L}^{(k)}$, con

$k = 1, 2, 3$ pueden ser extraídas de la Tabla 6.1 como sigue

$$\begin{aligned}
 c_R^{(1)}(h\bar{n}_i n_j) &= -\frac{ig}{2m_W}(m_{n_j} C_{ij} + m_{n_i} C_{ij}^*); & c_L^{(1)}(h\bar{n}_i n_j) &= -\frac{ig}{2m_W}(m_{n_i} C_{ij} + m_{n_j} C_{ij}^*); \\
 c_R^{(2)}(\bar{n}_j G^+ e_b^-) &= -\frac{ig}{\sqrt{2}m_W} m_b U_{bj}^\nu; & c_L^{(2)}(\bar{n}_j G^+ e_b^-) &= \frac{ig}{\sqrt{2}m_W} m_{n_i} U_{bj}^\nu; \\
 c_R^{(3)}(n_i G^- e_a^+) &= \frac{ig}{\sqrt{2}m_W} m_{n_i} U_{ai}^{\nu*}; & c_L^{(3)}(n_i G^- e_a^+) &= -\frac{ig}{\sqrt{2}m_W} m_b U_{ai}^{\nu*}.
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

Por medio de la ecuación (5.18) tenemos que los factores de forma son

$$\begin{aligned}
 A_L^{(1)}(G\bar{n}_i n_j) &= m_a \sum_{i,j=1}^{K+3} \left[\left((B_0^{(12)} + m_W^2 C_0) m_{n_j}^2 - (m_a^2 m_{n_j}^2 + m_b^2 m_{n_i}^2 - 2m_{n_i}^2 m_{n_j}^2) C_1 \right) C_{ij} \right. \\
 &\quad \left. + (B_0^{(12)} + m_W^2 C_0 - (m_a^2 + m_b^2 - m_{n_i}^2 - m_{n_j}^2) C_1) C_{ij}^* m_{n_i} m_{n_j} \right] \Delta_{ij}^{ab}, \tag{6.3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_R^{(1)}(G\bar{n}_i n_j) &= m_b \sum_{i,j=1}^{K+3} \left[\left((B_0^{(12)} + m_W^2 C_0) m_{n_i}^2 + (m_a^2 m_{n_j}^2 + m_b^2 m_{n_i}^2 - 2m_{n_i}^2 m_{n_j}^2) C_2 \right) C_{ij} \right. \\
 &\quad \left. + (B_0^{(12)} + m_W^2 C_0 + (m_a^2 + m_b^2 - m_{n_i}^2 - m_{n_j}^2) C_2) C_{ij}^* m_{n_i} m_{n_j} \right] \Delta_{ij}^{ab}. \tag{6.4}
 \end{aligned}$$

Diagrama 2

Ahora tenemos una estructura del tipo VFF y las constantes de acoplamiento del vértice (1) son las mismas del diagrama 1. Pero, las constantes de acoplamiento para los vértices (2) y (3) están dados por

$$\begin{aligned}
 c_R^{(2)}(\bar{n}_j W^+ e_b^-) &= 0; & c_L^{(2)}(\bar{n}_j W^+ e_b^-) &= \frac{ig}{\sqrt{2}} U_{bi}^\nu; \\
 c_R^{(3)}(n_i W^- e_a^+) &= 0; & c_L^{(3)}(n_i W^- e_a^+) &= \frac{ig}{\sqrt{2}} U_{ai}^{\nu*},
 \end{aligned} \tag{6.5}$$

siguiendo los resultados para la estructura VFF de la ecuación (5.21) tenemos

$$A_L^{(2)}(W\bar{n}_i n_j) = 2m_W^2 m_a \sum_{i,j=1}^{K+3} \left((m_{n_i}^2 + m_{n_j}^2) C_1 - C_0 m_{n_j}^2 \right) C_{ij} - (C_0 - 2C_1) C_{ij}^* m_{n_i} m_{n_j} \Delta_{ij}^{ab}, \tag{6.6}$$

$$A_R^{(2)}(W\bar{n}_i n_j) = -2m_W^2 m_b \sum_{i,j=1}^{K+3} \left((m_{n_i}^2 + m_{n_j}^2) C_2 + C_0 m_{n_i}^2 \right) C_{ij} + (C_0 + 2C_2) C_{ij}^* m_{n_i} m_{n_j} \Delta_{ij}^{ab}. \tag{6.7}$$

6.1.3. Un neutrino en el lazo

Los diagramas restantes se obtienen por medio de los resultados de la sección 5.3.2. En este caso la dependencia de las funciones PV está dada por $C_r = C_r(m_{n_i}, m_W, m_W)$, $B_t^{(s)} = B_t^{(s)}(m_{n_i}, m_W)$ y $B_0^{(12)} = B_0^{(12)}(m_W, m_W)$ con $r = 0, 1, 2$, $t = 0, 1$ y $s = 1, 2$. Siguiendo las convenciones de la Figura 5.3, para las contribuciones con un neutrino en el lazo tenemos las siguientes estructuras posibles XFF, FX, XF, FXY, donde X, Y pueden ser G_W o W pero X debe ser diferente de Y, entonces, las constantes de acoplamiento $c_{R,L}^{(i)}$ con $i = 2, 3$, pueden ser tomadas de las utilizadas en los diagramas 1 y 2 dependiendo de X y Y. Pero, por otro lado, las constantes de acoplamiento $c^{(1)}$ de cada uno de los siguientes diagramas podrán ser distintos.

Diagrama 3

La estructura de este diagrama es FVV, de la interacción electro débil del bosón W , tenemos que $c^{(1)}(hW^+W^-) = igm_W$ por medio de la Tabla 5.1 obtenemos

$$A_L^{(3)}(n_i W^+ W^-) = -4m_W^4 m_a \sum_{i=1}^{K+3} C_1 \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.8)$$

$$A_R^{(3)}(n_i W^+ W^-) = 4m_W^4 m_b \sum_{i=1}^{K+3} C_2 \Delta_{ii}^{ab}. \quad (6.9)$$

Diagramas 4 y 5

En este caso, tenemos que las constantes de acoplamiento coinciden, es decir, $c^{(1)}(hW^-G^+) = c^{(1)}(hG^-W^+) = \frac{ig}{2}$, lo cual se observa de las Tablas 6.1 y la ecuación (5.2). Por lo que de acuerdo con los resultados de la Tabla 5.1 tenemos que los factores de forma están dados por

$$A_L^{(4)}(n_i W^- G^+) = m_W^2 m_a \sum_{i=1}^{K+3} [(2m_b^2 - m_{n_i}^2) C_1 - C_0 m_{n_i}^2 - C_2 m_b^2] \Delta_{ii}^{ba},$$

$$A_R^{(4)}(n_i W^- G^+) = m_W^2 m_b \sum_{i=1}^{K+3} [B_0^{(12)} + (2m_b^2 + m_{n_i}^2) C_2 - (m_a^2 + 2m_b^2 - 2m_h^2) C_1 + 3C_0 m_{n_i}^2] \Delta_{ii}^{ba}, \quad (6.10)$$

$$A_L^{(5)}(n_i G^- W^+) = m_W^2 m_a \sum_{i=1}^{K+3} m_{n_i} [B_0^{(12)} - (2m_a^2 + m_{n_i}^2) C_1 + (2m_a^2 + m_b^2 - 2m_h^2) C_2 + 3C_0 m_{n_i}^2] \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.11)$$

$$A_R^{(5)}(n_i G^- W^+) = -m_W^2 m_b \sum_{i=1}^{K+3} m_{n_i} [-(2m_a^2 - m_{n_i}^2) C_2 - C_0 m_{n_i}^2 + C_1 m_a^2] \Delta_{ii}^{ab}. \quad (6.12)$$

Diagrama 6

Ahora, la constante de acoplamiento del primer vértice es $c^{(1)}(hG^-G^+) = -\frac{igm_h^2}{2m_W}$ y como la estructura de este diagrama es FSS y por los resultados de la Tabla 5.1 tenemos

$$A_L^{(6)}(n_i G^- G^+) = m_h^2 m_a \sum_{i=1}^{K+3} [(C_0 - C_1) m_{n_i}^2 + C_2 m_b^2] \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.13)$$

$$A_R^{(6)}(n_i G^- G^+) = m_h^2 m_b \sum_{i=1}^{K+3} [(C_0 + C_2) m_{n_i}^2 - C_1 m_a^2] \Delta_{ii}^{ab}. \quad (6.14)$$

Diagramas 7-10

Los diagramas restantes pueden ser del tipo FX o XF para X entre G_W o W y las constantes de acoplamiento para estos diagramas es $c^{(1)}(he_k^- e_k^+) = -\frac{igm_k}{2m_W}$ con $k = b$ ($k = a$) para las estructuras FX (XF). Así, por medio de los resultados de la Tabla 5.1 se obtiene que

$$A_L^{(7)}(n_i W) = -\frac{2m_W^2 m_a m_b^2}{m_a^2 - m_b^2} \sum_{i=1}^{K+3} B_1^{(1)} \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.15)$$

$$A_R^{(7)}(n_i W) = -\frac{2m_W^2 m_a^2 m_b}{m_a^2 - m_b^2} \sum_{i=1}^{K+3} B_1^{(1)} \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.16)$$

$$A_L^{(8)} = \frac{m_a m_b^2}{m_a^2 - m_b^2} \sum_{i=1}^{K+3} \left(-(m_a^2 + m_{n_i}^2) B_1^{(1)} + 2B_0^{(1)} m_{n_i}^2 \right) \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.17)$$

$$A_R^{(8)} = \frac{m_b}{m_a^2 - m_b^2} \sum_{i=1}^{K+3} \left((m_a^2 + m_b^2) B_0^{(1)} m_{n_i}^2 - (m_b^2 + m_{n_i}^2) B_1^{(1)} m_a^2 \right) \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.18)$$

$$A_L^{(9)}(W n_i) = -\frac{2m_W^2 m_a m_b^2}{m_a^2 - m_b^2} \sum_{i=1}^{K+3} B_1^{(2)} \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.19)$$

$$A_R^{(9)}(W n_i) = -\frac{2m_W^2 m_a^2 m_b}{m_a^2 - m_b^2} \sum_{i=1}^{K+3} B_1^{(2)} \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.20)$$

$$A_L^{(10)} = -\frac{m_a}{m_a^2 - m_b^2} \sum_{i=1}^{K+3} \left((m_a^2 + m_b^2) B_0^{(2)} m_{n_i}^2 + (m_a^2 + m_{n_i}^2) B_1^{(2)} m_b^2 \right) \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.21)$$

$$A_R^{(10)} = -\frac{m_a^2 m_b}{m_a^2 - m_b^2} \sum_{i=1}^{K+3} \left((m_b^2 + m_{n_i}^2) B_1^{(2)} + 2B_0^{(2)} m_{n_i}^2 \right) \Delta_{ii}^{ab}. \quad (6.22)$$

Los diagramas 2,3,6, son finitos porque los factores de forma contienen únicamente funciones PV de tres puntos que son finitas. Por otro lado, los diagramas 4 y 5 contienen a la función $B_0^{(12)}$ la cual es divergente, pero esta puede ser cancelada propiamente por medio del mecanismo de GIM. Finalmente, las divergencias de los diagramas 1, 7,8,9,10 se cancelan al sumar el diagrama 7 con el 9, y lo mismo para los diagramas 1, 8, 10 [2, 62, 3].

6.1.4. Análisis numérico

Para la evaluación numérica de los factores de forma, primero, debemos considerar la diagonalización de la matriz de masa, sin embargo, por medio de la parametrización Casas-Ibarra (2.77), podemos lograrlo con mayor control. Por simplicidad consideramos el caso particular de $U_N = \xi = I$ con I la matriz identidad, como consecuencia $\mathbf{M}_N = \hat{\mathbf{M}}_N$ para la parametrización Casas-Ibarra. Así, la matriz de masa \mathbf{M}^ν tiene la forma,

$$\mathbf{M}^\nu = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & iU_{\text{PMNS}}^* (\hat{\mathbf{m}}_v)^{1/2} (\hat{\mathbf{M}}_N)^{1/2} \\ i(\hat{\mathbf{M}}_N)^{1/2} (\hat{\mathbf{m}}_v)^{1/2} U_{\text{PMNS}}^\dagger & \mathbf{M}_N \end{pmatrix}. \quad (6.23)$$

Además, la matriz de masa M^ν en la ecuación (6.23) se diagonaliza de manera numérica. Está matriz depende las masas de los neutrinos y la matriz de mezcla U_{pmns} . por medio de la ecuación (2.44) solo el neutrino más ligero es independiente, asumimos que $m_{n_1} = 10^{-12}$, lo cual respeta la cota de Planck ecuación (2.45). Así los parámetros libre son las masas de los neutrinos pesados. Consideramos dos caso, 1) caso degenerado con $m_{n_4} = m_{n_5} = m_{n_6}$, y 2) caso no degenerado con $m_{n_4} = m_{n_6}/3$ y $m_{n_5} = m_{n_6}/2$. En ambos casos, consideramos m_{n_6} en el rango $(10^{-1}, 10^{15})$. Este rango respeta dos condiciones, por arriba cumple con la restricción de perturbatividad [62, 3], y por abajo cumple la condición del mecanismo seesaw $|M_D| \ll |M_N|$.

La Figure 6.1 muestra $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ como función de m_{n_6} . Como esperábamos, $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ es la razón de ramificación mayor en acuerdo con la literatura [20, 69, 2, 3]. El valor más alto se encuentra en $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau) \approx 10^{-12}$ con $m_{n_6} \simeq 10^{15}$ GeV para ambos casos.

En particular, para comprender el comportamiento de $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ en el escenario no degenerado, consideremos tres conjuntos de contribuciones basados en la Tabla 6.2 manteniendo solo las partes finitas,

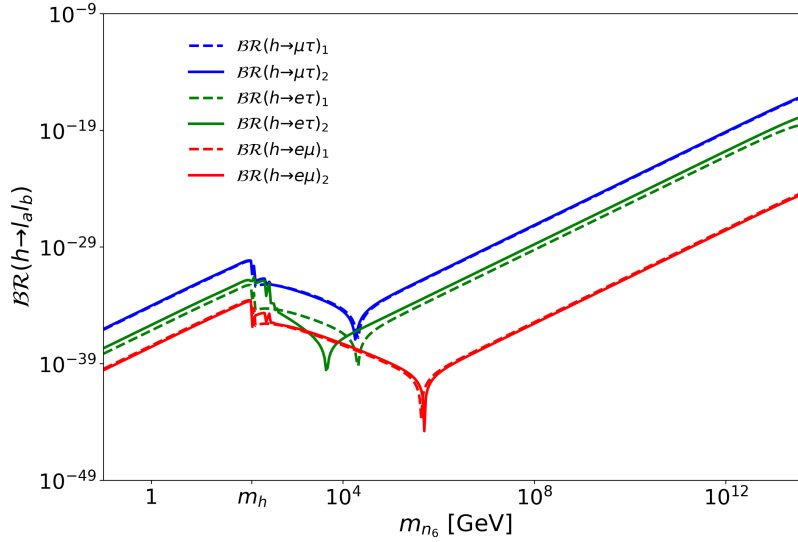


Figura 6.1: $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ en el modelo νSM para dos casos: (i) neutrinos pesados degenerados (líneas solidas) donde $m_{n_4} = m_{n_5} = m_{n_6}$; (ii) neutrinos pesados no degenerados (líneas punteadas) con $m_{n_4} = m_{n_6}/3$ y $m_{n_5} = m_{n_6}/2$.

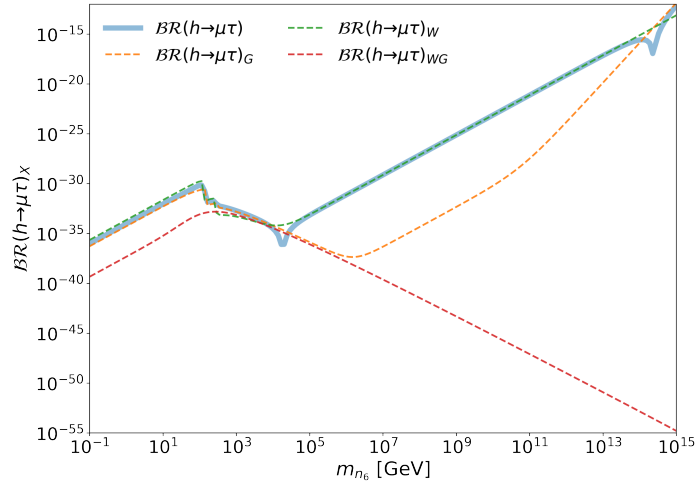
ya que se encuentra que las divergencias se cancelan, como se muestra en la Figura 6.2(a). Por lo tanto, $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)_W$ es calculado considerando bosones W^\pm y neutrinos dentro del lazo (diagramas 2, 6, 7, 9). De forma similar, $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)_G$ es calculado considerando solo G^\pm y neutrinos dentro del lazo (diagramas 1, 3, 8, 10), y $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)_{WG}$ se obtiene de los diagramas 4 y 5. En particular, $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ alrededor de $m_{n_6} \approx 10^4$ presenta un punto de inflexión debido al cambio en el comportamiento de $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)_W$ en comparación a $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)_{G,WG}$. Como un resultado, encontramos que los puntos singulares alrededor de $m_{n_6} \approx m_h \gg m_{n_1}$, se deben al comportamiento de las funciones de PV $C_{1,2}(m_W, m_{n_1}, m_{n_6})$. En la Figura 6.2(b), mostramos razón de ramificación total, donde la línea $y = 10^{-34} m_{n_6}^2$, la cual, coincide con el $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ en $m_{n_6} \in [10^{-1} \text{ GeV}, m_h]$, mientras que la línea $y = 10^{-43} m_{n_6}^2$ se ajusta a $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ en $m_{n_6} \in (10^4, 10^{15}]$. Así, vemos que $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ tiene un comportamiento de no desacoplamiento (*non-decoupling*).

6.2. LFBVD en el modelo Escotogénico

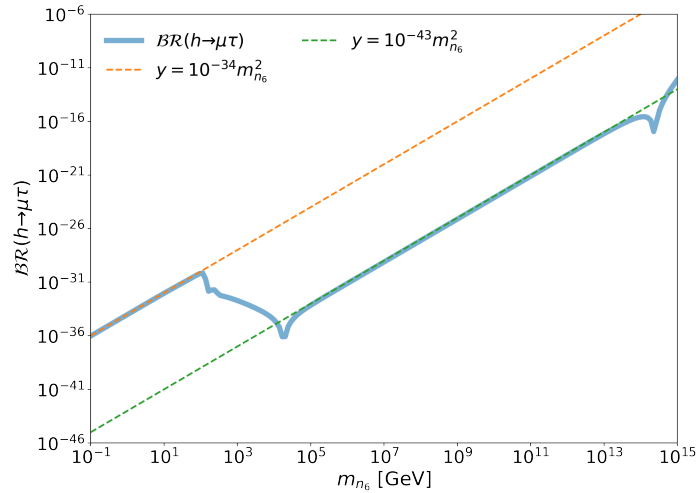
La unitariedad de la matriz de mezcla U^ν , implica que $U_{li}^* U_{lj} = 0$ si $i \neq j$. Sin embargo, $m_{\nu_l}^n U_{li}^* U_{lj} \neq 0$ con $n \in N$. De tal manera que aquellos términos proporcionales a $U_{li}^* U_{lj}$ y no dependan de las masas de los neutrinos, no contribuirán a los factores de forma, esta cancelación de términos, se conoce como el mecanismo de GIM. Los vértices pertinentes para los decaimientos del bosón de Higgs que violan el sabor leptónico están dados en la Tabla 6.3.

6.2.1. Factores de forma de $h \rightarrow l_i^+ l_j^-$

Se observa que, como consecuencia de la simetría, Z_2 , los diagramas que contribuyen LFBVD se separan entre aquellos que contienen neutrinos ligeros y pesados. Además, en este modelo, la interacción $h n_i n_j$, con, n_i no está permitida, por lo que solo tendremos diagramas con un neutrino en el lazo. Los acoplamientos importantes están dados en la Tabla 6.3



(a)



(b)

Figura 6.2: Las gráficas muestran el comportamiento de $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ vs m_{n_6} para el caso no degenerado. El panel superior muestra la contribución $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)_Y$ ($Y = W, G, WG$) identificando contribuciones a los factores de forma provenientes de diagramas con bosones W , bosones de Goldstone G y diagramas con ambos bosones WG , respectivamente (ver Tabla 6.2). El $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ es la contribución total (línea sólida azul). El panel inferior muestra el comportamiento de este razón de ramificación y las líneas que describen a $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ en diferentes regiones.

Vértice	Acoplamiento	Vértice	Acoplamiento
$hG_W^+G_W^-$	$-i\frac{m_h^2}{v}$	$h\eta^+\eta^-$	$-\frac{2i(m_\eta^2-\mu_2^2)}{v}$
$G_W^-l_i^+\nu_l$	$i\frac{\sqrt{2}}{v}m_iU_{li}^*P_L$	$G_W^+l_i^-\nu_l$	$i\frac{\sqrt{2}}{v}m_iU_{li}P_R$
$hG_W^+W^-$	$\frac{i}{2}g(-p_\mu^{G^+}+p_\mu^h)$	$hW^+G_W^-$	$-\frac{i}{2}g(p_\mu^{G^-}+p_\mu^h)$
$W^-l_i^+\nu_l$	$-i\frac{g}{\sqrt{2}}U_{li}^*\gamma_\mu P_L$	$W^+l_i^-\nu_l$	$-i\frac{g}{\sqrt{2}}U_{li}\gamma_\mu P_L$
$\eta^-l_i^+N_l$	$iY_{li}^*P_R$	$\eta^+l_i^-N_l$	$iY_{li}P_L$
$hW_\mu^+W_\nu^-$	$igm_Wg_{\mu\nu}$		

Tabla 6.3: Acoplamientos involucrados en LFVHD en el modelo Escotogénico calculados en la norma de Feynman t'Hooft. Aquí, G_W^\pm son los bosones de Goldstone asociados a W^\pm

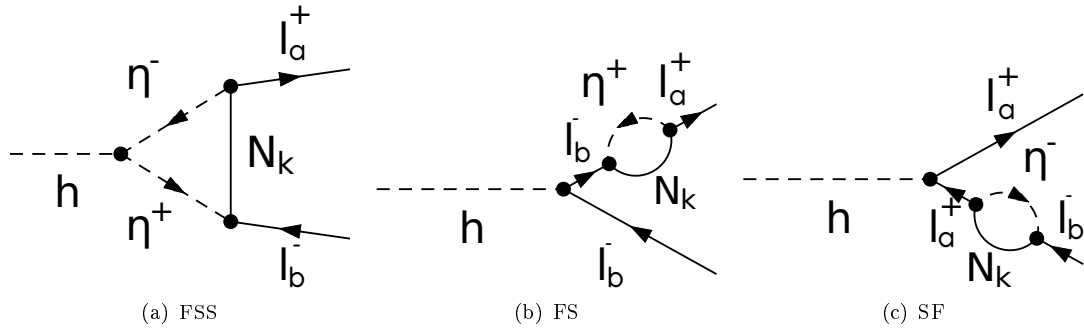


Figura 6.3: Diagramas con neutrinos pesados que contribuyen a los procesos LFVHD en el modelo Escotogénico.

Contribuciones de neutrinos pesados

Los neutrinos pesados al ser inertes solo pueden interaccionar entre ellos mismos o con los escalares inertes, los cuales a su vez interaccionan con el bosón de Higgs a través del potencial escalar ecuación (3.3). Así, los diagramas con neutrinos pesados en el lazo están resumidos en las primeras tres filas de la Tabla 6.4 y en la mostrados en la Figura 6.3.

Por lo que, la dependencia de las funciones PV está dada por $C_r = C_r(m_{N_l}, m_\eta, m_\eta)$, $B_t^{(s)} = B_t^{(s)}(m_{N_l}, m_\eta)$ $B_0^{(12)} = B_0^{(12)}(m_\eta, m_\eta)$ donde $r = 0, 1, 2$, $t = 1, 2$ y $s = 1, 2$. Debido a la simplicidad de los diagramas que aparecen para la contribución de neutrinos pesados, mostramos a continuación el uso explícito de nuestras formulas para los factores de forma en la ecuación (5.23).

Diagrama 6.3(a)

Este diagrama tiene una estructura FSS y dos tipos de acoplamientos están presentes los cuales pueden ser descompuestos en términos de las constantes de acoplamiento $c_{L,R}^{(k)}$ siguiendo la forma de los vértices genéricos dados en la ecuación (5.2), la Figura 5.3 y la Tabla 6.3 como sigue

$$\begin{aligned}
 c^{(1)}(h\eta^-\eta^+) &= -\frac{2i(m_\eta^2 - \mu_2^2)}{v}; \\
 c_R^{(2)}(\eta^+l_j^-N_l) &= 0; & c_L^{(2)}(\eta^+l_j^-N_l) &= iY_{lj}; \\
 c_R^{(3)}(\eta^-l_i^+N_l) &= iY_{li}^*; & c_L^{(3)}(\eta^-l_i^+N_l) &= 0,
 \end{aligned} \tag{6.24}$$

	Notación	Diagrama	P_0	P_1	P_2
1	FSS	6.3(a)	N_l	η	η
2	FS	6.3(b)	N_l	η	—
3	SF	6.3(c)	N_l	—	η
4	FSS	5.5(a)	ν_l	G_W	G_W
5	FSV	5.5(b)	ν_l	G_W	W
6	FVS	5.5(c)	ν_l	W	G_W
7	FVV	5.5(d)	ν_l	W	W
8	FS	5.5(e)	ν_l	G_W	—
9	FV	5.5(g)	ν_l	W	—
10	SF	5.5(f)	ν_l	—	G_W
11	VF	5.5(h)	ν_l	—	W

Tabla 6.4: Partículas presentes en cada diagrama a un lazo que contribuyen a los decaimientos $h \rightarrow l_i^+ l_j^-$ en el modelo Escotogénico. Los primeros tres diagramas son contribuciones de neutrinos pesados, y los demás de neutrinos ligeros.

así, los factores de forma pueden ser deducidos de la ecuación (5.23) de tal forma que:

$$\begin{aligned}
 A_R^h(N_l \eta^+ \eta^-)_{ij} &= c^{(1)}(h \eta^+ \eta^-) c_L^{(2)}(\eta^+ l_j^- N_l) c_R^{(3)}(\eta^- l_i^+ N_l) \mathcal{H}_{LR}(N_l \eta^+ \eta^-) \\
 &= -\frac{2i(m_\eta^2 - \mu_2^2)}{v} iY_{lj} iY_{li}^* \left(\frac{i}{16\pi^2} (m_i C_2) \right) \\
 &= -\frac{m_i}{8\pi^2 v} (m_\eta^2 - \mu_2^2) C_2 Y_{lj} Y_{li}^*, \tag{6.25a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_L^h(N_l \eta^+ \eta^-)_{ij} &= c^{(1)}(h \eta^+ \eta^-) c_L^{(2)}(\eta^+ l_j^- N_l) c_R^{(3)}(\eta^- l_i^+ N_l) \mathcal{H}_{RL}(N_l \eta^+ \eta^-) \\
 &= -\frac{2i(m_\eta^2 - \mu_2^2)}{v} iY_{lj} iY_{li}^* \left(\frac{i}{16\pi^2} (-m_j C_2) \right) \\
 &= \frac{m_j}{8\pi^2 v} (m_\eta^2 - \mu_2^2) C_2 Y_{lj} Y_{li}^*, \tag{6.25b}
 \end{aligned}$$

donde hemos introducido el factor $i/16\pi^2$ el cual viene de regularización dimensional.

Diagramas 6.3(b) y 6.3(c)

Para estos dos diagramas solo reemplazamos $c^{(1)}(h \eta^+ \eta^-)$ por

$$c^{(1)}(h l_k^- l_k^+) = \frac{igm_k}{2m_W}$$

donde m_k es la masa del leptón cargado l_k . Así, de acuerdo con la ecuación (5.23) y la Tabla 5.1 los

factores de forma están dados por

$$\begin{aligned}
 A_R^h(N_l\eta)_{ij} &= m_{ij}^{-1} c^{(1)}(hl_j^- l_j^+) c_L^{(2)}(\eta^+ l_j^- N_l) c_R^{(3)}(\eta^- l_i^+ N_l) \mathcal{H}_{LR}(N_l\eta) \\
 &= \frac{igm_j}{2m_W m_{ij}} iY_{l_j} iY_{l_i}^* \left(\frac{i}{16\pi^2} (m_i^2 B_1^{(1)}) \right) \\
 &= \frac{gm_i^2 m_j}{32\pi^2 m_W m_{ij}} B_1^{(1)} Y_{l_j} Y_{l_i}^*, \tag{6.26a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_L^h(N_l\eta)_{ij} &= m_{ij}^{-1} c^{(1)}(hl_j^- l_j^+) c_L^{(2)}(\eta^+ l_j^- N_l) c_R^{(3)}(\eta^- l_i^+ N_l) \mathcal{H}_{RL}(N_l\eta) \\
 &= \frac{igm_j}{2m_W m_{ij}} iY_{l_j} iY_{l_i}^* \left(\frac{i}{16\pi^2} (m_i m_j B_1^{(1)}) \right) \\
 &= \frac{gm_i m_j^2}{32\pi^2 m_W m_{ij}} B_1^{(1)} Y_{l_j} Y_{l_i}^*, \tag{6.26b}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_R^h(\eta N_l)_{ij} &= m_{ij}^{-1} c^{(1)}(hl_i^- l_i^+) c_L^{(2)}(\eta^+ l_j^- N_l) c_R^{(3)}(\eta^- l_i^+ N_l) \mathcal{H}_{LR}(\eta N_l) \\
 &= \frac{igm_i}{2m_W m_{ij}} iY_{l_j} iY_{l_i}^* \left(\frac{i}{16\pi^2} (m_i m_j B_1^{(2)}) \right) \\
 &= \frac{gm_i^2 m_j}{32\pi^2 m_W m_{ij}} B_1^{(2)} Y_{l_j} Y_{l_i}^*, \tag{6.27a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_L^h(\eta N_l)_{ij} &= m_{ij}^{-1} c^{(1)}(hl_i^- l_i^+) c_L^{(2)}(\eta^+ l_j^- N_l) c_R^{(3)}(\eta^- l_i^+ N_l) \mathcal{H}_{RL}(\eta N_l) \\
 &= \frac{igm_i}{2m_W m_{ij}} iY_{l_j} iY_{l_i}^* \left(\frac{i}{16\pi^2} (m_j^2 B_1^{(2)}) \right) \\
 &= \frac{gm_i m_j^2}{32\pi^2 m_W m_{ij}} B_1^{(2)} Y_{l_i} Y_{l_j}^*. \tag{6.27b}
 \end{aligned}$$

Las divergencias son canceladas después de sumar los factores de forma de los diagramas 6.3(b) y 6.3(c). Si denotamos $\Xi_{N_l} = \{N_l\eta\eta, N_l\eta, \eta N_l\}$ como el conjunto de todas las contribuciones con neutrinos pesados, la contribución a los factores de forma por los neutrinos pesados está dada por:

$$\begin{aligned}
 A_{L,R}^h(N)_{ij} &= \sum_{l=1}^3 (A_{L,R}^h(N_l\eta^+\eta^-)_{ij} + A_{L,R}^h(N_l\eta^+)_{ij} + A_{L,R}^h(\eta^+ N_l)_{ij}) \\
 &= \sum_{l=1}^3 \sum_{\xi_l \in \Xi_{N_l}} A_{L,R}^h(\xi_l)_{ij}. \tag{6.28}
 \end{aligned}$$

Contribuciones de neutrinos ligeros

Ahora consideremos los diagramas 4-11 en la Tabla 6.4 y la Figura 6.4, en este caso las partículas que pueden aparecer en el lazo son los bosones de Goldstone G_W^\pm , el bosón W^\pm y neutrinos ligeros. Como consecuencia las funciones PV dependerán de $C_r = C_r(m_{\nu_l}, m_W, m_W)$, $B_r^{(s)} = B_r^{(s)}(m_{\nu_l}, m_W)$ y $B_0^{(12)} = B_0^{(12)}(m_W, m_W)$ donde $r = 0, 1, 2$, $t = 0, 1$ y $s = 1, 2$. En la Tabla 6.5, se muestran los factores de forma para estos diagramas.

