



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Análisis de la propagación de luz en guías de ondas con
distinto perfil de índice de refracción

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA APLICADA

por

Daniela Canul García

Asesorada por

Dr. Maximino Luis Arroyo Carrasco

Puebla Pue.
Abril de 2025



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Análisis de la propagación de luz en guías de ondas con
distinto perfil de índice de refracción

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA APLICADA

por

Daniela Canul García

Asesorada por

Dr. Maximino Luis Arroyo Carrasco

Puebla Pue.
Abril de 2025

Título: Análisis de la propagación de luz en guías de ondas con distinto perfil de índice de refracción

Estudiante: DANIELA CANUL GARCÍA

COMITÉ

Dra. Marcela Maribel Méndez Otero
Presidente

Dra. Bárbara Emma Sánchez Rinza
Secretario

Dra. Emma Vianey García Ramírez
Vocal

Dr. Carlos Ignacio Robledo Sánchez
Vocal

Dr. Maximino Luis Arroyo Carrasco
Asesor

Índice general

Resumen	IX
1. Introducción	1
2. Marco teórico	5
2.1. Propagación y transmisión de la luz	5
2.1.1. Reflexión	5
2.1.2. Índice de refracción	6
2.1.3. Ley de Snell	6
2.2. Reflexión total interna	8
2.3. Guías de ondas	8
2.3.1. Clasificación de guías de ondas	9
2.3.2. Guías de ondas planas o rectangulares	10
2.4. Parámetros de una guía de ondas	10
2.4.1. Ángulo de aceptación	11
2.4.2. Apertura numérica	11
2.4.3. Parámetro V	11
3. Obtención de parámetros de propagación para rayos dentro de una guía de ondas planas	13
3.1. Perfil de índice de refracción escalonado	13
3.1.1. Trayectoria del rayo	14
3.1.2. Parámetros de trayectoria	15
3.1.3. Tiempo de tránsito	17
3.2. Perfil de índice de refracción graduado	17
3.2.1. Punto de retorno	19
3.2.2. Características de la trayectoria del rayo.	19
3.2.3. Invariante del rayo	20
3.2.4. Parámetros de trayectoria de rayos	20
3.2.5. Complemento del ángulo crítico local	21
3.2.6. Tiempo de tránsito de rayo	22
4. Guías de onda con un perfil de índice de refracción específico	23
4.1. Perfil parabólico	23
4.1.1. Punto de retorno	24
4.1.2. Semiperiodo del rayo	24
4.1.3. Longitud de camino óptico	25
4.2. Leyes de potencias	25
4.2.1. Punto de retorno	25
4.2.2. Semiperiodo del rayo	26
4.2.3. Longitud del camino óptico	26

4.3. Perfil de secante hiperbólica	26
4.3.1. Punto de retorno	27
4.3.2. Trayectoria y semiperiodo del rayo	27
4.3.3. Longitud de camino óptico	27
4.3.4. Tiempo de tránsito	28
4.3.5. Relación con solitones ópticos	28
5. Conclusiones	31
Referencias	33

Índice de figuras

2.1. Ley de reflexión	6
2.2. Ley de Snell	7
2.3. Perfiles de índice de refracción escalonado y graduado.	10
3.1. Perfil de índice de refracción de tipo escalón en una guía de ondas.	13
3.2. Rayo propagándose en el núcleo de una guía de ondas plana.	14
3.3. Trayectoria de un rayo ligado en una guía de ondas con perfil de índice de refracción escalonado.	15
3.4. Longitud de trayectoria y semiperiodo del rayo para un rayo en el núcleo de una guía de onda plana.	16
3.5. Perfil de índice de refracción graduado en una guía de ondas plana.	18
3.6. Distancia S del punto B a lo largo de la trayectoria del rayo en un medio de índice de refracción variable. Se describe mediante el vector de posición r en las coordenadas de x y z . Observamos que el ángulo θ_z está entre la tangente a la trayectoria y el eje z , y ds a lo largo de la trayectoria tiene componentes dx y dz	18
3.7. (a) Un rayo que toca el punto de inflexión en x_{tp} y (b) Un rayo que llega a la interfaz donde se transmite.	20
4.1. Perfil de índice de refracción parabólico en una guía de ondas plana.	23
4.2. Perfil de índice de refracción de secante hiperbólica en una guía de ondas plana.	26

Resumen

Las guías de ondas son estructuras ópticas confinan la luz y que permiten su propagación en una dirección específica. El transporte de la luz dentro de estas estructuras depende de diferentes factores, entre las cuales destaca el perfil de índice de refracción, que puede variar según el material y el diseño de la guía de ondas. El estudio y comprensión del funcionamiento de estas guías es esencial para la aplicación en diversas áreas como las telecomunicaciones y el mejoramiento de diseños de diversos dispositivos ópticos.

En este trabajo de tesis se presenta de manera detallada el análisis de la propagación de la luz dentro de guías de ondas con diferentes perfiles de índice de refracción desde el punto de vista de la óptica geométrica. Se estudian los perfiles más sencillos, el escalonado y el graduado, a partir de los conceptos básicos, para continuar con los casos especiales que se derivan de este, es decir, se extiende el estudio al perfil parabólico, el caso general y el caso de secante hiperbólica, obteniendo para cada uno las expresiones de los parámetros de propagación, tales como la trayectoria de los rayos, el semiperiodo de rayo y el tiempo de tránsito.

También se muestra cómo se relaciona el caso del perfil de secante hiperbólica con la propagación de solitones ópticos, los cuales presentan propiedades fundamentales en sistemas de transmisión de información de alta eficiencia.

Capítulo 1

Introducción

Una de las ciencias con mayor impacto que ha ayudado en la comprensión del mundo que nos rodea es la física, pues permite dar una explicación a los diversos fenómenos de la naturaleza gracias a que se encarga de estudiar la materia, la energía, el tiempo y el espacio.

La luz es un fenómeno físico que ha sido objeto de estudio e investigación desde la antigüedad debido a sus múltiples propiedades y características asociadas, como la reflexión, la refracción, su dualidad onda-partícula, entre otros aspectos. Al estudio de estos principios fundamentales y al estudio en general de la naturaleza y el comportamiento de la luz se le denomina óptica [1].

La óptica es una de las ramas fundamentales de la física que a su vez se divide en dos ramas principales: la óptica geométrica y la óptica física, ambas encargadas de estudiar el comportamiento de la luz, pero desde diferentes enfoques. La óptica geométrica se encarga de estudiar la trayectoria de la luz en un medio homogéneo, partiendo de la idea de que la luz se puede visualizar como rayos y se propagan en línea recta. Esto permite predecir cómo se comportan los rayos al atravesar diferentes medios; como lentes, espejos y otros sistemas ópticos, obedeciendo un conjunto de reglas geométricas. Por lo que la óptica geométrica u óptica de rayos es una teoría de aproximación [2]. Por otro lado, la óptica física abarca la teoría ondulatoria, es decir, considera la luz como ondas electromagnéticas y profundiza en aspectos más detallados de su comportamiento. Se centra en fenómenos más complejos como la difracción, la interferencia, la polarización, entre otros, proporcionando un enfoque matemático riguroso para explicarlos [3].

El desarrollo de la óptica ha sido de gran importancia y relevancia en diversos campos de la ciencia debido a su gran aplicación. A lo largo de la historia, ha jugado un papel crucial en la comprensión del mundo, desde sus fundamentos con registros en la Edad Media hasta la creación de tecnologías avanzadas que impactan en la vida diaria [4]. El estudio de los diferentes fenómenos que abarca la óptica han sido fundamentales para el desarrollo de nuevas ideas y técnicas, como el guiado de la luz que ha permitido importantes avances en diferentes áreas como las telecomunicaciones, donde se exploran los principios de las guías de ondas y las fibras ópticas [5], lo que ha permitido desarrollar soluciones para la transmisión eficiente de información y procesamiento de señales.[6].

El guiado de luz es una técnica óptica que se utiliza para enviar con precisión la luz de un punto a otro sin que se pierda gran cantidad de energía durante su trayecto [2], es decir, consiste en la propagación y el confinamiento de la luz en estructuras que tienen ciertas características. En esta técnica se usan principalmente materiales dieléctricos que permiten guiar la luz a lo largo de un camino determinado. Estas estructuras o guías de ondas óptica transportan energía en forma de ondas electromagnéticas. Este tipo de estructuras puede confinar en un espacio muy pequeño altas cantidades de energía y así pueden ser acopladas a diferentes dispositivos. [7]

La teoría de la propagación de la luz en guías de ondas se ha desarrollado a partir de las ecuaciones de Maxwell, quien demostró que la luz es una forma de onda electromagnética que se propaga a través del espacio libre y de un medio material transparente, estableciendo así la base de la teoría del electromagnetismo. Gracias a su trabajo, diferentes científicos avanzaron en el

estudio de la propagación de la luz y con eso, se han ido desarrollando diversas teorías, modelos y experimentos que han permitido entender mejor este fenómeno [8, 9].

Los primeros registros de luz guiada se dieron en el siglo XIX, en el año 1870 [1, 10], John Tyndall llevó a cabo un experimento en el cual se dirigía la luz a través de una delgada corriente de agua, observó cómo la luz se reflejaba de forma total, no escapa de la corriente y seguía la trayectoria de ésta, así que propuso que la luz quedaba confinada por una serie de reflexiones internas debido al cambio de índice de refracción creado en la interfaz agua-aire. Este hecho permitió el inicio de la historia de la luz guiada y sentó las bases del concepto de reflexión total interna, el principio que rige el funcionamiento de las guías de onda.

Uno de los primeros en contribuir en el estudio de transporte de energía electromagnética fue Oliver Heaviside [11], quien en 1893 realizó importantes contribuciones al considerar la posibilidad de que las ondas electromagnéticas podían propagarse a través de un tubo hueco. En el desarrollo de su teoría, consideró diferentes posibilidades de configuraciones de ondas a lo largo de líneas construidas con alambre y se dio cuenta que para que éstas pudieran propagarse era necesario contar con dos conductores. Heaviside determinó que las líneas de un solo conductor no eran viables para la propagación de la energía en tubos huecos y concluyó que la única forma en que las ondas podían ser guiadas de manera eficaz era mediante conducción magnética y eléctrica, y para ello, se requería la presencia de un par de hilos de alambre paralelos u otra estructura equivalente. Con esto, Heaviside introdujo el concepto de "guías de ondas"[12]. Este avance sentó las bases para el estudio de estructuras compuestas por materiales dieléctricos destinadas a la propagación de la luz.

Años más tarde, en 1897, Lord Rayleigh, presentó una teoría matemática para el análisis de ondas electromagnéticas que se propagaban en el interior de estructuras cilíndricas [11]. Rayleigh propuso una ecuación de onda que describía como estas ondas se propagaban a través de estructuras formadas por tubos y cilindros dieléctricos, los cuales podían tener secciones transversales tanto rectangulares como circulares. Encontró que estas ondas electromagnéticas podían clasificarse en 2 tipos, una con un componente longitudinal de intensidad eléctrica y otra con la componente longitudinal de intensidad magnética, pero ambas con intensidad eléctrica y magnética en la componente transversal. Rayleigh dio soluciones precisas a la ecuación que había propuesto, lo que permitió demostrar que las ondas electromagnéticas pueden propagarse en una guía de ondas en diversas formas, conocidas como "modos". Identificó la existencia de infinitos modos transversales eléctricos y magnéticos con una frecuencia específica y una forma de onda particular que influye en la eficiencia de transmisión. Los estudios de Rayleigh fueron fundamentales para sentar las bases de la teoría de los sistemas de transmisión por guías de ondas de larga distancia. [13].

En 1902 [11], la propagación de ondas en tubos huecos fue objeto de mayor enfoque con la introducción de una explicación física por parte de R.H. Weber sobre la razón por la que la velocidad a la que la onda se movía en el tubo era menor que la de la luz en el medio. Weber propuso que la onda se propaga como una onda plana en zigzag reflejándose en las paredes del tubo, un concepto que resurgió años después. Luego, en el año 1914 aproximadamente, Ruter y Schriever, estudiantes de Zahn, realizaron un trabajo experimental sobre varillas dieléctricas. Años después, Schriever publicó un artículo con sus resultados teóricos y experimentales, lo que desempeñó un papel influyente en el trabajo sobre las guías de ondas de tubo hueco.

