



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA

**MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA
OPCIÓN EN AUTOMATIZACIÓN**

**“DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN SISTEMA
ELECTRÓNICO PARA REGULAR LA CONCENTRACIÓN
ÓPTIMA DE DIÓXIDO DE CARBONO AL INTERIOR DE
UN MICRO CLIMA FUNDAMENTADO EN UN MODELO
DINÁMICO”**

T E S I S

Presentada para obtener el título de:

Maestro en Ciencias de la Electrónica, Opción en Automatización

Presenta:

Ing. Edwin Alonso Monje*

Directores:

Dr. José Eligio Moisés Gutiérrez Arias (FCE-BUAP)

Dr. José Fernando Reyes Cortés (FCE-BUAP)

Dr. Irineo López Cruz (IAUIA-UACH)

Puebla, México.

Noviembre 2019

*Becario CONACYT

BUAP[®]

Índice general

AGRADECIMIENTOS	VI
RESUMEN	VIII
INTRODUCCIÓN	IX
1. Marco Teórico	1
1.1. Invernaderos con control convencional	1
1.2. Invernaderos con control óptimo	1
1.3. Multiplicadores de Lagrange	2
1.4. Formulación general del problema de control óptimo	3
1.4.1. Condiciones necesarias para una solución estacionaria	4
2. Modelo del Cultivo de Jitomate y el Microclima	6
2.1. Modelo del cultivo de jitomate	7
2.1.1. Número de nodos (N)	7
2.1.2. Biomasa seca del dosel (W_c)	8
2.1.3. Biomasa total de la raíz (W_r)	10
2.2. Modelo del micro clima	11
2.2.1. Concentración de CO_2 en el aire (C_i)	11
2.2.2. Temperatura del aire (T_g)	11
2.2.3. Humedad en el aire del invernadero (V_i)	12
2.3. Modelo completo	13
3. Diseño de la Ley de Control	15
3.1. Diseño de la ley de control	15
3.2. Simulación	19
4. Diseño del Sistema Electrónico de Control	23
4.1. Sensor de dióxido de carbono (CO_2)	24
4.1.1. Descripción de terminales	24
4.1.2. Configuración de terminales del sensor	24
4.2. Tarjeta arduino Due	25
4.3. Control de flujo de CO_2	27
4.3.1. Señal de PWM	28
4.4. Generador de CO_2	28
4.5. Estructura del programa de control	30

4.5.1. Lectura de dióxido de carbono	30
4.5.2. Implementación de los algoritmos de control	31
4.5.3. Guardado de datos memoria SD	32
4.6. Invernadero	32
5. Resultados	35
5.1. Pruebas en laboratorio	35
5.1.1. Sensor	35
5.1.2. Tarjeta arduino Due	36
5.1.3. Implementación de los algoritmos de control	38
5.2. Pruebas en el invernadero	42
Conclusiones	47
Apéndice A	49
Apéndice B	53

Índice de figuras

1.	Métodos de producción de dióxido de carbono.	XIII
2.	Diagrama a bloques general.	XIV
2.1.	Diagrama esquemático del sistema a implementar.	7
2.2.	Aproximación de la función $f_N(T_g)$	8
3.1.	Comparación entre el modelo con control y el modelo sin control para la concentración de C_i al interior del invernadero.	19
3.2.	Comparación entre el modelo con control y el modelo sin control para nodos N	19
3.3.	Comparación entre el modelo con control y el modelo sin control para la biomasa del dosel W_c	20
3.4.	Comparación entre el modelo con control y el modelo sin control para la biomasa de la raíz W_r	20
3.5.	Comparación entre el modelo con control y el modelo sin control para la Temperatura T_g	21
3.6.	Comparación entre el modelo con control y el modelo sin control para la humedad relativa V_i	21
3.7.	Variables relacionadas al cultivo.	22
3.8.	Variables relacionadas al micro clima.	22
4.1.	Diagrama general de control.	23
4.2.	Sensor de CO_2 K30.	24
4.3.	Tarjeta arduino Due.	26
4.4.	Circuito de acoplamiento de PWM.	27
4.5.	(a) Unidad de control para solenoide ASCO , (b) Electro Válvula.	27
4.6.	(a) señal de PWM 25 %, (b) señal de PWM 28 %, (c) señal de PWM 76 %.	28
4.7.	Generador de CO_2 Jhonson.	29
4.8.	Circuito de activación para solenoide.	29
4.9.	Diagrama de flujo empleado para la lectura de CO_2	30
4.10.	Diagrama de flujo empleado para la implementación de los algoritmos de control.	31
4.11.	Diagrama de flujo empleado para el guardado de datos en memoria SD.	32
4.12.	(a) Armado de la estructura del invernadero, (b) Estructura del invernadero finalizada.	33
4.13.	(a) Vista interior del invernadero, (b) Vista exterior del invernadero.	33
4.14.	(a) Generador montado, (b) Sistema electrónico montado en la estructura, (c) Electro válvula montada en la estructura.	34

5.1. Sistema electrónico de control.	35
5.2. (a) Valores obtenidos mediante MatLab por comunicación serial, (b) Visualización de la concentración medida.	36
5.3. Caracterización de la salida PWM.	36
5.4. Relación PWM con voltaje de salida de la tarjeta.	37
5.5. Relación de bits con voltaje de salida del circuito de acoplamiento.	37
5.6. Curva de respuesta con forma de S	38
5.7. Respuesta del sistema a lazo abierto.	39
5.8. (a) Pruebas realizadas dentro del laboratorio, (b)Electro válvula conectada a un compresor.	40
5.9. Lectura de CO ₂ y visualización del comportamiento de los algoritmos de control por MatLab	40
5.10. (a) Comportamiento de Control Proporcional, (b) Comportamiento de Control Proporcional Integral, (c) Comportamiento de Control Proporcional Integral Derivativo.	41
5.11. Esquema general del sistema de control.	42
5.12. (a) Vista interior del sistema electrónico, (b)Vista exterior del sistema electrónico.	42
5.13. (a) Vista del sistema electrónico al interior del invernadero, (b)Pruebas finales del sistema de control.	43
5.14. Pruebas finales del sistema de control.	44
5.15. Pruebas finales del sistema de control.	45
5.16. (a) Respuesta del sistema en toda la prueba, (b)Respuesta del sistema en un lapso de tiempo.	46
5.17. Constancia de participación en el Congreso CISMé.	53
5.18. Constancia de participación en el Congreso CTAOE.	65
5.19. Constancia de participación el seminario.	67
5.20. Constancia de participación en el Congreso CNCA.	68

Índice de tablas

2.1.	Descripción de variables para los nodos.	8
2.2.	Descripción de variables para la biomasa seca del dosel.	9
2.3.	Descripción de variables de la función de fotosíntesis.	9
2.4.	Descripción de variables de la función de reducción de fotosíntesis.	10
2.5.	Descripción de variables para la densidad de flujo de luz.	10
2.6.	Descripción de variables para el índice de área foliar.	10
2.7.	Descripción de variables para la concentración de CO ₂	11
2.8.	Descripción de variables para la temperatura.	12
2.9.	Descripción de variables para la humedad relativa.	12
2.10.	Descripción de parámetros a utilizar.	14
4.1.	Descripción de los pines del sensor K30.	24
4.2.	Configuración de salidas análogicas para el sensor K30.	25
4.3.	Características eléctricas.	28
5.1.	Reglas de sintonización de Ziegler-Nichols.	39
5.2.	Valores de las ganancias para los controladores.	39

AGRADECIMIENTOS

Agradezco el apoyo de mi familia, profesores y amigos, principalmente de mi madre **ANA MARIA MONGE REYES** por el apoyo durante mi estancia en la maestría y a mis abuelos **JOSÉ DE LA LUZ MANUEL MONJE MINERO Y CELIA REYES TAPIA** por sus consejos y enseñanzas que, aunque ya no estén conmigo los recordaré por siempre. Agradezco a mi asesor de tesis la **DR. JOSÉ ELIGIO MOISÉS GUTIÉRREZ ARIAS** por el apoyo y atención prestado en la elaboración de este proyecto, así como también al **DRA. OLGA GUADALUPE FÉLIX BELTRÁN, DR. ALEXANDER ZEMILIAK Y DR. JAIME JULIÁN CID MONJARAZ** por las consideraciones durante la elaboración de esta tesis, gracias por su atención.

“Un científico no solo tiene la obligación de investigar, sino que también tiene la responsabilidad ética sobre las consecuencias de aquello que produce su ingenio”

Peter Ustinov.

DEDICATORIA

Para las todas las personas que nos ayudan en el andar de la vida

RESUMEN

En el presente trabajo se realizó la debida investigación con respecto al modelo dinámico, el cual describe el crecimiento del cultivo de Tomate, específicamente *Solanum lycopersicum* así como el del invernadero. Así como el estado de arte de los invernaderos actualmente en México y el mundo observando que si bien el en mundo existen trabajos relacionados con el control en invernaderos, estos emplean controles básicos y no implementan ningún modelo dinámico integrado.

Al igual se estudió la teoría de control óptimo para determinar una ley de control óptima para la concentración de CO_2 al interior de un invernadero. Con el fin de maximizar la producción de tomate y minimizar el consumo de energía, para ello se contempla el sistema de ecuaciones que describirán el desarrollo del cultivo y del microclima con modificaciones en las ecuaciones relacionadas con las mismas y acopladas el entorno del Estado de Puebla.

Una vez determinada la entrada de control propuesta mediante el establecimiento del problema de optimización se realiza la simulación del sistema sin y con dicha entrada de control para determinar la trayectoria óptima.

Posteriormente se determinan los dispositivos electrónicos con los cuales se llevará a cabo la implementación del sistema de electrónico de control. También de prueba el correcto funcionamiento de dichos componentes y se implementan algunos algoritmos de control para alcanzar la trayectoria obtenida mediante el problema de optimización. Y se muestran los resultados obtenidos por el sistema electrónico con la señal de referencia obtenida y con una señal propuesta.

INTRODUCCIÓN

Dentro de los invernaderos se crean condiciones climáticas óptimas para el crecimiento de los cultivos y protegen al cultivo de plagas externas. La producción de cultivos en invernaderos es exitosa si los productores producen con alta calidad y rendimiento, estas se logran mediante los siguientes pasos [12]:

- Gestión eficiente de la producción.
- Conocimiento y formación de los cultivos.
- Estructura apropiada del invernadero.
- Montaje, instalación y mantenimiento adecuados del sistema.
- Climatización eficiente en verano e invierno.

Un invernadero con todas la medidas de control del clima es un componente importante para la producción y protección de los cultivos. Sin embargo, el período de crecimiento a menudo se limita a algunos meses del año, esto debido a la falta de ventilación y refrigeración en verano, así como a la calefacción en invierno. Las estructuras y formas de los invernaderos se adaptan de manera insuficientes a las condiciones climáticas. El control climático y las estructuras de un invernadero se deben adaptar con respecto al clima en el exterior y los agricultores deben recibir capacitación sobre las tecnologías empleadas [6].

Actualmente se propone utilizar dos estrategias para lograr el suministro durante todo el año con productos hortícolas [16, 14]:

- Invernaderos de alta tecnología en sitios con todos los componentes de diseño necesarios y las medidas de control de climas.
- Invernaderos adaptados en diferentes sitios con condiciones climáticas y períodos de cosecha complementarios.

Actualmente el uso de invernaderos a nivel mundial va en aumento [20].

Factores Climáticos

Existen diversos factores climáticos para obtener un mejor rendimiento de un invernadero. A continuación, se describen cada uno de estos: [2]:

Luz Solar

La posición del invernadero debe ser la óptima para que este reciba la máxima cantidad de horas de luz, esto debido a que la luz solar es esencial para el aumento del proceso de fotosíntesis (reacción que en presencia de luz convierte agua y CO_2 en azúcares dentro de los tejidos de las hojas). Existen lugares donde la luz solar no es la necesaria para el cultivo y esto puede ser un factor limitante, por ello el aprovechamiento y conservación puede ser una gran preocupación de mayor investigación.

Enriquecimiento de Dióxido de Carbono

El Dióxido de carbono (CO_2) es un nutriente básico requerido para todo organismo durante el proceso de fotosíntesis. En regiones áridas la concentración de CO_2 están por debajo de lo normal en estructuras cerradas (invernaderos), la concentración puede ser menor debido al consumo de las plantas. Relativamente a altas intensidades de luz solar y temperaturas, la tasa de fotosíntesis es directamente proporcional a la concentración de CO_2 . Por lo tanto, la aplicación de este nutriente impulsa la productividad de la planta.

Humedad Relativa

El límite mínimo de humedad relativa para el funcionamiento fisiológico normal de una planta es del 50 %. Existe una relación inversa de la temperatura con la humedad, por lo que a mayores temperaturas aumenta la capacidad de contener vapor de agua y por tanto esta disminuye. Para mantener este factor por arriba del límite se recomienda utilizar aspersores y mantener un buen flujo de viento en el interior del invernadero.

Temperatura

La temperatura durante la noche decrece por debajo de los 0°C y el calor generado por la radiación solar suele no conservarse adecuadamente. Esta influye en el crecimiento y desarrollo del tomate. La temperatura ideal para en crecimiento óptimo del cultivo varía entre los $18-27^\circ\text{C}$.

Enriquecimiento de Dióxido de Carbono

A principios del siglo XIX, se empezaron a estudiar los efectos del enriquecimiento de dióxido de carbono en el crecimiento de las plantas. Estos estudios se han enfocaron en los efectos positivos y negativos en el crecimiento de las plantas [10]. En los últimos años, se han realizados esfuerzos para utilizar el enriquecimiento de dióxido de carbono al interior de un invernadero, con el principal objetivo de optimizar la producción de los cultivos [11].

Si bien se han hecho estudios relacionados con el enriquecimiento de CO_2 , estos carecen de estrategias óptimas de control para el enriquecimiento de CO_2 basados en modelos dinámicos, debido a que estos solo se basan en estimaciones, análisis de energía termodinámica y experimentos [15].

Las investigaciones relacionadas a modelos dinámicos son efectivas para identificar estrategias óptimas para aumentar el rendimiento (tasa fotosintética) mientras se reduce el consumo de

CO₂. El modelo del sistema (invernadero) es bastante esquemático en varios aspectos, debido a que se ignoran muchas propiedades físicas del sistema como intercambiadores de calor, algunos no trata la radiación terrestre y la evapotranspiración, y utiliza formulaciones simples para describir los procesos dominantes como: la fotosíntesis, la transferencia de calor, la concentración de CO₂, entre otras [19].

Sin embargo, en la agricultura, el alto rendimiento de cosecha se obtiene mediante el uso de energía en un punto óptimo. Además, el uso equilibrado de energía en la agricultura reduce problemas ambientales de las actividades agrícolas. Por otro lado, el uso de la energía en la agricultura se divide en energía directa y energía indirecta. El uso de energía directa es a través del uso de combustible (derivados del petróleo u electricidad) y la energía indirecta es proporcionada por fertilizantes y productos químicos [3].

En trabajos anteriores de modelado de tomate se ha incluido el rendimiento. De la Wolf en 1986 desarrolló un modelo para predecir el desarrollo de la planta de tomate desde la siembra hasta la floración y la madurez de la cosecha de la fruta. La temperatura fue la principal variable ambiental en su modelo. Acock en 1978 desarrolló un modelo de desarrollo en la fotosíntesis del dosel, la cual dependía de la luminosidad y el CO₂. Gent y Enoch en 1983 desarrollaron un modelo de crecimiento vegetativo para el tomate en el que la fotosíntesis y el crecimiento de materia seca dependían de la luminosidad, el CO₂ y los efectos de la temperatura.

El modelo de TOMGRO fue desarrollado para responder al cambio dinámico de la temperatura, radiación solar y concentración de CO₂. El modelo de la planta del tomate involucra variables de estado que consisten en: clases de edad fisiológicas de los componentes de las plantas, números de hojas, tallos y frutos [8].

Las principales variables a controlar al interior de un invernadero son la temperatura, la humedad y la concentración de CO₂. Por esta razón los algoritmos contienen muchas reglas si-entonces, en parte combinadas con control proporcional simple. Con el tiempo, se agregaron otras funciones, como el control del riego, la energía, amortiguadores de calefacción y suministro de CO₂ [18].

Durante las últimas décadas se han acumulado muchos conocimientos científicos con respecto a los invernaderos y cultivos en forma de modelos matemáticos (simplemente una selección de los Países Bajos: Bakker 1991, Bot 1983, Heuvelink 1996, de Koning 1994, Marcelis 1994, Miguel 1998, Nederhoff 1994, Stanghellini 1987, de Zwart 1996). Estos modelos matemáticos reflejan el conocimiento científico en una forma cuantitativa, lo que allana el camino hacia la aplicación del control económicamente óptimo [7]. Además, la estrategia requiere la formulación de un criterio que refleje los objetivos deseados, y lo requerido por el sistema de control, en términos del comportamiento del sistema de cultivo en invernadero. Por esto el modelo y el criterio de control óptimo surgen con la mejor solución posible .

La regulación de cada una de las variables que influyen en el interior del entorno de un invernadero es un procedimiento dinámico. Por ejemplo, la respuesta de la planta a la temperatura interior depende de la intensidad de la radiación solar, que se altera continuamente al recorrer las horas. También es obvio que la temperatura deseada no puede ser constante durante todo el período de cultivo.

En sistemas avanzados de automatización de invernaderos, la regulación del entorno interior se centra en crear el más apropiado microclima para la maximización del crecimiento de la planta y la reducción del costo final apuntando a la mayor economía posible para el beneficio del negocio. Las variables ambientales consideradas y controladas son:

-
- La temperatura, usando calefacción, ventilación y enfriamiento, así como nebulización de agua, paneles hidráulicos, etcétera.
 - La humedad relativa.
 - El agua en el suelo, teniendo en cuenta el sistema de riego.
 - Los fertilizantes molidos, teniendo en cuenta el sistema fertilizante.
 - La concentración de CO₂, mediante la integración de un sistema de enriquecimiento de CO₂.
 - La iluminación, teniendo en cuenta tanto la iluminación eléctrica y la luz del día.

La eficiencia energética en invernaderos se puede lograr con los siguientes medios

- Incorporación de técnicas pasivas.
- Reducción de las pérdidas de energía a través de un control óptimo.
- Aumento de la producción de las plantas por unidad de consumo de energía.

Varias actividades de investigación que involucran el control ambiental de invernaderos con diversas estrategias de control, han sido reformadas por muchos investigadores. Las técnicas de control convencionales son difíciles de implementar en invernaderos debido al número de variables y su no linealidad. Aunque el concepto de usar inteligencia artificial en el control de invernaderos no es nuevo, los esfuerzos hasta el momento se están enfocando en variables ambientales específicas que generalmente son temperatura y humedad.

El dióxido de carbono se considera como un nutriente vegetal importante; uno que puede maximizar el crecimiento y el rendimiento del cultivo cuando se suministra de manera adecuada. La lógica detrás de esto es bastante simple. El material vegetal seco típicamente contiene aproximadamente 40 % de carbono que se acumula en la planta durante su crecimiento a través del proceso de "fotosíntesis"[10]. Por lo tanto, el carbono dentro de la planta se origina totalmente de CO₂, muy a menudo la concentración ambiental de CO₂ se convierte en el factor limitante que controla la tasa de fotosíntesis reacción en espacios cerrados como invernaderos. En estudios anteriores se han demostrado que el enriquecimiento de CO₂ en invernaderos, desde los niveles atmosféricos de aproximadamente 380 ppm a niveles tan altos como 800-1800 ppm pueden acelerar el crecimiento de la planta y aumentar el rendimiento de los cultivos en aproximadamente un 40 % [22]. Dado el costo asociados con métodos comunes de enriquecimiento de CO₂ (por ejemplo, combustibles de hidrocarburos, que utilizan CO₂ comprimido en tanques) optimizando el nivel y la duración del enriquecimiento de CO₂, es una consideración importante en la agricultura de invernadero [21]. Obviamente, en términos de duración, el enriquecimiento solo es necesario durante el día (o cuando las luces están encendidas), ya que las plantas toman CO₂ cuando fotosintetizan [17].

Además, el CO₂ requerido para el invernadero para el crecimiento de la planta es a la vez provista del gas de combustión generado por el quemador. El costo energético en la calefacción combinada dentro de un invernadero y el enriquecimiento CO₂ con hidrocarburos es relativamente alto.

Métodos de inyección de CO₂

Para la inyección de dióxido de carbono se cuenta con distintos métodos (Figura. 1), principalmente los siguientes [11]:

- Pasivo: Emplea las ventilas cenitales y laterales del invernadero para el recambio de aire al interior. Su limitante más fuerte es que solo aporta las concentraciones del ambiente (300 a 400 ppm), las cuales no satisfacen al cultivo cuando este se encuentra en la mayor actividad fotosintética. Este método más económico para la inyección de CO₂.
- Combustión. Este método se puede hacer de dos maneras:
 - Mediante quemadores distribuidos dentro del invernadero, donde se queman combustibles bajos en contenido de azufre (gas natural o propano), cuyo propósito es calentar e inyectar CO₂ como producto de la combustión. Se debe tener cuidado con el contenido de oxígeno dentro del invernadero para poder llevar adecuadamente la combustión, ya que niveles insuficientes favorecen la producción de gases tóxicos (CO, NOx y SO₂); la inyección de aire con ventilador evita estos problemas. Este método poco preciso que puede ocasionar excesos de CO₂.
 - Mediante una caldera central donde se queman combustibles fósiles, los gases liberados se redirigen hacia el invernadero de manera homogénea. El aporte de CO₂ y calefacción se puede separar, también se puede extraer el vapor de agua de los gases de combustión, evitando que lleguen al invernadero. La ventaja de este método es su menor precio comparado con la inyección de CO₂ puro.

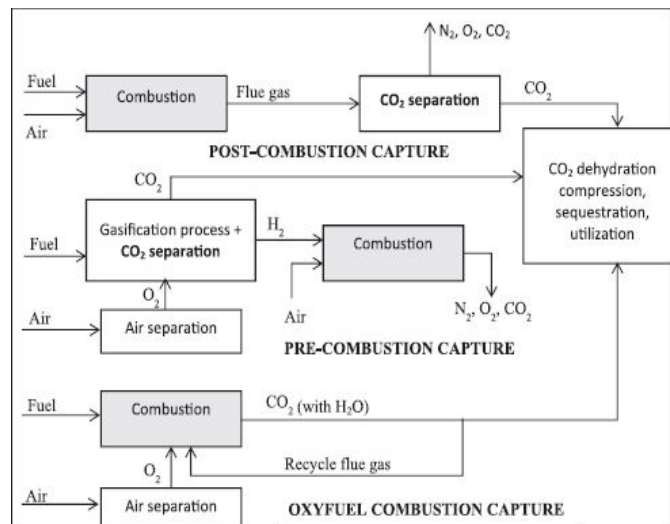


Figura 1: Métodos de producción de dióxido de carbono.

Si bien mediante los procesos antes mencionados se genera el CO₂, no se tiene una método preciso para medir la pureza de dicho gas.

Objetivo General

Diseñar y Construir un sistema electrónico para regular la concentración óptima de dióxido de carbono al interior de un microclima fundamentado en un modelo dinámico.

Objetivo Específico

- Estudiar el modelo dinámico del cultivo seleccionado y del microclima.
- Estudiar el método para sintetizar la ley de control.
- Sintetizar y simular la ley de control.
- Analizar y seleccionar los componentes electrónicos y mecánicos del sistema de control.
- Diseñar y construir un sistema de control para regular la concentración óptima de dióxido de carbono al interior de un microclima.
- Implementar el sistema de control en el microclima.

Diagrama a bloques general

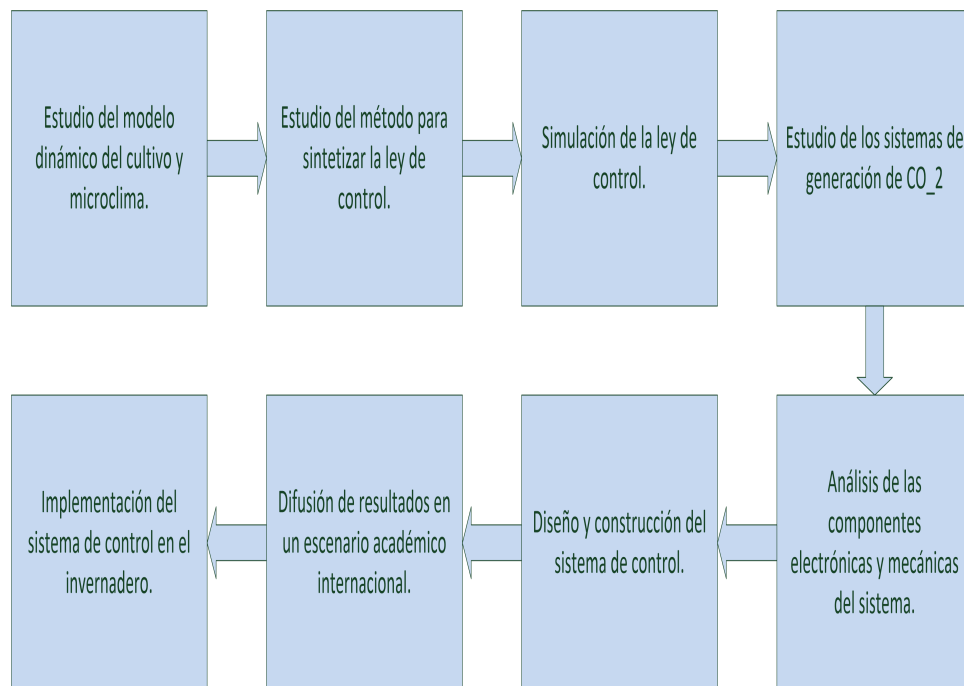


Figura 2: Diagrama a bloques general.

Estructura de la tesis

En el **Capítulo 1** se muestran los tipos de controles empleados actualmente en los invernaderos a nivel mundial y se da a conocer el desarrollo de la teoría de control óptimo.

En el **Capítulo 2** se muestra el modelo dinámico del cultivo de jitomate y del microclima, describiendo los parametros y funciones que se involucran en dichos modelos.

En el **Capítulo 3** se muestra el desarrollo para determinar la ley de control para nuestro sistema. Posteriormente, se realiza una simulación del sistema dinámico con y sin la ley de control sintetizada , mostrando los resultados obtenidos.

En el **Capítulo 4** se determinan los componentes electrónicos y mecanicos que se emplearan para el sistema de control, mostrando las características de cada uno de ellos así como el lugar donde se implementara dicho sistema.

En el **Capítulo 5** se muestran las pruebas realizadas en el laboratorio y el invernadero, mostrando los resultados obtenidos en cada caso.

En las **Conclusiones** se dan a conocer el alcance que se obtuvo en este trabajo y el trabajo futuro.

Posteriormente, se presenta la **Bibliografía** utilizada en este trabajo de investigación.

En el **Apendice A** se muestra el codigo empleado para la simulación del sistema dinámico en MatLab.

Finalmente en el **Apendice B** se muestran las participaciones en los congresos y ponencias, así como los trabajos publicados.



Capítulo 1

Marco Teórico

En éste capítulo se hablará del control que se emplea actualmente en los invernaderos, así como los fundamentos empleados para el uso de la teoría de control óptimo. Se describirán algunos elementos matemáticos para la formulación de dicha teoría, concluyendo con las expresiones las cuales se trabajarán en este trabajo de investigación.

1.1. Invernaderos con control convencional

El control más representativo es aquel que controla el ambiente de un invernadero con teoría de control PID (Proporcional Derivativo Integrativo)[1], el cual en la industria se realiza mediante un mecanismo de retroalimentación. Este es el más recurrido, ya que proporciona una respuesta rápida, tiende a proveer un sistema estable y un error mínimo. Sin embargo, es altamente utilizado y no es la única solución para la agricultura.

Actualmente los modelos han ido evolucionando e incluso se han aplicado métodos de control mixtos, tales como un control PI y ON/OFF , control PDF (Pseudo Derivative Feedback) [5].

Por lo general, la calibración del modelo de clima de invernadero y del modelo de cultivo son distintos. Sin embargo, al calibrar un modelo de clima de invernadero, el flujo de evaporación, el consumo de CO₂ y la producción del cultivo deben ser conocidos. Como estas cantidades son difíciles de evaluar experimentalmente, las relaciones basadas en modelos se pueden usar para estimar estos flujos ya que dependen de los parámetros del modelo de cultivo.

1.2. Invernaderos con control óptimo

Un enfoque de control óptimo para el control climático del invernadero aprovecha plenamente los conocimientos científicos cuantitativos sobre el invernadero, los equipos utilizados y el cultivo, capturados todos en un modelo dinámico matemático que se ocupa del problema de maximizar el beneficio y lograr el bienestar del cultivo a través de prácticas que minimicen los costos de producción [21].

Por ello la necesidad de garantizar un ambiente y una calidad de crecimiento en los cultivos de un invernadero llevo al desarrollo de controles que sólo tienen el propósito de ajustar las variables del microclima pero estos generan un crecimiento en los costos de energía, lo cual no

se estiman con los controles clásicos o tradicionales. Un ejemplo de control óptimo reportado con buenos resultados, es basado en un algoritmo que reduce la demanda de energía en los invernaderos, mediante la reducción de picos en un actuador cuando realiza transiciones de día-noche y noche-día [17].

En sistemas avanzados de automatización de invernaderos, la regulación del entorno interior se centra en crear el mas apropiado microclima para la maximización del crecimiento de la planta y la reducción del costo final, apuntando a la mayor economía posible y mejor beneficio para el negocio. Las variables ambientales consideradas y controladas son: la temperatura, humedad relativa, concentración de CO₂ e iluminación [11].