Análogamente al caso de neutrinos pesados y siguiendo las expresiones de la ecuación (5.23) y la Tabla 5.1, resumimos los factores de forma para neutrinos ligeros en la Tabla 6.5. **En este caso las divergencias se cancelan al sumar las contribuciones de los diagramas 6.4(e) con 6.4(g) y 6.4(f) con 6.4(h)**. Finalmente, denotando $\Xi_{\nu_l} = \{\nu_l G_W G_W, \nu_l G_W W, \nu_l W G_W, \nu_l W W, \nu_l G_W, G_W \nu_l, \nu_l W, W \nu_l\}$

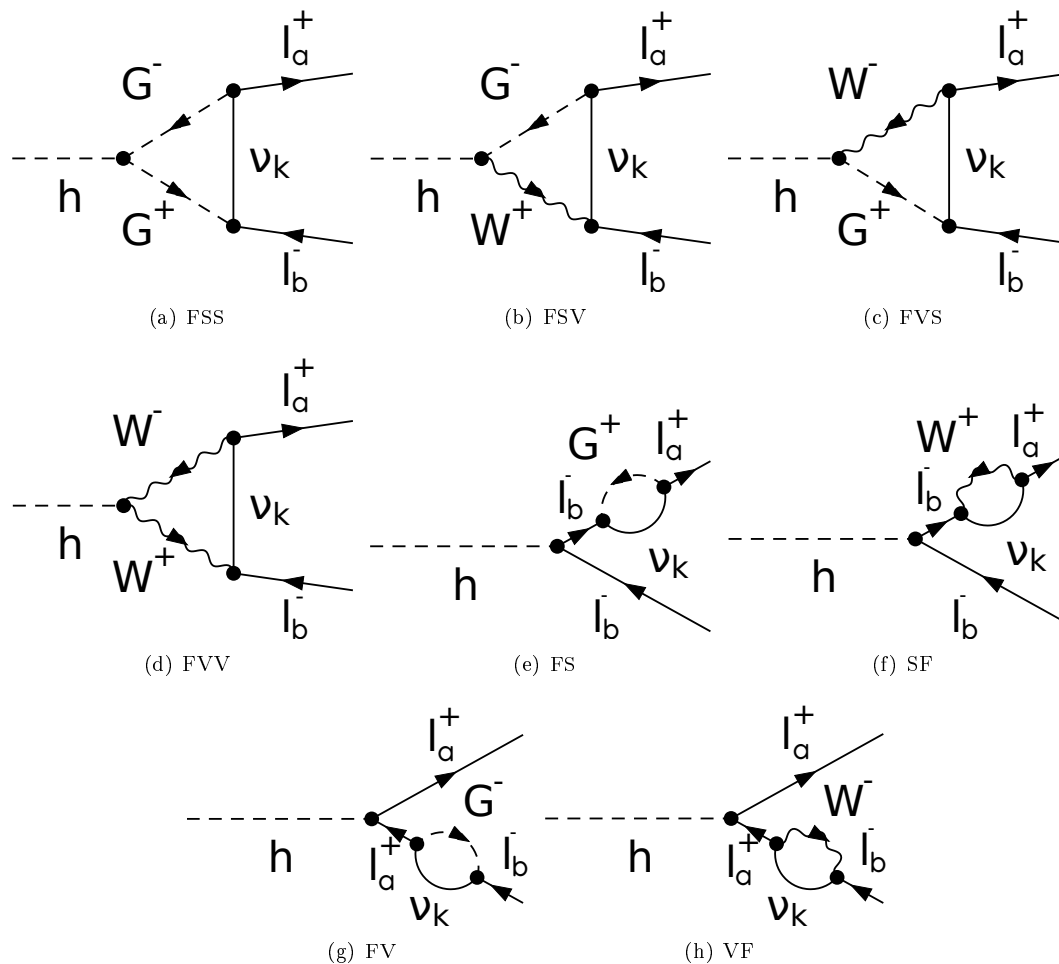


Figura 6.4: Diagramas que contribuyen a LfVHD con neutrinos activos en el lazo en el modelo Escotogénico. Además se muestra la estructura genérica de cada diagrama.

ξ_k (Figura)	$A_R^h(\xi_k)_{ab}$	$A_L^h(\xi_k)_{ab}$
$\nu_k G^- G^+$ (6.4(a))	$-\frac{m_h^2 m_a^2 m_b}{8\pi^2 v^3} C_1 U_{bk} U_{ak}^*$	$\frac{m_h^2 m_a m_b^2}{8\pi^2 v^3} C_2 U_{bk} U_{ak}^*$
$\nu_k G^- W^+$ (6.4(b))	$-\frac{g^2 m_a^2 m_b}{32\pi^2 v} (C_1 - 2 C_2) U_{bk} U_{ak}^*$	$\frac{g^2 m_a}{32\pi^2 v} (m_a^2 C_1 + 2(m_h^2 - m_a^2) C_2 - X) U_{bk} U_{ak}^*$
$\nu_k W^- G^+$ (6.4(c))	$-\frac{g^2 m_b}{32\pi^2 v} (X + m_b^2 C_2 + 2(m_h^2 - m_b^2) C_1) U_{bk} U_{ak}^*$	$\frac{g^2 m_a m_b^2}{32\pi^2 v} (C_2 - 2 C_1) U_{bk} U_{ak}^*$
$\nu_k W^- W^+$ (6.4(d))	$\frac{g^4 m_b v}{32\pi^2} C_2 U_{bk} U_{ak}^*$	$-\frac{g^4 m_a v}{32\pi^2} C_1 U_{bk} U_{ak}^*$
$\nu_k G^\pm$ (6.4(e))	$\frac{\sqrt{2} g m_a^2 m_b^3}{32\pi^2 m_W v^2 m_{ab}^2} B_1^{(1)} U_{bk} U_{ak}^*$	$\frac{\sqrt{2} g m_a^3 m_b^2}{32\pi^2 m_W v^2 m_{ab}^2} B_1^{(1)} U_{bk} U_{ak}^*$
$\nu_k W^\pm$ (6.4(f))	$\frac{\sqrt{2} g^3 m_a^2 m_b}{64\pi^2 m_W m_{ab}^2} B_1^{(1)} U_{bk} U_{ak}^*$	$\frac{\sqrt{2} g^3 m_a m_b^2}{64\pi^2 m_W m_{ab}^2} B_1^{(1)} U_{bk} U_{ak}^*$
$G^\pm \nu_k$ (6.4(g))	$\frac{\sqrt{2} g m_a^2 m_b^3}{32\pi^2 m_W v^2 m_{ab}^2} B_1^{(2)} U_{bk} U_{ak}^*$	$\frac{\sqrt{2} g m_a^3 m_b^2}{32\pi^2 m_W v^2 m_{ab}^2} B_1^{(2)} U_{bk} U_{ak}^*$
$W^\pm \nu_k$ (6.4(h))	$\frac{\sqrt{2} g^3 m_a^2 m_b}{64\pi^2 m_W m_{ab}^2} B_1^{(2)} U_{bk} U_{ak}^*$	$\frac{\sqrt{2} g^3 m_a m_b^2}{64\pi^2 m_W m_{ab}^2} B_1^{(2)} U_{bk} U_{ak}^*$

Tabla 6.5: Factores de forma para los neutrinos ligeros en el modelo Escotogénico.

Decaimiento	$ A_R^h(\nu)_{ab} $	$ A_L^h(\nu)_{ab} $
$h \rightarrow \mu\tau$	3.64×10^{-21}	2.17×10^{-22}
$h \rightarrow e\tau$	2.32×10^{-20}	1.55×10^{-23}
$h \rightarrow e\mu$	6.37×10^{-22}	6.8×10^{-24}

 Tabla 6.6: Valores numéricos de las contribuciones de neutrinos ligeros a los factores de forma asociados a $h \rightarrow l_a l_b$ en el modelo Escotogénico.

como el conjunto de todas las contribuciones con neutrinos activos, así, la contribución total de los neutrinos ligeros está dada por:

$$\begin{aligned}
 A_{L,R}^h(\nu)_{ij} &= \sum_{l=1}^3 (A_{L,R}^h(\nu_l G^+ G^-)_{ij} + A_{L,R}^h(\nu_l G^+ G W^-)_{ij} + A_{L,R}^h(\nu_l W^+ G^-)_{ij} + A_{L,R}^h(\nu_l W^+ W^-)_{ij} \\
 &\quad + A_{L,R}^h(\nu_l G^+)_{ij} + A_{L,R}^h(G^+ \nu_l)_{ij} + A_{L,R}^h(\nu_l W^+)_{ij} + A_{L,R}^h(W^+ \nu_l)_{ij}). \\
 &= \sum_{l=1}^3 \sum_{\xi_l \in \Xi_{\nu_l}} A_{L,R}^h(\xi_l)_{ij}.
 \end{aligned} \tag{6.29}$$

6.2.2. Análisis numérico de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_i l_j)$

De los resultados de la sección previa, las contribuciones de neutrinos ligeros dependen únicamente de las masas de los neutrinos activos y la matriz de mezcla \mathbf{U}^ν . Sin embargo, la matriz de mezcla está dada en (2.43), y considerando $m_1 = 10^{-12}$ GeV, el valor aproximado de los factores de forma para las contribuciones de neutrinos ligeros en la ecuación (6.29) y dadas en la Tabla 6.6. Estas aproximaciones muestran que en este caso, que la magnitud de $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ es menor que la de los restantes decaimientos.

Por otro lado, la contribución de neutrinos pesados depende de las masas de N_k , η^\pm , μ_2^\pm y la matriz de Yukawa \mathbf{Y} . A su vez, las entradas de \mathbf{Y} , dependen de m_1 , M_k , m_R y λ_5 como se observa en las

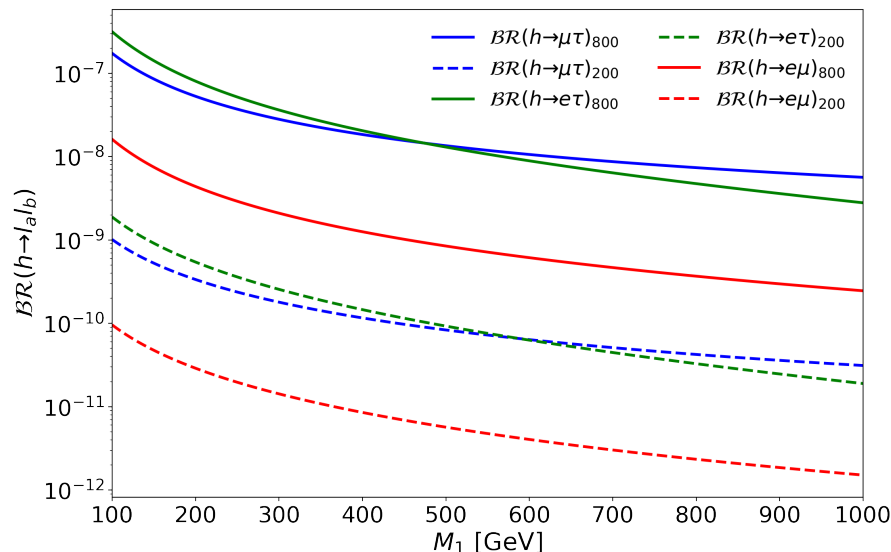


Figura 6.5: $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ vs M_1 en el modelo Escotogénico para $M_2 = 10^4$ GeV y $M_3 = 10^5$ GeV, $\lambda_5 = 1 \times 10^{-10}$, $\mu_2 = 1$ GeV. La gráfica muestra dos casos: (i) $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)_{800}$ donde $m_\eta = 800$ GeV y $m_R = 805$ GeV (líneas sólidas); (ii) $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)_{200}$ con $m_\eta = 200$ GeV y $m_R = 205$ GeV (líneas punteadas).

ecuaciones (3.11) y (3.13)¹. La precedente discusión estece que los parámetros permitidos, i.e. N_1 , η_R , η^\pm deben tener masas del orden de $O(10^2)$ para estar en acuerdo con las constricciones del modelo Escotogénico, además, $\lambda_5 \approx 10^{-10}$ y tomamos $\mu = 1$ sin pérdida de generalidad. Para los neutrinos pesados $N_{1,2,3}$ consideramos $M_2 = 10^4$ GeV, $M_3 = 10^5$ GeV y $M_1 \in (10^2, 10^3)$ GeV.

La Figura 6.5 muestra a $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ para el modelo Escotogénico en dos escenarios: (i) para $m_\eta = 800$ GeV, $m_R = 805$ GeV (líneas sólidas); y (ii) para $m_\eta = 200$ GeV, $m_R = 205$ GeV (líneas punteadas). Los valores mayores de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ se alcanzan para $M_1 = 100$ GeV, y están dados por: $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)_{800} \approx \mathcal{BR}(h \rightarrow e\tau)_{800} \approx 10^{-7}$ y $\mathcal{BR}(h \rightarrow e\mu)_{800} \approx 10^{-8}$, además $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)_{200} \approx \mathcal{BR}(h \rightarrow e\tau)_{200} \approx 10^{-9}$ y $\mathcal{BR}(h \rightarrow e\mu)_{200} \approx 10^{-10}$.

En [70] se encuentra que $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau) \lesssim 10^{-7} \lambda_3^2$. Por otro lado, nosotros expresamos $\lambda_3 = \frac{2}{v^2}(m_\eta^2 - \mu_2^2)$ en términos de $m_\eta \approx 10^2$ GeV y $\mu_2 = 1$ GeV. Así, por medio de la ecuación (3.5), la cota correspondiente de [70] estará dada por $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau) \lesssim 10^{-7}$, lo cual está en acuerdo con nuestros resultados. Recientemente, el trabajo [71] buscando hallar razón de ramificación de los decaimientos del Higgs con LFV, asumen que $\lambda_3 \approx 1$, y $\lambda_5 \ll 1$ lo cual implica $Y_{ab} \approx 1$. En nuestro barrido de parámetros, obtenemos que $m_\eta \approx 10^2$ y $\lambda_5 \approx 10^{-10}$ como resultado $\lambda_3 \approx 1$ y $Y_{ab} \approx 1$, naturalmente, por lo que nuestros resultados están en acuerdo con ambos trabajos.

Previamente, se ha analizado las consecuencias de los parámetros electro débiles S y T , los procesos de violación del sabor leptónico en corrientes cargadas $\mathcal{BR}(l_j \rightarrow l_i \gamma)$ y la densidad reliquia de materia oscura sobre el espacio de parámetros permitido. Por lo que se puede proyectar este espacio permitido sobre los factores de forma del decaimiento $h \rightarrow \tau\mu$ y encontramos que $\mathcal{BR}(h \rightarrow \tau\mu) < 10^{-33}$, como se muestra en la Figura 6.6, donde se muestran los puntos permitidos en el plano $\mathcal{BR}(h \rightarrow \tau\mu)$, $\mathcal{BR}(\tau \rightarrow \mu\gamma)$. Estos resultados están en acuerdo con los reportados por ATLAS y BABAR dados en la Tabla 2.4.

¹ Formalmente, Λ_k depende de M_k , m_R y m_I , pero usamos que $m_I^2 = m_R^2 - 2\lambda_5 v^2$.

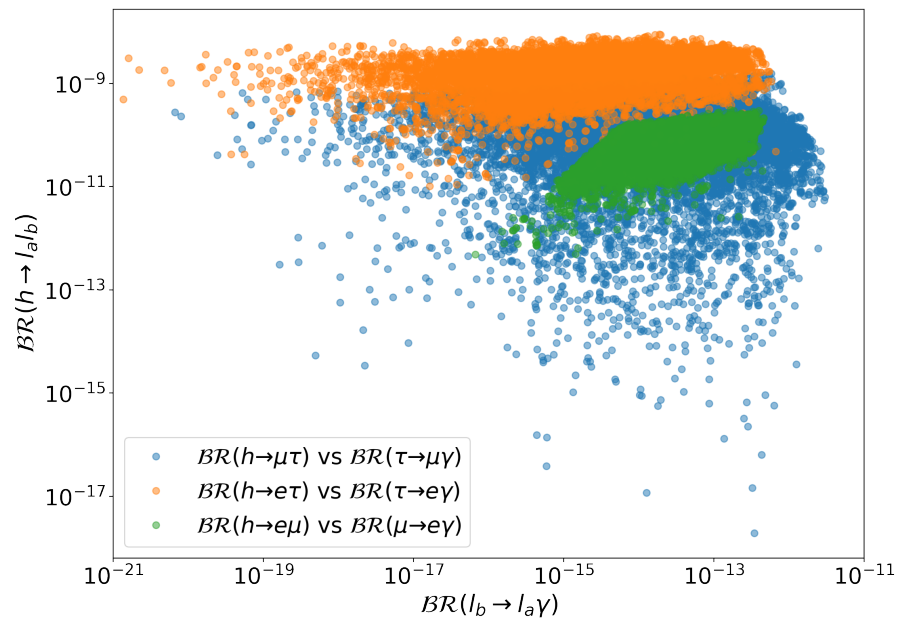


Figura 6.6: Comparación de $BR(h \rightarrow \tau \mu)$ y $BR(\tau \rightarrow \mu \gamma)$ en el espacio de parámetros permitido para el modelo Escotogénico.

6.3. LFVHD en el 2HDM con ausencia de FCNC

Es conocido que una manera de mantener controladas las Corrientes Neutras que Cambian Sabor (FCNC, por sus siglas en inglés) en modelos del tipo 2HDM, es por medio de una simetría discreta Z_2 , lo que es conocido como conservación natural del sabor. Además, si se consideran neutrinos masivos, los decaimientos de Higgs con LFV surgen. Nosotros estamos interesados en explorar el caso de masas del neutrino derivadas del mecanismo seesaw Inverso, a continuación discutimos algunos detalles del modelo.

6.3.1. Factores de forma de $\phi \rightarrow \ell_a^+ \ell_b^-$ mediados por G_W y W

Las corrientes cargadas mediadas por G_W y W en el marco del 2HDM producen 10 diagramas permiten decaimientos de Higgs con LFV en analogía con el SM con seesaw tipo I [3]. Sin embargo, los factores de forma se ven modificados por ξ_ϕ^f como se muestra a continuación.

Dos neutrinos en el lazo

La interacción $\phi \bar{n}_i n_j$ permite diagramas con dos neutrinos en el lazo, en esta sección estamos interesados en los diagramas 1 y 2 en la Tabla 4.5. En este caso, los resultados de la sección 5.3.1 son usados para obtener los factores de forma para estas contribuciones. La dependencia de las funciones PV está dada por $C_r = C_r(m_W, m_{n_i}, m_{n_j})$ y $B_0^{(12)} = B_0^{(12)}(m_{n_i}, m_{n_j})$ con $r = 0, 1, 2$.

Diagrama 1

Este diagrama tienen una estructura SFF. En este caso, las constantes de acoplamiento $c_{R,L}^{(k)}$, con $k = 1, 2, 3$ pueden ser extraídas de la Tabla 4.3 como sigue

$$\begin{aligned} c_{aR}^{0(1)}(h\bar{n}_i n_j) &= -\frac{ig\xi_\phi^n}{2m_W}(m_{n_j}C_{ij} + m_{n_i}C_{ij}^*); & c_{aL}^{0(1)}(h\bar{n}_i n_j) &= -\frac{ig\xi_\phi^n}{2m_W}(m_{n_i}C_{ij} + m_{n_j}C_{ij}^*); \\ c_R^{S(2)}(\bar{n}_j G^+ \ell_b^-) &= -\frac{ig}{\sqrt{2}m_W}m_{\ell_b}U_{bj}^\nu; & c_L^{S(2)}(\bar{n}_j G^+ \ell_b^-) &= \frac{ig}{\sqrt{2}m_W}m_{n_i}U_{bj}^\nu; \\ c_R^{S(3)}(n_i G^- \ell_a^+) &= \frac{ig}{\sqrt{2}m_W}m_{n_i}U_{ai}^{\nu*}; & c_L^{S(3)}(n_i G^- \ell_a^+) &= -\frac{ig}{\sqrt{2}m_W}m_{\ell_b}U_{ai}^{\nu*}. \end{aligned} \quad (6.30)$$

Por la ecuación (5.18) los factores de forma están dados por

$$\begin{aligned} A_L^{(1)}(G\bar{n}_i n_j) &= m_{\ell_a} \xi_\phi^n \sum_{i,j=1}^{K+3} \left[\left((B_0^{(12)} + m_W^2 C_0) m_{n_j}^2 - (m_{\ell_a}^2 m_{n_j}^2 + m_{\ell_b}^2 m_{n_i}^2 - 2m_{n_i}^2 m_{n_j}^2) C_1 \right) C_{ij} \right. \\ &\quad \left. + \left(B_0^{(12)} + m_W^2 C_0 - (m_{\ell_a}^2 + m_{\ell_b}^2 - m_{n_i}^2 - m_{n_j}^2) C_1 \right) C_{ij}^* m_{n_i} m_{n_j} \right] \Delta_{ij}^{ab}, \end{aligned} \quad (6.31)$$

$$\begin{aligned} A_R^{(1)}(G\bar{n}_i n_j) &= m_{\ell_b} \xi_\phi^n \sum_{i,j=1}^{K+3} \left[\left((B_0^{(12)} + m_W^2 C_0) m_{n_i}^2 + (m_{\ell_a}^2 m_{n_j}^2 + m_{\ell_b}^2 m_{n_i}^2 - 2m_{n_i}^2 m_{n_j}^2) C_2 \right) C_{ij} \right. \\ &\quad \left. + \left(B_0^{(12)} + m_W^2 C_0 + (m_{\ell_a}^2 + m_{\ell_b}^2 - m_{n_i}^2 - m_{n_j}^2) C_2 \right) C_{ij}^* m_{n_i} m_{n_j} \right] \Delta_{ij}^{ab}. \end{aligned} \quad (6.32)$$

Diagrama 2

Para este caso, la estructura es del tipo VFF. Las constantes de acoplamiento del vértice (1) son las mismas que en el primer diagrama. Por otro lado, las constantes de acoplamiento de los vértices (2) y (3) están dado por

$$\begin{aligned} c_R^{V(2)}(\bar{n}_j W^+ \ell_b^-) &= 0; & c_L^{V(2)}(\bar{n}_j W^+ \ell_b^-) &= \frac{ig}{\sqrt{2}}U_{bi}^\nu; \\ c_R^{V(3)}(n_i W^- \ell_a^+) &= 0; & c_L^{V(3)}(n_i W^- \ell_a^+) &= \frac{ig}{\sqrt{2}}U_{ai}^{\nu*}. \end{aligned} \quad (6.33)$$

Siguiendo los resultados para las contribuciones del tipo VFF en ecuación (5.21) obtenemos

$$A_L^{(2)}(W\bar{n}_i n_j) = 2m_W^2 m_{\ell_a} \xi_\phi^n \sum_{i,j=1}^{K+3} \left(\left((m_{n_i}^2 + m_{n_j}^2) C_1 - C_0 m_{n_j}^2 \right) C_{ij} - (C_0 - 2C_1) C^*_{ij} m_{n_i} m_{n_j} \right) \Delta_{ij}^{ab}, \quad (6.34)$$

$$A_R^{(2)}(W\bar{n}_i n_j) = -2m_W^2 m_{\ell_b} \xi_\phi^n \sum_{i,j=1}^{K+3} \left(\left((m_{n_i}^2 + m_{n_j}^2) C_2 + C_0 m_{n_i}^2 \right) C_{ij} + (C_0 + 2C_2) C^*_{ij} m_{n_i} m_{n_j} \right) \Delta_{ij}^{ab}. \quad (6.35)$$

Un neutrino en el lazo

Los diagramas restantes que contienen únicamente a G_W y W en el lazo solo contienen un neutrino en el lazo, por tal motivo, los factores de forma para estas contribuciones se obtienen de los resultados de la sección 5.3.2. La dependencia de las funciones PV, en este caso, están dados por $C_r = C_r(m_{n_i}, m_W, m_W)$, $B_t^{(s)} = B_t^{(s)}(m_{n_i}, m_W)$ y $B_0^{(12)} = B_0^{(12)}(m_W, m_W)$ con $r = 0, 1, 2$, $t = 0, 1$ y $s = 1, 2$.

Las constantes de acoplamiento $c_{R,L}^{(i)}$ para $i = 2, 3$ para los diagramas 4,5 7-10, pueden ser tomadas de los contribuciones 1 y 2 dependiendo de X y Y. Sin embargo, las constantes de acoplamiento $c^{(1)}$ serán diferentes para cada uno de estos diagramas.

Diagrama 3

En este caso tenemos un diagrama con la estructura FVV. De la interacción electro débil con el bosón W , $c_a^{V(1)}(hW^+W^-) = igm_W \Xi_\phi$ y de acuerdo a los resultados para las contribuciones del tipo FVV en la Tabla 5.1 tenemos

$$A_L^{(3)}(n_i W^+ W^-) = -4m_W^4 m_{\ell_a} \Xi_\phi \sum_{i=1}^{K+3} C_1 \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.36)$$

$$A_R^{(3)}(n_i W^+ W^-) = 4m_W^4 m_{\ell_b} \Xi_\phi \sum_{i=1}^{K+3} C_2 \Delta_{ii}^{ab}. \quad (6.37)$$

Diagramas 4 y 5

Ahora consideramos los diagramas con estructuras del tipo FVS y FSV donde las constantes de acoplamiento restantes están dadas por $c_a^{S^+V^-(1)}(hW^-G^+) = c_a^{S^-V^+(1)}(hG^-W^+) = -\frac{ig}{2}\Xi_\phi$. Siguiendo los resultados para las estructuras FVS y FSV en la Tabla 5.1 tenemos

$$A_L^{(4)}(n_i W^- G^+) = m_W^2 m_{\ell_a} \Xi_\phi \sum_{i=1}^{K+3} \left[(2m_{\ell_b}^2 - m_{n_i}^2) C_1 - C_0 m_{n_i}^2 - C_2 m_{\ell_b}^2 \right] \Delta_{ii}^{ba},$$

$$A_R^{(4)}(n_i W^- G^+) = m_W^2 m_{\ell_b} \Xi_\phi \sum_{i=1}^{K+3} \left[B_0^{(12)} + (2m_{\ell_b}^2 + m_{n_i}^2) C_2 - (m_{\ell_a}^2 + 2m_{\ell_b}^2 - 2m_h^2) C_1 + 3C_0 m_{n_i}^2 \right] \Delta_{ii}^{ba}, \quad (6.38)$$

$$A_L^{(5)}(n_i G^- W^+) = m_W^2 m_{\ell_a} \Xi_\phi \sum_{i=1}^{K+3} m_{n_i} \left(B_0^{(12)} - (2m_{\ell_a}^2 + m_{n_i}^2) C_1 + (2m_{\ell_a}^2 + m_{\ell_b}^2 - 2m_h^2) C_2 + 3C_0 m_{n_i}^2 \right) \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.39)$$

$$A_R^{(5)}(n_i G^- W^+) = m_W^2 m_{\ell_b} \Xi_\phi \sum_{i=1}^{K+3} m_{n_i} \left(-(2m_{\ell_a}^2 - m_{n_i}^2) C_2 - C_0 m_{n_i}^2 + C_1 m_{\ell_a}^2 \right) \Delta_{ii}^{ab}. \quad (6.40)$$

Diagrama 6

Para este diagrama consideramos los resultados para las contribuciones del tipo FSS en la Tabla 5.1. La constante de acoplamiento restante está dada por $c_a^{S(1)}(hG^-G^+) = -\frac{igm_h^2}{2m_W}$. así obtenemos los siguientes factores de forma

$$A_L^{(6)}(n_i G^- G^+) = m_{\ell_a} m_\phi^2 \Xi_\phi \sum_{i=1}^{K+3} ((C_0 - C_1) m_{n_i}^2 + C_2 m_{\ell_b}^2) \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.41)$$

$$A_R^{(6)}(n_i G^- G^+) = m_{\ell_b} m_\phi^2 \Xi_\phi \sum_{i=1}^{K+3} ((C_0 + C_2) m_{n_i}^2 - C_1 m_{\ell_a}^2) \Delta_{ii}^{ab}. \quad (6.42)$$

Diagramas 7-10

Finalizamos esta sección con los diagramas con las estructuras del tipo FX y XF con X igual a G_W o W . Las constantes de acoplamiento para el vértice (1) tienen la forma $c_a^{F(1)}(h\ell_k^- \ell_k^+) = -\frac{igm_k}{2m_W} \xi_\phi^l$ con $k = b$ ($k = a$) para FX (XF). De acuerdo a los resultados de la Tabla 5.1 obtenemos los siguientes factores de forma

$$A_L^{(7)}(n_i W) = -\frac{2m_W^2 m_{\ell_a} m_{\ell_b}^2}{m_{\ell_a}^2 - m_{\ell_b}^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} B_1^{(1)} \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.43)$$

$$A_R^{(7)}(n_i W) = -\frac{2m_W^2 m_{\ell_a} m_{\ell_b}^2}{m_{\ell_a}^2 - m_{\ell_b}^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} B_1^{(1)} \Delta_{ii}^{ab}. \quad (6.44)$$

$$A_L^{(8)}(n_i G) = \frac{m_{\ell_a} m_{\ell_b}^2}{m_{\ell_a}^2 - m_{\ell_b}^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left(-(m_{\ell_a}^2 + m_{n_i}^2) B_1^{(1)} + 2B_0^{(1)} m_{n_i}^2 \right) \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.45)$$

$$A_R^{(8)}(n_i G) = \frac{m_{\ell_b}}{m_{\ell_a}^2 - m_{\ell_b}^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left((m_{\ell_a}^2 + m_{\ell_b}^2) B_0^{(1)} m_{n_i}^2 - (m_{\ell_b}^2 + m_{n_i}^2) B_1^{(1)} m_{\ell_a}^2 \right) \Delta_{ii}^{ab}. \quad (6.46)$$

$$A_L^{(9)}(W n_i) = -\frac{2m_W^2 m_{\ell_a} m_{\ell_b}^2}{m_{\ell_a}^2 - m_{\ell_b}^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} B_1^{(2)} \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.47)$$

$$A_R^{(9)}(W n_i) = -\frac{2m_W^2 m_{\ell_a} m_{\ell_b}^2}{m_{\ell_a}^2 - m_{\ell_b}^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} B_1^{(2)} \Delta_{ii}^{ab}. \quad (6.48)$$

$$A_L^{(10)}(G n_i) = -\frac{m_{\ell_a}}{m_{\ell_a}^2 - m_{\ell_b}^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left((m_{\ell_a}^2 + m_{\ell_b}^2) B_0^{(2)} m_{n_i}^2 + (m_{\ell_a}^2 + m_{n_i}^2) B_1^{(2)} m_{\ell_b}^2 \right) \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.49)$$

$$A_R^{(10)}(G n_i) = -\frac{m_{\ell_a}^2 m_{\ell_b}}{m_{\ell_a}^2 - m_{\ell_b}^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left((m_{\ell_b}^2 + m_{n_i}^2) B_1^{(2)} + 2B_0^{(2)} m_{n_i}^2 \right) \Delta_{ii}^{ab}. \quad (6.50)$$

Los diagramas 2,3,6 son finitos debido a que los factores de forma solo contienen términos proporcionales a las funciones PV de tres puntos. Las divergencias de los diagramas 4 y 5 surgen de la función $B_0^{(12)}$, sin embargo, estas divergencias pueden ser omitidas por el mecanismo de GIM. Los diagramas 1, 7,8,9,10 también contienen divergencias. En particular, los términos divergentes de los diagrama 7 y 9 se cancelan entre sí. La cancelación de divergencias en los diagramas restantes se muestra en el apéndice 6.3.4.

6.3.2. Factores de forma de $\phi \rightarrow \ell_a^+ \ell_b^-$ mediados por H^\pm y W

Los diagramas restantes son 8 y contienen a H^\pm dentro del lazo, como se muestran en la Tabla 4.5. En este caso, tenemos únicamente al diagrama 11 con dos fermiones en el lazo y los 7 restantes contienen un único fermión en el lazo. Para la contribución 11 mostraremos las constantes de acoplamiento asociadas a la interacción $H^\pm n_i \ell_a$ y para los demás diagramas podemos tomar las constantes de acoplamiento para los vértices (2) y (3) de los diagrama 1, 2 y 11. Por lo que para los diagramas 12-18 solo mostraremos la constante de acoplamiento asociada al vértice (1).