En 1934, George C. Southworth, comenzó a experimentar con guías de ondas en Bell Telephone Laboratories [14], su trabajo estuvo enfocado en cómo guiar señales de microondas a través de tubos metálicos. Demostró que las ondas electromagnéticas podían viajar eficientemente a través de los tubos, lo que permitía la transmisión de ondas. En 1937 publicó resultados en un artículo que detallaba los modos de propagación dentro de guías de onda y mostró que bajo condiciones específicas, estas guías podían llevar señales con una pérdida mínima [13]. Este avance teórico y también experimental de Southworth hizo contribuciones fundamentales al desarrollo y diseño de las guías de ondas, sentando las bases para su posterior aplicación en diversas áreas.

Durante el desarrollo del análisis matemático de las guías de ondas ópticas, los investigadores se enfocaron en entender la estructura de las guías, incluyendo diferentes características como el

radio del núcleo, el índice de refracción del núcleo y el perfil de índice de refracción de la estructura. Esto fue un avance importante, ya que el confinamiento de la luz en una guía de ondas depende del perfil de índice de refracción. Los estudios sobre los perfiles de índice de refracción en las guías de ondas ópticas comenzaron a mediados del siglo XX [15], y algunos de los principales científicos que enfocaron su trabajo en estos análisis fueron Allan Snyder y William Young [16]. Gracias a sus aportes, se han ido desarrollando diferentes modelos teóricos y técnicas experimentales para determinar y caracterizar estos perfiles de índice de refracción y así optimizar sus aplicaciones.

A principios de los años 60, el desarrollo de las fibras ópticas y las guías de ondas dio paso a la investigación de los perfiles de índice de refracción. En el año 1966, Charles Kao, realizó investigaciones pioneras sobre la propagación de la luz en las fibras ópticas. Kao demostró la importancia de tener un perfil de índice de refracción adecuado para lograr una propagación eficiente de la luz en la fibra. 10 años después, Herwig Kogelnik, en la década de 1970, desarrolló modelos teóricos para analizar y diseñar perfiles de índice de refracción adecuados en guías de onda, lo que sentó las bases para el diseño y optimización de las fibras ópticas [17].

En 1960, la invención del láser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) [18] abrió las puertas a nuevas áreas y campos de investigación donde destaca la óptica no lineal, que describe una gran variedad de fenómenos como el autoenfoco, solitones, entre otros [19]. En 1967 [20], el láser de rubí permitió observar por primera vez un pulso que no sufría alteración alguna, es decir, un pulso tipo solitón. Los solitones ópticos son ondas no lineales que poseen la propiedad de mantener su forma y velocidad de propagación a medida que se mueven a través de un medio. Las ondas se comportan como partículas y pueden propagarse en medios no lineales como guías de onda [21]. Estos solitones tienen un perfil de intensidad que se ajusta a una función secante hiperbólica.

El perfil de índice de refracción de tipo secante hiperbólica es una característica importante de los solitones ópticos brillantes. Este perfil es una solución particular de la ecuación no lineal de Schrödinger, que describe la propagación de solitones ópticos brillantes y permite que se formen solitones espaciales estables [20, 22].

Se ha demostrado que los solitones ópticos con perfil de secante hiperbólica pueden ser utilizados para generar guías de ondas ópticas y conmutadores ópticos, lo que los convierte en elementos clave para el desarrollo de sistemas de comunicaciones ópticos avanzados [23].

La evolución del estudio de las guías de onda ha sido un ámbito de investigación muy importante tanto en el campo de la física como en las telecomunicaciones, y ha sido objeto de un gran número de investigaciones a lo largo del tiempo. Sus aplicaciones en la tecnología moderna son esenciales y continúan evolucionando a medida que se implementan nuevas técnicas y se desarrollan nuevas herramientas.

El objetivo de esta tesis es realizar un análisis detallado de la propagación de la luz dentro de una guía de ondas con distintos tipos de índice de refracción desde el punto de vista de la óptica geométrica. El trabajo se estructura de la siguiente manera: en el capítulo 1, se presenta una introducción general al tema. En el capítulo 2 se revisa la teoría fundamental para comprender las bases del guiado de la luz. En el capítulo 3 se presentan los diferentes parámetros de propagación de la luz que tiene un perfil de índice de refracción escalonado y un perfil graduado. En el capítulo 4 se analiza el caso general de leyes de potencias y los casos especiales de guías de ondas que tienen un perfil de tipo parabólico y de secante hiperbólica. Finalmente, en el capítulo 5, se presentan las conclusiones de este trabajo.

Capítulo 2

Marco teórico

En este capítulo se describen los conceptos básicos desde el punto de vista de la óptica geométrica que se citarán en los capítulos posteriores para entender la propagación de la luz dentro de una guía de ondas planas. Para facilitar la visualización de la propagación de la luz, se emplea el concepto de rayo, pero no se hace a un lado el concepto físico de onda.

También, se define lo que es una *guía de ondas*, así como algunas propiedades y los tipos de guías que son de nuestro interés.

2.1. Propagación y transmisión de la luz

Se define *luz* como una forma de radiación electromagnética que se compone de fotones y se puede comportar como una onda o como una partícula, dependiendo de las condiciones experimentales [1, 2]. Se propaga en línea recta y a una velocidad constante c en el vacío. La velocidad disminuye si la luz atraviesa de un medio a otro más denso.

La propagación de la luz es un fenómeno que ha sido estudiado desde diferentes perspectivas. Desde el punto de vista de la óptica física, la propagación de la luz puede ser explicada por ondas electromagnéticas que se mueven a través del espacio y las podemos describir como campos eléctricos y magnéticos que oscilan entre sí de forma perpendicular. Por otro lado, desde la perspectiva de la óptica geométrica, podemos describir la propagación de la luz a través de la trayectoria de *rayos*, concepto que podemos definir como líneas dibujadas en el espacio que corresponde a la dirección del flujo de energía radiante. [3, 1]

Los fenómenos que rigen la propagación de la luz y los que analizaremos en este capítulo son la reflexión, la refracción y la transmisión.

2.1.1. Reflexión

Cuando un haz de luz viaja e incide sobre una interfaz o superficie lisa de un material, hay una parte que siempre se desvía y se propaga en una dirección diferente, a este fenómeno se le conoce como **reflexión**. Este proceso es clave para entender cómo se comporta la luz al entrar en contacto con diferentes materiales.

Al incidir el haz de luz en una superficie y cambiar de dirección, el haz reflejado viene determinado por el ángulo incidente con la superficie, y a este ángulo se le denomina **ángulo de incidencia**.

Cuando un haz de luz incide en una interfaz entre dos medios diferentes, parte de la energía se refleja y la otra parte se *transmite* o *refracta*. La **ley de reflexión** nos dice que el ángulo formado por el haz incidente y la normal a la superficie, es igual al ángulo que se forma entre el haz reflejado

y la normal, y matemáticamente se puede expresar como:

$$\theta_i = \theta_r \quad (2.1)$$

Donde θ_i es el ángulo de incidencia y θ_r es el ángulo de reflexión. Si el ángulo $\theta_i = 0^\circ$, se dice que el haz incide normalmente [1]. La ley de reflexión establece que el rayo incidente, el rayo reflejado y la perpendicular a la superficie (la normal) se encuentran en un mismo plano, denominado **plano de incidencia**, como se muestra en la figura 2.1.

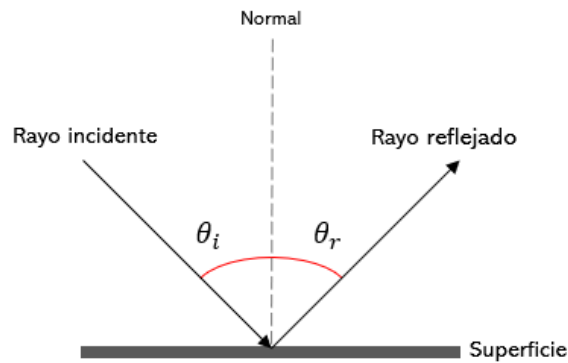


Figura 2.1: Ley de reflexión

La cantidad de luz reflejada y la forma en la que se refleja van a depender del **índice de refracción** del medio.

2.1.2. Índice de refracción

Cuando un haz de luz pasa de un medio a otro, presenta un cambio de velocidad. Al viajar en diferentes medios materiales, la luz lleva una velocidad (v) que siempre será menor a la velocidad con la que viaja en el vacío (c). A la relación entre la velocidad en el vacío (c) y la velocidad en el material (v) se le llama **índice de refracción** y se define como [24]:

$$n = \frac{c}{v} \quad (2.2)$$

Este índice de refracción es una característica del medio.

Un perfil de índice de refracción en una guía de ondas muestra cómo varía el índice de refracción a lo largo de la guía de ondas. El índice de refracción puede afectar la capacidad de la guía de ondas para transportar ondas con éxito. Algunos perfiles de índice de refracción pueden tener una forma de escalera, mientras que otros pueden ser más suaves y tener una transición gradual. El perfil de índice de refracción también puede ser un factor importante en el diseño de la guía de ondas, ya que puede determinar qué materiales son más adecuados para su construcción.

2.1.3. Ley de Snell

La transmisión de la luz es el fenómeno óptico que describe cuando la luz incide y viaja a través de un medio o material, como puede ser el aire, el agua o el vidrio, y puede experimentar un cambio en su velocidad, dirección o longitud de onda. Este fenómeno depende de diversos factores, como la naturaleza del material, el índice de refracción y la longitud de onda de la luz. Cuando un haz de luz incide en la superficie entre dos medios, puede cambiar su dirección si los índices de refracción son diferentes, lo que lleva a que el haz se transmita al segundo medio; o puede reflejarse

parcialmente de vuelta al primer medio. La cantidad de luz que se transmite o que se refleja puede describirse por la Ley de Snell [1, 3, 24].

Cuando un haz incide en una superficie los átomos esparcen la luz hacia atrás, formando así el rayo reflejado, pero otra parte se esparce hacia adelante formando un rayo transmitido. Al fenómeno en el que la dirección del rayo transmitido cambia o se desvía, se le denomina **refracción**.

La refracción es el cambio en la dirección de la luz cuando incide y pasa de un medio a otro con una densidad diferente. Este cambio en la dirección se produce debido a que la velocidad de la luz cambia al pasar de un medio a otro. Cuando la luz entra en un medio más denso, se desacelera, lo que hace que parezca que la luz se doble acercándose hacia la normal. Cuando la luz sale de un medio más denso y entra en un medio menos denso se acelera, lo que produce una desviación en una dirección opuesta a la normal, es decir, parece que se aleja de esta.

Si se tienen dos medios con índices de refracción distintos n_i y n_t , donde n_i es el índice de refracción del medio incidente y n_t es el índice de refracción del medio transmisor, y una onda incide en la interfaz entre los dos medios, la onda se va hacia adelante, doblándose y desviando su trayectoria, se dice entonces que la onda se refracta, este fenómeno se describe mediante la ley de Snell:

$$n_i \text{sen} \theta_i = n_t \text{sen} \theta_t \quad (2.3)$$

donde θ_i es el ángulo de incidencia que se forma entre el rayo incidente y la normal, y θ_t es el ángulo de transmisión o de refracción que se forma con el rayo refractado y la normal. Esta relación nos describe como cambia la velocidad a la que se mueve una onda al cruzar la interfaz entre un medio y otro (Figura 2.2).

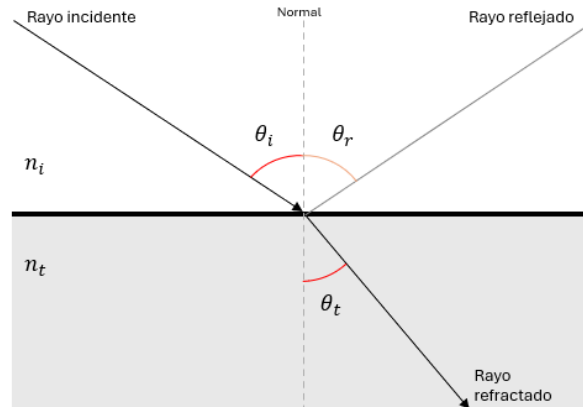


Figura 2.2: Ley de Snell

La ley de refracción o ley de Snell, nos indica que los rayos incidentes, los rayos reflejados y los rayos refractados se encuentran en el mismo plano de incidencia, es decir, sus vectores de onda unitarios están en el mismo plano.

