



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA

**MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA
OPCIÓN EN AUTOMATIZACIÓN**

**“AUTOMATIZACIÓN DE CIRCUITOS PARA MODELAR
SISTEMAS CAÓTICOS: MODELO DE ROSSLER
Y MODELO DE CHUA”**

T E S I S

Presentada para obtener el título de:
Maestro en Ciencias de la Electrónica Opción en Automatización

Presenta:

Jesús Alberto González Pedroza

Directores:

Dr. Carlos L. Pando Lambruschini (IFUAP-BUAP)

Dra. María Monserrat Morín Castillo (FCE-BUAP)

Puebla, México

Julio 2023

* Becario CONAHCYT

BUAP®

Resumen

El desarrollo de la presente tesis es posible dividirlo en cuatro apartados como se explicará a continuación. La primer parte constará del estudio de la dinámica del modelo de Rossler interpretando y apoyándose en las referencias bibliográficas además de la teoría correspondientes, lo que permitirá la comprensión del modelo de Chua que será propuesto.

La segunda parte se enfoca en el estudio de la física, tal como las leyes de Kirchoff y se inicia el diseño del prototipo de circuito electrónico que se realiza en protoboard mediante el entendimiento de la dependencia del voltaje y el amperaje para el modelo de Chua mediante la proposición de un sistema. Adicionalmente, se efectuan simulaciones numéricas y se estudia la bibliografía y teoría correspondientes a dicho modelo.

Dentro de la tercera parte se considera una versión novedosa del modelo de Chua con la finalidad de concretar las simulaciones numéricas al modelo del circuito electrónico correspondiente propuesto y se inicia la implementación.

Para la cuarta parte, se continuará la implementación del modelo propuesto en un circuito electrónico y se verificará la coincidencia del experimento con las simulaciones numéricas.

Índice general

Resumen	II
Antecedentes	VII
0.1. Modelo de Rossler	VII
0.2. Atractores de Roosler en $x-y-z$	VIII
0.3. Dinámica básica en atractor de Roosler ($x-y-z$)	IX
0.4. Mapeo de retorno del atractor de Roosler	IX
0.5. Diagrama de bifurcación del atractor de Roosler	X
0.6. Exponentes de Lyapunov para el modelo de Roosler	X
0.7. Circuito de Chua	XI
0.8. Atractor caótico de Chua	XI
0.9. Ecuaciones de Chua	XI
Justificación	XII
0.10. Proyectos y financiamiento	XII
Introducción	XIII
Objetivos	XV
1. Marco teórico	1

1.1. Puntos fijos para el atractor de Rossler	1
1.1.1. Desarrollo matemático para la obtención de los puntos fijos	2
1.2. Bifurcaciones de puntos fijos	4
2. Obtención de los valores propios del sistema de Rossler	5
3. Obtención del modelo dinámico del circuito de Chua	11
3.1. Leyes de Kirchhoff	11
3.1.1. Ley de la corriente de Kirchhoff	11
3.1.2. Ley de voltaje de Kirchhoff	13
3.2. Circuito de Chua	15
3.2.1. Diodo de Chua	16
3.3. Obtención de las ecuaciones de Chua	18
3.4. Adimensionalización del modelo de Chua	19
3.5. Circuito de Chua ampliado	20
4. Simulación electrónica y simulación numérica	21
4.1. Simulación electrónica	21
4.1.1. Circuito de Chua en LTspice	21
4.2. Simulación numérica	24
5. Resultados de las simulaciones electrónica y numérica	30
5.1. Resultados de la simulación electrónica	30
5.2. Resultados de la simulación numérica	33
6. Implementación experimental física del circuito de Chua.	37
6.1. Hardware, firmware y software.	37
6.1.1. Hardware	37

6.1.2. Firmware	37
6.1.3. Software	38
7. Coincidencia entre la simulación numérica y la simulación electrónica	39
7.1. Análisis del diodo de Chua.	39
7.2. Procedimiento para verificar la coincidencia entre la simulación electrónica y la simulación numérica.	40
7.2.1. Para $R=1287.9577 \Omega$	42
7.2.2. Para $R=1400.2829 \Omega$	43
7.3. Elección del circuito electrónico.	45
7.4. Propuesta de valores comerciales.	46
7.5. Señales caóticas y su respuesta en la frecuencia.	51
7.5.1. Cálculo de la Transformada de Fourier en LTspice.	51
7.6. Ancho de banda y frecuencias dominantes en las señales caóticas.	53
7.6.1. Selección de la frecuencia aplicada a la señal de entrada.	54
7.7. Señales del circuito de Chua en el dominio de la Frecuencia.	55
7.8. Del modelo electrónico al modelo numérico.	59
8. Sincronización de dos circuitos de Chua	62
9. Circuito hipercaótico de Chua	65
9.1. Señales hipercaóticas y su respuesta en el dominio de la frecuencia.	70
9.2. Modelo matemático del circuito hipercaótico de Chua	75
10.Sincronización de dos circuitos hipercaóticos de Chua	81
10.1. Modelo matemático de la sincronización capacitiva hipercaótica	83
11.Enmascaramiento de señales	87

11.1. ¿Por qué partir del enmascaramiento de señales básicas de la electrónica?	91
12. Resultados	93
12.1. Circuito caótico de Chua	93
12.2. Circuito hipercaótico de Chua	97
12.2.1. Comparación entre los voltajes v_1 y v'_1	98
12.2.2. Comparación entre los voltajes v_2 y v'_2	99
12.2.3. Comportamiento hipercaótico en los circuitos	101
12.2.4. Sincronización capacitiva	103
12.2.5. Enmascaramiento de señales	104
12.3. Relación entre la señal teórica y la señal experimental.	108
Conclusiones	109
Referencias	111

Antecedentes

Se plantea como tema central de la tesis el estudio de sistemas dinámicos, cuando estos desarrollan inestabilidades. Estos sistemas se implementarán en circuitos electrónicos y se efectuarán simulaciones numéricas.

Los sistemas considerados son el modelo de Chua y el modelo de Rossler. Ambos sistemas presentan atractores caóticos de baja dimensionalidad e intervalos donde hay correspondencia con mapeos no lineales.

0.1. Modelo de Rossler

Rossler consideró que debería ser un conjunto simple de ecuaciones que exhibe un comportamiento genérico: sensibilidad a condiciones iniciales y comportamiento caótico. Simple significaba pocos términos no lineales y un reducido número de puntos fijos. Rossler comenzó por considerar el movimiento en la vecindad de un foco inestable en el plano $x - y$. Tal movimiento puede ocurrir en un sistema dinámico bidimensional de la forma [1].

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y - z \\ \dot{y} &= x + ay\end{aligned}\tag{1}$$

Luego agregó un término que fuerza el movimiento fuera del plano $x - y$ cuando llega demasiado lejos del origen. Esto implica una ecuación de movimiento para la dirección z . Él eligió la forma simple $\dot{z} = b + z(x - c)$. Aquí b es pequeño y positivo, lo que hace que el valor de z aumente lentamente cuando z y x son pequeños. Cuando x se vuelve

mayor que c , i se vuelve grande y la coordenada z repentinamente "despega" del plano $x - y$. Finalmente, se agregó un término más al sistema dinámico bidimensional original, lo que obliga a x a disminuir repentinamente cuando z se vuelve grande. Cuanto mayor sea el valor de $x - c$, cuanto más alto viaja el punto del espacio de fase antes de ser forzado al plano $z \cong 0$, y cuanto más cerca del origen regrese. Esto produce el medio giro que se observa en una parte de la imagen (1), que representa la dinámica de flujo [1]. En forma final, las ecuaciones de Rossler son [1]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y - z, \\ \dot{y} &= x + ay, \\ \dot{z} &= b + z(x - c)\end{aligned}\tag{2}$$

$$a=0.2, b=0.2 \text{ y } c=5.7$$

$$a=0.1, b=0.1 \text{ y } c=14$$

Estas ecuaciones son simples en el sentido de que contienen sólo una no linealidad (zx en la tercera ecuación) y poseen sólo dos puntos fijos. Las ecuaciones de Rossler se han estudiado ampliamente en una amplia gama de parámetros de valores de control (a , b , c). Aunque estas ecuaciones no fueron motivadas por consideración de algún problema físico, el comportamiento de estas ecuaciones sirve para modelar una amplia variedad de sistemas físicos reales [1].

0.2. Atractores de Rossler en $x-y-z$

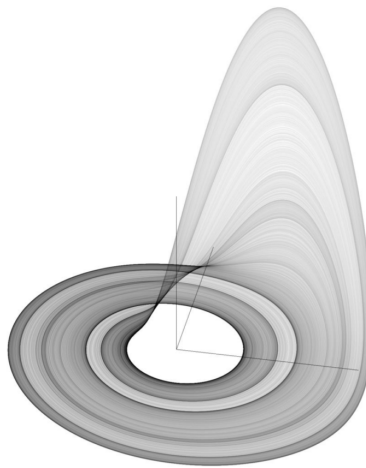


Figura 1: Atractor de Rossler en $x-y-z$.

0.3. Dinámica básica en atractor de Roosler ($x-y-z$)

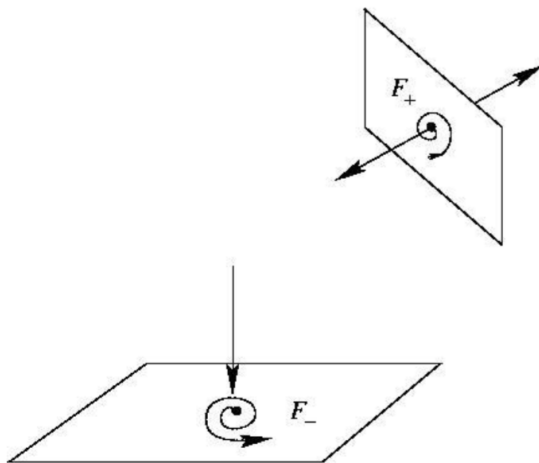


Figura 2: Dinámica básica en atractor de Roosler ($x-y-z$).

0.4. Mapeo de retorno del atractor de Roosler

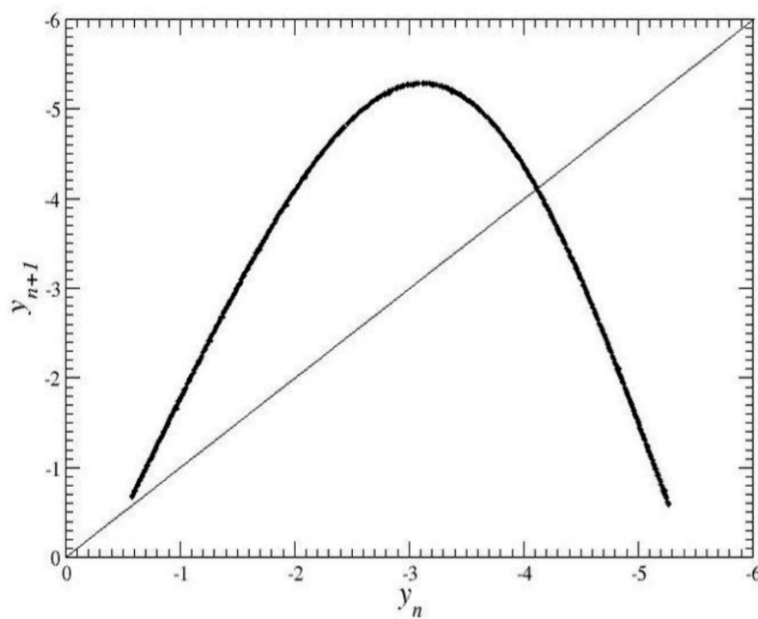


Figura 3: Mapeo de retorno del atractor de Roosler.

0.5. Diagrama de bifurcación del atractor de Roosler

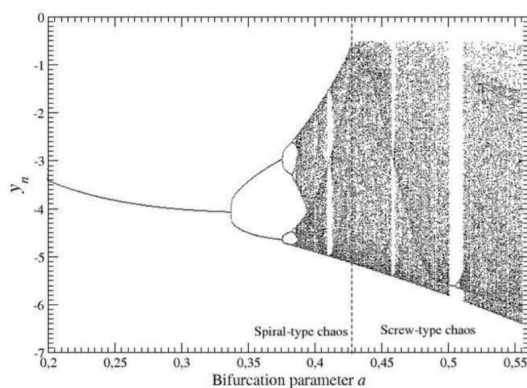


Figura 4: Diagrama de bifurcación del atractor de Roosler.

0.6. Exponentes de Lyapunov para el modelo de Roosler

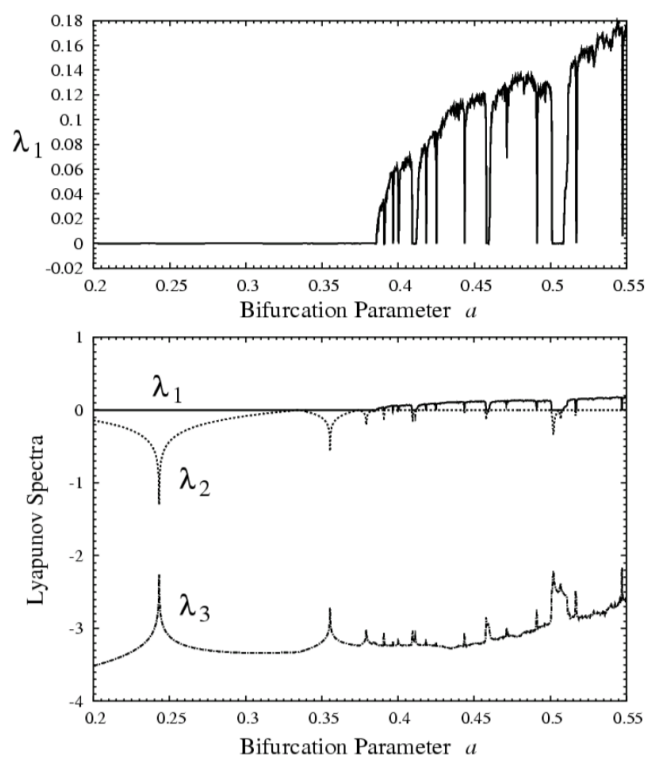


Figura 5: Exponentes de Lyapunov para el modelo de Roosler.

0.7. Circuito de Chua

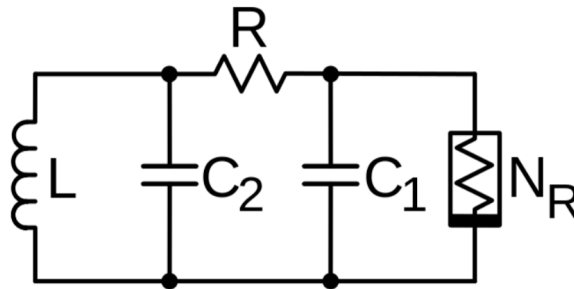


Figura 6: Circuito de Chua.

0.8. Atractor caótico de Chua

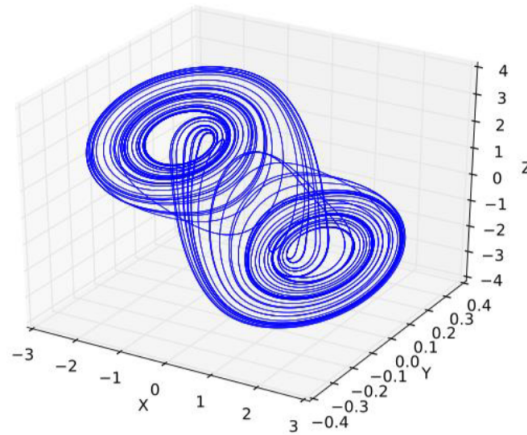


Figura 7: Atractor caótico de Chua.

0.9. Ecuaciones de Chua

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= a(y - f(x)), \\
 \dot{y} &= x - y + z, \\
 \dot{z} &= -by,
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Justificación

La implementación de sistemas ópticos, electro-ópticos, mecánicos, en circuitos electrónicos permite darles flexibilidad adecuada para el uso de sus propiedades en la industria y desarrollo tecnológico a través de la automatización.

Infraestructura disponible

- Laboratorio de Robótica y Control de la MCEA.
- Laboratorio de Computo del IFUAP.
- Librerías en fortran, C, Matlab para el modelado no lineal.
- Software LTspice.

0.10. Proyectos y financiamiento

Proyecto individual, financiamiento local.

Introducción

Cuando un sistema evoluciona en la naturaleza se conoce como sistema dinámico, es decir, su comportamiento cambia con el transcurso del tiempo y puede ser descrito por ecuaciones con dependencia del tiempo para que no estén asociados a un proceso aleatorio o estocástico. Debido a la ausencia de una variable aleatoria se les da el nombre de sistemas dinámicos deterministas, esto significa que una condición inicial provoca cierta evolución temporal del sistema y cada vez que se empiece con la misma condición inicial, el sistema evolucionará de igual manera. Así, un sistema dinámico caótico es un sistema dinámico determinista. Además, éstos son no lineales y presentan un comportamiento aperiódico. Los sistemas caóticos son siempre no lineales, mientras que los sistemas no lineales no necesariamente deben ser caóticos [6].

El circuito de Chua es el circuito electrónico más simple exhibidor de caos y muchos fenómenos de bifurcación muy bien conocidos, como se verifica a partir de numerosos experimentos de laboratorio, simulaciones por computadora y rigurosos análisis matemáticos [5]. El objeto de estudio en el presente trabajo es este circuito electrónico, además de su correcta simulación e implementación física en un protoboard.

Una definición aproximada para el término Simulación es “el desarrollo y uso de modelos para el estudio de la dinámica de sistemas existentes o hipotéticos”. Los modelos matemáticos de sistemas de tiempos continuos consisten en una combinación de ecuaciones algebraicas y ecuaciones diferenciales y los modelos de tiempo discreto son una mezcla de ecuaciones algebraicas y de diferencia [7]. En un inicio, este modelo dinámico será implementado en el software Matlab, específicamente en su herramienta de trabajo Simulink.

Simulink, es un software para utilizar con MATLAB para modelar, simular y analizar sistemas dinámicos. Para modelar, Simulink proporciona una interfaz gráfica de usuario (GUI) para construir los modelos con diagramas de bloques, utilizando el ratón para

realizar operaciones cómo pulsar, arrastrar y colocar de forma que los sistemas dinámicos, se simulan en forma interactiva. Soporta sistemas lineales y no lineales, modelados en tiempo continuo, discreto, muestreado o un híbrido de los dos [7].

Posteriormente, se realiza la implementación de este modelo dinámico de manera circuital dentro del software LTspice XVII.

LTspice XVII es un simulador SPICE de alto rendimiento en el que pueden armarse diagramas esquemáticos de los circuitos para luego simular su funcionamiento en diferentes condiciones de operación. LTspice XVII posee un visor en tiempo real de la forma de onda del circuito bajo ensayo. Este instrumento virtual similar a un osciloscopio muestra los resultados obtenidos de la simulación, tensión, corriente, fase, etc. [8].

La base del programa LTspiceXVII se encuentra en el software denominado SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis). Es un programa de simulación para circuitos y dispositivos electrónicos que permite evaluar el funcionamiento de un circuito antes de realizar un prototipo del mismo. Esta posibilidad permite reducir errores, costos y mejorar la performance de cualquier diseño. Con el entorno de simulación SPICE se pueden realizar diversos tipos de análisis sobre el circuito y sus componentes: análisis temporal, en frecuencia, determinación del punto de operación de reposo, análisis de Fourier, evaluación de los efectos de ruido, optimización de parámetros, etc. [8].

Por último, se muestran los resultados que han dado inicio al desarrollo del hardware, firmware y software para la implementación correcta del circuito de Chua en un protoboard.

El firmware, también conocido como soporte lógico inalterable, es el programa básico que controla los circuitos electrónicos de cualquier dispositivo. Este programa o software es una porción de código encargada de controlar qué es lo que tiene que hacer el hardware de un dispositivo, y el que se asegura de que el funcionamiento básico es correcto [9].

El firmware puede ser calificado tanto como parte del hardware como del software de un dispositivo. Es parte del hardware porque siempre está integrado en la electrónica, pero no deja de ser un programa informático, por lo que también es software. Así pues, es prácticamente uno de los principales puntos de unión entre ambos [9].

Objetivos

Los objetivos general y específicos de este trabajo de tesis se enuncian a continuación.

Objetivo general

El objetivo de este trabajo es estudiar los sistemas caóticos y sincronizar al menos dos de estos en sus correspondientes circuitos electrónicos que emulen la dinámica no lineal del circuito de Chua para enmascarar información enviada y recibida mediante un canal seguro.

Objetivos particulares

Los objetivos particulares de este trabajo se enumeran a continuación:

1. Aplicar las leyes de Kirchhoff al circuito de Chua con la finalidad de replicar la obtención del sistema de ecuaciones diferenciales que describe su modelo caótico.
 2. Realizar la simulación en el software Lt Spice para replicar el comportamiento del modelo dinámico del circuito de Chua mediante una apreciación gráfica.
 3. Estudiar el comportamiento del diodo en sus dos posibles aplicaciones: voltaje en función de la corriente o corriente en función del voltaje; y proponer un sistema para su interpretación.
 4. Efectuar una simulación numérica mediante el software Matlab y su complemento Simulink.
 5. Llevar el circuito caótico de Chua a su correspondiente modelo matemático para el estudio de su dinámica no lineal.
 6. Diseñar un modelo matemático que facilite el enmascaramiento de información para regresarla a su modelo dinámico mediante el procedimiento inverso.
-

7. Realizar la simulación en el software Lt Spice para sincronizar al menos dos circuitos caóticos
 8. Modificar el circuito caótico a un circuito hipercaótico.
 9. Efectuar una simulación que permita el envío y recepción de información mediante un canal seguro.
-

Capítulo 1

Marco teórico

1.1. Puntos fijos para el atractor de Rossler

La organización global de un sistema dinámico $\dot{x}_i = F_i(x; c)$ se rige por una gran extensión del número, distribución y estabilidad de sus puntos fijos. Lo mismo es verdad de un mapa $x_{t_i} = f_i(x)$ [2].

Cómo encontrar puntos fijos en R^n . Los puntos fijos de un sistema dinámico se localizan resolviendo la simultaneidad de ecuaciones no lineales $F_i(x; c) = 0$. Normalmente, n ecuaciones en n variables de espacio de fase sólo tendrá soluciones aisladas. El número de soluciones será finito si cada una de las funciones $F_i(x; c)$ es un polinomio de grado finito en las n variables de estado x_i . A menudo, los puntos fijos de un sistema dinámico se pueden localizar mediante un enfoque de fuerza bruta favorecido por los físicos, es decir, usando álgebra inferior. El estudio de conjuntos de soluciones de ecuaciones algebraicas es competencia de la geometría algebraica. Se han desarrollado varios programas informáticos potentes que implementan algoritmos para localizar los ceros de conjuntos de ecuaciones algebraicas. El procedimiento descrito aquí siempre proporcionará todos los puntos fijos de tal dinámica sistema o mapa. Sin embargo, este procedimiento puede llevar un tiempo para grandes conjuntos de ecuaciones polinomiales [2].

El sistema de Rossler tiene dos puntos fijos (a menudo llamados puntos de equilibrio) F_{\pm} localizados en:

$$(x_{\pm}, y_{\pm}, z_{\pm}) = \left(\frac{c \pm \sqrt{c^2 - 4ab}}{2}, -\frac{c \pm \sqrt{c^2 - 4ab}}{2a}, \frac{c \pm \sqrt{c^2 - 4ab}}{2a} \right) \quad (1.1)$$

El punto fijo F_- se localiza en medio del atractor y es un foco de silla con una variedad 2D inestable -una espiral inestable principalmente en el plano $x - y$ - cuando la

trayectoria se asienta en un atractor caótico. F_+ está fuera de la región del atractor. La no linealidad $x - c$ se activa cuando la trayectoria sale del plano $x - y$. Así, la trayectoria visita el vecindario de F_+ -también un enfoque en el punto de silla- cuyo colector inestable $1D$ envía la trayectoria a lo largo del colector estable $1D$ de F_- . Entonces puede ocurrir un nuevo ciclo. Con valores de parámetros apropiados, la trayectoria describe así un atractor caótico [2].

1.1.1. Desarrollo matemático para la obtención de los puntos fijos

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y - z, \\ \dot{y} &= x + ay, \\ \dot{z} &= b + z(x - c),\end{aligned}\tag{1.2}$$

Para encontrar los puntos fijos, las tres ecuaciones son igualadas a cero:

$$\begin{aligned}0 &= -y - z, \\ 0 &= x + ay, \\ 0 &= b + z(x - c),\end{aligned}\tag{1.3}$$

Primero se procede a encontrar las coordenadas para z

$$-z = y$$

$$x = -ay$$

$$x = -\frac{b}{z} + c$$

$$-\frac{b}{z} + c = -a(-z) = az$$

$$z = \frac{-\frac{b}{z} + c}{a} = \frac{-b + zc}{za}$$

$$z^2 a = -b + zc$$

$$z^2 a - zc + b = 0$$

$$az^2 - cz + b = 0$$

Al emplear la fórmula general para encontrar las raíces para z , se obtiene:

$$z = \frac{c \pm \sqrt{c^2 - 4ab}}{2a} \quad (1.4)$$

Posteriormente se procede a encontrar las coordenadas para y :

$$-z = y$$

$$y = -\frac{c \pm \sqrt{c^2 - 4ab}}{2a} \quad (1.5)$$

Por último, las coordenadas faltantes son para x :

$$x = -ay$$

$$x = -a \left[-\frac{c \pm \sqrt{c^2 - 4ab}}{2a} \right]$$

$$x = \frac{c \pm \sqrt{c^2 - 4ab}}{2} \quad (1.6)$$

De esta manera, tenemos que dos puntos fijos para el atractor de Rossler, los cuales se han clasificado en la rama positiva 1.7 y la rama negativa 1.8.

$$P_+ = (x_+, y_+, z_+) = \left(\frac{c + \sqrt{c^2 - 4ab}}{2}, -\frac{c + \sqrt{c^2 - 4ab}}{2a}, \frac{c + \sqrt{c^2 - 4ab}}{2a} \right) \quad (1.7)$$

$$P_- = (x_-, y_-, z_-) = \left(\frac{c - \sqrt{c^2 - 4ab}}{2}, -\frac{c - \sqrt{c^2 - 4ab}}{2a}, \frac{c - \sqrt{c^2 - 4ab}}{2a} \right) \quad (1.8)$$

1.2. Bifurcaciones de puntos fijos

El número de puntos fijos que tiene un sistema dinámico es invariante. Este número permanece fijo a medida que se varían los parámetros de control, si se cuenta su degeneración. Sin embargo, el número de puntos fijos reales generalmente depende de los valores del parámetro de control y no es invariante. Los valores de los parámetros de control en los que el número de puntos críticos reales cambian se denominan conjunto de bifurcación. Cuando uno pasa transversalmente a través del conjunto de bifurcaciones, dos puntos críticos con valores complejos de coordenadas conjugadas se dispersan unos a otros para convertirse en verdaderos puntos críticos. Ilustramos estas ideas con el siguiente ejemplo [2]:

Los puntos críticos del sistema de Rossler (2) están dados por $z = -y, x = -ay$, donde y satisface $ay^2 + cy + b = 0$. Las dos soluciones son

$$y_{\pm} = -\frac{c}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2a}\right)^2 - \frac{b}{a}}$$

Las soluciones son:

Real	> 0
Degenerada	$Si\ c^2 - 4ab = 0$
Compleja	< 0

El conjunto de bifurcaciones en el espacio de parámetros de control es la superficie bidimensional $c^2 - 4ab = 0$ [2].

Capítulo 2

Obtención de los valores propios del sistema de Rossler

Para realizar el análisis matemático que proporciona los valores propios del sistema de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del atractor de Rossler, es primordial linealizarlas. Como primer punto se definen los puntos fijos de la manera:

$$(x_0, y_0, z_0)$$

A partir de este planteamiento, se declara como un incremento la diferencia entre las ecuaciones que describen el comportamiento del atractor de Rossler y las ecuaciones a partir de las cuales se obtienen los puntos fijos de este atractor. Teniendo en cuenta que el sistema de ecuaciones que describe el comportamiento del atractor de Rossler está dado por:

$$\dot{x} = -y - z$$

$$\dot{y} = x + ay$$

$$\dot{z} = b + z(x - c)$$

Y que el sistema de ecuaciones a partir del cual se encuentran los puntos fijos es:

$$\dot{x}_0 = 0 = -y_0 - z_0$$

$$\dot{y}_0 = 0 = x_0 + ay_0$$

$$\dot{z}_0 = 0 = b + z_0(x_0 - c)$$

Los incrementos o diferencias entre del sistema que describe el comportamiento del atractor de Rossler y las ecuaciones para la obtención de los puntos fijos están dados por:

$$\begin{aligned}\delta x &= x - x_0, \\ \delta y &= y - y_0, \\ \delta z &= z - z_0,\end{aligned}\tag{2.1}$$

Entonces tenemos que dicha diferencia se presenta al restar el sistema de ecuaciones para encontrar los puntos fijos del sistema de ecuaciones que describe el comportamiento del atractor de Rossler, de la manera:

$$\begin{aligned}\dot{x} - \dot{x}_0 &= -y - z - (-y_0 - z_0) \\ \dot{x} - \dot{x}_0 &= -(y - y_0) - (z - z_0)\end{aligned}\tag{2.2}$$

$$\begin{aligned}\dot{y} - \dot{y}_0 &= x - ay - (x_0 - ay_0) \\ \dot{y} - \dot{y}_0 &= (x - x_0) + a(y - y_0)\end{aligned}\tag{2.3}$$

$$\begin{aligned}\dot{z} - \dot{z}_0 &= b - b + z(x - c) - z_0(x_0 - c) \\ \dot{z} - \dot{z}_0 &= zx - z_0x_0 - c(z - z_0)\end{aligned}\tag{2.4}$$

Como se observa, al sustituir 2.1 en 2.2 y 2.3 se obtiene lo siguiente:

$$\dot{\delta x} = -\delta y - \delta z\tag{2.5}$$

$$\dot{\delta y} = \delta x + a\delta y\tag{2.6}$$

Para el caso 2.4 se debe aplicar el proceso de linealización para dicha ecuación. El análisis matemático se realiza tomando en cuenta que:

$$zx - z_0x_0 = zx - zx_0 + zx_0 - z_0x_0$$

$$zx - z_0x_0 = z(x - x_0) + x_0(z - z_0)$$

$$zx - z_0x_0 = z(\delta x) + x_0(\delta z)$$

Teniendo en cuenta que:

$$z = \delta z + x_0$$

Entonces

$$z\delta x = (z_0 + \delta z)\delta x$$

$$z\delta x = z_0\delta x + \delta z\delta x$$

Sabiendo que los incrementos son valores extremadamente pequeños, por consecuencia al multiplicar dos valores del orden de esta magnitud, el resultado será un valor aún menor, por lo cual la multiplicación entre dos incrementos tiende a cero y, para este análisis la multiplicación entre δz y δx será igual a cero $\delta z\delta x = 0$. Entonces, la simplificación de 2.4 nos queda de la manera:

$$\dot{\delta z} = z_0\delta x + x_0\delta z - c\delta z \quad (2.7)$$

A continuación, se propondrán soluciones para las ecuaciones 2.1 según se indica:

$$\begin{aligned} \delta x &= \alpha e^{\lambda t}, \\ \delta y &= \beta e^{\lambda t}, \\ \delta z &= \gamma e^{\lambda t}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

Al reemplazar 2.8 en 2.5, 2.6 y 2.7 se tiene:

$$\begin{aligned} \alpha\lambda e^{\lambda t} &= -\beta e^{\lambda t} - \gamma e^{\lambda t}, \\ \beta\lambda e^{\lambda t} &= \alpha e^{\lambda t} + a\beta e^{\lambda t}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\gamma\lambda e^{\lambda t} = z_0\alpha e^{\lambda t} + x_0\gamma e^{\lambda t} - c\gamma e^{\lambda t},$$

A partir de 2.9, al simplificar se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \alpha\lambda + \beta + \gamma &= 0, \\ -\alpha + \beta(\lambda - a) &= 0, \\ -z_0\alpha + \gamma(\lambda - x_0 + c) &= 0, \end{aligned} \quad (2.10)$$

El sistema de ecuaciones 2.10, es posible expresarlo a través de un sistema matricial de la forma:

$$\begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ -1 & \lambda - a & 0 \\ -z_0 & 0 & \lambda - x_0 + c \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Por tanto, los valores propios se obtendrán de la matriz linealizada

$$M = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ -1 & \lambda - a & 0 \\ -z_0 & 0 & \lambda - x_0 + c \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Para obtener los valores propios de (2.12) mediante el determinante, se sustituyen las variables x_0 y z_0 por sus correspondientes coordenadas en los puntos fijos (mostradas en 2.13 y 2.14 respectivamente), iniciando con el punto fijo, mostrado en 1.7, de la rama positiva [3].

$$x_0 = \frac{c + \sqrt{c^2 - 4ab}}{2} \quad (2.13)$$

$$z_0 = \frac{x_0}{a} \quad (2.14)$$

Por tanto, el determinante para la matriz M en ?? nos queda de la siguiente manera:

$$\det(M) = \lambda + c - x_0 - az_0 + z_0\lambda - a\lambda^2 + c\lambda^2 - \lambda^2x_0 + \lambda^3 - ac\lambda + ax_0\lambda$$

$$\det(M) = \lambda^3 + \lambda^2(c - a - x_0) + \lambda(1 + z_0 - ac + ax_0) + (c - x_0 - az_0) \quad (2.15)$$

Al obtener el resultado (2.15) se realiza un cambio de variable como se muestra en 2.16, 2.17 y 2.18.

$$c_1 = c - a - x_0 \quad (2.16)$$

$$c_2 = 1 + z_0 - ac + ax_0 \quad (2.17)$$

$$c_3 = c - x_0 - az_0 \quad (2.18)$$

Por consiguiente, ahora la expresión (2.15) nos queda de la manera:

$$\lambda^3 + c_1\lambda^2 + c_2\lambda + c_3 = 0 \quad (2.19)$$

Se sustituyen en 2.13 y 2.14 las variables a , b y c . Los valores para estas variables son: a varía de 0,2 a 0,5 con un incremento de 0,1; $b = 2$; $c = 4$.

También es posible obtener directamente desde Matlab los valores propios para 2.12. Se han utilizado dos métodos equivalentes con la finalidad de verificar la coincidencia de los valores propios: la primera fue mediante la obtención de las raíces del determinante de la matriz 2.12; la segunda fue mediante la aplicación del comando *eig* a la matriz

```

clc;
close all;
clearvars;
%**Declaración de valores para las variables** %
a=0.2;
b=2.0;
c=4.0;
x0 = (c - sqrt(c^2 - 4 * a * b))/(2)
z0=x0/a
%**Matriz linealizada** %
A=[0,-1,-1;
1,a,0;
z0,0,x0-c];
%**Comprobación del resultado de la matriz linealizada** %
MJ=jacobian([-y-z,x+a.*y,b+z.*(x-c)],[x, y, z])
%**Obtención de las raíces de la matriz i; linealizada** %
D1=[1 4-x0-a 1-4*a+z0+a*x0 -x0-a*z0+4];
roots(D1)
%**Obtención directa de los valores propios de la matriz linealizada** %
eig(A)

```

Cuadro 2.1: Obtención de valores propios.

linealizada (la cual se ha comprobado a través del comando *jacobian*) que proporciona directamente sus valores propios. Véase la tabla 2.1.

Se han obtenido los valores propios tanto para la rama positiva (mostrada en 1.7) como para la rama negativa (mostrada en 1.8) variando el parámetro a , como se ha mencionado con anterioridad, de 0,2 a 0,5, donde podemos observar que la estabilidad es cualitativamente la misma en $a = 0,2, 0,3, 0,4, 0,5$: las trayectorias se alejan del punto fijo a través de una superficie y luego se acercan a éste por una dirección linealmente independiente a la superficie. Véase la tabla 2.2.

Para los valores propios, dos de tres son complejos conjugados y el restante es real. Sobre la rama positiva P_+ , debido a que la parte real de los complejos conjugados es

Valor del parámetro a	Rama positiva P_+	Rama positiva P_-
0,2	-0.0439 + 4.5256i -0.0439 - 4.5256i 0.1853 + 0.0000i	0.0362 - 1.0027i 0.0362 + 1.0027i -3.7698 + 0.0000i
0.3	-0.0617 + 3.7142i -0.0617 - 3.7142i 0.2672 + 0.0000i	0.0843 - 0.9931i 0.0843 + 0.9931i -3.7126 + 0.0000i
0,4	-0.0769 + 3.2302i -0.0769 - 3.2302i 0.3427 + 0.0000i	0.1323 - 0.9807i 0.1323 + 0.9807i -3.6535 + 0.0000i
0,5	-0.0901 + 2.8976i -0.0901 - 2.8976i 0.4122 + 0.0000i	0.1802 - 0.9653i 0.1802 + 0.9653i -3.5924 + 0.0000i

Cuadro 2.2: Valores propios para la rama positiva P_+ y la rama negativa P_- .

negativa, la superficie sobre el punto fijo P_+ atrae a la trayectoria, sin embargo, el valor propio real positivo, cuando la trayectoria se acerca a este punto fijo, la repele. Para el caso de la rama negativa P_- , los complejos conjugados con parte real positiva, alejan a la trayectoria sobre la superficie del punto fijo, sin embargo, el otro valor propio siendo un real negativo, tiende a atraer nuevamente a la trayectoria sobre el punto fijo. Los valores propios resultantes para cada rama, positiva y negativa, son cualitativamente similares para los valores de a dados, es decir, en el caso de la rama positiva P_+ , los complejos conjugados presentan siempre su valor real negativo y, el valor propio puramente real siempre es positivo. En el caso de la rama negativa P_- ocurre lo contrario. Entonces, la dinámica periódica y caótica se describen cualitativamente alrededor de estos puntos fijos.

Capítulo 3

Obtención del modelo dinámico del circuito de Chua

3.1. Leyes de Kirchhoff

3.1.1. Ley de la corriente de Kirchhoff

Un circuito eléctrico consta de elementos de circuito que están conectados entre sí. Los lugares en que los elementos están conectados entre sí se llaman nodos. La Figura 3.1 a) muestra un circuito eléctrico que consta de seis elementos conectados entre sí en cuatro nodos. Es una práctica muy común trazar circuitos utilizando líneas rectas y posicionar los elementos horizontal o verticalmente, como se muestra en la Figura 3.1 b) [10].

El circuito se muestra de nuevo en la Figura 3.1 c), esta vez remarcando los nodos. Observe que al trazar de nuevo el circuito, mediante líneas rectas y elementos horizontales y verticales, ha cambiado la forma de representar los nodos. En la Figura 3.1 a) los nodos están representados como puntos. En las Figura 3.1 b), c) los nodos están representados tanto por puntos como por segmentos de línea [10].

En 1847, Gustav Robert Kirchhoff, profesor de la universidad de Berlín, formuló dos importantes leyes que constituyen los fundamentos del análisis de los circuitos eléctricos. Estas leyes se refieren en su honor como ley de la corriente de Kirchhoff (KCL, por sus siglas en inglés), y ley del voltaje de Kirchhoff (KVL). Las leyes de Kirchhoff son consecuencia de la carga y la conservación de la energía [10].

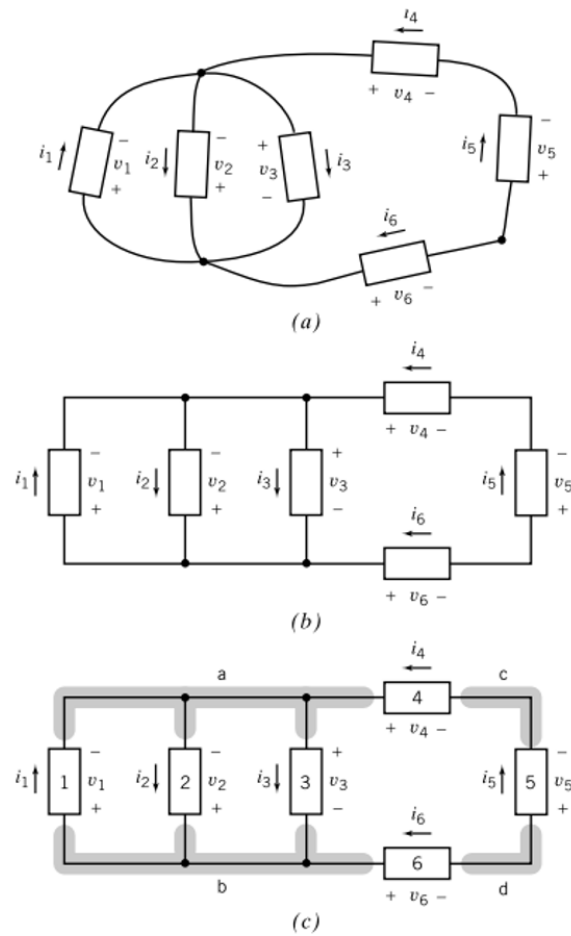


Figura 3.1: a) Un circuito eléctrico. b) El mismo circuito, pero con un trazo nuevo, utilizando líneas rectas y elementos horizontales y verticales. c) El circuito después de etiquetar los nodos y los elementos.

