



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA

**MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA
OPCIÓN EN AUTOMATIZACIÓN**

**“DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN CUADRICÓPTERO GUIADO
POR CONTROL INALÁMBRICO” ***

T E S I S

Presentada para obtener el título de:
Maestro en Ciencias de la Electrónica, Opción en Automatización

Presenta:

Ing. Carlos Leopoldo Carreón Díaz de León**

Directores:

Dr. Sergio Vergara Limón (FCE-BUAP)

Dr. José Fernando Reyes Cortés (FCE-BUAP)

Dra. Amparo Dora Palomino Merino (FCE-BUAP)

Puebla, México

AGOSTO 2019

*Trabajo financiado por proyecto VIEP.

**Becario CONACYT.

BUAP[®]

Agradecimientos

Agradezco a Dios, el más misericordioso, el dispensador de gracia por todas las bendiciones que han recaído sobre mí, en particular, por haberme permitido culminar este trabajo de tesis de maestría y por darme la fortaleza para afrontar todas las dificultades presentadas en el proceso.

Agradezco a mis padres; Leopoldo Carreón Carreón y Diana Díaz de León Ruíz, por haberme otorgado mi vida, por su gran apoyo, y por guiarme adecuadamente para ser un hombre responsable. Una parte de mi alma siempre estará con ustedes y una parte de su alma siempre estará conmigo, mi amor hacía ustedes es incondicional e infinito, siento un gran orgullo, admiración y respeto hacia ustedes.

Agradezco a mi hermano; José Fernando Carreón Díaz de León, por el gran apoyo, amor y convivencia a lo largo de nuestras vidas. Eres un hombre admirable que desde mi infancia siempre he visto como un ser con el cual me he sentido seguro y protegido. Estoy muy orgulloso de tu vida y de la capacidad intelectual que dispones.

Agradezco a mis familiares; mis abuelas, Gloria Carreón Brito y María del Carmen Ruíz Arreola, a mis tíos María Guadalupe Ruíz Arreola y Joaquín Terrazas Carmona, por haberme apoyado a mí y a mi familia en los momentos en los que más lo necesitábamos, estoy infinitamente agradecido por el amor demostrado, que Dios los bendiga siempre.

Agradezco a mis asesores de tesis, el doctor Sergio Vergara Limon, la doctora Dora Amparo Palomino Merino y al doctor José Fernando Reyes Cortés, agradezco a la doctora María Aurora Diozcora Vargas Treviño, por el tiempo invertido en este trabajo de tesis y la paciencia para guiarme en su desarrollo. Sus observaciones y correcciones fueron siempre oportunas. Agradezco igualmente por el apoyo moral que me han brindado en los momentos que más lo necesitaba, siempre los recordaré como grandes personas y grandes científicos que me han dado grandes enseñanzas científicas y de vida.

Agradezco a la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla por haberme permitido realizar una maestría en Ciencias de la Electrónica en su prestigiosa Facultad de Ciencias de la Electrónica, otorgando siempre el apoyo económico y la infraestructura necesaria. Agradezco al gobierno de México que a través del CONACYT me ha brindado los recursos económicos necesarios para obtener el grado de maestro.

Dedicatoria

Dedico el presente trabajo a mi familia: a mi padre Leopoldo Carreón Carreón, a mi madre Diana Díaz de León Ruíz y a mi hermano José Fernando Carreón Díaz de León, ustedes son una parte muy importante en mi vida.

Resumen

En este trabajo de tesis se muestra el desarrollo de los sistemas mecatrónicos que conforman al cuadricóptero y su implementación en un sistema físico real. Se incluye la investigación previa de la situación legal en el país debido a que indica los pesos máximos, así como los lugares donde puede ser operado el dispositivo. Se estudia el modelo dinámico del cuadricóptero utilizando ecuaciones diferenciales no lineales, además, se incluye las aportaciones mecánicas del movimiento de las cuatro hélices en el comportamiento del movimiento de la estructura del cuadricóptero.

Se lleva a cabo el análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov considerando propiedades halladas en el modelo dinámico estudiado y tomando en cuenta una estructura de control basada en la función saturada tangente hiperbólica. Se llevó a cabo una simulación en Matlab para visualizar el comportamiento del cuadricóptero con respecto al tiempo, considerando algunos parámetros de masa obtenidos del software de diseño “*SolidWorks*”.

El hardware utilizado fue seleccionado considerando las propiedades de masa del cuadricóptero contempladas en la regulación de las aeronaves no tripuladas de la SCT. Los actuadores fueron caracterizados para corroborar su respuesta ante una señal eléctrica de entrada, además, se realizó la caracterización de las hélices para visualizar su comportamiento cuadrático. La distribución de masa en el cuadricóptero ha sido convenientemente balanceada tal que el centro geométrico coincida con el centro de masa lo cual implica que el modelo dinámico estudiado corresponde con el comportamiento del dispositivo con respecto al tiempo.

El transductor de orientación seleccionado permite la implementación del control de los tres ángulos del cuadricóptero en los tiempos de respuesta analizados del modelo dinámico. Para implementar un sistema de control de transmisión directa, se utiliza un esquema de control de velocidad tal que las hélices giran a la velocidad deseada por lo que se ha diseñado e implementado cuatro transductores de velocidad. Para implementar un control de posición cartesiana, se han colocado transductores ultrasonido de posición para obtener el valor de la posición tridimensional.

El sistema de control, así como los sistemas de adquisición, han sido implementados en un FPGA por lo que ha sido necesario desarrollar los bloques lógicos para medir el valor de las variables físicas de los transductores, así como enviar la energía mecánica aplicada al cuadricóptero en forma controlada. Cabe destacar que el cuadricóptero es un sistema dinámico muy complejo que requiere de una elevada cantidad de cálculos para realizar el control de las seis coordenadas generalizadas del mismo, por lo que en este trabajo de tesis se ha realizado la mejora del microprocesador diseñado en la MCEA, aumentando la capacidad de cómputo en 14 veces y elevando la capacidad de almacenamiento en 44 veces.

El software diseñado se encarga de filtrar las señales utilizadas, así como realizar los cálculos de las estructuras de control, tal que se obtengan los torques de los cuatro motores utilizados. El software diseñado en un lenguaje específico de programación del microprocesador realiza

cálculos en punto flotante de precisión simple y envía datos acordes a los bloques de firmware diseñados para los servo amplificadores de salida.

Los resultados obtenidos en este trabajo fueron la respuesta de la orientación con un error angular máximo de 5 grados, además, se realizaron las primeras investigaciones relacionadas con una técnica propuesta para hallar la posición en el espacio considerando el modelo dinámico de traslación del cuadricóptero resultando en la posibilidad de controlar cuatro grados de libertad; tres de orientación y el eje x de posición. Esta investigación ha mostrado durante su realización que es necesario investigar en profundidad la fricción del cuadricóptero lo que implica la mejora del estimador de posición cartesiana.

Se ha implementado un sistema de medición de la posición cartesiana basado en transductores ultrasonido de posición el cual permite medir la posición del cuadricóptero. Los resultados obtenidos muestran que la sintonización de las ganancias de los controladores de orientación y de posición cartesiana es de elevada complejidad debido a que las cuatro hélices actúan sobre los seis grados de libertad lo que implica que el ajuste de un controlador de una coordenada generalizada afectará a las coordenadas restantes.

El control de las seis coordenadas generalizadas ha sido posible debido a que el control de velocidad implementado controla adecuadamente las velocidades de las hélices, lo cual evita que las cuatro entradas del cuadricóptero sean perturbadas por variaciones de velocidad de cada hélice del cuadricóptero.

Índice

Introducción	ix
Justificación	xviii
Objetivo general	xix
Objetivos específicos	xix
Capítulo 1: Características del cuadricóptero	1
1. 1. Regulación de las aeronaves no tripuladas	1
1. 2. Principio de funcionamiento	2
1. 3. Especificaciones	3
1. 4. Diagrama general del sistema	5
1. 5. Conclusiones	7
Capítulo 2: Modelo dinámico	8
2. 1. Cinemática	8
2. 2. Dinámica	10
2. 3. Estabilidad en el sentido de Lyapunov	18
2. 3. 1. Estructura de control de velocidad	18
2. 1. 2. Estructura de control de posición y orientación	19
2. 4. Simulación del modelo dinámico	23
2. 4. Conclusiones	27
Capítulo 3: Hardware	28
3. 1. Descripción de la estructura mecánica	28
3. 1. 1. Construcción mecánica	29
3. 2. Descripción de la hélice	36
3. 3. Descripción de la electrónica	39
3. 3. 1. Diagrama general	39
3. 3. 2. Central inercial	41
3. 3. 3. Transductores de velocidad	42
3. 3. 4. Transductores de posición	45
3. 3. 5. Actuadores	47
3. 3. 6. Sistema electrónico	50
3. 3. 7. Batería y regulador	57

3. 4. Conclusiones	58
Capítulo 4: Firmware	59
4. 1. Implementación de instrucciones en ensamblador	60
4. 2. Bloque de memoria SDRAM	61
4. 3. Bloque de comunicación bluetooth	63
4. 4. Bloque de transductor de orientación	65
4. 5. BLOQUE DE SENSORES DE VELOCIDAD	68
4. 6. Bloque de firmware transductor de posición	68
4. 7. Bloque de firmware de señal PWM	69
4. 8. Decodificador de comandos	70
4. 9. Conclusiones	71
Capítulo 5: Software	72
5. 1. INTERFAZ DE USUARIO	72
5. 2. SOFTWARE DE ADQUISICIÓN	75
5. 3. SOFTWARE DEL CPU	77
5. 4. CONCLUSIONES	88
Capítulo 6. Resultados	89
6. 1. Estimador de posición por modelo dinámico	89
6. 2. Control de posición cartesiana utilizando ultrasonido	94
6. 1. Conclusiones	98
Conclusiones	99
Apéndices	101
Apéndice A: Congreso 1	101
Apéndice B: Congreso 2	102
Apéndice C: Certificado de inglés TOEFL	103
Apéndice D: Propiedades matemáticas de las hélices	104
1.1.1 Cotas superiores.	104
Apéndice E: Publicación artículo	105
Implementación de un sistema de control de transmisión directa en un cuadricóptero utilizando FPGA	106
Bibliografía	126

Índice de figuras

Figura 1. Cessna	ix
Figura 2. Airbus Beluga	x
Figura 3. Aeronave de la fuerza aérea mexicana y su tripulación	x
Figura 4. Aeronave no tripulada con una cámara digital incorporada	xi
Figura 5. Drone taxi autónomo	xii
Figura 6. Reconocimiento de imágenes	xii
Figura 7. Cuadricóptero de reconocimiento.	xiii
Figura 8. Cuadricóptero de asistencia médica	xiii
Figura 9. Pistola anti drones.	xiv
Figura 10. Aeronave híbrida	xv
Figura 11. Cuadricóptero siguiendo a una persona.	xv
Figura 12. Cuadricóptero Parrot con seguimiento autónomo.	xvi
Figura 13. Sistema de estimación de posición de posición.	xvi
Figura 14. Cuadricóptero con sistema de ubicación por cámaras.	xvi
Figura 15. Sistema de estimación de posición por transductores ópticos.	xvii
Figura 16. Control de un cuadricóptero con la función signo.	xvii
Figura 17. Tarjeta DE Nano SoC con FPGA y un microprocesador.	xviii
Figura 18. Controlador de vuelo comercial.	xviii
Figura 1.1. Cuadricóptero.	3
Figura 1.2. Diagrama general del sistema.	5
Figura 1.3. Lazos de control en el microprocesador.	6
Figura 2.1. Esquema del cuadricóptero.	8
Figura 2.2. Matriz de rotación para los ángulos de navegación.	9
Figura 2.3. Velocidades angulares de un cuerpo rígido.	10
Figura 2.4. Cuadricóptero mostrando velocidades angulares respecto al marco móvil y velocidades de los rotores.	15

Figura 2.5. Respuesta de la posición.	24
Figura 2.6. Respuesta de la orientación.	24
Figura 2.7. Torques aplicados.	25
Figura 2.8. Entradas cartesianas.	25
Figura 2.9. Trayectoria implementada.	26
Figura 2.10. Error de posición de la trayectoria.	26
Figura 3.1. Cuadricóptero.	28
Figura 3.2. Distribución de esfuerzo cortante en una barra del cuadricóptero.	28
Figura 3.3. Estructura mecánica.	29
Figura 3.4. Distribución de los motores y las hélices en la estructura.	30
Figura 3.5. Colocación de la batería de litio polímero.	31
Figura 3.6. Ubicación de los servo amplificadores.	31
Figura 3.7. Colocación de transductores.	32
Figura 3.8. Transductor en Z con contrapeso.	33
Figura 3.9. Colocación CPU, bluetooth y WIFI con masa de 170 gr.	33
Figura 3.10. Colocación de contrapesos.	34
Figura 3.11. Distribución de masa en el cuadricóptero.	34
Figura 3.12. Generación de la fuerza de empuje.	36
Figura 3.13. Hélices 1045 derecha.	38
Figura 3.14. Hélices 1045 izquierda.	38
Figura 3.15. Diagrama general del sistema.	40
Figura 3.16. Central inercial BNO055.	41
Figura 3.17. Sensor de orientación BNO055.	42
Figura 3.18. Medición del tiempo de revolución.	43
Figura 3.19. Medición del tiempo de revolución del rotor.	43
Figura 3.20. Diagrama del transductor de velocidad.	44
Figura 3.21. Señal del opto transistor.	44
Figura 3.22. Señal del comparador.	45
Figura 3.23. Funcionamiento del transductor de posición.	45
Figura 3.24. Acondicionamiento transductores de posición.	46
Figura 3.25. Diagrama de tiempos transductor de posición.	47

Figura 3.26. Puente trifásico para motor sin escobillas de corriente directa.	47
Figura 3.27. Conmutación trifásica del motor sin escobillas de corriente directa.	48
Figura 3.28. a) Motor 2212 920KV, b) Servo amplificador ESC30A.	48
Figura 3.29. Caracterización de los servomotores 1 y 2.	49
Figura 3.30. Caracterización de los servomotores 3 y 4.	49
Figura 3.31. Caracterización de fuerza de empuje.	50
Figura 3.32. Hardware del FPGA.	51
Figura 3.33. Unidad Central de Procesamiento CPU.	52
Figura 3.34. Instrucciones en ensamblador.	53
Figura 3.35. Campos de instrucciones.	54
Figura 3.36. Hardware del administrador de memoria SDRAM.	54
Figura 3.37. Diagrama de tiempo lectura.	55
Figura 3.38. Diagrama de tiempo escritura.	55
Figura 3.39. a) Paquetes de datos bluetooth, b) sistema de adquisición de Matlab.	56
Figura 3.40. Módulo bluetooth HC-05.	56
Figura 3.41. Módulo WIFI RN-XV.	56
Figura 3.42. Mapa de memoria SDRAM.	57
Figura 3.43. Batería litio polímero.	57
Figura 4.1. Diagrama general del firmware.	59
Figura 4.2. Formato MIPS.	60
Figura 4.3. Formato MIPS función arco tangente.	60
Figura 4.4. Ejecución de instrucción MIPS.	61
Figura 4.5. Diagrama de bloques del firmware implementado.	62
Figura 4.6. Bloque de firmware de la memoria SDRAM.	63
Figura 4.7. Conexión firmware RAM con bluetooth.	64
Figura 4.8. Firmware administrador bluetooth.	64
Figura 4.9. Diagrama de flujo del firmware del sensor BNO055.	67
Figura 4.10. Firmware de transductor de orientación.	67
Figura 4.11. Diagrama de flujo del bloque del sensor de velocidad.	68
Figura 4.12. Diagrama de flujo del bloque de los sensores de posición.	68
Figura 4.13. Señal PWM de salida.	69

Figura 4.14. Diagrama de flujo bloque PWM.	69
Figura 4.15. Funcionamiento firmware decodificador de comandos.	71
Figura 5.1. Interfaz de usuario en Labview.	72
Figura 5.2. Conexión WIFI de la interfaz a la CPU del cuadricóptero.	73
Figura 5.3. Escritura secuencial.	73
Figura 5.4. Depuración de la memoria de programa en la interfaz.	74
Figura 5.5. Envío de variables de Labview.	75
Figura 5.6. Iniciar o detener microprocesador.	75
Figura 5.7. Proceso de adquisición de datos en Matlab.	76
Figura 5.8. Sistema de control.	77
Figura 5.9. Linealización de funciones trigonométricas.	79
Figura 5.10. Espectro de Fourier de una señal de banda limitada.	80
Figura 5.11. Señal de banda limitada muestreada.	80
Figura 5.12. Espectro de Fourier de una señal muestreada filtrada.	81
Figura 5.13. Mapa de memoria RAM	81
Figura 5.14. Mapa de puertos de entrada y de salida.	82
Figura 5.15. Software de control en lenguaje D.	83
Figura 5.16. Diagrama de flujo del sistema de protección.	84
Figura 5.17. Decodificación de puertos de entrada.	85
Figura 5.18 Codificación de puertos de salida.	86
Figura 6.1. Respuesta del ángulo roll.	88
Figura 6.2. Respuesta del ángulo pitch.	88
Figura 6.3. Respuesta del ángulo yaw.	89
Figura 6.4. Respuesta torques de orientación.	89
Figura 6.5. Respuesta modelo dinámico de posición.	90
Figura 6.6. Respuesta modelo dinámico de posición.	91
Figura 6.7. Respuesta modelo dinámico de posición.	91
Figura 6.8. Respuesta torques de orientación.	92
Figura 6.9. Respuesta torques de orientación.	92
Figura 6.10. Respuesta torques de orientación.	92
Figura 6.11. Respuesta torques de orientación.	93

Figura 6.12. Respuesta del ángulo roll.	95
Figura 6.13. Respuesta del ángulo pitch.	95
Figura 6.14. Respuesta del ángulo yaw.	96
Figura 6.15. Respuesta de la posición x.	96
Figura 6.16. Respuesta de la posición y.	96
Figura 6.17. Respuesta de la posición z.	97
Figura 6.18. Cuadricóptero posicionado en el centro de la mesa de pruebas.	97
Figura 6.19. Cuadricóptero posicionado en el centro de la mesa de pruebas.	98
Figura i. Reconocimiento del tercer congreso nacional de mecatrónica y robótica.	101
Figura ii. Carta de aceptación de la XXXII RVP-AI / 2019	102
Figura ii. Certificado TOEFL.	103

Índice de tablas

Tabla 1.1. Clasificación de las RPAS según la CO AV-23/10 R4	1
Tabla 1.2. Características de despegue.	2
Tabla 1.3. Parámetros de masa.	3
Tabla 1.4. Parámetros sistema de radio.	4
Tabla 1.5. Parámetros sensor de orientación.	4
Tabla 1.6. Características sistema embebido.	4
Tabla 2.1. Parámetros utilizados en la simulación..	23
Tabla 3.1. Parámetros de masa	35
*DE0 CV, Transductores de orientación y posición, WIFI, bluetooth, batería y centro estructura.	
Tabla 3.2. Valores de masa.	35
Tabla 3.3. Parámetros aproximados del cuadricóptero.	36
Tabla 3.4. Unidades de la central inercial.	41
Tabla 3.5. Ángulos de orientación.	41
Tabla 3.6. Parámetros de transmisión directa.	49
Tabla 3.7. Consumo de corriente del regulador.	57
Tabla 4.1. Características de la memoria SDRAM implementada.	60
Tabla 4.2. Comandos (H: nivel alto, L: nivel bajo, X: no importa, V: dato válido).	61
Tabla 4.3. Características del sistema embebido.	62
Tabla 4.4. Estructuras de los comandos.	64
Tabla 4.5. Comandos del dispositivo [10].	64
Tabla 4.6. Comandos enviados por el sensor BNO055.	65
Tabla 4.7. Comando con información de los sensores.	65

Introducción

La automatización de las máquinas es una vía hacia el desarrollo tecnológico de cualquier país. En ella se pueden resolver los problemas que se presentan diariamente en las ciudades tales como el sistema de energía eléctrica, el reciclaje entre otros problemas. Dentro de las áreas que integran a la rama de la automatización se encuentran diversas disciplinas de la física, las cuales utilizan las matemáticas para el análisis y desarrollo tecnológico por lo que es necesario tener un amplio dominio de estas dos importantes ramas de las ciencias exactas para emprender una investigación tecnológica.

La aeronáutica es una rama de la física la cual estudia las fuerzas que se producen en presencia del movimiento del aire. Los conceptos estudiados en la aeronáutica son la sustentación, arrastre, fricción entre otros. Debido a que todas las aeronaves se basan en conceptos de la física, estas pueden ser descritas inequívocamente por modelos matemáticos, basados en la cinemática y la dinámica de la aeronave. Existen diversas metodologías para obtener los modelos dinámicos, cada una de ellas con un enfoque diferente según las necesidades tecnológicas.

Existen distintos tipos de aeronaves las cuales tienen diversos medios de propulsión tales como las hélices de unas cuantas palas [1], hasta motores “turbojet” o “turbofan” [2]. La categoría en la cual entra el cuadricóptero es en las aeronaves que utilizan hélices como elemento de sustentación. Cabe mencionar que, aunque algunos diseños de aeronaves utilizan hélices no significa que utilizan los mismos tipos de motores para propulsar dichas hélices.



Figura 1. Cessna

Las aeronaves tienen diversas aplicaciones en la industria y en la ciencia debido a su versatilidad y rapidez. Las aplicaciones más comunes son las siguientes:

- Aeronaves de carga: Tienen motores más potentes que las aeronaves para propósitos de transporte ligero debido a que la carga que transporta tiene una densidad muy elevada como el plomo, acero entre otros materiales pesados. En la figura 2 se aprecia el Airbus Beluga el cual tiene una capacidad de carga de 47 toneladas con un amplio espacio de almacenamiento [3].



Figura 2. Airbus Beluga

- Aeronaves de transporte: Son diseñadas para llevar a personas por lo que sus motores son de menor tamaño, así como los elementos de sustentación como las alas.
- Aeronaves de combate: Estas aeronaves son exclusivas de las fuerzas armadas de cualquier país y tienen incorporados al fuselaje distintas armas tales como ametralladoras, misiles entre otras [4].



Figura 3. Aeronave de la fuerza aérea mexicana y su tripulación

- Aeronaves no tripuladas [5]: En esta categoría se clasifican las aeronaves teledirigidas por un piloto el cual no está abordo de la aeronave, además, se clasifican en esta categoría las aeronaves autónomas, las cuales no necesitan ser pilotadas por personal humano. Usualmente los aviones comerciales incluyen un sistema de navegación autónomo llamado piloto automático, sin embargo, no es clasificado

dentro de esta categoría debido a que siempre son supervisados por personal humano, el cual esta abordo de la aeronave.



Figura 4. Aeronave no tripulada con una cámara digital incorporada

Los cuadricópteros son aeronaves no tripuladas y pueden ser controlados a distancia por un piloto o un sistema automático de seguimiento de trayectoria basado en GPS. Existen multicópteros los cuales utilizan más de cuatro rotores para distribuir la fuerza de sustentación entre los rotores utilizados. Los elementos aerodinámicos de sustentación de los cuadricópteros son únicamente los cuatro rotores, no dispone de alas ni superficies de control.

Los cuadricópteros tienen un gran desarrollo tecnológico debido a las capacidades de estas aeronaves para realizar distintas tareas por lo que son máquinas muy versátiles. Las aplicaciones más importantes son el transporte tanto de personas como de mercancías, un ejemplo de transporte público se observa en los Emiratos Árabes Unidos en Dubái. En esta aplicación de los cuadricópteros, se observa que el usuario ingresa a la aeronave viaja hacia el destino deseado:



Figura 5. Drone taxi autónomo

Dentro de las diversas aplicaciones se encuentran las tareas de reconocimiento las cuales son utilizadas en operaciones de alto riesgo como la identificación de áreas de difícil acceso o zonas de desastres naturales. Además, debido a su construcción, los cuadricópteros pueden incluir diversas herramientas como cámaras, dispositivos de sujeción, detectores especializados y en el caso del desarrollo tecnológico llevado a cabo por las fuerzas armadas de cada país es posible añadir armas de combate.

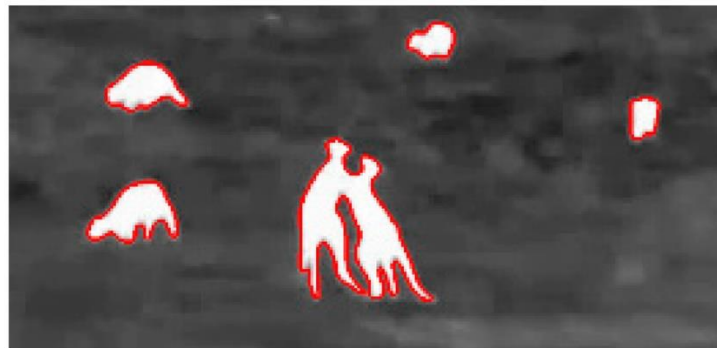


Figura 6. Reconocimiento de imágenes



Figura 7. Cuadricóptero de reconocimiento.

Una de las aplicaciones tecnológicas que destaca es la utilización de cuadricópteros para asistencia médica en sitios donde el acceso mediante otros vehículos tal como automóviles, barcos y otras aeronaves es difícil, un cuadricóptero tiene fácil acceso, además, la asistencia en ciudades donde se tiene una gran densidad de tráfico utilizando cuadricópteros será rápida y eficiente [6].



Figura 8. Cuadricóptero de asistencia médica

Debido a la versatilidad de navegación los cuadricópteros, se tiene una problemática con el uso indebido de estas aeronaves para actividades ilícitas como la invasión de espacio aéreo restringido o la invasión de propiedad privada. Para evitar la navegación no autorizada de los cuadricópteros, se han diseñado dispositivos para capturar los cuadricópteros y guiarlos al suelo para su análisis e investigación de la procedencia de la señal de mando. Sin embargo,

estos dispositivos han sido diseñados para los cuadricópteros tele operados por pilotos, por lo tanto, para los cuadricópteros autónomos se tienen dispositivos de destrucción los cuales desintegran la estructura mecánica e incineran la electrónica del mismo [7].



Figura 9. Pistola anti drones.

Dentro de los posibles diseños existe la combinación de distintos tipos de aeronaves. Utilizando una combinación estructural y de control de distintos tipos de aeronaves, se consigue las ventajas que ofrece cada tipo de aeronave. La NASA ha desarrollado una aeronave híbrida, la cual combina el diseño de un avión con el diseño de un multicoptero. Este diseño permite realizar maniobras en donde se requiere mantener la altura y también maniobras donde se desea recorrer grandes distancias. Una de las características destacables de esta aeronave, es que no dispone de un piloto el cual mediante un sistema inalámbrico controle la aeronave por lo que es totalmente autónoma [8].



Figura 10. Aeronave híbrida

El control de la posición del cuadricóptero necesita de la medición de las seis coordenadas generalizadas, los tres ángulos de orientación y las tres posiciones cartesianas. En diversos trabajos encontrados en la literatura científica se hallan metodologías que utilizan procesamiento de imágenes provenientes de cámaras colocadas en áreas controladas donde la aeronave vuela. En el trabajo [9] se estima la posición mediante la utilización de cámaras y GPS para ser utilizado en el seguimiento de una trayectoria de una persona.