Para un primer caso, donde la luz viaja de un medio menos denso a uno más denso, es decir, $n_i < n_t$, la ley de Snell establece que

$$\text{sen} \theta_i > \text{sen} \theta_t \quad \therefore \quad \theta_i > \theta_t \quad (2.4)$$

El rayo que viaja en un medio y entra a un medio de mayor índice de refracción se dobla hacia la normal.

Para un segundo caso, donde la luz viaja de un medio más denso a uno menos denso, $n_t < n_i$, la ley de Snell establece que

$$\text{sen} \theta_t > \text{sen} \theta_i \quad \therefore \quad \theta_t > \theta_i \quad (2.5)$$

El rayo que viaja en un medio y entra a un medio de índice de refracción más bajo se dobla alejándose de la normal. Podemos observar que para ambos casos podemos trabajar únicamente con los ángulos θ_i y θ_t , esto debido a la aproximación paraxial, podemos asumir que los rayos de luz forman ángulos pequeños [1].

Cuando inicialmente la luz esta viajando en un medio ópticamente menos denso, es decir, si $n_i < n_t$, entonces $\text{sen}\theta_i > \text{sen}\theta_t$, debido a que la función es la misma, tomando valores positivos en el rango de 0° a 90° , entonces la relación anterior queda expresada como $\theta_i > \theta_t$. El rayo se desvía acercándose a la normal cuando pasa hacia un medio con mayor índice de refracción, en caso opuesto, el rayo se dobla alejándose de la normal cuando entra hacia un medio con menor índice de refracción.

2.2. Reflexión total interna

Sabemos que cuando un rayo de luz incide en una superficie, la ley de la reflexión establece que el ángulo de incidencia será igual al ángulo de refracción, ambos medidos respecto a la normal, pero bajo ciertas condiciones, aparece un nuevo fenómeno denominado **reflexión total interna**.

La reflexión total interna ocurre cuando la luz viaja de un medio de mayor densidad a uno menos denso, es decir, cuando $n_i > n_t$, siendo n_i el índice de refracción del medio donde incide el haz, y n_t el índice del segundo medio. Cuando la luz incide en un medio, parte de esta se refleja y otra parte se refracta, pero existe un valor del ángulo de incidencia para el cual el rayo de luz ya no se refractará al siguiente medio. Se define **ángulo crítico**, θ_c , como el valor del ángulo de incidencia para el cual $\theta_t = \pi/2$ ó $\theta_t = 90^\circ$, valor para el cual la luz no ya no se transmite y está en la interfaz. Si el ángulo de incidencia sigue creciendo, ya no hay transmisión de la luz, por lo que el rayo se refleja totalmente. Si un rayo está en un medio denso y el ángulo de incidencia, θ_i , aumente gradualmente, según la ley de Snell [1]:

$$\text{sen}\theta_i = \frac{n_t}{n_i} \text{sen}\theta_t \quad (2.6)$$

Entonces $\theta_t > \theta_i$. Como $n_i > n_t$, entonces la relación n_t/n_i será menor a 1. Al aumentar el ángulo de incidencia, θ_i , el rayo transmitido como ya se mencionó, se acerca poco a poco a la tangencial con la interfaz. Si el ángulo $\theta_t = 90^\circ$, como $\text{sen}90^\circ = 1$, entonces:

$$\text{sen}\theta_c = \frac{n_t}{n_i} \quad (2.7)$$

Podemos visualizar que para ángulos mayores que el ángulo crítico, θ_c , toda la energía incidente se refleja totalmente en el medio de índice de refracción n_i , a este proceso se le conoce como **reflexión total interna**.

2.3. Guías de ondas

Las guías de ondas surgieron en el campo de la óptica y las telecomunicaciones, consisten en dispositivos que permiten la transmisión de señales a lo largo de un camino que está delimitado por una estructura física [6, 5].

Una guía de ondas óptica es una estructura que está formada por materiales dieléctricos transparentes que transporta energía. Estas estructuras que guían flujo electromagnético en dirección paralela a su eje de propagación, son muy pequeñas y generalmente se dividen en 3 capas: el *núcleo* que es la región central, el *revestimiento* y la *capa protectora (jacket)* [7]. El revestimiento rodea al núcleo y en ocasiones, hay capa protectora (jacket), rodea al revestimiento.

En las guías de onda, el núcleo tiene un perfil de índice de refracción n que puede ser uniforme, es decir, que el índice de refracción es constante en tódo el núcleo; o puede tener un perfil graduado,

es decir, que el índice de refracción cambia gradualmente hacia las capas externas. Y en ambos casos el índice de revestimiento es generalmente constante.

El funcionamiento de las guías de ondas se basa en el confinamiento de ondas electromagnéticas, efecto que se logra gracias al uso de dos medios materiales dieléctricos con distinto índice de refracción. El núcleo se caracteriza por su valor de índice de refracción n_1 mayor al índice de refracción n_2 del revestimiento. Cuando inciden los rayos de luz en la interfaz núcleo-revestimiento con un ángulo de incidencia θ_i mayor que el ángulo crítico θ_c , toda la energía incidente se refleja de nuevo hacia el medio incidente, en este caso el núcleo, que como ya se mencionó en la sección anterior, este proceso es conocido como reflexión total interna, haciendo así que los rayos se mantengan confinados dentro de la guía de ondas. La diferencia entre el índice de refracción del revestimiento con el índice de refracción del núcleo permite que la luz no sea refractada hacia el revestimiento y solamente se refleje dentro del núcleo de la guía óptica [7, 17].

2.3.1. Clasificación de guías de ondas

Las guías de onda se fabrican a partir de la combinación de materiales dieléctricos, por lo que generalmente suelen ser llamadas *guías de onda dieléctricas*, y pueden ser clasificadas según su estructura geométrica: en guías rectangulares (de canal) o planas, se utilizan para transmitir ondas electromagnéticas de polarización lineal y el confinamiento de la luz se realiza variando el índice de refracción de la guía en una sola dirección; y en guías de onda cilíndricas y generalmente se conocen como *fibras ópticas*.

Otra clasificación para las guías de onda suele estar dada por el tamaño del diametro del núcleo comparado con la longitud de onda de la luz que se hace incidir, y se dividen en 2 subclases: *monomodo* y *multimodo* [7, 16].

En las **guías de onda monomodo** se propaga un único modo debido a que el núcleo de la guía es muy pequeño comparado a la longitud de onda de la luz que incide, esto implica que solo hay una forma en que la onda puede propagarse a lo largo de la guía de onda. Esta limitación permite una mayor calidad de transmisión y permite la transmisión de señales a larga distancia con bajo ruido.

En las **guías de onda multimodo** se pueden propagar más de un modo en su interior, ya que el núcleo es más grande en comparación con la longitud de onda de la luz incidente. Este tipo de guías obedecen a la condición:

$$V = \frac{2\pi\rho}{\lambda}(n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \gg 1 \quad (2.8)$$

Donde V es un parámetro para la guía que determina la cantidad de modos que pueden propagarse en una guía de ondas y ρ es el radio del núcleo de la guía. Este tipo de guías pueden transmitir una gran cantidad de información a cortas distancias ya que a distancias grandes empieza a presentar pérdidas de transmisión.

Las guías multimodo nos conducen a una subdivisión que se relaciona con la forma en que varía el índice de refracción a lo largo de la guía de onda, por lo que podemos decir que otra clasificación para estas son por su perfil de índice de refracción: *guías de onda de perfil escalonado* y *guías de onda de perfil graduado* (Figura 2.3).

Como se mencionó al principio de la sección, una guía de onda que tiene un perfil de índice de refracción de escalón se caracteriza por tener un índice de refracción constante en el núcleo. Se dice escalonado debido a que si nos fijamos en su gráfica, el índice de refracción cambia en forma de escalón.

Para una guía de onda con perfil de índice de refracción gradual, el índice de refracción del núcleo varía gradualmente desde el núcleo hasta el revestimiento. Si observamos su gráfica (Figura 2.3) vemos que al ir variando el índice de refracción a lo largo del núcleo, se forma una curva alcanzando un máximo valor justo en la parte central del núcleo, y un valor mínimo al llegar a los extremos de este.

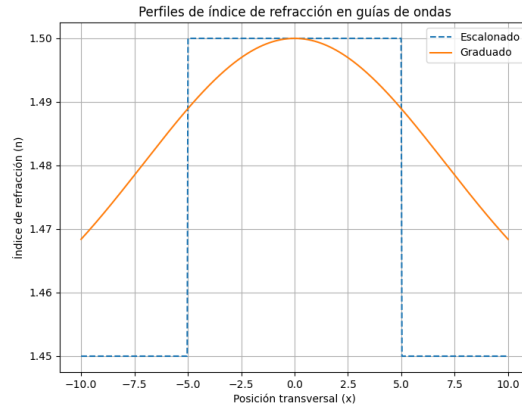


Figura 2.3: Perfiles de índice de refracción escalonado y graduado.

2.3.2. Guías de ondas planas o rectangulares

Las guías de ondas plana con una geometría rectangular son las más utilizadas en dispositivos de óptica integrada.

Esta guía de onda solo puede propagar modos TE y TM, eso es porque tiene una frontera conductora que envuelve por completo al plano transversal. Para un tratamiento matemático más detallado sobre la propagación de la luz en guías de ondas planas, se hace uso de un problema de valores propios de las ecuaciones de Maxwell para obtener los estados propios o modos normales que corresponden a la dirección de propagación de la luz dentro de la guía, pero también es posible hacer un análisis de la propagación de la luz desde el punto de vista de la óptica geométrica, es decir, haciendo uso de rayos que se reflejan [2].

La guía de ondas planas se forma con una capa central de espesor 2ρ , a lo que anteriormente llamamos núcleo, que tiene un índice de refracción que a partir de este punto, nombraremos como n_{co} , intercalado entre 2 capas que forman el revestimiento, el cual, para el análisis definimos como *infinito*, que tiene un índice de refracción n_{cl} .

Como la guía de ondas se extiende indefinidamente en todas las direcciones (x,y,z) al eje x, el caso se vuelve bidimensional, por lo que se trabaja en el plano x-z, y $x = \pm\rho$ son las interfaces de revestimiento del núcleo [7, 2].

El perfil de índice de refracción $n(x)$ puede ser uniforme o puerder graduado a lo largo del núcleo y un valor constante en el recubrimiento, y para que la guía de ondas, tenga la propiedad de guiar la luz, es necesario que el índice de refracción del núcleo n_{co} , tome valores mayores que el índice de refracción n_{cl} .

Aunque en la mayoría de las aplicaciones de las guías de onda es necesario utilizar canales, las guías de onda planas son útiles porque con ellas es posible obtener información acerca del comportamiento general de la guía y del proceso de fabricación, esto se logra debido a que la luz se acopla de manera fácil a la guía.

2.4. Parámetros de una guía de ondas

En el estudio de las guías de ondas existen diferentes parámetros para que se cumplan las condiciones de reflexión total interna y así la luz que entra en la guía de onda quede confinada en ella.

El ángulo de aceptación, la apertura numérica y el parámetro V, son parámetros importantes que describen cómo se propagará la luz a través de una guía de ondas. La NA o apertura numérica

describe la capacidad de la guía de ondas para recolectar o emitir luz en un ángulo específico, mientras que el parámetro V describe cómo se propagará la luz en la guía de ondas. El ángulo de aceptación está relacionado con la NA y es el ángulo máximo de luz que puede ser propagado por la guía de ondas [7].

2.4.1. Ángulo de aceptación

En una guía de ondas, el ángulo de aceptación es un parámetro que determina la cantidad de rayos que pueden entrar y propagarse a lo largo de la guía.

El ángulo de aceptación lo podemos definir como el ángulo máximo al que puede incidir un haz de luz en el extremo de la entrada de la guía con respecto a su eje de propagación para que la luz sea capaz de propagarse en el interior por la reflexión total interna [25].

Este ángulo de aceptación se forma desde el centro de la guía donde se encuentra el eje de propagación, formando así un cono en el exterior imaginario. Este ángulo se calcula de la siguiente manera [7]:

$$\theta_z = \sin^{-1} NA \quad (2.9)$$

donde NA es la apertura numérica.

Los rayos de luz que formen ángulos menores o igual al ángulo de aceptación son los que logran entrar en la guía y son propagados a lo largo de esta. Por otro lado, los rayos que formen ángulos mayores a este parámetro, entrarán en la guía pero no serán propagados y terminaran siendo refractados al exterior, provocando pérdidas de luz.

