

**Benemérita Universidad Autónoma de Puebla  
Facultad de Ciencias de la Electrónica  
Maestría en Ciencias de la Electrónica,  
Opción en Automatización**



TESIS

**CONTROL DE POSICIÓN DE UN ROBOT  
MANIPULADOR DE TRES GRADOS DE LIBERTAD**

Presentada para obtener el título de:  
**Maestro en Ciencias de la Electrónica  
Opción en Automatización**

Presenta: **Ing. Abril Lucia Rivera Zurita\***

Directores de tesis: **Dr. José Fernando Reyes Cortés  
Dra. Olga Guadalupe Félix Beltrán**

Puebla, Pue., diciembre de 2019.

\*BECARIO CONACYT

# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>VII</b>
<b>Resumen</b>	<b>VIII</b>
<b>Introducción</b>	<b>IX</b>
<b>Objetivos</b>	<b>X</b>
<b>Organización de la tesis</b>	<b>XI</b>
<b>1. Estado del arte</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	1
1.1.1. Transmisión directa . . . . .	3
1.1.2. Primeras plataformas experimentales . . . . .	4
1.2. Plataformas experimentales en México . . . . .	6
<b>2. Arquitectura de la plataforma</b>	<b>9</b>
2.1. Robot manipulador antropomórfico . . . . .	10
2.1.1. Espacio de trabajo . . . . .	11
2.2. Servomotores de transmisión directa . . . . .	12
2.3. Tarjeta de adquisición de datos . . . . .	14
2.4. Implementación . . . . .	15
2.4.1. Lectura de encoders . . . . .	18
2.4.2. Ganancia de los servoamplificadores . . . . .	19
2.5. Interfaz . . . . .	20
2.6. Medidas de seguridad . . . . .	23
<b>3. Modelo dinámico</b>	<b>24</b>
3.1. Propiedades del modelo dinámico . . . . .	24
3.2. Cinemática . . . . .	28

3.2.1. Convención Denavit-Hartenberg . . . . .	29
3.2.2. Método geométrico . . . . .	31
3.3. Cinemática diferencial . . . . .	32
3.4. Energía cinética . . . . .	34
3.5. Energía potencial . . . . .	36
3.6. Ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange . . . . .	37
<b>4. Estimación de parámetros</b>	<b>39</b>
4.1. Introducción . . . . .	39
4.2. Método de mínimos cuadrados recursivo . . . . .	40
4.2.1. Modelo dinámico . . . . .	42
4.2.2. Modelo de energía total . . . . .	42
4.3. Señal de excitación persistente . . . . .	43
4.4. Identificación paramétrica . . . . .	43
4.4.1. Mediciones directas . . . . .	44
4.4.2. Identificación secuencial . . . . .	44
4.5. Comparación: simulación y resultados experimentales . . . . .	48
<b>5. Control de posición</b>	<b>54</b>
5.1. Introducción . . . . .	54
5.2. Regulación . . . . .	55
5.2.1. Moldeo de energía . . . . .	55
5.3. Controlador de posición $e^{cosh^m(\cdot)}$ . . . . .	56
5.4. Resultados experimentales . . . . .	59
5.4.1. Índice de desempeño . . . . .	65
<b>6. Aplicación de un robot manipulador</b>	<b>66</b>
6.1. Control punto a punto . . . . .	68
<b>Conclusiones</b>	<b>71</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>72</b>
<b>Apéndice A. Participación Congreso</b>	<b>74</b>
Evidencias de participación en Congreso . . . . .	74

# Índice de figuras

1.1. Motor con engranaje vs motor transmisión directa[5] . . . . .	3
1.2. (A)C.M.U. DD Arm Model I. (B)M.T.I. DD Arm Model I. (C)M.T.I. DD Arm Model II. (D)M.T.I. DD Arm Model III. (E)M.T.I. DD Arm Model IV. (F) AdeptOne DD Robot. (G)Matsushita DD Robot. (H) Shin DD Robot. [4] . . . . .	5
1.3. (a)CICESE Pelican 2 gdl.(b)BUAP ROTRADI 3 gdl. (c)Instituto Tecnológico de La Laguna Robot 2 gdl. (d)Universidad Tecnológica de la Mixteca Péndulo Robot 1 gdl. . . . .	7
2.1. Rotradi IV . . . . .	9
2.2. Equivalencia . . . . .	10
2.3. Tipos de articulaciones [14] . . . . .	11
2.4. Espacio de trabajo . . . . .	11
2.5. Sistema Dynaserv [3] . . . . .	12
2.6. Vista de un Dynaserv servomotor serie DM [5] . . . . .	12
2.7. Zonas de trabajo del servomotor . . . . .	13
2.8. Encoder óptico incremental [14] . . . . .	14
2.9. Tarjeta LC228 . . . . .	14
2.10. Layout conector J6 . . . . .	15
2.11. Diagrama entradas/salidas. . . . .	16
2.12. A) Servoamplificador. B)Respuesta del servoamplificador . . . . .	16
2.13. Diagrama de flujo. . . . .	17
2.14. Proyecto en Visual Studio C. . . . .	18
2.15. Esquema de lectura del encoder . . . . .	19
2.16. Interfaz. . . . .	21
2.17. Diagrama de transferencia de archivos . . . . .	21
2.18. Esquema general de la plataforma experimental robótica. . . . .	22
2.19. Vista 1. Plataforma experimental. . . . .	22
2.20. Vista 2. Plataforma experimental. . . . .	23

3.1. Sistemas de coordenadas $\Sigma_n$ asignado por el método Denavit-Hartenberg. . . . .	29
3.2. Robot antropomórfico con sistemas de referencias. . . . .	31
3.3. Vista superior del robot manipulador. . . . .	32
4.1. Esquema de identificación off-line. . . . .	43
4.2. Posición articular del péndulo . . . . .	48
4.3. Velocidad articular del péndulo. . . . .	49
4.4. Posición articular de centrífuga . . . . .	50
4.5. Velocidad articular de centrífuga . . . . .	50
4.6. Posición articular del hombro robot 2gdl . . . . .	51
4.7. Velocidad articular del hombro robot 2 gdl . . . . .	52
4.8. Posición articular del codo robot 2 gdl . . . . .	52
4.9. Velocidad articular del codo robot 2 gdl . . . . .	53
5.1. Error de posición $\tilde{q}_3$ . . . . .	60
5.2. Acercamiento a la gráfica de error de posición $\tilde{q}_3$ . . . . .	61
5.3. Toque aplicado al codo $\tau_3$ . . . . .	61
5.4. Acercamiento a la gráfica de error de posición $\tilde{q}_2$ . . . . .	62
5.5. Error de posición $\tilde{q}_2$ . . . . .	62
5.6. Toque aplicado al hombro $\tau_2$ . . . . .	63
5.7. Acercamiento a la gráfica de error de posición $\tilde{q}_3$ . . . . .	63
5.8. Error de posición $\tilde{q}_3$ . . . . .	64
5.9. Toque aplicado a la base $\tau_3$ . . . . .	64
5.10. Índice de desempeño . . . . .	65
6.1. Robots manipuladores en la industria . . . . .	66
6.2. Control punto punto . . . . .	68
6.3. A) Zona de trabajo .B) Garra . . . . .	69
6.4. Robot toma vaso de uniceL . . . . .	70
6.5. Robot termina rutina de traslado . . . . .	70

# Índice de tablas

2.1. Clasificación de robots [3] . . . . .	10
2.2. Servomotores . . . . .	13
3.1. Parámetros del robot de 3 gdl. . . . .	28
3.2. Parámetros . . . . .	29
4.1. Parámetros de mediciones físicas . . . . .	44
4.2. Parámetros del péndulo . . . . .	45
4.3. Parámetros de centrífuga . . . . .	46
4.4. Parámetros robot manipulador 2 gdl . . . . .	47
4.5. Parámetros del péndulo . . . . .	49
4.6. Parámetros de centrífuga . . . . .	51
4.7. Parámetros de Robot de 2 grados de libertad . . . . .	53
6.1. Clasificación de las aplicaciones industriales de la robótica . . . . .	67

# Agradecimientos

Quiero expresar mi enorme agradecimiento a mis padres Ramona y Orlando por ser mi ejemplo de esfuerzo, constancia y trabajo, por brindarme su amor, guía y apoyo en cada etapa de mi vida. A mis hermanos Orlando y Uri por su amor, amistad, compañía e inspirarme a ser mejor.

A mi esposo Edmundo por ser mi compañero de vida y de aula, por brindarme todo su amor, comprensión, apoyo y por siempre animarme a seguir adelante.

A el Dr. Fernando Reyes Cortés por compartir su conocimiento y experiencia que con esfuerzo y trabajo ha adquirido. Agradezco su confianza, paciencia y guía en este trabajo de tesis.

A la Dra. Olga Félix Beltrán como asesora y coordinadora del posgrado, agradezco los consejos y por por compartir su conocimiento y experiencia.

Al jurado evaluador por tomarse el tiempo de realizar las revisiones, las observaciones y aportes a lo largo de este proyecto.

A mis profesores de maestría por compartir su conocimiento y experiencia.

A Edmundo, Jose, Daniel, Edwin, Carolina, Carlos y Daniel Marcelo por brindarme su amistad.

Finalmente al Consejo Nacional de Ciencias y Tecnología por la beca otorgada para realizar mis estudios de maestría.

# Resumen

La robótica es un campo interdisciplinario que involucra disciplinas como informática, mecánica, electrónica y teoría de control, es así que los robots manipuladores como plataformas experimentales ofrecen a la comunidad científica un escenario interesante para la formulación de problemas tanto teóricos como prácticos.

En este trabajo se aborda el control de posición de un robot manipulador de 3 grados de libertad desde un punto de vista teórico-experimental, se considera que el robot se desplaza libremente en su espacio de trabajo.

Desde el punto de vista práctico se realiza la puesta en marcha de la plataforma robótica, se implementan en tiempo real algoritmos de control de posición y la aplicación que realiza el robot es el traslado de vasos de unicel.

Desde un punto de vista teórico se propone de una familia de controladores basados en el método de moldeo de energía, demostrando estabilidad asintóticamente global por medio de una función estricta de Lyapunov, cabe destacar que pertenece a controladores de tipo saturados. De la misma forma se presenta la deducción del modelo dinámico del robot manipulador de tres grados de libertad con eslabones rígidos utilizando el formalismo de Euler-Lagrange, para finalmente realizar la estimación de los parámetros del modelo dinámico del robot donde los parámetros a estimar son: masa, centro de masa y elementos del tensor de inercia de cada eslabón. La identificación de los parámetros se realiza de manera off-line, con la técnica de mínimos cuadrados estándar.

# Introducción

La robótica un área de investigación en constante desarrollo, por lo que los robots adquieren aplicaciones cada vez más avanzadas, generando la necesidad de que sus movimientos sean cada vez más precisos y rápidos. Actualmente en la industria, los avances han generado que procesos se automaticen en gran medida, sin embargo los robots se encuentran presentes en varios sectores de la sociedad como medicina, entretenimiento, agricultura, construcción, esto debido a la multifuncionalidad y la capacidad de reprogramación.

La evolución de los sistemas de automatización a sistemas robóticos ha tenido lugar en dos etapas[6]. En la primera etapa, se encuentran los primeros robots y la mayoría de los que se usan actualmente, se desarrollaron como una forma de automatización programada, sin reaccionar a su entorno o a cambios en el. Al agregar sensores y otros dispositivos el robot puede reconocer su entorno, sin embargo esto no implica que interactue con su entorno en forma autónoma. En la segunda etapa de desarrollo, la del robot interactivo, que puede aprender y reaccionar a los cambios en su entorno físico.

En este trabajo se realizó la puesta en operación de una plataforma experimental, donde el elemento de estudio es un robot manipulador antropomórfico de transmisión directa de 3 grados de libertad. Este proyecto está enfocado al control de posición articular de robots manipuladores que se desplazan libremente en su espacio de trabajo.

El desarrollo de una plataforma robótica permite abordar problemas científicos tales como control de posición, identificación paramétrica, entre otros, no obstante también se pueden desarrollar diferentes aplicaciones que no se encuentran estrictamente dentro del ámbito científico, se presenta la implementación de traslado de objetos, esto considerando que el robot no interactúa con su entorno de forma autónoma.

La principal motivación de este trabajo de tesis es visualizar el impacto y beneficios que tiene una plataforma experimental en un centro investigación.

# Objetivos

## Objetivos general

El objetivo fundamental de la presente propuesta es la puesta en operación de una plataforma robótica para realizar la evaluación de algoritmos de control e implementación de aplicaciones en control automático.

## Objetivos particulares

1. Desarrollar la interface electrónica para acondicionar señales y comandos entre la computadora y el robot manipulador.
2. Desarrollar la programación de las subrutinas de adquisición de datos, envío de par, retorno de casa y funciones de protección del sistema mecánico.
3. Desarrollar la comunicación serial USB para el enlace con Matlab.
4. Deducir el modelo dinámico del robot manipulador de tres grados de libertad.
5. Diseñar un algoritmo de control de posición.
6. Evaluar experimentalmente algoritmos de control de posición.
7. Realizar la identificación paramétrica de los parámetros del robot manipulador.
8. Incorporar las de funciones de comunicación por Bluetooth, Wifi y Ethernet.
9. Implementación de la aplicación traslado de objetos (vasos de unicel).
10. Publicación de los resultados de tesis en revista (arbitraria/indexada) y congreso arbitrario.

# Organización de la tesis

Este documento se divide en seis capítulos, en el *primer capítulo* se realiza la revisión bibliográfica sobre el desarrollo de plantas experimentales de robots manipuladores de transmisión directa en laboratorios y algunas investigaciones actuales en México.

En el *segundo capítulo* se muestran los elementos que conforman a la plataforma robótica, la instrumentación electrónica usada para la comunicación entre el robot y la computadora. Se presenta la interfaz para el análisis de los datos experimentales.

En el *tercer capítulo* se deduce del modelo dinámico de tres grados de libertad bajo el formalismo de Euler-Lagrange. La cinemática directa se obtiene por dos métodos el geométrico y el método de Denavit-Hartenberg, se realiza una comparación.

En el *cuarto capítulo*, se presenta la metodología usada para la estimación de los parámetros del robot manipulador, utilizando el método de mínimos cuadrados recursivo. Se presentan la validación de los parámetros mediante la simulación de dinámica del robot en MATLAB 2018b

En el *quinto capítulo* se propone una familia de controladores de posición basados en el método de moldeo de energía, demostrando existencia y unicidad del punto de equilibrio y por medio de una función candidata estricta de Lyapunov se demuestra de estabilidad asintótica global. Como resultado se presentan gráficas de error de posición y torques.

Finalmente, en el *sexto capítulo* se muestra la aplicación de traslado de objetos.



# Capítulo 1

## Estado del arte

En esta sección se presentan los primeros prototipos de robots manipuladores utilizando la tecnología Direct Drive o transmisión directa, estos prototipos fueron diseñados y construidos en centros de investigación. También se presentan las plataformas robóticas reportadas que utilizan la tecnología Direct Drive en laboratorios de México.

### 1.1. Antecedentes

La palabra robot tiene origen en la palabra eslava *robota*, que hace referencia al trabajo realizado de forma forzada, fue usada por primera vez por el escritor checo Karel Capek en su obra de teatro *Rossum's Universal Robots*, en 1921[1].

El concepto de robot ha tomado diferentes definiciones de acuerdo a las siguientes organizaciones:

1. Organización Internacional para la Estandarización (ISO).  
*Máquina en la que el mecanismo generalmente consiste en una serie de segmentos, articulados o deslizantes uno con respecto al otro, con el propósito de agarrar y/o mover objetos (piezas o herramientas) generalmente de varios grados de libertad. Un manipulador puede ser controlado por un operador, un controlador electrónico programable o cualquier sistema lógico [2].*
2. Robot Institute of America (RIA).  
*Un robot es un manipulador multifuncional reprogramable diseñado para mover materiales, piezas, herramientas o dispositivos especializados a través de varios movimientos programados para la realización de una variedad de tareas.*

3. European Commision.

*Un robot es una máquina de autocontrol y acción independiente, equipada con herramientas específicas para manejar o mecanizar y cuyos movimientos son programables con respecto a la orientación, posición y secuencia.*

4. Japanese Industrial Robot Association (JIRA).

Realiza la definicion de acuerdo con la siguiente clasificación [6]:

4.1 Clase 1. Dispositivo de manejo manual.

*Dispositivo con varios grados de libertad accionado por un operador.*

4.2 Clase 2. Robot de secuencia fija.

*Dispositivo de manejo que realiza las etapas sucesivas de una tarea de acuerdo con un método predeterminado e inmutable, que generalmente es difícil de modificar.*

4.3 Clase 3. Robot de secuencia variable.

*El mismo tipo de dispositivo de manejo que en la clase 2, pero las etapas se pueden modificar fácilmente.*

4.4 Clase 4. Robot Playback.

*El operador humano realiza la tarea manualmente liderando el control del robot, que registra las trayectorias. Esta información se recupera cuando es necesario, y el robot puede realizar la tarea en modo automático.*

4.5 Clase 5. Robot de control numérico.

*El operador humano proporciona al robot un programa de movimiento en lugar de enseñarle la tarea manualmente.*

4.6 Clase 6. Robot inteligente.

*Un robot con los medios para comprender su entorno y la capacidad de completar con éxito una tarea a pesar de los cambios en las condiciones circundantes en las que se debe realizar.*

5. International Federation of Robotics (IFR).

*Un robot que opera de forma semi o totalmente autónoma para realizar servicios útiles para el bienestar de los humanos y los equipos, excluyendo las operaciones de fabricación.*

Las definiciones son simulares pues presentan conceptos de reprogramación y la multifuncionalidad, para este trabajo un robot manipulador se puede definir bajo la norma ISO 8373:2012.

### 1.1.1. Transmisión directa

Transmisión directa, accionamiento directo o Direct Drive (*DD*) hace referencia a un tipo de transmisión que aparecen debido a la necesidad de precisión y velocidad en las tareas realizadas por los robots, su uso presenta ventajas como: posicionamiento rápido y preciso, se elimina el juego angular, se reduce significativamente la fricción y simplifica el sistema mecánico y el modelo dinámico. Sin embargo, en el diseño del robot manipuladores se debe contemplar que los motores deben proporcionar un par elevado, esto debido a que la articulación anterior debe mover tanto el eslabón como el motor [8]. La figura 1.1 muestra el interior del motor de transmisión directa la de Dynaserv en comparación con un motor convencional con reductor de engranajes.

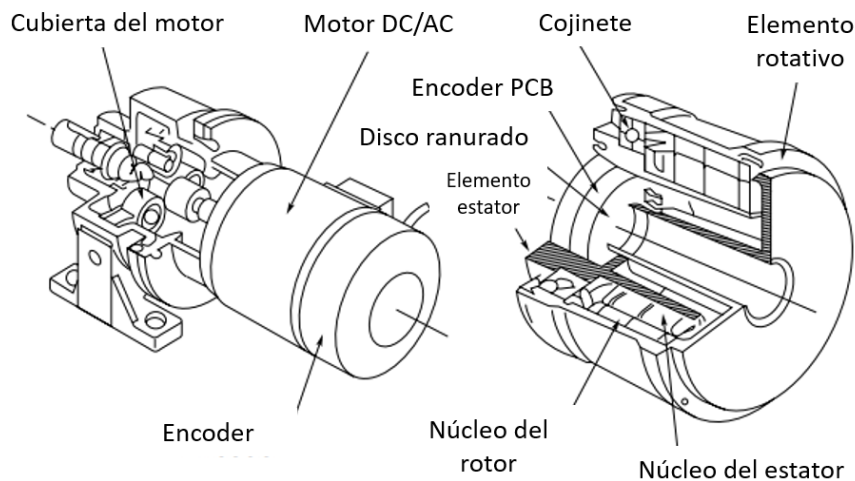


Figura 1.1: Motor con engranaje vs motor transmisión directa[5]

Los motores empleados regularmente son los motores síncronos y motores DC sin escobillas (brushless), este tipo de motores tienen imanes permanentes generalmente de samario-cobalto. También se utilizan motores de inducción de reluctancia variable [14].

El concepto de un robot de transmisión directa fue establecido por primera vez por Haruhiko Asada en 1980, se define como un brazo mecánico en el que todas o parte de las articulaciones activas del brazo se accionan con una transmisión eléctrica en la que no se utiliza reductor de engranajes. El rotor de un motor eléctrico está acoplado directamente a la carga [4]. En general un sistema de transmisión directa acoplan la carga directamente al motor sin el uso de correas o engranajes.

### 1.1.2. Primeras plataformas experimentales

En 1981, Haruhiko Asada y T. Kanade desarrollaron el primer prototipo en el Instituto de Robótica de la Universidad Carnegie Mellon, el brazo manipulador de seis gdl llamado DD Arm Model I (Figura 1.2A) fue construido de fundición de aluminio, pesando 250 kg, la longitud del brazo de 1 m, la carga externa máxima es de 6 kg [4][8].

El CMU DD Arm II es el segundo brazo de transmisión directa diseñado y construido en el Robotics Institute, Carnegie Mellon University por T. Kanade y D. Schmitz. Un robot manipulador de 6 seis gdl, en el que todas las articulaciones son de transmisión directa y con motores DC brushless con imanes de samario-cobalto. Fabricado en aluminio y con un peso de 35 kg. con el fin de mejorar el rendimiento[9].

El brazo de transmisión directa MIT Serial Link (Figura 1.2B) fue diseñado y construido Laboratorio de inteligencia artificial del Instituto de Tecnología de Massachusetts por H. Asada y K. Youcef-Toumi en 1983. Desarrollaron un brazo manipulador de 3 gdl con motores de DC brushless con imanes samario-cobalto. La primera articulación gira todo el cuerpo superior alrededor del eje vertical, la segunda articulación gira el antebrazo alrededor de la línea central del brazo superior y la tercera articulación está situada en el codo [4][10].

DD Arm Model II (Figura 1.2C) fue desarrollado por el mismo grupo en M.I.T. 1983-1984. Para este brazo, emplearon un mecanismo de transmisión paralelo, los dos motores superiores, ubicados en el bastidor base, accionan los dos enlaces de entrada del mecanismo de paralelogramo, lo que provoca un movimiento vertical de 2 gdl en la punta del brazo, otra característica es la técnica para el balanceo de masa dinámico y el desacoplamiento.

DD Arm Model III (Figura. 1.2D) construido de material ligero y resistente compuesto de grafito. La rigidez y la inercia mejoraron significativamente y la frecuencia natural incrementó a 70 Hz, mientras que el Modelo II, que estaba hecho de aluminio, tenía una frecuencia natural de 14 Hz. DD III se movió más rápido que DD II.

Debido a que DD Arm Modelo III se encontraba desacoplado, se implementó un controlador PWM, donde se realizaron pruebas de control de posición y control de par.

Otro aporte fue la investigación sobre control de Trayectoria y fuerza realizada por Chae Hun An en 1986[11], donde se utilizó el M.I.T. DD Arm I y un robot PUMA para hacer estimaciones de parámetros inerciales considerando la ecuación de Newton Euler.

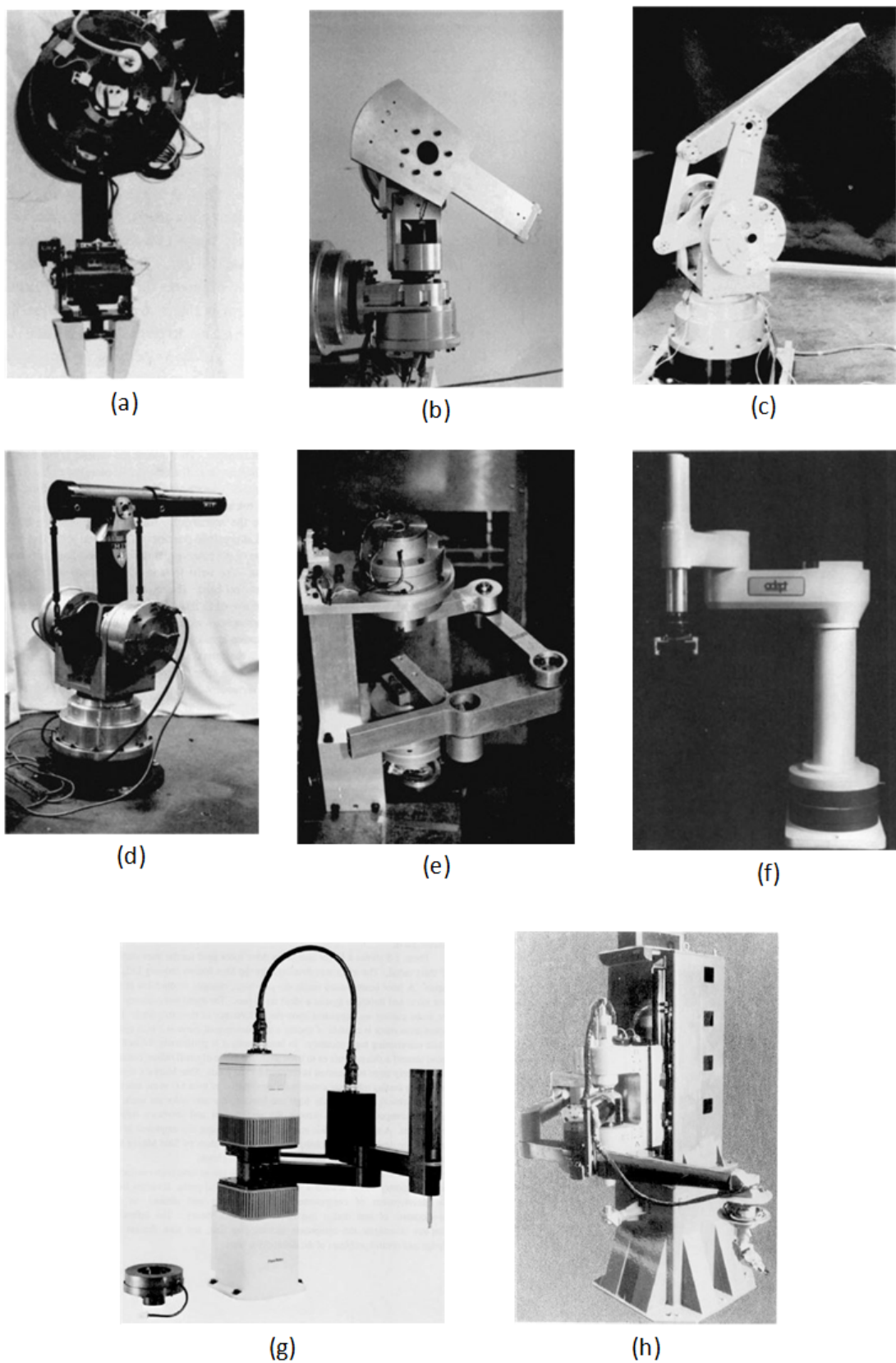


Figura 1.2: (A)C.M.U. DD Arm Model I. (B)M.T.I. DD Arm Model I. (C)M.T.I. DD Arm Model II. (D)M.T.I. DD Arm Model III. (E)M.T.I. DD Arm Model IV. (F) AdeptOne DD Robot. (G)Matsushita DD Robot. (H) Shin DD Robot. [4]

En DD Arm Model IV (Figura 1.2E) los dos motores se encontraban alineados en un eje vertical accionan el mecanismo de paralelogramo horizontal. Dado que el movimiento del enlace está restringido dentro de un plano horizontal, ninguna carga de gravedad actúa sobre los dos motores. Los robots con este tipo de construcción cinemática a menudo se denominan robots SCARA.