6.3.3. Dos fermiones en el lazo

En este caso, las funciones PV tienen la siguiente dependencia $C_r = C_r(m_{H^\pm}, m_{n_i}, m_{n_j})$ y $B_0^{(12)} = B_0^{(12)}(m_{n_i}, m_{n_j})$.

Diagrama 11

Este diagrama tiene una estructura SFF y las constantes de acoplamiento $c_{R,L}^{(k)}$ con $k = 1, 2, 3$, pueden ser extraídas de la Tabla 4.3 de tal forma que

$$\begin{aligned} c_{aR}^{0(1)}(h\bar{n}_i n_j) &= -\frac{ig\xi_\phi^n}{2m_W}(m_{n_j} C_{ij} + m_{n_i} C_{ij}^*); & c_{aL}^{0(1)}(h\bar{n}_i n_j) &= -\frac{ig\xi_\phi^n}{2m_W}(m_{n_i} C_{ij} + m_{n_j} C_{ij}^*); \\ c_R^{S(2)}(\bar{n}_j H^+ \ell_b^-) &= -\frac{ig}{\sqrt{2}m_W} m_{\ell_b} U_{bj}^\nu \xi_A^l; & c_L^{S(2)}(\bar{n}_j H^+ \ell_b^-) &= \frac{ig}{\sqrt{2}m_W} m_{n_i} U_{bj}^\nu \xi_A^n; \\ c_R^{S(3)}(n_i H^- \ell_a^+) &= \frac{ig}{\sqrt{2}m_W} m_{n_i} U_{ai}^{\nu*} \xi_A^n; & c_L^{S(3)}(n_i H^- \ell_a^+) &= -\frac{ig}{\sqrt{2}m_W} m_{\ell_b} U_{ai}^{\nu*} \xi_A^l. \end{aligned} \quad (6.51)$$

Los factores de forma se obtienen a partir de la ecuación (5.18) y están dados por

$$\begin{aligned} A_L^{(11)}(H^\pm \bar{n}_i n_j) &= -m_a \xi_\phi^n \sum_{i,j=1}^{K+3} \left[\left(K_1^L B_0^{(12)} + K_2^L C_0 + K_3^L C_1 + K_4^L C_2 \right) C_{ij} \right. \\ &\quad \left. + \left(Q_1^L B_0^{(12)} + Q_2^L C_0 + Q_3^L C_1 + Q_4^L C_2 \right) C_{ij}^* m_{n_i} m_{n_j} \right] \Delta_{ij}^{ab}, \end{aligned} \quad (6.52)$$

$$\begin{aligned} A_R^{(11)}(H^\pm \bar{n}_i n_j) &= m_b \xi_\phi^n \sum_{i,j=1}^{K+3} \left[\left(K_1^R B_0^{(12)} + K_2^R C_0 + K_3^R C_1 + K_4^R C_2 \right) C_{ij} \right. \\ &\quad \left. + \left(Q_1^R B_0^{(12)} + Q_2^R C_0 + Q_3^R C_1 + Q_4^R C_2 \right) C_{ij}^* m_{n_i} m_{n_j} \right] \Delta_{ij}^{ab}, \end{aligned} \quad (6.53)$$

donde K_k^L y Q_k^L con $k = 1, \dots, 4$, están dadas por

$$K_1^L = -\xi_A^l \xi_A^n m_{n_j}^2, \quad (6.54)$$

$$K_2^L = (\xi_A^l)^2 m_{\ell_b}^2 m_{n_i}^2 - \xi_A^l \xi_A^n (m_{H^\pm}^2 m_{n_j}^2 + m_{\ell_b}^2 m_{n_i}^2 + m_{n_i}^2 m_{n_j}^2) + (\xi_A^n)^2 m_{n_i}^2 m_{n_j}^2, \quad (6.55)$$

$$K_3^L = \xi_A^n (\xi_A^l (m_{\ell_a}^2 m_{n_j}^2 + m_{\ell_b}^2 m_{n_i}^2) - 2\xi_A^n m_{n_i}^2 m_{n_j}^2), \quad (6.56)$$

$$K_4^L = \xi_A^l (\xi_A^l - \xi_A^n) (m_{n_i}^2 + m_{n_j}^2) m_{\ell_b}^2, \quad (6.57)$$

$$Q_1^L = -\xi_A^l \xi_A^n, \quad (6.58)$$

$$Q_2^L = (\xi_A^l)^2 m_{\ell_b}^2 - \xi_A^l \xi_A^n (m_{H^\pm}^2 + m_{\ell_b}^2 + m_{n_j}^2) + (\xi_A^n)^2 m_{n_j}^2, \quad (6.59)$$

$$Q_3^L = \xi_A^n (\xi_A^l (m_{\ell_a}^2 + m_{\ell_b}^2) - \xi_A^n (m_{n_i}^2 + m_{n_j}^2)), \quad (6.60)$$

$$Q_4^L = 2\xi_A^l (\xi_A^l - \xi_A^n) m_{\ell_b}^2, \quad (6.61)$$

además K_k^R y Q_k^R tienen la forma

$$K_1^R = -K_1^L \frac{m_{n_i}^2}{m_{n_j}^2}, \quad (6.62)$$

$$K_2^R = -(\xi_A^l)^2 m_{\ell_a}^2 m_{n_j}^2 + \xi_A^l \xi_A^n (m_{H^\pm}^2 m_{n_i}^2 + m_{\ell_a}^2 m_{n_j}^2 + m_{n_i}^2 m_{n_j}^2) - (\xi_A^n)^2 m_{n_i}^2 m_{n_j}^2, \quad (6.63)$$

$$K_3^R = K_4^L \frac{m_{\ell_a}^2}{m_{\ell_b}^2}, \quad (6.64)$$

$$K_4^R = K_3^L, \quad (6.65)$$

$$Q_1^R = -Q_1^L, \quad (6.66)$$

$$Q_2^R = -(\xi_A^l)^2 m_{\ell_a}^2 + \xi_A^l \xi_A^n (m_{H^\pm}^2 + m_{\ell_a}^2 + m_{n_i}^2) - (\xi_A^n)^2 m_{n_i}^2, \quad (6.67)$$

$$Q_3^R = Q_4^L \frac{m_{\ell_a}^2}{m_{\ell_b}^2}. \quad (6.68)$$

$$Q_4^R = Q_4^L. \quad (6.69)$$

La estructura de estos factores de forma es más compleja en comparación a los que se obtuvieron para los diagramas 1 y 2 que también contienen dos neutrinos en el lazo. Esto se debe a la introducción de los factores $\xi_\phi^{l,\nu}$.

Diagramas 12 y 13

Al igual que los diagramas 4 y 5, los diagramas 12 y 13 tienen la estructura FVS y FSV, respectivamente. Las constantes de acoplamiento están dadas por $c_a^{S^+V^-(1)}(\phi W^- H^+) = c_a^{S^-V^+(1)}(\phi H^- W^+) = -\frac{ig}{2}\eta_\phi$. de acuerdo con los resultados de la Tabla 5.1 los factores de forma están dados por

$$A_L^{(12)}(n_i W^- H^+) = m_W^2 m_{\ell_a} \eta_\phi \sum_{i=1}^{K+3} [\xi_A^l C_2 m_{\ell_b}^2 + \xi_A^n C_0 m_{n_i}^2 - (2\xi_A^l m_{\ell_b}^2 - \xi_A^n m_{n_i}^2) C_1] \Delta_{ii}^{ba}, \quad (6.70)$$

$$A_R^{(12)}(n_i W^- H^+) = m_W^2 m_{\ell_b} \eta_\phi \sum_{i=1}^{K+3} [\xi_A^l (-2m_\phi^2 + m_{\ell_a}^2 + 2m_{\ell_b}^2) C_1 - \xi_A^l B_0^{(12)} - (\xi_A^l + 2\xi_A^n) C_0 m_{n_i}^2 - (2\xi_A^l m_{\ell_b}^2 + \xi_A^n m_{n_i}^2) C_2] \Delta_{ii}^{ba}, \quad (6.71)$$

$$A_L^{(13)}(n_i H^- W^+) = m_W^2 m_{\ell_a} \eta_\phi \sum_{i=1}^{K+3} [(2\xi_A^l m_{\ell_a}^2 + \xi_A^n m_{n_i}^2) C_1 - \xi_A^l (-2m_\phi^2 + 2m_{\ell_a}^2 + m_{\ell_b}^2) C_2 - \xi_A^l B_0^{(12)} - (\xi_A^l + 2\xi_A^n) C_0 m_{n_i}^2] \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.72)$$

$$A_R^{(13)}(n_i H^- W^+) = m_W^2 m_{\ell_b} \eta_\phi \sum_{i=1}^{K+3} [\xi_A^n C_0 m_{n_i}^2 - \xi_A^l C_1 m_{\ell_a}^2 + (2\xi_A^l m_{\ell_a}^2 - \xi_A^n m_{n_i}^2) C_2] \Delta_{ii}^{ab}. \quad (6.73)$$

Diagrama 14, 15 y 16

Estos diagramas tienen una estructura FSS y las constantes de para el vértice (1) para los diagramas 14 y 15 son

$$c_a^{S(1)}(\phi G^- H^+) = c_a^{S(1)}(\phi H^- G^+) = \frac{ig(m_{H^\pm}^2 - m_\phi^2)}{2m_W} \eta_\phi,$$

y para el diagrama 16

$$c_a^{S(1)}(\phi H^- H^+) = ig \frac{\rho_\phi g_\phi - \Delta_\phi \mathcal{G}_\phi}{4m_W \sin 2\beta} + i \frac{4\lambda_5 m_W \rho_\phi}{g \sin 2\beta}.$$

Siguiendo los resultados para las contribuciones de este tipo en la Tabla 5.1 tenemos

$$A_L^{(14)}(n_i G^- H^+) = m_{\ell_a} \eta_\phi \sum_{i=1}^{K+3} \left[\xi_A^l \left(-(m_{H^\pm})^2 + m_\phi^2 \right) C_2 m_{\ell_b}^2 + \xi_A^n \left(-(m_{H^\pm})^2 C_0 + (m_{H^\pm})^2 C_1 + C_0 m_\phi^2 - C_1 m_\phi^2 \right) m_{n_i}^2 \right] \Delta_{ii}^{ba}, \quad (6.74)$$

$$A_R^{(14)}(n_i G^- H^+) = m_{\ell_b} \eta_\phi \sum_{i=1}^{K+3} \left[-\xi_A^l \left(-(m_{H^\pm})^2 + m_\phi^2 \right) C_1 m_{\ell_a}^2 + \left(-\xi_A^l (m_{H^\pm})^2 C_0 + \xi_A^l C_0 m_\phi^2 - \xi_A^n (m_{H^\pm})^2 C_2 + \xi_A^n C_2 m_\phi^2 \right) m_{n_i}^2 \right] \Delta_{ii}^{ba}, \quad (6.75)$$

$$A_L^{(15)}(n_i H^- G^+) = m_{\ell_a} \eta_\phi \sum_{i=1}^{K+3} \left[\xi_A^l \left(-(m_{H^\pm})^2 + m_\phi^2 \right) C_2 m_{\ell_b}^2 + \left(-\xi_A^l (m_{H^\pm})^2 C_0 + \xi_A^l C_0 m_\phi^2 + \xi_A^n (m_{H^\pm})^2 C_1 - \xi_A^n C_1 m_\phi^2 \right) m_{n_i}^2 \right] \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.76)$$

$$A_R^{(15)}(n_i H^- G^+) = m_{\ell_b} \eta_\phi \sum_{i=1}^{K+3} \left[-\xi_A^l \left(-(m_{H^\pm})^2 + m_\phi^2 \right) C_1 m_{\ell_a}^2 + \xi_A^n \left(-(m_{H^\pm})^2 C_0 - (m_{H^\pm})^2 C_2 + C_0 m_\phi^2 + C_2 m_\phi^2 \right) m_{n_i}^2 \right] \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.77)$$

$$A_L^{(16)}(n_i H^- H^+) = m_{\ell_a} \frac{16\lambda_5 \rho_\phi m_W^2 + g^2 (\rho_\phi \mathcal{K}_\phi - \Delta_\phi \mathcal{Q}_\phi)}{2g^2 \sin(2\beta)} \times \sum_{i=1}^{K+3} \left[-(\xi_A^l)^2 C_2 m_{\ell_b}^2 - \xi_A^l \xi_A^n C_0 m_{n_i}^2 + (\xi_A^n)^2 C_1 m_{n_i}^2 \right] \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.78)$$

$$A_R^{(16)}(n_i H^- H^+) = m_{\ell_b} \frac{16\lambda_5 \rho_\phi m_W^2 + g^2 (\rho_\phi \mathcal{K}_\phi - \Delta_\phi \mathcal{Q}_\phi)}{2g^2 \sin(2\beta)} \times \sum_{i=1}^{K+3} \left[(\xi_A^l)^2 C_1 m_{\ell_a}^2 - \xi_A^l \xi_A^n C_0 m_{n_i}^2 - (\xi_A^n)^2 C_2 m_{n_i}^2 \right] \Delta_{ii}^{ab}. \quad (6.79)$$

Diagramas 17 and 18

Finalmente, los diagramas 17 y 18 tienen estructuras del tipo FS y SF, respectivamente. Por lo que los factores de forma están dado por

$$A_L^{(17)}(n_i H^\pm) = \frac{m_{\ell_a} m_{\ell_b}^2}{m_{\ell_a}^2 - m_{\ell_b}^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left(2\xi_A^l \xi_A^n B_0^{(1)} m_{n_i}^2 - \left((\xi_A^l)^2 m_{\ell_a}^2 + (\xi_A^n)^2 m_{n_i}^2 \right) B_1^{(1)} \right) \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.80)$$

$$A_R^{(17)}(n_i H^\pm) = \frac{m_{\ell_b}}{m_{\ell_a}^2 - m_{\ell_b}^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left(\xi_A^l \xi_A^n (m_{\ell_a}^2 + m_{\ell_b}^2) B_0^{(1)} m_{n_i}^2 - \left((\xi_A^l)^2 m_{\ell_b}^2 + (\xi_A^n)^2 m_{n_i}^2 \right) B_1^{(1)} m_{\ell_a}^2 \right) \Delta_{ii}^{ab}, \quad (6.81)$$

$$\begin{aligned}
 A_L^{(18)}(H^\pm n_i) &= -\frac{m_{\ell_a}}{m_{\ell_a}^2 - m_{\ell_b}^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left(\xi_A^l \xi_A^n (m_{\ell_a}^2 + m_{\ell_b}^2) B_0^{(2)} m_{n_i}^2 \right. \\
 &\quad \left. + \left((\xi_A^l)^2 m_{\ell_a}^2 + (\xi_A^n)^2 m_{n_i}^2 \right) B_1^{(2)} m_{\ell_b}^2 \right) \Delta_{ii}^{ab}, \tag{6.82}
 \end{aligned}$$

$$A_R^{(18)}(H^\pm n_i) = -\frac{m_{\ell_a}^2 m_{\ell_b}}{m_{\ell_a}^2 - m_{\ell_b}^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left(2\xi_A^l \xi_A^n B_0^{(2)} m_{n_i}^2 + \left((\xi_A^l)^2 m_{\ell_b}^2 + (\xi_A^n)^2 m_{n_i}^2 \right) B_1^{(2)} \right) \Delta_{ii}^{ab}. \tag{6.83}$$

Para los diagramas mediados por H^\pm , solo las contribuciones 11, 17 y 18 contienen divergencias, pero estas serán canceladas al considerar los infinitos que vienen de los diagramas 1, 8 y 10, como se muestra la siguiente sección 6.3.4.

6.3.4. Cancelación de divergencias

Ahora, consideramos las divergencias restantes y como se cancelan. De de las ecuaciones (2.72) y (2.73) las siguientes identidades

$$\begin{aligned}
 M_{ab}^\nu &= 0, \quad M_{(I+3)(J+3)}^\nu = (M_N)_{IJ}, \quad M_{a(I+3)}^\nu = (M_D)_{aI}, \quad M_{(I+3)a}^\nu = (M_D^T)_{Ia} \\
 U^{\nu\dagger} U^\nu &= I, \quad M^\nu = U^{\nu*} \hat{M}^\nu U^{\nu\dagger}, \quad \text{and} \quad M^{\nu*} = U^\nu \hat{M}^\nu U^{\nu T}. \tag{6.84}
 \end{aligned}$$

En particular para analizar los términos divergentes nos enfocamos en los factores de forma derechos A_R , ya que las divergencias de los factores de forma izquierdos A_L pueden ser deducidos siguiendo las mismas líneas.

Comenzamos con las divergencias del diagramas 1 dadas por

$$\begin{aligned}
 \text{Div} \left[A_R^{(1)} \right] &= m_b \xi_\phi^n \sum_{i,j=1}^{K+3} \left[\Delta_\epsilon m_{n_i}^2 C_{ij} + \Delta_\epsilon m_{n_i} m_{n_j} C_{ij}^* \right] \Delta_{ij}^{ab} \\
 &= m_b \xi_\phi^n \sum_{i,j=1}^{K+3} \left[\Delta_\epsilon m_{n_i}^2 C_{ij} \right] \Delta_{ij}^{ab},
 \end{aligned}$$

en la segunda línea hemos considerado

$$\begin{aligned}
 \sum_{i,j=1}^{K+3} m_{n_i} m_{n_j} C_{ij}^* \Delta_{ij}^{ab} &= \frac{g^3}{64\pi^2 m_W^3} \sum_{i,j=1}^{K+3} \sum_{c=1}^3 m_{n_i} m_{n_j} U_{ci}^{\nu*} U_{cj}^\nu U_{bj}^\nu U_{ai}^{\nu*} \\
 &= \frac{g^3}{64\pi^2 m_W^3} \sum_{j=1}^{K+3} \sum_{c=1}^3 m_{n_j} U_{bj}^\nu U_{cj}^\nu \sum_{i=1}^{K+3} m_{n_i} U_{ci}^{\nu*} U_{ai}^{\nu*} \\
 &= \frac{g^3}{64\pi^2 m_W^3} \sum_{j=1}^{K+3} \sum_{c=1}^3 m_{n_j} U_{bj}^\nu U_{cj}^\nu (U^{\nu*} \hat{M}_\nu U^{\nu\dagger})_{ac} = 0. \tag{6.85}
 \end{aligned}$$

Por otro lado

$$\begin{aligned}
 \sum_{i,j=1}^{K+3} m_{n_i}^2 C_{ij} \Delta_{ij}^{ab} &= \frac{g^3}{64\pi^2 m_W^3} \sum_{i,j=1}^{K+3} \sum_{c=1}^3 m_{n_i}^2 U_{ci}^\nu U_{cj}^{\nu*} U_{bj}^\nu U_{ai}^{\nu*} \\
 &= \frac{g^3}{64\pi^2 m_W^3} \sum_{i=1}^{K+3} \sum_{c=1}^3 m_{n_i}^2 U_{ci}^\nu U_{ai}^{\nu*} \sum_{j=1}^{K+3} U_{bj}^\nu U_{cj}^{\nu*} \\
 &= \frac{g^3}{64\pi^2 m_W^3} \sum_{i=1}^{K+3} \sum_{c=1}^3 m_{n_i}^2 U_{ci}^\nu U_{ai}^{\nu*} (U^\nu U^{\nu\dagger})_{bc} \\
 &= \sum_{i=1}^{K+3} m_{n_i}^2 \Delta_{ii}^{ab}, \tag{6.86}
 \end{aligned}$$

donde la propiedad de unitariedad de U^ν ha sido aplicada. De acuerdo a las ecuaciones (6.85) y (6.86) el término divergente de $A_R^{(1)}$ está dado por

$$\text{Div} [A_R^{(1)}] = m_b \Delta_\epsilon \xi_\phi^n \sum_{i=1}^{K+3} m_{n_i}^2 \Delta_{ii}^{ab} -$$

En el caso de los diagramas 8 y 10 si términos divergentes están dados por

$$\begin{aligned}
 \text{Div} [A_R^{(8)}] &= \frac{m_b}{m_a^2 - m_b^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left(m_{n_i}^2 (m_a^2 + m_b^2) \Delta_\epsilon - m_a^2 (m_b^2 + m_{n_i}^2) \frac{\Delta_\epsilon}{2} \right) \Delta_{ii}^{ab} \\
 &= \frac{m_b}{m_a^2 - m_b^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left(\frac{\Delta_\epsilon}{2} m_{n_i}^2 m_a^2 + m_b^2 \Delta_\epsilon \left(m_{n_i}^2 - \frac{m_a^2}{2} \right) \right) \Delta_{ii}^{ab}, \tag{6.87}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Div} [A_R^{(10)}] &= -\frac{m_a^2 m_b}{m_a^2 - m_b^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left((m_b^2 + m_{n_i}^2) \left(-\frac{\Delta_\epsilon}{2} \right) + 2\Delta_\epsilon m_{n_i}^2 \right) \Delta_{ii}^{ab} \\
 &= -\frac{m_a^2 m_b}{m_a^2 - m_b^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left(\frac{3\Delta_\epsilon}{2} m_{n_i}^2 - m_b^2 \frac{\Delta_\epsilon}{2} \right) \Delta_{ii}^{ab}. \tag{6.88}
 \end{aligned}$$

Después de algunas simplificaciones obtenemos $\text{Div} [A_R^{(8)}] + \text{Div} [A_R^{(10)}] = -m_b \Delta_\epsilon \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} m_{n_i}^2 \Delta_{ii}^{ab}$, así, la divergencia total de los diagramas 1, 8 y 10 es:

$$\text{Div} [A_R^{(1)}] + \text{Div} [A_R^{(8)}] + \text{Div} [A_R^{(10)}] = m_b \Delta_\epsilon (\xi_\phi^n - \xi_\phi^l) \sum_{i=1}^{K+3} m_{n_i}^2 \Delta_{ii}^{ab}. \tag{6.89}$$

Para los 7 y 9 tenemos los siguientes términos divergentes

$$\text{Div} [A_R^{(7)}] = -\frac{2m_W^2 m_a^2 m_b}{m_a^2 - m_b^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \frac{\Delta_\epsilon}{2} \Delta_{ii}^{ab}, \tag{6.90}$$

$$\text{Div} [A_R^{(9)}] = -\frac{2m_W^2 m_a^2 m_b}{m_a^2 - m_b^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left(-\frac{\Delta_\epsilon}{2} \right) \Delta_{ii}^{ab}. \tag{6.91}$$

que se cancelan entre sí al ser sumados. En el caso del término divergente del diagramas 11 se obtienen de manera análoga al diagrama 1, la divergencia está dada por:

$$\begin{aligned}
 Div \left[A_R^{(11)} \right] &= m_b \xi_A^l \xi_A^n \xi_\phi^n \sum_{i,j=1}^{K+3} \left[\Delta_\epsilon m_{n_i}^2 C_{ij} + \Delta_\epsilon m_{n_i} m_{n_j} C_{ij}^* \right] \Delta_{ij}^{ab} \\
 &= m_b \xi_A^l \xi_A^n \xi_\phi^n \sum_{i,j=1}^{K+3} \left[\Delta_\epsilon m_{n_i}^2 C_{ij} \right] \Delta_{ij}^{ab} \\
 &= m_b \Delta_\epsilon \xi_A^l \xi_A^n \xi_\phi^n \sum_{i=1}^{K+3} m_{n_i}^2 \Delta_{ii}^{ab}.
 \end{aligned} \tag{6.92}$$

Finalmente las divergencias de los diagramas 17 y 18 está dada por

$$\begin{aligned}
 Div \left[A_R^{(17)} \right] &= -\frac{m_b}{m_a^2 - m_b^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left(-\xi_A^l \xi_A^n m_{n_i}^2 (m_a^2 + m_b^2) \Delta_\epsilon + m_a^2 \left((\xi_A^l)^2 m_b^2 + (\xi_A^n)^2 m_{n_i}^2 \right) \frac{\Delta_\epsilon}{2} \right) \Delta_{ii}^{ab} \\
 &= -\frac{m_b}{m_a^2 - m_b^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left(\frac{\Delta_\epsilon}{2} m_{n_i}^2 m_a^2 \xi_A^n (\xi_A^n - 2\xi_A^l) + m_b^2 \Delta_\epsilon \left(\frac{m_a^2 (\xi_A^l)^2}{2} - m_{n_i}^2 \xi_A^l \xi_A^n \right) \right) \Delta_{ii}^{ab},
 \end{aligned} \tag{6.93}$$

$$\begin{aligned}
 Div \left[A_R^{(18)} \right] &= -\frac{m_a^2 m_b}{m_a^2 - m_b^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left(\left((\xi_A^l)^2 m_b^2 + (\xi_A^n)^2 m_{n_i}^2 \right) \left(-\frac{\Delta_\epsilon}{2} \right) + 2\xi_A^l \xi_A^n \Delta_\epsilon m_{n_i}^2 \right) \Delta_{ii}^{ab} \\
 &= -\frac{m_a^2 m_b}{m_a^2 - m_b^2} \xi_\phi^l \sum_{i=1}^{K+3} \left(m_{n_i}^2 \Delta_\epsilon \xi_A^n \left(2\xi_A^l - \frac{\xi_A^n}{2} \right) - (\xi_A^l)^2 m_b^2 \frac{\Delta_\epsilon}{2} \right) \Delta_{ii}^{ab},
 \end{aligned} \tag{6.94}$$

cuando sumamos las divergencias de los diagramas 17 y 18 obtenemos

$$Div \left[A_R^{(17)} \right] + Div \left[A_R^{(18)} \right] = -m_b \Delta_\epsilon \xi_A^l \xi_\phi^l \xi_A^n \sum_{i=1}^{K+3} m_{n_i}^2 \Delta_{ii}^{ab}.$$

Así, la divergencia total de los diagramas 11, 17 y 18 está dada por:

$$Div \left[A_R^{(11)} \right] + Div \left[A_R^{(17)} \right] + Div \left[A_R^{(18)} \right] = m_b \Delta_\epsilon \xi_A^n \xi_A^l (\xi_\phi^n - \xi_\phi^l) \sum_{i=1}^{K+3} m_{n_i}^2 \Delta_{ii}^{ab}. \tag{6.95}$$

Por lo qué, la divergencia total de los diagramas 1,8,10, 11, 17 y 18 es

$$Div_R^{\text{tot}} = m_b \Delta_\epsilon (\xi_\phi^n - \xi_\phi^l) (\xi_A^n \xi_A^l + 1) \sum_{i=1}^{K+3} m_{n_i}^2 \Delta_{ii}^{ab} \tag{6.96}$$

$$= m_b \Delta_\epsilon T_\phi^A \sum_{i=1}^{K+3} m_{n_i}^2 \Delta_{ii}^{ab} \tag{6.97}$$

donde $T_\phi^A = (\xi_\phi^n - \xi_\phi^l) (\xi_A^n \xi_A^l + 1)$. De forma similar, la divergencia total asociada a los factores de forma izquierdos está dada por

$$Div_L^{\text{tot}} = m_a \Delta_\epsilon T_\phi^A \sum_{i=1}^{K+3} m_{n_i}^2 \Delta_{ii}^{ab}. \tag{6.98}$$

Se observa de este resultado que el factor T_ϕ^A es el que controla si las divergencias se cancelan o no. Pero también, este parámetro depende de los factores ξ , dados en la Tabla 4.2, de tal manera que la divergencia total en (6.96) y (6.98) dependerá de cada tipo del 2HDM. Como ejemplo, consideremos T_h^A en el modelo tipo I, así de acuerdo a los valores de los factores ξ de la Tabla 4.2, obtenemos que

$$\begin{aligned} T_h^A &= (\xi_h^n - \xi_h^l) (\xi_A^n \xi_A^l + 1) = \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} - \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} \right) ((-\cot \beta)(-\cot \beta) + 1) \\ &= (0) ((-\cot \beta)(-\cot \beta) + 1) = 0. \end{aligned} \quad (6.99)$$

Como consecuencia, $Div_R^{\text{tot},I} = Div_L^{\text{tot},I} = 0$. Análogamente, las divergencias se anulan en los modelos restantes.

6.3.5. Resultados numéricos para $Br(h \rightarrow \ell_a \ell_b)$

La característica principal del mecanismo *seesaw* inverso es que permite explicar la pequeñez de la masas del neutrino, por medio de la jerarquía, $|\mu_X| \ll |M_D| \ll |M_R|$, ya que

$$\hat{m}_\nu \approx M_{D,i} M_R^{\text{T}-1} \mu_X^{-1} M_R^{-1} M_{D,i}^{\text{T}} \quad (6.100)$$

con lo que en comparación el el mecanismo *seesaw* tipo I (donde se necesita una gran escala para los neutrinos derechos), la masa de los neutrinos ligeros es proporcional a μ_x e inversamente proporcional a M . Si definimos $\mathcal{M} = M_R^{\text{T}-1} \mu_X^{-1} M_R^{-1}$,

$$\hat{m}_\nu \approx M_{D,i} \mathcal{M} M_{D,i}^{\text{T}} \quad (6.101)$$

la matriz de masas de neutrinos ligeros tiene la forma usual del mecanismo *seesaw* tipo 1. Por otro lado, si consideramos la base del sabor, en la cual la matriz de Yukawa de leptones cargados, Y^ℓ , las matrices de masa M_R , μ_X , y las interacciones de norma son diagonales, entonces, la matriz de masa de Dirac $M_{D,i}$ la matriz de masas de neutrinos puede ser parametrizada en el mecanismo *seesaw* inverso en términos de las masas de los 9 neutrinos, la matriz de mezcla leptónica PMNS y una matriz ortogonal de 3×3 Q como sigue [37]:

$$M_{D,i} = \left(\hat{\mathcal{M}} \right)^{1/2} Q (\hat{m}_\nu)^{1/2} U_{\text{PMNS}}^\dagger \quad (6.102)$$

donde $\hat{m}_\nu = \text{diag}(m_{n_1}, m_{n_2}, m_{n_3})$ y $\hat{\mathcal{M}} = \text{diag}(m_{n_4}, \dots, m_{n_9})$. Aunque la matriz Q depende en general de tres ángulos complejos, en este trabajo, elegimos a Q como la matriz identidad. Observemos que $M_{D,i}$ depende únicamente de las masas de neutrinos y la matriz de mezcla U_{PMNS} . Además, por medio de la ecuación (2.44) de las tres masas de neutrinos ligeros solo la del más ligero es independiente y asumimos que $m_{n_1} = 10^{-12}$ GeV lo cual está permitido por la cota superior del satélite Planck ecuación (2.45).

Las masas de los neutrinos pesados serán parámetros libres en este trabajo. Consideramos por simplicidad el caso degenerado para las matrices M_R y μ_X diagonales. Los parámetros en el sector escalar, son los ángulos α y β así como la masa de H^\pm , también son parámetros libres. Es común cambiar los ángulos α y β por $\cos \beta - \alpha$ y $\tan \beta$, ya que son observables experimentales.

En el 2HDM tipo I, leptones cargados y neutrinos se acoplan al mismo doblete de Higgs como se observa en la Tabla 4.1. Los factores ξ^f muestran la dependencia sobre los ángulos α y β se muestran en la Tabla 4.2 y los factores que aparecen en la Tabla 4.4. Experimentalmente, sabemos que las diferentes parámetros de cada variante del 2HDM están constreñidas. Chowdhury y Eberhardt [72] han encontrado que las desviaciones del tan llamado límite de *alignment* $\beta - \alpha = \pi/2$ no puede ser mayor a 0.03 en el tipo I y tiene que ser más pequeño que 0.02 en los tres tipos restantes. Además las diferencias de las masas de los Higgs pesados no puede exceder 200 GeV en los modelos tipo I y *Lepton-specific*, en el caso de los otros modelos, no debe ser mayor a 130 GeV. Estas restricciones se cumplen si las masas de los Higgs pesados son menores a 1.5 TeV.

