



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DE NEUTRINOS A TRAVÉS DE CORRIENTES CARGADAS DE NUEVA FÍSICA

TESIS

Como requisito para lo obtención del grado en:
Maestría en Ciencias (Física Aplicada)

Presenta:
Ing. Carlos Mario Farrera Velázquez

Director de tesis:
Dr. Héctor Novales Sánchez

Puebla, Puebla, Enero 2020

BENEMÉRITA UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO
MATEMÁTICAS

PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DE NEUTRINOS A
TRAVÉS DE CORRIENTES CARGADAS DE NUEVA FÍSICA

TESIS

Como requisito para lo obtención del grado en: **Maestría en
Ciencias (Física Aplicada)**

Presenta:
Ing. Carlos Mario Farrera Velázquez

Director de tesis:
Dr. Héctor Novales Sánchez

Puebla, Puebla Enero 2020

Agradecimiento

A través de estas líneas quiero expresar mi agradecimiento a todas las personas que con su apoyo fue posible la realización de este trabajo de investigación.

Quiero agradecer en primer lugar a las instituciones que han hecho posible la realización del trabajo presentado en esta memoria de tesis, al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la ayuda económica brindada y a la Facultad de Ciencias Físico Matemática de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla por la ayuda y confianza en mi depositadas.

Un agradecimiento especial a mi asesor y director de tesis el Dr. Héctor Novales Sánchez, por la acertada orientación, el soporte y discusión crítica que me permitió un buen aprovechamiento en el trabajo realizado, y que esta tesis llegara a buen término.

A mis padres solo puedo decirles gracias, por que sin escatimar esfuerzo alguno, han sacrificado gran parte de su vida para poder formarme y educarme. A quienes la ilusión de su existencia ha sido verme convertido en persona de provecho. A quienes nunca podré pagar lo que se me ha dado.

Finalmente no me queda más que agradecer especialmente a mi esposa Lizzeth quien ha estado a mi lado compartiendo angustias y alegrías, apoyándome para que me supere día con día, de manera incondicional. Esta tesis va dedicada a Diego, mi hijo pues en el encontré las fuerzas necesarias para llegar hasta el final.

Índice general

Capítulos	Página
Introducción	1
1. El Modelo Estándar de las Interacciones Electrodébiles	4
1.1. Simetrías de norma	4
1.2. Rompimiento espontáneo de la simetría	5
1.3. Renormalización	7
1.4. El Modelo Estándar Electrodébil	8
2. Física más allá del Modelo Estándar: neutrinos masivos	13
2.1. Términos de masa de los Neutrinos de Dirac y Majorana	13
2.2. Masa de Dirac y la Conservación del número Leptónico	14
2.3. Masa de Majorana y la Violación del número Leptónico	16
3. Neutrinos Masivos y sus Propiedades Electromagnéticas	20
3.1. Factores de forma Electromagnéticos	20
3.1.1. Factores de forma de los neutrinos de Dirac	21
3.1.2. Factores de forma de los neutrinos de Majorana	24
4. Contribuciones independientes de modelos a las propiedades electro- magnéticas de los neutrinos	27
4.1. Cálculo de amplitudes	27
4.2. Momento dipolar Eléctrico y Magnético de los neutrinos de Dirac	32
4.3. Momento dipolar Eléctrico y Magnético de los neutrinos de Majorana	36
4.4. Resultados numéricos	38
4.5. Conclusiones	39

Introducción

La física de los neutrinos es, indudablemente, una rama de la física de las partículas elementales que ha generado gran interés en la comunidad científica. Una motivación para estudiar los fenómenos físicos asociados con los neutrinos es que las investigaciones alrededor de estas partículas nos han proporcionado pruebas experimentales de fenómenos físicos que no pueden ser explicados por el Modelo Estándar de las interacciones fundamentales.

Inicialmente propuesto por Wolfgang Pauli [1], el concepto de los neutrinos nació bajo el supuesto de que estas partículas podían ser masivas, aunque la ausencia de indicios de efectos asociados a dichas masas sostuvo la idea de que éstas podían ser exactamente iguales a cero. A este respecto, cabe señalar que el Modelo Estándar fue formulado bajo la hipótesis de que los neutrinos son partículas sin masa. Poco después de la confirmación de la existencia de los neutrinos, en los famosos experimentos de Hanford [2, 3], Bruno Pontecorvo sugirió, por primera vez, que los neutrinos podrían oscilar [4, 5]. Dos ingredientes cruciales para la ocurrencia de las oscilaciones de neutrinos es que éstos se mezclen y que sean masivos [6]. Las primeras señales de las oscilaciones de neutrinos aparecieron en 1998, en experimentos llevados a cabo en las instalaciones de Super-Kamiokande [7]. Pocos años después el Sudbury Neutrino Observatory confirmó [8] la hipótesis de que las oscilaciones de neutrinos eran capaces de explicar el déficit de neutrinos-electrón solares medidos por el equipo de Raymond Davis Jr. [9], con respecto de las predicciones teóricas proporcionadas por John Bahcall y colaboradores [10]. El ciclo finalmente se cerró en 2012, cuando las colaboraciones Daya Bay y RENO midieron el último ángulo de mezcla de los neutrinos [11, 12].

La confirmación de que los neutrinos son masivos conlleva la interesante posibilidad de que éstos sean fermiones de Dirac o de Majorana, lo cual fue estudiado, por primera vez, por Ettore Majorana [13]. Majorana mostró que si los campos quirales izquierdo, ψ_L , y derecho, ψ_R , de un campo espinorial que describe a algún fermión dado no son independientes, sino que satisfacen la relación $\psi_R = \mathcal{C}\overline{\psi_L}^T$, siendo \mathcal{C} la matriz de conjugación de carga, entonces el fermión correspondiente se puede estudiar usando un solo espinor de Weyl, con únicamente dos componentes [6], el cual satisface *la ecuación de Majorana*,

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L = m\mathcal{C}\overline{\psi_L}^T. \quad (1)$$

En este contexto, surge la relación $\psi = \mathcal{C}\bar{\psi}^T$, con $\psi = \psi_L + \mathcal{C}\bar{\psi}_L^T$, que recibe el nombre de *condición de Majorana* y la cual significa que este fermión coincide con su anti-partícula. Esto, desde luego, impone la condición de que los fermiones de Majorana sean partículas eléctricamente neutras.

Una de las implicaciones más importantes de neutrinos de Majorana serían procesos en los que el número leptónico se viola en dos unidades [14]. Éste es el caso del raro *doble decaimiento beta sin neutrinos*, cuya medición representaría fuerte evidencia de que los neutrinos son partículas de Majorana. Actualmente hay un amplio conjunto de grupos de grupos experimentales buscando el doble decaimiento beta sin neutrinos a través de arreglos experimentales basados en decaimiento beta de diversos isótopos: ^{76}Ge (Heidelberg-Moscow [15], IGEX [16], GERDA [17]), ^{100}Mo y ^{82}Se (NEMO [18]), ^{130}Te (CUORICINO [19]), ^{150}Nd (NEMO [20]), y ^{136}Xe (KamLANDZeN [21], EXO [22]). Aunque un experimento dice haber detectado este raro proceso [23], hasta el momento no hay resultados concluyentes.

En general, aquellos procesos físicos que se encuentran muy suprimidos o, incluso, prohibidos en el Modelo Estándar son muy relevantes, pues éstos son lugares en los que efectos de nueva física podrían manifestarse. En el contexto del Modelo Estándar, la única propiedad electromagnética que pueden tener los neutrinos es el momento anapolar [24]. Más allá del Modelo Estándar, los neutrinos son masivos y pueden tener momentos dipolares magnéticos y eléctricos [25], que son otras propiedades electromagnéticas. Además, los momentos electromagnéticos pueden ser diagonales o de transición, estos últimos asociados con procesos que violan el sabor leptónico. Estas observables han sido calculadas en distintos modelos de nueva física, tales como el *Modelo Estándar Mínimamente extendido* [26], modelos *izquierdo-derecho* [27, 28, 29, 30] y modelos *331* [31]. Las propiedades electromagnéticas de los neutrinos son cantidades físicas que distinguen entre Majorana y Dirac [25, 32]. El único momento electromagnético diagonal de neutrinos de Majorana que puede ser diferente a cero es el momento anapolar, en contraste con el caso de Dirac, donde no hay restricciones generales sobre las propiedades electromagnéticas diagonales. Más aún, ya se ha discutido en la literatura [30] el impacto de las fases complejas de Majorana sobre los momentos de transición de neutrinos de Majorana. La relativa simplicidad de la descripción de neutrinos de Majorana, con respecto de los neutrinos de Dirac, en el sentido del número de grados de libertad, es un argumento que ha sido usado para favorecer a dicho escenario [33]. Además, con base en argumentos generales, se ha señalado en la literatura que la medición de momentos magnéticos de neutrinos más grandes que $10\mu_B^{-15}$, siendo μ_B el magnetón de Bohr, favorecería el escenario de neutrinos de Majorana [34, 35]. El trabajo de tesis apunta al cálculo de momentos dipolares magnéticos y eléctricos, diagonales y de transición, generados, a orden de un lazo, por corrientes cargadas generales, en un contexto independiente de modelos particulares de nueva física.

Para este trabajo se considera el conjunto de corrientes

$$\mathcal{L}_{\text{CC}} = \sum_j \sum_\alpha \left[\frac{1}{2\sqrt{2}} W_\rho'^+ \bar{\nu}_j \gamma^\rho (v_{j\alpha} - a_{j\alpha} \gamma^5) l_\alpha + \frac{1}{2\sqrt{2}} W_\rho'^- \bar{l}_\alpha \gamma^\rho (v_{j\alpha}^* - a_{j\alpha}^* \gamma^5) \nu_j \right], \quad (2)$$

donde $v_{\alpha k}$ y $a_{\alpha k}$ son parámetros que contienen la información sobre las mezclas de neutrinos, $l_\alpha = e^-, \mu^-, \tau^-$ etiqueta a los leptones cargados, ν_j denota eigenestados de masa de neutrinos y los bosones cargados pesados, asociados a nueva física, se denotaron como W'^\pm . Acorde con esto, los índices empleados corren sobre $j = 1, 2, 3$, mientras que $\alpha = e, \mu, \tau$. El índice griego ρ etiqueta a componentes espaciotiempo. Las corrientes cargadas mostradas en la ecuación (2) fueron usadas recientemente para calcular las contribuciones de neutrinos pesados y bosones cargados pesados a las propiedades electromagnéticas de leptones cargados del Modelo Estándar [36], así como para investigar el impacto de estas partículas pesadas en decaimientos raros, con cambio de sabor leptónico, de leptones en tres leptones sin neutrinos de estado final [37]. En la tesis, nos interesa explorar el impacto de los bosones cargados pesados W' , a través de las corrientes cargadas dadas en la ecuación (2), en los momentos dipolares eléctricos y magnéticos de neutrinos.

Como ya se mencionó antes, estas contribuciones dependen de si los neutrinos involucrados son fermiones de Dirac o de Majorana, como ocurre en el caso de los momentos magnéticos de neutrinos de Majorana que se calcularon en la Ref. [30], en el contexto de modelos izquierdo-derecho [38]. Una de las motivaciones de este cálculo es comparar los casos de Dirac y Majorana. Puesto que los neutrinos de Majorana coinciden con sus antineutrinos, hay más diagramas de Feynman en este caso que en el de neutrinos de Dirac. El conjunto de las reglas de Feynman para fermiones de Majorana se discute detalladamente en las referencias [39, 40].

Capítulo 1

El Modelo Estándar de las Interacciones Electrodébiles

El Modelo Estándar de las Interacciones Electrodébiles describe las interacciones electromagnética y débil de las partículas fundamentales en el marco de la teoría cuántica de campos. Es una teoría de norma basada en el grupo de simetría local $SU(2)_L \times U(1)_Y$ donde los subíndices L y Y denotan quiralidad izquierda e hipercarga débil, respectivamente. La extensión de ese modelo para incluir la interacción fuerte incluye el grupo de norma $SU(3)_C$, donde C denota carga de color, resultando en el grupo $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, pero los neutrinos no tienen interacción fuerte por lo que no nos fijaremos en la parte del grupo $SU(3)_C$, y nos concentraremos únicamente en el modelo $SU(2)_L \times U(1)_Y$.

1.1. Simetrías de norma

Para ilustrar el principio de norma nos fijaremos en la *Electrodinámica Cuántica*, **QED** por sus siglas en inglés, que presenta invariancia de norma ante el grupo $U(1)$. Consideremos la lagrangiana un electrón libre descrito por un campo fermionico $\Psi(x)$.

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\Psi}(x)(i\not{\partial} - m)\Psi(x), \quad (1.1)$$

done $\not{\partial} \equiv \gamma^\mu \partial_\mu$, y m corresponde a la masa del electrón. Es fácil ver que \mathcal{L}_0 es invariante bajo la transformación $\Psi(x) \rightarrow \Psi'(x) = e^{-i\alpha}\Psi(x)$, donde α es una constante real independiente del espacio-tiempo. Si se promueve la transformación a $\Psi(x) \rightarrow \Psi'(x) = e^{-i\alpha(x)}\Psi(x)$, ahora con $\alpha(x)$ como una función de la variable x , \mathcal{L}_0 , deja de ser invariante ante la nueva transformación. Para preservar la invariancia de norma, se introduce la derivada covariante $D_\mu \equiv \partial_\mu - ieA_\mu(x)$, donde e es la carga eléctrica del protón y $A_\mu(x)$ es un quadri-vector del campo de norma. Es necesario que $D_\mu\Psi(x)$ se transforme de la misma forma que $\Psi(x)$, esto nos permite determinar la manera en que $A_\mu(x)$ se transforma.

$$D_\mu\Psi(x) \rightarrow D'_\mu\Psi'(x) = [\partial_\mu - ieA'_\mu(x)]e^{-i\alpha(x)}\Psi(x) = e^{-i\alpha(x)}D_\mu\Psi(x), \quad (1.2)$$

de donde podemos ver que

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(x), \quad (1.3)$$

El término cinético de $A_\mu(x)$ puede ser construido del tensor de esfuerzo $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x)$, el cual es invariante de norma. Entonces la Lagrangiana de **QED** invariante de norma se puede escribir como

$$\mathcal{L}_{QED} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \bar{\Psi}(x)(i\not{D} - m)\Psi(x), \quad (1.4)$$

donde definimos $\not{D} \equiv \gamma^\mu D_\mu$. De la ecuación anterior uno puede fácilmente obtener el vértice electrón-fotón $e\bar{\Psi}(x)\gamma^\mu\Psi(x)A_\mu(x)$.

1.2. Rompimiento espontáneo de la simetría

Yang y Mills exploraron en la década de los 50's la simetría de norma no abeliana SU(2), pero su importancia no fue ampliamente reconocida hasta la invención del mecanismo de rompimiento espontaneo de la simetría, esto debido a que las interacciones débiles deben estar mediadas por bosones de norma masivos, pero un término de masa como $mA_\mu^i A^{i\mu}$ viola la invariancia de norma.