2.4.2. Apertura numérica

La apertura numérica es un parámetro con un valor adimensional que se representa como NA , el cual indica la capacidad que tiene una guía para captar la luz y es calculado con los índices de refracción del núcleo y del revestimiento [7, 25]:

$$NA = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} = \sin\theta_z \quad (2.10)$$

donde n_1 es el índice de refracción del núcleo de la guía de ondas y n_2 es el índice de refracción del revestimiento, y θ_z es el ángulo máximo con respecto al eje central de la guía.

NA se mide en términos de la propagación de la luz, por lo que se utiliza para describir la capacidad de recolectar luz.

2.4.3. Parámetro V

El parámetro de normalización V también es un valor adimensional y se define como la relación entre el tamaño de la guía de ondas y la longitud de onda de la luz que incide y se propaga en ella. El número V es importante porque determina cómo se propagará la luz a través de la guía de ondas y cuantos modos pueden propagarse. Es la frecuencia normalizada y está dada por [25]:

$$V = \frac{2\pi\rho}{\lambda} NA \quad (2.11)$$

Donde ρ es el radio del núcleo de la guía y λ es la longitud de la onda que entra. Este valor permite saber si la guía de ondas es una guía monomodo o es una guía multimodo [7].

Capítulo 3

Obtención de parámetros de propagación para rayos dentro de una guía de ondas planas

En este capítulo se obtendrán y se analizarán desde el punto de vista de la óptica geométrica los diferentes parámetros que describen la trayectoria de un rayo de luz que es confinado en una guía de ondas multimodo con un perfil de índice de refracción escalonado, es decir, que el índice de refracción del núcleo es constante, ya que es el caso más simple para comprender las bases de la propagación de la luz dentro de una guía.

Posteriormente, se podrán obtener y analizar los mismos parámetros pero ahora para una guía con un perfil de índice de refracción graduado, es decir, que el índice de refracción del núcleo varía desde el centro de la guía hasta los bordes y así dar paso a los casos que se derivan de este perfil.

3.1. Perfil de índice de refracción escalonado

Para el análisis de la propagación de rayos dentro de una guía de ondas planas, se inicia con el caso más simple, donde el perfil de índice de refracción es de tipo escalonado (figura 3.1), esto quiere decir que el núcleo y el revestimiento tienen un índice de refracción que es constante en toda la guía de ondas, por lo que se presenta un cambio abrupto entre la interfaz núcleo-revestimiento. El análisis se hace a lo largo del eje z , que será el eje de propagación de la guía, y se usarán las características descritas en la sección de *guías de ondas planas*.

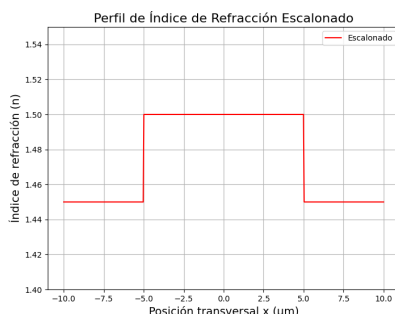


Figura 3.1: Perfil de índice de refracción de tipo escalón en una guía de ondas.

Obtención de parámetros de propagación para rayos dentro de una guía de ondas planas

3.1 Perfil de índice de refracción escalonado

Como se mencionó en el capítulo anterior, una guía de ondas necesita dos materiales dieléctricos con distinto índice de refracción, por lo que para este perfil definimos n_{co} y n_{cl} , valores constantes para el índice de refracción en el núcleo y en el revestimiento, respectivamente, y para que se cumpla la propiedad de confinamiento y guiado de la luz $n_{co} > n_{cl}$ (reflexión total interna). En el eje x los valores van desde $-\rho < x < \rho$, siendo ρ el tamaño del diámetro del núcleo.

3.1.1. Trayectoria del rayo

Para describir la trayectoria del rayo, nos fijaremos en lo que sucede en el núcleo de la guía de ondas. Si un rayo se origina en un punto A con la interfaz, formando un ángulo θ_z con el eje z de la guía, observamos que se encontrará con la interfaz opuesta en un punto B (Figura 3.2). Esta situación equivale a la incidencia de un rayo entre 2 medios con distinto índice de refracción, siendo nuestro primer medio el núcleo, con un índice de refracción n_{co} , y nuestro segundo medio el recubrimiento, con un índice de refracción n_{cl} , por lo que podemos describir esta reflexión utilizando la Ley de Snell.

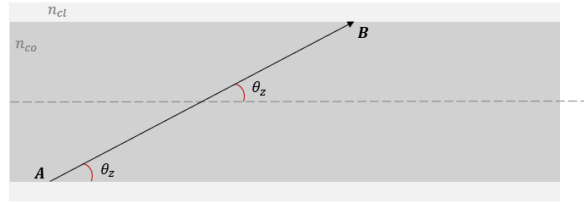


Figura 3.2: Rayo propagándose en el núcleo de una guía de ondas plana.

Sabemos que la ley de Snell suele expresarse en términos del ángulo formado entre el rayo incidente y la normal, pero para este caso, tomaremos el ángulo θ_z que se forma entre la interfaz y el rayo incidente. Así, en términos de ángulos complementarios y nuestros índices de refracción, la ley de Snell nos conduce a la siguiente expresión:

$$n_{co} \text{sen} \theta_z = n_{cl} \text{sen} \theta_t \quad (3.1)$$

Donde el ángulo θ_z al ser medido desde la interfaz se puede escribir como $\theta_z = 90 - \theta_c$ y el ángulo transmitido como $\theta_t = 90$.

De esta manera y aplicando el álgebra correspondiente obtenemos la expresión:

$$\theta_c = \cos^{-1} \left\{ \frac{n_{cl}}{n_{co}} \right\} \quad (3.2)$$

El ángulo θ_c es el complemento del ángulo crítico. El rayo que incide se refleja totalmente en el interior si el ángulo θ_z es mayor que 0 y menor que θ_c . Pero si θ_z es mayor que θ_c y menor o igual que $\pi/2$, entonces el rayo se refractará parcialmente.

Entonces tenemos la siguiente clasificación:

- Se tiene un rayo ligado, es decir, que sufre una reflexión total interna, si se cumple que:

$$0 \leq \theta_z < \theta_c \quad (3.3)$$

- Se tiene un rayo parcialmente reflejado si se cumple que :

$$\theta_c \leq \theta_z \leq \frac{\pi}{2} \quad (3.4)$$

Obtención de parámetros de propagación para rayos dentro de una guía de ondas planas

3.1 Perfil de índice de refracción escalonado

Cuando un rayo se refleja desde la interfaz y regresa al núcleo con un ángulo θ_z , produciendo una reflexión total interna y se repite este procedimiento a lo largo de la guía de onda, se construye una trayectoria en zig-zag (Figura 3.3). A esto le conoce un **rayo ligado**, ya que su camino está completamente confinado dentro del núcleo. Dado que la potencia de un rayo ligado se refleja totalmente en el núcleo en cada reflexión, el rayo puede propagarse indefinidamente sin pérdida de potencia [7].

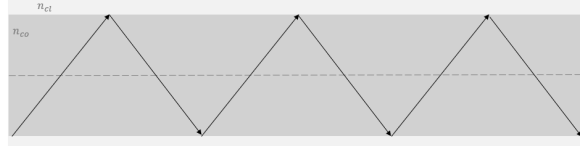


Figura 3.3: Trayectoria de un rayo ligado en una guía de ondas con perfil de índice de refracción escalonado.

Si observamos, cuando tenemos rayos ligados, la trayectoria es la misma, por lo que se da lugar a un *rayo invariante* β que es constante a lo largo de la guía de onda y especifica la dirección del rayo en cualquier posición, por lo que, utilizando la ley de Snell, se establece:

$$\beta = n_{co} \cos \theta_z = n_{cl} \cos \theta_t \quad (3.5)$$

A partir de esta ecuación, también podemos clasificar los rayos según el valor de β . Así que de las ecuaciones 3.3 y 3.4 se deduce que:

- Se tiene un rayo ligado, si se cumple que:

$$n_{cl} < \beta \leq n_{co} \quad (3.6)$$

- Se tiene un rayo parcialmente reflejado si se cumple que :

$$0 \leq \beta < n_{cl} \quad (3.7)$$

3.1.2. Parámetros de trayectoria

Hablamos de caracterización del rayo, cuando se definen parámetros que son constantes a lo largo de su trayectoria. Por lo que en este análisis se toma el valor de θ_z para rayos ligados.

En primer lugar, se hablará de la *longitud de camino*. Cuando un rayo incide en la guía de onda, éste entra con un ángulo θ_z , sufre reflexión total interna. Se puede observar en la figura 3.2 que la distancia AB por geometría está dada por:

$$\text{sen} \theta_z = \frac{2\rho}{L_p} \quad (3.8)$$

Donde LP es la distancia del punto A al punto B y ρ es el ancho del núcleo desde el eje z. Sabemos que el camino óptico, por el principio de Fermat, es el producto del índice de refracción del medio por la longitud óptica recorrida. En otras palabras, representa la distancia efectiva que la luz ha recorrido en un medio específico, por lo que para el análisis, despejaremos la distancia LP.

De la expresión 3.5, despejamos el coseno del ángulo y lo colocamos en términos del seno:

$$\text{sen} \theta_z = \frac{\sqrt{n_{co}^2 - \beta^2}}{n_{co}} \quad (3.9)$$

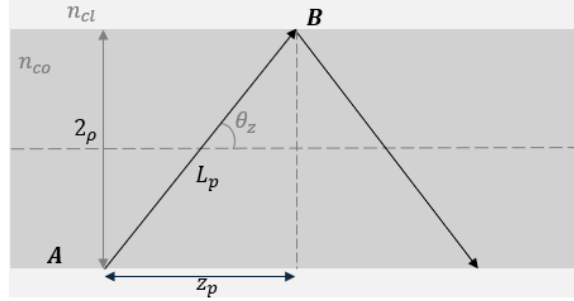


Figura 3.4: Longitud de trayectoria y semiperiodo del rayo para un rayo en el núcleo de una guía de onda plana.

Despejando L_p e introduciendo el invariante del rayo β en términos del seno (ecuación 3.9) se obtiene que:

$$L_p = \frac{2\rho n_{co}}{(n_{co}^2 - \beta^2)^{1/2}} \quad (3.10)$$

Con esto, se define la *longitud de camino* L_p como la distancia AB para un rayo que sufre reflexiones sucesivas en el núcleo de una guía de onda. Se observa de la expresión, que esta longitud depende del ángulo con el que entre el rayo de luz a la guía.

Otro parámetro de importancia para describir la trayectoria del rayo es la *longitud de camino óptico*, es decir, el tiempo empleado por el rayo para recorrer una distancia L en un medio con cierto índice de refracción n . Por lo que para un medio homogéneo definimos:

$$L_o = n_{co} L_p = \frac{2\rho n_{co}^2}{(n_{co}^2 - \beta^2)^{1/2}} \quad (3.11)$$

Se observa que únicamente se multiplicó la longitud de camino que definimos anteriormente por el índice de refracción del núcleo, para así obtener el parámetro L_o .

Finalmente, se define el *semi-periodo* z_p . Se sabe que el periodo de una onda es el tiempo transcurrido entre 2 puntos equivalentes de la onda, es decir, el tiempo en el que ocurre una oscilación, pero en este caso, se habla de un periodo espacial, esto es la distancia que hay entre 2 reflexiones sucesivas a lo largo del eje de propagación de la guía de onda. Por lo que a partir nuevamente de la figura 3.4, vemos que por geometría z_p está dada por:

$$z_p = \frac{2\rho}{\tan\theta_z} \quad (3.12)$$

Haciendo el álgebra correspondiente, se puede observar que la expresión se reduce a la multiplicación de L_p por un $\cos\theta_z$, así que al sustituir el camino óptico y el invariante de rayo se obtiene que:

$$z_p = L_p \cos\theta_z = \frac{2\rho\beta}{(n_{co}^2 - \beta^2)^{1/2}} \quad (3.13)$$

Se observa que z_p es la distancia en la que ocurre una sola reflexión, por lo que se le denomina *semi-periodo*. Con esto, se puede ver que está relacionado el número de reflexiones por unidad de longitud de la guía de ondas, es el recíproco del semiperiodo:

$$N = \frac{1}{z_p} \quad (3.14)$$

Teniendo en cuenta ésta relación, si se analiza sobre una distancia z a lo largo de la guía de ondas, los parámetros de trayectoria están dados por:

$$\frac{z}{z_p} L_p; \quad \frac{z}{z_p} L_o; \quad Nz = \frac{z}{z_p} \quad (3.15)$$

La longitud de camino acumulado, la longitud de camino óptico y el número de reflexiones, respectivamente.