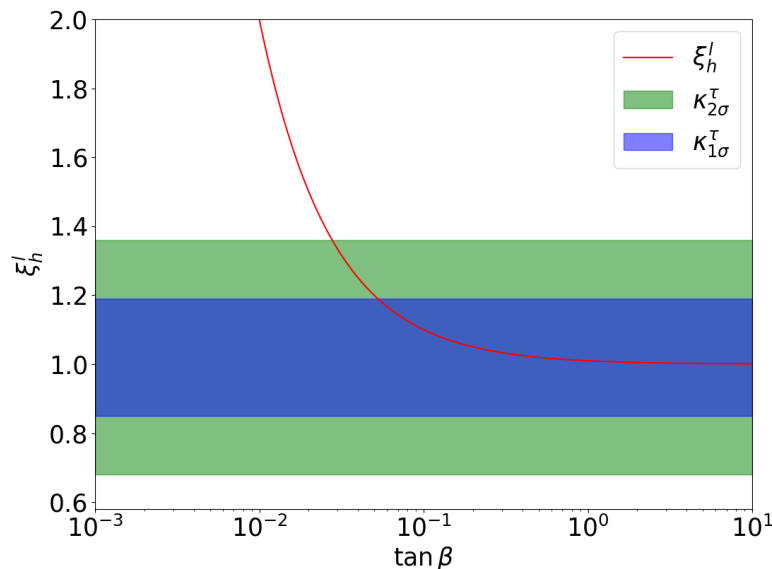


Figura 6.7: κ_τ en el modelo 2HDM Tipo I con sus cotas a 1 y 2 σ , regiones azul y verde, respectivamente. Fijando $\cos\beta - \alpha = 0.01$.

Como primera exploración, fijamos el valor de $\cos\beta - \alpha = 0.01$ cercano al *alignment*, así, las cotas de κ_τ se muestran en la Figura 6.7 en este caso, lo cual es generado con la ayuda de la librería `SpaceMath` [73]. Se observa que para valores pequeños de $\tan\beta$ está acotada, así, nos fijaremos en valores de $\tan\beta \geq 10^{-1}$. Por otro lado, la cota de de perturbatividad (4.11), también puede ser relevante si se consideran valores grande de M_R o pequeños de μ_X , o cuando la razón $\frac{M_R^2}{\mu_x}$ crece. Tal comportamiento se muestra en la gráfica de la Figura 6.8.

De esta gráfica podemos observar que para el caso $M_R = 10^3$ GeV y $\mu_X = 10^{-7}$ GeV, la cota de perturbatividad impone que $\tan\beta$ debe ser mayor a 1, lo cual supera a la cota de κ_τ .

Por lo que, fijando $M_R = 10^3$ GeV, consideramos los siguientes casos para observar el comportamiento de $\mathcal{BR}(h \rightarrow \ell_a \ell_b)$

1. En este primer caso, fijamos $m_{H^\pm} = 300$ GeV, $\mu_x = 10^{-4}$ GeV.
2. Como segundo caso, únicamente aumentamos la masa del Higgs cargado, fijamos $m_{H^\pm} = 800$ GeV, $\mu_x = 10^{-4}$ GeV.
3. En el tercer caso, fijamos $m_{H^\pm} = 300$ GeV, igual que en el primer caso y cambiamos $\mu_x = 10^{-7}$.
4. Finalmente, fijamos $m_{H^\pm} = 800$ GeV, como en el segundo caso y cambiamos $\mu_x = 10^{-7}$ GeV.

Así, en la Figura 6.9 se muestra el comportamiento de $\mathcal{BR}(h \rightarrow \ell_a \ell_b)$ con respecto a la $\tan\beta$. Primero, para los casos 1 y 2, tenemos un comportamiento de $\mathcal{BR}(h \rightarrow \ell_a \ell_b)$ similar, entre sí, la diferencia entre ellos radica en la masa de m_{H^\pm} de 300 GeV y 800 GeV en el caso 2. Se observa que los valores máximos de $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ son del orden de 10^{-6} para $\tan\beta$ del orden de 10^{-1} , permitido por la cota de perturbatividad. Segundo, para los casos 3 y 4 tenemos casos análogos a 1 y 2, pero ahora bajamos la escala de $\mu_x = 10^{-7}$. En este caso, obtenemos $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ son del orden de 10^{-4} , para valores pequeños de $\tan\beta$. Sin embargo, la cota de perturbatividad restringe valores de $\tan\beta < 1$, como se observa en la Figura 6.8. Así, los valores mayores de $\mathcal{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ son del orden de 10^{-6} para $\tan\beta \approx 1$. Finalmente, se observa que el

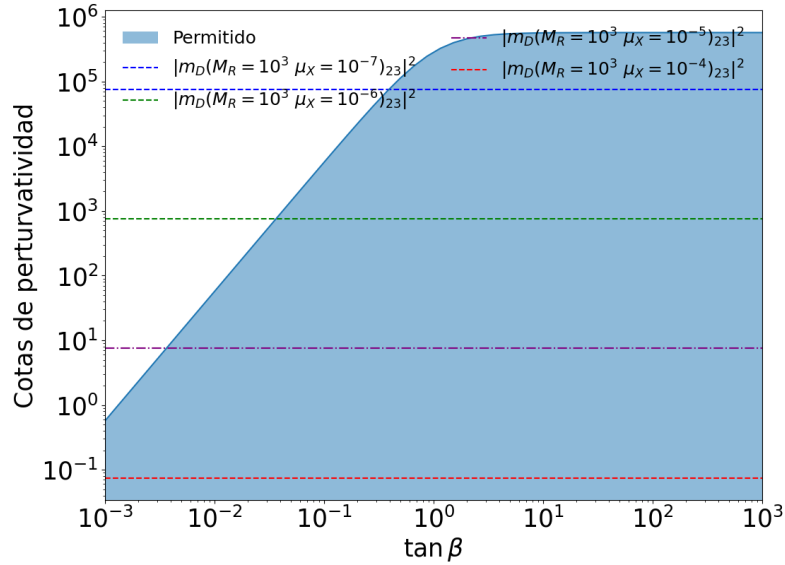


Figura 6.8: Cota de perturbatividad en el modelo 2HDM Tipo I.

comportamiento de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ tiene poca sensibilidad sobre m_{H^\pm} y se ve afectado por la escala de μ_X , aunque la cota de perturbatividad puede imponer restricciones importantes. En los casos explorados, los valores de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ en el contexto del mecanismo seesaw inverso han alcanzado valores importantes, a escalas del neutrino derecho accesibles para colisionadores. Por el contrario a lo que encontramos en el caso del modelo ν SM en el contexto del mecanismo seesaw tipo I, donde necesitamos imponer escalas de neutrinos derechos del orden de 10^{14} GeV para encontrar los máximos valores de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$, pero aún así menores en comparación al mecanismo seesaw inverso en el contexto del ν 2HDM-I.

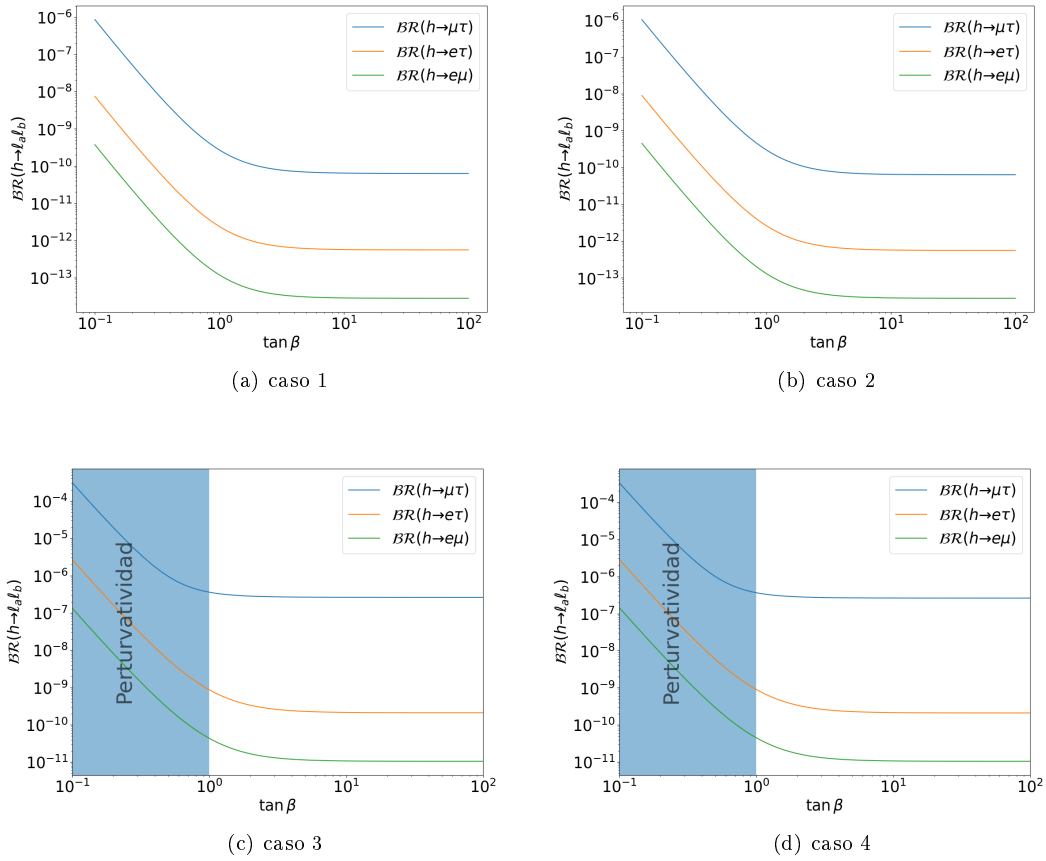


Figura 6.9: Comportamiento de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$, en el modelo 2HDM Tipo I, para los casos 1: $m_{H^\pm} = 300$ GeV, $\mu_x = 10^{-4}$ GeV; caso 2: $m_{H^\pm} = 800$ GeV, $\mu_x = 10^{-4}$ GeV; caso 3: $m_{H^\pm} = 300$ GeV, $\mu_x = 10^{-7}$ GeV y caso 4: $m_{H^\pm} = 800$ GeV, $\mu_x = 10^{-7}$ GeV.

Capítulo 7

Conclusiones

Se ha realizado un estudio del modelo Escotogénico, que es una extensión mínima del SM que busca incluir la descripción de las masas del neutrino así como materia oscura. Elegimos en este modelo trabajar con el neutrino pesado más ligero N_1 como candidato a materia oscura. Por medio del mecanismo seesaw radiativo, los neutrinos adquieren su masa. En este modelo, además se inducen los decaimientos con cambio de sabor $l_b \rightarrow l_a \gamma$. Así, hemos realizado una exploración del espacio de parámetros, considerando las constricciones de materia oscura fermiónica N_1 , parámetros electrodébiles y los decaimientos radiativos $l_b \rightarrow l_a \gamma$, hallando un espectro de masas cuasi-degenerado para las masas de los escalares inertes y la materia oscura, los dos neutrinos derechos más pesados se encuentran en una escala de masas del orden de $10^4 - 10^5$ GeV.

Además, se realiza el estudio del modelo ν SM, el cual es una extensión mínima del SM, donde se agregan tres neutrinos derechos y se considera un término de masa Dirac-Majorana. Por medio del mecanismo seesaw, la masa del neutrino ligero es descrita por medio de asumir una escala del neutrino derecho muy grande. En este caso los parámetros libres son las masas de los neutrinos pesados $m_{n_{4,5,6}}$. Así, se realizó una exploración de este modelo en un rango de masas de $[10^{-1} \text{ GeV}, 10^{14} \text{ GeV}]$, permitido por la condición del mecanismo seesaw $|\mathbf{M}_D| \ll |\mathbf{M}_R|$ y la condición de perturbatividad de los acoplamientos de Yukawa.

Como punto de partida del estudio de los LFBVD, el modelo ν SM presenta los 10 tipos generales de diagramas a un lazo que inducen los LFBVD. Así, se han obtenido expresiones generales para los factores de forma de los diagramas antes mencionados, en términos de las masas de las partículas del diagrama, en particular aquellas dentro del lazo, así como de las funciones de Passarino-Veltman. Como consecuencia de estos resultados, se ha observado que los ocho diagramas que contienen un fermión en el lazo comparten la misma estructura para los factores de forma. En el caso de los dos diagramas con dos fermiones en el lazo, se tienen una estructura diferente para cada uno, aunque similar. Para todos los diagramas se han dejado las expresiones analíticas de los factores de forma en términos las constantes de acoplamiento y las funciones de Passarino-Veltman. Estos resultados han sido plasmados en la librería de Python `OneLoopLFBVD` que permite realizar la manipulación simbólica y numérica de los factores de forma.

En cuanto a las aplicaciones de estos resultados genéricos, primero realizamos el estudio de los LFBVD en el modelo ν SM. Desde el punto de vista analítico, se reproducen las expresiones antes obtenidas [3, 2] y se cancelan las divergencias de forma correcta. Numéricamente, encontramos que los máximos valores de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ son del orden de 10^{-12} para masas de neutrinos pesados del orden de 10^{14} GeV. Posteriormente, lo aplicamos al modelo Escotogénico considerando las restricciones del potencial escalar, los parámetros electrodébiles, materia oscura y los decaimientos radiativos $\mathcal{BR}(l_b \rightarrow l_a \gamma)$. En este caso, encontramos valores máximos de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ del orden de 10^{-8} .

En los modelos antes mencionados, concluimos que tanto en el modelo ν SM con el mecanismo

seesaw tipo I, así como en el modelo Escotogénico con el mecanismo seesaw radiativo, se obtienen valores de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ por debajo de las cotas experimentales de ATLAS y CMS del orden de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)_{ATLAS} < 10^{-3}$. Aunque, se espera que la sensibilidad de estos procesos en las colaboraciones experimentales aumente hasta el orden de 10^{-5} , aún así, los resultados obtenidos para estos modelos aún están lejos de las cotas experimentales. Tomando estos hechos como motivación, se realizó el estudio del mecanismo seesaw inverso, también conocido como mecanismo seesaw a baja escala, en el marco del modelo 2HDM-I que ha sido explorado ampliamente en otros frentes. Este modelo en conjunto se denotó como ν 2HDM-I. Así, consideramos las regiones permitidas para las masas de los escalares H_0 y H^\pm con masas máximas de 1500 GeV y una diferencia entre ellas del orden de 200 GeV. En este caso, hemos encontrado que los valores máximos de $\mathcal{BR}(h \rightarrow l_a l_b)$ del orden de 10^{-6} a escalas de los neutrinos pesados del orden de 10^3 GeV.

Como comentarios finales, nuestro cálculo general de los factores de forma asociados a los LFVHD ha probado ser correcto para la aplicación de los modelos ν SM, Escotogénico y ν 2HDM-I. Además, debido al carácter general de las expresiones analíticas de los factores de forma, estos resultados podrán ser aplicados a otros modelos donde los LFVHD sean inducidos a un lazo. En cuanto a la librería `OneLoopLFVHD`, que alberga estos resultados, esta permite un manejo fácil de las expresiones analíticas, ayudando a la simplificación analítica de los factores de forma, en particular, a observar la cancelación de las divergencias. En cuanto a los aspectos numéricos, se observó que la estabilidad se logró en un amplio rango de masas, como el que se consideró en el modelo ν SM.

Apéndice A

La matriz S y las constricciones de unitariedad

Como ya mencionamos en 3.4, las condiciones de unitariedad se imponen sobre los eigenvalores de la matriz S entre todos los campos escalares para procesos de dispersión de $2 \rightarrow 2$. Siguiendo el método y la notación utilizada en [74], la matriz S se construye en la base débil, por lo que podemos reescribir los dobletes de la siguiente manera:

$$\Phi = \left(v + \frac{w_1^+}{\sqrt{2}} \right), \quad \eta = \left(v + \frac{w_2^+}{\sqrt{2}} \right) \quad (\text{A.1})$$

El conjunto total de procesos de dispersión puede ser expresado como una matriz de 22×22 , compuesta por 4 submatrices de $(\mathcal{M}_1(6 \times 6), \mathcal{M}_2(6 \times 6), \mathcal{M}_3(2 \times 2), \mathcal{M}_4(8 \times 8))$. Las entradas corresponden a los acoplamientos cuárticos, los cuales median los procesos de dispersión.

La matriz \mathcal{M}_1 corresponde a la dispersión de aquellos estados iniciales y finales que están entre los siguientes: $(w_1^+ w_2^-, w_2^+ w_1^-, h_1 z_2, h_2 z_1, z_1 z_2, h_1 h_2)$ y está dada por:

$$\mathcal{M}_1 = \begin{pmatrix} 2\lambda_5 & \lambda_{34} & \frac{i\lambda_{45}^-}{2} & -\frac{i\lambda_{45}^-}{2} & \frac{\lambda_{45}^+}{2} & \frac{\lambda_{45}^+}{2} \\ \lambda_{34} & 2\lambda_5 & -\frac{i\lambda_{45}^-}{2} & \frac{i\lambda_{45}^-}{2} & \frac{\lambda_{45}^+}{2} & \frac{\lambda_{45}^+}{2} \\ \frac{i\lambda_{45}^-}{2} & -\frac{i\lambda_{45}^-}{2} & -\lambda_5 + \lambda_{34} & \lambda_5 & 0 & 0 \\ -\frac{i\lambda_{45}^-}{2} & \frac{i\lambda_{45}^-}{2} & \lambda_5 & -\lambda_5 + \lambda_{34} & 0 & 0 \\ \frac{\lambda_{45}^+}{2} & \frac{\lambda_{45}^+}{2} & 0 & 0 & \lambda_5 + \lambda_{34} & \lambda_5 \\ \frac{\lambda_{45}^+}{2} & \frac{\lambda_{45}^+}{2} & 0 & 0 & \lambda_5 & \lambda_5 + \lambda_{34} \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

donde $\lambda_{45}^\pm = \lambda_4 \pm \lambda_5$ y $\lambda_{34} = \lambda_3 + \lambda_4$. Con la ayuda del programa `sympy` podemos calcular los eigenvalores de esta matriz, dados por:

$$\begin{aligned} & \lambda_3 + \lambda_4, \quad \lambda_3 + \lambda_5, \quad \lambda_3 + 2\lambda_4 + 3\lambda_5, \\ & \pm \sqrt{(\lambda_3 - \lambda_5)(\lambda_3 + 2\lambda_4 - 3\lambda_5)}. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

La segunda submatriz \mathcal{M}_2 corresponde a la dispersión con estados inicial y final entre los siguientes $(w_1^+ w_1^-, w_2^+ w_2^-, \frac{z_1 z_1}{2}, \frac{z_2 z_2}{2}, \frac{h_1 h_1}{2}, \frac{h_2 h_2}{2})$, donde $\sqrt{2}$ se cuenta para partículas de estadística idéntica. Así

estaá matriz está dada por:

$$\mathcal{M}_2 = \begin{pmatrix} 4\lambda_1 & \lambda_3 + \lambda_4 & \sqrt{2}\lambda_1 & \frac{\sqrt{2}\lambda_3}{2} & \sqrt{2}\lambda_1 & \frac{\sqrt{2}\lambda_3}{2} \\ \lambda_3 + \lambda_4 & 4\lambda_2 & \frac{\sqrt{2}\lambda_3}{2} & \sqrt{2}\lambda_2 & \frac{\sqrt{2}\lambda_3}{2} & \sqrt{2}\lambda_2 \\ \sqrt{2}\lambda_1 & \frac{\sqrt{2}\lambda_3}{2} & 3\lambda_1 & \frac{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{2} & \lambda_1 & \frac{\lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_5}{2} \\ \frac{\sqrt{2}\lambda_3}{2} & \sqrt{2}\lambda_2 & \frac{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{2} & 3\lambda_2 & \frac{\lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_5}{2} & \lambda_2 \\ \sqrt{2}\lambda_1 & \frac{\sqrt{2}\lambda_3}{2} & \lambda_1 & \frac{\lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_5}{2} & 3\lambda_1 & \frac{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{2} \\ \frac{\sqrt{2}\lambda_3}{2} & \sqrt{2}\lambda_2 & \frac{\lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_5}{2} & \lambda_2 & \frac{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{2} & 3\lambda_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

y sus eigenvalores son:

$$\lambda_1 + \lambda_2 \pm \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + \lambda_4^2}, \quad \lambda_1 + \lambda_2 \pm \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + \lambda_5^2}, \quad (\text{A.5})$$

$$3(\lambda_1 + \lambda_2) \pm \sqrt{9(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + (2\lambda_3 + \lambda_4)^2}$$

La tercera submatriz corresponde a la de $(h_1 z_1, h_2 z_2)$ y está dada por:

$$\mathcal{M}_3 = \begin{pmatrix} 2\lambda_1 & \lambda_5 \\ \lambda_5 & 2\lambda_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

cuyos eigenvalores son:

$$\lambda_1 + \lambda_2 \pm \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + \lambda_5^2}. \quad (\text{A.7})$$

Finalmente la cuarta submatriz incluye la dispersión entre 8 estados cargados dados por $(h_1 w_1^+, h_2 w_1^+, z_1 w_1^+, z_2 w_1^+, h_1 w_2^+, h_2 w_2^+, z_1 w_2^+, z_2 w_2^+)$. Así, \mathcal{M}_4 está dada por:

$$\mathcal{M}_4 = \begin{pmatrix} 2\lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda_4 + \lambda_5}{2} & 0 & \frac{i(\lambda_4 - \lambda_5)}{2} \\ 0 & \lambda_3 & 0 & 0 & \frac{\lambda_4 + \lambda_5}{2} & 0 & -\frac{i(\lambda_4 - \lambda_5)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 2\lambda_1 & 0 & 0 & -\frac{i(\lambda_4 - \lambda_5)}{2} & 0 & \frac{\lambda_4 + \lambda_5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_3 & \frac{i(\lambda_4 - \lambda_5)}{2} & 0 & \frac{\lambda_4 + \lambda_5}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\lambda_4 + \lambda_5}{2} & 0 & -\frac{i(\lambda_4 - \lambda_5)}{2} & \lambda_3 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\lambda_4 + \lambda_5}{2} & 0 & \frac{i(\lambda_4 - \lambda_5)}{2} & 0 & 0 & 2\lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{i(\lambda_4 - \lambda_5)}{2} & 0 & \frac{\lambda_4 + \lambda_5}{2} & 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ -\frac{i(\lambda_4 - \lambda_5)}{2} & 0 & \frac{\lambda_4 + \lambda_5}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\lambda_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

con eigenvalores iguales a:

$$\lambda_3 - \lambda_4, \quad \lambda_3 - \lambda_5, \quad \lambda_3 + \lambda_5, \quad \lambda_3 + \lambda_4, \quad (\text{A.9})$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 \pm \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + \lambda_4^2}, \quad \lambda_1 + \lambda_2 \pm \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + \lambda_5^2} \quad (\text{A.10})$$

Como se menciona en [74], cada uno de estos eigenvalores debe ser menor o igual a 8π . Por otro lado observamos que tenemos eigenvalores repetidos. Las restricciones de unitariedad son las que dimos en la ecuación (3.18) [75].

Apéndice B

Factores de forma de $H_r \rightarrow l_a l_b$ en la norma unitaria

En este apéndice se muestran los cálculos asociados a los factores de forma de los 10 diagramas generales mostrados en las Figuras 5.4 y 5.5. Considerando las reglas de Feynman en las Figuras 5.1 y 5.2.

B.1. Corrección al vértice

Entre los diagramas tipo triángulo, tenemos dos con la particularidad de tener dos fermiones F en el lazo, Figura 5.4 y tenemos cuatro con un fermión en el lazo, Figura 5.5.

B.1.1. Contribución FSS

Comenzamos con el diagrama a) de la Figura 5.5, trabajando con las convenciones dadas en la Figura 5.3 y usando los acoplamientos genéricos en la ecuación (5.2) la contribución FSS se calcula como sigue:

$$i\mathcal{M}^{FSS} = \bar{u}(p_1) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{c^{(1)}i(c_R^{(3)}P_R + c_L^{(3)}P_L)i(\not{k} + M_0)(c_R^{(2)}P_R + c_L^{(2)}P_L)i}{D_1 D_0 D_2} v(p_2) \quad (\text{B.1})$$

donde $D_0 = (k^2 - M_0^2)$, $D_1 = ((k - p_1)^2 - M_1^2)$ y $D_2 = ((k + p_2)^2 - M_2^2)$. Enfocándonos en el término dentro de la integral

$$T^{FSS} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{c^{(1)}i(c_R^{(3)}P_R + c_L^{(3)}P_L)i(\not{k} + M_0)(c_R^{(2)}P_R + c_L^{(2)}P_L)i}{D_1 D_0 D_2} \quad (\text{B.2})$$

entonces tenemos que

$$\begin{aligned}
T^{FSS} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_1 D_0 D_2} \left[(c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) \not{k} (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) + M_0 (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \right] \\
&= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_1 D_0 D_2} \left[c_R^{(3)} c_L^{(2)} \not{k} P_L + c_L^{(3)} c_R^{(2)} \not{k} P_R + c_R^{(3)} c_R^{(2)} M_0 P_R + c_L^{(3)} c_L^{(2)} M_0 P_L \right] \\
&\quad + c_R^{(3)} c_R^{(2)} M_0 C_0 P_R + c_L^{(3)} c_L^{(2)} M_0 C_0 P_L \\
&= -ic^{(1)} \left[c_R^{(3)} c_L^{(2)} C_1 \not{\eta}_1 P_L + c_R^{(3)} c_L^{(2)} C_2 \not{\eta}_2 P_L + c_L^{(3)} c_R^{(2)} C_1 \not{\eta}_1 P_R + c_L^{(3)} c_R^{(2)} C_2 \not{\eta}_2 P_R \right. \\
&\quad \left. + c_R^{(3)} c_R^{(2)} M_0 C_0 P_R + c_L^{(3)} c_L^{(2)} M_0 C_0 P_L \right] \\
&= -ic^{(1)} \left[c_R^{(3)} c_L^{(2)} C_1 \not{\eta}_1 P_L + c_R^{(3)} c_L^{(2)} C_2 P_R \not{\eta}_2 + c_L^{(3)} c_R^{(2)} C_1 \not{\eta}_1 P_R + c_L^{(3)} c_R^{(2)} C_2 P_L \not{\eta}_2 \right. \\
&\quad \left. + c_R^{(3)} c_R^{(2)} M_0 C_0 P_R + c_L^{(3)} c_L^{(2)} M_0 C_0 P_L \right]
\end{aligned}$$

Introduciendo los espinores de Dirac, obtenemos

$$\begin{aligned}
\bar{u}(p_1) T^{FSS} v(p_2) &= -ic^{(1)} \left[c_R^{(3)} c_L^{(2)} C_1 m_1 - c_L^{(3)} c_R^{(2)} C_2 m_2 + c_L^{(3)} c_L^{(2)} M_0 C_0 \right] \bar{u}(p_1) P_L v(p_2) \\
&\quad - ic^{(1)} \left[c_L^{(3)} c_R^{(2)} C_1 m_1 - c_R^{(3)} c_L^{(2)} C_2 m_2 + c_R^{(3)} c_R^{(2)} M_0 C_0 \right] \bar{u}(p_1) P_R v(p_2).
\end{aligned}$$

Finalmente, obtenemos los factores de forma izquierdos y derechos de la contribución FSS en términos de las funciones de Passarino-Veltman C_i , $i = 0, 1, 2$, dados por

$$M_R^{FSS} = c^{(1)} \left[c_L^{(3)} c_R^{(2)} C_1 m_1 - c_R^{(3)} c_L^{(2)} C_2 m_2 + c_R^{(3)} c_R^{(2)} M_0 C_0 \right] \quad (\text{B.3a})$$

$$M_L^{FSS} = c^{(1)} \left[c_R^{(3)} c_L^{(2)} C_1 m_1 - c_L^{(3)} c_R^{(2)} C_2 m_2 + c_L^{(3)} c_L^{(2)} M_0 C_0 \right] \quad (\text{B.3b})$$

B.1.2. Contribución FSV

Ahora nos enfocamos en el diagrama b) of figure 5.5 que corresponde a la contribución FSV, para la cual la amplitud esta dada por

$$i\mathcal{M}^{FSV} = \bar{u}(p_1) T^{FSV} v(p_2) \quad (\text{B.4})$$

donde

$$\begin{aligned}
T^{FSV} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{c^{(1)}((k-p_1)_\mu - (p_1+p_2)_\mu) i(c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) i(\not{k} + M_0) \gamma_\nu (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L)}{D_1 D_0 D_2} \\
&\quad \times (-i) \left[g^{\mu\nu} - \frac{(k+p_2)^\mu (k+p_2)^\nu}{M_2^2} \right] \\
&= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} \left[(c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) (\not{k} + M_0) (c_R^{(2)} P_L + c_L^{(2)} P_R) \gamma_\nu \right] \\
&\quad \times \left[(k-p_2-2p_1)^\nu - \frac{(k-p_2-2p_1) \cdot (k+p_2) (k+p_2)^\nu}{M_2^2} \right] \\
&= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} (G_{RL} \not{k} + M_0 Q_{RL}) \gamma_\nu \\
&\quad \times \left[(k-p_2-2p_1)^\nu - \frac{((D_1 - m_1^2 + M_1^2) - (m_h^2 - m_1^2)) (k+p_2)^\nu}{M_2^2} \right] \\
&= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} \left[(G_{RL} \not{k} + M_0 Q_{RL}) (\not{k} - \not{p}_2 - 2\not{p}_1) \right. \\
&\quad \left. - \frac{(D_1 + M_1^2 - m_h^2)}{M_2^2} (G_{RL} \not{k} + M_0 Q_{RL}) (\not{k} + \not{p}_2) \right] \\
&= S_1^{FSV} + S_2^{FSV} \tag{B.5}
\end{aligned}$$

con

$$S_1^{FSV} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} \left[(G_{RL} \not{k} + M_0 Q_{RL}) (\not{k} - \not{p}_2 - 2\not{p}_1) \right] \tag{B.6a}$$

$$S_2^{FSV} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} \left[\frac{(D_1 + M_1^2 - m_h^2)}{M_2^2} (G_{RL} \not{k} + M_0 Q_{RL}) (\not{k} + \not{p}_2) \right]. \tag{B.6b}$$

y

$$G_{RL} = (c_R^{(2)} c_R^{(3)} P_R + c_L^{(2)} c_L^{(3)} P_L), \tag{B.7a}$$

$$Q_{RL} = (c_L^{(2)} c_R^{(3)} P_R + c_R^{(2)} c_L^{(3)} P_L) \tag{B.7b}$$

Para futuras simplificaciones es útil también definir

$$G_{LR} = (c_R^{(2)} c_R^{(3)} P_L + c_L^{(2)} c_L^{(3)} P_R), \tag{B.8a}$$

$$Q_{LR} = (c_L^{(2)} c_R^{(3)} P_L + c_R^{(2)} c_L^{(3)} P_R) \tag{B.8b}$$

Ahora podemos usar los espinores de Dirac para simplificar las expresiones en (B.6) de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
\bar{u}(p_1) S_1^{FSV} v(p_2) &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} \bar{u}(p_1) \left[(G_{RL} \not{k} + M_0 Q_{RL})(\not{k} - \not{p}_2 - 2\not{p}_1) \right] v(p_2) \\
&= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} \bar{u}(p_1) \left[G_{RL} (D_0 + M_0^2 + \not{k}(m_2 - 2\not{p}_1)) \right. \\
&\quad \left. + M_0 Q_{RL} \not{k} + M_0 Q_{RL} (m_2 - 2\not{p}_1) \right] v(p_2) \\
&= ic^{(1)} \bar{u}(p_1) \left[(B_0^{(12)} + M_0^2 C_0 - m_2^2 C_2 - 2m_1^2 C_1 - 2(m_h^2 - m_1^2 - m_2^2) C_2) G_{RL} \right. \\
&\quad \left. + m_1 m_2 (C_1 - 2C_2) G_{LR} + m_1 M_0 (C_1 - 2C_0) Q_{LR} + m_2 M_0 (C_0 - C_2) Q_{RL} \right] v(p_2) \\
&= ic^{(1)} \bar{u}(p_1) \left[(B_0^{(12)} + M_0^2 C_0 + (m_2^2 - 2m_h^2) C_2 + 2m_1^2 (-C_1 + C_2)) G_{RL} \right. \\
&\quad \left. + m_1 m_2 (C_1 - 2C_2) G_{LR} + m_1 M_0 (C_1 - 2C_0) Q_{LR} + m_2 M_0 (C_0 - C_2) Q_{RL} \right] v(p_2) \\
&= -ic^{(1)} \bar{u}(p_1) \left[H_1^{FSV} G_{RL} + H_2^{FSV} G_{LR} + H_3^{FSV} Q_{LR} + H_4^{FSV} Q_{RL} \right] v(p_2) \tag{B.9}
\end{aligned}$$

donde

$$H_1^{FSV} = -B_0^{(12)} - M_0^2 C_0 - (m_2^2 - 2m_h^2) C_2 - 2m_1^2 (-C_1 + C_2) \tag{B.10a}$$

$$H_2^{FSV} = -m_1 m_2 (C_1 - 2C_2) \tag{B.10b}$$

$$H_3^{FSV} = -m_1 M_0 (C_1 - 2C_0) \tag{B.10c}$$

$$H_4^{FSV} = -m_2 M_0 (C_0 - C_2). \tag{B.10d}$$

Así, usando las ecuaciones (B.7) y (B.8) obtenemos

$$\begin{aligned}
\bar{u}(p_1) S_1^{FSV} v(p_2) &= -ic^{(1)} \left(c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_1^{FSV} + c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_2^{FSV} \right. \\
&\quad \left. + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_3^{FSV} + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_4^{FSV} \right) \bar{u}(p_1) P_R v(p_2) \\
&\quad - ic^{(1)} \left(c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_1^{FSV} + c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_2^{FSV} \right. \\
&\quad \left. + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_3^{FSV} + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_4^{FSV} \right) \bar{u}(p_1) P_L v(p_2) \tag{B.11}
\end{aligned}$$