Consideraremos una teoría escalar con simetría global ante $U(1)$ para explicar el mecanismo de rompimiento espontaneo de simetría:

$$\mathcal{L}_\phi = \partial^\mu \phi^\dagger \partial_\mu \phi - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda(\phi^\dagger \phi)^2, \quad (1.5)$$

en donde μ^2 y λ son parámetros reales. Se puede notar que \mathcal{L}_ϕ es invariante bajo la transformación $\phi \rightarrow \phi' = e^{-i\alpha} \phi$, o su equivalente para una constante α infinitamente pequeña $\delta\phi = -i\alpha\phi$. Tenemos que $\phi^\dagger \rightarrow \phi'^\dagger = e^{i\alpha} \phi^\dagger$ ó $\delta\phi^\dagger = i\alpha\phi^\dagger$ para el campo de conjugación hermitiana ϕ^\dagger . La variación de \mathcal{L}_ϕ con respecto a $\delta\phi$ es

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{L}_\phi &= \frac{\partial\mathcal{L}_\phi}{\partial\phi} \delta\phi + \frac{\partial\mathcal{L}_\phi}{\partial(\partial^\mu\phi)} \partial^\mu \delta\phi \\ &= \frac{\partial\mathcal{L}_\phi}{\partial\phi} \delta\phi + \partial^\mu \left(\frac{\partial\mathcal{L}_\phi}{\partial(\partial^\mu\phi)} \delta\phi \right) - \partial^\mu \left(\frac{\partial\mathcal{L}_\phi}{\partial(\partial^\mu\phi)} \right) \delta\phi \\ &= \left[\frac{\partial\mathcal{L}_\phi}{\partial\phi} - \partial^\mu \left(\frac{\partial\mathcal{L}_\phi}{\partial(\partial^\mu\phi)} \right) \right] \delta\phi + \partial^\mu \left(\frac{\partial\mathcal{L}_\phi}{\partial(\partial^\mu\phi)} \delta\phi \right). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Como la ecuación de movimiento debe ser satisfecha, el término dentro de los corchetes se desvanece. Al exigir que la teoría sea invariante, se puede definir una corriente de simetría identificando el término restante en la ecuación. (1.6) como la divergencia. Esta corriente resulta ser

$$\mathcal{J}_\mu = i(\phi^\dagger \partial_\mu \phi - \phi \partial_\mu \phi^\dagger), \quad (1.7)$$

y su correspondiente carga de simetría es

$$\mathcal{Q} \equiv \int d^3x \mathcal{J}_0(x) = i \int d^3x (\phi^\dagger \dot{\phi} - \dot{\phi} \phi^\dagger), \quad (1.8)$$

La conservación de la corriente $\partial_\mu \mathcal{J}^\mu = 0$ implica que la carga es independiente del tiempo, $\frac{d\mathcal{Q}}{dt} = 0$. El conmutador entre \mathcal{Q} y los operadores de campo (ϕ y ϕ^\dagger) genera las transformaciones

$$[\mathcal{Q}, \phi] = -\phi, \quad [\mathcal{Q}, \phi^\dagger] = +\phi^\dagger \quad (1.9)$$

Tomando ϕ y ϕ^\dagger como variables independientes, podemos verificar que

$$[\phi(t, x), \dot{\phi}^\dagger(t, y)] = [\phi^\dagger(t, x), \dot{\phi}(t, y)] = i\delta^3(x - y), \quad (1.10)$$

Hay que notar que uno o más bosones sin masa (también llamados Bosones de Goldstone, aparecerán en la teoría si la Lagrangiana original tiene una simetría continua pero en el estado de vacío tiene una simetría reducida [41].

Es necesario definir un campo complejo $\phi = \frac{(\eta + i\chi)}{\sqrt{2}}$ para saber qué ocurre con los bosones de Goldstone en esta teoría escalar, reescribiendo \mathcal{L}_ϕ como

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2} \partial^\mu \eta \partial_\mu \eta + \frac{1}{2} \partial^\mu \chi \partial_\mu \chi - \frac{1}{2} \mu^2 (\eta^2 + \chi^2) - \frac{1}{4} \lambda (\eta^2 + \chi^2)^2. \quad (1.11)$$

Podemos observar que \mathcal{L}_ϕ es invariante bajo rotaciones

$$\begin{aligned} \eta &\rightarrow \eta' = \eta \cos \alpha + \chi \sin \alpha, \\ \chi &\rightarrow \chi' = -\eta \sin \alpha + \chi \cos \alpha; \end{aligned} \quad (1.12)$$

o su equivalente

$$\delta\eta = +\alpha\chi, \quad \delta\chi = -\alpha\eta. \quad (1.13)$$

Si el valor de expectación del vacío de η es diferente de 0 $\langle \eta \rangle = u$ donde u es un número real y positivo, entonces el estado de vacío ya no es invariante bajo rotaciones ya que la dirección preferida es a lo largo del eje x . Para encontrar los modos físicos en la teoría, podemos perturbar las variables de campo alrededor de sus valores clásicos y redefinir $\eta = u + \hat{\eta}$. La minimización del potencial escalar en la ecuación (1.11) determina el valor de expectación del vacío $u = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$. Tenemos $\lambda > 0$, μ^2 debe ser negativo para producir valor de expectación del vacío significativo. Ahora tenemos que

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2} \partial^\mu \hat{\eta} \partial_\mu \hat{\eta} + \frac{1}{2} \partial^\mu \chi \partial_\mu \chi - \frac{1}{2} (-2\mu^2) (\hat{\eta})^2 + \dots, \quad (1.14)$$

donde los sombreros denotan términos no-cuadráticos de $\hat{\eta}$ y χ . Es evidente que las masas de las dos partículas escalares están dadas por $m_{\hat{\eta}}^2 = -2\mu^2$ y $m_\chi^2 = 0$. El bosón sin masa χ , conocido como bosón de Goldstone, aparece después del rompimiento espontáneo de la simetría global $U(1)$.

Peter Higgs y otros físicos teóricos aplicaron la idea del rompimiento espontáneo de la simetría a teorías con simetría local, dando lugar al famoso *Mecanismo de Higgs*. Basados en la simetría de norma $SU(2)_L \times U(1)_Y$ y en el *Mecanismo de Higgs*, Steven Weinberg y Abdus Salam propusieron el Modelo Estándar de las interacciones electrodébiles [42].

1.3. Renormalización

En teoría cuántica de campos es usual encontrarse con infinitos cuando se va más allá de cálculos a nivel árbol. Richard Feynman, Julian Schwinger y Sin-Itiro Tomonaga encontraron a finales de los años cuarenta la solución a dicho problema en **QED**. En el lenguaje moderno los parámetros de masa y acoplamiento presentes en el Lagrangiano clásico son las llamadas cantidades desnudas que recibirán correcciones de radiativas a nivel cuántico. Uno debe descomponer las cantidades desnudas en renormalizables y contratérminos: las cantidades renormalizables son físicas y están conformadas por las observables experimentales, mientras que los contratérminos son usadas para cancelar los infinitos que aparecen de correcciones cuánticas. Entonces reescribiremos la Lagrangiana de **QED** en términos de cantidades desnudas:

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^0 F^{0\mu\nu} + \bar{\Psi}^0 i\gamma^\mu (\partial_\mu - ie_0 A_\mu^0) \Psi^0 - m_0 \bar{\Psi}^0 \Psi^0, \quad (1.15)$$

donde $F_{\mu\nu}^0 = \partial_\mu A_\nu^0 - \partial_\nu A_\mu^0$. Teoría cuántica de campos es caracterizada por funciones de Green. Para ver de dónde viene el infinito y cómo tratar con él, consideramos la función de Green más simple de **QED** (es decir, el propagador de electrones) a nivel de un lazo. El propagador a nivel de árbol de un electrón libre es

$$iS_F(\not{p}) = \frac{i}{\not{p} - m_0 + i\epsilon}. \quad (1.16)$$

El propagador completo se puede calcular mediante la evaluación de la autoenergía del electrón a un lazo $-i\Sigma(\not{p})$, siendo explícitos tenemos

$$iS'_F(\not{p}) = iS_F(\not{p}) + iS_F(\not{p}) [-i\Sigma(\not{p})] iS_F(\not{p}) + \dots = \frac{i}{\not{p} - m_0 - \Sigma(\not{p})}, \quad (1.17)$$

donde están implícitas las inserciones infinitas de la autoenergía del electrón, y $\Sigma(\not{p})$ puede ser tratada como una cantidad perturbativa. Debido a la invariancia de Lorentz,

$$\Sigma(\not{p}) = A(p^2) + \not{p}B(p^2) \quad (1.18)$$

Entonces la masa física del electrón puede ser identificada como el polo del propagador completo

$$iS'_F(\not{p}) = \frac{iZ_2}{\not{p} - m + i\epsilon}. \quad (1.19)$$

donde $m = Z_2(m_0 + A)$ es la masa renormalizada o física del electrón con $Z_2 = 1 - B$ siendo la constante de renormalización de la función de onda. De forma similar se puede obtener el propagador renormalizado del fotón: $iD_{\mu\nu}(p^2) = -iZ_3 g_{\mu\nu} / (p^2 + i\epsilon)$. Podemos absorber las constantes Z_2 y Z_3 redimensionando los campos de electrones y fotones $\Psi^0 = Z_2^{1/2} \Psi$ y $A_\mu^0 = Z_3^{1/2} A_\mu$. El Lagrangiano desnudo de **QED** puede ser dividido en términos renormalizables y contratérminos [43],

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{QED}} = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\Psi}i\gamma^\mu(\partial_\mu - ieA_\mu)\Psi - m\bar{\Psi}\Psi \\ & -\frac{1}{4}\delta Z_3 F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\Psi}i\gamma^\mu(\delta Z_2\partial_\mu - i\delta Z_1 eA_\mu)\Psi - \delta m\bar{\Psi}\Psi\end{aligned}\quad (1.20)$$

donde $\delta Z_i \equiv Z_i - 1$ (para $i = 1, 2, 3$) y $\delta m \equiv Z_2 m_0 - m$ están bien definidos. A partir de este Lagrangiano, se pueden leer las reglas de Feynman y calcular las funciones de Green, incluidas las contribuciones de los contratérminos. Un cálculo detallado muestra que los infinitos surgen de la integración en el momento del lazo. Tales infinitos pueden eliminarse eligiendo las constantes de renormalización adecuadas δZ_i y δm , por ejemplo, imponiendo las condiciones de renormalización

$$\Sigma(\not{p})|_{p^2=0} = 0 \qquad \frac{d\Sigma(\not{p})}{d\not{p}}|_{\not{p}=m} = 0 \quad (1.21)$$

$$\Pi(p^2)|_{p^2=0} = 0 \qquad ie\Gamma^\mu(p, p')|_{p=p'=0} = ie\gamma^\mu, \quad (1.22)$$

donde $\Pi(p^2)$ y $\Gamma^\mu(p, p')$ representan respectivamente la autoenergía del fotón y el vértice de electrón-fotón adecuado. Vale la pena mencionar que la relación $Z_1 = Z_2$ se aplica exactamente a todos los órdenes en **QED** como consecuencia de la invariancia de norma. Esta identidad garantiza que la carga eléctrica física e o la constante de acoplamiento de norma sea universal para todas las partículas cargadas.

1.4. El Modelo Estándar Electrodébil

Como ya se menciono este modelo está basado en el grupo de simetría de norma $SU(2)_L \times U(1)_Y$, y su simetría de norma se rompe espontáneamente a $U(1)_Q$. El bosón de norma $U(1)_Q$, que es el fotón, permanece sin masa debido a la invariancia de norma, en contraste los bosones de norma $SU(2)_L$ adquieren masa a través del *Mecanismo de Higgs* y median las interacciones débiles de corto alcance. En el Modelo Estándar Electrodébil, los componentes izquierdos de los quarks y leptones se asignan para que sean los dobletes de $SU(2)_L$

$$Q_L \equiv \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}; \quad \ell_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}. \quad (1.23)$$

Los componentes derechos de los quarks y leptones son singletes ante $SU(2)_L$, definidos como

$$U_R \equiv u_R, c_R, t_R; \quad D_R \equiv d_R, s_R, b_R; \quad E_R \equiv e_R, \mu_R, \tau_R. \quad (1.24)$$

Solo los componentes izquierdos de los neutrinos participan en interacciones débiles, ya que se ha supuesto que son partículas de Weyl sin masa en el Modelo Estándar. Los quarks y los leptones también portan hipercargas Y , que están relacionadas con los componentes del isospín débil I^3 y cargas eléctricas Q a través de la relación $Q = I^3 + Y$. La Tabla 1 muestra los números cuánticos de quarks y leptones en el Modelo Estándar.

	Isospín débil I^3	Hipercarga Y	Carga eléctrica Q
$Q_L \equiv \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} +1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	$+1/6$	$\begin{pmatrix} +2/3 \\ -1/3 \end{pmatrix}$
$\ell_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} +1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	$-1/2$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
$U_R \equiv u_R, c_R, t_R$	0	$+2/3$	$+2/3$
$D_R \equiv d_R, s_R, b_R$	0	$-1/3$	$-1/3$
$E_R \equiv e_R, \mu_R, \tau_R$	0	-1	-1

Tabla 1. Números cuánticos de quarks y leptones en el Modelo Estándar.

Como ya se menciona los campos de norma deben ser introducidos para mantener la invariancia de norma local a través de la definición de derivada covariante. De ahí que los términos cinéticos del campo fermiónico sean

$$\mathcal{L}_F = \overline{Q}_L i \not{D} Q_L + \overline{\ell}_L i \not{D} \ell_L + \overline{U}_R i \not{D} U_R + \overline{D}_R i \not{D} D_R + \overline{E}_R i \not{D} E_R, \quad (1.25)$$

donde las derivadas covariantes están definidas como

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - ig\tau^k W_\mu^k - ig'Y B_\mu,$$

$$\partial' = \partial_\mu - ig'Y B_\mu. \quad (1.26)$$

Notar que $\tau^k \equiv \sigma^k/2$ (para $k = 1, 2, 3$) y Y denota los generadores del grupo de norma $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ respectivamente. Mientras que g y g' son las constantes de acoplamiento de norma. Dado que los campos de norma también son dinámicos, sus términos cinéticos están dados por

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}W^{i\mu\nu}W_{\mu\nu}^i - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} \quad (1.27)$$

con

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^i &\equiv \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g\varepsilon^{ijk}W_\mu^j W_\nu^k, \\ B_{\mu\nu} &\equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \end{aligned} \quad (1.28)$$

donde W_μ^i (para $i = 1, 2, 3$) y B_μ son los bosones de norma de $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ respectivamente. La simetría de norma local debe romperse: $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$, donde $U(1)_Q$ es el grupo de norma de **QED**. El rompimiento de simetría se puede realizar agregando un doblete escalar $H \equiv (\phi^+, \phi^0)^T$, el cual tiene hipercarga $Y(H) = +1$. La Lagrangiana invariante de norma para el campo escalar es

$$\mathcal{L}_H = (D^\mu H)^\dagger (D_\mu H) - \mu^2 H^\dagger H - \lambda (H^\dagger H)^2, \quad (1.29)$$

donde μ^2 es real y λ es real y positivo. Para calcular el espectro de partículas, uno tiene que determinar el vacío de la teoría, minimizando el potencial escalar. Si $\mu^2 > 0$, el mínimo se encuentra en el punto original (es decir, $\langle H \rangle \equiv \langle 0|H|0 \rangle$). En este caso, el estado de vacío también es invariante bajo transformaciones de norma, de tal manera

que se conserva la simetría de norma de la teoría. Si $\mu^2 < 0$, los mínimos son fijados por

$$|\langle H \rangle|^2 = \frac{1}{2}v^2, \quad (1.30)$$

donde $v = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$ es el valor de expectación del vacío de H . La Ecuación (1.30) muestra que existe infinitos y vacíos degenerados. Una vez que uno elige una dirección especial,

$$\langle H \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (1.31)$$

la simetría de norma se rompe y los correspondientes bosones de norma adquieren masa. Para dejar este punto claro, parametrizamos el doblete de Higgs como

$$H = e^{i\tau^k \xi^k(x)/v} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}, \quad (1.32)$$

donde $\xi^k(x)$ (para $k = 1, 2, 3$) y $h(x)$ representan los cuatro grados de libertad en el doblete H . Luego de realizar la transformación de norma con $U(\xi) = e^{-i\tau^k \xi^k(x)/v}$, pasamos a la norma unitaria. En este caso los campos Higgs y norma transformados son

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix},$$

$$\tau^k \bar{W}_\mu^k = U(\xi) \tau^k W_\mu^k U^{-1}(\xi) - \frac{i}{g} [\partial_\mu U(\xi)] U^{-1}(\xi). \quad (1.33)$$

En la norma unitaria solo sobrevive un bosón escalar físico h , y los bosones de norma ya no están sin masa. Esto último se puede entender a partir del segundo término de la ecuación (1.33): hay una polarización longitudinal de \bar{W}_μ^k en contraste con los bosones de norma sin masa o transversales W_μ^k . Después del rompimiento espontaneo de la simetría de norma, procedamos a discutir el espectro de partículas del Modelo estándar.