Figura 11. Cuadricóptero siguiendo a una persona.

Los cuadricópteros diseñados para control de multitudes disponen de sistemas de seguimiento de personas ya que al incluir una cámara para grabar video, se implementa el registro del comportamiento de una multitud o en algunos casos de una sola persona. En la figura 12 se observa el cuadricóptero parrot [10]. Tiene una cámara colocada en el frente de la estructura por lo que al incluir el seguimiento de personas se delega el control de posición de la aeronave al sistema autónomo.



Figura 12. Cuadricóptero Parrot con seguimiento autónomo.

En algunas investigaciones como en [11], se utiliza GPS y se reduce el error de posición obtenido mediante un estimador no lineal combinando un acelerómetro de muy elevada precisión y frecuencia de muestreo. Se observa que la utilización del estimador permite hallar la posición con un margen de error muy reducido ya que el GPS no es capaz de aproximar la posición en forma precisa como un sistema de cámaras. En la figura 13 se muestra el sistema de estimación de posición utilizando acelerómetros y GPS.

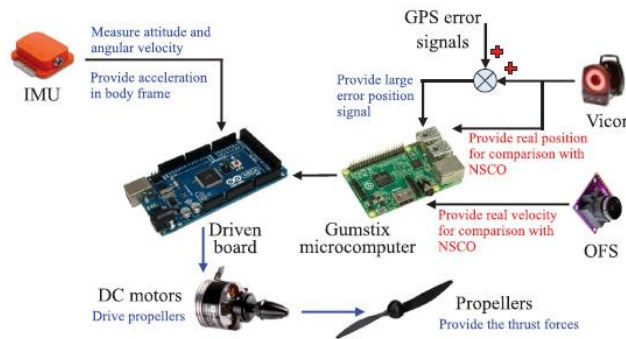


Figura 13. Sistema de estimación de posición de posición.

En la figura 14 se observa que el control de posición cartesiana por cámaras permite una ubicación precisa del cuadricóptero en el área delimitada por cámaras. El cuadricóptero mostrado utiliza esferas para que el sistema de cámaras estime adecuadamente su posición.

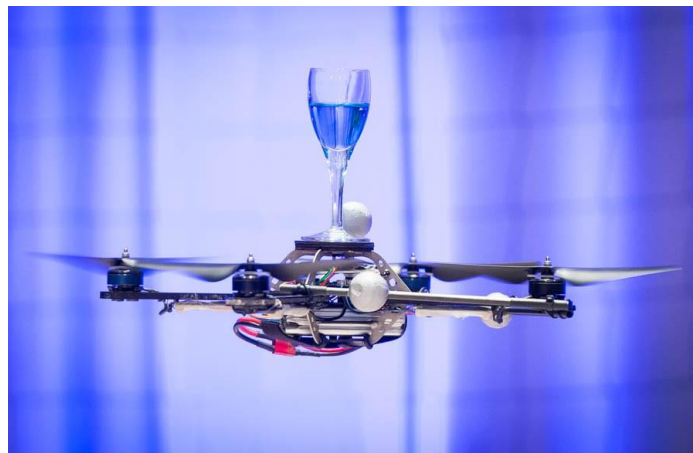


Figura 14. Cuadricóptero con sistema de ubicación por cámaras.

En otras soluciones propuestas para obtener estimar la posición en el espacio, se utilizan transductores opto electrónicos que emiten una señal en un marco de referencia fijo y se utiliza otro sistema para fusionar las señales de posición como los acelerómetros [12]. Este tipo de investigaciones acerca de la estimación de la posición solo permiten que el cuadricóptero se posicione en una región acotada en el espacio. Esto implica que el problema de estimar la posición se mantiene abierto ya que cada solución propuesta es aplicable a un determinado problema. En la figura 15 se observa el diagrama de flujo utilizado para transductores ópticos de posición.

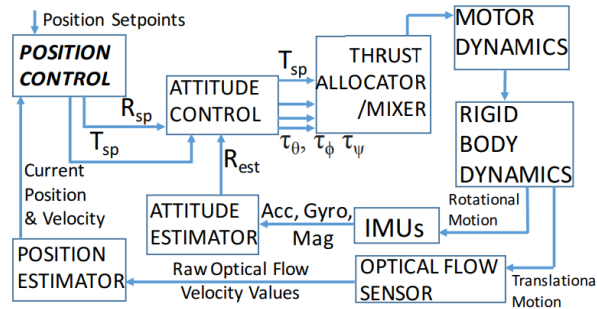


Figura 15. Sistema de estimación de posición por transductores ópticos.

La descripción del movimiento en algunas investigaciones del cuadricóptero es realizada considerando una linealización de las ecuaciones diferenciales no lineales cerca del origen de los ángulos de orientación. En el trabajo [13] se lleva a cabo una linealización tal que permita simular rápidamente un comportamiento aproximado del cuadricóptero, considerando que esa región acotada es de interés. Además, existen diversas estrategias de control de posición donde se utilizan distintas funciones matemáticas como la función signo.

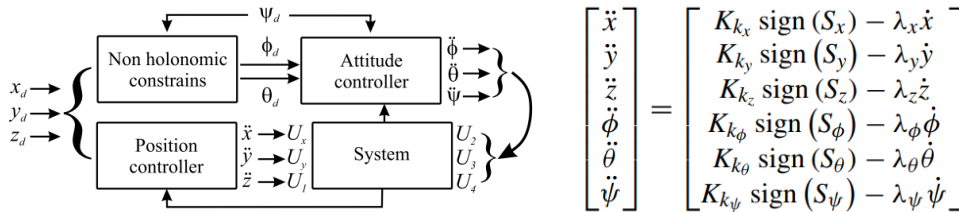


Figura 16. Control de un cuadricóptero con la función signo.

La utilización de sistemas digitales basados en FPGA ha sido reportada en la literatura científica. Su utilización ha sido combinada con microprocesadores externos a la lógica interna del FPGA como en el trabajo mostrado en [14]. El control del cuadricóptero es llevado a cabo mediante la utilización de bloques de firmware programados dentro del FPGA en conjunto con un microprocesador externo comercial. Esta técnica implica que es necesario

configurar dos diferentes sistemas digitales. En la figura 17 se observa un sistema basado en FPGA con un microprocesador separado comercial de la marca Terasic.

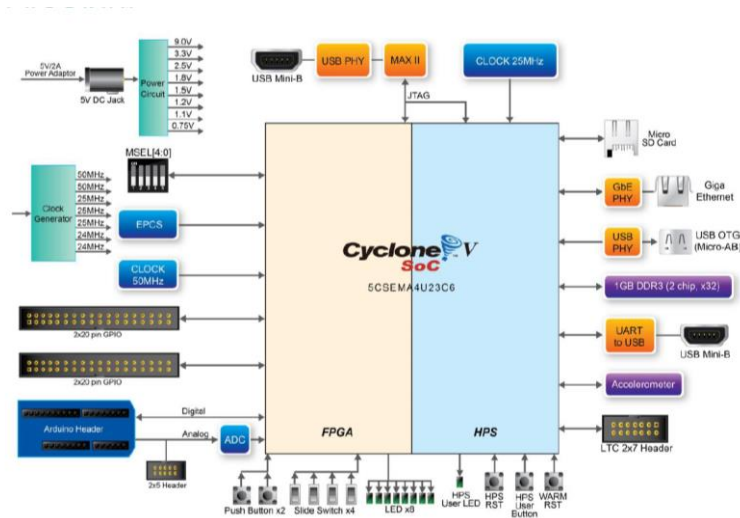


Figura 17. Tarjeta DE Nano SoC con FPGA y un microprocesador.

Los sistemas de vuelo comercial para los cuadricópteros vienen prefabricados y usualmente son de arquitectura cerrada por lo que no es posible modificarlos para implementar diferentes estructuras de control. La sintonización de los sistemas de control es realizada por protocolos de comunicación donde se reconfiguran los parámetros de los controladores. En la figura 18 se observa el controlador de vuelo Betaflight el cual controla el cuadricóptero en los ángulos de orientación.



Figura 18. Controlador de vuelo comercial.

Justificación

El cuadricóptero es una aeronave no tripulada que dispone de una estructura mecánica sencilla. El estudio del comportamiento del movimiento con respecto al tiempo tiene un valor muy importante en la ciencia ya que las complejas ecuaciones no lineales involucradas necesitan un análisis profundo. Los actuadores utilizados y su colocación en la estructura del cuadricóptero son considerados un sistema subactuado que permite aplicar energía codificada en solo cuatro hélices tal que sea posible ubicar al cuadricóptero en la posición deseada. Esto implica que el diseño de las estructuras de control está basado en un análisis de estabilidad

tal que se demuestre su funcionalidad en el cuadricóptero. En el estado del arte se encuentra una vasta cantidad de líneas de investigación, desde la descripción del movimiento, técnicas de control hasta la medición de las coordenadas del cuadricóptero. La medición de la posición cartesiana continua siendo un problema abierto ya que debido a su complejidad tecnológica se han propuesto varias soluciones. Considerando la motivación descrita, se fija el siguiente

Objetivo general:

“Diseñar y construir un cuadricóptero guiado por un control inalámbrico”.

Objetivos específicos

1. Revisión bibliográfica.
2. Estudiar su modelo dinámico.
3. Realizar el diseño mecatrónico del cuadricóptero.
4. Construir el cuadricóptero.
5. Diseñar el sistema de adquisición y control para guiar el cuadricóptero.
6. Realizar pruebas del sistema completo, controlando cuatro de los seis grados de libertad del cuadricóptero.
7. Publicación de los resultados.
8. Escritura de la tesis

Capítulo 1: Características del cuadricóptero

1. 1. Regulación de las aeronaves no tripuladas

En México existe una regulación de la secretaria de comunicaciones y transporte que tiene como objetivo especificar las distintas categorías de las aeronaves no tripuladas, los requerimientos necesarios y los trámites necesarios para cada categoría. Esta regulación establece los requisitos del dispositivo y de los operadores, mencionando la preparación mínima del operador y en su caso, las licencias que debe de poseer para tener autorización del gobierno federal para operar una determinada categoría de aeronave no tripulada en el territorio nacional.

Tabla 1.1. Clasificación de las RPAS según la CO AV-23/10 R4

Clasificación de sistemas de aeronaves pilotadas a distancia		
Peso máximo de despegue	Categoría	Uso
2.000 kg o menos	RPAS Micro	Privado recreativo
		Privado no comercial
		Comercial
2.001 kg hasta 25 Kg	RPAS Pequeño	Privado recreativo
		Privado no comercial
		Comercial
25.001 kg o más	RPAS Grande	Privado recreativo
		Privado no comercial
		Comercial

Las categorías mencionadas en la tabla 1.1 poseen distintos requisitos como registros ante la secretaría de la defensa nacional. Para el caso de la categoría micro, destacan las siguientes regulaciones:

- a) El propietario del RPAS debe registrar los RPAS con peso máximo de despegue superior a 250 gramos en <http://www.sct.gob.mx/transporte-y-medicina-preventiva/aeronautica-civil/3-servicios/35-rpas-drones/>. El registro lo deben realizar personas mayores de edad.

- h) El piloto de la aeronave operada a distancia no debe exceder la velocidad operacional máxima siguiendo la siguiente tabla:

Tabla 1.2. Características de despegue.

Peso máximo de despegue (kg)	Velocidad operacional máxima (km/hr)	Peso máximo de despegue (kg)	Velocidad operacional máxima (km/hr)	Peso máximo de despegue (kg)	Velocidad operacional máxima (km/hr)
0.001	55.00	0.7	35.31	1.5	24.12
0.01	55.00	0.8	33.03	1.6	23.36
0.1	55.00	0.9	31.14	1.7	22.66
0.2	55.00	1	29.54	1.8	22.02
0.3	53.94	1.1	28.17	1.9	21.43
0.4	46.71	1.2	26.97	2	20.89
0.5	41.78	1.3	25.91		
0.6	38.14	1.4	24.97		

Las limitaciones más importantes de la regulación de la SCT son:

d) Los RPAS para uso privado no comercial y para uso comercial deben contar con una póliza de seguro de responsabilidad civil por daños a terceros por un monto determinado por la secretaria de transporte.

e) El piloto del RPAS, debe de contar en la estación de control con: el comprobante de registro de la aeronave, copia de la póliza de seguro de responsabilidad civil (solo comerciales y privado no comercial), de la autorización de la secretaría de la defensa nacional (SEDENA) y del instituto nacional de estadística y geografía (INEGI) para mostrar a la autoridad que los requiera.

1. 2. Principio de funcionamiento

La fuerza de sustentación generada por la rotación de una hélice puede ser utilizada para interactuar con el movimiento de un cuerpo rígido en el espacio, considerando que es utilizada en un medio continuo como la atmosfera terrestre.

Un cuadricóptero (ver imagen 1.1) está conformado por cuatro barras rígidas fijadas a un punto común en forma simétrica. Utiliza cuatro hélices configuradas tal que el control de la posición sea posible, considerando un marco de referencia inercial. La transmisión de energía mecánica al cuadricóptero consiste en aplicar tres torques de entrada y tres fuerzas cartesianas para controlar seis grados de libertad. El cuadricóptero es un sistema subactuado y requiere

codificar seis entradas en solo cuatro por lo que su análisis resultante permite implementar un buen sistema de control.



Figura 1.1. Cuadricóptero.

1. 3. Especificaciones

Con base en el principio de funcionamiento del cuadricóptero, el dispositivo construido está conformado por una estructura de cuatro barras con dos soportes, cuatro hélices impulsadas por motores de transmisión directa y un sistema embebido basado en un FPGA. En la tabla 1.3 se tienen los parámetros de masa del dispositivo que están dentro de la normativa de la SCT.

Tabla 1.3. Parámetros de masa.

Componente	Masa
Estructura	400 gr.
Hélices y motores	260 gr.
Batería LiPo 14.8V / 5.2Ah	450 gr.
Sistema embebido	340 gr.
Tornillo y cables	140 gr.

Las hélices necesarias para el cuadricóptero disponen de un empuje máximo de 10N con un torque angular de 0.32Nm a una velocidad de 9000 rpm. El servomotor utilizado utiliza una corriente máxima de 20A a 14.8V y desarrolla una potencia máxima de 320W. La batería necesaria para una autonomía de 20 minutos utiliza cuatro celdas de litio polímero con un voltaje nominal de 14.8V a 5.2Ah, disponiendo de una corriente máxima de 124.8A.

El sistema embebido incluye una tarjeta DE0-CV [15] con un FPGA, módulos de comunicación inalámbrica WIFI y bluetooth, así como los sensores de orientación. Sus especificaciones se muestran en las tablas 1.4, 1.5 y 1.6 respectivamente.

Tabla 1.4. Parámetros sistema de radio.

Parámetro	Cantidad
Estándar wifi	IEEE 802.11b/g 2.4 GHz
Corrientes máximas puerto UART wifi	40 mA RX, 180 mA TX
Interfaz wifi	TCP/IP a UART
Versión bluetooth	V2, 3 Mbps 2.4 GHz
Sensibilidad antena	-80 dBm
Interfaz bluetooth	UART
Consumo	3.3 V, 5 V 60 mA

Tabla 1.5. Parámetros sensor de orientación.

Parámetro	Cantidad
Precisión angular	0.062°
Precisión aceleración	0.01 m/s ²
Formato ángulos de orientación	Tayt-Bryan
Protocolo de comunicación	UART
Consumo	12.3 mA

Tabla 1.6. Características sistema embebido.

Voltaje de operación	3.3VCD, voltaje de entrada: 5VCD
Número de elementos lógicos	49,000
Pines de propósito general	72 pines más 8 de alimentación de 3.3VCD y de 5VCD
Dispositivos externos incluidos	Memoria SDRAM de 32MW x 16 bits, 6 segmentos de display, interruptores y pulsadores de propósito general

1. 4. Diagrama general del sistema

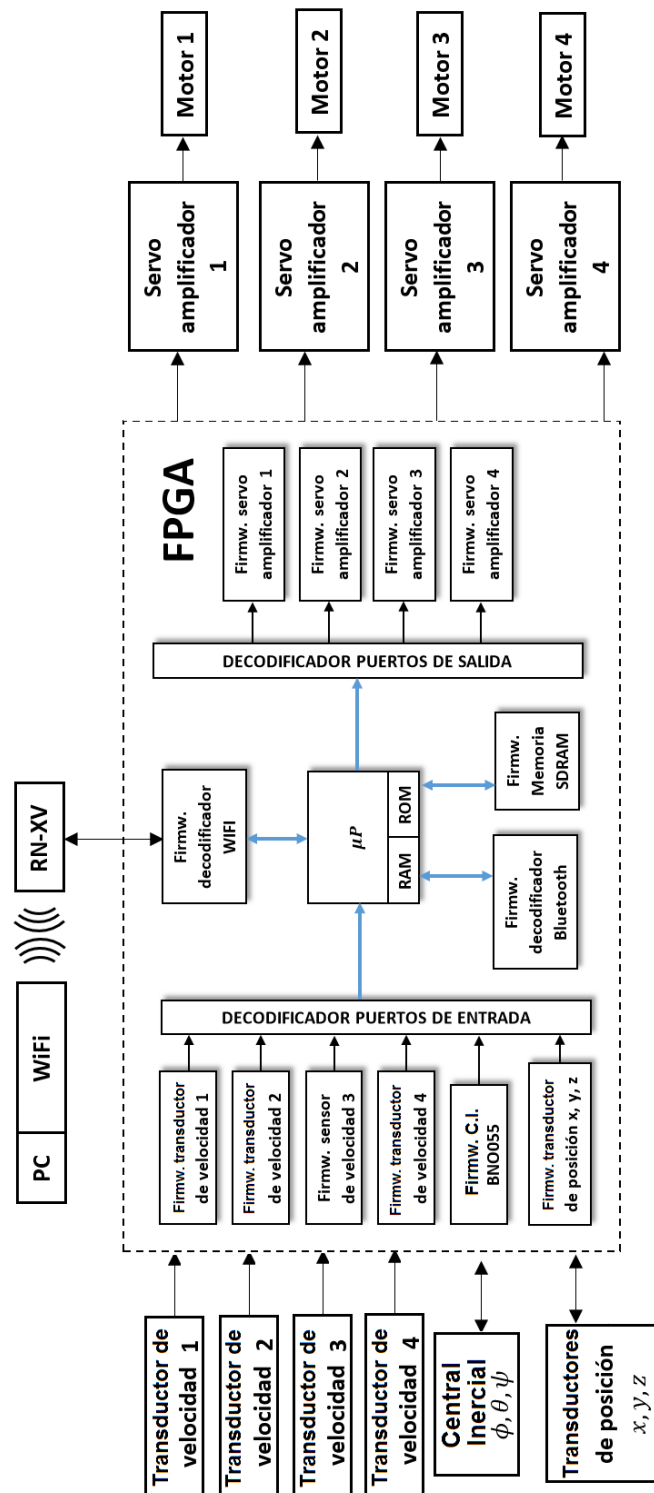


Figura 1.2. Diagrama general del sistema.

En la figura 1.2 en la parte izquierda, se encuentran los transductores de velocidad necesarios para el control de velocidad de las hélices. La lógica desarrollada dentro del bloque de firmware adquiere el valor de la velocidad y lo envía al microprocesador, permitiendo su decodificación y lectura.

La central inercial BNO055 es utilizada para el control de orientación del cuadricóptero. El bloque de firmware de la central inercial, configura el dispositivo para funcionar en modo fusión y permite leer directamente el valor de los ángulos del cuadricóptero.

Los transductores de posición miden el valor de la posición cartesiana del cuadricóptero con respecto a un marco de referencia fijo. El firmware de estos bloques decodifica las señales procedentes del dispositivo y las muestra para su utilización en las estructuras de control de posición.

El bloque de PC con WIFI es utilizado para enviar el software de control al microprocesador y algunos parámetros útiles como las posiciones deseadas. El módulo WIFI conectado al FPGA recibe los datos de la PC y los envía al firmware de decodificación WIFI el cual programa la memoria del microprocesador y envía la señal de activación del mismo.

El bloque de bluetooth envía información procesada por el microprocesador hacia una interfaz de usuario en una computadora. La transferencia de datos es almacenada para su visualización y análisis en el ambiente gráfico de la computadora.

Los bloques de firmware de los servo amplificadores envían una señal digital en proporción al torque aplicado a las hélices y utiliza la modulación de ancho de pulso. Considerando que los cuatro servomotores son lineales respecto al torque, su utilización en estructuras de control facilita su implementación.

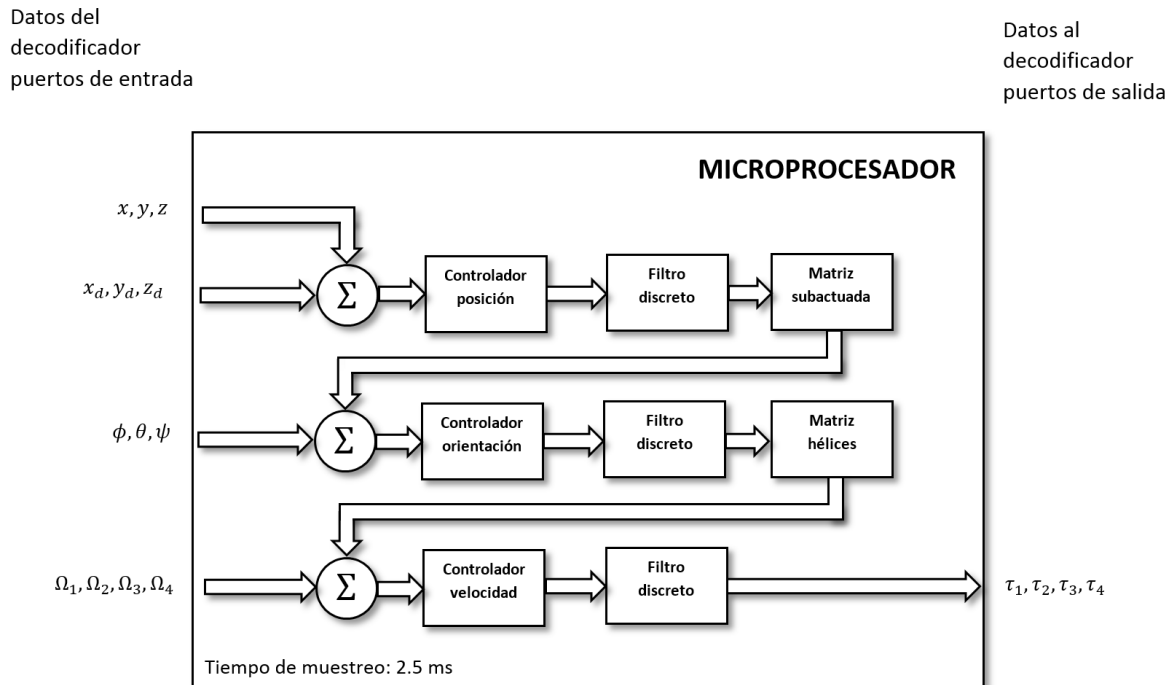


Figura 1.3. Lazos de control en el microprocesador.

En la figura 1.3 se encuentran los lazos de control utilizados para el control de la ubicación del cuadricóptero. El flujo del diagrama de control está basado en una jerarquía física de la construcción del dispositivo; no es posible controlar la velocidad si no se conoce cuál es la velocidad deseada previamente. Los filtros implementados previenen la reproducción de armónicas no deseadas debido a que dificultan alcanzar el objetivo de control.

1. 5. Conclusiones

El cuadricóptero es un sistema dinámico con una variedad de aplicaciones, considerando una construcción sencilla. El gobierno de México a través de la SCT a dispuesto una regulación para estos dispositivos con el fin de prevenir usos indebidos y poder clarificar responsabilidad a los operadores, por lo tanto, es necesario observar todos los puntos expuestos con el fin de evitar violentar la regulación de la SCT y facilitar la investigación de las aeronaves no tripuladas. Las características descritas del cuadricóptero de este trabajo están dentro del marco de parámetros que no requieren de una licencia de piloto ni permisos adicionales.