La ley de la corriente de Kirchhoff establece que la suma algebraica de las corrientes que entran en cualquier nodo es idéntica a cero en todo momento [10].

Ley de la corriente de Kirchhoff (KCL): La suma algebraica de las corrientes en un nodo es cero en todo instante [10].

La frase *suma algebraica* indica que se deben tomar en cuenta las direcciones de referencia al agregar las corrientes de los elementos conectados a un nodo en particular. Una manera de tomar en cuenta las direcciones de referencia es utilizar un signo más

cuando la corriente se dirige hacia fuera del nodo, y un signo menos cuando la corriente se dirige hacia el nodo. Por ejemplo, considere el circuito mostrado en la Figura 3.1 c). Cuatro elementos de este circuito —los elementos 1, 2, 3 y 4— están conectados al nodo a . Según la ley de la corriente de Kirchhoff, la suma algebraica de las corrientes de los elementos i_1 , i_2 , i_3 e i_4 debe ser cero. Las corrientes i_2 e i_3 se dirigen hacia fuera del nodo a , por lo cual usaremos un signo más para i_2 e i_3 . Por el contrario, las corrientes i_1 e i_4 se dirigen al nodo a , por lo que usaremos el signo menos para i_1 e i_4 . La ecuación de la KCL para el nodo a de la Figura 3.1 c) es [10]:

$$-i_1 + i_2 + i_3 - i_4 = 0 \quad (3.1)$$

Otra alternativa para obtener la suma algebraica de las corrientes en un nodo es establecer que la suma de todas las corrientes que se alejan del nodo es igual a la suma de todas las corrientes que se dirigen a ese nodo. Con esta técnica encontramos que la ecuación de la KCL para el nodo de la Figura 3.1 c) es [10]:

$$i_2 + i_3 = i_1 + i_4 \quad (3.2)$$

Ambas ecuaciones son equivalentes.

Del mismo modo, la ecuación de la ley de la corriente de Kirchhoff para el nodo b de la Figura 3.1 c) es [10]:

$$i_1 = i_2 + i_3 + i_6 \quad (3.3)$$

3.1.2. Ley de voltaje de Kirchhoff

Para enunciar la ley de voltaje de Kirchhoff, necesitamos la definición de un circuito cerrado (loop). Un circuito cerrado es una ruta cerrada a través de un circuito que no encuentra ningún nodo intermedio más de una vez. Por ejemplo, si empezamos en el nodo a en la Figura 3.1 c), podemos movernos a través del elemento 4 al nodo c , luego proseguimos a través del elemento 5 hasta el nodo d , continuamos a través del elemento 6 al nodo b , y finalmente, por el elemento 3 de regreso al nodo a . Tenemos una ruta cerrada y no nos encontramos con ninguno de los nodos intermedios (b , c o d) más de una vez. Por consiguiente, los elementos 3, 4, 5 y 6 comprenden un circuito cerrado. De manera similar, los elementos 1, 4, 5 y 6 comprenden un circuito cerrado del circuito que se muestra en la Figura 3.1 c). Los elementos 1 y 3 comprenden otro circuito cerrado

más de este circuito. El circuito tiene otros tres circuitos cerrados: los elementos 1 y 2, los elementos 2 y 3 y los elementos 2, 4, 5 y 6 [10].

Ley de voltaje de Kirchhoff (KVL): la suma algebraica de los voltajes en torno a cualquier circuito cerrado en un circuito es idéntica a cero en todo momento [10].

La frase *suma algebraica* indica que debemos tener en cuenta la polaridad al agregar los voltajes de los elementos que comprenden un circuito cerrado. Una forma de tener en cuenta la polaridad es moverse en torno al circuito cerrado en el sentido de las manecillas del reloj mientras se observan las polaridades de los voltajes del elemento. El voltaje se escribe con un signo más cuando nos encontramos con el signo + de la polaridad del voltaje antes del signo - . Por el contrario, el voltaje se escribe con signo menos cuando nos encontramos con el signo - de la polaridad del voltaje antes del signo +. Por ejemplo, considere el circuito que se muestra en la Figura 3.1 c). Los elementos 3, 4, 5 y 6 comprenden un circuito cerrado del circuito. Según la Ley de voltaje de Kirchhoff, la suma algebraica de los voltajes de los elementos v_3 , v_4 , v_5 y v_6 debe ser cero. Al movernos en torno al circuito cerrado en el sentido de las manecillas del reloj, encontramos el signo + de v_4 antes del signo -; el signo - de v_5 antes del signo +; el signo - de v_6 antes del signo +, y el signo - de v_3 antes del signo +. En consecuencia, usamos un signo menos para v_3 , v_5 y v_6 , y un signo más para v_4 . La ecuación de la KVL para este circuito cerrado de la Figura 3.1 c) es [10]:

$$v_4 - v_5 - v_6 - v_3 = 0 \quad (3.4)$$

Del mismo modo, la ecuación de la ley del voltaje de Kirchhoff para el circuito cerrado que consta de los elementos 1, 4, 5 y 6 es [10]:

$$v_4 - v_5 - v_6 + v_1 = 0 \quad (3.5)$$

La ecuación de la ley de voltaje de Kirchhoff para el circuito cerrado que consta de los elementos 1 y 2 es [10]:

$$-v_2 + v_1 = 0 \quad (3.6)$$

3.2. Circuito de Chua

El circuito de Chua se inventó en 1983 (Chua, 1992) en respuesta a dos búsquedas incumplidas sobre el caos en relación con dos aspectos deficientes de las ecuaciones de Lorenz (Lorenz, 1963). La primera búsqueda fue diseñar un sistema de laboratorio que pueda ser modelado de manera realista por las ecuaciones de Lorenz para demostrar que el caos es un fenómeno físico robusto, y no simplemente un artefacto de los errores de redondeo de la computadora. La segunda búsqueda fue probar que el atractor de Lorenz, que se obtuvo mediante simulación por computadora, es realmente caótico en un sentido matemático riguroso [11].

El diagrama del circuito del Circuito Chua se muestra en la Figura 3.2. Contiene 5 elementos del circuito. Los primeros cuatro elementos de la izquierda son componentes eléctricos pasivos lineales: la inductancia $L > 0$, la resistencia $R > 0$ y dos capacitores $C1 > 0$ y $C2 > 0$. Se denominan elementos pasivos porque no necesitan fuente de alimentación (por ejemplo, batería). La interconexión de elementos pasivos siempre conduce a dinámicas triviales, con tensiones y corrientes de todos los elementos que tienden a cero (Chua, 1969) [5].

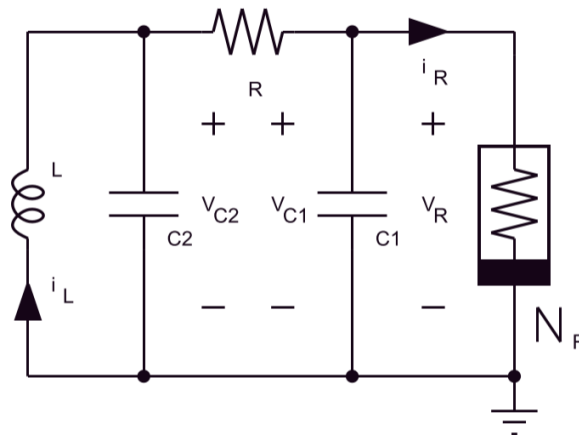


Figura 3.2: Circuito de Chua.

3.2.1. Diodo de Chua

Si un resistor de dos terminales es caracterizado por una curva diferente a una línea recta que pasa por el origen, recibe el nombre de resistor no lineal o diodo de Chua [12].

Se tienen dos tipos de diodos de Chua [12]:

- a). Un diodo de Chua controlado por tensión, el cual es caracterizado por la relación $i = f(v)$,
- b). Un diodo de Chua controlado por corriente, el cual es caracterizado por $v = g(i)$.

Los diodos de Chua pueden ser considerados como fuentes de corriente controladas por tensión para el tipo (a) o como fuentes de tensión controladas por corriente para el tipo (b). El símbolo para el diodo de Chua se muestra en la Figura 3.3 [12].

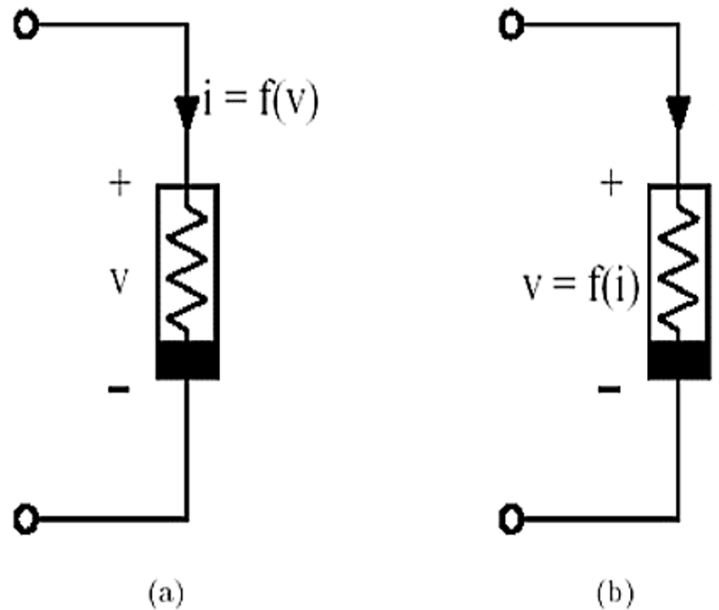


Figura 3.3: Diodo de Chua.

El circuito más simple que podría dar lugar a formas de onda oscilatorias o caóticas debe incluir al menos un elemento no lineal localmente activo (Chua, 1998), (Chua, 2005), alimentado por una batería, como el diodo de Chua caracterizado por una función no lineal de, para el caso que se muestra en la Figura 3.3, corriente contra voltaje

$i_R = g(v_R)$, cuya pendiente debe ser negativa en algún lugar de la curva. Tal elemento se llama resistencia localmente activa. El circuito de Chua original especifica la característica simétrica impar lineal por partes de 3 segmentos que se muestra en la Figura 3.4, donde m_0 denota la pendiente del segmento medio y m_1 denota la pendiente de los dos segmentos exteriores [5].

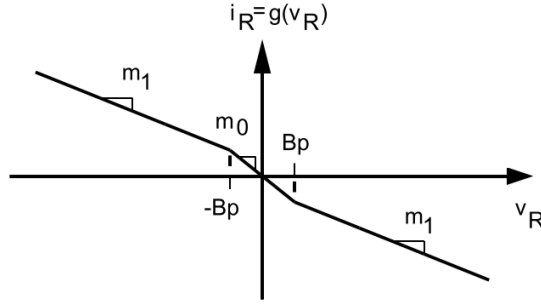


Figura 3.4: Curva característica del diodo de Chua.

La falta de linealidad en la generación del comportamiento caótico en el circuito se asegura con la función $g(v_R)$, proveniente del diodo de Chua. El plano de fase que contiene la curva característica del Diodo de Chua, mostrado en la Figura 3.4, muestra los puntos de ruptura y los cambios de pendiente que presenta dicha caracterización. Dicha función se define como [12] [13]:

$$g(v_R) = m_1 v_R + \frac{1}{2} (m_0 - m_1) (|v_R + 1| - |v_R - 1|) \quad (3.7)$$

La función v_R , puede escribirse como las ecuaciones que describen el comportamiento de la curva característica del Diodo de Chua mostradas en (3.8) [12]:

$$g(v_R) = \begin{cases} m_1 v_R + m_1 - m_0, & \text{si } v_R \leq -1 \\ m_0 v_R, & \text{si } -1 \leq v_R \leq 1 \\ m_1 v_R + m_0 - m_1, & \text{si } 1 \leq v_R \end{cases} \quad (3.8)$$

donde las coordenadas de los dos puntos de corte simétricos se normalizan, sin pérdida de generalidad, a $B_p = \pm 1$ [12].

3.3. Obtención de las ecuaciones de Chua

Para obtener las ecuaciones que describen el circuito de Chua, se hace uso de las leyes de Kirchoff mediante la utilización de los nodos v_1 y v_2 mostrados en la Figura 3.2 con las correspondientes ecuaciones para la corriente y el voltaje de cada elemento o componente electrónico.

Recordemos que el voltaje en el inductor está dado por (3.9):

$$v_I = L \frac{dI}{dt} \quad (3.9)$$

Por otra parte, la corriente en el capacitor está dada por:

$$I_C = C \frac{dv}{dt} \quad (3.10)$$

Se sabe que la suma de los voltajes en una malla es igual a cero, mientras que la corriente que entra en un nodo es igual a la suma de las corrientes que salen, entonces, mediante el análisis de la primer malla, a la izquierda en el circuito mostrado en la Figura 3.2, que involucra al inductor y el capacitor, se tiene la suma de voltajes como se muestra en (3.11).

$$L \frac{dI}{dt} + v_2 = 0 \quad (3.11)$$

Posteriormente, mediante el análisis del nodo que une al inductor, la resistencia y el capacitor, se obtiene la suma de corrientes como se muestra en (3.12)

$$I = C_2 \frac{dv_2}{dt} + \frac{1}{R}(v_2 - v_1) \quad (3.12)$$

Sabiendo que la corriente en el diodo de Chua es $i_R = g(v_1)$, al pasar al siguiente nodo se tiene la suma de corrientes que se muestra en (3.13)

$$I = C_2 \frac{dv_2}{dt} + \frac{1}{R}(v_2 - v_1) \quad (3.13)$$

Entonces, al despejar las derivadas en las ecuaciones (3.11), (3.12) y (3.13), podemos obtener las ecuaciones que describen el comportamiento del sistema dinámico de Chua, como se muestra en (3.14)

$$\begin{aligned}
\frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{C_1 R} (v_2 - v_1) - \frac{1}{C_1} g(v_1) \\
\frac{dv_2}{dt} &= \frac{1}{C_2} - \frac{1}{RC_2} (v_2 - v_1) \\
\frac{dI}{dt} &= -\frac{v_2}{L} \\
\frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{C_1} \left[\frac{1}{R} (v_2 - v_1) - g(v_1) \right] \\
\frac{dv_2}{dt} &= \frac{1}{C_2} \left[I + \frac{1}{R} (v_1 - v_2) \right] \\
\frac{dI}{dt} &= -\frac{v_2}{L}
\end{aligned} \tag{3.14}$$

3.4. Adimensionalización del modelo de Chua

El sistema dinámico que describe el comportamiento caótico del modelo de Chua debe escribirse de tal manera que sea adimensional, es decir, que no presenten unidades y queden en términos de los parámetros de control α y β . De esta manera, el sistema de ecuaciones del modelo de Chua descrito en (3.14), puede ser escrito como el sistema de ecuaciones 3.15, tomado de [15].

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= \alpha (y - x - g(x)) \\
\dot{y} &= x - y + z \\
\dot{z} &= -\beta y
\end{aligned} \tag{3.15}$$

donde $g(x)$ corresponde a la ecuación 3.7, donde, al sustituir x por v_R , que representa la caída de voltaje en el diodo de Chua o, siendo igual, el voltaje en el nodo uno V_1 , que se muestra en la Figura 3.2, se obtiene la ecuación descrita por 3.16.

$$g(x) = m_1 x + \frac{1}{2} (m_0 - m_1) [|x + 1| - |x - 1|] \tag{3.16}$$

Los parámetros α y β se han escrito de tal forma, como se ha mencionado con anterioridad, que presenten adimensionalidad. Estos parámetros se encuentran dados por 3.17 y 3.18 [13].

$$\alpha = \frac{C_2}{C_1} \tag{3.17}$$

$$\beta = \frac{R^2 C_2}{L} \quad (3.18)$$

De la misma manera, al sustituir x por v_R en (3.8) se obtiene la ecuación (3.19).

$$g(x) = \begin{cases} m_1 x + m_1 - m_0, & \text{si } x \leq -1 \\ m_0 x, & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ m_1 x + m_0 - m_1, & \text{si } 1 \leq x \end{cases} \quad (3.19)$$

3.5. Circuito de Chua ampliado

Una variación de circuito que emula el comportamiento caótico presente en el modelo dinámico de Chua, presenta una resistencia r_0 seguida del inductor, como se observa en la Figura 3.5, tomado de [13].

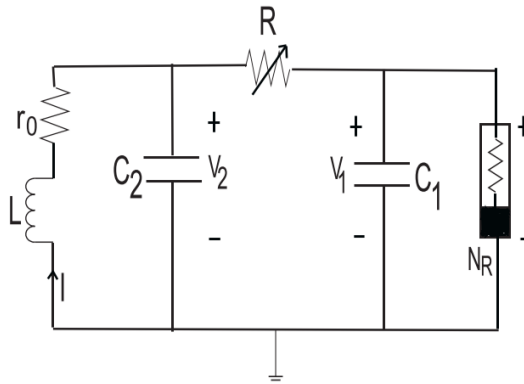


Figura 3.5: Circuito de Chua ampliado.

Dicho circuito de Chua ampliado, se rige por el sistema de ecuaciones 3.20 [13].

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \alpha (y - x - g(x)) \\ \dot{y} &= x - y + z \\ \dot{z} &= -\beta y - \gamma z \end{aligned} \quad (3.20)$$

donde el parámetro γ se encuentra dado por 3.21 [13].

$$\gamma = \frac{r_0 R C_2}{L} \quad (3.21)$$

Capítulo 4

Simulación electrónica y simulación numérica

En el capítulo anterior se han descrito dos modelos del circuito de Chua: el modelo estándar y el modelo ampliado. Para el análisis de la simulación electrónica y la simulación numérica se hará uso del modelo estándar.

4.1. Simulación electrónica

La realización de la simulación del circuito de Chua se lleva a cabo mediante el software LTspice VIII, en el cual se han implementado componentes electrónicos básicos, los cuales son: capacitores, resistencias, fuentes de alimentación y una configuración que involucra dos amplificadores operacionales, la cuál nos permite observar el comportamiento del diodo de chua. Dicho modelo se ha tomado de [5].

4.1.1. Circuito de Chua en LTspice

El circuito electrónico se realiza abriendo una hoja de trabajo en blanco. Para esto se da click sobre el ícono correspondiente que se encuentra en la barra de herramientas, como se explica en [8]. Posterior a este paso, es necesario introducir los componentes electrónicos necesarios para la creación del circuito de Chua. Para abrir la ventana donde se insertan dichos componentes, se selecciona la opción *Componente* que se encuentra en la pestaña *Editar* en la barra de herramientas, como se explica en [8]. También existe la alternativa de dar clic derecho sobre la hoja de trabajo y seleccionar la opción antes mencionada, o bien sólo presionar *F2*. Una vez abierta la ventana donde se encuentran todos los componentes electrónicos, se eligen los de interés para el circuito de Chua, que

se muestran en la Figura 3.2.

Como se ha mencionado con anterioridad, la equivalencia del diodo de Chua para su aplicación electrónica se muestra en la Figura 4.1.

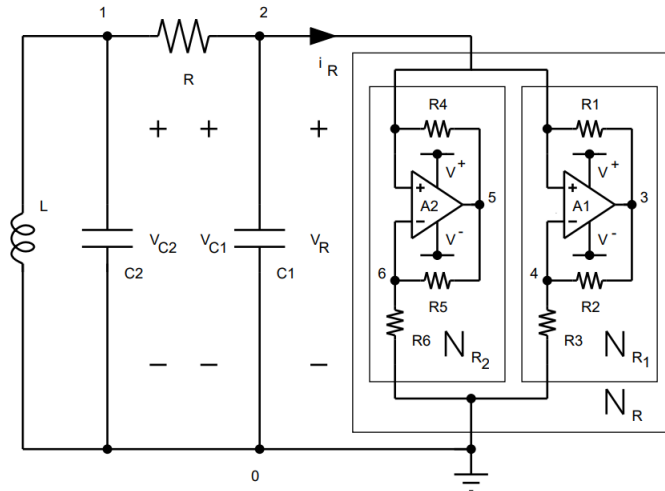


Figura 4.1: Equivalencia electrónica del diodo de Chua.

Una vez se han insertados todos los componentes electrónicos es necesario realizar las conexiones correspondientes entre ellos. Para esto, se selecciona el ícono de *cableado* que se encuentra en la barra de herramientas, además de seleccionar la terminal *tierra* que se selecciona directamente en la barra de herramientas, como se muestra en [8].

Las fuentes de alimentación se insertan de igual manera que los componentes electrónicos. Se insertan dos con la finalidad de alimentar a los amplificadores operacionales a 15 volts. Esta combinación de fuentes de alimentación se realiza con la finalidad de configurar una fuente de alimentación bipolar para la correcta alimentación de dichos amplificadores operacionales. De esta manera, el circuito electrónico de Chua resultante implementado en el software de simulación LTspice se muestra en la Figura 4.2.

Como se observa en la Figura 4.2, se han colocado etiquetas entre los amplificadores operacionales y las fuentes de alimentación con la finalidad de tener espacio para una correcta apreciación y un orden sin tener demasiados cables que obstruyan la visualización del circuito.

Los valores para el inductor $L1$, la resistencia $R1$, y ambos capacitores, $C1$ y $C2$ han

sido tomados de [14], mientras que los valores que se han dado al arreglo entre resistencias y amplificadores operacionales han sido tomados de [4]. Dichos valores pueden observarse en el Cuadro 4.1.

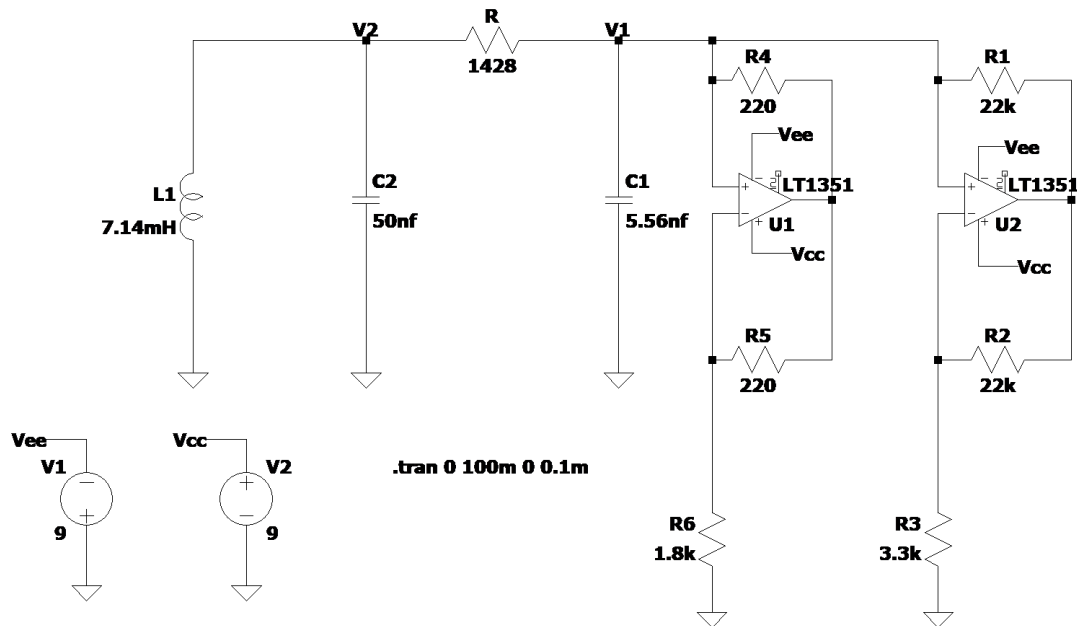


Figura 4.2: Circuito de Chua implementado en LTSpice.

La configuración para correr la simulación se realiza con la elección del tipo de análisis, que para este caso es transiente escogida en la ventana *Editar comandos de simulación*, dentro de la pestaña *Simulación* que se encuentra en la barra de herramientas, como se muestra en [8]. Los valores proporcionados son: un tiempo de simulación de $50ms$ y un incremento del tiempo de simulación de $0,1ms$.

El análisis en el tiempo (*Transiente*) representa el tiempo en el eje de abscisas, en tanto que, en el eje de ordenadas representa cualquiera de las variables eléctricas interpretadas por SPICE o una expresión matemática definida por el usuario [8].

Componente electrónico	Valor	Componente electrónico	Valor
Inductor (L1)	7.4mH	R1 = R2	22K Ω
Capacitor (C2)	50nF	R3	3.3K Ω
Resistor (R1)	1428 Ω	R4 = R5	220 Ω
Capacitor (C1)	5.56nF	R6	1.8K Ω

Cuadro 4.1: Valores de los componentes electrónicos.

4.2. Simulación numérica

Al tener las ecuaciones 3.15, 3.16 y 3.19 en términos de las variables x , y y z , se inicia la implementación del sistema de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento caótico del modelo de Chua en el software Matlab trabajando en conjunto con su herramienta de trabajo Simulink.

En un inicio, se abre la ventana de Simulink desde la pestaña *HOME* en la barra de herramientas del software Matlab, de la manera en que se muestra en la Figura 4.3.

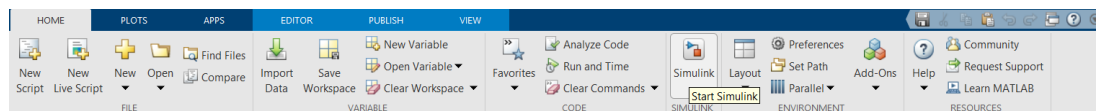


Figura 4.3: Abrir ventana de trabajo Simulink.

Posteriormente, se crea un nuevo modelo dando click sobre la pestaña *Blank Model*, como se muestra en la Figura 4.4.

En la ventana de trabajo Simulink se creará el diagrama de bloques correspondiente al sistema de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento dinámico caótico del modelo de Chua.

Para seleccionar los componentes que serán utilizados para la creación del diagrama

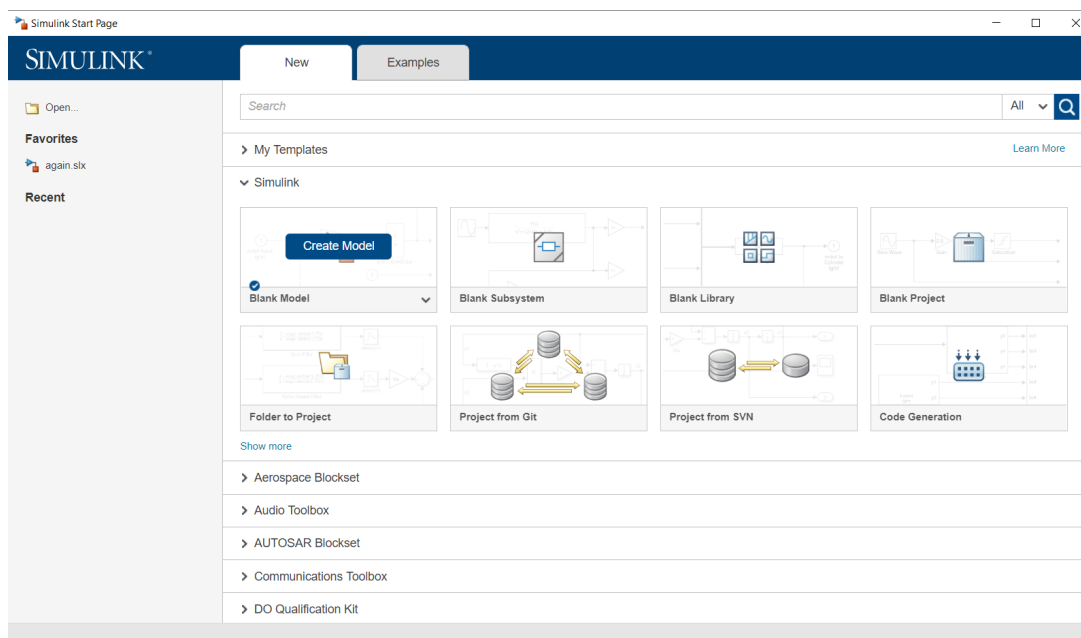


Figura 4.4: Crear nuevo modelo en blanco.

de bloques se da click sobre el ícono *Library Browser* que se encuentra sobre la pestaña *SIMULATION*, como se muestra en la Figura 4.5.

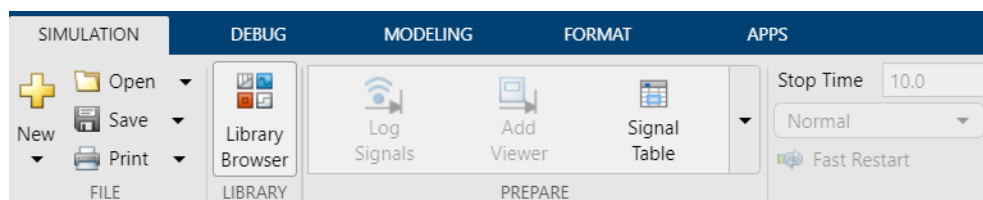


Figura 4.5: Insertar bloques de operaciones.

Al abrirse la ventana *Simulink Library Browser*, es posible encontrar dichos bloques al introducir su nombre en la pestaña de *Enter search term*, como se muestra en la Figura 4.6. Los bloques que se utilizan para la creación del modelo dinámico caótico de Chua y pueden ser buscados mediante este proceso son los que se muestran en el Cuadro 4.2.

El diagrama de bloques implementado en Simulink se muestra en la Figura 4.7. Dicho diagrama de bloques es creado en un subsistema seleccionandolo y dando click en el ícono *Create Subsystem* como se también se muestra en la Figura 4.7.

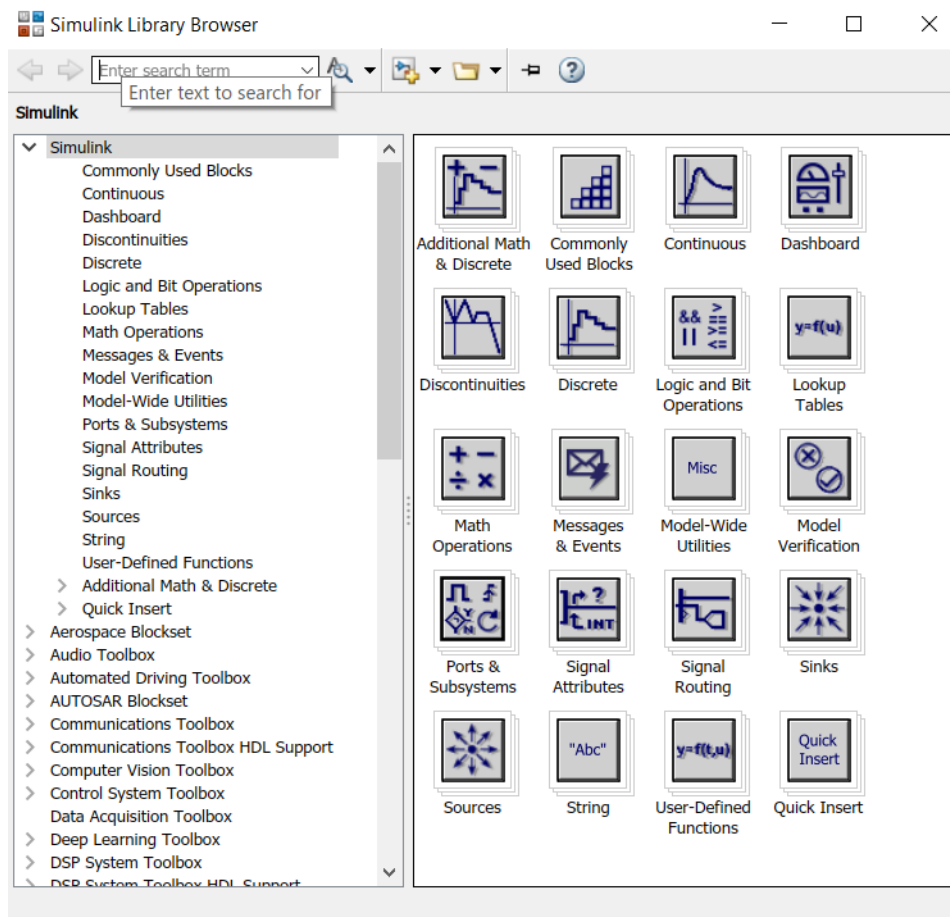


Figura 4.6: Búsqueda bloques de operaciones en Simulink.

En simulink es necesario mandar las variables de salida que han sido implementadas mediante las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento dinámico caótico del modelo de Chua. Estas variables se mandan hasta el código fuente de Matlab Figura 4.8. Adicionalmente, se muestra que mediante el bloque *XY Graph* es posible graficar los espacios de fase directamente desde Simulink.

Adicionalmente el código fuente (o script) implementado en Matlab se muestra en Cuadro 4.3

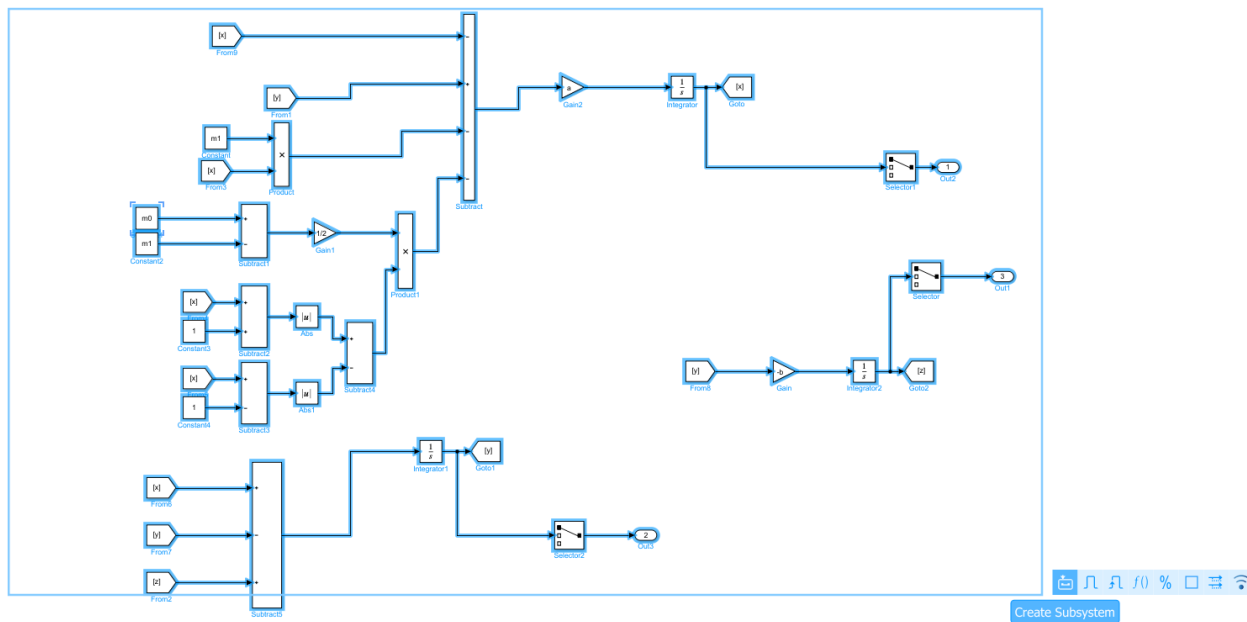


Figura 4.7: Diagrama de bloques como subsistema.

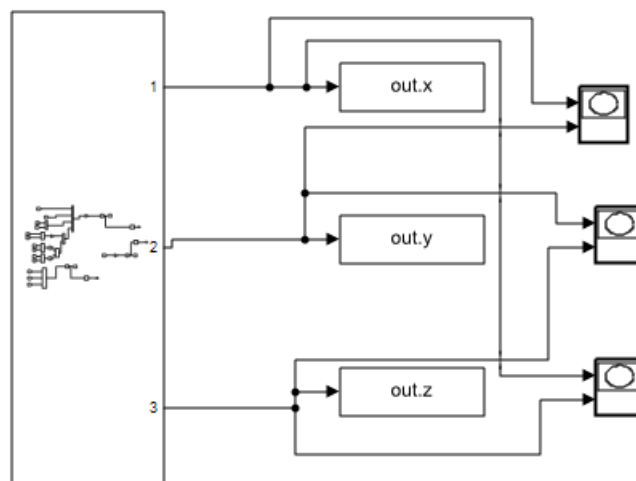







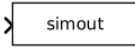






Figura 4.8: Diagrama de bloques resultante.

Nombre	Icono	Nombre	Icono
From		Out	
Goto		Product	
Constant		Abs	
Subtract		To workspace	
Gain		XY Graph	
Integrator		Selector	

Cuadro 4.2: Bloques de operaciones.

```

clc; clearvars; close all;
a=15.6;% parámetro alpha
b=25;% parámetro beta
m0=-8/7;% pendiente con mayor inclinación en el centro del comportamiento no lineal
del diodo de Chua
m1=-5/7;% pendiente con menor inclinación en los extremos del comportamiento no
lineal del diodo de Chua
R=sim('SimuChua',50);%Llamada a la función en Simulink con un tiempo de simulación
de 50seg
plot(R.x.signals.values(:,1),R.y.signals.values(:,1),'g','LineWidth',2);%Espacio de fase x-y
grid on;
set(gca,'color','k','xcolor','w','ycolor','w','zcolor','w');
set(gcf,'color','k');
xlabel('x')
ylabel('y')
figure()
plot(R.x.signals.values(:,1),R.z.signals.values(:,1),'g','LineWidth',2);%Espacio de fase x-z
set(gca,'color','k','xcolor','w','ycolor','w','zcolor','w');
set(gcf,'color','k');
grid on;
xlabel('x')
ylabel('z')
figure()
plot(R.y.signals.values(:,1),R.z.signals.values(:,1),'g','LineWidth',2);%Espacio de fase y-z
set(gca,'color','k','xcolor','w','ycolor','w','zcolor','w');
set(gcf,'color','k');
grid on;
xlabel('y')
ylabel('z')
figure() %Gráfica trimimensional del sistema caótico
plot3(R.x.signals.values(:,1),R.y.signals.values(:,1),R.z.signals.values(:,1),'g','LineWidth',2);
set(gca,'color','k','xcolor','w','ycolor','w','zcolor','w');
set(gcf,'color','k');
grid on;
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('z')

```

Cuadro 4.3: Código fuente para la simulación numérica.

Capítulo 5

Resultados de las simulaciones electrónica y numérica

5.1. Resultados de la simulación electrónica

El resultado para la simulación electrónica, al graficar el voltaje en el nodo 1 $V1$ contra el voltaje en el nodo dos $V2$, descrita en el Capítulo 2 se muestra en la Figura 5.1.

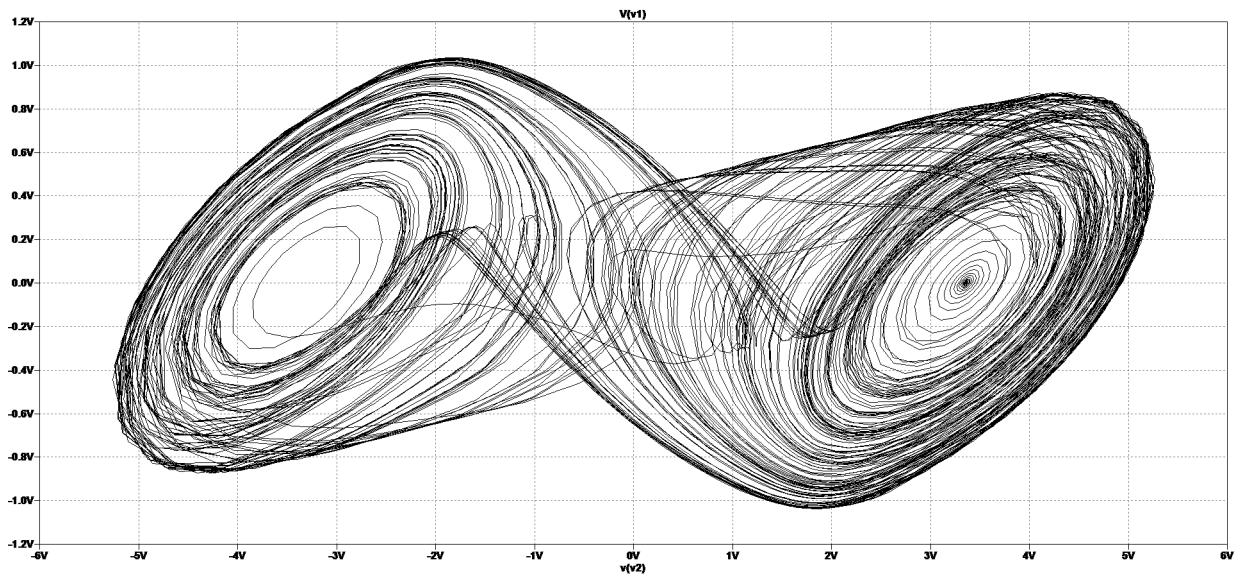


Figura 5.1: Resultado obtenido de la simulación electrónica del circuito de Chua.