Las masas de los bosones de norma vienen del primer término de la Ecuación (1.29):

$$\begin{aligned} & \frac{v^2}{8} (0 \ 1) (g\sigma^k W_\mu^k + g' B_\mu) (g\sigma^k W^{k\mu} + g' B^\mu) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{v^2}{8} (W_\mu^1 W_\mu^2 W_\mu^3 B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g^2 & -gg' \\ 0 & 0 & -gg' & g^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{1\mu} \\ W^{2\mu} \\ W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.34)$$

definimos los bosones de norma físicos

$$W_\mu^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad (1.35)$$

y

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_w & -\sin\theta_w \\ \sin\theta_w & \cos\theta_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}. \quad (1.36)$$

El ángulo de mezcla débil θ_w y las masas de los bosones de norma se determina de la diagonalización de la matriz de masas de la Ecuación (1.34):

$$\tan\theta_w = \frac{g'}{g}, \quad M_{W^\pm} = \frac{1}{2}gv, \quad M_{Z^0} = \frac{1}{2}\sqrt{g^2 + g'^2}v. \quad (1.37)$$

Tenga en cuenta que A_μ describe al fotón, cuya masa sigue siendo nula debido a que la simetría de norma $U(1)_Q$ no está rota. Tanto los bosones de norma cargados W^\pm como el bosón de norma neutro Z^0 son masivos, y sus masas son proporcionales al valor de expectación del vacío del campo de Higgs.

La masa del bosón de Higgs proviene del segundo término de la Ecuación (1.29). De manera explícita,

$$V(H) \equiv \mu^2 H^\dagger H + \lambda (H^\dagger H)^2 = -\mu^2 h^2 + \lambda v h^3 + \frac{\lambda}{4} h^4 + \frac{1}{4} \mu^2 v^2. \quad (1.38)$$

Por lo tanto la masa del bosón de Higgs h es $M_h = \sqrt{-2\mu^2}$.

La masa de los quarks y de los leptones cargados provienen de las interacciones de Yukawa

$$\mathcal{L}_Y = -\overline{Q}_L Y_u \widehat{H} U_R - \overline{Q}_L Y_d H D_R - \overline{\ell}_L Y_l H E_R + \text{h.c.}, \quad (1.39)$$

donde se define como $\widehat{H} = -i\sigma_2 H^*$, Y_u , Y_d y Y_l son las matrices 3×3 de acoplamiento de Yukawa. Después del que el campo de Higgs adquiera su valor de expectación del vacío, las matrices de masas de quarks tipo up, down y de leptones cargados están dadas respectivamente por

$$M_u = \frac{1}{\sqrt{2}}vY_u, \quad M_d = \frac{1}{\sqrt{2}}vY_d, \quad M_l = \frac{1}{\sqrt{2}}vY_l, \quad (1.40)$$

donde $v \simeq 246 \text{ GeV}$. Las matrices pueden diagonalizarse por medio de una transformación bi-unitaria.

$$U_u^\dagger M_u U'_u = \text{Diag}\{m_u, m_c, m_t\}, \quad U_d^\dagger M_d U'_d = \text{Diag}\{m_d, m_s, m_b\}, \\ U_l^\dagger M_l U'_e = \text{Diag}\{m_e, m_\mu, m_\tau\}, \quad (1.41)$$

donde m_q (para $q = u, c, t$ ó d, s, b) y m_α (para $\alpha = e, \mu, \tau$) representan respectivamente las masas físicas de quarks y leptones cargados.

Capítulo 2

Física más allá del Modelo Estándar: neutrinos masivos

El Modelo Estándar de las Interacciones Electrodébiles fue originado bajo la premisa que los neutrinos son partículas sin masa, lo que los hace esencialmente diferentes a los otros fermiones como leptones cargados (e , μ , τ) y los quarks (u , d , s , c , t , b), que si son masivos. El Modelo Estándar también ha sido exitoso al explicar los diversos procesos de baja energía que involucran interacciones de neutrinos con corrientes neutras y cargadas. Por tanto, durante mucho tiempo hubo un fuerte prejuicio entre algunos teóricos de que los neutrinos carecen de masa. Actualmente la situación a cambiado, con la evidencia de varios experimentos de la existencia de la masa de los neutrinos. Este hecho ha cambiado el panorama de la física de partículas, dando nuevas e interesantes pistas sobre la física más allá del modelo estándar.

2.1. Términos de masa de los Neutrinos de Dirac y Majorana

Para escribir el término de masa para tres neutrinos conocidos, hagamos una extensión mínima del Modelo Estándar mediante la introducción de tres neutrinos derechos. Entonces en total tendremos seis campos de neutrinos¹

$$\nu_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad N_R = \begin{pmatrix} N_{1R} \\ N_{2R} \\ N_{3R} \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

donde solo los campos izquierdos toman parte en las interacciones electrodébiles. Las conjugaciones de carga de los campos ν_L y N_R están definidos como

$$(\nu_L)^c \equiv \mathcal{C}\overline{\nu_L}^T, \quad (N_R)^c \equiv \mathcal{C}\overline{N_R}^T; \quad (2.2)$$

¹Los componentes izquierdos y derechos del campo de fermiones $\psi(x)$ están denotados como $\psi_L(x) = P_L\psi(x)$ y $\psi_R(x) = P_R\psi(x)$, respectivamente, donde $P_L \equiv (1 - \gamma_5)/2$ y $P_R \equiv (1 + \gamma_5)/2$ son los operadores de proyección quiral.

y en consecuencia,

$$\overline{(\nu_L)^c} = (\nu_L)^T \mathcal{C} , \quad \overline{(N_R)^c} = (N_R)^T \mathcal{C} , \quad (2.3)$$

donde \mathcal{C} es la matriz de conjugación de carga y satisface las siguientes condiciones

$$\mathcal{C}\gamma_\mu^T\mathcal{C}^{-1} = -\gamma_\mu \quad \mathcal{C}\gamma_5^T\mathcal{C}^{-1} = \gamma_5 , \quad \mathcal{C}^{-1} = \mathcal{C}^\dagger = \mathcal{C}^T = -\mathcal{C} . \quad (2.4)$$

Es fácil percatarse que $P_L(N_R)^c = (N_R)^c$ y $P_R(\nu_L)^c = (\nu_L)^c$, también podemos ver $(\nu_L)^c = (\nu^c)_R$ y $(N_R)^c = (N^c)_L$ se mantiene. Por lo tanto $(\nu_L)^c$ y $(N_R)^c$ son los campos derechos e izquierdos respectivamente. Entonces podemos usar los campos de neutrinos ν_L , N_R y los campos conjugados de carga para escribir los términos de masa de los neutrinos invariantes de norma e invariantes de Lorentz.

En el Modelo Estándar las interacciones débiles de corrientes cargadas con tres neutrinos están dadas por

$$\mathcal{L}_{cc} = \frac{g}{\sqrt{2}} \overline{(e \ \mu \ \tau)}_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L W_\mu^- + \text{h.c.} . \quad (2.5)$$

Elegimos la base sobre la cual los eigenestados de masa de tres leptones cargados se identifican con sus eigenestados de sabor. Si los neutrinos tienen masas no degeneradas y diferentes de cero, su sabor y eigenestados de masa no son en general idénticos a la base elegida. Este desajuste se conoce como la mezcla del sabor leptónico.

2.2. Masa de Dirac y la Conservación del número Leptónico

Un neutrino de Dirac es descrito por un espinor de Dirac de cuatro componentes $\nu = \nu_L + N_R$, cuyos componentes izquierdos y derechos son ν_L y N_R . El término de masa de neutrinos de Dirac proviene de las interacciones de Yukawa

$$-\mathcal{L}_{\text{Dirac}} = \overline{\ell}_L Y_\nu \widehat{H} N_R + \text{h.c.} , \quad (2.6)$$

donde $\widehat{H} \equiv i\sigma_2 H^*$ con H siendo el doblete de Higgs del modelo estándar, y ℓ_L denota el doblete izquierdo leptónico. Después del rompimiento espontáneo de la simetría de norma ($SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$), se obtiene

$$-\mathcal{L}'_{\text{Dirac}} = \overline{\nu}_L M_D N_R + \text{h.c.} , \quad (2.7)$$

donde $M_D = Y_\nu \langle H \rangle$ con $\langle H \rangle \simeq 246 \text{ GeV}$ siendo el valor de expectación del vacío de H . Esta matriz de masas puede ser diagonalizada con una transformación bi-unitaria: $V^\dagger M_D U = \widehat{M}_\nu \equiv \text{Diag}\{m_1, m_2, m_3\}$ con m_i siendo la masa de los neutrinos (para $i = 1, 2, 3$). Después de la diagonalización la Ecuación (2.7) se convierte

$$-\mathcal{L}'_{\text{Dirac}} = \overline{\nu}'_L \widehat{M}_\nu N'_R + \text{h.c.} , \quad (2.8)$$

donde $\nu'_L = V^\dagger \nu_L$ y $N'_R = U^\dagger N_R$. Entonces los componentes del espinor de Dirac

$$\nu' = \nu'_L + N'_R = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

el cual satisface automáticamente $P_L \nu' = \nu'_L$ y $P_R \nu' = N'_R$, describen los eigenestados de masa de los tres neutrinos. En otras palabras,

$$-\mathcal{L}'_{\text{Dirac}} = \bar{\nu}' \widehat{M}_\nu \nu' = \sum_{i=1}^3 m_i \bar{\nu}_i \nu_i. \quad (2.10)$$

Los términos cinéticos de los neutrinos de Dirac provienen de

$$\mathcal{L}_{\text{cinético}} = \bar{i}\nu'_L \gamma_\mu \partial^\mu \nu_L + i\bar{N}'_R \gamma_\mu \partial^\mu N_R = \bar{i}\nu' \gamma_\mu \partial^\mu \nu' = i \sum_{k=1}^3 \bar{\nu}_k \gamma_\mu \partial^\mu \nu_k, \quad (2.11)$$

donde $V^\dagger V = VV^\dagger = 1$ y $U^\dagger U = UU^\dagger = 1$ deben ser empleadas.

Ahora reescribiendo la interacciones débiles de corrientes cargadas con tres neutrinos en la Ecuación (2.5) en términos de los eigenestados de masa $\nu'_L = V^\dagger \nu_L$ en donde la base elegida de sabor y los eigenestados de masa de los tres leptones cargados son iguales:

$$\mathcal{L}_{\text{cc}} = \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{e} \ \bar{\mu} \ \bar{\tau})_L \gamma^\mu V \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}_L W_\mu^- + h.c. \quad (2.12)$$

La matriz unitaria de 3×3 V , se encarga de vincular los eigenestados de masa de los neutrinos (ν_1, ν_2, ν_3) y los eigenestados de sabor (ν_e, ν_μ, ν_τ), mide el fenómeno de mezcla de neutrinos.

Una característica sobresaliente de los neutrinos masivos de Dirac es la conservación del número leptónico. La Tabla 2. enumera el número leptónico L y el sabor leptónico (familia) L_α de cada leptón en el modelo estándar. Para ver por qué los neutrinos masivos de Dirac conservan el número de leptónico, hacemos las transformaciones de fase globales

$$l(x) \rightarrow e^{i\Phi} l(x), \quad \nu'_L \rightarrow e^{i\Phi} \nu'_L(x), \quad N'_R(x) \rightarrow e^{i\Phi} N'_R(x), \quad (2.13)$$

donde l denota el vector columna de los campos $e, \mu, \text{ y } \tau$, y Φ es una fase arbitraria independiente del espacio-tiempo. Como los términos de masa de $\mathcal{L}'_{\text{Dirac}}$, los términos cinéticos $\mathcal{L}_{\text{cinético}}$ y las interacciones de corrientes cargadas \mathcal{L}_{cc} son todas invariantes bajo estas transformaciones, el número leptónico se conserva para neutrinos masivos de Dirac. Es evidente que se violan los sabores leptónicos, a menos que M_D sea diagonal o, de manera equivalente, V sea la matriz identidad. En otras palabras, la mezcla del sabor leptónico conduce a una violación del sabor leptónico, o viceversa.

	e^-	ν_e	e^+	$\bar{\nu}_e$	μ^-	ν_μ	μ^+	$\bar{\nu}_\mu$	τ^-	ν_τ	τ^+	$\bar{\nu}_\tau$
L	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1
L_e	+1	+1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
L_μ	0	0	0	0	+1	+1	-1	-1	0	0	0	0
L_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	+1	+1	-1	-1

Tabla 2. Número leptónico L y sabor leptónico (familia) L_α de leptones cargados (para $\alpha = e, \mu, \tau$) y neutrinos del modelo estándar.

Por ejemplo, el decaimiento $\Pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ preserva el número leptónico y el sabor leptónico. En contraste, $\mu^+ \rightarrow e^+ + \gamma$ preserva el número leptónico pero viola el sabor leptónico. Las oscilaciones de neutrinos confirma la existencia de la violación de sabor de neutrinos. El doble decaimiento beta sin neutrinos viola el número leptónico. Dicho proceso no puede tomar lugar si los neutrinos son partículas masivas de Dirac, pero es un proceso natural si los neutrinos son partículas masiva de Majorana.