Capítulo 2: Modelo dinámico

El modelo dinámico del cuadricóptero es un conjunto de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del movimiento con respecto al tiempo en forma muy exacta. Su estudio y desarrollo permite diseñar un dispositivo físico real, abarcando desde los actuadores hasta los requerimientos de los sensores. Para hallar el modelo dinámico del cuadricóptero se utiliza el moldeo de energía considerando las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange [16]:

$$\boldsymbol{\tau} - \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] - \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^n, \quad n \in \mathbb{N}^+ \quad (2.1)$$

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = K(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - U(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}$$

2. 1. Cinemática

Para obtener el modelo dinámico, se halla la cinemática del cuadricóptero, considerando el siguiente esquema:

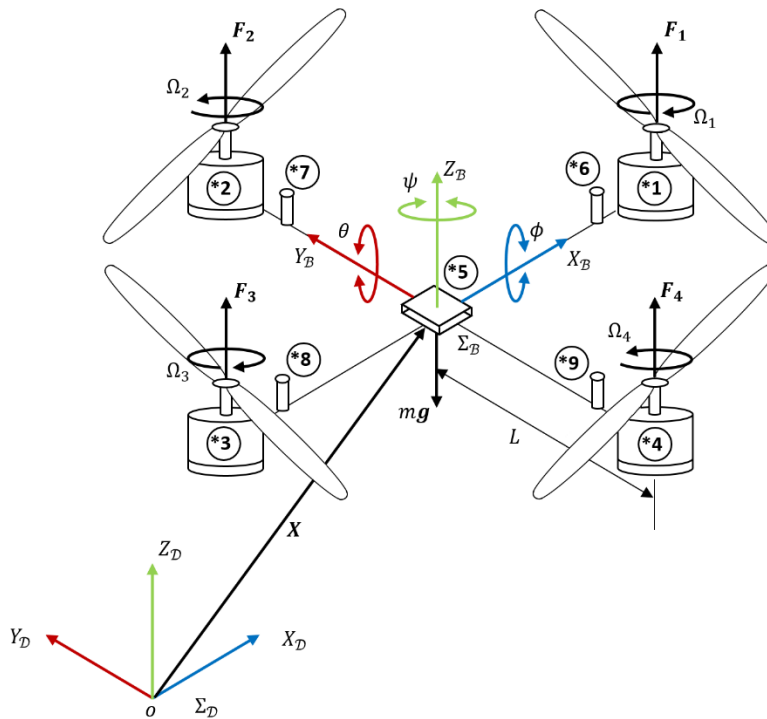


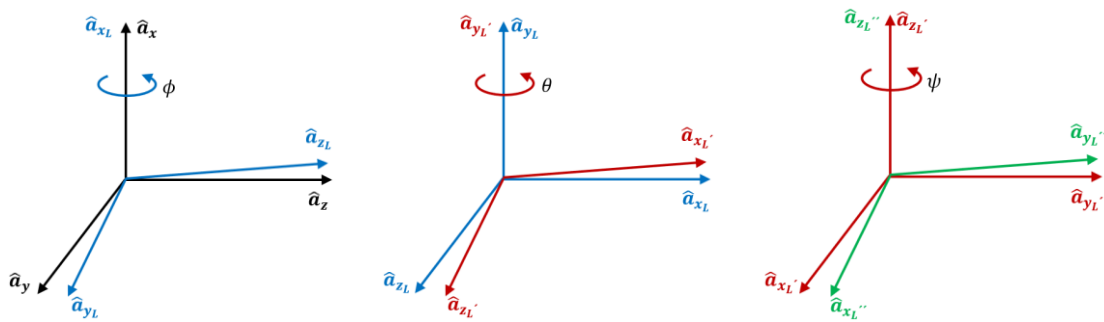
Figura 2.1. Esquema del cuadricóptero

para determinar la orientación de navegación, basada en los ángulos de Tait-Bryan, se utiliza una conmutación específica de las tres matrices de rotación sobre los ejes principales [17]:

$$R(x, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$R(y', \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$R(z'', \psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$



$$R = R(z'', \psi)R(y', \theta)R(x, \phi)$$

Figura 2.2. Matriz de rotación para los ángulos de navegación

los componentes de la matriz de rotación son los siguientes:

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix}$$

$$R_{11} = \cos \psi \cos \theta$$

$$R_{12} = \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi$$

$$R_{13} = \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi$$

$$R_{21} = \sin \psi \cos \theta$$

$$R_{22} = \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi$$

$$R_{23} = \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi$$

$$R_{31} = -\sin \theta$$

$$R_{32} = \cos \theta \sin \phi$$

$$R_{33} = \cos \theta \cos \phi$$

2. 2. Dinámica

La orientación del cuadricóptero con los ángulos de Tayt Bryan utiliza la velocidad angular medida con respecto al marco de referencia móvil del cuadricóptero. Al deducir los ángulos de navegación a partir de las velocidades angulares se determina su ecuación de transformación ya que es utilizada para hallar las ecuaciones de movimiento [18]:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{r} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \in \mathbb{R}^3 \quad (2.5)$$

describiendo el tensor de velocidad angular, se tiene

$$W(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}$$

donde p, q, r son las velocidades angulares medidas sobre los tres ejes principales del marco de referencia móvil

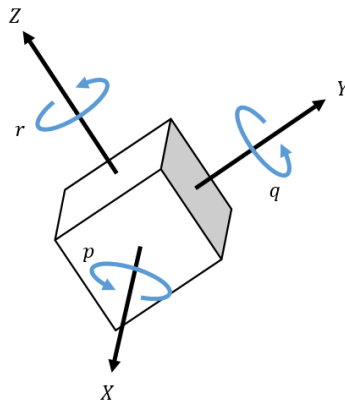


Figura 2.3. Velocidades angulares de un cuerpo rígido.

por lo tanto, la ecuación (1.5) es:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{r} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = W(\boldsymbol{\omega})\mathbf{r}$$

cambiando el vector \mathbf{r} por la matriz de rotación, se tiene:

$$\frac{d}{dt}R(\boldsymbol{\eta}) = W(\boldsymbol{\omega})R(\boldsymbol{\eta}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \quad \boldsymbol{\eta} = [\phi \quad \theta \quad \psi]^T \quad (2.6)$$

considerando la siguiente propiedad de la matriz de rotación [19]:

$$R(\boldsymbol{\eta})R(\boldsymbol{\eta})^T = I$$

y despejando $W(\boldsymbol{\omega})$ de (1.6) se obtiene:

$$W(\boldsymbol{\omega}) = \frac{d}{dt}R(\boldsymbol{\eta})R(\boldsymbol{\eta})^T$$

multiplicando por un vector unitario se tiene finalmente:

$$\left[\frac{d}{dt}R(\boldsymbol{\eta})R(\boldsymbol{\eta})^T \right] \mathbf{u} = W(\boldsymbol{\omega})\mathbf{u}, \quad \mathbf{u} = [1 \quad 1 \quad 1]^T \quad (2.7)$$

donde al reducir las expresiones, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

integrando la ecuación (1.8) se obtienen los ángulos de navegación deseados.

La determinación de las ecuaciones de movimiento requiere de las ecuaciones de la energía cinética y potencial a partir de la cinemática. La energía cinética total se obtiene sumando la energía cinética de traslación y de rotación:

$$K(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \dot{\mathbf{X}}) = \frac{1}{2} I_{xx} p^2 + \frac{1}{2} I_{yy} q^2 + \frac{1}{2} I_{zz} r^2 + \frac{1}{2} m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2), \quad \mathbf{X} = [x \quad y \quad z]^T$$

donde

$$I_{xx} = I_{xxm} + J_{xt}, \quad I_{yy} = I_{yy_m} + J_{yt}, \quad I_{zz} = I_{zz_m} + J_{zt}$$

- m : Masa del cuadricóptero
- $I_{xxm}, I_{yy_m}, I_{zz_m}$: Momentos de inercia de la estructura
- J_{xt}, J_{yt}, J_{zt} : Momentos de inercia de los rotores

La energía cinética rotacional considerando una construcción simétrica requiere únicamente las aportaciones de los momentos principales de inercia. Sustituyendo la velocidad angular por las coordenadas de orientación se tiene:

$$K(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \dot{\mathbf{X}}) = I_{xx}(\dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta)^2 + \frac{1}{2} I_{yy}(\dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi)^2 + \frac{1}{2} I_{zz}(\dot{\psi} \cos \phi \cos \theta - \dot{\theta} \sin \phi)^2 + \frac{1}{2} m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \quad (2.9)$$

El Lagrangiano está determinado por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) &= \frac{1}{2} I_{xx}(\dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta)^2 + \frac{1}{2} I_{yy}(\dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi)^2 \\ &+ \frac{1}{2} I_{zz}(\dot{\psi} \cos \phi \cos \theta - \dot{\theta} \sin \phi)^2 + \frac{1}{2} m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - mgz \end{aligned} \quad (2.10)$$

El cuadricóptero tiene seis ecuaciones de movimiento, tres de orientación y tres de posición, además, se debe agregar los componentes dinámicos de fricción:

$$\tau_x = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{x}} \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) \right] - \frac{\partial}{\partial x} \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) + \mathbf{f}(x, \dot{x}) \quad (2.11)$$

$$\tau_y = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{y}} \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) \right] - \frac{\partial}{\partial y} \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) + \mathbf{f}(y, \dot{y}) \quad (2.12)$$

$$\tau_z = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{z}} \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) \right] - \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) + \mathbf{f}(z, \dot{z}) \quad (2.13)$$

$$\tau_\phi = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\phi}} \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) \right] - \frac{\partial}{\partial \phi} \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) + \mathbf{f}(\phi, \dot{\phi}) \quad (2.14)$$

$$\tau_\theta = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) \right] - \frac{\partial}{\partial \theta} \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) + \mathbf{f}(\theta, \dot{\theta}) \quad (2.15)$$

$$\tau_\psi = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\psi}} \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) \right] - \frac{\partial}{\partial \psi} \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) + \mathbf{f}(\psi, \dot{\psi}) \quad (2.16)$$

agrupando las ecuaciones de traslación y de rotación, se tiene:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_f\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g} + \mathbf{Y}(\dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\Omega}) \quad (2.17)$$

donde

- $\mathbf{q} = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T$
- \mathbf{g} : Vector de gravedad
- \mathbf{K}_f : Matriz de fricción
- $\boldsymbol{\tau}$: Torques aplicados al cuadricóptero
- $\mathbf{M}(\mathbf{q})$: Matriz de inercia
- $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$: Matriz de coriolis y fuerzas centrípetas
- $\mathbf{Y}(\dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\Omega})$: Perturbación de momento angular de las hélices

los elementos dinámicos son los siguientes:

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx} \sin \theta \\ 0 & I_{yy} \cos^2 \phi + I_{zz} \sin^2 \phi & (I_{yy} - I_{zz}) \cos \phi \sin \phi \cos \theta \\ -I_{xx} \sin \theta & (I_{yy} - I_{zz}) \cos \phi \sin \phi \cos \theta & I_{xx} \sin^2 \theta + I_{yy} \sin^2 \phi \cos^2 \theta + I_{zz} \cos^2 \phi \cos^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}(\mathbf{X}) & \mathbf{Z} \\ \mathbf{Z} & \mathbf{M}(\boldsymbol{\eta}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6} \quad | \quad \mathbf{Z} = \text{diag}\{0,0,0\} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

$$C(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

donde:

$$c_{11} = 0$$

$$c_{12} = (I_{yy} - I_{zz})(\dot{\theta} \cos \phi \sin \phi + \dot{\psi} \sin^2 \phi \cos \theta) + (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi} \cos^2 \phi \cos \theta - I_{xx}\dot{\psi} \cos \theta$$

$$c_{13} = (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi} \cos \phi \sin \phi \cos^2 \theta$$

$$c_{21} = (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\theta} \cos \phi \sin \phi + \sin^2 \phi \cos \theta) + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi} \cos^2 \phi \cos \theta + I_{xx}\dot{\psi} \cos \theta$$

$$c_{22} = (I_{zz} - I_{yy})\dot{\phi} \cos \phi \sin \phi$$

$$c_{23} = -I_{xx}\dot{\psi} \sin \theta \cos \theta + I_{yy}\dot{\psi} \sin^2 \phi \cos \theta \sin \theta + I_{zz}\dot{\psi} \cos^2 \phi \sin \theta \cos \theta$$

$$c_{31} = (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi} \cos^2 \theta \sin \phi \cos \phi - I_{xx}\dot{\theta} \cos \theta$$

$$c_{32} = (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\theta} \cos \phi \sin \phi \sin \theta + \dot{\phi} \sin^2 \phi \cos \theta) + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta} \cos^2 \phi \cos \theta + I_{xx}\dot{\psi} \sin \theta \cos \theta - I_{yy}\dot{\psi} \sin^2 \phi \sin \theta \cos \theta - I_{zz}\dot{\psi} \cos^2 \phi \sin \theta \cos \theta$$

$$c_{33} = (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi} \cos \phi \sin \phi \cos^2 \theta - I_{yy}\dot{\theta} \sin^2 \phi \sin \theta \cos \theta - I_{zz}\dot{\theta} \cos^2 \phi \sin \theta \cos \theta + I_{xx}\dot{\theta} \cos \theta \sin \theta$$

$$C(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) = \text{diag}\{0,0,0\} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

$$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} C(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) & Z \\ Z & C(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$$

$$K_f = \text{diag}\{k_{x_f} \quad k_{y_f} \quad k_{z_f} \quad k_{\tau_\phi} \quad k_{\tau_\theta} \quad k_{\tau_\psi}\}$$

$$\mathbf{g} = [0 \quad 0 \quad mg \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

El elemento de perturbación de momento angular, es analizado considerando el momento angular total de los rotores y la velocidad angular del cuadricóptero:

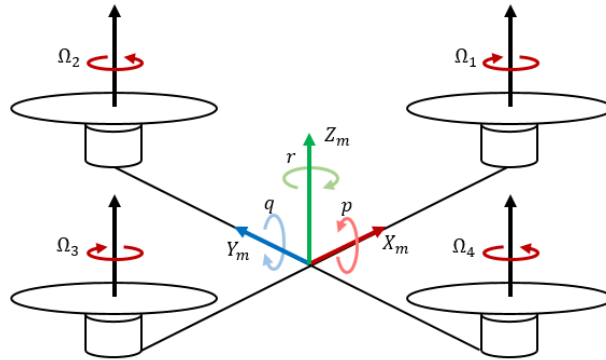


Figura 2.4. Cuadricóptero mostrando velocidades angulares respecto al marco móvil y velocidades de los rotores.

Utilizando la ecuación de movimiento de Euler [20], se obtiene la perturbación debido a la diferencia de velocidades de los rotores:

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d}{dt}(\mathbf{L}) + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{L} \in \mathbb{R}^3, \quad \mathbf{L} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \quad (2.18)$$

donde

- \mathbf{L} : Momento angular
- \mathbf{I} : Matriz de tensores de inercia

Despejando la ecuación (1.8) para los rotores se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \tau_{\phi_r} \\ \tau_{\theta_r} \\ \tau_{\psi_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{x_T} & 0 & 0 \\ 0 & J_{y_T} & 0 \\ 0 & 0 & J_{z_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} + \sum_{i=1}^4 \dot{\Omega}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -r - \sum_{i=1}^4 \Omega_i & q \\ r + \sum_{i=1}^4 \Omega_i & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{x_T} & 0 & 0 \\ 0 & J_{y_T} & 0 \\ 0 & 0 & J_{z_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r + \sum_{i=1}^4 \Omega_i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tau_{\phi_r} \\ \tau_{\theta_r} \\ \tau_{\psi_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{x_T} \dot{p} + (J_{z_T} - J_{y_T})qr + (J_{z_T} - J_{y_T})q \sum_{i=1}^4 \Omega_i \\ J_{y_T} \dot{q} + (J_{x_T} - J_{z_T})pr + (J_{x_T} - J_{z_T})p \sum_{i=1}^4 \Omega_i \\ J_{z_T} \dot{r} + J_{z_T} \sum_{i=1}^4 \dot{\Omega}_i + (J_{y_T} - J_{x_T})pq \end{bmatrix}$$

donde

$$J_{x_T} = \sum_{i=1}^4 J_{x_i}, \quad J_{y_T} = \sum_{i=1}^4 J_{y_i}, \quad J_{z_T} = \sum_{i=1}^4 J_{z_i}$$

El componente de perturbación de los rotores es el siguiente

$$Y(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\Omega}) = \begin{bmatrix} (J_{z_T} - J_{y_T})(\dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi) \sum_{i=1}^4 \Omega_i \\ (J_{x_T} - J_{z_T})(\dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta) \sum_{i=1}^4 \Omega_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Y(\dot{\boldsymbol{q}}, \boldsymbol{\Omega}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ Y(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\Omega}) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

El acoplamiento de los rotores está basado la siguiente ecuación de transformación [21]:

$$\begin{bmatrix} U \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_f & k_f & k_f & k_f \\ 0 & -k_f L & 0 & k_f L \\ k_f L & 0 & -k_f L & 0 \\ k_m & -k_m & k_m & -k_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$\begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = R(\boldsymbol{\eta}) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U \end{bmatrix}$$

donde

- k_f : Coeficiente de empuje del rotor.
- k_m : Coeficiente de arrastre del rotor.
- L : Longitud desde el rotor al centro de masa.
- U : Fuerza de sustentación.

Despejando la velocidad de los rotores se tiene:

$$\begin{pmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4k_{fpr}} & 0 & \frac{1}{2k_{fpr}L} & \frac{1}{4k_{mpr}} \\ \frac{1}{4k_{fpr}} & -\frac{1}{2k_{fpr}L} & 0 & -\frac{1}{4k_{mpr}} \\ \frac{1}{4k_{fpr}} & 0 & -\frac{1}{2k_{fpr}L} & \frac{1}{4k_{mpr}} \\ \frac{1}{4k_{fpr}} & \frac{1}{2k_{fpr}L} & 0 & -\frac{1}{4k_{mpr}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix}$$

El modelo dinámico del rotor es el siguiente [22]:

$$\tau_i = J_{z_i} \dot{\Omega}_i + b\Omega + k_t \text{signo}(\Omega)\Omega^2 \quad (2.21)$$

donde:

- J_{z_i} : Momento de inercia del rotor.
- b : Coeficiente de fricción viscosa.
- k_t : Coeficiente de arrastre del rotor.

Considerando que la señal enviada a los servomotores es lineal con respecto al torque:

$$\tau_i = k_i s_i \quad (2.22)$$

la transmisión de energía mecánica se considera lineal y facilita el análisis de las estructuras de control utilizadas para el cuadricóptero.

El modelo dinámico utilizado para el cuadricóptero considera que el centro de masa es coincidente con el centro geométrico. De no coincidir con el centro geométrico, el Lagrangiano incluye un término adicional que representa la energía cinética de la masa fuera del centro geométrico:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) &= \frac{1}{2} I_{xxt} (\dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta)^2 + \frac{1}{2} I_{yyt} (\dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi)^2 + \\ &\quad \frac{1}{2} I_{zz} (\dot{\psi} \cos \phi \cos \theta - \dot{\theta} \sin \phi)^2 + \frac{1}{2} m_t (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \\ &\quad 2m_{nc} \dot{\mathbf{X}}^T \frac{d}{dt} [R(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{u}_{nc}] - m_t R(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{u}_g \end{aligned}$$

donde:

- m_c : Masa ubicada en el centro geométrico.
- m_{nc} : Masa no ubicada en el centro geométrico.

$$I_{xxt} = I_{xx} + m_{nc} \|\mathbf{u}_{nc}\|^2 \quad I_{yyt} = I_{yy} + m_{nc} \|\mathbf{u}_{nc}\|^2$$

$$m_t = m_c + m_{nc} \quad \mathbf{u}_{nc} = [l_{cx} \quad l_{cy} \quad l_{cz}]^T, \mathbf{u}_g = [0 \quad 0 \quad g]^T$$

2. 3. Estabilidad en el sentido de Lyapunov

2. 3. 1. Estructura de control de velocidad

La estructura de control de velocidad diseñada utiliza un esquema de control de velocidad más la adición de compensación del modelo dinámico de la hélice. El esquema proporcional utiliza la función acotada tangente hiperbólica ya que se limita la máxima energía aplicada evitando saturaciones que impiden alcanzar asintóticamente la velocidad deseada. Utilizando el modelo dinámico de la hélice:

$$\tau_i = J_{z_i} \dot{\Omega}_i + b\Omega_i + k_t \text{signo}(\Omega_i) \Omega_i^2$$

se diseña la siguiente estructura de control:

$$\tau_i = k_{p_i} \tanh(k_{s_i} \tilde{\Omega}_i) + b\Omega_{d_i} + k_t \Omega_{d_i}^2 \mid \Omega_{d_i} \geq 0, \quad \tilde{\Omega}_i = \Omega_{d_i} - \Omega_i \quad (2.23)$$

donde la ecuación en lazo cerrado es:

$$\dot{\Omega}_i = \frac{1}{J_{z_i}} [k_{p_i} \tanh(k_{s_i} \tilde{\Omega}_i) + b\Omega_{d_i} + k_t \Omega_{d_i}^2 - b\Omega_i - k_t \Omega_i^2]$$

La función candidata de energía está en función de la variable de estado $\tilde{\Omega}_i$ y es definida positiva:

$$V(\tilde{\Omega}_i) = \frac{1}{2} J_{z_i} \tilde{\Omega}_i^2 \mid V(\tilde{\Omega}_i) \geq 0, \quad \forall \tilde{\Omega}_i \in \mathbb{R} \quad (2.24)$$

al derivar la ecuación (2.24) y sustituir la ecuación en lazo cerrado, se tiene que la potencia es:

$$\dot{V}(\tilde{\Omega}_i) = -\tilde{\Omega}_i k_{p_i} \tanh(k_{s_i} \tilde{\Omega}_i) - b\tilde{\Omega}_i^2 - k_t \tilde{\Omega}_i (\Omega_{d_i}^2 - \Omega_i^2) \leq 0, \quad \forall \tilde{\Omega}_i \in \mathbb{R} \mid \Omega_{d_i}, \Omega_i \in \mathbb{R}^+$$

En el análisis de estabilidad se considera que la velocidad del rotor solo gira en un sentido visto desde el sistema de control por lo que la ecuación en lazo cerrado es asintóticamente estable en forma local. Derivado de la estructura de control y considerando que:

$$\tilde{\Omega}_i \rightarrow 0 \Leftrightarrow t \rightarrow \infty$$

se tiene la siguiente propiedad:

$$|\dot{\Omega}_i| \rightarrow \left| \frac{1}{J_{z_i}} [k_{p_i} k_{s_i} k_{e_i} \Omega_i] \right| \mid k_{e_i} \rightarrow 0 \quad (2.25)$$

la cual ayuda a determinar las cotas superiores del elemento de perturbación del modelo dinámico.

2. 1. 2. Estructura de control de posición y orientación

Para el vector de variables de estado \mathbf{q} se tiene la siguiente estructura de control:

$$\boldsymbol{\tau} = K_p \tanh(K_s \tilde{\mathbf{q}}) - K_v \tanh(K_{sv} \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}, \quad \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q} \in \mathbb{R}^6 \quad (2.26)$$

donde el vector de posición está acotado a una región donde la matriz de rotación está definida.

La ecuación en lazo cerrado de control es:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\mathbf{q}} \\ M^{-1}(\mathbf{q}) [\boldsymbol{\tau} - C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} - K_f \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g} - \mathbf{Y}(\dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\Omega})] \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{12} \quad (2.27)$$

donde la existencia y unicidad de un solo punto de equilibrio implica que el error de posición tiende a cero, al igual que la velocidad:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{12}$$

por lo tanto

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ M^{-1}(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) [K_p \tanh(K_s \tilde{\mathbf{q}}) - K_v \tanh(K_{sv} \dot{\mathbf{q}}) - C(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} - K_f \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{Y}(\dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\Omega})] \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{12}$$

donde la matriz de inercia es definida positiva por lo que existe su inversa y es igualmente definida positiva

$$M(\mathbf{q}) > 0, \quad \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^6 \Leftrightarrow M^{-1}(\mathbf{q}) > 0, \quad \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^6$$

Los elementos dinámicos dependientes del vector de estados $\dot{\mathbf{q}}$ son idénticamente cero:

$$-K_v \tanh(K_{sv} \dot{\mathbf{q}}) - C(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} - K_f \dot{\mathbf{q}} - Y(\dot{\mathbf{q}}, \Omega) = \mathbf{0}$$

por lo que la condición para la existencia y unicidad del punto de equilibrio es:

$$M^{-1}(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) K_p \tanh(K_s \tilde{\mathbf{q}}) = \mathbf{0} \quad | \quad \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (2.28)$$

La función candidata de energía se diseña tal que sea definida positiva para todo el subconjunto de pertenencia de las variables de estado:

$$V(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + \sqrt{\ln[\cosh(K_s \tilde{\mathbf{q}})]}^T K_p \sqrt{\ln[\cosh(K_s \tilde{\mathbf{q}})]} - \frac{\epsilon \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^T M(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \quad (2.29)$$

$$\mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}}) = \sqrt{\ln[\cosh(K_s \tilde{\mathbf{q}})]}^T K_p \sqrt{\ln[\cosh(K_s \tilde{\mathbf{q}})]}$$

donde al reescribir la ecuación (4.7) se define la primera condición para la constante ϵ :

$$V(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \left[\dot{\mathbf{q}} - \frac{\epsilon \tanh(\tilde{\mathbf{q}})}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \right]^T M(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) \left[\dot{\mathbf{q}} - \frac{\epsilon \tanh(\tilde{\mathbf{q}})}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \right] - \frac{\epsilon^2 \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^T M(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) \tanh(\tilde{\mathbf{q}})}{[1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})]^2} + \sqrt{\ln[\cosh(K_s \tilde{\mathbf{q}})]}^T K_p \sqrt{\ln[\cosh(K_s \tilde{\mathbf{q}})]} \quad (2.30)$$

$$\lambda_{K_s}^{\min} \lambda_{K_p}^{\min} \left\| \sqrt{\ln[\cosh(\tilde{\mathbf{q}})]} \right\|^2 - \lambda_{M(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}})}^{\max} \epsilon^2 \|\tanh(\tilde{\mathbf{q}})\|^2 > 0$$

Derivando la ecuación (4.7), se determina la potencia la cual para demostrar estabilidad asintótica local, debe ser definida negativa:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) &= \left[\dot{\mathbf{q}}^T - \frac{\epsilon \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^T}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \right] M(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} \\ &+ \frac{1}{2} \left[\dot{\mathbf{q}}^T - \frac{\epsilon \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^T}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \right] \dot{M}(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} - \tanh(K_s \tilde{\mathbf{q}})^T K_p \dot{\mathbf{q}} \\ &+ \frac{\epsilon [(1 - \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^2) \dot{\mathbf{q}}]^T M(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \\ &- \frac{\epsilon \tanh(K_s \tilde{\mathbf{q}})^T K_p \dot{\mathbf{q}} \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^T M(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}}{[1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})]^2} \end{aligned} \quad (2.31)$$

sustituyendo el vector $\ddot{\mathbf{q}}$ determinado por el modelo dinámico y considerando que

$$\frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \dot{M}(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}^T C(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$$

$$\dot{M}(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) = C(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) + C^T(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}})$$

se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) &= - \frac{\epsilon \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^T K_p \tanh(K_s \tilde{\mathbf{q}})}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} - \dot{\mathbf{q}}^T K_f \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}^T K_v \tanh(K_{sv} \dot{\mathbf{q}}) \\ &+ \frac{\epsilon \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^T K_v \tanh(K_{sv} \dot{\mathbf{q}})}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} + \frac{\epsilon \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^T K_f \dot{\mathbf{q}}}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \\ &- \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{Y}(\dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\Omega}) + \frac{\epsilon \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^T \mathbf{Y}(\dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\Omega})}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} - \frac{\epsilon \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^T C^T(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \\ &+ \frac{\epsilon [(1 - \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^2) \dot{\mathbf{q}}]^T M(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} - \frac{\epsilon \tanh(K_s \tilde{\mathbf{q}})^T K_p \dot{\mathbf{q}} \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^T M(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}}{[1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})]^2} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Considerando las siguientes cotas, se desarrolla la ecuación 2.32 en desigualdades [23]:

$$\frac{1}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{[1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})]^2} \leq 1$$

$$\frac{\|\tilde{\mathbf{q}}\|^2}{[1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})]^2} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{\|\tilde{\mathbf{q}}\|}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \leq 1$$

$$\|C^T(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}\| \leq k_c \|\dot{\mathbf{q}}\|^2, \quad k_c > 0$$

$$\lambda_H^{\min} \|\mathbf{y}\|^2 \leq \mathbf{y}^T H \tanh(\mathbf{y}) \leq \lambda_H^{\max} \|\mathbf{y}\|^2$$

$$0 \leq \|\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\Omega})\| \leq k_{Y_1} \|\dot{\mathbf{q}}\|$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) &\leq -\left(\frac{\epsilon \lambda_{K_p}^{\min} \lambda_{K_s}^{\min}}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})}\right) \|\tilde{\mathbf{q}}\|^2 \\ &\quad - (\lambda_{K_f}^{\min} + \lambda_{K_v}^{\min} - \epsilon \lambda_{M(q_d - \tilde{\mathbf{q}})}^{\max} + \epsilon k_c - \epsilon \lambda_{M(q_d - \tilde{\mathbf{q}})}^{\min} \lambda_{K_p}^{\min} \lambda_{K_s}^{\min} + k_{Y_1}) \|\dot{\mathbf{q}}\|^2 \\ &\quad + (\epsilon \lambda_{K_v}^{\max} + \epsilon \lambda_{K_f}^{\max} + \epsilon k_{Y_1}) \|\tilde{\mathbf{q}}\| \|\dot{\mathbf{q}}\| \end{aligned} \quad (2.33)$$

< 0

por lo que considerando la primera condición para ϵ y que la siguiente matriz en función de ϵ sea definida positiva,

$$Q = \begin{bmatrix} \left(\frac{\epsilon \lambda_{K_p}^{\min} \lambda_{K_s}^{\min}}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})}\right) & -\frac{1}{2}(\epsilon \lambda_{K_v}^{\max} + \epsilon \lambda_{K_f}^{\max} + \epsilon k_{Y_1}) \\ -\frac{1}{2}(\epsilon \lambda_{K_v}^{\max} + \epsilon \lambda_{K_f}^{\max} + \epsilon k_{Y_1}) & (\lambda_{K_f}^{\min} + \lambda_{K_v}^{\min} - \epsilon \lambda_{M(q_d - \tilde{\mathbf{q}})}^{\max} + \epsilon k_c - \epsilon \lambda_{M(q_d - \tilde{\mathbf{q}})}^{\min} \lambda_{K_p}^{\min} \lambda_{K_s}^{\min} + k_{Y_1}) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$$Q > 0 \Leftrightarrow \begin{aligned} &\left(\frac{\epsilon \lambda_{K_p}^{\min} \lambda_{K_s}^{\min}}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})}\right) > 0 \\ &\left(\frac{\epsilon \lambda_{K_p}^{\min} \lambda_{K_s}^{\min}}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} - \epsilon k_{Y_2}\right) (\lambda_{K_f}^{\min} + \lambda_{K_v}^{\min} - \epsilon \lambda_{M(q_d - \tilde{\mathbf{q}})}^{\max} + \epsilon k_c - \epsilon \lambda_{M(q_d - \tilde{\mathbf{q}})}^{\min} \lambda_{K_p}^{\min} \lambda_{K_s}^{\min} + k_{Y_1}) \\ &\quad - \frac{1}{2}(\epsilon \lambda_{K_v}^{\max} + \epsilon \lambda_{K_f}^{\max} + \epsilon k_{Y_1})^2 > 0 \end{aligned}$$

se demuestra estabilidad asintótica local sobre el punto de equilibrio.