Una vez mencionados algunas de las teorías de control empleadas común mente y observando que en ninguna de ellas se emplea un modelo dinámico tanto para el microclima y el cultivo entonces se propone emplear la teoría de control óptimo, debido a que esta emplea el modelo dinámico de ambos (microclima y cultivo), con el fin de minimizar el consumo de energía y maximizar la producción.

1.3. Multiplicadores de Lagrange

Considerando el problema del máximo y mínimo de una función g de n variables sujeta a ciertas restricciones.

$$\begin{aligned} f_1(x_1, \dots, x_n) &= c_1 \\ &\vdots \\ f_m(x_m, \dots, x_n) &= c_m \end{aligned} \tag{1.1}$$

para aplicar el cálculo diferencial suponemos que existe un conjunto abierto $U \subset \mathbb{R}^n$ que contiene a f_i que es definido y diferenciable sobre U y todos los puntos satisfacen la ecuación (1.1).

Si $F = (f_1, \dots, f_m)$ entonces $F : U \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ es diferenciable entonces el resto del problema es determinar el máximo y mínimo de g sobre el nivel de $F^{-1}(C)$, donde $C = (c_1, \dots, c_m)$. Suponiendo que F tiene rango sobre $F^{-1}(C)$ o equivalentemente $\{\nabla f_1(X), \dots, \nabla f_m(X)\}$ y los vectores son linealmente independientes $\forall X$ en $F^{-1}(C)$.

Suponiendo que g es un máximo local sobre $F^{-1}(C)$ y el punto P . Por lo tanto, solo necesitamos examinar a g al igual que a P , entonces suponemos que $F^{-1}(C)$ es gráficamente una función ϕ de $n - m$ variables. Asumiremos que $\phi : V \subset \mathbb{R}^{n-m} \rightarrow \mathbb{R}^m$, V abierto en \mathbb{R}^{n-m} , que P_1 (el primer $n - m$ coordenada de P) en V y $P = (P_1, \phi(P_1))$.

Ahora $X_1 = (x_1, \dots, x_{n-m}) \in \mathbb{R}^{n-m}$. Dado que g es un máximo local de $F^{-1}(C)$ a la función P

$$X_1 \rightarrow g(X_1, \phi(X_1)) \tag{1.2}$$

esto es un máximo local del conjunto abierto de V en \mathbb{R}^{n-m} a P_1 , dado que la grafica de ϕ coincide con los niveles de $F^{-1}(C)$ cerca de P , donde $F(X_1, \phi(X_1)) = C$ para todo $X_1 \in V$. En términos de la función en coordenadas esto implica

$$f_i(X_1, \phi(X_1)) = c_i \tag{1.3}$$

para $i = 1, 2, \dots, m$ para aplicar la regla de la cadena a las funciones ecuación (1.2) y ecuación (1.3) la primera derivada de la función

$$X_1 \in V \subset \mathbb{R}^{n-m} \rightarrow (X_1, \phi(X_1)) \in \mathbb{R}^n \tag{1.4}$$

y obteniendo la matriz A de $n \times (n - m)$

$$\overbrace{\begin{bmatrix} \nabla(x_1) \\ \vdots \\ \nabla(x_{n-m}) \\ \phi'(X_1) \end{bmatrix}}^A = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \\ 0 & \dots & 1 \\ \phi'(X_1) & & \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

de la matriz A en la ecuación (1.5) evaluada en $X_1 = P_1$. Dado que el primer vector de $n - m$ de A forma una matriz con $\det A = 1$, la matriz A tiene un rango máximo de $n - m$. Entonces el espacio $S = \{X \in \mathbb{R}^n : X \circ A = 0\}$. Por ejemplo, el espacio solución del sistema de $n - m$ ecuaciones lineales de n variables es $n - (n - m) = m$ y es un subespacio dimensional de \mathbb{R}^{n-m} .

Aplicando la regla de la cadena a la ecuación (1.3) y dejando $X_1 = P_1$, obtenemos:

$$\nabla f_i(P) \circ A = 0 \quad (1.6)$$

para $i = 1, 2, \dots, m$, entonces $\nabla f_i(P) \in S$.

Dado que $F'(P)$ tiene un rango máximo, $\{\nabla f_i(P), \dots, \nabla f_m(P)\}$ es un conjunto de m vectores linealmente independientes y es una base de S .

Dado que en la ecuación (1.2) se tiene un máximo local sobre el conjunto abierto V en P_1 de una variable ahora que todas las derivadas parciales de P_1 son cero. Posteriormente aplicando la regla de la cadena a:

$$\nabla g(P) \circ A = 0 \quad (1.7)$$

entonces $\nabla g(P) \in S$ y existen m escalares llamados *Multiplicadores de Lagrange*, $\lambda_1, \dots, \lambda_m$, dado que

$$\nabla g(P) = \lambda_1 \nabla f_1(P) + \dots + \lambda_m \nabla f_m(P) \quad (1.8)$$

El *Método de los multiplicadores de Lagrange* consiste en solucionar estas ecuaciones [4].

1.4. Formulación general del problema de control óptimo

El control óptimo de cualquier sistema debe estar basado en tres conceptos: el modelo dinámico del sistema, una función y las restricciones del sistema. La notación de forma matricial de la ecuación de estados se representa de la siguiente manera:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (1.9)$$

donde $\mathbf{x}(t)$ es el vector de estados, $\mathbf{u}(t)$ es la señal de control y t es el tiempo.

El problema de optimización para este sistema consiste entonces en encontrar la trayectoria del vector de control $\mathbf{u}(t)$ para el intervalo $t_0 \leq t \leq t_f$, para minimizar el índice de desempeño que normalmente es:

$$J = \phi(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \quad (1.10)$$

donde t_0 y t_f son el tiempo inicial y final, $\phi(\mathbf{x}(t_f), t_f)$ y $L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$ son funciones escalares, t_f puede ser fijo o libre. Empezando en el estado inicial $x(t_0) = x_0$ y aplicando la señal

de control $u(t)$ para $t \in [t_0 \ t_f]$ se logra que el sistema siga alguna trayectoria de estados, entonces el índice de desempeño asigna un número real único a cada trayectoria del sistema. El problema de control óptimo u optimización es encontrar un control admisible $u^*(t)$ el causa que el sistema ((1.9)) siga una trayectoria admisible $x^*(t)$ que minimiza una medida de desempeño de la ecuación (1.10). Entonces, $u^*(t)$ es llamado control óptimo y $x^*(t)$ trayectoria optima.

1.4.1. Condiciones necesarias para una solución estacionaria

Añadiendo las restricciones ecuación (1.9) al índice de desempeño ecuación (1.10) con un vector de multiplicadores de Lagrange variantes en el tiempo $\boldsymbol{\lambda}(t)$ como sigue:

$$\bar{J} = \phi(\mathbf{x}(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} \left\{ L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \boldsymbol{\lambda}^T(t) [f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) - \dot{\mathbf{x}}] \right\} dt \quad (1.11)$$

Definiendo la función escalar Hamiltoniana $H(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t))$ como:

$$H(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t), t) = L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \boldsymbol{\lambda}^T(f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)) \quad (1.12)$$

Integrando por partes el término $\boldsymbol{\lambda}^T(t)\dot{\mathbf{x}}$ de la ecuación (1.11) se obtiene:

$$\bar{J} = \phi(\mathbf{x}(t_f)) - \boldsymbol{\lambda}^T(t_f)\mathbf{x}(t_f) + \boldsymbol{\lambda}^T(t_0)\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t_f} \left[H(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t), t) + \dot{\boldsymbol{\lambda}}^T(t)\mathbf{x}(t) \right] dt \quad (1.13)$$

Posteriormente considerando una variación infinitesimal en $\mathbf{u}(t)$, $\delta\mathbf{u}(t)$. Esta variación produce un cambio en la trayectoria de los estados $\delta\mathbf{x}(t)$ y una variación en el índice de desempeño δJ . Esta última variación puede ser calculada como sigue:

$$\delta\bar{J} = \left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{x}} - \boldsymbol{\lambda}^T \right) \delta\mathbf{x} \right]_{t=t_f} + \left[\boldsymbol{\lambda}^T \delta\mathbf{x} \right]_{t=t_0} + \int_{t_0}^{t_f} \left[\left(\frac{\partial H}{\partial\mathbf{x}} + \boldsymbol{\lambda}^T \right) \delta\mathbf{x} + \frac{\partial H}{\partial\mathbf{u}} \delta\mathbf{u} \right] dt \quad (1.14)$$

Para evitar tener que determinar las funciones $\delta\mathbf{x}(t)$ producidas por $\delta\mathbf{u}(t)$, se eligen los multiplicadores $\boldsymbol{\lambda}(t)$ de tal manera que los coeficientes de $\delta\mathbf{x}(t)$ y $\delta\mathbf{x}(t_f)$, en la ecuación (1.14) se elige entonces:

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}}^T = -\frac{\partial H}{\partial\mathbf{x}} = -\frac{\partial L}{\partial\mathbf{x}} - \boldsymbol{\lambda}^T \frac{\partial f}{\partial\mathbf{x}} \quad (1.15)$$

con las condiciones de frontera

$$\boldsymbol{\lambda}^T(t_f) = \frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{x}}(t_f) \quad (1.16)$$

Entonces, $\delta\bar{J}$ = se transforma en

$$\delta\bar{J} = \boldsymbol{\lambda}^T(t_0)\delta\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t_f} \frac{\partial H}{\partial\mathbf{u}} \delta\mathbf{u} dt \quad (1.17)$$

Si $\mathbf{x}(t_0)$ está especificada, entonces $\delta\mathbf{x}(t_0) = 0$.

Para una solución estacionaria se requiere $\delta\bar{J} = 0$, para una variación arbitraria $\delta\mathbf{u}(t)$. Esto sucede solamente si

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{u}} + \boldsymbol{\lambda}^T \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} = 0 \quad (1.18)$$

en $t_0 \leq t \leq t_f$. Esta ecuación es llamada la condición estacionaria o ecuaciones de Euler-Lagrange del cálculo de variaciones.

Entonces para encontrar la función vector de control $\mathbf{u}(t)$ que produce un valor estacionario del índice de desempeño J , se deben resolver las **ecuaciones diferenciales estados y co-estados** dadas por.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (1.19)$$

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}}^T = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} = -\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} - \boldsymbol{\lambda}^T \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \quad (1.20)$$

Capítulo 2

Modelo del Cultivo de Jitomate y el Microclima

En éste capítulo se describirán las variables de estados que se emplean en este tema de tesis, considerando al micro clima y el cultivo de jitomate. Dentro de estas variables se encuentran el *Número de Nodos (N)*, *Biomasa seca del dosel y raíz (W_c, W_r)*, *Concentración de CO_2* , *Temperatura (T_g)* y *la Humedad (V_i)*.

Algunos de los factores ambientales que condicionan el desarrollo de cultivo en sus diferentes fases de crecimiento son:

Dióxido de carbono CO_2

El enriquecimiento de la atmósfera del invernadero con CO_2 , es muy importante en dichos cultivos, tanto en hortalizas como flores. La concentración normal de CO_2 en la atmósfera es del 0.03 %. Este índice debe aumentarse a los límites de 0.1-0.2 %, cuando los demás factores de la producción sean óptimos, si se desea el máximo aprovechamiento de la actividad fotosintética en las plantas. Debido a que una concentración mayor resulta tóxica para el cultivo.

Humedad relativa

Es la masa de agua por unidad de volumen o en unidad de masa de aire. Existe una relación inversa de la temperatura con la humedad, por lo que a mayores temperaturas aumenta la capacidad de contener vapor de agua y por tanto esta disminuye.

Temperatura

Esta influye en el crecimiento y desarrollo del tomate. La temperatura ideal para en crecimiento óptimo del cultivo varia entre los 18-27°C.

Iluminación

A mayor luminosidad en el interior de un invernadero se debe aumentar la concentración de CO_2 , temperatura y humedad relativa para que la fotosíntesis sea máxima, de lo contrario la escases de iluminación descenderán las necesidades de los otros factores.

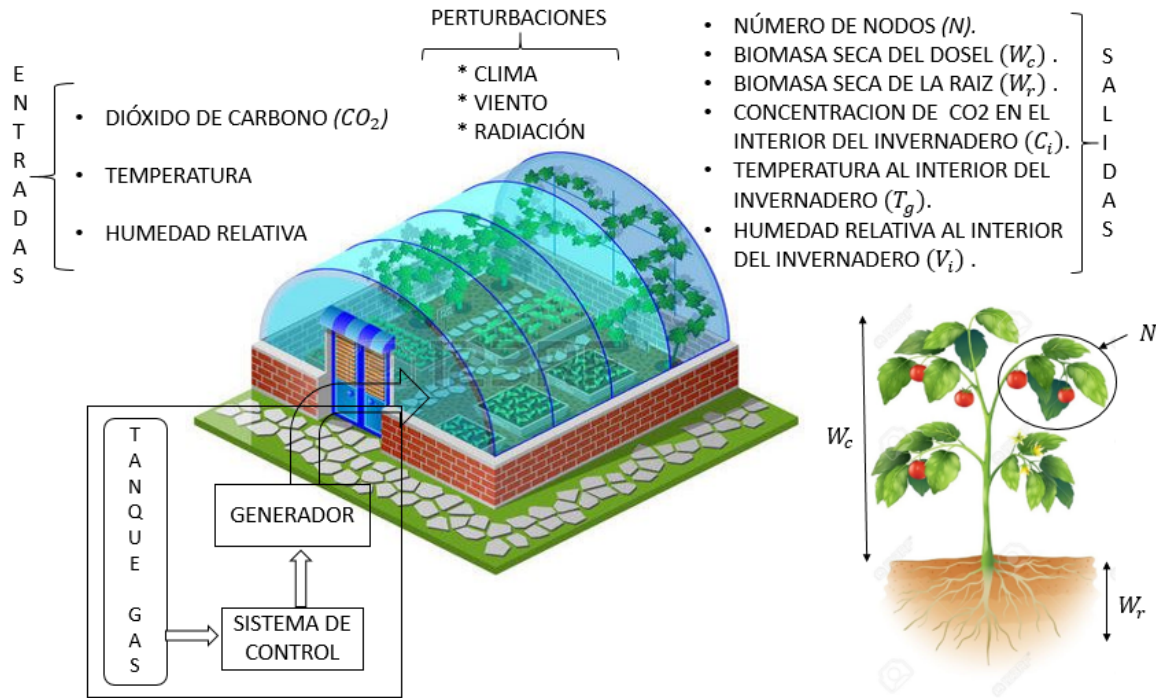


Figura 2.1: Diagrama esquemático del sistema a implementar.

2.1. Modelo del cultivo de jitomate

En recientes investigaciones en conjunto con la Universidad Autónoma de Chapingo y el Colegio de Posgraduados, han determinado considerar un modelo dinámico relativo al cultivo propio de la región de Puebla. El cultivo se divide en el número de nodos N , el índice de área foliar LAI , materia seca del dosel W_c , acumulación de biomasa de la raíz W_r y acumulación de biomasa del fruto maduro W_M . Sin embargo dicho modelo **TOMGRO** puede ser reducido a 3 variables de estado [8].

2.1.1. Número de nodos (N)

La tasa de desarrollo de nodos (planta desarrollada) se modela como una tasa máxima de aparición de nodos por día (N_m), multiplicado por una función que reduce el desarrollo vegetativo a temperaturas no óptimas sobre una base horaria durante cada día [18].

$$\frac{d}{dt}N = N_m f_N(T_g) \quad (2.1)$$

donde:

Tabla 2.1: Descripción de variables para los nodos.

Símbolo	Descripción	Unidades
N	Número de nodos	
N_m	Número máximo de nodos por día	nodos d^{-1}
T_g	Temperatura al interior del invernadero	$^{\circ}\text{C}$
$f_N(T_g)$	Función que modifica el desarrollo del número de Nodos	$^{\circ}\text{C}$

donde $f_N(T_g)$ es una función de reducción de desarrollo vegetal bajo temperaturas no óptimas, esta función es lineal a tramos ya que depende de la temperatura. Esta variable de estado se puede estimar de la siguiente manera:

$$f_N(T_g) = \begin{cases} 0 & T_g \leq 8^{\circ}\text{C} \\ 0.55 & T_g = 12^{\circ}\text{C} \\ 1 & T_g = 30^{\circ}\text{C} \\ 0 & T \geq 50^{\circ}\text{C} \end{cases} \quad (2.2)$$

La función $f_N(T_g)$ ver Figura 2.2 es aproximada mediante **MATLAB** con la herramienta *Basic Fitting Tool* la cual es una herramienta que realiza una aproximación, la cual nos arroja una función aproximada de un polinomio de 3 grado.

$$f_N(T_g) = (0.000074761 T_g^3) - (0.0088517 T_g^2) + (0.29181 T_g) - 1.8062 \quad (2.3)$$

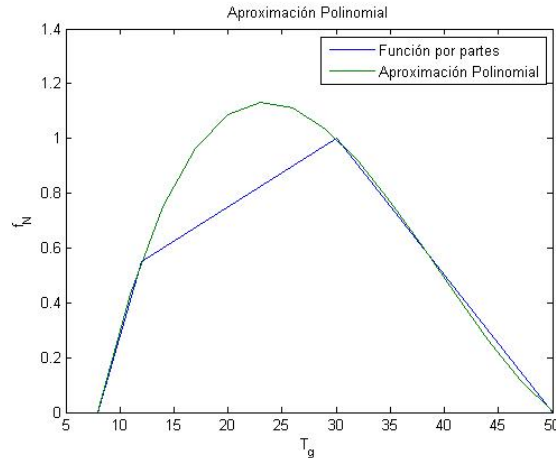


Figura 2.2: Aproximación de la función $f_N(T_g)$.

2.1.2. Biomasa seca del dosel (W_c)

La acumulación de biomasa para el modelo reducido es el resultado de la fotosíntesis, respiración y los procesos de conversión del tejido.

$$\frac{d}{dt}W_c = E(P_g - R_m(W_r + W_c))f_c \quad (2.4)$$

donde:

Tabla 2.2: Descripción de variables para la biomasa seca del dosel.

Símbolo	Descripción	Unidades
W_c	Biomasa del dosel	g tejido $m^{-2}d^{-1}$
W_r	Biomasa de la raíz	g tejido $m^{-2}d^{-1}$
R_m	Velocidad de respiración de mantenimiento	(g CH_2O)/(g tejido d)
E	Eficiencia de conversión del tejido de la planta	(g tejido)/(g CH_2O)
P_g	Velocidad de la fotosíntesis brutal en el dosel	g tejido $m^{-2}d^{-1}$
f_c	Constante para todo nodo	Adimensional

donde la P_g es una función descrita de la siguiente manera:

$$P_g = D \frac{\tau C p(T_g)}{K} \ln \left[\frac{\alpha K I_o + (1 - m) C \tau}{\alpha K I_o e^{-K LAI} + (1 - m) C \tau} \right] \quad (2.5)$$

Tabla 2.3: Descripción de variables de la función de fotosíntesis.

Símbolo	Descripción	Unidades
D	Coefficiente de conversión de fotosíntesis	(μ mol CO_2)/(m^2s) a (g C H_2O)/(m^2h)
τ	Conductancia de la hoja a CO_2	(μ mol CO_2)/(m^2 hoja s)
C	Concentración de CO_2 en el aire	(μ mol CO_2)/(mol aire)
$p(T_g)$	Factor de reducción de fotosíntesis	Adimensional
α	Eficiencia de la utilización de la luz en la hoja	(μ mol CO_2)/(μ mol fotones)
K	Coefficiente de extinción de la luz en el dosel	Adimensional
I_o	Densidad del flujo de la luz en el tope del dosel	(μ mol fotones)/(m^2 suelo s)
m	Coefficiente de transmisión de luz de la hoja	Adimensional
LAI	Índice de área foliar del dosel	(m^2 hoja)/(m^2 suelo)

la función $p(T_g)$ expresa el efecto de la temperatura en la velocidad máxima de la fotosíntesis para una hoja simple, expresada como una ecuación cuadrática con T :

$$p(T_g) = \left[1 - \left(\frac{\phi_h - T_g}{\phi_h - \phi_1} \right)^2 \right] \quad (2.6)$$

donde:

Tabla 2.4: Descripción de variables de la función de reducción de fotosíntesis.

Símbolo	Descripción	Unidades
ϕ_h	Temperatura a la cual la fotosíntesis de la hoja es máxima	$^{\circ}\text{C}$
ϕ_l	Temperatura por debajo donde la fotosíntesis en la hoja es cero	$^{\circ}\text{C}$

Para la función Densidad de flujo de la luz en el tope del dosel (I_o) se asume una longitud de 12 horas al día por lo cual se propone la siguiente función:

$$I_o = \begin{cases} I_m \text{sen}(2\pi(t_d - 6)) & I_o > 0 \\ 0 & I_o \leq 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

donde:

Tabla 2.5: Descripción de variables para la densidad de flujo de luz.

Símbolo	Descripción	Unidades
I_m	Máxima densidad de flujo al día	$(\mu \text{ mol fotones}) / (m^2 \text{ suelo s})$
t_d	Tiempo solar en días	días

Suponiendo que la máxima densidad de flujo al día I_m es de 400.

La ecuación del índice de área foliar del dosel, es una ecuación obtenida empíricamente y se denota de la siguiente forma:

$$LAI = \frac{\rho\delta}{\beta} \ln(1 + e^{\beta(N-n_b)}) \quad (2.8)$$

Tabla 2.6: Descripción de variables para el índice de área foliar.

Símbolo	Descripción	Unidades
ρ	Densidad de la planta	$(\text{número}/m^2)$
δ, β, n_b	son coeficientes empíricos de la función expolineal	

2.1.3. Biomasa total de la raíz (W_r)

La función que describe la biomasa total de la raíz es la siguiente:

$$\frac{d}{dt}W_r = E(P_g - R_m(W_r + W_c))(1 - f_c) \quad (2.9)$$

las variables de esta ecuación ya se describieron en las ecuaciones anteriores.

2.2. Modelo del micro clima

2.2.1. Concentración de CO₂ en el aire (C_i)

La concentración de CO₂ en el aire en un invernadero esta descrita por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{V_g}{A_g} \frac{d}{dt} C_i = G_v(C_o - C_i) + \varphi_{inj} + R - P_n \mu \quad (2.10)$$

donde:

Tabla 2.7: Descripción de variables para la concentración de CO₂.

Símbolo	Descripción	Unidades
V_g	Volumen del invernadero	m^3
A_g	Área del invernadero	$m^2(gh)$
C_i	Concentración de CO ₂ al interior del invernadero	$Kg(CO_2)m^{-3}$
G_v	Función de la velocidad del viento al exterior	m/s
C_o	Concentración de CO ₂ al exterior del invernadero	$g m^3$
φ_{inj}	Flujo de inyección de CO ₂	$g s^{-1}m^{-2}$
R	Respiración del cultivo	$Kgs^{-1}m^{-2}$
P_n	Fotosíntesis del cultivo	$g s^{-1}m^{-2}$
μ	Fracción del peso molar de CO ₂ y CH ₂ O	$s m^{-1}$

En la literatura muchos modelos detallados están disponibles para describir la fotosíntesis, un modelo simple que la describe es la siguiente ecuación:

$$P_n = p_{n1} + p_{n2} \frac{I}{p_{n3} + I} \frac{C}{p_{n4} + C} + p_{n5} L \quad (2.11)$$

donde p_{n1} a p_{n5} son parámetros de regresión, I es el PAR incidente (radiación activa foto sintética), C es la concentración de CO₂ expresada en ppm y L es la LAI. Este modelo de fotosíntesis puede ser incorrecto para altas concentraciones de CO₂, ya que las mediciones en las se basan no contienen altas concentraciones de CO₂. Además es solo válido para valores L mayores que 1.

La conversión de C_i a C esta determinada por:

$$C = \frac{10^6 R_g}{M_{CO_2} P_{atm}} (T_g + T_0) C_i \quad (2.12)$$

donde R_g es la constante de los gases, M_{CO_2} es el peso molecular del CO₂ y T_0 es la temperatura absoluta cero [9].

2.2.2. Temperatura del aire (T_g)

Para calcular la temperatura del aire en el invernadero se tiene la siguiente expresión:

$$C_g \frac{d}{dt} T_g = k_v(T_o - T_g) + Q_{calef} + k_r(T_o - T_g) + k_s(T_s - T_g) + G\eta \quad (2.13)$$

donde:

Tabla 2.8: Descripción de variables para la temperatura.

Símbolo	Descripción	Unidades
T_o	Temperatura externa	$^{\circ}\text{C}$
T_g	Temperatura al interior del invernadero	$^{\circ}\text{C}$
T_s	Temperatura del suelo del invernadero	$^{\circ}\text{C}$
Q_{calef}	Entrada de calor	Wm^{-2}
G	Radiación de onda corta entrante	Wm^{-2}
C_g	Capacidad de calor del invernadero	$\text{J}^{\circ}\text{C}^{-1}\text{m}^{-2}$
k_v	Coefficiente de transferencia de calor por ventilación	$\text{W}^{\circ}\text{Cm}^{-2}$
k_r	Coefficiente de transferencia de calor en el techo	$\text{W}^{\circ}\text{Cm}^{-2}$
k_s	Coefficiente de transferencia de calor en el suelo	$\text{W}^{\circ}\text{Cm}^{-2}$
η	Factor de conversión de radiación	Adimensional

2.2.3. Humedad en el aire del invernadero (V_i)

El vapor de agua contenido de aire del invernadero necesario para el cultivo se describe como una ecuación dinámica que está en función de la transpiración del cultivo.

$$\frac{d}{dt}V_i = \frac{A_g}{V_g}(E_t - G_v(V_i - V_o)) \quad (2.14)$$

donde:

Tabla 2.9: Descripción de variables para la humedad relativa.

Símbolo	Descripción	Unidades
V_i	Humedad absoluta al interior del invernadero	Kg m^3
V_o	Humedad absoluta al exterior del invernadero	Kg m^3
E_t	Función de evo-traspiración	$^{\circ}\text{C}$

2.3. Modelo completo

Las ecuaciones principales que se analizan para una ley de control óptima, las cuales están compuestas por las 3 ecuaciones del cultivo de jitomate y las 3 ecuaciones del micro clima:

$$\frac{d}{dt}N = N_m f_N(T_g) \quad (2.15)$$

$$\frac{d}{dt}W_c = E(P_g - R_m(W_r + W_c))f_c \quad (2.16)$$

$$\frac{d}{dt}W_r = E(P_g - R_m(W_r + W_c))(1 - f_c) \quad (2.17)$$

$$\frac{V_g}{A_g} \frac{d}{dt}C_i = G_v(C_o - C_i) + \varphi_{inj} + R - P_n \mu \quad (2.18)$$

$$C_g \frac{d}{dt}T_g = k_v(T_o - T_g) + Q_{calef} + k_r(T_o - T_g) + k_s(T_s - T_g) + G\eta \quad (2.19)$$

$$\frac{d}{dt}V_i = \frac{A_g}{V_g}(E_t - G_v(V_i - V_o)) \quad (2.20)$$

Las ecuaciones antes descritas engloban distintos parámetros para su análisis, así como las funciones descritas en anteriormente.

Tabla 2.10: Descripción de parámetros a utilizar.