3.1.3. Tiempo de tránsito

En la sección anterior se definieron los parámetros que describen la trayectoria que sigue un rayo en el núcleo de la guía de onda, pero para tener un análisis completo de la propagación, es importante definir el *tiempo de tránsito* del rayo.

Este es el tiempo que tarda un rayo en propagarse una distancia z a lo largo de la guía de ondas, siguiendo la trayectoria en zig-zag.

Partiendo de la definición de velocidad, tenemos que el tiempo está dado por la distancia que recorre el rayo a lo largo de la guía, sobre la velocidad v_g a lo largo de esta, es decir, se tiene la siguiente expresión:

$$t = \frac{z}{z_p} \frac{L_p}{v_g} \quad (3.16)$$

Se observa que la distancia recorrida está dada por la longitud de camino ya anteriormente definida en las ecuaciones 3.15. Por otra parte, se sabe que por la definición de índice de refracción, la velocidad v_g está dada por :

$$n_{co} = \frac{c}{v_g} \implies v_g = \frac{c}{n_{co}} \quad (3.17)$$

Donde c es la velocidad de la luz en el espacio libre. Sustituyendo en la ecuación 3.16 y haciendo uso de las ecuaciones 3.11 y 3.13, se tiene que el tiempo de tránsito está dado por:

$$t = \frac{z}{z_p} \frac{L_p n_{co}}{c} = \frac{z}{c} \frac{n_{co}}{\cos\theta_z} \quad (3.18)$$

Se puede observar que el tiempo es dependiente del ángulo θ_z , mientras mayor sea el valor del ángulo, mayor será el tiempo de tránsito.

De esta manera, se puede apreciar que para comenzar el análisis de propagación de un rayo dentro del núcleo de la guía de ondas, es indispensable conocer el ángulo con el que incide el rayo en esta [7].

3.2. Perfil de índice de refracción graduado

En las secciones anteriores se hizo la descripción de la propagación de un rayo en una guía con un perfil de índice de refracción escalonado, la cual generaliza y permite hacer ahora el análisis para una guía con un perfil graduado.

El perfil de tipo graduado se caracteriza por tener un índice de refracción $n(\vec{r})$ que varía con respecto a la posición en la que se analice (Figura 3.5). Por lo que ahora, la trayectoria de un rayo dentro del núcleo es determinada por la ecuación de rayos o la ecuación eikonal [7, 26]:

$$\frac{d}{ds} \left\{ n(\vec{r}) \frac{d\vec{r}}{ds} \right\} = \nabla n(\vec{r}) \quad (3.19)$$

Donde \vec{r} es el vector de posición de un punto en la trayectoria del rayo, s es la distancia a lo largo de su trayectoria y $d\vec{r}/ds$ es un vector unitario tangente a la trayectoria del rayo (figura 3.5).

Obtención de parámetros de propagación para rayos dentro de una guía de ondas planas

3.2 Perfil de índice de refracción graduado

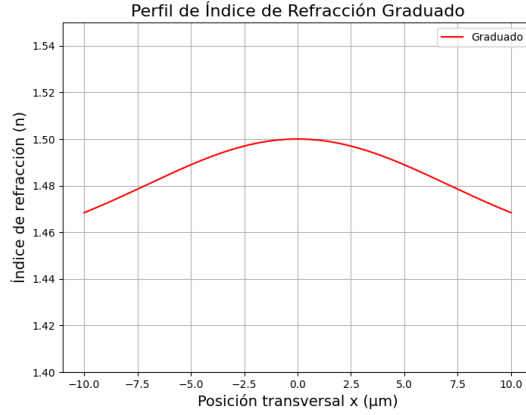


Figura 3.5: Perfil de índice de refracción graduado en una guía de ondas plana.

Observamos que el único componente de $\nabla n(\vec{r})$ que es distinto de cero es en la dirección (x,z) por lo que tenemos una cantidad que es constante a lo largo de la guía, es decir, cuando s varía:

$$\beta = n(r)\cos\theta(r) \quad (3.20)$$

Al tener un índice de refracción variable, este tipo de perfil puede verse como el límite de muchas capas finas y uniformes, por lo que podemos aplicar la ley de Snell a cada una de esas capas, llegando así a la ecuación 3.19, o bien también se puede encontrar esta ecuación usando el principio de Fermat. Entonces el término ∇n representa la curvatura de la trayectoria del rayo en el plano que contiene a ∇n [7, 27].

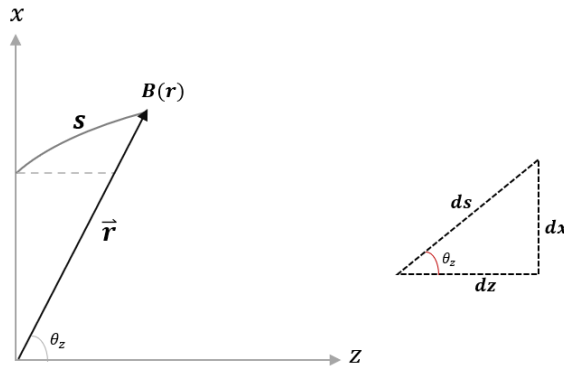


Figura 3.6: Distancia S del punto B a lo largo de la trayectoria del rayo en un medio de índice de refracción variable. Se describe mediante el vector de posición r en las coordenadas de x y z . Observamos que el ángulo θ_z está entre la tangente a la trayectoria y el eje z , y ds a lo largo de la trayectoria tiene componentes dx y dz .

En una guía de onda plana, el perfil de índice de refracción $n(x)$ depende solo de x , de modo que cada posición (x,z) en la trayectoria del rayo está determinada por las ecuaciones de 2 componentes, en las direcciones de x y z

$$\frac{d}{ds} \left\{ n(x) \frac{dx}{ds} \right\} = \frac{dn(x)}{dx}; \quad \frac{d}{ds} \left\{ n(x) \frac{dz}{ds} \right\} = 0. \quad (3.21)$$

Obtención de parámetros de propagación para rayos dentro de una guía de ondas planas

3.2 Perfil de índice de refracción graduado

De acuerdo a la figura 3.6, si trazamos una línea imaginaria de donde empieza la trayectoria del rizo (distancia S) al vector r y miramos muy de cerca, podemos observar que se forma un triángulo rectángulo correspondiente a las diferenciales de cada medida, así obtenemos las siguientes expresiones:

$$\frac{dx}{ds} = \sin\theta_z(x); \quad \frac{dz}{ds} = \cos\theta_z(x) \quad (3.22)$$

Donde $\theta_z(x)$ es el ángulo que está entre la tangente a la trayectoria y al eje z .

Ahora, vemos que a partir de estas expresiones de la ecuación 3.21 que es integrable, y se llega a:

$$n(x)\cos\theta_z(x) = n(0)\cos\theta_z(0) \quad (3.23)$$

Para todos los valores de x . Esta es la generalización de la ley de Snell. Al tratarse de un perfil graduado, vemos que ahora se depende de la variación a lo largo de x . Sin embargo, $n(x)\cos\theta_z(x)$ es una constante independiente de la posición a lo largo de la trayectoria del rayo.

3.2.1. Punto de retorno

Podemos ver de la ecuación 3.21 que cuando $n(x)$ disminuye alejándose del eje de la guía de ondas, puede haber una posición en el núcleo en la que $\theta_z(x) = 0$, dependiendo del valor de $\theta_z(0)$. A esta posición la llamamos punto de inflexión x_{tp} que es la solución de:

$$n(x_{tp}) = n(0)\cos\theta_z(0); 0 \leq x_{tp} \leq \rho \quad (3.24)$$

Si combinamos la curvatura de la trayectoria del rayo con la noción de punto de inflexión, entonces la trayectoria del rayo debe parecerse cualitativamente a la trayectoria de la figura 3.7(a) cuando la ecuación. (3.22) tiene solución y, al igual que la figura 3.7(b), cuando la ecuación. (3.22) no tiene solución. En el primer caso la trayectoria del rayo se curva continuamente hasta regresar al eje, y en el segundo caso llega a la interfaz, donde se transmite totalmente. Dado que se supone que el perfil es continuo a lo largo de la interfaz, los ángulos de incidencia y transmisión son todos iguales y $\theta_t = \theta_z(\rho)$. La línea discontinua en $x = x_{tp}$ es el lugar de los puntos de inflexión para todos los rayos con la mismo valor de $\theta_z(0)$, y a menudo se le llama cáustico de rayo o cáustico de punto de inflexión.

3.2.2. Características de la trayectoria del rayo.

Podemos construir la trayectoria del rayo a lo largo de la guía de ondas mediante la superposición repetida del camino en la Fig. 3.4. Suponiendo que el perfil es simétrico, es decir $n(-x) = n(x)$, esto genera la trayectoria tipo sinusoidal. El camino nunca llega a la interfaz, por lo que no se pierde energía y, por lo tanto, representa un rayo ligado. La trayectoria del rayo que llega a la interfaz se pierde del núcleo y se denomina rayo refractante en analogía con los rayos refractantes en la guía de ondas de perfil escalonado.

La delimitación entre las dos clases la proporciona la ruta que llega justo a la interfaz, es decir, la que tiene $x_{tp} = \rho$. Si denotamos el valor correspondiente de $\theta_z(0)$ por $\theta_c(0)$, deducimos para la ecuación 3.22 que

$$\cos\theta_c(0) = n(\rho)/n(0) = n_{cl}/n_{co} \quad (3.25)$$

asumiendo que $n(0) = n_{co}$ es el máximo valor de $n(x)$. Por lo tanto, los rayos en guías de ondas de perfil graduado se pueden clasificar según el valor de $\theta_z(0)$:

Para rayos confinados:

$$0 \leq \theta_z(0) < \theta_c(0) \quad (3.26)$$

Y para rayos refractados:

$$\theta_c(0) < \theta_z(0) \leq \pi/2 \quad (3.27)$$

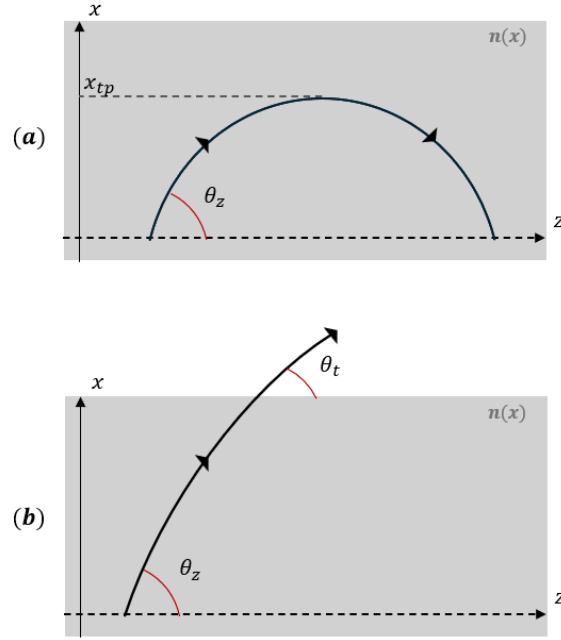


Figura 3.7: (a) Un rayo que toca el punto de inflexión en x_{tp} y (b) Un rayo que llega a la interfaz donde se transmite.

3.2.3. Invariante del rayo

Para las guías de onda de perfil graduado, utilizamos las ecuaciones 3.22 y 3.23 para definir[5]:

$$\beta = n(x)\cos\theta_z(x) = n(x)\frac{dz}{ds} \quad (3.28)$$

Por lo tanto β es constante a lo largo de una trayectoria. También determina la dirección del rayo en cualquier posición a lo largo de su trayectoria y la posición del punto de inflexión x_{tp} . Como $\theta_z(x) = 0$ en el punto de retorno, se deduce que

$$n(x_{tp}) = \beta \quad (3.29)$$

y existe una correspondencia uno a uno entre x_{tp} y β . La clasificación de rayos de la ecuación (3.26) y (3.27) es expresable en términos de β . Cuando $x = 0$ y $\theta_z(0) = \theta_c(0)$ en la ecuación (3.27), deducimos de la ecuación. (3.25) que $\beta = n_{cl}$. Así, para rayos ligados:

$$n_{cl} < \beta \leq n_{co} \quad (3.30)$$

Y para rayos refractados:

$$0 \leq \beta < n_{cl} \quad (3.31)$$

Donde n_{co} es el valor máximo de $n(x)$.