2.3. Masa de Majorana y la Violación del número Leptónico

El campo del neutrino izquierdo ν_L y su campo de conjugación de carga $(\nu_L)^c$ en principio podrían formar un término de masas, al ser $(\nu_L)^c$ un campo derecho. Pero dicho término de Majorana está prohibido por la simetría de norma $SU(2)_L \times U(1)_Y$ en el Modelo Estándar, el cual contiene únicamente un doblete de Higgs $SU(2)_L$, que conserva el número leptónico. Observemos el término de masa de Majorana de los neutrinos:

$$-\mathcal{L}'_{\text{Majorana}} = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L M_L (\nu_L)^c + \text{h.c.} . \quad (2.14)$$

Notar que la matriz de masa M_L debe ser simétrica. Debido a que el término masa es un escalar de Lorentz cuya transposición se mantiene sin cambios, tenemos

$$\bar{\nu}_L M_L (\nu_L)^c = \left[\bar{\nu}_L M_L (\nu_L)^c \right]^T = -\bar{\nu}_L \mathcal{C}^T M_L^T \bar{\nu}_L^T = \bar{\nu}_L M_L^T (\nu_L)^c , \quad (2.15)$$

donde a parece un signo menos cuando se intercambian dos operadores de campo fermiónico, y también se emplea $\mathcal{C}^T = -\mathcal{C}$. Entonces $M_L^T = M_L$ se mantiene. Esta matriz simétrica de masas puede ser diagonalizada mediante la transformación $V^\dagger M_L V^* = \widehat{M}_\nu \equiv \text{Diag}\{m_1, m_2, m_3\}$, donde V es una matriz unitaria. Luego de la diagonalización la Ecuación (2.15) se vuelve

$$-\mathcal{L}'_{\text{Majorana}} = \frac{1}{2} \bar{\nu}'_L \widehat{M}_\nu (\nu'_L)^c + \text{h.c.} , \quad (2.16)$$

donde $\nu'_L = V^\dagger \nu_L$ y $(\nu'_L)^c = \mathcal{C} \overline{\nu'_L}^T$. Tenemos el campo

$$\nu' = \nu'_L + (\nu'_L)^c = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

el cual satisface la condición de Majorana $(\nu')^c = \nu'$, describe los eigenestados de masa de los tres neutrinos de Majorana. Por lo tanto

$$-\mathcal{L}'_{\text{Majorana}} = \frac{1}{2} \overline{\nu'} \widehat{M}_\nu \nu' = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_i \overline{\nu}_i \nu_i. \quad (2.18)$$

El término cinético de los neutrinos de Majorana es

$$\mathcal{L}_{\text{cinético}} = \overline{\psi}_L \gamma_\mu \partial^\mu \nu_L = \overline{\psi}'_L \gamma_\mu \partial^\mu \nu'_L = \frac{i}{2} \overline{\nu'} \gamma_\mu \partial^\mu \nu' = \frac{i}{2} \sum_{k=1}^3 \overline{\nu}_k \gamma_\mu \partial^\mu \nu_k, \quad (2.19)$$

donde se ha usado la relación $\overline{(\psi_L)^c} \gamma_\mu \partial^\mu (\psi_L)^c = \overline{\psi}_L \gamma_\mu \partial^\mu \psi_L$. Esta relación puede probarse tomando en cuenta $\partial^\mu \left[(\psi_L)^c \gamma_\mu (\psi_L)^c \right] = 0$; tenemos que

$$\begin{aligned} \overline{(\psi_L)^c} \gamma_\mu \partial^\mu (\psi_L)^c &= -\partial^\mu \overline{(\psi_L)^c} \gamma_\mu (\psi_L)^c = -\left[\partial^\mu \overline{(\psi_L)^c} \gamma_\mu (\psi_L)^c \right] \\ &= \left(\mathcal{C} \overline{\psi}_L^T \right)^T \gamma_\mu^T \partial^\mu \left[(\psi_L)^T \mathcal{C} \right]^T = \overline{\psi}_L \gamma_\mu \partial^\mu \psi_L, \end{aligned} \quad (2.20)$$

donde $\mathcal{C}^T \gamma_\mu^T \mathcal{C}^T = \gamma_\mu$.

Cabe señalar que el factor 1/2 en $\mathcal{L}_{\text{Majorana}}$ nos permite obtener la ecuación de Dirac de neutrinos de Majorana análogos a los neutrinos de Dirac. Para observar tal afirmación, consideremos el Lagrangiano de los neutrinos de Majorana libres (es decir, sus términos cinéticos y de masa):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\nu &= \overline{\psi}_L \gamma_\mu \partial^\mu \nu_L - \left[\frac{1}{2} \overline{\nu}_L M_L (\nu_L)^c + h.c. \right] \\ &= \overline{\psi}'_L \gamma_\mu \partial^\mu \nu'_L - \left[\frac{1}{2} \overline{\nu}'_L \widehat{M}_\nu (\nu'_L)^c + h.c. \right] \\ &= \frac{1}{2} \left(\overline{\nu'} \gamma_\mu \partial^\mu \nu' - \overline{\nu'} \widehat{M}_\nu \nu' \right) = -\frac{1}{2} \left(i \partial^\mu \overline{\nu'} \gamma_\mu \nu' + \overline{\nu'} \widehat{M}_\nu \nu' \right), \end{aligned} \quad (2.21)$$

en donde $\partial^\mu (\overline{\nu'} \gamma_\mu \nu') = 0$ es empleado. Entonces sustituimos \mathcal{L}_ν en la ecuación de Euler-Lagrange

$$\partial^\mu \frac{\partial \mathcal{L}_\nu}{\partial (\partial^\mu \nu')} - \frac{\partial \mathcal{L}_\nu}{\partial \nu'} = 0 \quad (2.22)$$

y obtenemos la ecuación de Dirac

$$i \gamma_\mu \partial^\mu \nu' - \widehat{M}_\nu \nu' = 0. \quad (2.23)$$

De manera explícita, $i\gamma_\mu\partial^\mu\nu_k - m_k\nu_k = 0$ se mantiene (para $k = 1, 2, 3$). Esta es la razón para incluir el factor $1/2$ en $\mathcal{L}'_{\text{Majorana}}$. Las interacciones débiles de corrientes cargadas con tres neutrinos en la Ecuación (2.5) puede reescribirse en términos de los eigenestados de masa $\nu'_L = V^\dagger\nu_L$. En la base donde los eigenestados de masa y sabor de los leptones cargados son idénticos, la expresión de \mathcal{L}_{cc} para los neutrinos de Majorana es la misma que la Ecuación (2.12) para los neutrinos de Dirac. La matriz unitaria V es la matriz de 3×3 de mezcla de neutrinos de Majorana, que posee dos fases más que violan CP, que la matriz de mezcla de neutrinos de Dirac. Una de las características más sobresalientes de los neutrinos de Majorana es que violan el número leptónico. Aplicando las transformaciones de fase globales

$$l(x) \rightarrow e^{i\Phi}l(x) , \quad \nu'_L(x) \rightarrow e^{i\Phi}\nu'_L(x) , \quad (2.24)$$

donde l representa el vector columna de los campos e, μ, τ , mientras que Φ es una fase arbitraria independiente del espacio-tiempo. Podemos observar que los términos cinéticos $\mathcal{L}_{\text{cinético}}$ y las interacciones con corrientes cargadas \mathcal{L}_{cc} son invariantes bajo estas transformaciones, pero los términos de masa $\mathcal{L}'_{\text{Majorana}}$ no lo son, debido a $\overline{\nu'_L} \rightarrow e^{-i\Phi}\overline{\nu'_L}$ y $(\nu'_L)^c \rightarrow e^{-i\Phi}(\nu'_L)^c$. El número leptónico es violado para neutrinos de Majorana. De manera similar al caso de neutrinos de Dirac, la violación del sabor leptónico de neutrinos de Majorana esta descrita por V .

Capítulo 3

Neutrinos Masivos y sus Propiedades Electromagnéticas

Uno de los campos de investigación más activos en la física actual son las propiedades de los neutrinos. En Modelo Estándar los neutrinos tienen interacciones débiles, además de no poseer masa. Sin embargo, la observación de oscilaciones de neutrinos en diversos experimentos, implica la existencia de dichas masas. Por lo tanto, el Modelo Estándar debe extenderse para tener este hecho en cuenta. Existen extensiones del Modelo Estándar donde estos adquieren propiedades electromagnéticas, tomando como referencia la electrodinámica cuántica, en donde los efectos de lazos cuánticos inducen el momento magnético anómalo de un fermión, de manera similar, estos efectos pueden inducir propiedades electromagnéticas al neutrino. Por lo tanto, el estudio teórico y experimental de las interacciones electromagnéticas de los neutrinos es una herramienta poderosa en la búsqueda de física más allá del Modelo Estándar. Además, estas interacciones pueden generar efectos importantes especialmente en ambientes astrofísicos, donde los neutrinos se propagan por largas distancias en campos magnéticos, tanto en el vacío como en la materia.

3.1. Factores de forma Electromagnéticos

Las propiedades electromagnéticas de cualquier fermión aparecen, en teoría cuántica de campos, como la interacción con un fotón, y es descrito por el vértice efectivo de interacción mostrado en la Figura 1. Aunque el neutrino no posee ninguna carga eléctrica, puede tener interacciones electromagnéticas a través de lazos cuánticos. Uno puede resumir tales interacciones por medio del siguiente término de interacción efectiva

$$\mathcal{L}_{\text{efectivo}} = \bar{\nu}\Gamma_{\mu}\nu A^{\mu} \equiv J_{\mu}(x)A^{\mu}(x) , \quad (3.1)$$

donde $A^{\mu}(x)$ es el campo electromagnético, Γ_{μ} es una matriz de 4×4 en el espacio de los espinores y $J_{\mu}(x)$ es la corriente electromagnética, cuya forma es el objeto de nuestra discusión. Dicha forma depende de la naturaleza de los neutrinos Dirac o Majorana,

pues se interactúan al fotón de diferentes maneras, que se describen por sus respectivos factores de forma electromagnética.

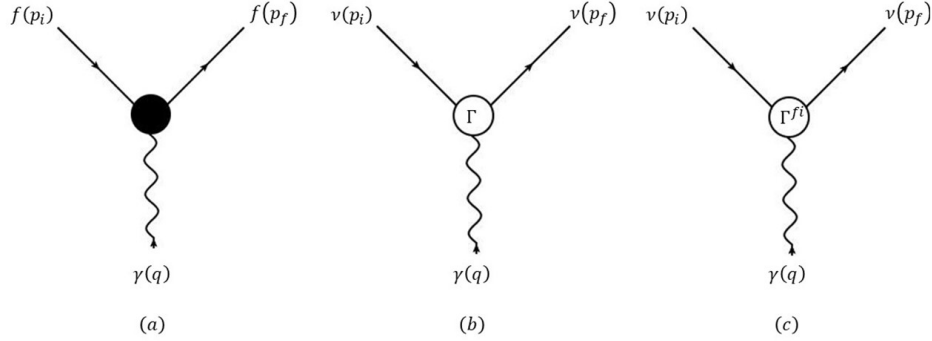


Figura 1: Acoplamiento a nivel de árbol de un fermión cargado f con un fotón γ (a), Acoplamiento efectivo de un neutrino ν con un fotón γ (b), y acoplamiento efectivo de neutrinos con un fotón tomando en cuenta las posibles transiciones entre neutrinos masivos iniciales y finales diferentes ν_i y ν_f (c).

3.1.1. Factores de forma de los neutrinos de Dirac

Primero nos enfocaremos en los neutrinos de Dirac. El diagrama correspondiente para la interacción de un neutrino con un fotón se muestra en la Figura 1(b). donde el círculo representa las contribuciones del lazo cuántico. Para este caso, tomando el elemento de matriz de $\mathcal{L}_{\text{efectivo}}$ entre dos estados de una partícula obtenemos

$$\langle \nu(p_f, h_f) | J_\mu(x) | \nu(p_i, h_i) \rangle , \quad (3.2)$$

donde p_i (p_f) y h_i (h_f) son el cuadri-momento y helicidad del neutrino inicial (final). Tomando lo anterior en cuenta

$$\partial^\mu J_\mu(x) = i [P^\mu, J_\mu(x)] , \quad (3.3)$$

P^μ es el operador de cuadri-momento, la corriente efectiva puede escribirse como

$$J_\mu(x) = e^{iP \cdot x} J_\mu(0) e^{-iP \cdot x} . \quad (3.4)$$

Ya que $P^\mu |\nu(p)\rangle = p^\mu |\nu(p)\rangle$, tenemos

$$\langle \nu(p_f) | J_\mu(x) | \nu(p_i) \rangle = e^{i(p_f - p_i) \cdot x} \langle \nu(p_f) | J_\mu(0) | \nu(p_i) \rangle , \quad (3.5)$$

por simplicidad se suprimieron las etiquetas de helicidad. Aquí podemos ver que la cantidad desconocida que determina la interacción neutrino-fotón es $\langle \nu(p_f) | J_\mu(0) | \nu(p_i) \rangle$. Considerando que los neutrinos salientes y entrantes son partículas libres, los cuales son descritos por campos libres de Dirac con la expansión estándar de Fourier tenemos

$$\langle \nu(p_f) | J_\mu(0) | \nu(p_i) \rangle = \bar{u}(p_f) \Gamma_\mu(p_f, p_i) u(p_i) . \quad (3.6)$$

Las propiedades electromagnéticas de los neutrinos están en $\Gamma_\mu(p_f, p_i)$, la cual es una matriz en el espacio de los espinores y puede ser descompuesta en términos linealmente independientes de matrices de Dirac γ . La descomposición más general se escribe como [44]

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu(p_f, p_i) = f_1(q^2) q_\mu + f_2(q^2) q_\mu \gamma_5 &+ f_3(q^2) \gamma_\mu + f_4(q^2) \gamma_\mu \gamma_5 \\ &+ f_5(q^2) \sigma_{\mu\nu} q^\nu + f_6 \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5, \end{aligned} \quad (3.7)$$

donde $f_k(q^2)$ (para $k = 1, \dots, 6$) son los seis factores de forma invariantes de Lorentz, y q es el cuadri-momento del fotón ($q = p_i - p_f$).

Se puede observar que los factores de forma dependen solo de q^2 , que es la única cantidad cinemática invariante de Lorentz disponible, entonces como $(p_i + p_f)^2 = 4m^2 - q^2$. Por lo tanto, $\Gamma_\mu(p_f, p_i)$ depende solo de q , y de ahora en adelante lo denotaremos como $\Gamma_\mu(q)$.

Como $\mathcal{L}_{\text{efectivo}}$ y el campo electromagnético A^μ son hermitianos, la corriente efectiva también debe ser hermitiana. Por ende tenemos que Γ_μ debe satisfacer

$$\Gamma_\mu(q) = \gamma_0 \Gamma_\mu^\dagger(-q) \gamma_0. \quad (3.8)$$

Esta restricción implica que

$$f_2, f_3, f_4 \text{ son reales,} \quad (3.9)$$

y

$$f_1, f_5, f_6 \text{ son imaginarias.} \quad (3.10)$$

Imponiendo la conservación de la corriente $\partial^\mu J_\mu(x) = 0$, podemos reducir el número de factores de forma independientes. Usando la conservación de la corriente y la Ecuación (3), tenemos que

$$\langle \nu(p_f) | [P^\mu, J_\mu(0)] | \nu(p_i) \rangle = 0 \quad (3.11)$$

Por lo tanto, en el espacio de momentos tenemos la restricción

$$q^\mu \bar{u}(p_f) \Gamma_\mu(q) u(p_i) = 0 \quad (3.12)$$

Esto implica que

$$f_1(q^2) q^2 + f_2(q^2) q^2 \gamma_5 + 2m f_4(q^2) \gamma_5 = 0. \quad (3.13)$$

Como γ_5 y la matriz unitaria son linealmente independientes, obtenemos las siguientes restricciones

$$f_1(q^2) = 0, \quad f_4(q^2) = -f_2(q^2) q^2 / 2m. \quad (3.14)$$

En el caso más general, el vértice se define en términos de cuatro factores de forma [45]

$$\Gamma_\mu(q) = f_Q(q^2) \gamma_\mu - f_M(q^2) i \sigma_{\mu\nu} q^\nu + f_E(q^2) \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5 + f_A(q^2) (q^2 \gamma_\mu - q_\mu \not{q}) \gamma_5, \quad (3.15)$$

donde $f_Q = f_3$, $f_M = i f_5$, $f_E = -2i f_6$, $f_A = -f_2/2m$ son los factores de forma de la carga, del dipolo magnético, del dipolo eléctrico y el anapolar. Para el acoplamiento con un fotón real ($q^2 = 0$)

$$f_Q(0) = Q, \quad f_M(0) = \mu, \quad f_E(0) = \epsilon, \quad f_A(0) = a, \quad (3.16)$$

donde Q , μ , ϵ , a son, respectivamente, la carga del neutrino, momento magnético, momento eléctrico y el momento anapolar.