Por otro lado,

$$\begin{aligned}
\bar{u}(p_1)S_2^{FSV}v(p_2) &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0D_1D_2} \bar{u}(p_1) \left[\frac{(D_1 + M_1^2 - m_h^2)}{M_2^2} (G_{RL}\not{k} + M_0Q_{RL})(\not{k} + \not{p}_2) \right] v(p_2) \\
&= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0D_1D_2} \bar{u}(p_1) \left[\frac{D_1}{M_2^2} ((D_0 + M_0^2)G_{RL} + (M_0Q_{RL} - m_2G_{RL})\not{k} - m_2M_0Q_{RL}) \right. \\
&\quad \left. + \frac{M_1^2 - m_h^2}{M_2^2} ((D_0 + M_0^2)G_{RL} + (M_0Q_{RL} - m_2G_{RL})\not{k} - m_2M_0Q_{RL}) \right] v(p_2) \\
&= \frac{-ic^{(1)}}{M_2^2} \bar{u}(p_1) \left[(A_0(M_2) + M_0^2B_0^{(2)} + (M_1^2 - m_h^2)(B_0^{(12)} + M_0^2C_0)) G_{RL} \right. \\
&\quad - m_2(B_1^{(2)} + (M_1^2 - m_h^2)C_2)(M_0Q_{RL} - m_2G_{RL}) + (M_1^2 - m_h^2)C_1(M_0Q_{RL} - m_2G_{RL})\not{p}_1 \\
&\quad \left. - m_2M_0 (B_0^{(2)} + (M_1^2 - m_h^2)C_0) Q_{RL} \right] v(p_2) \\
&= \frac{-ic^{(1)}}{M_2^2} \bar{u}(p_1) \left[(A_0(M_2) + M_0^2B_0^{(2)} + (M_1^2 - m_h^2)(B_0^{(12)} + M_0^2C_0) + m_2^2(B_1^{(2)} + (M_1^2 - m_h^2)C_2)) G_{RL} \right. \\
&\quad - m_1m_2(M_1^2 - m_h^2)C_1G_{LR} + m_1M_0(M_1^2 - m_h^2)C_1Q_{LR} \\
&\quad \left. - m_2M_0 (B_0^{(2)} + (M_1^2 - m_h^2)C_0 + B_1^{(2)} + (M_1^2 - m_h^2)C_2) Q_{RL} \right] v(p_2) \\
&= -ic^{(1)}\bar{u}(p_1) [H_5^{FSV}G_{RL} + H_6^{FSV}G_{LR} + H_7^{FSV}Q_{LR} + H_8^{FSV}Q_{RL}] v(p_2) \tag{B.12}
\end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}
H_5^{FSV} &= -\frac{1}{M_2^2} \left(A_0(M_2) + M_0^2B_0^{(2)} + (M_1^2 - m_h^2)(B_0^{(12)} + M_0^2C_0) \right. \\
&\quad \left. + m_2^2(B_1^{(2)} + (M_1^2 - m_h^2)C_2) \right) \tag{B.13a}
\end{aligned}$$

$$H_6^{FSV} = \frac{1}{M_2^2} m_1m_2(M_1^2 - m_h^2)C_1 \tag{B.13b}$$

$$H_7^{FSV} = -\frac{1}{M_2^2} m_1M_0(M_1^2 - m_h^2)C_1 \tag{B.13c}$$

$$H_8^{FSV} = \frac{1}{M_2^2} m_2M_0 (B_0^{(2)} + B_1^{(2)} + (M_1^2 - m_h^2)(C_0 + C_2)) \tag{B.13d}$$

Entonces, usando las ecuaciones (B.7) y (B.8) obtenemos

$$\begin{aligned}
\bar{u}(p_1)S_2^{FSV}v(p_2) &= -ic^{(1)} \left(c_R^{(2)}c_R^{(3)}H_5^{FSV} + c_L^{(2)}c_L^{(3)}H_6^{FSV} \right. \\
&\quad \left. + c_R^{(2)}c_L^{(3)}H_7^{FSV} + c_L^{(2)}c_R^{(3)}H_8^{FSV} \right) \bar{u}(p_1)P_Rv(p_2) \\
&\quad - ic^{(1)} \left(c_L^{(2)}c_L^{(3)}H_5^{FSV} + c_R^{(2)}c_R^{(3)}H_6^{FSV} \right. \\
&\quad \left. + c_L^{(2)}c_R^{(3)}H_7^{FSV} + c_R^{(2)}c_L^{(3)}H_8^{FSV} \right) \bar{u}(p_1)P_Lv(p_2) \tag{B.14}
\end{aligned}$$

Finalmente, con (B.11), (B.14) y (B.4) los factores de forma para la contribución FSV dados por

$$\begin{aligned}
M_R^{FSV} &= c^{(1)} \left(c_R^{(2)}c_R^{(3)}(H_1^{FSV} + H_5^{FSV}) + c_L^{(2)}c_L^{(3)}(H_2^{FSV} + H_6^{FSV}) \right. \\
&\quad \left. + c_R^{(2)}c_L^{(3)}(H_3^{FSV} + H_7^{FSV}) + c_L^{(2)}c_R^{(3)}(H_8^{FSV} + H_4^{FSV}) \right) \tag{B.15}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_L^{FSV} &= c^{(1)} \left(c_L^{(2)}c_L^{(3)}(H_1^{FSV} + H_5^{FSV}) + c_R^{(2)}c_R^{(3)}(H_2^{FSV} + H_6^{FSV}) \right. \\
&\quad \left. + c_L^{(2)}c_R^{(3)}(H_3^{FSV} + H_7^{FSV}) + c_R^{(2)}c_L^{(3)}(H_4^{FSV} + H_8^{FSV}) \right) \tag{B.16}
\end{aligned}$$

B.1.3. Contribución FVS

Pasemos a la contribución FVS que corresponda al diagrama c) de la Figura 5.5, en este caso tenemos

$$i\mathcal{M}^{FVS} = \bar{u}(p_1)T^{FVS}v(p_2) \quad (\text{B.17})$$

$$\begin{aligned} T^{FVS} &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{c^{(1)}(-(k+p_2)_\mu - (p_1+p_2)_\mu)\gamma_\nu(c_R^{(3)}P_R + c_L^{(3)}P_L)i(\not{k} + M_0)(c_R^{(2)}P_R + c_L^{(2)}P_L)(i)}{D_1D_0D_2} \\ &\quad \times (-i) \left[g^{\mu\nu} - \frac{(k-p_1)^\mu(k-p_1)^\nu}{M_1^2} \right] \\ &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0D_1D_2} \left[\gamma_\nu(c_R^{(3)}P_R + c_L^{(3)}P_L)(\not{k} + M_0)(c_R^{(2)}P_R + c_L^{(2)}P_L) \right] \\ &\quad \times \left[(k+p_1+2p_2)^\nu - \frac{(k+p_1+2p_2) \cdot (k-p_1)(k-p_1)^\nu}{M_1^2} \right] \\ &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0D_1D_2} (\not{k} + \not{p}_1 + 2\not{p}_2) [\not{k}Q_{LR} + M_0G_{RL}] \\ &\quad + \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_0D_1D_2} \left[\frac{(D_2 + M_2^2 - m_h^2)}{M_1^2} \right] (\not{k} - \not{p}_1) [\not{k}Q_{LR} + M_0G_{RL}] \\ &= S_1^{FVS} + S_2^{FVS} \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

donde

$$S_1^{FVS} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0D_1D_2} (\not{k} + \not{p}_1 + 2\not{p}_2) [\not{k}Q_{LR} + M_0G_{RL}] \quad (\text{B.19a})$$

$$S_2^{FVS} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_0D_1D_2} \left[\frac{D_2 + M_2^2 - m_h^2}{M_1^2} \right] (\not{k} - \not{p}_1) [\not{k}Q_{LR} + M_0G_{RL}] \quad (\text{B.19b})$$

Así, aplicando los espinores de Dirac a las ecuaciones (B.19), tenemos que para S_1^{FVS} , obtenemos

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_1)S_1^{FVS}v(p_2) &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0D_1D_2} \bar{u}(p_1)(\not{k} + \not{p}_1 + 2\not{p}_2) [\not{k}Q_{LR} + M_0G_{RL}] v(p_2) \\ &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0D_1D_2} \bar{u}(p_1) \left((D_0 + M_0^2 + m_1\not{k})Q_{LR} + M_0\not{k}G_{RL} \right. \\ &\quad \left. + m_1M_0G_{RL} + 2\not{p}_2\not{k}Q_{LR} + 2M_0G_{LR}\not{p}_2 \right) v(p_2) \\ &= -ic^{(1)}\bar{u}(p_1) \left((B_0^{(12)} + M_0^2C_0 + m_1^2C_1 + 2m_2^2C_2 + 4p_1 \cdot p_2C_1)Q_{LR} - m_1m_2C_2Q_{RL} \right. \\ &\quad \left. - m_2M_0C_2G_{LR} + m_1M_0(C_0 + C_1)G_{RL} + 2m_1m_2C_1Q_{RL} - 2m_2M_0C_0G_{LR} \right) v(p_2) \\ &= -ic^{(1)}\bar{u}(p_1) \left((B_0^{(12)} + M_0^2C_0 + m_1^2C_1 + 2m_2^2C_2 + 4p_1 \cdot p_2C_1)Q_{LR} \right. \\ &\quad \left. + m_1M_0(C_0 + C_1)G_{RL} - m_1m_2(-2C_1 + C_2)Q_{RL} - m_2M_0(2C_0 + C_2)G_{LR} \right) v(p_2) \\ &= -ic^{(1)}\bar{u}(p_1) [H_1^{FVS}G_{RL} + H_2^{FVS}G_{LR} + H_3^{FVS}Q_{LR} + H_4^{FVS}Q_{RL}] v(p_2) \end{aligned}$$

donde

$$H_1^{FVS} = m_1M_0(C_0 + C_1) \quad (\text{B.20a})$$

$$H_2^{FVS} = -m_2M_0(2C_0 + C_2) \quad (\text{B.20b})$$

$$H_3^{FVS} = B_0^{(12)} + M_0^2C_0 + (2m_h^2 - m_1^2 - 2m_2^2)C_1 + 2m_2^2C_2 \quad (\text{B.20c})$$

$$H_4^{FVS} = -m_1m_2(-2C_1 + C_2) \quad (\text{B.20d})$$

Así con ayuda de las ecuaciones (B.7) y (B.8) tenemos

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_1)S_1^{FVS}v(p_2) &= -ic^{(1)} \left(c_R^{(2)}c_R^{(3)}H_1^{FVS} + c_L^{(2)}c_L^{(3)}H_2^{FVS} \right. \\ &\quad \left. + c_R^{(2)}c_L^{(3)}H_3^{FVS} + c_L^{(2)}c_R^{(3)}H_4^{FVS} \right) \bar{u}(p_1)P_Rv(p_2) \\ &\quad - ic^{(1)} \left(c_L^{(2)}c_L^{(3)}H_1^{FVS} + c_R^{(2)}c_R^{(3)}H_2^{FVS} \right. \\ &\quad \left. + c_L^{(2)}c_R^{(3)}H_3^{FVS} + c_R^{(2)}c_L^{(3)}H_4^{FVS} \right) \bar{u}(p_1)P_Lv(p_2) \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

Además, para S_2^{FVS} en (B.19) se tiene que

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_1)S_2^{FVS}v(p_2) &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_0D_1D_2} \left[\frac{D_2 + M_2^2 - m_h^2}{M_1^2} \right] \bar{u}(p_1)(\not{k} - \not{p}_1) [\not{k}Q_{LR} + M_0G_{RL}] v(p_2) \\ &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_0D_1D_2} \left[\frac{D_2 + M_2^2 - m_h^2}{M_1^2} \right] \bar{u}(p_1)(\not{k} - m_1) [\not{k}Q_{LR} + M_0G_{RL}] v(p_2) \\ &= \frac{ic^{(1)}}{M_1^2} \left(\bar{u}(p_1)E_1^{FVS}v(p_2) + (M_2^2 - m_h^2)\bar{u}(p_1)E_2^{FVS}v(p_2) \right) \end{aligned}$$

donde,

$$E_1^{FVS} = \left[(A_0(M_1) + M_0^2B_0^{(1)})Q_{LR} - m_1B_1^{(1)}\not{p}_1Q_{LR} + M_0B_1^{(1)}\not{p}_1G_{RL} - m_1M_0B_0^{(1)}G_{RL} \right] \quad (\text{B.22a})$$

$$E_2^{FVS} = \left[(B_0^{(12)} + M_0^2C_0)Q_{LR} - m_1(C_1\not{p}_1 + C_2\not{p}_2)Q_{LR} + M_0(C_1\not{p}_1 + C_2\not{p}_2)G_{RL} - m_1M_0C_0G_{RL} \right] \quad (\text{B.22b})$$

y

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_1)E_1^{FVS}v(p_2) &= \bar{u}(p_1) \left[(A_0(M_1) + M_0^2B_0^{(1)})Q_{LR} - m_1^2B_1^{(1)}Q_{LR} \right. \\ &\quad \left. + m_1M_0B_1^{(1)}G_{RL} - m_1M_0B_0^{(1)}G_{RL} \right] v(p_2) \\ &= \bar{u}(p_1) \left[(A_0(M_1) + M_0^2B_0^{(1)} - m_1^2B_1^{(1)})Q_{LR} \right. \\ &\quad \left. + m_1M_0(B_1^{(1)} - B_0^{(1)})G_{RL} \right] v(p_2) \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_1)E_2^{FVS}v(p_2) &= \bar{u}(p_1) \left[(B_0^{(12)} + M_0^2C_0)Q_{LR} - m_1(m_1C_1 + C_2\not{p}_2)Q_{LR} \right. \\ &\quad \left. + M_0(m_1C_1 + C_2\not{p}_2)G_{RL} - m_1M_0C_0G_{RL} \right] v(p_2) \\ &= \bar{u}(p_1) \left[(B_0^{(12)} + M_0^2C_0)Q_{LR} - m_1^2C_1Q_{LR} - m_1C_2Q_{RL}\not{p}_2 \right. \\ &\quad \left. + m_1M_0C_1G_{RL} + M_0C_2G_{LR}\not{p}_2 - m_1M_0C_0G_{RL} \right] v(p_2) \\ &= \bar{u}(p_1) \left[(B_0^{(12)} + M_0^2C_0 - m_1^2C_1)Q_{LR} + m_1m_2C_2Q_{RL} \right. \\ &\quad \left. + m_1M_0(C_1 - C_0)G_{RL} - m_2M_0C_2G_{LR} \right] v(p_2). \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

Así, substituyendo (B.23), (B.24) en (B.22a)

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_1)S_2^{FVS}v(p_2) &= \frac{ic^{(1)}}{M_1^2} \bar{u}(p_1) \left[(A_0(M_1) + M_0^2B_0^{(1)} - m_1^2B_1^{(1)})Q_{LR} + m_1M_0(B_1^{(1)} - B_0^{(1)})G_{RL} + (M_2^2 - m_h^2) \right. \\ &\quad \left. \times \left((B_0^{(12)} + M_0^2C_0 - m_1^2C_1)Q_{LR} + m_1m_2C_2Q_{RL} + m_1M_0(C_1 - C_0)G_{RL} - m_2M_0C_2G_{LR} \right) \right] v(p_2) \\ &= -ic^{(1)}\bar{u}(p_1) \left[H_5^{FVS}G_{RL} + H_6^{FVS}G_{LR} + H_7^{FVS}Q_{LR} + H_8^{FVS}Q_{RL} \right] v(p_2) \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

donde

$$H_5^{FVS} = \frac{m_1 M_0}{M_1^2} \left(B_1^{(1)} - B_0^{(1)} + (M_2^2 - m_h^2)(C_1 - C_0) \right) \quad (\text{B.26a})$$

$$H_6^{FVS} = \frac{m_2 M_0}{M_1^2} (M_2^2 - m_h^2) C_2 \quad (\text{B.26b})$$

$$H_7^{FVS} = -\frac{1}{M_1^2} \left(A_0(M_1) + M_0^2 B_0^{(1)} - m_1^2 B_1^{(1)} \right. \\ \left. + (M_2^2 - m_h^2)(B_0^{(12)} + M_0^2 C_0 - m_1^2 C_1) \right) \quad (\text{B.26c})$$

$$H_8^{FVS} = -\frac{m_1 m_2}{M_1^2} (M_2^2 - m_h^2) C_2 \quad (\text{B.26d})$$

Tomando en cuenta las ecuaciones (B.7) y (B.8) obtenemos

$$\bar{u}(p_1) S_2^{FVS} v(p_2) = -ic^{(1)} \left(c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_5^{FVS} + c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_6^{FVS} \right. \\ \left. + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_7^{FVS} + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_8^{FVS} \right) \bar{u}(p_1) P_R v(p_2) \\ - ic^{(1)} \left(c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_5^{FVS} + c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_6^{FVS} \right. \\ \left. + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_7^{FVS} + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_8^{FVS} \right) \bar{u}(p_1) P_L v(p_2) \quad (\text{B.27})$$

Finalmente, sustituyendo (B.21) y (B.27) en (B.17), los factores de forma para el diagrama FVS están dados por

$$M_R^{FVS} = c^{(1)} \left(c_R^{(2)} c_R^{(3)} (H_5^{FVS} + H_1^{FVS}) + c_L^{(2)} c_L^{(3)} (H_6^{FVS} + H_2^{FVS}) \right. \\ \left. + c_R^{(2)} c_L^{(3)} (H_7^{FVS} + H_3^{FVS}) + c_L^{(2)} c_R^{(3)} (H_8^{FVS} + H_4^{FVS}) \right) \quad (\text{B.28})$$

$$M_L^{FVS} = c^{(1)} \left(c_L^{(2)} c_L^{(3)} (H_5^{FVS} + H_1^{FVS}) + c_R^{(2)} c_R^{(3)} (H_6^{FVS} + H_2^{FVS}) \right. \\ \left. + c_L^{(2)} c_R^{(3)} (H_7^{FVS} + H_3^{FVS}) + c_R^{(2)} c_L^{(3)} (H_8^{FVS} + H_4^{FVS}) \right) \quad (\text{B.29})$$

Como observación, las contribuciones FSV y FVS tiene la misma estructura quiral.

B.1.4. Contribución FVV

En el caso del diagrama d) asociado a la contribución FVV de la Figura 5.5, la amplitud en este caso esta dada por

$$i\mathcal{M}^{FVV} = \bar{u}(p_1) T^{FVV} v(p_2) \quad (\text{B.30})$$

donde,

$$T^{FVV} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{c^{(1)}}{D_1 D_0 D_2} \gamma_\mu (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) i(\not{k} + M_0) \gamma_\nu (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \\ \times g_{\alpha\beta} (-i) \left[g^{\mu\alpha} - \frac{(k-p_1)^\mu (k-p_1)^\alpha}{M_1^2} \right] (-i) \left[g^{\nu\beta} - \frac{(k+p_2)^\nu (k+p_2)^\beta}{M_2^2} \right] \quad (\text{B.31})$$

$$= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_1 D_0 D_2} \gamma_\mu (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) (\not{k} + M_0) \gamma_\nu (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \\ \times \left[g^\mu_\beta - \frac{(k-p_1)^\mu (k-p_1)_\beta}{M_1^2} \right] \left[g^{\beta\nu} - \frac{(k+p_2)^\beta (k+p_2)_\nu}{M_2^2} \right] \\ = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_1 D_0 D_2} J_{\mu\nu} L_1^\mu L_2^{\beta\nu} \quad (\text{B.32})$$

y

$$J_{\mu\nu} = \gamma_\mu (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) (\not{k} + M_0) \gamma_\nu (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \quad (\text{B.33})$$

$$L_1^\mu{}_\beta = g^\mu{}_\beta - \frac{(k-p_1)^\mu (k-p_1)_\beta}{M_1^2} \quad (\text{B.34})$$

$$L_2^{\beta\nu} = g^{\beta\nu} - \frac{(k+p_2)^\beta (k+p_2)^\nu}{M_2^2} \quad (\text{B.35})$$

Ahora nos enfocamos en (B.33), el cual puede ser simplificado de la siguiente manera

$$\begin{aligned} J_{\mu\nu} &= \gamma_\mu (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) (\not{k} + M_0) \gamma_\nu (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \\ &= \gamma_\mu (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) \not{k} \gamma_\nu (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \\ &\quad + M_0 \gamma_\mu (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) \gamma_\nu (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \\ &= \gamma_\mu \not{k} \gamma_\nu (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \\ &\quad + M_0 \gamma_\mu \gamma_\nu (c_R^{(3)} P_L + c_L^{(3)} P_R) (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \\ &= j_{\mu\nu}^1 + j_{\mu\nu}^2 \end{aligned} \quad (\text{B.36})$$

donde hemos considerado las ecuaciones (B.7) and (B.8), para obtener

$$j_{\mu\nu}^1 = \gamma_\mu \not{k} \gamma_\nu G_{RL} \quad (\text{B.37a})$$

$$j_{\mu\nu}^2 = M_0 \gamma_\mu \gamma_\nu Q_{LR} \quad (\text{B.37b})$$

Contribución de $j_{\mu\nu}^2$.

Ahora, para continuar con el cálculo en (B.32), primero consideremos la contribución de $j_{\mu\nu}^2$, entonces observemos que

$$\begin{aligned} j_{\mu\nu}^2 L_1^\mu{}_\beta L_2^{\beta\nu} &= M_0 \gamma_\mu \gamma_\nu Q_{LR} \left(g^\mu{}_\beta - \frac{(k-p_1)^\mu (k-p_1)_\beta}{M_1^2} \right) \left(g^{\beta\nu} - \frac{(k+p_2)^\beta (k+p_2)^\nu}{M_2^2} \right) \\ &= M_0 \left(\gamma_\beta \gamma^\beta - \frac{(\not{k} + \not{p}_2)(\not{k} + \not{p}_2)}{M_2^2} - \frac{(\not{k} - \not{p}_1)(\not{k} - \not{p}_1)}{M_1^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(k-p_1) \cdot (k+p_2)}{M_1^2 M_2^2} (\not{k} - \not{p}_1)(\not{k} + \not{p}_2) \right) Q_{LR} \\ &= M_0 \left(\gamma_\beta \gamma^\beta - \frac{(k^2 + m_2^2 + 2k \cdot p_2)}{M_2^2} - \frac{(k^2 + m_1^2 - 2k \cdot p_1)}{M_1^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(k-p_1) \cdot (k+p_2)}{M_1^2 M_2^2} (\not{k} - \not{p}_1)(\not{k} + \not{p}_2) \right) Q_{LR} \end{aligned} \quad (\text{B.38})$$

además, por las definiciones de D_0 , D_1 y D_2 , tenemos que

$$\begin{aligned} (k-p_1) \cdot (k+p_2) &= k^2 - k \cdot p_1 + k \cdot p_2 - p_1 \cdot p_2 \\ &= \frac{1}{2} (D_1 + D_2 + (M_1^2 + M_2^2) - m_h^2) \end{aligned} \quad (\text{B.39})$$

Entonces, sustituyendo (B.39) en (B.38)

$$\begin{aligned}
j_{\mu\nu}^2 L_1^\mu L_2^{\beta\nu} &= M_0 \left(\gamma_\beta \gamma^\beta - \frac{D_2 + M_2^2}{M_2^2} - \frac{D_1 + M_1^2}{M_1^2} \right. \\
&\quad \left. + \frac{D_1 + D_2 + (M_1^2 + M_2^2) - m_h^2}{2M_1^2 M_2^2} (\not{k} - \not{p}_1)(\not{k} + \not{p}_2) \right) Q_{LR} \\
&= M_0 \left(\gamma_\beta \gamma^\beta - \frac{D_2 + M_2^2}{M_2^2} - \frac{D_1 + M_1^2}{M_1^2} \right) Q_{LR} \\
&\quad + M_0 \left(\frac{D_1 + D_2 + (M_1^2 + M_2^2) - m_h^2}{2M_1^2 M_2^2} S_{RL} \right)
\end{aligned} \tag{B.40}$$

donde,

$$S_{RL} = (\not{k} - \not{p}_1) Q_{RL} (\not{k} + \not{p}_2). \tag{B.41}$$

Así, aplicando los espinores de Dirac a (B.40), obtenemos

$$\begin{aligned}
\bar{u}(p_1) j_{\mu\nu}^2 L_1^\mu L_2^{\beta\nu} v(p_2) &= M_0 \left(\gamma_\beta \gamma^\beta - \frac{D_2 + M_2^2}{M_2^2} - \frac{D_1 + M_1^2}{M_1^2} \right) \bar{u}(p_1) Q_{LR} v(p_2) \\
&\quad + M_0 \left(\frac{D_1 + D_2 + (M_1^2 + M_2^2) - m_h^2}{2M_1^2 M_2^2} \bar{u}(p_1) S_{RL} v(p_2) \right) \\
&= \bar{u}(p_1) M_0 \left[\gamma_\beta \gamma^\beta Q_{LR} - \left(1 + \frac{D_2}{M_2^2} \right) Q_{LR} - \left(1 + \frac{D_1}{M_1^2} \right) Q_{LR} \right. \\
&\quad \left. + \frac{D_1}{2M_1^2 M_2^2} S_{RL} + \frac{D_2}{2M_1^2 M_2^2} S_{RL} + \frac{(M_1^2 + M_2^2) - m_h^2}{2M_1^2 M_2^2} S_{RL} \right] v(p_2) \\
&= \bar{u}(p_1) M_0 \left[(-2 + \gamma_\beta \gamma^\beta) Q_{LR} + \frac{(M_1^2 + M_2^2) - m_h^2}{2M_1^2 M_2^2} S_{RL} \right. \\
&\quad \left. + \frac{D_1}{2M_1^2 M_2^2} (S_{RL} - 2M_2^2 Q_{LR}) + \frac{D_2}{2M_1^2 M_2^2} (S_{RL} - 2M_1^2 Q_{LR}) \right] v(p_2) \\
&= \bar{u}(p_1) M_0 \left[\frac{(M_1^2 + M_2^2) - m_h^2}{2M_1^2 M_2^2} \left(S_{RL} + \frac{2M_1^2 M_2^2}{(M_1^2 + M_2^2) - m_h^2} (\gamma_\beta \gamma^\beta - 2) Q_{LR} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{D_1}{2M_1^2 M_2^2} (S_{RL} - 2M_2^2 Q_{LR}) + \frac{D_2}{2M_1^2 M_2^2} (S_{RL} - 2M_1^2 Q_{LR}) \right] v(p_2) \tag{B.42}
\end{aligned}$$

por otro lado,

$$\begin{aligned}
\bar{u}(p_1) S_{RL} v(p_2) &= \bar{u}(p_1) (\not{k} - \not{p}_1) Q_{RL} (\not{k} + \not{p}_2) v(p_2) \\
&= \bar{u}(p_1) (k^2 Q_{LR} - m_2 \not{k} Q_{RL} - m_1 Q_{RL} \not{k} + m_1 m_2 Q_{RL}) v(p_2) \\
&= \bar{u}(p_1) ((D_0 + M_0^2) Q_{LR} - m_2 \not{k} Q_{RL} - m_1 Q_{RL} \not{k} + m_1 m_2 Q_{RL}) v(p_2)
\end{aligned} \tag{B.43}$$

entonces

$$S_{RL} = (D_0 + M_0^2) Q_{LR} - m_2 \not{k} Q_{RL} - m_1 Q_{RL} \not{k} + m_1 m_2 Q_{RL} \tag{B.44}$$

pero, usando (B.44), tenemos que

$$\begin{aligned}
\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_0 D_1 D_2} \bar{u}(p_1) S_{RL} v(p_2) &= \bar{u}(p_1) \left((B_0^{(12)} + M_0^2 C_0) Q_{LR} - m_2 (C_1 \not{p}_1 + C_2 \not{p}_2) Q_{RL} \right. \\
&\quad \left. - m_1 Q_{RL} (C_1 \not{p}_1 + C_2 \not{p}_2) + m_1 m_2 C_0 Q_{RL} \right) v(p_2) \\
&= \bar{u}(p_1) \left((B_0^{(12)} + M_0^2 C_0 + m_2^2 C_2 - m_1^2 C_1) Q_{LR} \right. \\
&\quad \left. + m_1 m_2 (C_0 - C_1 + C_2) Q_{RL} \right) v(p_2).
\end{aligned} \tag{B.45}$$

Similarmente, observemos que

$$\begin{aligned}
\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_0 D_1} \bar{u}(p_1) S_{RL} v(p_2) &= \bar{u}(p_1) \left((A_0(M_1) + M_0^2 B_0^{(1)}) Q_{LR} - m_2 B_1^{(1)} \not{p}_1 Q_{RL} \right. \\
&\quad \left. - m_1 B_1^{(1)} \not{p}_1 Q_{LR} + m_1 m_2 B_0^{(1)} Q_{RL} \right) v(p_2) \\
&= \bar{u}(p_1) \left((A_0(M_1) + M_0^2 B_0^{(1)} - m_1^2 B_1^{(1)}) Q_{LR} \right. \\
&\quad \left. + m_1 m_2 (B_0^{(1)} - B_1^{(1)}) Q_{RL} \right) v(p_2), \tag{B.46a}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_0 D_2} \bar{u}(p_1) S_{RL} v(p_2) &= \bar{u}(p_1) \left((A_0(M_2) + M_0^2 B_0^{(2)}) Q_{LR} - m_2 B_1^{(2)} Q_{LR} \not{p}_2 \right. \\
&\quad \left. - m_1 Q_{RL} B_1^{(2)} \not{p}_2 + m_1 m_2 B_0^{(2)} Q_{RL} \right) v(p_2) \\
&= \bar{u}(p_1) \left((A_0(M_2) + M_0^2 B_0^{(2)} + m_2^2 B_1^{(2)}) Q_{LR} \right. \\
&\quad \left. + m_1 m_2 (B_0^{(2)} + B_1^{(2)}) Q_{RL} \right) v(p_2). \tag{B.46b}
\end{aligned}$$