Si se modifica el tiempo de simulación, es posible apreciar más ciclos, o menos, dependiendo del mismo. Por ejemplo, si se realiza un barrido a $10ms$ de la simulación,

obtenemos únicamente una espiral, como se muestra en la Figura 5.2. Por el contrario, si se aumenta el tiempo de barrido en la simulación, se obtiene una mayor cantidad de ciclos, como lo es en el caso de aplicar $100ms$, como se muestra en la Figura 5.3.

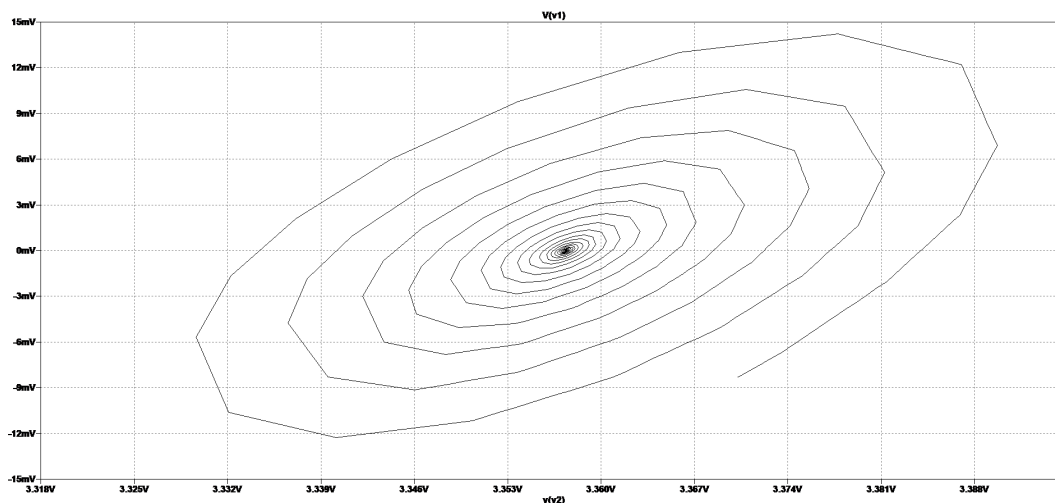


Figura 5.2: Simulación electrónica del circuito de Chua a 12.5ms.

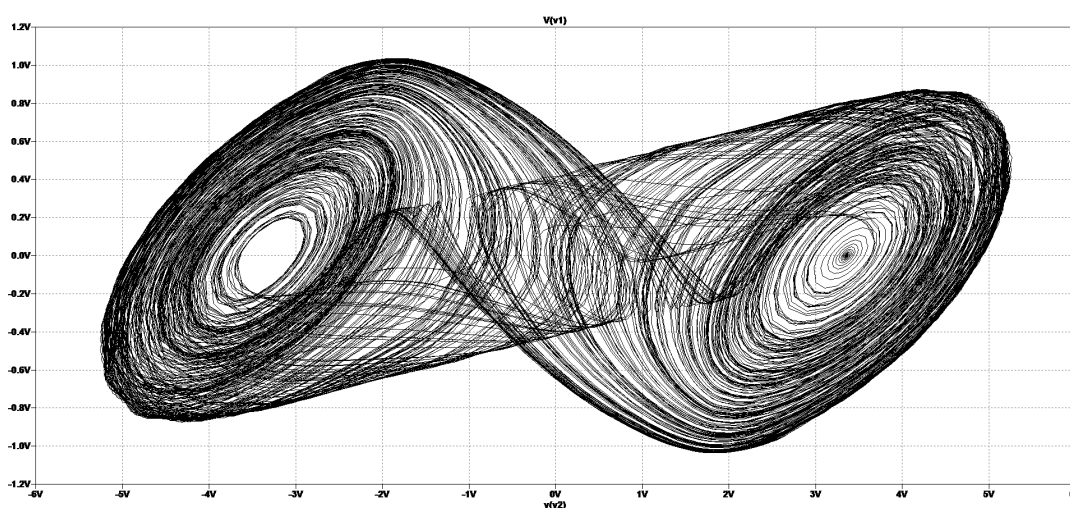


Figura 5.3: Simulación electrónica del circuito de Chua a 100ms.

Dentro del modelo de Chua, en cierta región de parámetros, este se comportará de manera similar al atractor de Rossler, es decir, en lugar de exhibir dos atractores (o espiral) [17], exhibirá únicamente uno. Para llevar el comportamiento caótico del circuito de Chua al atractor de Rossler se pueden alterar tres parámetros: aumentar la

resistencia R , aumentar el valor del capacitor C_1 o bien disminuir el valor del capacitor C_2 . En la Figura 5.4 se ha aumentado, sin modificar ningún otro parámetro, el valor para la resistencia $R = 1428\Omega$ a $R = 1460\Omega$; regresando el valor de la resistencia R a su valor original, se incrementa el valor del capacitor $C_1 = 5,56nF$ a $C_1 = 5,70nF$ (véase la Figura 5.5); por último, en la Figura 5.6 se ha disminuido el valor del capacitor $c_2 = 50nF$ a $c_2 = 45nF$, regresando el valor del capacitor C_1 a su valor original y sin modificar ningún otro parámetro.

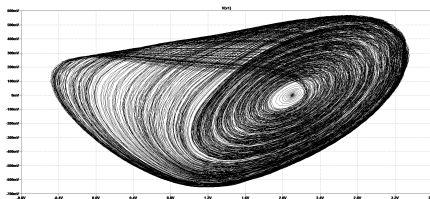


Figura 5.4:

Incremento del valor de R de 1428Ω , correspondiente al atractor de Chua, a 1560Ω , emulando al atractor de Rossler

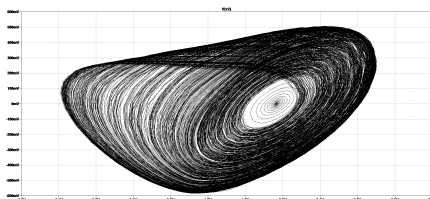


Figura 5.5:

Incremento del valor de C_1 de $5,54nF$, correspondiente al atractor de Chua, a $5,70nF$, emulando al atractor de Rossler

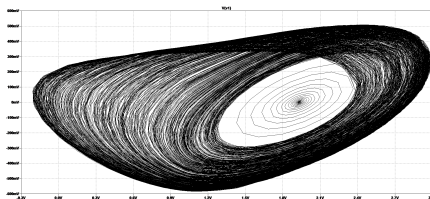
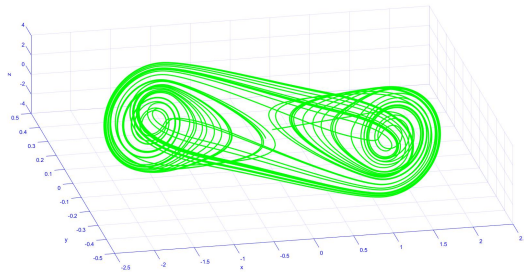


Figura 5.6:

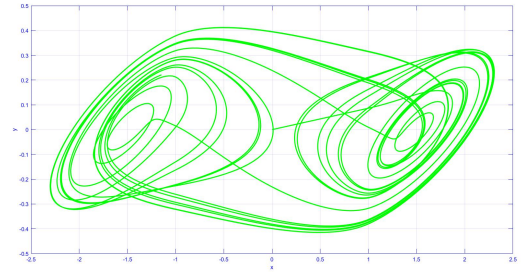
Decremento del valor de C_2 de $50nF$, correspondiente al atractor de Chua, a $45nF$, emulando al atractor de Rossler

5.2. Resultados de la simulación numérica

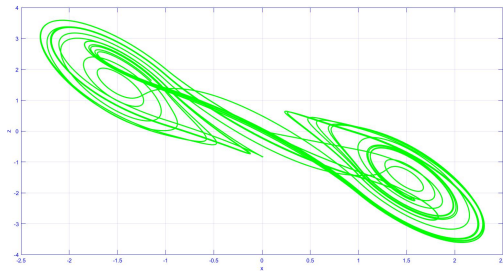
Dentro de la simulación numérica se ha obtenido el modelo tridimensional, mostrado en la Figura 5.7a, que a diferencia de la simulación electrónica, se ha realizado en un tiempo de 50s



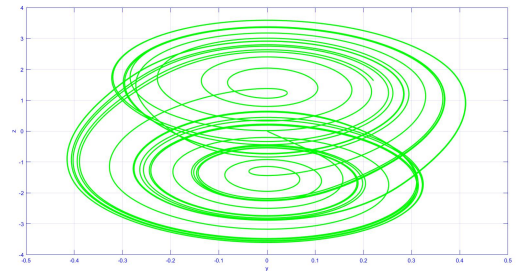
(a) Simulación numérica tridimensional.



(b) Espacio de fase en el plano $x - y$.



(c) Espacio de fase en el plano $x - z$.



(d) Espacio de fase en el plano $y - z$.

Figura 5.7: Simulación numérica en un tiempo de 50s.

Por otra parte, también se han obtenido los espacios de fase proyectados sobre los tres planos: el plano $x - y$, el plano $x - z$ y el plano $y - z$, mostrados en las Figuras 5.7b, 5.7c y 5.7d respectivamente.

Al igual que en el caso de la simulación electrónica, si aumentamos el tiempo de simulación se obtienen mayor cantidad de ciclos, como se observa en la Figura 5.8. Si reducimos el tiempo de simulación, la cantidad de ciclos es menor provocando que incluso se obtenga un único espiral, como se observa en la Figura 5.9

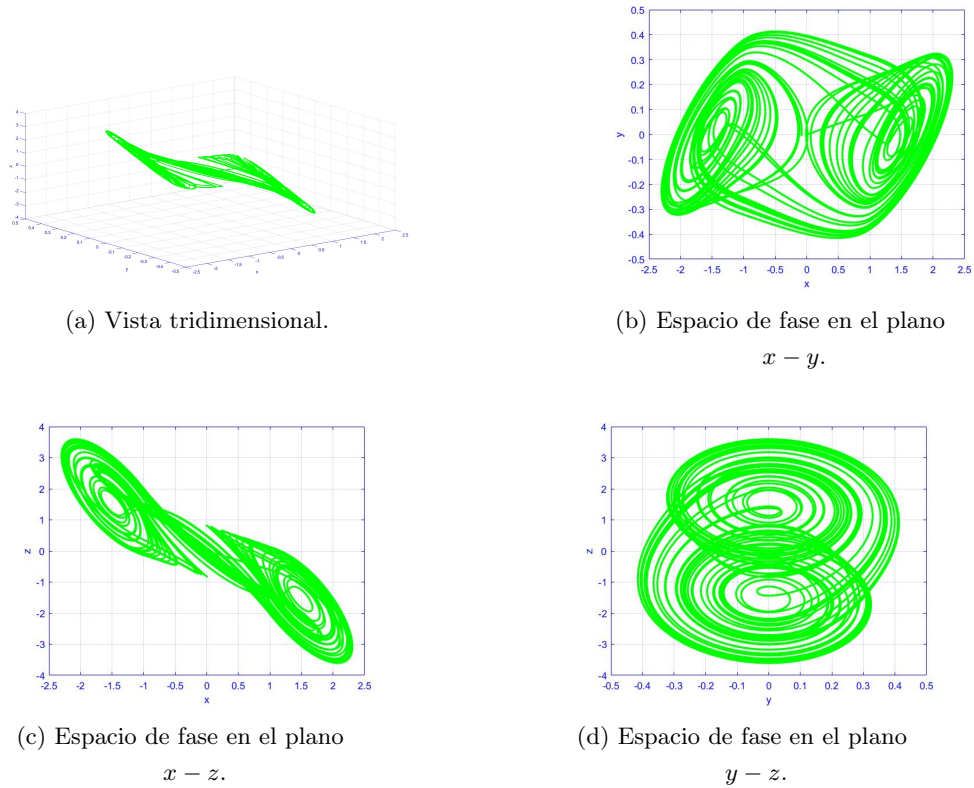
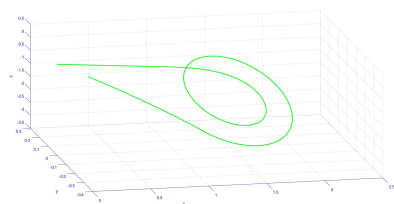


Figura 5.8: Simulación numérica en un tiempo de 100s.

De manera similar como se ha realizado la variación de los parámetros R , C_1 y C_2 en la simulación electrónica, también es posible llevar la simulación numérica del comportamiento caótico del modelo de Chua con dos espirales, a presentar un comportamiento similar al atractor de Rossler con un sólo espiral. Para observar este fenómeno, es posible aumentar el valor de β debido a que esta en función de la resistencia R y del capacitor C_2 , o también es posible disminuir el valor de α debido a que se encuentra en función del capacitor C_1 y del capacitor C_2 . La Figura 5.10 muestra la implementación del modelo de Chua disminuyendo el parámetro de $\alpha = 15,6$ a $\alpha = 13,2$, emulando el comportamiento caótico del atractor de Rossler, mientras que, por otro lado, la Figura 5.11 muestra también, regresando el valor de α a su valor original, la emulación del atractor de Rossler, sin embargo, en esta ocasión mediante el aumento del parámetro β de 25 a 32. Es preciso recordar que estos parámetros son adimensionales.



(a) Vista tridimensional.

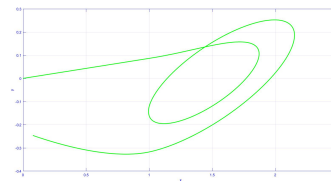
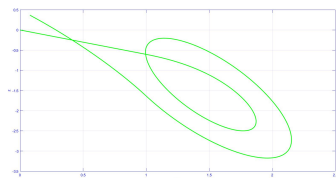
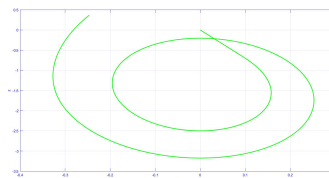
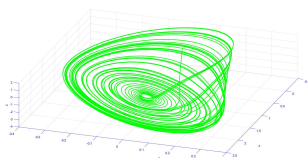
(b) Espacio de fase en el plano
 $x - y$.(c) Espacio de fase en el plano
 $x - z$.(d) Espacio de fase en el plano
 $y - z$.

Figura 5.9: Simulación numérica en un tiempo de 5s.



(a) Vista tridimensional.

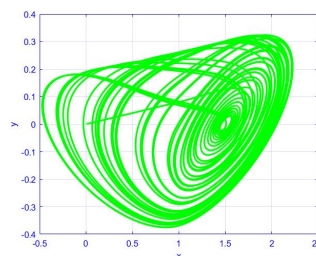
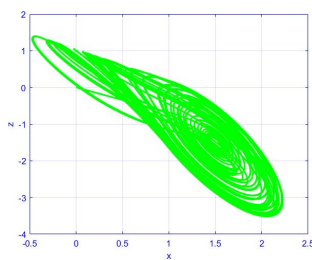
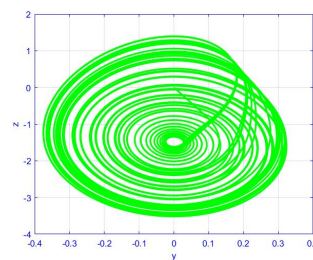
(b) Espacio de fase en el plano
 $x - y$.(c) Espacio de fase en el plano
 $x - z$.(d) Espacio de fase en el plano
 $y - z$.

Figura 5.10:

Decremento del parámetro de α de 15,6, correspondiente al atractor de Chua, a 13,2, emulando al atractor de Rossler..

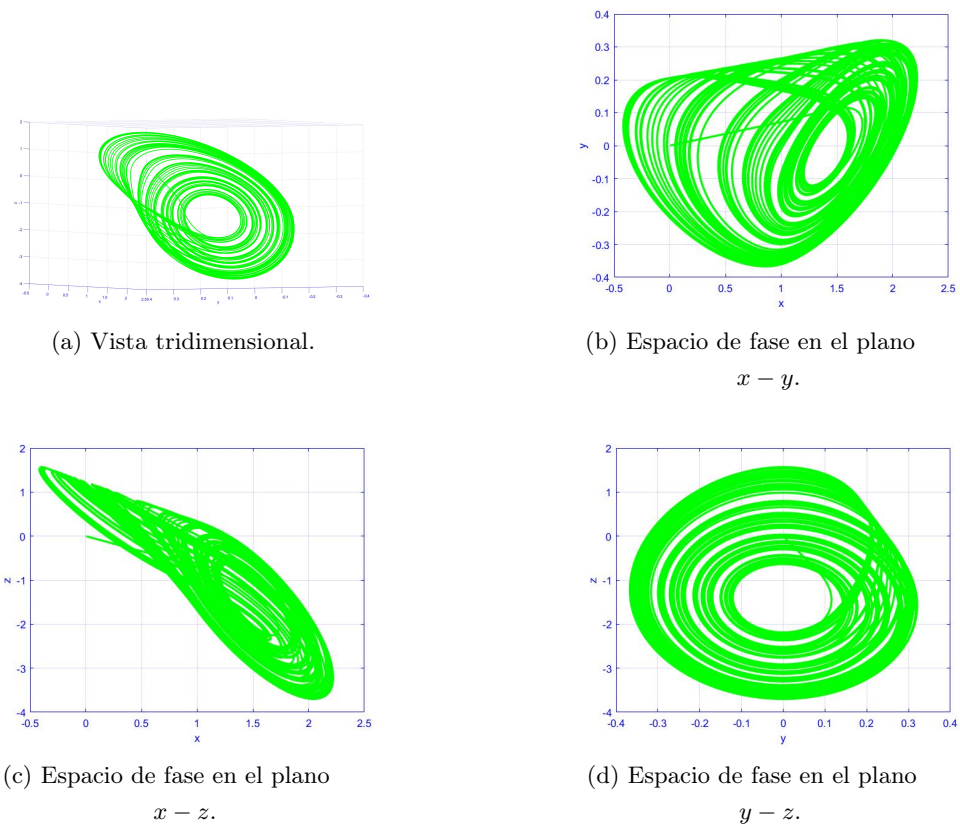


Figura 5.11:

Incremento del parámetro de β de 25, correspondiente al atractor de Chua, a 32, emulando al atractor de Rossler.

Capítulo 6

Implementación experimental física del circuito de Chua.

6.1. Hardware, firmware y software.

6.1.1. Hardware

La implementación física del circuito de Chua tiene como objetivo su estructuración en un protoboard. En dicho protoboard será constituido el circuito de Chua, el cual consta de componentes electrónicos que son el inductor, la resistencia (tomando en cuenta que será utilizado el modelo estándar), los dos capacitores, el arreglo que reemplaza el comportamiento no lineal presente en el diodo de Chua, el cual está dado por dos amplificadores operacionales y sus resistencias correspondientes. También serán utilizadas las respectivas fuentes de poder para alimentar a los amplificadores operacionales. Este circuito electrónico representando el modelo de Chua, será cableado de tal manera como se observa en la Figura 4.2. Será necesario poder adquirir y visualizar los datos presentes en este circuito, para ello se hará uso de un dispositivo electrónico y un PC que permite la observación del comportamiento caótico que será recibido por dicho dispositivo.

Es importante controlar de manera manual el incremento o decremento de la resistencia R mediante la selección de una resistencia variable o bien, como se ejemplifica en [18], la modulación de la capacitancia de los capacitores C_1 o C_2 .

6.1.2. Firmware

Como se ha mencionado, es de vital importancia implementar un dispositivo que permita la obtención de la lectura de los datos enviados desde el circuito electrónico

que presenta el comportamiento caótico del circuito de Chua, procesarlos para su correspondiente control de parámetros (como se indica en el capítulo de simulaciones, ya sea el parámetro α o el parámetro β) y su respectivo reenvío a un software que permita su visualización. Como dicho dispositivo se propone el apoyo de un microcontrolador, contenido en la tarjeta *arduino* [19] o, como propuesta, en una *tarjeta raspberry pi*.

6.1.3. Software

Para la visualización de los datos leídos del circuito de Chua por el microcontrolador, es necesario integrar un software que permita incluso el control virtual de los parámetros α y β y no sólo de manera manual desde la variación del valor los componentes electrónicos en el circuito físico. En [19] utilizan *Python* para la visualización de los datos leídos por el microcontrolador presente en la tarjeta *arduino*. Para la presente implementación física del circuito de Chua también se propone el uso de *Python* para observar una interface que muestra el comportamiento caótico de dicho circuito, mismo en el que, recientemente, se han encontrado atractores ocultos como los auto-excitados [20]

Capítulo 7

Coincidencia entre la simulación numérica y la simulación electrónica

7.1. Análisis del diodo de Chua.

Al obtener el comportamiento en el Diodo de Chua graficando la corriente total que pasa a través de este, contra su respectivo voltaje, es posible observar los puntos de ruptura B_p . Al medir con el apoyo de los cursores en el software de simulación LTspice, se observa en la Figura 7.1 que su respectivo valor sobrepasa la unidad.

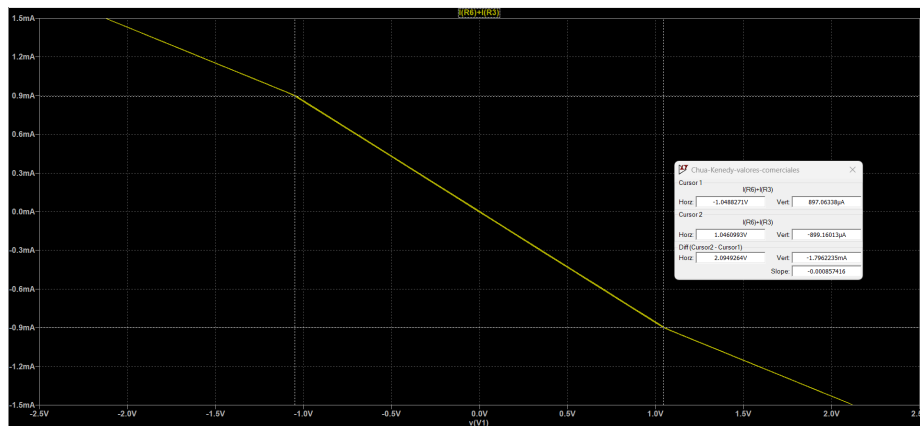


Figura 7.1: Puntos de ruptura B_p .

Para poder modificar y acercar el valor del voltaje E en el punto de ruptura B_p a la unidad, se modifica el valor del resistor R_6 mediante la ecuación 7.1, donde E_{sat} es el

voltaje de saturación de los amplificadores operacionales, que, para este caso es $E = 1V$.

$$R_6 = \left(\frac{R_5}{E_{sat} - 1} \right) E = \frac{2,2k\Omega}{(8,3V) - 1} = 3013,6986\Omega; \quad (7.1)$$

En este caso, el resistor R_6 ha sido reducido de $3,3k\Omega$ a $3,014k\Omega$, redondeando el valor obtenido mediante la ecuación 7.1, mostrando nuevamente el valor de los puntos de ruptura B_p en Figura 7.2, donde se observa que en este caso se encuentran en la unidad.

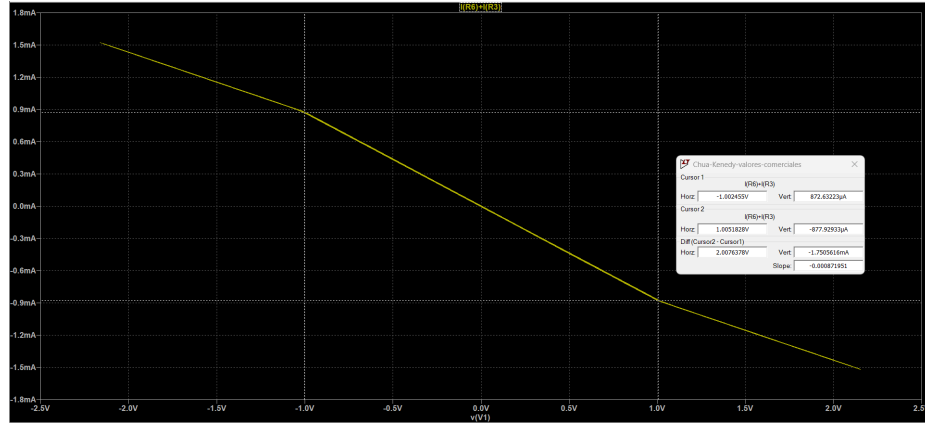


Figura 7.2: Puntos de ruptura B_p .

7.2. Procedimiento para verificar la coincidencia entre la simulación electrónica y la simulación numérica.

El modelo que se ha utilizado es el implementado por Chua-Kennedy mostrado en [14]. Retomando el cambio de valor del resistor $R_6 = 3,014k\Omega$ para la configuración de los dos amplificadores operacionales que ejemplifica el comportamiento no lineal del diodo de Chua, se debe obtener el valor de cada una de las dos pendientes negativas mediante las fórmulas 7.2 y 7.3 presentadas en [14].

$$m_0 = \frac{-R_2}{R_1 R_3} - \frac{R_5}{R_4 R_6}; \quad (7.2)$$

$$m_1 = \frac{-R_2}{R_1 R_3} + \frac{1}{R_4}; \quad (7.3)$$

Para la obtención de los valores de dichas pendientes, la tabla 4.1 muestra los valores proporcionados por [14] para las resistencias implementadas en el diodo de Chua.

El valor de las pendientes para el diodo de Chua se muestran en 7.4 y 7.5.

$$m_0 = -\frac{220\Omega}{(220\Omega)(1,8k\Omega)} - \frac{22k\Omega}{(22k\Omega)(3,014k\Omega)} = -887,3406u; \quad (7.4)$$

$$m_1 = \frac{220\Omega}{(220\Omega)(22k\Omega)} - \frac{1}{1,8k\Omega} = -510,1010u; \quad (7.5)$$

Conociendo el valor de las pendientes m_0 y m_1 , es posible obtener el valor para la resistencia R , que se muestra en la imagen 3.2, mediante las ecuaciones 7.6 y 7.7.

$$Rm_0 = M_0; \quad (7.6)$$

$$Rm_1 = M_1; \quad (7.7)$$

donde M_0 y M_1 son los valores implementados en la simulación numérica, mientras que m_0 y m_1 son las pendientes observadas en el comportamiento del diodo de Chua. Entonces, al tener las dos pendientes, es posible encontrar dos valores para la resistencia R , como se muestra en

$$R = \frac{M_0}{m_0} = \frac{-\frac{8}{7}}{-887,3406u} = 1287,9577\Omega; \quad (7.8)$$

$$R = \frac{M_1}{m_1} = \frac{-\frac{5}{7}}{-510,1010u} = 1400,2829\Omega; \quad (7.9)$$

Una vez obtenido el valor para el resistor R , es posible obtener el valor para los capacitores C_1 y C_2 , mostrados en la Figura 3.2, mediante la aplicación de la fórmula 7.10.

$$\alpha = \frac{C_2}{C_1}; \quad (7.10)$$

Entonces, tomando el valor del parámetro $\alpha = 15,6$ mostrado en el cuadro 4.3, se tiene la relación 7.11.

$$C_2 = 15,6C_1; \quad (7.11)$$

Proponiendo un valor para el capacitor $C_1 = 10nF$, el valor para el capacitor C_2 se muestra en 7.12.

$$C_2 = 15,6(10nF) = 156nF; \quad (7.12)$$

Al obtener el valor para la resistencia R y para el capacitor C_2 , es posible conocer el valor para el inductor L mediante la expresión 7.13;

$$\beta = \frac{R^2 C_2}{L}; \quad (7.13)$$

Al despejar L , se obtiene la ecuación 7.14.

$$L = \frac{R^2 C_2}{\beta}; \quad (7.14)$$

7.2.1. Para $R=1287.9577 \Omega$.

Entonces, tomando en cuenta que $\beta = 25$, mostrado en el cuadro 4.3, y que utilizando el valor para la resistencia R obtenido con el uso de la pendiente m_0 , mostrado en 7.8 el valor para el inductor L se observa en 7.15.

$$L = \frac{(1287,957\Omega)^2(156nF)}{25} = 10,3511mH; \quad (7.15)$$

Se han obtenido los valores ideales para ir de la simulación numérica a la simulación electrónica.

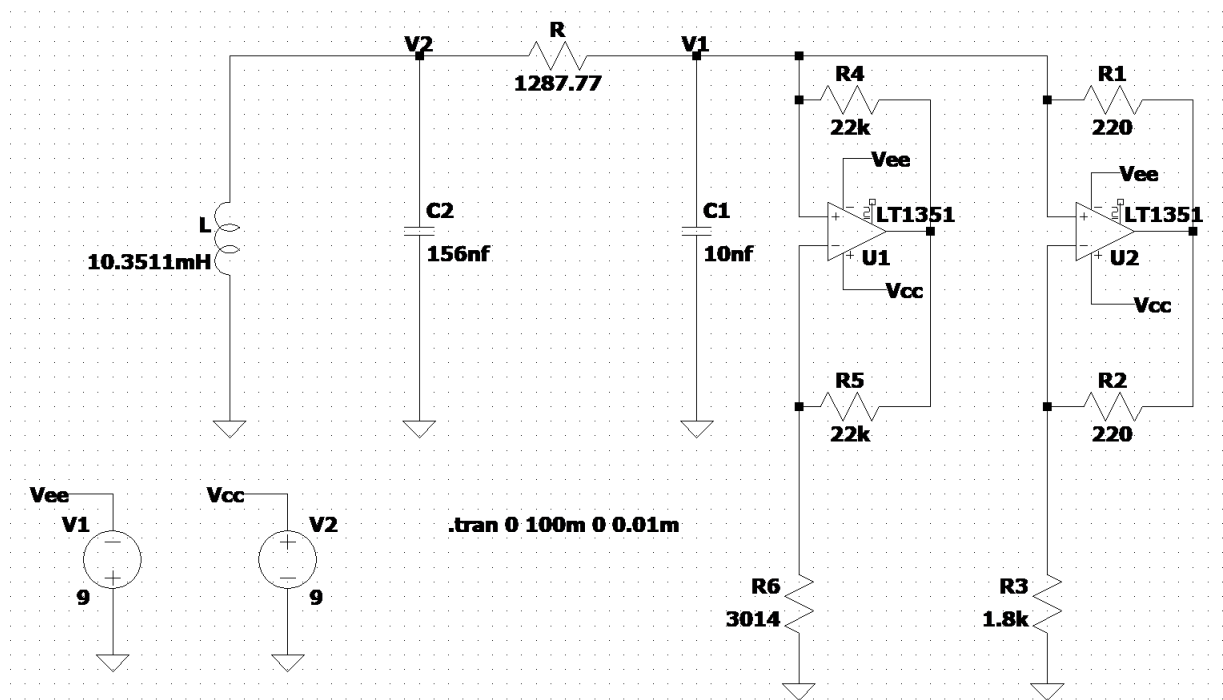


Figura 7.3: Circuito electrónico obtenido a partir de la simulación numérica con valores ideales.

Para proponer un circuito físico, es necesario proponer valores comerciales para los componentes electrónicos ya mencionados. En la Figura 7.3 se observa dicho circuito electrónico implementado en LTspice, mientras que en la Figura 7.4 se observa su comportamiento caótico mediante los dos atractores y las pendientes negativas m_0 y m_1 del comportamiento del diodo de Chua.

7.2.2. Para $R=1400.2829 \Omega$.

Utilizando el valor para la resistencia R obtenido con el uso de la pendiente m_1 , mostrado en 7.8 el valor para el inductor L se observa en 7.16.

$$L = \frac{(1400,2829\Omega)^2(156nF)}{25} = 12,2353mH; \quad (7.16)$$

En la Figura 7.5 se observa dicho circuito electrónico implementado en LTspice, mientras que en la Figura 7.6 se observa su comportamiento caótico mediante los dos atractores y las pendientes negativas m_0 y m_1 del comportamiento del diodo de Chua.

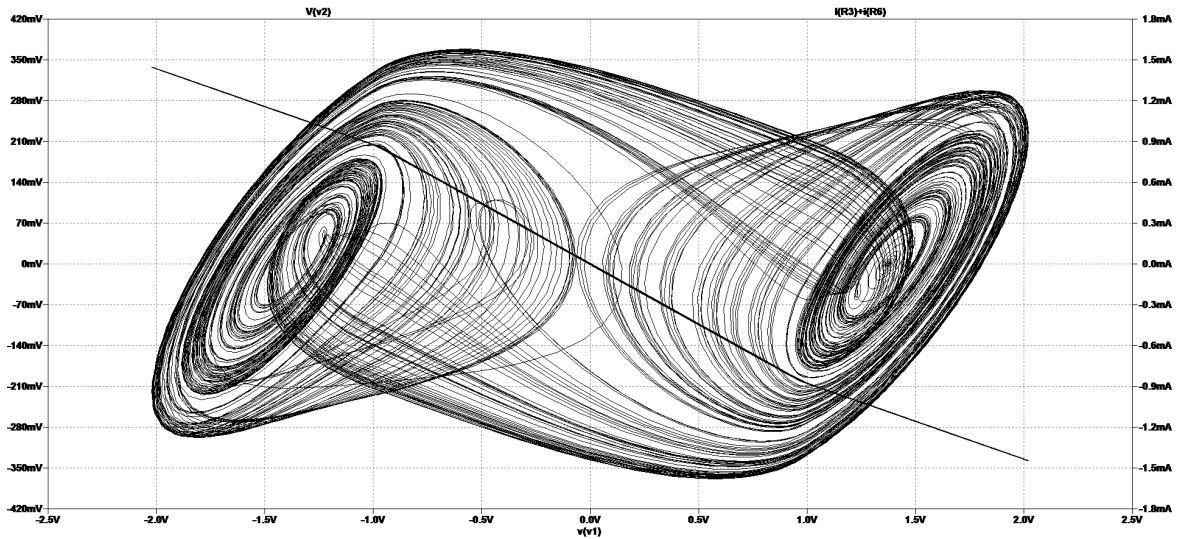


Figura 7.4: Comportamiento caótico del circuito electrónico obtenido a partir de la simulación electrónica.

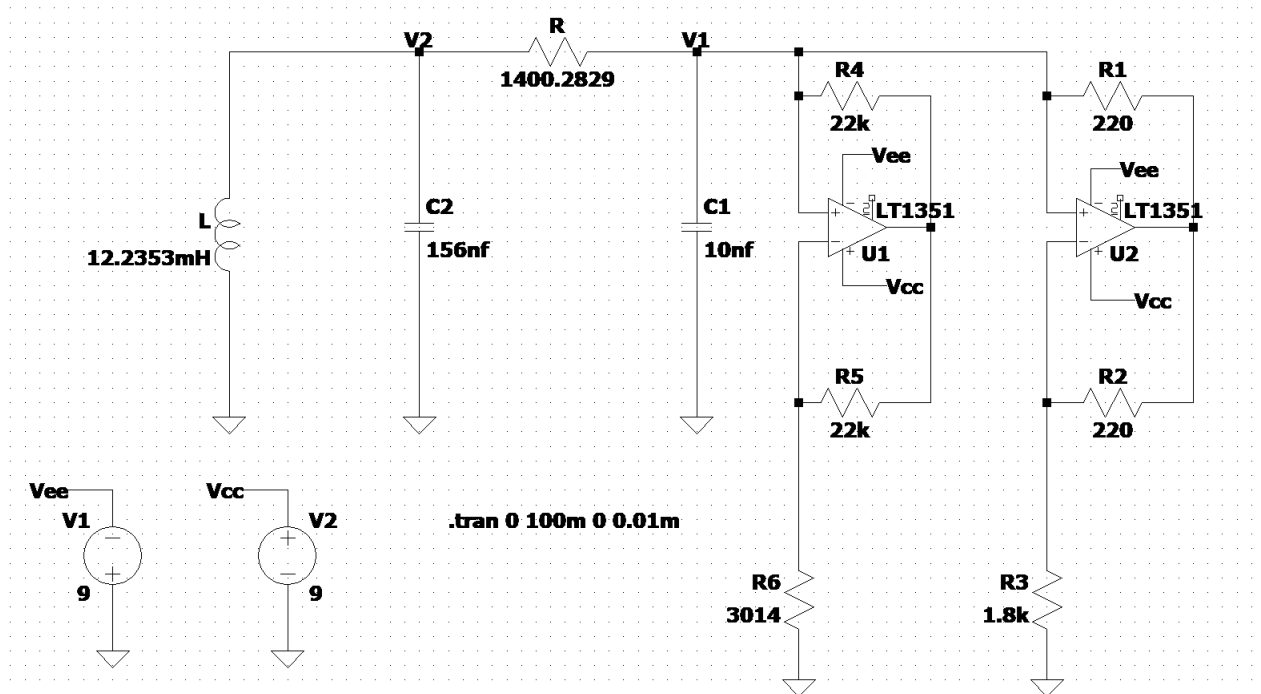


Figura 7.5: Circuito electrónico obtenido a partir de la simulación numérica con valores ideales.

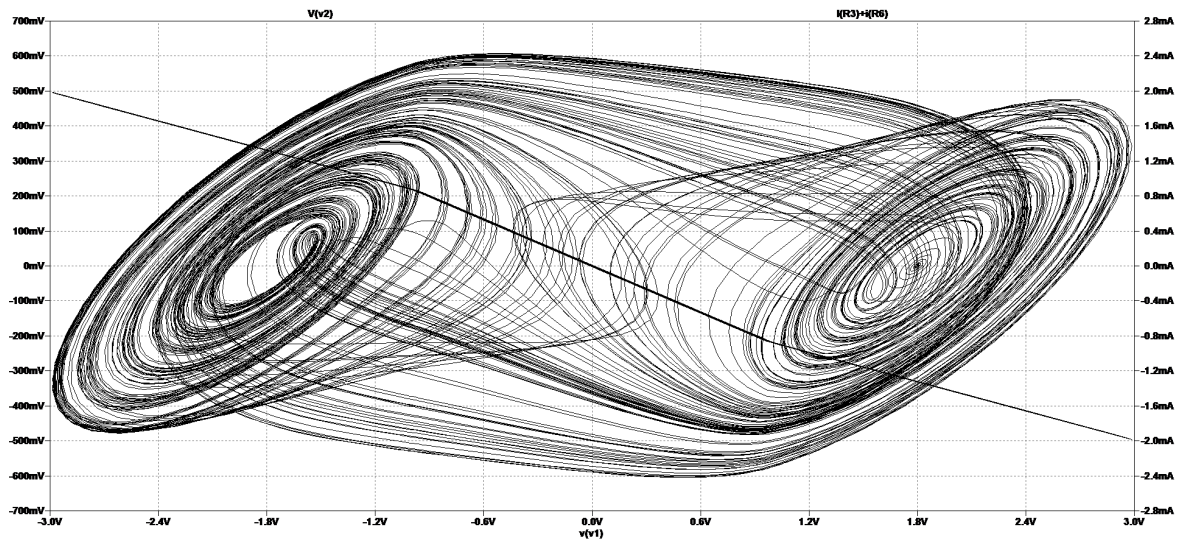


Figura 7.6: Comportamiento caótico del circuito electrónico obtenido a partir de la simulación electrónica.

7.3. Elección del circuito electrónico.

Para elegir el circuito electrónico, se comparan ambas propuestas con la simulación numérica. En Figura 7.7 se observa el valor de la variable x , correspondiente al voltaje V_1 del circuito electrónico, mientras que en Figura 7.8 se observa el valor de la amplitud para la variable y , correspondiente al voltaje V_2 .

Como se observa, para la simulación numérica, el valor máximo para la variable x es de 2,30553, mientras que para la variable y es de 0,412282. En la Figura 7.6 se aprecia que, para la resistencia $R = 1400,2829\Omega$, el valor del voltaje V_1 se aproxima a los $\pm 3v$, correspondientes a la variable x y que el valor máximo para el voltaje V_2 supera los $\pm 600mv$. La Figura 7.4 parece ser que es la más próxima a los valores obtenidos por parte de la simulación numérica, sin embargo, para apreciar una medida aproximada para el los valores máximos correspondientes a los voltajes v_1 y v_2 , se hace uso de la Figura 7.9, donde se observa que el valor máximo para el voltaje v_1 es $\pm 2,0195v$, mientras que para el voltaje v_2 es $\pm 365,6537mv$.

El comportamiento más cercano al de la simulación numérica es el emitido por el circuito electrónico mostrado en la Figura 7.3 con la resistencia $R = 1287,9577\Omega$. Debido a esto, se elige como el circuito electrónico para las siguientes pruebas.