Símbolo	Valor	Unidades
N_m	0.495	nodos d^{-1}
K_m	0.0144	
E	1	$g s^{-1} m^{-2}$
f_c	0.85	Adimensional
A_g	3	m^2
G_v	2	m/s
V_g	2	m^3
C_o	380	$g m^3$
P_{n1}	$-2.17 \cdot 10^{-4}$	$g s^{-1} m^{-2}$
P_{n2}	$3.31 \cdot 10^{-3}$	$g s^{-1} m^{-2}$
P_{n3}	577	$W m^{-2}$
P_{n4}	221	$g m^{-3}$
P_{n5}	$5 \cdot 10^{-5}$	$g s^{-1} m^{-2}$
μ	0.7	Adimensional
m_p	4.57	$\mu mol J^{-1}$
P_g	0.475	Adimensional
η	0.7	Adimensional
α	0.056	$W m^{-2} \text{ } ^\circ C^{-1}$
τ	0.0664	$\mu mol / m^2 s$
D	2.592	$\mu mol / m^2 s$
K	0.58	Adimensional
m	0.1	Adimensional
ρ	4	$Kg m^3$
n_b	13.3	Adimensional
β	0.38	Adimensional
δ	0.074	Adimensional
ϕ_h	30	$^\circ C$
ϕ_l	5	$^\circ C$
r_b	100	

Capítulo 3

Diseño de la Ley de Control

3.1. Diseño de la ley de control

Si $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ son variables de estados del proceso en el tiempo t y $u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)$ son entradas de control al proceso en el tiempo t , entonces el sistema puede ser descrito por n ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (3.1)$$

en nuestro caso:

$$\dot{x}_1 = \frac{d}{dt}N = N_m f_N(T_g) \quad (3.2)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{d}{dt}W_c = E(P_g - R_m(W_r + W_c))f_c \quad (3.3)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{d}{dt}W_r = E(P_g - R_m(W_r + W_c))(1 - f_c) \quad (3.4)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{V_g}{A_g} \frac{d}{dt}C_i = G_v(C_o - C_i) + \varphi_{inj} + R - P_n \mu \quad (3.5)$$

$$\dot{x}_5 = C_g \frac{d}{dt}T_g = k_v(T_o - T_g) + Q_{calef} + k_r(T_o - T_g) + k_s(T_s - T_g) + G\eta \quad (3.6)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{d}{dt}V_i = \frac{A_g}{V_g}(E_t - G_v(V_i - V_o)) \quad (3.7)$$

En este caso para nuestro sistema el índice de desempeño se encuentra descrito de la siguiente manera:

$$J = \frac{1}{2}[N^2(t_f) + W_r^2(t_f) + W_c^2(t_f) + C_i^2(t_f) + T_g^2(t_f) + V_i^2(t_f)] + \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2}[-N^2(t) - W_r^2(t) - W_c^2(t) + C_i^2(t) + \varphi_{inj}^2(t) + T_g^2(t) + V_i^2(t)]dt \quad (3.8)$$

En nuestro caso con las ecuaciones descritas del modelo dinámico del cultivo y microclima se construye la siguiente ecuación Hamiltoniana.

$$H(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t), t) = \frac{1}{2}[-N^2(t) - W_r^2(t) - W_c^2(t) + C_i^2(t) + \varphi_{inj}^2(t) + T_g^2(t) + V_i^2(t)] + \lambda_1(t)f_1(t) + \lambda_2(t)f_2(t) + \lambda_3(t)f_3(t) + \lambda_4(t)f_4(t) + \lambda_5(t)f_5(t) + \lambda_6(t)f_6(t)$$

del cual se obtienen sus co-estados de la siguiente manera:

$$\dot{\lambda}_1 = N - \lambda_2 \frac{\partial \dot{W}_c}{\partial N} - \lambda_3 \frac{\partial \dot{W}_r}{\partial N} - \lambda_4 \frac{\partial \dot{C}_i}{\partial N} - \lambda_6 \frac{\partial \dot{V}_i}{\partial N} \quad (3.9)$$

$$\dot{\lambda}_2 = W_c - \lambda_2 \frac{\partial \dot{W}_c}{\partial W_c} - \lambda_3 \frac{\partial \dot{W}_r}{\partial W_c} \quad (3.10)$$

$$\dot{\lambda}_3 = W_r - \lambda_2 \frac{\partial \dot{W}_c}{\partial W_r} - \lambda_3 \frac{\partial \dot{W}_r}{\partial W_r} \quad (3.11)$$

$$\dot{\lambda}_4 = -C_i - \lambda_2 \frac{\partial \dot{W}_c}{\partial C_i} - \lambda_3 \frac{\partial \dot{W}_r}{\partial C_i} - \lambda_4 \frac{\partial \dot{C}_i}{\partial C_i} \quad (3.12)$$

$$\dot{\lambda}_5 = -T_g - \lambda_1 \frac{\partial \dot{N}}{\partial T_g} - \lambda_2 \frac{\partial \dot{W}_c}{\partial T_g} - \lambda_3 \frac{\partial \dot{W}_r}{\partial T_g} - \lambda_4 \frac{\partial \dot{C}_i}{\partial T_g} - \lambda_5 \frac{\partial \dot{T}_g}{\partial T_g} - \lambda_6 \frac{\partial \dot{V}_i}{\partial T_g} \quad (3.13)$$

$$\dot{\lambda}_6 = -V_i - \lambda_6 \frac{\partial \dot{V}_i}{\partial V_i} \quad (3.14)$$

de la ecuación (1.18)

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial u} &= \varphi_{inj} + \lambda_4 = 0 \\ \varphi_{inj} &= -\lambda_4 \end{aligned}$$

por lo tanto la ecuación (2.18) queda.

$$\frac{V_g}{A_g} \frac{d}{dt} C_i = G_v (C_o - C_i) - \lambda_4 + R - P_n \mu \quad (3.15)$$

Entonces para encontrar la función vector de control $\mathbf{u}(t)$ que produce un valor estacionario del índice de desempeño J deben resolver las ecuaciones diferenciales de los estados y los co-estados del sistema dinámico queda de la siguiente manera:

$$\dot{x}_1 = N_m f_N(T_g) \quad (3.16)$$

$$\dot{x}_2 = E(P_g - R_m(W_r + W_c))f_c \quad (3.17)$$

$$\dot{x}_3 = E(P_g - R_m(W_r + W_c))(1 - f_c) \quad (3.18)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{A_g}{V_g} [G_v(C_o - C_i) + \varphi_{inj} + R - P_n \mu] \quad (3.19)$$

$$\dot{x}_5 = \frac{1}{C_g} k_v(T_o - T_g) + Q_{calef} + k_r(T_o - T_g) + k_s(T_s - T_g) + G\eta \quad (3.20)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{A_g}{V_g} (E_t - G_v(V_i - V_o)) \quad (3.21)$$

$$\dot{\lambda}_1 = N - \lambda_2 \frac{\partial \dot{W}_c}{\partial N} - \lambda_3 \frac{\partial \dot{W}_r}{\partial N} - \lambda_4 \frac{\partial \dot{C}_i}{\partial N} - \lambda_6 \frac{\partial \dot{V}_i}{\partial N} \quad (3.22)$$

$$\dot{\lambda}_2 = W_c - \lambda_2 \frac{\partial \dot{W}_c}{\partial W_c} - \lambda_3 \frac{\partial \dot{W}_r}{\partial W_c} \quad (3.23)$$

$$\dot{\lambda}_3 = W_r - \lambda_2 \frac{\partial \dot{W}_c}{\partial W_r} - \lambda_3 \frac{\partial \dot{W}_r}{\partial W_r} \quad (3.24)$$

$$\dot{\lambda}_4 = -C_i - \lambda_2 \frac{\partial \dot{W}_c}{\partial C_i} - \lambda_3 \frac{\partial \dot{W}_r}{\partial C_i} - \lambda_4 \frac{\partial \dot{C}_i}{\partial C_i} \quad (3.25)$$

$$\dot{\lambda}_5 = -T_g - \lambda_1 \frac{\partial \dot{N}}{\partial T_g} - \lambda_2 \frac{\partial \dot{W}_c}{\partial T_g} - \lambda_3 \frac{\partial \dot{W}_r}{\partial T_g} - \lambda_4 \frac{\partial \dot{C}_i}{\partial T_g} - \lambda_5 \frac{\partial \dot{T}_g}{\partial T_g} - \lambda_6 \frac{\partial \dot{V}_i}{\partial T_g} \quad (3.26)$$

$$\dot{\lambda}_6 = -V_i - \lambda_6 \frac{\partial \dot{V}_i}{\partial V_i} \quad (3.27)$$

Y con valores en la frontera en el tiempo final

$$\lambda_1(t_f) = \frac{\partial}{\partial N} \left[\frac{1}{2} [N^2(t_f) + W_r^2(t_f) + W_c^2(t_f) + C_i^2(t_f) + T_g^2(t_f) + V_i^2(t_f)] \right] = N(t_f) \quad (3.28)$$

$$\lambda_2(t_f) = \frac{\partial}{\partial W_c} \left[\frac{1}{2} [N^2(t_f) + W_r^2(t_f) + W_c^2(t_f) + C_i^2(t_f) + T_g^2(t_f) + V_i^2(t_f)] \right] = W_c(t_f) \quad (3.29)$$

$$\lambda_3(t_f) = \frac{\partial}{\partial W_r} \left[\frac{1}{2} [N^2(t_f) + W_r^2(t_f) + W_c^2(t_f) + C_i^2(t_f) + T_g^2(t_f) + V_i^2(t_f)] \right] = W_r(t_f) \quad (3.30)$$

$$\lambda_4(t_f) = \frac{\partial}{\partial C_i} \left[\frac{1}{2} [N^2(t_f) + W_r^2(t_f) + W_c^2(t_f) + C_i^2(t_f) + T_g^2(t_f) + V_i^2(t_f)] \right] = C_i(t_f) \quad (3.31)$$

$$\lambda_5(t_f) = \frac{\partial}{\partial T_g} \left[\frac{1}{2} [N^2(t_f) + W_r^2(t_f) + W_c^2(t_f) + C_i^2(t_f) + T_g^2(t_f) + V_i^2(t_f)] \right] = T_g(t_f) \quad (3.32)$$

$$\lambda_6(t_f) = \frac{\partial}{\partial V_i} \left[\frac{1}{2} [N^2(t_f) + W_r^2(t_f) + W_c^2(t_f) + C_i^2(t_f) + T_g^2(t_f) + V_i^2(t_f)] \right] = V_i(t_f) \quad (3.33)$$

Sin embargo por el tiempo inverso las ecuaciones cambian, esto debido a que tenemos los sistemas, los estados con una condición inicial y los co-estados con una condición final, por eso motivo se utiliza el tiempo inverso.

$$\begin{aligned} \tau &= t_f - t \\ \frac{d}{dt} \tau &= -1 \\ d\tau &= -dt \end{aligned}$$

Por tanto queda de la siguiente manera:

$$\dot{x}_1 = N_m f_N(T_g) \quad (3.34)$$

$$\dot{x}_2 = E(P_g - R_m(W_r + W_c)) f_c \quad (3.35)$$

$$\dot{x}_3 = E(P_g - R_m(W_r + W_c))(1 - f_c) \quad (3.36)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{A_g}{V_g} [G_v(C_o - C_i) - \lambda_4 + R - P_n \mu] \quad (3.37)$$

$$\dot{x}_5 = \frac{1}{C_g} k_v(T_o - T_g) + Q_{calef} + k_r(T_o - T_g) + k_s(T_s - T_g) + G\eta \quad (3.38)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{A_g}{V_g} (E_t - G_v(V_i - V_o)) \quad (3.39)$$

$$\dot{\lambda}_1 = -N + \lambda_2 \frac{\partial \dot{W}_c}{\partial N} + \lambda_3 \frac{\partial \dot{W}_r}{\partial N} + \lambda_4 \frac{\partial \dot{C}_i}{\partial N} + \lambda_6 \frac{\partial \dot{V}_i}{\partial N} \quad (3.40)$$

$$\dot{\lambda}_2 = -W_c + \lambda_2 E R_m f_c + \lambda_3 E R_m (1 - f_c) \quad (3.41)$$

$$\dot{\lambda}_3 = -W_r + \lambda_2 E R_m f_c + \lambda_3 E R_m (1 - f_c) \quad (3.42)$$

$$\dot{\lambda}_4 = C_i + \lambda_2 \frac{\partial \dot{W}_c}{\partial C_i} + \lambda_3 \frac{\partial \dot{W}_r}{\partial C_i} + \lambda_4 \frac{\partial \dot{C}_i}{\partial C_i} \quad (3.43)$$

$$\dot{\lambda}_5 = T_g + \lambda_1 \frac{\partial \dot{N}}{\partial T_g} + \lambda_2 \frac{\partial \dot{W}_c}{\partial T_g} + \lambda_3 \frac{\partial \dot{W}_r}{\partial T_g} + \lambda_4 \frac{\partial \dot{C}_i}{\partial T_g} + \lambda_5 \frac{\partial \dot{T}_g}{\partial T_g} + \lambda_6 \frac{\partial \dot{V}_i}{\partial T_g} \quad (3.44)$$

$$\dot{\lambda}_6 = V_i + \lambda_6 \frac{\partial \dot{V}_i}{\partial V_i} \quad (3.45)$$

Lo que resta es simular el sistema anterior obtenido, de manera similar a la simulación del modelo. Se consideran parámetros obtenidos para la sierra norte del estado de Puebla y otros como parámetros fijos, lo que nos ahorra tiempo de computo.

3.2. Simulación

En las siguientes Figuras (3.1-3.6) se muestran los resultados obtenidos de la simulación del sistema dinámico y co-estados obtenidos del control óptimo. Los cuales fueron resueltos con ode45 en **MatLab** (ver Apéndice A).

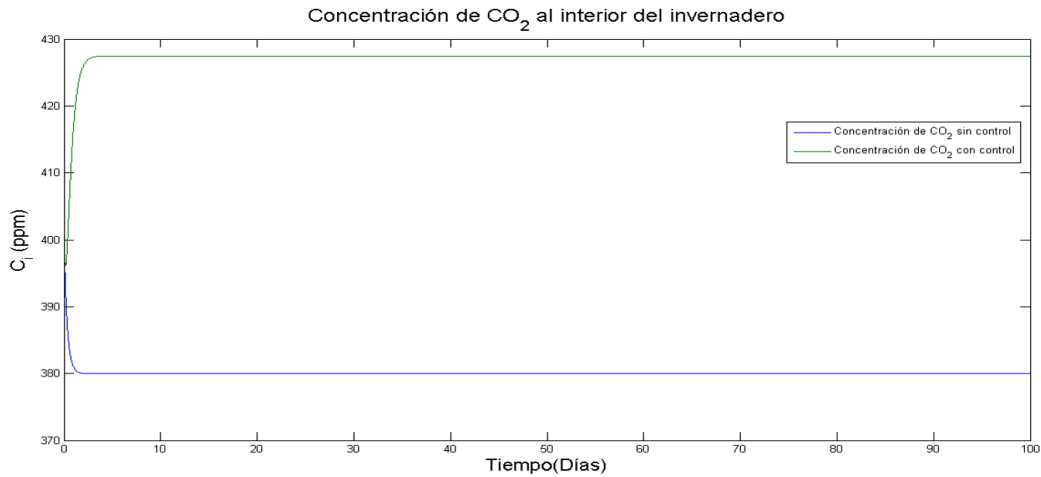


Figura 3.1: Comparación entre el modelo con control y el modelo sin control para la concentración de C_i al interior del invernadero.

En la Figura 3.1 se puede observar que debido a la aplicación de la ley de control, la concentración parte de 400 ppm decrece y empieza a aumentar hasta llegar a las 427 ppm en el segundo día y posteriormente se mantiene en ese valor hasta el término de la cosecha, para el caso del sistema sin la ley de control también se parte de la misma concentración inicial pero se observa que esta decrece a 380 ppm en un lapso de un día y se mantiene en este valor hasta el final de la cosecha.

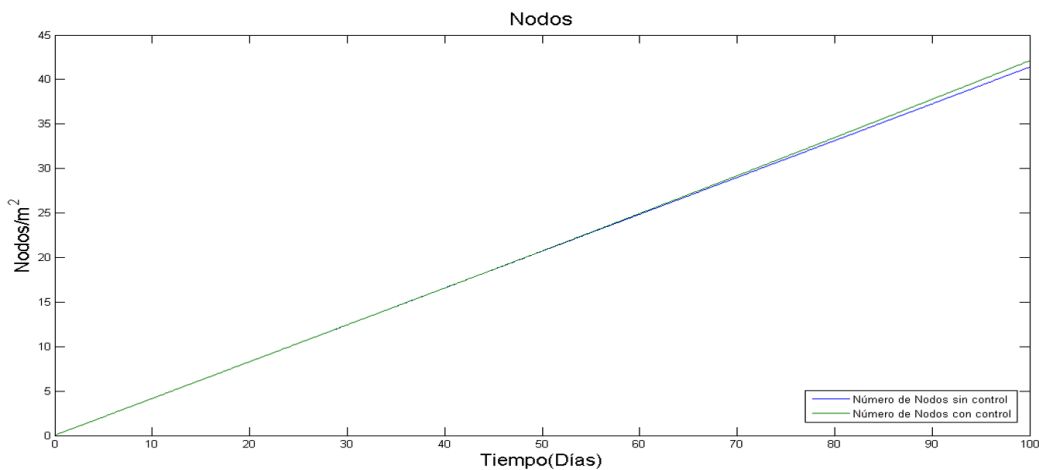


Figura 3.2: Comparación entre el modelo con control y el modelo sin control para nodos N .

En la Figura 3.2 se muestra que existe un cambio en el número de nodos, para el sistema con la ley de control el número de nodos es de 42 nodos/m² al finalizar la cosecha y para el sistema sin ley de control el valor es de 41 nodos/m² al finalizar la cosecha. Si bien la ganancia no es considerable a simple vista se debe considerar que esta representada por metro cuadrado de cultivo.

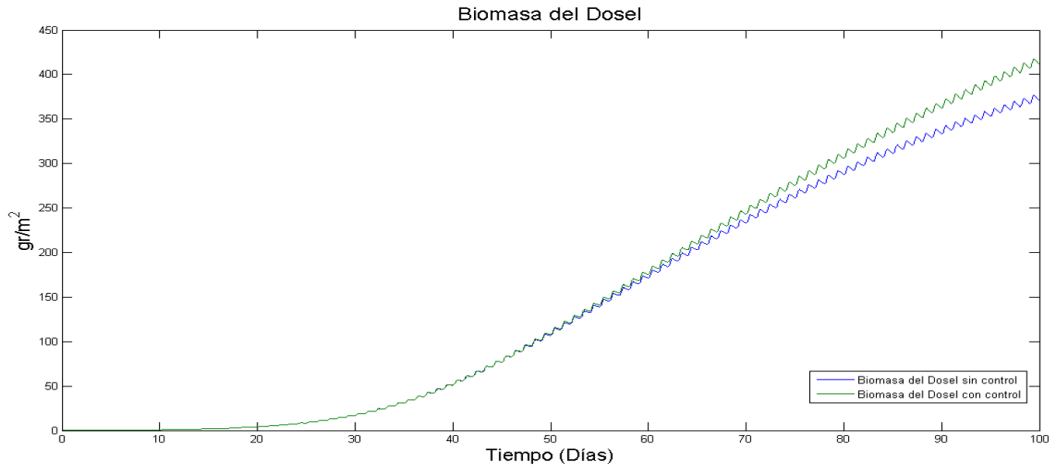


Figura 3.3: Comparación entre el modelo con control y el modelo sin control para la biomasa del dosel W_c .

En la Figura 3.3 se observa que la biomasa del dosel tiene un cambio significativo. En el caso cuando se emplea la ley de control se tiene un aproximado de 412 gr/m² al finalizar la cosecha y cuando no se emplea la ley de control se tienen 371 gr/m² al finalizar la cosecha. Lo cual representa una ganancia del 11% (41 gr/m²) al emplear la ley de control y al igual que los nodos es representado por metro cuadrado de cultivo.

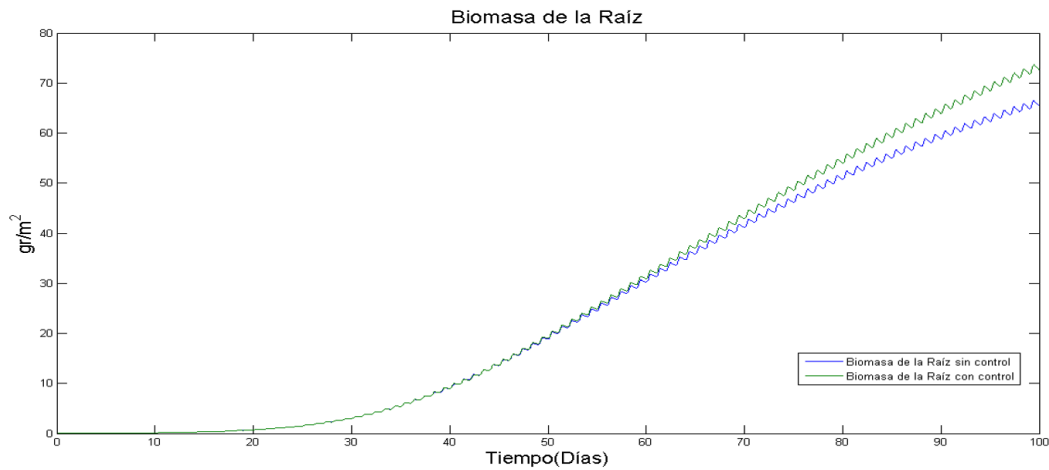


Figura 3.4: Comparación entre el modelo con control y el modelo sin control para la biomasa de la raíz W_r .

En la Figura 3.4 se observa que la biomasa de la raíz también tiene un cambio debido a la implementación de la ley de control. Los resultados con ley de control se tienen un aproximado de 73 gr/m^2 al finalizar la cosecha y cuando no se emplea la ley de control se tienen 66 gr/m^2 al finalizar la cosecha.

Lo cual representa una ganancia del 11% (7 gr/m^2) al emplear la ley de control y también es representado por metro cuadrado de cultivo.

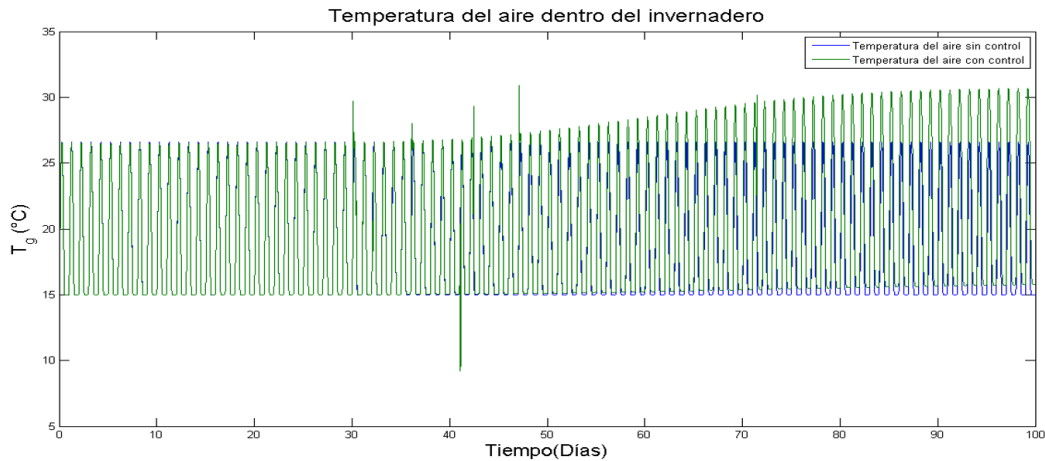


Figura 3.5: Comparación entre el modelo con control y el modelo sin control para la Temperatura T_g .

En la Figura 3.5 se observa que la temperatura la cual es suministrada al cultivo presenta el mismo comportamiento ($15\text{-}26 \text{ }^{\circ}\text{C}$) al inicio de la cosecha y al finalizar aumenta el rango de temperatura ($16\text{-}30 \text{ }^{\circ}\text{C}$). Si bien no se reduce el consumo de energía para el suministro de temperatura está solo es la necesaria para mantener el cultivo.

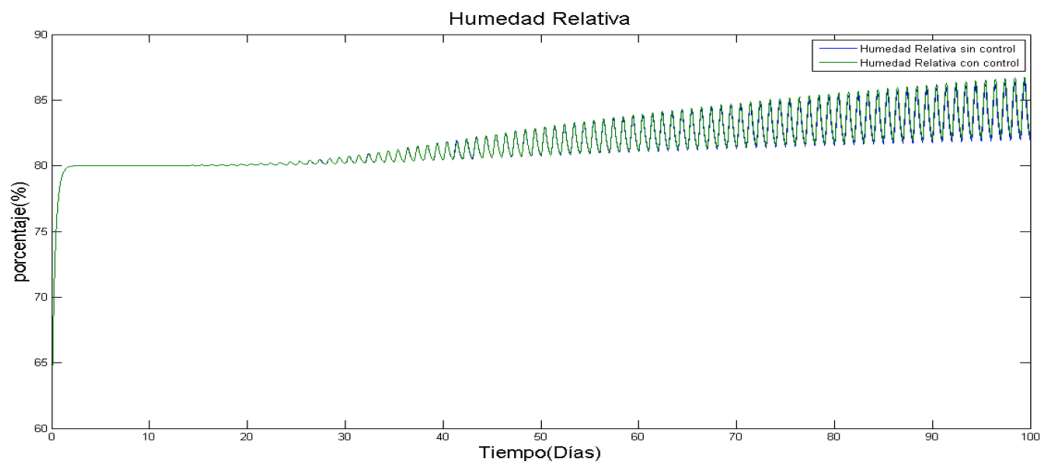


Figura 3.6: Comparación entre el modelo con control y el modelo sin control para la humedad relativa V_i .

En la Figura 3.6 se observa que la humedad relativa dentro del invernadero presenta un pequeño cambio en cuanto a su rango al igual que la temperatura. Al inicio se mantiene el mismo comportamiento con y sin la ley de control pero al finalizar la cosecha presenta una variación del 82-87% .

Para una mejor apreciación de las variables relacionadas al cultivo y al micro clima se muestran a continuación:

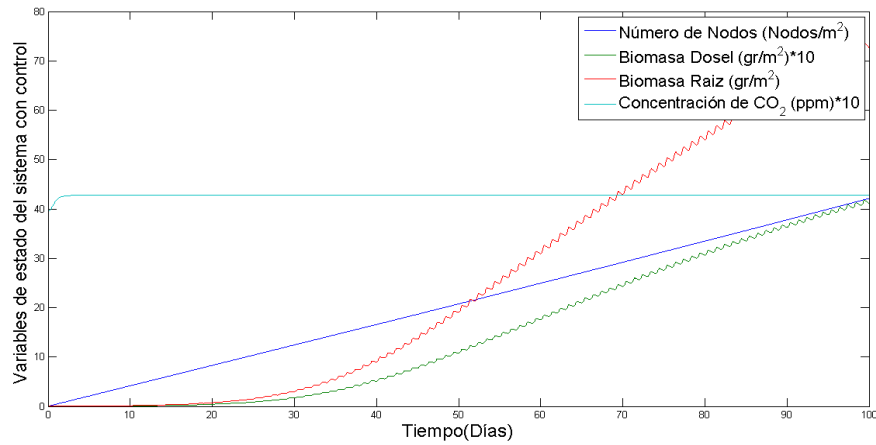


Figura 3.7: Variables relacionadas al cultivo.

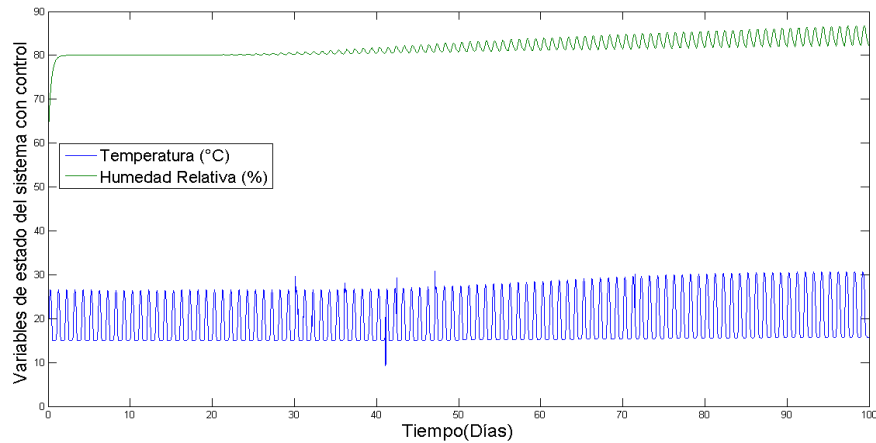


Figura 3.8: Variables relacionadas al micro clima.

Como se puede observar en las Figuras 3.7 y 3.8, la propuesta del sistema de control muestra buenos resultados por consecuencia se continua con el diseño de un sistema electrónico.

Capítulo 4

Diseño del Sistema Electrónico de Control

En el diseño del sistema electrónico para controlar el flujo de dióxido de carbono al interior del invernadero, se utilizan algunos dispositivos entre los que se encuentran un sensor medidor de dióxido (K30), una electro válvula proporcional, una tarjeta electrónica Arduino Due. A continuación se describirán a detalle los dispositivos empleados.

El diagrama general de control se muestra Figura. 4.1, en el cual la señal de referencia se utiliza la obtenida de la simulación de nuestro sistema.

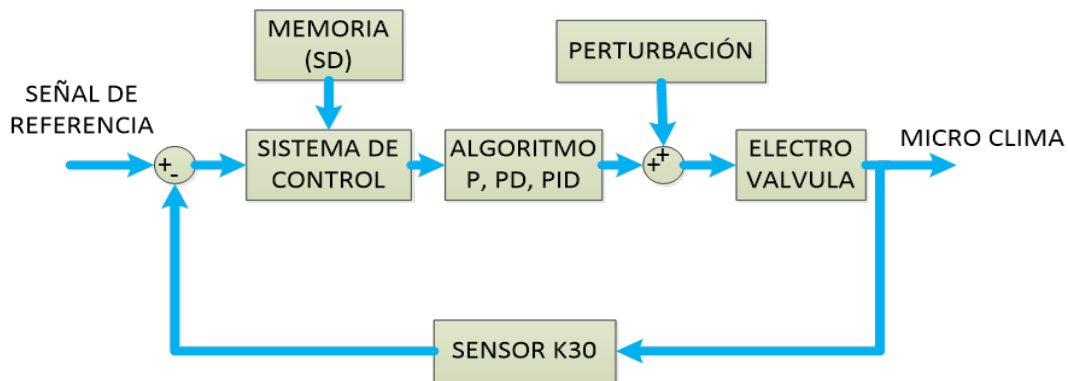


Figura 4.1: Diagrama general de control.

Los elementos del sistema de control se describen a continuación:

Variable a controlar = Concentración de dióxido de carbono.

Señal de referencia = Concentración de CO₂ requerida por el cultivo según lo obtenido mediante el control óptimo y señal senoidal propuesta.

Dispositivo de medición = Sensor K30.

Unidad de control = Arduino Due.

Actuador = Electro válvula.

4.1. Sensor de dióxido de carbono (CO₂)

El sensor K30 (Figura. 4.2) el cual se mide la concentración de CO₂ mediante la absorbancia infrarroja, éste es un sensor de bajo costo y de bajo consumo.

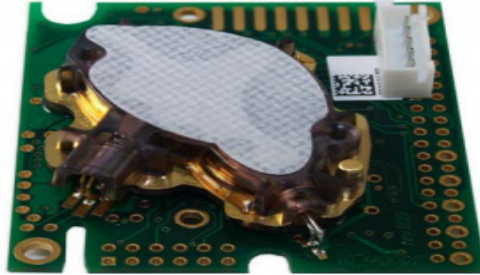


Figura 4.2: Sensor de CO₂ K30.

4.1.1. Descripción de terminales

En la siguiente tabla se muestran las entradas y salidas (I/O).

Tabla 4.1: Descripción de los pines del sensor K30.