Examinaremos las propiedades de $\mathcal{L}_{\text{efectivo}}$ bajo transformaciones CP, y encontrar que términos de la Ecuación (3.15) violan CP. considerando una transformación activa de CP

$$U_{CP}\nu(x)U_{CP}^\dagger = \xi^{CP}\gamma_0\mathcal{C}\bar{\nu}^T(x_p), \quad (3.17)$$

donde ξ^{CP} es una fase. La corriente electromagnética se transforma como

$$CP \iff U_{CP}J_\mu(x)U_{CP}^\dagger = -J^\mu(x_p). \quad (3.18)$$

Para el elemento de matriz, obtenemos

$$CP \iff \Gamma_\mu(q) = -\Gamma^\mu(q). \quad (3.19)$$

Bajo la transformación CP tenemos

$$\Gamma_\mu(q) \xrightarrow{CP} \gamma_0\mathcal{C}\Gamma_\mu^T(q_p)\mathcal{C}^\dagger\gamma_0, \quad (3.20)$$

Empleando el factor de forma en la Ecuación (3.15) obtenemos

$$\Gamma_\mu(q) \xrightarrow{CP} - [f_Q(q^2)\gamma^\mu - f_M(q^2)i\sigma^{\mu\nu}q_\nu - f_E(q^2)\sigma^{\mu\nu}q_\nu\gamma_5 + f_A(q^2)(q^2\gamma^\mu - q^\mu\cancel{q})\gamma_5]. \quad (3.21)$$

Por lo tanto, solo el factor de forma del momento dipolar eléctrico viola CP:

$$CP \iff f_E(q^2) = 0. \quad (3.22)$$

Hasta este punto, solo hemos considerado un campo masivo de neutrinos. En general los elementos de matriz de la corriente electromagnética se puede considerar entre un estado inicial $\nu(p_i)$ y un estado final $\nu(p_f)$ con diferentes sabores de neutrinos. En este caso se tiene

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu^{fi}(q) = f_1^{fi}(q^2)q_\mu + f_2^{fi}(q^2)q_\mu\gamma_5 &+ f_3^{fi}(q^2)\gamma_\mu + f_4^{fi}(q^2)\gamma_\mu\gamma_5 \\ &+ f_5^{fi}(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^\nu + f_6^{fi}(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^\nu\gamma_5, \end{aligned} \quad (3.23)$$

La expresión anterior es la generalización de la Ecuación (3.15) para el caso de diferentes neutrinos en el estado inicial y final. Dada la naturaleza hermitiana de $J_\mu(x)$, lo que implica que $\langle\nu_f(p_f)|J_\mu(0)|\nu_i(p_i)\rangle = \langle\nu_i(p_i)|J_\mu(0)|\nu_f(p_f)\rangle^*$, de donde se obtiene la restricción

$$\Gamma_\mu^{fi}(q) = \gamma_0 [\Gamma_\mu^{if}(-q)]^\dagger \gamma_0. \quad (3.24)$$

Considerando las matrices de 3×3 de los factores de forma f_k en el espacio de los neutrinos masivos con componentes f_k^{fi} para $k = 1, \dots, 6$, encontramos que

$$f_2, f_3, f_4 \text{ son hermitianas}, \quad (3.25)$$

y

$$f_1, f_5, f_6 \text{ son antihermitianas}, \quad (3.26)$$

empleando el mismo método que el usado para obtener la Ecuación (3.13), podemos encontrar las siguientes restricciones

$$f_1^{fi}(q^2)q^2 + f^{fi}(q^2)(m_f - m_i) = 0, \quad f_2^{fi}(q^2)q^2 + f_4^{fi}(q^2)(m_f - m_i) = 0. \quad (3.27)$$

Por lo tanto, obtenemos

$$\Gamma_\mu^{fi}(q) = (\gamma_\mu - q_\mu \not{q}/q^2) \left[f_Q^{fi}(q^2) + f_A^{fi}(q^2)q^2 \gamma_5 \right] - i\sigma_{\mu\nu} q^\nu \left[f_M^{fi}(q^2) + i f_E^{fi}(q^2) \gamma_5 \right], \quad (3.28)$$

en donde $f_Q^{fi} = f_3^{fi}$, $f_M^{fi} = i f_5^{fi}$, $f_E^{fi} = -2i f_6^{fi}$ y $f_A^{fi} = -f_2^{fi}/(m_f - m_i)$.

Los factores de forma en los cuales $f = i$, son llamados diagonales, mientras que cuando $f \neq i$ son nombrados como de transición.

Para el acoplamiento con un fotón real ($q^2 = 0$) tenemos que

$$f_Q^{fi}(0) = Q_{fi}, \quad f_M^{fi}(0) = \mu_{fi}, \quad f_E^{fi}(0) = \epsilon_{fi}, \quad f_A^{fi}(0) = a_{fi}, \quad (3.29)$$

donde Q_{fi} , μ_{fi} , ϵ_{fi} , y a_{fi} , son respectivamente, la carga del neutrino, el momento magnético, el momento eléctrico, y el momento anapolar de tipo diagonal ($f = i$) y de transición ($f \neq i$).

3.1.2. Factores de forma de los neutrinos de Majorana

Un neutrino de masivo de Majorana es una partícula neutra de espín 1/2 la cual coincide con su antipartícula. Los cuatro grados de libertad de un campo masivo de Dirac, se reducen a dos por la condición de Majorana

$$\nu_k = \nu_k^C = \mathcal{C} \bar{\nu}_k^T \quad (3.30)$$

Dado que los campos de Majorana tienen la mitad de los grados de libertad que un campo de Dirac, es posible que sus propiedades electromagnéticas también se reduzcan. Primero calculemos el elemento de matriz de los neutrinos correspondiente al vértice electromagnético efectivo, tomemos en cuenta las posibles transiciones entre dos neutrinos de Majorana inicial y final diferentes, ν_i y ν_f . Usando para el campo de neutrino de Majorana la expansión de Fourier, obtenemos

$$\langle \nu_f(p_f) | J_\mu^{fi}(0) | \nu_i(p_i) \rangle = \bar{u}_f(p_f) \Gamma_\mu^{fi}(p_f, p_i) u_i(p_i) - \bar{v}_i(p_i) \Gamma_\mu^{if}(p_f, p_i) v_f(p_f). \quad (3.31)$$

Usando la siguiente relación

$$u(p) = \mathcal{C} \bar{v}^T(p), \quad (3.32)$$

podemos reescribir la Ecuación (3.31) como

$$\bar{u}_f(p_f) \left\{ \Gamma_\mu^{fi}(p_f, p_i) + \mathcal{C} \left[\Gamma_\mu^{if}(p_f, p_i) \right]^T \mathcal{C}^\dagger \right\} u_i(p_i), \quad (3.33)$$

donde la transposición opera en el espacio de los espinores. Por lo tanto la matriz efectiva de los factores de forma en el espacio de los espinores para los neutrinos de Majorana esta dada por

$$\widehat{\Gamma}_\mu^{fi}(p_f, p_i) = \Gamma_\mu^{fi}(p_f, p_i) + \mathcal{C} \left[\Gamma_\mu^{if}(p_f, p_i) \right]^T \mathcal{C}^\dagger. \quad (3.34)$$

Donde $\widehat{\Gamma}_\mu^{fi}(p_f, p_i)$ es una matriz de 3×3 en el espacio de los neutrinos de Majorana. Al igual que para el caso de neutrinos de Dirac, $\widehat{\Gamma}_\mu^{fi}(p_f, p_i)$ depende únicamente de q y puede expresarse en términos de los seis factores de forma invariantes de Lorentz

$$\begin{aligned} \widehat{\Gamma}_\mu^{fi}(q) = & \widehat{f}_1^{fi}(q^2) + \widehat{f}_2^{fi}(q^2)q_\mu\gamma_5 + \widehat{f}_3^{fi}(q^2)\gamma_\mu + \widehat{f}_4^{fi}(q^2)\gamma_\mu\gamma_5 \\ & + \widehat{f}_5^{fi}(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^\nu + \widehat{f}_6^{fi}(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^\nu\gamma_5, \end{aligned} \quad (3.35)$$

con

$$\widehat{f}_k = f_k + f_k^T \implies \widehat{f}_k = \widehat{f}_k^T \quad \text{para } k = 1, 2, 4, \quad (3.36)$$

$$\widehat{f}_k = f_k - f_k^T \implies \widehat{f}_k = -\widehat{f}_k^T \quad \text{para } k = 3, 5, 6. \quad (3.37)$$

La hermiticidad de $J_\mu(x)$ y la conservación de corriente deja una expresión similar a la Ecuación(3.28)

$$\widehat{\Gamma}_\mu^{fi}(q) = (\gamma_\mu - q_\mu \not{q}/q^2) \left[\widehat{f}_Q^{fi}(q^2) + \widehat{f}_A^{fi}(q^2)q^2\gamma_5 \right] - i\sigma_{\mu\nu}q^\nu \left[\widehat{f}^{fi}(q^2) + i\widehat{f}_E^{fi}(q^2)\gamma_5 \right], \quad (3.38)$$

con $\widehat{f}_Q^{fi} = \widehat{f}_3^{fi}$, $\widehat{f}_M^{fi} = i\widehat{f}_5^{fi}$, $\widehat{f}_E^{fi} = -2i\widehat{f}_6^{fi}$ y $\widehat{f}_A^{fi} = -\widehat{f}_2^{fi}/(m_f + m_i)$. Debido a que la matriz $\widehat{\Gamma}_\mu^{fi}(q)$ es hermitiana y a las condiciones establecidas por las Ecuaciones (3.36) y (3.37), tenemos lo siguiente

$$\widehat{f}_\Omega = -\widehat{f}_\Omega^T \quad (\Omega = Q, M, E), \quad (3.39)$$

$$\widehat{f}_A = \widehat{f}_A^T. \quad (3.40)$$

Esta relación nos indica que para neutrinos de Majorana las matrices de los factores de forma de la carga, magnético y eléctrico son antisimétricos y la matriz del momento anopolar es simétrica. Entonces como \widehat{f}_Q , \widehat{f}_M y \widehat{f}_E son antisimétricos, un neutrino de Majorana no tiene factores de forma diagonales de carga, ni dipolares eléctricos y magnéticos. Solo puede tener factor de forma anopolar diagonal. Por otro lado no tiene restricciones sobre los factores de forma de transición, contrario a los neutrinos de Dirac que no poseen estos factores de forma de transición.

Capítulo 4

Contribuciones independientes de modelos a las propiedades electromagnéticas de los neutrinos

4.1. Cálculo de amplitudes

El objetivo del presente trabajo se centra en el estudio de las propiedades electromagnéticas de los neutrinos, generadas, a orden de un lazo, por corrientes cargadas generales, en un contexto independiente de modelos particulares de nueva física.

Consideramos el conjunto de corrientes cargadas

$$\mathcal{L}_{CC} = \sum_j \sum_\alpha \left[\frac{1}{2\sqrt{2}} W_\rho^{\prime+} \bar{\nu}_j \gamma^\rho (1 - \gamma^5) \nu_{j\alpha} l_\alpha + \frac{1}{2\sqrt{2}} W_\rho^{\prime-} \bar{l}_\alpha \gamma^\rho (1 - \gamma^5) \nu_{j\alpha}^* \nu_j \right], \quad (4.1)$$

donde $\nu_{j\alpha}$ contiene la información sobre las mezclas de neutrinos, $l_\alpha = e^-, \mu^-, \tau^-$ etiqueta a los leptones cargados, ν_i denota eigenestados de masa de neutrinos y los bosones cargados pesados, asociados a nueva física, se denotaron como $W^{\prime\pm}$. Acorde con esto, los índices empleados corren sobre $j = 1, 2, 3$, mientras que $\alpha = e, \mu, \tau$. El índice griego ρ etiqueta a componentes espaciotiempo. Exploraremos el impacto de los bosones cargados pesados W' , a través de las corrientes cargadas dadas en la ecuación anterior, en los momentos dipolares eléctricos y magnéticos de neutrinos.

Se plantean dos casos particulares, en el primero se considera que los neutrinos involucrados son fermiones de Dirac, mientras que en el segundo caso los neutrinos son fermiones de Majorana. Las contribuciones a las propiedades electromagnéticas de los neutrinos ocurren a través de los diagramas de Feynman presentes en las Figuras 2(a)-(d).

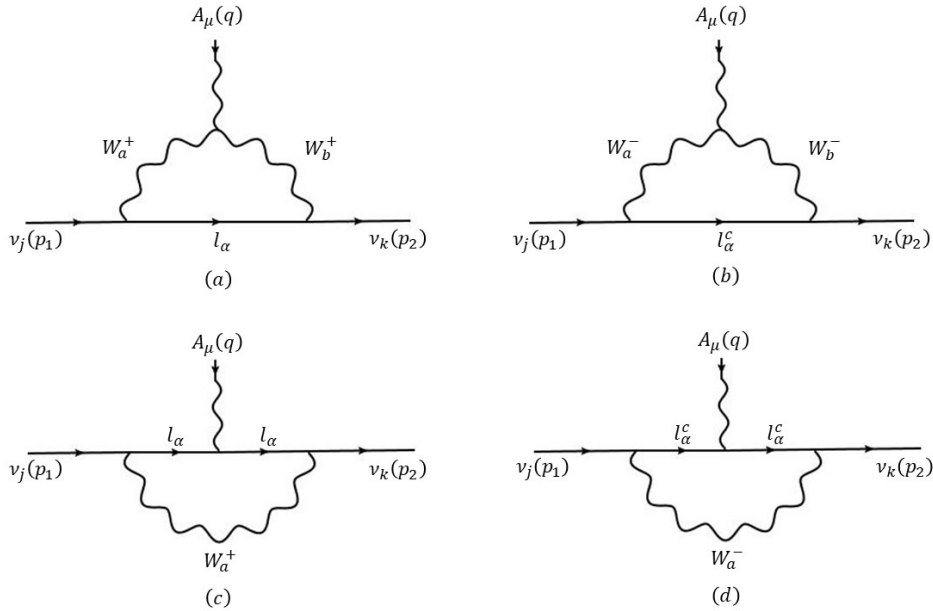


Figura 2: Diagramas de un lazo con bosones de norma cargados internos.

La condición de Majorana, $\nu = \nu^c$, genera importantes diferencias, respecto al caso de neutrinos de Dirac, en la manera en que deben ser calculadas las contribuciones a los vértices electromagnéticos de los neutrinos [32]. Para el caso de Dirac las Figuras 2(a) y 2(c) corresponden a neutrinos externos, deben ser calculadas mientras que las Figuras 2(b) y 2(d), que involucran antineutrinos externos, no deben calcularse. Por otra parte en el caso de neutrinos de Majorana los cuatro diagramas deben de calcularse. El conjunto de las reglas de Feynman para fermiones de Majorana se discute detalladamente en las referencias [39, 40].