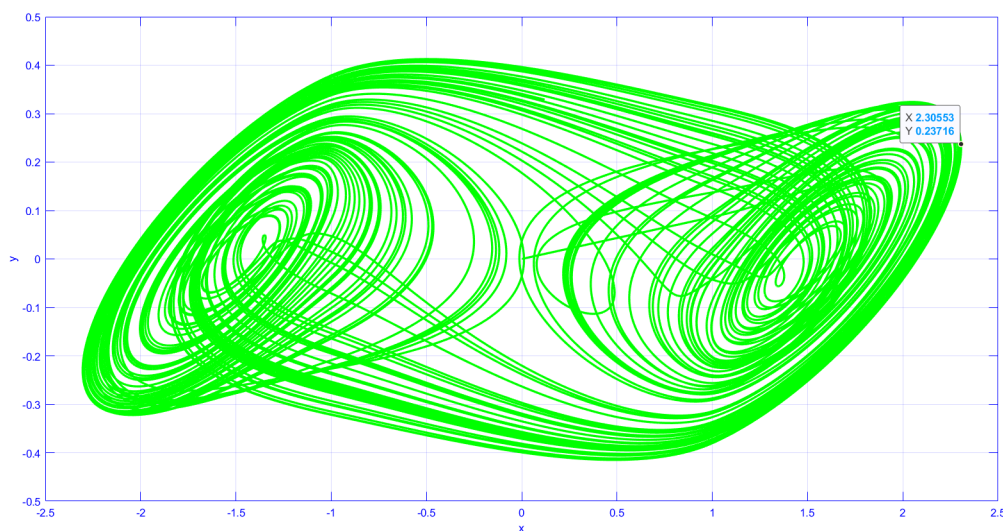
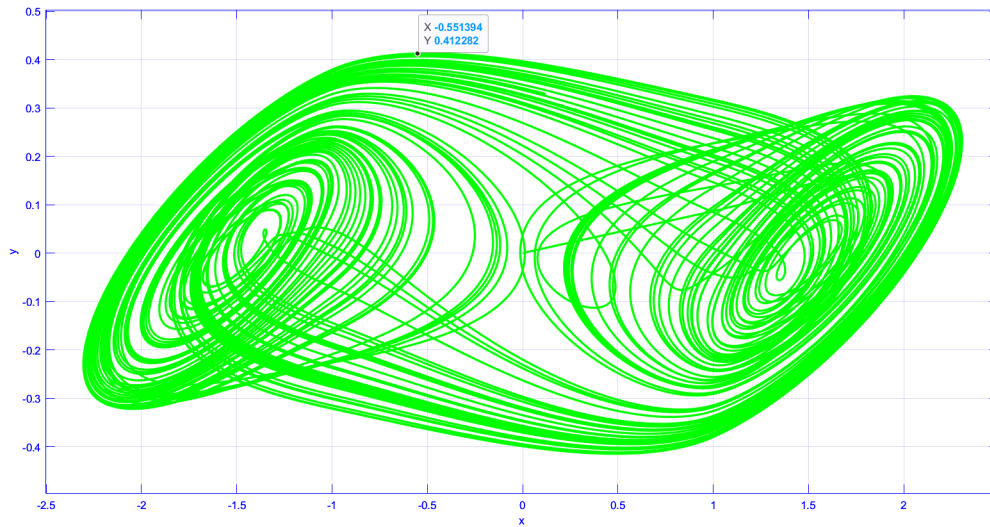


Figura 7.7: Valor de la variable x .

7.4. Propuesta de valores comerciales.

En la Tabla 7.1 podemos observar el valor ideal de los componentes electrónicos del circuito mostrado en la Figura 7.3. Dichos valores, no son valores comerciales que se puedan encontrar en el mercado. Entonces, para su implementación física es necesario proponer valores comerciales para estos componentes electrónicos. Para esto, es posible apoyarse de los valores comerciales de resistores mostrados en la Figura 7.10.

Como se observa en la Figura 7.10, los valores comerciales más cercanos al ideal del resistor R son $1,2k\Omega$ y $1,5k\Omega$. Para fines de implementación física, se propone un valor para el resistor $R = 1,35k\Omega$ con dos resistores en serie: el primero con un valor de $1,2k\Omega$ y el segundo de 150Ω o, en su defecto, un resistor variable.

Figura 7.8: Valor de la variable y .

Valores comerciales de resistencias						
X 1 Ω	X 10 Ω	X 100 Ω	X 1 K Ω	X 10 K Ω	X 100 K Ω	X 1 M Ω
1 Ω	10 Ω	100 Ω	1 K Ω	10 K Ω	100 K Ω	1 M Ω
1.2 Ω	12 Ω	120 Ω	1.2 K Ω	12 K Ω	120 K Ω	1.2 M Ω
1.5 Ω	15 Ω	150 Ω	1.5 K Ω	15 K Ω	150 K Ω	1.5 M Ω
1.8 Ω	18 Ω	180 Ω	1.8 K Ω	18 K Ω	180 K Ω	1.8 M Ω
2.2 Ω	22 Ω	220 Ω	2.2 K Ω	22 K Ω	220 K Ω	2.2 M Ω
2.7 Ω	27 Ω	270 Ω	2.7 K Ω	27 K Ω	270 K Ω	2.7 M Ω
3.3 Ω	33 Ω	330 Ω	3.3 K Ω	33 K Ω	330 K Ω	3.3 M Ω
3.9 Ω	39 Ω	390 Ω	3.9 K Ω	39 K Ω	390 K Ω	3.9 M Ω
4.7 Ω	47 Ω	470 Ω	4.7 K Ω	47 K Ω	470 K Ω	4.7 M Ω
5.1 Ω	51 Ω	510 Ω	5.1 K Ω	51 K Ω	510 K Ω	5.1 M Ω
5.6 Ω	56 Ω	560 Ω	5.6 K Ω	56 K Ω	560 K Ω	5.6 M Ω
6.8 Ω	68 Ω	680 Ω	6.8 K Ω	68 K Ω	680 K Ω	6.8 M Ω
8.2 Ω	82 Ω	820 Ω	8.2 K Ω	82 K Ω	820 K Ω	8.2 M Ω
						10 M Ω

Valores comerciales de potencia (W)	1/8	1/4	1/2	1	2
	3	5	7	10	15

Figura 7.10: Valores comerciales de los resistores.

Para proponer los valores comerciales de los capacitores C_1 y C_2 mostrados en la Tabla 7.1, se hace uso de la Figura 7.11, donde es posible observar que el valor de capacitancia más cercano a $156nF$, perteneciente al capacitor C_2 , es de $150nF$, mientras que existe ya un valor de capacitancia comercial de $10nF$ para el capacitor C_1 . Es importante mencionar que para facilitar la implementación física serán utilizados capacitores de poliéster, cerámicos, o de tantalio, es decir, que no presenten polaridad.

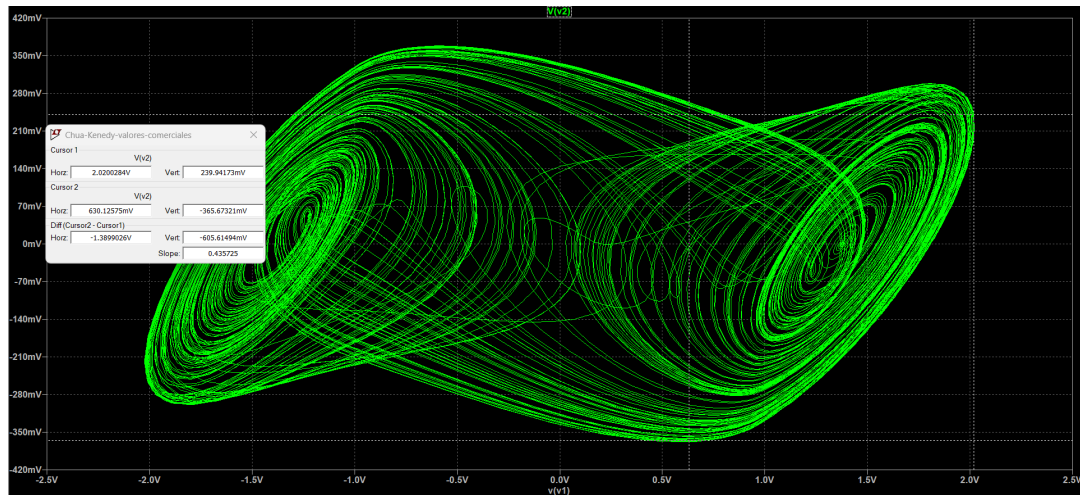


Figura 7.9: Valor de los voltajes v_1 y v_2 .

Standard inductor values

nH	nH	nH	μ H	μ H	μ H	mH	mH	mH
1	10	100	1.0	10	100	1.0	10	100
1.2	12	120	1.2	12	120	1.2	12	
1.5	15	150	1.5	15	150	1.5	15	
1.8	18	180	1.8	18	180	1.8	18	
2	20	200	2.0	20	200	2.0	20	
2.2	22	220	2.2	22	220	2.2	22	
2.7	27	270	2.7	27	270	2.7	27	
3	33	330	3.3	33	330	3.3	33	
4	39	390	3.9	39	390	3.9	39	
5	47	470	4.7	47	470	4.7	47	
6	51	510	5.1	51	510	5.1	51	
7	56	560	5.6	56	560	5.6	56	
8	68	680	6.8	68	680	6.8	68	
9	82	820	8.2	82	820	8.2	82	

Figura 7.12: Valores comerciales de los inductores.

El inductor L_1 , con una inductancia ideal de $10,3511mH$, para que presente un comportamiento caótico y muestro los dos atractores caóticos generados por el circuito de Chua y en base a los valores comerciales que se presentan con mayor frecuencia en el mercado, recordando que al igual que en el caso de los resistores, los inductores en serie suman su inductancia, se proponen la utilización de uno de $10mH$ en serie con otro de $1mH$, el inductor L_1 adquiere el valor comercial de inductancia de $11mH$, con el apoyo

Componente electrónico	Valor	Componente electrónico	Valor
Inductor (L1)	10.3511mH	R1 = R2	220 Ω
Capacitor (C2)	156nF	R3	1.8K Ω
Resistor (R0)	1287.9577 Ω	R4 = R5	22k Ω
Capacitor (C1)	10nF	R6	3.014K Ω

Cuadro 7.1: Valores ideales de los componentes electrónicos de la Figura 7.3.

de la Figura 7.12.

Componente electrónico	Valor	Componente electrónico	Valor
Inductor (L1)	11mH	R1 = R2	220 Ω
Capacitor (C2)	150nF	R3	1.8K Ω
Resistor (R0)	1.35k Ω	R4 = R5	22k Ω
Capacitor (C1)	10nF	R6	3.014K Ω

Cuadro 7.2: Proposición de valores comerciales para el circuito electrónico.

CONDENSADORES
Cerámicos / Poliéster

Código	pF	nF	uF
105K	1000000	1000	1,00
824K	820000	820	0,82
804K	800000	800	0,80
704K	700000	700	0,70
684K	680000	680	0,68
604K	600000	600	0,60
564K	560000	560	0,56
504K	500000	500	0,50
474K	470000	470	0,47
404K	400000	400	0,40
394K	390000	390	0,39
334K	330000	330	0,33
304K	300000	300	0,30
274K	270000	270	0,27
254K	250000	250	0,25
224K	220000	220	0,22
204K	200000	200	0,20
184K	180000	180	0,18
154K	150000	150	0,15
124K	120000	120	0,12
104K	100000	100	0,10
823K	82000	82	0,082
803K	80000	80	0,080
703K	70000	70	0,070
683K	68000	68	0,068
603K	60000	60	0,060
563K	56000	56	0,056
503K	50000	50	0,050
473K	47000	47	0,047
403K	40000	40	0,040
393K	39000	39	0,039
333K	33000	33	0,033
303K	30000	30	0,030
273K	27000	27	0,027
253K	25000	25	0,025
223K	22000	22	0,022
203K	20000	20	0,020
183K	18000	18	0,018
153K	15000	15	0,015
123K	12000	12	0,012
103K	10000	10	0,010
822K	8200	8,2	0,0082
802K	8000	8,0	0,0080
702K	7000	7,0	0,0070

Figura 7.11: Valores comerciales de los capacitores.

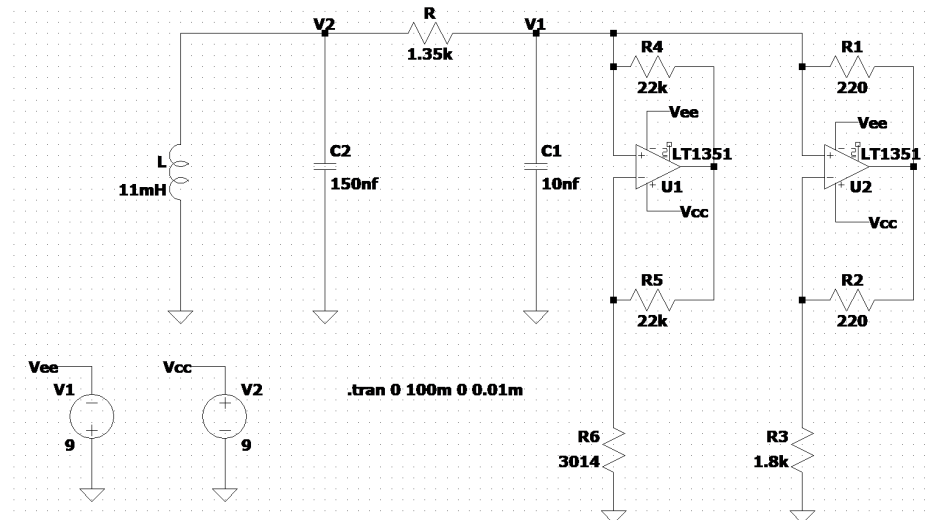


Figura 7.13: Circuito electrónico con valores comerciales en componentes electrónicos.

Los valores comerciales para el circuito de Chua se presentan en la Tabla 7.2. En la Figura 7.13 se observa el circuito electrónico con los valores comerciales para sus respectivos componentes y su comportamiento caótico, al graficar el voltaje V_1 contra el voltaje V_2 se muestra en la Figura 7.14 al igual que el comportamiento del Diodo de Chua.

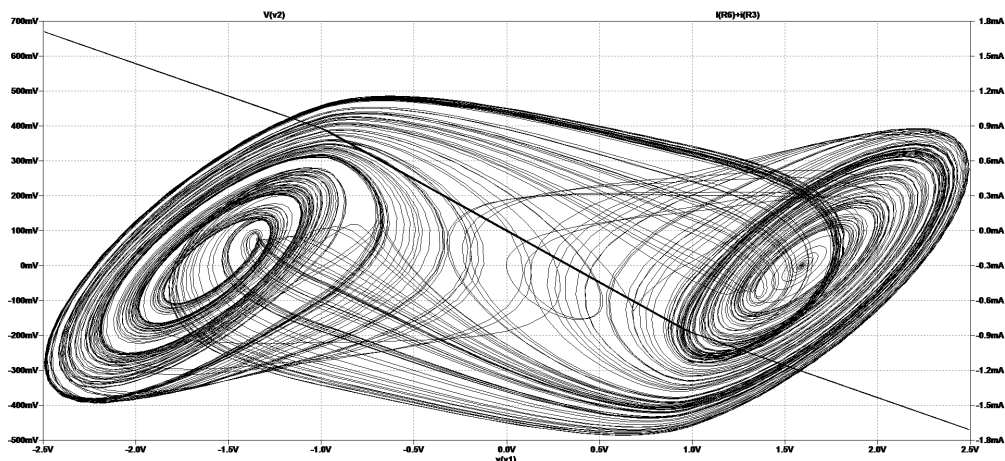


Figura 7.14: Doble atractor caótico y curva generada por el diodo de Chua.

7.5. Señales caóticas y su respuesta en la frecuencia.

La dinámica del circuito de Chua se describe mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales. Estas ecuaciones describen la evolución de las variables de estado del sistema, que son las tensiones a través del capacitor y el inductor, y la corriente a través del inductor.

7.5.1. Cálculo de la Transformada de Fourier en LTspice.

LTspice, un popular software de simulación de circuitos, utiliza el algoritmo de Transformada Rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) para calcular la transformada de Fourier de una señal en el dominio del tiempo.

LTspice utiliza el algoritmo de Transformada Rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) para calcular la respuesta en el dominio de la frecuencia de una señal.

La Transformada Rápida de Fourier es un algoritmo eficiente que descompone una señal en el dominio del tiempo en sus componentes de frecuencia. Básicamente, toma una señal en el dominio del tiempo y la transforma en el dominio de la frecuencia, revelando las diferentes frecuencias y sus amplitudes presentes en la señal.

El algoritmo FFT divide repetidamente la señal en segmentos más pequeños, calcula la Transformada de Fourier de cada segmento y combina los resultados para obtener la respuesta en el dominio de la frecuencia completa.

Al utilizar FFT en LTspice, la señal en el dominio del tiempo obtenida de la simulación se divide en segmentos y se realiza la transformación de Fourier en cada segmento. Luego, los resultados se combinan para obtener el espectro de frecuencia completo de la señal. Cuando se ejecuta una simulación en LTspice, es posible utilizar una directiva `.four` para especificar qué tipo de análisis de Fourier deseas realizar. Se puede elegir entre análisis de Fourier en estado estable (`.four statement`) o análisis de Fourier transitorio (`.fourier statement`).

En el caso del análisis de Fourier en estado estable, LTspice aplica el algoritmo FFT a la señal en el dominio del tiempo y calcula las componentes espectrales de la señal. Proporciona los resultados en forma de gráficos de magnitud y fase de las componentes espectrales.

En el análisis de Fourier transitorio, LTspice realiza un muestreo de la señal en el dominio del tiempo y luego aplica el algoritmo FFT para calcular la transformada de Fourier de la señal muestreada. Esto permite analizar la señal en el dominio de la frecuencia en función del tiempo.

Utilización del comando `.four`

El comando `".four"` se utiliza para realizar un análisis de Fourier en estado estable en LTspice. Puedes aplicar este comando en el esquemático de tu circuito o en el archivo de texto de comandos SPICE (`.asc`). Para utilizar el comando `".four"`, debes especificar el nodo o la corriente a analizar y la frecuencia de inicio y finalización del análisis. Por ejemplo:

```
.four V(out) START1k STOP1M
```

En este ejemplo, se realiza un análisis de Fourier en estado estable de la señal en

el nodo `.out`". La frecuencia de inicio es 1 kHz (1k) y la frecuencia de finalización es 1 MHz (1M). LTspice calculará la respuesta en el dominio de la frecuencia y mostrará los resultados en un gráfico de magnitud y fase. Después de ejecutar la simulación con el comando `".four"`, podrás ver los resultados en la ventana de formas de onda de LTspice o exportarlos a un archivo para su posterior análisis o visualización.

Cálculo de la transformada de Fourier de una señal caótica en LTspice.

LTspice permite obtener información sobre el contenido espectral de una señal caótica utilizando el análisis de Fourier en estado estable. Esto implica calcular el espectro de frecuencia de la señal en un intervalo finito de tiempo y visualizar las componentes espectrales presentes. Al realizar un análisis de Fourier en estado estable en LTspice, puedes obtener información sobre las frecuencias dominantes y las amplitudes relativas de la señal caótica. Esto puede ser útil para analizar características generales y propiedades espectrales de la señal.

7.6. Ancho de banda y frecuencias dominantes en las señales caóticas.

El ancho de banda se refiere a la cantidad de frecuencias que una señal puede abarcar o transportar de manera efectiva. Cuanto mayor sea el ancho de banda de una señal, más frecuencias diferentes puede representar. El ancho de banda en la respuesta en el dominio de la frecuencia indica el rango de frecuencias presentes en la señal caótica. En un sistema caótico, debido a su comportamiento complejo, es probable que haya una distribución amplia de componentes espectrales.

En los sistemas caóticos, las señales generadas suelen tener una distribución de frecuencias amplia y compleja, lo que se refleja en picos altos de ancho de banda en el espectro de frecuencia de la señal caótica. Estos picos altos indican la presencia de múltiples componentes espectrales, que pueden estar relacionados con los múltiples canales dinámicos caóticos presentes en el sistema, es decir, las múltiples trayectorias en los espacios de fase de este.

Las componentes espectrales en el dominio de la frecuencia de una señal caótica son las diferentes frecuencias presentes en esta. Las componentes espectrales indican cómo se distribuye la energía de la señal en diferentes frecuencias. Cada componente espectral

tiene una amplitud que representa la cantidad de energía presente en esa frecuencia específica.

Al visualizar el espectro de frecuencia, es posible identificar las frecuencias dominantes y la distribución de energía en función de la frecuencia.

Es importante tener en cuenta que en una señal caótica, las componentes espectrales pueden no seguir patrones regulares o estar relacionadas de manera simple. La presencia de múltiples componentes espectrales y su distribución en el espectro de frecuencia son indicativos del comportamiento complejo e impredecible característico de una señal caótica.

7.6.1. Selección de la frecuencia aplicada a la señal de entrada.

En el sistema de enmascaramiento con los dos circuitos hipercaóticos, la frecuencia correcta a la que se debe configurar un mensaje de entrada para un adecuado enmascaramiento dependerá de varios factores y requerirá un análisis específico del sistema. Algunas consideraciones para determinar la frecuencia adecuada son:

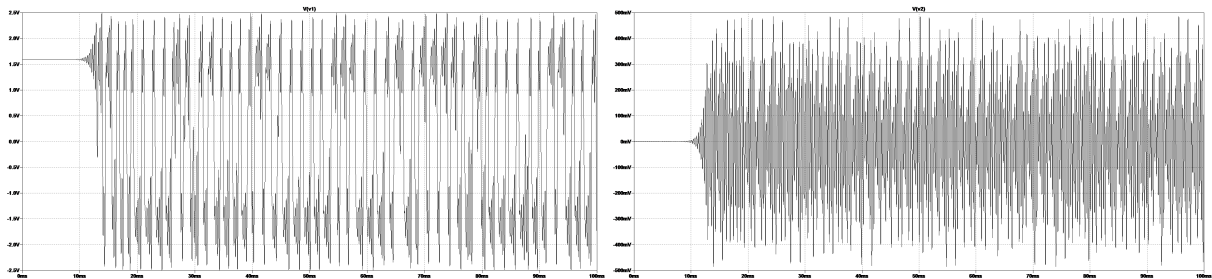
- Características del sistema de enmascaramiento: se deben analizar las propiedades y características del sistema de enmascaramiento, incluyendo el comportamiento de los circuitos hipercaóticos utilizados y su respuesta en frecuencia. Esto te permitirá identificar el rango de frecuencias en el cual el enmascaramiento es más efectivo.
- Análisis de la señal de enmascaramiento: es necesario examinar la señal de enmascaramiento generada por los circuitos hipercaóticos. Comprender la frecuencia dominante de la señal de enmascaramiento te ayudará a sincronizar adecuadamente el mensaje de entrada.
- Características del mensaje de entrada: se debe considerar el contenido y las características del mensaje de entrada que se desea enmascarar. Se determina si hay alguna frecuencia específica en el mensaje de entrada que se desea resaltar, suprimir o enmascarar. Esto permite seleccionar una frecuencia de entrada adecuada que interactúe de manera efectiva con la señal de enmascaramiento.

Se destaca que el proceso de determinar la frecuencia adecuada para el enmascaramiento en un sistema específico puede requerir pruebas y ajustes iterativos. La elección de la frecuencia correcta depende de los objetivos de enmascaramiento, las características del sistema y las propiedades de los circuitos hipercaóticos utilizados. Es necesario

realizar pruebas y ajustes experimentales para evaluar el efecto del enmascaramiento en diferentes rangos de frecuencias. Se modifica la frecuencia, amplitud y fase de la señal a enmascarar y se observa cómo interactúa con la señal caótica generada. Con base en pruebas experimentales, se ajustan los parámetros del enmascaramiento hasta lograr el efecto deseado.

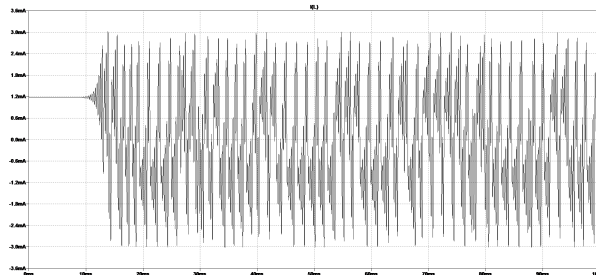
7.7. Señales del circuito de Chua en el dominio de la Frecuencia.

El comportamiento caótico del circuito de Chua se caracteriza por oscilaciones irregulares y altamente sensibles a las condiciones iniciales. Esto significa que pequeñas variaciones en las condiciones iniciales pueden dar lugar a trayectorias muy diferentes en el espacio de fase del sistema. La Figura 7.15 muestra la evolución en el tiempo de las señales generadas por las variables de estado: la Figura 7.15a muestra el voltaje v_1 en el capacitor C_1 y la configuración electrónica que genera el comportamiento del diodo de Chua; la Figura 7.15b muestra la evolución en el tiempo del voltaje v_2 presente en el capacitor C_2 y el inductor L ; la Figura 7.15c describe el comportamiento caótico generado por la corriente que pasa a través del inductor L , es decir, i_L .



(a) Evolución del voltaje v_1 en el tiempo.

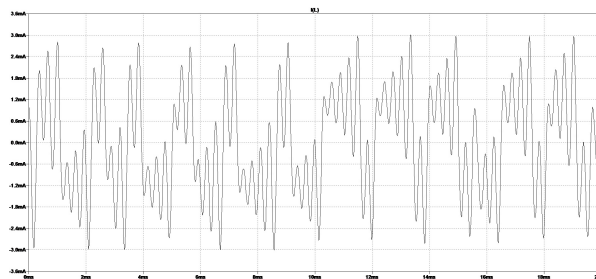
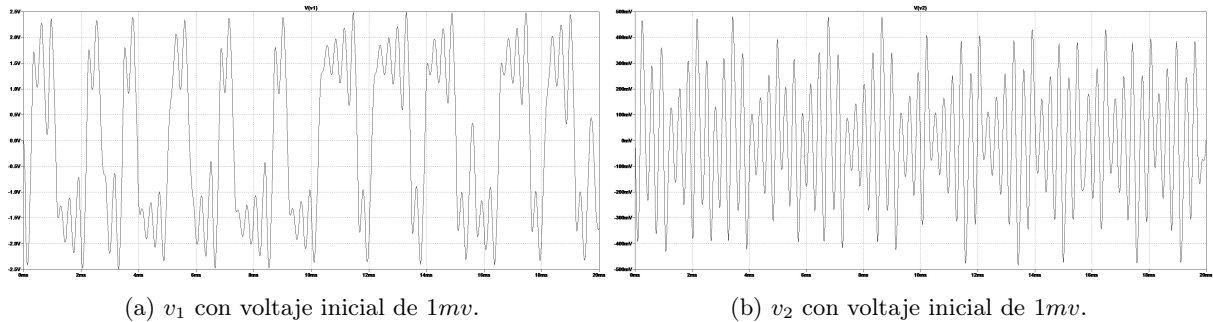
(b) Evolución del voltaje v_2 en el tiempo.



(c) Evolución de la corriente i_L en el tiempo.

Figura 7.15: Señales obtenidas en un periodo de 100ms.

Como se observa en la Figura 7.15, al inicio se encuentra un periodo de tiempo en el que no ocurre respuesta alguna. Para modificar este comportamiento y sea posible observar las señales desde un tiempo muy cercano a cero, es posible configurar las condiciones iniciales en el espacio de trabajo de LTspice *Schematic*, mediante el comando $.icV(V2) = 0,001V(V1) = 0,001I(L) = 0,001$ donde se ha configurado un voltaje inicial para los nodos v_1 y v_2 , así como también una corriente inicial para el inductor L . Las respuestas de las señales caóticas en el dominio del tiempo se muestran en la Figura 7.16



(c) i_L con corriente inicial de $1mA$.

Figura 7.16: Señales caóticas con condiciones iniciales.

El análisis de una señal en el dominio de la frecuencia implica descomponer la señal en sus componentes frecuenciales individuales para comprender su contenido espectral. Esto se logra mediante la aplicación de una transformada matemática llamada Transformada de Fourier. La Transformada de Fourier permite representar una señal en el dominio del tiempo en el dominio de la frecuencia.

El proceso de análisis de las señales caóticas mostradas en la Figura 7.15 en el dominio de la frecuencia requiere la aplicación de la Transformada de Fourier para la observación de cada componente frecuencial presentes en dichas señales. Se analiza el espectro de frecuencia resultante para identificar las componentes frecuenciales principales, es decir, para identificar las frecuencias dominantes.

Es importante destacar que el análisis en el dominio de la frecuencia permite identificar características espectrales, determinar la presencia de armónicos y comprender mejor el comportamiento de la señal en diferentes bandas de frecuencia.

La Figura 7.17 muestra el comportamiento de la señal v_1 en el dominio de la frecuencia: la Figura 7.17a muestra su amplitud en escala de decibele, con valores positivos y negativos, mientras que la Figura 7.17b presenta una escala lineal con valores positivos en su amplitud.

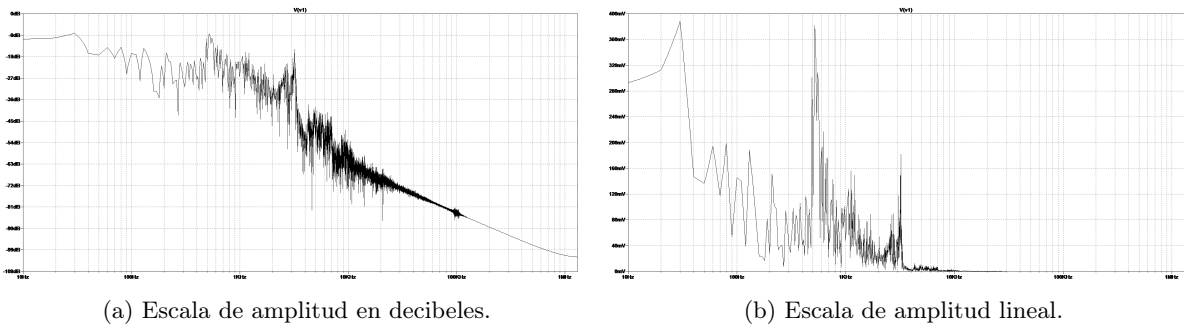


Figura 7.17: Respuesta de la señal v_1 en el dominio de la frecuencia.

La Figura 7.18 muestra el comportamiento en el dominio de la frecuencia de la señal caótica v_2 : la Figura 7.18a muestra una amplitud espectral con una escala dada en decibele, mientras que la Figura 7.18b muestra la misma respuesta en el dominio de la frecuencia pero con una escala lineal en su amplitud espectral.

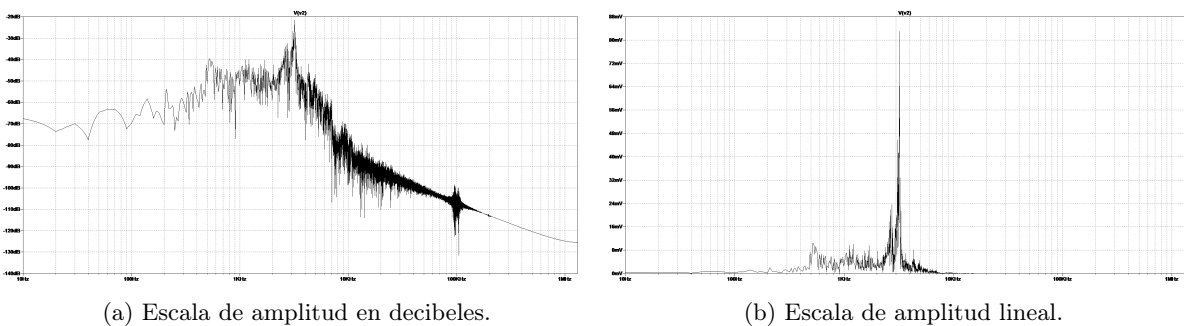


Figura 7.18: Respuesta de la señal v_2 en el dominio de la frecuencia..

El comportamiento en el dominio de la frecuencia originado por la señal caótica i_L se observa en la Figura 7.19, donde es posible observar una amplitud espectral con su escala en decibele (Figura 7.19a) y también una escala espectral lineal (Figura 7.19b).

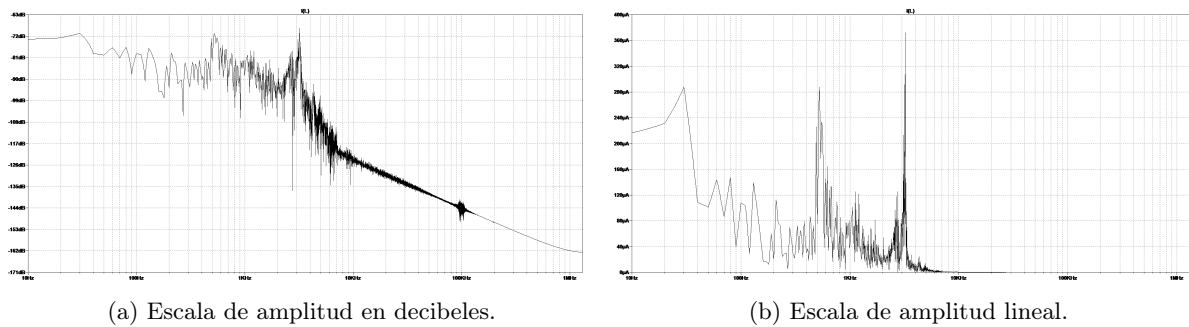


Figura 7.19: Respuesta de la señal i_L en el dominio de la frecuencia.

El comportamiento de las señales caóticas en el dominio de la frecuencia se ha obtenido mediante la aplicación de la transformada de Fourier en la herramienta de trabajo LTspice, permitiendo la utilización de sus cursores para conocer el valor de las frecuencias dominantes y sus armónicos. La Figura 7.20 muestra el valor de la frecuencia dominante para las señales emitidas por el circuito caótico de Chua: la Figura 7.20a muestra la frecuencia dominante para el voltaje v_1 , siendo esta de $29,9904Hz$; para la señal caótica v_2 , su frecuencia dominante es de $3,21299kHz$ (Figura 7.20b), mientras que la señal i_L presenta una frecuencia dominante de $3,22kHz$, como se observa en la Figura 7.20c.

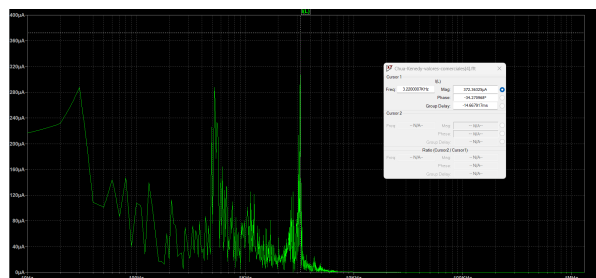


Figura 7.20: Respuesta en la frecuencia de las señales con sus armónicos mayores.

7.8. Del modelo electrónico al modelo numérico.

Para obtener la simulación numérica a partir del circuito electrónico, se verifica el valor de las pendientes negativas m_0 y m_1 del diodo de Chua.

El valor de la pendiente negativa m_0 se puede apreciar en la Figura 7.21, siendo $m_0 = -879,018u$.

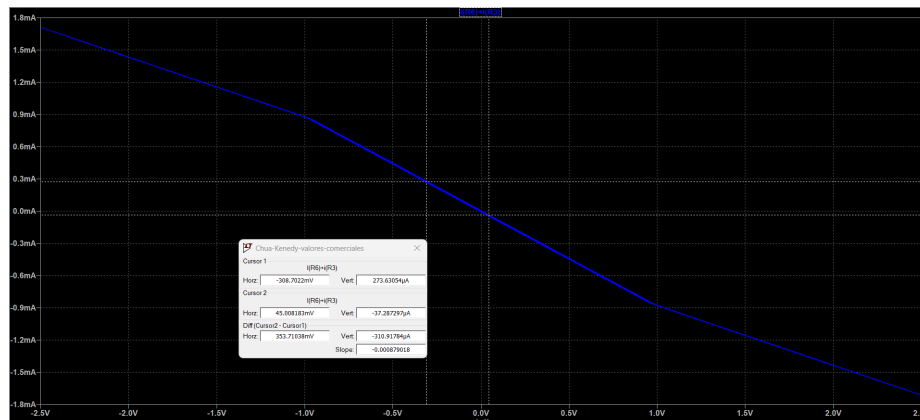


Figura 7.21: Valor de la pendiente m_0 .

Por otra parte, en la Figura 7.22 se observa el valor de la pendiente negativa m_1 , siendo este $m = -534,297u$.

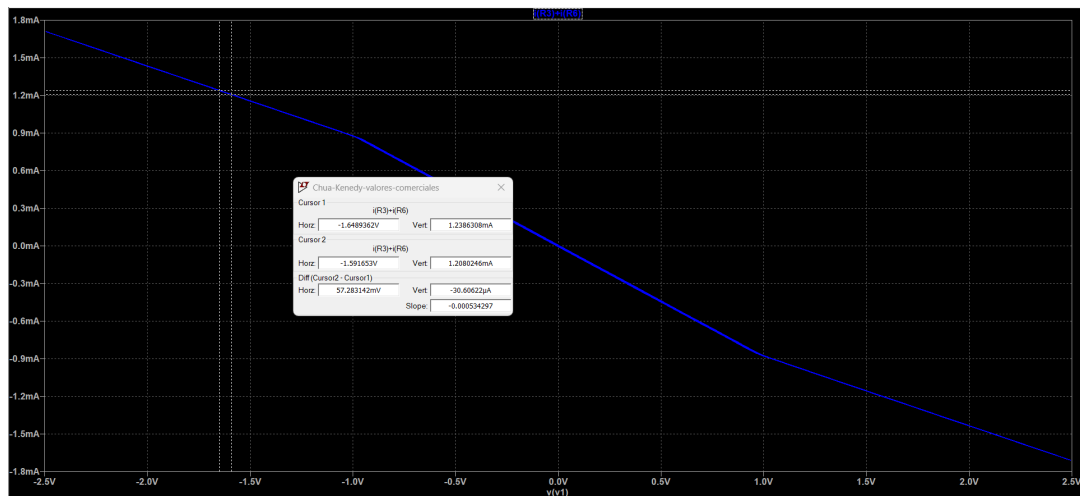


Figura 7.22: Valor de la pendiente m_1 .

Puesto que el valor del resistor R es conocido (véase la tabla 7.2), ahora es necesario

obtener los valores de las variables M_0 y M_1 mediante las ecuaciones 7.6 y 7.7, como se observa en 7.17 y 7.18.

$$M_0 = Rm_0 = (1350\Omega)(-879,018u) = -1,1867; \quad (7.17)$$

$$M_1 = Rm_1 = (1350\Omega)(-534,297u) = -0,7213; \quad (7.18)$$

El parámetro α se obtiene mediante la aplicación de la ecuación 7.10, como se observa en 7.19, mientras que el parámetro β , se obtiene mediante la ecuación 7.13. En 7.20 se observa el valor de este último.

$$\alpha = \frac{C_2}{C_1} = \frac{150nF}{10nF} = 15; \quad (7.19)$$

$$\beta = \frac{(1350\Omega)^2(150nF)}{11mH} = 24,8523; \quad (7.20)$$

Para verificar la correspondencia entre ambas simulaciones (electrónica y numérica), se observa en la Figura 7.23 el comportamiento caótico generado por el circuito electrónico con la amplitud, sobre el eje de las ordenadas de $\pm 485,2589mV$ (véase valor vertical del *Cursor1*), mientras que para el eje de las abscisas presenta un valor de $\pm 2,4923v$ (véase valor horizontal del *Cursor2*).

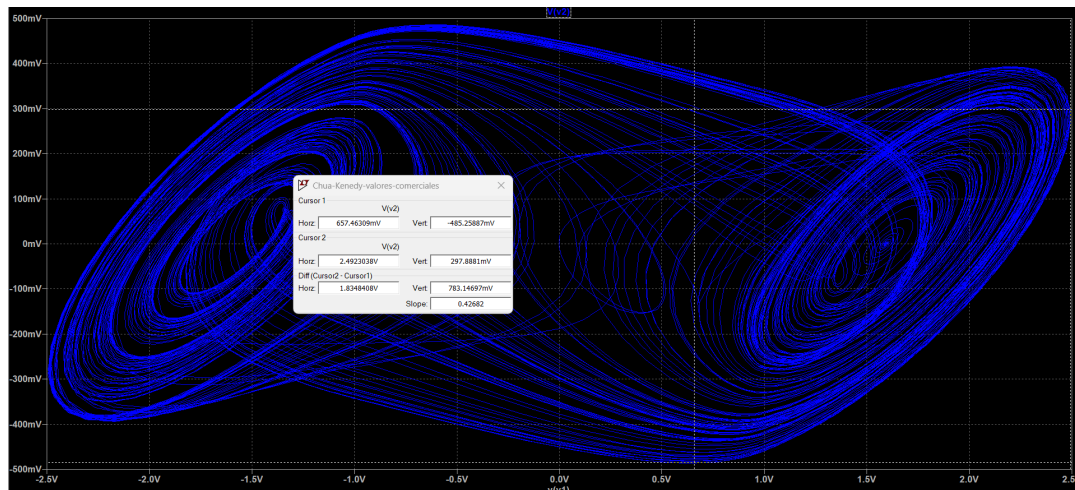


Figura 7.23: Amplitud de los voltajes v_1 y v_2 .