El primer robot de accionamiento directo comercializado empleó la misma construcción cinemática que el robot SCARA, el robot AdeplOne direct drive (Figura 1.2f) desarrollado por ADEPT Technology Inc., en Sunnyvale, California, en 1983. El brazo tiene 4 gdl, sus dos motores están ubicados en la base que producen el movimiento del enlace horizontal. Los otros dos motores están en el antebrazo: uno acciona el tornillo de avance que produce un movimiento de traslación a lo largo del eje vertical, mientras que el otro gira la pinza alrededor del eje vertical.

El robot Matsushita de transmisión directa (Figura 1.2g) comercializado por Matsushita Electric Industrial Co., Ltd., Osaka, Japón, tiene una cinemática de un mecanismo de paralelogramo horizontal, sus motores de par sin escobillas con imanes de Samario-Cobalto. Una sus características es que el motor, cuando se incorpora con un amplificador de accionamiento de alto rendimiento, tiene una buena linealidad, al tiempo que produce un gran par motor con una pequeña onda de torsión. Esto permite mejorar la precisión del control de posicionamiento y del control del par.

El robot Shin DD Robot (Figura 1.2H) es el robot de mayor tamaño utilizado para el corte por láser de chapa, desarrollado por Shin Meiwa Industry Ltd., en Japón. En el corte por láser es difícil moverse alrededor de una esquina afilada o trazar una curva de radio pequeño, porque se requiere una aceleración grande, para lograr una aceleración alta, los enlaces del brazo están hechos de material compuesto de grafito.

## 1.2. Plataformas experimentales en México

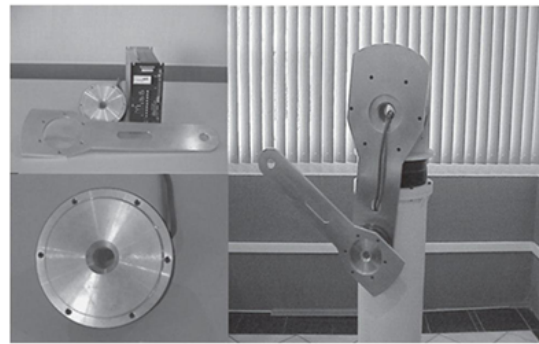
Pelican Direct Driver (Figura 1.3A) fue el primer robot de transmisión directa en México, el robot manipulador de 2 gdl libertad fue puesto en operación en el laboratorio de robótica del Centro de Investigación Científica y de Estudios Superiores de Ensenada (CICESE) por Rafael Kelly en 1984 [3][12].

En 1988 fue puesto en operación el primer robot de transmisión directa de 3 gdl de México, ROTRADI (Fig. 1.3B) fue diseñado y construido por Fernando Reyes Cortes, actualmente se encuentra en el Laboratorio de Robótica y Control de la Benemérita

Universidad Autónoma de Puebla. El robot se mueve en un espacio tridimensional, su programación se realiza en lenguaje C, en tiempo real, teniendo un período de muestreo de 2.5 milisegundos, construido de aluminio 6061, con servomotores de transmisión directa por cada articulación [3].



(A)



(B)



(C)



(D)

*Figura 1.3: (a)CICESE Pelican 2 gdl. (b)BUAP ROTRADI 3 gdl. (c)Instituto Tecnológico de La Laguna Robot 2 gdl. (d)Universidad Tecnológica de la Mixteca Péndulo Robot 1 gdl.*

Otra plataforma experimental un robot manipulador de 2 gdl se encuentra en el Laboratorio de Mecatrónica y Control del Instituto Tecnológico de La Laguna, fue diseñado y construido en el Laboratorio de Robótica del Centro de Investigación CICESE. El brazo de transmisión directa tiene dos enlaces rígidos verticales (Figura 1.3C), los motores de

alto par, brushless y de transmisión directa. Los motores funcionan en modo de par, utilizan una tarjeta de control de movimiento basada en un microprocesador de punto flotante TMS320C31 de 32 bits de Texas Instruments para ejecutar el algoritmo de control [13].

En 2012 Jorge Barahona diseñó y construyó un robot péndulo de un grado de libertad (Figura 1.3D) en la Universidad Tecnológica de la Mixteca, utilizando servomotores Dynaserv y la tarjeta de adquisición de datos Humusoft MF624.

Actualmente el Laboratorio de Robótica de la Facultad de Ciencias de la Electrónica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla cuenta con 5 robots de transmisión directa de 3 gdl y un péndulo robot de transmisión directa.

Finalmente se puede concluir que la investigación y desarrollo de robots manipuladores se ha desarrollado desde el ámbito académico hasta la industria. El desarrollo de este tipo plataformas robóticas han desencadenado el desarrollo de componentes, como motores y sensores, hasta el desarrollo del diseño de estructuras mecánicas de brazos y la teoría de control.

## Capítulo 2

# Arquitectura de la plataforma

En esta sección se plantean los elementos que conforman la plataforma experimental robótica, en general un robot esta formado por la estructura mecánica, transmisiones, sistema de accionamiento, sensores, instrumentación de control y un efector final, sin embargo la mayoría son de arquitectura cerrada, de este modo la plataforma tiene la principal ventaja de ser de *arquitectura abierta*, esto implica que pueden ser modificados elementos de hardware y software por el usuario.

La plataforma se encuentra en el Laboratorio de Control y Robótica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, consiste de una computadora, tarjeta de adquisición de datos y un robot. Rotradi IV es un robot manipulador de transmisión directa con 3 grados de libertad y el material de los eslabones es aluminio 6061.



*Figura 2.1: Rotradi IV*

Actualmente existen una gran cantidad de tipos de robots por lo que realizar una clasificación es una tarea compleja debido a su versatilidad, de este modo basándonos en su morfología, los robots se pueden dividir de acuerdo a la tabla 2.1 .

Moviles	Terrestres: ruedas, patas Submarinos, aéreo-espaciales
Humanoides	Diseño complejo
Industriales	Brazos mecánicos, Robots manipuladores

Tabla 2.1: Clasificación de robots [3]

El robot de la plataforma experimental es un robot manipulador y se encuentra dentro de la categoría de robot industrial, sin embargo debido a su morfología se encuentra presenta en sectores como medicina, entretenimiento, agricultura, entre otros.

## 2.1. Robot manipulador antropomórfico

El robot esta formado por una serie de eslabones y articulaciones que se encuentran en cadena cinemática abierta. Rotradi es un robot manipulador antropomórfico, llamado así debido a la similitud que tiene con la anatomía del brazo humano. Los eslabones se numeran consecutivamente partiendo de la base hasta el n-ésimo eslabón.

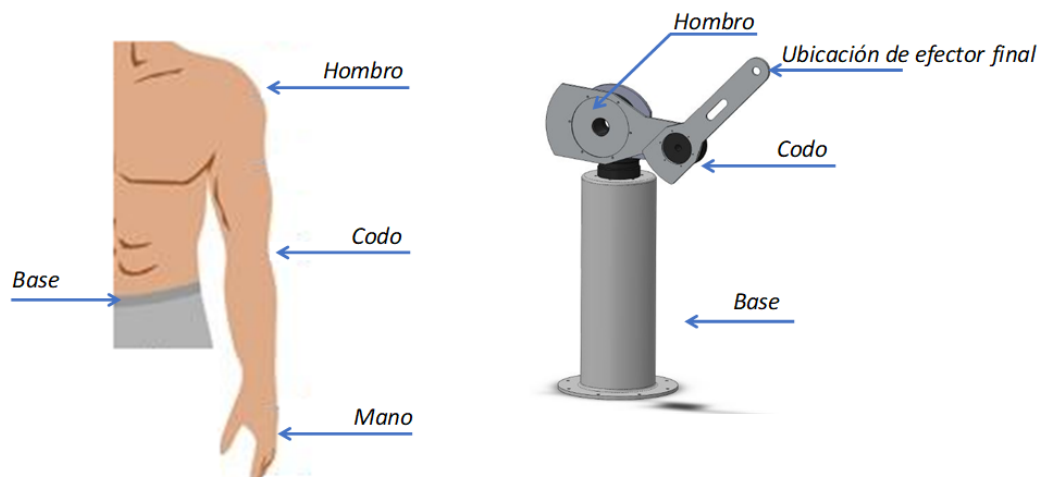


Figura 2.2: Equivalencia

En robótica cada uno de los movimientos independientes que puede realizar cada articulación con respecto a la anterior, se denomina grado de libertad [14]. Se considera que

el movimiento de cada articulación puede ser desplazamiento lineal o angular, o bien, una combinación de ambos. Rotradi IV cuenta con tres grados de libertad y todas sus articulaciones son de tipo rotacional.

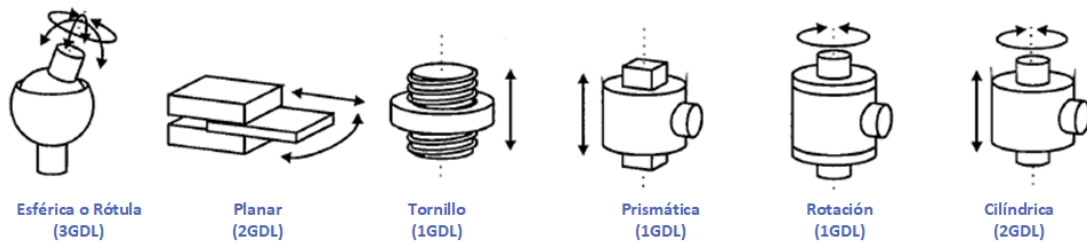


Figura 2.3: Tipos de articulaciones [14]

### 2.1.1. Espacio de trabajo

El espacio de trabajo se define como el lugar donde el robot puede moverse y está determinado por la geometría y el tipo de articulaciones. El robot se mueve en un espacio tridimensional y su espacio de trabajo es una esfera hueca donde el radio es la suma de las longitudes de sus eslabones.

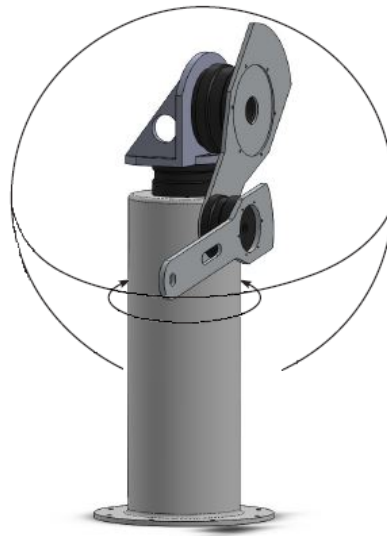


Figura 2.4: Espacio de trabajo

## 2.2. Servomotores de transmisión directa

Un servomotor convencional esta compuesto por motor eléctrico, sensor de posición y el amplificador electrónico, o servoamplificador. Un servoamplificador esta constituido por microprocesadores y electrónica de potencia que acondiciona la señal que proviene del sistema de control. El robot cuenta con servomotores de transmisión directa Dynaserv de la serie DM, la figura 2.5 muestra el motor y el servoamplificador.

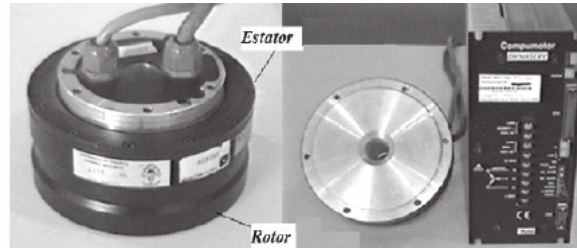


Figura 2.5: Sistema Dynaserv [3]

Un servomotor de transmisión directa es una fuente par, es decir, el par que proporciona como salida se mantiene en magnitud y signo independientemente de la carga que desplace [3]. En la figura 2.3 se muestra el despiece de un servomotor.

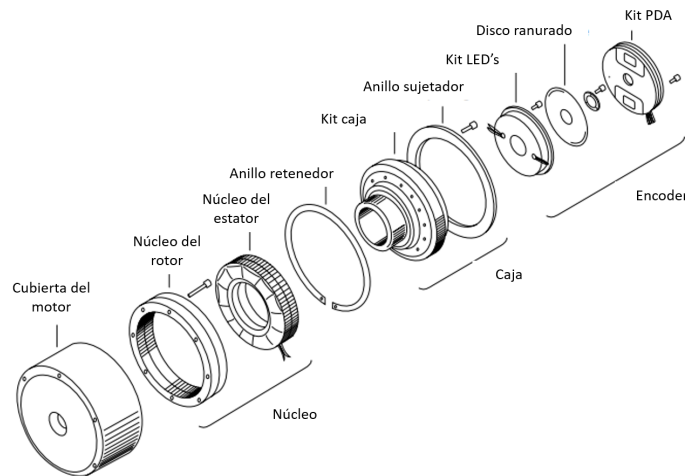


Figura 2.6: Vista de un Dynaserv servomotor serie DM [5]

Los servomotores tienen tres modos de operación: posición, velocidad y par, en este trabajo se configuran los servomotores en modo *par*. La respuesta de un servomotor de par se

encuentra en el primer y tercer cuadrante, con dos secciones: zona de saturación y zona lineal [3].

- ii. La saturación del servomotor ocurre cuando un controlador demanda una cantidad mayor de par que la que el actuador es capaz de proporcionar. Algunos efectos producidos por la saturación son juego mecánico, oscilaciones.
- i. La zona lineal es cuando el par solicitado es menor al par máximo [3].

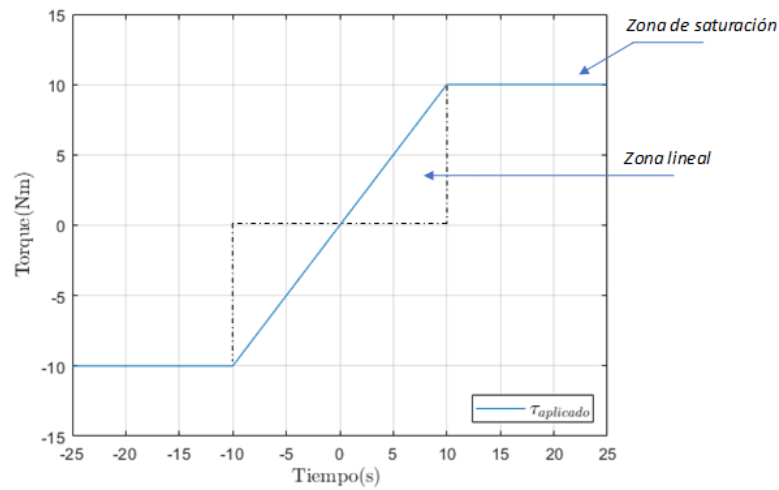


Figura 2.7: Zonas de trabajo del servomotor

La siguiente tabla muestra las características de los servomotores del robot.

Eslabón	Matrícula	Torque	Resolución	Velocidad
Base	DM1015B	15 Nm	655360	2.0 rps
Hombro	DM1050A	50 Nm	1024000	1.0 rps
Codo	DM1004B	4 Nm	655360	2.5 rps

Tabla 2.2: Servomotores

El robot cuenta con encoders ópticos incrementales por cada articulación, estos consisten en una fuente de luz que se encuentra frente a un disco giratorio con ranuras y en la parte posterior se encuentran celdas sensibles a la luz, de esta forma se genera un pulso cada vez que la luz pasa por una ranura, la luz es detectada produciendo un tren de pulsos que indican el ángulo que se movió la articulación.

Los encoders incrementales de cuadratura tienen como salida cuatro señales  $A$ ,  $A^*$ ,  $B$  y  $B^*$  las cuales están desfasadas  $90^\circ$ , lo cual permite definir el sentido del giro. Los encoders cuentan con  $Z$  y  $Z^*$ , indican cuando se ha realizado una vuelta completa, sin embargo en este trabajo no se utilizan estas últimas. En la figura 2.8 muestran las señales del encoder del código.

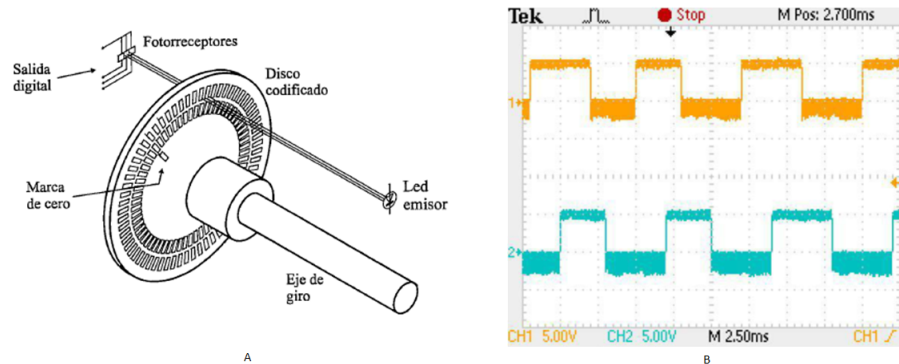


Figura 2.8: Encoder óptico incremental [14]

### 2.3. Tarjeta de adquisición de datos

La adquisición de datos se realiza mediante la tarjeta LC228 de Precision Micro Dynamics que trabaja con un DSP (Digital Signal Processor) en punto flotante. Contiene los siguientes elementos: 4 Decodificadores de cuadratura, 4 salidas analógicas, 20 entradas y 8 salidas digitales.

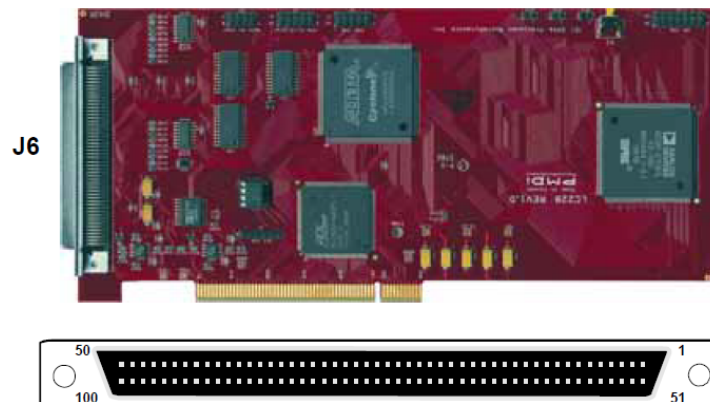


Figura 2.9: Tarjeta LC228

Las entradas y salidas LC228 constituyen cuatro módulos: captura de posición, comparación de posición, entradas/salidas digitales, incluidas líneas de alta velocidad y salidas analógicas. El convertidor Analógico Digital tiene una resolución de 16 bits y la salida produce  $\pm 10V$ .

La siguiente tabla muestra la organización del conector LC228 SCSI (J6). El conector tiene 100 pines divididos en cuatro grupos de 25 pines cada uno.

Group 0		Group 1		Group 2		Group 3	
Pin	Designator	Pin	Designator	Pin	Designator	Pin	Designator
1	DAC0	26	DAC1	51	DAC2	76	DAC3
2	AGND	27	AGND	52	AGND	77	AGND
3	PULSE0	28	PULSE1	53	PULSE2	78	PULSE3
4	DIR0	29	DIR1	54	DIR2	79	DIR3
5	PCOM0	30	-	55	-	80	-
6	PCAP0	31	PCAP1	56	PCAP2	81	PCAP3
7	+5V	32	+5V	57	+5V	82	+5V
8	DGND	33	DGND	58	DGND	83	DGND
9	AMPEN0	34	AMPEN1	59	AMPEN2	84	AMPEN3
10	DIGOUT0	35	DIGOUT1	60	DIGOUT2	85	DIGOUT3
11	AMPFAIL0	36	AMPFAIL1	61	AMPFAIL2	86	AMPFAIL3
12	DIGIN0	37	DIGIN1	62	DIGIN2	87	DIGIN3
13	HOME0	38	HOME1	63	HOME2	88	HOME3
14	LIM-0	39	LIM-1	64	LIM-2	89	LIM-3
15	LIM+0	40	LIM+1	65	LIM+2	90	LIM+3
16	+5V	41	+5V	66	+5V	91	+5V
17	DGND	42	DGND	67	DGND	92	DGND
18	A0	43	A1	68	A2	93	A3
19	A*0	44	A*1	69	A*2	94	A*3
20	B0	45	B1	70	B2	95	B3
21	B*0	46	B*1	71	B*2	96	B*3
22	Z0	47	Z1	72	Z2	97	Z3
23	Z*0	48	Z*1	73	Z*2	98	Z*3
24	+5V	49	+5V	74	+5V	99	+5V
25	DGND	50	DGND	75	DGND	100	DGND

Figura 2.10: Layout conector J6

## 2.4. Implementación

Esta sección describe el proceso realizado para la puesta en operación de la plataforma, una parte importante es reconocer las entradas y salidas del sistema que se plantea controlar y el tipo de señales. En general, la variable de control es el torque que se aplica a cada articulación, aunque la señal física a emplear es el voltaje que se aplica al

servoamplificador. Como variables de salida son la posición y la velocidad; la posición la devuelve el encoder por un tren de pulsos que indican el ángulo desplazado, mientras que la velocidad se calcula con el metodo de diferenciación de Euler.

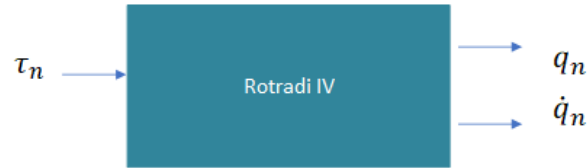


Figura 2.11: Diagrama entradas/salidas.

La transmisión de datos entre computadora y tarjeta se realiza por medio del bus PCI. La tarjeta cuenta con un cable SCSI de 100 pines donde se conectan los 3 servoamplificadores. Los servoamplificadores se encuentran configurados en modo par, entonces el rango de entrada es de  $\pm 8.5V$ , la salida del servoamplificador tiene un comportamiento prácticamente lineal ver figura 2.12.

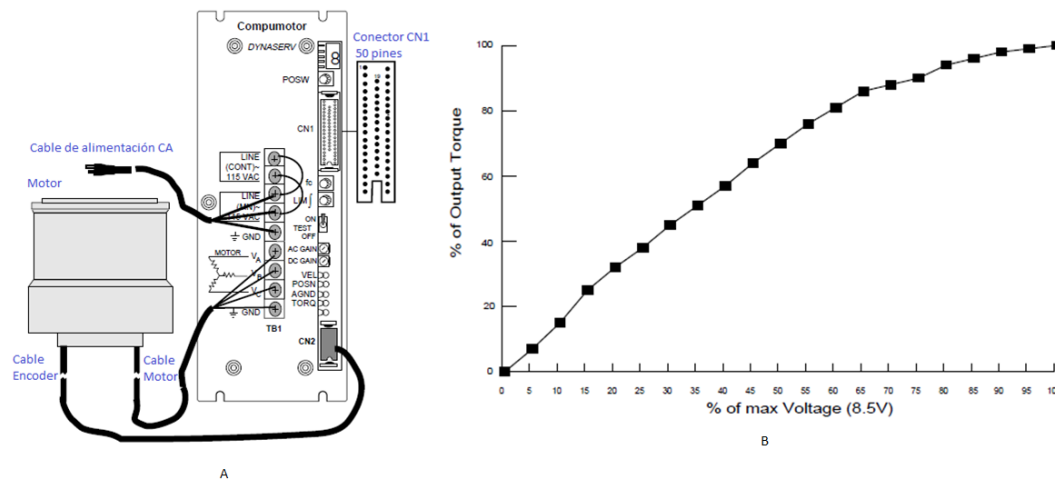


Figura 2.12: A) Servoamplificador. B) Respuesta del servoamplificador

La tarjeta LC228 cuenta con librerías compatibles con Visual Studio C, de este modo el procesador de la computadora accede a los recursos de la tarjeta mapeados en la memoria. En Visual C se genera un proyecto donde se cargan las bibliotecas, al tener acceso a los registros se utiliza el temporizador de intervalo programable PIT para generar la señal SYNC, este temporizador realiza interrupciones y la sincronización entre la lectura del encoder y la salida del DAC.

En el diagrama de flujo se muestra la implementación de una rutina de control de posición. Se realiza en tiempo real con un tiempo de muestreo de 2.5 ms.