Para poder calcular las contribuciones de los diagramas de la Figura 2. a las propiedades electromagnética de los neutrinos es necesario emplear las reglas de Feynman correspondientes.

Considerando las reglas de Feynman de los propagadores, por cada línea leptónica con momento p , y por cada bosón cargado, con 4-momento k , se debe escribir respectivamente los factores:

$$\begin{aligned}
 \begin{array}{c} p \\ \longrightarrow \\ l_\alpha \end{array} &= \frac{i(\not{p} + m_\alpha)}{p^2 - m_\alpha^2} \\
 \begin{array}{c} k \\ \text{~~~~~} \\ W \end{array} &= \frac{-i}{k^2 - m_W^2} \left(g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{m_W^2} \right)
 \end{aligned}$$

donde m_α es la masa del leptón l_α y m_W es la masa del bosón W'^{\pm} .

Los vértices correspondientes a los acoplamientos dados por la Ecuación (4.1) se muestran a continuación:

$$\begin{aligned}
 & \text{Left diagram: } W_\mu^+ \text{ vertex} \quad = \frac{i}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_{j\alpha} \\
 & \text{Right diagram: } W_\mu^- \text{ vertex} \quad = \frac{i}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_{j\alpha}^*
 \end{aligned}$$

Para los vértices que involucran la interacción entre un fotón y los bosones de norma:

$$= ie[(k_3 - k_2)_\eta g_{\rho\lambda} + (k_1 - k_3)_\lambda g_{\rho\eta} + (k_2 - k_1)_\rho g_{\lambda\eta}]$$

Vértice electromagnético a nivel de árbol:

$$= -ie\gamma_\mu$$

Empleando estos diagramas a nivel de árbol se puede construir los diagramas (a) y (c) de la Figura 2. Para construir los diagramas restantes debemos realizar una transformación

CPT a los acoplamientos de la Ecuación (4.1), entonces

$$\begin{aligned}
 (CPT)^{-1} \left[\frac{1}{2\sqrt{2}} W_\rho^+ \bar{\nu}_j \gamma^\rho (1 - \gamma^5) \nu_{j\alpha} l_\alpha \right. \\
 \left. + \frac{1}{2\sqrt{2}} W_\rho^- \bar{l}_\alpha \gamma^\rho (1 - \gamma^5) \nu_{j\alpha}^* \nu_j \right] CPT = - \frac{1}{2\sqrt{2}} W_\rho^+ \bar{l}_\alpha^c \gamma^\rho (1 - \gamma^5) \nu_{j\alpha}^c \\
 - \frac{1}{2\sqrt{2}} W_\rho^- \bar{\nu}_j^c \gamma^\rho (1 - \gamma^5) \nu_{j\alpha}^* l_\alpha^c \quad (4.2)
 \end{aligned}$$

debido a que hemos supuesto que los neutrinos son partículas de Majorana, ocurre que $\nu_j^c = \nu_j$, de modo que los acoplamientos anteriores son piezas para construir los vértice correspondientes a los diagramas (b) y (d) de la Figura 2. Los vértices correspondientes se muestran a continuación:

$$\begin{aligned}
 \text{Diagram (b): } W_\mu^+ \rightarrow \nu_j^c + l_\alpha^c &= - \frac{i}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_{j\alpha} \\
 \text{Diagram (d): } W_\mu^- \rightarrow l_\alpha^c + \nu_j^c &= - \frac{i}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_{j\alpha}^*
 \end{aligned}$$

Observe que para establecer la función de vértice asociada con el diagrama (d), uno tiene que usar el vértice electromagnético que corresponde a los antileptones cargados:

$$\text{Diagram (e): } A_\mu \rightarrow l_\alpha^c + l_\alpha^c = +ie\gamma_\mu$$

A continuación estableceremos las condiciones cinemáticas necesarias para nuestro cálculo. Comencemos con las condiciones de capa de masa de las partículas externas

$$q^2 = 0, \quad p_1^2 = m_j^2, \quad p_2^2 = m_k^2 \quad (4.3)$$

donde q , p_1 , p_2 son los cuadri-momentos del fotón externo y de los neutrinos entrante y saliente, respectivamente.

De la conservación del 4-momento vemos que $q = p_2 - p_1$, entonces

$$q^2 = (p_2 - p_1)^2 = m_k^2 - 2p_2 \cdot p_1 + m_j^2 = 0 \quad (4.4)$$

de donde obtenemos la condición $p_2 \cdot p_1 = \frac{m_k^2 + m_j^2}{2}$. Además tenemos la condición de transversalidad

$$\epsilon_\mu q^\mu = \epsilon_\mu (p_2^\mu - p_1^\mu) = 0 \quad (4.5)$$

La cual nos permitirá llevar acabo la sustitución $p_2^\mu \rightarrow p_1^\mu$ en nuestro cálculo.

Con las reglas de Feynman anteriores ahora podemos calcular las contribuciones de cada diagrama a las propiedades electromagnéticas de los neutrinos. Cabe mencionar que en los diagramas de Feynman de un lazo, uno de los 4-momentos permanece indeterminado, el de las líneas internas y se debe realizar la integración sobre el 4-momento. Denotaremos al 4-momento indeterminado mediante la letra k . El diagrama (a) de la Figura 2. produce la función de vértice:

$$\begin{aligned} \Lambda_\mu^{(a),kj}(q^2) = & -\frac{e}{8}\mu^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{\bar{u}_k(p_2) \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) v_{k\alpha} (\not{K} + m_\alpha) \gamma_\sigma (1 - \gamma_5) v_{j\alpha}^* u_j(p_1)}{[k^2 - m_\alpha^2] [(p_2 - k)^2 - m_{wprime}^2] [(p_1 - k)^2 - m_{wprime}^2]} \\ & \times \left[g^{\lambda\rho} - \frac{(p_2 - k)^\lambda (p_2 - k)^\rho}{m_{wprime}^2} \right] \left[g^{\sigma\theta} - \frac{(p_1 - k)^\sigma (p_1 - k)^\theta}{m_{wprime}^2} \right] \\ & \times \left[(2k - p_1 - p_2)_\mu g_{\rho\theta} + (2p_2 - p_1 - k)_\theta g_{\lambda\mu} + (2p_1 - p_2 - k)_\rho g_{\theta\mu} \right] \quad (4.6) \end{aligned}$$

En esta expresión, m_α es la masa del leptón cargado l_α , y m_{wprime} denotan la masa del bosón de cargado pesado W' . La integral de lazo se lleva a cabo dentro del enfoque de regularización dimensional, por lo que la hemos establecido en una dimensión arbitraria, D . El factor μ^{4-D} está destinado a corregir adecuadamente las unidades de la integral de lazo D -dimensional.

La función de vértice asociada con el diagrama (b) es:

$$\begin{aligned} \Lambda_\mu^{(b),kj}(q^2) = & \frac{e}{8}\mu^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{\bar{u}_k(p_2) \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) v_{k\alpha}^* (\not{K} + m_\alpha) \gamma_\sigma (1 + \gamma_5) v_{j\alpha} u_j(p_1)}{[k^2 - m_\alpha^2] [(p_2 - k)^2 - m_{wprime}^2] [(p_1 - k)^2 - m_{wprime}^2]} \\ & \times \left[g^{\lambda\rho} - \frac{(p_2 - k)^\lambda (p_2 - k)^\rho}{m_{wprime}^2} \right] \left[g^{\sigma\theta} - \frac{(p_1 - k)^\sigma (p_1 - k)^\theta}{m_{wprime}^2} \right] \\ & \times \left[(2k - p_1 - p_2)_\mu g_{\rho\theta} + (2p_2 - p_1 - k)_\theta g_{\lambda\mu} + (2p_1 - p_2 - k)_\rho g_{\theta\mu} \right] \quad (4.7) \end{aligned}$$

Las integrales de lazo dadas en las Ecuaciones (4.6) y (4.7) tienen la misma estructura. Como comenté anteriormente, la contribución, en el caso de los neutrinos de Majorana, viene dada por la suma de ambas integrales, lo que contrasta con el caso de un neutrino Dirac, para el cual la contribución proviene solo del diagrama (a).

Ahora la función de vértice asociada con el diagrama (c) es:

$$\Lambda_{\mu}^{(c),kj}(q^2) = -\frac{e}{8}\mu^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \left[g^{\theta\lambda} - \frac{k^{\theta}k^{\lambda}}{m_{wprime}^2} \right] \quad (4.8)$$

$$\times \frac{\bar{u}_k(p_2) \gamma_{\lambda} (1 - \gamma_5) v_{k\alpha} (\not{p}_2 - \not{K} + m_{\alpha}) \gamma_{\mu} (\not{p}_1 - \not{K} + m_{\alpha}) \gamma_{\theta} (1 - \gamma_5) u_{j\alpha}^* u_j(p_1)}{[(p_2 - k)^2 - m_{\alpha}^2] [(p_1 - k)^2 - m_{\alpha}^2] [k^2 - m_{wprime}^2]}$$

Por otro lado, utilizando los acoplamientos transformados bajo CPT dados en la Ecuación (1.2) y el vértice electromagnético ($+ie\gamma_{\mu}$), la amplitud correspondiente al diagrama (d) de la Figura 2. se puede escribir, y la expresión correspondiente es:

$$\Lambda_{\mu}^{(d),kj}(q^2) = \frac{e}{8}\mu^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \left[g^{\theta\lambda} - \frac{k^{\theta}k^{\lambda}}{m_{wprime}^2} \right] \quad (4.9)$$

$$\times \frac{\bar{u}_k(p_2) \gamma_{\lambda} (1 + \gamma_5) v_{k\alpha}^* (\not{p}_2 - \not{K} + m_{\alpha}) \gamma_{\mu} (\not{p}_1 - \not{K} + m_{\alpha}) \gamma_{\theta} (1 + \gamma_5) u_{j\alpha} u_j(p_1)}{[(p_2 - k)^2 - m_{\alpha}^2] [(p_1 - k)^2 - m_{\alpha}^2] [k^2 - m_{wprime}^2]}$$

Antes de comenzar a resolver las integrales de lazo, debemos recordar que estamos considerando dos casos, en el primero relacionado a neutrinos de Dirac solo contribuyen las Ecuaciones (4.6) y (4.8), mientras que el caso de neutrinos de Majorana las contribuciones provienen de las Ecuaciones (4.6 - 4.9).

4.2. Momento dipolar Eléctrico y Magnético de los neutrinos de Dirac

Considerando el caso de neutrinos de Dirac, se realiza con ayuda del programa Mathematica las integrales de $\Lambda_{\mu}^{D,kj}(q) = \Lambda_{\mu}^{(a),kj}(q) + \Lambda_{\mu}^{(c),kj}(q)$, donde se contemplan las contribuciones de los diagramas (a) y (c) de la Figura 2. Una vez realizadas dichas integrales podemos observar que:

$$\Lambda_{\mu}^{D,kj}(q) = c_1\gamma_{\mu} + c_2\gamma_{\mu}\gamma_5 + c_3p_{1\mu} + c_4p_{1\mu}\gamma_5. \quad (4.10)$$

donde c_k (para $k = 1, \dots, 4$) son coeficientes que involucran funciones escalares de Passarino-Veltman B_0 y C_0 , la forma dichos coeficientes se muestra de manera explícita en el Anexo A.

Ahora debemos reescribir $\Lambda_{\mu}^{D,kj}$ en su forma mas general, como se explica en la subsección 3.1.1. (forma expresada a continuación)

$$\Lambda_{\mu}^{D,kj}(q) = (\gamma_{\mu} - q_{\mu}\not{q}/q^2) \left[f_Q^{D,kj}(q^2) + f_A^{D,kj}(q^2)q^2\gamma_5 \right] - i\sigma_{\mu\nu}q^{\nu} \left[f_M^{D,kj}(q^2) + if_E^{D,kj}(q^2)\gamma_5 \right] \quad (4.11)$$

en donde $f_Q^{D,kj}$, $f_A^{D,kj}$, $f_M^{D,kj}$, y $f_E^{D,kj}$ representan respectivamente a los factores de forma de carga real, momento anopolar, momento dipolar magnético y momento dipolar

eléctrico de los neutrinos de Dirac.

Para poder identificar la relación que existe entre los coeficientes c_k (con $k = 1, \dots, 4$) con los factores de forma previamente mencionados, es necesario el encontrar las siguientes identidades de Gordon para:

$$\bar{u}_k(p_2) \sigma_{\mu\nu} q^\nu u_j(p_1), \quad (4.12)$$

$$\bar{u}_k(p_2) \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5 u_j(p_1). \quad (4.13)$$

donde $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)$ y $q^\nu = p_2^\nu - p_1^\nu$. Desarrollando la Ecuación (4.12) tenemos que :

$$\begin{aligned} \bar{u}_k(p_2) \sigma_{\mu\nu} q^\nu u_j(p_1) &= \frac{i}{2} \bar{u}_k(p_2) (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu) (p_2^\nu - p_1^\nu) u_j(p_1) \\ &= \frac{i}{2} \bar{u}_k(p_2) [(2g_{\mu\nu} - \gamma_\nu \gamma_\mu) p_2^\nu - \gamma_\mu \not{p}_1 - \not{p}_2 \gamma_\mu + (2g_{\mu\nu} - \gamma_\nu \gamma_\mu) p_1^\nu] u_j(p_1) \\ &= \bar{u}_k(p_2) (p_{2\mu} - \not{p}_2 \gamma_\mu - \gamma_\mu \not{p}_1 + p_{1\mu}) u_j(p_1) \\ &= \bar{u}_k(p_2) [k_\mu - \gamma_\mu (m_k + m_j)] u_j(p_1) \\ &= \bar{u}_k(p_2) k_\mu u_j(p_1) - \bar{u}_k(p_2) \gamma_\mu (m_k + m_j) u_j(p_1) \end{aligned} \quad (4.14)$$

donde $k_\mu = p_{2\mu} + p_{1\mu}$, m_k y m_j son las masas de los neutrinos final e inicial respectivamente. De la Ecuación (4.14) podemos observar que

$$\bar{u}_k(p_2) k_\mu u_j(p_1) = \bar{u}_k(p_2) \gamma_\mu (m_k + m_j) u_j(p_1) - \bar{u}_k(p_2) i \sigma_{\mu\nu} q^\nu u_j(p_1) \quad (4.15)$$

De igual manera desarrollamos la Ecuación (4.13) para obtener que:

$$\begin{aligned} \bar{u}_k(p_2) \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5 u_j(p_1) &= \frac{i}{2} \bar{u}_k(p_2) (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu) (p_2^\nu - p_1^\nu) \gamma_5 u_j(p_1) \\ &= \frac{i}{2} \bar{u}_k(p_2) [(2g_{\mu\nu} - \gamma_\nu \gamma_\mu) p_2^\nu - \gamma_\mu \not{p}_1 - \not{p}_2 \gamma_\mu + (2g_{\mu\nu} - \gamma_\nu \gamma_\mu) p_1^\nu] \gamma_5 u_j(p_1) \\ &= \bar{u}_k(p_2) (p_{2\mu} - \not{p}_2 \gamma_\mu - \gamma_\mu \not{p}_1 + p_{1\mu}) \gamma_5 u_j(p_1) \\ &= \bar{u}_k(p_2) [k_\mu - \gamma_\mu (m_k - m_j)] \gamma_5 u_j(p_1) \\ &= \bar{u}_k(p_2) k_\mu \gamma_5 u_j(p_1) - \bar{u}_k(p_2) \gamma_\mu (m_k - m_j) \gamma_5 u_j(p_1) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Del desarrollo anterior podemos observar que

$$\bar{u}_k(p_2) k_\mu \gamma_5 u_j(p_1) = \bar{u}_k(p_2) \gamma_\mu (m_k - m_j) \gamma_5 u_j(p_1) - \bar{u}_k(p_2) i \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5 u_j(p_1) \quad (4.17)$$