Por otra parte, en la Figura 7.24 se observa el resultado obtenido mediante la simulación numérica, donde podemos observar que la amplitud en el eje de las abscisas

presenta un valor de $\pm 2,6658$, mientras que en el eje de las ordenadas se puede observar una amplitud de $\pm 0,5036$.

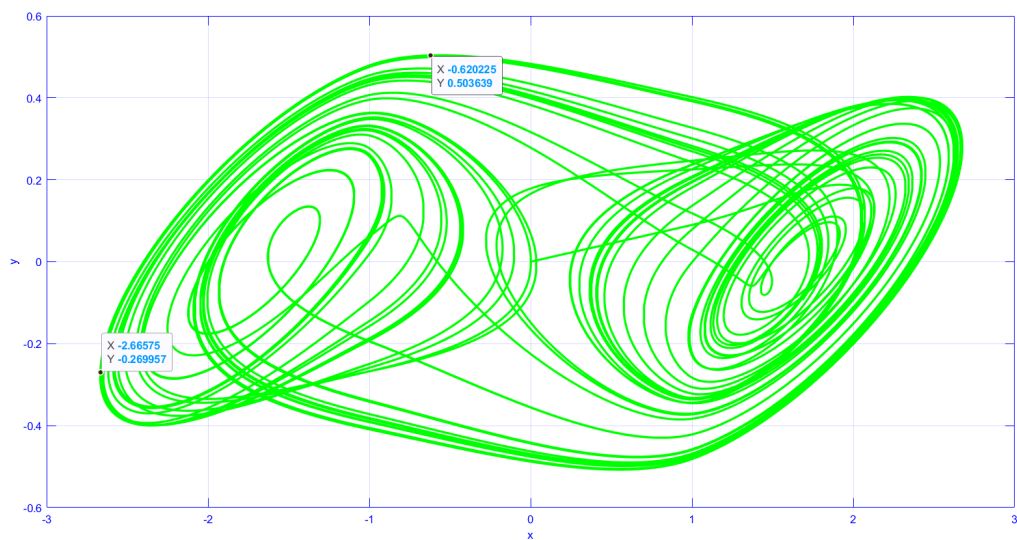


Figura 7.24: Amplitud de la variable x y la variable y .

Capítulo 8

Sincronización de dos circuitos de Chua

El método de sincronización sugiere combinar dos sistemas caóticos idénticos, donde una señal caótica cubre u oculta un mensaje real en una señal. La idea es tomar una señal de un componente de uno de los dos circuitos caóticos (el transmisor) y enviarlo a un sistema duplicado (el receptor) donde al receptor le faltaba la parte del sistema de donde provenía la señal en el transmisor. En [21], ha sido implementada la *sincronización individual* (también conocida como sincronización unidireccional), siguiendo el diagrama que se observa en Figura 8.1

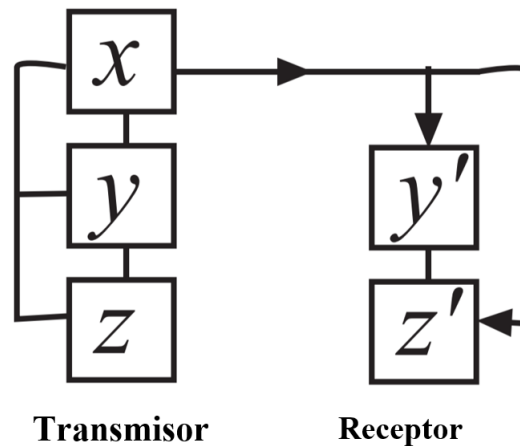


Figura 8.1: Diagrama de sincronización individual tomado de [21].

La implementación del método de sincronización individual en el circuito caótico de Chua, que ha sido llevado a la simulación numérica, mostrado en la Figura 8.2, presenta el circuito receptor donde ha sido omitido el voltaje V_1' mediante la eliminación del

capacitor C'_1 , donde se ha retroalimentado, desde el circuito caótico transmisor, con el voltaje V_1 . Dicha sincronización individual se puede observar en la Figura 8.3.

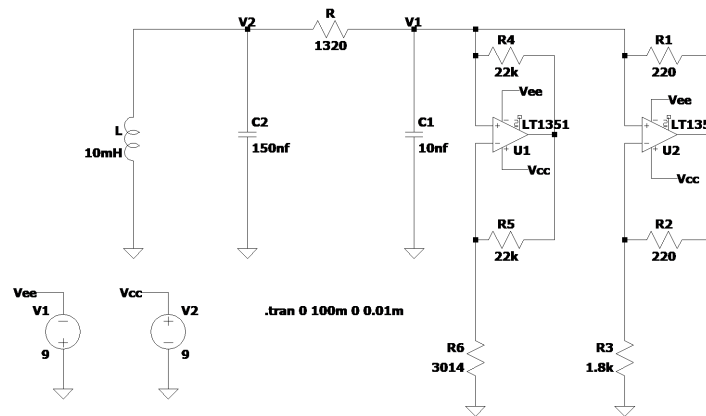


Figura 8.2: Circuito caótico de Chua con valores para implementar en simulación numérica.

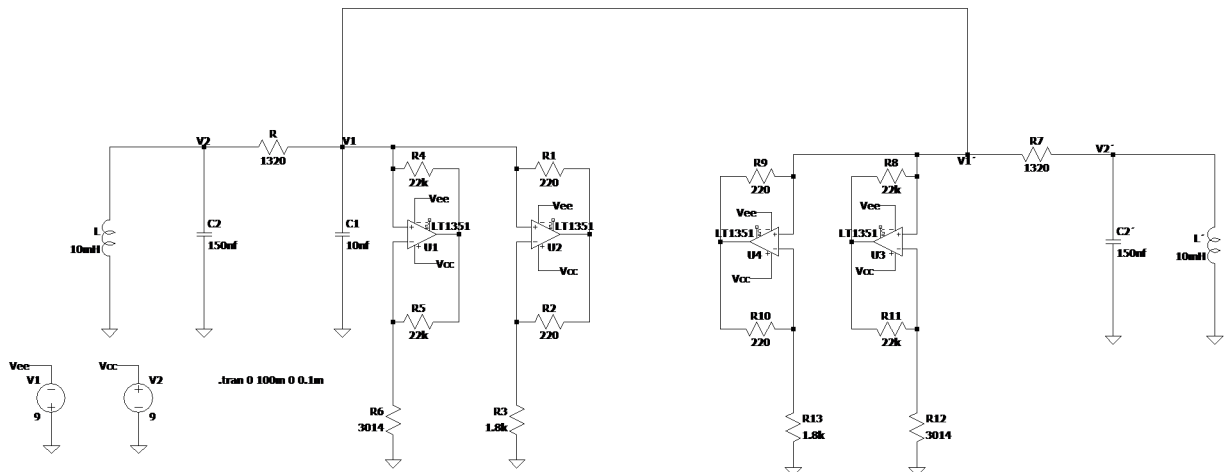


Figura 8.3: Sincronización individual aplicado al circuito de Chua.

Una manera eficiente de comprobar que la sincronización ha sido realizada correctamente (presentada en [22] y [23]), es mediante la obtención de la gráfica del voltaje V_2 contra el voltaje V_2' y la gráfica de la corriente en el inductor L contra la corriente en el inductor L' , donde el resultado debe ser una pendiente positiva con un ángulo de 45° para ambas gráficas.

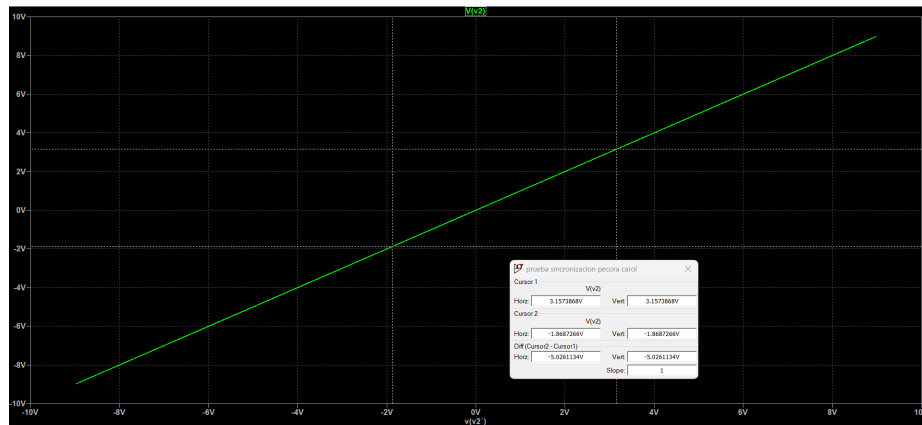


Figura 8.4: Resultado de voltaje V_2 vs el voltaje V'_2 .

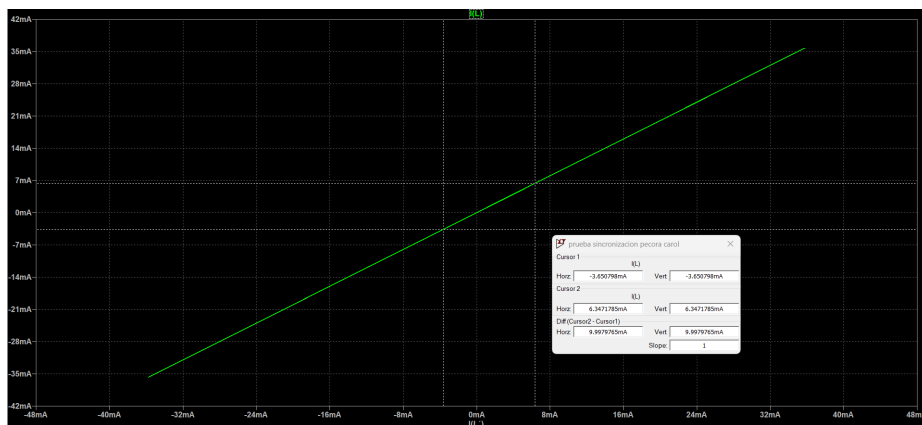


Figura 8.5: Resultado de la corriente en el inductor L vs la corriente en el inductor L .

Mediante el empleo de los cursores, del software de simulación LTspice, en la Figura 8.4 y en la Figura 8.5 se observa que la pendiente para ambos casos presenta un valor de uno. Para comprobar que el ángulo es de 45° , se emplea la fórmula *tangente*, siendo la tangente inversa de 1, los 45° esperados.

Capítulo 9

Circuito hipercaótico de Chua

Los sistemas caóticos simples sincronizados, presentan un bajo nivel de seguridad porque se puede extraer la señal del mensaje codificado de la señal caótica transmitida mediante el uso de diferentes técnicas de desenmascaramiento [24]. Una condición para que un sistema presente hipercaos es que, por lo menos, debe estar compuesto de cuatro dimensiones [25].

El hipercaos existe solo en sistemas autónomos de cuatro dimensiones (4D) superiores o iguales. En general, el hipercaos está más desordenado que el caos ordinario, y los sistemas hipercaóticos tienen estructuras y dinámicas topológicas más complicadas que los caóticos ordinarios [26].

Se ha demostrado que los mensajes enmascarados mediante un simple sistema caótico no siempre es seguro [27]. Se ha sugerido que este problema se puede superar mediante el uso de sistemas hipercaóticos de dimensiones superiores [28].

El hipercaos se define como la dinámica asociada con un atractor caótico con más de un exponente de Lyapunov positivo, es decir, su dinámica no sólo se expande en un segmento lineal (expansión unidimensional), sino también como una pequeña área (expansión bidimensional) [29].

Los exponentes de Lyapunov son una medida de la sensibilidad a las condiciones iniciales y cuantifican la tasa de divergencia de las trayectorias cercanas en el espacio de fase.

En un circuito caótico simple, generalmente se encuentra un único exponente de Lyapunov positivo, que indica la presencia de un único canal dinámico caótico. Este exponente de Lyapunov positivo es responsable de la sensibilidad a las condiciones iniciales

y la impredecibilidad del sistema.

Por otro lado, en un circuito hipercaótico, se encuentran múltiples exponentes de Lyapunov positivos, lo que indica la presencia de múltiples canales dinámicos caóticos. Estos exponentes de Lyapunov adicionales son características distintivas de la hipercaoticidad y señalan la complejidad y la mayor dimensionalidad del sistema. La existencia de múltiples exponentes de Lyapunov positivos en un circuito hipercaótico implica una mayor tasa de divergencia de las trayectorias cercanas en comparación con un circuito caótico simple.

El hyperchaos ha despertado cada vez más el interés de todos debido a su gran potencial en aplicaciones tecnológicas en muchos campos, como la comunicación segura, el láser, etc [30].

Es más fácil de lograr la sincronización para un circuito de Chua hipercaótico, es decir, el circuito de Chua modificado presenta mayor robustez que un circuito de Chua simple [25].

En [29] se ha implementado un circuito hipercaótico que parte del circuito estándar con el que se ha trabajado durante el desarrollo de la presente tesis. En base a la similitud, se ha elegido este entre otros modelos con la finalidad de llevar a cuatro dimensiones dicho circuito.

El esquema del circuito que presentan en [29], puede visualizarse en la Figura 9.1, mientras que su respectivo modelo matemático en términos del circuito electrónico puede observarse en 9.1, $g(v_1)$ en 9.2, y el modelo normalizado se observa en 9.3 con $f(x)$ mostrada en 9.4.

$$\begin{aligned}
 \frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{C_1} [i_{L_1} - g(v_1)] \\
 \frac{dv_2}{dt} &= \frac{1}{C_2} [G_1 v_2 - i_{L_1} - i_{L_2}] \\
 \frac{di_{L_1}}{dt} &= -\frac{1}{L_1} [v_2 - v_1 - R i_{L_1}] \\
 \frac{di_{L_2}}{dt} &= \frac{1}{L_2} [v_2]
 \end{aligned} \tag{9.1}$$

$$g(v_1) = m_1 x + \frac{1}{2} (m_0 - m_1) [|x + 1| - |x - 1|] \tag{9.2}$$

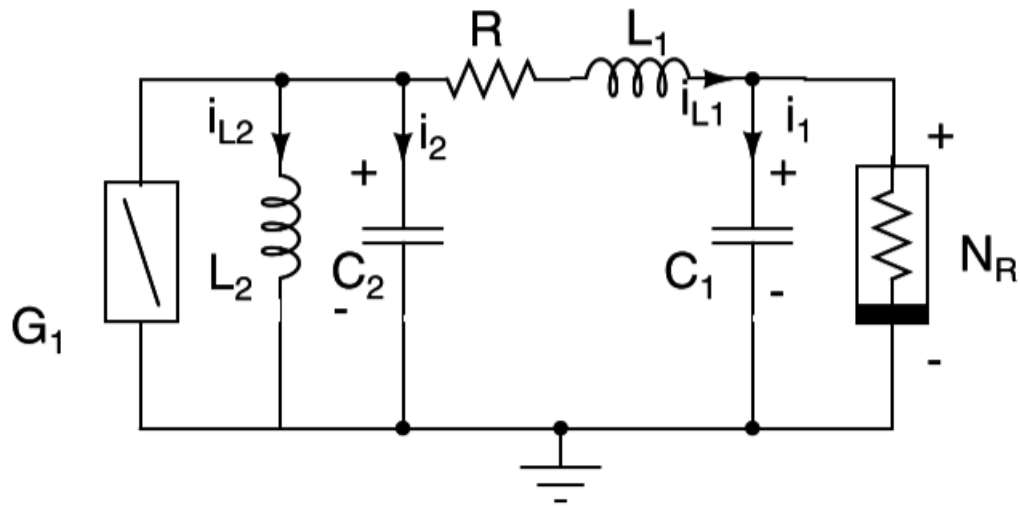


Figura 9.1: Diagrama hipercaótico del circuito de Chua (tomado de [29]).

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \alpha(z - f(x)) \\
 \dot{y} &= \alpha_2 y - z - w \\
 \dot{z} &= -\beta_1(y - x - z) \\
 \dot{w} &= -\beta_2 y
 \end{aligned} \tag{9.3}$$

$$f(x) = M_1 x + \frac{1}{2}(M_0 - M_1)[|x + 1| - |x - 1|] \tag{9.4}$$

G_1 es una conductancia negativa, mostrada en la Figura 9.2, realizada con la ayuda de subcircuitos [29].

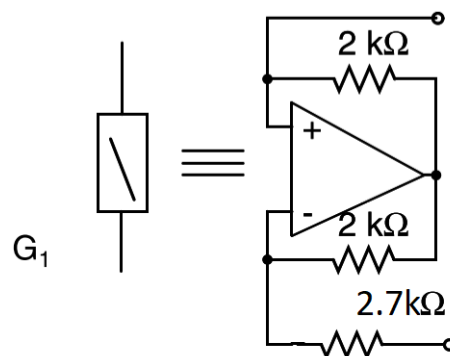


Figura 9.2: Conductancia negativa G_1 .

El circuito 8.2 ha sido modificado acorde a la Figura 9.1, agregando un inductor entre los voltajes V_1 y V_2 , además de una conductancia negativa en paralelo con el inductor L_2 y el capacitor C_2 , como se muestra en la Figura 9.3.

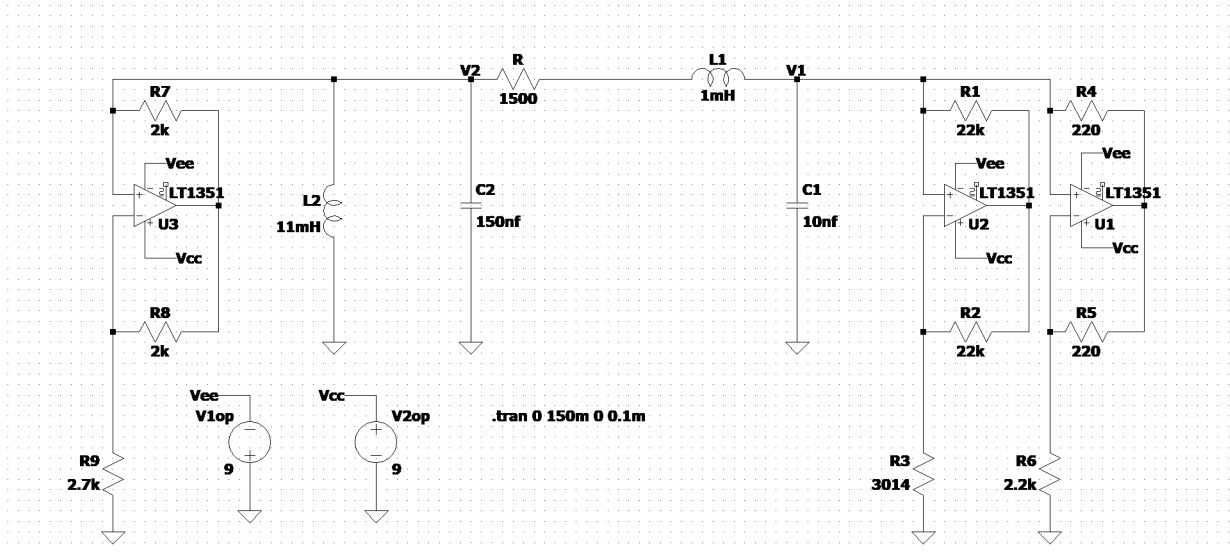


Figura 9.3: Circuito de Chua modificado a hipercaótico.

Como primer punto es necesario verificar que los puntos de quiebre o ruptura B_p coincidan con la unidad. En la Figura 9.4 se puede observar los puntos de ruptura B_p con valor igual a la unidad.

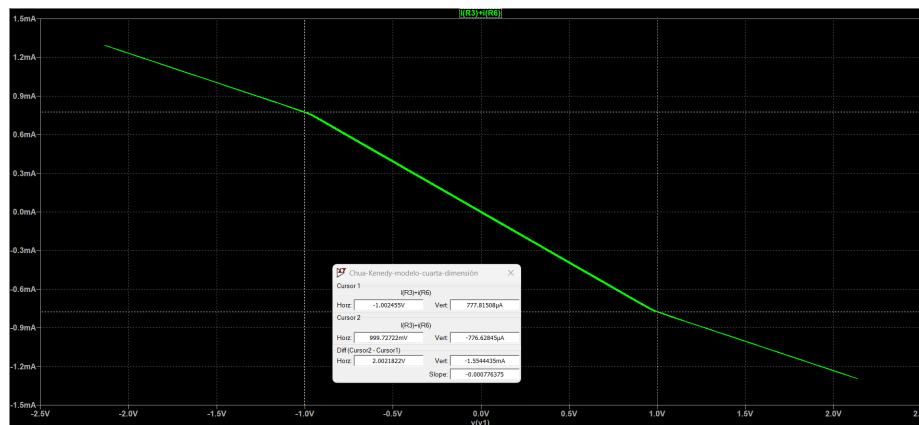


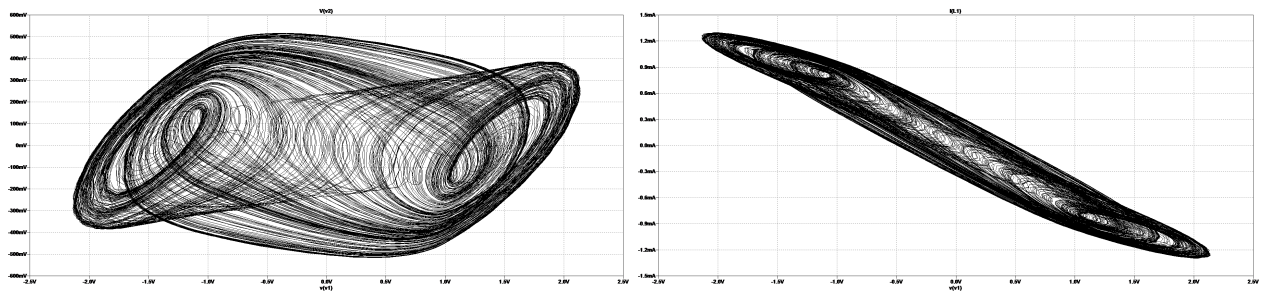
Figura 9.4: Puntos de ruptura B_p con $R_3 = 3014\Omega$.

Los valores de todos los componentes electrónicos del circuito que se muestra en la Figura 9.3, se encuentran en el Cuadro 9.1.

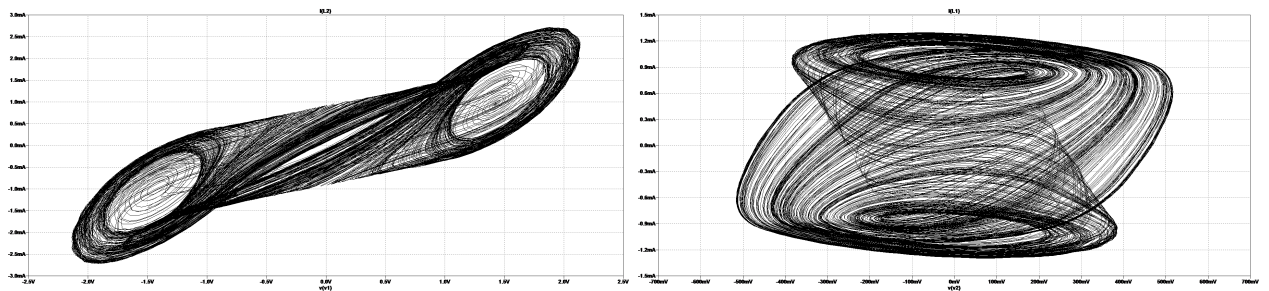
Componente electrónico	Valor	Componente electrónico	Valor
Inductor L_2	11mH	R1 = R2	22k Ω
Capacitor (C2)	150nF	R3	3014 Ω
Resistor (R0)	1500 Ω	R4 = R5	220 Ω
Capacitor (C1)	10nF	R6	1.8K Ω
Inductor L_1	1mH	R7= R8	2K Ω
R9	2.2k Ω		

Cuadro 9.1: Proposición de valores comerciales para el circuito electrónico.

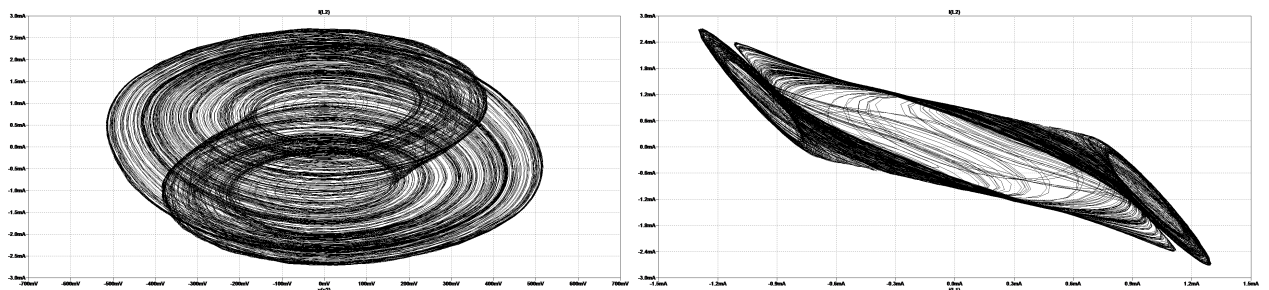
Mediante la utilización del software LTspice es posible obtener los retratos de fase, como se menciona en [29], obteniendo los resultados que se muestran en la Figura 9.5.



(a) Voltaje en el nodo uno V_1 vs voltaje en el nodo dos V_2 . (b) Voltaje en el nodo uno V_1 vs corriente en el inductor L_1 .



(c) Voltaje en nodo uno V_1 vs corriente en el inductor L_2 . (d) Voltaje en el nodo dos V_2 vs corriente en el inductor L_1 .



(e) Corriente en el inductor L_2 vs voltaje en el nodo V_2 . (f) Corriente en el inductor L_1 vs corriente en el inductor L_2 .

Figura 9.5: Retratos de fase obtenidos a partir del software LTspice.

9.1. Señales hipercaóticas y su respuesta en el dominio de la frecuencia.

Para el análisis en el dominio de la frecuencia, es necesario primero la obtención de las señales hipercaóticas que se originan a partir del circuito hipercaótico mostrado en la Figura 9.3. Estas señales se muestran en la Figura 9.6, donde la Figura 9.6a muestra

el comportamiento de la señal obtenida mediante el voltaje v_1 en el dominio del tiempo; la Figura 9.6b muestra el comportamiento de la señal generada por el voltaje v_2 en el dominio del tiempo; la Figura 9.6c muestra la señal hipercaótica originada por la corriente i_{L_1} que pasa a través del inductor L_1 ; por último, la señal originada por la corriente i_{L_2} que pasa a través del inductor L_2 se muestra en la Figura 9.6d.

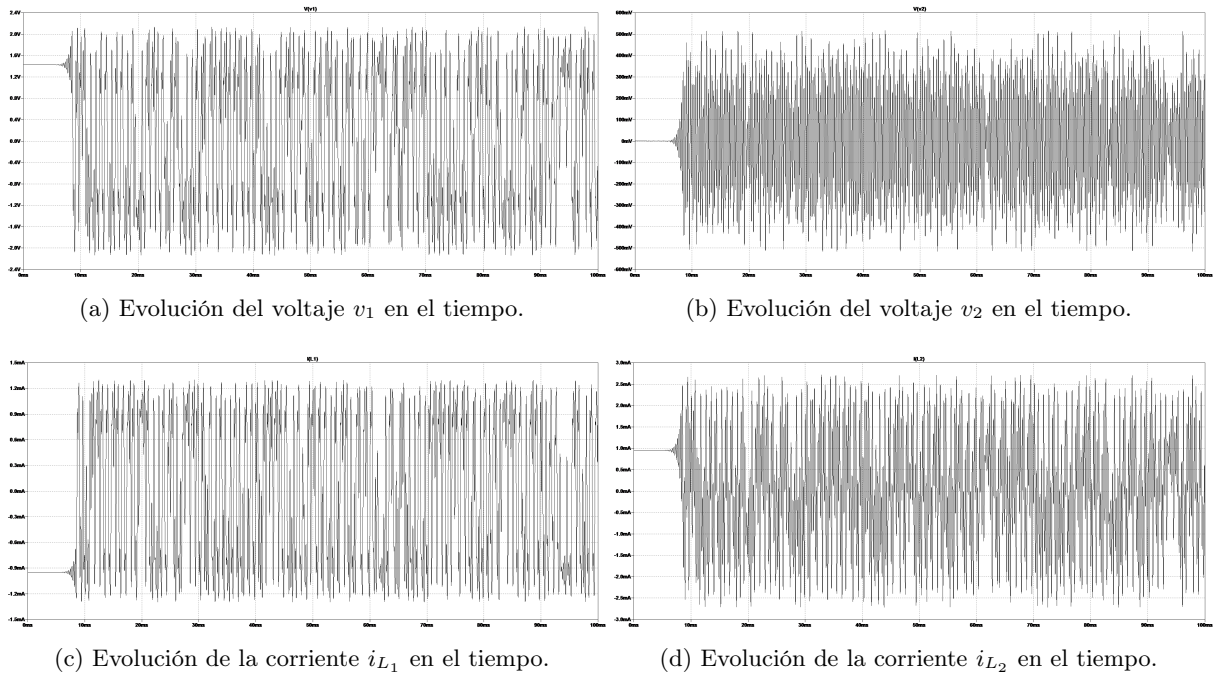


Figura 9.6: Señales obtenidas en un periodo de 100ms.

De manera similar al caso para el sistema caótico simple, en la Figura 9.6 se observa que hay un tiempo inicial en el que tardan en responder las señales caóticas para posteriormente mostrar su comportamiento. Mediante el comando $.icV(V2) = 0,001V(V1) = 0,001I(L1) = 0,001I(L2) = 0,001$ se da valor a las condiciones iniciales: para los nodos v_1 y v_2 un voltaje de $0,001v$, mientras que para los inductores L_1 y L_2 , se les suministra una corriente inicial de $0,001A$. Con el apoyo de estas condiciones iniciales, es posible observar que muy cercanas a cero comienzan a generarse las señales caóticas, como se muestra en la Figura 9.7.

Con el apoyo del software de simulación electrónica LTspice, se ha obtenido la respuestas en el dominio de la frecuencia para las señales v_1 , v_2 , i_{L_1} e i_{L_2} generadas a partir del circuito hipercaótico mostrado en la Figura 9.3. Mediante la aplicación de la transformada de Fourier, se ha obtenido la respuesta en el dominio de la Frecuencia de dos maneras:

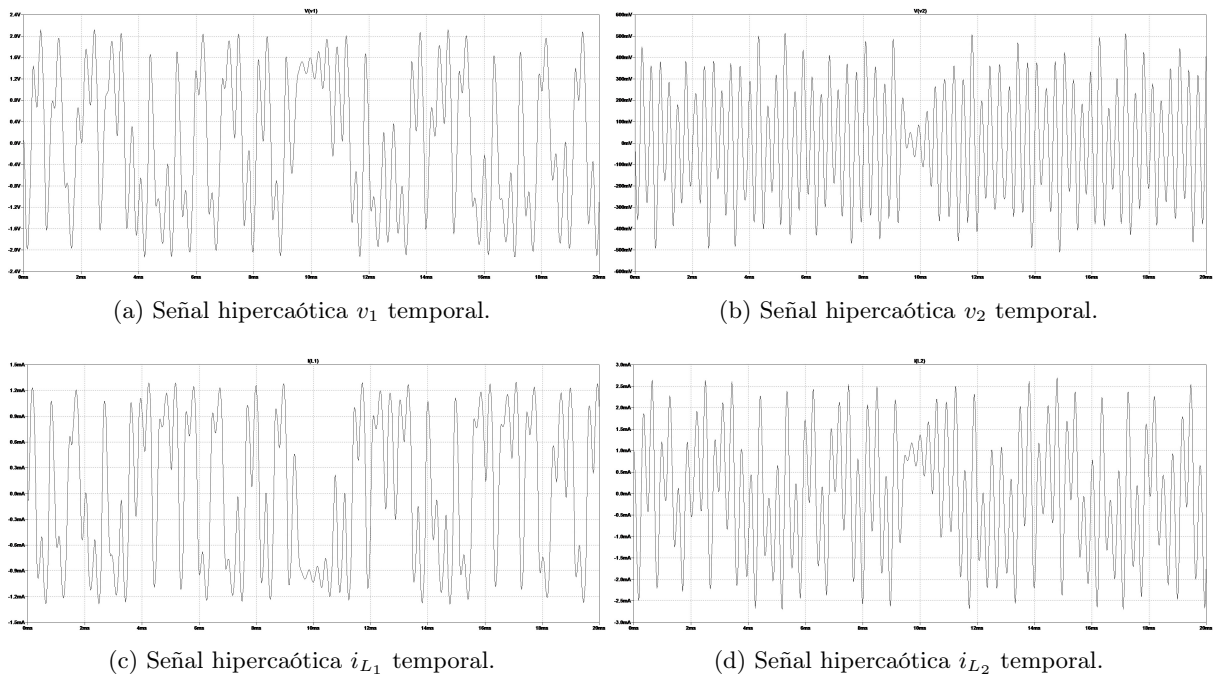


Figura 9.7: Señales obtenidas con condiciones iniciales.

primera, con una escala en su amplitud espectral en decibeles; segunda, con una escala espectral lineal en su amplitud. En esta última es posible observar con mejor detalle las frecuencias dominantes y sus armónicos.

La Figura 9.8 muestra la respuesta en el dominio de la frecuencia para señal proveniente del voltaje v_1 , donde, en la Figura 9.8a, su amplitud espectral está definida por una escala en decibeles, mientras que en la Figura 9.8b se tiene una escala lineal en su amplitud espectral.

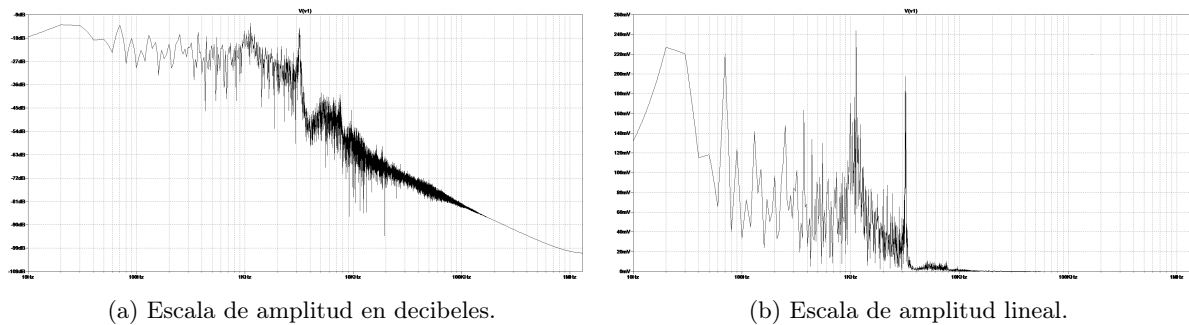


Figura 9.8: Respuesta en la frecuencia de la señal hipercaótica v_1 .

La Figura 9.9 muestra la respuesta en el dominio de la frecuencia para señal proveniente del voltaje v_2 , donde, en la Figura 9.9a, su amplitud espectral está definida por una escala en decibeleles, mientras que en la Figura 9.9b se tiene una escala lineal en su amplitud espectral.

La respuesta en el dominio de la frecuencia para las señales en el dominio del tiempo de la corriente que pasa a través del inductor L_1 y la corriente que pasa a través del inductor L_2 se muestran en la Figura 9.10 y en la Figura 9.11, respectivamente.

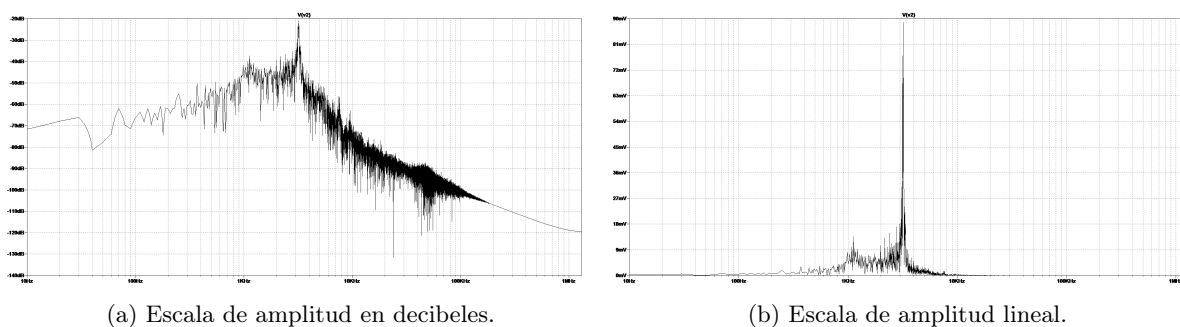


Figura 9.9: Respuesta en la frecuencia de la señal hipercaótica v_2 .

La Figura 9.10a muestra la respuesta en el dominio de la frecuencia de la señal proveniente de la corriente i_{L_1} con una escala dada en decibeleles en su amplitud espectral, mientras que la Figura 9.10b, con la misma respuesta en el dominio de la frecuencia, adopta una escala lineal en su amplitud espectral.

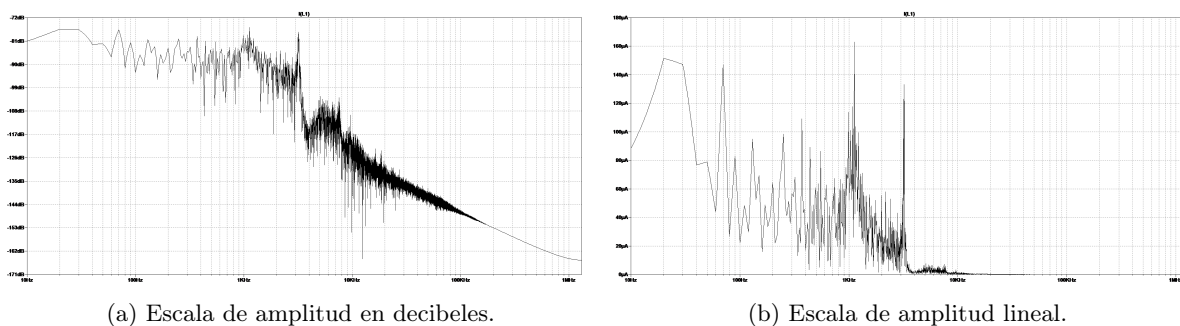


Figura 9.10: Respuesta en la frecuencia de la señal hipercaótica i_{L_1} .

La Figura 9.11a muestra la respuesta en el dominio de la frecuencia de la señal

proveniente de la corriente i_{L_2} con una escala dada en decibels en su amplitud espectral, mientras que la Figura 9.11b, con la misma respuesta en el dominio de la frecuencia, adopta una escala lineal en su amplitud espectral.

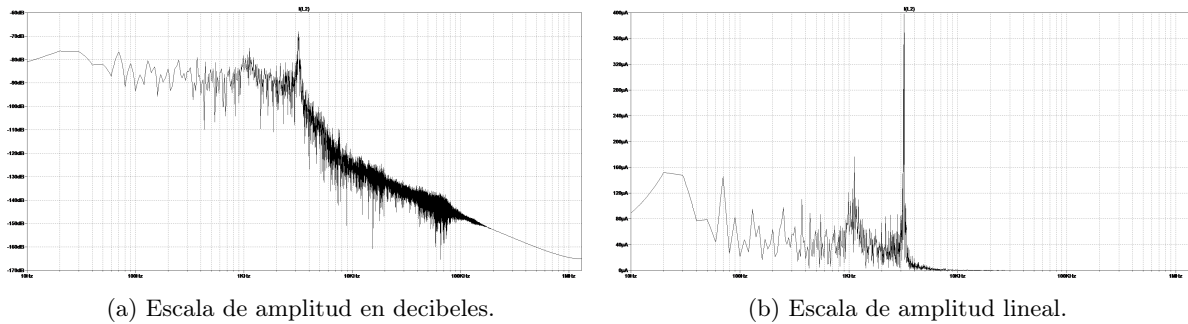


Figura 9.11: Respuesta en la frecuencia de la señal hipercaótica i_{L_2} .

El valor de la frecuencia dominante para cada una de las señales generadas por los voltajes v_1 y v_2 y por las corrientes i_{L_1} y i_{L_2} , se puede observar en la Figura 9.12 mediante el apoyo del uso de los cursores en LTspice para realizar su medición. La frecuencia dominante para el voltaje v_1 es de $1,12kHz$ (Figura 9.12a), mientras que para el voltaje v_2 su frecuencia dominante es de $3,21kHz$ (Figura 9.12b). Para la corriente i_{L_1} su frecuencia dominante es de $1,1199kHz$, como se observa en la Figura 9.12c, y para la corriente i_{L_2} , se observa en la Figura 9.12d que su frecuencia dominante es $3,21kHz$.