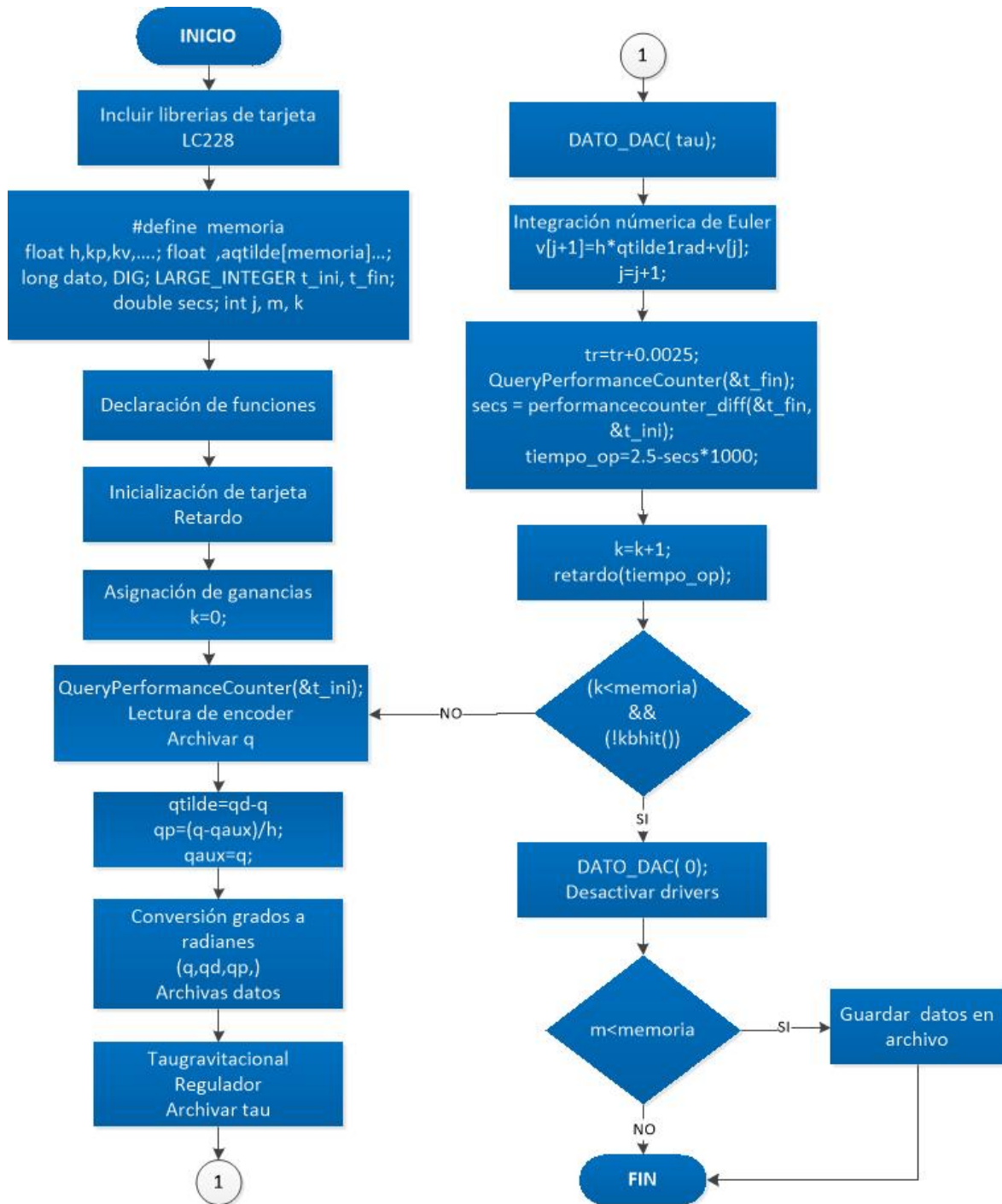


Figura 2.13: Diagrama de flujo.

En el programa principal se generan las siguientes funciones: inicialización de la tarjeta, lectura de encoder, activar/desactivar servoamplificadores, envío de par, abrir/cerrar garra, almacenamiento de datos y retardo.

En la figura 2.13 se muestra la ventana del proyecto en Visual Studio C utilizando una aplicación consola Win32. El programa permite implementar algoritmos de control y almacena posición articular, velocidad articular, error de posición y torque aplicado.

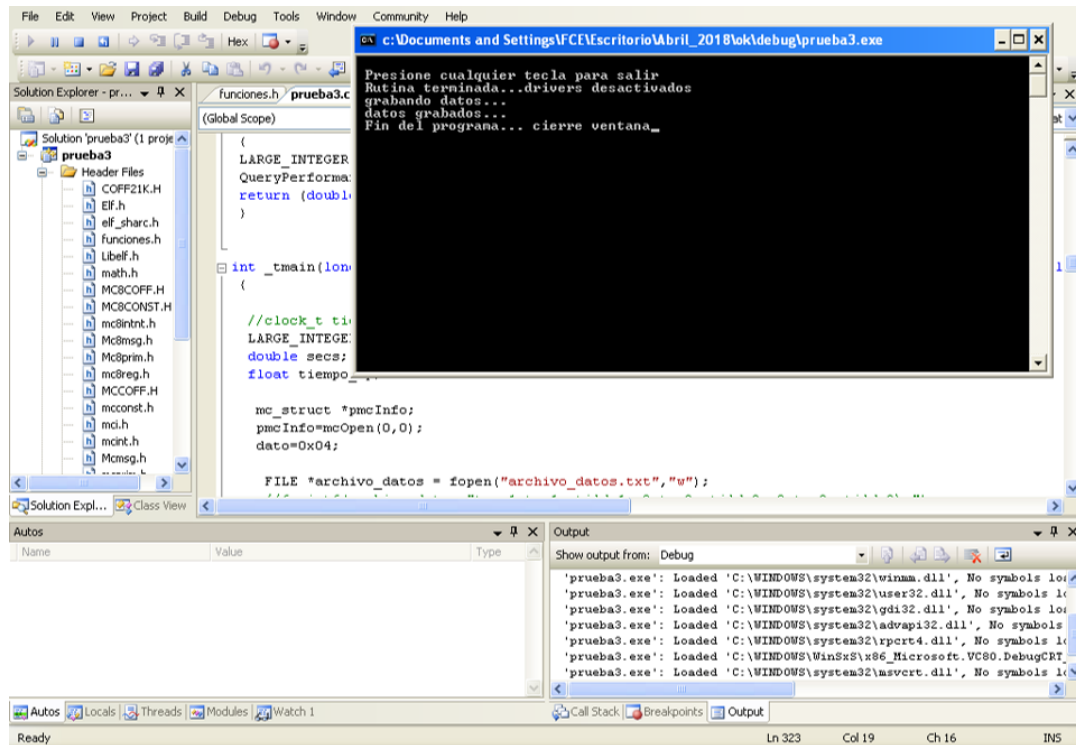


Figura 2.14: Proyecto en Visual Studio C.

### 2.4.1. Lectura de encoders

Los motores cuentan con encoders con un alto número de pulsos por revolución, por lo que su frecuencia que no supera 2MHz, considerando que la lectura de los decodificadores se puede configurar la lectura cada 120ns, es decir hasta 8.3 MHz por canal, de este modo no hay pérdida de pulsos. La frecuencia de cada encoder se puede calcular las siguientes ecuaciones.

Para el código

$$\left(\frac{2.0\text{rev}}{\text{seg}}\right) \left(\frac{655360\text{pulsos}}{\text{rev}}\right) = 1.31\text{MHz} \quad (2.1)$$

Para el hombro

$$\left(\frac{1.0rev}{seg}\right) \left(\frac{1024000pulsos}{rev}\right) = 1.024MHz \quad (2.2)$$

Para la base

$$\left(\frac{2.5rev}{seg}\right) \left(\frac{655360pulsos}{rev}\right) = 1.638MHz \quad (2.3)$$

El hardware con el que cuenta la tarjeta LC228 se muestra en la figura 2.15, en el diagrama del circuito simplificado del decodificador de cuadratura, muestra las resistencias pull-up y pull-down a las entradas del decodificador y utiliza el integrado DS26LV32AT como diferenciador de alta velocidad. Cada canal tiene seis señales de entrada básicas de las cuales se utilizan cuatro  $A$ ,  $A^*$ ,  $B$  y  $B^*$

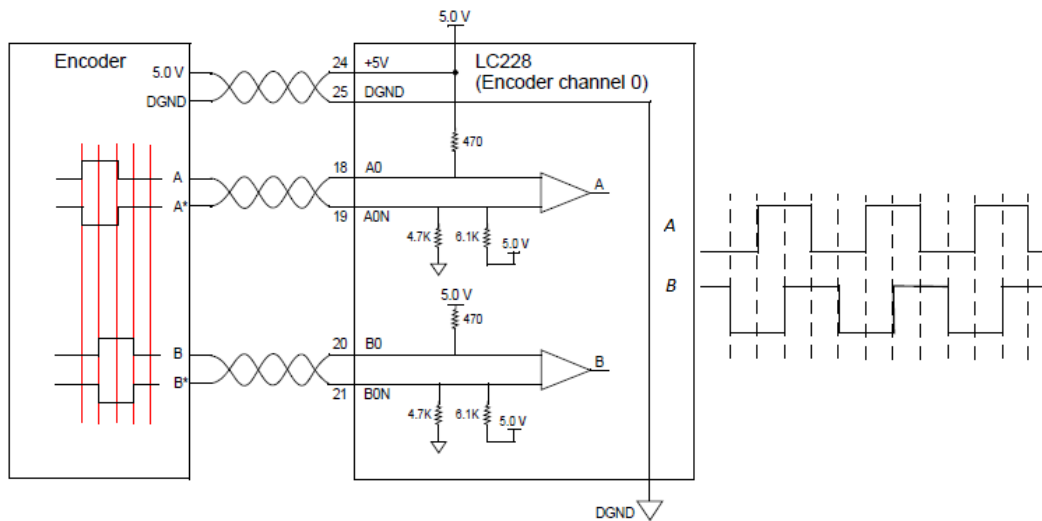


Figura 2.15: Esquema de lectura del encoder

### 2.4.2. Ganancia de los servoamplificadores

En general el par aplicado  $\tau$  es calculado por el controlador, sin embargo la señal de entrada es el voltaje proporcionado por el DAC, por lo cual existe una relación lineal entre el torque calculado y el voltaje aplicado al servoamplificador.

$$\tau = kV \quad (2.4)$$

donde  $k$  es una constante que representa la ganancia del servoamplificador con unidades  $\frac{Nm}{V}$ , para cada motor se calibra individualmente y  $V$  es el voltaje. En este trabajo se

calibraron las constantes  $k$  de la siguiente manera:

1. Para la base se calibra considerando que rango del DAC es de  $\pm 10V$  y los servoamplificadores tienen un rango de  $\pm 8V$  es así que se normaliza.
2. Para el brazo y el codo se realiza mediante el cálculo de los elementos del vector de gravedad.

2.1 Para el codo se considera que  $q_2 = 0^\circ$  y  $q_3 = 90^\circ$ .

$$g_3 = l_{c3}m_3\text{sen}(q_2 + q_3) \quad (2.5)$$

2.2 Para el hombro se considera que  $q_2 = 90^\circ$  y  $q_3 = 0^\circ$ .

$$g_2 = l_{c3}m_3\text{sen}(q_2) + l_2m_3\text{sen}(q_2 + q_3) + l_{c3}m_3\text{sen}(q_2 + q_3) \quad (2.6)$$

Al inyectar los pares calculados el brazo debe mantenerse en la posición indicada sin caerse, en caso de que no lo haga se aumenta la constante  $k$ , se puede partir del valor calculado al normalizar el rango de salida del DAC al rango de entrada de los servoamplificadores como en la base.

## 2.5. Interfaz

Una plataforma experimental para propósitos de investigación científica, deberá estar formada, además del robot manipulador y los elementos de entrada y salida necesarios para controlarla, por un ambiente de programación amigable que proporcione al usuario las herramientas necesarias para la implementación y estudio del desempeño de algoritmos de control. Una interfaz GUI son interfaces gráficas de usuario que permiten un control de las aplicaciones. Por lo general, la GUI incluye controles tales como menús, barras de herramientas, botones y controles deslizantes.

En este trabajo se utiliza una interfaz GUI para un usuario final, utilizando el código de MATLAB se creó la interfaz GUI (figura 2.17) donde se analizan los datos obtenidos: tiempo, pares, posición, velocidad y error de velocidad por cada articulación. El tiempo aproximado de un experimento es de 10 segundos, por lo que los 16000 datos por articulación son guardadas en archivos de texto, de este modo el protocolo FTP se utiliza para transferir los archivos con los datos resultantes.

Dentro del modelo cliente-servidor la tarjeta Raspberry Pi 3 se configura como servidor y como clientes la computadora principal y la computadora que se utilicen para el análisis, esto no significa que los datos obtenidos de diferentes experimentos se encuentran disponibles.

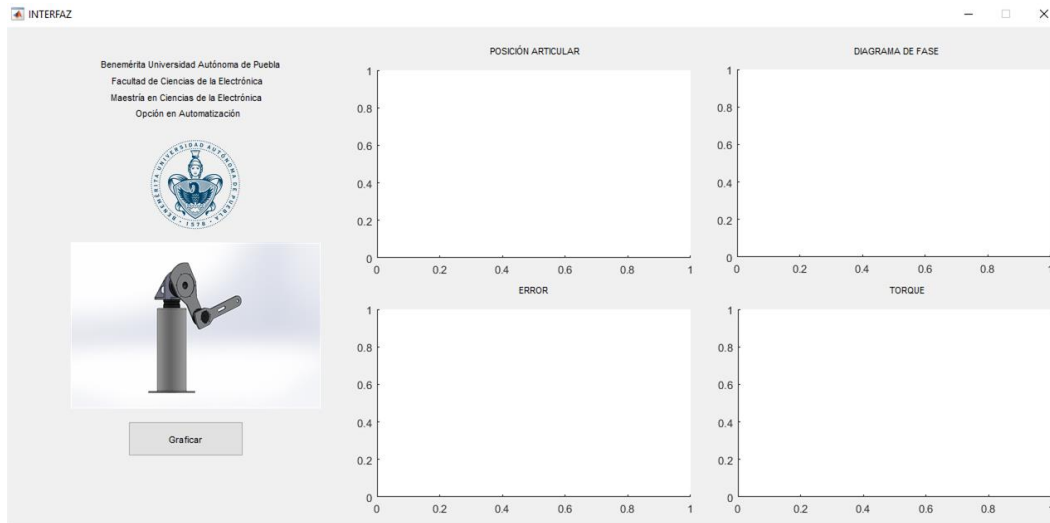


Figura 2.16: Interfaz.

Raspberry Pi es un ordenador de placa simple (SBC) de bajo coste desarrollado, el software sí es de código abierto, el sistema operativo oficial una versión adaptada de Debian. La tarjeta incluye: un procesador Broadcom, memoria RAM, GPU, puertos USB, HDMI, Ethernet y un conector para cámara.

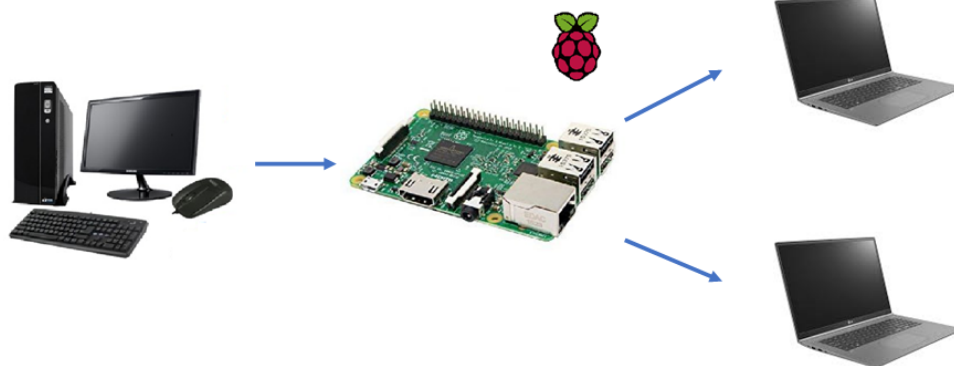


Figura 2.17: Diagrama de transferencia de archivos

En el diagrama de la figura 2.13 se plantea de manera general los elementos que conforman la plataforma experimental.

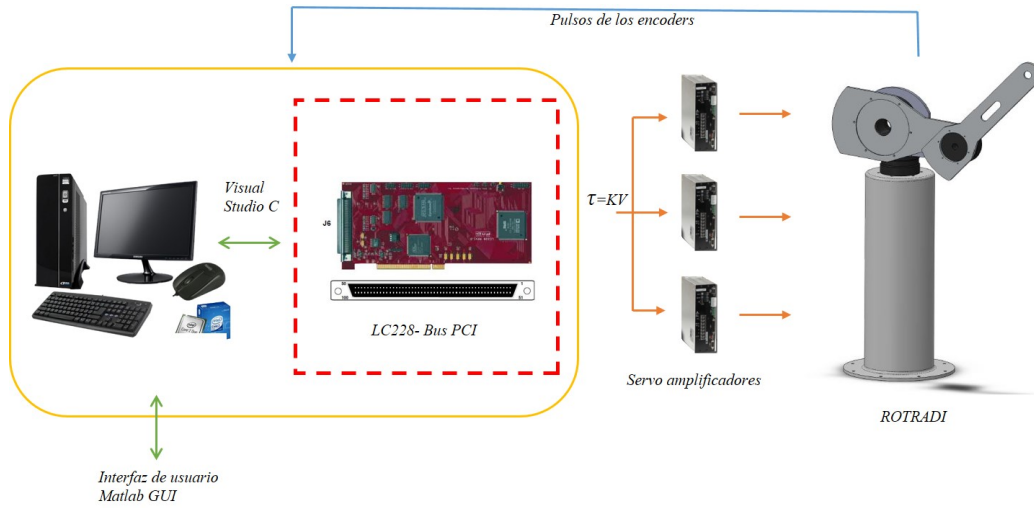


Figura 2.18: Esquema general de la plataforma experimental robótica.

En las figuras 2.19 2.20 se presenta la plataforma experimental.



Figura 2.19: Vista 1. Plataforma experimental.



*Figura 2.20: Vista 2. Plataforma experimental.*

## 2.6. Medidas de seguridad

Las medidas de seguridad que se implementan en la plataforma tienen el fin de proteger al usuario y mantener el correcto funcionamiento de los servomotores. Con el fin de mantener a los motores dentro de zonas seguras de operación se toman las siguientes precauciones:

1. Evitar la saturación de motores. En el programa principal en la función del DAC se colocan condiciones para limitar el torque aplicado.
2. No rebasar la velocidad indicada en el manual. Esto dependerá de la serie y modelo del motor.
3. El proveedor de los servomotores incluye como medida de seguridad si se presentan oscilaciones o vibraciones fuertes el servoamplificador deshabilita la alimentación de los motores, dejando inactiva la articulación.

Finalmente como dispositivos de seguridad externos se encuentra el paro de emergencia, la opción de interrumpir el proceso desde la computadora presionando la tecla indicada y como medida de seguridad indicar la zona de trabajo del robot.

# Capítulo 3

## Modelo dinámico

En general el modelo dinámico de un robot tiene por objetivo conocer la relación entre el movimiento del robot y las fuerzas implicadas en el [14], también permite identificar los fenómenos físicos que se presentan como efectos inerciales, fuerzas Centrípetas y de Coriolis, el par gravitacional y la fricción.

El modelo dinámico es imprescindible en la simulación el movimiento de un robot, en el análisis de la estructura y en el diseño algoritmos de control, donde la robustez de los algoritmos depende en la precisión del modelo. La simulación de la dinámica del robot permite probar estrategias de control y desarrollar algoritmos de control avanzados donde parte del algoritmo de control se encuentra el modelo. Por otro lado el análisis del modelo es útil en el diseño mecánico de prototipos y el cálculo pares de torsión requeridos para la ejecución de movimiento, proporcionando información útil para el diseño eslabones, transmisiones y actuadores. En este capítulo se presenta la deducción analítica del modelo dinámico del robot Rotradi IV, usando el formalismo de Euler-Lagrange.

### 3.1. Propiedades del modelo dinámico

#### Matriz de inercia

El efecto inercial de un robot manipulador de  $n$  grados de libertad tiene las siguientes propiedades [3]:

**Propiedad 1.** La matriz de inercia  $M(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es una matriz simétrica,  $M(\mathbf{q}) = M(\mathbf{q})^T$ , definida positiva  $M(\mathbf{q}) > 0$ . Por esto existe la matriz inversa  $M(\mathbf{q})^{-1} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y también satisface que es una matriz simétrica  $M(\mathbf{q})^{-1} = M(\mathbf{q})^{-T}$  y definida positiva  $M(\mathbf{q})^{-1} > 0$ .

**Propiedad 2.** La matriz de inercia  $M(\mathbf{q})$  satisface

$$\lambda_{M(\mathbf{q})}^{min} I \leq M(\mathbf{q}) \leq \lambda_{M(\mathbf{q})}^{max} I \quad (3.1)$$

donde  $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz identidad,  $\lambda_{M(\mathbf{q})}^{min}$  y  $\lambda_{M(\mathbf{q})}^{max}$  representan los valores propios mínimo y máximo de la matriz de inercia.

**Propiedad 3.** El fenomeno inercial de un robot manipulador satisface que  $\|M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}\| \leq \lambda_{M(\mathbf{q})}^{max} \|\ddot{\mathbf{q}}\| \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ , donde  $\lambda_{M(\mathbf{q})}^{max}$  representa el valor propio máximo de la matriz de inercia.

**Propiedad 4.** Solamente para robots manipuladores con articulaciones rotacionales, existe una constante  $\beta > 0$  tal que

$$\lambda_{M(\mathbf{q})}^{max} \leq \beta \quad \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n \quad (3.2)$$

**Propiedad 5.** Solamente para robots manipuladores con articulaciones rotacionales, existe una constante  $k_M$  tal que

$$\|M(\mathbf{x})\mathbf{z} - M(\mathbf{y})\mathbf{z}\| \leq k_M \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| \|\mathbf{z}\| \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in \mathbb{R}^n \quad (3.3)$$

### Fuerzas Centrípetas y de Coriolis

Las fuerzas centrípetas son fuerzas radiales, teniendo un signo contrario a las fuerzas centrífugas. La fuerza de Coriolis representa una desviación del movimiento de traslación debido a su componente de rotación [3]:

**Propiedad 6.** La matriz fuerzas centrípetas y de Coriolis  $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , no es una matriz única, pero el vector  $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$  sí lo es.

**Propiedad 7.** Cuando el vector de velocidades articulares es cero, la matriz de Coriolis satisface  $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})_{\dot{\mathbf{q}}=0} = C(\mathbf{q}, 0) = 0 \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$

**Propiedad 8.** Para todo vector  $\mathbf{q}, \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$  se tiene que

$$C(\mathbf{q}, \mathbf{x})\mathbf{y} = C(\mathbf{q}, \mathbf{y})\mathbf{x} \quad (3.4)$$

**Propiedad 9.** La matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis  $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  y la derivada con respecto al tiempo de la matriz de inercia  $\dot{M}(\mathbf{q})$  satisfacen

$$\frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}} \left[ \dot{M}(\mathbf{q}) - 2C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] \mathbf{q} \equiv 0 \quad (3.5)$$

**Propiedad 10.** De la propiedad 9 la derivada temporal de la matriz de inercia y la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis satisfacen

$$\dot{M}(\mathbf{q}) = C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T \quad (3.6)$$

**Propiedad 11.** Solamente para robots manipuladores con articulaciones rotacionales, existe una constante positiva  $k_C$  tal que

$$\|C(\mathbf{x}, \mathbf{y})\mathbf{z}\| \leq k_C \|\mathbf{y}\| \|\mathbf{z}\| \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in \mathbb{R}^n \quad (3.7)$$

**Propiedad 12.** Solamente para robots manipuladores con articulaciones rotacionales, existen constantes  $k_{C1}$  y  $k_{C2}$  tal que

$$\|C(\mathbf{x}, \mathbf{z})\mathbf{w} - C(\mathbf{y}, \mathbf{v})\mathbf{w}\| \leq k_{C1} \|\mathbf{z} - \mathbf{v}\| \|\mathbf{w}\| + k_{C2} \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| \|\mathbf{w}\| \|\mathbf{z}\| \quad \forall \mathbf{v}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{w} \in \mathbb{R}^n \quad (3.8)$$

### Par gravitacional

Las propiedades del par gravitacional son[3]:

**Propiedad 13.** Para el caso de robots provistos únicamente de articulaciones rotacionales, existe una constante  $k_g > 0$  tal que:

$$k_g \geq \left\| \frac{\partial g(\mathbf{q})}{\partial q} \right\| \quad \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R} \quad (3.9)$$

$$\|g(\mathbf{x}) - g(\mathbf{y})\| \leq k_g \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n \quad (3.10)$$

La constante  $k_g$  se puede calcular como

$$k_g \geq n \left[ \max_{i,j,q} \left( \frac{\partial g_i(\mathbf{q})}{\partial q_j} \right) \right] \quad \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n \quad (3.11)$$

donde  $g_i(\mathbf{q})$  es el  $i$ -ésimo elemento del vector  $g(\mathbf{q})$

**Propiedad 14.** Para el caso de robots provistos únicamente de articulaciones rotacionales, existe una constante  $k'$  tal que

$$\|g(\mathbf{q})\| \leq k' \quad \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n \quad (3.12)$$

El vector  $g(\mathbf{q})$  y la velocidad articular  $\dot{\mathbf{q}}$  satisfacen

$$\int_0^t g(\mathbf{q}(\sigma))^T \dot{\mathbf{q}}(\sigma) d\sigma = \mathcal{U}(\mathbf{q}(t)) - \mathcal{U}(\mathbf{q}(0)) \quad (3.13)$$

### Fenómeno de fricción

El fenómeno de fricción es un fenómeno disipativo en velocidades diferentes a cero y con entradas dentro del primer y tercer cuadrante [3].

$$f_f(\dot{q}, f_e) = B\dot{q} + F_c \text{signo}(\dot{q}) + \begin{bmatrix} [1 - |\text{signo}(\dot{q}_1)|] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & [1 - |\text{signo}(\dot{q}_2)|] & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & [1 - |\text{signo}(\dot{q}_n)|] \end{bmatrix} f_e \quad (3.14)$$

donde  $B, F_c \in \mathbb{R}^{n \times n}$  son matrices diagonales de coeficientes de fricción viscosa y de Coulomb, respectivamente. La fricción estática  $f_e$  está presente únicamente en velocidades cero y está representada por  $f_e = [f_{e1}, f_{e2}, \dots, f_{en}]^T$ .