2. 4. Simulación del modelo dinámico

Para visualizar el comportamiento del vector de coordenadas generalizadas $q(t)$ se implementa una simulación en Matlab con una estructura de control proporcional derivativa con compensación de gravedad. Los parámetros utilizados para la simulación son los siguientes:

Tabla 2.1. Parámetros utilizados en la simulación.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
I_{xx}	$10 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	k_{fz}	$700 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$
I_{yy}	$10 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	$k_{f\phi}$	$50 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$
I_{zz}	$20 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	$k_{f\theta}$	$50 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
m	1.6 kg	$k_{f\psi}$	$80 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
L	0.25 m	k_f	$1.258505 \times 10^{-7} \text{ kg}\cdot\text{m}$
k_{fx}	$200 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$	k_m	$4.02721 \times 10^{-9} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
k_{fy}	$200 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$	h	2.5 ms

Las gráficas resultantes de la simulación del cuadricóptero con una estructura de control proporcional derivativo indican que las ecuaciones de transferencia de energía mecánica, así como la función trigonométrica tangente hiperbólica permiten controlar las seis coordenadas del cuadricóptero.

En la figura 2.5 se observa la respuesta de la posición cartesiana del cuadricóptero. Para los ejes x y y se ha seleccionado dos rampas desfasadas como posición deseada mientras que en el eje z, se utiliza una variación de la altura del cuadricóptero para visualizar la respuesta del cuadricóptero.

La figura 2.6 se visualiza la respuesta de la orientación. Los ángulos roll y pitch son utilizados para ubicar el cuadricóptero en las coordenadas cartesianas x y y. El ángulo yaw es una coordenada que es controlada en forma independiente a las cinco coordenadas restantes por lo que se ha fijado en cero.

En las figuras 2.7 y 2.8, se observa las seis entradas al cuadricóptero para controlar las seis coordenadas del mismo. Para los tres torques de entrada, su comportamiento con respecto al tiempo indica que el sistema dinámico simulado considera que toda la masa es concentrada en un solo punto ya que no se visualizan torques constantes. El torque yaw tiene una variación mínima ya que las hélices implementadas son consideradas isomorfas en su construcción.

Las fuerzas cartesianas de entrada son producto de la orientación del cuadricóptero y debido al control de la orientación, se obtiene un sistema de transmisión directa para el control de posición cartesiana.

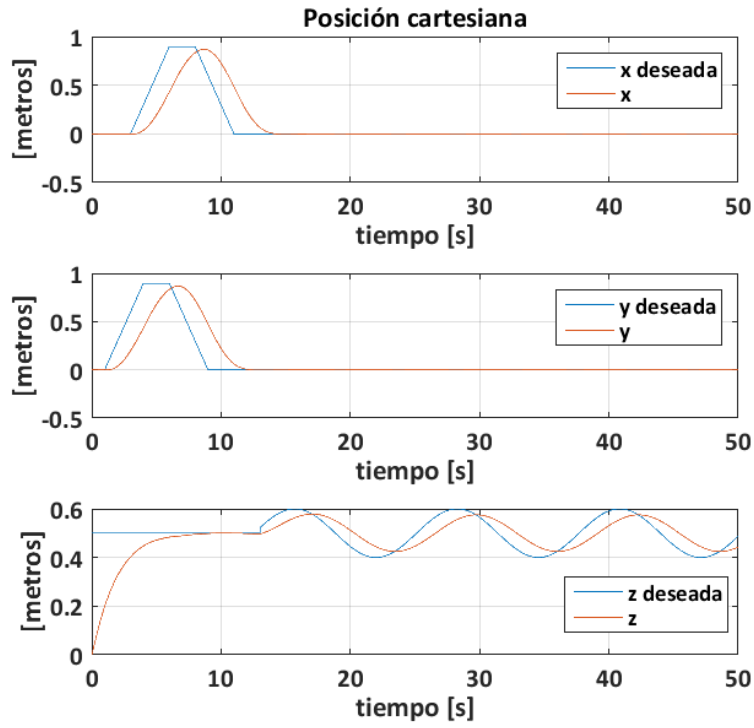


Figura 2.5. Respuesta de la posición.

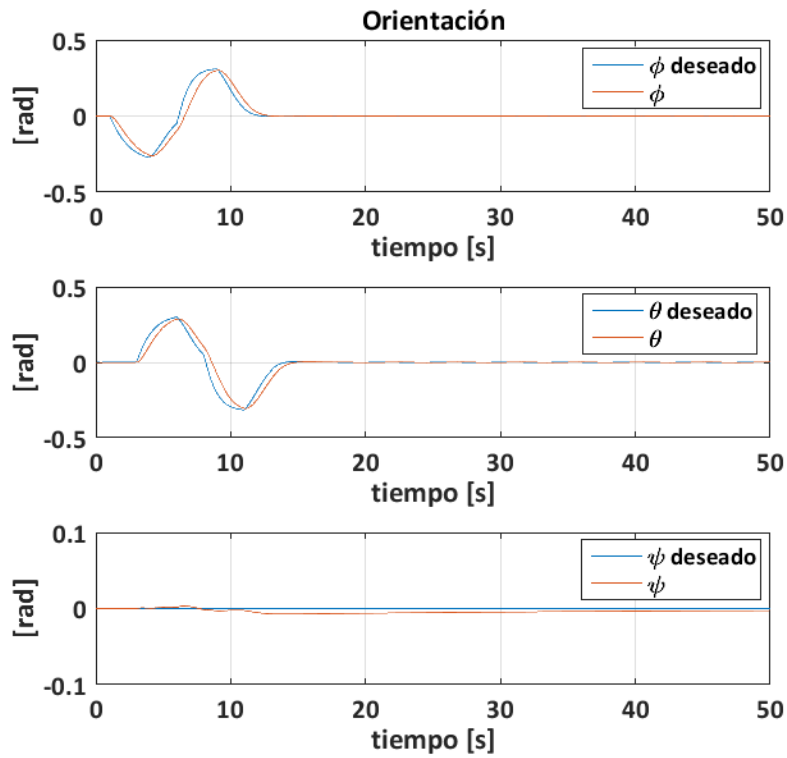


Figura 2.6. Respuesta de la orientación.

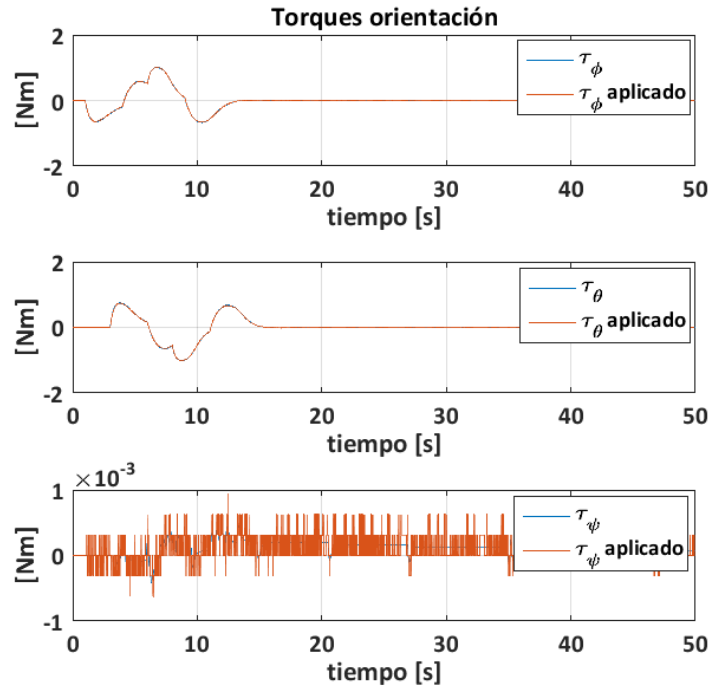


Figura 2.7. Torques aplicados

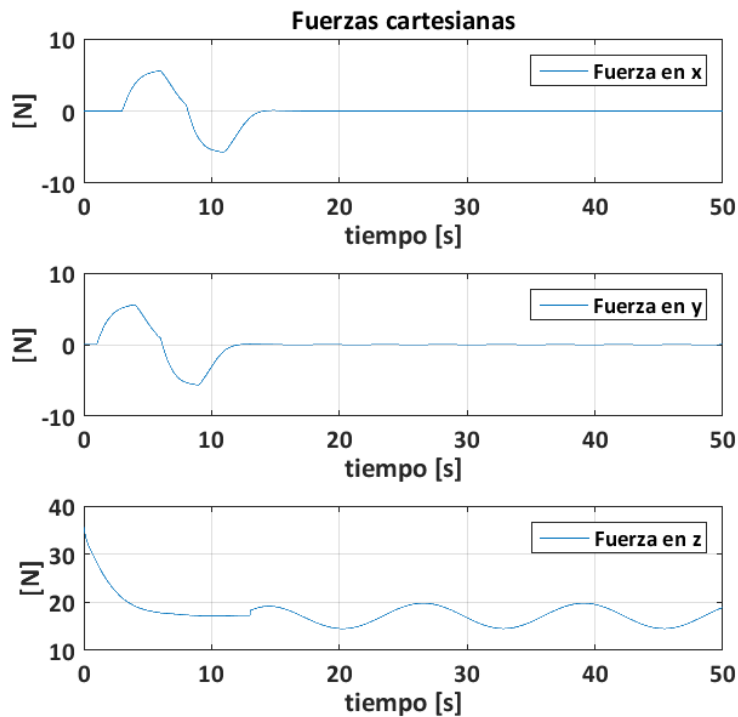


Figura 2.8. Entradas cartesianas

Se utilizó una trayectoria paramétrica para visualizar la respuesta de la posición del cuadricóptero la cual describe un círculo en el espacio:

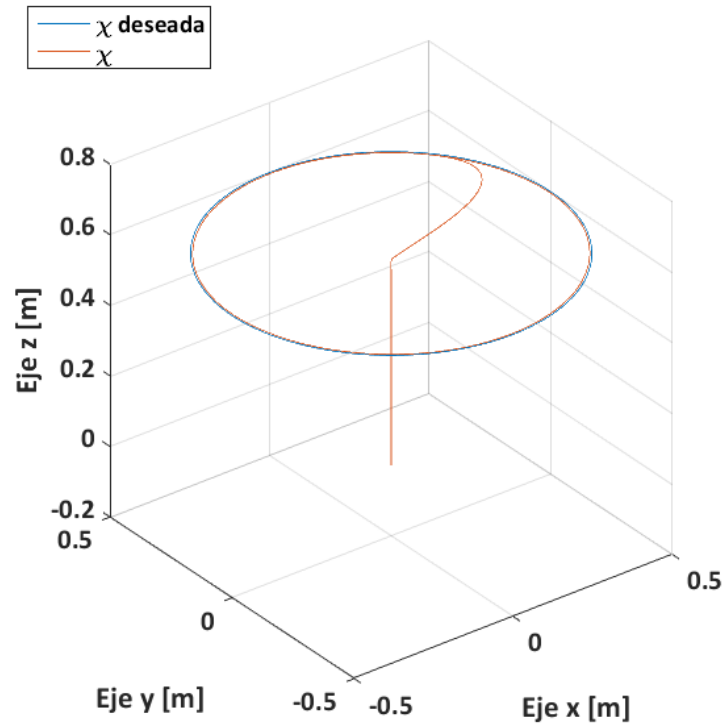


Figura 2.9. Trayectoria implementada.

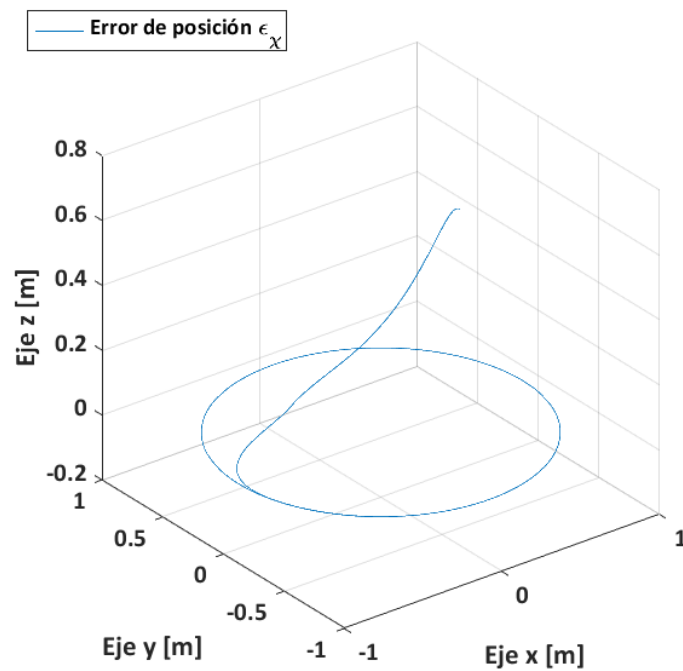


Figura 2.10. Error de posición de la trayectoria.

2. 4. Conclusiones

El estudio del modelo dinámico conlleva a entender el comportamiento del movimiento del cuadricóptero y permite diseñar estructuras de control adecuadas para ubicar al cuadricóptero en la posición deseada. A partir del análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov se demuestra que el objetivo de control es posible, considerando propiedades del modelo dinámico del cuadricóptero y sus limitaciones. El movimiento de las hélices es considerado en el movimiento del cuadricóptero debido a que su aportación es considerable para las estructuras de control. A partir de la simulación del modelo dinámico con el sistema de control, se comprueba que las ecuaciones de transmisión de energía son adecuadas, además, se visualiza el comportamiento del cuadricóptero con respecto al tiempo.

Capítulo 3: Hardware

La construcción del cuadricóptero considera los elementos del modelo dinámico estudiando como el centro de masa, la aportación de energía y la gravedad. Cada componente utilizado es colocado tal que sea posible tener el comportamiento descrito por el modelo dinámico, por lo tanto, la masa ha sido balanceada tal que sea coincidente con el centro geométrico. El sistema embebido utilizado dispone de la capacidad de cómputo necesaria por el sistema de control, además, la electrónica utilizada acondiciona las señales de los transductores.

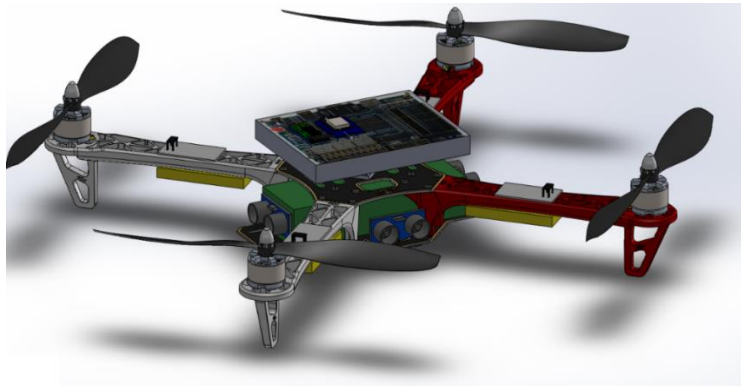


Figura 3.1. Cuadricóptero.

3. 1. Descripción de la estructura mecánica

La estructura del cuadricóptero está conformada por cuatro barras con conexiones mecánicas estándar para motores en uno de sus extremos mientras que en el otro extremo, tienen orificios para su conexión a un centro conformado por dos placas, una posterior y otra inferior:

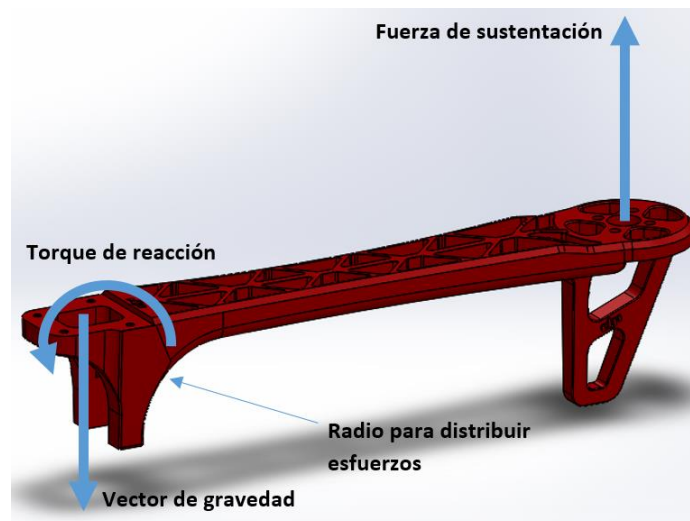


Figura 3.2. Distribución de esfuerzo cortante en una barra del cuadricóptero.

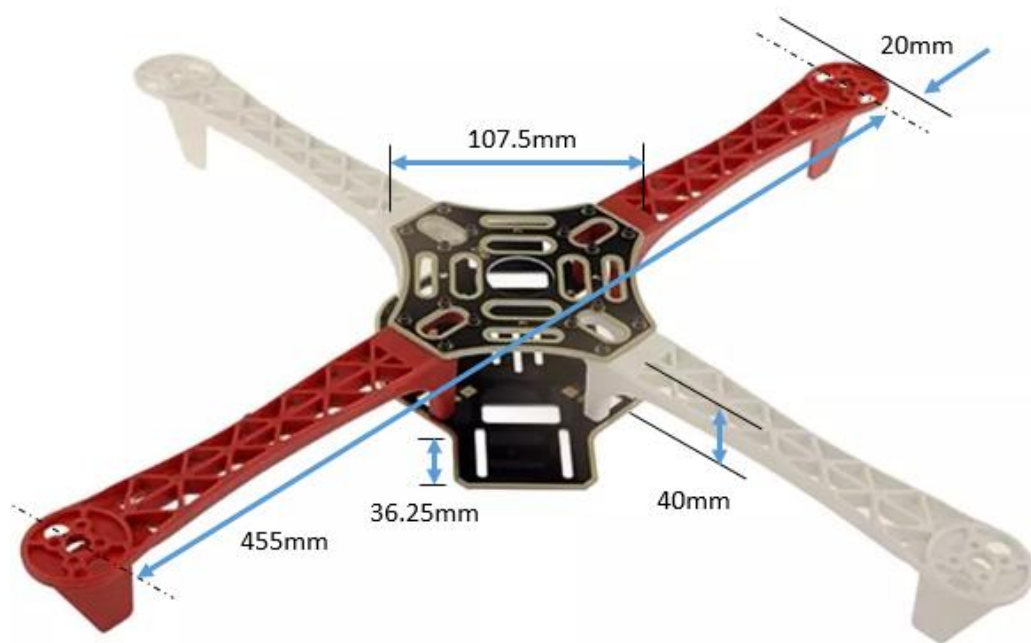


Figura 3.3. Estructura mecánica.

El plástico ABS es el material base de la estructura mecánica y tiene la capacidad de resistir esfuerzos de torsión repetitivos generados por el empuje de las hélices. Debido a la carga cíclica provocada por el despegue de la aeronave, cada barra utiliza un radio de distribución de esfuerzos mecánicos con el fin de evitar fallas por fatiga de carga.

3. 1. 1. Construcción mecánica

El cuadricóptero utiliza 43 piezas sujetadas por 47 tornillos, utiliza 3 conectores de potencia que soportan corrientes de 50 amperios. Su distribución en la estructura es simétrica y la masa total está ubicada en el centro geométrico de la estructura. En la figura 3.4 se observa la colocación de los actuadores tal que sean coincidentes al centro geométrico del cuadricóptero:

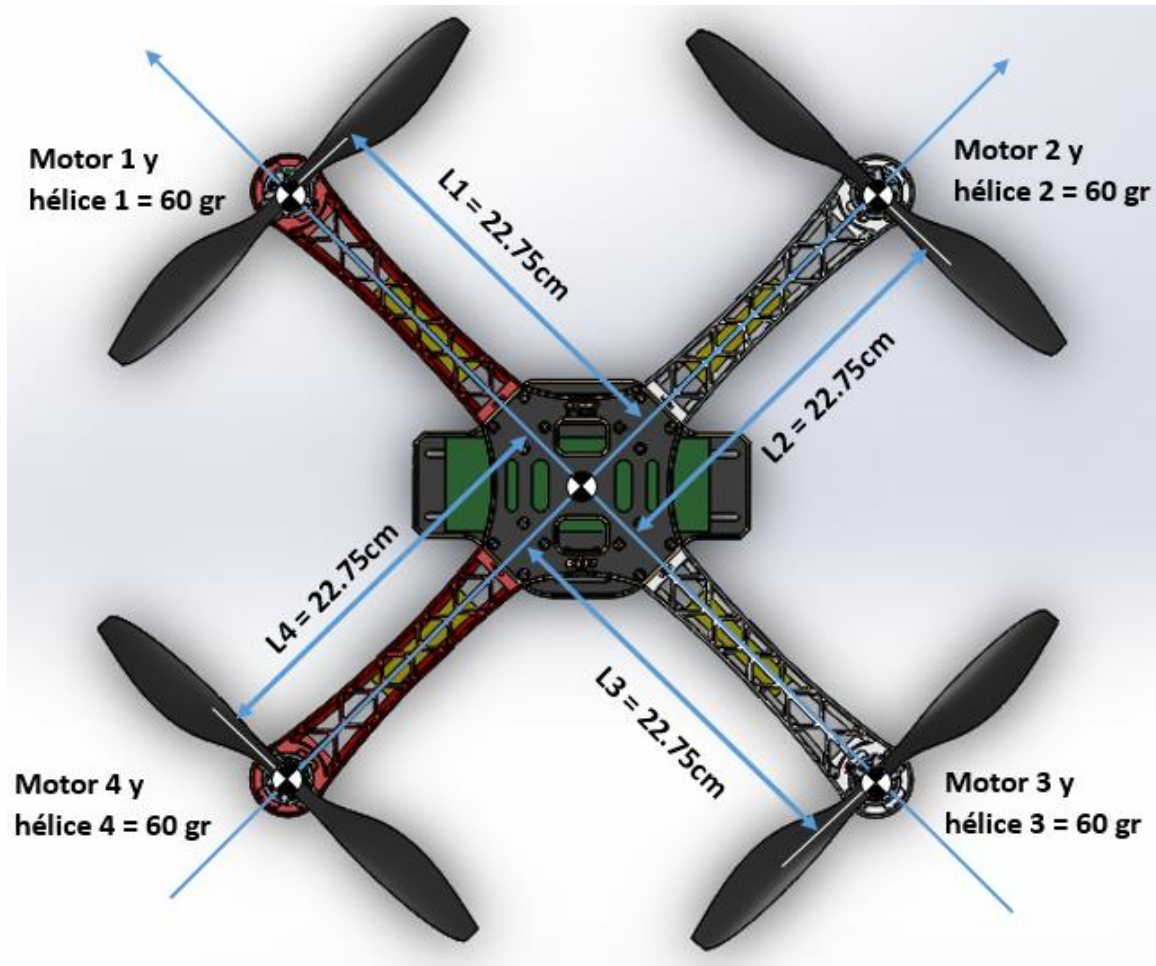


Figura 3.4. Distribución de los motores y las hélices en la estructura

La batería ha sido colocada como se muestra en la figura 3.5 en el área de mayor protección debido a que es una pieza crítica del cuadricóptero, además, de ser golpeada por colisiones externas, el daño puede ser grande y puede destruir todo el dispositivo:

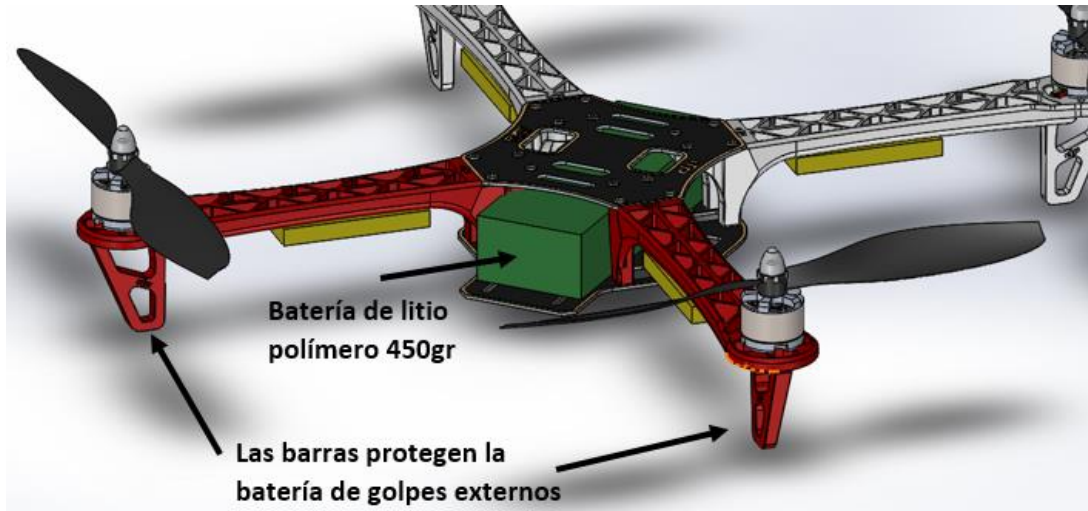


Figura 3.5. Colocación de la batería de litio polímero.