Pines	Descripción
G+ referencia a G0	Rango de operación 5.5 V a 14 V
UART (TxD, RxD)	CMOS, protocolo de comunicación ModBus nivel de voltaje a 3.3 V
OUT1	Salida lineal 0...4 VDC, 1...4 VDC, 0..10 V o 2...10 V con Resolución 10mV
OUT2	Salida lineal 0...4 VDC, 1...4 VDC, 0.5 V o 1...5 V Resolución 5 mV
OUT3	CMOS salida en alto en 3.3 Vmáximo (1 mA), para salida en bajo 0.75 Vmax
OUT4	CMOS salida en alto en 3.3 Vmáximo (1 mA), para salida en bajo 0.75 Vmax
Din0, Din1, Din2, Din3, Din4	Entradas con resistencia de 120 K para 3.3 V
I ² C	Lineas cambiantes Pull-up SDA y SCL a 3.3 V

4.1.2. Configuración de terminales del sensor

Como se aprecia en la Tabla 4.1, el sensor permite obtener los valores de la medición de CO₂ en diferentes configuraciones. La configuración con la cual se trabaja es la salida simple analógica (OUT1), la cual se acopla para ser una entrada a la tarjeta, debido a que esta solo acepta voltajes máximos de 3.3 V.

Tabla 4.2: Configuración de salidas analógicas para el sensor K30.

Terminal	Salida	Correspondencia
OUT1	0...4 VDC	0...2,000 ppm de CO ₂
OUT2	0...5 VDC	0...2,000 ppm de CO ₂

Para una mejor calibración es conveniente utilizar las entradas Din1 y Din2, los cuales pueden ser conectados a GND por un mínimo de 8 segundos. Si se emplea Din1 bCAL(background calibration) el sensor dará un valor por default de 400 ppm de CO₂ y posteriormente medirá la concentración actual. En el caso del Din2 CAL(zero calibration) este dará un valor por default de 0 ppm de CO₂ y posteriormente el valor actual de la concentración, por ello se emplea el Din1 para calibración del sensor.

4.2. Tarjeta arduino Due

Esta tarjeta se eligió como unidad de procesamiento de control dado a su bajo costo y ventajas que presenta en cuanto a procesamiento de 32 bits, algunas características relevantes son:

- Micro controlador ATSM3X8E.
- Velocidad de reloj 84 MHz.
- Voltaje de salida 3.3 V.
- Núcleo de 32 bits.
- 54 Entradas/Salidas digitales.
- 12 Entradas analógicas.
- 12 Salidas tipo PWM.
- 2 Salidas analógicas (DAC).
- 4 Puertos UART.
- 512 KB de memoria flash para código.
- Interfaz I²C (SDA, SCL).

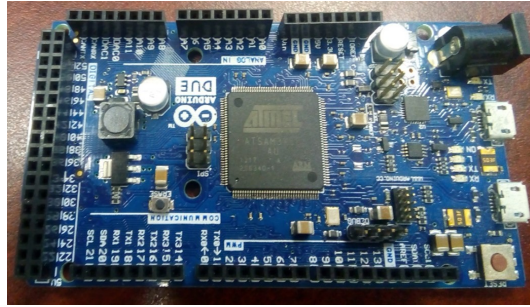


Figura 4.3: Tarjeta arduino Due.

En dicha tarjeta se implementan los algoritmos de control P (ecuación (4.1)), PI (ecuación (4.2)) y PID (ecuación (4.3)), la ventaja de esta tarjeta es que integra salidas analógicas (DAC) con una resolución de hasta 12 bits ajustables a 3.3 V. Con esta tarjeta se obtiene la lectura actual del sensor también se obtienen las salidas PWM para el actuador. Una desventaja es que la tarjeta sólo funciona a 3.3 V en sus salidas aproximadamente y la que se requiere para la unidad es de 0 a 10 V por lo tanto, se implementa un circuito para acoplar la señal.

Proporcional

$$u(t_k) = k_p \tilde{e}(t_k) \quad (4.1)$$

Proporcional Integral

$$u(t_k) = k_p \tilde{e}(t_k) + k_i \text{Int}(t_k) \quad (4.2)$$

donde: $\text{Int}(t_k) = \text{Int}(t_{k-1}) + h \tilde{e}(t_k)$

Proporcional Integral Derivativo

$$u(t_k) = k_p \tilde{e}(t_k) + k_i \text{Int}(t_k) + k_v \text{euler}(t_k) \quad (4.3)$$

donde: $\text{euler}(t_k) = \frac{T(t_k) - T(t_{k-1})}{h}$

Para dicho acoplamiento electrónico se emplea un amplificador inversor con ganancia de 3 veces la entrada, un amplificador inversor y un amplificador seguidor para acoplamiento de señales, esto último para asegurar el correcto funcionamiento del controlador proporcional. Para el circuito de acoplamiento antes mencionado se emplea un CTO. Integrado TL084, el cual consta de 4 Amplificadores Operacionales de alta velocidad y bajo ruido.

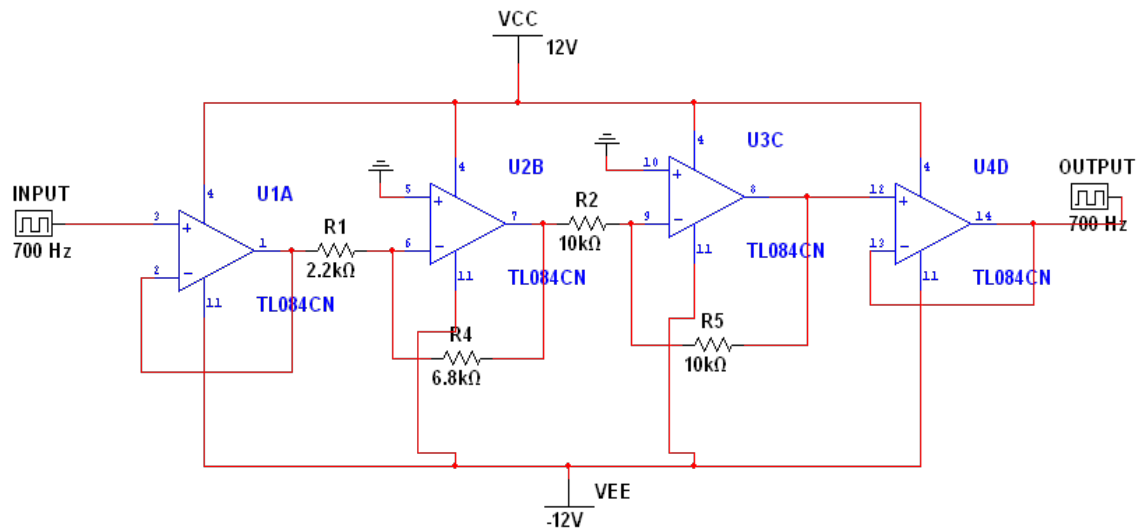
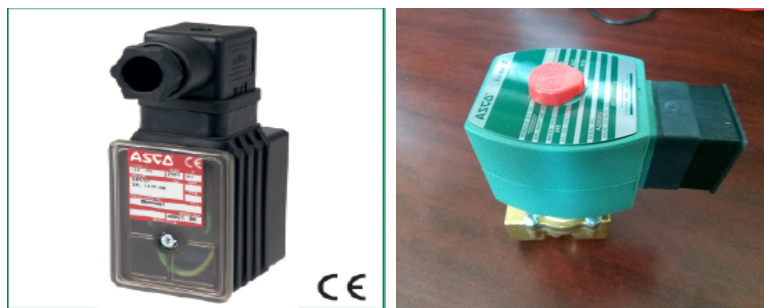


Figura 4.4: Circuito de acoplamiento de PWM.

4.3. Control de flujo de CO₂

Para controlar el flujo de CO₂ se cuenta con una válvula proporcional marca **ASCO** Fig. 4.5(b), la cual cuenta con un controlador proporcional Fig. 4.5(a), constituido por un amplificador electrónico para modificar y amplificar la señal de entrada a una tensión de salida modulante para el control continuo de la solenoide **ASCO** series 8202 y 8203, para dicho funcionamiento requiere una señal por ancho de pulso (PWM) de 0 Vcc a 10 Vcc a una frecuencia de 300 Hz para aire o gas.



(a) Unidad

(b) Electro válvula

Figura 4.5: (a) Unidad de control para solenoide **ASCO**, (b) Electro Válvula.

Tabla 4.3: Características eléctricas.

Parámetro	Valor
Voltaje	24 VCD
Corriente	100-500 mA
Señal de control	0-10 V, 0-20 ó 4-20 mA %
Frecuencia de PWM	300 Hz Aire/Gas; 200 Hz Agua/Aceites
Potencia consumida	0.8 Watts
Histéresis	<5 %

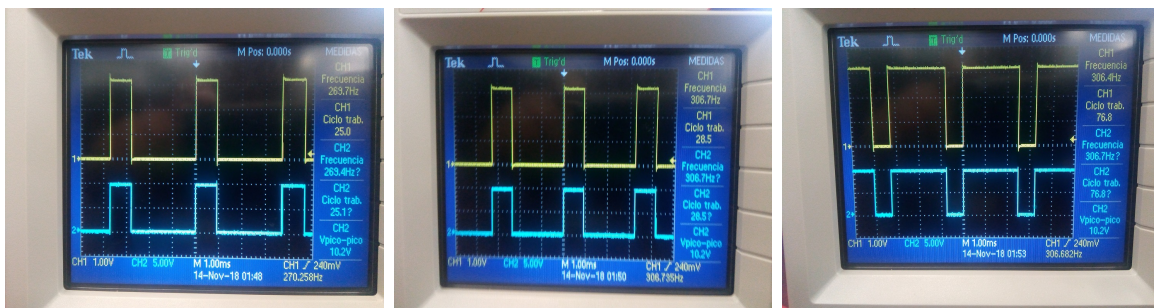
4.3.1. Señal de PWM

El PWM por sus siglas en inglés (*pulse-width modulation*), es una técnica en la cual el ciclo de trabajo de una señal periódica es modificado y se emplea para controlar la cantidad de energía que se envía a una carga. El ciclo de trabajo de una señal periódica es el ancho relativo a su parte positiva del período y la cual se puede expresar mediante la ecuación (4.4), la ventaja es que la frecuencia de dicha señal no varía.

$$D = \frac{\tau}{T} \quad (4.4)$$

donde D es el ciclo de trabajo, τ es el tiempo en que la señal es positiva y T es el período de la señal.

En la Figura 4.6 se observan la señal que se empleara con algunos ciclo de trabajo.



(a) PWM 25 %

(b) PWM 28 %

(c) PWM 76 %

Figura 4.6: (a) señal de PWM 25 %, (b) señal de PWM 28 %, (c) señal de PWM 76 %.

Si bien la electro válvula mantiene una apertura con respecto al ancho de pulso mandado esta presenta un offset del 50 % de apertura, por ello dentro del código se compensa dicho valor.

4.4. Generador de CO₂

Para la generación de CO₂ empleamos un generador *Jhonson* Figura 4.7 , el CO₂ se genera a partir de la quema de gas natural o gas propano.

El generador tiene un termostato, un piloto, una valvula de control esta solo funciona en *ON-OFF*, una valvula manual, un manómetro y una parrilla o quemador. El termostato funge como switch para el piloto el cual permite el paso del gas, como ya se mencionó tambien se tiene una valvula o solenoide esta se debe activar con un voltaje de 24 V para ello se emplea el circuito de la Figura 4.8 en donde se tiene un transformador el cual solo acopla la tension de entrada de 115 V 60 Hz a una tension de salida de 24 V 60 Hz esto nos permite que el gas pase, para el caso de la valvula manual se opto por cambiarla a nuestra electro valvula ya que con ella regularemos el flujo de gas posteriormente el gas pasa al manometro donde se indica el flujo que llega al quemador.

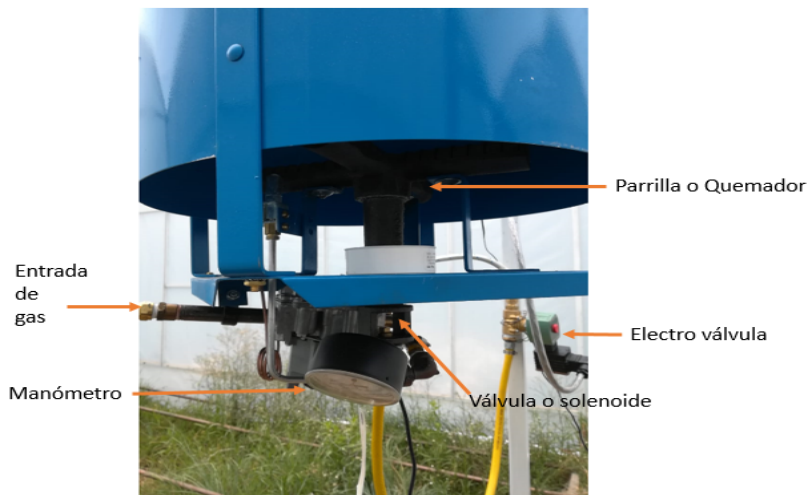


Figura 4.7: Generador de CO₂ Jhonson.

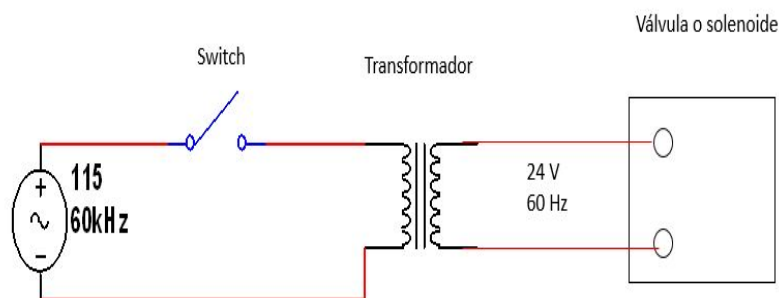


Figura 4.8: Circuito de activación para solenoide.

4.5. Estructura del programa de control

En la estructura del programa de control se emplean diagramas de flujo, los cuales describen los requerimientos específicos de cada función involucrada entre las que se encuentran: la lectura del sensor, la evaluación de la señal de referencia en el tiempo, la implementación de los algoritmos de control y obtención de la señal PWM.

4.5.1. Lectura de dióxido de carbono

De acuerdo al Diagrama de flujo (Figura 4.9), se presenta la función para la lectura de CO₂ en el medio (micro clima).

Al inicio se configura la entrada analógica del sistema de adquisición de datos así como la resolución de la misma, como se menciona en el sección 4.2, el sistema de adquisición de datos solo permite voltajes de 0 a 3.3 V. Por lo tanto, se obtiene el valor asociado al valor analógico proporcionado por el sensor, el valor asociado se obtiene mediante la ecuación (4.5), posteriormente si el valor que es arrojado no es válido se realiza toma la lectura del sensor y se vuelve a calcular el valor asociado en el caso de ser válido se manda a imprimir a pantalla y por último se espera un tiempo para volver a realizar la lectura analógica.



Figura 4.9: Diagrama de flujo empleado para la lectura de CO₂.

$$\text{Concentración de CO}_2 = \frac{\text{Valor análogo medido} * \text{Valor máximo de concentración}}{\text{Resolución de entrada}}$$

$$\text{Concentración de CO}_2 = \frac{\text{Valor análogo medido} * 2,000 \text{ ppm}}{12 \text{ bits}} \quad (4.5)$$

4.5.2. Implementación de los algoritmos de control

En el Diagrama de flujo (Figura 4.10), se implementan los algoritmos propuestos en las ecuaciones (4.1)-(4.3).

Al principio se declaran las constantes proporcional, integral y derivativa continuamente se elige el tiempo de muestreo el cual se empleara en todos los controles y se calcula el error, es decir la diferencia entre la señal de referencia y la medición actual, continuamente se implementa cada uno de los algoritmos propuestos y por último se convierte dicha señal de control a salidas PWM.

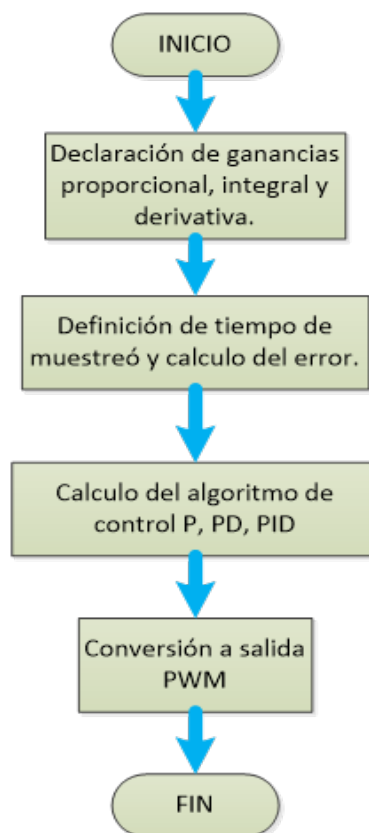


Figura 4.10: Diagrama de flujo empleado para la implementación de los algoritmos de control.

como se mencionó anteriormente el actuador (electro válvula) presenta un offset este se compensa dentro de la conversión a PWM mediante código.

4.5.3. Guardado de datos memoria SD

En el Diagrama de flujo se muestra (Figura 4.11), se muestra el algoritmo con el cual se guardan los datos de la concentración de CO₂ al momento de la ejecución de el programa principal.

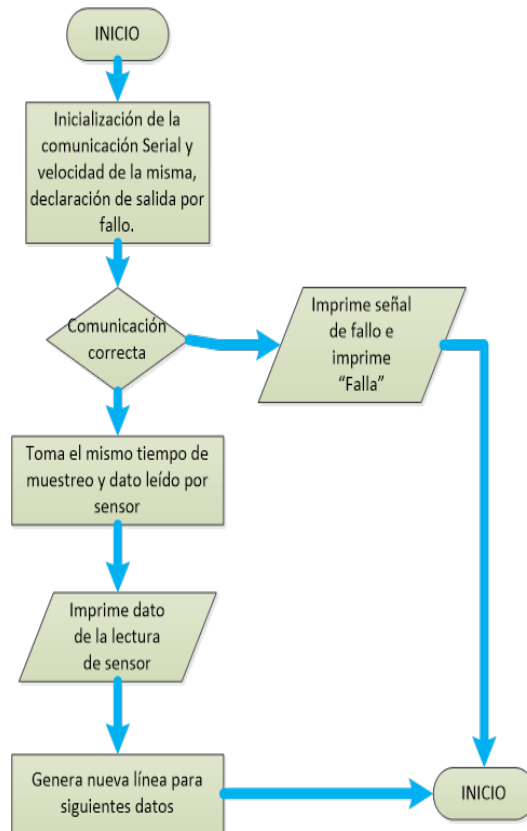


Figura 4.11: Diagrama de flujo empleado para el guardado de datos en memoria SD.

4.6. Invernadero

Existen diversos tipos de invernaderos algunos presentan características específicas para el cultivo de diversos cultivos, en este trabajo se utiliza un tipo de invernadero *techumbre curva*. Las dimensiones de este invernadero son de 4 m. de ancho, 8 m. de largo y 4.2 m. de alto. El material con el que está construido es de tubular AR galvanizado, este material presenta alta resistencia estructural y resistencia a la corrosión. Para el recubrimiento se emplea plástico blanco calibre 720, el cual presenta buena transmisión de luz visible y alta resistencia a la degradación solar y térmica.

En un inicio se implementó la estructura (Figura 4.13)



(a) Armado



(b) Terminado

Figura 4.12: (a) Armado de la estructura del invernadero, (b) Estructura del invernadero finalizada.

Una vez obtenida la estructura finalizada, se forró con el hule mencionado anteriormente y empleando solera de 1/8 de pulgada para sujetar dicho hule, para la sujeción de la solera se emplearon tornillos de 1 1/4 de pulgada quedando como se muestra en la Figura 4.13



(a) Interior



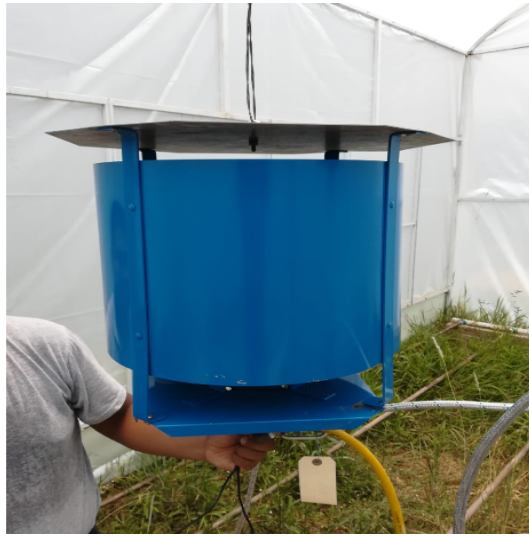
(b) Vista exterior

Figura 4.13: (a) Vista interior del invernadero, (b) Vista exterior del invernadero.

Posteriormente se monto el generador asi como el sistema electrónico Figura 4.14 para realizar las pruebas necesarias.



(a) Generador



(b) Sistema Electrónico



(c) Electro válvula

Figura 4.14: (a) Generador montado, (b) Sistema electrónico montado en la estructura, (c) Electro válvula montada en la estructura.

Una vez puestos en su lugar todos los elementos necesario para llevar acabo las pruebas físicas del sistema elaborado y verificando el correcto funcionamiento de los mismos, se pone en marcha dichos sistemas.

Capítulo 5

Resultados

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos por el sistema electrónico de control para regular la concentración de CO₂ al interior de un invernadero (Figura. 5.1). Primeramente, se realizaron pruebas en el laboratorio de la FCE, posteriormente verificando que el sistema funciona correctamente se implementó en el invernadero construido anteriormente y se verifico el correcto funcionamiento.

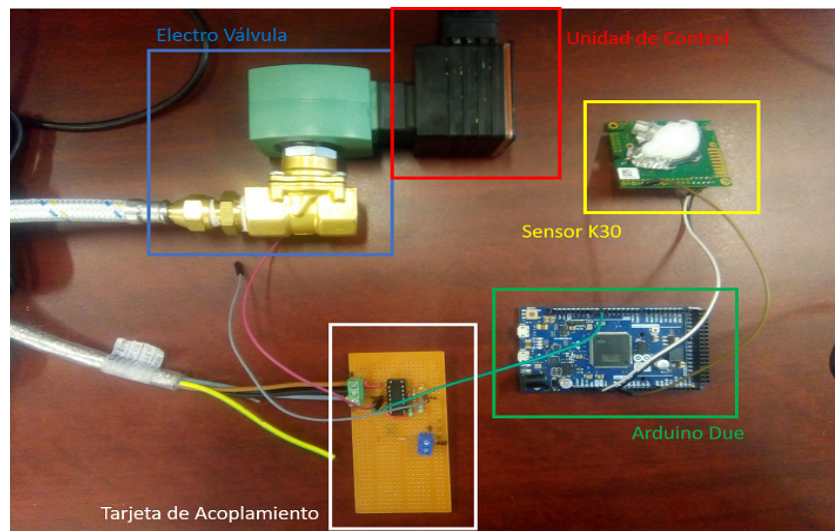
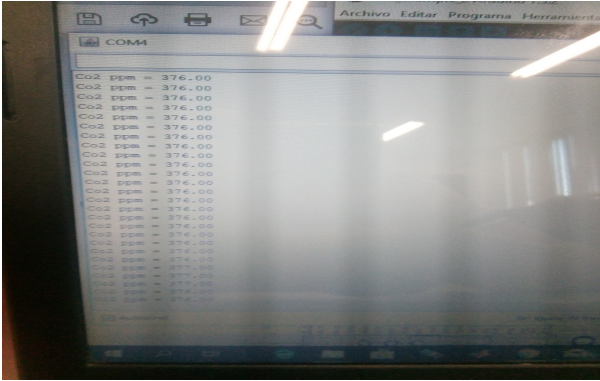


Figura 5.1: Sistema electrónico de control.

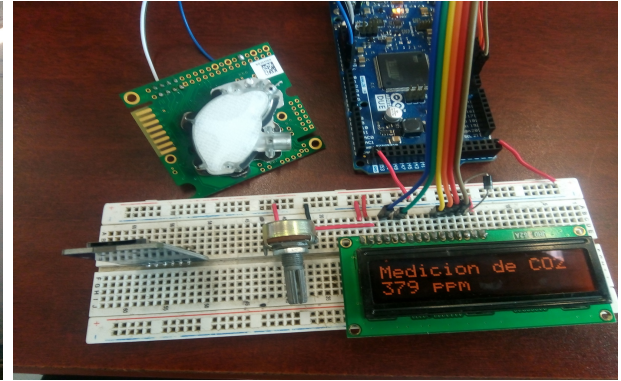
5.1. Pruebas en laboratorio

5.1.1. Sensor

Para obtener el correcto funcionamiento del sensor se implementa el algoritmo de la sección 4.5.1 y se obtienen las siguientes lecturas (Figura. 5.2), corroborando que los valores obtenidos con el sensor son correctos se implementan los algoritmo de control de la sección 4.5.2 para obtener las señales de control.



(a) Valores obtenidos mediante MatLab



(b) Valores visualizados con LCD

Figura 5.2: (a) Valores obtenidos mediante MatLab por comunicación serial, (b) Visualización de la concentración medida.

En la Figura. 5.2 (a) se observan las lecturas obtenidas por el sensor y mandadas por el puerto Serial de la tarjeta. Posteriormente en la Figura. 5.2 (b) se observan las lecturas obtenidas por el sensor y visualizadas en una LCD. Ambas mediciones se realizaron dentro del laboratorio.

5.1.2. Tarjeta arduino Due

Al comienzo se verifica el correcto funcionamiento de la tarjeta Arduino Due, debido a que se emplea una salida PWM (analógica) y por lo tanto se debe verificar la linealidad de ésta. Debido a que la resolución de la salida es de 8 bits (256 valores) y deseamos conocer el porcentaje de PWM de cada valor para ello se varía el número de bit y se verifica en un osciloscopio obteniendo así el porcentaje (Figura. 5.5) debido a que posteriormente se empleará en la conversión del algoritmo de control.

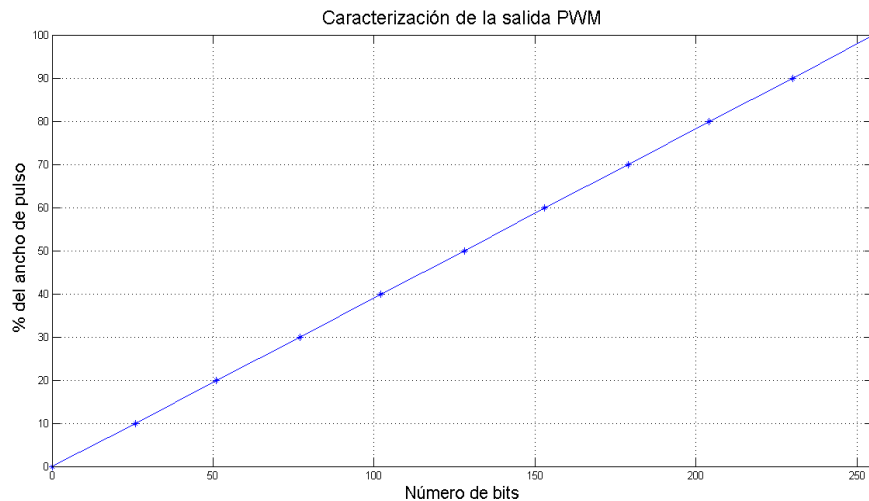


Figura 5.3: Caracterización de la salida PWM.

al igual se verifica el voltaje de salida con respecto al porcentaje de PWM de la tarjeta obteniendo lo siguiente:

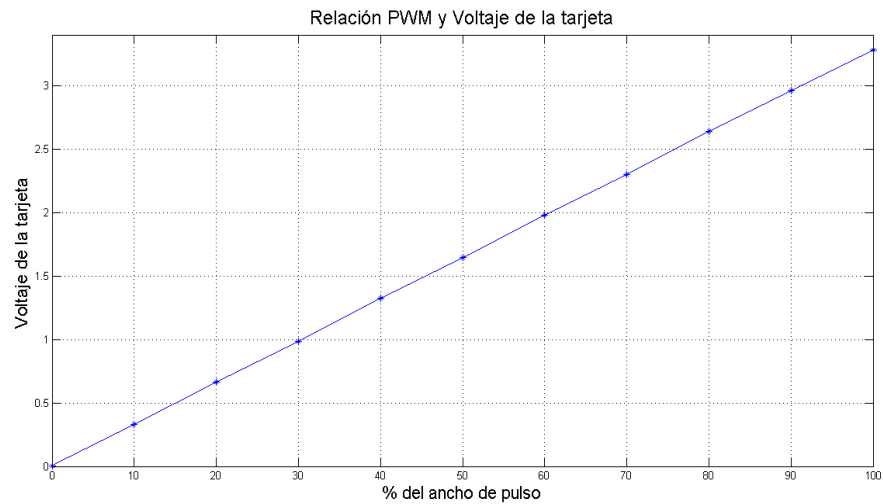


Figura 5.4: Relación PWM con voltaje de salida de la tarjeta.

posteriormente se implementó el circuito de la (Figura. 4.4) y se verificó el funcionamiento tomando como referencia el número de bits y verificando el voltaje de salida del circuito obteniendo lo siguiente:

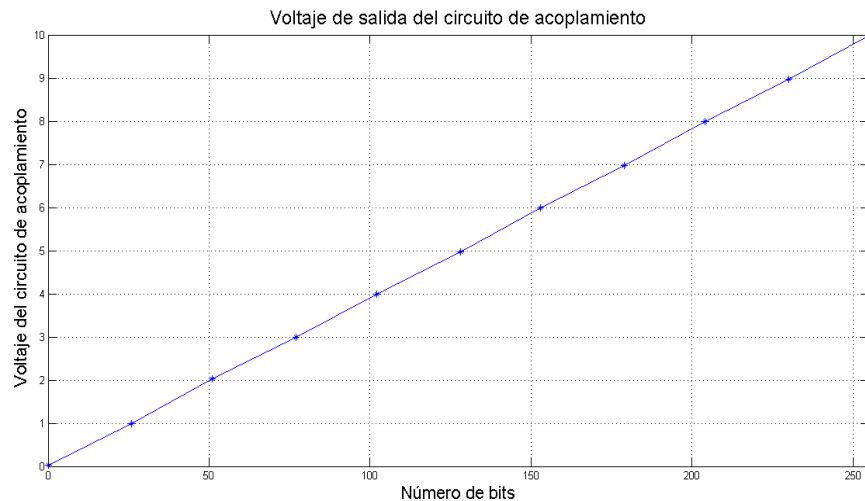


Figura 5.5: Relación de bits con voltaje de salida del circuito de acoplamiento.

este voltaje es el requerido para la entrada de la unidad de control **ASCO**. Posteriormente se verifica el correcto funcionamiento ya con la electro válvula.