La función signo  $\text{signo}(\dot{q})$ , está dada por:

$$\text{signo}(\dot{q}_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } \dot{q}_i > 0 \\ 0 & \text{si } \dot{q}_i = 0 \\ -1 & \text{si } \dot{q}_i < 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

**Propiedad 15.** La fricción viscosa satisface lo siguiente:

$$\|B\dot{q}\| \leq \|B\| \|\dot{q}\| \leq \lambda_{max}^B \|\dot{q}\| \quad (3.16)$$

donde  $\lambda_{max}^B$  es el valor propio máximo de la matriz de coeficientes de fricción viscosa  $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ .

**Propiedad 16.** La fricción de Coulomb satisface lo siguiente:

$$\|F_c \text{signo}(\mathbf{q})\| \leq \|F_c\| \sqrt{n} \leq \lambda_{F_c}^{max} \sqrt{n} \quad (3.17)$$

donde  $\lambda_{F_c}^{max}$  es el valor propio máximo de la matriz de coeficientes de fricción de Coulomb  $F_c \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $n$  es el número de gdl del robot.

### 3.2. Cinemática

La cinemática de un robot manipulador estudia el movimiento del mismo con respecto a un sistema de referencial, en este trabajo se considera un marco cartesiano de referencia fijo ubicado en la base y la posición de casa es con el hombro a  $90^\circ$  de la base y  $0^\circ$  entre el hombro y codo.

La cinemática directa se realiza bajo el método geométrico y Denavit-Hartenberg. Los parámetros utilizados en el modelo dinámico se presentan en la tabla.

Eslabón	Descripción	Notación
Base	Masa del eslabón	$m_1$
	Longitud del eslabón	$l_1$
	Inercia del eslabón	$I_1$
	Centro de masa del eslabón	$l_{c1}$
	Posición articular del eslabón	$q_1$
	Espesor del motor 1	$\beta_1$
	Coefficiente de fricción viscosa	$b_1$
	Coefficiente de fricción de Coulumb	$f_{c1}$
Hombro	Masa del eslabón	$m_2$
	Longitud del eslabón	$l_2$
	Inercia del eslabón	$I_2$
	Centro de masa del eslabón	$l_{c2}$
	Posición articular del eslabón	$q_2$
	Espesor del motor 2	$\beta_2$
	Coefficiente de fricción viscosa	$b_2$
	Coefficiente de fricción de Coulumb	$f_{c2}$
Codo	Masa del eslabón	$m_3$
	Longitud del eslabón	$l_3$
	Inercia del eslabón	$I_3$
	Centro de masa del eslabón	$l_{c3}$
	Posición articular del eslabón	$q_3$
	Espesor del motor 3	$\beta_3$
	Distancia del motor 3 al eje $x_1$	$\delta$
	Coefficiente de fricción viscosa	$b_3$
	Coefficiente de fricción de Coulumb	$f_{c3}$

Tabla 3.1: Parámetros del robot de 3 gdl.

### 3.2.1. Convención Denavit-Hartenberg

El método Denavit-Hartenberg consiste en determinar dos variables articulares, considerando para rotacionales  $\theta_i$  y para prismáticas  $d_i$ ; los parámetros constantes son longitud  $l_i$  y ángulo  $\alpha_i$  entre los ejes consecutivos  $z_i$  y  $z_{i-1}$  y por medio de transformaciones homogéneas queda determinado el modelo cinemático directo [3]. Siguiendo el algoritmo de Denavit-Hartenberg se colocan los ejes de referencia:

- i.  $\Sigma_0$  se encuentra ubicado en la base del robot.
- ii.  $\Sigma_1$  y  $\Sigma_2$  se encuentran de tal forma que sus ejes  $z_1$  y  $z_2$  coinciden con los ejes de rotación de cada articulación. El eje  $z_1$  se encuentra ortogonal a  $z_0$ , mientras que  $z_2$  se encuentra paralelo al  $z_1$ .

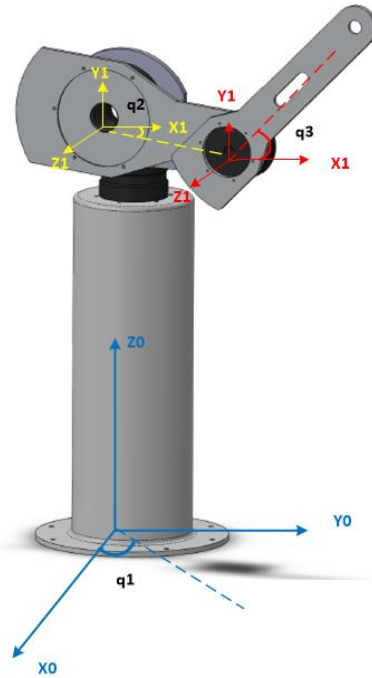


Figura 3.1: Sistemas de coordenadas  $\Sigma_n$  asignado por el método Denavit-Hartenberg.

Parámetros Denavit-Hartenberg

Eslabón	$l_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	$l_1$	$90^\circ$	$\beta_1 + l_1$	$q_1$
2	$l_2$	0	$\beta_2 + \delta$	$q_2$
3	$l_3$	0	$\beta_3$	$q_3$

Tabla 3.2: Parámetros

En base a la primera matriz homogénea  $H_0^1 = R_Z(\theta_1)T_Z(d_1)T_X(l_1)R_X(\alpha_1)$ .

$$H_0^1 = \begin{bmatrix} \cos(q_1) & 0 & \text{sen}(q_1) & l_1 \cos(q_1) \\ \text{sen}(q_1) & 0 & -\cos(q_1) & l_1 \text{sen}(q_1) \\ 0 & 1 & 0 & \beta_1 + l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Matriz de transformación homogénea  $H_1^2 = R_Z(\theta_2)T_Z(d_2)T_X(l_2)R_X(\alpha_2)$ :

$$H_1^2 = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -\text{sen}(q_2) & 0 & l_2 \cos(q_2) \\ \text{sen}(q_2) & \cos(q_2) & 0 & l_2 \text{sen}(q_2) \\ 0 & 0 & 1 & \beta_2 + \delta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Matriz de transformación homogénea  $H_2^3 = R_Z(\theta_3)T_Z(d_3)T_X(l_3)R_X(\alpha_3)$ :

$$H_2^3 = \begin{bmatrix} \cos(q_3) & -\text{sen}(q_3) & 0 & l_3 \cos(q_3) \\ \text{sen}(q_3) & \cos(q_3) & 0 & l_3 \text{sen}(q_3) \\ 0 & 0 & 1 & \beta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

De la matriz homogénea total  $H_0^3$  se toma la última columna.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\beta_2 + \delta) \text{sen}(q_1) + \beta_3 \text{sen}(q_1) + l_2 \cos(q_1) \cos(q_2) + l_3 \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3) - l_3 \cos(q_1) \text{sen}(q_2) \text{sen}(q_3) \\ l_2 \cos(q_2) \text{sen}(q_1) - \beta_3 \cos(q_1) - (\beta_2 + \delta) \cos(q_1) + l_3 \cos(q_2) \cos(q_3) \text{sen}(q_1) - l_3 \text{sen}(q_1) \text{sen}(q_2) \text{sen}(q_3) \\ \beta_1 + l_1 + l_3 \text{sen}(q_2 + q_3) + l_2 \text{sen}(q_2) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Con identidades trigonométricas y agrupando términos se obtien la cinemática directa.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\beta_2 + \beta_3 + \delta) \text{sen}(q_1) + \cos(q_1) [l_2 \cos(q_2) + l_3 \cos(q_2 + q_3)] \\ -(\beta_2 + \beta_3 + \delta) \cos(q_1) + \text{sen}(q_1) [l_2 \cos(q_2) + l_3 \cos(q_2 + q_3)] \\ \beta_1 + l_1 + l_3 \text{sen}(q_2 + q_3) + l_2 \text{sen}(q_2) \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

### 3.2.2. Método geométrico

En este método se utilizan las relaciones geométricas para obtener directamente la posición del extremo del robot en función de  $q_1, q_2$  y  $q_3$ .

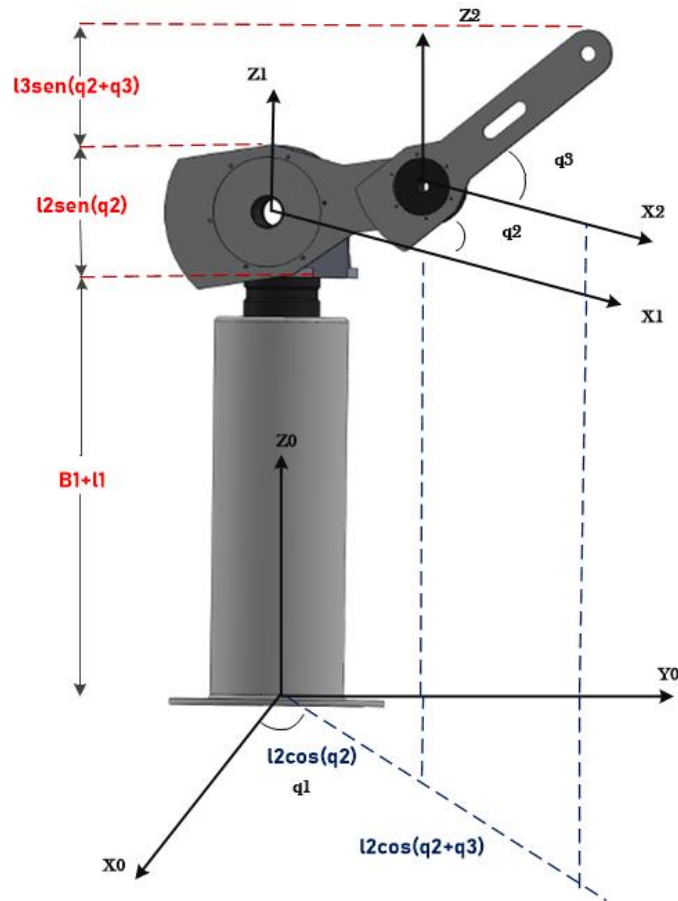


Figura 3.2: Robot antropomórfico con sistemas de referencias.

En la figura 3.2 se indica que la coordenada  $z$  se obtiene sumando las distancias sobre el eje  $z$ .

$$[z] = [l_1 + \beta_1 + l_2 \text{sen}(q_2) + l_3 \text{sen}(q_2 + q_3)] \quad (3.23)$$

Para las coordenadas  $x$  y  $y$  se utiliza la proyección del codo y hombro sobre el plano  $x_0 y_0$ , sin embargo desde la vista superior de la figura 3.3 se visualiza que los eslabones no se encuentran sobre la misma línea proyectada que en la figura 3.2, esto debido, a

que existe una  $\delta$  (distancia del eje al hombro) y al espesor de los motores ( $\beta_2$  y  $\beta_3$ ) que desplaza los eslabones. Entonces se agrega término  $(\beta_2 + \delta)\cos(q_1)$  para la coordenada de  $x$  y para la coordenada  $y$  se agrega  $[\beta_2 + \delta]\sen(q_1)$  y  $[\beta_3]\sen(q_1)$ .

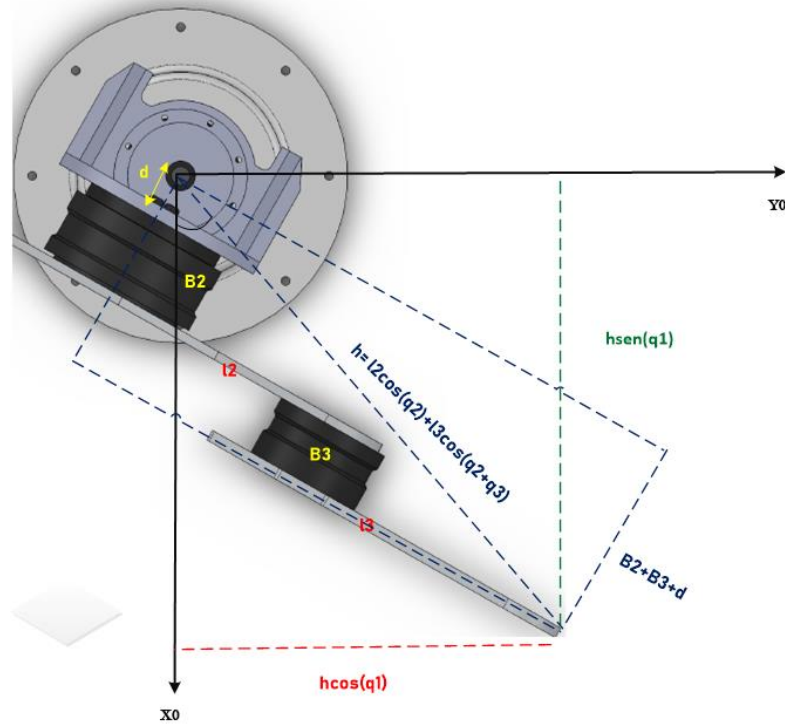


Figura 3.3: Vista superior del robot manipulador.

Finalmente la cinemática directa considerando condiciones iniciales 0.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\beta_2 + \beta_3 + \delta)\sen(q_1) + \cos(q_1)[l_2\cos(q_2) + l_3\cos(q_2 + q_3)] \\ -(\beta_2 + \beta_3 + \delta)\cos(q_1) + \sen(q_1)[l_2\cos(q_2) + l_3\cos(q_2 + q_3)] \\ \beta_1 + l_1 + l_3\sen(q_2 + q_3) + l_2\sen(q_2) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

### 3.3. Cinemática diferencial

La cinemática diferencial directa es la derivada con respecto al tiempo de la cinemática directa [3].

### Matriz Jacobiana

La utilidad de la matriz jacobiana se ubica en el análisis de singularidad de robots manipuladores, planeación de trayectorias, determinar la cinemática diferencial inversa, así como en control cartesiano con la estructura del jacobiano transpuesto [1].

$$J(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} & j_{13} \\ j_{21} & j_{22} & j_{23} \\ j_{31} & j_{32} & j_{33} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$j_{11} = (\beta_2 + \beta_3 + \delta)\cos(q_1) - \text{sen}(q_1)[l_2\cos(q_2) + l_3\cos(q_2 + q_3)] \quad (3.26)$$

$$j_{12} = -\cos(q_1)[l_2\text{sen}(q_2) + l_3\text{sen}(q_2 + q_3)] \quad (3.27)$$

$$j_{13} = -l_3\cos(q_1)\text{sen}(q_2 + q_3) \quad (3.28)$$

$$j_{21} = (\beta_2 + \beta_3 + \delta)\text{sen}(q_1) + \cos(q_1)[l_2\cos(q_2) + l_3\cos(q_2 + q_3)] \quad (3.29)$$

$$j_{22} = -\text{sen}(q_1)[l_2\text{sen}(q_2) + l_3\text{sen}(q_2 + q_3)] \quad (3.30)$$

$$j_{23} = -l_3\text{sen}(q_1)\text{sen}(q_2 + q_3) \quad (3.31)$$

$$j_{31} = 0 \quad (3.32)$$

$$j_{32} = l_2\cos(q_2) + l_3\cos(q_2 + q_3) \quad (3.33)$$

$$j_{33} = l_3\cos(q_2 + q_3) \quad (3.34)$$

El determinante del jacobiano para un robot manipulador de 3 gdl

$$\det[J(\mathbf{q})] = l_2^2 l_3 \cos(q_2) \text{sen}(q_3) - l_2 l_3^2 \text{sen}(q_2) \cos^2(q_3) - l_2 l_3^2 \cos(q_2) \text{sen}(q_3) \cos(q_3) + l_2 l_3^2 \text{sen}(q_2) \quad (3.35)$$

Existen un número infinito de configuraciones singulares para  $q_2 = 0, \pm n\pi$  y  $q_3 = 0, \pm n\pi$ , en  $q_1$  no cuenta con puntos singulares.

### Velocidad articular

Para el eslabón 1

$$\vec{v}_1 = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Para el eslabón 2

$$\vec{v}_2 = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [(\beta_2 + \delta)\cos(q_1) - l_{c2}\cos(q_2)\text{sen}(q_1)]\dot{q}_1 - l_{c2}\cos(q_1)\text{sen}(q_2)\dot{q}_2 \\ [(\beta_2 + \delta)\text{sen}(q_1) + l_{c2}\cos(q_2)\cos(q_1)]\dot{q}_1 - l_{c2}\text{sen}(q_1)\text{sen}(q_2)\dot{q}_2 \\ l_{c2}\cos(q_2)\dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Para el eslabón 3

$$\vec{v}_3 = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [(\beta_2 + \beta_3 + \delta)\cos(q_1) - \text{sen}(q_1)(l_2\cos(q_2) + l_{c3}\cos(q_2 + q_3))]\dot{q}_1 \\ -\cos(q_1)[l_2\text{sen}(q_2) + l_{c3}\text{sen}(q_2 + q_3)]\dot{q}_2 + l_{c3}\cos(q_1)\text{sen}(q_2 + q_3)\dot{q}_3 \\ [(\beta_2 + \beta_3 + \delta)\text{sen}(q_1) + \cos(q_1)(l_2\cos(q_2) + l_{c3}\cos(q_2 + q_3))]\dot{q}_1 \\ -\text{sen}(q_1)[l_2\text{sen}(q_2) + l_{c3}\text{sen}(q_2 + q_3)]\dot{q}_2 - l_{c3}\text{sen}(q_1)\text{sen}(q_2 + q_3)\dot{q}_3 \\ [l_2\cos(q_2) + l_{c3}\cos(q_2 + q_3)]\dot{q}_2 + l_{c3}\cos(q_2 + q_3)\dot{q}_3 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

La rapidez esta dada por  $\|v\|^2 = v^T v$

$$v_1^T v_1 = 0 \quad (3.39)$$

$$v_2^T v_2 = (\beta_2 + \delta)^2 \dot{q}_1^2 + l_{c2}^2 \text{sen}^2(q_2) \dot{q}_1^2 - 4l_{c2}(\beta_2 + \delta)\text{sen}(q_2)q_1 \dot{q}_2 + l_{c2}^2 \dot{q}_2^2 \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} v_3^T v_3 = & [(\beta_2 + \beta_3 + \delta)^2 + l_2^2 \cos^2(q_2) + l_{c3}^2 \cos^2(q_2 + q_3) + 4(l_2 \cos(q_2) + l_{c3} \cos(q_2 + q_3))] \dot{q}_1^2 \\ & + l_{c3}^2 \dot{q}_2^2 + l_2^2 \dot{q}_2^2 - 2[l_2 \text{sen}(q_2) + l_{c3} \text{sen}(q_2 + q_3)] \dot{q}_1 \dot{q}_2 - 2(\beta_2 + \beta_3 + \delta) l_3 \text{sen}(q_2 + q_3) \dot{q}_1 \dot{q}_3 \\ & + 2[l_2 \cos(q_2) l_{c3} \cos(q_2 + q_3) + l_{c3}^2 \cos^2(q_2 + q_3) - l_2 \text{sen}(q_2) - l_{c3} \text{sen}(q_2 + q_3)] \dot{q}_2 \dot{q}_3 + l_{c3}^2 \dot{q}_3^2 \end{aligned}$$

### 3.4. Energía cinética

La energía cinética total del manipulador es la suma de la energía cinética en los enlaces individuales. Se puede expresar como la energía cinética del eslabón  $i$ .

$$\mathcal{K} = \sum_{i=1}^n k_i \quad (3.41)$$

$$k_i = \frac{1}{2} m_i v_i^T v_i + \frac{1}{2} \omega_i^T I_i \omega_i \quad (3.42)$$

donde el primer término es energía cinética debido a la velocidad lineal y el segundo término a la velocidad angular, esto es valido considerando que *el marco de referencia se encuentra en el centro de masa del eslabon  $i$*  y cuenta con eslabones rigidos.

Para cuerpos rígidos libres en movimiento tridimensional existen infinitos posibles ejes de rotación. La rotación sobre ejes arbitrarios exigen una manera completa para caracterizar la distribución de masa del cuerpo rígido. Esto se logra por medio de un tensor de inercia.

$$\omega_i^T I_i \omega_i = \begin{bmatrix} \omega_{xi} & \omega_{yi} & \omega_{zi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{xxi} & -I_{xyi} & -I_{xzi} \\ -I_{xyi} & I_{yyi} & -I_{yzi} \\ -I_{xzi} & -I_{yzi} & I_{zzi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{xi} \\ \omega_{yi} \\ \omega_{zi} \end{bmatrix}$$

La primera articulación está compuesta por un eslabón sin movimiento lineal y gira alrededor del eje  $z$ . Las velocidades angulares son  $\omega_{x1} = 0$ ,  $\omega_{y1} = 0$  y  $\omega_{z1} = \dot{q}_1$

$$\mathcal{K}_1(q_1, \dot{q}_1) = \frac{1}{2} I_{zz1} \dot{q}_1^2 \quad (3.43)$$

La segunda articulación está compuesto por un eslabón que gira alrededor del eje  $y$ . Las velocidades angulares son  $\omega_{x2} = \dot{q}_2 \cos(q_1)$ ,  $\omega_{y2} = \dot{q}_2 \sin(q_1)$  y  $\omega_{z2} = \dot{q}_1$

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_2(q_2, \dot{q}_2) = & \frac{1}{2} m_2 [(\beta_2 + \delta)^2 \dot{q}_1^2 + l_{c2}^2 \sin^2(q_2) \dot{q}_1^2 - 4l_{c2}(\beta_2 + \delta) \sin(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ & + l_{c2}^2 \dot{q}_2^2] + \frac{1}{2} [(I_{xx2} \cos^2(q_1) - 2I_{xy2} \sin(q_1) \cos(q_1) + I_{yy2} \sin^2(q_1)) \dot{q}_2^2 \\ & + I_{zz2} \dot{q}_1^2 - 2(I_{xz2} \cos(q_1) + I_{yz2} \sin(q_1)) \dot{q}_1 \dot{q}_2] \end{aligned} \quad (3.44)$$

La tercera articulación está compuesta por un eslabón que gira alrededor del eje  $y$  desplazado  $l_2$  la distancia del eslabón 2 sobre el eje  $x$ . Las velocidades angulares son  $\omega_{x3} = \dot{q}_2 \cos(q_1) + \dot{q}_3 \cos(q_1)$ ,  $\omega_{y3} = \dot{q}_2 \sin(q_1) + \dot{q}_3 \sin(q_1)$  y  $\omega_{z3} = \dot{q}_1$ .

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_3(q_3, \dot{q}_3) = & \frac{1}{2} m_3 [((\beta_2 + \beta_3 + \delta)^2 + l_{c3}^2 \cos^2(q_2) + l_{c3}^2 \cos^2(q_2 + q_3) + 4(l_2 \cos(q_2) \\ & + l_{c3} \cos(q_2 + q_3))) \dot{q}_1^2 + l_{c3}^2 \dot{q}_2^2 + l_2^2 \dot{q}_2^2 - 2(l_2 \sin(q_2) + l_{c3} \sin(q_2 + q_3)) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ & - 2(\beta_2 + \beta_3 + \delta) l_3 \sin(q_2 + q_3) \dot{q}_1 \dot{q}_3 - 2(l_2 \sin(q_2) + l_{c3} \sin(q_2 + q_3)) \dot{q}_2 \dot{q}_3 \\ & + 2(l_2 \cos(q_2) l_{c3} \cos(q_2 + q_3) + l_{c3}^2 \cos^2(q_2 + q_3)) \dot{q}_2 \dot{q}_3 + l_{c3}^2 \dot{q}_3^2] - \frac{1}{2} [(I_{xx3} \cos^2(q_1) \\ & - 2I_{xy3} \cos(q_1) \sin(q_1) + I_{yy3} \sin^2(q_1)) (\dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2 + I_{zz3} \dot{q}_1^2 - 2(I_{xz3} \cos(q_1) \\ & + I_{yz3} \sin(q_1)) \dot{q}_1 (\dot{q}_2 + \dot{q}_3)] \end{aligned} \quad (3.45)$$

La energía cinética del robot manipulador esta dado por:

$$\mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathcal{K}_1(q_1, \dot{q}_1) + \mathcal{K}_2(q_2, \dot{q}_2) + \mathcal{K}_3(q_3, \dot{q}_3) \quad (3.46)$$

### 3.5. Energía potencial

La energía potencial total de un robot manipulador es la suma de la energía potencial en los enlaces individuales.

$$\mathcal{U} = \sum_{i=1}^n u_i \quad (3.47)$$

La energía potencial es relativa a la altura de referencia que se considera como  $u = 0$ , en este trabajo se establece en la base del robot.

$$u_1 = m_1 g l_{c1} \quad (3.48)$$

$$u_2 = m_2 g l_{c2} \text{sen}(q_2) \quad (3.49)$$

$$u_3 = m_3 g (l_2 \text{sen}(q_2) + l_{c3} \text{sen}(q_2 + q_3)) \quad (3.50)$$

La energía potencial del robot esta definida por la ecuación 3.51.

$$\mathcal{U}(\mathbf{q}) = m_1 g l_{c1} + m_2 g l_{c2} \text{sen}(q_2) + m_3 g (l_2 \text{sen}(q_2) + l_{c3} \text{sen}(q_2 + q_3)) \quad (3.51)$$

El lagrangiano de un robot manipulador de  $n$  grados de libertad es la diferencia entre su energía cinética y su energía potencial, considerando que  $\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_n]^T$  es el vector de posición y  $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n]^T$  el vector de velocidad.