Los servomotores son colocados debajo de las cuatro barras ya que se tiene una protección adicional ante fallas mecánicas de las hélices, además, su distribución en la estructura es simétrica y coincidente con el centro de masa. Las conexiones de potencia se realizan igualmente por debajo de las barras como se muestra en la figura 3.6:

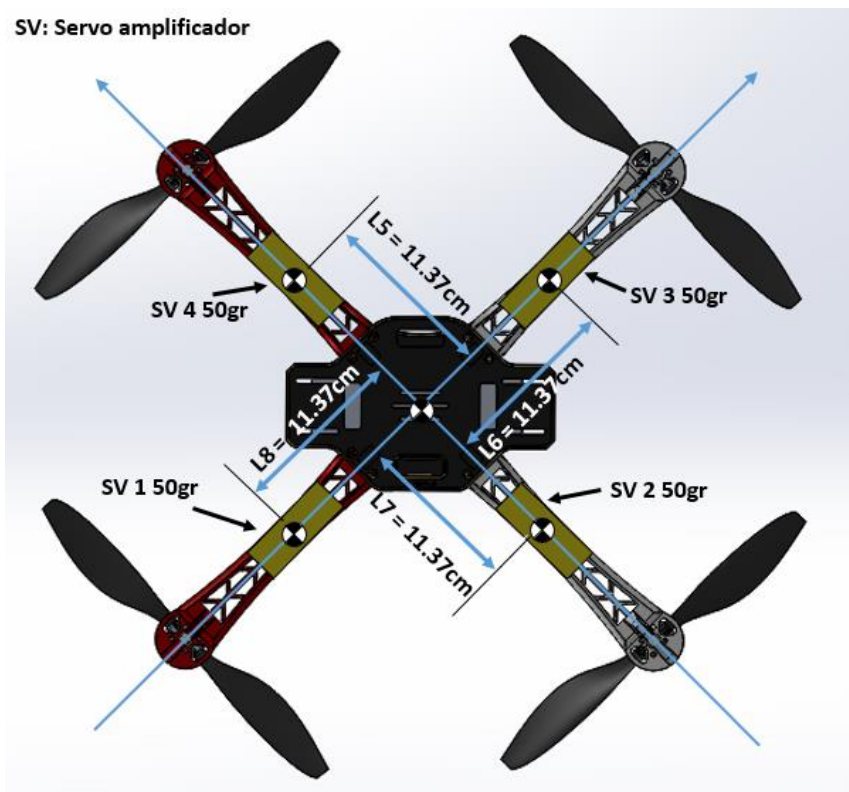


Figura 3.6. Ubicación de los servo amplificadores

La ubicación de los transductores de velocidad y de orientación son igualmente coincidentes con el centro geométrico como se visualiza en la figura 3.7. En el caso del transductor de orientación, su ubicación permite medir sobre el punto donde los ejes del marco móvil del cuadricóptero se cruzan, además, la aceleración medida es del centro de masa:

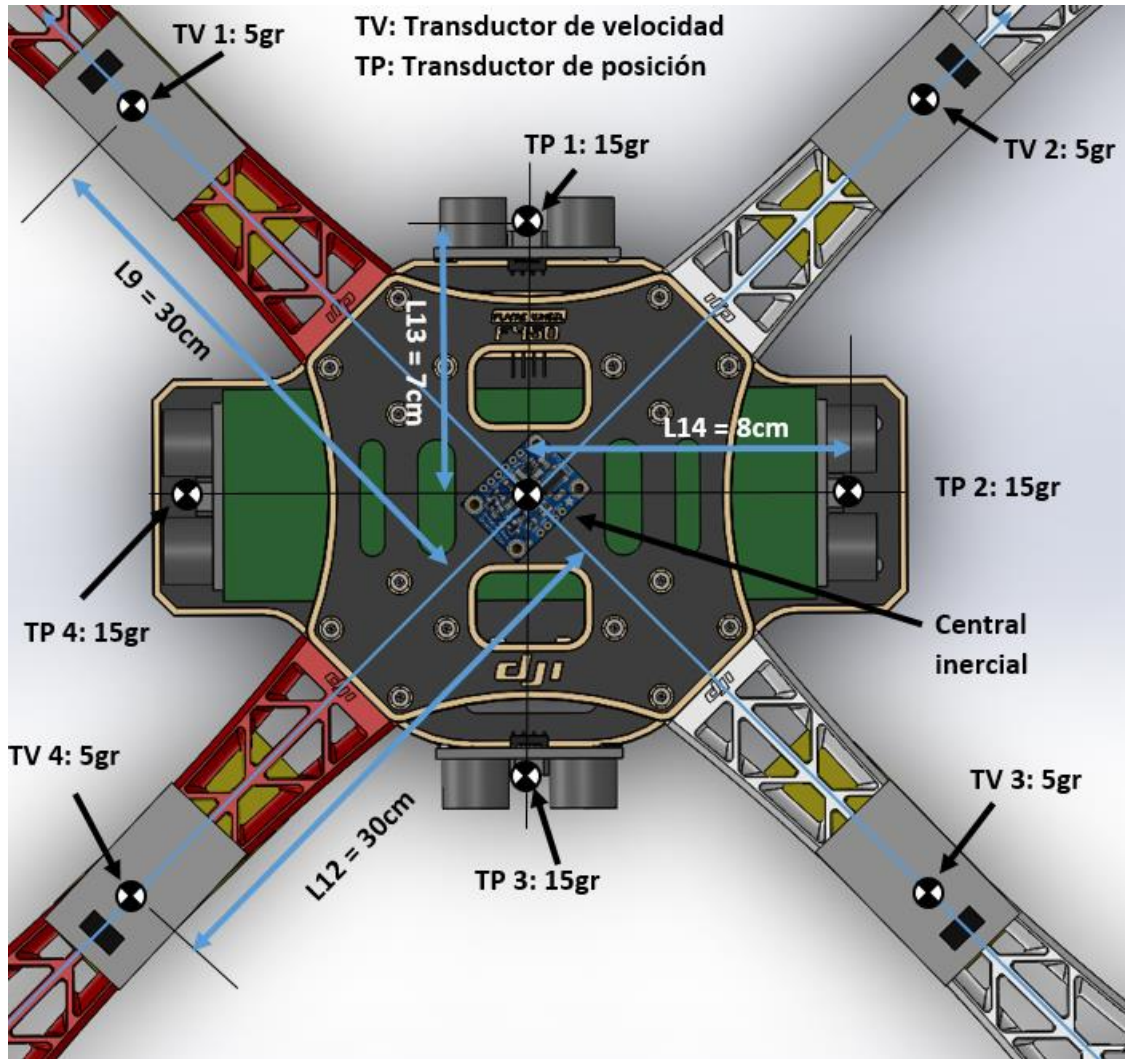


Figura 3.7. Colocación de transductores.

El transductor de posición para medir la posición z, es colocado debajo del soporte inferior del cuadricóptero y utiliza un contrapeso para balancear la masa en el centro geométrico. La distancia desde el transductor del eje z hasta el suelo es de 1cm.

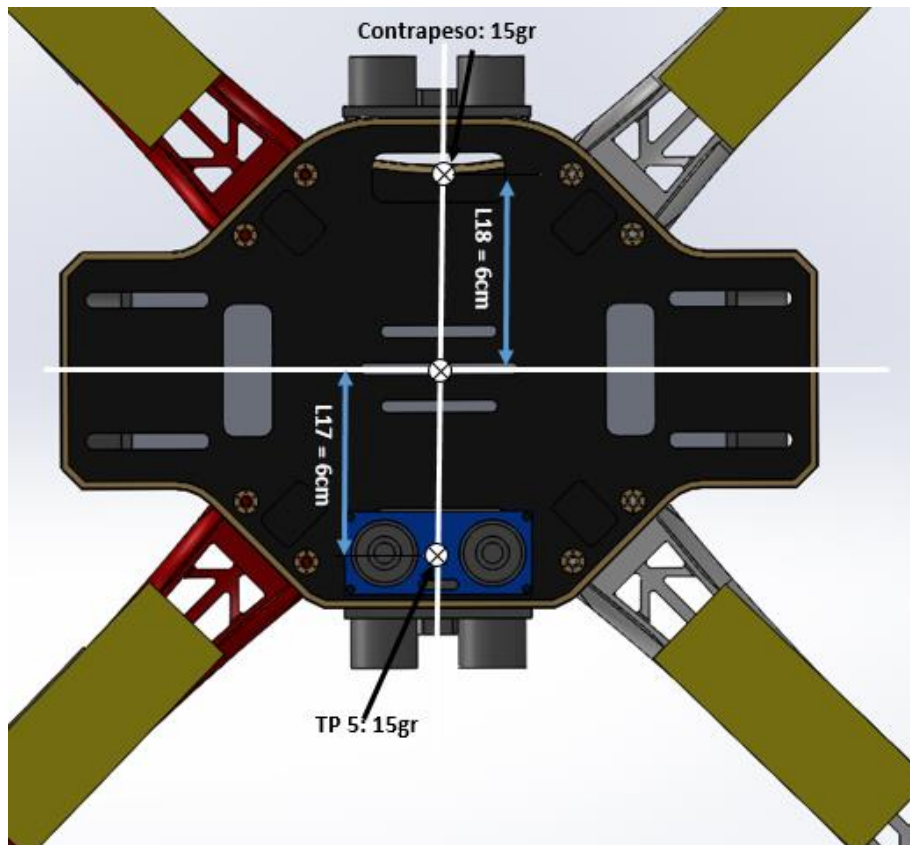


Figura 3.8. Transductor en Z con contrapeso.

La unidad central de procesamiento junto con los módulos de comunicación WIFI y bluetooth son colocados en la parte superior fijados con tornillos. Debido a que la distribución de masa del sistema embebido, se utilizan contrapesos para balancear la masa.

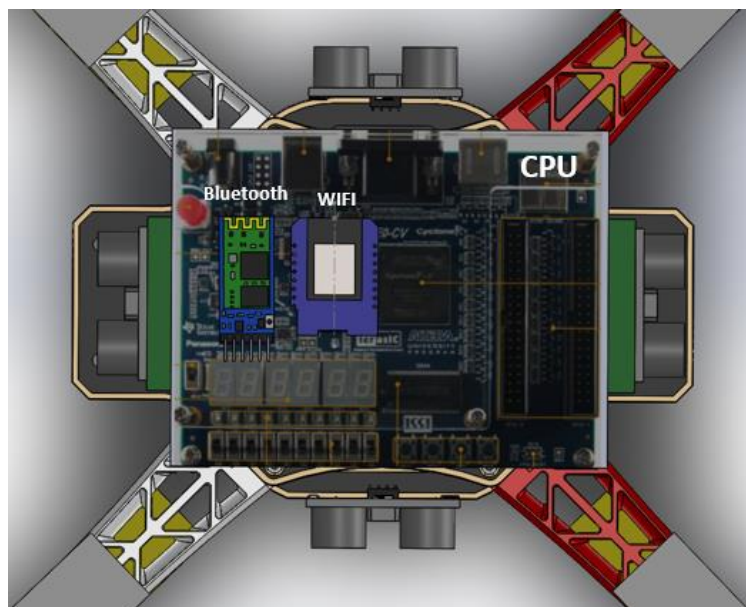


Figura 3.9. Colocación CPU, bluetooth y WIFI con masa de 170 gr.

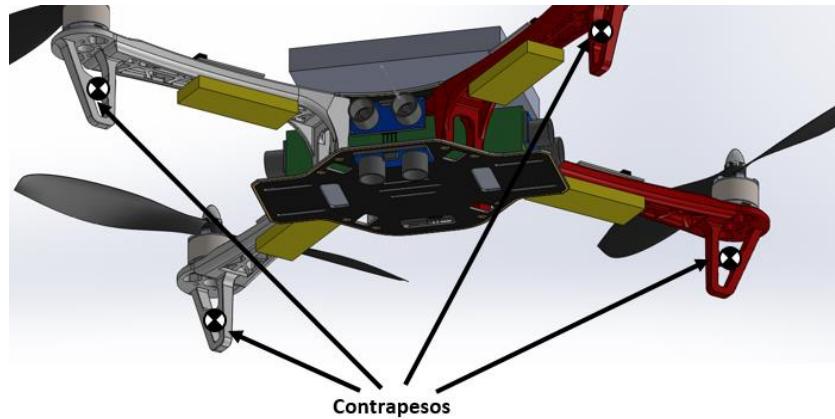


Figura 3.10. Colocación de contrapesos.

La utilización de contrapesos para balancear la masa del cuadricóptero permite compensar las diferencias de masa de los componentes utilizados. Considerando que los componentes colocados se ubican y están alineados con los ejes móviles x y y , se realiza el diagrama de la figura 3.11 donde se muestra la distribución de masa del cuadricóptero:

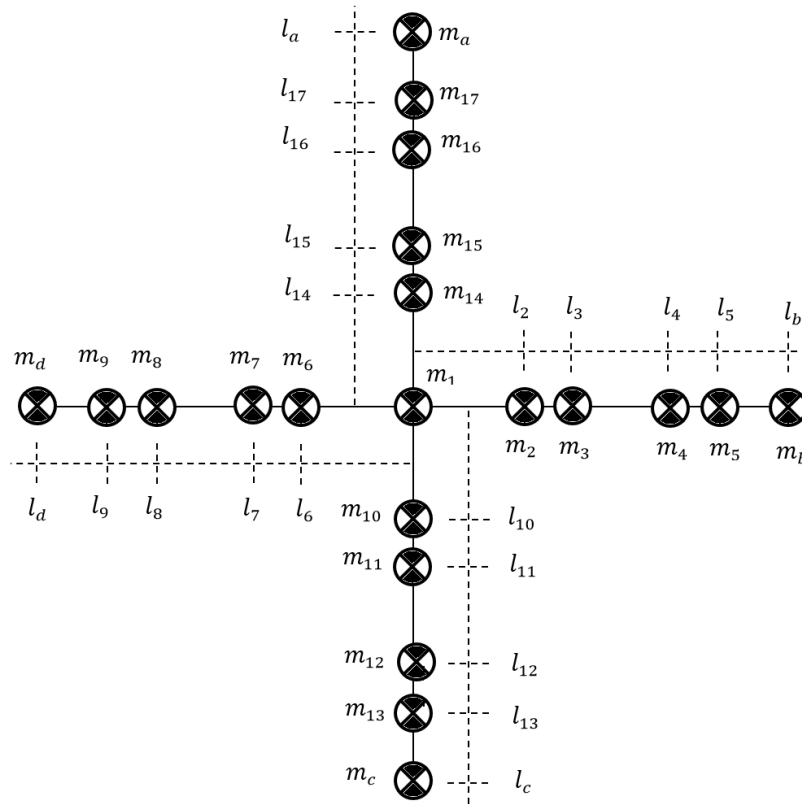


Figura 3.11. Distribución de masa en el cuadricóptero.

donde

Tabla 3.1. Parámetros de masa

*DE0 CV, Transductores de orientación y posición, WIFI, bluetooth, batería y centro estructura.

Masa	Componentes	Masa	Componentes	Masa	Componentes
m_1	*Nota 1.	m_8	Transductor vel. 3	m_{15}	Barra 4
m_2	Servo amplificador 1	m_9	Motor/hélice 3	m_{16}	Transductor vel. 4
m_3	Barra 1	m_{10}	Servo amplificador 2	m_{17}	Motor/hélice 4
m_4	Transductor vel. 1	m_{11}	Barra 2	m_a	Contrapeso 1
m_5	Motor/hélice 1	m_{12}	Transductor vel. 2	m_b	Contrapeso 2
m_6	Servo amplificador 3	m_{13}	Motor/hélice 2	m_c	Contrapeso 3
m_7	Barra 3	m_{14}	Servo amplificador 4	m_d	Contrapeso 4

Considerando las siguientes cantidades de masa para los distintos componentes, las longitudes son ajustadas tal que las masas de compensación sean mínimas:

Tabla 3.2. Valores de masa.

Masa	Valor	Masa	Valor	Masa	Valor
m_1	620 gr	m_8	5 gr	m_{15}	92 gr
m_2	50 gr	m_9	60 gr	m_{16}	5 gr
m_3	92 gr	m_{10}	50 gr	m_{17}	60 gr
m_4	5 gr	m_{11}	92 gr	m_a	Contrapeso 1
m_5	60 gr	m_{12}	5 gr	m_b	Contrapeso 2
m_6	50 gr	m_{13}	60 gr	m_c	Contrapeso 3
m_7	92 gr	m_{14}	50 gr	m_d	Contrapeso 4

Para que el centro de masa esté localizado en el centro geométrico de la estructura, es necesario que la siguiente ecuación se cumpla:

$$\sum_{i=1}^n m_i l_i \mathbf{a}_i = \mathbf{0} \quad (3.1)$$

donde

- m_i : Masa i ésima.
- l_i : Distancia i ésima al centro geométrico.
- \mathbf{a}_i : Vector unitario desde el centro geométrico.

El centro de masa es donde se toma el punto de la cinemática del cuadricóptero, además, el transductor de orientación está colocado en ese punto. Cabe destacar que la importancia de conocer el centro de masa y su ubicación se verá reflejado en la implementación del sistema de control de las seis coordenadas del cuadricóptero.

En la siguiente tabla, se muestran los momentos de inercia aproximados, los cuales han sido obtenidos del software de diseño mecánico Solidworks:

Tabla 3.3. Parámetros aproximados del cuadricóptero.

Parámetro	Valor numérico
Masa: m	1.6 kg
Momento de inercia en x: I_{xt}	$9.3467 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$
Momento de inercia en y: I_{yt}	$9.3467 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$
Momento de inercia en z: I_{zt}	$17.598 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$
Constante de empuje: k_f	$1.258505 \times 10^{-7} \text{ kg m}$
Constante de arrastre: k_m	$4.02721 \times 10^{-9} \text{ kg m}^2$

3. 2. Descripción de la hélice

La hélice utiliza un perfil aerodinámico que permite generar una fuerza de empuje dirigida sobre su eje de rotación en función de la velocidad de giro. En la figura 3.12, observa la construcción de una hélice y sus propiedades:

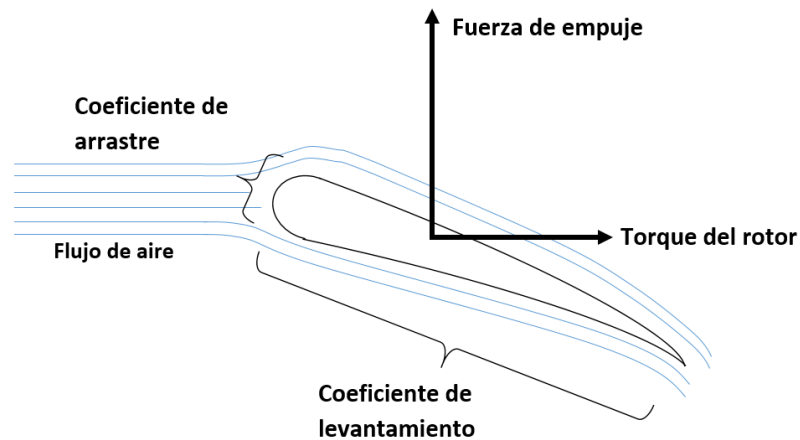


Figura 3.12. Generación de la fuerza de empuje.

El coeficiente de levantamiento es un parámetro aerodinámico que indica la capacidad de generar una fuerza de sustentación en función de la velocidad del flujo del aire, que en el caso de las hélices, está en función de la velocidad de rotación de la misma. La ecuación que determina la fuerza de levantamiento es la siguiente [24]:

$$F_L = \frac{1}{2} C_L \rho A v^2 \quad (3.2)$$

donde

- C_L : Coeficiente de levantamiento.
- ρ : Densidad del aire.
- A : Área equivalente.
- v : Velocidad del flujo del aire.

El coeficiente de arrastre indica la rigidez de la hélice en un flujo de aire por lo que, si es muy elevado, indica que se trata de una hélice muy resistente pero poco eficiente debido a que resta capacidad de fuerza de sustentación de la hélice. La fuerza de arrastre es:

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2 \quad (3.3)$$

donde C_D es el coeficiente de arrastre. Finalmente se tiene que la fuerza de sustentación está en función del ángulo de ataque de la hélice por lo que se tiene:

$$F_u = F_L \sin(\varphi) - F_D \cos(\varphi) \quad (3.4)$$

el torque aplicado a la barra que sujeta a la hélice está determinado por

$$\tau_u = r[F_L \sin(\varphi) + F_D \cos(\varphi)] \quad (3.5)$$

Dos hélices del cuadricóptero giran en sentido horario y las dos restantes lo hacen en sentido contrario tal que físicamente sea posible codificar las seis entradas de energía en cuatro hélices. Su movimiento es incluido en el modelo dinámico, además, se utiliza un control de velocidad ya que en esta forma se garantiza que la transmisión de energía mecánica sea lineal con respecto a las velocidades deseadas.

El modelo de hélices utilizadas es conocido como 1045 en sus presentaciones de giro horario y anti horario. Tienen los aditamentos necesarios para ser instaladas en los servomotores en forma segura y eficiente, evitando pérdidas de agarre al eje:

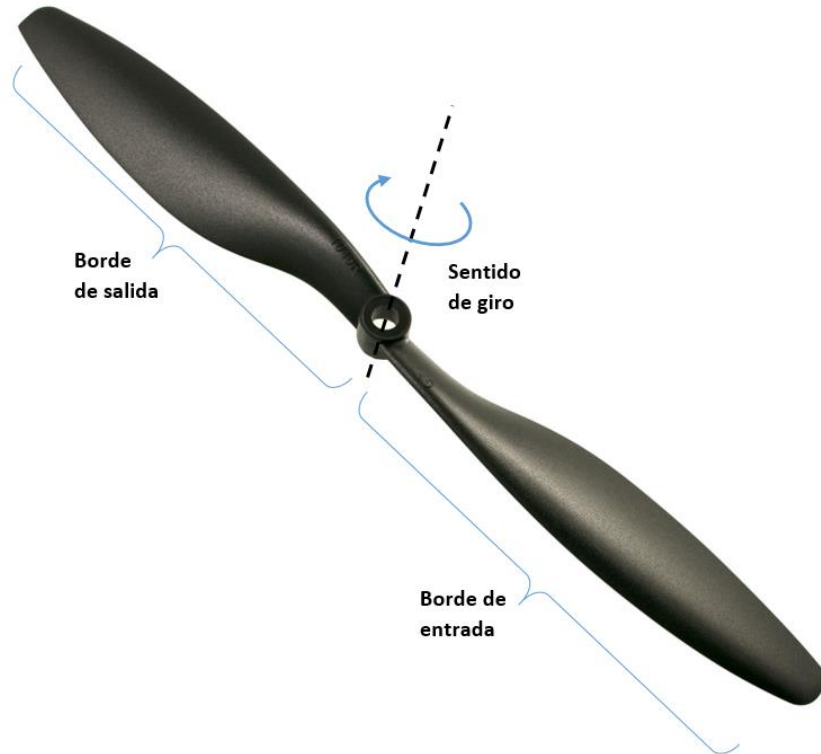


Figura 3.13. Hélices 1045 derecha.

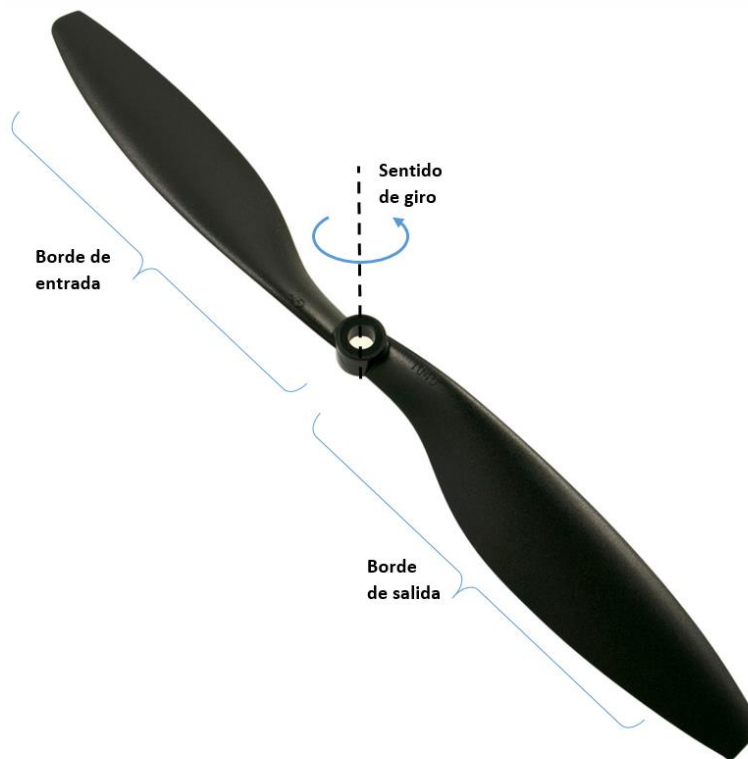


Figura 3.14. Hélices 1045 izquierda.

La fuerza de sustentación generada por cada hélice es de 10N, sin embargo, la capacidad utilizada en el cuadricóptero es del 50% debido a la masa de la aeronave. Además, se prolonga la vida útil de la construcción de las hélices.

3. 3. Descripción de la electrónica

3. 3. 1. Diagrama general

En la figura 3.15 se encuentra el diagrama electrónico general donde se visualiza todos los componentes utilizados en el cuadricóptero. Se muestra su conexión con el FPGA y su acondicionamiento de niveles lógicos para los transductores de velocidad de y de posición para que puedan ser conectados al FPGA en forma segura. El voltaje lógico utilizado es de 3.3V.

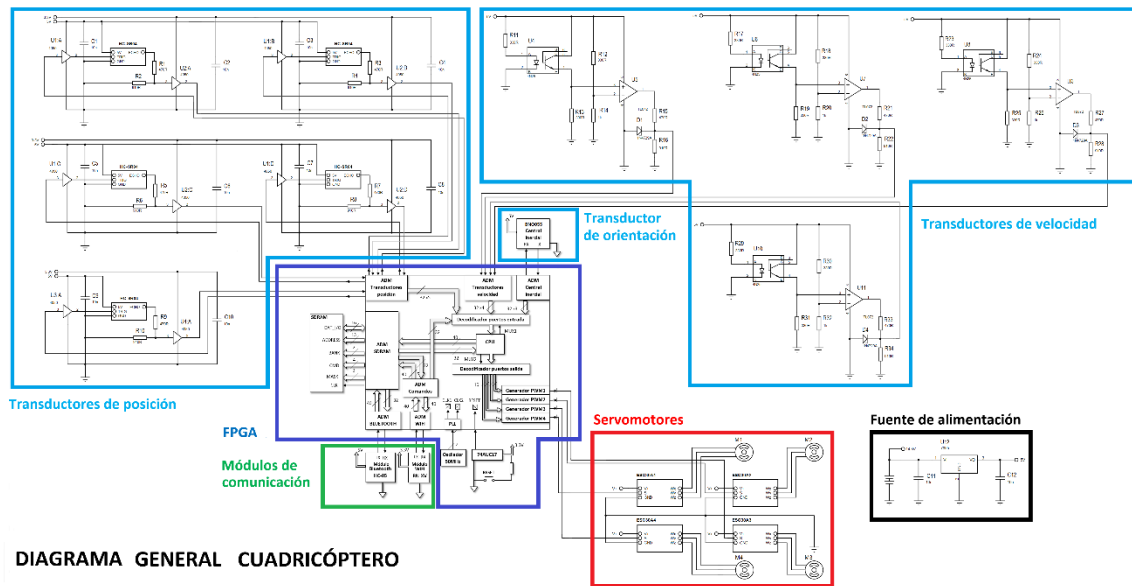


Figura 3.15. Diagrama general del cuadricóptero.