Una vez conectada la electro válvula al sistema electrónico de control se observó que esta presentaba un *offset* del 60% de PWM por lo que se trató de modificar en la unidad de

control pero solo se logró bajar al 50% por ello en la señal de control se aumenta ese valor en bits.

5.1.3. Implementación de los algoritmos de control

Los algoritmos se implementan mediante código en la tarjeta Arduino, dichos algoritmos se describieron en la sección 4.5.2 y para determinar los valores de las constantes de control se emplea el método de Ziegler-Nichols.

Sintonización de las ganancias

Los controles clásicos son altamente empleados en la industria, debido a que suelen ser robustos y bajos en costos. Para la sintonización de las ganancias que se emplean en el algoritmo de control se utiliza el método de Ziegler-Nichols, el cual se basa en la respuesta del sistema en lazo abierto.

Ziegler-Nichols propusieron unas reglas para determinar los valores de la ganancia proporcional K_p , del tiempo integral T_i y del tiempo derivativo T_d con base en las características de la respuesta transitoria del sistema. La curva con forma de **S** se caracteriza por dos parámetros: el tiempo de retardo **L** y la constante de tiempo **T**, el tiempo de retardo y la constante de tiempo se determinan trazando una recta tangente en el punto de inflexión de la curva con forma de **S** y determinando las intersecciones de esta tangente con el tiempo y la línea de referencia (Figura. 5.6) [13].

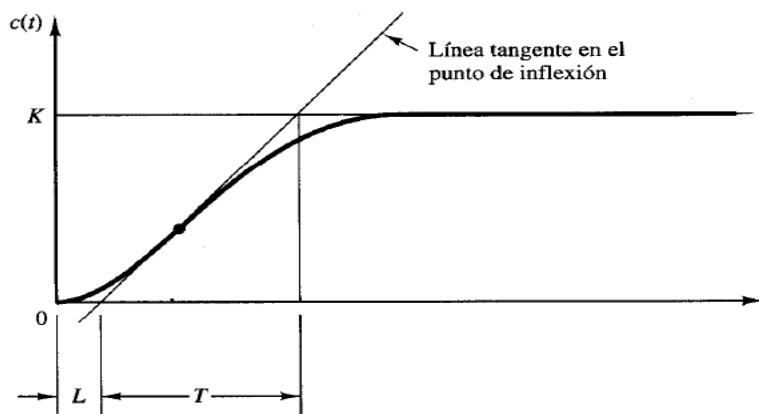


Figura 5.6: Curva de respuesta con forma de S

en la Tabla 5.1 se muestran las fórmulas para determinar los valores K_p, T_i, T_d

Tabla 5.1: Reglas de sintonización de Ziegler-Nichols.

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2\frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

teniendo como resultados la Figura. 5.7

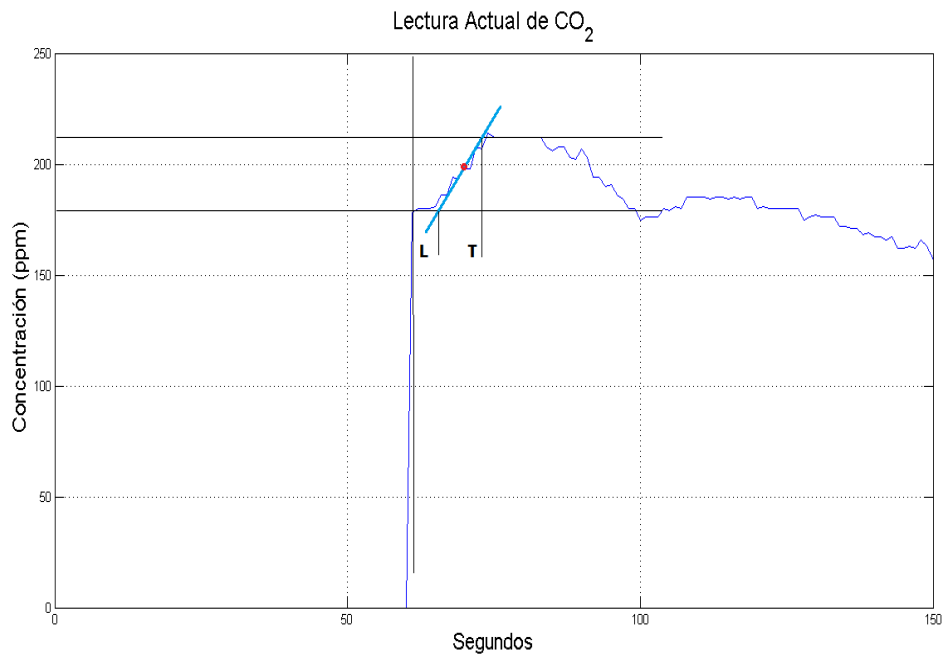


Figura 5.7: Respuesta del sistema a lazo abierto.

los datos de la Figura. 5.7 se obtuvieron mediante la comunicación serial de la tarjeta con el programa MatLab, por lo tanto en este mismo programa nos permite sintonizar las ganancias para nuestros controladores.

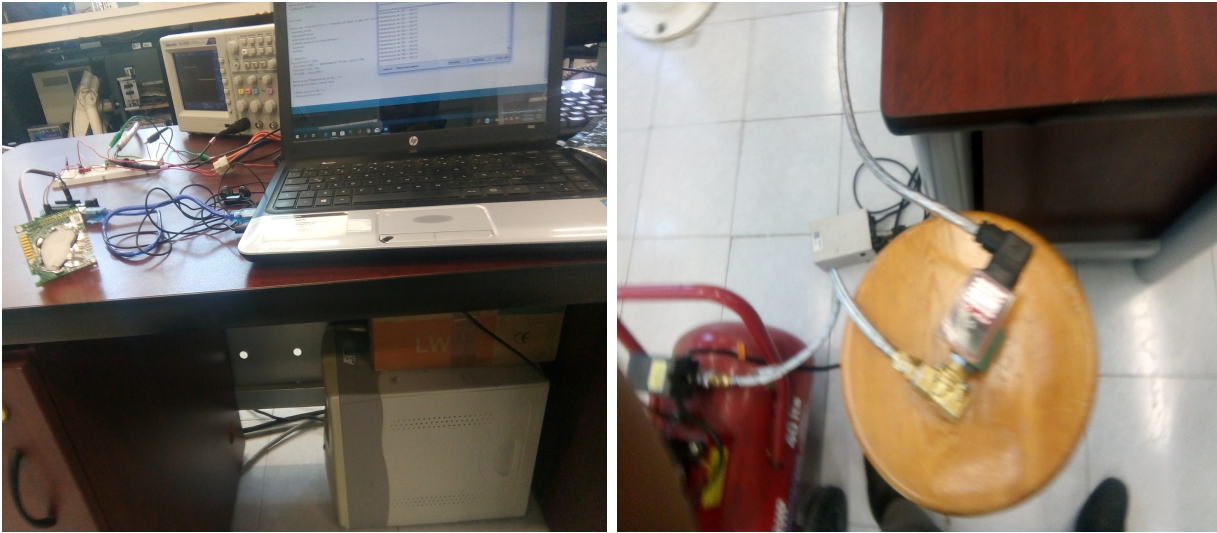
De acuerdo al programa de sintonización los resultados se muestran en la Tabla 5.2

Tabla 5.2: Valores de las ganancias para los controladores.

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	1.345	∞	0
PI	1.2105	4.483	0
PID	1.614	2.69	0.6725

Ya obtenidos los valores de ganancias que se emplearan y caracterizado la electro válvula se

instaló el sistema completo (Figura. 5.8) para verificar el funcionamiento con los algoritmos de control propuestos.



(a) Sistema dentro del laboratorio

(b) Electro válvula conectada

Figura 5.8: (a) Pruebas realizadas dentro del laboratorio, (b) Electro válvula conectada a un compresor.

en la implementación de los algoritmos de control se obtienen los siguientes resultados (Figura. 5.9).

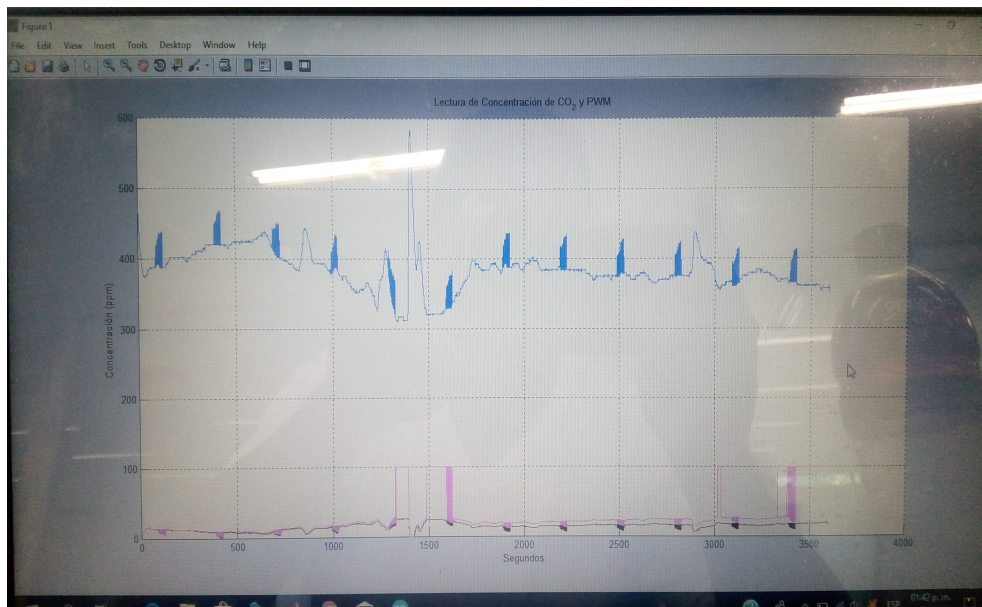
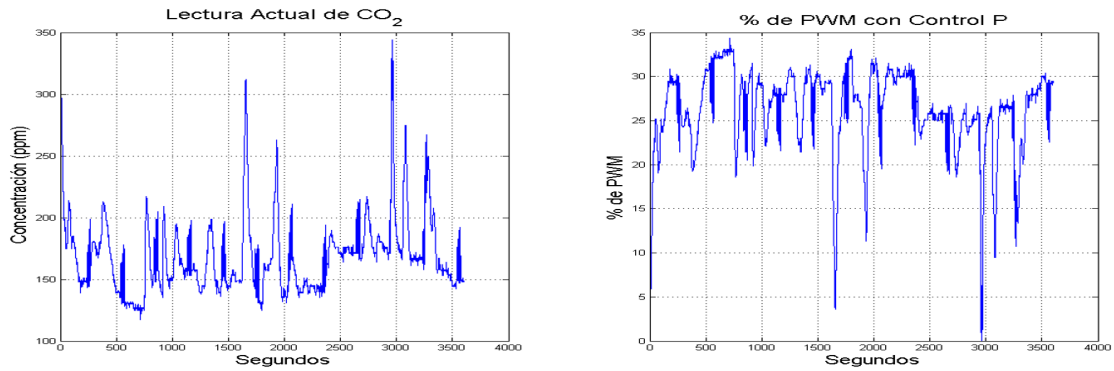


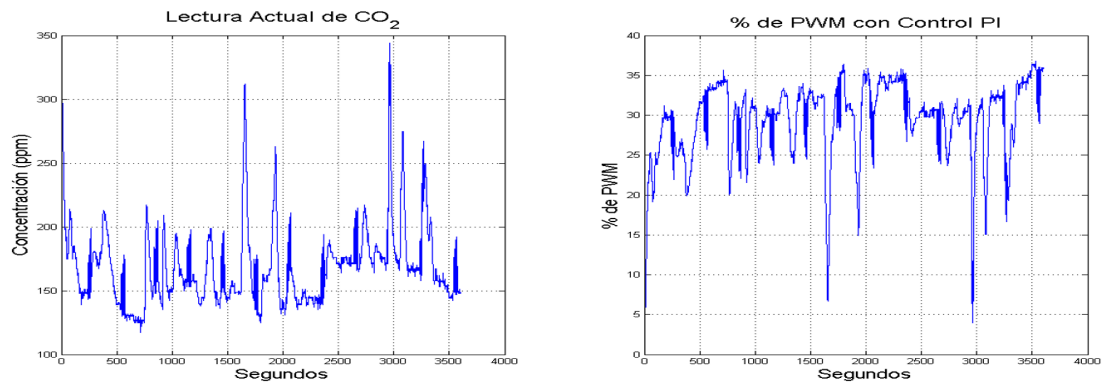
Figura 5.9: Lectura de CO₂ y visualización del comportamiento de los algoritmos de control por MatLab

A continuación se muestran los resultados obtenidos y el comportamiento de cada algo-

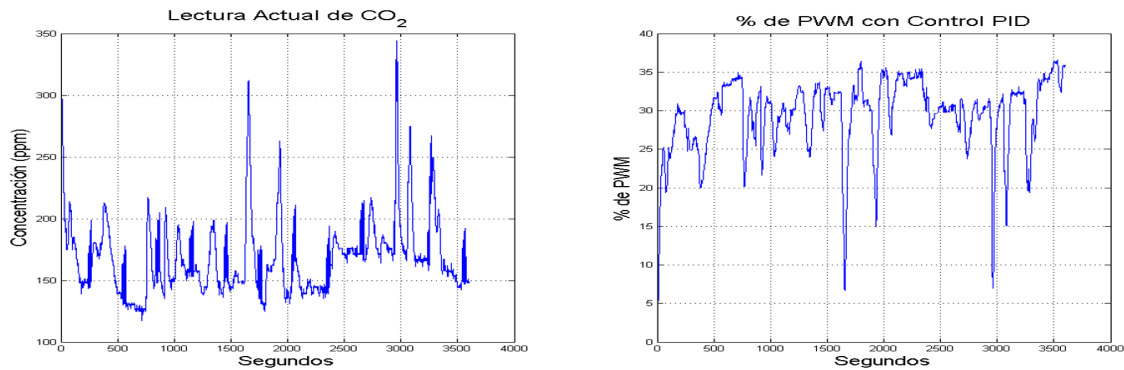
ritmo



(a) Proporcional



(b) Proporcional Integral



(c) Proporcional Integral Derivativo

Figura 5.10: (a) Comportamiento de Control Proporcional, (b) Comportamiento de Control Proporcional Integral, (c) Comportamiento de Control Proporcional Integral Derivativo.

como se puede observar en la Figura. 5.10 (a)-(b) en el caso de los algoritmos P y PI presentan demasiado ruido, dicho ruido afecta al comportamiento de la electro válvula esto debido a que genera vibraciones y estas a su vez calentamiento lo que afecta directamente al tiempo de vida del actuador.

Por otra parte en la Figura. 5.10(c) el algoritmo PID no presenta dicho ruido y esto beneficia al comportamiento del actuador, esta prueba se realizó por un lapso de una hora por lo que se decide emplear este algoritmo de control.

5.2. Pruebas en el invernadero

El esquema general del sistema implementado se muestra en la (Figura. 5.11), el cual cuenta con un tanque que suministra el gas a una presión de 5 pulgadas, dicha presión pasa por la solenoide del piloto y llega a la electro válvula la cual regula la presión que pasa al quemador y genera el CO₂.

Para que dicha regulación se lleve a cabo con la electro válvula se toma la lectura actual al interior del invernadero mediante el algoritmo antes descrito mediante la tarjeta Arduino, la cual contiene el programa para realizar la lectura de CO₂, generar la señal de control PWM, visualizar la lectura actual de CO₂ al interior del invernadero y por ultimo guardar el tiempo y las lecturas del sensor (Figura. 5.12).

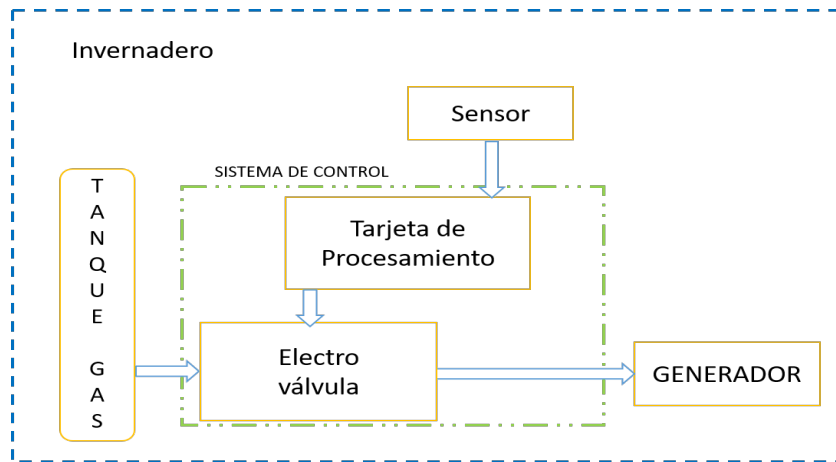
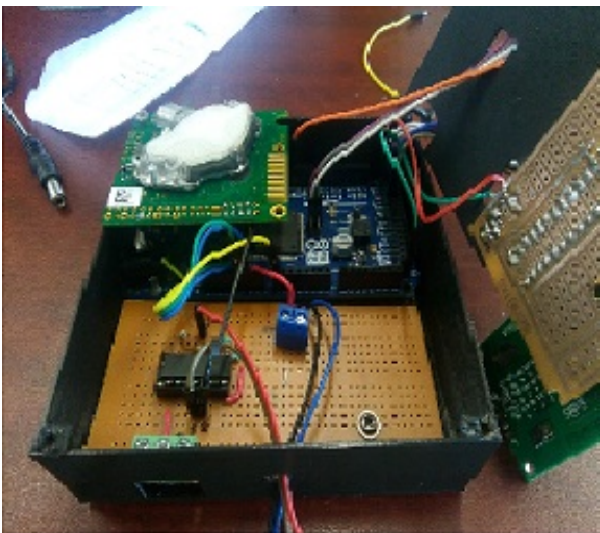


Figura 5.11: Esquema general del sistema de control.



(a) Vista interior



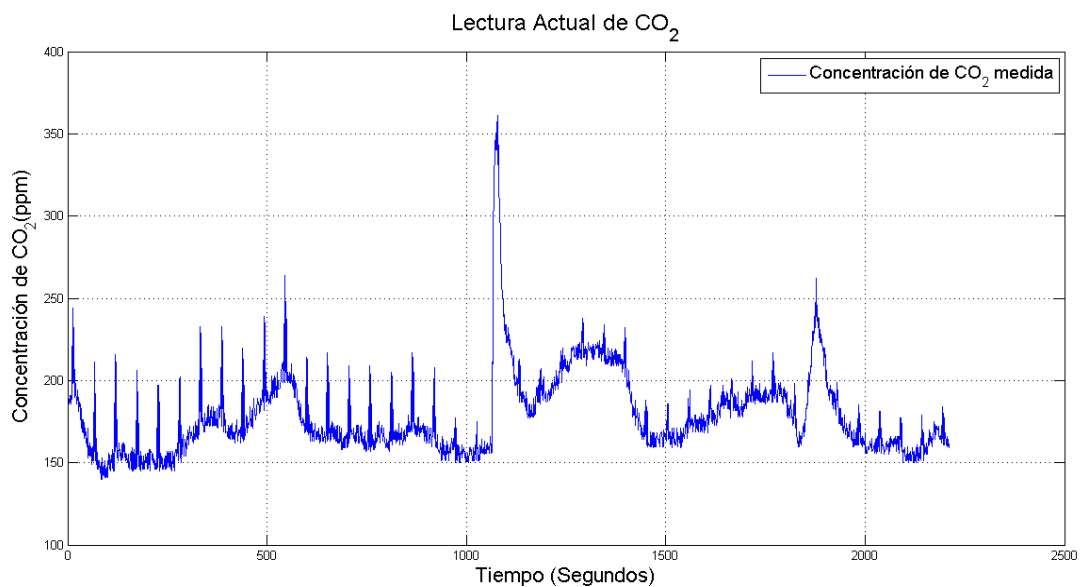
(b) Vista exterior

Figura 5.12: (a) Vista interior del sistema electrónico, (b) Vista exterior del sistema electrónico.

En las primeras pruebas realizadas se considera la señal de referencia obtenida mediante la síntesis de control óptimo, la cual se puede observar que es continua con valor de 427 ppm. Por lo que, se pretende que el sistema alcance dicha señal de referencia y considerando un periodo de muestreo de 1 segundo



(a) Sistema dentro del invernadero



(b) Primer prueba

Figura 5.13: (a) Vista del sistema electrónico al interior del invernadero, (b) Pruebas finales del sistema de control.

como se observa en la Figura. 5.13, la concentración de CO₂ no sobre pasa las 250 ppm solo en un pequeño lapso de tiempo aumenta a 350 ppm pero decrece debido a que existen perturbaciones (ventilación) y ésta es más rápida por lo cual el sistema no alcanza a la

referencia deseada.

Para que el sistema alcance dicha señal se propone hacer un pre llenado de CO_2 mediante la combustión de materiales ricos en carbono.

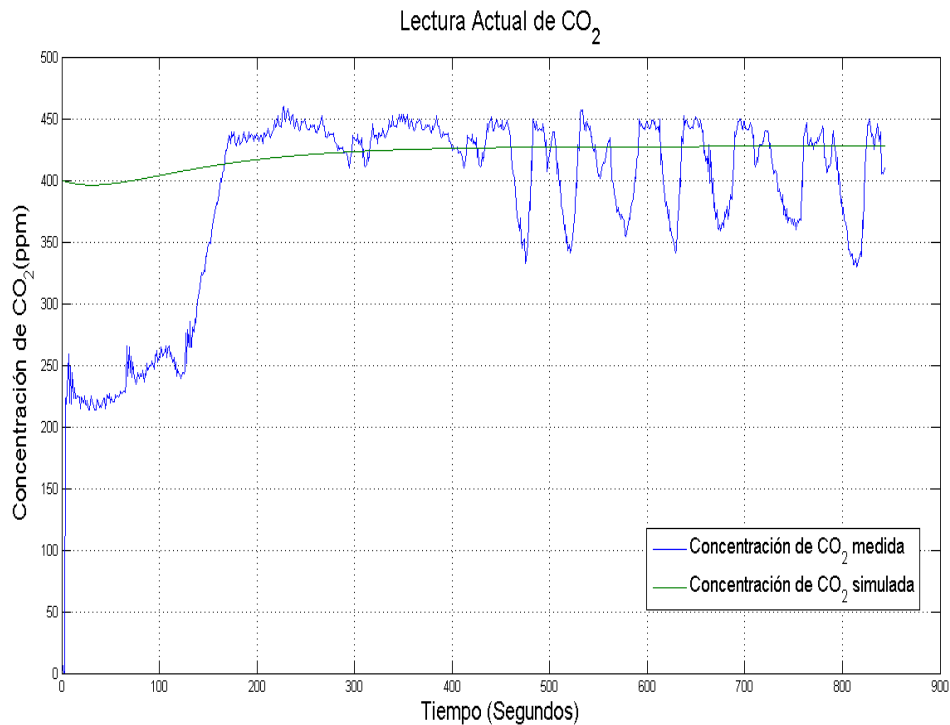


Figura 5.14: Pruebas finales del sistema de control.

como se observa en la Figura. 5.14, la concentración de CO_2 se mantiene por algunos lapsos de tiempo en el valor de las 450 ppm, esto se debe a que no se tiene un sistema que determine el grado de pureza con el cual se está generando el CO_2 , las oscilaciones se deben a que el sistema no se encuentra en un medio controlado, es decir que existen perturbaciones al igual se observa que si bien están presentes dichas perturbaciones el sistema se comporta de buena manera.

Además se considero cambiar el periodo de muestreo de 1 segundo a 1 minuto obteniendo el siguiente resultado

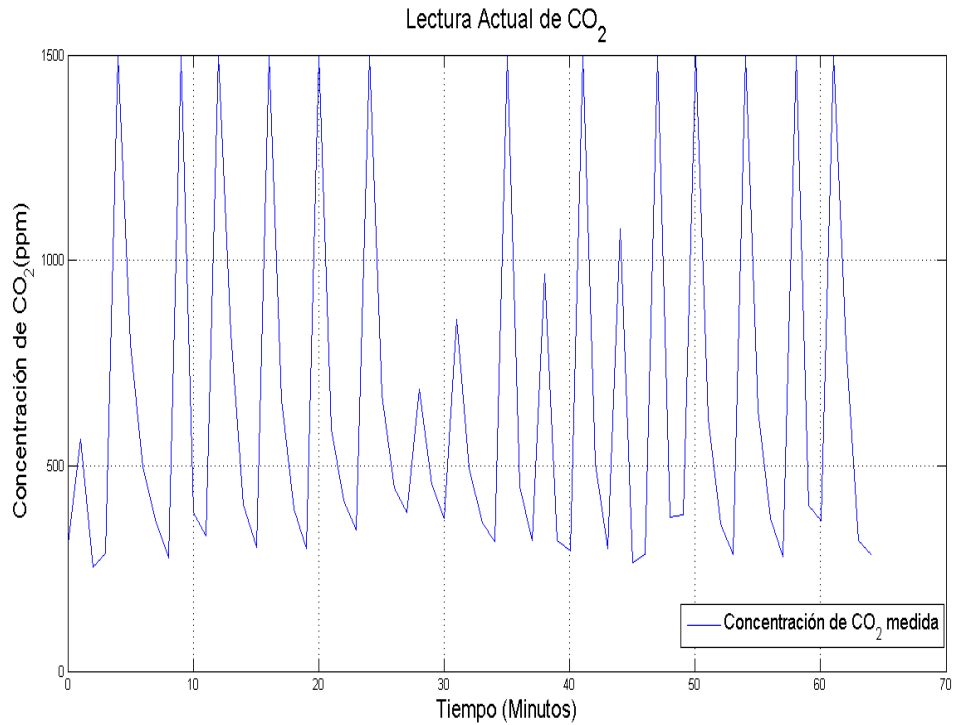


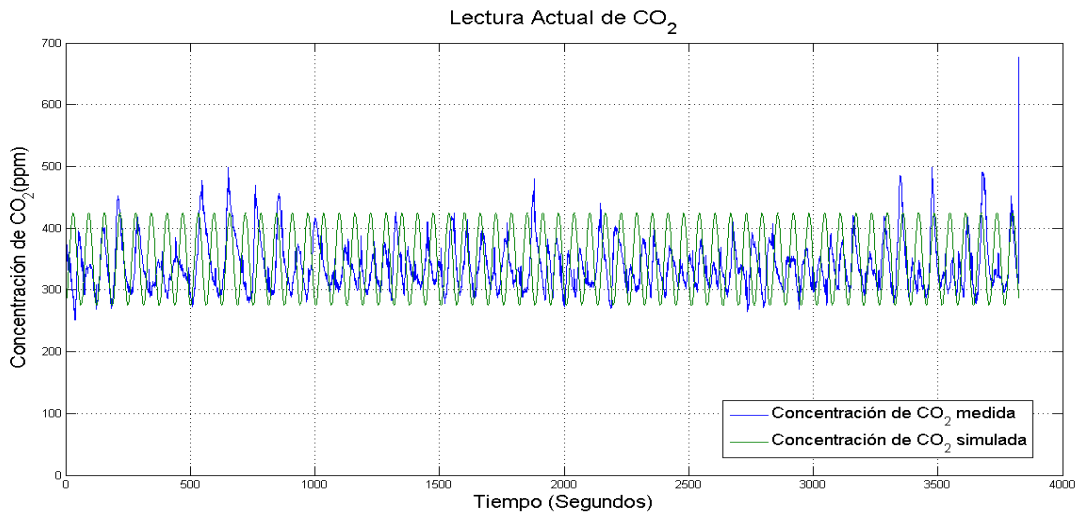
Figura 5.15: Pruebas finales del sistema de control.

como se observa en la Figura. 5.15 el sistema de control sobre pasa la concentración deseada esto debido a que la señal de control se ajusta cada periodo de muestreo y la generación de CO_2 se mantiene durante eselapso de tiempo. Por lo que, se determina mantener el periodo de muestreo en 1 segundo.