Finalmente, somos capaces de reescribir (B.42) en términos de funciones escalares de Passarino-Veltman y obtener la contribución de $j_{\mu\nu}^2$ usando (B.45) y (B.46), se sigue que

$$\begin{aligned}
\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} \bar{u}(p_1) j_{\mu\nu}^2 L_1^\mu L_2^{\beta\nu} v(p_2) &= \\
&\bar{u}(p_1) (-ic^{(1)}) M_0 \frac{(M_1^2 + M_2^2) - m_h^2}{2M_1^2 M_2^2} \left[m_1 m_2 (C_0 - C_1 + C_2) Q_{RL} \right. \\
&\quad \left. + (B_0^{(12)} + M_0^2 C_0 + m_2^2 C_2 - m_1^2 C_1 + \frac{2M_1^2 M_2^2}{(M_1^2 + M_2^2) - m_h^2} (D-2) C_0) Q_{LR} \right] v(p_2) \\
&+ \frac{-ic^{(1)} M_0}{2M_1^2 M_2^2} \bar{u}(p_1) \left((A_0(M_2) + M_0^2 B_0^{(2)} + m_2^2 B_1^{(2)} - 2M_2^2 B_0^{(2)}) Q_{LR} \right. \\
&\quad \left. + m_1 m_2 (B_0^{(2)} + B_1^{(2)}) Q_{RL} \right) v(p_2) \\
&+ \frac{-ic^{(1)} M_0}{2M_1^2 M_2^2} \bar{u}(p_1) \left((A_0(M_1) + M_0^2 B_0^{(1)} - m_1^2 B_1^{(1)} - 2M_1^2 B_0^{(1)}) Q_{LR} \right. \\
&\quad \left. + m_1 m_2 (B_0^{(1)} - B_1^{(1)}) Q_{RL} \right) v(p_2) \\
&= -ic^{(1)} \bar{u}(p_1) (H_3^{FVV} Q_{LR} + H_4^{FVV} Q_{RL}) v(p_2) \tag{B.47}
\end{aligned}$$

donde,

$$\begin{aligned}
H_3^{FVV} &= \frac{M_0}{2M_1^2 M_2^2} \left(A_0(M_1) + A_0(M_2) + M_0^2 (B_0^{(1)} + B_0^{(2)}) - m_1^2 B_1^{(1)} + m_2^2 B_1^{(2)} - 2M_1^2 B_0^{(1)} - 2M_2^2 B_0^{(2)} \right. \\
&\quad \left. + (M_1^2 + M_2^2 - m_h^2) (B_0^{(12)} + M_0^2 C_0 + m_2^2 C_2 - m_1^2 C_1 + \frac{2M_1^2 M_2^2}{(M_1^2 + M_2^2) - m_h^2} (D-2) C_0) \right) \tag{B.48a}
\end{aligned}$$

$$H_4^{FVV} = \frac{m_1 m_2 M_0}{2M_1^2 M_2^2} \left(B_0^{(1)} + B_0^{(2)} - B_1^{(1)} + B_1^{(2)} + (M_1^2 + M_2^2 - m_h^2) (C_0 - C_1 + C_2) \right) \tag{B.48b}$$

Contribución de $j_{\mu\nu}^1$

Ahora debemos considerar la contribución de $j_{\mu\nu}^1$ en (B.32), entonces primero consideremos lo siguiente

$$\begin{aligned} (\not{k} + \not{a})\not{k}(\not{k} + \not{b}) &= k^2(\not{k} + \not{b}) + \not{a}\not{k}(\not{k} + \not{b}) \\ &= k^2(\not{k} + \not{b} + \not{a}) + \not{a}\not{k}\not{b} \end{aligned} \quad (\text{B.49})$$

De tal manera que al usar (B.49), tenemos que

$$\begin{aligned} j_{\mu\nu}^1 L_1^\mu L_2^\beta &= \gamma_\mu \not{k} \gamma_\nu G_{RL} \left(g^\mu_\beta - \frac{(k-p_1)^\mu (k-p_1)_\beta}{M_1^2} \right) \left(g^{\beta\nu} - \frac{(k+p_2)^\beta (k+p_2)_\nu}{M_2^2} \right) \\ &= \left(\gamma_\beta - \frac{(\not{k} - \not{p}_1)(k-p_1)_\beta}{M_1^2} \right) \not{k} \left(\gamma^\beta - \frac{(\not{k} + \not{p}_2)(k+p_2)^\beta}{M_2^2} \right) G_{RL} \\ &= \left(\gamma_\beta \not{k} \gamma^\beta - \frac{k^2(\not{k} + 2\not{p}_2) + \not{p}_2 \not{k} \not{p}_2}{M_2^2} - \frac{k^2(\not{k} - 2\not{p}_1) + \not{p}_1 \not{k} \not{p}_1}{M_1^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(k-p_1) \cdot (k+p_2)}{M_1^2 M_2^2} (k^2(\not{k} - \not{p}_1 + \not{p}_2) - \not{p}_1 \not{k} \not{p}_2) \right) G_{RL} \end{aligned}$$

considerando (B.39) obtenemos

$$\begin{aligned} j_{\mu\nu}^1 L_1^\mu L_2^\beta &= \left(\gamma_\beta \not{k} \gamma^\beta - \frac{(D_0 + M_0^2)(\not{k} + 2\not{p}_2) + \not{p}_2 \not{k} \not{p}_2}{M_2^2} - \frac{(D_0 + M_0^2)(\not{k} - 2\not{p}_1) + \not{p}_1 \not{k} \not{p}_1}{M_1^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{D_1 + D_2 + (M_1^2 + M_2^2) - m_h^2}{2M_1^2 M_2^2} ((D_0 + M_0^2)(\not{k} - \not{p}_1 + \not{p}_2) - \not{p}_1 \not{k} \not{p}_2) \right) G_{RL}. \end{aligned} \quad (\text{B.50})$$

Para simplificar consideremos los siguientes cálculos de manera separada. primero usando la identidad en D dimensiones $\gamma_\beta \not{k} \gamma^\beta = -(D-2)\not{k}$

■ Cálculo 1

$$\begin{aligned} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} \bar{u}(p_1) \gamma_\beta \not{k} \gamma^\beta G_{RL} v(p_2) &= ic^{(1)} (D-2) \bar{u}(p_1) (C_1 \not{p}_1 + C_2 \not{p}_2) G_{RL} v(p_2) \\ &= ic^{(1)} (D-2) \bar{u}(p_1) (m_1 C_1 G_{RL} - m_2 C_2 G_{LR}) v(p_2) \end{aligned} \quad (\text{B.51})$$

■ Cálculo 2

$$\begin{aligned} &\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} \bar{u}(p_1) \frac{(D_0 + M_0^2)(\not{k} - 2\not{p}_1) + \not{p}_1 \not{k} \not{p}_1}{M_1^2} G_{RL} v(p_2) \\ &= \frac{-ic^{(1)}}{M_1^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_0 D_1 D_2} \bar{u}(p_1) (\not{k}(D_0 + M_0^2) - 2m_1(D_0 + M_0^2) + m_1 \not{k} \not{p}_1) G_{RL} v(p_2) \\ &= \frac{-ic^{(1)}}{M_1^2} \bar{u}(p_1) \left(B_1^{(12)} \not{p}_1 + B_2^{(12)} \not{p}_2 + M_0^2 (C_1 \not{p}_1 + C_2 \not{p}_2) \right. \\ &\quad \left. - 2m_1 (B_0^{(12)} + M_0^2 C_0) + m_1 (C_1 \not{p}_1 + C_2 \not{p}_2) \not{p}_1 \right) G_{RL} v(p_2) \\ &= \frac{-ic^{(1)}}{M_1^2} \bar{u}(p_1) \left(m_1 (B_1^{(12)} + (M_0^2 + m_1^2) C_1) - 2(B_0^{(12)} + M_0^2 C_0) + (m_h^2 - m_1^2 - m_2^2) C_2 \right) G_{RL} \\ &\quad \left. - m_2 (B_2^{(12)} + M_0^2 C_2 - m_1^2 C_2) G_{LR} \right) v(p_2) \end{aligned} \quad (\text{B.52})$$

■ **Cálculo 3**

$$\begin{aligned}
& \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} \bar{u}(p_1) \frac{(D_0 + M_0^2)(\not{k} + 2\not{p}_2) + \not{p}_2 \not{k} \not{p}_2}{M_2^2} G_{RL} v(p_2) \\
&= \frac{-ic^{(1)}}{M_2^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_0 D_1 D_2} \bar{u}(p_1) ((D_0 + M_0^2)\not{k} + 2(D_0 + M_0^2)\not{p}_2 + \not{p}_2 \not{k} \not{p}_2) G_{RL} v(p_2) \\
&= \frac{-ic^{(1)}}{M_2^2} \bar{u}(p_1) \left(B_1^{(12)} \not{p}_1 + B_2^{(12)} \not{p}_2 + M_0^2 (C_1 \not{p}_1 + C_2 \not{p}_2) \right. \\
&\quad \left. + 2(B_0^{(12)} + M_0^2 C_0) \not{p}_2 + \not{p}_2 (C_1 \not{p}_1 + C_2 \not{p}_2) \right) G_{RL} v(p_2) \\
&= \frac{-ic^{(1)}}{M_2^2} \bar{u}(p_1) \left(m_1 (B_1^{(12)} + M_0^2 C_1 - m_2^2 C_1) G_{RL} \right. \\
&\quad \left. - m_2 (B_2^{(12)} + M_0^2 C_2 + 2(B_0^{(12)} + M_0^2 C_0) + m_2^2 C_2 + (m_h^2 - m_1^2 - m_2^2) C_1) G_{LR} \right) v(p_2) \quad (\text{B.53})
\end{aligned}$$

■ **Cálculo 4**

$$\begin{aligned}
& \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} \bar{u}(p_1) \frac{D_1 + D_2 + (M_1^2 + M_2^2) - m_h^2}{2M_1^2 M_2^2} ((D_0 + M_0^2)(\not{k} - \not{p}_1 + \not{p}_2) - \not{p}_1 \not{k} \not{p}_2) G_{RL} v(p_2) \\
&= \frac{-ic^{(1)}}{2M_1^2 M_2^2} (X_1 + X_2 + (M_1^2 + M_2^2 - m_h^2) X_3)
\end{aligned}$$

donde,

$$\begin{aligned}
X_1 &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_0 D_1 D_2} \bar{u}(p_1) (D_1) ((D_0 + M_0^2)(\not{k} - \not{p}_1 + \not{p}_2) - \not{p}_1 \not{k} \not{p}_2) G_{RL} v(p_2) \\
&= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_0 D_2} \bar{u}(p_1) ((D_0 + M_0^2)\not{k} \\
&\quad + (D_0 + M_0^2)(-m_1 + \not{p}_2) - m_1 \not{k} \not{p}_2) G_{RL} v(p_2) \\
&= \bar{u}(p_1) \left((A_0(M_2) + M_0^2 B_1^{(2)}) \not{p}_2 + (A_0(M_2) + M_0^2 B_0^{(2)})(-m_1 + \not{p}_2) - m_1 (B_1^{(2)} \not{p}_2) \not{p}_2 \right) G_{RL} v(p_2) \\
&= \bar{u}(p_1) \left(-m_1 (A_0(M_2) + M_0^2 B_0^{(2)} + m_2^2 B_1^{(2)}) G_{RL} \right. \\
&\quad \left. - m_2 (2A_0(M_2) + M_0^2 (B_1^{(2)} + B_0^{(2)})) G_{LR} \right) v(p_2), \quad (\text{B.54a})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_2 &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_0 D_1 D_2} \bar{u}(p_1) (D_2) ((D_0 + M_0^2)(\not{k} - \not{p}_1 + \not{p}_2) - \not{p}_1 \not{k} \not{p}_2) G_{RL} v(p_2) \\
&= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_0 D_1} \bar{u}(p_1) ((D_0 + M_0^2)\not{k} \\
&\quad + (D_0 + M_0^2)(-m_1 + \not{p}_2) - m_1 \not{k} \not{p}_2) G_{RL} v(p_2) \\
&= \bar{u}(p_1) \left((A_0(M_1) + M_0^2 B_1^{(1)}) \not{p}_1 + (A_0(M_1) + M_0^2 B_0^{(1)})(-m_1 + \not{p}_2) - m_1 B_1^{(1)} \not{p}_1 \not{p}_2 \right) G_{RL} v(p_2) \\
&= \bar{u}(p_1) \left(m_1 M_0^2 (B_1^{(1)} - B_0^{(1)}) G_{RL} - m_2 (A_0(M_1) + M_0^2 B_0^{(1)} - m_1^2 B_1^{(1)}) G_{LR} \right) v(p_2)
\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
X_3 &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_0 D_1 D_2} \bar{u}(p_1) ((D_0 + M_0^2)(\not{k} - \not{p}_1 + \not{p}_2) - \not{p}_1 \not{k} \not{p}_2) G_{RL} v(p_2) \\
&= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_0 D_1 D_2} \bar{u}(p_1) ((D_0 + M_0^2) \not{k} \\
&\quad + (D_0 + M_0^2)(-m_1 + \not{p}_2) - m_1 \not{k} \not{p}_2) G_{RL} v(p_2) \\
&= \bar{u}(p_1) \left(B_1^{(12)} \not{p}_1 + B_2^{(12)} \not{p}_2 + M_0^2 (C_1 \not{p}_1 + C_2 \not{p}_2) \right. \\
&\quad \left. + (B_0^{(12)} + M_0^2 C_0)(-m_1 + \not{p}_2) - m_1 (C_1 \not{p}_1 + C_2 \not{p}_2) \not{p}_2 \right) G_{RL} v(p_2) \\
&= \bar{u}(p_1) \left(m_1 (B_1^{(12)} + M_0^2 C_1 - B_0^{(12)} - M_0^2 C_0 - m_2^2 C_2) G_{RL} \right. \\
&\quad \left. - m_2 (B_2^{(12)} + M_0^2 C_2 + B_0^{(12)} + M_0^2 C_0 - m_1^2 C_1) G_{LR} \right) v(p_2) \tag{B.54b}
\end{aligned}$$

Entonces, de (B.54), obtenemos

$$X_1 + X_2 + (M_1^2 + M_2^2 - m_h^2) X_3 = \bar{u}(p_1) (m_1 X_{RL} G_{RL} - m_2 X_{LR} G_{LR}) v(p_2) \tag{B.55}$$

donde

$$\begin{aligned}
X_{RL} &= \left(M_0^2 (B_1^{(1)} - B_0^{(1)}) - (A_0(M_2) + M_0^2 B_0^{(2)} + m_2^2 B_1^{(2)}) \right. \\
&\quad \left. + (M_1^2 + M_2^2 - m_h^2) (B_1^{(12)} + M_0^2 C_1 - B_0^{(12)} - M_0^2 C_0 - m_2^2 C_2) \right) \tag{B.56a}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_{LR} &= \left(2A_0(M_2) + M_0^2 (B_1^{(2)} + B_0^{(2)}) + A_0(M_1) + M_0^2 B_0^{(1)} - m_1^2 B_1^{(1)} \right. \\
&\quad \left. + (M_1^2 + M_2^2 - m_h^2) (B_2^{(12)} + M_0^2 C_2 + B_0^{(12)} + M_0^2 C_0 - m_1^2 C_1) \right) \tag{B.56b}
\end{aligned}$$

Así, podemos calcular la contribución j^1 considerando los resultados antes calculados (B.51), (B.52), (B.53) y (B.54a) con (B.55), entonces obtenemos que

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} \bar{u}(p_1) j_{\mu\nu}^1 L_1^\mu L_2^{\beta\nu} v(p_2) = -ic^{(1)} \bar{u}(p_1) (H_1^{FVV} G_{RL} + H_2^{FVV} G_{LR}) v(p_2) \tag{B.57}$$

con

$$\begin{aligned}
H_1^{FVV} &= -(D-2)m_1 C_1 + \frac{m_1}{M_1^2} \left(B_1^{(12)} + (M_0^2 + m_1) C_1 - 2(B_0^{(12)} + M_0^2 C_0) + (m_h^2 - m_1^2 - m_2^2) C_2 \right) \\
&\quad + \frac{m_1}{M_2^2} (B_1^{(12)} + M_0^2 C_1 - m_2^2 C_2) + \frac{m_1}{2M_1^2 M_2^2} X_{RL} \tag{B.58a}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_2^{FVV} &= (D-2)m_2 C_2 - \frac{m_2}{M_2^2} \left(B_2^{(12)} + M_0^2 C_2 + 2(B_0^{(12)} + M_0^2 C_0) + m_2^2 C_2 + (m_h^2 - m_1^2 - m_2^2) C_1 \right) \\
&\quad - \frac{m_2}{M_1^2} (B_2^{(12)} + M_0^2 C_2 - m_1^2 C_2) - \frac{m_2}{2M_1^2 M_2^2} X_{LR} \tag{B.58b}
\end{aligned}$$

Finalmente, considerando las contribuciones de j^1 (B.47) y j^2 (B.42), además de (B.36) y (B.32), obtenemos que los factores de forma de la contribución FVV están dados por

$$\begin{aligned}
M_R^{FVV} &= c^{(1)} \left(c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_1^{FVV} + c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_2^{FVV} \right. \\
&\quad \left. + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_3^{FVV} + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_4^{FVV} \right) \tag{B.59a}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_L^{FVV} &= c^{(1)} \left(c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_1^{FVV} + c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_2^{FVV} \right. \\
&\quad \left. + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_3^{FVV} + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_4^{FVV} \right) \tag{B.59b}
\end{aligned}$$

B.1.5. Contribución SFF

Consideremos el caso de la contribución SFF la cual corresponde al diagrama a) de la Figura 5.4, la amplitud en este caso esta dada por

$$i\mathcal{M}^{SFF} = \bar{u}(p_1)T^{SFF}v(p_2) \quad (\text{B.60})$$

donde,

$$\begin{aligned} T^{SFF} &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_1 D_0 D_2} (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) i(c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) i(\not{k} + \not{\psi}_2 + M_2) (c_R^{(1)} P_R + c_L^{(1)} P_L) i(\not{k} - \not{\psi}_1 + M_1) \\ &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-i}{D_1 D_0 D_2} G_{RL} \left[(\not{k} + \not{\psi}_2) (c_R^{(1)} P_R + c_L^{(1)} P_L) + M_2 (c_R^{(1)} P_R + c_L^{(1)} P_L) \right] (\not{k} - \not{\psi}_1 + M_1) \\ &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-i}{D_1 D_0 D_2} G_{RL} \left[(c_R^{(1)} P_L + c_L^{(1)} P_R) (\not{k} + \not{\psi}_2) + M_2 (c_R^{(1)} P_R + c_L^{(1)} P_L) \right] (\not{k} - \not{\psi}_1 + M_1) \end{aligned} \quad (\text{B.61})$$

Observemos que

$$\begin{aligned} X_{LR} &= G_{RL} (c_R^{(1)} P_L + c_L^{(1)} P_R) \\ &= (c_R^{(2)} c_R^{(3)} P_R + c_L^{(2)} c_L^{(3)} P_L) (c_R^{(1)} P_L + c_L^{(1)} P_R) \\ &= c_L^{(1)} c_R^{(2)} c_R^{(3)} P_R + c_R^{(1)} c_L^{(2)} c_L^{(3)} P_L \end{aligned} \quad (\text{B.62a})$$

$$\begin{aligned} Y_{RL} &= G_{RL} (c_R^{(1)} P_R + c_L^{(1)} P_L) \\ &= (c_R^{(2)} c_R^{(3)} P_R + c_L^{(2)} c_L^{(3)} P_L) (c_R^{(1)} P_R + c_L^{(1)} P_L) \\ &= c_R^{(1)} c_R^{(2)} c_R^{(3)} P_R + c_L^{(1)} c_L^{(2)} c_L^{(3)} P_L \end{aligned} \quad (\text{B.62b})$$

Entonces podemos definir

$$X_{RL} = c_L^{(1)} c_R^{(2)} c_R^{(3)} P_L + c_R^{(1)} c_L^{(2)} c_L^{(3)} P_R \quad (\text{B.62c})$$

$$Y_{LR} = c_R^{(1)} c_R^{(2)} c_R^{(3)} P_L + c_L^{(1)} c_L^{(2)} c_L^{(3)} P_R \quad (\text{B.62d})$$

Sustituyendo las ecuaciones (B.62) en T^{SFF} de la ec. (B.61)

$$\begin{aligned} T^{SFF} &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-i}{D_1 D_0 D_2} \left[X_{RL} (\not{k} + \not{\psi}_2) (\not{k} - \not{\psi}_1 + M_1) + M_2 Y_{LR} (\not{k} - \not{\psi}_1 + M_1) \right] \\ &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-i}{D_1 D_0 D_2} \left[X_{RL} \left(D_0 + M_0^2 - \not{k} \not{\psi}_1 + \not{\psi}_2 \not{k} - \not{\psi}_2 \not{\psi}_1 + M_1 \not{k} + M_1 \not{\psi}_2 \right) + M_2 Y_{LR} (\not{k} - \not{\psi}_1 + M_1) \right] \\ &= -i \left[X_{RL} \left(B_0^{(12)} + M_0^2 C_0 - (C_1 \not{\psi}_1 + C_2 \not{\psi}_2) \not{\psi}_1 + (\not{\psi}_2 + M_1) (C_1 \not{\psi}_1 + C_2 \not{\psi}_2) - \not{\psi}_2 \not{\psi}_1 C_0 + M_1 \not{\psi}_2 C_0 \right) \right. \\ &\quad \left. + M_2 Y_{LR} (C_1 \not{\psi}_1 + C_2 \not{\psi}_2 - \not{\psi}_1 C_0 + M_1 C_0) \right] \\ &= -i \left((B_0^{(12)} + M_0^2 C_0 - m_1^2 C_1 + m_2^2 C_2 + (m_h^2 - m_1^2 - m_2^2) (C_1 - C_2 - C_0)) X_{RL} \right. \\ &\quad \left. + M_1 C_1 \not{\psi}_1 X_{LR} + M_1 (C_0 + C_2) X_{RL} \not{\psi}_2 - (C_1 - C_2 - C_0) \not{\psi}_1 X_{LR} \not{\psi}_2 \right. \\ &\quad \left. + M_2 (C_1 - C_0) \not{\psi}_1 Y_{RL} + M_2 C_2 Y_{LR} \not{\psi}_2 + M_2 M_1 C_0 Y_{LR} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.63})$$

Así, sustituyendo (B.63) en (B.60) podemos obtener la amplitud para el diagrama SFF a continuación

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}^{SFF} &= -i\bar{u}(p_1) \left((B_0^{(12)} + M_0^2 C_0 - m_1^2 C_1 + m_2^2 C_2 + (m_h^2 - m_1^2 - m_2^2)(C_1 - C_2 - C_0)) X_{RL} \right. \\
&\quad + m_1 M_1 C_1 X_{LR} - m_2 M_1 (C_0 + C_2) X_{RL} + m_1 m_2 (C_1 - C_2 - C_0) X_{LR} \\
&\quad + m_1 M_2 (C_1 - C_0) Y_{RL} - m_2 M_2 C_2 Y_{LR} + M_2 M_1 C_0 Y_{LR} \left. \right) v(p_2) \\
&= -i\bar{u}(p_1) (H_1^{SFF} Y_{RL} + H_2^{SFF} Y_{LR} + H_3^{SFF} X_{RL} + H_4^{SFF} X_{LR}) v(p_2)
\end{aligned} \tag{B.64}$$

donde

$$\begin{aligned}
H_1^{SFF} &= m_1 M_2 (C_1 - C_0) \\
H_2^{SFF} &= M_2 (M_1 C_0 - m_2 C_2) \\
H_3^{SFF} &= B_0^{(12)} + M_0^2 C_0 - m_1^2 C_1 + m_2^2 C_2 + (m_h^2 - m_1^2 - m_2^2)(C_1 - C_2 - C_0) - m_2 M_1 (C_0 + C_2) \\
H_4^{SFF} &= m_1 M_1 C_1 + m_1 m_2 (C_1 - C_2 - C_0)
\end{aligned} \tag{B.65}$$

Por último, usando (B.8) los factores de forma en este caso son

$$M_R^{SFF} = c_R^{(1)} c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_1^{SFF} + c_L^{(1)} c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_2^{SFF} + c_R^{(1)} c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_3^{SFF} + c_L^{(1)} c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_4^{SFF} \tag{B.66a}$$

$$M_L^{SFF} = c_L^{(1)} c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_1^{SFF} + c_R^{(1)} c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_2^{SFF} + c_L^{(1)} c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_3^{SFF} + c_R^{(1)} c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_4^{SFF} \tag{B.66b}$$

B.1.6. Contribución VFF

Finalmente, consideremos el caso de la contribución VFF que corresponde al diagrama b) de la Figura 5.4, la amplitud en este caso está dada por

$$i\mathcal{M}^{VFF} = \bar{u}(p_1) T^{VFF} v(p_2) \tag{B.67}$$

con

$$\begin{aligned}
T^{VFF} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_1 D_0 D_2} \gamma_\mu (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) \gamma_\nu (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) i(\not{k} + \not{p}_2 + M_2) \\
&\quad \times (c_R^{(1)} P_R + c_L^{(1)} P_L) i(\not{k} - \not{p}_1 + M_1) (-i) \left[g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{M_0^2} \right] \\
&= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{i}{D_1 D_0 D_2} \left[D - 1 - \frac{D_0}{M_0^2} \right] Q_{LR} \\
&\quad \times \left[(c_R^{(1)} P_L + c_L^{(1)} P_R)(\not{k} + \not{p}_2) + M_2 (c_R^{(1)} P_R + c_L^{(1)} P_L) \right] (\not{k} - \not{p}_1 + M_1)
\end{aligned} \tag{B.68}$$

Observemos que

$$\begin{aligned}
W_{LR} &= Q_{LR} (c_R^{(1)} P_L + c_L^{(1)} P_R) \\
&= (c_R^{(2)} c_L^{(3)} P_R + c_L^{(2)} c_R^{(3)} P_L) (c_R^{(1)} P_L + c_L^{(1)} P_R) \\
&= c_L^{(1)} c_R^{(2)} c_L^{(3)} P_R + c_R^{(1)} c_L^{(2)} c_R^{(3)} P_L
\end{aligned} \tag{B.69a}$$

$$\begin{aligned}
Z_{RL} &= Q_{LR} (c_R^{(1)} P_R + c_L^{(1)} P_L) \\
&= (c_R^{(2)} c_L^{(3)} P_R + c_L^{(2)} c_R^{(3)} P_L) (c_R^{(1)} P_R + c_L^{(1)} P_R) \\
&= c_R^{(1)} c_R^{(2)} c_L^{(3)} P_R + c_L^{(1)} c_L^{(2)} c_R^{(3)} P_L
\end{aligned} \tag{B.69b}$$

de tal forma que podemos tambien definir

$$W_{RL} = c_L^{(1)} c_R^{(2)} c_L^{(3)} P_L + c_R^{(1)} c_L^{(2)} c_R^{(3)} P_R \quad (\text{B.69c})$$

$$Z_{LR} = c_R^{(1)} c_R^{(2)} c_L^{(3)} P_L + c_L^{(1)} c_L^{(2)} c_R^{(3)} P_R. \quad (\text{B.69d})$$

Con los resultados en (B.69) podemos reescribir T^{VFF} en (B.68) en términos de W_{LR} y Z_{RL} , de tal forma que

$$\begin{aligned} T^{VFF} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{i}{D_1 D_0 D_2} \left[D - 1 - \frac{D_0}{M_0^2} \right] \\ &\quad \times \left[W_{LR}(k + \not{p}_2)(k - \not{p}_1 + M_1) + M_2 Z_{RL}(k - \not{p}_1 + M_1) \right] \\ &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{i}{D_1 D_0 D_2} \left[D - 1 - \frac{D_0}{M_0^2} \right] \\ &\quad \times \left[W_{LR} \left(D_2 + M_2^2 - m_2^2 - k \not{p}_2 - k \not{p}_1 - \not{p}_2 \not{p}_1 + M_1 k + M_1 \not{p}_2 \right) + M_2 Z_{RL}(k - \not{p}_1 + M_1) \right] \\ &= i \left((D - 1)t_1 - \frac{1}{M_0^2} t_2 \right) \end{aligned} \quad (\text{B.70})$$

donde

$$\begin{aligned} t_1 &= W_{LR} \left(B_0^{(1)} + (M_2^2 - m_2^2)C_0 - (C_1 \not{p}_1 + C_2 \not{p}_2) \not{p}_2 - (C_1 \not{p}_1 + C_2 \not{p}_2) \not{p}_1 - \not{p}_2 \not{p}_1 C_0 \right. \\ &\quad \left. + M_1 (C_1 \not{p}_1 + C_2 \not{p}_2) + M_1 C_0 \not{p}_2 \right) + M_2 Z_{RL} (C_1 \not{p}_1 + C_2 \not{p}_2 - \not{p}_1 C_0 + M_1 C_0) \\ &= \left(B_0^{(1)} + (M_2^2 - m_2^2)C_0 - m_1^2 C_1 - m_2^2 C_2 - 2p_1 \cdot p_2 (C_0 + C_2) \right) W_{LR} + (C_0 - C_1 + C_2) \not{p}_1 W_{RL} \not{p}_2 \\ &\quad + M_1 C_1 \not{p}_1 W_{RL} + M_1 (C_0 + C_2) W_{LR} \not{p}_2 + M_2 ((C_1 - C_0) \not{p}_1 Z_{LR} + C_2 Z_{RL} \not{p}_2 + M_1 C_0 Z_{RL}) \end{aligned} \quad (\text{B.71a})$$

$$\begin{aligned} t_2 &= W_{LR} \left(A_0 (M_1) + (M_2^2 - m_2^2) B_0^{(12)} - (B_1^{(12)} \not{p}_1 + B_2^{(12)} \not{p}_2) \not{p}_2 - (B_1^{(12)} \not{p}_1 + B_2^{(12)} \not{p}_2) \not{p}_1 - \not{p}_2 \not{p}_1 B_0^{(12)} \right. \\ &\quad \left. + M_1 (B_1^{(12)} \not{p}_1 + B_2^{(12)} \not{p}_2) + M_1 B_0^{(12)} \not{p}_2 \right) + M_2 Z_{RL} (B_1^{(12)} \not{p}_1 + B_2^{(12)} \not{p}_2 - B_0^{(12)} \not{p}_1 + M_1 B_0^{(12)}) \\ &= \left(A_0 (M_1) + (M_2^2 - m_2^2) B_0^{(12)} - m_1^2 B_1^{(12)} - m_2^2 B_2^{(12)} - 2p_1 \cdot p_2 (B_0^{(12)} + B_2^{(12)}) \right) W_{LR} \\ &\quad + (B_0^{(12)} - B_1^{(12)} + B_2^{(12)}) \not{p}_1 W_{RL} \not{p}_2 + M_1 B_1^{(12)} \not{p}_1 W_{RL} + M_1 (B_0^{(12)} + B_2^{(12)}) W_{LR} \not{p}_2 \\ &\quad + M_2 ((B_1^{(12)} - B_0^{(12)}) \not{p}_1 Z_{LR} + B_2^{(12)} Z_{RL} \not{p}_2 + M_1 B_0^{(12)} Z_{RL}) \end{aligned} \quad (\text{B.71b})$$