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathcal{U}(\mathbf{q}) \quad (3.52)$$

Aplicando la ecuación 3.52 el lagrangiano para el robot manipulador de 3 gdl es:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = & \frac{1}{2} I_{zz1} \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 [(\beta_2 + \delta)^2 \dot{q}_1^2 + l_{c2}^2 \text{sen}^2(q_2) \dot{q}_1^2 - 4l_{c2}(\beta_2 + \delta) \text{sen}(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ & + l_{c2}^2 \dot{q}_2^2] + \frac{1}{2} [(I_{xx2} \cos^2(q_1) - 2I_{xy2} \text{sen}(q_1) \cos(q_1) + I_{yy2} \text{sen}^2(q_1)) \dot{q}_2^2 + I_{zz2} \dot{q}_1^2 \\ & - 2(I_{xz2} \cos(q_1) + I_{yz2} \text{sen}(q_1)) \dot{q}_1 \dot{q}_2] + \frac{1}{2} m_3 [(\beta_2 + \beta_3 + \delta)^2 + l_2^2 \cos^2(q_2) \\ & + l_{c3}^2 \cos^2(q_2 + q_3) + 4(l_2 \cos(q_2) + l_{c3} \cos(q_2 + q_3)) \dot{q}_1^2 + l_{c3}^2 \dot{q}_2^2 + l_2^2 \dot{q}_2^2 - 2(l_2 \text{sen}(q_2) \\ & + l_{c3} \text{sen}(q_2 + q_3)) \dot{q}_1 \dot{q}_2 - 2(\beta_2 + \beta_3 + \delta) l_3 \text{sen}(q_2 + q_3) \dot{q}_1 \dot{q}_3 - 2(l_2 \text{sen}(q_2) \\ & + l_{c3} \text{sen}(q_2 + q_3)) \dot{q}_2 \dot{q}_3 + 2(l_2 \cos(q_2) l_{c3} \cos(q_2 + q_3) + l_{c3}^2 \cos^2(q_2 + q_3)) \dot{q}_2 \dot{q}_3 + l_{c3}^2 \dot{q}_3^2] \\ & - \frac{1}{2} [(I_{xx3} \cos^2(q_1) - 2I_{xy3} \cos(q_1) \text{sen}(q_1) + I_{yy3} \text{sen}^2(q_1)) (\dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2 + I_{zz3} \dot{q}_1^2 \\ & - 2(I_{xz3} \cos(q_1) + I_{yz3} \text{sen}(q_1)) (\dot{q}_2 \dot{q}_1 + \dot{q}_3 \dot{q}_1)] - m_1 g l_{c1} - m_2 g l_{c2} \text{sen}(q_2) \\ & - m_3 g (l_2 \text{sen}(q_2) + l_{c3} \text{sen}(q_2 + q_3)) \end{aligned} \quad (3.53)$$

### 3.6. Ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange

Las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange estan dadas por la ecuación 3.54, donde  $\tau$  son los pares ejercidos a cada articulación

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right] - \frac{\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}} = \tau \quad (3.54)$$

Las ecuaciones de movimiento para el robot manipulador de 3 gdl Rotradi

$$\begin{aligned} \tau_1 = & [I_{zz1}\ddot{q}_1 + m_2[(\beta_2 + \delta)^2\ddot{q}_1 + 2l_{c2}^2\text{sen}(q_2)\cos(q_2)\dot{q}_1\dot{q}_2 + 2l_{c2}^2\text{sen}^2(q_2)\ddot{q}_1] \\ & - 2l_{c2}(\beta_2 + \delta)\cos(q_2)\dot{q}_2^2 - 2l_{c2}(\beta_2 + \delta)\text{sen}(q_2)\ddot{q}_2 + I_{zz2}\ddot{q}_1 - (I_{xx2}\cos(q_1) \\ & + I_{yz2}\text{sen}(q_1))\ddot{q}_2 + (I_{xx2}\text{sen}(q_1) - I_{yz2}\cos(q_1))\dot{q}_1\dot{q}_2 + m_3[(\beta_2 + \beta_3 + \delta)^2 \\ & + l_{c2}^2\cos^2(q_2) + l_{c3}^2\cos^2(q_2 + q_3) + 2(l_2\cos^2(q_2) + l_{c3}\cos(q_2 + q_3))\ddot{q}_1 \\ & - (2l_{c2}^2\cos(q_2)\text{sen}(q_2)\dot{q}_2 + 2l_{c3}^2\text{sen}(q_2 + q_3)\cos(q_2 + q_3)(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) - 4(l_2\text{sen}(q_2)\dot{q}_2 \\ & + l_{c3}\text{sen}(q_2 + q_3))(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) - 4(l_2\cos(q_2) + l_{c3}\cos(q_2 + q_3))\dot{q}_1 - (l_2\text{sen}(q_2) \\ & + l_{c3}\text{sen}(q_2 + q_3))\ddot{q}_2 - (l_2\cos(q_2)\dot{q}_2 + l_{c3}\cos(q_2 + q_3))(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \\ & - (\beta_2 + \beta_3 + \delta)l_{c3}\text{sen}(q_2 + q_3)\ddot{q}_3 - (\beta_2 + \beta_3 + \delta)l_{c3}\cos(q_2 + q_3)(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)\dot{q}_3] \\ & + I_{zz3}\ddot{q}_1 - (I_{xz3}\cos(q_1) + I_{yz3}\text{sen}(q_1))(\ddot{q}_2 + \ddot{q}_3) - (I_{xz3}\text{sen}(q_1) + I_{yz3}\cos(q_1))\dot{q}_1(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \\ & - [-I_{xx2}\text{sen}(q_1)\cos(q_1) - I_{xy2}(\cos^2(q_1) - \text{sen}^2(q_1)) + I_{yy2}\text{sen}(q_1)\cos(q_1)]\dot{q}_2 \\ & + (I_{xz2}\text{sen}(q_1) + I_{yz2}\cos(q_1))\dot{q}_1\dot{q}_2 + (I_{xx3}\text{sen}(q_1)\cos(q_1) - I_{xy3}(\cos^2(q_1) - \text{sen}^2(q_1)) \\ & + I_{yy3}\text{sen}(q_1)\cos(q_1))(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2 + I_{xz3}\text{sen}(q_1) - I_{yz3}\cos(q_1))\dot{q}_1(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)] \end{aligned} \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} \tau_2 = & [m_2[l_{c2}^2\ddot{q}_2 - l_{c2}(\beta_2 + \delta)\cos(q_2)\dot{q}_1\dot{q}_2] + [(I_{xx2}\cos^2(q_1) - I_{xy2}\text{sen}(q_1)\cos(q_1) \\ & + I_{yy2}\text{sen}^2(q_1))\ddot{q}_2 - l_{c2}(\beta_2 + \delta)\cos(q_2)\dot{q}_1\dot{q}_2] - [2I_{xx2}\text{sen}(q_1)\cos(q_1) + I_{xy2}(\cos^2(q_1) \\ & - \text{sen}^2(q_1)) + 2I_{yy2}\text{sen}(q_1)\cos(q_1) - I_{xz2}\text{sen}(q_1) + I_{yz2}\cos(q_1)]\dot{q}_1\dot{q}_2 + m_3[l_{c3}^2\ddot{q}_2 + l_{c2}^2\ddot{q}_2 \\ & - (l_2\text{sen}(q_2) + l_{c3}\text{sen}(q_2 + q_3))\dot{q}_3 + l_2\cos(q_2)l_{c3}\cos(q_2 + q_3)\ddot{q}_3 - (l_2\cos(q_2)\dot{q}_2 \\ & + l_{c3}\cos(q_2 + q_3)(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) - l_2\text{sen}(q_2)l_{c3}\cos(q_2 + q_3)\dot{q}_2 - l_2\cos(q_2)l_{c3}\text{sen}(q_2 + q_3)(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \\ & + l_{c3}^2\text{sen}(q_2 + q_3)\cos(q_2 + q_3)(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)]\dot{q}_3 - (I_{xx3}\cos^2(q_1) - 2I_{xy3}\text{sen}(q_1)\cos(q_1) \\ & + I_{yy3}\text{sen}^2(q_1))(\ddot{q}_2 + \ddot{q}_3) + [2I_{xx3}\text{sen}(q_1)\cos(q_1) + 2I_{xy3}(\cos^2(q_1) - \text{sen}^2(q_1)) \\ & - 2I_{yy3}\text{sen}(q_1)\cos(q_1)]\dot{q}_1(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) - (I_{xz3}\cos(q_1) + I_{yz3}\text{sen}(q_1))\ddot{q}_1 + (I_{xz3}\text{sen}(q_1) \\ & - I_{yz3}\cos(q_1))\dot{q}_1^2] - [m_2[l_{c2}^2\text{sen}(q_2)\cos(q_2)\dot{q}_1^2 - 2l_{c2}(\beta_2 + \delta)\cos(q_2)\dot{q}_1\dot{q}_2] \\ & + m_3[-l_{c2}^2\cos(q_2)\text{sen}(q_2) - l_{c3}^2\cos(q_2 + q_3)\text{sen}(q_2 + q_3) + 2(l_2\text{sen}(q_2) - l_{c3}\text{sen}(q_2 + q_3))\dot{q}_1^2 \\ & - (l_2\cos(q_2) + l_{c3}\cos(q_2 + q_3))\dot{q}_1\dot{q}_2 - (\beta_2 + \beta_3 + \delta)l_{c3}\cos(q_2 + q_3)\dot{q}_1\dot{q}_3 - (l_2\cos(q_2) \\ & + l_{c3}\cos(q_2 + q_3))\dot{q}_2\dot{q}_3 - l_2l_{c3}(\text{sen}(q_2)\cos(q_2 + q_3) + \cos(q_2)\text{sen}(q_2 + q_3)) \\ & + l_{c3}^2\text{sen}(q_2 + q_3)\dot{q}_2\dot{q}_3] - m_2gl_{c2}\cos(q_2) - m_3g(l_2\cos(q_2) + l_{c3}\cos(q_2 + q_3))] \end{aligned} \quad (3.56)$$

$$\begin{aligned}
\tau_3 = & [-m_3[(\beta_2 + \beta_3 + \delta)l_{c3}\text{sen}(q_2 + q_3)\ddot{q}_1 + (\beta_2 + \beta_3 + \delta)l_{c3}\text{cos}(q_2 + q_3)(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)\dot{q}_1 \\
& - (l_2\text{sen}(q_2) + l_{c3}\text{sen}(q_2 + q_3) - l_2\text{cos}(q_2)l_{c3}\text{cos}(q_2 + q_3) - l_{c3}^2\text{cos}^2(q_2 + q_3))\ddot{q}_2 - (l_2\text{cos}(q_2)\dot{q}_2 \\
& + l_{c3}\text{cos}(q_2 + q_3)(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) + l_2\text{sen}(q_2)l_{c3}\text{cos}(q_2 + q_3)\dot{q}_2 + l_2l_{c3}\text{cos}(q_2)\text{sen}(q_2 + q_3)(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \\
& + 2l_{c3}^2\text{sen}(q_2 + q_3)\text{cos}(q_2 + q_3)(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)\dot{q}_2 + l_{c3}^2\ddot{q}_3] - (I_{xx3}\text{cos}^2(q_1) - 2I_{xy3}\text{sen}(q_1)\text{cos}(q_1) \\
& + I_{yy3}\text{sen}^2(q_1))(\ddot{q}_2 + \ddot{q}_3) + (2I_{xx3}\text{sen}(q_1)\text{cos}(q_1)\dot{q}_1 + 2I_{xy3}(\text{cos}^2(q_1) - \text{sen}^2(q_1))\dot{q}_1 \\
& - 2I_{yy3}\text{sen}(q_1)\text{cos}(q_1))(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) - (I_{xz3}\text{cos}(q_1) + I_{yz3}\text{sen}(q_1))\ddot{q}_1 + (I_{xz3}\text{sen}(q_1) - I_{yz3}\text{cos}(q_1))\dot{q}_1^2] \\
& - [m_3[(-l_{c3}^2\text{cos}(q_2 + q_3)\text{sen}(q_2 + q_3) - 2l_{c3}\text{sen}(q_2 + q_3))\dot{q}_1^2 - l_2\text{cos}(q_2 + q_3)\dot{q}_1\dot{q}_2 \\
& - (\beta_2 + \beta_3 + \delta)l_{c3}\text{cos}(q_2 + q_3)\dot{q}_1\dot{q}_3 - (l_{c3}\text{cos}(q_2 + q_3) + l_2\text{cos}(q_2)l_{c3}\text{sen}(q_2 + q_3) \\
& + l_{c3}^2\text{sen}(q_2 + q_3)\text{cos}(q_2 + q_3))\dot{q}_2\dot{q}_3] - m_3gl_{c3}\text{cos}(q_2 + q_3)]
\end{aligned}$$

El modelo dinámico de un robot manipulador de  $n$  grados de libertad en forma compacta se puede reescribir como en la ecuación 3.11 [3].

$$\tau = M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + g(\mathbf{q}) + f_f(\dot{\mathbf{q}}, f_e) \quad (3.57)$$

donde

- $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$  Vector de coordenadas generalizadas o posiciones articulares.
- $\dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$  Vector de velocidades articulares.
- $\ddot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$  Vector de aceleraciones articulares.
- $M(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  Matriz de inercia, es una matriz simétrica,  $M(\mathbf{q}) = M(\mathbf{q})^T$ , definida positiva  $M(\mathbf{q}) > 0$ .
- $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  Matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis.

$$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} = M(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} - \frac{\partial}{\partial q} \left[ \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \right] \quad (3.58)$$

- $g(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^n$  Vector de fuerzas o pares gravitacionales obtenido como el gradiente de la energía potencial, debida a la acción de la gravedad.
- $f_f(\dot{\mathbf{q}}, f_e) \in \mathbb{R}^n$  Vector de pares de fricción que incluye la fricción viscosa, de Coulomb y estática de cada articulación.

# Capítulo 4

## Estimación de parámetros

### 4.1. Introducción

La precisión, el rendimiento y robustez de algoritmos de control avanzados dependen en buena medida a los parámetros que se encuentran en el modelo dinámico, sin embargo, la mayoría de los parámetros son desconocidos incluso para el fabricante.

Las masas de los eslabones, distancias de los eslabones, centros de masa y momentos de inercia pueden ser estimados por tres principales métodos [16]:

1. **Mediciones directas de los pesos y dimensiones los elementos del robot.** El centro de masa se puede determinar por medio de los puntos de equilibrio de los eslabones y los elementos del tensor de inercia pueden ser obtenidos de movimientos pendulares. Para llevar a cabo el primer método se requiere tener acceso completo al robot, este método no siempre es factible debido a que los motores y eslabones del robot pueden ser grandes y pesados o bien tener una geometría compleja.
2. **Obtener los parámetros por medio del software con CAD.** La implementación del segundo método requiere reproducir de manera fiel el robot teniendo en cuenta todos sus elementos sin olvidar los tornillos, arandelas y tuercas. Esta tarea se complica si no se cuenta con los planos y tipos de materiales del robot.
3. **Identificación paramétrica.** Este método está basado en el análisis de entradas/salidas del robot donde las entradas son los pares aplicados a cada articulación y las salidas son la posición, velocidad y aceleración articular. El par aplicado es diseñado como una señal de excitación persistente. Este método no es sencillo, sin embargo, tiene la ventaja de estimar los parámetros inerciales y los parámetros dinámicos, estos últimos se presentan cuando el robot se encuentra en movimiento, como la fricción.

La identificación paramétrica es un método utilizado en la literatura de robots manipuladores, en [17] realiza la estimación de parámetros inerciales del robot MIT Serial Link DD Arm de 3 gdl y realiza la distinción de parámetros: identificable, no identificable y linealmente identificable, encontrando parámetros no identificables. En [18] realiza identificación paramétrica en un robot de 2 gdl EDDA (Experimental Direct Drive Robot) obteniendo sus parámetros por el método de mínimo cuadrados y validados por el modelo en CAD (manipulador fue diseñado y construido en el instituto). En [19] y [20] la identificación se realiza por mínimos cuadrados en robots de 2 gdl y 3 gdl respectivamente, presentan 5 regresores lineales donde verifica la precisión de cada uno y validan los resultados con simulación de la dinámica del robot.

En este trabajo se presenta la estimación de parámetros del robot Rotradi IV de 3 gdl mediante el método de mínimos cuadrados recursivo, se realiza de manera off-line.

## 4.2. Método de mínimos cuadrados recursivo

El modelo del robot manipulador tiene la propiedad de ser lineal, por lo que puede ser expresado como un regresor lineal manteniendo la estructura de una matriz de observaciones o mediciones y un vector de parámetros[3].

El método de mínimos cuadrados minimiza la suma de cuadrado de los errores, el error de estimación se define como la diferencia entre los datos medidos y los datos calculados utilizando el modelo, en nuestro caso, el modelo dinámico de los robots [22].

Forma general del modelo de regresión.

$$\mathbf{y}(k) = \Psi(k)^T \boldsymbol{\theta} \quad (4.1)$$

donde

- $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^n$  Vector de mediciones (entradas o salidas) del sistema.
- $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^p$  Vector de parámetros desconocidos.
- $\Psi(k) \in \mathbb{R}^{p \times n}$  Matriz de regresión compuesta por observaciones de funciones conocidas.

El modelo de la ecuación 4.1 el índice  $k$  denota que se realiza en tiempo discreto, mientras que el modelo de regresión (ecuación 4.8) es formulado en tiempo continuo, de este modo la identificación paramétrica se realiza de manera híbrida [22].

**Algoritmo de mínimos cuadrados. Caso vectorial**

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \widehat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + P(k-1)\Psi(k)[I + \Psi(k)^T P(k-1)\Psi(k)]^{-1}e(k) \quad (4.2)$$

$$P(k) = P(k-1) - P(k-1)\Psi(k)[I + \Psi(k)^T P(k-1)\Psi(k)]^{-1}\Psi(k)^T P(k-1) \quad (4.3)$$

$$e(k) = \mathbf{y}(k) - \Psi(k)^T \widehat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) \quad (4.4)$$

donde

- $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$  Matriz identidad.
- $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^n$  Vector de mediciones (entradas o salidas) del sistema.
- $\widehat{\boldsymbol{\theta}} \in \mathbb{R}^p$  Vector de estimación paramétrica.
- $P(k) \in \mathbb{R}^{p \times p}$  Matriz de covarianza.
- $e(k) \in \mathbb{R}^n$  Error de predicción paramétrica.
- $\Psi(k) \in \mathbb{R}^{p \times n}$  Matriz de regresión compuesta por observaciones de funciones conocidas.

**Algoritmo de mínimos cuadrados. Caso escalar**

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \widehat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + \frac{P(k-1)\Psi(k)e(k)}{1 + \Psi(k)^T P(k-1)\Psi(k)} \quad (4.5)$$

$$P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1)\Psi(k)\Psi(k)^T P(k-1)}{1 + \Psi(k-1)^T P(k-1)\Psi(k)} \quad (4.6)$$

$$e(k) = \mathbf{y}(k) - \Psi(k)^T \widehat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) \quad (4.7)$$

donde

- $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}$  Vector de mediciones (entradas/salidas) del sistema.
- Vector de estimación paramétrica está representado por  $\widehat{\boldsymbol{\theta}} \in \mathbb{R}^p$ .
- $P(k) \in \mathbb{R}^{p \times p}$  Matriz de covarianza.
- $e(k) \in \mathbb{R}^n$  Error de predicción paramétrica.
- $\Psi(k) \in \mathbb{R}^{p \times 1}$  Matriz de regresión compuesta por observaciones de funciones conocidas.

El modelo dinámico de robots manipuladores posee propiedades que permiten generar varios esquemas de regresión lineal como modelo dinámico, modelo dinámico filtrado, los modelos de energía, potencia y potencia filtrada.

### 4.2.1. Modelo dinámico

El modelo de regresión dinámico se le denomina así debido a que emplea la estructura del modelo dinámico para expresarlo como un regresor lineal vectorial y adquiere la siguiente estructura [22]:

$$\boldsymbol{\tau}_f = Y_f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\theta} \quad (4.8)$$

este modelo de regresión corresponde al caso vectorial y requiere la medición de la aceleración articular  $\ddot{\mathbf{q}}$  para calcular los elementos de la matriz de observaciones  $Y_f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ .

El error de predicción del robot manipulador toma la siguiente forma:

$$e(k) = \boldsymbol{\tau}_{f(k)} - Y_f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})(k)\hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) \quad (4.9)$$

### 4.2.2. Modelo de energía total

El modelo de regresión de la energía se basa en el principio de la conservación de la energía, el cual establece que el trabajo efectuado por las fuerzas aplicadas a un sistema es igual al cambio de energía total del sistema.

$$\int_0^t \dot{\mathbf{q}}(\sigma)^T \boldsymbol{\tau}(\sigma) d\sigma = \mathcal{H}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) - \mathcal{H}(\mathbf{q}(0), \dot{\mathbf{q}}(0)) + \int_0^t \dot{\mathbf{q}}(\sigma)^T f(\dot{\mathbf{q}}(\sigma)) d\sigma \quad (4.10)$$

Supóngase que la energía hamiltoniana en el instante cero es nula, entonces empleando el principio de conservación de la energía y la propiedad de linealidad en los parámetros de la energía total del robot, el modelo de regresión de la energía está dado por [22]:

$$\int_0^t \dot{\mathbf{q}}(\sigma)^T \boldsymbol{\tau}(\sigma) d\sigma = \left[ \phi_{\mathcal{H}}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))^T \quad \int_0^t \dot{\mathbf{q}}(\sigma)^T \phi_{\mathcal{F}}(\dot{\mathbf{q}}(\sigma)) d\sigma \right] \boldsymbol{\theta} \quad (4.11)$$

El modelo de regresión es lineal en los parámetros dinámicos y en los coeficientes de fricción viscosa y de Coulomb. El regresor depende de la posición  $\mathbf{q}$  y velocidad  $\dot{\mathbf{q}}$ , por lo que no requiere la aceleración  $\ddot{\mathbf{q}}$ .

El error de predicción del modelo de regresión de la energía.

$$e(k) = \int_0^{kh} \dot{\mathbf{q}}(\sigma)^T \boldsymbol{\tau}(\sigma) d\sigma - \left[ \phi_{\mathcal{H}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T(k) \quad \int_0^{kh} \dot{\mathbf{q}}(\sigma)^T \phi_{\mathcal{F}}(\dot{\mathbf{q}}(\sigma)) d\sigma \right] \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) \quad (4.12)$$

donde  $h$  indica el periodo de muestreo [22].

### 4.3. Señal de excitación persistente

Una señal  $u(t_k)$  de excitación persistente es aquella que exhibe la dinámica de orden  $n$ . Las señales multisenoidales son utilizadas generalmente en el proceso de identificación.

$$u(t_k) = \sum_{j=1}^m a_j \text{sen}(\omega_j t + \varphi_j) \quad (4.13)$$

donde  $m \in \mathbb{N}$  indica el número de componentes sinusoidales,  $a_j$  es la amplitud de los componentes sinusoidales, la frecuencia son irracionales, debe satisfacer  $0 < \omega_1 < \dots < \omega_m < \pi$  y la fase  $\varphi_j$  es aleatoria [22].

### 4.4. Identificación paramétrica

En la identificación paramétrica encontramos dos modos: fuera de línea(off-line) y en línea (on-line). En el procedimiento off-line se realiza la adquisición de los datos (entradas/salidas) antes del análisis y no se tiene límite en el tiempo de cálculo. Mientras que en el procedimiento on-line existe la retroalimentación en tiempo real de los parámetros durante las operaciones del robot [23].

En el esquema de la figura 4.1 se presenta el procedimiento realizado en la obtención por minimos cuadrados de manera general. En este trabajo se realiza la identificación de manera off-line aplicando como señales persistente una señal sinusoidales con un offset, para finalmente implementar los parámetros resultantes en el modelo dinámico.

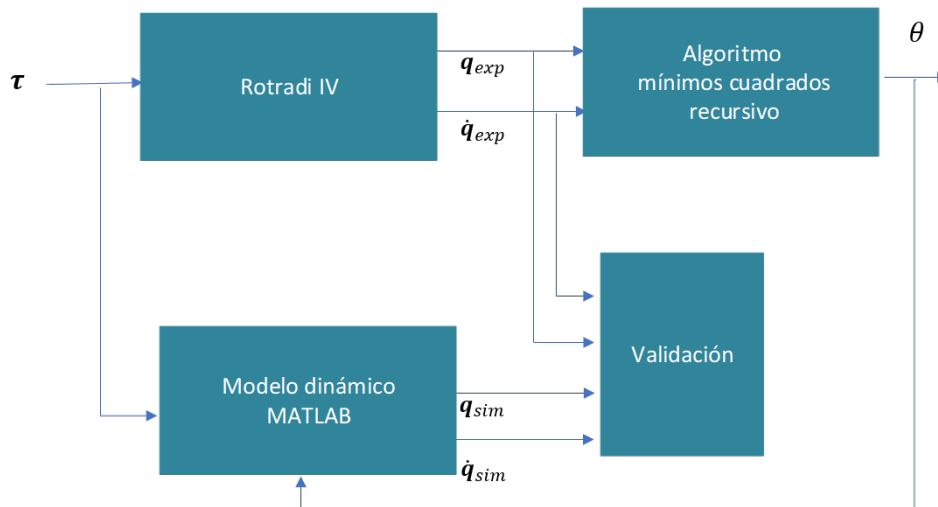


Figura 4.1: Esquema de identificación off-line.

#### 4.4.1. Mediciones directas

Para estimar algunos parámetros inerciales se realizaron mediciones directas de los pesos y dimensiones algunos elementos de fácil acceso, con el objetivo de disminuir el número de parámetros a identificar y generar una estimación robusta.

La tabla muestra los parámetros obtenidos.

Eslabón	Descripción	Notación	Valor
Base	Masa eslabón	$m_1$	12.803 Kg
	Espesor motor	$\beta_1$	0.095 m
Hombro	Masa eslabón	$m_2$	1.872 Kg
	Longitud eslabón	$l_2$	0.35 m
	Espesor motor	$\beta_3$	0.075 Kg
Codo	Masa eslabón	$m_3$	8.735 Kg
	Longitud eslabón	$l_3$	0.35 m
	Espesor motor	$\beta_3$	0.075 m
	Distancia del motor 3 al eje $x_1$	$\delta$	0.045 m

Tabla 4.1: Parámetros de mediciones físicas

Para  $m_3$

$$m_3 = m_{eslabon3} + m_{tornillos} + m_{rotor3} \quad (4.14)$$

Para  $m_2$

$$m_2 = m_{eslabon2} + m_{tornillos} + m_{rotor2} + m_{estator3} \quad (4.15)$$

Para  $m_1$

$$m_1 = m_{eslabon1} + m_{tornillos} + m_{rotor1} + m_{estator2} \quad (4.16)$$

#### 4.4.2. Identificación secuencial

La identificación se propone de forma secuencial, es decir se bloquean algunas articulaciones para dar movimiento a otras. De esta forma se realiza la identificación paramétrica de varios sistemas: un pendulo robot, una centrífuga, un robot manipulador de 2 gdl.