A partir de las Ecuaciones (4.15) y (4.17) podemos encontrar las relaciones entre los coeficientes c_k y los factores de forma, en particular nos fijaremos en $f_M^{D,kj}$ y $f_E^{D,kj}$ correspondientes como ya se ha mencionado a los factores de forma del momento dipolar magnético y el momento dipolar eléctrico. Dichos factores de forma están definidos como

$$f_M^{D,kj} = \frac{c_3}{2}, \quad f_E^{D,kj} = -c_4. \quad (4.18)$$

cuyas expresiones explícitas son las siguientes

$$f_M^{D,kj} = \frac{1}{32\pi^2 m_{w'}^2 (m_j + m_k)} \left[m_j m_k (m_\alpha^2 + m_j m_k + 2m_{w'}^2) (B_0(m_k^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2) - B_0(m_j^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2)) \right. \\ \left. + m_{w'}^2 C_0(m_j^2, m_k^2, 0, m_{w'}^2, m_\alpha^2, m_{w'}^2) (-3m_j m_k - 2m_k^2 - 2m_j^2 + 2m_{w'}^2 + m_\alpha^2) \right. \\ \left. + m_\alpha^2 C_0(m_j^2, m_k^2, 0, m_\alpha^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2) (-m_k^2 - m_j^2 - m_j m_k + 2m_{w'}^2 + m_\alpha^2) \right] \quad (4.19)$$

y

$$f_E^{D,kj} = \frac{1}{32\pi^2 m_{w'}^2 (m_j - m_k)} \left[m_j m_k (m_\alpha^2 - m_j m_k + 2m_{w'}^2) (B_0(m_j^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2) - B_0(m_k^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2)) \right. \\ \left. + m_{w'}^2 C_0(m_j^2, m_k^2, 0, m_{w'}^2, m_\alpha^2, m_{w'}^2) (3m_j m_k - 2m_k^2 - 2m_j^2 + 2m_{w'}^2 + m_\alpha^2) \right. \\ \left. + m_\alpha^2 C_0(m_j^2, m_k^2, 0, m_\alpha^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2) (-m_k^2 - m_j^2 + m_j m_k + 2m_{w'}^2 + m_\alpha^2) \right] \quad (4.20)$$

donde $m_{w'}$ y m_α , son la masa del bosón cargado pesado (W') y m_α la masa de los leptones cargados. Como podemos observar los factores de forma dependen de las funciones escalares de Passarino-Veltman B_0 y C_0 , es necesario encontrar las soluciones para dichas funciones, en especial la función de dos puntos B_0 contiene divergencias, las cuales deben de cancelarse en los factores de forma

La función de Passarino-Veltman $B_0(m_k^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2)$ se define como

$$B_0(m_k^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{[q^2 - m_{w'}^2] [(q + m_k)^2 - m_\alpha^2]} \quad (4.21)$$

en donde D es la dimensión del espacio-tiempo, dentro del esquema de la regularización dimensional, y μ , cuyas unidades son masa, se introduce para corregir unidades. Utilizando el método de la *parametrización de Feynman*, esta función se expresa como

$$B_0(m_k^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2) = \Delta - \int_0^1 dx \log \left[\frac{xm_{w'}^2 + (1-x)m_\alpha^2 - (1-x)xm_k^2}{\mu^2} \right] \quad (4.22)$$

La integración sobre la variable x , involucrada en esta expresión, se origina de la parametrización de Feynman. Esta expresión contiene al factor Δ , que se define como

$$\Delta = \frac{2}{\varepsilon} - \gamma_E + \log 4\pi, \quad (4.23)$$

donde $\varepsilon \rightarrow 0$ y γ_E es la constante de Euler-Mascheroni. Este factor contiene la divergencia naturalmente emanada de la integral sobre el momento q . Para poder resolver la Ecuación (4.22) tenemos que tomar en cuenta que $m_k^2 \neq 0$ y que $m_{w'}^2 \gg m_\alpha^2 \gg m_k^2$. Nuestra función B_0 se escribe como

$$B_0(m_k^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2) = \Delta - \log \left(\frac{m_\alpha^2}{\mu^2} \right) - \int_0^1 dx \log [1 - x + r_{w\alpha} x - (1-x)xr_{k\alpha}] , \quad (4.24)$$

donde hemos definido las razones de masas al cuadrado $r_{w'\alpha} = \frac{m_{w'}^2}{m_\alpha^2}$ y $r_{k\alpha} = \frac{m_k^2}{m_\alpha^2}$, podemos notar que

$$\int_0^1 dx \log [1 - x + r_{w'\alpha}x - (1-x)xr_{k\alpha}] \approx -1 + \frac{r_{w'\alpha}}{r_{w'\alpha} - 1} \log(r_{w'\alpha}) + \frac{r_{k\alpha}}{2(r_{w'\alpha} - 1)^3} + \frac{r_{k\alpha}r_{w'\alpha}}{(r_{w'\alpha} - 1)^3} \log(r_{w'\alpha}) - \frac{r_{k\alpha}r_{w'\alpha}}{2(r_{w'\alpha} - 1)^3} \quad (4.25)$$

Así encontramos que dicha función B_0 se escribe como

$$B_0(m_k^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2) \approx \Delta - \log\left(\frac{m_\alpha^2}{\mu^2}\right) + 1 - \frac{m_{w'}^2}{m_{w'}^2 - m_\alpha^2} \log\left(\frac{m_{w'}^2}{m_\alpha^2}\right) + \frac{m_k^2(m_{w'}^2 + m_\alpha^2)}{2(m_{w'}^2 - m_\alpha^2)^2} - \frac{m_k^2 m_{w'}^2 m_\alpha^2}{(m_{w'}^2 - m_\alpha^2)^3} \log\left(\frac{m_{w'}^2}{m_\alpha^2}\right) \quad (4.26)$$

como podemos percatarnos $B_0(m_j^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2)$ tiene la misma forma que la Ecuación (4.26), también es fácil darse cuenta que dado a que existen en nuestros factores de forma una resta entre ambas funciones Passarino-Veltman, las partes correspondientes a la divergencia se cancelan mutuamente. De manera similar analizaremos la función $C_0(m_j^2, m_k^2, 0, m_{w'}^2, m_\alpha^2, m_{w'}^2)$, la cual tiene la forma de

$$C_0(m_j^2, m_k^2, 0, m_{w'}^2, m_\alpha^2, m_{w'}^2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int \frac{d^D q}{[q^2 - m_{w'}^2] [(q + m_k^2)^2 - m_\alpha^2] [(q + m_j - m_k)^2 - m_{w'}^2]} \quad (4.27)$$

Empleando la parametrización de Feynman, como también las consideraciones tomadas con las funciones B_0 , podemos expresar a la función $C_0(m_j^2, m_k^2, 0, m_{w'}^2, m_\alpha^2, m_{w'}^2)$ como sigue

$$C_0(m_j^2, m_k^2, 0, m_{w'}^2, m_\alpha^2, m_{w'}^2) \approx \frac{1}{m_\alpha^2 - m_{w'}^2} - \frac{m_\alpha^2}{(m_{w'}^2 - m_\alpha^2)^2} \log\left(\frac{m_\alpha^2}{m_{w'}^2}\right) - \frac{m_{w'}^4 (m_j^2 + m_k^2)}{4(m_{w'}^2 - m_\alpha^2)^4} - \frac{m_{w'}^2 (m_j^2 + m_k^2) m_\alpha^2}{(m_{w'}^2 - m_\alpha^2)^4} \log\left(\frac{m_\alpha^2}{m_{w'}^2}\right) + \frac{5(m_j^2 + m_k^2) m_\alpha^2}{4(m_{w'}^2 - m_\alpha^2)^4} - \frac{(m_j^2 + m_k^2) m_\alpha^4}{2(m_{w'}^2 - m_\alpha^2)^4} \quad (4.28)$$

Como sucedió con las funciones B_0 , la función $C_0(m_k^2, m_j^2, 0, m_\alpha^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2)$, tiene una estructura similar a la Ecuación (4.28), con la única diferencia que las masas correspondientes al bosón cargado y las masas de los leptones cargados intercambian de posición.

4.3. Momento dipolar Eléctrico y Magnético de los neutrinos de Majorana

Para el caso de neutrinos de Majorana se realiza un procedimiento igual al del caso de Dirac exceptuando que el número de diagramas que contribuyen con las propiedades electromagnéticas son mayores, siendo precisos los cuatro diagramas presentes en la Figura 2. deben emplearse para calcular las contribuciones, nuevamente con ayuda del programa Mathematica se realizan las integrales de $\Lambda_\mu^{M,kj}(q) = \Lambda_\mu^{(a),kj}(q) + \Lambda_\mu^{(b),kj}(q) + \Lambda_\mu^{(c),kj}(q) + \Lambda_\mu^{(d),kj}(q)$, donde de manera análoga a lo realizado anteriormente podemos percatarnos que la matriz $\Lambda_\mu^{M,kj}(q)$ comparte la misma estructura que el caso de Dirac:

$$\Lambda_\mu^{M,kj}(q) = c'_1 \gamma_\mu + c'_2 \gamma_\mu \gamma_5 + c'_3 p_{1\mu} + c'_4 p_{1\mu} \gamma_5. \quad (4.29)$$

donde c'_k (para $k = 1, \dots, 4$) son coeficientes que involucran funciones escalares de Passarino-Veltman B_0 y C_0 , la forma dichos coeficientes también se muestra de manera explícita en el Anexo A. Cabe mencionar que para este caso en particular la expresión en la Ecuación (4.29) puede reducirse dado que los cálculos nos muestran que tanto c'_1 y c'_3 son iguales a cero, de momento se mantendrá la estructura de la matriz $\Lambda_\mu^{M,kj}(q)$ con el fin realizar un proceso análogo al caso de neutrinos de Dirac, para después justificar el hecho que dos de los coeficientes nos hayan dado iguales a cero.

Utilizando las identidades de Gordon previamente desarrolladas en las Ecuaciones (4.15) y (4.17) que se muestran a continuación

$$\bar{u}_k(p_2) k_\mu u_j(p_1) = \bar{u}_k(p_2) \gamma_\mu (m_k + m_j) u_j(p_1) - \bar{u}_k(p_2) i\sigma_{\mu\nu} q^\nu u_j(p_1)$$

$$\bar{u}_k(p_2) k_\mu \gamma_5 u_j(p_1) = \bar{u}_k(p_2) \gamma_\mu (m_k - m_j) \gamma_5 u_j(p_1) - \bar{u}_k(p_2) i\sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5 u_j(p_1)$$

podemos encontrar las relaciones entre los coeficientes c'_k y la forma general de la matriz $\Lambda_\mu^{M,kj}(q)$ descrita a continuación

$$\begin{aligned} \Lambda_\mu^{M,kj}(q) = & (\gamma_\mu - q_\mu \not{q}/q^2) \left[f_Q^{M,kj}(q^2) + f_A^{M,kj}(q^2) q^2 \gamma_5 \right] \\ & - i\sigma_{\mu\nu} q^\nu \left[f_M^{M,kj}(q^2) + i f_E^{M,kj}(q^2) \gamma_5 \right] \end{aligned} \quad (4.30)$$

en donde $f_Q^{M,kj}$, $f_A^{M,kj}$, $f_M^{M,kj}$, y $f_E^{M,kj}$ representan respectivamente a los factores de forma de carga real, momento anopolar, momento dipolar magnético y momento dipolar eléctrico de los neutrinos de Majorana.

Las relaciones entre los factores de forma y los coeficientes son las siguientes:

$$f_Q^{M,kj} = c'_1 + \frac{c'_3(m_j + m_k)}{2}, \quad f_A^{M,kj} = c'_2 + \frac{c'_4(m_j - m_k)}{2} \quad (4.31)$$

$$f_M^{M,kj} = \frac{c'_3}{2}, \quad f_E^{M,kj} = -c'_4 \quad (4.32)$$

como habíamos mencionado con anterioridad tanto el coeficiente c'_1 y c'_3 son idénticos a cero lo cual nos lleva a concluir que en el caso de neutrinos de Majorana no existe carga ni momento dipolar magnético, pero por otro lado tenemos tanto momento anopolar y momento dipolar eléctrico. C. Giunti menciona que si imponemos invariancia CP en el caso de neutrinos de Majorana[25] tenemos que:

$$\Lambda_\mu^{M,kj}(q) \xrightarrow{CP} \eta_f \eta_i \gamma^0 \mathcal{C} [\Lambda_\mu^{M,jk}(qp)] \mathcal{C}^\dagger \gamma^0 \quad (4.33)$$

donde η_k y η_j son las fases de CP de Majorana en la matriz de mezcla. Al imponer restricciones de CP y tomando en cuenta las restricciones de las Ecuaciones (3.39) y (3.40), obtenemos dos casos:

$$CP \quad y \quad \eta_k = \eta_j \Leftrightarrow f_Q^{M,kj} = f_M^{M,kj} = 0 \quad (4.34)$$

y

$$CP \quad y \quad \eta_k = -\eta_j \Leftrightarrow f_E^{M,kj} = f_A^{M,kj} = 0 \quad (4.35)$$

Por lo tanto, si se conserva CP, los neutrinos masivos de Majorana pueden tener un factor de forma de eléctrica transición o un factor de forma magnética de transición, pero no ambos, y el factor de forma eléctrico de transición solo puede existir junto con un factor de forma anopolar, mientras que el factor de forma magnética de transición solo puede existir junto con un factor de forma de carga de transición. Dado estas observaciones trabajaremos exclusivamente con el factor de forma eléctrico del neutrino de Majorana, cuya forma explicita es

$$\begin{aligned} f_E^{M,kj} = & \frac{1}{16\pi^2 m_{w'}^2 (m_j - m_k)} \\ & [m_j m_k (m_\alpha^2 - m_j m_k + 2m_{w'}^2) (B_0(m_j^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2) - B_0(m_k^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2)) \\ & + m_{w'}^2 C_0(m_j^2, m_k^2, 0, m_{w'}^2, m_\alpha^2, m_{w'}^2) (3m_j m_k - 2m_k^2 - 2m_j^2 + 2m_{w'}^2 + m_\alpha^2) \\ & + m_\alpha^2 C_0(m_j^2, m_k^2, 0, m_\alpha^2, m_{w'}^2, m_\alpha^2) (-m_k^2 - m_j^2 + m_j m_k + 2m_{w'}^2 + m_\alpha^2)] \quad (4.36) \end{aligned}$$

como podemos observar el factor de forma del momento dipolar eléctrico de los neutrinos de Majorana esta relacionado con funciones escalares de Passarino-Veltman, dichas funciones presentes en este factor de forma ya fueron previamente calculadas en el caso de neutrinos de Dirac.