3.3.2. Central inercial

La central inercial utilizada es el dispositivo BNO055 y permite medir los tres ángulos de navegación necesarios para el control de orientación del cuadricóptero. La medición del transductor se muestra en la figura 3.16 [25].

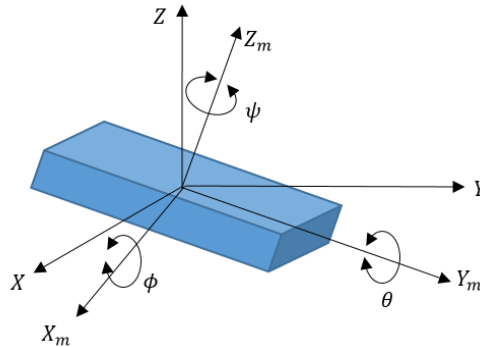


Figura 3.16. Central inercial BNO055

Es posible utilizar el protocolo I2C o UART para leer las señales del dispositivo, además, las unidades y convención de signos son configurables:

Tabla 3.4. Unidades de la central inercial.

Variable física	Unidades
Aceleración lineal, aceleración y vector de gravedad	m/s ²
	mg
Campo magnético	μT
Velocidad angular	grados/s
	Rad/s
Temperatura	°C
	°F
Formato de salida en modo fusión	Windows
	Android

Tabla 3.5. Ángulos de orientación.

Angulo de Euler	Rango en formato Android	Rango en formato Windows
Pitch	+180°, -180° decremento en sentido de las agujas del reloj	-180°, +180° incremento en sentido de las agujas del reloj
Roll	-90°, +90° incrementa con el incremento de inclinación	
Yaw	0°, 360° en sentido de las agujas del reloj	

La conexión electrónica del transductor BNO055 mostrada en la figura 3.17 es utilizada para el protocolo de comunicación UART donde la velocidad de transmisión es de 115,200 baudios por segundo a un voltaje lógico 3.3V con la posibilidad de utilizar 5V.

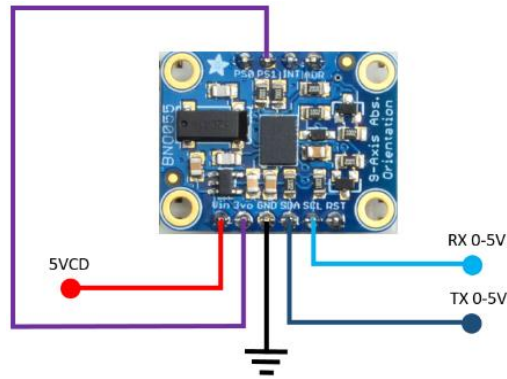


Figura 3.17. Sensor de orientación BNO055

3.3.3. Transductores de velocidad

Los transductores de velocidad detectan la hélice mediante un circuito comparador basado en un opto acoplador infrarrojo. El principio de funcionamiento está basado en medir el tiempo transcurrido entre detección de la hélice para medir el periodo de rotación y obtener la velocidad en RPM, utilizando la siguiente ecuación:

$$\Omega_i = \frac{60}{\Delta t} \text{ [rpm]} \quad (3.6)$$

donde Δt es el tiempo transcurrido entre detección de la hélice:

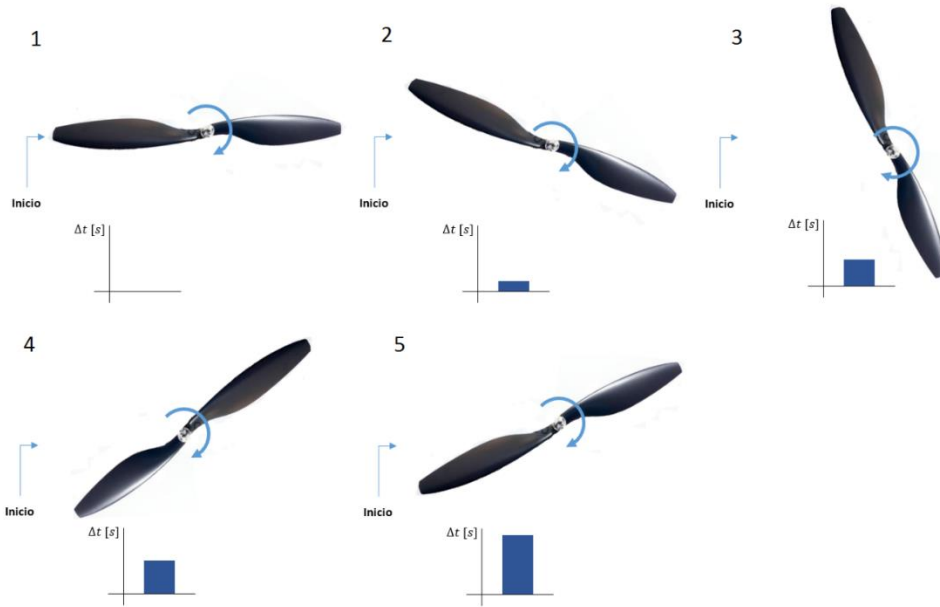


Figura 3.18. Medición del tiempo de revolución.

El transductor de velocidad genera la respuesta de la figura 3.19 y es utilizada por el firmware del FPGA para obtener el valor de la velocidad de la hélice en revoluciones por minuto:

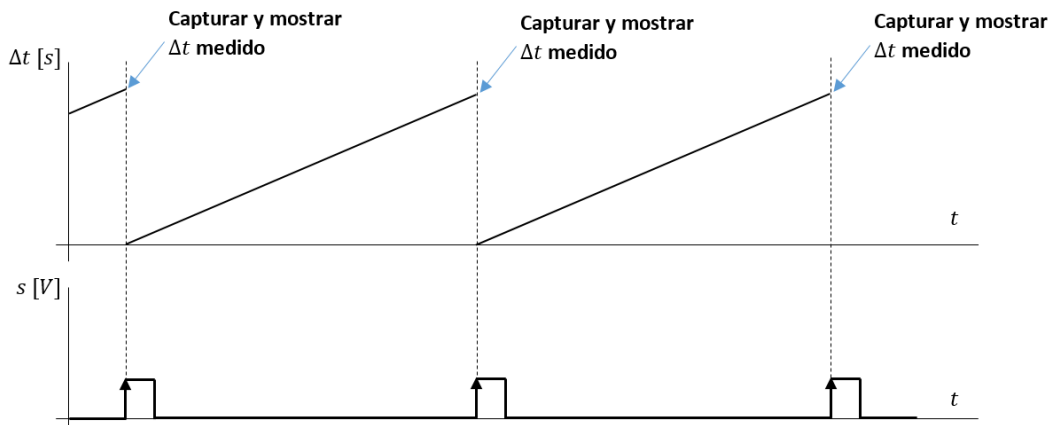


Figura 3.19. Medición del tiempo de revolución del rotor.

El circuito de la figura 3.20 utiliza un comparador para adaptar los niveles de voltaje requeridos por el FPGA. El detector es un opto transistor que es comparado con un divisor de voltaje que está configurado para el voltaje de umbral deseado. La salida del circuito utiliza un diodo zener de protección para prevenir picos de voltaje.

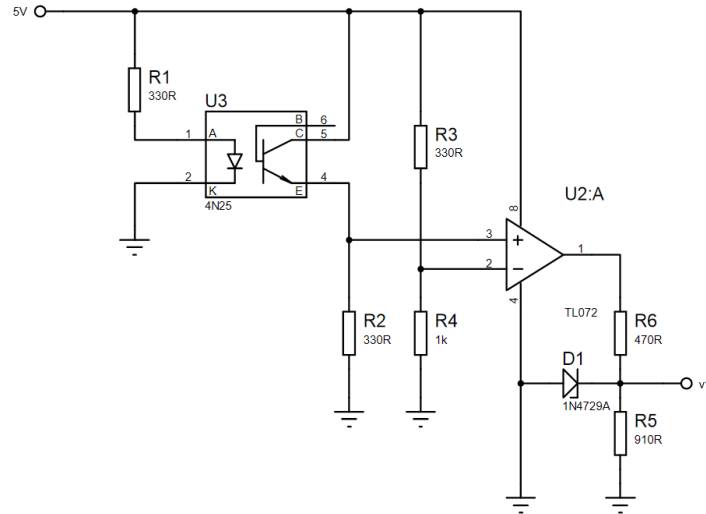


Figura 3.20. Diagrama del transductor de velocidad.

La resistencia R1 del circuito de la figura 3.20 permite una corriente en el diodo infrarrojo de 12mA la cual es suficiente para que el opto transistor pueda detectar la intensidad de luz infrarroja:

$$i_d = \frac{5V - v_d}{330\Omega} = \frac{3.96V}{330} = 12\text{mA} \quad (3.7)$$

La configuración del opto transistor es colector común debido a que la lógica de detección se mantiene igual a la lógica de detección. La resistencia R2 permite obtener la siguiente señal para posteriormente acondicionarla:

$$i_q = \frac{5V - v_q}{330\Omega} = \frac{4.3V}{330} = 13\text{mA} \quad (3.8)$$

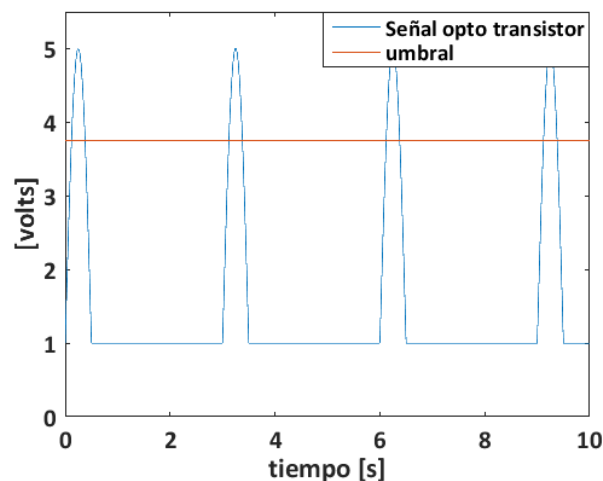


Figura 3.21. Señal del opto transistor.

En la figura 3.22, se observa que el voltaje de umbral permite indicar en donde se detecta la hélice, por lo que las resistencias R3 y R4 permiten fijar el umbral para que el amplificador operacional configurado como comparador detecte la hélice y en su salida se obtenga una señal cuadrada que al pasar por el divisor de voltaje de las resistencias R5 y R6, se obtiene una señal con un voltaje máximo de 3.3V:

$$v_{(-)} = \left(\frac{5V}{1330\Omega} \right) 1k\Omega = 3.75V \quad (3.9)$$

El diodo zener es utilizado como una protección adicional para el FPGA.

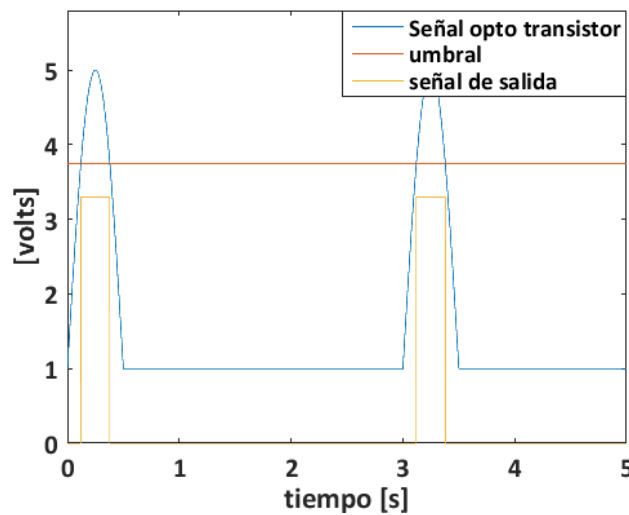


Figura 3.22. Señal del comparador.

3. 3. 4. Transductores de posición

El principio de funcionamiento de los transductores de posición es enviar pulsos ultrasonidos en una superficie y medir el tiempo a partir de que fueron enviados hasta que son recibidos por el dispositivo [26]. La ecuación (3.10) utiliza el tiempo adquirido por el dispositivo para obtener el valor de la posición con respecto a una referencia:

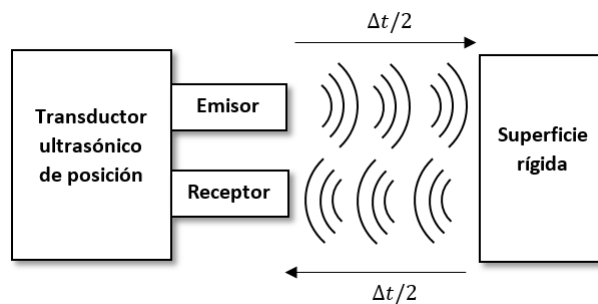


Figura 3.23. Funcionamiento del transductor de posición

$$x = 0.5(340 \text{ m/s})\Delta t \quad (3.10)$$

donde la velocidad del sonido se considera como 340 metros sobre segundo. Los transductores de posición utilizados necesitan de acondicionamiento debido a que operan con señales de 5V por lo que se utilizan buffers de 3.3V y de 5V para conmutar adecuadamente el dispositivo:

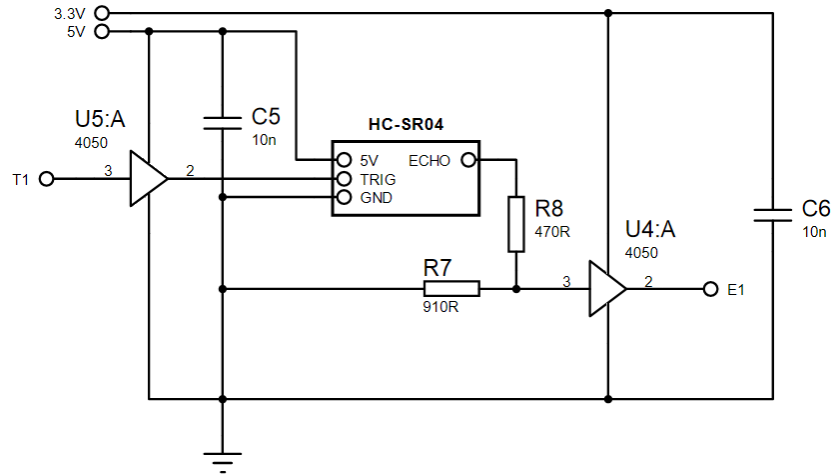


Figura 3.24. Acondicionamiento transductores de posición.

$$v_{T_{i_{out}}} = v_{T_i} \left(\frac{5}{3.3} \right), v_{E_{i_{out}}} = v_{E_i} \left(\frac{3.3}{5} \right) \quad (3.11)$$

La lectura de la señal de distancia medida por el transductor de posición está codificada en una señal cuadrada de amplitud de pulso variable proporcionalmente con el valor de la distancia, además el dispositivo envía cinco pulsos de 40 kHz para asegurar una correcta medición como se muestra en el diagrama de la figura 3.25.

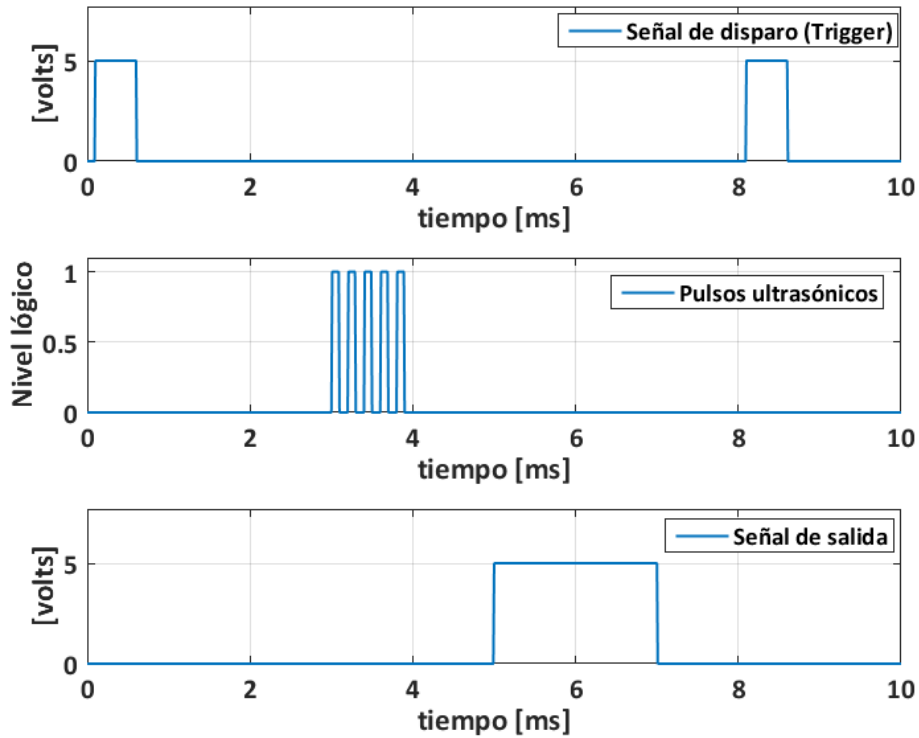


Figura 3.25. Diagrama de tiempos transductor de posición

3.3.5. Actuadores

Los motores utilizados tienen la matrícula 2212 920kv y desarrollan una potencia máxima de 320W con una velocidad pico de 10,000 rpm consumiendo una corriente máxima de 20A. Se utiliza el 50% de la capacidad de los motores ya que esto permite evitar sobrecalentamiento y se prolonga su vida útil. El servo amplificador utilizado está basado en un puente trifásico y envía las señales de la figura 3.26. Internamente contiene un sistema de transmisión directa basado en la detección del eje del motor sin sensores.

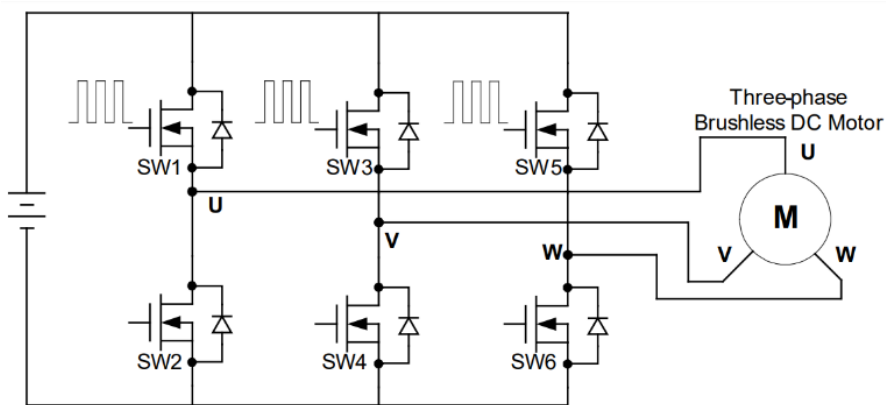


Figura 3.26. Puente trifásico para motor sin escobillas de corriente directa.

El funcionamiento del puente trifásico mantiene dos bobinas conectadas a la alimentación de corriente directa lo que produce un torque que mueve el eje del rotor. Las señales mostradas en la figura 3.27 están desfasadas 120° y se completa un ciclo de conmutación después de 360 grados:

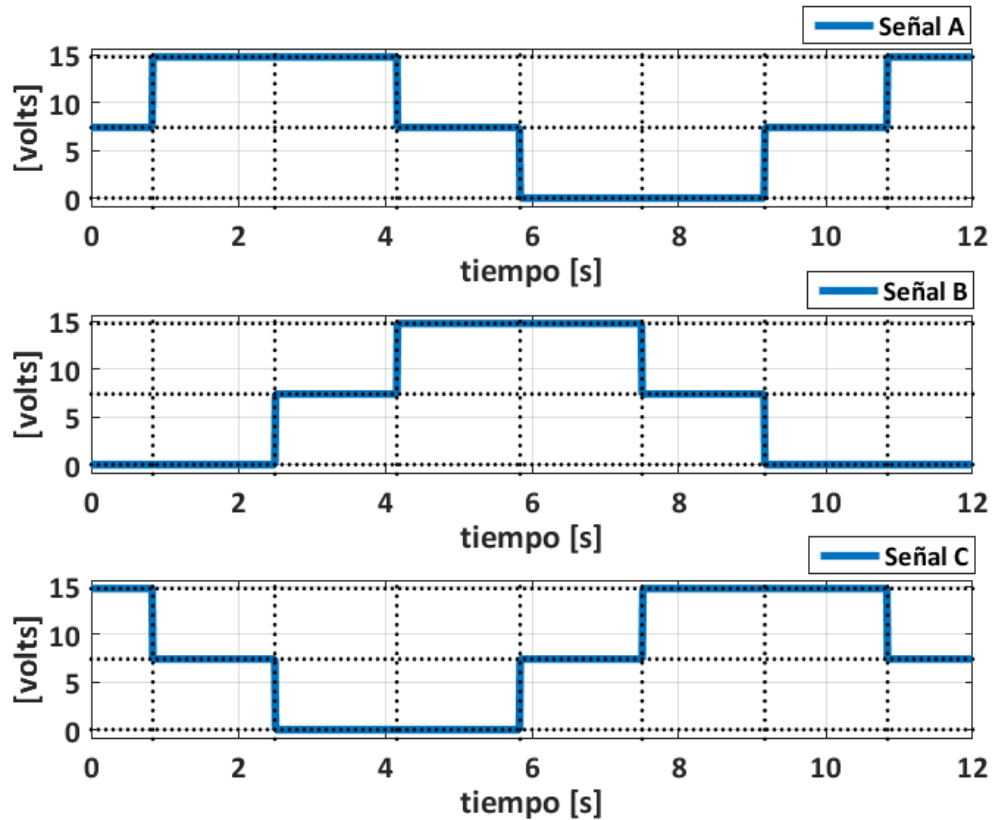


Figura 3.27. Conmutación trifásica del motor sin escobillas de corriente directa.

El servo amplificador utilizado es el dispositivo ES30A y permite configurar el motor BLDC como un servomotor de transmisión directa. Su capacidad máxima de corriente es de 30A a un voltaje de 14.8V con una señal PWM. La caracterización de los servomotores muestra que son lineales considerando que son utilizables en una región acotada; debido a la compensación de gravedad, la velocidad de los rotores en vuelo nunca es cero.

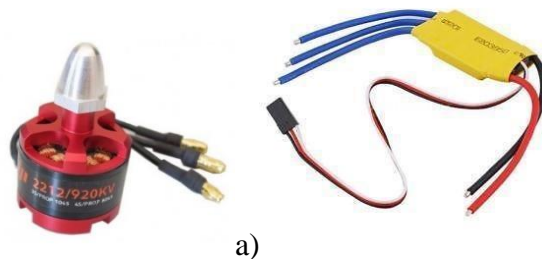


Figura 3.28. a) Motor 2212 920KV, b) Servo amplificador ESC30A.

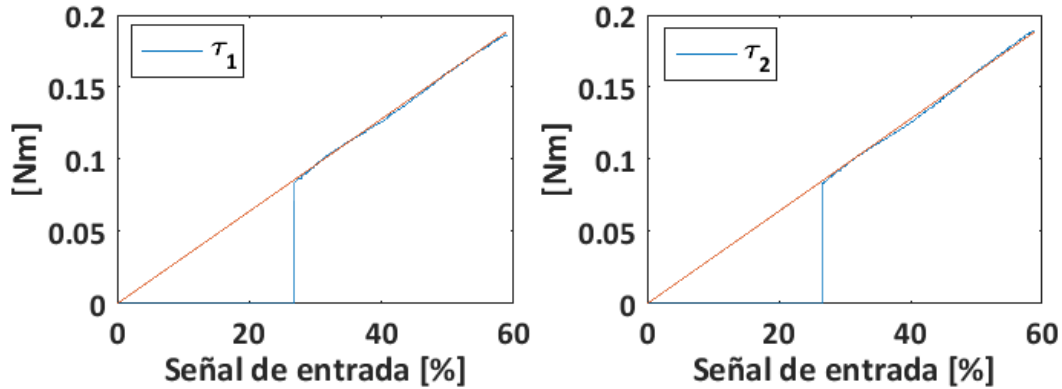


Figura 3.29. Caracterización de los servomotores 1 y 2.

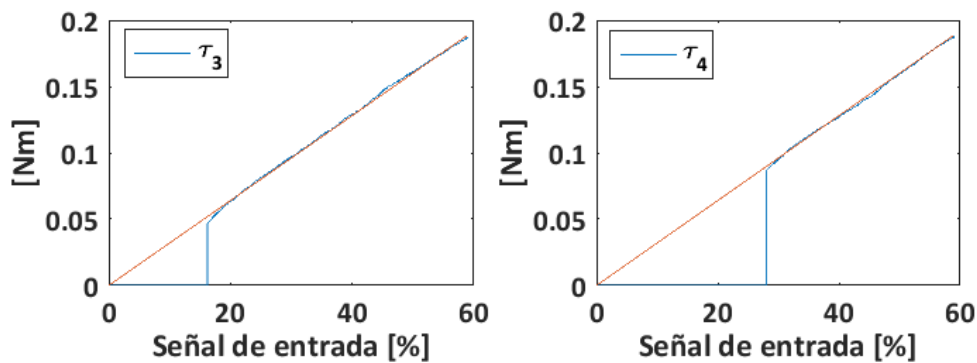


Figura 3.30. Caracterización de los servomotores 3 y 4.

Las constantes obtenidas de la caracterización de los servo motores son las siguientes:

Tabla 3.6. Parámetros de transmisión directa.

Servomotor	Valor
1	$k_1 = 3.382664 \times 10^{-3}$ [Nm/%]
2	$k_2 = 3.149600 \times 10^{-3}$ [Nm/%]
3	$k_3 = 3.361345 \times 10^{-3}$ [Nm/%]
4	$k_4 = 3.603603 \times 10^{-3}$ [Nm/%]

las cuales son utilizadas en la siguiente ecuación de transmisión directa:

$$\tau_i = k_i s_i \quad (3.12)$$

La caracterización de las hélices no depende del servo motor utilizado debido a que se utiliza un sensor de fuerza de una báscula y un sensor de velocidad.

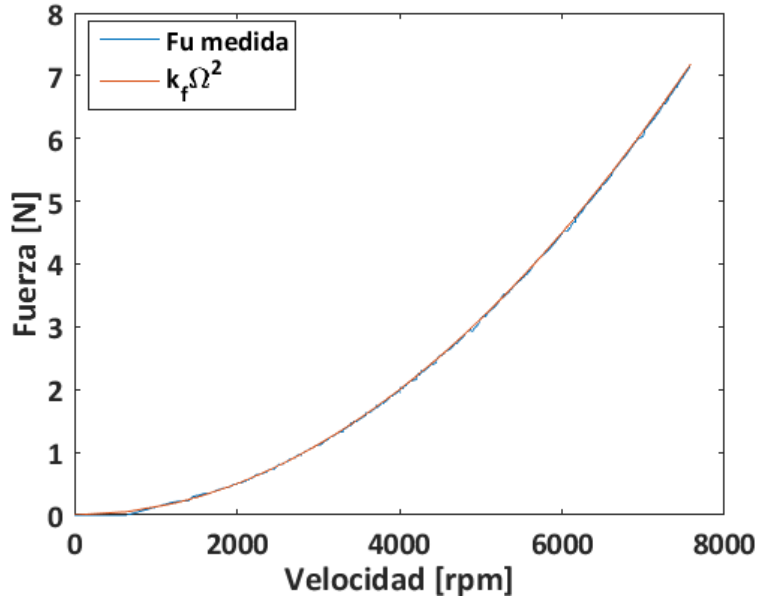


Figura 3.31. Caracterización de fuerza de empuje

La fuerza de sustentación es una ecuación cuadrática de la velocidad del rotor y solo está determinada en un sentido debido a que las hélices solo son eficientes en un sentido de giro. En la figura 3.31 se muestra la fuerza de sustentación F_u medida por el sensor de fuerza y se compara con la ecuación cuadrática característica de la hélice.