El modelo utilizado es el modelo de energía, que se basa únicamente en las posiciones y velocidades de las articulaciones. Este regresor agrupa toda la información en forma escalar consumiendo menos tiempo computacional ya que no requiere calcular la aceleración pues calcula un vector de parámetros y no una matriz.

### Péndulo-robot

Inicialmente el codo se toma como un péndulo bloqueando la base y el hombro, se estiman los parámetros implementando el modelo de regresión de energía del péndulo robot.

Modelo de regresión lineal de energía.

$$\int_0^t \tau \dot{q} dt = \frac{1}{2} I_p \dot{q}^2 + mgl_c [1 - \cos(q)] + b \int_0^t \dot{q}^2 dt + f_c \int_0^t |\dot{q}| dt \quad (4.17)$$

Error de estimación paramétrica.

$$e(k) = \int_0^t \tau \dot{q} dt - \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \dot{q}^2 & [1 - \cos(q)] & \int_0^t \dot{q}^2 dt & \int_0^t |\dot{q}| dt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_p \\ \hat{m} \hat{g} \hat{l}_c \\ \hat{b} \\ \hat{f}_c \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Vector de estimación paramétrica  $\theta$

$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$
0.014	0.8210	0.4601	0.5604

Tabla 4.2: Parámetros del péndulo

Señal de excitación aplicada al robot manipulador

$$\tau = \text{sen}(9\pi t - 0.2) + 0.8 \text{sen}(2.5\pi t - 0.34) + 0.55(1 - e^{-1.8t}) \quad (4.19)$$

### Centrífuga

En este sistema se coloca el hombro a  $90^\circ$  y codo a  $0^\circ$ . Los parámetros de la base se obtienen mediante el modelo de regresión de energía de una centrífuga.

Modelo de regresión lineal de energía.

$$\int_0^t \tau \dot{q} dt = \frac{1}{2} I_p \dot{q}^2 + b \int_0^t \dot{q}^2 dt + f_c \int_0^t |\dot{q}| dt$$

Error de estimación paramétrica.

$$e(k) = \int_0^t \tau \dot{q} dt - \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \dot{q}^2 & \int_0^t \dot{q}^2 dt & \int_0^t |\dot{q}| dt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_p \\ \hat{b} \\ \hat{f}_c \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Vector de estimación paramétrica  $\theta$

$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$
0.4746	0.4681	0.6399

Tabla 4.3: Parámetros de centrífuga

La señal de excitación persistente

$$\tau_{centrifuga} = 3.5\sin(6.27\pi t + 0.08) + 1.5\sin(0.8\pi t + 0.34) + 1.2(1 - e^{-0.01t}) \quad (4.21)$$

### Robot manipulador 2 grados de libertad

En este subsistema se bloquea la base y se implementa el modelo de regresión de energía del robot de 2 grados de libertad.

Modelo de regresión lineal de energía.

$$\begin{aligned} \int_0^t \begin{bmatrix} \tau_1 & \tau_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} dt &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \theta_1 + 2\theta_2\cos(q_2) & \theta_3 + \theta_2\cos(q_2) \\ \theta_3 + \theta_2\cos(q_2) & \theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \theta_4[1 - \cos(q_1)] + \theta_5[1 - \cos(q_1 + q_2)] \\ \theta_5[1 - \cos(q_1 + q_2)] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta_6 \int_0^t \dot{q}_1^2 dt \\ \theta_7 \int_0^t \dot{q}_2^2 dt \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Error de estimación paramétrica.

$$e = \int_0^t -[\tau_1 \dot{q}_1 + \tau_2 \dot{q}_2] dt - \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} & \psi_{13} & \psi_{14} & \psi_{15} & \psi_{16} & \psi_{17} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \theta_7 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$\psi_{11} = \frac{1}{2}\dot{q}_1^2 \quad (4.24)$$

$$\psi_{12} = \cos(q_2)\dot{q}_1(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \quad (4.25)$$

$$\psi_{13} = \dot{q}_2\left[\frac{1}{2}\dot{q}_1 + \dot{q}_2\right] \quad (4.26)$$

$$\psi_{14} = 1 - \cos(q_1) \quad (4.27)$$

$$\psi_{15} = 1 - \cos(q_1 + q_2) \quad (4.28)$$

$$\psi_{16} = \int_0^t \dot{q}_1^2 dt \quad (4.29)$$

$$\psi_{17} = \int_0^t \dot{q}_2^2 dt \quad (4.30)$$

$$\theta_1 = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_{c2}^2 + I_1 + I_2 \quad (4.31)$$

$$\theta_2 = l_1 m_2 l_{c2} \quad (4.32)$$

$$\theta_3 = m_2 l_{c2}^2 + I_2 \quad (4.33)$$

$$\theta_4 = b_1 \quad (4.34)$$

$$\theta_5 = b_2 \quad (4.35)$$

$$\theta_6 = f_{c1} \quad (4.36)$$

$$\theta_7 = f_{c2} \quad (4.37)$$

Vector de estimación paramétrica  $\theta$

$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\theta_6$	$\theta_7$	$\theta_8$	$\theta_9$
0.4493	0.0314	0.0120	9.5139	0.5135	4.5988	0.3113	-0.8034	0.6455

Tabla 4.4: Parámetros robot manipulador 2 gdl

Señales de excitación

$$\tau_1 = 12\text{sen}(4\pi t - 0.1) + 6\text{sen}(2.5\pi t - 0.34) + 7(1 - e^{-1.8t}) \quad (4.38)$$

$$\tau_2 = 1.4\text{sen}(9\pi t - 0.2) + 0.95\text{sen}(2.5\pi t - 0.34) + 0.55(1 - e^{-1.8t}) \quad (4.39)$$

## 4.5. Comparación: simulación y resultados experimentales

En los vectores de estimación paramétrica  $\theta$  encontramos que la mayoría de los parámetros se encuentran en combinaciones lineales por lo que encontrar los parámetros de manera individual se complica. La metodología planteada, propone realizar la parametrización de forma secuencial, con el fin de introducir en el sistema los parámetros encontrados del sistema anterior.

En esta sección se presenta la simulación de la dinámica del robot aplicando la misma señal de excitación sinusoidal que la aplicada en la identificación paramétrica.

### Péndulo Robot

En la simulación de movimiento de este sistema la señal de entrada es  $\tau$  y en la figura 4.2 y 4.3 se presentan las salidas  $q$  y  $\dot{q}$ .

$$\tau = \text{sen}(9\pi t - 0.2) + 0.8\text{sen}(2.5\pi t - 0.34) + 0.55(1 - e^{-1.8t})$$

En la figura 4.2  $q_{real}$  y  $q_{simulada}$  tiene forma similares teniendo un pequeño desfase lo cual se atribuye al retardo en el arranque del sistema, este no se incluye en la simulación. La forma y magnitud de la señal  $q_{simulada}$  es similar a  $q_{real}$ , aunque  $q_{real}$  es suave.

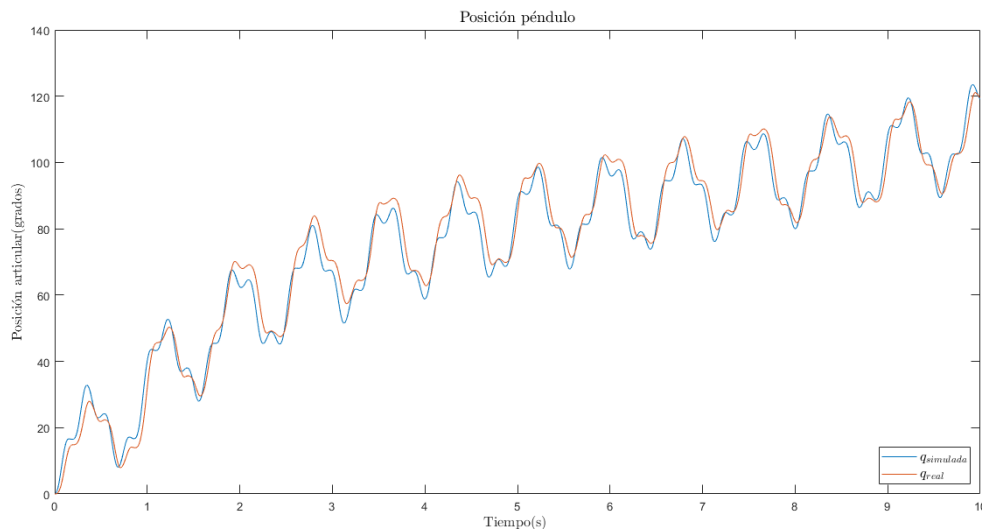


Figura 4.2: Posición articular del péndulo

En la figura 4.3 se presenta la velocidad articular  $\dot{q}_{real}$  y  $\dot{q}_{simulada}$ , se nota el desfase entre señales y en el cambio de giro en la simulación es mayor la velocidad, esto se atribuye a que no se modela la fricción estática.

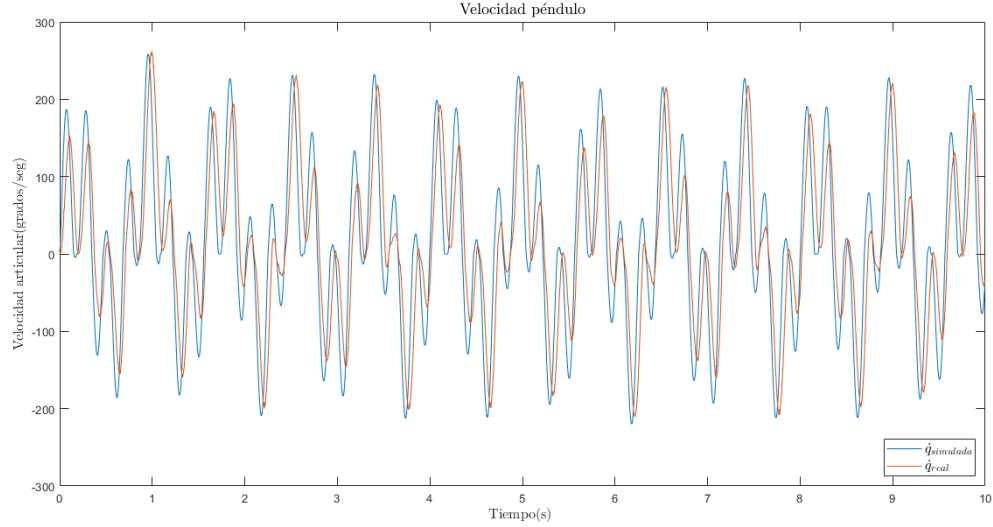


Figura 4.3: Velocidad articular del péndulo.

La tabla presenta los valores de los parámetros utilizados en la simulación de la dinámica de un péndulo robot.

Descripción	Valor	Unidad
$m_p$	1.871	$Kg$
$I_p$	0.0975	$Kgm^2$
$l_{cp}$	0.0485	$m$
$b_p$	0.6	$Nmseg^2/rad$
$f_{cp}$	-0.32	$Nmseg^2/rad$

Tabla 4.5: Parámetros del péndulo

### Centrífuga

La señal de excitación persistente aplicada al sistema de la centrífuga es

$$\tau_{centrifuga} = 3.5\sin(6.27\pi t + 0.08) + 1.5\sin(0.8\pi t + 0.34) + 1.2(1 - e^{-0.01t})$$

En la figura 4.4  $q_{real}$  y  $q_{simulada}$  tiene formas similares, no es visible un desfase en la posición aunque la forma de  $q_{simulada}$  es más suave. En la simulación el cambio de posición

el péndulo tiene menor perturbación esto se nota al tener una pendiente mayor.

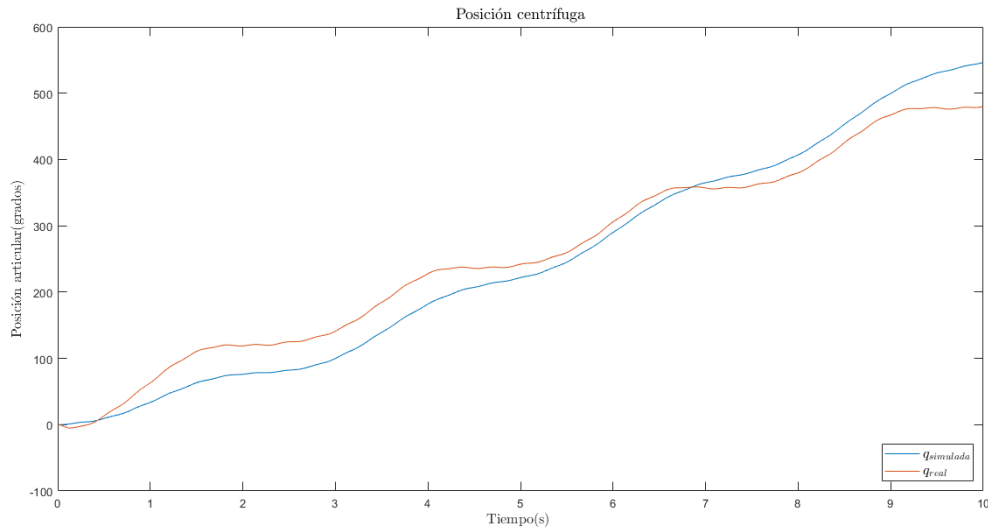


Figura 4.4: Posición articular de centrífuga

La figura 4.5 la señal  $q_{real}$  presenta una perturbación grande que genera que la base cambie de sentido y no se encuentra modelada. La perturbación se genera debido a que la posición inicial en el arranque del robot de 3 gdl el hombro se coloca a  $90^\circ$ . En este sistema  $q_{real}$  tiene mayor amplitud.

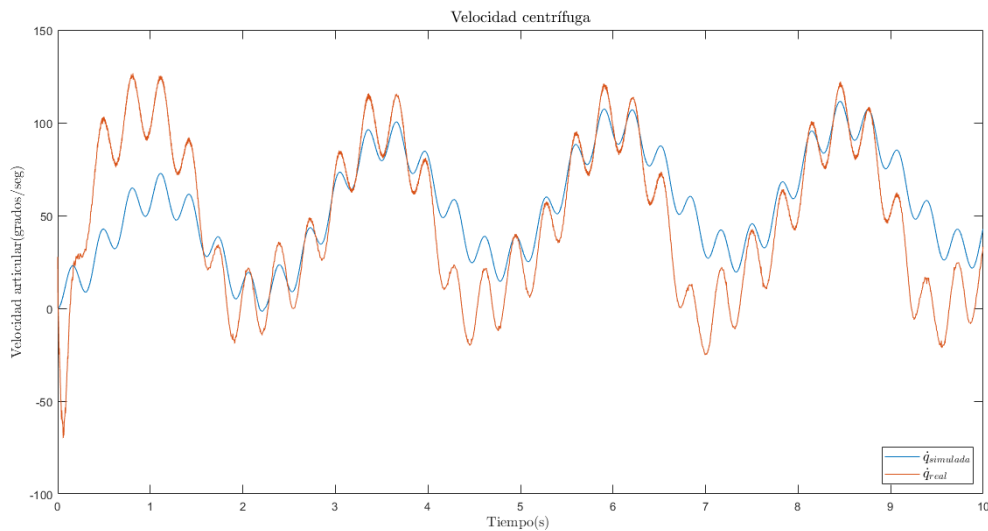


Figura 4.5: Velocidad articular de centrífuga

La tabla presenta los valores de los parámetros utilizados en la simulación.

Descripción	Valor	Unidad
$I_{Centrifuga}$	0.95	$Kg$
$b_{Centrifuga}$	0.45	$Nmseg^2/rad$
$f_{cCentrifuga}$	0.67	$Nmseg^2/rad$

Tabla 4.6: Parámetros de centrifuga

### Robot 2gdl

Para este subsistema las señales son:

$$\tau_1 = 12\text{sen}(4\pi t - 0.1) + 6\text{sen}(2.5\pi t - 0.34) + 7(1 - e^{-1.8t})$$

$$\tau_2 = 1.4\text{sen}(9\pi t - 0.2) + 0.95\text{sen}(2.5\pi t - 0.34) + 0.55(1 - e^{-1.8t})$$

En esta gráfica las señales  $q_{real}$  y  $q_{simulada}$  pertenecen al hombro tienen forma y magnitud similar, aunque  $q_{simulada}$  tiene una pendiente ligeramente mayor a la señal experimental.

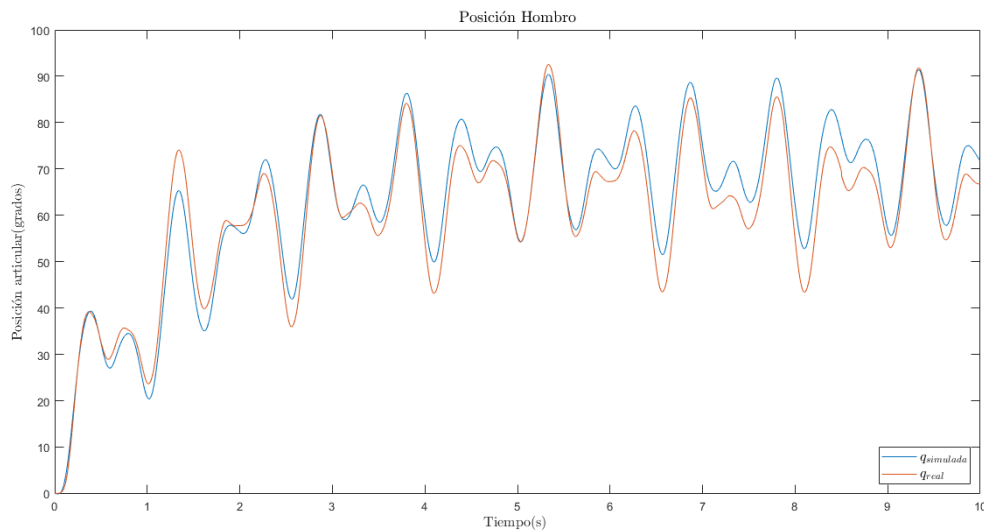


Figura 4.6: Posición articular del hombro robot 2gdl

En gráfica de la figura 4.7 las señales  $\dot{q}_{real}$  y  $\dot{q}_{simulada}$  son las velocidades del hombro tienen

forma y magnitud similar. En las imágenes 4.6 y 4.7 las señales medidas y simuladas del hombro prácticamente se empalman.

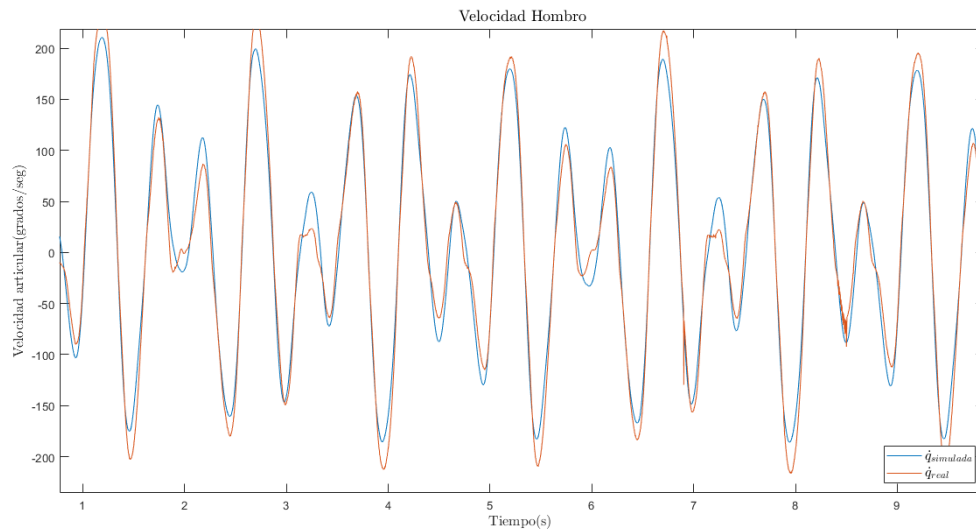


Figura 4.7: Velocidad articular del hombro robot 2 gdl

En la gráfica de posición articular del codo, la señal  $q_{simulada}$  sigue los cambios de la señal medida  $q_{real}$ , pero no coinciden completamente en ocasiones la posición simulada es mayor.

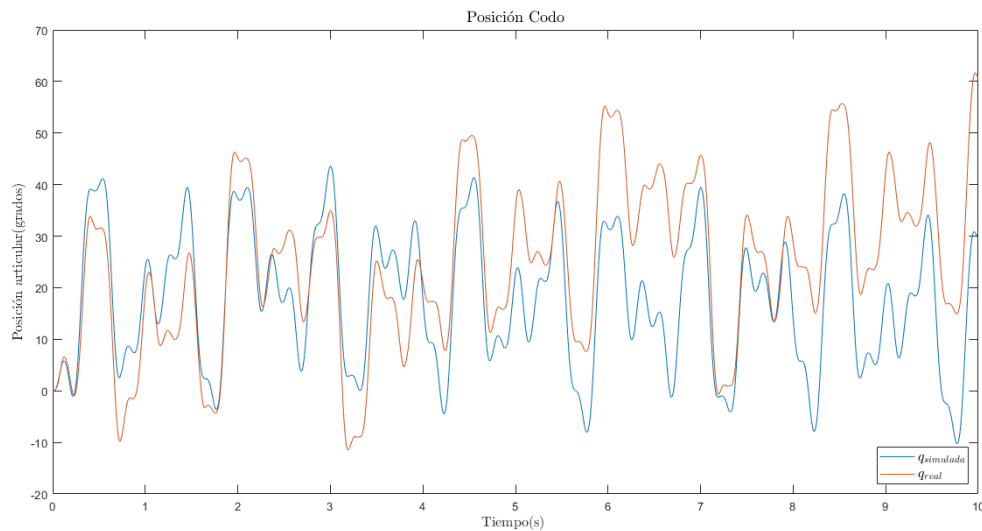


Figura 4.8: Posición articular del codo robot 2 gdl

Las señales de velocidad del codo  $\dot{q}_{real}$  y  $\dot{q}_{simulada}$  tienen forma y magnitud similar, están empalmadas.

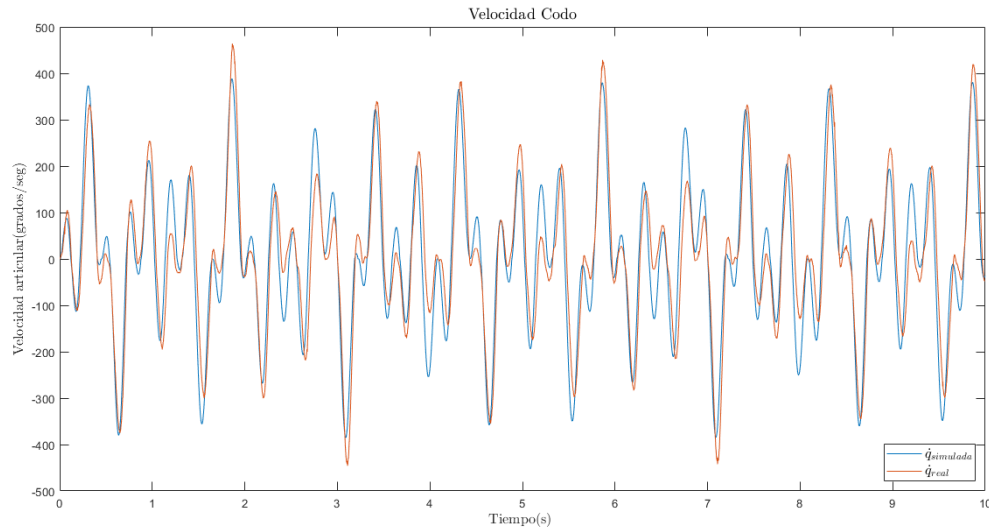


Figura 4.9: Velocidad articular del codo robot 2 gdl

En la tabla se muestran los valores implementados en la simulación del robot de 2 gdl.

Descripción	Valor	Unidad
$m_1$	8.72	$Kg$
$l_1$	0.35	$m$
$l_{c1}$	0.03612	$m$
$I_1$	0.196	$Kgm^2$
$b_1$	4.6	$Nmseg^2/rad$
$f_{c1}$	-0.9	$Nmseg^2/rad$
$f_{e1}$	-0.3	$Nmseg^2/rad$
$m_2$	1.871	$Kg$
$l_2$	0.35	$m$
$l_{c2}$	0.0485	$m$
$I_2$	0.00825	$Kgm^2$
$b_2$	0.40	$Nmseg^2/rad$
$f_{c2}$	-0.1	$Nmseg^2/rad$
$f_{e2}$	-0.28	$Nmseg^2/rad$

Tabla 4.7: Parámetros de Robot de 2 grados de libertad

# Capítulo 5

## Control de posición

### 5.1. Introducción

En esta sección se aborda el control de posición de un robot manipulador de 3 gdl que se desplaza libremente en su espacio de trabajo, sin tener interacción con el medio ambiente. También se propone una familia de controladores compuestos por el gradiente de una energía potencial artificial menos la retroalimentación de velocidad.

El problema de control centra el cálculo de los pares / fuerzas de accionamiento para producir el movimiento deseado del efector final, de este modo dada una posición articular deseada, que se supone constante, se trata de determinar una función vectorial  $\tau$ , de tal forma que las posiciones  $q$  asociadas a las coordenadas articulares del robot llegue asintóticamente a la posición deseada  $q_d$ .

En 1993 Whitcomb y Koditschek propusieron una función estricta de Lyapunov para llevar a cabo el análisis de estabilidad asintótica del algoritmo de control  $PD_+$ . Posteriormente, Kelly en 1997 empleó esa misma función y la generalizaron también para el caso de regulación.