Aplicando los espinores de Dirac a t_1 , tenemos que

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_1) t_1 v(p_2) &= \bar{u}(p_1) \left(\left(B_0^{(1)} + (M_2^2 - m_2^2)C_0 - m_1^2 C_1 - m_2^2 C_2 - 2p_1 \cdot p_2 (C_0 + C_2) \right) W_{LR} \right. \\ &\quad \left. - m_1 m_2 (C_0 - C_1 + C_2) W_{RL} + m_1 M_1 C_1 W_{RL} - m_2 M_1 (C_0 + C_2) W_{LR} \right. \\ &\quad \left. + M_2 (m_1 (C_1 - C_0) Z_{LR} - m_2 C_2 Z_{RL} + M_1 C_0 Z_{RL}) \right) v(p_2) \\ &= \bar{u}(p_1) (S_{LR}^1 W_{LR} + S_{RL}^1 W_{RL} + T_{LR}^1 Z_{LR} + T_{RL}^1 Z_{RL}) v(p_2) \end{aligned} \quad (\text{B.72a})$$

donde

$$S_{LR}^1 = B_0^{(1)} + (M_2^2 - m_2^2)C_0 - m_1^2 C_1 - m_2^2 C_2 - m_2 M_1 (C_0 + C_2) - (m_h^2 - m_1^2 - m_2^2)(C_0 + C_2) \quad (\text{B.72b})$$

$$S_{RL}^1 = m_1 M_1 C_1 - m_1 m_2 (C_0 - C_1 + C_2) \quad (\text{B.72c})$$

$$T_{LR}^1 = m_1 M_2 (C_1 - C_0) \quad (\text{B.72d})$$

$$T_{RL}^1 = M_2 (M_1 C_0 - m_2 C_2) \quad (\text{B.72e})$$

Por otro lado, para t_2 tenemos que

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_1)t_2v(p_2) &= \bar{u}(p_1) \left(\left(A_0(M_1) + (M_2^2 - m_2^2)B_0^{(12)} - m_1^2B_1^{(12)} - m_2^2B_2^{(12)} - 2p_1 \cdot p_2(B_0^{(12)} + B_2^{(12)}) \right) W_{LR} \right. \\ &\quad - m_1m_2(B_0^{(12)} - B_1^{(12)} + B_2^{(12)})W_{RL} + m_1M_1B_1^{(12)}W_{RL} - m_2M_1(B_0^{(12)} + B_2^{(12)})W_{LR} \\ &\quad \left. + M_2(m_1(B_1^{(12)} - B_0^{(12)})Z_{LR} - m_2B_2^{(12)}Z_{RL} + M_1B_0^{(12)}Z_{RL}) \right) v(p_2) \\ &= \bar{u}(p_1) (S_{LR}^2W_{LR} + S_{RL}^2W_{RL} + T_{LR}^2Z_{LR} + T_{RL}^2Z_{RL}) v(p_2) \end{aligned}$$

donde

$$S_{LR}^2 = A_0(M_1) + (M_2^2 - m_2^2)B_0^{(12)} - m_1^2B_1^{(12)} - m_2^2B_2^{(12)} - m_2M_1(B_0^{(12)} + B_2^{(12)}) - (m_h^2 - m_1^2 - m_2^2)(B_0^{(12)} + B_2^{(12)}) \quad (\text{B.72f})$$

$$S_{RL}^2 = m_1M_1B_1^{(12)} - m_1m_2(B_0^{(12)} - B_1^{(12)} + B_2^{(12)}) \quad (\text{B.72g})$$

$$T_{LR}^2 = m_1M_2(B_1^{(12)} - B_0^{(12)}) \quad (\text{B.72h})$$

$$T_{RL}^2 = M_2(M_1B_0^{(12)} - m_2B_2^{(12)}) \quad (\text{B.72i})$$

Sustituyendo (B.70) en (B.67) y usando las ecuaciones (B.72), obtenemos,

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}^{VFF} &= -i \left(\frac{1}{M_0^2} \bar{u}(p_1)t_2v(p_2) - (D-1)\bar{u}(p_1)t_1v(p_2) \right) \\ &= -i \left(\frac{1}{M_0^2} \bar{u}(p_1)(S_{LR}^2W_{LR} + S_{RL}^2W_{RL} + T_{LR}^2Z_{LR} + T_{RL}^2Z_{RL})v(p_2) \right. \\ &\quad \left. - (D-1)\bar{u}(p_1)(S_{LR}^1W_{LR} + S_{RL}^1W_{RL} + T_{LR}^1Z_{LR} + T_{RL}^1Z_{RL})v(p_2) \right) \\ &= -i\bar{u}(p_1)(H_1^{VFF}Z_{RL} + H_2^{VFF}Z_{LR} + H_3^{VFF}W_{RL} + H_4^{VFF}W_{LR})v(p_2) \quad (\text{B.73}) \end{aligned}$$

donde

$$H_1^{VFF} = \frac{1}{M_0^2}T_{RL}^2 - (D-1)T_{RL}^1 \quad (\text{B.74a})$$

$$H_2^{VFF} = \frac{1}{M_0^2}T_{LR}^2 - (D-1)T_{LR}^1 \quad (\text{B.74b})$$

$$H_3^{VFF} = \frac{1}{M_0^2}S_{RL}^2 - (D-1)S_{RL}^1 \quad (\text{B.74c})$$

$$H_4^{VFF} = \frac{1}{M_0^2}S_{LR}^2 - (D-1)S_{LR}^1 \quad (\text{B.74d})$$

Por último, usando (B.69) obtenemos los factores de forma dados a continuación

$$M_R^{VFF} = c_R^{(1)}c_R^{(2)}c_L^{(3)}H_1^{VFF} + c_L^{(1)}c_L^{(2)}c_R^{(3)}H_2^{VFF} + c_R^{(1)}c_L^{(2)}c_R^{(3)}H_3^{VFF} + c_L^{(1)}c_R^{(2)}c_L^{(3)}H_4^{VFF} \quad (\text{B.75a})$$

$$M_L^{VFF} = c_L^{(1)}c_L^{(2)}c_R^{(3)}H_1^{VFF} + c_R^{(1)}c_R^{(2)}c_L^{(3)}H_2^{VFF} + c_L^{(1)}c_R^{(2)}c_L^{(3)}H_3^{VFF} + c_R^{(1)}c_L^{(2)}c_R^{(3)}H_4^{VFF} \quad (\text{B.75b})$$

Hasta este momento todas las contribuciones tipo triángulo.

B.2. Correcciones de Burbuja

Ahora continuamos con los diagramas tipo burbuja dados en la Figura 5.5. De forma genérica, estas contribuciones están calculadas a continuación.

B.2.1. Contribución FV

Iniciamos con la corrección tipo FV correspondiente al diagrama g) de la Figura 5.5, la amplitud esta dada por:

$$i\mathcal{M}^{FV} = \bar{u}(p_1)T^{FV}v(p_2) \quad (\text{B.76})$$

donde

$$\begin{aligned} T^{FV} &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{c^{(1)}}{D_1 D_0} \gamma_\mu (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) i(\not{k} + M_0) \gamma_\nu (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \\ &\times \frac{i(\not{p}_1 + m_2)}{p_1^2 - m_2^2} (-i) \left[g^{\mu\nu} - \frac{(k-p_1)^\mu (k-p_1)^\nu}{M_1^2} \right] \\ &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_1 D_0} (j_{\mu\nu}^1 + j_{\mu\nu}^2) \frac{(\not{p}_1 + m_2)}{p_1^2 - m_2^2} \left[g^{\mu\nu} - \frac{(k-p_1)^\mu (k-p_1)^\nu}{M_1^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.77})$$

hemos usado B.36 y B.37. Por otro lado, si nos enfocamos en las siguientes contracciones

$$\begin{aligned} T_2^{FV} &= j_{\mu\nu}^2 \left[g^{\mu\nu} - \frac{(k-p_1)^\mu (k-p_1)^\nu}{M_1^2} \right] \\ &= M_0 \gamma_\mu \gamma_\nu Q_{LR} \left[g^{\mu\nu} - \frac{(k-p_1)^\mu (k-p_1)^\nu}{M_1^2} \right] \\ &= M_0 \left[\gamma_\mu \gamma^\mu - \frac{D_1 + M_1^2}{M_1^2} \right] Q_{LR} \\ &= M_0 \left[D - 1 - \frac{D_1}{M_1^2} \right] Q_{LR} \end{aligned} \quad (\text{B.78})$$

y usando B.49,

$$\begin{aligned} T_1^{FV} &= j_{\mu\nu}^1 \left[g^{\mu\nu} - \frac{(k-p_1)^\mu (k-p_1)^\nu}{M_1^2} \right] \\ &= \gamma_\mu \not{k} \gamma_\nu G_{RL} \left[g^{\mu\nu} - \frac{(k-p_1)^\mu (k-p_1)^\nu}{M_1^2} \right] \\ &= \left[-(D-2)\not{k} - \frac{(D_0 + M_0^2)(\not{k} - 2\not{p}_1) + \not{p}_1 \not{k} \not{p}_1}{M_1^2} \right] G_{RL} \\ &= \left[-\left(\frac{D_0}{M_1^2} + \frac{M_0^2}{M_1^2} + D - 2 \right) \not{k} + \frac{2(D_0 + M_0^2)\not{p}_1 + \not{p}_1 \not{k} \not{p}_1}{M_1^2} \right] G_{RL} \end{aligned} \quad (\text{B.79})$$

Entonces, sustituyendo (B.78) y (B.79) en (B.77), obtenemos

$$\begin{aligned} T^{FV} &= \frac{ic^{(1)}}{p_1^2 - m_2^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_1 D_0} (T_1^{FV} + T_2^{FV})(\not{p}_1 + m_2) \\ &= \frac{ic^{(1)}}{p_1^2 - m_2^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_1 D_0} (T_1^{FV} \not{p}_1 + T_2^{FV} \not{p}_1 + m_2(T_1^{FV} + T_2^{FV})) \end{aligned} \quad (\text{B.80})$$

Ahora podemos integrar $T_{1,2}^{FV}$, usando (B.78) y (B.79), entonces,

$$\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_1 D_0} T_2^{FV} = M_0 \left[(D-1)B_0^{(1)} - \frac{A_0(M_0)}{M_1^2} \right] Q_{LR} \quad (\text{B.81})$$

$$\begin{aligned}
\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_1 D_0} T_1^{FV} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_1 D_0} \left[-\left(\frac{D_0}{M_1^2} + \frac{M_0^2}{M_1^2} + D - 2 \right) \not{k} + \frac{2(D_0 + M_0^2) \not{p}_1 + \not{p}_1 \not{k} \not{p}_1}{M_1^2} \right] G_{RL} \\
&= \left[-\frac{1}{M_1^2} A_0(M_1) \not{p}_1 - \left(\frac{M_0^2}{M_1^2} + D - 2 \right) B_1^{(1)} \not{p}_1 \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{M_1^2} \left(2(A_0(M_1) + M_0^2 B_0^{(1)}) \not{p}_1 + \not{p}_1 B_1^{(1)} \not{p}_1 \right) \right] G_{RL} \\
&= \left[-(D-2) B_1^{(1)} + \frac{1}{M_1^2} \left(A_0(M_1) + 2M_0^2 B_0^{(1)} + (m_1^2 - M_0^2) B_1^{(1)} \right) \right] \not{p}_1 G_{RL} \quad (\text{B.82})
\end{aligned}$$

Sustituyendo (B.80) en (B.76) y usando (B.81) y (B.82), tenemos

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}^{FV} &= \frac{-ic^{(1)}}{p_1^2 - m_2^2} \left[-\left(-(D-2) B_1^{(1)} + \frac{1}{M_1^2} \left(A_0(M_1) + 2M_0^2 B_0^{(1)} + (m_1^2 - M_0^2) B_1^{(1)} \right) \right) \bar{u}(p_1) \not{p}_1 G_{RL} \not{p}_1 v(p_2) \right. \\
&\quad \left. - M_0 \left((D-1) B_0^{(1)} - \frac{A_0(M_0)}{M_1^2} \right) \bar{u}(p_1) Q_{LR} \not{p}_1 v(p_2) \right] \\
&\quad + \frac{-ic^{(1)} m_2}{p_1^2 - m_2^2} \left[-\left(-(D-2) B_1^{(1)} + \frac{1}{M_1^2} \left(A_0(M_1) + 2M_0^2 B_0^{(1)} + (m_1^2 - M_0^2) B_1^{(1)} \right) \right) \bar{u}(p_1) \not{p}_1 G_{RL} v(p_2) \right. \\
&\quad \left. - M_0 \left((D-1) B_0^{(1)} - \frac{A_0(M_0)}{M_1^2} \right) \bar{u}(p_1) Q_{LR} v(p_2) \right] \\
&= -ic^{(1)} \bar{u}(p_1) (H_1^{FV} G_{RL} + H_2^{FV} G_{LR} + H_3^{FV} Q_{LR} + H_4^{FV} Q_{RL}) v(p_2) \quad (\text{B.83})
\end{aligned}$$

donde

$$H_1^{FV} = -\frac{m_1 m_2}{m_1^2 - m_2^2} \left(-(D-2) B_1^{(1)} + \frac{1}{M_1^2} \left(A_0(M_1) + 2M_0^2 B_0^{(1)} + (m_1^2 - M_0^2) B_1^{(1)} \right) \right) \quad (\text{B.84a})$$

$$H_2^{FV} = -\frac{m_1^2}{m_1^2 - m_2^2} \left(-(D-2) B_1^{(1)} + \frac{1}{M_1^2} \left(A_0(M_1) + 2M_0^2 B_0^{(1)} + (m_1^2 - M_0^2) B_1^{(1)} \right) \right) \quad (\text{B.84b})$$

$$H_3^{FV} = -\frac{m_2 M_0}{m_1^2 - m_2^2} \left((D-1) B_0^{(1)} - \frac{A_0(M_0)}{M_1^2} \right) \quad (\text{B.84c})$$

$$H_4^{FV} = -\frac{m_1 M_0}{m_1^2 - m_2^2} \left((D-1) B_0^{(1)} - \frac{A_0(M_0)}{M_1^2} \right) \quad (\text{B.84d})$$

Finalmente, tomando (B.7) y (B.8), obtenemos los factores de forma del tipo FV a continuación

$$\begin{aligned}
M_L^{FV} &= c^{(1)} \left(c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_1^{FV} + c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_2^{FV} \right. \\
&\quad \left. + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_3^{FV} + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_4^{FV} \right) \quad (\text{B.85a})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_R^{FV} &= c^{(1)} \left(c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_1^{FV} + c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_2^{FV} \right. \\
&\quad \left. + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_3^{FV} + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_4^{FV} \right) \quad (\text{B.85b})
\end{aligned}$$

B.2.2. Contribución VF

Continuamos con la burbuja tipo VF del diagrama h) de la Figura 5.5, en este caso la amplitud está dada por:

$$i\mathcal{M}^{VF} = \bar{u}(p_1) T^{VF} v(p_2) \quad (\text{B.86})$$

donde

$$\begin{aligned}
T^{VF} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{c^{(1)}}{D_0 D_2} \frac{i(-\not{p}_2 + m_1)}{p_2^2 - m_1^2} \gamma_\mu (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) i(\not{k} + M_0) \gamma_\nu (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \\
&\times (-i) \left[g^{\mu\nu} - \frac{(k+p_2)^\mu (k+p_2)^\nu}{M_2^2} \right] \\
&= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_0 D_2} \frac{(-\not{p}_2 + m_1)}{p_2^2 - m_1^2} (j_{\mu\nu}^1 + j_{\mu\nu}^2) \left[g^{\mu\nu} - \frac{(k+p_2)^\mu (k+p_2)^\nu}{M_2^2} \right]
\end{aligned} \tag{B.87}$$

de nuevo hemos usado B.36, B.37 así como (B.7) y (B.8).

Análogamente a (B.78) realizamos la siguiente contracción

$$\begin{aligned}
T_2^{VF} &= j_{\mu\nu}^2 \left[g^{\mu\nu} - \frac{(k+p_2)^\mu (k+p_2)^\nu}{M_2^2} \right] \\
&= M_0 \gamma_\mu \gamma_\nu Q_{LR} \left[g^{\mu\nu} - \frac{(k+p_2)^\mu (k+p_2)^\nu}{M_2^2} \right] \\
&= M_0 \left[\gamma_\mu \gamma^\mu - \frac{D_2 + M_2^2}{M_2^2} \right] Q_{LR} \\
&= M_0 \left[D - 1 - \frac{D_2}{M_2^2} \right] Q_{LR}
\end{aligned} \tag{B.88}$$

y usando B.49,

$$\begin{aligned}
T_1^{VF} &= j_{\mu\nu}^1 \left[g^{\mu\nu} - \frac{(k+p_2)^\mu (k+p_2)^\nu}{M_2^2} \right] \\
&= \gamma_\mu \not{k} \gamma_\nu G_{RL} \left[g^{\mu\nu} - \frac{(k+p_2)^\mu (k+p_2)^\nu}{M_2^2} \right] \\
&= \left[\gamma_\mu \not{k} \gamma^\mu - \frac{k^2 (\not{k} + 2\not{p}_2) + \not{p}_2 \not{k} \not{p}_2}{M_2^2} \right] G_{RL} \\
&= \left[-(D-2)\not{k} - \frac{(D_0 + M_0^2)(\not{k} + 2\not{p}_2) + \not{p}_2 \not{k} \not{p}_2}{M_2^2} \right] G_{RL} \\
&= \left[-\left(\frac{D_0}{M_2^2} + \frac{M_0^2}{M_2^2} + D - 2 \right) \not{k} - \frac{2(D_0 + M_0^2)\not{p}_2 + \not{p}_2 \not{k} \not{p}_2}{M_2^2} \right] G_{RL}
\end{aligned} \tag{B.89}$$

Sustituyendo (B.88) y (B.89) en (B.87)

$$\begin{aligned}
T^{VF} &= \frac{ic^{(1)}}{p_2^2 - m_1^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_0 D_2} (-\not{p}_2 + m_1) (T_1^{VF} + T_2^{VF}) \\
&= \frac{ic^{(1)}}{p_2^2 - m_1^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_0 D_2} (-\not{p}_2 T_1^{VF} - \not{p}_2 T_2^{VF} + m_1 (T_1^{VF} + T_2^{VF}))
\end{aligned} \tag{B.90}$$

Now podemos integrar $T_{1,2}^{VF}$, usando (B.88) y (B.89), obtenemos

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_0 D_2} T_2^{VF} = M_0 \left[(D-1)B_0^{(2)} - \frac{A_0(M_0)}{M_2^2} \right] Q_{LR} \tag{B.91}$$

$$\begin{aligned}
\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_0 D_2} T_1^{VF} &= \left[- \left(\frac{A_0(M_2)}{M_2^2} \not{p}_2 + \left(\frac{M_0^2}{M_2^2} + D - 2 \right) B_1^{(2)} \not{p}_2 \right) \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{M_2^2} \left(2(A_0(M_2) + M_0^2 B_0^{(2)}) \not{p}_2 + \not{p}_2 B_1^{(2)} \not{p}_2 \not{p}_2 \right) \right] G_{RL} \\
&= \left[- \left(\frac{M_0^2}{M_2^2} + D - 2 \right) B_1^{(2)} - \frac{1}{M_2^2} \left(3A_0(M_2) + 2M_0^2 B_0^{(2)} + m_2^2 B_1^{(2)} \right) \right] \not{p}_2 G_{RL} \\
&= \left[-(D-2)B_1^{(2)} - \frac{1}{M_2^2} \left(3A_0(M_2) + 2M_0^2 B_0^{(2)} + (M_0^2 + m_2^2) B_1^{(2)} \right) \right] \not{p}_2 G_{RL} \quad (\text{B.92})
\end{aligned}$$

Entonces, si sustituimos (B.90) en (B.86) y usamos (B.91) y (B.92), obtenemos la amplitud para la contribuci3n VF

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}^{VF} &= \frac{-ic^{(1)}}{p_2^2 - m_1^2} \left[- \left((D-2)B_1^{(2)} + \frac{1}{M_2^2} \left(3A_0(M_2) + 2M_0^2 B_0^{(2)} + (M_0^2 + m_2^2) B_1^{(2)} \right) \right) m_2^2 \bar{u}(p_1) G_{RL} v(p_2) \right. \\
&\quad \left. + M_0 \left((D-1)B_0^{(2)} - \frac{A_0(M_0)}{M_2^2} \right) \bar{u}(p_1) \not{p}_2 Q_{LR} v(p_2) \right] \\
&\quad + \frac{-ic^{(1)} m_1}{p_2^2 - m_1^2} \left[\left((D-2)B_1^{(2)} + \frac{1}{M_2^2} \left(3A_0(M_2) + 2M_0^2 B_0^{(2)} + (M_0^2 + m_2^2) B_1^{(2)} \right) \right) \bar{u}(p_1) \not{p}_2 G_{RL} v(p_2) \right. \\
&\quad \left. - M_0 \left((D-1)B_0^{(2)} - \frac{A_0(M_0)}{M_2^2} \right) \bar{u}(p_1) Q_{LR} v(p_2) \right] \\
&= -ic^{(1)} \bar{u}(p_1) (H_1^{VF} G_{RL} + H_2^{VF} G_{LR} + H_3^{VF} Q_{LR} + H_4^{VF} Q_{RL}) v(p_2) \quad (\text{B.93})
\end{aligned}$$

donde

$$H_1^{VF} = -\frac{m_2^2}{m_2^2 - m_1^2} \left((D-2)B_1^{(2)} + \frac{1}{M_2^2} \left(3A_0(M_2) + 2M_0^2 B_0^{(2)} + (M_0^2 + m_2^2) B_1^{(2)} \right) \right) \quad (\text{B.94a})$$

$$H_2^{VF} = -\frac{m_1 m_2}{m_2^2 - m_1^2} \left((D-2)B_1^{(2)} + \frac{1}{M_2^2} \left(3A_0(M_2) + 2M_0^2 B_0^{(2)} + (M_0^2 + m_2^2) B_1^{(2)} \right) \right) \quad (\text{B.94b})$$

$$H_3^{VF} = -\frac{m_1 M_0}{m_2^2 - m_1^2} \left((D-1)B_0^{(2)} - \frac{A_0(M_0)}{M_2^2} \right) \quad (\text{B.94c})$$

$$H_4^{VF} = -\frac{m_2 M_0}{m_2^2 - m_1^2} \left((D-1)B_0^{(2)} - \frac{A_0(M_0)}{M_2^2} \right) \quad (\text{B.94d})$$

Finalmente, tomando (B.7) y (B.8), obtenemos los factores de forma para el diagrama tipo VF dados a continuaci3n:

$$\begin{aligned}
M_L^{VF} &= ic^{(1)} \left(c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_1^{VF} + c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_2^{VF} \right. \\
&\quad \left. + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_3^{VF} + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_4^{VF} \right) \bar{u}(p_1) P_L v(p_2) \quad (\text{B.95a})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_R^{VF} &= ic^{(1)} \left(c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_1^{VF} + c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_2^{VF} \right. \\
&\quad \left. + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_3^{VF} + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_4^{VF} \right) \bar{u}(p_1) P_R v(p_2) \quad (\text{B.95b})
\end{aligned}$$

B.2.3. Contribuci3n FS

Ahora, continuamos con la contribuci3n FS correspondiente al diagrama e) de la Figura 5.5, la amplitud est1 dada por

$$i\mathcal{M}^{FS} = \bar{u}(p_1) T^{FS} v(p_2) \quad (\text{B.96})$$

donde

$$\begin{aligned} T^{FS} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{c^{(1)}}{D_1 D_0} (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) i(\not{k} + M_0) (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \frac{i(\not{p}_1 + m_2)}{p_1^2 - m_2^2} (i) \\ &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_1 D_0} (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) (\not{k} + M_0) (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \frac{(\not{p}_1 + m_2)}{p_1^2 - m_2^2} \end{aligned} \quad (\text{B.97})$$

Sin embargo, si usamos (B.7) y (B.8),

$$\begin{aligned} (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) (\not{k} + M_0) (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) &= \not{k} (c_R^{(3)} P_L + c_L^{(3)} P_R) (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \\ &\quad + M_0 (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \\ &= \not{k} Q_{LR} + M_0 G_{RL} \end{aligned} \quad (\text{B.98})$$

entonces, sustituyendo (B.98) en (B.97)

$$\begin{aligned} T^{FS} &= \frac{-ic^{(1)}}{p_1^2 - m_2^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_1 D_0} (\not{k} Q_{LR} + M_0 G_{RL}) (\not{p}_1 + m_2) \\ &= \frac{-ic^{(1)}}{p_1^2 - m_2^2} (B_1^{(1)} \not{p}_1 Q_{LR} + M_0 B_0^{(1)} G_{RL}) (\not{p}_1 + m_2) \\ &= \frac{-ic^{(1)}}{p_1^2 - m_2^2} \left(m_1^2 B_1^{(1)} Q_{RL} + M_0 B_0^{(1)} \not{p}_1 G_{LR} + m_2 B_1^{(1)} \not{p}_1 Q_{LR} + m_2 M_0 B_0^{(1)} G_{RL} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.99})$$

Así, substituyendo (B.99) en (B.96), la amplitud para la contribución FS esta dada por

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}^{FV} &= \frac{-ic^{(1)}}{p_1^2 - m_2^2} \bar{u}(p_1) \left(m_1^2 B_1^{(1)} Q_{RL} + M_0 B_0^{(1)} \not{p}_1 G_{LR} + m_2 B_1^{(1)} \not{p}_1 Q_{LR} + m_2 M_0 B_0^{(1)} G_{RL} \right) v(p_2) \\ &= \frac{-ic^{(1)}}{m_1^2 - m_2^2} \bar{u}(p_1) \left(m_1^2 B_1^{(1)} Q_{RL} + m_1 M_0 B_0^{(1)} G_{LR} + m_1 m_2 B_1^{(1)} Q_{LR} + m_2 M_0 B_0^{(1)} G_{RL} \right) v(p_2) \\ &= -ic^{(1)} \bar{u}(p_1) (H_1^{FS} G_{RL} + H_2^{FS} G_{LR} + H_3^{FS} Q_{LR} + H_4^{FS} Q_{RL}) v(p_2) \end{aligned} \quad (\text{B.100})$$

donde

$$H_1^{FS} = \frac{m_2 M_0}{m_1^2 - m_2^2} B_0^{(1)} \quad (\text{B.101a})$$

$$H_2^{FS} = \frac{m_1 M_0}{m_1^2 - m_2^2} B_0^{(1)} \quad (\text{B.101b})$$

$$H_3^{FS} = \frac{m_1 m_2}{m_1^2 - m_2^2} B_1^{(1)} \quad (\text{B.101c})$$

$$H_4^{FS} = \frac{m_1^2}{m_1^2 - m_2^2} B_1^{(1)} \quad (\text{B.101d})$$

B.2.4. Contribución SF

Finalmente , continuamos con la contribución SF asociada al diagrama f) de la Figura 5.5, en este caso la amplitud está dada por

$$i\mathcal{M}^{SF} = \bar{u}(p_1) T^{SF} v(p_2) \quad (\text{B.102})$$

donde

$$\begin{aligned}
T^{SF} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{c^{(1)}}{D_0 D_2} \frac{i(-\not{p}_2 + m_1)}{p_2^2 - m_1^2} (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) i(\not{k} + M_0) (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) i \\
&= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0 D_2} \frac{(-\not{p}_2 + m_1)}{p_2^2 - m_1^2} (\not{k} Q_{LR} + M_0 G_{RL}) \\
&= \frac{-ic^{(1)}}{p_2^2 - m_1^2} (-\not{p}_2 + m_1) (B_1^{(2)} \not{p}_2 Q_{LR} + M_0 B_0^{(2)} G_{RL}) \\
&= \frac{-ic^{(1)}}{p_2^2 - m_1^2} (-m_2^2 B_1^{(2)} Q_{LR} - M_0 B_0^{(2)} G_{LR} \not{p}_2 + m_1 B_1^{(2)} Q_{RL} \not{p}_2 + m_1 M_0 B_0^{(2)} G_{RL})
\end{aligned}$$

hemos usado la ecuación (B.98) en el segundo renglón. Ahora, sustituyendo (B.103) en (B.102), obtenemos

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}^{SF} &= \frac{-ic^{(1)}}{p_2^2 - m_1^2} \bar{u}(p_1) (-m_2^2 B_1^{(2)} Q_{LR} - M_0 B_0^{(2)} G_{LR} \not{p}_2 + m_1 B_1^{(2)} Q_{RL} \not{p}_2 + m_1 M_0 B_0^{(2)} G_{RL}) v(p_2) \\
&= \frac{-ic^{(1)}}{m_2^2 - m_1^2} \bar{u}(p_1) (-m_2^2 B_1^{(2)} Q_{LR} + m_2 M_0 B_0^{(2)} G_{LR} - m_1 m_2 B_1^{(2)} Q_{RL} + m_1 M_0 B_0^{(2)} G_{RL}) v(p_2) \\
&= -ic\bar{u}(p_1) (H_1^{SF} G_{RL} + H_2^{SF} G_{LR} + H_3^{SF} Q_{LR} + H_4^{SF} Q_{RL}) v(p_2) \tag{B.103}
\end{aligned}$$

donde

$$H_1^{SF} = \frac{m_1 M_0}{m_2^2 - m_1^2} B_0^{(2)} \tag{B.104a}$$

$$H_2^{SF} = \frac{m_2 M_0}{m_2^2 - m_1^2} B_0^{(2)} \tag{B.104b}$$

$$H_3^{SF} = \frac{-m_2^2}{m_2^2 - m_1^2} B_1^{(2)} \tag{B.104c}$$

$$H_4^{SF} = \frac{-m_1 m_2}{m_2^2 - m_1^2} B_1^{(2)} \tag{B.104d}$$

A manera de resumen observemos que todas las contribuciones hasta ahora calculadas, solo dependen de las masas de $m_{1,2}$, $M_{0,1,2}$ y de la estructura de los vértices que están abreviadas en las constantes c y c_L y c_R . En este apéndice hemos utilizado la norma de unitaria, la cual en un modelo en general, reducirá el número de diagramas por que solo incluye a partículas física es decir, no contiene bosones de goldstone o *ghost's*. Sin embargo, en muchos casos esta norma no es la mejor para calcular correcciones a un lazo, debido a que las divergencias necesitan de otros métodos para ser correctamente eliminadas.

Apéndice C

Factores de forma de $H_r \rightarrow l_a l_b$ en la norma de Feynman

Como hemos visto en el apéndice anterior, las contribuciones a un lazo son complicadas, además de que las divergencias en la norma unitaria en algunos casos pueden necesitar utilizar algún esquema de renormalización para obtener resultados finitos. Así, en este apéndice usaremos la norma de Feynman t'Hoft que nos permite hallar expresiones más simples para cada contribución. Como una consecuencia, los bosones de goldstone deberán ser tomados en consideración para cada modelo en particular, sin embargo, estos campos son escalares, y así sus vértices se mantienen dentro de la estructura genérica que hemos considerando en (5.2). Por otro lado, en la norma de Feynman t'Hoft ($\xi = 1$), el propagador de los bosones de goldstone esta dado por

$$D(G_V) = \frac{i}{p^2 - m_V^2 + i\epsilon} \quad (\text{C.1})$$

donde G_V es el bosón de Goldstone asociado al bosón vectorial V . Así mismo, se modifica el propagador de los bosones vectoriales V de la siguiente forma

$$D(V) = \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2 - m_V^2}. \quad (\text{C.2})$$

C.1. Corrección al Vértice

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, podemos observar que las contribuciones del tipo FSS, SFF, FS y SF permanecerán iguales, así, sus respectivos factores de forma serán los mismos que en la norma unitaria. De tal manera que en lo sucesivo solo nos enfocamos en las restantes contribuciones donde participan los bosones vectoriales V .

C.1.1. Contribución FSV

Iniciamos con la contribución FSV que corresponde al diagrama b) de la Figura 5.5, en la norma de Feynman t'Hoft la amplitud está dada por

$$i\mathcal{M}^{FSV} = \bar{u}(p_1)T^{FSV}v(p_2) \quad (\text{C.3})$$

donde

$$\begin{aligned}
T^{FSV} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{c^{(1)}(-(k-p_1)_\mu + (p_1+p_2)_\mu) i(c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) i(\not{k} + M_0) \gamma_\nu (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) (-i) g^{\mu\nu}}{D_1 D_0 D_2} \\
&= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-i c^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} \left[(c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \not{k} \gamma_\nu \right. \\
&\quad \left. + M_0 (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) (c_R^{(2)} P_L + c_L^{(2)} P_R) \gamma_\nu \right] [(k-p_2-2p_1)^\nu] \\
&= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-i c^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} (G_{RL} \not{k} + M_0 Q_{RL}) (\not{k} - \not{p}_2 - 2\not{p}_1)
\end{aligned}$$

donde usamos (B.7). Si comparamos con la ecuación (B.4) notamos que está expresión es la misma que S_1^{FSV} . Por lo que ya conocemos el resultado

$$\begin{aligned}
\bar{u}(p_1) T^{FSV} v(p_2) &= \bar{u}(p_1) S_1^{FSV} v(p_2) = -i c^{(1)} \left(c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_1^{FSV} + c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_2^{FSV} \right. \\
&\quad \left. + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_3^{FSV} + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_4^{FSV} \right) \bar{u}(p_1) P_R v(p_2) \\
&\quad - i c^{(1)} \left(c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_1^{FSV} + c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_2^{FSV} \right. \\
&\quad \left. + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_3^{FSV} + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_4^{FSV} \right) \bar{u}(p_1) P_L v(p_2) \quad (C.4)
\end{aligned}$$

donde las funciones H_i están dadas por (B.10).