3. 3. 6. Sistema electrónico

El hardware colocado dentro del FPGA, cumple las funciones de adquisición, procesamiento matemático, almacenamiento, decodificación y transmisión inalámbrica. En el siguiente diagrama a bloques, se visualiza todos los componentes que son utilizados dentro del FPGA y su interconexión.

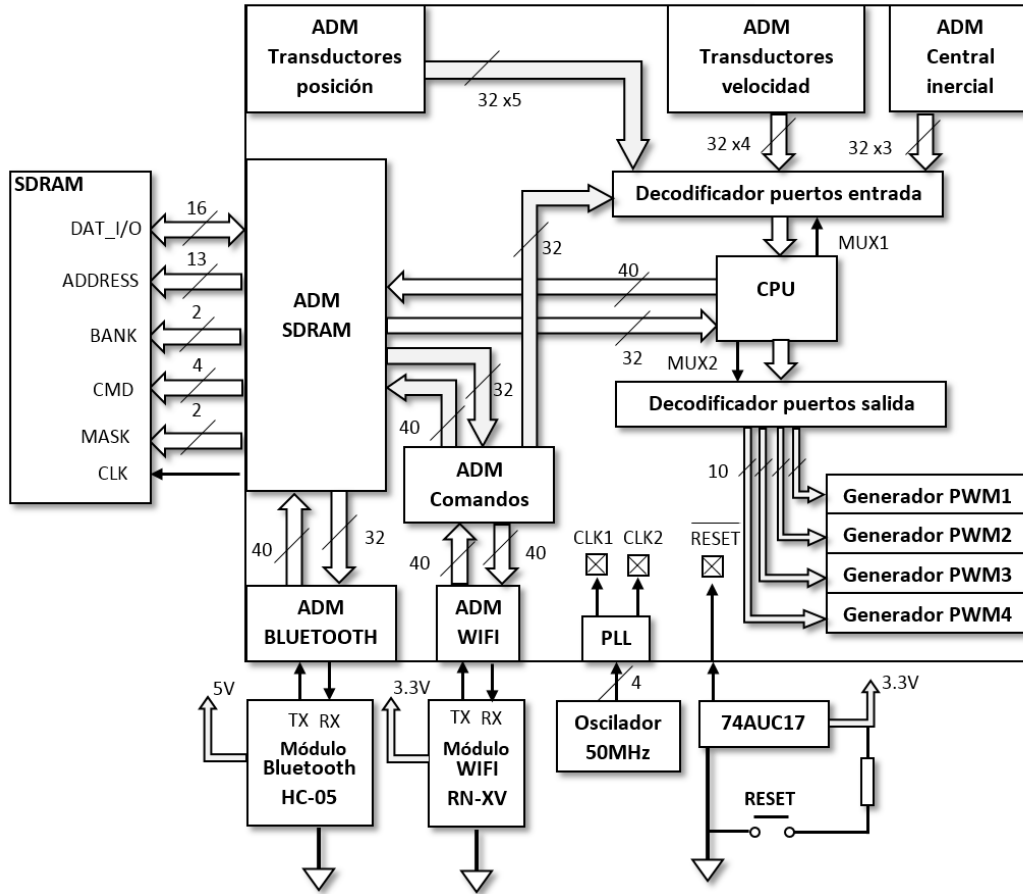


Figura 3.32. Hardware del FPGA.

La unidad central de procesamiento (CPU) está conformada por una unidad aritmética lógica, una unidad de decodificación y una unidad de control de memoria que son conectadas como se muestra en la figura 3.33.

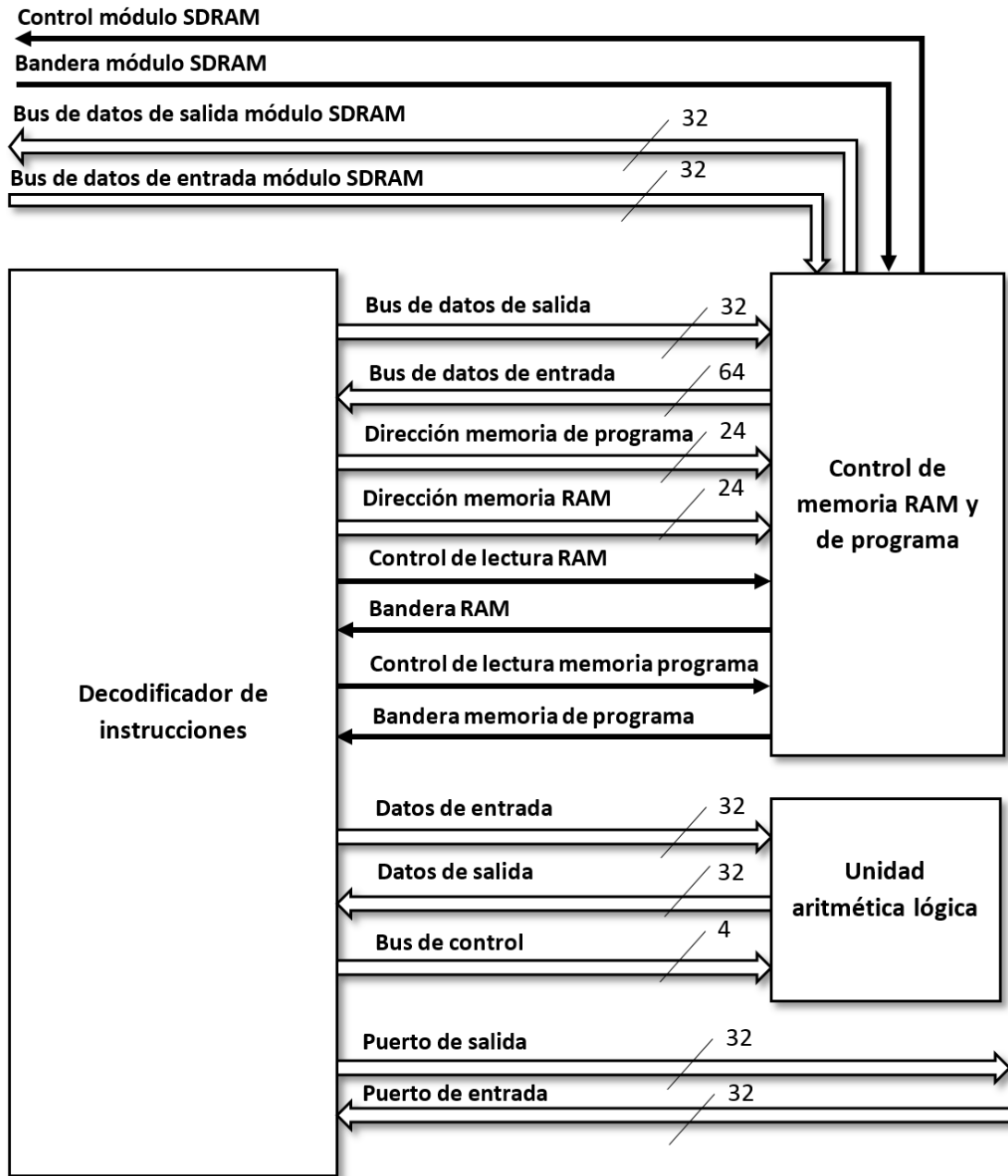


Figura 3.33. Unidad Central de Procesamiento CPU

El decodificador de instrucciones se encarga de procesar el software localizado en la memoria de programa y realiza el proceso programado. Para ello, controla la unidad aritmética lógica donde se localiza el firmware necesario para las instrucciones lógicas y aritméticas, utilizando un bus de datos de entrada y de salida. Para acceder a los mapas de memoria RAM y de programa, se utiliza el bloque de control de memoria que permite mapear adecuadamente el módulo de la memoria SDRAM. El conjunto de instrucciones utilizado por el CPU, está

diseñado según la arquitectura MIPS de 32 bits y es un conjunto RISC basado en la utilización de 16 registros de memoria caché dentro del decodificador. En la figura 3.34 se muestra en conjunto de instrucciones en ensamblador donde las instrucciones resaltadas fueron añadidas para posibilitar la implementación del sistema de control del cuadricóptero.

MNEMÓNICO	Registros, constantes, direcciones y puertos			Descripción	32 bits instrucción	Tiempo de ejecución C.M. ^R
Instrucciones de transferencia						
MOV.S	X	Z		$X \rightarrow Z$	1100 10XX XXX0 0000 ZZZZ Z000 0000 0000	70
MOVC.S	X			$F, A \rightarrow Y$	1100 1000 0000 0000 XXXX X000 0000 0001	70
RIO.S	P	Z		$P \rightarrow Z$	1100 10PP PPP0 0000 ZZZZ Z000 0000 0010	70
WIO.S	X	B		$X \rightarrow B$	1100 10XX XXX0 0000 BBBB B000 0000 0011	70
MOV.RX	D	Z		$V(D) \rightarrow Z$	1000 1100 000Z ZZZZ DDDD DDDD DDDD DDDD	70
MOV.WX	X	D		$X \rightarrow V(D)$	1010 1100 000X XXXX DDDD DDDD DDDD DDDD	70
Instrucciones condicionales						
C.EQ.S	X	Y	L	Saltar L líneas si $(X==Y)$	0001 00XX XXXY YYYY LLLL LLLL LLLL LLLL	70
C.LE.S	X	Y	L	Saltar L líneas si $(X<=Y)$	0001 01XX XXXY YYYY LLLL LLLL LLLL LLLL	70
C.LT.S	X	Y	L	Saltar L líneas si $(X<Y)$	0001 10XX XXXY YYYY LLLL LLLL LLLL LLLL	70
Instrucciones aritméticas						
ADD.I	X	Y	Z	$X+Y \rightarrow Z$	0010 00XX XXXY YYYY ZZZZ Z000 0000 0000	70
SUB.I	X	Y	Z	$X-Y \rightarrow Z$	0010 00XX XXXY YYYY ZZZZ Z000 0000 0001	70
ADD.S	X	Y	Z	$X+Y \rightarrow Z$	0100 01XX XXXY YYYY ZZZZ Z000 0000 0000	70
SUB.S	X	Y	Z	$X-Y \rightarrow Z$	0100 01XX XXXY YYYY ZZZZ Z000 0000 0001	70
MUL.S	X	Y	Z	$X*Y \rightarrow Z$	0100 01XX XXXY YYYY ZZZZ Z000 0000 0010	70
DIV.S	X	Z		$1/X \rightarrow Z$	0100 01XX XXX0 0000 ZZZZ Z000 0000 0011	70
EXP.S	X	Z		$EXP(X) \rightarrow Z$	0100 01XX XXX0 0000 ZZZZ Z000 0000 0101	70
SIN.S	X	Z		$SIN(X) \rightarrow Z$	0100 01XX XXX0 0000 ZZZZ Z000 0000 0100	70
ATAN.S	X	Z		$ATAN(X) \rightarrow Z$	0100 01XX XXX0 0000 ZZZZ Z000 0000 0110	70
ROOT.S	X	Z		$\sqrt{X} \rightarrow Z$	0100 01XX XXX0 0000 ZZZZ Z000 0000 0111	70
CTE.I	A			$A \rightarrow I(n)$	AAAA AAAA AAAA AAAA AAAA AAAA AAAA AAAA	70
CTE.S	F			$F \rightarrow I(n)$	FFFF FFFF FFFF FFFF FFFF FFFF FFFF FFFF	70
FP2INT.S	X	Z		$\sqrt{X} \rightarrow Z$	0100 01XX XXX0 0000 ZZZZ Z000 0000 1000	70
INT2FP.S	X	Z		$\sqrt{X} \rightarrow Z$	0100 01XX XXX0 0000 ZZZZ Z000 0000 1001	70
Instrucciones de salto						
JUMP	E			$CP = E$	0000 10EE EEEE EEEE EEEE EEEE EEEE EEEE	70
Instrucciones de retardo						
DELAY				Retardo de 2.5 ms	0011 1100 0000 0000 0000 0000 0000 0000	250,000

Figura 3.34. Instrucciones en ensamblador.

Los campos de instrucciones son registro fuente, de destino, números en punto flotante y enteros, direcciones de memoria RAM y de programa. En la figura 3.35, se muestran las variables a utilizar dentro del conjunto de instrucciones MIPS.

Campo	Descripción
X	Registro fuente 1
Y	Registro fuente 2
Z	Registro destino
P	Puerto de entrada
B	Puerto de salida
D	Dirección de memoria RAM
L	Número de líneas a saltar
A	Número entero SIGNED INT32
F	Número flotante FLOAT32
E	Dirección de memoria ROM
CP	Contador de programa
I(n)	Dato en la memoria ROM
V(D)	Dato en la dirección D de la memoria RAM

Figura 3.35. Campos de instrucciones

El bloque de administrador de memoria SDRAM envía los comandos necesarios para escribir y leer datos de 32 bits en forma paralela. El microprocesador, el sistema WIFI y el sistema Bluetooth, tienen acceso a escritura y lectura de datos teniendo la posibilidad de tener dos accesos funcionando al mismo tiempo.

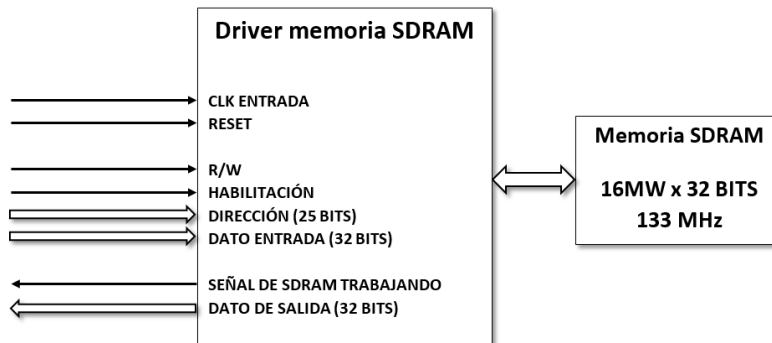


Figura 3.36. Hardware del administrador de memoria SDRAM.

Los diagramas de tiempo de acceso de escritura y lectura de la memoria SDRAM indican que es posible leer y escribir en tan solo 7 ciclos de reloj, permitiendo obtener una arquitectura *pipe line* rápida.

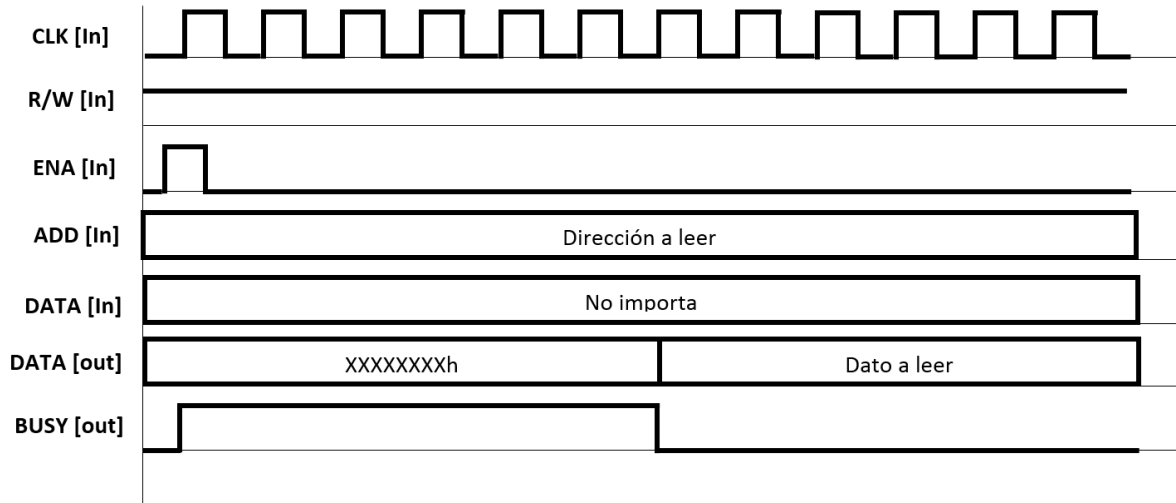


Figura 3.37. Diagrama de tiempo lectura.

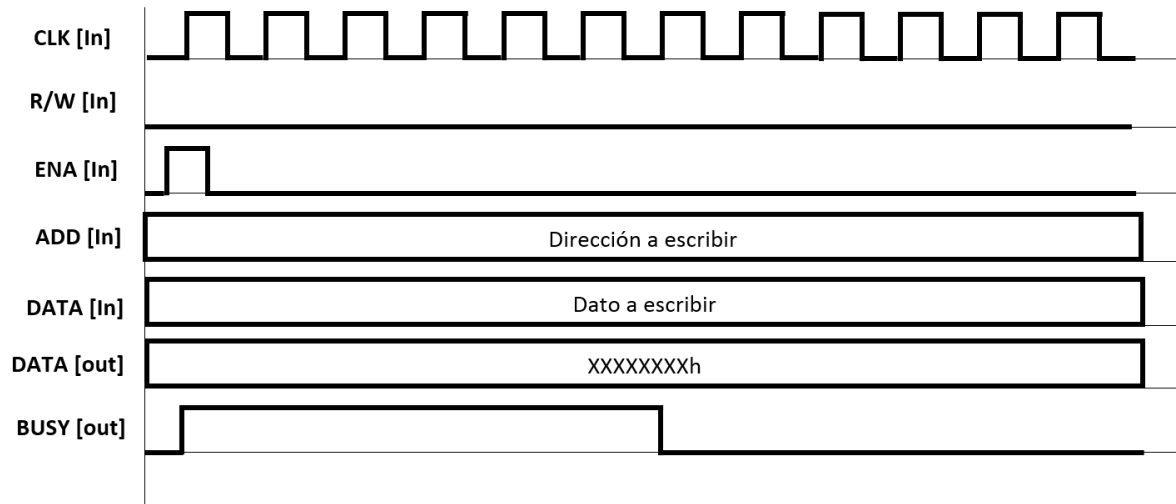


Figura 3.38. Diagrama de tiempo escritura.

El administrador bluetooth se encarga de enviar tramas de información de 40 bits y son decodificadas por la PC mediante Matlab como se muestra en la figura 3.39. Para módulo bluetooth utilizado trabaja a una velocidad de 460,800 bits por segundo y tiene una velocidad máxima de 1,200,000 bits por segundo por lo que es posible aumentar la capacidad de adquisición del sistema.

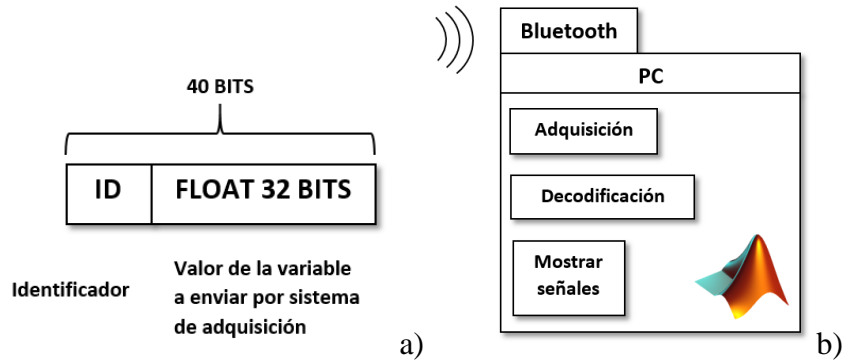


Figura 3.39. a) Paquetes de datos bluetooth, b) sistema de adquisición de Matlab.



Figura 3.40. Módulo bluetooth HC-05

El administrador WIFI está conectado con el administrador de comandos debido a que dentro de sus funciones puede programar la memoria de programa, cargar datos a la memoria RAM, depurar el microprocesador, enviar parámetros numéricos y borrar las memorias de programa y la memoria RAM. Mediante la comunicación WIFI se inicia el procesamiento del microprocesador y se envían los parámetros necesarios. El módulo bluetooth es utilizado cuando se desea adquirir señales del microprocesador. El módulo WIFI utilizado es el dispositivo RN-XV con una velocidad de 460,800 baudios por segundo con el protocolo UART. Utiliza una alimentación de 3.3V y trabaja como punto de acceso o como sistema punto a punto.



Figura 3.41. Módulo WIFI RN-XV

Los administradores de los transductores de posición, velocidad y de orientación adquieren los valores de las diez variables utilizadas para el control del cuadricóptero y enviarlas al microprocesador en sus puertos de entrada para ser utilizada en las estructuras de control. El proceso de adquisición de las señales es en paralelo a la ejecución del software de control del microprocesador. Esto implica que la ejecución del microprocesador no se encarga de la adquisición, solo realiza el procesamiento lógico matemático de las señales de entrada y se obtienen las señales de salida en respuesta al sistema de control.

Los bloques generadores de PWM para los servo amplificadores envían las señales requeridas y las protege mediante un interruptor externo en caso de que se desconecte el sistema de comunicación. La CPU se comunica directamente con el bloque de memoria y utiliza el mapa mostrado en la figura 3.42 donde se localiza la memoria de programa y la memoria RAM.

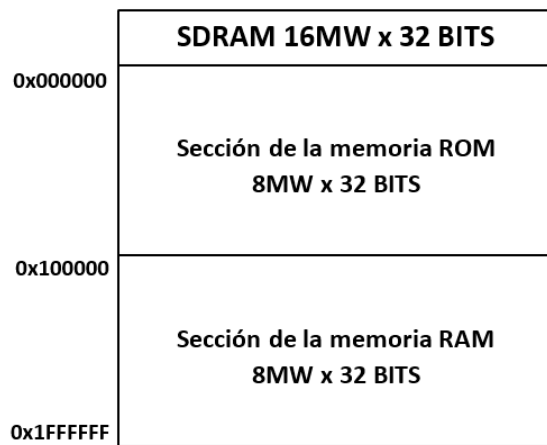


Figura 3.42. Mapa de memoria SDRAM

3. 3. 7. Batería y regulador

La batería de litio polímero utilizada tiene cuatro celdas obteniendo un voltaje nominal de 14.8V con una capacidad de 5.2Ah. La corriente máxima de descarga es de 124.8A y permite picos de torque elevados para el control del cuadricóptero. El regulador de voltaje utilizado es de 5V y alimenta el sistema embebido, además, su refrigeración del componente se realiza con el flujo de aire proveniente de las hélices del cuadricóptero.



Figura 3.43. Batería litio polímero

La distribución de la corriente del regulador es mostrada en la tabla 3.7. Se observa que la tarjeta DE0 CV consume una cantidad elevada de corriente debido a sus sistemas digitales utilizados. Los transductores y módulos de comunicación mantienen un consumo bajo:

Tabla 3.7. Consumo de corriente del regulador.

Componente	Consumo en mA
DE0-CV	200 mA
WIFI RN-XV	40 mA
Bluetooth HC-05	40 mA
Central inercial BNO055	13 mA
Transductores de posición (x5)	10 mA
Total	333 mA

3. 4. Conclusiones

El hardware utilizado está basado en el estudio del modelo dinámico ya que la ubicación de todos los componentes balancea la masa en el centro geométrico. Las conexiones con el FPGA requieren de acondicionamiento de niveles lógicos debido a que algunos transductores operan con voltajes lógicos distintos. Dentro del FPGA, se tienen los componentes lógicos que realizan la adquisición de datos y tareas de procesamiento matemático.

4. 1. Implementación de instrucciones en ensamblador

Las instrucciones en ensamblador utilizan el formato MIPS de 32 bits y se codifican en secciones de diferente ponderación como se observa en la figura 4.2. La primera sección de 6 bits es el identificador de la instrucción donde es posible tener instrucciones aritméticas, lógicas, condicionales o de transferencia. Las siguientes secciones son utilizadas para definir los registros fuente y el registro de destino. Algunas instrucciones utilizadas por el microprocesador no requieren de dos registros fuente por lo que se coloca en ceros la sección no utilizada. La última sección corresponde al modificador y permite agrupar instrucciones del mismo tipo dentro del mismo identificador.

6 bits	5 bits	5bits	5 bits	5 bits	6 bits
Identificador	Registro fuente 1	Registro fuente 2	Registro destino	Modificador 1	Modificador 2

Figura 4.2. Formato MIPS.

En la implementación del sistema de control del cuadricóptero se han utilizado instrucciones no lineales que han sido agregadas al conjunto del microprocesador. La función arco tangente y la raíz cuadrada son necesarias para el sistema de control por lo que se adición está justificada. Se ha añadido funciones especiales de conversión de punto flotante a entero y viceversa. En la figura 4.3 se observa la instrucción arco tangente.

6 bits	5 bits	5bits	5 bits	5 bits	6 bits
0x11	Registro fuente 1	Registro fuente 2	Registro destino	0x00	0x06

Figura 4.3. Formato MIPS función arco tangente.

El microprocesador decodifica las instrucciones almacenadas en la memoria de programa y controla la unidad aritmética lógica (ALU) para realizar la instrucción especificada. Se utilizan dos registros fuente y un registro de destino para la ALU, considerando que la memoria cache dispone de 16 registros. En la figura 4.4 se observa la ejecución de la instrucción arco tangente por parte del microprocesador y la secuencia para calcular la función solicitada.

El modificador posee la capacidad de tener 64 instrucciones en un mismo identificador. Esto implica que la decodificación identifica de que conjunto de instrucciones se trata para posteriormente identificar cual será realizada.

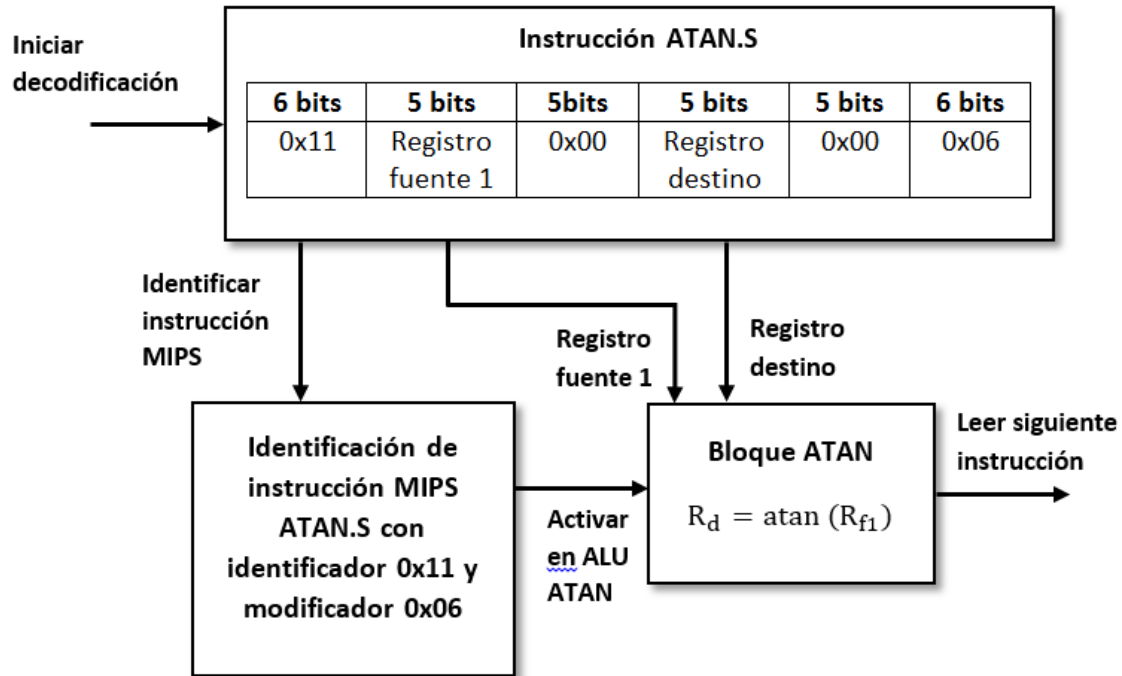


Figura 4.4. Ejecución de instrucción MIPS.