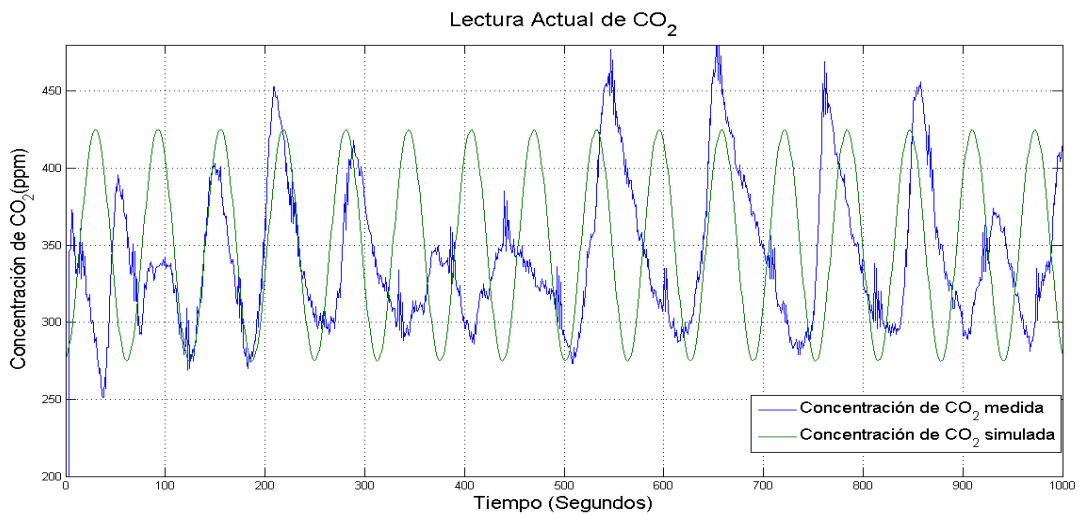
Posteriormente se propone una señal senoidal (ecuación (5.1)) como señal de referencia

$$CO_2 = 75\sin(0.01t_m) + 350 \tag{5.1}$$

donde la amplitud es de 75 ppm, t_m esta dado por el tiempo de muestreo seleccionado y 350 ppm es el *offset*, lo que se pretendio con eso es verificar si el sistema es capaz de seguir dicha señal y se obtuvieron el siguiente resultado:



(a) Resultados finales de la prueba



(b) Resultados en un lapso de tiempo

Figura 5.16: (a) Respuesta del sistema en toda la prueba, (b) Respuesta del sistema en un lapso de tiempo.

como se observa en la (Figura. 5.16), el sistema electrónico trata de seguir la señal propuesta esto se debe a que como ya se mencionó existen perturbaciones (ventilación) y a que las operaciones realizadas dentro del algoritmo de control no se llevan el mismo tiempo en cada ejecución del algoritmo. La ventilación permite que el sistema genere el CO_2 de acuerdo a como va cambiando el volumen de aire con respecto al tiempo y no se mantenga en un valor de fijo máximo.

Conclusiones

En la elaboración de este trabajo de investigación se abordaron nuevos conocimientos y se emplearon algunos otros para el desarrollo de dicho trabajo.

El sistema dinámico empleado fue validado mediante la construcción de una estación meteorológica en la región de Aquixtla (Sierra de Puebla) y si bien este trabajo no se realizó en esta tesis, se estudió y analizó con el objetivo de comprender todos los parámetros involucrados.

Cabe mencionar que dentro de esta investigación no se encontraron trabajos similares en los cuales se empleen ambos sistemas (micro clima y cultivo), debido a la complejidad que presentan dichos sistemas.

El empleo de los multiplicadores de Lagrange es el fundamento para resolver el problema de optimización planteado en este trabajo debido a que el modelo es exclusivo de la región del estado de Puebla y no se encuentra algo similar en la literatura. Posteriormente se analizó el tema de control óptimo, debido a que en este trabajo se empleó para obtener una ley de control y a su vez obtener una trayectoria del sistema dinámico propuesto. Dicha señal de referencia se emplea como señal para el sistema electrónico con el que se regula el flujo de CO_2 al interior del invernadero.

El diseño y construcción del sistema electrónico de control de bajo costo es una de las principales aportaciones de este trabajo, para lo cual primero se realizaron pruebas preliminares y después implementar el sistema con la ley de control sintetizada.

Se partió de la construcción de un invernadero para realizar las pruebas físicas del sistema de control. En este invernadero se contribuyó con el armado, pintado y forrado del mismo. Posteriormente en el diseño y construcción del sistema electrónico de control se toma en cuenta que sea de bajo costo, ya que es una de las principales aportaciones de este trabajo para lo cual primero se realizaron pruebas preliminares y después implementar el sistema con la ley de control sintetizada. Se determinó emplear un sensor K30, una tarjeta Arduino y una electroválvula.

Primero se verificó el correcto funcionamiento del sensor, para lo cual se creó un algoritmo para tomar los datos de salida del sensor mostrando que si bien en la hoja de datos este manejaba algunos valores de referencia. Se tenía que mandar un *reset* externo para calibrar el sensor.

Se eligió la tarjeta Arduino Due debido a que dicha tarjeta tiene diversos protocolos de comunicación que se emplearon en este trabajo, así como la velocidad de trabajo de la misma, ya que si bien la variación de nuestra variable de control (CO_2) no es rápida en cuanto a su cambio este depende de la dispersión del mismo en el medio. Se caracterizó la respuesta de la salida PWM para determinar los elementos en la etapa de acoplamiento de señal de la tarjeta hacia la unidad de la electroválvula, se observó que aunque existen pequeñas variaciones estas no afectan. Ya determinados los requerimientos para la tarjeta de acoplamiento de señal se realizó el armado de la misma y posteriormente se verificó el correcto funcionamiento de dicha tarjeta sin carga y con carga (electroválvula), cuando se realizó la prueba con carga se observó que dicha carga presentaba un *offset*, por lo cual se determinó corregir mediante código.

Al igual en dicha tarjeta se implementaron los algoritmos de control, comunicación, captura de datos y visualización de estos. Se realizaron pruebas por cada algoritmo y con la unión de todos ellos.

Para determinar cómo se obtendría el CO_2 se realizó una investigación y cotización de los diversos sistemas generadores de CO_2 , determinando que el generador JHONSON presentaba las características necesarias para nuestro trabajo, entre dichas características se encuentra la capacidad de generación de CO_2 y dimensiones para el cual está diseñado.

En la realización de las pruebas con el generador de CO_2 se observó que no era suficiente para alcanzar los niveles de CO_2 al interior del invernadero, por lo que después de analizar la situación de manera individual se indujo CO_2 al invernadero mediante la combustión. Posteriormente con el generador de CO_2 y el sistema de control se mantienen los niveles de concentración de CO_2 y así el costo energético disminuye.

En las primeras pruebas se tomó como señal de referencia la obtenida en la síntesis de ley de control óptimo y se observó que el sistema funcionaba adecuadamente pero la cantidad de CO_2 en el ambiente no sobrepasaba las 220 ppm con el generador esto se debe a que el invernadero no está completamente cerrado y existen fugas (ventilación), la cual afecta y por lo tanto el consumo de gas es mayor. Entonces se determinó pre llenar el invernadero y el sistema solo suministrara el CO_2 requerido obteniendo buenos resultados.

Posteriormente se realizaron pruebas cambiando la señal de referencia por una señal senoidal observando que, si bien el sistema funciona adecuadamente se requiere una nueva determinación de ganancias.

Por último, se realizaron cuatro trabajos: un artículo para su presentación en el **Congreso Internacional de Sistemas Mecatrónicos, CISMé 2018** el cual fue aceptado y presentado en tiempo y forma. Al igual se participó con un poster en el **1^{er} Congreso de Tópicos Avanzados de Óptica y Electrónica 2019, CTAOE 2019**. Además se participó en el seminario del posgrado con el tema "**Sistema electrónico para regular la concentración de CO_2 al interior de un invernadero**". Y se presentara un artículo en el **Congreso Nacional de Control Automático 2019, CNCA 2019** (ver Apéndice B).

Apéndice A

CÓDIGO PRINCIPAL PARA GENERAR LA SOLUCIÓN DEL SISTEMA DÍNAMI-
CO.

Programa Principal de solución numerica del sistema dinámico

```
1 clc; clear all; close all;
  format short

  %parámetros de simulación
  ti=0;           %tiempo inicial (segundos)
6  tf=100;        %tiempo de final (segundos)
  h=0.005;        %incremento de tiempo (segundos)
  t=ti:h:tf;     %vector tiempo
  tic
  ci=[0;0;0;400;15;0.6;
11 %condiciones inicales de nodos ,dosel ,raíz, Concentración de
    CO_2, Temperatura ,HR
    0;0;0;0;0;0]; %condiciones inicales de las variables
    auxiliares (lambdas)
  opciones=odeset('RelTol',1e-1,'InitialStep',h,'MaxStep',h);
  %solución numerica del sistema dinámico con la ley de control
  [ts ,x]=ode45('ControlDioxido',t ,ci ,opciones);
16 toc
  tic
  ci=[0;0;0;400;15;0.6]; %condiciones inicales de nodos ,dosel ,ra
    íz, Concentración de CO_2, Temperatura ,HR
  %solución numerica del sistema dinámico
  opciones=odeset('RelTol',1e-1,'InitialStep',h,'MaxStep',h);
21 [ts ,y]=ode45('Tomgro_solo',t ,ci ,opciones);
  toc
```

CÓDIGO DE SOLUCIÓN DEL SISTEMA

Función de sistema dinámico con control

```
function xp=Sistema_control(t,x)
2  Nodos=x(1); Wc=x(2); Wr=x(3); Ci=x(4); Tg=x(5); V_i=x(6);
  lamda1=x(7); lamda2=x(8); lamda3=x(9); lamda4=x(10); lamda5=x
    (11); lamda6=x(12);

  % Ci=5*sin(pi*2*(t-12))+23;
  % Tg=5*sin(pi*2*(t-(1/4)))+23;

7  %ecuacion de nodos
  r_N=funcion_nodos(Tg); r_m= 0.495;
  Np=r_m*r_N;

12 %velocidad de respiracion de mantenimiento
  k_m=0.0006*24;
  R_m=k_m*exp(-0.0693*(Tg-25));
  %velocidad de la fotosintesis bruta en el dosel
  Pg=fotosintesis_bruta(t,Tg,Nodos,Ci);

17 %ecuacion de la biomasa del dosel
  E=1; f_c=0.85;
  Wcp= E*(Pg-R_m*(Wc+Wr))*f_c;

22 %ecuacion de la biomasa de la raiz
  Wrp= E*(Pg-R_m*(Wc+Wr))*(1-f_c);

  %ecuacion de co2
  LAI=indice_area_foliar(Nodos);
27 I_o=funcion_radiacion(t);
  Ag=3; G_v= 2; Vg=2; Co=300;
  ph1= -2.17*10^-4; ph2= 3.31*10^-3; ph3=577; ph4= 221; ph5=
    5*10^-5; To=5;
  m_p=4.57; p_G=0.475;
  I= 0.7*m_p*p_G*I_o;
32 C=((8.3144*10^6)/(0.0044*101.0))*(Tg+To)*Ci;
  P_h=ph1+(ph2*((I*C)/((ph3+I)*(ph4+C))))+(ph5*LAI);
  R=-ph1-(ph5*LAI);
  mu=0.7;
  Cip=(Ag/Vg)*((G_v*(Co-Ci))+R-(P_h*mu));
```

37

```

% ecuacion de temperatura
sph= 3600*24; Cg=32000; To=5;
Ts=15; N=0.7; kv=2.3*sph; kr=7.9*sph; ks=7.75*sph;
I_o=funcion_radiacion(t);
42 Tgp=(1/Cg)*(kv*(To-Tg)+kr*(To-Tg)+ks*(Ts-Tg)+N*sph*I_o);

% humedad relativa
Ag=3; G_v= 2; V0=0.8;
E_t=funcion_transpiracion(t,Tg,V_i,Nodos);
47 Vip= (Ag/Vg)*(E_t-G_v*(V_i-V0));

% funciones conjugadas
sph= 3600*24; kv=2.3*sph; kr=7.9*sph; ks=7.75*sph; E=1;
52 alpha=0.056; tau=0.0664; D=0.108*24; K=0.58; m=0.1; rho=4;
n_b=13.3; beta=0.38; delta=0.074;
p1= 82; p2= 4.3; p3=0.54; p4= 0.023; p5= 24.5;
phi_h=30; phi_1=5;
epsilon= 0.7584*exp(0.0518*Tg); rb=100;
57 R_n=0.86*(1-exp(-0.7*LAI))*I_o;
rs=p1*((R_n/(2*LAI))+p2)/((R_n/(2*LAI))+p3))*(1+p4*((Tg-p5)
^2));
p=factor_reduccion(Tg);
I_o=funcion_radiacion(t);
LAI=indice_area_foliar(Nodos);
62 VCD=((100-V_i)/(100))*(5.5638*exp(0.572*Tg));
% C=((8.3144*10^6)/(0.0044*101.0))*(Tg+To)*Ci
C1=((8.3144*10^6)/(0.0044*101.0))*(Tg+To);
C2=((8.3144*10^6)/(0.0044*101.0))*Ci;
A=((D*tau*Ci*p)/K)*-(((alpha*K*I_o*exp(-K*LAI))+((1-m)*Ci*tau
)))/(((alpha*K*I_o*exp(-K*LAI))+((1-m)*Ci*tau))^2)*(alpha*
K*I_o)*(-K*exp(-K*LAI))*(rho*delta*exp((beta*Nodos)-(beta*
n_b)))/(1+exp((beta*Nodos)-(beta*n_b)));
67 B=(Ag/Vg)*(-ph5*(rho*delta*exp((beta*Nodos)-(beta*n_b)))-(ph5
*mu*(rho*delta*exp((beta*Nodos)-(beta*n_b)))));
DVi=((2*VCD*rho*delta*exp((beta*Nodos)-(beta*n_b))*((1+
epsilon)*rb)+rs))/(1+exp((beta*Nodos)-(beta*n_b)))/((((1+
epsilon)*rb)+rs)^2);
lamda1p=-Nodos + ((lamda2)*(E*f_c)*(A))+((lamda3)*(E*(1-f_c)
*(A))+lamda4*B)+(lamda6*DVi);
lamda2p=-Wc +(E*lamda2*R_m*f_c) + (E*lamda3*R_m*(1-f_c));
lamda3p=-Wr +(E*lamda2*R_m*f_c) + (E*lamda3*R_m*(1-f_c));
72 D1=(((D*tau*p)/K)*log(((alpha*K*I_o)+((1-m)*Ci*tau))/((alpha*
K*I_o*exp(-K*LAI))+((1-m)*Ci*tau))))+(((D*tau*Ci*p)/K)*(((

```

```

tau-(tau*m))*(((alpha*K*I_o*exp(-K*LAI))+((1-m)*Ci*tau))
-((alpha*K*I_o)+((1-m)*Ci*tau)))/(((alpha*K*I_o*exp(-K*
LAI))+((1-m)*Ci*tau))*((alpha*K*I_o)+((1-m)*Ci*tau)));
F=ph2*((I*C1*((I/(ph3+I))*(C/(ph4+C))))-(I*C*((ph3*C1)+(I*C1)
)));
E1=(-(Ag/Vg)*G_v)-((Ag/Vg)*mu*F);
lamda4p=-((Ci+((lamda2)*(E*f_c)*(D1)))+((lamda3)*(E*(1-f_c))*(
D1)))+(lamda4*E1);
Dr_N=0.000224*Tg^2-0.0177*Tg+0.2181;
77 G=((D*tau*Ci)/K)*(log(((alpha*K*I_o)+((1-m)*(Ci*tau)))/((
alpha*K*I_o*exp(-K*LAI))+((1-m)*(Ci*tau)))))*((( -2*phi_h)
+(2*Tg))/(phi_h-phi_1)^2);
H=-((Ag/Vg)*((I*ph2*C2*((ph3*ph4)+(ph3*C)+(I*ph4)+(I*C)))-((I*
C*ph2)*((ph3*C2)+(I*C2))));
H1=-((1/Cg)*(kv+kr+ks));
R_n=0.86*(1-exp(-0.7*LAI))*I_o;
J=(((-2*LAI)*(p1*((R_n/(2*LAI))+p2)/((R_n/(2*LAI))+p3))*(ph4
*((2*Tg)-(2*ph5)))*((100-V_i)/100)*(5.5638*exp(0.572*Tg)))
+(((2*LAI)/(((1+epsilon)*rb)+rs))*((100-V_i)/100)
*(3.2114*exp(0.572*Tg)));
82 lamda5p=-((Tg+(lamda1*r_m*Dr_N))+((lamda2)*(E*f_c)*(G)))+((
lamda3)*(E*(1-f_c))*(G))+((lamda4*H)+(lamda5*H1)+(lamda6*J)
);
lamda6p=-((V_i+(lamda6*(-(Ag/Vg)*G_v)+((Ag/Vg)*((2*LAI)/(((1+
epsilon)*rb)*rs))*((5.5638*exp(0.572*Tg))*(-0.01)))));
t;
xp=[Np;Wcp;Wrp;Cip;Tgp;Vip;lamda1p;lamda2p;lamda3p;lamda4p;
lamda5p;lamda6p];
end

```

Apéndice B

Congreso

Se realizó la participación en el Congreso Internacional en Sistemas Mecatrónicos (CISMe 2018)

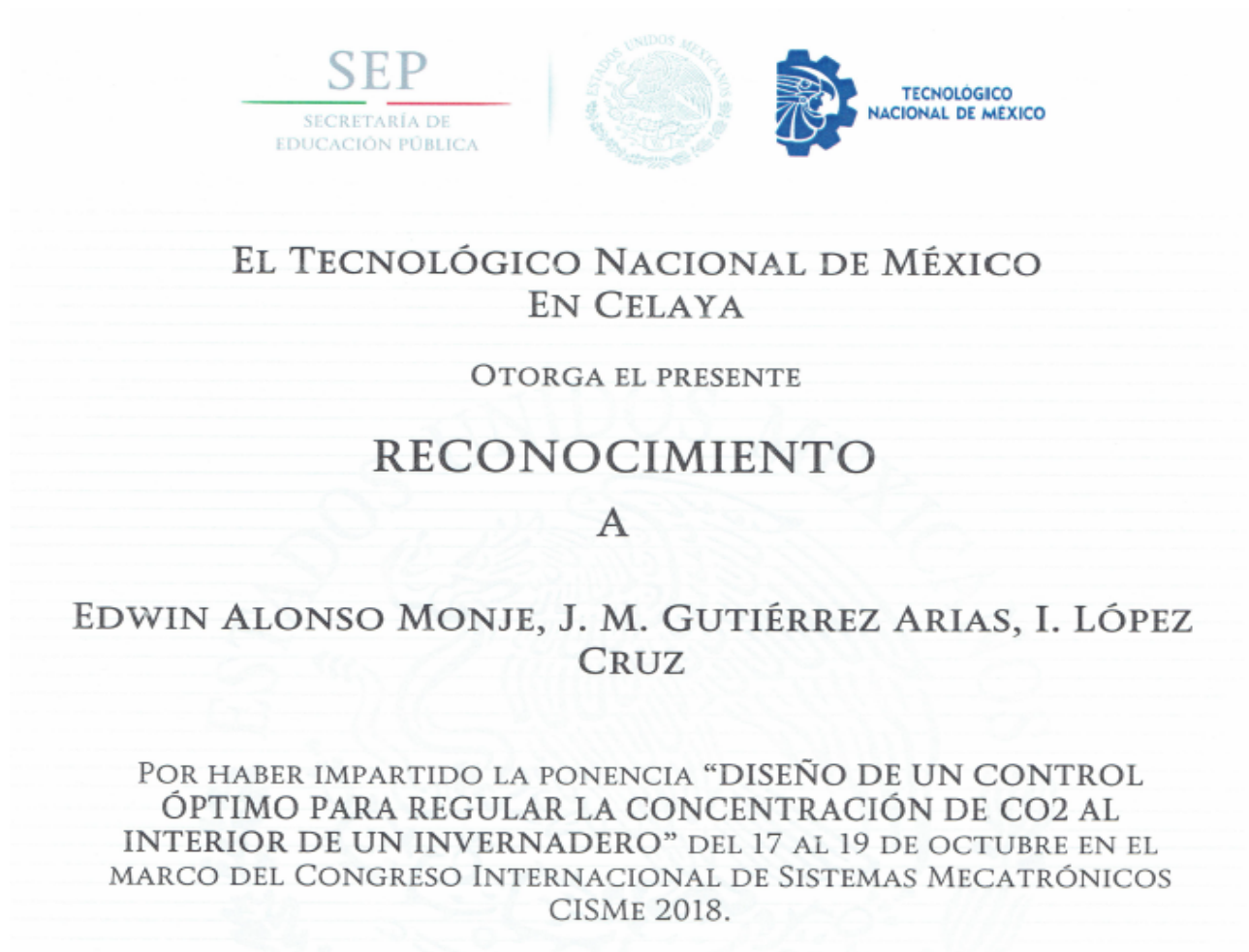


Figura 5.17: Constancia de participación en el Congreso CISMEx.

Posteriormente se muestra el trabajo aceptado.

DISEÑO DE UN CONTROL ÓPTIMO PARA REGULAR LA CONCENTRACIÓN DE CO₂ AL INTERIOR DE UN INVERNADERO

*OPTIMAL CONTROL DESIGN TO REGULATE THE
CONCENTRATION OF CO₂ INSIDE A GREENHOUSE*

Edwin Alonso Monje

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
alonso.201116878@gmail.com

J. M. Gutiérrez Arias

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
mgutierrez@ece.buap.mx

I. López Cruz

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
alonso.201116878@gmail.com

Resumen

En este trabajo optimizamos el enriquecimiento de la concentración de CO₂ en la producción del cultivo de tomate en un invernadero. Consideramos un modelo dinámico integrado, tres variables de estado relacionadas al cultivo y tres variables de estado relacionadas al invernadero. Dicho modelo integrado se validó mediante la construcción de una estación meteorológica ubicada en la sierra norte de Puebla. Se pretende maximizar la producción y minimizar el consumo de energía mediante la teoría de control óptimo. La simulación de la ley de control sintetizada, se hizo en un periodo de cosecha de 80 días.

Palabra(s) Clave: Control óptimo, Cultivo de Tomate, Enriquecimiento de dióxido de carbono, Invernadero.

Abstract

In this work we optimize the enrichment of the concentration of CO₂ in the production of the tomato crop. We consider an integrated dynamic model, three state variables related to the crop and three state variables related to the

greenhouse. This integrated model was validated through the construction of meteorological station located in the northern highlands of Puebla. We maximize production and minimize energy consumption through optimal control theory. The simulation of the synthesized control law was done in a harvest period of 80 days.

Keywords: *Dioxide carbon enrichment, Greenhouse, Optimal control, Tomato crop.*

1. Introducción

A principios del siglo XX, se empezaron a estudiar los efectos del enriquecimiento de dióxido de carbono en el crecimiento de las plantas. Estos estudios se han enfocado en los efectos positivos y negativos en el crecimiento de las plantas (Robb, 1964).

En estudios anteriores se han demostrado que el enriquecimiento de CO₂ en invernaderos desde los niveles atmosféricos de aproximadamente 380 ppm a niveles tan altos como 800-1800 ppm pueden acelerar la planta crecimiento y aumentar el rendimiento de los cultivos en aproximadamente un 40% (I. Seginer, 2017).

Existen métodos comunes de enriquecimiento de CO₂ (por ejemplo, combustibles de hidrocarburos, que utilizan CO₂ comprimido en botella) optimizando el nivel y la duración del enriquecimiento de CO₂ es una consideración importante en la agricultura de invernadero. Obviamente, en términos de duración, el enriquecimiento solo es necesario durante el día (o cuando las luces están encendidas) ya que las plantas toman CO₂ cuando fotosintetizan (T. Kuroyanagi, 2014).

Algunos métodos de control son: los controles clásicos y robustos, los cuales controlan el CO₂ reduciendo a cero la desviación. Otros métodos de control óptimo que consideran los requisitos del comportamiento del invernadero, actuadores, consumo de energía, etc. Y que predicen el comportamiento del medio ambiente. Los beneficios económicos de optimización son bienvenidos por los productores. La mayoría de los estudios se enfocan en optimizar el enriquecimiento de CO₂ (Y. Li, 2018).

El enriquecimiento de CO₂ dentro de los invernaderos como el control utilizado solo es implementado en los países como nueva Zelanda y Japon. Actualmente en México los invernaderos no son dotados de este tipo de tecnología por ello el estudio de ésta para su implementación.

Establecimiento del problema de control óptimo

El planteamiento del problema de control óptimo de cualquier sistema debe estar basado en tres conceptos: el modelo dinámico del sistema, una función y las restricciones del sistema. La notación de forma matricial de la ecuación de estados se representa como se presenta en la ecuación 1.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (1)$$

donde $\mathbf{x}(t)$ es el vector de estados, $\mathbf{u}(t)$ es la señal de control y t es el tiempo. Se requiere de un criterio para evaluar el desempeño del sistema se emplea la ecuación 2.

$$J = \phi(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \quad (2)$$

Donde t_f y t_0 son el tiempo final e inicial respectivamente, $\phi(\mathbf{x}(t_f), t_f)$ y $L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$ son funciones escalares (G. van Straten, 2011).

Las restricciones ecuación 1 se agregan a la ecuación 2 con un vector de multiplicadores de Lagrange variante en el tiempo $\lambda(t)$ obteniendo la ecuación 3.

$$J = \phi(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \lambda^T(f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) - \dot{\mathbf{x}}) dt \quad (3)$$

Definiendo la función escalar Hamiltoniana como se muestra en la ecuación 4.

$$H(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \lambda(t), t) = L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \lambda^T(f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)) \quad (4)$$

Integrando por partes el término $\lambda^T \dot{\mathbf{x}}$ se obtiene la ecuación 5.

$$J = \phi(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \boldsymbol{\lambda}^T(t_0)\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t_f} H(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}^T(t), t) + \boldsymbol{\lambda}^T(t)\dot{\mathbf{x}}(t) dt \quad (5)$$

Considerando una variación infinitesimal en $\mathbf{u}(t)$, $\delta\mathbf{u}(t)$. Esta variación produce una variación en la trayectoria de los estados $\delta\mathbf{x}(t)$ y una variación en el índice de desempeño δJ . Esta última variación puede ser calculada como ecuación 6.

$$\delta J = \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} - \boldsymbol{\lambda}^T \right) \delta \mathbf{x} \right]_{t=t_f} + [\boldsymbol{\lambda}^T \delta \mathbf{x}]_{t=t_0} + \int_{t_0}^{t_f} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} - \boldsymbol{\lambda}^T \right) \delta \mathbf{x} + \frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} \right] dt \quad (6)$$

Para evitar tener que determinar las funciones $\delta\mathbf{x}(t)$ producidas por $\delta\mathbf{u}(t)$ se eligen los multiplicadores $\boldsymbol{\lambda}(t)$ de tal manera que los coeficientes de $\delta\mathbf{x}(t)$ y $\delta\mathbf{x}(t_f)$ en la ecuación anterior desaparezcan. Eligiendo ecuación 7.

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}}^T = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} = -\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} - \boldsymbol{\lambda}^T \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \quad (7)$$

Con las condiciones de frontera, ecuación 8.

$$\boldsymbol{\lambda}^T(t_f) = \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}}(t_f) \quad (8)$$

Se determina el índice de desempeño, ecuación 9.

$$\delta J = \boldsymbol{\lambda}^T(t_0)\delta\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t_f} \frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} dt \quad (9)$$

Si $\mathbf{x}(t_0)$ ésta especificada, entonces $\delta\mathbf{x}(t_0) = 0$. Para una solución se requiere $\delta J = 0$ para una variación arbitraria $\delta\mathbf{u}(t)$. Esto sucede sí $\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{u}} + \boldsymbol{\lambda}^T \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} = 0$, en $t_0 \leq t \leq t_f$, esta ecuación es llamada la condición estacionaria.

Modelo del invernadero y del cultivo

El modelo del TOMGRO relaciona múltiples variables para un invernadero y el cultivo, entre las variables que presenta se encuentran la de concentración de

CO₂, humedad relativa, temperatura, etc. relacionadas con el invernadero y biomasa seca del dosel, biomasa seca de la raíz y número de nodos, etc. relacionadas con el cultivo.

En éste trabajo se consideran las variables de estado relacionadas al cultivo tales como: la concentración de CO₂ al interior del invernadero (C_i), la humedad relativa (V_i), la temperatura al interior del invernadero (T_g) y las variables de estado relativas al cultivo como: número de nodos (N), biomasa seca del dosel (W_c), biomasa seca de la raíz (W_r).

Dentro de las variables de entrada de control se encuentran los de inyección de CO₂ ϕ_{inj} , temperatura Q_{calef} , etc.