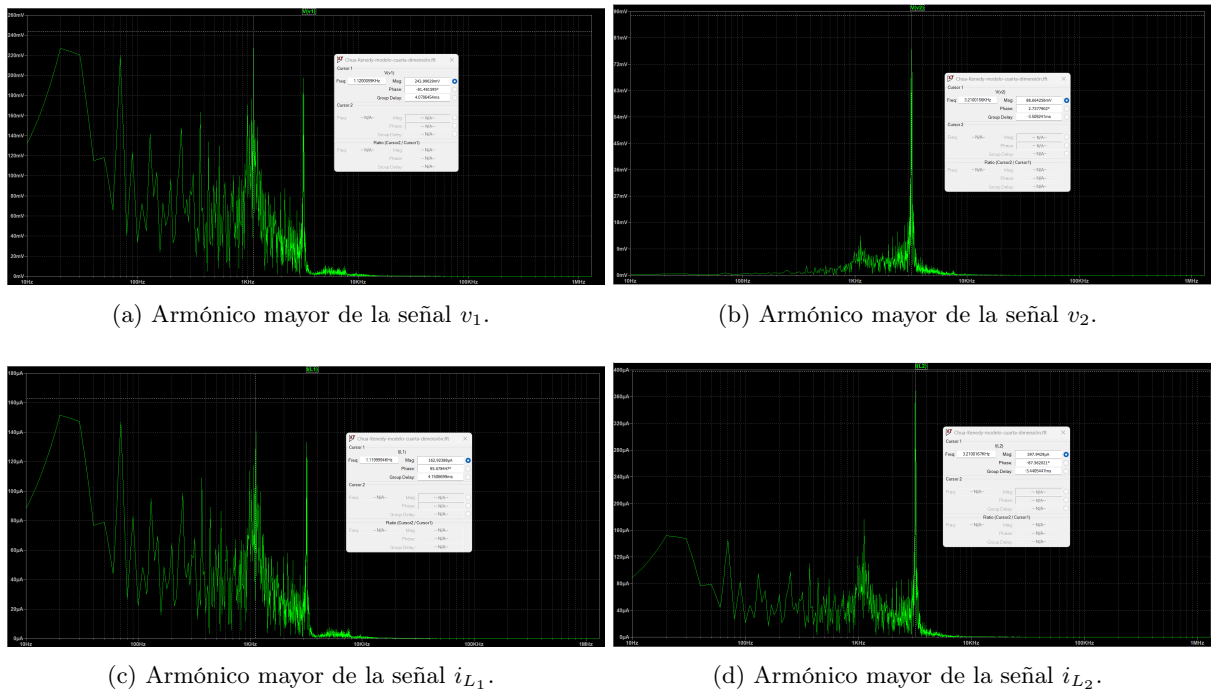
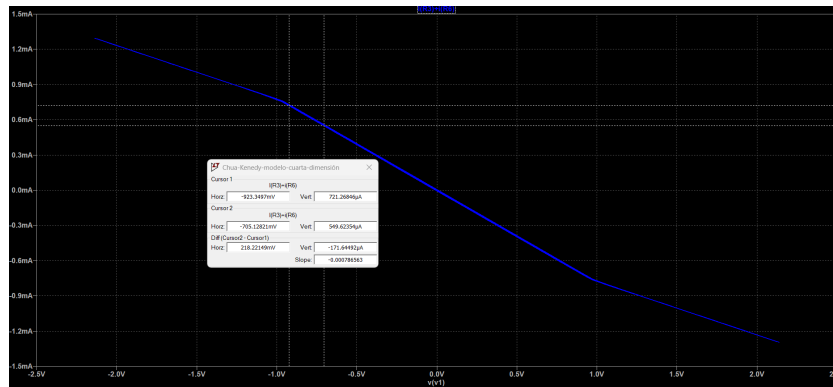
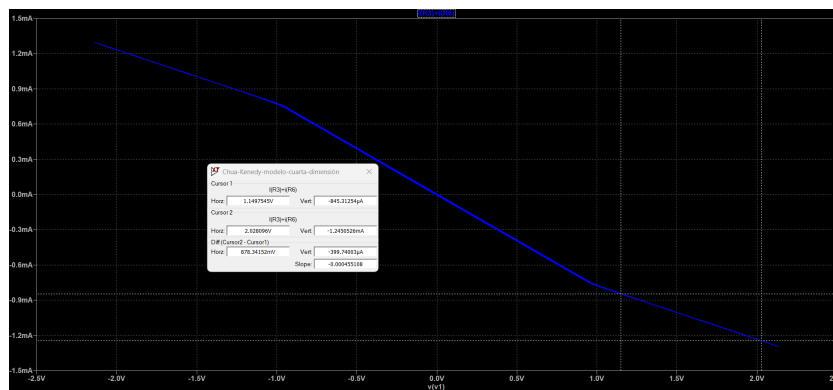


Figura 9.12: Respuesta lineal en la frecuencia de las señales hipercaóticas.

9.2. Modelo matemático del circuito hipercaótico de Chua

Se obtiene el valor de las pendientes m_0 y m_1 para el cálculo de los parámetros necesarios para realizar la simulación numérica. La Figura 9.13 muestra la medición de ambas pendientes. El valor de la pendiente $m_0 = 786,538$ se observa en la Figura 9.13a. El valor de la pendiente $m_1 = 455,188$ se observa en la Figura 9.13b.

(a) Pendiente m_0 .(b) Pendiente m_1 .Figura 9.13: Valor de las pendientes m_0 y m_1 .

Para llevar el sistema hipercaótico de Chua a su correspondiente modelo matemático se parte de la obtención del parámetro α_1 , como se muestra en 9.5.

$$\alpha_1 = \frac{C_2}{C_1} = \frac{150nf}{10nf} = 15 \quad (9.5)$$

El valor de G_1 está dado por su pendiente negativa, partiendo del valor original mostrado en [29] siendo $G_1 = -0,37ms$, como se observa en la Figura 9.14.

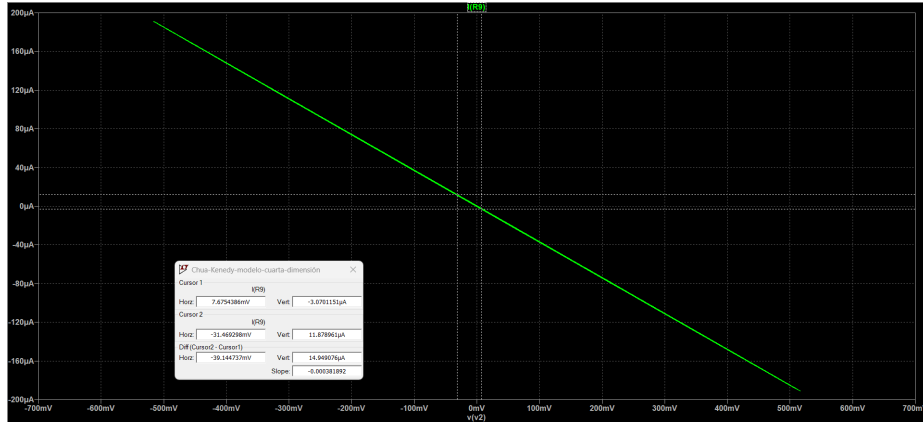


Figura 9.14: Conductancia negativa $G_1 = -0,381ms$.

El parámetro α_2 se obtiene mediante la ecuación 9.6, siendo $G = \frac{1}{R}$.

$$\alpha_2 = \frac{G_1}{G} = 0,381892ms [1500\Omega] = 0,5728 \quad (9.6)$$

El parámetro β_1 está dado por la ecuación 9.7.

$$\beta_1 = \frac{C_2}{L_1 G^2} = \frac{150nfR^2}{1mH} = \frac{150nf [1500\Omega]^2}{1mH} = 337,5 \quad (9.7)$$

El parámetro β_2 está dado por la ecuación 9.8.

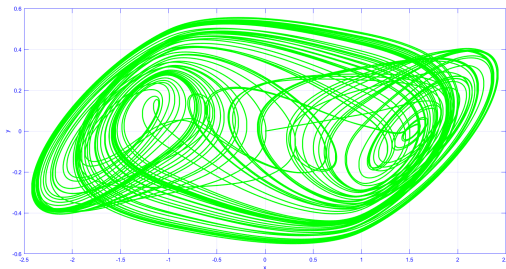
$$\beta_2 = \frac{C_2}{L_2 G^2} = \frac{150nfR^2}{11mH} = \frac{150nf [1500\Omega]^2}{11mH} = 30,6818 \quad (9.8)$$

Los últimos parámetros para obtener la simulación numérica son las pendientes normalizadas M_0 y M_1 , como se muestra en 9.9 y 9.10 respectivamente.

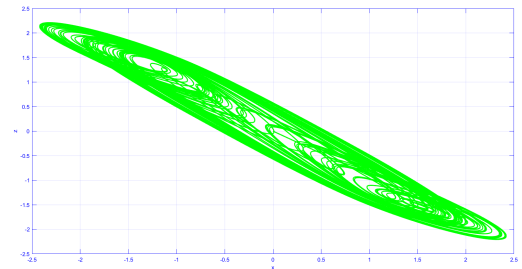
$$M_0 = Rm_0 = (1500\Omega) (-786,538u) = -1,1798 \quad (9.9)$$

$$M_1 = Rm_1 = (1500\Omega) (-455,188u) = -0,6828 \quad (9.10)$$

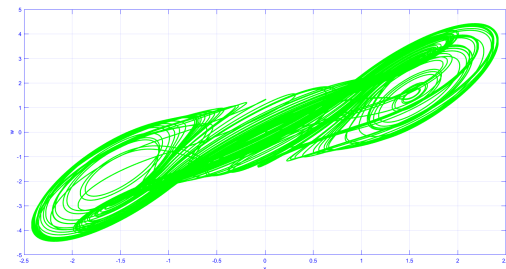
Los resultados obtenidos a partir del modelo matemático en términos del espacio de fase se pueden observar en la Figura 9.15.



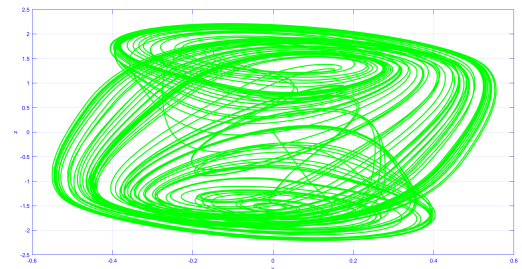
(a) Espacio de fase en el plano $x - y$.



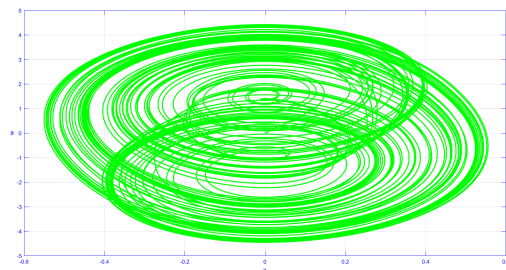
(b) Espacio de fase en el plano $x - z$.



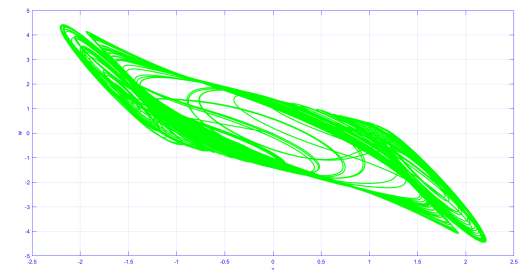
(c) Espacio de fase en el plano $x - w$.



(d) Espacio de fase en plano $y - z$.



(e) Espacio de fase en plano $y - w$.



(f) Espacio de fase en el plano $z - w$.

Figura 9.15: Espacios de fase obtenidos mediante Matlab.

En la Cuadro 9.2 se puede observar el código para la simulación en Matlab, mientras que el diagrama de bloques para las 4 ecuaciones del circuito hipercaótico se muestra en la Figura 9.16.

Las proyecciones tridimensionales del circuito hipercaótico de Chua, mostrado en la Figura 9.3, pueden observarse en la Figura 9.17.


```

clc; clearvars; close all; aone=15; atwo=0.594; Bone=261.36; Btwo=32.67;
M0=-1.1399; %pendiente intermedia de la curva caraterística del diodo de Chua
M1=-0.73; %pendientes exteriores de la curva característica del diodo de Chua
R=sim('hipercaoticidad',80); plot(R.x.signals.values(:,1),R.y.signals.values(:,1),'g','LineWidth',2);
grid on; set(gca,'color','w','xcolor','b','ycolor','b','zcolor','b'); set(gcf,'color','w'); xlabel('x') ylabel('y')
figure() plot(R.x.signals.values(:,1),R.z.signals.values(:,1),'g','LineWidth',2);
set(gca,'color','w','xcolor','b','ycolor','b','zcolor','b'); set(gcf,'color','w'); grid on; xlabel('x') ylabel('z')
figure() plot(R.y.signals.values(:,1),R.z.signals.values(:,1),'g','LineWidth',2);
set(gca,'color','w','xcolor','b','ycolor','b','zcolor','b'); set(gcf,'color','w'); grid on; xlabel('y') ylabel('z')
figure() plot(R.x.signals.values(:,1),R.w.signals.values(:,1),'g','LineWidth',2);
set(gca,'color','w','xcolor','b','ycolor','b','zcolor','b'); set(gcf,'color','w'); grid on; xlabel('x')
ylabel('w')
figure() plot(R.y.signals.values(:,1),R.w.signals.values(:,1),'g','LineWidth',2);
set(gca,'color','w','xcolor','b','ycolor','b','zcolor','b'); set(gcf,'color','w'); grid on; xlabel('y')
ylabel('w')
figure() plot(R.z.signals.values(:,1),R.w.signals.values(:,1),'g','LineWidth',2);
set(gca,'color','w','xcolor','b','ycolor','b','zcolor','b'); set(gcf,'color','w'); grid on; xlabel('z') ylabel('w')
figure() plot3(R.x.signals.values(:,1),R.y.signals.values(:,1),R.z.signals.values(:,1),'g','LineWidth',1);
set(gca,'color','w','xcolor','b','ycolor','b','zcolor','b'); set(gcf,'color','w'); grid on; xlabel('x') ylabel('y')
zlabel('z')
figure() plot3(R.x.signals.values(:,1),R.y.signals.values(:,1),R.w.signals.values(:,1),'g','LineWidth',1);
set(gca,'color','w','xcolor','b','ycolor','b','zcolor','b'); set(gcf,'color','w'); grid on; xlabel('x') ylabel('y')
zlabel('w')
figure() plot3(R.x.signals.values(:,1),R.w.signals.values(:,1),R.z.signals.values(:,1),'g','LineWidth',1);
set(gca,'color','w','xcolor','b','ycolor','b','zcolor','b'); set(gcf,'color','w'); grid on; xlabel('x')
ylabel('w') zlabel('z')
figure(); plot3(R.w.signals.values(:,1),R.y.signals.values(:,1),R.z.signals.values(:,1),'g','LineWidth',1);
set(gca,'color','w','xcolor','b','ycolor','b','zcolor','b'); set(gcf,'color','w'); grid on; xlabel('w')
ylabel('y') zlabel('z')

```

Cuadro 9.2: Código fuente para la simulación numérica del circuito hipercaótico de Chua.

Capítulo 10

Sincronización de dos circuitos hipercaóticos de Chua

Existen diversos métodos para sincronizar sistemas no lineales. En [25] y [31] se realiza la sincronización de dos sistemas mediante la implementación de un amplificador operacional y un resistor, en [32] se realiza la sincronización de dos circuitos de Chua mediante la implementación de un resistor, también se observa que en [33], de igual manera utilizan resistores para sincronizar tres circuitos de Chua, sin embargo, estos también utilizan otros componentes electrónicos para causar la sincronización de estos tres circuitos de Chua, como lo son memristores e inductores. Por otra parte, en [34] se sincronizan dos circuitos caóticos de Chua mediante un acople capacitivo. Este método se utiliza para sincronizar dos circuitos hipercaóticos de Chua, mostrados en la Figura 9.3, de manera bi-direccional entre el voltaje V_1 y el voltaje V'_1 , como se observa en la Figura 10.1.

Para comprobar que la sincronización ha sido realizada de manera exitosa, se obtienen, con el método presentado en [22], [23], [31], entre otros autores, las gráficas de: voltaje V_2 contra voltaje V'_2 ; la corriente en el inductor L_1 contra la corriente en el inductor L'_1 ; la corriente en el inductor L_2 contra la corriente en el inductor L'_2 , con la finalidad de obtener una pendiente positiva con un ángulo de 45° , como se muestra en la Figura 10.2. Se han utilizado los cursores del software de simulación electrónica para obtener el valor de las pendientes positivas, presentando todas un valor unitario, a partir del cual se obtiene el ángulo mediante la utilización de la tangente inversa. El ángulo es de 45° , lo que nos demuestra que la sincronización entre los dos circuitos hipercaóticos que se muestra en la Figura 10.1 se ha realizado de manera correcta mediante la implementación del capacitor C_5 con un valor de $1\mu f$.

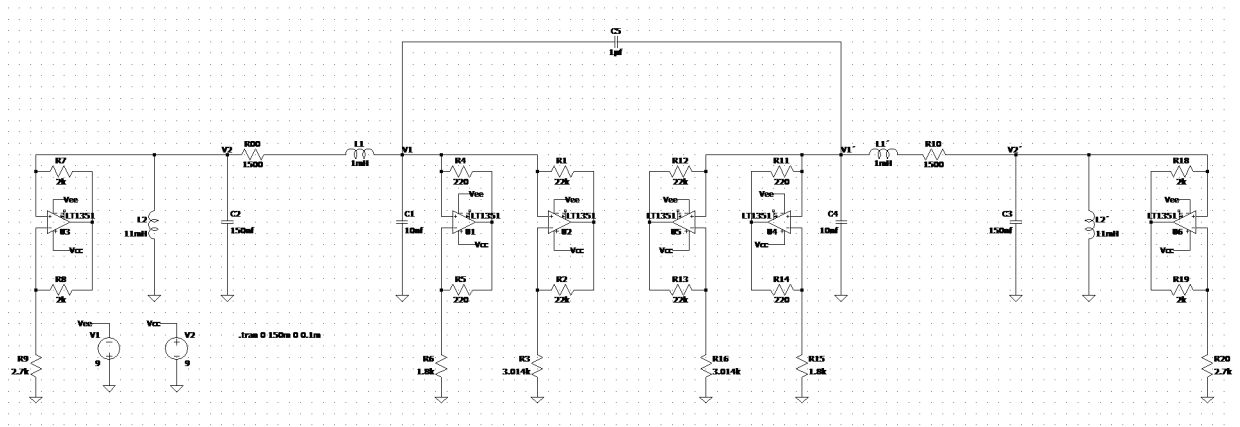
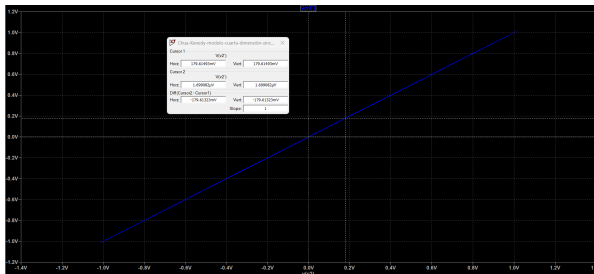
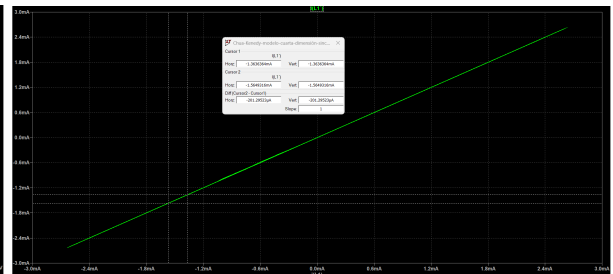


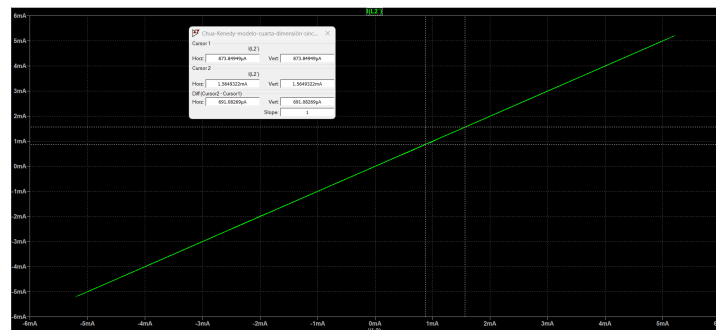
Figura 10.1: Sincronización de dos circuitos hipercaóticos de Chua mediante acople capacitivo.



(a) Voltaje V_2 contra voltaje V_2' .



(b) Corriente en el inductor L_1 contra corriente en el inductor L_1' .



(c) Corriente en i_{L_2} contra corriente en i_{L_2}'

Figura 10.2: Comprobación de la sincronización de los dos circuitos hipercaóticos de Chua.

10.1. Modelo matemático de la sincronización capacitiva hipercaótica

Las ecuaciones que describen el modelo dinámico electrónico del circuito hipercaótico en el sistema emisor se muestra (10.1).

$$\begin{aligned}
 \frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{C_1} [i_{L_1} - g(v_1) - i_{c_s}] \\
 \frac{dv_2}{dt} &= \frac{1}{C_2} [G_1 v_2 - i_{L_1} - i_{L_2}] \\
 \frac{di_{L_1}}{dt} &= -\frac{1}{L_1} [v_2 - v_1 - Ri_{L_1}] \\
 \frac{di_{L_2}}{dt} &= \frac{1}{L_2} [v_2]
 \end{aligned} \tag{10.1}$$

Las ecuaciones que describen el modelo dinámico electrónico del circuito hipercaótico en el sistema receptor se muestra en (10.2).

$$\begin{aligned}
 \frac{dv'_1}{dt} &= \frac{1}{C'_1} [i'_{L_1} - g(v'_1) + i_{c_s}] \\
 \frac{dv'_2}{dt} &= \frac{1}{C'_2} [G'_1 v'_2 - i'_{L_1} - i'_{L_2}] \\
 \frac{di'_{L_1}}{dt} &= -\frac{1}{L'_1} [v'_2 - v'_1 - Ri'_{L_1}] \\
 \frac{di'_{L_2}}{dt} &= \frac{1}{L'_2} [v'_2]
 \end{aligned} \tag{10.2}$$

Entonces, los voltajes v_1 y v'_1 están dados por (10.3) y (10.4) respectivamente.

$$\frac{dv_1}{dt} = \frac{1}{C_1} [i_{L_1} - g(v_1) - i_{c_s}] \tag{10.3}$$

$$\frac{dv'_1}{dt} = \frac{1}{C'_1} [i'_{L_1} - g(v'_1) + i_{c_s}] \tag{10.4}$$

El capacitor C_s presenta dos cargas, q_1 a la entrada y q_2 a la salida, como se muestra en la Figura 10.3. Para obtener las ecuaciones de sincronización de los dos circuitos

hipercaóticos se toma en cuenta que en el circuito hipercaótico en el sistema emisor se pierde, mientras que esta misma la gana el circuito hipercaótico presente en el sistema receptor. Entonces, la corriente en el capacitor C_s está dada por (10.5).

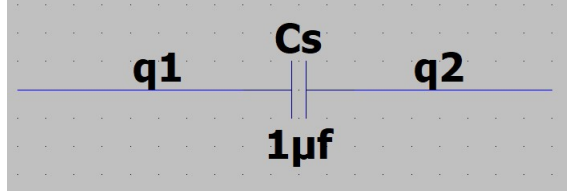


Figura 10.3: Corriente en el capacitor de sincronización.

$$\begin{aligned}
 i_{C_s} &= \frac{dq}{dt} = C_s \left[\frac{dv_1}{dt} - \frac{dv'_1}{dt} \right] \\
 i_{C_s} &= C_s \left[\frac{1}{C_1} [[i_{L_1} - g(v_1)] - i_{C_s}] - \frac{1}{C'_1} [[i'_{L_1} - g(v'_1)] + i_{C_s}] \right] \\
 i_{C_s} &= C_s \left[\frac{1}{C_1} [i_{L_1} - g(v_1)] - \frac{i_{C_s}}{C_1} - \frac{1}{C'_1} [i'_{L_1} - g(v'_1)] - \frac{i_{C_s}}{C'_1} \right] \\
 i_{C_s} &= C_s \left[\frac{1}{C_1} [i_{L_1} - g(v_1)] - \frac{1}{C'_1} [i'_{L_1} - g(v'_1)] \right] + C_s \left[i_{C_s} \left(-\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C'_1} \right) \right] \\
 i_{C_s} &= C_s \left[\frac{1}{C_1} [i_{L_1} - g(v_1)] - \frac{1}{C'_1} [i'_{L_1} - g(v'_1)] \right] - i_{C_s} \left[C_s \left(\frac{C'_1 + C_1}{C_1 C'_1} \right) \right] \\
 i_{C_s} \left[1 + C_s \left(\frac{C'_1 + C_1}{C_1 C'_1} \right) \right] &= C_s \left[\frac{1}{C_1} [i_{L_1} - g(v_1)] - \frac{1}{C'_1} [i'_{L_1} - g(v'_1)] \right] \\
 i_{C_s} \left[\frac{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)}{C_1 C'_1} \right] &= C_s \left[\frac{1}{C_1} [i_{L_1} - g(v_1)] - \frac{1}{C'_1} [i'_{L_1} - g(v'_1)] \right] \\
 i_{C_s} &= \frac{C_s C_1 C'_1}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} \left[\frac{1}{C_1} [i_{L_1} - g(v_1)] - \frac{1}{C'_1} [i'_{L_1} - g(v'_1)] \right] \\
 i_{C_s} &= \frac{C_s}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} [C'_1 [i_{L_1} - g(v_1)] - C_1 [i'_{L_1} - g(v'_1)]]
 \end{aligned} \tag{10.5}$$

Sustituyendo en 10.3, se tiene el nuevo valor para v_1 , como se muestra en (10.6).

$$\begin{aligned}
 \frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{C_1} \left[i_{L_1} - g(v_1) - \frac{C_s}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} \left[C'_1 [i_{L_1} - g(v_1)] - C_1 [i'_{L'_1} - g(v'_1)] \right] \right] \\
 \frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{C_1} \left[[i_{L_1} - g(v_1)] \left[1 - \frac{C_s C'_1}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} \right] + \frac{C_s C_1}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} [i'_{L'_1} - g(v'_1)] \right] \\
 \frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{C_1} \left[[i_{L_1} - g(v_1)] \left[\frac{C_1 C'_1 + C_s C'_1 + C_s C_1 - C_s C'_1}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} \right] + \frac{C_s C_1}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} [i'_{L'_1} - g(v'_1)] \right] \\
 \frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{C_1} \left[\frac{C_1}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} \right] \left[[i_{L_1} - g(v_1)] [C'_1 + C_s] + C_s [i'_{L'_1} - g(v'_1)] \right] \\
 \frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} \left[[i_{L_1} - g(v_1)] [C'_1 + C_s] + C_s [i'_{L'_1} - g(v'_1)] \right] \tag{10.6}
 \end{aligned}$$

Sustituyendo en 10.4, se tiene el nuevo valor para v_1 , como se muestra en (10.7).

$$\begin{aligned}
 \frac{dv'_1}{dt} &= \frac{1}{C'_1} \left[i'_{L'_1} - g(v'_1) + \frac{C_s}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} \left[C'_1 [i_{L_1} - g(v_1)] - C_1 [i'_{L'_1} - g(v'_1)] \right] \right] \\
 \frac{dv'_1}{dt} &= \frac{1}{C'_1} \left[[i'_{L'_1} - g(v'_1)] \left[1 - \frac{C_s C_1}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} \right] + \frac{C_s C'_1}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} [i_{L_1} - g(v_1)] \right] \\
 \frac{dv'_1}{dt} &= \frac{1}{C'_1} \left[[i'_{L'_1} - g(v'_1)] \left[\frac{C_1 C'_1 + C_s C'_1 + C_s C_1 - C_s C_1}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} \right] + \frac{C_s C'_1}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} [i_{L_1} - g(v_1)] \right] \\
 \frac{dv'_1}{dt} &= \frac{1}{C'_1} \left[\frac{C'_1}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} \right] \left[[i'_{L'_1} - g(v'_1)] [C_1 + C_s] + C_s [i_{L_1} - g(v_1)] \right] \\
 \frac{dv'_1}{dt} &= \frac{1}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} \left[[i'_{L'_1} - g(v'_1)] [C_1 + C_s] + C_s [i_{L_1} - g(v_1)] \right] \tag{10.7}
 \end{aligned}$$

Se muestra nuevamente el sistema de ecuaciones para el circuito hipercaótico en el emisor en (10.8).

$$\begin{aligned}
 \frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} \left[[i_{L_1} - g(v_1)] [C'_1 + C_s] + C_s [i'_{L'_1} - g(v'_1)] \right] \\
 \frac{dv_2}{dt} &= \frac{1}{C_2} [G_1 v_2 - i_{L_1} - i_{L_2}] \\
 \frac{di_{L_1}}{dt} &= -\frac{1}{L_1} [v_2 - v_1 - R i_{L_1}] \\
 \frac{di_{L_2}}{dt} &= \frac{1}{L_2} [v_2] \tag{10.8}
 \end{aligned}$$

Se muestra nuevamente el sistema de ecuaciones para el circuito hipercaótico en el receptor en (10.9).

$$\begin{aligned}\frac{dv'_1}{dt} &= \frac{1}{C_1 C'_1 + C_s (C'_1 + C_1)} \left[[i'_{L_1} - g(v'_1)] [C_1 + C_s] + C_s [i_{L_1} - g(v_1)] \right] \\ \frac{dv'_2}{dt} &= \frac{1}{C'_2} [G'_1 v'_2 - i'_{L_1} - i'_{L_2}] \\ \frac{di'_{L_1}}{dt} &= -\frac{1}{L'_1} [v'_2 - v'_1 - R i'_{L_1}] \\ \frac{di'_{L_2}}{dt} &= \frac{1}{L'_2} [v'_2]\end{aligned}\tag{10.9}$$

Capítulo 11

Enmascaramiento de señales

Diversos autores, como [35], [36] y [37], han implementado diferentes esquemas de enmascaramiento caótico con la finalidad de enviar a través de un canal seguro imágenes enmascaradas mediante sus respectivos sistemas caóticos. En este caso, se ha implementado un esquema de enmascaramiento hipercaótico básico, implementando un esquema similar al presentado en [25]. La sincronización de los dos circuitos hipercaóticos presentada en la Figura 10.1 se complementa para el envío y recepción segura de señales básicas. La Figura 11.1 muestra el circuito para el enmascaramiento de un mensaje.

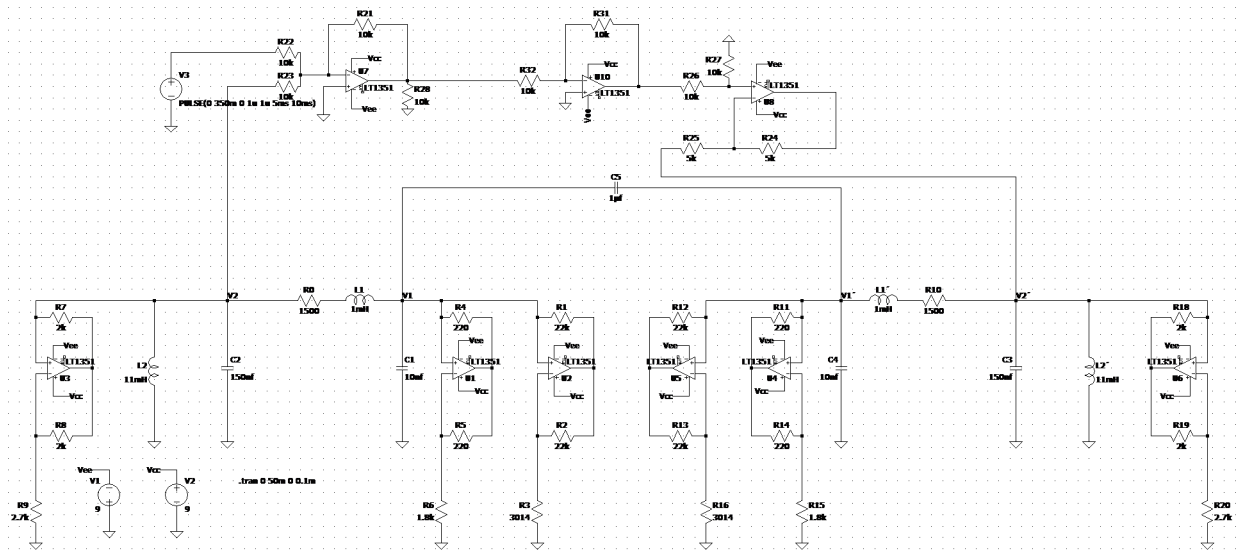


Figura 11.1: Enmascaramiento caótico de la señal pulso.

La Figura 11.2 muestra el proceso de enmascaramiento y recuperación de la señal

pulso: la Figura 11.2a muestra la evolución del voltaje V_2 con respecto al tiempo; la Figura 11.2b muestra la señal a enmascarar, siendo esta un pulso cuadrado; la Figura 11.2c muestra la señal pulso cuadrado enmascarada por el voltaje V_2 ; por último, la Figura 11.2d muestra la recuperación de la señal enviada desde el circuito hipercaótico transmisor al circuito hipercaótico receptor.

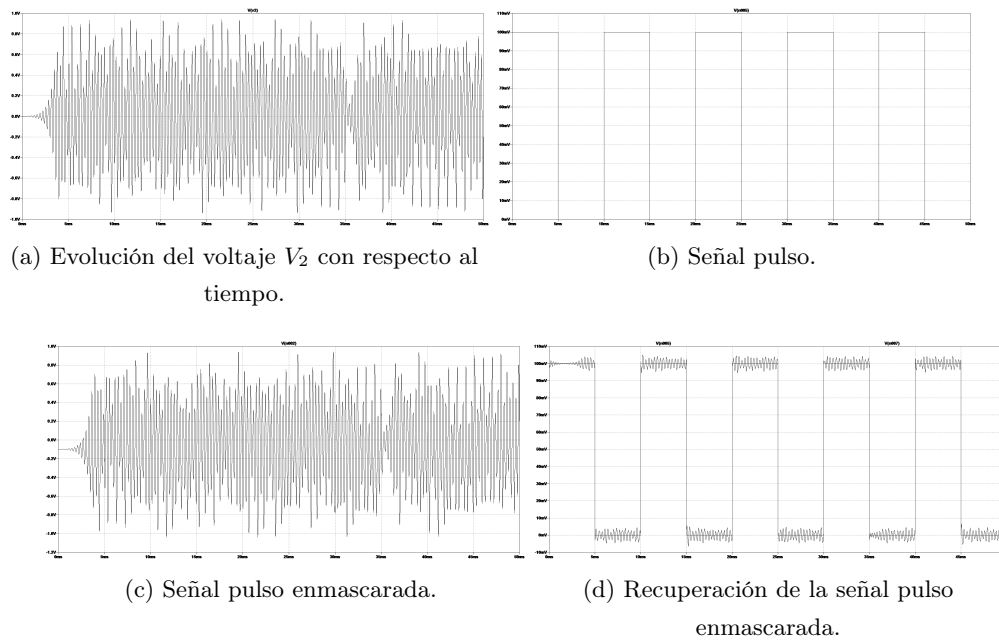


Figura 11.2: Enmascaramiento y desenmascaramiento de la señal pulso.

La Figura 11.3 muestra el proceso de enmascaramiento y recuperación de la señal sinusoidal: la Figura 11.3a muestra la evolución del voltaje V_2 con respecto al tiempo; la Figura 11.3b muestra la señal a enmascarar, siendo esta una señal sinusoidal; la Figura 11.3c muestra la señal sinusoidal enmascarada por el voltaje V_2 ; por último, la Figura 11.3d muestra la recuperación de la señal enviada desde el circuito hipercaótico transmisor al circuito hipercaótico receptor.

La Figura 11.4 muestra el proceso de enmascaramiento y recuperación de la señal diente de sierra: la Figura 11.4a muestra la evolución del voltaje V_2 con respecto al tiempo; la Figura 11.4b muestra la señal a enmascarar, siendo esta un diente de sierra; la Figura 11.4c muestra la señal diente de sierra enmascarada por el voltaje V_2 ; por último, la Figura 11.4d muestra la recuperación de la señal enviada desde el circuito hipercaótico transmisor al circuito hipercaótico receptor.

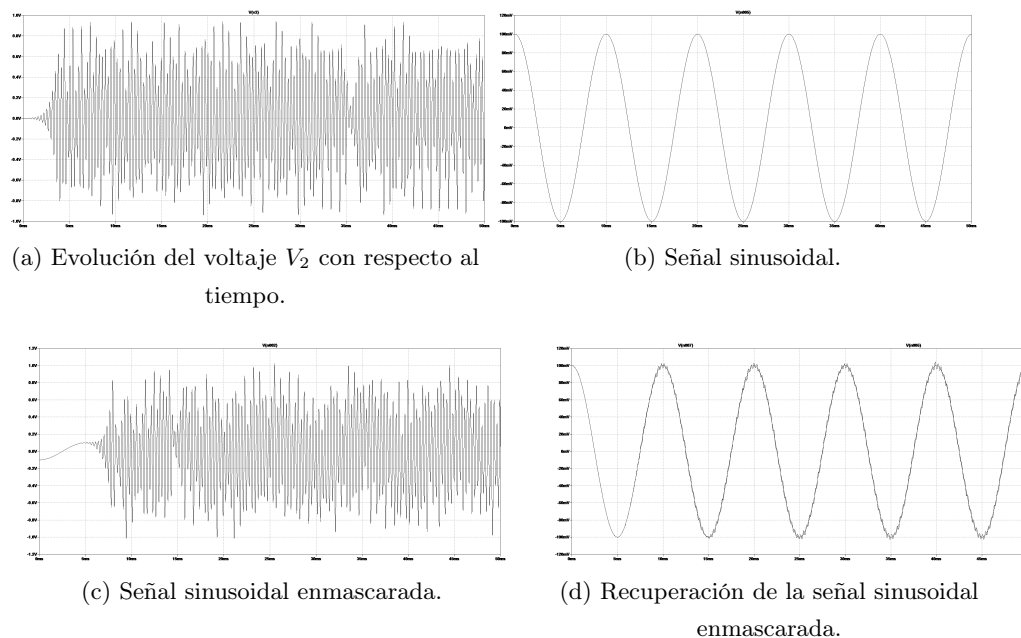


Figura 11.3: Enmascaramiento y desenmascaramiento de la señal sinusoidal.

La Figura 11.5 muestra el proceso de enmascaramiento y recuperación de la señal trapezoidal: la Figura 11.5a muestra la evolución del voltaje V_2 con respecto al tiempo; la Figura 11.5b muestra la señal a enmascarar, siendo esta una señal trapezoidal; la Figura 11.5c muestra la señal trapezoidal enmascarada por el voltaje V_2 ; por último, la Figura 11.5d muestra la recuperación de la señal enviada desde el circuito hipercaótico transmisor al circuito hipercaótico receptor.

La Figura 11.6a muestra el proceso de enmascaramiento y recuperación de la señal triangular: la Figura 11.5a muestra la evolución del voltaje V_2 con respecto al tiempo; la Figura 11.6b muestra la señal a enmascarar, siendo esta una señal triangular; la Figura 11.6c muestra la señal triangular enmascarada por el voltaje V_2 ; por último, la Figura 11.6d muestra la recuperación de la señal enviada desde el circuito hipercaótico transmisor al circuito hipercaótico receptor.

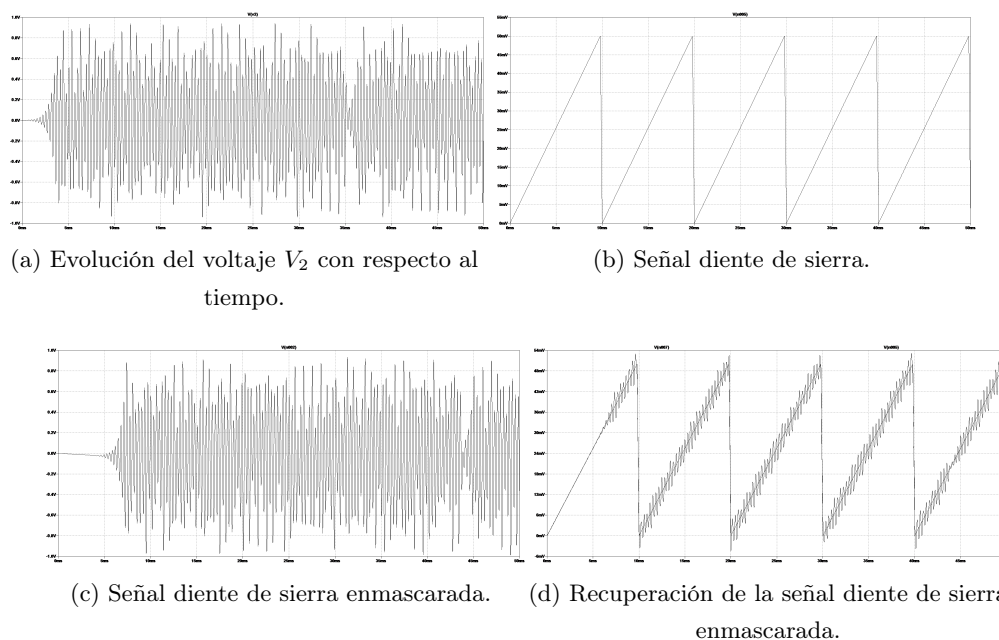


Figura 11.4: Enmascaramiento y desenmascaramiento de la señal diente de sierra.