3.2.4. Parámetros de trayectoria de rayos

Es útil introducir parámetros que caracterizan la propagación de rayos en guías de ondas de perfil graduado para facilitar el análisis de los perfiles que se derivan de este. Estos incluyen los

Obtención de parámetros de propagación para rayos dentro de una guía de ondas planas

3.2 Perfil de índice de refracción graduado

parámetros para la guía de ondas de perfil escalonado, cuyas definiciones se generalizan fácilmente para aplicarlas a perfiles graduados.

Haciendo uso del invariante de rayo (ecuación 3.28) para reemplazar ds y dz en la primera ecuación de la ecuación. (3.21), y al reordenar obtenemos

$$\beta^2 \frac{d^2 x}{dz^2} = \frac{1}{2} \frac{dn^2(x)}{dx} \quad (3.32)$$

Configurando $d^2 x/dz^2 = x' dx'/dx$, donde $x' = dx/dz$, integrando llegamos a

$$\beta \frac{dx}{dz} = \{n^2(x) - \beta^2\}^{1/2} \quad (3.33)$$

Desde $dx/dz = 0$ y $n(x) = \beta$ en $x = x_{tp}$. Una segunda integración nos da

$$z(x) = \beta \int_0^x \frac{dx}{\{n^2(x) - \beta^2\}^{1/2}} \quad (3.34)$$

Suponiendo $z = 0$ cuando $x = 0$. Esta integral proporciona la trayectoria del rayo explícitamente para rayos ligados cuando $0 \leq x \leq x_{tp}$, y para rayos refractados cuando $0 \leq x \leq \rho$. Los parámetros de la trayectoria del rayo se calculan a partir de una trayectoria del rayo limitada entre puntos de inflexión sucesivos A y B, separados por el semiperíodo del rayo z_p medido a lo largo del eje. La longitud del camino L_p y la longitud del camino óptico L_o están definidas por integrales de camino

$$L_p = \int_P^Q ds \quad (3.35)$$

y

$$L_o = \int_P^Q n(x) ds \quad (3.36)$$

donde s es la distancia a lo largo del camino. Usamos la ecuación (3.28) para reemplazar ds por dz y la ecuación. (3.33) para reemplazar dz por dx , de donde

$$L_p = \int_{-x_{tp}}^{x_{tp}} \frac{n(x) dx}{\{n^2(x) - \beta^2\}^{1/2}} \quad (3.37)$$

y

$$L_o = \int_{-x_{tp}}^{x_{tp}} \frac{n^2(x) dx}{\{n^2(x) - \beta^2\}^{1/2}} \quad (3.38)$$

El semiperíodo del rayo z_p se deriva de la ecuación. (3.34) como

$$z_p = \beta \int_{-x_{tp}}^{x_{tp}} \frac{dx}{\{n^2(x) - \beta^2\}^{1/2}} \quad (3.39)$$

que también determina $N = 1/z_p$ el número de puntos de giro en la trayectoria del rayo por unidad de longitud de guía de ondas. Cuando el perfil es simétrico, las integrales se pueden evaluar para $0 \leq x \leq x_{tp}$ y la expresión resultante se duplicó [7].

3.2.5. Complemento del ángulo crítico local

Para comprender mejor las guías de ondas de perfil graduado resulta útil introducir un parámetro adicional. En el caso de las guías de ondas de perfil escalonado, todos los rayos ligados en cualquier punto de la sección transversal del núcleo se propagan en ángulos dentro del intervalo $0 \leq \theta_z < \theta_c$ donde θ_c es el complemento del ángulo crítico. Sin embargo, para guías de ondas de perfil graduado,

Obtención de parámetros de propagación para rayos dentro de una guía de ondas planas

3.2 Perfil de índice de refracción graduado

el rango de valores de $\theta_z(x)$ para rayos ligados varía con la posición. En el eje, este rango viene dado por la ecuación (3.26), mientras que en la interfaz no hay rayos ligados. En consecuencia, definimos el complemento del ángulo crítico local $\theta_c(x)$ por:

$$\cos\theta_c(x) = \frac{n_{cl}}{n(x)}; \sin\theta_c(x) = \left\{1 - \frac{n_{cl}^2}{n^2(x)}\right\}^{1/2} \quad (3.40)$$

de modo que en la posición x , el rango de ángulos para los rayos ligados viene dado por

$$0 \leq \theta_z(x) \leq \theta_c(x); 0 \leq x \leq \rho \quad (3.41)$$

lo que se reduce a la ecuación. (3.26) cuando $x = 0$, y da $\theta_z(x) = 0$ cuando $x = \rho$.

3.2.6. Tiempo de tránsito de rayo

El tiempo de tránsito del rayo para guías de ondas de perfil graduado se determina integrando a lo largo de la trayectoria curva del rayo. La velocidad local de la luz varía continuamente como $c/n(x)$, donde c es la velocidad de la luz en el espacio libre y $n(x)$ es el perfil, de donde el tiempo de tránsito a lo largo de la distancia z a lo largo de la guía de ondas viene dado por [7]:

$$t = \frac{1}{c} \int n(x) ds = \frac{1}{c\beta} \int n^2(x) dz \quad (3.42)$$

La segunda integral se desprende de la ecuación. (3.28) y la integración se realiza a lo largo del camino $x = x(z)$. Para z arbitrario, esta integral no tiene una forma simple, pero se puede aproximar de la siguiente manera. Deducimos de la ecuación. (3.35) que el tiempo de tránsito a lo largo de un semiperíodo de rayo z_p es L_o/c donde L_o es la longitud del camino óptico. Por lo tanto, si z es divisible exactamente en un número entero de semiperíodos, el tiempo de tránsito se puede expresar como

$$t = zL_o/(cz_p) \quad (3.43)$$

En general, z no es divisible en un número entero de semiperíodos, pero cuando $z \gg z_p$ está claro que la ecuación (3.43) es una aproximación precisa a la ecuación(3.42).

Capítulo 4

Guías de onda con un perfil de índice de refracción específico

Para comprender mejor la aplicación práctica de los resultados formales asociados con las guías de onda que poseen un perfil de índice de refracción graduado, analizaremos ejemplos específicos de configuraciones y la generalización del perfil de índice de refracción dependiente de una potencia en la coordenada transversal. Las soluciones obtenidas pueden abarcar una parte o incluso la totalidad de las magnitudes relacionadas con las trayectorias de los rayos de luz que se propagan a través de la guía de ondas.

En este capítulo se analizan las soluciones que describen la trayectoria de la luz en guías de ondas con perfil parabólicos y de secante hiperbólica, así como como la generalización para los perfiles que dependen de una potencia en el eje transversal de la guía de ondas.

4.1. Perfil parabólico

El perfil parabólico se define como [7, 28]:

$$n^2(x) = n_{co}^2 \{1 - 2\Delta(x/\rho)^2\}; -\infty < x < \infty \quad (4.1)$$

donde ρ es una medida del ancho del perfil.

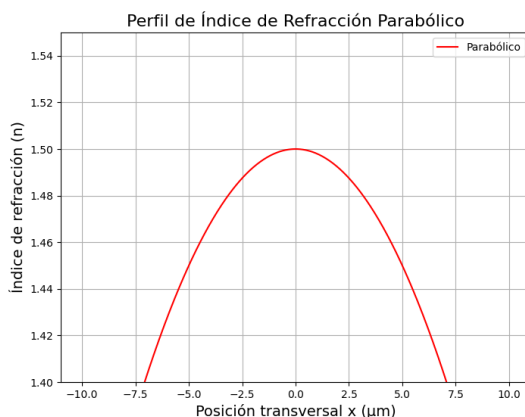


Figura 4.1: Perfil de índice de refracción parabólico en una guía de ondas plana.

Este perfil varía de manera continua a lo largo de la sección transversal infinita de la guía de ondas, aunque no es físicamente realizable ya que $n^2(x) \rightarrow -\infty$ cuando $x \rightarrow \pm\infty$. Sin embargo, es uno de los perfiles más simples para comprender la propagación. Debido a que el perfil es infinito, cada trayectoria de rayo tiene un punto de inflexión en un punto de giro a una distancia finita del eje. Para determinarlo, recordemos que:

$$n(x) = n(0)\cos\theta_z(0) \quad (4.2)$$

con $0 \leq x_{tp} \leq \rho$.

4.1.1. Punto de retorno

A partir de esto y la definición del perfil parabólico, al sustituir tenemos:

$$n^2(x_{tp}) = n_{co}^2\{1 - 2\Delta(x_{tp}/\rho)^2\} \quad (4.3)$$

Pero sabemos que $n(x_{tp}) = \beta$ y $\beta = n(x)\cos\theta_z(x)$, sustituyendo tenemos que:

$$\Rightarrow n^2(x_{tp}) = n_{co}^2\{1 - 2\Delta(x_{tp}/\rho)^2\} = \beta^2 \quad (4.4)$$

$$\Rightarrow n^2(x_{tp}) = n_{co}^2\{1 - 2\Delta(x_{tp}/\rho)^2\} = n^2(0)\cos^2\theta_z(0) \quad (4.5)$$

Al aplicar el álgebra correspondiente a esta última expresión obtenemos que:

$$x_{tp} = \pm\rho\sqrt{\frac{1}{2\Delta}\left(\frac{n_{co}^2 - \beta^2}{n_{co}^2}\right)} = \pm\rho\frac{(n_{co}^2 - n^2(0)\cos^2\theta_z(0))^{1/2}}{n_{co}\sqrt{2\Delta}} \quad (4.6)$$

Por propiedades trigonométricas sabemos que $\cos^2\theta = 1 - \text{sen}^2\theta$, entonces al sustituir y aplicar álgebra en la expresión anterior obtenemos que:

$$x_{tp} = \pm\rho\frac{\text{sen}\theta_z(0)}{\text{sen}\theta_c(0)} \quad (4.7)$$

Y por aproximación paraxial, los puntos de retorno están dados por la expresión:

$$x_{tp} \cong \pm\rho\frac{\theta_z(0)}{\theta_c(0)} \quad (4.8)$$

Por lo tanto, cuanto mayor sea el ángulo $\theta_z(0)$, o cuanto menor sea ρ , más lejos estará el punto de retorno del eje. Como no hay solución para la trayectoria en la ecuación (3.34) más allá de los puntos de retorno, todos los rayos están acotados y el rango de invariante para rayos acotados satisface:

$$0 \leq \beta \leq n_{co} \quad (4.9)$$

4.1.2. Semiperiodo del rayo

Para obtener la expresión que describe el semiperiodo del rayo, partimos de la ecuación (3.34) del perfil graduado, sustituimos la ecuación (4.8), utilizando la transformación: $x = x_{tp}\sin\omega$ y su derivada $dx = x_{tp}\cos\omega d\omega$ y haciendo el cambio de variable obtenemos:

$$z(x) = \beta \int_0^x \frac{x_{tp}\cos\omega}{(n_{co}^2(1 - 2\Delta\frac{x_{tp}^2\text{sen}^2\omega}{\rho^2}) - \beta^2)^{1/2}} \quad (4.10)$$

Para resolver esta integral, es necesario realizar la siguiente sustitución trigonométrica:

$$\text{sen}^2 u = \frac{2\Delta\theta_z^2 n_{co}^2}{\theta_c^2(n_{co}^2 - \beta^2)} \implies \text{sen} u = \sqrt{\frac{2\Delta n_{co}^2}{n_{co}^2 - \beta^2}} \frac{\theta_z}{\theta_c} \text{sen}\omega \quad (4.11)$$

Y regresando a los términos principales y resolviendo, obtenemos que la expresión para el semiperiodo de rayos está dada por:

$$z_p = \frac{\pi\rho\beta}{n_{co}\sqrt{2\Delta}} \quad (4.12)$$

4.1.3. Longitud de camino óptico

Tomando nuevamente el perfil de índice de refracción parabólico (4.1) y utilizando la misma transformación que en el caso del semiperiodo, sustituyendo en (3.38) tenemos:

$$L_o = z_p(n_{co}^2 + \beta^2)/(2\beta) \quad (4.13)$$

La longitud del camino se puede expresar en términos de la integral elíptica completa de segunda especie $E(v)$ [29]. Dentro de la aproximación de guía débil, obtenemos una expresión más simple cuando $\Delta \ll 1$. Por lo tanto tenemos que:

$$L_p = \rho \left(\frac{2}{\Delta}\right)^{1/2} E\left(2\Delta \frac{x_{tp}^2}{\rho^2}\right) \cong \frac{z_p}{4} \left\{ \frac{3n_{co}}{\beta} + \frac{\beta}{n_{co}} \right\} \quad (4.14)$$

Finalmente, el tiempo de tránsito del rayo de la ecuación (3.43) se deduce directamente de las ecuaciones (4.12) como

$$t = z(\beta^2 + n_{co}^2)/(2c\beta) \quad (4.15)$$

En comparación con la expresión del perfil escalonado, los tiempos de tránsito están parcialmente igualados.