Finalmente, los factores de forma para la contribución FSV está dado por

$$\begin{aligned}
M_R^{FSV} &= c^{(1)} \left(c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_1^{FSV} + c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_2^{FSV} \right. \\
&\quad \left. + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_3^{FSV} + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_4^{FSV} \right) \quad (C.5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_L^{FSV} &= c^{(1)} \left(c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_1^{FSV} + c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_2^{FSV} \right. \\
&\quad \left. + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_3^{FSV} + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_4^{FSV} \right) \quad (C.6)
\end{aligned}$$

C.1.2. Contribución FVS

Consideremos la contribución FVS que corresponde al diagrama c) de la Figura 5.5, en este caso la amplitud está dada por

$$i\mathcal{M}^{FVS} = \bar{u}(p_1) T^{FVS} v(p_2) \quad (C.7)$$

donde

$$\begin{aligned}
T^{FVS} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{c^{(1)}((k+p_2)_\mu + (p_1+p_2)_\mu) \gamma_\nu (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) i(\not{k} + M_0) (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) (i) (-i) g^{\mu\nu}}{D_1 D_0 D_2} \\
&= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{i c^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} \gamma_\nu \left[\not{k} (c_R^{(3)} P_L + c_L^{(3)} P_R) (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \right. \\
&\quad \left. + M_0 (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \right] (k+p_1+2p_2)^\nu \\
&= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{i c^{(1)}}{D_0 D_1 D_2} (\not{k} + \not{p}_1 + 2\not{p}_2) [\not{k} Q_{LR} + M_0 G_{RL}] \quad (C.8)
\end{aligned}$$

Otra vez, comparando con (B.17) notamos que solo S_1^{FVS} es necesario. Así, obtenemos que

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_1)T^{FVS}v(p_2) &= \bar{u}(p_1)S_1^{FVS}v(p_2) = ic^{(1)} \left(c_R^{(2)}c_R^{(3)}H_1^{FVS} + c_L^{(2)}c_L^{(3)}H_2^{FVS} \right. \\ &\quad \left. + c_R^{(2)}c_L^{(3)}H_3^{FVS} + c_L^{(2)}c_R^{(3)}H_4^{FVS} \right) \bar{u}(p_1)P_Rv(p_2) \\ &\quad ic^{(1)} \left(c_L^{(2)}c_L^{(3)}H_1^{FVS} + c_R^{(2)}c_R^{(3)}H_2^{FVS} \right. \\ &\quad \left. + c_L^{(2)}c_R^{(3)}H_3^{FVS} + c_R^{(2)}c_L^{(3)}H_4^{FVS} \right) \bar{u}(p_1)P_Lv(p_2) \end{aligned} \quad (C.9)$$

donde H_i^{FVS} están dados por (B.20). Then, form factors to FVS contribution given by

$$\begin{aligned} M_R^{FVS} &= -c^{(1)} \left(c_R^{(2)}c_R^{(3)}H_1^{FVS} + c_L^{(2)}c_L^{(3)}H_2^{FVS} \right. \\ &\quad \left. + c_R^{(2)}c_L^{(3)}H_3^{FVS} + c_L^{(2)}c_R^{(3)}H_4^{FVS} \right) \end{aligned} \quad (C.10)$$

$$\begin{aligned} M_L^{FVS} &= -c^{(1)} \left(c_L^{(2)}c_L^{(3)}H_1^{FVS} + c_R^{(2)}c_R^{(3)}H_2^{FVS} \right. \\ &\quad \left. + c_L^{(2)}c_R^{(3)}H_3^{FVS} + c_R^{(2)}c_L^{(3)}H_4^{FVS} \right) \end{aligned} \quad (C.11)$$

C.1.3. Contribución FVV

Para el caso de la contribución FVV que corresponde al diagrama d) de la figure 5.5, tenemos la amplitud en este caso esta dado por

$$i\mathcal{M}^{FVV} = \bar{u}(p_1)T^{FVV}v(p_2) \quad (C.12)$$

donde

$$T^{FVV} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{c^{(1)}}{D_1D_0D_2} \gamma_\mu (c_R^{(3)}P_R + c_L^{(3)}P_L) i(\not{k} + M_0) \gamma_\nu (c_R^{(2)}P_R + c_L^{(2)}P_L) \quad (C.13)$$

$$\begin{aligned} &\times g_{\alpha\beta} (-i)g^{\mu\alpha} (-i)g^{\nu\beta} \\ &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_1D_0D_2} J_{\mu\nu} g^\mu_\beta g^{\beta\nu} \\ &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_1D_0D_2} (j_{\mu\nu}^1 + j_{\mu\nu}^2) g^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (C.14)$$

considerando (B.33) y $j_{\mu\nu}^1, j_{\mu\nu}^2$ están dados en (B.37). Pero

$$j_{\mu\nu}^2 g^{\mu\nu} = M_0 \gamma_\mu \gamma_\nu Q_{LR} g^{\mu\nu} = M_0 \gamma_\mu \gamma^\mu Q_{LR} \quad (C.15a)$$

y

$$j_{\mu\nu}^1 g^{\mu\nu} = \gamma_\mu \not{k} \gamma_\nu G_{RL} g^{\mu\nu} = \gamma_\mu \not{k} \gamma^\mu G_{RL} = -(D-2) \not{k} G_{RL} \quad (C.15b)$$

Si sustituimos (C.14) en (C.12) y usando (C.15), se sigue que

$$\begin{aligned} &\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-ic^{(1)}}{D_0D_1D_2} \bar{u}(p_1) (j_{\mu\nu}^1 + j_{\mu\nu}^2) g^{\mu\nu} v(p_2) = \\ &= -ic^{(1)} \bar{u}(p_1) (-(D-2)(C_1 \not{p}_1 + C_2 \not{p}_2) G_{RL} + M_0 \gamma_\mu \gamma^\mu Q_{LR} C_0) v(p_2) \\ &= -ic^{(1)} \bar{u}(p_1) (-(D-2)(C_1 \not{p}_1 G_{RL} + C_2 G_{LR} \not{p}_2) + M_0 \gamma_\mu \gamma^\mu Q_{LR} C_0) v(p_2) \\ &= -ic^{(1)} \bar{u}(p_1) (-(D-2)(m_1 C_1 G_{RL} - m_2 C_2 G_{LR}) + M_0 D Q_{LR} C_0) v(p_2) \\ &= -ic^{(1)} \bar{u}(p_1) (H_1^{FVV} G_{RL} + H_2^{FVV} G_{LR} + H_3^{FVV} Q_{LR}) v(p_2) \end{aligned} \quad (C.16)$$

donde

$$H_1^{FVV} = -(D-2)m_1 C_1 \quad (C.17a)$$

$$H_2^{FVV} = (D-2)m_2 C_2 \quad (C.17b)$$

$$H_3^{FVV} = DM_0 C_0. \quad (C.17c)$$

Finalmente, usando (B.7) y (B.8), obtenemos que los factores de forma FVV estan dados por

$$M_R^{FVV} = c^{(1)} \left(c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_1^{FVV} + c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_2^{FVV} + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_3^{FVV} \right) \quad (C.18a)$$

$$M_L^{FVV} = c^{(1)} \left(c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_1^{FVV} + c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_2^{FVV} + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_3^{FVV} \right) \quad (C.18b)$$

C.1.4. Contribución VFF

El último diagrama tipo triángulo corresponde a caso VFF que corresponde al diagrama b) de la Figura 5.4, la amplitud esta dada a continuación

$$i\mathcal{M}^{VFF} = \bar{u}(p_1) T^{VFF} v(p_2) \quad (C.19)$$

donde

$$\begin{aligned} T^{VFF} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_1 D_0 D_2} \gamma_\mu (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) \gamma_\nu (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) i(\not{k} + \not{p}_2 + M_2) \\ &\quad \times (c_R^{(1)} P_R + c_L^{(1)} P_L) i(\not{k} - \not{p}_1 + M_1) (-i) g^{\mu\nu} \\ &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{i}{D_1 D_0 D_2} \gamma_\mu \gamma_\nu (c_R^{(3)} P_L + c_L^{(3)} P_R) (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) (\not{k} + \not{p}_2 + M_2) \\ &\quad \times (c_R^{(1)} P_R + c_L^{(1)} P_L) (\not{k} - \not{p}_1 + M_1) g^{\mu\nu} \\ &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{i}{D_1 D_0 D_2} \gamma_\mu \gamma^\mu Q_{LR} \\ &\quad \times \left[(\not{k} + \not{p}_2) (c_R^{(1)} P_R + c_L^{(1)} P_L) + M_2 (c_R^{(1)} P_R + c_L^{(1)} P_L) \right] (\not{k} - \not{p}_1 + M_1) \\ &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{i}{D_1 D_0 D_2} D Q_{LR} \\ &\quad \times \left[(c_R^{(1)} P_L + c_L^{(1)} P_R) (\not{k} + \not{p}_2) + M_2 (c_R^{(1)} P_R + c_L^{(1)} P_L) \right] (\not{k} - \not{p}_1 + M_1) \\ &= ic^{(1)} D t_1 \end{aligned} \quad (C.20)$$

donde hemos considerado el resultado de (B.70) y t_1 dado en (B.72a). Sustituyendo (C.20) en (C.19)

$$i\mathcal{M}^{VFF} = -ic^{(1)} D \bar{u}(p_1) (-S_{LR}^1 W_{LR} - S_{RL}^1 W_{RL} - T_{LR}^1 Z_{LR} - T_{RL}^1 Z_{RL}) v(p_2) \quad (C.21)$$

donde S_{LR}^1 , S_{RL}^1 , T_{LR}^1 y T_{RL}^1 estan dados en (B.72b), (B.72c), (B.72d), (B.72e). Utilizando

$$H_1^{VFF} = -DS_{LR}^1 \quad (C.22)$$

$$H_2^{VFF} = -DS_{RL}^1 \quad (C.23)$$

$$H_3^{VFF} = -DT_{LR}^1 \quad (C.24)$$

$$H_4^{VFF} = -DT_{RL}^1 \quad (C.25)$$

y usando (B.69), los factores de forma están dados por

$$M_R^{VFF} = c_R^{(1)} c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_1^{VFF} + c_L^{(1)} c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_2^{VFF} + c_R^{(1)} c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_3^{VFF} + c_L^{(1)} c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_4^{VFF} \quad (C.26a)$$

$$M_L^{VFF} = c_L^{(1)} c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_1^{VFF} + c_R^{(1)} c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_2^{VFF} + c_L^{(1)} c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_3^{VFF} + c_R^{(1)} c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_4^{VFF} \quad (C.26b)$$

C.1.5. Contribución FV

Comenzando con la burbuja g) de la Figura 5.5, tenemos que la amplitud está dada por

$$i\mathcal{M}^{FV} = \bar{u}(p_1)T^{FV}v(p_2) \quad (\text{C.27})$$

donde

$$\begin{aligned} T^{FV} &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{c^{(1)}}{D_1 D_0} \gamma_\mu (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) i(\not{k} + M_0) \gamma_\nu (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) \\ &\times \frac{i(\not{p}_1 + m_2)}{p_1^2 - m_2^2} (-i) g^{\mu\nu} \\ &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_1 D_0} (j_{\mu\nu}^1 + j_{\mu\nu}^2) \frac{(\not{p}_1 + m_2)}{p_1^2 - m_2^2} g^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (\text{C.28})$$

hemos usado B.36 y B.37. Considerando (C.15) y sustituyendo (C.28) en (C.27), tenemos

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}^{FV} &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_0 D_1} \bar{u}(p_1) (j_{\mu\nu}^1 + j_{\mu\nu}^2) g^{\mu\nu} \frac{(\not{p}_1 + m_2)}{p_1^2 - m_2^2} v(p_2) \\ &= ic^{(1)} \bar{u}(p_1) \left(-(D-2) B_1^{(1)} \not{p}_1 G_{RL} + M_0 D Q_{LR} B_0^{(1)} \right) \frac{(\not{p}_1 + m_2)}{p_1^2 - m_2^2} v(p_2) \\ &= \frac{ic^{(1)}}{m_1^2 - m_2^2} \bar{u}(p_1) \left(-(D-2) m_1 m_2 B_1^{(1)} G_{RL} + M_0 m_2 D Q_{LR} B_0^{(1)} \right) v(p_2) \\ &\quad - (D-2) m_1^2 B_1^{(1)} G_{LR} + M_0 m_1 D Q_{RL} B_0^{(1)} \Big) v(p_2) \\ &= -ic^{(1)} \bar{u}(p_1) (H_1^{FV} G_{RL} + H_2^{FV} G_{LR} + H_3^{FV} Q_{LR} + H_4^{FV} Q_{RL}) v(p_2) \end{aligned} \quad (\text{C.29})$$

donde

$$H_1^{FV} = \frac{m_1 m_2}{m_1^2 - m_2^2} \left((D-2) B_1^{(1)} \right) \quad (\text{C.30a})$$

$$H_2^{FV} = \frac{m_1^2}{m_1^2 - m_2^2} \left((D-2) B_1^{(1)} \right) \quad (\text{C.30b})$$

$$H_3^{FV} = -\frac{m_2 M_0}{m_1^2 - m_2^2} D B_0^{(1)} \quad (\text{C.30c})$$

$$H_4^{FV} = -\frac{m_1 M_0}{m_1^2 - m_2^2} D B_0^{(1)} \quad (\text{C.30d})$$

Así, los factores de forma están dados por

$$\begin{aligned} M_R^{FV} &= c^{(1)} \left(c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_1^{FV} + c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_2^{FV} \right. \\ &\quad \left. + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_3^{FV} + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_4^{FV} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.31a})$$

$$\begin{aligned} M_L^{FV} &= c^{(1)} \left(c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_1^{FV} + c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_2^{FV} \right. \\ &\quad \left. + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_3^{FV} + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_4^{FV} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.31b})$$

C.1.6. Contribución VF

Finalmente consideremos el diagrama h) de la Figura 5.5, de tal forma que la amplitud en este caso está dada por

$$i\mathcal{M}^{VF} = \bar{u}(p_1)T^{VF}v(p_2) \quad (\text{C.32})$$

donde

$$\begin{aligned} T^{VF} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{c^{(1)}}{D_0 D_2} \frac{i(-\not{p}_2 + m_1)}{p_2^2 - m_1^2} \gamma_\mu (c_R^{(3)} P_R + c_L^{(3)} P_L) i(\not{k} + M_0) \gamma_\nu (c_R^{(2)} P_R + c_L^{(2)} P_L) (-i) g^{\mu\nu} \\ &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_0 D_2} \frac{(-\not{p}_2 + m_1)}{p_2^2 - m_1^2} (j_{\mu\nu}^1 + j_{\mu\nu}^2) g^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (\text{C.33})$$

las ecuaciones B.36, B.37 así como (B.7) y (B.8) han sido utilizadas de nuevo. Tomando en cuenta (C.15) y sustituyendo (C.33) en (C.32), tenemos que

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{VF} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{ic^{(1)}}{D_0 D_2} \bar{u}_1 \frac{(-\not{p}_2 + m_1)}{p_2^2 - m_1^2} (j_{\mu\nu}^1 + j_{\mu\nu}^2) g^{\mu\nu} v(p_2) \\ &= ic^{(1)} \bar{u}_1 \frac{(-\not{p}_2 + m_1)}{p_2^2 - m_1^2} \left(-(D-2) B_1^{(2)} \not{p}_2 G_{RL} + M_0 D Q_{LR} B_0^{(2)} \right) v(p_2) \\ &= \frac{ic^{(1)}}{m_2^2 - m_1^2} \bar{u}_1 m_1 \left(m_2 (D-2) B_1^{(2)} G_{LR} + M_0 D Q_{LR} B_0^{(2)} \right) v(p_2) \\ &\quad + (D-2) m_2^2 B_1^{(2)} G_{RL} + m_2 M_0 D Q_{RL} B_0^{(2)} \Big) v(p_2) \\ &= -ic^{(1)} \bar{u}(p_1) (H_1^{VF} G_{RL} + H_2^{VF} G_{LR} + H_3^{VF} Q_{LR} + H_4^{VF} Q_{RL}) v(p_2) \end{aligned} \quad (\text{C.34})$$

donde

$$H_1^{VF} = -\frac{m_2^2}{m_2^2 - m_1^2} \left((D-2) B_1^{(2)} \right) \quad (\text{C.35a})$$

$$H_2^{VF} = -\frac{m_1 m_2}{m_2^2 - m_1^2} \left((D-2) B_1^{(2)} \right) \quad (\text{C.35b})$$

$$H_3^{VF} = -\frac{m_1 M_0}{m_2^2 - m_1^2} D B_0^{(2)} \quad (\text{C.35c})$$

$$H_4^{VF} = -\frac{m_2 M_0}{m_2^2 - m_1^2} D B_0^{(2)} \quad (\text{C.35d})$$

Finalmente, los factores de forma están dados por

$$\begin{aligned} M_R^{VF} &= c^{(1)} \left(c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_1^{VF} + c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_2^{VF} \right. \\ &\quad \left. + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_3^{VF} + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_4^{VF} \right) \bar{u}(p_1) P_R v(p_2) \end{aligned} \quad (\text{C.36a})$$

$$\begin{aligned} M_L^{VF} &= c^{(1)} \left(c_L^{(2)} c_L^{(3)} H_1^{VF} + c_R^{(2)} c_R^{(3)} H_2^{VF} \right. \\ &\quad \left. + c_L^{(2)} c_R^{(3)} H_3^{VF} + c_R^{(2)} c_L^{(3)} H_4^{VF} \right) \bar{u}(p_1) P_L v(p_2) \end{aligned} \quad (\text{C.36b})$$

En este punto hemos comprobado que usar la norma de Feynman t'Hoft simplifica mucho las expresiones resultantes, se puede pensar que trabajando de manera genérica la norma de Feynman t'Hoft es un caso particular de la norma unitaria.

Bibliografía

- [1] A Yu Smirnov. Neutrino mass and new physics. *Journal of Physics: Conference Series*, 53(1):44, nov 2006.
- [2] Ernesto Arganda, Ana M. Curiel, María J. Herrero, and David Temes. Lepton flavor violating higgs boson decays from massive seesaw neutrinos. *Phys. Rev. D*, 71:035011, Feb 2005.
- [3] N.H. Thao, L.T. Hue, H.T. Hung, and N.T. Xuan. Lepton flavor violating higgs boson decays in seesaw models: New discussions. *Nuclear Physics B*, 921:159 – 180, 2017.
- [4] D. Aristizabal Sierra and A. Vicente. Explaining the cms higgs flavor-violating decay excess. *Phys. Rev. D*, 90:115004, Dec 2014.
- [5] L. T. Hue, H. N. Long, T. T. Thuc, and T. Phong Nguyen. Lepton flavor violating decays of Standard-Model-like Higgs in 3-3-1 model with neutral lepton. *Nucl. Phys.*, B907:37–76, 2016.
- [6] Andrea Brignole and Anna Rossi. Lepton flavour violating decays of supersymmetric higgs bosons. *Physics Letters B*, 566(3):217 – 225, 2003.
- [7] G. Aad, T. Abajyan, and et.al. Observation of a new particle in the search for the standard model higgs boson with the atlas detector at the lhc. *Physics Letters B*, 716(1):1 – 29, 2012.
- [8] B C Allanach. Beyond the Standard Model. *CERN Yellow Rep. School Proc.*, 6:113–144, 2019.
- [9] S F King. Neutrino mass models. *Reports on Progress in Physics*, 67(2):107, dec 2003.
- [10] N. Aghanim et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. 2018.
- [11] Ernest Ma. Verifiable radiative seesaw mechanism of neutrino mass and dark matter. *Phys. Rev.*, D73:077301, 2006.
- [12] Gary Steigman and Michael S. Turner. Cosmological Constraints on the Properties of Weakly Interacting Massive Particles. *Nucl. Phys. B*, 253:375–386, 1985.
- [13] Yonit Hochberg, Eric Kuflik, Tomer Volansky, and Jay G. Wacker. Mechanism for Thermal Relic Dark Matter of Strongly Interacting Massive Particles. *Phys. Rev. Lett.*, 113:171301, 2014.
- [14] Nicolás Bernal, Matti Heikinheimo, Tommi Tenkanen, Kimmo Tuominen, and Ville Vaskonen. The Dawn of FIMP Dark Matter: A Review of Models and Constraints. *Int. J. Mod. Phys. A*, 32(27):1730023, 2017.
- [15] A.M. Sirunyan, A. Tumasyan, and et. al. Search for invisible decays of a higgs boson produced through vector boson fusion in proton-proton collisions at s=13tev. *Physics Letters B*, 793:520 – 551, 2019.

- [16] G. Aad et. al. Searches for lepton-flavour-violating decays of the higgs boson in s=13 tev pp collisions with the atlas detector. *Physics Letters B*, page 135069, 2019.
- [17] Alexander Nehrkorn. Search for lepton flavor violation in z and higgs decays with the cms experiment. *Nuclear and Particle Physics Proceedings*, 287-288:160 – 163, 2017. The 14th International Workshop on Tau Lepton Physics.
- [18] Albert M Sirunyan et al. Search for lepton flavour violating decays of a neutral heavy Higgs boson to $\mu\tau$ and $e\tau$ in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV. *JHEP*, 03:103, 2020.
- [19] M. A. Arroyo-Ureña, J. L. Díaz-Cruz, G. Tavares-Velasco, A. Bolaños, and G. Hernández-Tomé. Searching for lepton flavor violating flavon decays at hadron colliders. *Phys. Rev. D*, 98(1):015008, 2018.
- [20] Apostolos Pilaftsis. Lepton flavour nonconservation in h0 decays. *Physics Letters B*, 285(1):68–74, 1992.
- [21] J. Lorenzo Diaz-Cruz and J. J. Toscano. Lepton flavor violating decays of higgs bosons beyond the standard model. *Phys. Rev. D*, 62:116005, Nov 2000.
- [22] Sheldon L. Glashow. Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear Physics*, 22(4):579–588, 1961.
- [23] Steven Weinberg. A model of leptons. *Phys. Rev. Lett.*, 19:1264–1266, Nov 1967.
- [24] Abdus Salam. *Weak and electromagnetic interactions*, pages 244–254.
- [25] P.A. Zyla et al. Review of Particle Physics. *PTEP*, 2020(8):083C01, 2020.
- [26] G.'t Hooft. Renormalizable lagrangians for massive yang-mills fields. *Nuclear Physics B*, 35(1):167–188, 1971.
- [27] Alberto M. Gago, Pilar Hernández, Joel Jones-Pérez, Marta Losada, and Alexander Moreno Briceño. The minimal 3 + 2 neutrino model vs. higgs decays. *Nuclear and Particle Physics Proceedings*, 273-275:2693–2695, 2016. 37th International Conference on High Energy Physics (ICHEP).
- [28] Carlo Giunti and Kim Chung Wook. *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. Oxford Univ., Oxford, 2007.
- [29] Ole L. Trinhammer. On cabibbo angle from theory. *EPL (Europhysics Letters)*, 124(3):31001, dec 2018.
- [30] Fukuda and et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, 81:1562–1567, Aug 1998.
- [31] Fukuda and et al. Solar 8b and hep neutrino measurements from 1258 days of super-kamiokande data. *Phys. Rev. Lett.*, 86:5651–5655, Jun 2001.
- [32] Q. R. et al. Ahmad. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the sudbury neutrino observatory. *Phys. Rev. Lett.*, 89:011301, Jun 2002.
- [33] Ivan Esteban, M.C. Gonzalez-Garcia, Alvaro Hernandez-Cabezudo, Michele Maltoni, and Thomas Schwetz. Global analysis of three-flavour neutrino oscillations: synergies and tensions in the determination of θ_{23} , δ_{CP} , and the mass ordering. *JHEP*, 01:106, 2019.
- [34] Peter Minkowski. $\mu \rightarrow e\gamma$ at a rate of one out of 109 muon decays? *Physics Letters B*, 67(4):421–428, 1977.

- [35] Rabindra N. Mohapatra and Goran Senjanović. Neutrino mass and spontaneous parity nonconservation. *Phys. Rev. Lett.*, 44:912–915, Apr 1980.
- [36] J. Schechter and J. W. F. Valle. Neutrino masses in $su(2) \otimes u(1)$ theories. *Phys. Rev. D*, 22:2227–2235, Nov 1980.
- [37] J.A. Casas and A. Ibarra. Oscillating neutrinos and $\mu \rightarrow e, \gamma$. *Nuclear Physics B*, 618(1):171 – 204, 2001.
- [38] A. Ilakovac and A. Pilaftsis. Flavour-violating charged lepton decays in seesaw-type models. *Nuclear Physics B*, 437(3):491–519, 1995.
- [39] A.M. Baldini et al. Search for the lepton flavour violating decay $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ with the full dataset of the MEG experiment. *Eur. Phys. J. C*, 76(8):434, 2016.
- [40] Bernard Aubert et al. Searches for Lepton Flavor Violation in the Decays $\tau^\pm \rightarrow e^\pm \gamma$ and $\tau^\pm \rightarrow \mu^\pm \gamma$. *Phys. Rev. Lett.*, 104:021802, 2010.
- [41] K Uno, K Hayasaka, K Inami, I Adachi, H Aihara, DM Asner, H Atmacan, T Aushev, R Ayad, V Babu, et al. Search for lepton-flavor-violating tau-lepton decays to $\ell \gamma$ at belle. *Journal of High Energy Physics*, 2021(10):1–16, 2021.
- [42] D. Aristizabal Sierra, Jisuke Kubo, D. Restrepo, Daijiro Suematsu, and Oscar Zapata. Radiative seesaw: Warm dark matter, collider and lepton flavour violating signals. *Phys. Rev.*, D79:013011, 2009.
- [43] Manfred Lindner, Moritz Platscher, Carlos E. Yaguna, and Alexander Merle. Fermionic WIMPs and vacuum stability in the scotogenic model. *Phys. Rev.*, D94(11):115027, 2016.
- [44] Kristjan Kannike. Vacuum Stability Conditions From Copositivity Criteria. *Eur. Phys. J.*, C72:2093, 2012.
- [45] G Cynolter, E Lendvai, and G Pocsik. Note on unitarity constraints in a model for a singlet scalar dark matter candidate. *Acta Physica Polonica B*, 36, 11 2004.
- [46] Shu-Yu Ho and Jusak Tandean. Probing scotogenic effects in higgs boson decays. *Phys. Rev. D*, 87:095015, May 2013.
- [47] Abdesslam Arhrib, Rachid Benbrik, and Naveen Gaur. $h \rightarrow \gamma \gamma$ in the inert higgs doublet model. *Phys. Rev. D*, 85:095021, May 2012.
- [48] Qing-Hong Cao, Ernest Ma, and G. Rajasekaran. Observing the dark scalar doublet and its impact on the standard-model higgs boson at colliders. *Phys. Rev. D*, 76:095011, Nov 2007.
- [49] Ethan M. Dolle and Shufang Su. Inert dark matter. *Phys. Rev. D*, 80:055012, Sep 2009.
- [50] D.A. Ross and M. Veltman. Neutral currents and the higgs mechanism. *Nuclear Physics B*, 95(1):135 – 147, 1975.
- [51] M.B. Einhorn, D.R.T. Jones, and M. Veltman. Heavy particles and the ρ parameter in the standard model. *Nuclear Physics B*, 191(1):146 – 172, 1981.
- [52] W Grimus, L Lavoura, O M Ogreid, and P Osland. A precision constraint on multi-higgs-doublet models. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 35(7):075001, may 2008.
- [53] W. Grimus, L. Lavoura, O.M. Ogreid, and P. Osland. The oblique parameters in multi-higgs-doublet models. *Nuclear Physics B*, 801(1):81 – 96, 2008.

- [54] Takashi Toma and Avelino Vicente. Lepton flavor violation in the scotogenic model. *Journal of High Energy Physics*, 2014(1):160, Jan 2014.
- [55] Jisuke Kubo, Ernest Ma, and Daijiro Suematsu. Cold dark matter, radiative neutrino mass, $\mu \rightarrow e\gamma$, and neutrinoless double beta decay. *Physics Letters B*, 642(1):18 – 23, 2006.
- [56] Gerard Jungman, Marc Kamionkowski, and Kim Griest. Supersymmetric dark matter. *Physics Reports*, 267(5):195 – 373, 1996.
- [57] James D. Wells. Annihilation cross-sections for relic densities in the low velocity limit. 1994.
- [58] G.C. Branco, P.M. Ferreira, L. Lavoura, M.N. Rebelo, Marc Sher, and João P. Silva. Theory and phenomenology of two-higgs-doublet models. *Physics Reports*, 516(1):1–102, 2012. Theory and phenomenology of two-Higgs-doublet models.
- [59] Rabindra N. Mohapatra. Mechanism for understanding small neutrino mass in superstring theories. *Phys. Rev. Lett.*, 56:561–563, Feb 1986.
- [60] J. Bernabéu, A. Santamaria, J. Vidal, A. Mendez, and J.W.F. Valle. Lepton flavour non-conservation at high energies in a superstring inspired standard model. *Physics Letters B*, 187(3):303–308, 1987.
- [61] Mayumi Aoki, Shinya Kanemura, Koji Tsumura, and Kei Yagyu. Models of yukawa interaction in the two higgs doublet model, and their collider phenomenology. *Phys. Rev. D*, 80:015017, Jul 2009.
- [62] E. Arganda, M. J. Herrero, X. Marciano, and C. Weiland. Imprints of massive inverse seesaw model neutrinos in lepton flavor violating higgs boson decays. *Phys. Rev. D*, 91:015001, Jan 2015.
- [63] A. M. Sirunyan, A. Tumasyan, W. Adam, F. Ambroggi, T. Bergauer, J. Brandstetter, M. Dragicevic, J. Erö, A. Escalante Del Valle, and et al. Search for lepton flavour violating decays of a neutral heavy Higgs boson to $\mu\tau$ and $e\tau$ in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV. *Journal of High Energy Physics*, 2020(3), Mar 2020.
- [64] Mark D. Goodsell, Stefan Liebler, and Florian Staub. Generic calculation of two-body partial decay widths at the full one-loop level. *The European Physical Journal C*, 77(11):758, Nov 2017.
- [65] Dmitri Yu. Bardin and G. Passarino. *The standard model in the making: Precision study of the electroweak interactions*. 1999.
- [66] A. Denner and S. Dittmaier. Reduction schemes for one-loop tensor integrals. *Nuclear Physics B*, 734(1):62–115, 2006.
- [67] K. H. Phan, H.T. Hung, and L.T. Hue. One-loop contributions to neutral Higgs decay $h \rightarrow \mu\tau$. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2016(11), 11 2016. 113B03.
- [68] A. Denner, H. Eck, O. Hahn, and J. Küblbeck. Feynman rules for fermion-number-violating interactions. *Nuclear Physics B*, 387(2):467–481, 1992.
- [69] J. G. Körner, A. Pilaftsis, and K. Schilcher. Leptonic CP asymmetries in flavor-changing H^0 decays. *Phys. Rev. D*, 47:1080–1086, Feb 1993.
- [70] Juan Herrero-García, Nuria Rius, and Arcadi Santamaria. Higgs lepton flavour violation: Uv completions and connection to neutrino masses. *Journal of High Energy Physics*, 2016(11):84, Nov 2016.
- [71] Raghavendra Srikanth Hundi. Lepton flavor violating Z and Higgs decays in the scotogenic model. 1 2022.
- [72] Debtosh Chowdhury and Otto Eberhardt. Update of global two-higgs-doublet model fits. *Journal of High Energy Physics*, 2018(5):161, May 2018.

- [73] Marco Antonio Arroyo-Ureña, R. Gaitán, and T. A. Valencia-Pérez. SpaceMath version 1.0 A Mathematica package for beyond the standard model parameter space searches. *Rev. Mex. Fis. E*, 19(2):020206, 2022.
- [74] Abdesslam Arhrib. Unitarity constraints on scalar parameters of the standard and two Higgs doublets model. In *Workshop on Noncommutative Geometry, Superstrings and Particle Physics Rabat, Morocco, June 16-17, 2000*, 2000.
- [75] XinChou Lou. The circular electron positron collider. *Nature Reviews Physics*, 1(4):232–234, April 2019.