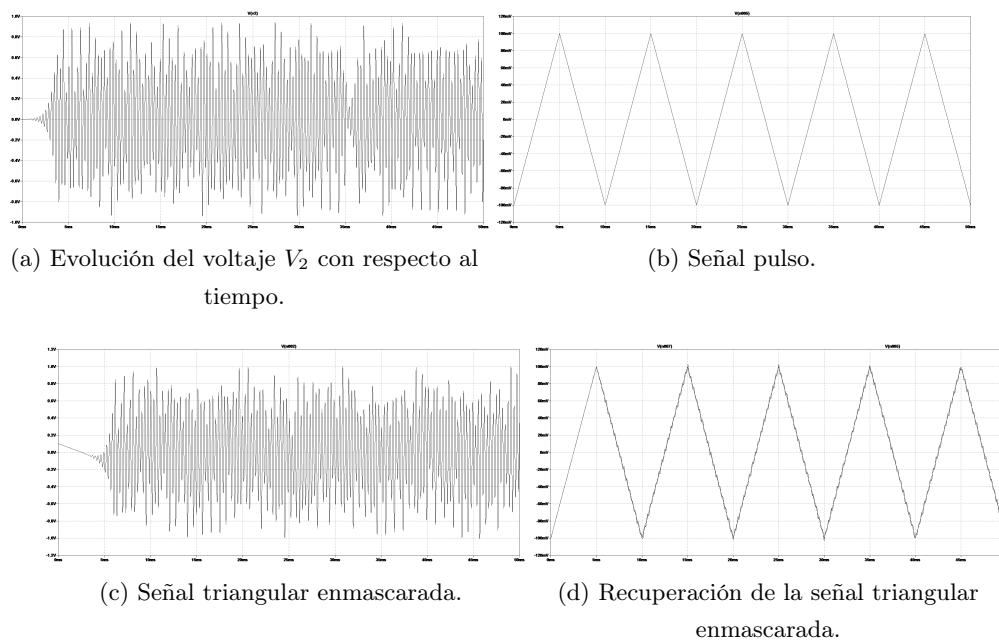


Figura 11.6: Enmascaramiento y desenmascaramiento de la señal triangular.

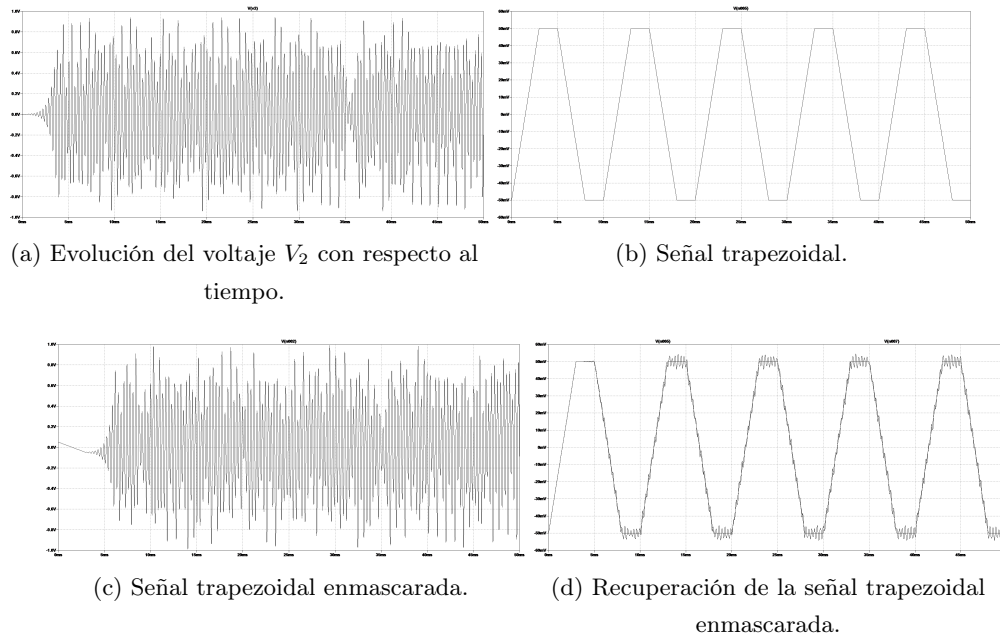


Figura 11.5: Enmascaramiento y desenmascaramiento de la señal trapezoidal.

11.1. ¿Por qué partir del enmascaramiento de señales básicas de la electrónica?

Las señales básicas de la electrónica, son bien conocidas y comprendidas en términos de sus propiedades y características. Utilizar estas señales como punto de partida permite un mayor entendimiento y control de los resultados del enmascaramiento. Además, al trabajar con señales básicas, es más fácil comparar los resultados con los modelos teóricos y los métodos convencionales de enmascaramiento. Trabajar con señales básicas facilita el análisis y la evaluación de los resultados del enmascaramiento. Al utilizar señales simples, se pueden identificar y estudiar claramente los efectos del enmascaramiento producidos por los circuitos hipercaóticos. Esto permite una mejor comprensión de los principios y mecanismos involucrados en el enmascaramiento.

Las señales básicas de la electrónica, como las ondas sinusoidales y triangulares, se utilizan ampliamente en diversos campos y aplicaciones. Al demostrar la efectividad del enmascaramiento en estas señales básicas, se puede establecer un fundamento sólido para su aplicabilidad en situaciones más complejas. Esto proporciona una base para evaluar la eficacia y la superioridad relativa de los circuitos hipercaóticos en términos de enmascaramiento.

El enmascaramiento de señales mediante circuitos hipercaóticos es un campo de investigación fascinante que ofrece varias oportunidades para futuros trabajos, por ejemplo:

- **Análisis teórico y modelado:** Es posible explorar y desarrollar modelos teóricos más avanzados que describan la interacción entre la señal de entrada y los circuitos hipercaóticos utilizados para su enmascaramiento. Esto implica el desarrollo de ecuaciones y simulaciones más sofisticadas que capturen mejor el comportamiento de los sistemas.
- **Mejora de la eficiencia y estabilidad:** Este trabajo da pauta a la investigación de técnicas y estrategias para mejorar la eficiencia y estabilidad del enmascaramiento. Esto puede involucrar la optimización de los parámetros del circuito hipercaótico para lograr un enmascaramiento más efectivo y robusto, así como la reducción del consumo de energía y el diseño de circuitos más eficientes.
- **Enmascaramiento adaptativo:** Facilita la búsqueda de enfoques de enmascaramiento adaptativo que ajusten automáticamente los parámetros del circuito hipercaótico en función de la señal de entrada. Esto permitiría adaptarse a diferentes señales y condiciones cambiantes, mejorando así la eficacia del enmascaramiento.
- **Aplicaciones específicas:** Abre las puertas a la investigación y desarrollo de aplicaciones prácticas y relevantes del enmascaramiento mediante circuitos hipercaóticos. Esto puede incluir áreas como la seguridad de la comunicación, la privacidad de datos, la transmisión de información oculta y la protección contra interferencias no deseadas.
- **Implementaciones físicas y experimentales:** Esto permite validar los resultados teóricos y explorar el comportamiento real de los circuitos, así como investigar desafíos prácticos relacionados con la implementación y la mejora del rendimiento.

El campo del enmascaramiento mediante circuitos hipercaóticos es amplio y hay muchas direcciones en las que se puede explorar y contribuir. Se recomienda revisar la literatura científica existente, colaborar con expertos en el campo y seguir los avances más recientes para desarrollar ideas y enfoques novedosos.

Tomando en cuenta que es posible ir de los dos atractores a un sólo atractor, como en el modelo de Rossler, es posible aplicar a futuro un control en la variación de los parámetros para generar diferentes señales de enmascaramiento y que estas no sean repetitivas en el enmascaramiento del mensaje de entrada en cuestión.

Capítulo 12

Resultados

12.1. Circuito caótico de Chua

Se ha implementado el circuito de Chua, mostrado en la Figura 8.2, de manera física, como se observa en la Figura 12.1.

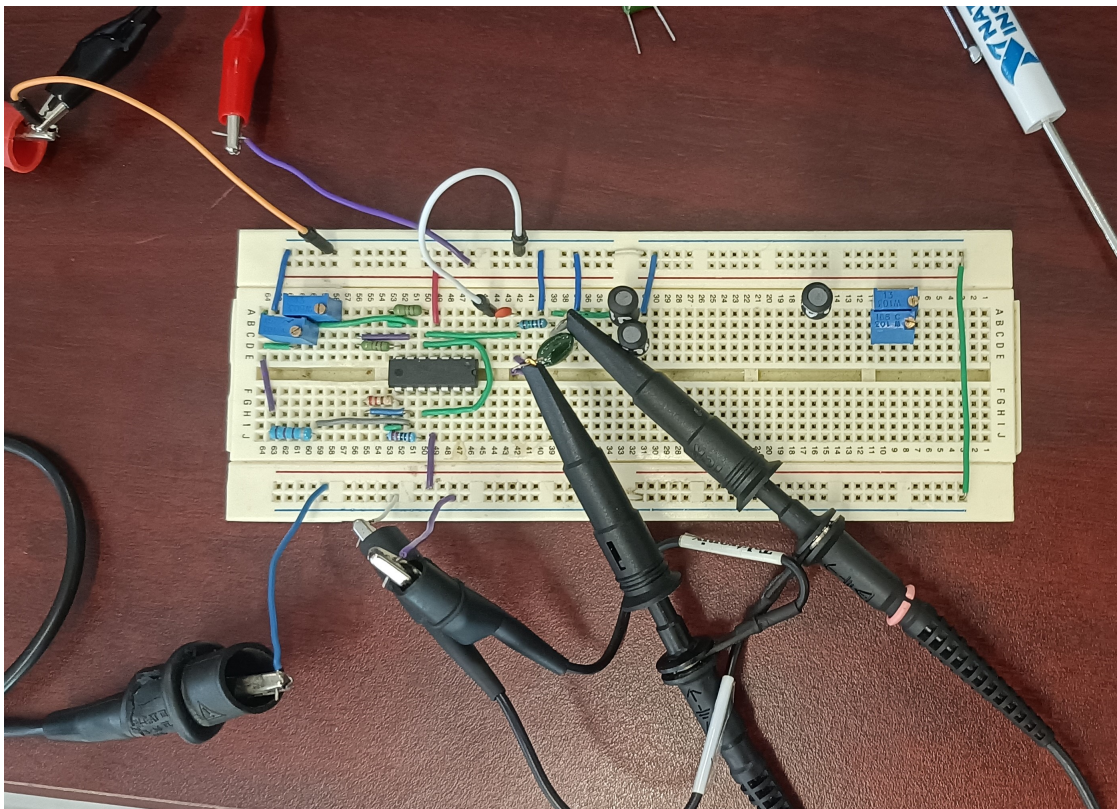


Figura 12.1: Circuito físico del circuito de Chua.

Los amplificadores operacionales implementados han sido los incluidos en el circuito integrado *TL084*, alimentado con una fuente de alimentación bipolar de $\pm 9v$, como puede observarse en la Figura 12.2.

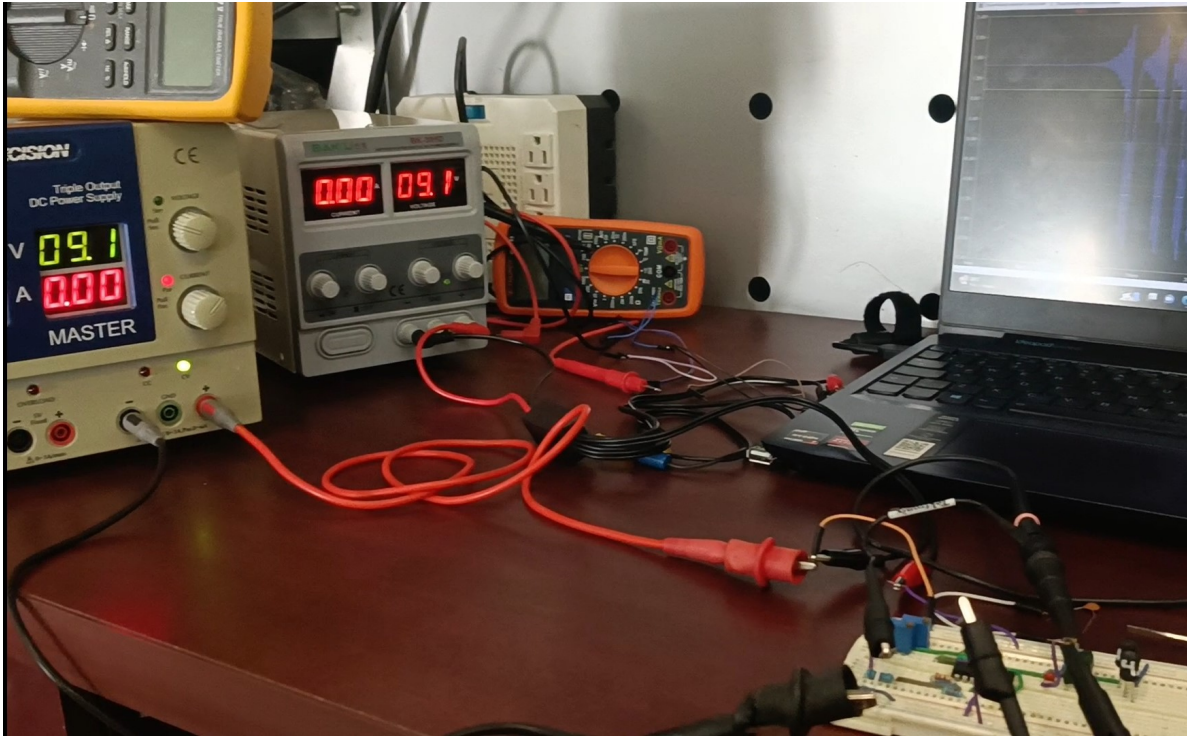
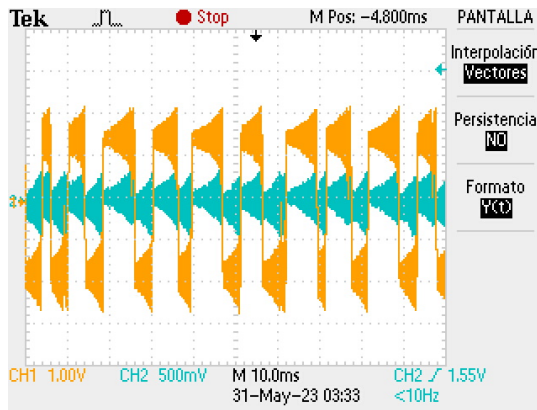
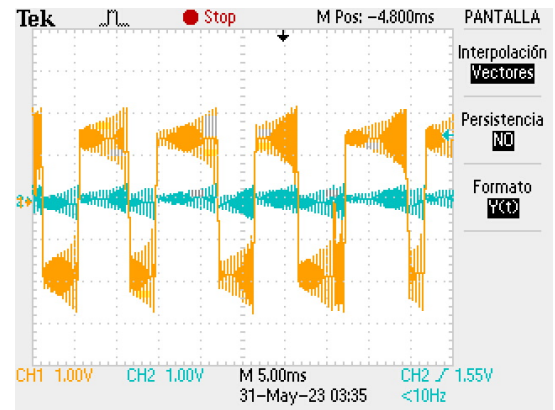
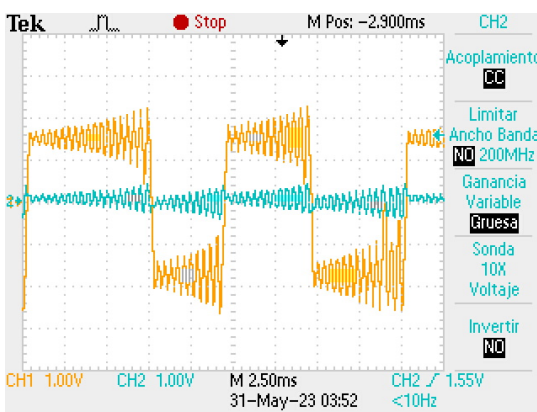
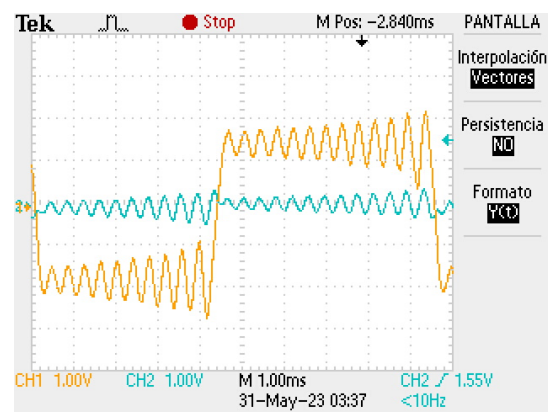
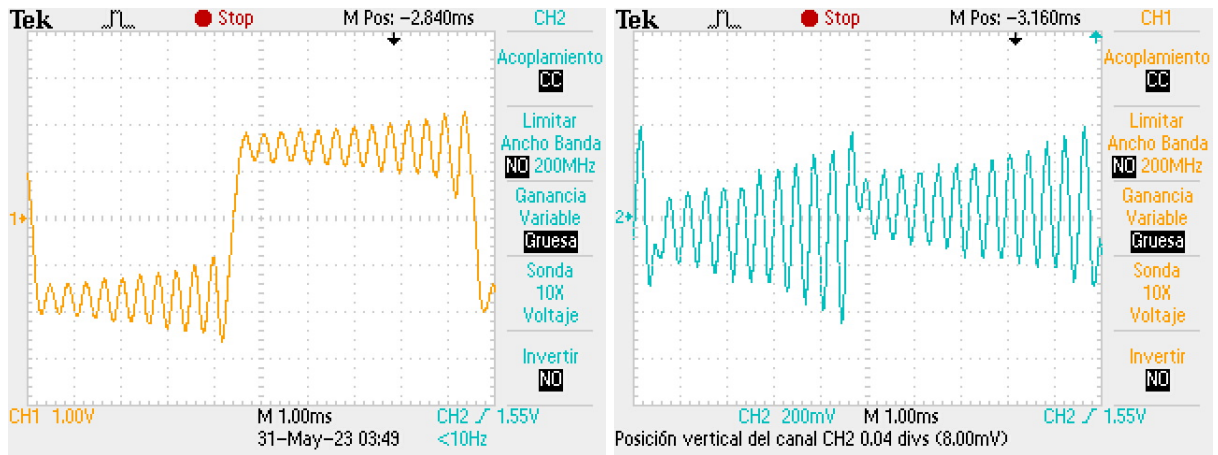


Figura 12.2: Alimentación del circuito integrado *TL084*.

Mediante el uso del osciloscopio, se han obtenido las señales correspondientes al voltaje v_1 y v_2 en diferentes periodos. La Figura 12.3a muestra la señal generada por el voltaje v_1 en color amarillo, con una escala en el eje de las ordenadas de $1v$ por recuadro, mientras que la señal en color azul pertenece al voltaje v_2 , con una escala de $500mv$ en el eje de las ordenadas. Ambas señales se han graficado en un periodo de $10ms$. La Figura 12.3b muestra las señales generadas por los voltajes v_1 y v_2 con una escala de amplitud de $1v$, en un periodo de $5ms$. En la Figura 12.3c se observan nuevamente las señales caóticas generadas por los voltajes v_1 y v_2 en un periodo de $2,5ms$, ambos en una escala de $1v$ en el eje de las ordenadas. Por último, la Figura 12.3d muestra las mismas señales en un periodo de $1ms$.

(a) v_1 y v_2 con un periodo de $10ms$.(b) v_1 y v_2 con un periodo de $5ms$.(c) v_1 y v_2 con un periodo de $2,5ms$.(d) v_1 y v_2 con un periodo de $1ms$.Figura 12.3: Señales v_1 y v_2 obtenidas a partir del circuito físico de Chua.

Para una mejor apreciación de las señales generadas por los voltajes v_1 y v_2 , se muestra la Figura 12.4, teniendo ambas un periodo de $1ms$, cambiando su escala en amplitud. La Figura 12.4a muestra la señal generada por el voltaje v_1 con una escala en su amplitud de $1v$, mientras que la Figura 12.4b muestra la señal generada por el voltaje v_2 con una escala en su amplitud de $200mv$.

(a) v_1 en un periodo de 1ms.(b) v_2 en un periodo de 1ms.Figura 12.4: Señales v_1 y v_2 en un periodo de 1ms.

El doble atractor caótico obtenido a partir de la implementación física del circuito de Chua se muestra en la Figura 12.5.

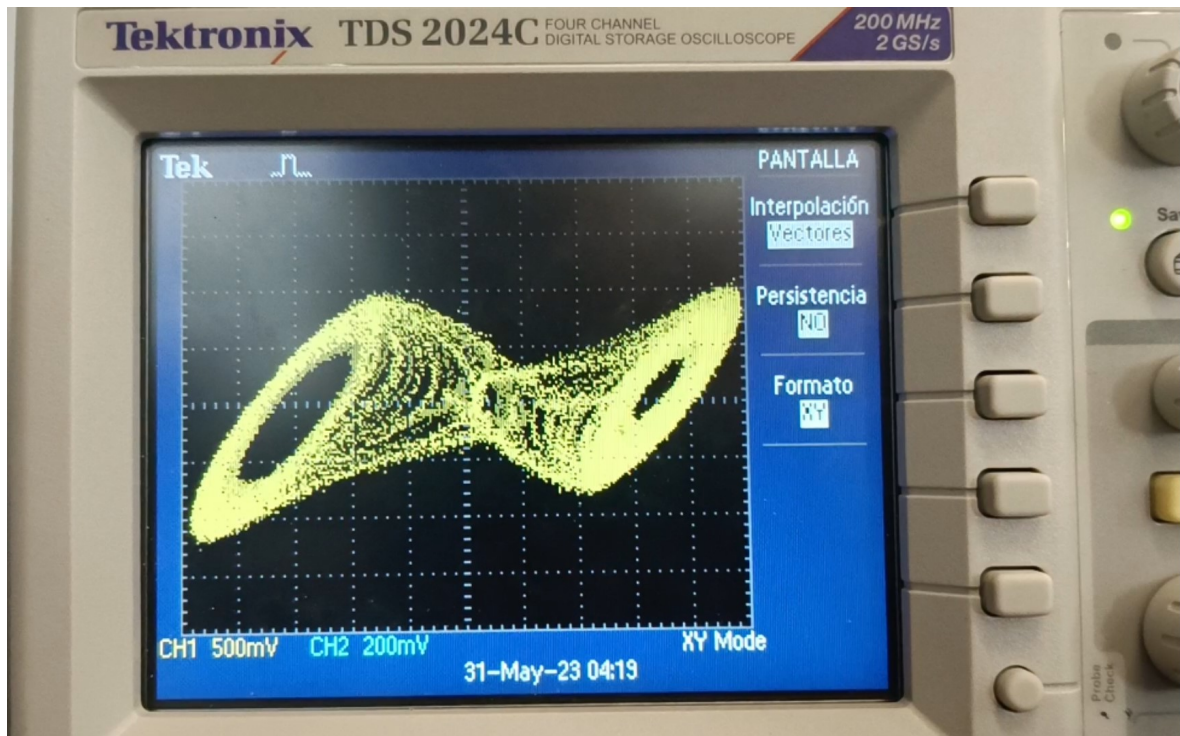


Figura 12.5: Doble atractor caótico del circuito de Chua.

12.2. Circuito hipercaótico de Chua

Para el enmascaramiento de señales, han sido implementados dos circuitos hipercaóticos semejantes, con la finalidad de utilizar uno en el sistema emisor, para enmascarar cualesquiera señales, y el otro en el sistema receptor, con la finalidad de tener una señal recíproca para desenmascarar la señal recibida. El modelo del circuito hipercaótico implementado, es el que se muestra en la Figura 9.3. La Figura 12.6 muestra los circuitos hipercaóticos de Chua. El primer circuito hipercaótico, que ha sido incorporado al sistema emisor, se muestra en la Figura 12.6a, mientras que el segundo circuito hipercaótico de Chua, que ha sido incorporado en el sistema receptor, puede observarse en la Figura 12.6b.

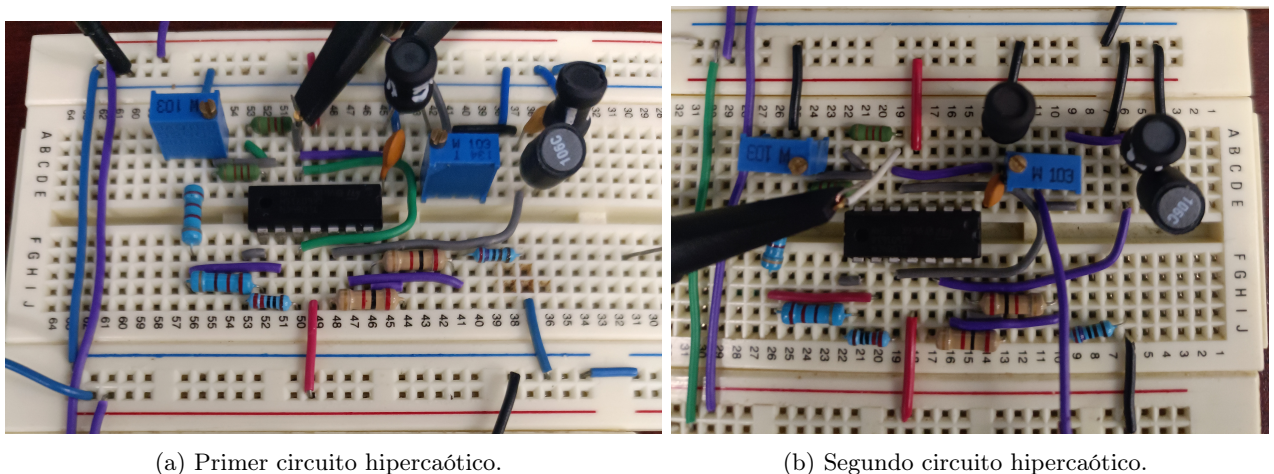


Figura 12.6: Circuitos hipercaóticos semejantes de Chua.

Las señales generadas a partir de los voltajes v_1 y v_2 en el primer circuito hipercaótico de Chua se muestran a diferentes periodos en la Figura 12.7. La escala en amplitud es de $1v$ (en el eje de las ordenadas), mientras que la Figura 12.7a presenta un periodo de $10ms$, la Figura 12.7b presenta un periodo de $2,5ms$, la Figura 12.7c muestra las señales v_1 y v_2 en un periodo de $1ms$ y, por último, la Figura 12.7d muestra las señales generadas por los voltajes mencionados en un periodo de $500us$.

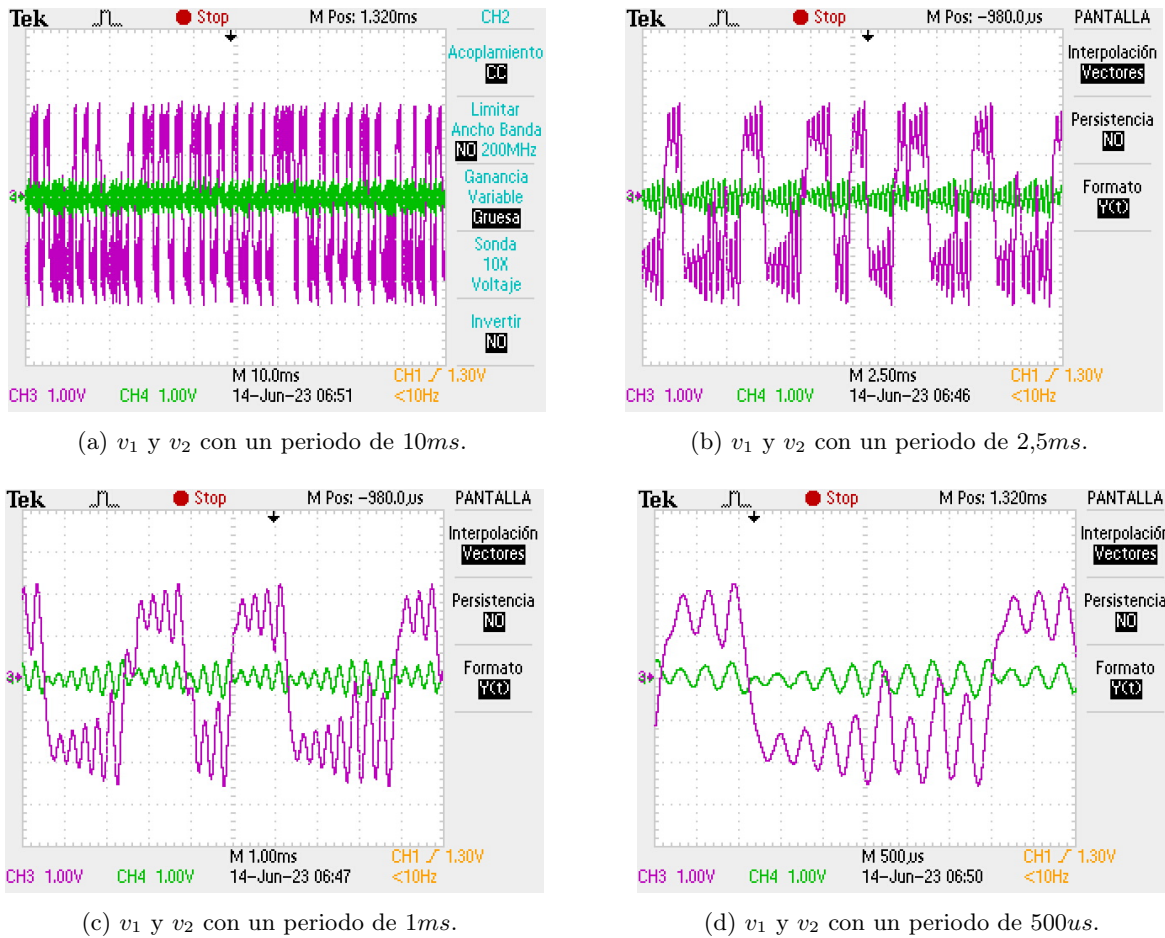
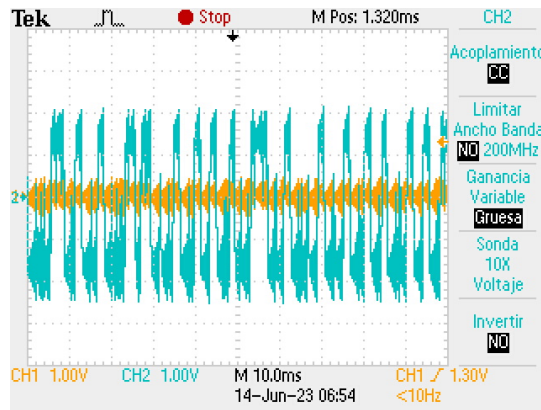
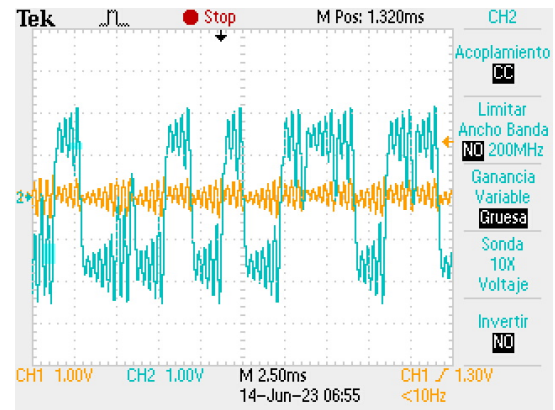
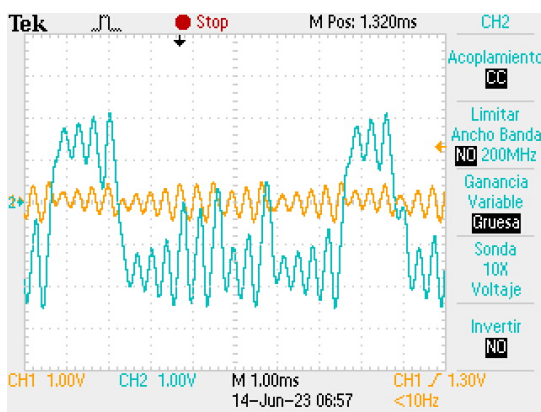
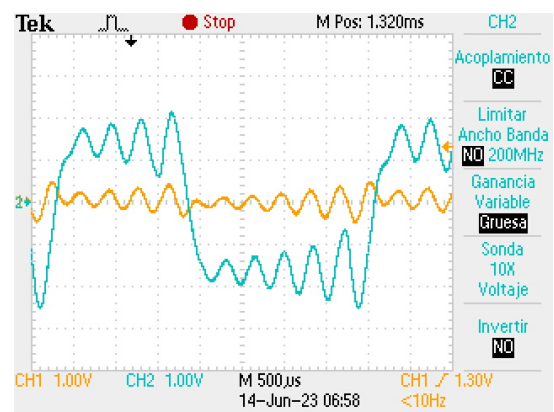


Figura 12.7: Señales v_1 y v_2 obtenidas a partir del primer circuito hipercaótico de Chua.

Por otro lado, las señales generadas a partir de los voltajes v'_1 y v'_2 en el segundo circuito hipercaótico de Chua, se muestran a diferentes periodos en la Figura 12.8. La escala de la amplitud es de $1v$. La Figura 12.7a presenta un periodo de $10ms$ para las señales generadas a partir de los voltajes v'_1 y v'_2 , la Figura 12.7b presenta un periodo de $2,5ms$ para las señales generadas a partir de los voltajes v'_1 y v'_2 , la Figura 12.7c muestra un periodo de $1ms$ y, por último, la Figura 12.7d muestra las mismas señales en un periodo de $500us$.

12.2.1. Comparación entre los voltajes v_1 y v'_1

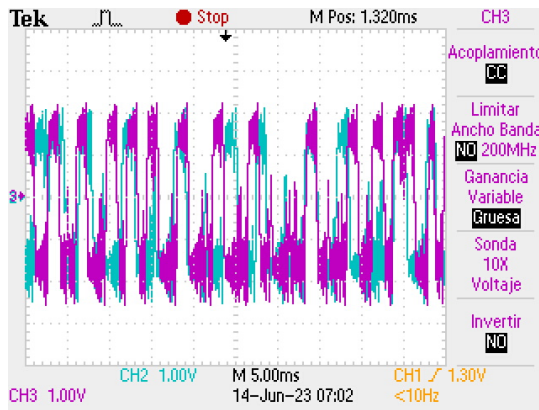
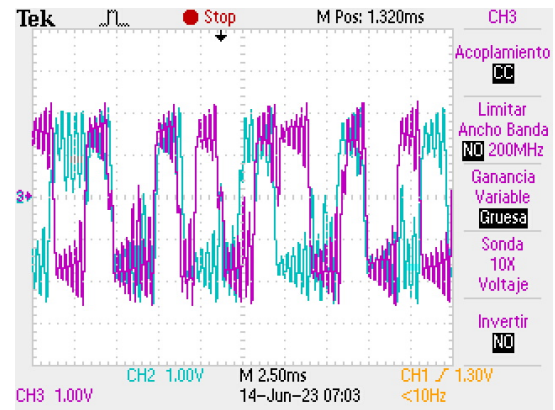
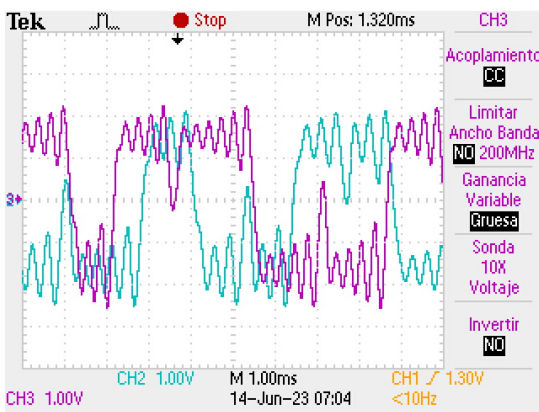
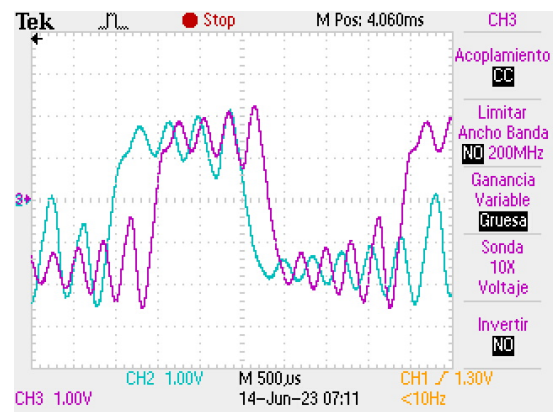
Se han graficado, a distintos periodos, los voltajes v_1 y v'_1 mediante el apoyo del osciloscopio con la finalidad de observar la semejanza entre ambas señales en amplitud

(a) v_1' y v_2' con un periodo de $10ms$.(b) v_1' y v_2' con un periodo de $2,5ms$.(c) v_1' y v_2' con un periodo de $1ms$.(d) v_1' y v_2' con un periodo de $500us$.Figura 12.8: Señales v_1' y v_2' obtenidas a partir del segundo circuito hipercaótico de Chua.

y comportamiento hipercaótico, como se muestra en la Figura 12.9, con una escala en amplitud de $1v$. La Figura 12.9a muestra una escala periódica de $5ms$. La Figura 12.9b está dada en una escala periódica de $2,5ms$. La Figura 12.9c está dada en una escala periódica de $1ms$ y, por último, la Figura 12.9d se encuentra graficada en una escala en su periodo de $500us$.

12.2.2. Comparación entre los voltajes v_2 y v_2'

Se han graficado, a distintos periodos, los voltajes v_2 y v_2' mediante el apoyo del osciloscopio con la finalidad de observar la semejanza entre ambas señales en amplitud y comportamiento hipercaótico, como se muestra en la Figura 12.10. De manera similar a las señales graficadas para los voltajes v_1 y v_1' , como se muestra en la Figura 12.9, la

(a) v_1 y v_1' con un periodo de $5ms$.(b) v_1 y v_1' con un periodo de $2,5ms$.(c) v_1 y v_1' con un periodo de $1ms$.(d) v_1 y v_1' con un periodo de $500us$.Figura 12.9: Señales v_1 y v_1' obtenidas a partir de ambos circuitos hipercaóticos.

amplitud para las gráficas de la Figura 12.10 presentan todas una misma escala en su amplitud, siendo esta de $200mv$, variando únicamente la escala en su periodo. Para la Figura 12.10a la escala periódica es de $5ms$; para la Figura 12.10b su escala periódica es de $2,5ms$; la escala periódica en la Figura 12.10c es de $1ms$; por último, la Figura 12.10d presenta una escala periódica de $500us$.