4.2. Leyes de potencias

Estas guías son una generalización del perfil parabólico y permiten modelar un amplio rango de distribuciones de índice de refracción. El índice de refracción para una guía de este tipo está dado por [7]:

$$n^2(x) = n_{co}^2\{1 - 2\Delta(x/\rho)^q\}; -\rho \leq x \leq \rho \quad (4.16)$$

$$= n_{cl}^2 = n_{co}^2(1 - 2\Delta); |x| \geq \rho \quad (4.17)$$

Donde q es una constante positiva y es el exponente de la ley de potencia, que determina la forma del gradiente del índice.

4.2.1. Punto de retorno

Para los perfiles de ley de potencia, el rango de valores de β para rayos ligados se da por la ecuación (3.30). Para valores arbitrarios de q , la posición de los puntos de retorno se encuentra sustituyendo la ecuación (4.15) en la ecuación (3.29). Por lo tanto:

$$x_{tp} = \pm\rho \left\{ \frac{n_{co}^2 - \beta^2}{2n_{co}^2\Delta} \right\}^{1/q} = \pm\rho \left\{ \frac{\text{sen}\theta_z(0)}{\text{sen}\theta_c(0)} \right\}^{2/q} \cong \pm\rho \left\{ \frac{\theta_z(0)}{\theta_c(0)} \right\}^{2/q} \quad (4.18)$$

donde la última expresión se aplica dentro de la aproximación paraxial.

4.2.2. Semiperiodo del rayo

El semiperiodo del rayo se puede expresar analíticamente para todos los valores de q . Transformamos la integral en la ecuación (3.39) estableciendo $\omega = (x/x_{tp})^q$ y reconocemos la forma resultante como la función beta. En términos de la función gamma, la ecuación conduce a:

$$z_p = \frac{1}{N} = \frac{\beta}{q} \left(\frac{2\pi}{\Delta} \right)^{1/2} \frac{x_{tp}}{n_{co}} \left\{ \frac{\rho}{x_{tp}} \right\}^{q/2} \frac{\Gamma(1/q)}{\Gamma(1/q + 1/2)} \quad (4.19)$$

4.2.3. Longitud del camino óptico

La misma transformación se aplica a la integral de la longitud del camino óptico de la ecuación (3.38) y, con la ayuda de la fórmula de recurrencia para funciones gamma encontramos que :

$$L_o = \frac{z_p}{q+2} \left\{ q \frac{n_{co}^2}{\beta} + 2\beta \right\} \quad (4.20)$$

La integral de longitud de trayectoria en la ecuación (3.38) solo se puede evaluar con exactitud para ciertos valores de q ; por ejemplo, $q = 2$. Sin embargo, dentro de la aproximación paraxial, L_p se puede derivar por analogía con L_o como:

$$L_o \cong \frac{z_p}{q+2} \left\{ \frac{\beta}{n_{co}} + (q+1) \frac{n_{co}}{\beta} \right\}; \Delta \ll 1 \quad (4.21)$$

Finalmente, el tiempo de tránsito del rayo de la ecuación (3.43) se deduce inmediatamente de la ecuación (4.20) como:

$$t = \frac{z}{c} \frac{n_{co}}{q+2} \left\{ q \frac{n_{co}}{\beta} + \frac{2\beta}{n_{co}} \right\} \quad (4.22)$$

4.3. Perfil de secante hiperbólica

El perfil de tipo secante hiperbólica se deriva de soluciones de ecuaciones diferenciales que describen fenómenos físicos relacionados con la propagación de ondas no lineales y dispersivas. Su aplicación en guías de ondas ópticas se basa en su capacidad de igualar ciertas condiciones para el confinamiento de la luz y reducir distorsiones.

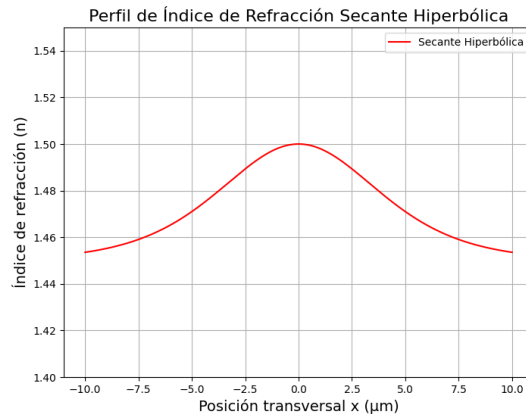


Figura 4.2: Perfil de índice de refracción de secante hiperbólica en una guía de ondas plana.

Este perfil de igual manera está graduado sobre la sección transversal, y está definido por [7]:

$$n^2(x) = n_{co}^2 \operatorname{sech}^2(\sqrt{2\Delta}x/\rho); -\infty < x < \infty \quad (4.23)$$

4.3.1. Punto de retorno

Como $n(x) \rightarrow 0$ cuando $x \rightarrow \pm\infty$, todos los rayos están acotados y el invariante de rayos se encuentra entre los valores de 0 y n_{co} .

Para encontrar los puntos de inflexión, sustituimos nuevamente el perfil en la ecuación 3.29:

$$n^2(x_{tp}) = n_{co}^2 \operatorname{sech}^2(\sqrt{2\Delta}x_{tp}/\rho) = \beta^2 \quad (4.24)$$

Tomando las 2 últimas igualdades y recordando que:

$$\operatorname{senh}(x) = \frac{1}{\operatorname{cosh}(x)} \quad (4.25)$$

Obtenemos que:

$$\operatorname{cosh}\left(\sqrt{2\Delta}\frac{x_{tp}}{\rho}\right) = \frac{n_{co}}{\beta} \quad (4.26)$$

Y despejando para x_{tp} encontramos que los puntos de retorno están dados por la ecuación:

$$x_{tp} = \rho(2\Delta)^{-1/2} \operatorname{cosh}^{-1}(n_{co}/\beta) \quad (4.27)$$

4.3.2. Trayectoria y semiperiodo del rayo

Si en la ecuación (3.34) hacemos la transformación $\operatorname{senh}(\sqrt{2\Delta}x/\rho) = (n_{co}^2/\beta^2 - 1)^{1/2} \operatorname{sen}\omega$, obtenemos una integral sobre ω que es conocida y conduce a la ecuación para la trayectoria del rayo.

$$x = \frac{\rho}{\sqrt{2\Delta}} \operatorname{sinh}^{-1} \left\{ \operatorname{sinh}\left(\frac{\sqrt{2\Delta}x_{tp}}{\rho}\right) \sin\left(\pi\frac{z}{z_p}\right) \right\}; z_p = \frac{1}{N} = \frac{\pi\rho}{\sqrt{2\Delta}} \quad (4.28)$$

El semiperiodo del rayo se deduce de la ecuación (3.39) de manera similar. La misma transformación de la integral de la longitud del camino óptico en la ecuación (3.38) conduce a una segunda integral que se evalúa a partir de la ecuación (37-112). Obtenemos

$$L_o = n_{co}z_p \quad (4.29)$$

4.3.3. Longitud de camino óptico

Vemos que tanto el semiperiodo del rayo como la longitud del recorrido óptico son independientes de β y, por lo tanto, de la inclinación del recorrido del rayo en el punto en el que cruza el eje de la guía de ondas. Para la longitud del recorrido, la transformación anterior se combina con una segunda transformación $\omega = \pi/2 - \theta$ para expresar la integral en una forma que es proporcional a la función elíptica completa de primer tipo, definida por la ecuación [7, 29]:

$$K(v) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{(1 - v\operatorname{sen}^2\theta)^{1/2}} \quad (4.30)$$

Y a partir de esto, encontramos que la longitud de camino está dada por:

$$L_p = \frac{2}{\pi} z_p K\left(\frac{n_{co}^2 - \beta^2}{n_{co}^2}\right) \quad (4.31)$$

Dentro de la aproximación de guía débil, eliminamos $\Delta f(x)$ entre las ecuaciones para la aproximación paraxial, de donde es correcto ordenar Δ

$$n(x) \cong \{n_{co}^2 + n^2(x)\}/(2n_{co}); \Delta \ll 1 \quad (4.32)$$

Luego deducimos de las ecuaciones (3.38) y (3.39) que

$$L_p \cong (n_{co}^2 z_p + L_o \beta)/(2\beta n_{co}) = z_p(\beta + n_{co})/(2\beta) \quad (4.33)$$

4.3.4. Tiempo de tránsito

El tiempo de tránsito del rayo se deduce inmediatamente, si sustituimos las ecuaciones (4.28) y (4.27) (longitud de camino óptico y semiperiodo del rayo) obtenemos que

$$t = \frac{zn_{co}z_p}{cz_p} = \frac{zn_{co}}{c} \quad (4.34)$$

Por tanto, el tiempo de tránsito es idéntico para todos los rayos y es igual al tiempo de tránsito de un rayo que se propaga a lo largo del eje de la guía de ondas.

4.3.5. Relación con solitones ópticos

El concepto de solitón ha sido objeto de estudio en diferentes campos de la física como la hidrodinámica, la óptica no lineal y la física de plasma [21]. La historia del solitón empieza en 1834, cuando el ingeniero escocés John Scott Russell observó un fenómeno inusual en un canal de agua; observó que el agua se propagaba sin distorsiones a lo largo de varios kilómetros. Descubrió que una onda podía viajar largas distancias sin cambiar su forma ni su velocidad. A este fenómeno lo denominó "The Great Wave of Translation", después llamada onda solitaria.

Un solitón óptico es un pulso de luz que viaja a través de un medio óptico sin cambiar su forma ni dispersarse debido a un equilibrio entre dos efectos opuestos, la dispersión de la velocidad de grupo y la no linealidad del medio. Cuando la no linealidad del medio compensa la dispersión, se genera una onda solitaria que se propaga sin sufrir cambios.

En óptica no lineal, los solitones se clasifican en solitones espaciales y solitones temporales dependiendo si la confinación de la luz ocurre en el tiempo o en el espacio durante su propagación y si el medio presenta una no linealidad debida a la susceptibilidad de segundo o tercer orden. Los solitones generados por una susceptibilidad de tercer orden, donde el índice de refracción varía con la intensidad de la luz, se conocen como solitones Kerr y están descritos por la ecuación no lineal de Schrödinger. La variación del índice de refracción con la intensidad provoca efectos como el autoenfoque (o autodesenfoque) y la automodulación de fase [19].

Los solitones ópticos espaciales al propagarse en un medio no lineal con respuesta óptica del tipo Kerr, generan un cambio en el índice de refracción proporcional a la intensidad del campo eléctrico. Este cambio balancea la difracción natural del haz, permitiendo que se mantenga autoconfinado durante su propagación. Este fenómeno es análogo a una guía de ondas, donde el índice de refracción más alto en el centro del solitón actúa como el núcleo de una fibra óptica, confinando la luz en su interior.

Cuando la guía de onda tiene un perfil de índice de refracción graduado los rayos de luz se curvan siguiendo trayectorias armónicas. Al hacer el análisis a través de ondas electromagnéticas las soluciones a la ecuación de onda que satisfacen las condiciones de frontera adecuadas para campos eléctricos y magnéticos dan por resultado ondas confinadas que se acoplan dentro de la guía, a las cuales se les conoce como modos característicos de la guía de onda. Un caso especial de guía de onda es la que se autogenera en un medio óptico no lineal positivo cuando un haz láser al propagarse en el medio modifica su índice de refracción produciendo un perfil de la forma secante hiperbólica [20].