Entonces definimos el vector de estados del sistema x (ecuación 10) y vector de controles u (ecuación 11).

$$x = [N \ W_c \ W_r \ C_i \ T_g \ V_i]^T \quad (10)$$

$$u = [\phi_{inj} \ Q_{calef}]^T \quad (11)$$

Dado que el sistema se describe por ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden ecuación 1, en este trabajo se consideran las ecuaciones diferenciales 12 a la 17.

$$\frac{dN}{dt} = N f_N(T_g) \quad (12)$$

$$\frac{dW_c}{dt} = E(P_g - R_m(W_r + W_c)) f_c \quad (13)$$

$$\frac{dW_r}{dt} = E(P_g - R_m(W_r + W_c))(1 - f_c) \quad (14)$$

$$\frac{V_g}{A_g} \frac{dC_i}{dt} = G_v(C_o - C_i) + \phi_{inj} + R - P\mu \quad (15)$$

$$C_g \frac{dT_g}{dt} = k_v(T_o - T_g) + Q_{calef} + k_r(T_o - T_g) + k_s(T_o - T_g) + G\eta \quad (16)$$

$$\frac{dV_i}{dt} = \frac{A_g}{V_g} (E - G_v(V_i - V_o)) \quad (17)$$

Diseño de la ley de control

El índice de desempeño se encuentra descrito mediante ecuación 18.

$$J = \frac{1}{2} [-N^2(t_f) - W_r^2(t_f) - W_c^2(t_f) + C_i^2(t_f)] + \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} [-N^2(t) - W_r^2(t) - W_c^2(t) + \varphi_{inj}^2(t)] dt \quad (18)$$

Y la función Hamiltoniana esta descrita por ecuación 19.

$$H(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t), t) = [-N^2(t) - W_r^2(t) - W_c^2(t) - V_i^2(t) + \varphi_{inj}^2(t)] + \lambda_1(t)f_1(t) + \lambda_2(t)f_2(t) + \lambda_3(t)f_3(t) + \lambda_4(t)f_4(t) + \lambda_5(t)f_5(t) + \lambda_6(t)f_6(t) \quad (19)$$

Del cual se obtienen los co-estados, ecuaciones 20 a 25.

$$\dot{\lambda}_1 = \frac{\partial H}{\partial N} = N \quad (20)$$

$$\dot{\lambda}_2 = \frac{\partial H}{\partial W_c} = W_c + \lambda_2 ER_m f_c + \lambda_3 ER_m (1 - f_c) \quad (21)$$

$$\dot{\lambda}_3 = \frac{\partial H}{\partial W_r} = W_r + \lambda_2 ER_m f_c + \lambda_3 ER_m (1 - f_c) \quad (22)$$

$$\dot{\lambda}_4 = \frac{\partial H}{\partial C_i} = \lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial C_i} + \lambda_3 \frac{\partial f_3}{\partial C_i} + \lambda_4 \frac{\partial f_4}{\partial C_i} \quad (23)$$

$$\dot{\lambda}_5 = \frac{\partial H}{\partial T_g} = \lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial T_g} + \lambda_3 \frac{\partial f_3}{\partial T_g} + \lambda_5 \frac{\partial f_5}{\partial T_g} \quad (24)$$

$$\dot{\lambda}_6 = \frac{\partial H}{\partial V_i} = \lambda_6 \frac{A_g}{V_g} G_v \quad (25)$$

Si bien se tienen los estados en condiciones iniciales y los co-estados con condiciones finales se utiliza el tiempo inverso, ecuaciones 26 a 28.

$$\tau = t_f - t \quad (26)$$

$$\frac{d\tau}{dt} = -1 \quad (27)$$

$$d\tau = -dt \quad (28)$$

Por lo tanto, el sistema se reescribe mediante ecuaciones 29 a 40.

$$\dot{x}_1 = N f_N(T_g) \quad (29)$$

$$\dot{x}_2 = E (P_g - R_m(W_r + W_c)) f_c \quad (30)$$

$$\dot{x}_3 = E(P_g - R_m(W_r + W_c))(1 - f_c) \quad (31)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{A_g}{V_g} [G_v(C_o - C_i) + \varphi_{inj} + R - P\mu] \quad (32)$$

$$\dot{x}_5 = \frac{1}{C_g} [k_v(T_o - T_g) + Q_{calef} + k_r(T_o - T_g) + k_s(T_o - T_g) + G\eta] \quad (33)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{A_g}{V_g} (E - G_v(V_i - V_o)) \quad (34)$$

$$\dot{\lambda}_1 = -N \quad (35)$$

$$\dot{\lambda}_2 = -W_c - \lambda_2 ER_m f_c - \lambda_3 ER_m (1 - f_c) \quad (36)$$

$$\dot{\lambda}_3 = -W_r - \lambda_2 ER_m f_c - \lambda_3 ER_m (1 - f_c) \quad (37)$$

$$\dot{\lambda}_4 = \lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial C_i} + \lambda_3 \frac{\partial f_3}{\partial C_i} + \lambda_4 \frac{\partial f_4}{\partial C_i} \quad (38)$$

$$\dot{\lambda}_5 = \lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial T_g} + \lambda_3 \frac{\partial f_3}{\partial T_g} + \lambda_5 \frac{\partial f_5}{\partial T_g} \quad (39)$$

$$\dot{\lambda}_6 = -\lambda_6 \frac{A_g}{V_g} G_v \quad (40)$$

3. Resultados

Resolviendo el sistema de ecuaciones mediante integración numérica ODE45 en Matlab y con un periodo de simulación de 80 días, que es el tiempo promedio de cultivo del tomate se obtiene lo siguiente:

- **Simulación de las variables relacionadas al cultivo.** En la figura 1 se observa que el número de nodos presenta un aumento si bien no es muy notorio esto es relativo debido a que las unidades de medida son de número de nodos sobre metro cuadrado que es considerable y representa una ganancia a los agricultores. Como se muestra en la figura 2 la biomasa seca del dosel presenta un aumento de aproximadamente un 50%, esto es

beneficioso considerando que la biomasa es deshidratada y posteriormente pesada y esto representaría que existe un aumento del 1.5 del dosel.

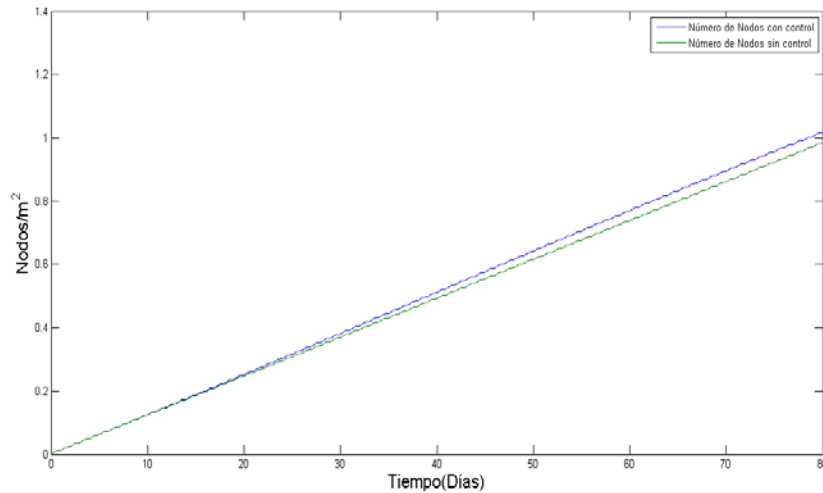


Figura 1 Número de Nodos.

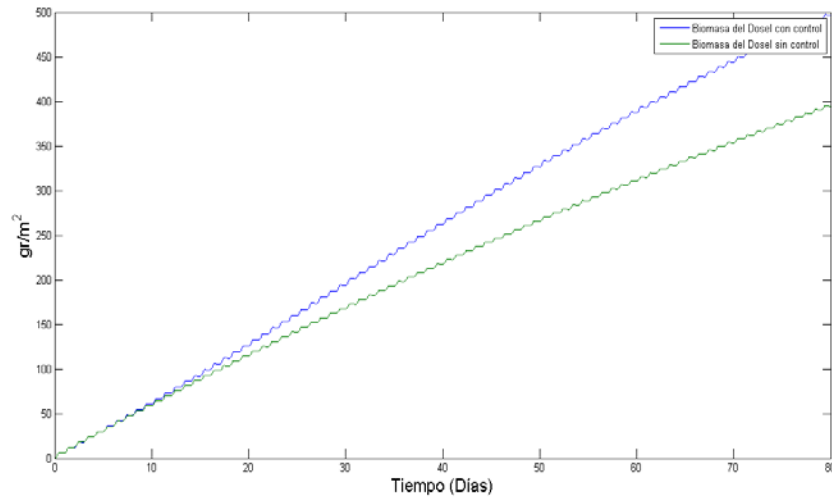


Figura 2 Biomasa seca del dosel.

Como se muestra en la figura 3, la biomasa del dosel también presenta un aumento si bien no es del 50% como la del dosel es de aproximadamente 30-40 %. Esto es razonable debido a que si existe un aumento de dosel la raíz también debe presentar un aumento ya que sino el peso del dosel arrancaría la planta del suelo.

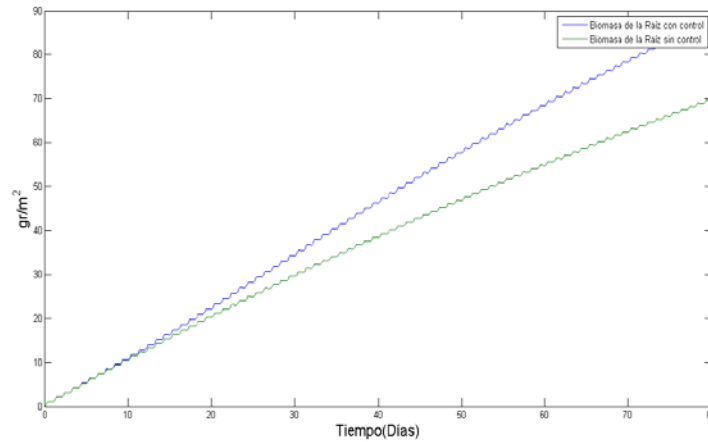


Figura 3 Biomasa seca de la raíz.

- **Simulación de las variables relacionadas al invernadero.** Como se muestra en la figura 4, la concentración de CO₂ se mantiene en el valor de 350 ppm (valor óptimo) dentro del invernadero, en el caso cuando el sistema no tiene la ley de control este valor permanece constante en todo el tiempo de cultivo (línea verde), para el caso cuando se tiene la ley de control actuando se observa que si bien la concentración permanece en las 350 ppm existen variaciones, éstas son debido a que la concentración debe ser mayor durante el día que por la noche, debido a que el proceso de fotosíntesis se realiza durante el día por ello se requiere mayor concentración pero no sobrepasar los límites permitidos para evitar daños al cultivo.

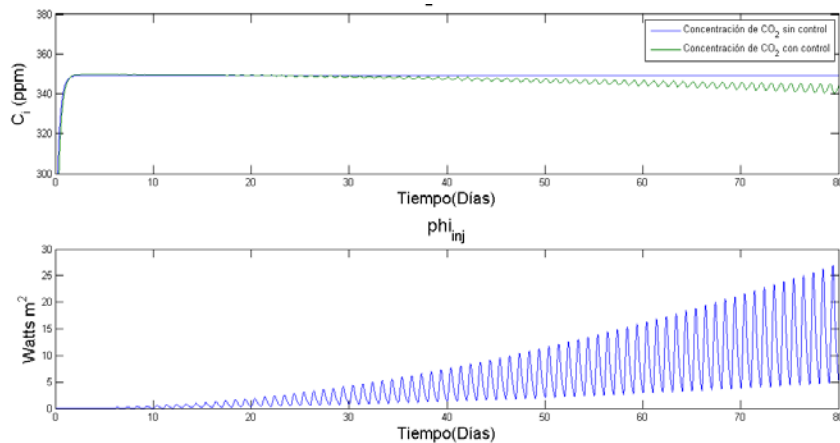


Figura 4 Concentración de CO₂ al interior del invernadero y variable de control.

También se observa que el consumo de energía para la variable de control la cual muestra la energía necesaria para seguir la trayectoria óptima de las variables de estado del sistema dinámico.

Como se muestra en la figura 5, la temperatura presenta variaciones, debido a que también se considera una ley de control para la temperatura esta es similar a la presentada en un trabajo anterior (E. Córdoba, 2017). En la figura 6 la humedad presenta cambios y requiere mayor concentración de humedad dentro del invernadero y esta puede llegar al 86% aproximadamente pero no puede decrecer del 80% de humedad.

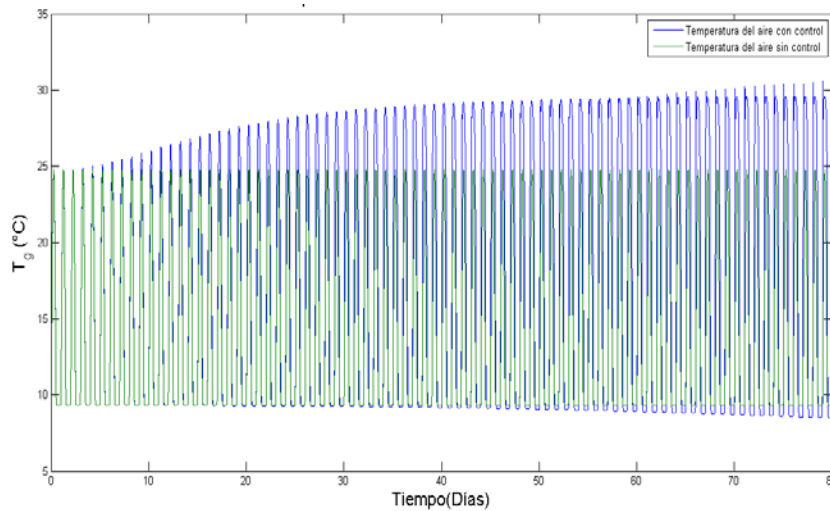


Figura 1 Temperatura dentro del invernadero.

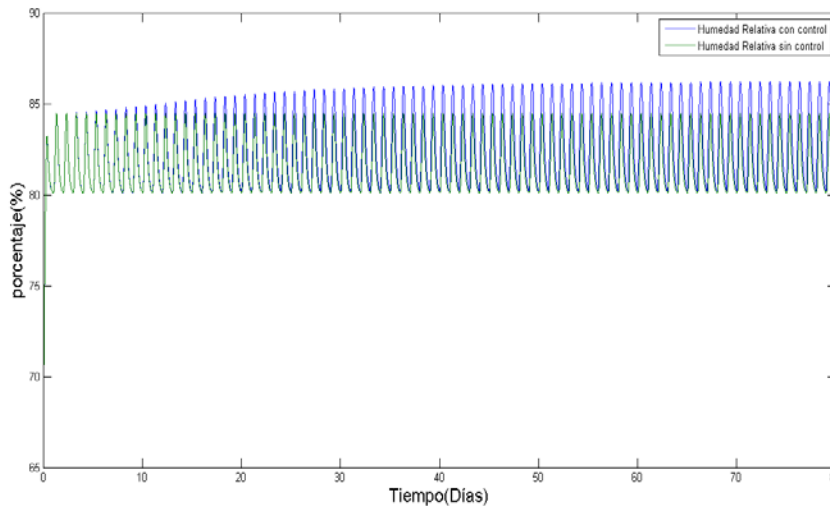


Figura 2 Humedad dentro del invernadero.

4. Discusión

Como se puede apreciar en éste trabajo se observa que los resultados son satisfactorios, es decir existe ganancias de aumento de biomasa seca del dosel de un 50 % más y de la raíz un 30-40 %, la concentración de CO₂ se mantiene en los parámetros óptimos (350 ppm) para el crecimiento óptimo del cultivo como se ven reflejados en el aumento del número de nodos, del dosel y la raíz, en este caso el consumo de energía es menor a 30 W/m², ésta energía es la recomendable para seguir la trayectoria óptima de la variable de estado relacionada con la concentración de CO₂ al interior del invernadero.

Por ello la implementación de un sistema electrónico para regular la concentración dentro de un invernadero aumentaría la producción, lo cual es el objetivo de éste trabajo.

5. Bibliografía y Referencias

- [1] Córdoba, E., Gutiérrez, J. M., López, I., (2017), Control óptimo para el control de temperatura en un cultivo de tomate en invernadero basado en un Sistema dinámico, *Pistas Educativas*, 39, 83-95.
- [2] Kuroyanagi, T., (2014), Efficiency of carbon dioxide enrichment in an unventilated greenhouse, *Biosystems Engineerings*, 119, 58-68.
- [3] Li, Y., (2018), Automatic carbon dioxide enrichment strategies in the greenhouse: A review, *Biosystems Engineerings*, 171, 101-119.
- [4] Robb, S. H., (1964), Carbon Dioxide Enrichment of Greenhouse Atmospheres for Food Crop Production, *Economic Botany*, 34-36.
- [5] Seginer, I., (2017), Day-to-night heat storage in greenhouse:1 Optimization for periodic weather, *Biosystems Engineering*, 161, 174-187.
- [6] Van Straten, G., (2011), Optimal control of greenhouse cultivation, United States of America, CRC Press.

Poster

Se realizó la participación en el 1er Congreso de Tópicos Avanzados de Óptica y Electrónica 2019, CTAOE 2019



Figura 5.18: Constancia de participación en el Congreso CTAOE.

Se muestra el poster del trabajo aceptado.

Diseño de un sistema electrónico de control fundamentado en el modelo dinámico del cultivo de jitomate



E. Alonso Monje, J. M. Gutiérrez Arias, J. F. Reyes Cortés, I. Lopez Cruz
alonso.201116878@gmail.com, jose.gutierrez@correo.buap.mx

Introducción

En este trabajo se considera el modelo dinámico integrado del cultivo de jitomate y del microclima. Los objetivos son maximizar la producción y minimizar el consumo de energía, por lo tanto se plantea un problema de optimización, la solución se obtiene aplicando la teoría de control óptimo.

Se diseña e implementa un sistema de control electrónico, con el cual se regula la concentración de CO₂ al interior del microclima. Empleando el sensor K30 se obtiene la información real de la concentración de CO₂, dicha medición se compara con la señal de referencia obtenida de la solución del problema de optimización. Se implementarán los controles clásicos Proporcional, Proporcional Integral y Proporcional Integral Derivativo.

Control óptimo

El control óptimo de cualquier sistema debe estar basado en tres conceptos: el modelo dinámico del sistema, una función y las restricciones del sistema. La notación de forma matricial de la ecuación de estados se representa de la siguiente manera:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (1)$$

donde $\mathbf{x}(t)$ es el vector de estados, $\mathbf{u}(t)$ es la señal de control y t es el tiempo.

Se requiere de un criterio para evaluar el desempeño del sistema que normalmente es:

$$J = \phi(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \quad (2)$$

definiendo la función escalar Hamiltoniana como:

$$H(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \lambda(t), t) = L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \lambda^T(\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)) \quad (3)$$

Conclusiones

Ya obtenidos los resultados satisfactorios con el diseño de la ley de control, se continuo con el diseño del sistema electrónico para controlar la concentración de dióxido de carbono al interior del invernadero.

Entre los dispositivos que se implementan se encuentra un sensor K30 medidor de dióxido, una válvula proporcional una tarjeta electrónica **Arduino Due**. Dicho sistema se implementara en un prototipo de invernadero para verificar el comportamiento de dicho sistema de control y corroborar los resultado obtenidos.

Referencias

- [1] Kuroyanagi, T., (2014), Efficiency of carbon dioxide enrichment in an unventiled greenhouse, BIOSYSTEMS ENGINEERINGS, 119, 58-68.
- [2] Li, Y., (2018), Automatic carbon dioxide enrichment strategies in the greenhouse: A review, BIOSYSTEMS ENGINEERINGS, 171, 101-119.
- [3] Robb, S. H., (1964), Carbon Dioxide Enrichment of Greenhouse Atmospheres for Food Crop Production, ECONOMIC BOTANY, 34-36.
- [4] Seginer, I., (2017), Day-to-night heat storage in greenhouse:1 Optimization for periodic weather, BIOSYSTEMS ENGINEERING, 161, 174-187.
- [5] Van Straten, G., (2011), Optimal control of greenhouse cultivation, United States of America, CRC Press.

Ecuaciones Resultantes

El sistema sobre el cual se trabaja se describe a continuación:

$$\dot{x}_1 = \frac{d}{dt} N = N_m f_N(T_g) \quad (4)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{d}{dt} W_c = E(P_g - R_m(W_r + W_c))f_c \quad (5)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{d}{dt} W_r = E(P_g - R_m(W_r + W_c))(1 - f_c) \quad (6)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{V_g}{A_g} \frac{d}{dt} C_i = G_v(C_o - C_i) + \varphi_{inj} + R - P_n \mu \quad (7)$$

$$\dot{x}_5 = C_g \frac{d}{dt} T_g = k_v(T_o - T_g) + Q_{calef} + k_r(T_o - T_g) + k_s(T_s - T_g) + G\eta \quad (8)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{d}{dt} V_i = \frac{A_g}{V_g} (E_t - G_v(V_i - V_o)) \quad (9)$$

El índice de desempeño se encuentra descrito de la siguiente manera:

$$J = \frac{1}{2} [N^2(t_f) + W_r^2(t_f) + W_c^2(t_f) + C_i^2(t_f) + T_g^2(t_f) + V_i^2(t_f)] + \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} [-N^2(t) - W_r^2(t) - W_c^2(t) + C_i^2(t) + \varphi_{inj}^2(t)] dt \quad (10)$$

De acuerdo a las ecuaciones descritas del modelo dinámico del cultivo y microclima se construye la siguiente ecuación Hamiltoniana.

$$H(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \lambda(t), t) = \frac{1}{2} [-N^2(t) - W_r^2(t) - W_c^2(t) - C_i^2(t) + \varphi_{inj}^2(t) - T_g^2(t) - V_i^2(t)] - \lambda_1(t)f_1(t) - \lambda_2(t)f_2(t) - \lambda_3(t)f_3(t) - \lambda_4(t)f_4(t) - \lambda_5(t)f_5(t) - \lambda_6(t)f_6(t)$$

Diseño del sistema

En el diseño del sistema electrónico control para regular la concentración de dióxido de carbono al interior del invernadero, se utilizan diversos dispositivos entre los dispositivos que se implementaran se encuentra un sensor medidor de dióxido, una válvula proporcional una tarjeta electrónica Arduino Due.



Figura 1: Sensor K30; Tarjeta Arduino Due; Unidad de Control; Electrovalvula.

La implementación del sistema se muestra a continuación

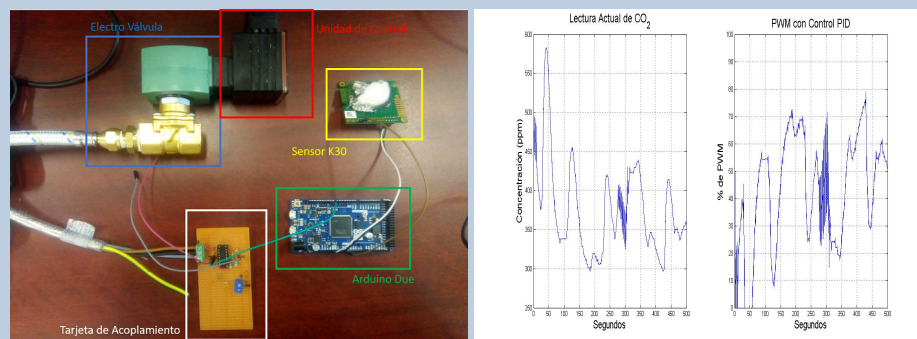


Figura 2: Sistema Electrónico de control.

Como se aprecia el sistema de control el cual fue diseñado apartir de la necesidad de controlar el flujo de CO₂ al interior de un invernadero para mejorar la producción de jitomate, este funciona correctamente.

Ponencia

Se realizó la participación en el seminario del posgrado



Facultad de Ciencias de la Electrónica
A través de la Maestría en Ciencias de la Electrónica, Opción Automatización

otorga la presente

CONSTANCIA

al: **Ing. Edwin Alonso Monje**

Por su participación en el Seminario Semanal con la conferencia:

"Sistema electrónico para regular la concentración de CO2 al interior de un invernadero"

"Pensar bien, para vivir mejor"

H. Puebla de Zaragoza a 6 de septiembre de 2019

Dra. Olga Guadalupe Félix Beltrán
Coordinadora de la Maestría

Dra. Luz del Carmen Gómez Pavón
Directora de la Facultad



Figura 5.19: Constancia de participación el seminario.

Congreso

Se realizó la participación en el Congreso Nacional de Control Automático (CNCA 2019)



Figura 5.20: Constancia de participación en el Congreso CNCA.

Sistema Electrónico de Control para Regular la Concentración de CO₂ en un Micro Clima Fundamentado en el Modelo Dinámico del Cultivo de Jitomate

Edwin Alonso Monje* J. M. Gutiérrez Arias*
J. F. Reyes Cortés* I. Lopez Cruz**

* Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (e-mail: alonso.201116878@gmail.com, jose.gutierrez@correo.buap.mx).

** Posgrado de Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua, Universidad Autónoma de Chapingo

Resumen

En este trabajo se considera el modelo dinámico integrado por el cultivo de jitomate y de un microclima, tres variables relativas al cultivo y tres variables relativas al microclima ambas forman el sistema dinámico de seis variables de estado. El flujo de la concentración de CO₂ está considerado dentro de un término del modelo y este será elemento de control. Los objetivos son maximizar la producción y minimizar el consumo de energía. Por lo tanto, se plantea un problema de optimización, la solución se obtiene aplicando la teoría de control óptimo.

Se diseña e implementa un sistema de control electrónico, con el cual se regula la concentración de CO₂ al interior del microclima. Empleando el sensor K30 se obtiene la información real de la concentración de CO₂, dicha medición se compara con la señal de referencia obtenida de la solución del problema de optimización y de esta manera el sistema de control realiza el ajuste para mantener la concentración de CO₂ lo más cercano posible a la señal de referencia. Se implementaron los controles clásicos Proporcional, Proporcional Derivativo y Proporcional Integral Derivativo.

Keywords: Concentración de CO₂, Control Proporcional, Control Proporcional Derivativo, Control Proporcional Integral Derivativo, Cultivo de Jitomate.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, se han realizados esfuerzos para utilizar el enriquecimiento de dióxido de carbono al interior de un invernadero, con el principal objetivo de optimizar la producción de los cultivos, Li et al. (2018).

Si bien se han hecho estudios relacionados con el enriquecimiento de CO₂ estos carecen de estrategias óptimas de control para el enriquecimiento de CO₂ basados en modelos dinámicos. Ya que estos solo se basan en estimaciones, análisis de energía termodinámica y experimentos, Rodríguez et al. (2015).

Las investigaciones relacionadas a modelos dinámicos son efectivas para identificar estrategias óptimas para aumentar el rendimiento (tasa fotosintética) mientras se reduce el consumo de CO₂. El modelo del sistema (invernadero) es bastante esquemático en varios aspectos debido a que se ignoran muchas propiedades físicas del sistema como intercambiadores de calor, algunos no trata la radiación terrestre y la evapotranspiración, y utiliza formulaciones

simples para describir los procesos dominantes como: la fotosíntesis, la transferencia de calor, la concentración de CO₂, entre otras, Thongbai et al. (2010).

Sin embargo, en la agricultura, el alto rendimiento de cosecha se obtiene mediante el uso de energía en un punto óptimo. Además, el uso equilibrado de energía en la agricultura reduce problemas ambientales de las actividades agrícolas. Por otro lado, el uso de la energía en la agricultura se divide en energía directa y energía indirecta. El uso de energía directa es a través del uso de combustible (derivados del petróleo u electricidad) y la energía indirecta es proporcionada por fertilizantes y productos químicos.

El modelo de TOMGRO fue desarrollado para responder al cambio dinámico de la temperatura, radiación solar y concentración de CO₂. El modelo de la planta de tomate involucra variables de estado que consisten en clases de edad fisiológicas de los componentes de las plantas, números de hojas, tallos y frutos, Jones et al. (1991).

Las principales variables a controlar al interior de un

invernadero son la temperatura, la humedad y la concentración de CO₂. Por esta razón los algoritmos contienen muchas reglas si-entonces, en parte combinadas con control proporcional simple. Con el tiempo, se agregaron otras funciones, como el control del riego, la energía, amortiguadores de calefacción y suministro de CO₂, Tap (2000). El dióxido de carbono se considera como un nutriente vegetal importante; uno que puede maximizar el crecimiento y el rendimiento del cultivo cuando se suministra de manera adecuada, la lógica detrás de esto es bastante simple. El material vegetal seco típicamente contiene aproximadamente 40% de carbono que se acumula en la planta durante su crecimiento a través del proceso de "fotosíntesis"; una reacción que en presencia de luz convierte agua y CO₂ en azúcares dentro de los tejidos de las hojas, Kuroyanagi et al. (2014). Por lo tanto, el carbono dentro de la planta se origina totalmente de CO₂. Muy a menudo la concentración ambiental de CO₂ se convierte en el factor limitante que controla la tasa de fotosíntesis reacción en espacios cerrados como invernaderos. En estudios anteriores se han demostrado que el enriquecimiento de CO₂ en invernaderos desde los niveles atmosféricos de aproximadamente 380 ppm a niveles tan altos como 800-1800 ppm pueden acelerar la planta crecimiento y aumentar el rendimiento de los cultivos en aproximadamente un 40%, Wittwer and Robb (1964). Dado el costo asociados con métodos comunes de enriquecimiento de CO₂ (por ejemplo, combustibles de hidrocarburos, que utilizan CO₂ comprimido en tanques) optimizando el nivel y la duración del enriquecimiento de CO₂ es una consideración importante en la agricultura de invernadero Van Straten et al. (2010). Obviamente, en términos de duración, el enriquecimiento solo es necesario durante el día (o cuando las luces están encendidas) ya que las plantas toman CO₂ cuando fotosintetizan, Seginer et al. (2017).

2. MODELO DEL INVERNADERO Y CULTIVO

El modelo del TOMGRO relaciona múltiples variables para un microclima y el cultivo, entre las variables que presenta se encuentran las de concentración de CO₂, humedad relativa, temperatura, etc. relacionadas con el microclima. Y la biomasa seca del dosel, biomasa seca de la raíz y número de nodos, etc. relacionadas con el cultivo. En éste trabajo se consideran las variables de estado relacionadas al microclima tales como: la concentración de CO₂ al interior del invernadero (C_i), la humedad relativa (V_i), la temperatura al interior del invernadero (T_g) y las variables de estado relativas al cultivo como: número de nodos (N), biomasa seca del dosel (W_c), biomasa seca de la raíz (W_r).

Las variables de control son la inyección de CO₂ (φ_{inj}) y el sistema de calefacción de la temperatura (Q_{calef}). Entonces definimos

$$x = [N \quad W_c \quad W_r \quad C_i \quad T_g \quad V_i]^T$$

$$u = [\varphi_{inj} \quad Q_{calef}]^T$$

2.1 Modelo del crecimiento del tomate

Número de Nodos: La tasa de desarrollo de nodos (planta desarrollada) se modela como una tasa máxima de aparición de nodos por día (N_m), multiplicado por una función que reduce el desarrollo vegetativo a temperaturas no óptimas sobre una base horaria durante cada día Jones et al. (1991).

$$\frac{d}{dt}N = N_m f_N(T_g) \quad (1)$$

donde:

Tabla 1. Descripción de Variables para los Nodos.