La función estricta de Lyapunov permite abordar el problema de control de posición o regulación  $[\tilde{\mathbf{q}}^T, \dot{\mathbf{q}}^T]^T$ , en este caso  $\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = -\dot{\mathbf{q}}$ , mientras que  $\dot{\mathbf{q}}_{d=0}$  y  $\ddot{\mathbf{q}}_{d=0}$ , entonces la estructura de modelo de energía reproduce el caso de regulación [3].

$$\tau = \nabla \mathcal{U}_p(k_p, \tilde{\mathbf{q}}) - \mathbf{f}_v(k_v, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (5.1)$$

siendo  $\nabla \mathcal{U}_v(k_v, \tilde{\mathbf{q}}) = -\mathbf{f}_v(k_v, \dot{\mathbf{q}})$ .

## 5.2. Regulación

El control de posición o regulación es un caso particular de control de movimiento en el cual no existe una referencia variante en el tiempo donde el robot haga seguimiento como en el control de trayectoria, se define un punto constante en el tiempo al que se le denomina posición deseada  $\mathbf{q}_d$ .

El objetivo del control es posicionar el extremo final del robot en ese punto y que permanezca ahí de manera indefinida, para cualquier condición inicial  $[\mathbf{q}(0) \quad \dot{\mathbf{q}}(0)] \in \mathbb{R}^{2n}$ , es decir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}(t) \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}}(t) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}(t) \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}}(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n} \quad \forall t \geq 0$$

La ecuación en lazo cerrado en su representación en variables de estado  $[\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}]^T$  es:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\tilde{\mathbf{q}}} \\ M^{-1}(\mathbf{q}) [\nabla \mathcal{U}_a(K_P, \tilde{\mathbf{q}}) - \mathbf{f}_v(K_v, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) - C(\mathbf{q}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\dot{\tilde{\mathbf{q}}} - B\dot{\tilde{\mathbf{q}}}] \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

### 5.2.1. Moldeo de energía

La técnica de moldeo de energía permite diseñar una familia extensa de esquemas de control [3]:

$$\boldsymbol{\tau} = \nabla \mathcal{U}_a(K_P, \tilde{\mathbf{q}}) - \mathbf{f}_v(K_v, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (5.3)$$

- $\mathcal{U}_a(K_P, \tilde{\mathbf{q}}) > 0$  es la energía potencial artificial; el término  $\nabla \mathcal{U}_a(K_P, \tilde{\mathbf{q}}) = \frac{\partial}{\partial \tilde{\mathbf{q}}} \mathcal{U}_a(K_P, \tilde{\mathbf{q}})$  representa el esquema de control y físicamente el moldeo de energía  $\mathcal{U}_a(K_P, \tilde{\mathbf{q}})$  a través del gradiente  $\nabla \mathcal{U}_a(K_P, \tilde{\mathbf{q}})$ , el cual debe existir como función continua en  $\tilde{\mathbf{q}}$  y  $\nabla \mathcal{U}_a(K_P, \tilde{\mathbf{q}}) = 0 \Leftrightarrow \tilde{\mathbf{q}} = 0$ ; además, se satisface  $\tilde{\mathbf{q}}^T \nabla \mathcal{U}_a(K_P, \tilde{\mathbf{q}}) > 0$ .
- $K_P \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es una matriz diagonal definida positiva conocida como ganancia proporcional ( $K_P > 0, K_P = K_P^T$ ).
- $K_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es una matriz definida positiva llamada ganancia derivativa ( $K_v > 0, K_v = K_v^T$ ).
- $\tilde{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$  es el vector de errores de posición definido como la diferencia entre la posición deseada  $\mathbf{q}_d$  y la posición actual  $\mathbf{q}(t)$ , es decir:  $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}(t)$ .

- $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^n$  es la compensación del par gravitacional.
- El termino de acción de control derivativa  $\mathbf{f}_v(K_v, \dot{\mathbf{q}})$  realiza la función de amortiguador o freno mecánico y además satisface:  $\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{f}_v(K_v, \dot{\mathbf{q}}) > 0$ .

### 5.3. Controlador de posición $e^{\cosh^m(\cdot)}$

Para que un regulador diseñado por medio del moldeo de energía pueda ser empleado en control, es necesario que dicho regulador genere un atractor con características de estabilidad asintótica global y además tenga alto desempeño.

En este trabajo se propone una familia de controladores con forma general.

$$\boldsymbol{\tau} = K_p \frac{\nabla \mathcal{U}_a(\tilde{\mathbf{q}})}{1 + \mathcal{U}_a(\tilde{\mathbf{q}})} - K_v \frac{\nabla \mathcal{U}_a(\dot{\mathbf{q}})}{1 + \mathcal{U}_a(\dot{\mathbf{q}})} \quad (5.4)$$

donde se propone  $\mathcal{U}_a(\tilde{\mathbf{q}}) = e^{\cosh^m(\alpha\tilde{\mathbf{q}})}$  y  $\mathcal{U}_a(\dot{\mathbf{q}}) = e^{\cosh^m(\beta\dot{\mathbf{q}})}$

El regulador tiene una estructura tipo PD con ganancia proporcional y derivativa.

$$\boldsymbol{\tau} = K_p \frac{\cosh^{m-1}(\alpha\tilde{\mathbf{q}}) \operatorname{senh}(\alpha\tilde{\mathbf{q}}) e^{\cosh^m(\alpha\tilde{\mathbf{q}})}}{1 + e^{\cosh^m(\alpha\tilde{\mathbf{q}})}} - K_v \frac{\cosh^{m-1}(\beta\dot{\mathbf{q}}) \operatorname{senh}(\beta\dot{\mathbf{q}}) e^{\cosh^m(\beta\dot{\mathbf{q}})}}{1 + e^{\cosh^m(\beta\dot{\mathbf{q}})}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (5.5)$$

La existencia y unicidad del punto de equilibrio de la ecuación en lazo cerrado debe cumplir.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\mathbf{q}} \\ M^{-1}(\mathbf{q}) \left[ K_p \frac{\nabla \mathcal{U}_a(\tilde{\mathbf{q}})}{1 + \mathcal{U}_a(\tilde{\mathbf{q}})} - K_v \frac{\nabla \mathcal{U}_a(\dot{\mathbf{q}})}{1 + \mathcal{U}_a(\dot{\mathbf{q}})} - B\dot{\mathbf{q}} - C(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \right] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

La condición de la ecuación 5.6 se cumple si  $-\dot{\mathbf{q}} = 0$ , donde  $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$$-\dot{\mathbf{q}} = 0 = -I\dot{\mathbf{q}} \Leftrightarrow \dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (5.7)$$

Teniendo en cuenta las siguientes consideraciones

1.  $\tilde{\mathbf{q}} = -\dot{\mathbf{q}}$
2.  $M^{-1}(\mathbf{q}) > 0$  es definida positiva y existe  $M^{-1}(\mathbf{q})$

3. Sean  $K_p$  y  $K_v$  matrices diagonales  $\neq 0$  y definidas positivas

4. Como  $\dot{\mathbf{q}} = 0$  se cumple que  $K_v \sinh(\dot{\mathbf{q}}) = 0$  entonces:

$$K_p \sinh(\tilde{\mathbf{q}}) = 0 \Leftrightarrow \tilde{\mathbf{q}} = 0 \quad (5.8)$$

5. Sea  $\cosh(\dot{\mathbf{q}}) = 0$  una función definida positiva

6. Sea  $B > 0$

$$B\dot{\mathbf{q}} = 0 \Leftrightarrow \dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (5.9)$$

7. Sea  $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y  $\dot{\mathbf{q}} = 0$

$$C(\mathbf{q}, 0) = 0 \Leftrightarrow \mathbf{q} = 0 \quad (5.10)$$

$$M(\mathbf{q}) \left[ K_p \frac{\alpha \cosh^{m-1}(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) \sinh(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}}{1 + e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}} - K_v \frac{\beta \cosh^{m-1}(\beta \dot{\mathbf{q}}) \sinh(\beta \dot{\mathbf{q}}) e^{\cosh^m(\beta \dot{\mathbf{q}})}}{1 + e^{\cosh^m(\beta \dot{\mathbf{q}})}} - B\dot{\mathbf{q}} - C(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \right] = 0 \quad (5.11)$$

entonces se cumple la ecuación 5.11, por lo tanto, el punto de equilibrio de la ecuación en lazo cerrado existe y es único.

Se propone la función candidata de Lyapunov  $V = (\dot{\mathbf{q}}, \tilde{\mathbf{q}})$  con la forma

$$\begin{aligned} V(\dot{\mathbf{q}}, \tilde{\mathbf{q}}) = & \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \left[ \sqrt{\ln(1 + e^{\cosh^{2m}(\alpha \tilde{\mathbf{q}})})} - \ln(1 + e) \right]^T K_p \left[ \sqrt{\ln(1 + e^{\cosh^{2m}(\alpha \tilde{\mathbf{q}})})} - \ln(1 + e) \right] \\ & - \frac{\varepsilon_0}{1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|} \left[ \frac{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) \sinh(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}}{1 + e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}} \right] M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ & + \frac{\varepsilon_0^2}{2[1 + \|\alpha \tilde{\mathbf{q}}\|]} \left[ \frac{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) \sinh(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})} \tanh(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}{[1 + e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}]^2} \right]^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \left[ \frac{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) \sinh(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})} \tanh(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}{[1 + e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}]^2} \right] \end{aligned} \quad (5.12)$$

Se reescribe  $V(\dot{\mathbf{q}}, \tilde{\mathbf{q}})$  ecuación 5.13

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left[ \dot{\mathbf{q}} - \varepsilon_0 \frac{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) \sinh(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})} \tanh(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}{1 + e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}} \right]^T M(\mathbf{q}) \left[ \dot{\mathbf{q}} - \varepsilon_0 \frac{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) \sinh(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})} \tanh(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}{1 + e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}} \right] \\ & + \left[ \sqrt{\ln(1 + e^{\cosh^{2m}(\alpha \tilde{\mathbf{q}})})} - \ln(1 + e) \right]^T k_p \left[ \sqrt{\ln(1 + e^{\cosh^{2m}(\alpha \tilde{\mathbf{q}})})} - \ln(1 + e) \right] \end{aligned} \quad (5.13)$$

Tomando en cuenta que  $\varepsilon_0$  es un número positivo y resultan terminos cuadráticos entonces la función es definida positiva  $V(\dot{\mathbf{q}}, \tilde{\mathbf{q}}) > 0$ .

Derivada temporal  $\dot{V}(\dot{\mathbf{q}}, \tilde{\mathbf{q}})$

Teniendo en cuenta las siguientes propiedades del modelo dinámico se reducen términos.

1.  $M(\mathbf{q}) > 0$  es definida positiva y existe  $M^{-1}(\mathbf{q})$  entonces se cumple

$$M(\mathbf{q})M^{-1}(\mathbf{q}) = I$$

2. Propiedad 10 de la sección propiedades del modelo dinámico.

$$\dot{M}(\mathbf{q}) = C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + C^T(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$$

3. Propiedad 11 de la sección propiedades del modelo dinámico.

$$\dot{\mathbf{q}}^T C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \dot{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = 0$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(\dot{\mathbf{q}}, \tilde{\mathbf{q}}) &= \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \dot{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} - \left[ \frac{\alpha \cosh^{m-1}(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) \sinh(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}}{1 + e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}} \right]^T k_p \\ -\varepsilon_0 \frac{d}{dt} \left[ \frac{\alpha \cosh^{m-1}(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) \sinh(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}}{1 + e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}} \right]^T M(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} &- \varepsilon_0 \left[ \frac{\alpha \cosh^{m-1}(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) \sinh(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}}{1 + e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}} \right]^T \dot{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \\ -\varepsilon_0 \left[ \frac{\alpha \cosh^{m-1}(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) \sinh(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}}{1 + e^{\cosh^m(\alpha \tilde{\mathbf{q}})}} \right]^T M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} &< 0 \end{aligned} \quad (5.14)$$

## 5.4. Resultados experimentales

En este trabajo se presenta una nueva familia de controladores de posición para manipuladores de robots. En los resultados se realiza la comparación de rendimiento entre el controlador  $e^{\cosh^m(\cdot)}$  y los controladores: PD, PID y Tanh.

Las posiciones deseadas son:

$$q_d = \begin{bmatrix} 90 \\ 45 \\ 90 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Las unidades para las ganancias proporcionales son  $Nm/rad$  y para las ganancias derivativas son  $Nm\ rad/s$ . Se muestran las ganancias implementadas.

Para el controlador  $e^{\cosh^m(\cdot)}$  se realizan pruebas con  $m = 1, 2$  y  $3$ .

$$\text{con } m = 1 \quad K_p = \begin{bmatrix} 5.6 & 0 & 0 \\ 0 & 54.6 & 0 \\ 0 & 0 & 8.14 \end{bmatrix} \quad K_v = \begin{bmatrix} 1.2208 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5288 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05698 \end{bmatrix}$$

$$\text{con } m = 2 \quad K_p = \begin{bmatrix} 5.4 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 \\ 0 & 0 & 8.8 \end{bmatrix} \quad K_v = \begin{bmatrix} 1.161 & 0 & 0 \\ 0 & 0.81 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0396 \end{bmatrix}$$

$$\text{con } m = 3 \quad K_p = \begin{bmatrix} 4.8 & 0 & 0 \\ 0 & 18.5 & 0 \\ 0 & 0 & 8.2 \end{bmatrix} \quad K_v = \begin{bmatrix} 0.96 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0094 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0123 \end{bmatrix}$$

$$\text{con Tanh} \quad K_p = \begin{bmatrix} 2.8 & 0 & 0 \\ 0 & 14.5 & 0 \\ 0 & 0 & 3.35 \end{bmatrix} \quad K_v = \begin{bmatrix} 1.0836 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0875 & 0 \\ 0 & 0 & 0.603 \end{bmatrix}$$

$$\text{con PD} \quad K_p = \begin{bmatrix} 1.2891 & 0 & 0 \\ 0 & 12.4140 & 0 \\ 0 & 0 & 1.8334 \end{bmatrix} \quad K_v = \begin{bmatrix} 0.2062 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1365 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0335 \end{bmatrix}$$

En el controlador PID las ganancias de las matrices  $K_p$  y  $K_v$  son las mismas que el controlador PD.

$$\text{con PID} \quad K_i = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0002 & 0 \\ 0 & 0 & 0.002 \end{bmatrix}$$

Los resultados experimentales se presentan por articulación, cada experimento tiene 4000 muestras, con un tiempo de muestreo de 0.0025s.

En la figura 5.1 y 5.2 se muestra el error de posición del codo  $\tilde{q}_3$ . El controlador con  $m = 3$  tiene la pendiente mas pequeña indicando que llega en menor tiempo aproximadamente 0.295 segundos aunque el controlador  $Tanh$  llega 2.75 segundos con sobre impulso, se estabilizan en 0.3 segundos. En la figura 5.1 se realizar el acercamiento de la figura 5.2. y se visualizar la rapidez de cada controlador.

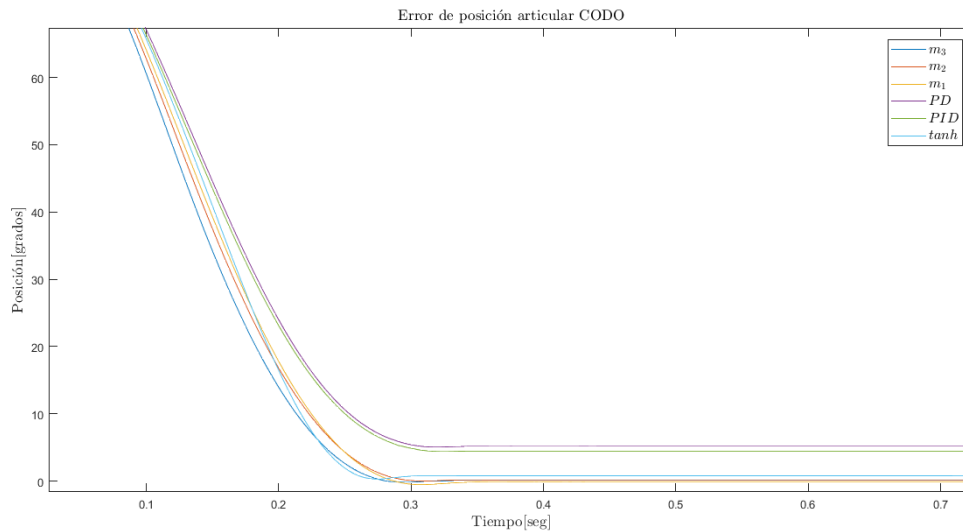


Figura 5.1: Error de posición  $\tilde{q}_3$

En esta figura se aprecia que los controladores se encuentran bien sintonizados debido a que se mantiene en la misma posición a lo largo del experimento. Todos los controladores presentan pequeños sobreimpulsos a excepción del controlador con  $m = 3$ .

Los errores para  $m1$   $\tilde{q}_1 = -0.09668$ ,  $m2$   $\tilde{q}_1 = 0.162$ ,  $m3$   $\tilde{q}_1 = 0.07526$ ,  $tanh$   $\tilde{q}_1 = 0.79$ ,  $PD$   $\tilde{q}_1 = 5.149$  y  $PID$   $\tilde{q}_1 = 4.441$ .

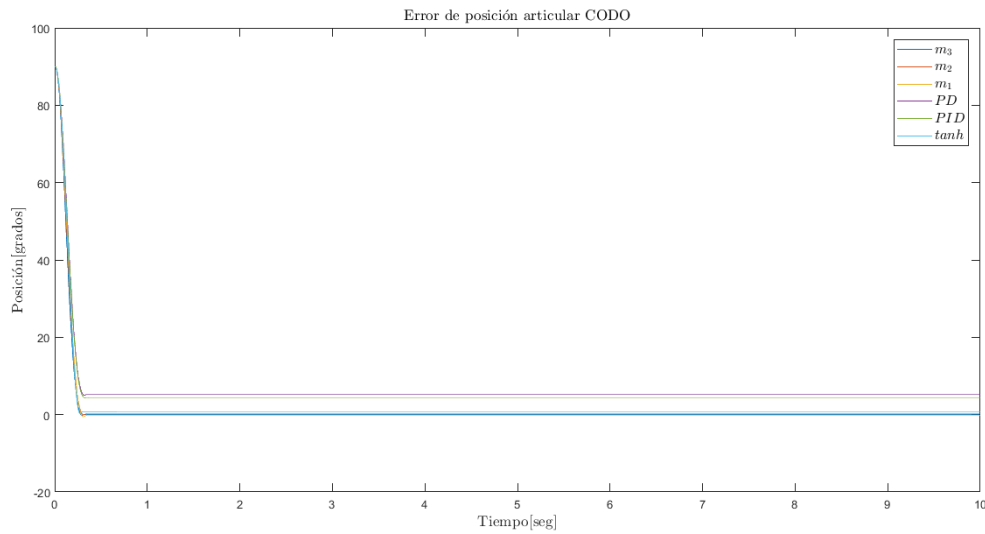


Figura 5.2: Acercamiento a la gráfica de error de posición  $\tilde{q}_3$

Considerando que  $\tau_{max} = 4$  Nm, en la figura se aprecia que  $\tau_{solicitado} < \tau_{max}$ , es decir no se satura el motor de codo.

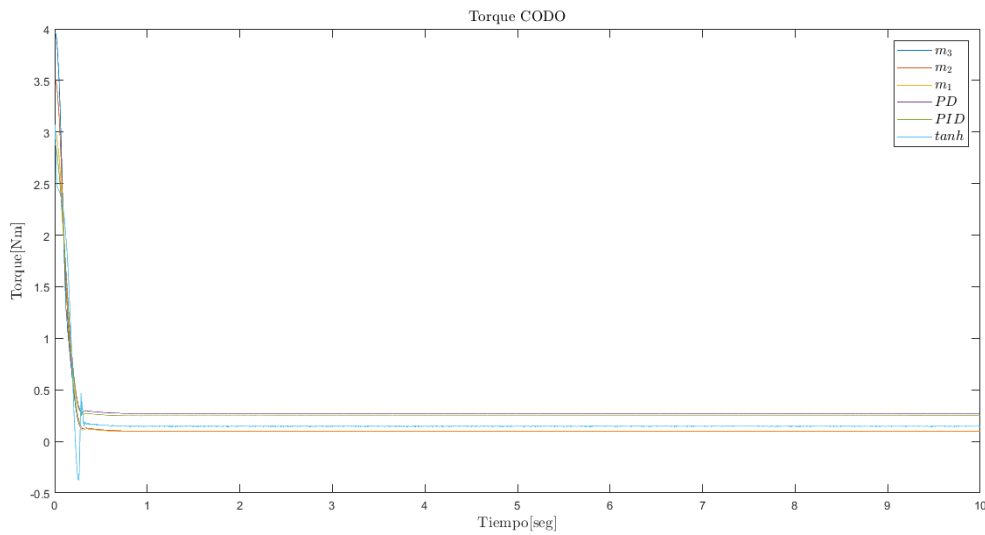


Figura 5.3: Torque aplicado al codo  $\tau_3$

En la figura se muestra el error de posición del hombro  $\tilde{q}_2$ . El controlador que con mayor rapidez es el controlador con  $m = 2$  llega a la posición deseada en 0.805 segundos,  $PID$  llega en segundo lugar sin embargo tiene un error mayor a  $m3$  que llega después.

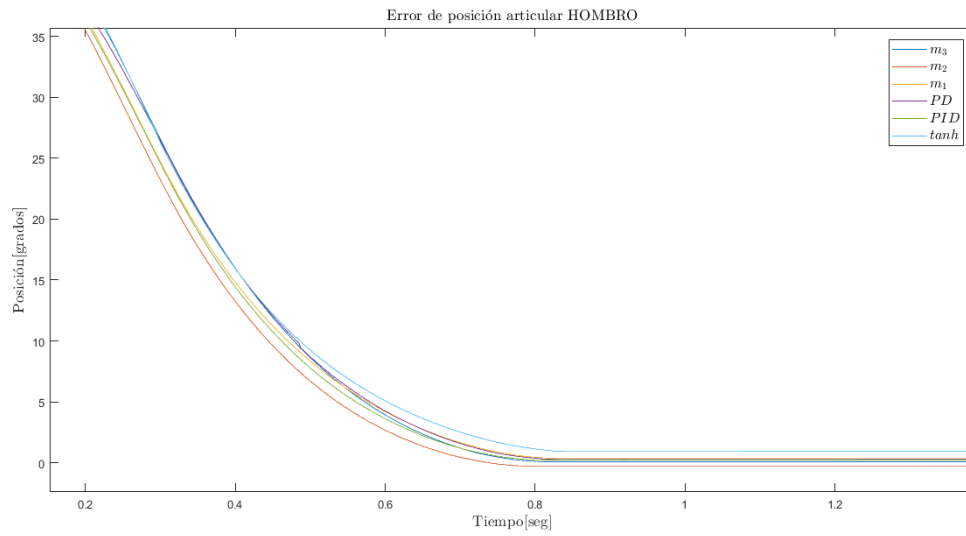


Figura 5.4: Acercamiento a la gráfica de error de posición  $\tilde{q}_2$

La figura 5.4 se aprecia que todos los controladores llegan de manera suave. Los errores para  $m_1 \tilde{q}_2 = 0.405$ ,  $m_2 \tilde{q}_2 = -0.2479$ ,  $m_3 \tilde{q}_2 = 0.08402$ ,  $\tanh \tilde{q}_2 = 0.09229$ ,  $PD \tilde{q}_2 = 0.277$  y  $PID \tilde{q}_2 = 0.23$ .

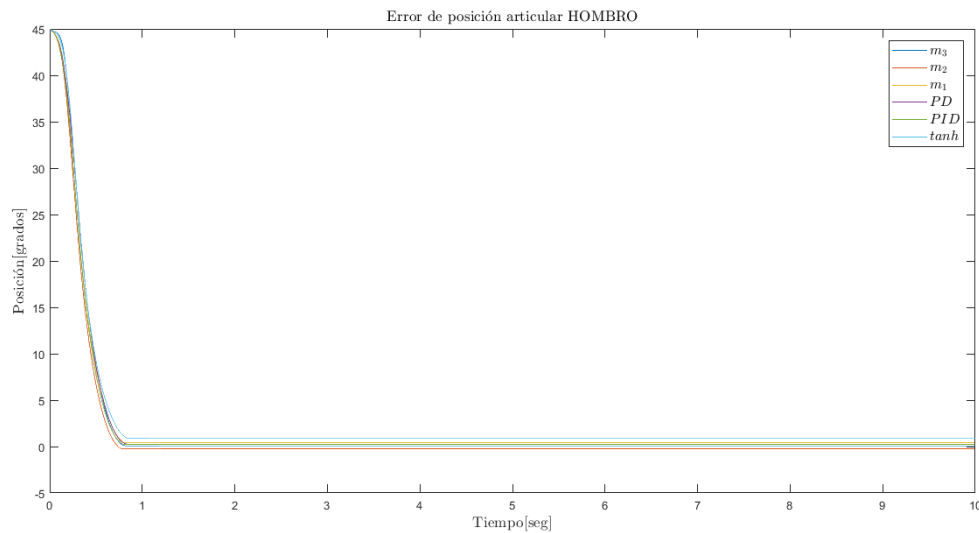


Figura 5.5: Error de posición  $\tilde{q}_2$

Para el motor del hombro  $\tau_{max} = 50$  Nm, en la figura se aprecia que  $\tau_{solicitado} < \tau_{max}$ , es decir no se satura el motor.