En una guía de ondas con perfil de secante hiperbólica, el índice de refracción disminuye suavemente desde el centro hacia los bordes. Esto genera un efecto de confinamiento donde los rayos de luz se curvan y reflejan internamente de manera continua sin necesidad de reflexiones abruptas. Este tipo de perfil es fundamental en la formación de solitones espaciales, ya que permite la existencia de modos autoconfinados en los que la dispersión se compensa con la no linealidad del material. A las ondas auto-atrapadas que se guían se les conoce como automodos o solitones y pueden explicarse matemáticamente como soluciones a la ecuación de onda no lineal que permite soluciones en forma de paquetes de onda localizados.

Este tipo de guías de onda basadas en solitones ha sido explorado experimentalmente en medios como cristales fotorrefractivos, donde se han obtenido solitones espaciales oscuros y brillantes. Estos solitones pueden servir como elementos clave en dispositivos ópticos como interruptores y uniones ópticas, lo que los hace prometedores para aplicaciones en telecomunicaciones y procesamiento de información óptica [20].

Capítulo 5

Conclusiones

El estudio de las guías de ondas es fundamental en la óptica porque permite comprender y controlar cómo se propaga la luz en diferentes dispositivos ópticos. En este trabajo se ha realizado de manera detallada el análisis geométrico de la propagación de la luz dentro de guías de ondas con diferentes perfiles de índice de refracción, relacionando los conceptos básicos de óptica geométrica. Este punto de vista resulta importante para comprender la naturaleza de los rayos de luz, así como los fenómenos de reflexión y refracción en medios con diferente índice de refracción. Estos conceptos sirvieron de base para entender y obtener las expresiones que describen los parámetros de propagación en cada perfil, destacando las particularidades de cada caso.

En el caso de una guía con el perfil escalonado, el núcleo tiene un índice de refracción constante y mayor que el del revestimiento. En el análisis, se observa que debido a esto y a que el ángulo con el que incide el rayo en la interfaz núcleo-revestimiento es mayor que el ángulo crítico, se produce reflexión total interna, ocasionando que el rayo permanezca confinado y se propague de manera eficiente de manera periódica dentro del núcleo de la guía. Nos podemos dar cuenta que no todos los ángulos de incidencia permiten una propagación guiada y sólo los rayos que cumplen con el invariante del rayo, es decir, la constante a lo largo de la trayectoria con valores mayores al índice de refracción del revestimiento y menores o iguales al del núcleo, son rayos ligados. Es decir, el invariante de rayo determina qué rayos pueden ser guiados en la estructura.

Al calcular la trayectoria del rayo, que está dada por la ecuación de un rayo reflejándose dentro del núcleo con un valor específico para el ángulo de incidencia, se determina el número de modos guiados y el comportamiento de la luz dentro de la guía.

A partir de esto, se pudo obtener el semiperiodo del rayo, que es la distancia entre 2 reflexiones sucesivas en la misma interfaz y observamos que depende de la longitud de onda y también del valor del ángulo de incidencia. De aquí, se puede analizar el número de reflexiones, pues de igual manera, este cálculo depende del ángulo con el que incide el rayo y de la longitud de la guía, es decir, un mayor número de reflexiones implica una trayectoria más larga.

En este tipo de perfil, podemos observar que los rayos siguen trayectorias rectilíneas con reflexiones abruptas entre el núcleo y el revestimiento, generando trayectorias en zig-zag y solo ciertos ángulos de incidencia cumplen la condición de guía, lo que da lugar a los rayos ligados. La luz se propaga en modos bien definidos y separados, lo que facilita el análisis teórico y experimental.

Por otro lado, al realizar el análisis del perfil graduado, obteniendo los mismos parámetros de propagación que el del caso escalonado, podemos observar que aquí el índice de refracción varía gradualmente desde el centro del núcleo hasta el revestimiento.

En lugar de reflejarse bruscamente, los rayos de luz siguen trayectorias curvas, ya que el índice de refracción cambia continuamente. Los rayos que viajan más cerca del eje de la guía experimentan un índice mayor y se propagan más lentamente, mientras que los que se alejan del centro experimentan un índice menor y aumentan su velocidad.

A diferencia del perfil escalonado que tiene un número de reflexiones bien definido, en este caso

no hay reflexiones abruptas, sino que la luz se curva gradualmente dentro del núcleo, por lo que la variación continua del índice hace que la trayectoria del rayo sea una oscilación en lugar de una secuencia de reflexiones.

A partir del perfil graduado, se derivan otros tres perfiles de índice de refracción, dependiendo de la función con la que estos se definen (parabólica, secante hiperbólica, ley de potencias).

En el caso del perfil parabólico se observa que los rayos ópticos siguen trayectorias sinusoidales dentro del núcleo debido a la variación cuadrática del índice y al igual que en el perfil graduado, estas oscilaciones evitan reflexiones abruptas y se tienen cambios suaves en la dirección de propagación del rayo, minimizando la dispersión. En guías con este perfil el invariante de rayo también se conserva a lo largo de la trayectoria y la longitud del camino óptico se mantiene similar para todos los rayos confinados. El semiperiodo del rayo es constante y el tiempo de tránsito es aproximadamente igual para todos los rayos dentro del núcleo.

El perfil parabólico es un caso particular de un perfil graduado, donde los rayos siguen trayectorias sinusoidales y los tiempos de tránsito son casi iguales para todos los modos. En cambio, en un perfil graduado general, la trayectoria y el tiempo de tránsito dependen de la función específica $n(x)$.

El caso de perfiles de índice de refracción con leyes de potencias, se define con una expresión donde aparece una constante q positiva que es la que define la rapidez con la que decrece el índice de refracción. Nos podemos dar cuenta que este perfil es una generalización del perfil parabólico cuando $q = 2$. El invariante de rayo también se mantiene constante a lo largo de la trayectoria del rayo y la variación del índice afecta la curvatura de la trayectoria. Podemos observar que en este caso todos los parámetros dependen del valor de la constante q . Para la trayectoria, el valor de la constante determina el tamaño de las oscilaciones, si el valor es igual a 2, la trayectoria es sinusoidal como en el perfil parabólico. Y a medida de que q aumenta, el semiperiodo disminuye, lo que significa que hay un mayor confinamiento del rayo. Este perfil al ser una variación del caso del perfil graduado, los rayos también presentan una curvatura continua a lo largo de su trayectoria y no reflexiones abruptas como en el caso del perfil escalonado. A diferencia de un perfil graduado arbitrario, en este caso el parámetro q permite modificar la trayectoria de los rayos de manera predecible.

Para el caso del perfil secante hiperbólica podemos observar que el invariante de rayo se mantiene constante, pero el índice decrece siguiendo el perfil de secante hiperbólica hacia los bordes de la guía y al igual que los otros casos, los rayos siguen una oscilación suave dentro de la guía.

Un aspecto especialmente notable del trabajo fue el estudio del perfil de secante hiperbólica, que no solo tiene un buen confinamiento de la luz, sino que también está íntimamente relacionado con los solitones ópticos. Los solitones son soluciones estables a las ecuaciones no lineales que gobiernan la propagación de pulsos de luz en medios con índice dependiente de la intensidad. Este fenómeno tiene aplicaciones cruciales en comunicaciones ópticas y procesamiento de información, donde la preservación de la forma del pulso es esencial para evitar errores en la transmisión de datos.

Este trabajo no solo ha permitido comprender los parámetros fundamentales de la propagación de la luz en guías de ondas, sino que también ha resaltado la importancia de seleccionar y diseñar perfiles de índice adecuados para aplicaciones específicas. Desde fibras ópticas de telecomunicaciones hasta guías utilizadas en sensores y dispositivos láseres, el conocimiento de los perfiles y sus implicaciones es clave para la investigación y el desarrollo en óptica moderna.

Finalmente, este análisis enfatiza que la óptica geométrica sigue siendo una herramienta esencial para el diseño y la comprensión de sistemas complejos en óptica. La conexión entre perfiles de índice, solitones ópticos y aplicaciones tecnológicas futuras abre nuevas posibilidades para mejorar la eficiencia y funcionalidad de las guías de ondas, posicionándolas como componentes esenciales en la revolución de las tecnologías fotónicas.

Referencias

- [1] E. Hecht. *Óptica*. Addison-Wesley Iberoamericana España, S.A., 2000.
- [2] B. E. A Saleh and M. C. Teich. *Fundamentals of Photonics*. John Wiley & Sons, 2019.
- [3] D. Halliday and R. Resnick. *Physics, Volume 2*. John Wiley & Sons, 2010.
- [4] A. M. Cetto. *La Luz: En La naturaleza y en el laboratorio*. Colección Ciencia para todos. Fondo De Cultura Economica., 2019.
- [5] P. Sharma, S. Pardeshi, R. K. Arora, and M. Singh. A review of the development in the field of fiber optic communication systems. *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, 3(5):113–119, 2013.
- [6] A.M. Guzmán Hernández. Óptica y fotónica: ciencia y tecnología de la luz. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 46(181):920–938, 2022.
- [7] A. W. Snyder and J. D. Love. *Optical waveguide theory*, volume 175. Chapman and hall London, 1983.
- [8] D. Fleisch. *A student's guide to Maxwell's equations*. Cambridge University Press, 2008.
- [9] C. R. Doerr and H. Kogelnik. Dielectric waveguide theory. *Journal of Lightwave Technology*, 26(9):1176–1187, 2008.
- [10] J. Hecht. *City of Light: The Story of Fiber Optics*. Sloan Foundation technology book series. Oxford University Press, 1999.
- [11] K.S. Packard. The origin of waveguides: A case of multiple rediscovery. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 32(9), 1984.
- [12] H. Unz. Oliver heaviside (1850-1925). *IEEE Transactions on Education*, 6(1):30–33, 1963.
- [13] J. Bray. *The Communications Miracle: The Telecommunication Pioneers from Morse to the Information Superhighway*. Springer US, 1995.
- [14] J. E. Brittain. Electrical engineering hall of fame: George c. southworth [scanning our past]. *Proceedings of the IEEE*, 98(10):1787–1790, 2010.
- [15] N. Kapany. *Optical Waveguides*. Quantum Electronics–Principles and Applications. Academic Press, 2012.
- [16] A. W. Snyder and W. R. Young. Modes of optical waveguides. *J. Opt. Soc. Am.*, 68(3):297–309, 1978.
- [17] J. A. Martín-Pereda. El largo y sinuoso camino de la fibra óptica. *Revista Española de Física*, 29(1), 2015.

- [18] V. Aboites. *El láser*. Fondo de cultura económica, 2003.
- [19] R. W. Boyd. *Nonlinear optics*. Academic Press, 2008.
- [20] G.E Torres-Cisneros, J. J. Sánchez-Modragón, M. D. Iturbe-Castillo, G. S. García-Quirino, M. Torres-Cisneros, and C. Treviño-Palacios. Guías de onda generadas por solitones ópticos espaciales. *Revista Mexicana de Física*, 41(5):662–694, 1995.
- [21] Y. S. Kivshar and G. P. Agrawal. *Optical solitons: from fibers to photonic crystals*. Academic press, 2003.
- [22] S. Lopez-Aguayo, M. Esparza-Echevarría, G. Lem-Carrillo, and J.C. Gutiérrez-Vega. Ondas solitarias no lineales: una introducción a los solitones ópticos espaciales. *Revista mexicana de física*, 60(1):39–50, 2014.
- [23] G. E. Torres-Cisneros, V. A. Vysloukh, J.J Sánchez-Mondragón, and A. Mojica-Cabrera. Uniones ópticas basadas en la colisión de tres solitones espaciales. *Revista Mexicana de Física*, 40(5):738–749, 1993.
- [24] S. Burbano de Ercilla. *Física general*. Editorial Tebar Flores, 2003.
- [25] M.C.E. Boquera. *Comunicaciones ópticas: conceptos esenciales y resolución de ejercicios*. Díaz de Santos, 2005.
- [26] A. Ghatak and K. Thyagarajan. *I Graded Index Optical Waveguides: A Review Work partially supported by Department of Science and Technology, India and NSF (U.S.A.)*. Progress in Optics. Elsevier, 1980.
- [27] A. Ankiewicz and C Pask. Geometric optics approach to light acceptance and propagation in graded index fibres. *Optical and Quantum Electronics*, 9(2):87–109, 1977.
- [28] M.J. Adams. The cladded parabolic-index profile waveguide: analysis and application to stripe-geometry lasers. *Optical and Quantum Electronics*, 10(1):17–29, 1978.
- [29] M.L. Boas. *Mathematical Methods in the Physical Sciences*. Wiley student edition. Wiley, 2006.