4.4. Resultados numéricos

Para realizar la evaluación explícita de las contribuciones de un lazo a los momentos dipolares de los neutrinos es necesario el realizar una aproximación sobre los parámetros $x_j = \left(\frac{m_j^2}{m_{w'}^2}\right)$ (donde m_j corresponde a la masa de los diferentes neutrinos con $j = 1, 2, 3$ y $m_{w'}$ es la masa de un bosón cargado pesado W' , y $x_\alpha = \left(\frac{m_\alpha^2}{m_{w'}^2}\right)$ (donde m_α es la masa de los diferentes leptones cargados con $\alpha = e, \mu, \tau$). Una vez realizada la aproximación sobre los factores de forma, para el caso de los neutrinos de Dirac tenemos que

$$\left. \begin{array}{l} \mu_{kj}^D \\ \epsilon_{kj}^D \end{array} \right\} = \frac{eg^2}{64\pi^2 m_{w'}^2} (m_j \pm m_k) \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} f(x_\alpha) V_{\alpha j}^* V_{\alpha k} \quad (4.37)$$

con

$$f(x_\alpha) = \frac{3}{4(1-x_\alpha)^2} \left[2 - 5x_\alpha^2 + x_\alpha^2 + \frac{2x_\alpha^2 \ln x_\alpha}{1-x_\alpha} \right] \quad (4.38)$$

Todos los parámetros de los leptones cargados x_α son pequeños. En el limite $x_\alpha \ll 1$, la expresión anterior se puede simplificar en la siguiente forma

$$f(x_\alpha) \cong \frac{3}{2} \left[1 - \frac{x_\alpha}{2} \right] \quad (4.39)$$

De las Ecuaciones (4.37) y (4.39), el momento magnético Diagonal de los neutrinos de Dirac es

$$\mu_{jj}^D \cong \frac{3eg^2}{64\pi^2 m_{w'}^2} m_j \left(1 - \frac{1}{2} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} x_\alpha |V_{\alpha j}|^2 \right) \quad (4.40)$$

Este resultado exhibe las siguientes características importantes. El momento magnético de un neutrino Dirac es proporcional a la masa de los neutrinos. Para el primer orden de x_α el momento magnético de un neutrino Dirac es independiente de la matriz de mezcla del neutrino y de los valores de las masas de leptones cargados.

$m_{w'}$	Masa del bosón cargado pesado W'	Momento dipolar magnético diagonal μ_{jj}^D
0,45	TeV	$1,02202 \times 10^{-20} \mu_B \left(\frac{m_j}{ev}\right)$
1	TeV	$2,06959 \times 10^{-21} \mu_B \left(\frac{m_j}{ev}\right)$
1,5	TeV	$9,19818 \times 10^{-22} \mu_B \left(\frac{m_j}{ev}\right)$
2	TeV	$5,17397 \times 10^{-22} \mu_B \left(\frac{m_j}{ev}\right)$
3	TeV	$2,299545 \times 10^{-22} \mu_B \left(\frac{m_j}{ev}\right)$

Tabla 2. Momento magnético diagonal del neutrino de Dirac para diferentes valores para la masa del bosón cargado pesado W' .

Se puede observar de la Ecuación (4.37) que el momento dipolar eléctrico diagonal de los neutrinos de Dirac, se desvanece $\epsilon_{jj}^D = 0$, a pesar de posibles violaciones de CP generadas por la fase de Dirac en la matriz de mezcla, los neutrinos de Dirac pueden tener momentos eléctricos diagonales distintos de cero solo en teorías donde se viole invariancia de CP. Para los neutrinos de Majorana ambos momentos dipolares diagonales eléctrico y magnético son iguales a cero, $\mu_{jj}^D = \epsilon_{jj}^D = 0$, como se demostró en la subsección 3.1.2.

Ahora nos enfocaremos en los momentos dipolares de transición de los neutrinos de Dirac, dados por la Ecuación (4.37) para $j \neq k$. Podemos observar que el primer termino de la Ecuación (4.39) se desvanece, debido a la relación de unitariedad

$$\sum_{\alpha} V_{\alpha j}^* V_{\alpha k} = \delta_{jk} . \quad (4.41)$$

Entonces la contribución a los momentos dipolares de transición proviene del segundo término de la expansión de $f(x_{\alpha})$ en la Ecuación (4.39), dicho termino contienen al factor $x_{\alpha} = \left(\frac{m_{\alpha}^2}{m_{w'}^2}\right)$

$$\left. \begin{array}{l} \mu_{kj}^D \\ \epsilon_{kj}^D \end{array} \right\} = \frac{-3eg^2}{256\pi^2 m_{w'}^2} (m_j \pm m_k) \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \left(\frac{m_{\alpha}}{m_w}\right)^2 V_{\alpha j}^* V_{\alpha k} \quad (4.42)$$

Los momentos de transición están suprimidos con respecto a los momentos diagonales magnéticos y eléctricos. Esta supresión es llamada *Mecanismo GIM*, en analogía con la supresión de corrientes neutras que cambian de sabor en procesos hadrónicos. [46] Para el caso de momento dipolar eléctrico de transición los neutrinos de Majorana, podemos apreciar desde la Ecuación (4.36) que en comparación con el momento dipolar eléctrico de transición de los neutrinos de Dirac, en el caso de Majorana el valor numérico es el doble. Por lo tanto, aunque los momentos de transición de Majorana no desaparecen y son dos veces los de Dirac, son igualmente suprimidos por el mecanismo GIM. Sin embargo, las contribuciones dependientes del modelo del sector escalar pueden mejorar el momento dipolarde transición de Majorana [47].

4.5. Conclusiones

En el presente trabajo, se ha calculado en un contexto independiente de modelos, las contribuciones a las propiedades electromagnéticas de los neutrinos nivel de un lazo, en presencia de corrientes cargadas de nueva física que involucran un bosón cargado pesado W' . Existe la posibilidad de que los neutrinos, aun siendo eléctricamente neutros, puedan interactuar, a través de efectos cuánticos, con el campo electromagnético mediante momentos dipolares. Tales efectos son posibles debido a que neutrinos son

fermiones masivos, esto no ocurre en el Modelo Estándar, pero ciertamente es un hecho de la naturaleza, de acuerdo con la evidencia experimental que apunta a la existencia de oscilaciones de neutrinos. Las propiedades electromagnéticas son diferentes para los neutrinos Dirac y Majorana, esto se debe en principio a que la cantidad de diagramas que contribuyen a dichas propiedades son distintos, siendo para el caso de Majorana el doble que en el caso de Dirac. La función de vértice electromagnético de neutrinos se define en términos de cuatro factores de forma: el factor de carga, momento dipolar magnético, momento dipolar eléctrico y momento anapolar. En ambos casos nos centramos en el análisis de los factores de forma eléctrico y Magnético.

Un neutrino Dirac tiene un momento magnético diagonal distinto de cero, que es proporcional a la masa del neutrino, que produce un valor muy pequeño para el momento magnético, menos de aproximadamente $1,0022 \times 10^{-20} \mu_B$ para una masa de neutrinos menor que 1 eV y una masa del bosón cargado pesado W' de 0.45 Tev. Por otro lado como se aprecia en la Ecuación (4.37) el momento eléctrico diagonal del neutrino es igual a cero. Para los momentos de electromagnéticos de transición están suprimidos con respecto a los momentos diagonales, como muestra la Ecuación (4.42). Esta supresión se conoce como Mecanismo de GIM.

En el caso de Majorana, los neutrinos no pueden tener momentos diagonales magnéticos o eléctricos. Además, la invariancia de CP en el sector de leptones impone restricciones adicionales a los factores de forma de los neutrinos. Por otro lado se determino que los momentos dipolares de transición de los neutrinos de Majorana no aparecen juntos, esto quiere decir pueden tener un momento dipolar magnético de transición o un momento dipolar eléctrico transición pero no ambos. Nuestros resultados arrojaron la presencia del momento dipolar eléctrico, podemos apreciar en la Ecuación (4.36) que en comparación con el momento dipolar eléctrico de transición de los neutrinos de Dirac, en el caso de Majorana el valor numérico es el doble. Por lo tanto, aunque los momentos de transición de Majorana no desaparecen y son dos veces los de Dirac, son igualmente suprimidos por el mecanismo GIM.

Bibliografía

- [1] W. Pauli, Cambridge Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol., 14, 1 (2000).
- [2] F. Reines and C. L. Cowan, Jr., Detection of the Free Neutrino, Phys. Rev. 92,830 (1953).
- [3] F. Reines, C. L. Cowan, F. B. Harrison, A. D. McGuire, and H. W. Kruse, Detection of the free antineutrino, Phys. Rev. 177, 159 (1960).
- [4] B. Pontecorvo, Mesonium and antimesonium, Sov. Phys. JETP 6, 429 (1957).
- [5] B. Pontecorvo, Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge, Sov. Phys. JETP 7, 172 (1958).
- [6] C. Giunti and C.W. Kim, Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics (Oxford University Press, London, 2007).
- [7] Y. Fukuda et al., Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos, Phys. Rev. Lett. 81, 1562 (1998).
- [8] Q. R. Ahmad et al., Phys. Rev. Lett. 89, 011301 (2002).
- [9] B. T. Cleveland, T. Daily, R. Davis, Jr., J. D. Distel, K. Lande, C. K. Lee, P. S. Wildenhain, and J. Ullman, Measurement of the Solar Electron Neutrino Flux with the Homestake Chlorine Detector, Astrophys. J. 496, 505 (1998).
- [10] J. N. Bahcall, A. M. Serenelli, and S. Basu, New Solar Opacities, Abundances, Helioseismology, and Neutrino Fluxes, Astrophys. J. 621, L85 (2005).
- [11] F. P. An et al., Observation of Electron Antineutrino Disappearance at Daya Bay, Phys. Rev. Lett. 108, 171803 (2012).
- [12] J. K. Ahn et al. (RENO Collaboration), Observation of Reactor Electron Antineutrinos Disappearance in the RENO Experiment, Phys. Rev. Lett. 108,191802 (2012).
- [13] E. Majorana, Theory of the Symmetry of Electrons and Positrons, Nuovo. Cim., 14, 171 (1937).

- [14] S. T. Petcov, Leptonic CP violation and leptogenesis, *Int. J. Mod. Phys. A* 29, 1430028 (2014).
- [15] H. V. Klapdor-Kleingrothaus et al., *Eur. Phys. J. A* 12, 147 (2001).
- [16] C.E. Aalseth et al. (IGEX Collaboration), *Phys. Rev. D* 65, 092007 (2002).
- [17] M. Agostini et al. (GERDA Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* 111, 122503 (2013).
- [18] R. Arnold et al. (NEMO Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* 95, 182302 (2005); R. Arnold et al. (NEMO-3 Collaboration), *Phys. Rev. D* 92, 072011 (2015).
- [19] C. Arnaboldi et al. (CUORICINO Collaboration), *Phys. Rev. C* 78, 035502 (2008).
- [20] J. Argyriades et al. (NEMO Collaboration), *Phys. Rev. C* 80, 032501 (2009).
- [21] A. Gando et al. (KamLAND-Zen Collaboration), *Phys. Rev. C* 85, 045504 (2012).
- [22] M. Auger et al. (EXO Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* 109, 032505 (2012); J. B. Albert et al. (The EXO-200 Collaboration), *Nature (London)* 510, 229 (2014).
- [23] H. V. Klapdor Kleingrothaus et al., *Phys. Lett. B* 586, 198 (2004).
- [24] H. Novales-Sánchez, A. Rosado, V. Santiago-Olán, and J. J. Toscano, Effects of physics beyond the standard model on the neutrino charge radius: An effective Lagrangian approach, *Phys. Rev. D* 78, 073014 (2008).
- [25] C. Giunti and A. Studenikin, *Phys. At. Nucl.* 72, 2089 (2009); C. Broggini, C. Giunti, and A. Studenikin, *Adv. High Energy Phys.* 2012, 459526 (2012); C. Giunti and A. Studenikin, *Rev. Mod. Phys.* 87, 531 (2015).
- [26] M. S. Dvornikov and A. Studenikin, *J. Exp. Theor. Phys.* 99, 254 (2004); M. Dvornikov and A. Studenikin, *Phys. Rev. D* 69, 073001 (2004).
- [27] M. A. B. Bég, W. J. Marciano, and M. Ruderman, Properties of neutrinos in a class of gauge theories, *Phys. Rev. D* 17, 1395 (1978).
- [28] M. Czakon, J. Gluza, and M. Zralek, Neutrino magnetic moments in left-right symmetric models, *Phys. Rev. D* 59, 013010 (1998).
- [29] O. M. Boyarkin and G. G. Boyarkina, Electromagnetic properties of neutrinos in the left-right model, *Phys. Rev. D* 90, 025001 (2014).
- [30] D. Delepine and H. Novales Sánchez, Interplay between neutrino magnetic moments and CP violating phases in left-right models, *Phys. Rev. D* 92, 095016 (2015).
- [31] J. C. Montero and V. Pleitez, Large magnetic dipole moments for neutrinos with arbitrary non-calculable masses, *Mod. Phys. Lett. A* 16, 1650 (2001).

- [32] B. Kayser, Majorana neutrinos and their electromagnetic properties, *Phys. Rev. D* 26, 1662 (1982).
- [33] J. Schechter and J. W. F. Valle, Majorana neutrinos and magnetic
elds, *Phys. Rev. D* 24, 1883 (1981).
- [34] N. F. Bell, V. Cirigliano, M. J. Ramsey-Musolf, P. Vogel, and M. B. Wise, *Phys. Rev. Lett.* 95, 151802 (2005).
- [35] N. F. Bell, M. Gorchtein, M. J. Ramsey-Musolf, P. Vogel, and P. Wang, *Phys. Lett. B* 642, 377 (2006).
- [36] H. Novales-Sánchez, M. Salinas, J. J. Toscano, and O. Vázquez-Hernández, Electric dipole moments of charged leptons at one loop in the presence of massive neutrinos, *Phys. Rev. D* 95, 055016 (2017).
- [37] H. Novales-Sánchez, M. Salinas, and J. J. Toscano, About heavy neutrinos: Violation of lepton flavor in neutrinoless decays of leptons, e-Print: 1710.08474.
- [38] R. Mohapatra and G. Senjanovic, Neutrino Mass and Spontaneous Parity Nonconservation, *Phys. Rev. Lett.* 44, 912 (1980).
- [39] J. Gluza and M. Zraek, Feynman rules for Majorana- neutrino interactions, *Phys. Rev. D* 45, 1693 (1992).
- [40] A. Denner, H. Eck, O. Hahn, and J. Kublbeck, Feynman rules for fermion number violating interacions, *Nucl. Phys. B* 387, 467 (1992).
- [41] Jeffrey Goldstone, Abdus Salam, and Steven Weinberg, Broken Symmetries, *Phys. Rev.* 127, 965 (1962).
- [42] Steven Weinberg. A Model of Leptons, *Phys. Rev. Lett.* 19, 1264 (1967).
- [43] Peskin, M. E., Schroeder, D. V. Lectures on QED and QCD: Practical calculation and renormalization of one-and multi-loop Feynman diagrams (1995).
- [44] M. Nowakowski, E. Paschos and J. Rodriguez, *Eur.J.Phys.* 26, 545 (2005).
- [45] J. F. Nieves, *Phys. Rev. D* 26, 3152 (1982).
- [46] S. L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, *Phys. Rev. D* 2, 1285 (1970).
- [47] P. B. Pal and L. Wolfenstein, *Phys.Rev. D* 25, 766 (1982).