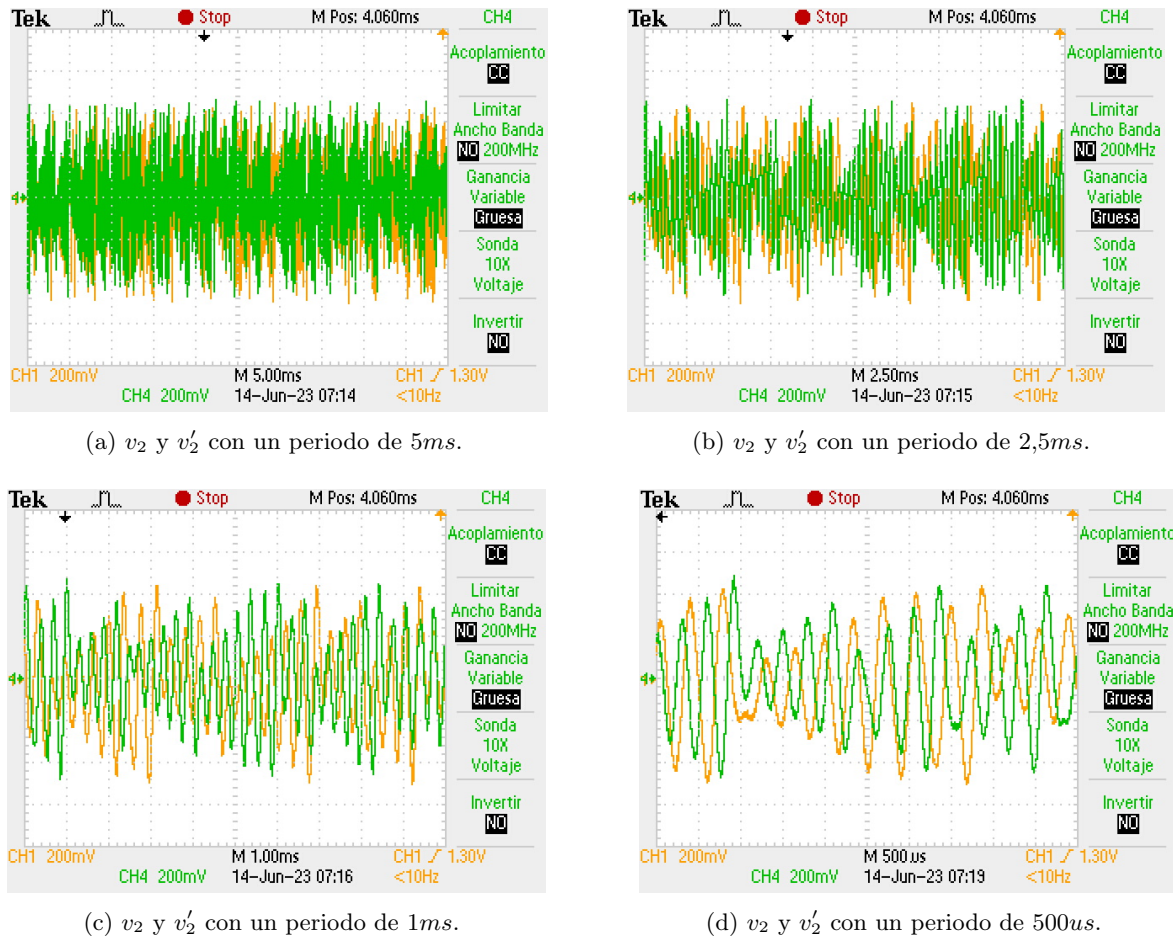
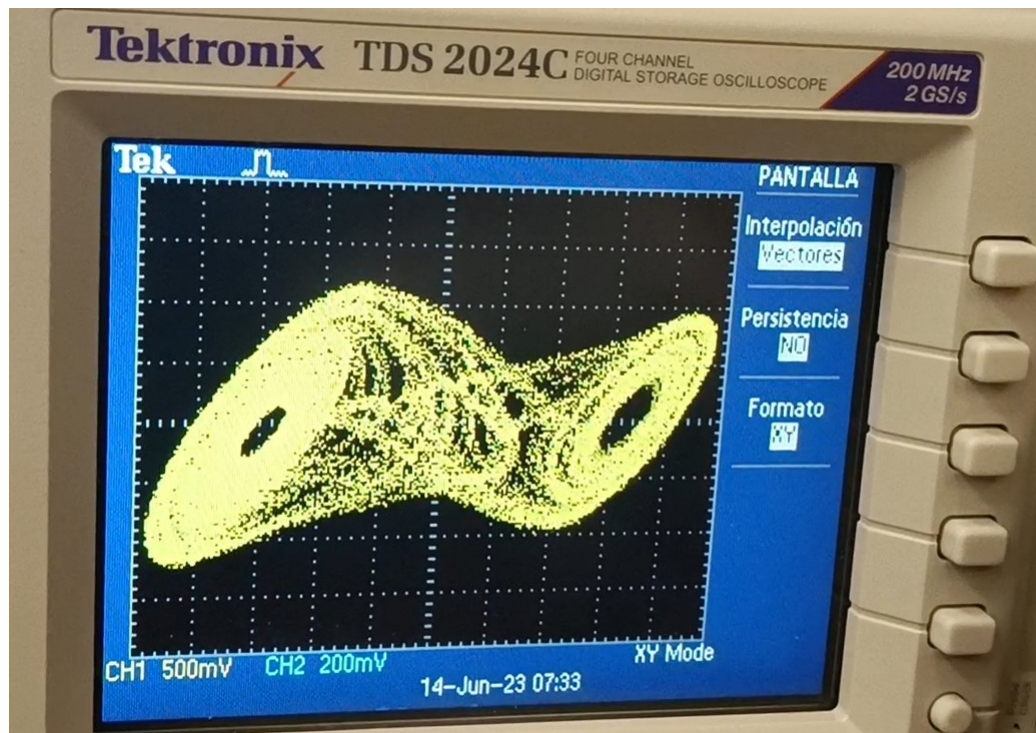
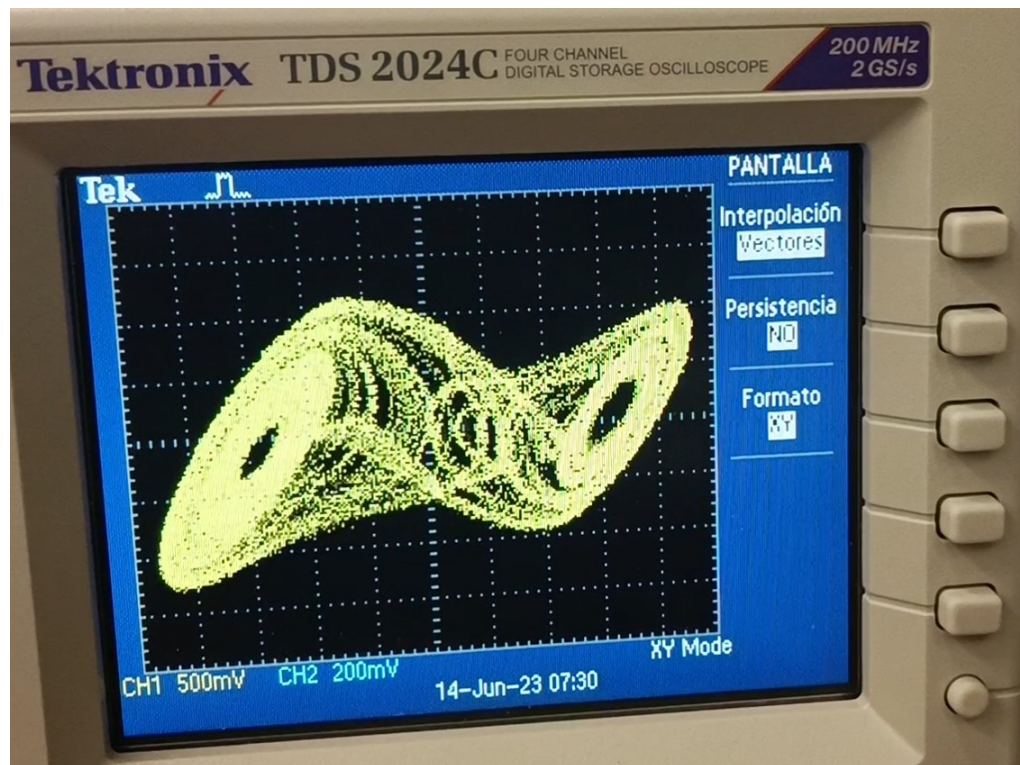


Figura 12.10: Señales v_2 y v'_2 obtenidas a partir de ambos circuitos hipercaóticos.

12.2.3. Comportamiento hipercaótico en los circuitos

Se observa el fenómeno hipercaótico generado al graficar la señal generada por el voltaje v_1 contra la señal generada por el voltaje v_2 en el circuito hipercaótico emisor, como se muestra en la Figura 12.11.

El fenómeno hipercaótico presente en el circuito receptor, se observa al graficar la señal generada por el voltaje v'_1 contra la señal generada por el voltaje v'_2 , como se muestra en la Figura 12.12.

Figura 12.11: v_1 vs v_2 .Figura 12.12: v'_1 vs v'_2 .

12.2.4. Sincronización capacitiva

Se han sincronizado la señal emitida por el voltaje v_1 en el circuito hipercaótico emisor y la señal generada por el voltaje recíproco v'_1 del circuito hipercaótico receptor mediante un capacitor de $1\mu f$. La Figura 12.13 muestra el circuito electrónico físico. Para comprobar que la sincronización capacitiva se ha realizado con éxito, se grafica la señal proveniente del voltaje v_2 contra la señal generada por su voltaje recíproco v'_2 , donde se debe obtener una pendiente de 45, como se muestra en la Figura 12.14.

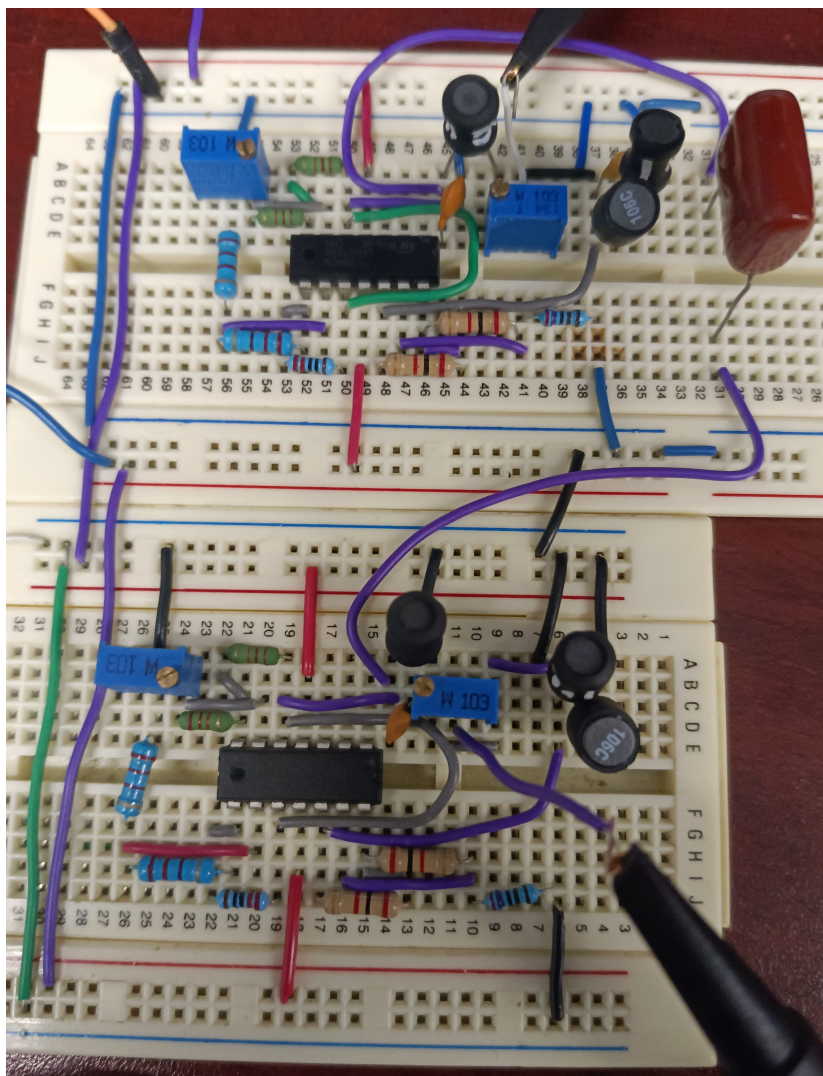


Figura 12.13: Sincronización capacitiva entre los circuitos hipercaóticos.

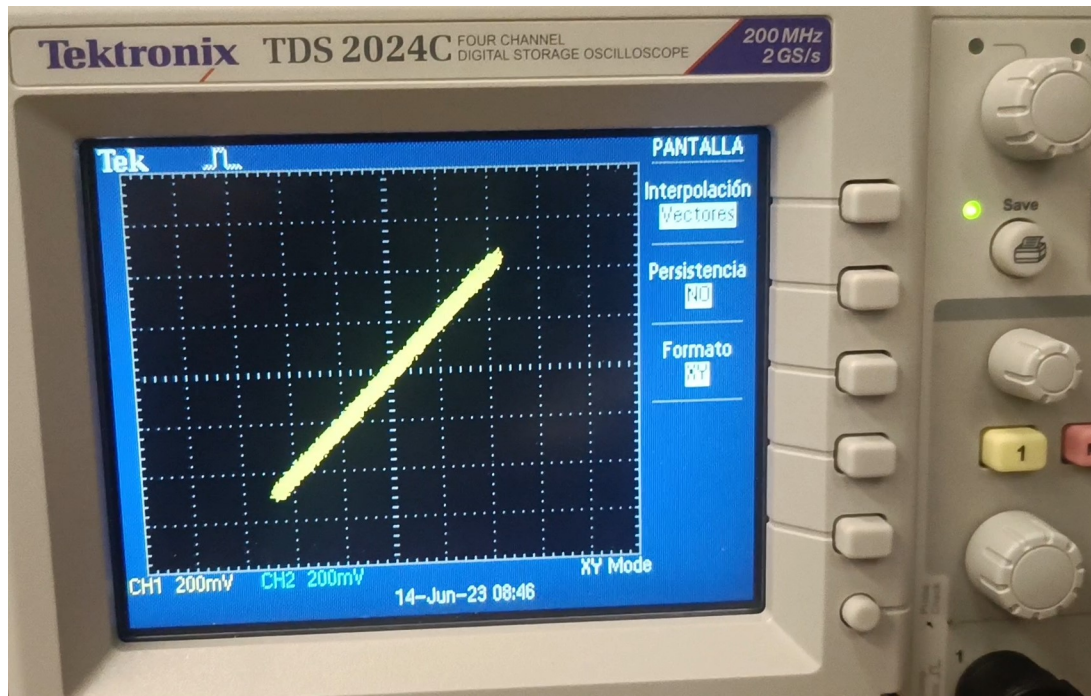


Figura 12.14: v_2 vs v'_2 .

12.2.5. Enmascaramiento de señales

Con los circuitos hipercaóticos de Chua sincronizados de manera capacitiva, mostrados en la Figura 12.13, se ha realizado la interfaz mostrada en la Figura 12.15, donde se ha implementado un generador de funciones para implementar la señal a enmascarar que, para este caso, se han utilizado la señal sinusoidal y la señal triangular. Los circuitos hipercaóticos y el circuito electrónico que es utilizado para enmascarar la señal de entrada son alimentados con una fuente de alimentación bipolar de $\pm 9v$. Por último, el osciloscopio permite visualizar la señal de entrada, la señal en el circuito emisor que enmascara la señal de entrada, la señal enmascarada que es enviada del circuito emisor al circuito receptor y la señal desenmascarada en el circuito receptor. En la Figura 12.16, es posible visualizar con mayor amplitud la alimentación a los circuitos emisor y receptor y las conexiones entre estos y el osciloscopio para graficar las señales ya mencionadas. En la Figura 12.17 se muestra el sistema electrónico completo, que consta de los ya mencionados de los circuitos emisor y receptor a partir de los cuales se han graficado en el osciloscopio de cuatro canales las señales: de entrada (amarilla), de enmascaramiento (verde), enmascarada (morada) y desenmascarada (azul).

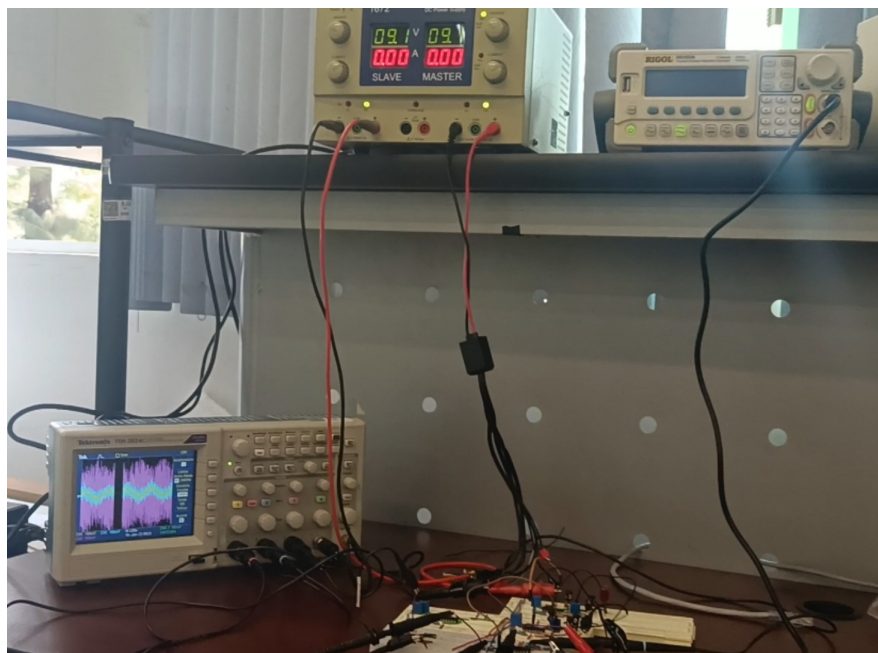


Figura 12.15: Material utilizado para el enmascaramiento de una señal triangular.

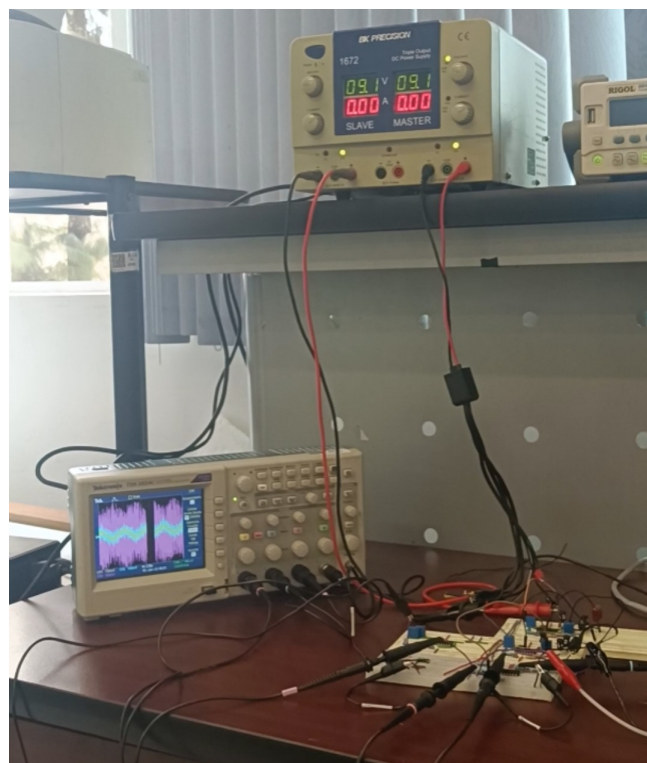


Figura 12.16: Fuente bipolar de alimentación para los amplificadores operacionales.

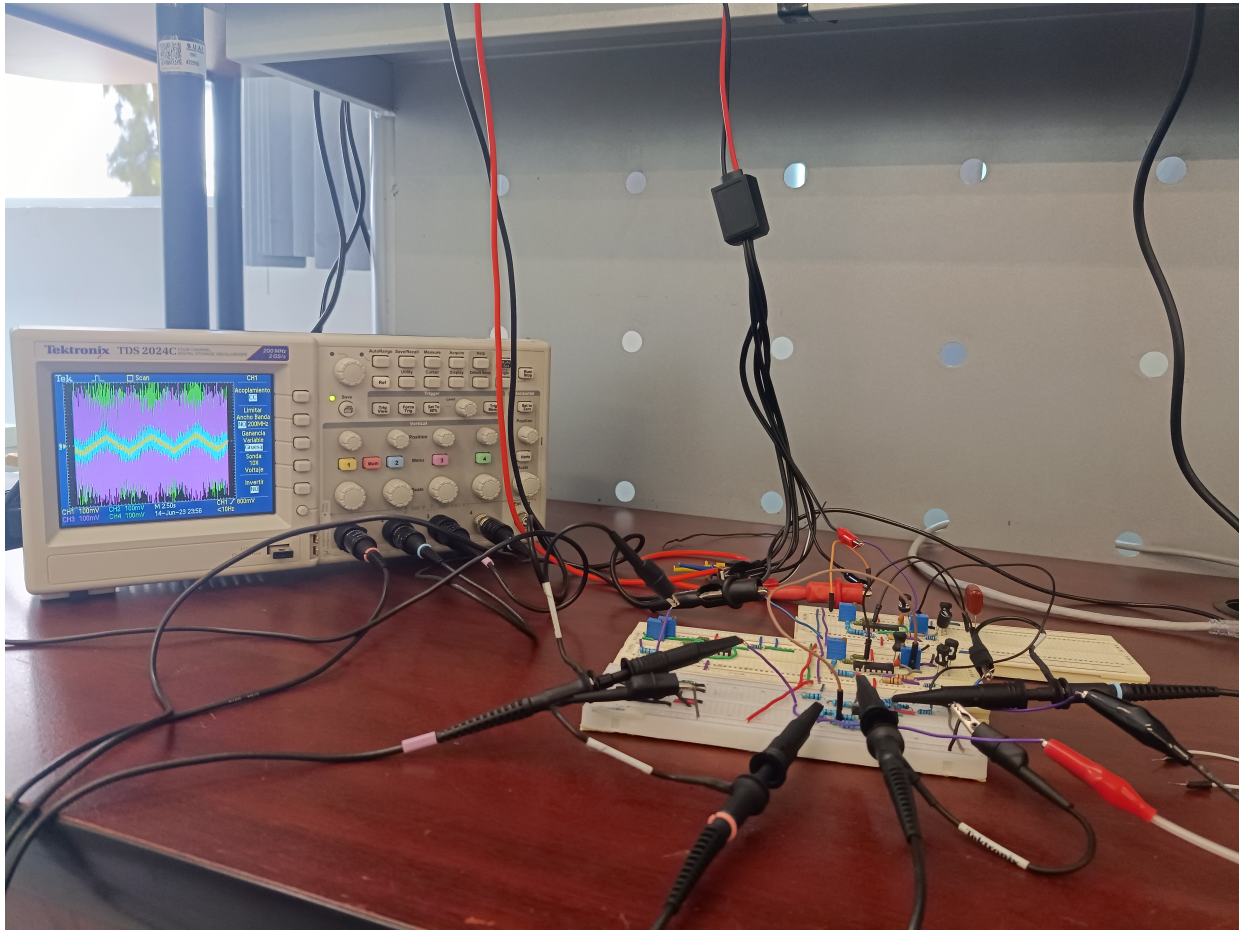
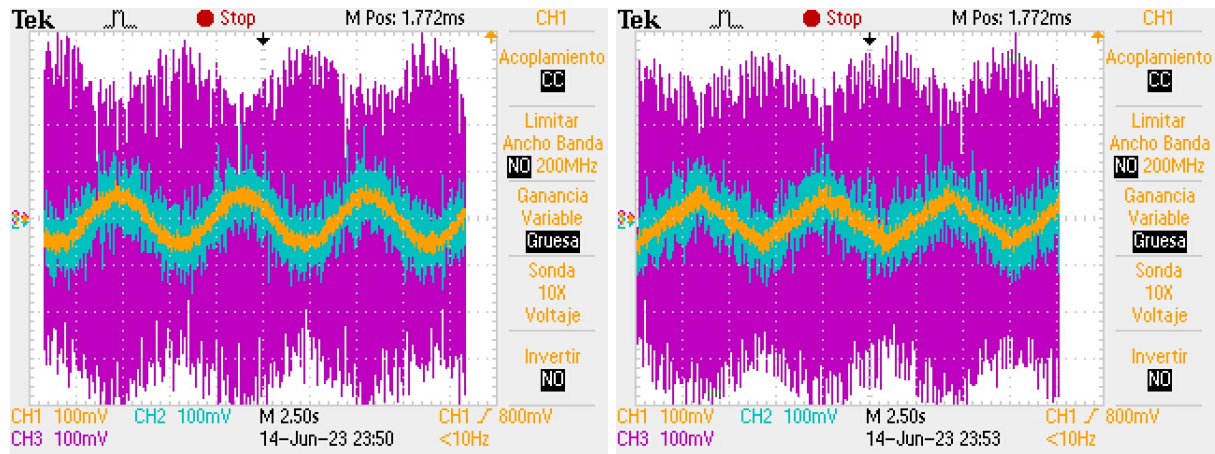


Figura 12.17: Enmascaramiento de la señal triangular.

Para observar el proceso de enmascaramiento y desenmascaramiento mediante la implementación de los circuitos hipercaóticos de Chua, se han utilizado la señal sinusoidal y la señal triangular mostradas en la Figura 12.18. La Figura 12.18a muestra una señal de entrada sinusoidal (en color amarillo), la señal enmascarada (en color morado) y la señal desenmascarada mediante el segundo circuito hipercaótico incluido en el sistema receptor (en color azul). La Figura 12.18b muestra una señal de entrada triangular (en color amarillo), la señal enmascarada (en color morado) y la señal desenmascarada (en color azul).

La Figura 12.19 muestra la señal triangular: en la Figura 12.19a se observan las señales de entrada (color amarillo), de enmascaramiento (color verde) y la señal desenmascarada

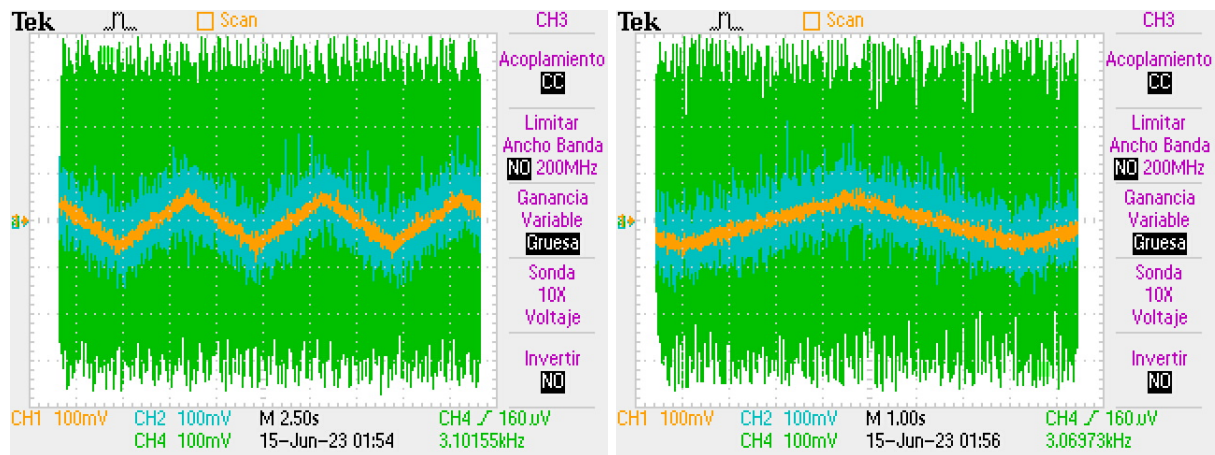
(en color azul) en una escala periódica de $2,5s$, mientras que en la Figura 12.19b se observa una escala periodica de $1s$ con las mismas señales.



(a) Señal sinusoidal enmascarada.

(b) Señal triangular enmascarada.

Figura 12.18: Señal a enmascarar, señal enmascarada y señal recuperada.



(a) Señal triangular.

(b) Señal triangular enmascarada un periodo.

Figura 12.19: Señal triangular, señal de enmascaramiento y señal recuperada.

12.3. Relación entre la señal teórica y la señal experimental.

Partiendo de la señal de entrada (nuestra señal teórica) en el emisor, mediante el sistema de enmascaramiento con dos circuitos hipercaóticos, es posible recuperar dicha señal en el receptor siendo esta la señal experimental.

La relación entre la señal teórica y la señal experimental es posible obtenerla mediante el método de correlación. Este método está dado por (12.1).

$$\text{Correl}(X, Y) = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2 \sum (Y - \bar{Y})^2}} \quad (12.1)$$

El osciloscopio entrega vectores en excel. La Figura 12.19a puede ser replicada mediante los vectores temporales obtenidos en el archivo *.xlsx* generado por el osciloscopio. Esta réplica se observa en la Figura 12.20. Para obtener la relación entre la señal teórica (señal de entrada) y la señal experimental (señal recuperada), se aplica en excel el comando *COEF.DE.CORREL(matriz1, matriz2)*, donde *matriz1* es el vector temporal de la señal teórica y *matriz2* es el vector temporal de la señal experimental. El valor de correlación entre la señal teórica y la señal experimental se observa en (12.2).

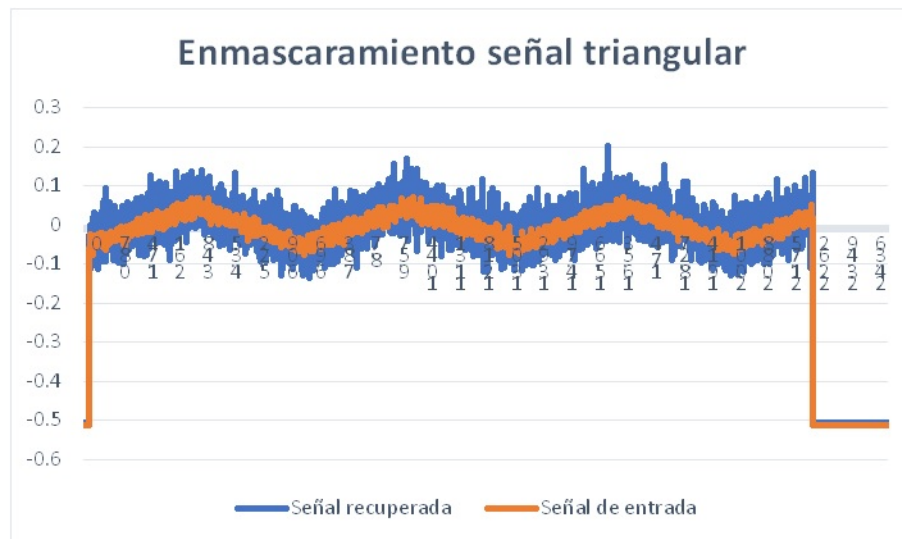


Figura 12.20: Enmascaramiento de la señal triangular graficada en excel.

$$\text{COEF.DE.CORREL}(S_T, S_E) = 0,96178713 \quad (12.2)$$

Es decir, existe una imprecisión entre la señal teórica y la señal experimental de aproximadamente 4%.

Conclusiones

El circuito caótico de Chua puede ser llevado a su respectiva simulación numérica con la finalidad de observar su comportamiento en su correspondiente proyección tridimensional mediante la implementación de variables normalizadas, partiendo de los voltajes y corriente presentes en dicho circuito. La simulación numérica es de ayuda para la elección de un diseño particular para el circuito caótico de Chua, obteniendo a partir de este un circuito electrónico para el cual es posible elegir valores comerciales de sus componentes electrónicos para una futura implementación física. Eligiendo el adecuado circuito de Chua, es posible realizar una sincronización entre dos circuitos idénticos con la finalidad de mandar un mensaje enmascarado entre estos. El esquema básico, conocido como unidireccional, para enviar y recibir un mensaje consiste entre un, coloquialmente conocidos, maestro y un esclavo. También es posible realizar una comunicación bidireccional, en la cual tanto el maestro como el esclavo pueden enviar y recibir información. La idea para enmascarar información se originó mediante el estudio de los circuitos caóticos, sin embargo, es posible desenmascarar la información en el canal mediante el cual transita la información, debido a que un circuito caótico no es totalmente seguro. Debido a esto, se han implementado sistemas hipercaóticos, los cuales están presentes en al menos cuatro dimensiones. La implementación de circuitos hipercaóticos tiene como principal objetivo aportar un canal seguro para el envío y la recepción de la información. Se mostró el envío de señales de electrónica básicas como lo es el pulso, diente de sierra, la señal triangular, la señal sinusoidal y una señal trapezoidal.

Se concluye que se parte del estudio matemático del modelo de Rossler, el cual está dado por un único atractor caótico para la comprensión de su dinámica no lineal. El objeto de estudio se centra en el circuito de Chua mediante su interpretación tanto numérica como electrónica. El modelo numérico permite la observación de los fenómenos caóticos que ocurren tanto en el espacio de fase como en el espacio, es decir, en tres dimensiones. La simulación electrónica es de carácter importante para conocer el valor de los

componentes electrónicos que servirán para su implementación física y asegurar que los resultados sean los esperados. Se estudió la correspondencia entre los modelos numérico y electrónico mediante los cálculos necesarios para conocer el valor de los parámetros que permiten la implementación de la simulación numérica para la observación de los fenómenos caóticos en el espacio originados por sus atractores, así como también el valor de los componentes electrónicos que generan dicho comportamiento de manera física. Una importante y novedosa aplicación de los fenómenos caóticos es su implementación en sistemas de comunicación con la finalidad de enmascarar un determinado mensaje. A pesar de que un circuito caótico permite el enmascaramiento de información, en ocasiones es posible la interceptación y desenmascaramiento del mensaje por terceros. Con la finalidad de mostrar mayor robustez, se han utilizado circuitos hipercaóticos, es decir, modelos que se encuentran en al menos cuatro dimensiones y presentan al menos dos exponentes de Lyapunov positivos para limitar esta deficiencia. Partiendo del circuito caótico de Chua propuesto, se implementa un modelo hipercaótico que se sincroniza de manera capacitiva con la finalidad de implementar un circuito maestro y un circuito esclavo en un sistema de comunicación para el envío y recepción de señales básicas de la electrónica con el apoyo de un circuito electrónico complementario tanto como para el emisor como para el receptor. Mediante la obtención del espectro de potencia para las señales caóticas e hipercaóticas, se observa que estas presentan mayor energía a frecuencias altas, es decir, que su periodo es muy pequeño. La interfaz implementada para el enmascaramiento de la señal sinusoidal y la señal triangular consta de un generador de funciones, una fuente de alimentación bipolar, un osciloscopio y los circuitos electrónicos emisor y receptor. La fuente de alimentación es indispensable para la alimentación de los amplificadores operacionales; el generador de funciones emite las señales básicas de la electrónica que son enmascaradas; el osciloscopio permite la visualización de todas las señales: la de entrada, la señal hipercaótica, la señal de entrada enmascarada y la señal recuperada; los circuitos electrónicos emisor, el cuál permite el enmascaramiento de la señal de entrada, y el receptor, mismo que facilita el desenmascaramiento para la recuperación de la señal.

Referencias

- [1] R. Gil, The topology of chaos: Alice in stretch and squeezeland, vol. 40, no. 07. 2003.
- [2] C. Letellier, P. Dutertre, and B. Maheu, “Unstable periodic orbits and templates of the Rössler system: Toward a systematic topological characterization,” *Chaos*, vol. 5, no. 1, pp. 271–282, 1995, doi: 10.1063/1.166076.
- [3] E. E. G, K. Vanessa, and A. Abramonte, “Análisis cualitativo y visualización gráfica de trayectorias del sistema de ecuaciones de Rossler en \mathbb{R}^3 con Octave,” pp. 1–13.
- [4] Conde G., Ramírez G. (2007). Estudio de dos circuitos caóticos. *Revista Boliviana de Física*, 13, 58-74.
- [5] L. O. Chua, “Chua circuit,” *Scholarpedia*, vol. 2, no. 10, p. 1488, 2007, doi: 10.4249/SCHOLARPEDIA.
- [6] Rivera, R., Campos, E. “El mundo torcido de los sistemas dinámicos caóticos,” *Univ. Potosinos*, vol. 225, pp. 16–19, 2018.
- [7] Muñoz, F. Simulación de sistemas dinámicos. Módulo sobre programación Matlab (1-7). Facultad de ingeniería: Universidad del Atlántico.
- [8] González, M. L. LTSPICE Análisis de circuitos y dispositivos electrónicos. Universidad de la Plata: Editorial de la universidad de la Plata.
- [9] “Firmware: qué es y en qué se diferencia con los drivers.” <https://www.xataka.com/basics/que-firmware-que-se-diferencia-drivers> (accessed Apr. 30, 2022).
- [10] R. C. Dorf and J. A. Svoboda, *Circuitos Eléctricos*.
- [11] Chua, L. O. (1992) The Genesis of Chua’s Circuit. *Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik*, 46 : 250-257.

- [12] S. D. I. Científica et al., “SÍNTESIS DE REDES NO LINEALES: EL OSCILADOR DE CHUA” Scientia, 2004.
- [13] G. M. Ramírez Ávila, J. A. C. Gallas, “Estructura del espacio de parámetros para las ecuaciones del circuito de Chua,” vol. 14, pp. 1–9, 2008.
- [14] M. P. Kennedy, “Robust OP Amp Realization of Chua’s Circuit,” *Frequenz*, vol. 46, no. 3–4, pp. 66–80, 1992, doi: 10.1515/FREQ.1992.46.3-4.66.
- [15] Shilnikov, L. P. (1994) Chua’s Circuit : Rigorous Results and Future Problems, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 4 : 489-519.
- [16] Chua, L. O. (1993) Global Unfolding of Chua’s Circuit, *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications, Computer Science*, E76-A : 704-734.
- [17] N. V Kuznetsov, O. A. Kuznetsova, G. A. Leonov, and V. I. Vagaytsev, “HIDDEN ATTRACTOR IN CHUA’S CIRCUITS,”
- [18] Z. Liu, J. Ma, G. Zhang, and Y. Zhang, “Synchronization control between two Chua’s circuits via capacitive coupling,” *Appl. Math. Comput.*, vol. 360, pp. 94–106, Nov. 2019.
- [19] R. A. Montalvo and P. H. Rivera, “Experimentando el circuito de Chua,” *Rev. Investig. Física*, vol. 19, no. 2, pp. 1–5, 2017.
- [20] N. V. Stankevich, N. V. Kuznetsov, G. A. Leonov, and L. O. Chua, “Scenario of the Birth of Hidden Attractors in the Chua Circuit,” <https://doi.org/10.1142/S0218127417300385>, vol. 27, no. 12, Dec. 2017.
- [21] PECORA, Louis M.; CARROLL, Thomas L. Synchronization in chaotic systems. *Physical review letters*, 1990, vol. 64, no 8, p. 821.
- [22] CARROLL, Thomas L.; PECORA, Louis M. Cascading synchronized chaotic systems. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1993, vol. 67, no 1-3, p. 126-140.
- [23] CARROLL, Thomas L.; PECORA, Louis M. Synchronizing hyperchaotic volume-preserving maps and circuits. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 1998, vol. 45, no 6, p. 656-659.
- [24] MURALI, Krishnamurthy, et al. Secure communication using a chaos based signal encryption scheme. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 2001, vol. 47, no 4, p. 709-714.

-
- [25] YIN, Yuan-Zhao. Experimental demonstration of chaotic synchronization in the modified Chua's oscillators. *International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering*, 1997, vol. 7, no 6, p. 1401-1410.
- [26] QI, Guoyuan, et al. On a new hyperchaotic system. *Physics Letters A*, 2008, vol. 372, no 2, p. 124-136.
- [27] PÉREZ, Gabriel; CERDEIRA, Hilda A. Extracting messages masked by chaos. *Physical Review Letters*, 1995, vol. 74, no 11, p. 1970.
- [28] PECORA, Lou. Hyperchaos harnessed. *Physics World*, 1996, vol. 9, no 5, p. 17.
- [29] THAMILMARAN, Kathamuthu; LAKSHMANAN, M.; VENKATESAN, A. Hyperchaos in a modified canonical Chua's circuit. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2004, vol. 14, no 01, p. 221-243.
- [30] FA-QIANG, Wang; CHONG-XIN, Liu. Synchronization of hyperchaotic Lorenz system based on passive control. *Chinese Physics*, 2006, vol. 15, no 9, p. 1971.
- [31] KAPITANIAK, Tomasz; CHUA, Leon O.; ZHONG, Guo-Qun. Experimental synchronization of chaos using continuous control. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 1994, vol. 4, no 02, p. 483-488.
- [32] NARIÑO MENDOZA, Juan Pablo, et al. Estudio de los efectos producidos al acoplar dos circuitos de Chua y aplicaciones del circuito de Chua a la seguridad en comunicaciones. 2002.
- [33] LU, Rending, et al. Network dynamics of coupled Chua circuits: comparison of different coupling elements. *The European Physical Journal Special Topics*, 2022, p. 1-9.
- [34] LIU, Zhilong, et al. Synchronization control between two Chua's circuits via capacitive coupling. *Applied Mathematics and Computation*, 2019, vol. 360, p. 94-106.
- [35] YU, Fei, et al. A new multi-scroll Chua's circuit with composite hyperbolic tangent-cubic nonlinearity: Complex dynamics, Hardware implementation and Image encryption application. *Integration*, 2021, vol. 81, p. 71-83.
- [36] CHEN, Ying-Jen, et al. A polynomial-fuzzy-model-based synchronization methodology for the multi-scroll Chen chaotic secure communication system. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2020, vol. 87, p. 103251.

- [37] OUANNAS, Adel, et al. A novel secure communications scheme based on chaotic modulation, recursive encryption and chaotic masking. Alexandria Engineering Journal, 2021, vol. 60, no 1, p. 1873-1884.
- [38] Oppenheim, A. V., Schafer, R. W., Buck, J. R. (2011). Tratamiento de señales en tiempo discreto.