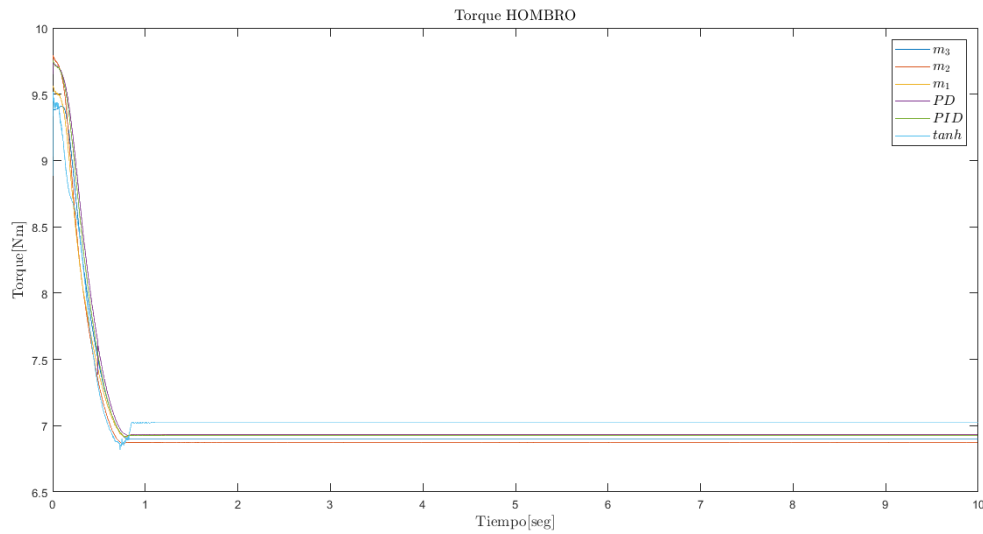


Figura 5.6: Toque aplicado al hombro  $\tau_2$

En la figura 5.7 y 5.8 se muestra el error de posición de la base  $\tilde{q}_1$ , pareciera que el controlador tanh llega primero a la posición deseada, sin embargo debido a su sobre impulso, el primero en llegar son sobreimpulso es el controlador PID.

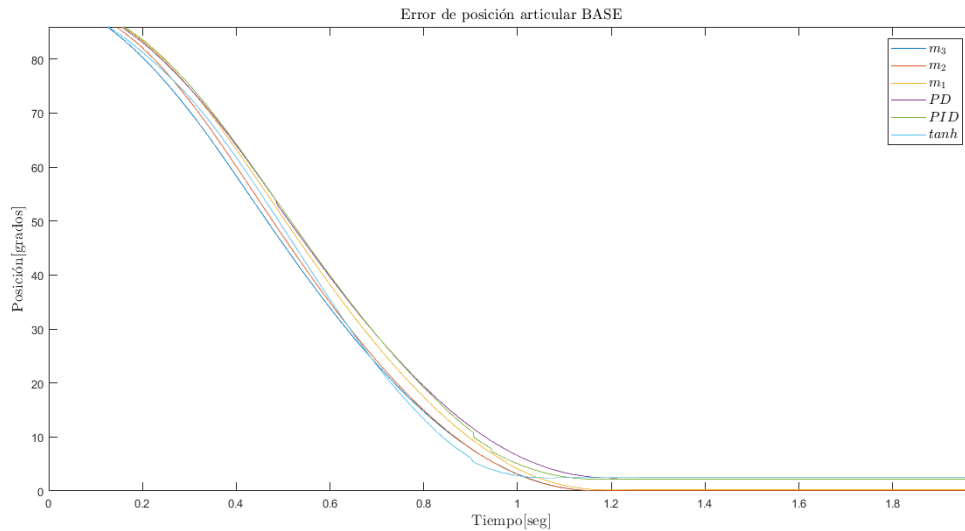


Figura 5.7: Acercamiento a la gráfica de error de posición  $\tilde{q}_3$

La figura 5.4 se aprecia que todos los controladores llegan de manera suave.

Los errores para  $m_1 \tilde{q}_2 = 0.405$ ,  $m_2 \tilde{q}_2 = -0.2479$ ,  $m_3 \tilde{q}_2 = 0.08402$ ,  $\tanh \tilde{q}_2 = 0.09229$ ,  $PD \tilde{q}_2 = 0.277$  y  $PID \tilde{q}_2 = 0.23$ .

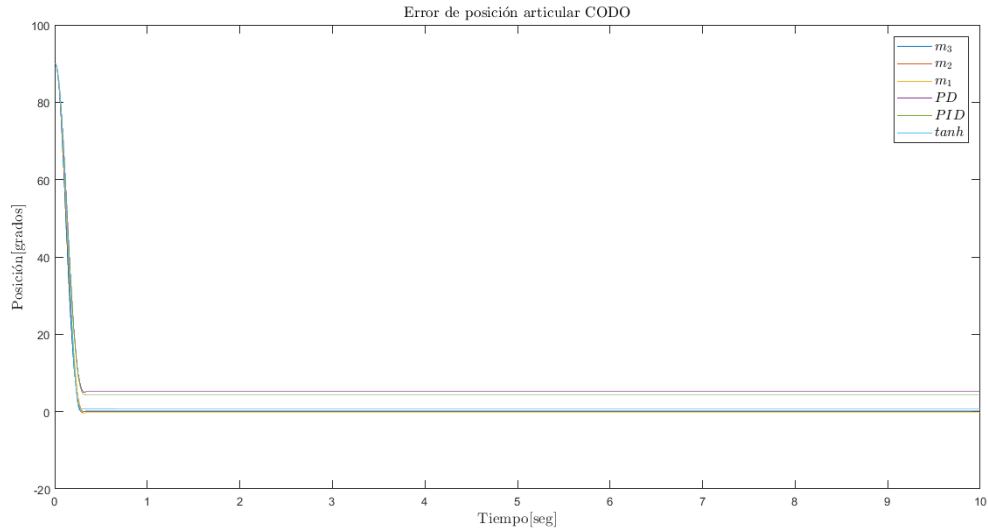


Figura 5.8: Error de posición  $\tilde{q}_3$

Como  $\tau_{max} = 15 \text{ Nm}$ , en la figura se aprecia que  $\tau_{solicitado} < \tau_{max}$ .

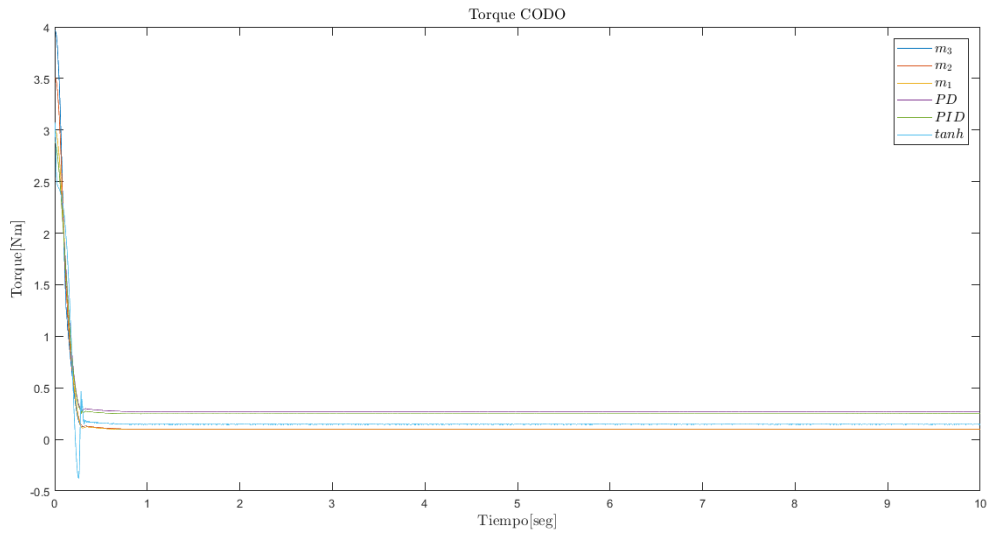


Figura 5.9: Torque aplicado a la base  $\tau_3$

### 5.4.1. Índice de desempeño

Una forma de evaluar el desempeño de un controlador en un robot manipulador es implementando la norma  $\mathcal{L}_2$  la ecuación 5.18. La norma  $\mathcal{L}_2$  mide la raíz de la suma de los cuadrados del error de posición de las articulaciones [3][24].

$$\mathcal{L}_2 = \sqrt{\frac{1}{t - t_0} \int_{t_0}^t \|\tilde{\mathbf{q}}\|^2 dt} \quad (5.16)$$

En la figura 5.10 se presentan la comparación de los índices de desempeño donde de acuerdo con lo predecido los valores menores pertenecen al controlador propuesto a excepción del controlador *Tanh*, de la misma forma el desempeño del controlador propuesto mejora en cuanto incrementa el exponente  $m$ .

En base de los resultados experimentales se logra alcanzar un mejor desempeño que los demás controladores implementados.

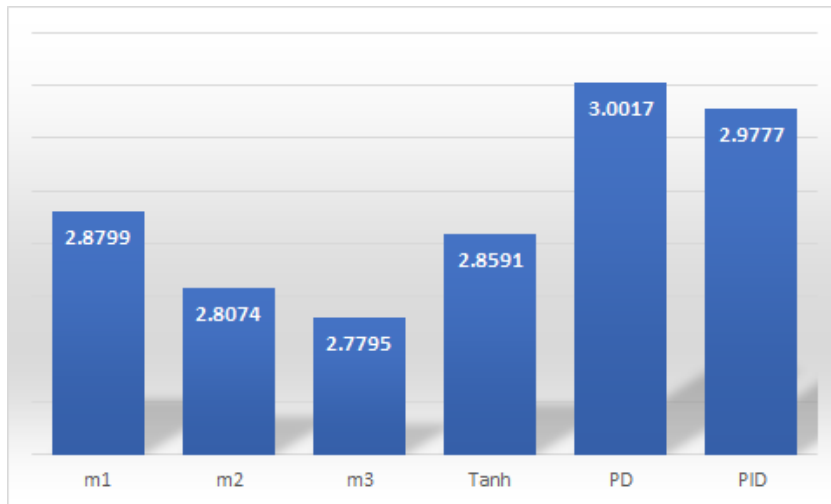


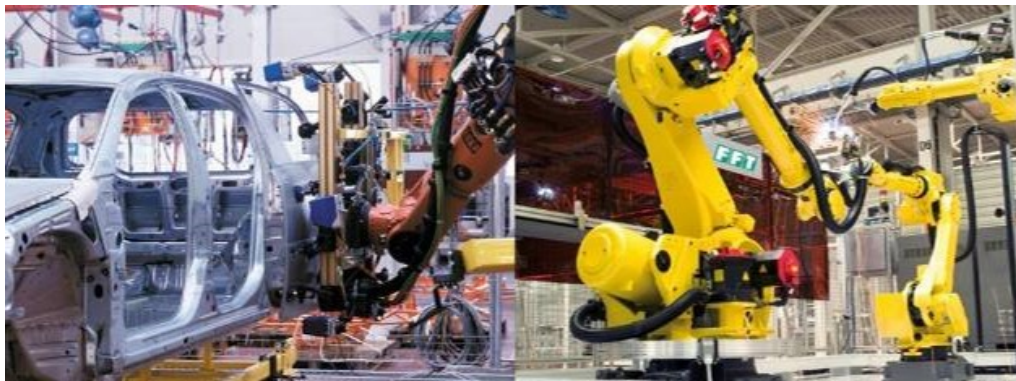
Figura 5.10: Índice de desempeño

# Capítulo 6

## Aplicación de un robot manipulador

En este capítulo se presenta una aplicación específica con el robot, la cual consiste en el traslado de vaso de unicel de un punto a otro. En las tareas de manejo de materiales, es suficiente definir las ubicaciones de donde tomara y dejara el objeto, en este trabajo se plantea la metodología control punto a punto.

El uso de robots en la industria se remonta al año 1958 cuando Joseph H. Engelberger junto con George C. Devol, fundó la empresa UNIMATION Robotics Company, donde el primer robot fue instalado en 1961, en General Motors Estados Unidos [1], desde entonces su uso en la industria se ha incrementado significativamente, siendo un elemento indispensable en varios procesos de manufactura. No obstante la versatilidad de un robot le permite desarrollar otras aplicaciones en sectores como la construcción, medicina, sector eléctrico, etc.



*Figura 6.1: Robots manipuladores en la industria*

Su multifuncionalidad permite desarrollar una gran cantidad de aplicaciones, en la tabla se presenta una clasificación establecida por Federación Internacional de Robótica (IFR).

Clave	Descripción
110	Manipulación en fundición
111	Moldes
119	Otros
130	Manipulación en inyección de plásticos
140	Manipulación en tratamientos térmicos
150	Manipulación en forja y estampado
160	Soldadura
161	Arco
162	Punto
163	Gas
164	Láser
169	Otros
170	Aplicación de materiales
171	Pintura
172	Adhesivos y secantes
179	Otros
180	Mecanización
181	Carga y descarga de máquinas
182	Corte mecánico, rectificado, devastado y pulido
189	Otros
190	Otros procesos
191	Láser
192	Chorro de agua
199	Otros
200	Montaje
201	Montaje mecánica
202	Inserción
203	Unión por Adhesivos
204	Unión por soldadura
205	Manipulación para montaje
209	Otros
210	Paletización
220	Medición, inspección, control de calidad
230	Manipulación de materiales
240	Formación, enseñanza e investigación
900	Otros

Tabla 6.1: Clasificación de las aplicaciones industriales de la robótica

## 6.1. Control punto a punto

Indicar la trayectoria del extremo final o el movimiento de un robot se puede definir punto a punto, es decir determinar una serie de puntos dentro del espacio de trabajo del robot, de esta manera el problema de control consiste en mover el extremo final del robot en cada una de las posiciones deseadas  $q_{di}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ . [3][7].

La trayectoria puede estar parametrizada por ecuaciones o a través del registro de puntos que le indiquen la forma del movimiento. En la figura cada punto representa una posición deseada  $q_{di}$ .

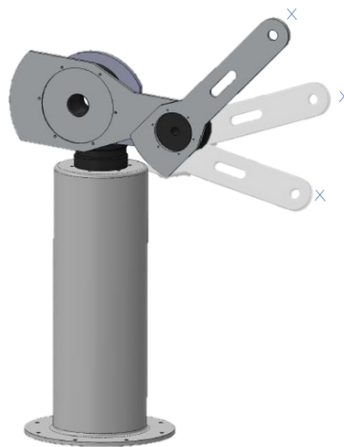


Figura 6.2: Control punto a punto

En este trabajo la aplicación se desarrolla mediante control punto a punto, el regulador implementado es:

$$\tau = K_p \tanh(\tilde{\mathbf{q}}) - K_v \tanh(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (6.1)$$

El regulador utilizado está diseñado por medio de moldeo de energía por lo tanto es necesario que cumpla:

1. El punto de equilibrio de la ecuación en lazo cerrado del robot debe existir y ser único.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\mathbf{q}} \\ M^{-1}(\mathbf{q}) [K_p \tanh(\tilde{\mathbf{q}}) - K_v \tanh(\dot{\mathbf{q}}) - B\dot{\mathbf{q}} - C(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

2. El punto de equilibrio debe ser asintóticamente estable globalmente [3].

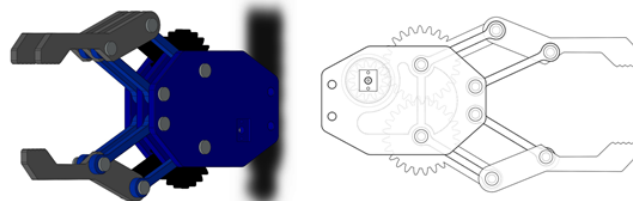
El controlador implementado cumple con los ambas condiciones [3] lo que significa es inmune a las condiciones iniciales. Cuando el robot inicie el seguimiento de trayectoria las condiciones iniciales son  $q(0, 0)$ , en el siguiente periodo de muestreo el robot se encuentra posicionado en un la posición deseada, por lo que  $q_{di}$  se convierte en la nueva condicion inicial, esto se hace sucesivamente durante el seguimiento de trayectoria. Entonces el error de posición se define:

$$\tilde{q}(t_i) = \mathbf{q}_{di} - \mathbf{q}(t) \quad (6.3)$$

La aplicación consiste en el traslado de vaso de unicel de un punto a otro, en la figura se muestran las estaciones para tomar y dejar el vaso. La trayectoria de referencia se obtiene manualmente , es decir se guía al robot de una estación a otra. La trayectoria se obtiene en términos de coordenadas articulares ya que son las posiciones medidas por los encoders, de esta manera cada periodo de muestreo (2.5 ms) se definira una posición deseada.



A)



B)

Figura 6.3: A) Zona de trabajo .B) Garra

El robot manipulador tiene como herramienta una garra de la figura 6.3B. Definida la trayectoria se implementa el regulador.



*Figura 6.4: Robot toma vaso de unicef*



*Figura 6.5: Robot termina rutina de traslado*

# Conclusiones

Las conclusiones para el trabajo de investigación *Control de posición de un robot manipulador de tres grados de libertad* se presenta en los siguientes puntos:

En primer lugar se cumplió el objetivo de la puesta en operación de la plataforma experimental robótica satisfactoriamente. La plataforma se encuentra en operación y es posible que usuario declare el tipo de controlador que desea implementar en el robot, si se requiere se pueden evaluar algoritmos más complejos realizando algunas modificaciones. De la misma forma es posible llevar a cabo aplicaciones de control automático, así como aplicaciones tipo industriales. La aplicación que pueda realizar el robot debe contemplar el tipo de efector final que se acople.

El tema de control de posición en esta tesis se abordó de forma completa pues además de proponer la estructura de una familia de reguladores y demostrar estabilidad asintótica, se evaluó el algoritmo mostrando un índice de desempeño satisfactorio. El error de posición del controlador propuesto es menor que el de otros controladores (tanh, PD, PID), mostrando en varias ocasiones llegar al estado estacionario antes.

La propuesta de este controlador se envió a una revista, aunque aún no han mandado la respuesta de la publicación del artículo.

Por otro lado, la deducción del modelo dinámico permitió identificar los fenómenos presentes en un robot manipulador de tres grados de libertad. En cuanto la identificación paramétrica se encontraron los parámetros como masas, distancias, momentos de inercia, centros de masa existentes en el modelo dinámico, considero que ambos temas se complementan y nutren generando una mejor comprensión de la dinámica del robot.

La transferencia de archivos se realizó a través del modelo cliente-servidor, considero que se adaptó adecuadamente a las nuevas condiciones presentadas durante la implementación de la plataforma, dando la posibilidad de compartir a otros dispositivos los datos generados por los experimentos.

Durante el desarrollo de este proyecto se adquirió conocimiento y experiencia que permitió reconocer algunos problemas abiertos y que una plataforma experimental es una herramienta valiosa que permite generar conocimiento.

# Bibliografía

1. Kumar Saha Subir. Introducción a la robótica. 2010. Ed. Mc Graw Hill. Primera edición.
2. ISO8373:2012, 2012.
3. Fernando Reyes Cortés, Robótica. Control de robots manipuladores, 2011, Primera edición, Alfaomega grupo editor.
4. Haruhiko Asada, Kamal Youcef-Toumi.1987. Direct drive robots: Theory and practice. The MIT Press. Cambridge, Massachusetts.
5. Dynaserv Series. Parker Automation, Compumotor Division, 2004.
6. Philippe Coiffet, Michael Chirouze. An introduction to robot technology.1983. Springer Netherlands.
7. Rafael Kelly, Víctor Santibáñez. Control de movimientos de robots manipuladores. 2003. Ed. Pearson Education. Primera edición.
8. Haruhiko Asada, Kamal Youcef-Toumi.1983. Design of Direct-Driver Mechanical Arms. The MIT Press. Cambridge, Massachusetts.
9. Takeo Kanade, Donald Schimitz. Development of CMU Direct-Driver Arm II. IEEE, American Control Conference, number CMUR-RITR-85-05, Boston, MA, USA, 1985.
10. Chae H. An, Christopher G. Atkeson, John M. Hollerbach . Model-based Control of a Direct Drive Arm. Part I: Building Models.1988. IEEE International Conference on Robotics and Automation.
11. Chae Hun An. Trajectory and Force Control of a Direct Drive Arm. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1986.

12. Rafael Kelly, Victor Santibáñez, A. Loria Control of Robot Manipulators in joint Space. Springer.2005
13. Víctor Santibáñez, Ricardo Campa, Javier Moreno. Experimental evaluation of output feedback tracking controllers for robot manipulators
14. Antonio Barrientos et al. Fundamentos de Robótica. 2005, Primera edición, Editorial: McGraw-Hill / Universidad Politécnica de Madrid, Madrid.
15. Manual de usuario PMDi LC228
16. Khalil W. y Dombre E., Modelling, Identification and Control of Robots, Ed. Kogan Page Science, Londres, 2002. paginas(290-311)
17. An C., Atkerson C. y Hollerbach J. Estimation of inertial parameters of rigid body links of manipulators, 24th Conference on Decision and Control, pp 900-995, Reino Unido, 1997.
18. Kozlowski K. Modelling and Identification in Robotics., Ed. Springer-Verlag, Londres ,1988.
19. Reyes F. y Kelly R. Experimental Evaluation of Identification schemes on Direct Drive Robot, Robótica, pp 563-571, Ft. Lauderdale, FL, 1985.
20. César C., Fernando R. y Emilio G. Experimental Evaluation of Parameter Identification Schemes on an Anthropomorphic Direct Drive Robot. International Journal of Advanced Robotic Systems.2012
21. J. Swevers, C. Ganseman, J. De Schutter, and H. Van Brussel, Optimal robot excitation and identification, IEEE Transactions on Robotics and Automation, VOL. 13, NO. 5, 1997
22. Reyes F. Matlab. Aplicado a robótica y mecatrónica, Alfaomega, México, Primera Edición, 2012.
23. K. Khosla y T. Kanade Parameter Identification of Robot Dynamics. Proceedings of 24th Conference on Decision and Control, Ft. Lauderdale, FL. December 1985.

# Apéndice A. Participación Congreso

En este apéndice se muestran las evidencias de la participación en el 3er. Congreso Nacional de Mecatrónica y Robótica y en el Seminario de la Maestría en Ciencias de la Electrónica, Opción Automatización.

La ponencia del 3er. Congreso Nacional de Mecatrónica y Robótica se realizó en Universidad Aeronáutica en Querétaro del 16 al 18 de mayo de 2019. En este congreso se presentó el trabajo de investigación titulado “Identificación paramétrica de un robot manipulador de 2 grados de libertad” en la modalidad de ponencia.

El tema “Estimación de parámetros de un robot manipulador de transmisión directa” se presentó en el Seminario en la Facultad de Ciencias de Electrónica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.



# Identificación Paramétrica de un Robot Manipulador de 2 Grados de Libertad

Rivera Zurita Abril Lucia, Reyes Cortés Fernando y Félix Beltrán Olga Guadalupe

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Facultad de Ciencias de la Electrónica, Maestría en Ciencias de la Electrónica, Opción en Automatización.  
abril\_rizu@hotmail.com

## Resumen

*En este trabajo se presenta la metodología usada para la identificación de los parámetros del robot manipulador de transmisión directa de 2 grados de libertad. La identificación de los parámetros se realiza de manera off-line, con la técnica de mínimos cuadrados estándar y el modelo de regresión de energía. Para validar los resultados, se presenta la simulación en MATLAB de la dinámica del robot de 2 grados de libertad con los parámetros identificados de manera experimental, usando la misma señal de excitación utilizada en la planta experimental.*

**Palabras clave:** Identificación paramétrica, mínimos cuadrados, robot de transmisión directa.

## 1. Introducción

La precisión, el rendimiento y robustez de algoritmos de control avanzados dependen en buena medida a la precisión de los parámetros que se encuentran en el modelo dinámico, sin embargo, la mayoría de los parámetros son desconocidos incluso para el fabricante.

Las masas de los eslabones, distancias de los eslabones, centros de masa y momentos de inercia pueden ser estimados por tres principales métodos [1]:

1. Mediciones directas de los pesos y dimensiones los elementos del robot. El centro de masa se puede determinar por medio de los puntos de equilibrio de los eslabones y los elementos del tensor de inercia pueden ser obtenidos de movimientos pendulares. Para llevar a cabo el primer método se requiere tener acceso completo al robot, este método no siempre es factible debido a que los motores y eslabones del robot pueden ser grandes y pesados o bien tener una geometría compleja.
2. Modelo 3D del robot. Obtener los parámetros por medio del software con CAD. La implementación del segundo método requiere reproducir de manera fiel el robot teniendo en cuenta todos sus elementos sin olvidar los tornillos, arandelas y tuercas. Esta tarea se complica si no se cuenta con los planos y tipos de materiales del robot.
3. Identificación paramétrica. Este método está basado en el análisis de las entradas/salidas del robot donde las entradas son los pares aplicados a cada articulación y las salidas son la posición, velocidad y aceleración articular. El par aplicado es diseñado como una señal de excitación persistente. Este método no es sencillo, sin embargo, tiene la ventaja de estimar los parámetros inerciales y los parámetros dinámicos, estos últimos se presentan cuando el robot se encuentra en movimiento, entre ellos la fricción.

La identificación paramétrica es un método ampliamente utilizado en la literatura de robots manipuladores con algunas modificaciones dependiendo de los requerimientos del experimento, por





**BUAP**

## Facultad de Ciencias de la Electrónica

A través de la Maestría en Ciencias de la Electrónica, Opción en Automatización  
otorga la presente

# CONSTANCIA

**Ing. Abril Lucia Rivera Zurita**

Por su participación en el Seminario Semanal con la conferencia:

**"Estimación de parámetros de un robot manipulador de transmisión directa"**

**"Pensar bien, para vivir mejor"**

H. Puebla de Zaragoza, a 17 de Noviembre de 2019



**Dra. Olga Guadalupe Félix Beltrán**  
Coordinadora de la Maestría

**Dra. Luz del Carmen Gómez Pavón**  
Directora de la Facultad

## TOEFL ITP Score Report

---

Name of Institution: FACULTAD DE LENGUAS DE LA BUAP

Name: RIVERA ABRIL L

Student Number: 217470657

DOB: 12/16/1988

Sex: F

Degree:

Times Taken TOEFL: 1

Native Country: Mexico

Native Language: Spanish

Scaled Scores:

Listening Comprehension: 46

Test Date: 10/11/2019

Structure & Written Expression: 39

Form: TOEFL ITP

Reading Comprehension: 52

Total Score: 457



*The face of this document has a security background. The back contains a watermark. Hold at an angle to view.*

The *TOEFL ITP* Assessment Series is designed to be used for placement, progress monitoring, and exit purposes. *TOEFL ITP* scores can also be used for admissions to programs and institutions where English is not the dominant language of instruction for content courses. Learn more at [www.ets.org/toefl\\_itp/use](http://www.ets.org/toefl_itp/use).

Student's File Copy  
Do Not Copy