Símbolo	Descripción	Unidades
N	Número de nodos	
N_m	Número máximo de nodos por día	nodos d^{-1}
T_g	Temperatura al interior del invernadero	$^{\circ}C$
$f_N(T_g)$	Función que modifica el desarrollo del número de Nodos	$^{\circ}C$

Biomasa seca del dosel (W_c): La acumulación de biomasa para el modelo reducido es el resultado de la fotosíntesis, respiración y los procesos de conversión del tejido.

$$\frac{d}{dt}W_c = E(P_g - R_m(W_r + W_c))f_c \quad (2)$$

donde:

Tabla 2. Descripción de Variables para la biomasa seca del dosel y raíz.

Símbolo	Descripción	Unidades
W_c	Biomasa del dosel	g tejido $m^{-2}d^{-1}$
W_r	Biomasa de la raíz	g tejido $m^{-2}d^{-1}$
R_m	Velocidad de respiración de mantenimiento	(g CH ₂ O)/(g tejido d)
E	Eficiencia de conversión del tejido de la planta	(g tejido)/(g CH ₂ O)
P_g	Velocidad de la fotosíntesis brutal en el dosel	g tejido $m^{-2}d^{-1}$
f_c	Constante para todo nodo	Adimensional

Biomasa total de la raíz (W_r): La función que describe la biomasa total de la raíz es la siguiente:

$$\frac{d}{dt}W_r = E(P_g - R_m(W_r + W_c))(1 - f_c) \quad (3)$$

2.2 Modelo de invernadero

Concentración de CO₂ en el aire (C_i): La concentración de CO₂ en el aire en un invernadero esta descrita por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{V_g}{A_g} \frac{d}{dt}C_i = G_v(C_o - C_i) + \varphi_{inj} + R - P_n \mu \quad (4)$$

Tabla 3. Descripción de Variables para la concentración de CO₂.

Símbolo	Descripción	Unidades
V_g	Volumen del invernadero	m^3
A_g	Área del invernadero	$m^2(gh)$
C_i	Concentración de CO ₂ al interior del invernadero	$Kg(CO_2)m^{-3}$
G_v	Función de la velocidad del viento al exterior	m/s
C_o	Concentración de CO ₂ al exterior del invernadero	$g m^3$
φ_{inj}	Flujo de inyección de CO ₂	$g s^{-1}m^{-2}$
R	Respiración del cultivo	$Kgs^{-1}m^{-2}$
P_n	Fotosíntesis del cultivo	$g s^{-1}m^{-2}$
μ	Fracción del peso molar de CO ₂ y CH ₂ O	$s m^{-1}$

Dentro de la literatura existen diversos modelos detallados disponibles para describir la fotosíntesis, un modelo simple se muestra en la siguiente ecuación:

$$P_n = p_{n1} + p_{n2} \frac{I}{p_{n3} + I} \frac{C}{p_{n4} + C} + p_{n5}L \quad (5)$$

donde p_{n1} a p_{n5} son parámetros de regresión, I es el PAR incidente (radiación activa foto sintética), C es la concentración de CO₂ expresada en ppm y L es la LAI. Este modelo de fotosíntesis puede ser incorrecto para altas concentraciones de CO₂, debido a que las mediciones en las se basan no contienen altas concentraciones de CO₂. Además es solo válido para valores L mayores que 1. La conversión de C_i a C esta determinada por:

$$C = \frac{10^6 R_g}{M_{CO_2} P_{atm}} (T_g + T_0) C_i \quad (6)$$

donde R_g es la constante de los gases, M_{CO_2} es el peso molecular del CO₂ y T_0 es la temperatura absoluta cero.

Temperatura del aire (T_g): Para calcular la temperatura del aire al interior del invernadero se tiene la siguiente expresión:

$$C_g \frac{d}{dt} T_g = k_v (T_o - T_g) + Q_{calef} + k_r (T_o - T_g) + k_s (T_s - T_g) + G\eta \quad (7)$$

Tabla 4. Descripción de Variables para la temperatura.

Símbolo	Descripción	Unidades
T_o	Temperatura externa	$^{\circ}C$
T_g	Temperatura al interior del invernadero	$^{\circ}C$
T_s	Temperatura del suelo del invernadero	$^{\circ}C$
Q_{calef}	Entrada de calor	Wm^{-2}
G	Radiación de onda corta entrante	Wm^{-2}
C_g	Capacidad de calor del invernadero	$J^{\circ}C^{-1}m^{-2}$
k_v	Coefficiente de transferencia de calor por ventilación	$W^{\circ}Cm^{-2}$
k_r	Coefficiente de transferencia de calor en el techo	$W^{\circ}Cm^{-2}$
k_s	Coefficiente de transferencia de calor en el suelo	$W^{\circ}Cm^{-2}$
η	Factor de conversión de radiación	Adimensional

Humedad en el aire del invernadero (V_i): El vapor de agua contenido en el aire al interior del invernadero necesario para el cultivo se describe como una ecuación dinámica que está en función de la transpiración del cultivo.

$$\frac{d}{dt} V_i = \frac{A_g}{V_g} (E_t - G_v (V_i - V_o)) \quad (8)$$

Tabla 5. Descripción de Variables para la humedad relativa.

Símbolo	Descripción	Unidades
V_i	Humedad absoluta al interior del invernadero	$Kg m^3$
V_o	Humedad absoluta al exterior del invernadero	$Kg m^3$
E_t	Función de evo-traspiración	$^{\circ}C$

3. FORMULACIÓN GENERAL DEL PROBLEMA DE CONTROL ÓPTIMO

El control óptimo de cualquier sistema se fundamenta en tres conceptos: el modelo dinámico del sistema, una función y las restricciones del sistema. Consideremos la ecuación de estados en forma matricial:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (9)$$

donde $\mathbf{x}(t)$ es el vector de estados, $\mathbf{u}(t)$ es la señal de control y t es el tiempo.

Se requiere de un criterio para evaluar el desempeño del sistema:

$$J = \phi(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \quad (10)$$

donde t_0 y t_f son el tiempo inicial y final, $\phi(\mathbf{x}(t_f), t_f)$ y $L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$ son funciones escalares, t_f puede ser fijo o libre. Empezando en el estado inicial $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ y aplicando la señal de control $\mathbf{u}(t)$ para $t \in [t_0, t_f]$ se logra que el sistema siga alguna trayectoria de estados, entonces el índice de desempeño asigna un número real único a cada trayectoria del sistema.

El problema de control óptimo u optimización se basa en encontrar un control admisible $\mathbf{u}^*(t)$ el cual cause que el sistema (9) siga una trayectoria admisible $\mathbf{x}^*(t)$ que minimice el criterio de desempeño de la ecuación (10). Entonces, $\mathbf{u}^*(t)$ es llamado control óptimo y $\mathbf{x}^*(t)$ trayectoria optima.

Las restricciones (9) se agregan a la ecuación (10) con un vector de multiplicadores de Lagrange variante en el tiempo $\boldsymbol{\lambda}(t)$, por lo que resulta la siguiente expresión:

$$\bar{J} = \phi(\mathbf{x}(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} \{ L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \boldsymbol{\lambda}^T(t) [f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) - \dot{\mathbf{x}}] \} dt \quad (11)$$

definiendo la función escalar Hamiltoniana como:

$$H(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t), t) = L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \boldsymbol{\lambda}^T(f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)) \quad (12)$$

Integrando por partes el término $\boldsymbol{\lambda}^T(t)\dot{\mathbf{x}}$ se obtiene:

$$\begin{aligned} \bar{J} &= \phi(\mathbf{x}(t_f)) - \boldsymbol{\lambda}^T(t_f)\mathbf{x}(t_f) + \boldsymbol{\lambda}^T(t_0)\mathbf{x}(t_0) \\ &+ \int_{t_0}^{t_f} [H(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t), t) + \dot{\boldsymbol{\lambda}}^T(t)\mathbf{x}(t)] dt \end{aligned}$$

Considerando una variación infinitesimal en $\mathbf{u}(t)$, $\delta\mathbf{u}(t)$. Esta variación produce un cambio en la trayectoria de los estados $\delta\mathbf{x}(t)$ y una variación en el índice de desempeño δJ . Esta última variación puede ser calculada como sigue:

$$\begin{aligned} \delta\bar{J} &= \left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{x}} - \boldsymbol{\lambda}^T \right) \delta\mathbf{x} \right]_{t=t_f} + \left[\boldsymbol{\lambda}^T \delta\mathbf{x} \right]_{t=t_0} \\ &+ \int_{t_0}^{t_f} \left[\left(\frac{\partial H}{\partial\mathbf{x}} + \boldsymbol{\lambda}^T \right) \delta\mathbf{x} + \frac{\partial H}{\partial\mathbf{u}} \delta\mathbf{u} \right] dt \end{aligned}$$

Para evitar tener que determinar las funciones $\delta\mathbf{x}(t)$ producidas por $\delta\mathbf{u}(t)$ se eligen los multiplicadores de $\boldsymbol{\lambda}(t)$ de tal manera que los coeficientes de $\delta\mathbf{x}(t)$ y $\delta\mathbf{x}(t_f)$ en la ecuación anterior desaparezcan. Se elige entonces:

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}}^T = -\frac{\partial H}{\partial\mathbf{x}} \quad (13)$$

con las condiciones de frontera:

$$\boldsymbol{\lambda}^T(t_f) = \frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{x}}(t_f) \quad (14)$$

Entonces $\delta\bar{J}$ se transforma en:

$$\delta\bar{J} = \boldsymbol{\lambda}^T(t_0)\delta\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t_f} \frac{\partial H}{\partial\mathbf{u}} \delta\mathbf{u} dt \quad (15)$$

Si $\mathbf{x}(t_0)$ está especificada, entonces $\delta\mathbf{x}(t_0) = 0$.

Para una solución se requiere $\delta\bar{J} = 0$ para una variación arbitrario $\delta\mathbf{u}(t)$. Esto sucede solamente si

$$\frac{\partial H}{\partial\mathbf{u}} = 0 \quad (16)$$

en $t_0 \leq t \leq t_f$, está ecuación nos proporciona la ley de control.

4. DISEÑO DE LA LEY DE CONTROL

Si $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ son variables de estados del proceso en el tiempo t y $u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)$ son entradas de control al proceso en el tiempo t , entonces el sistema puede ser descrito por n ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (17)$$

en nuestro caso:

$$\dot{x}_1 = N_m f_N(T_g) \quad (18)$$

$$\dot{x}_2 = E(P_g - R_m(W_r + W_c))f_c \quad (19)$$

$$\dot{x}_3 = E(P_g - R_m(W_r + W_c))(1 - f_c) \quad (20)$$

$$\dot{x}_4 = G_v(C_o - C_i) + \varphi_{inj} + R - P_n\mu \quad (21)$$

$$\dot{x}_5 = \frac{k_v}{C_g}(T_o - T_g) + Q_{calef} + k_r(T_o - T_g) + k_s(T_s - T_g) + G\eta \quad (22)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{A_g}{V_g}(E_t - G_v(V_i - V_o)) \quad (23)$$

$$(24)$$

Para nuestro sistema se desea maximizar el número de nodos, la biomasa seca del dosel y raíz. Y minimizar el

flujo de CO₂, la temperatura y la humedad al interior del invernadero. Por ello el índice de desempeño se encuentra descrito de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2}[N^2(t_f) + W_r^2(t_f) + W_c^2(t_f) + C_i^2(t_f) + T_g^2(t_f) + V_i^2(t_f)] \\ &+ \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2}[-N^2(t) - W_r^2(t) - W_c^2(t) + C_i^2(t) + \varphi_{inj}^2(t) + T_g^2(t) + V_i^2(t)] dt \end{aligned}$$

En éste caso con las ecuaciones descritas del modelo dinámico del cultivo y microclima se construye la siguiente ecuación Hamiltoniana.

$$\begin{aligned} H(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t), t) &= \frac{1}{2}[-N^2(t) - W_r^2(t) - W_c^2(t) + C_i^2(t) + \varphi_{inj}^2(t) + \\ &T_g^2(t) + V_i^2(t)] + \lambda_1(t)f_1(t) + \lambda_2(t)f_2(t) + \lambda_3(t)f_3(t) \\ &+ \lambda_4(t)f_4(t) + \lambda_5(t)f_5(t) + \lambda_6(t)f_6(t) \end{aligned}$$

empleando la ecuación (13) se obtienen los siguientes co-estados:

$$\dot{\lambda}_1 = N + \lambda_2 \frac{\partial\dot{W}_c}{\partial N} + \lambda_3 \frac{\partial\dot{W}_r}{\partial N} + \lambda_4 \frac{\partial\dot{C}_i}{\partial N} + \lambda_6 \frac{\partial\dot{V}_i}{\partial N} \quad (25)$$

$$\dot{\lambda}_2 = W_c + \lambda_2 \frac{\partial\dot{W}_c}{\partial W_c} + \lambda_3 \frac{\partial\dot{W}_r}{\partial W_c} \quad (26)$$

$$\dot{\lambda}_3 = W_r + \lambda_2 \frac{\partial\dot{W}_c}{\partial W_r} + \lambda_3 \frac{\partial\dot{W}_r}{\partial W_r} \quad (27)$$

$$\dot{\lambda}_4 = -C_i + \lambda_2 \frac{\partial\dot{W}_c}{\partial C_i} + \lambda_3 \frac{\partial\dot{W}_r}{\partial C_i} + \lambda_4 \frac{\partial\dot{C}_i}{\partial C_i} \quad (28)$$

$$\dot{\lambda}_5 = -T_g + \lambda_1 \frac{\partial\dot{N}}{\partial T_g} + \lambda_2 \frac{\partial\dot{W}_c}{\partial T_g} + \lambda_3 \frac{\partial\dot{W}_r}{\partial T_g} + \lambda_4 \frac{\partial\dot{C}_i}{\partial T_g} + \lambda_5 \frac{\partial\dot{T}_g}{\partial T_g} + \lambda_6 \frac{\partial\dot{V}_i}{\partial T_g} \quad (29)$$

$$\dot{\lambda}_6 = -V_i + \lambda_6 \frac{\partial\dot{V}_i}{\partial V_i} \quad (30)$$

de la ecuación (16) se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial\mathbf{u}} &= \varphi_{inj} + \lambda_4 = 0 \\ \varphi_{inj} &= -\lambda_4 \end{aligned}$$

por lo tanto la ecuación (4) queda.

$$\frac{V_g}{A_g} \frac{d}{dt} C_i = G_v(C_o - C_i) - \lambda_4 + R - P_n\mu \quad (31)$$

Entonces para determinar el control $\mathbf{u}(t)$, se deben resolver las ecuaciones diferenciales de los estados y los co-estados del sistema dinámico.

5. SIMULACIÓN

En las siguientes Fig. 1-2 se muestran los resultados obtenidos de la simulación de los estados y co-estados del sistema dinámico, bajo la ley control óptima. Los cuales fueron resueltos con ode45 en **MATLAB**

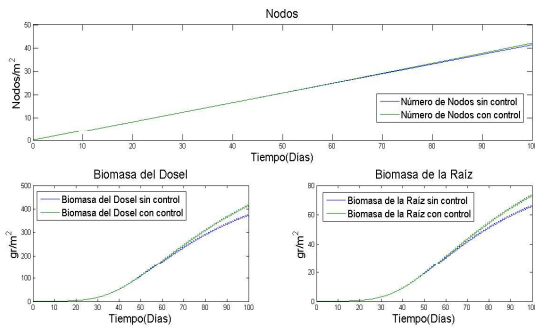


Figura 1. Variables relacionadas al cultivo.

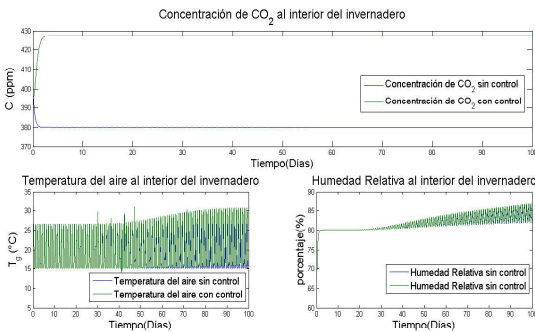


Figura 2. Variables relacionadas al invernadero.

De la Fig. 1 se puede observar que existe una ganancia de un nodo, así como en la biomasa del dosel (41 gr/m²) y raíz (7 gr/m²), las cuales representan un 11% de ganancia, los resultados son representados por metro cuadrado. En la Fig. 2 se observa que la concentración de CO₂ aumenta a 427 ppm, la temperatura aumenta hacia los 30 °C y la humedad también varía con la ley de control propuesta. Observando que el planteamiento es correcto y se obtienen ganancias se diseña un sistema de control electrónico.

6. DISEÑO DEL SISTEMA ELECTRÓNICO

Para el diseño del sistema electrónico control para regular la concentración de dióxido de carbono al interior del invernadero, se emplean diversos dispositivos entre los que se encuentran un sensor medidor de dióxido, una válvula proporcional, una tarjeta electrónica Arduino Due. A continuación se describirán a detalle los dispositivos empleados.

Sensor de Dióxido de Carbono (CO₂): El sensor K-30 (Fig. 3) es un sensor el cual mide la concentración de CO₂, dicho sensor es de bajo costo y de bajo consumo de potencia.



Figura 3. Sensor de CO₂ K-30.

Tarjeta Arduino Due: En esta tarjeta se implementarán los algoritmos de control P, PD y PID, la ventaja de esta tarjeta es que integra salidas analógicas (DAC) con una resolución de hasta 12 bits a 3.3 V. Con esta tarjeta se obtiene la lectura actual del sensor, y también se obtienen las salidas PWM para el actuador. Una desventaja es que la tarjeta sólo funciona a 3.3 V en sus salidas aproximadamente y la que se requiere para la unidad es de 0 a 10 V por lo tanto, se implementa un circuito para acoplar la señal.

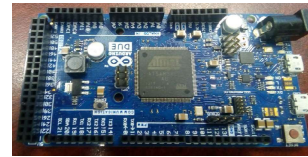
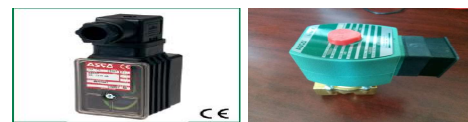


Figura 4. Tarjeta Arduino Due

Control de Flujo de CO₂: Para controlar el flujo de CO₂ se cuenta con una válvula proporcional marca ASCO Fig. 5(b), la cual cuenta con un controlador proporcional Fig. 5(a), constituido por un amplificador electrónico para modificar y amplificar la señal de entrada a una tensión de salida modulante para el control continuo de la solenoide ASCO series 8202 y 8203, para dicho funcionamiento requiere una señal por ancho de pulso (PWM) de 0 Vcc a 10 Vcc a una frecuencia de 300 Hz para aire o gas.



(a) Unidad (b) Electro válvula

Figura 5. (a) Unidad de control para solenoide ASCO, (b) Electro Válvula

6.1 Pruebas Físicas

En la implementación del sistema de control (Fig. 6), se consideran algunos algoritmos de control tales como: Proporcional

$$u(t_k) = k_p \tilde{e}(t_k) \quad (32)$$

Proporcional Derivativo

$$u(t_k) = k_p \tilde{e}(t_k) + k_v \text{euler}(t_k) \quad (33)$$

donde : $\text{euler}(t_k) = \frac{T(t_k) - T(t_{k-1})}{h}$

Proporcional Integral Derivativo

$$u(t_k) = k_p \dot{e}(t_k) + k_i \text{Int}(t_k) + k_v \text{euler}(t_k) \quad (34)$$

donde : $\text{Int}(t_k) = \text{Int}(t_{k-1}) + h\dot{e}(t_k)$

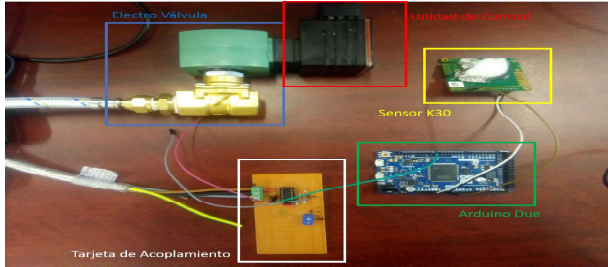


Figura 6. Sistema Electrónico.

las pruebas físicas se realizaron al interior de un invernadero de 8 x 4 m, en el cual existen variaciones de volumen de aire debido a que existen corrientes de aire presentes todo en tiempo. Esto ocasiona que las lecturas del sensor varíen y la señal de control generada cambie de acuerdo a cada algoritmo propuesto.

En la Fig. 7 se observa que tanto el control P y PD presentan bastante ruido, dicho ruido afecta el funcionamiento de la electro válvula debido a que su respuesta con ese tiempo genera vibraciones y calentamiento en la bobina. En el caso del controlador PID no presenta dicho ruido por lo que el funcionamiento de la electro válvula es adecuado ya que no presenta vibraciones y calentamiento, así se evita el deterioro de la misma.

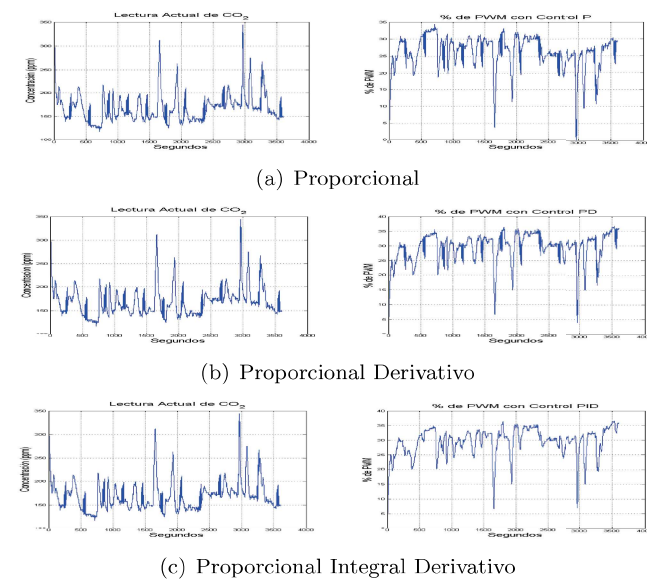


Figura 7. (a) Comportamiento de Control Proporcional, (b) Comportamiento de Control Proporcional Derivativo, (c) Comportamiento de Control Proporcional Integral Derivativo

7. CONCLUSIÓN

Como se observa en la Fig. 7, el que mejor comportamiento presenta es el control PID en un lapso de tiempo de una hora, debido a que la lectura del sensor cambia constantemente éste responde más rápido y con mayor precisión, y evita que existan vibraciones en la solenioide y se reduce el calentamiento.

También se puede observar que la lectura al interior del invernadero siempre esta por debajo de la concentración deseada por lo que la electro válvula mayormente se encuentra abierta y no presenta una reducción en el consumo de energía. Por ello se propone utilizar un generador CO₂, el cual lo genere a base de quema de gas natural o LP.

Para que el sistema llegue a la trayectoria deseada se pretende realizar un pre llenado de CO₂ y así poder visualizar que el sistema funciona correctamente.

REFERENCIAS

- Jones, J.W., Dayan, E., Allen, L., Van Keulen, H., and Challa, H. (1991). A dynamic tomato growth and yield model (tomgro). *Transactions of the ASAE*, 34(2), 663–6672.
- Kuroyanagi, T., Yasuba, K.i., Higashide, T., Iwasaki, Y., and Takaichi, M. (2014). Efficiency of carbon dioxide enrichment in an unventilated greenhouse. *Biosystems engineering*, 119, 58–68.
- Li, Y., Ding, Y., Li, D., and Miao, Z. (2018). Automatic carbon dioxide enrichment strategies in the greenhouse: A review. *Biosystems engineering*, 171, 101–119.
- Rodríguez, F., Berenguel, M., Guzmán, J.L., and Ramírez-Arias, A. (2015). *Modeling and control of greenhouse crop growth*. Springer.
- Seginer, I., van Straten, G., and van Beveren, P.J. (2017). Day-to-night heat storage in greenhouses: 1 optimisation for periodic weather. *Biosystems Engineering*, 161, 174–187.
- Tap, F. (2000). *Economics-based optimal control of greenhouse tomato crop production*. sn].
- Thongbai, P., Kozai, T., and Ohyama, K. (2010). CO₂ and air circulation effects on photosynthesis and transpiration of tomato seedlings. *Scientia Horticulturae*, 126(3), 338–344.
- Van Straten, G., van Willigenburg, G., van Henten, E., and van Ooteghem, R. (2010). *Optimal control of greenhouse cultivation*. CRC press.
- Wittwer, S. and Robb, W. (1964). Carbon dioxide enrichment of greenhouse atmospheres for food crop production. *Economic Botany*, 18(1), 34–56.

Bibliografía

- [1] Kiam Heong Ang, Gregory Chong, and Yun Li. Pid control system analysis, design, and technology. *IEEE transactions on control systems technology*, 13(4):559–576, 2005.
- [2] H Challa and AHCM Schapendonk. Dynamic optimalization of co2 concentration in relation to climate control in greenhouses. 1986.
- [3] H Challa and J Van de Vooren. A strategy for climate control in greenhouses in early winter production. In *Symposium on Computers in Greenhouse Climate Control 106*, pages 159–164, 1979.
- [4] Seán Dineen and S Dineen. *Multivariate calculus and geometry*. Springer, 2001.
- [5] C Duarte-Galvan, I Torres-Pacheco, RG Guevara-Gonzalez, RJ Romero-Troncoso, LM Contreras-Medina, MA Rios-Alcaraz, and JR Millan-Almaraz. Advantages and disadvantages of control theories applied in greenhouse climate control systems. *Spanish Journal of Agricultural Research*, 10(4):926–938, 2012.
- [6] B Gallego-Elvira, A Baille, B Martin-Gorriz, JF Maestre-Valero, and V Martínez-Alvarez. Energy balance and evaporation loss of an irrigation reservoir equipped with a suspended cover in a semiarid climate (south-eastern spain). *Hydrological Processes*, 25(11):1694–1703, 2011.
- [7] AP Gutierrez, DW Williams, and H Kido. A model of grape growth and development: the mathematical structure and biological considerations 1. *Crop science*, 25(5):721–728, 1985.
- [8] James W Jones, Ehud Dayan, LH Allen, Herman Van Keulen, and Hugo Challa. A dynamic tomato growth and yield model (tomgro). *Transactions of the ASAE*, 34(2):663–0672, 1991.
- [9] JW Jones, JW Mishoe, and KJ Boote. Soygro: Soybean crop growth model. *Minimum Data Sets for Agrotechnology Transfer*, page 83, 1983.
- [10] Takeshi Kuroyanagi, Ken-ichiro Yasuba, Tadahisa Higashide, Yasunaga Iwasaki, and Masuyuki Takaichi. Efficiency of carbon dioxide enrichment in an unventilated greenhouse. *Biosystems engineering*, 119:58–68, 2014.
- [11] Yongwei Li, Ying Ding, Daoliang Li, and Zheng Miao. Automatic carbon dioxide enrichment strategies in the greenhouse: A review. *Biosystems engineering*, 171:101–119, 2018.

-
- [12] Flor María Montero Solís, Juan Ignacio Valdez Hernández, Héctor Manuel De Los Santos Posadas, Víctor Manuel Cetina Alcalá, and Lázaro Rafael Sánchez Velásquez. Crecimiento inicial de especies arbóreas multipropósito en un terreno ganadero del norte de veracruz. *Revista mexicana de ciencias forestales*, 2(3):53–68, 2011.
- [13] Katsuhiko Ogata. *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación, 2003.
- [14] LD Ortega-Martínez, J Ocampo-Mendoza, E Sandoval-Castro, C Martínez-Valenzuela, A Huerta-De La Peña, and JL Jaramillo-Villanueva. Caracterización y funcionalidad de invernaderos en chignahuapan puebla, méxico. *Revista Bio Ciencias*, 2(4):261–270, 2014.
- [15] Francisco Rodríguez, Manuel Berenguel, José Luis Guzmán, and Armando Ramírez-Arias. *Modeling and control of greenhouse crop growth*. Springer, 2015.
- [16] MC Sánchez-Guerrero, P Lorenzo, E Medrano, N Castilla, T Soriano, and A Baille. Effect of variable co2 enrichment on greenhouse production in mild winter climates. *Agricultural and forest meteorology*, 132(3-4):244–252, 2005.
- [17] Ido Seginer, Gerrit van Straten, and Peter JM van Beveren. Day-to-night heat storage in greenhouses: 1 optimisation for periodic weather. *Biosystems Engineering*, 161:174–187, 2017.
- [18] Frank Tap. *Economics-based optimal control of greenhouse tomato crop production*. sn], 2000.
- [19] P Thongbai, T Kozai, and K Ohyama. Co2 and air circulation effects on photosynthesis and transpiration of tomato seedlings. *Scientia Horticulturae*, 126(3):338–344, 2010.
- [20] DL Valera, LJ Belmonte, FD Molina, and A López. Los invernaderos de almería. *Análisis de su tecnología y rentabilidad*. Cajamar (ed.) Cátedra Cajamar de Economía y Agroalimentación de la Universidad de Almería (ed) Almería (Spain), 2014.
- [21] Gerrit Van Straten, Gerard van Willigenburg, Eldert van Henten, and Rachel van Ooteghem. *Optimal control of greenhouse cultivation*. CRC press, 2010.
- [22] SH Wittwer and WM Robb. Carbon dioxide enrichment of greenhouse atmospheres for food crop production. *Economic Botany*, 18(1):34–56, 1964.