4. 2. Bloque de memoria SDRAM

Con el objetivo de obtener un tiempo de procesamiento menor del sistema embebido, se ha diseñado un bloque de firmware para utilizar una memoria SDRAM de 16 bits de datos y una frecuencia de reloj de 100 MHz con las siguientes características:

Tabla 4.1. Características de la memoria SDRAM implementada.

Parámetro	Valor
Modelo	IS42S16320D-7
Frecuencia nominal máxima	133 MHz
Voltaje de operación	3.3V
Temperatura de operación	0°C a 70°C
Organización de memoria	(8MW x 16 bits) x 4 bancos

Los comandos de la memoria SDRAM son enviados mediante las entradas de control del dispositivo, además, la estructura interna de la memoria sigue un diagrama de estados que describe el procedimiento para leer, escribir y configurar la memoria según los requerimientos. En la tabla 4.2, se muestra los comandos a enviar a la memoria.

Tabla 4.2. Comandos (H: nivel alto, L: nivel bajo, X: no importa, V: dato válido)

Función	CS	RAS	CAS	WE	BA1	BA2	A10	ADD
Seleccionar dispositivo (DESL)	H	X	X	X	X	X	X	X
Sin operación (NOP)	L	H	H	H	X	X	X	X
Detener ráfaga (BST)	L	H	H	L	X	X	X	X
Leer	L	H	L	H	V	V	L	V
Leer con auto precarga	L	H	L	H	V	V	H	V
Escribir	L	H	L	L	V	V	L	V
Escribir con auto precarga	L	H	L	L	V	V	H	V
Activar banco (ACT)	L	H	H	H	V	V	V	V
Precargar banco (PRE)	L	L	H	L	V	V	L	X
Precargar bancos (PALL)	L	L	H	L	X	X	H	X
Refrescar (REF)	L	L	L	H	X	X	X	X
Auto refresco (SELF)	L	L	L	H	X	X	X	X
Modo de registro (MRS)	L	L	L	L	L	L	L	V

La implementación del diagrama de bloques de la figura 4.5. en firmware, permite la utilización de la memoria SDRAM en el sistema del microprocesador, elevando su capacidad de procesamiento:

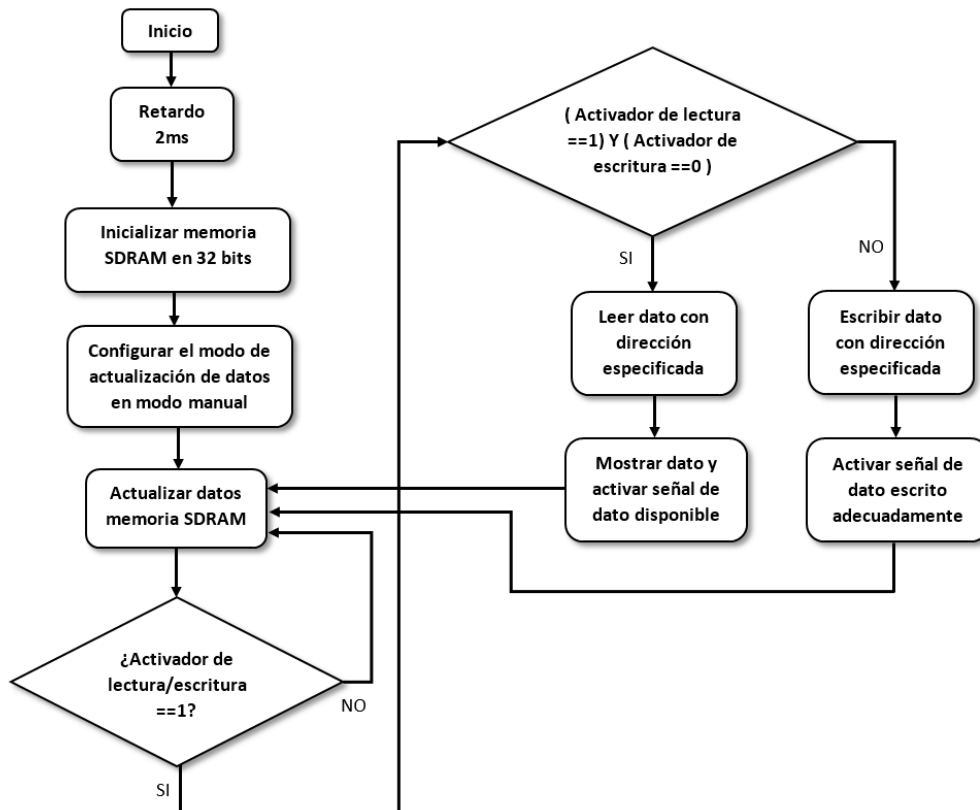


Figura 4.5. Diagrama de bloques del firmware implementado.

Tabla 4.3. Características del sistema embebido.

Parámetro	Versión 2017	Versión 2018	Optimización
Capacidad de almacenamiento memoria ROM	1MW x 32 bits	8MW x 32 bits	8 veces más
Capacidad de almacenamiento memoria RAM	32KW x 32 bits	8MW x 32 bits	256 veces más
Velocidad de acceso memoria ROM	200 ciclos de reloj	14 ciclos de reloj	Más de 14 veces
Velocidad de acceso memoria RAM	628 ciclos de reloj	14 ciclos de reloj	Más de 44 veces

El bloque de firmware implementado tiene las entradas y salidas visualizadas en la figura 4.6. Este bloque es conectado al firmware del CPU para que el mismo pueda utilizar la memoria SDRAM y mapear sus direcciones convenientemente.

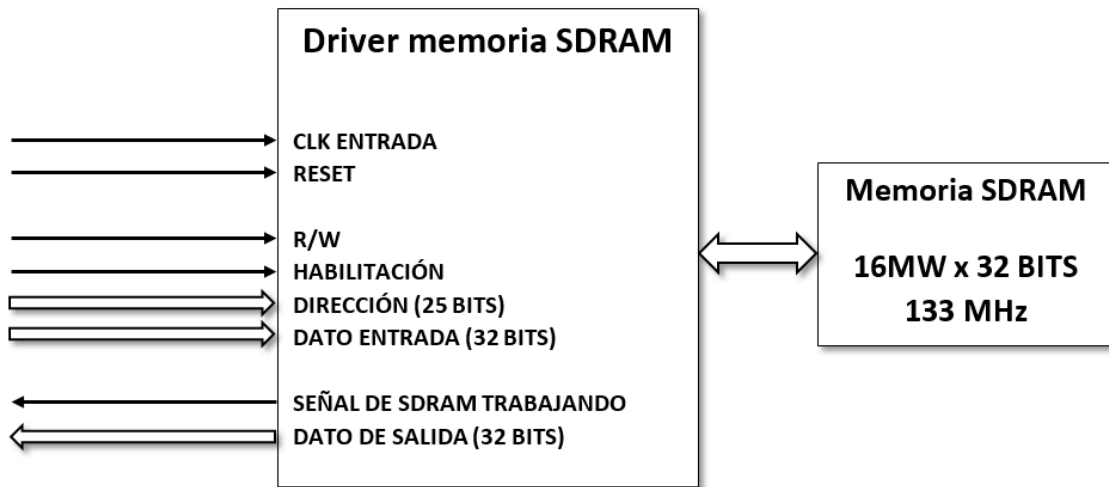


Figura 4.6. Bloque de firmware de la memoria SDRAM.

4. 3. Bloque de comunicación bluetooth

El sistema de adquisición de datos bluetooth, se comunica directamente con la memoria SDRAM y envía datos a la PC mediante comunicación bluetooth y el protocolo UART. En la figura 4.7, se observa la conexión del bus de dirección RAM y de datos al administrador bluetooth.

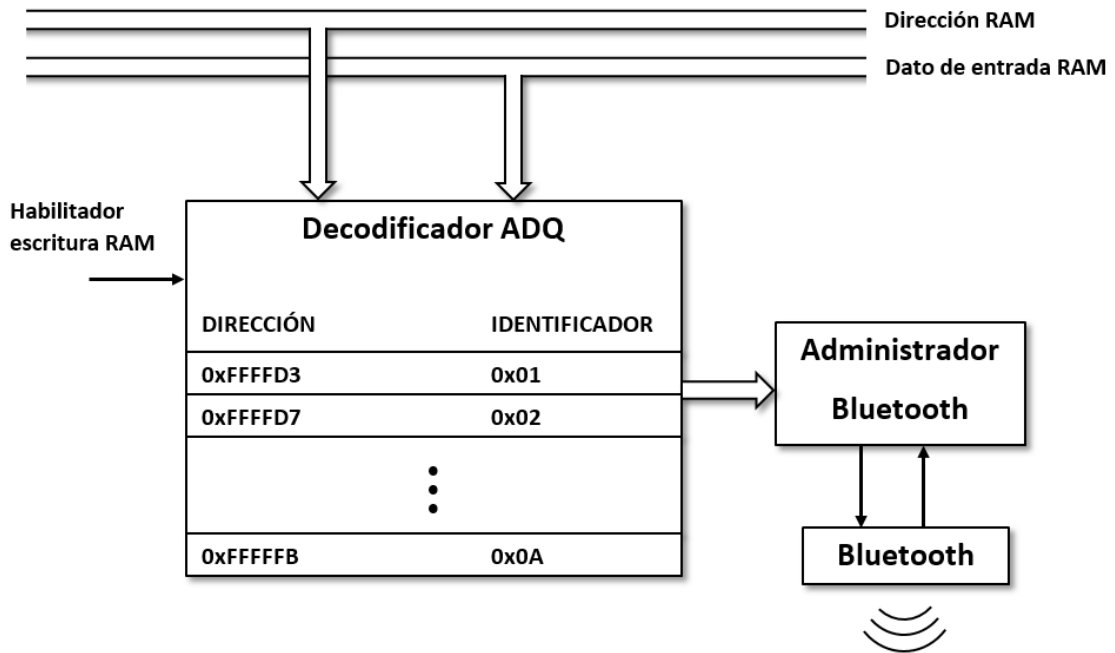


Figura 4.7. Conexión firmware RAM con bluetooth

El administrador bluetooth está descrito por el diagrama de la figura 4.8. En él se muestra que el bluetooth envía dato por dato hacia la PC, considerando un comando de entrada que indica si envía datos o no los envía.

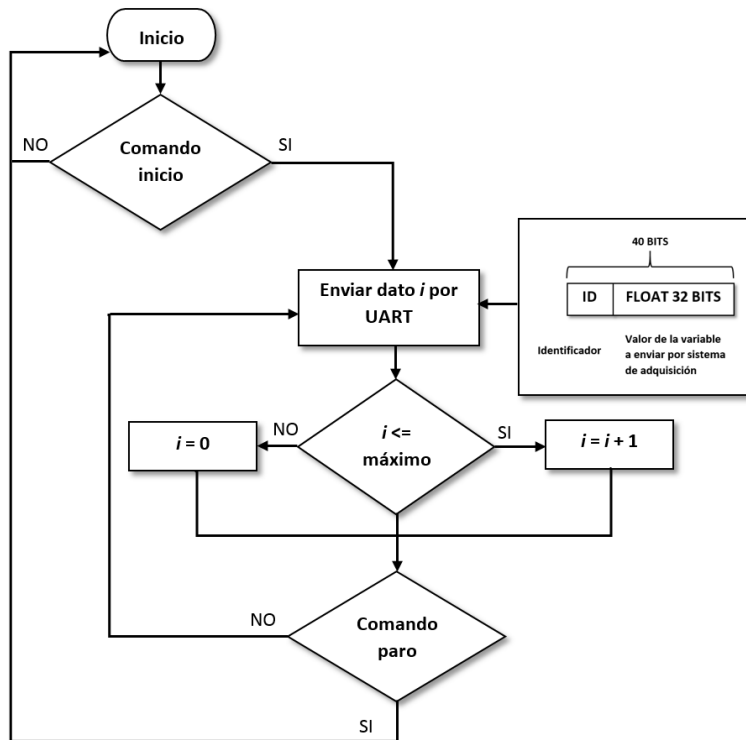


Figura 4.8. Firmware administrador bluetooth.

4. 4. Bloque de transductor de orientación

Para implementar el bloque de firmware del sensor de orientación, es necesario enviar una trama de comandos específica, tal que permita configurar el transductor de orientación según las necesidades del cuadricóptero, seleccionar sus unidades, así como las señales que se desean leer. En la tabla 4.4 viene la información de la estructura de un comando a enviar al transductor de orientación.

Tabla 4.4. Estructuras de los comandos.

Byte 1	Byte 2	Byte 3	Byte 4	Byte 5	...	Byte (4+L)
Byte de inicio	Byte para indicar escritura	Dirección del Registro del BNO055 a escribir	Longitud L de bytes a partir del byte 3 para escribir los datos	Dato 1	...	Dato L
0xAA	0x00	0xFF	0xFF	0xFF	0xFF	0xFF

Consultando la hoja de datos del transductor de orientación, se extraen los comandos indispensables para configurar el dispositivo, para leer las señales de orientación y aceleración. Cabe destacar que existen más comandos, sin embargo para propósitos de este trabajo solo se utilizan los mostrados en la tabla 4.5.

Tabla 4.5. Comandos del dispositivo [10].

Autodiagnóstico	0xAA013601
Detección de errores	0xAA013A01
Selección de unidades	0xAA003V0102
Modo de operación	0xAA003D010C
Estado del dispositivo	0xAA013901
Calibración	0xAA013501
Lectura de datos	0xAA011A06

Los comandos de respuesta del dispositivo tienen la estructura mostrada en la tabla 4.6, y están divididos en dos categorías; los comandos de respuesta y las señales codificadas en comandos. Considerando que la velocidad del protocolo de comunicación UART del dispositivo es de 115,200 bits por segundo, se diseña el firmware considerando la velocidad de transferencia.

Tabla 4.6. Comandos enviados por el sensor BNO055.

Byte 1	Byte 2	
Byte único para indicar un comando del estado de la transmisión UART proveniente de la central inercial	Estado de la transmisión UART	
0xEE	0x01	Escritura exitosa
	0x02	Fallo en la lectura
	0x03	Fallo en la escritura
	0x04	Dirección invalida del registro
	0x05	Escritura del registro deshabilitada: escritura deshabilitada de fábrica, no se puede habilitar)
	0x06	Byte de inicio no válido: no inicia con 0xAA
	0x07	Exceso de ejecución de datos
	0x08	Longitud de comando excedida
	0x09	Longitud de comando insuficiente
	0x0A	Tiempo de espera UART agotado

Tabla 4.7. Comando con información de los sensores.

Byte 1	Byte 2	Byte 3	...	Byte (2+D)
Byte para indicar datos leídos de los registros	Longitud D	Dato 1	...	Dato D
90xBB	0xXX	0xXX	0xXX	0xXX

En el diagrama de flujo de la figura 4.9, se muestra el procedimiento para inicializar el transductor de orientación, configurarlo, calibrar los dispositivos inerciales y magnéticos contenidos dentro del dispositivo y finalmente la adquisición de datos de orientación.

El procedimiento de autodiagnóstico identifica errores de los 9 sensores utilizados por el transductor de orientación, además, verifica igualmente el sistema digital de procesamiento. Es importante hacer este proceso ya que si se continúa con los procesos restantes existe la posibilidad de que algún componente interno esté dañado y se utilice para medir la orientación lo que conlleva a una situación peligrosa. El transductor de orientación utiliza distintas configuraciones para enviar señales; en este trabajo se utilizó el modo nueve grados de libertad distribuidos en 3 acelerómetros, 3 giroscopios y 3 magnetómetros que al ser fusionados se obtiene los ángulos de navegación. El proceso de identificar el estado del sistema del transductor indica si los procesos utilizados han sido correctos.

El procedimiento de calibración determina los parámetros de ajuste para cada sensor utilizado ya que debido a ligeras variaciones térmicas cambian estos parámetros. Utilizando una nueva

calibración cada vez que se utiliza el transductor, se fusionan los sensores para su lectura y son enviados al microprocesador como se muestra en la figura 4.9.

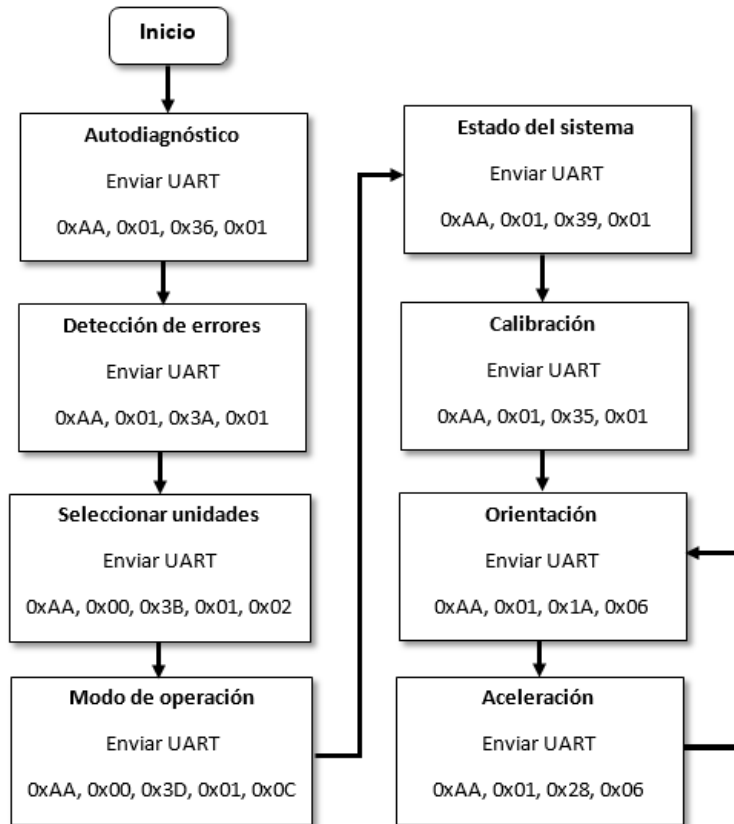


Figura 4.9. Diagrama de flujo del firmware del sensor BNO055

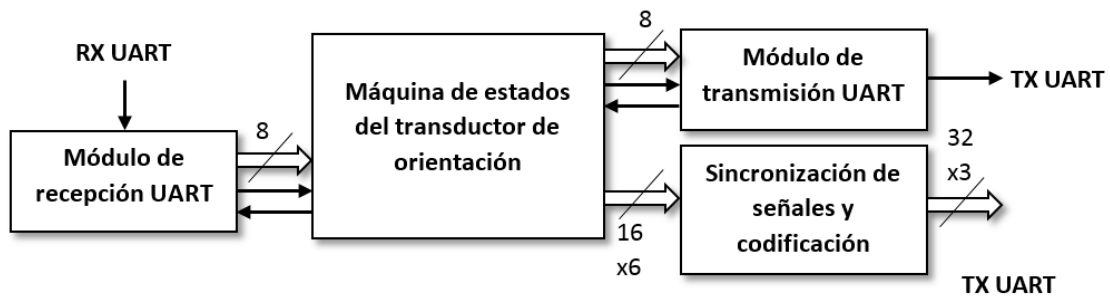


Figura 4.10. Firmware de transductor de orientación.

4. 5. BLOQUE DE SENSORES DE VELOCIDAD

Considerando el principio de funcionamiento mostrado en la figura 4.11, el firmware diseñado inicializa un contador que permite medir la velocidad de la hélice:

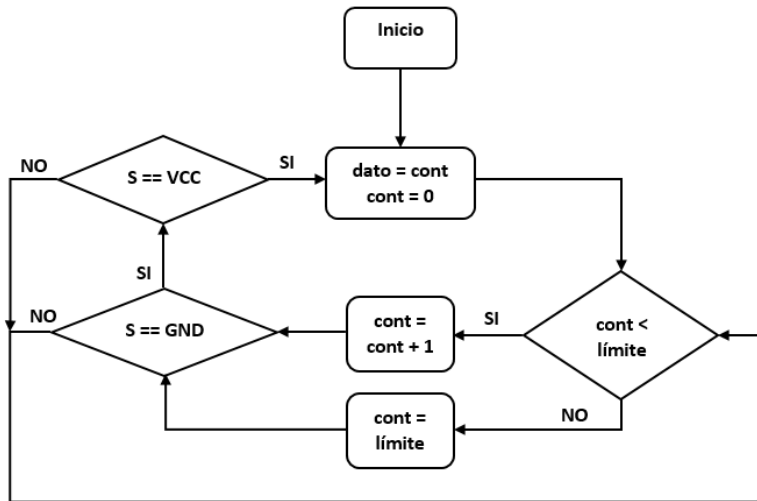


Figura 4.11. Diagrama de flujo del bloque del sensor de velocidad.

donde `cont` es la variable de salida del bloque. Considerando la figura 4.11, se añaden cuatro bloques independientes para los cuatro transductores de velocidad de las hélices.

4. 6. Bloque de firmware transductor de posición

Una técnica para posicionar el cuadricóptero en el espacio es mediante la utilización de transductores de posición. Se han incluido en el cuadricóptero para medir la posición con respecto a un marco de referencia. El bloque de firmware utilizado está basado en el diagrama de flujo de la figura 4.12, considerando las especificaciones del dispositivo:

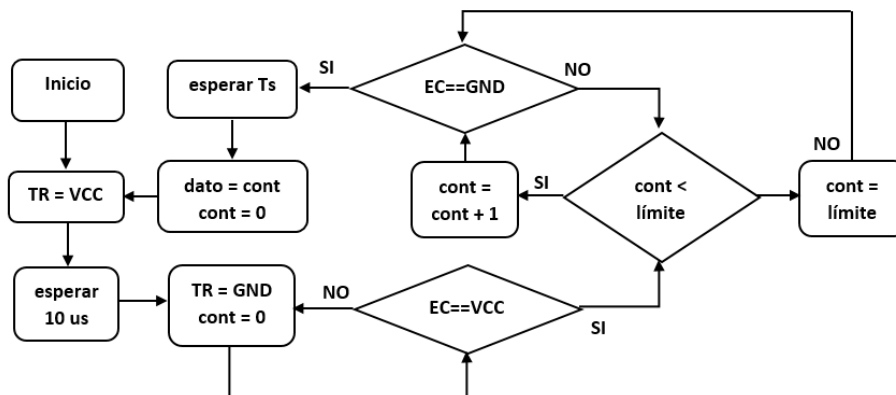


Figura 4.12. Diagrama de flujo del bloque de los sensores de posición.

donde TR es el disparador del sensor, EC es la señal de salida en proporción a la distancia y Ts es un tiempo de espera requerido por el sensor de posición [11].

4. 7. Bloque de firmware de señal PWM

Los servo amplificadores utilizan un protocolo de comunicación por PWM que requiere de un tiempo en estado bajo para indicar que se trata de un dato válido de entrada:

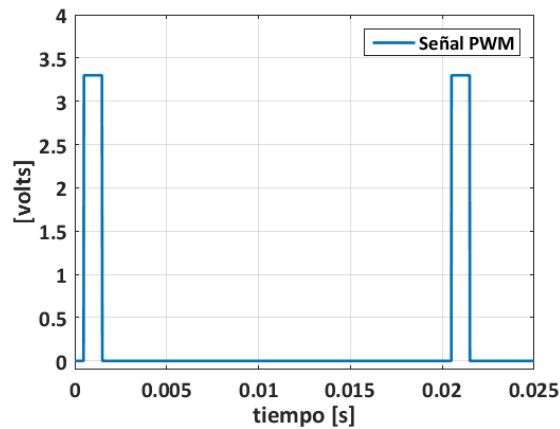


Figura 4.13. Señal PWM de salida.

donde el rango de tiempo en alto va desde 1 milisegundo que representa un cero hasta 2 milisegundos que representa el máximo torque. El diagrama de flujo de la siguiente figura, indica la lógica implementada en firmware:

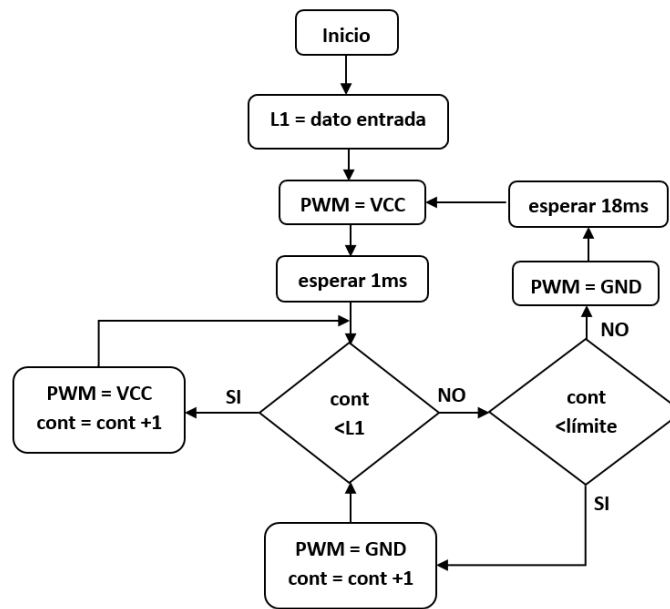


Figura 4.14. Diagrama de flujo bloque PWM

4. 8. Decodificador de comandos

El decodificador de comandos proveniente del WIFI de la interfaz de usuario en PC, funciona mediante la lectura de un comando de 40 bits enviado que permite activar los procesos descritos en la figura 4.15.

Tabla 4.8. Comandos utilizados por el decodificador WIFI.

Comando	Función
0xF1	Enviar comando específico a memoria de programa
0xF2	Enviar dirección de memoria de programa
0xF5	Enviar dato para memoria de programa
0xF3	Activar memoria de programa
0xF4	Desactivar memoria de programa
0xF9	Enviar comando específico a memoria RAM
0xFA	Enviar dirección de memoria RAM
0xF0	Enviar dato para memoria RAM
0xEF	Activar memoria RAM
0xEE	Desactivar memoria RAM
0xFB	Inicializar microprocesador
0xFC	Detener microprocesador
0xFD	Iniciar lectura módulo WIFI
0xFE	Detener lectura módulo WIFI
0xF6	Enviar parámetro de 32 bits

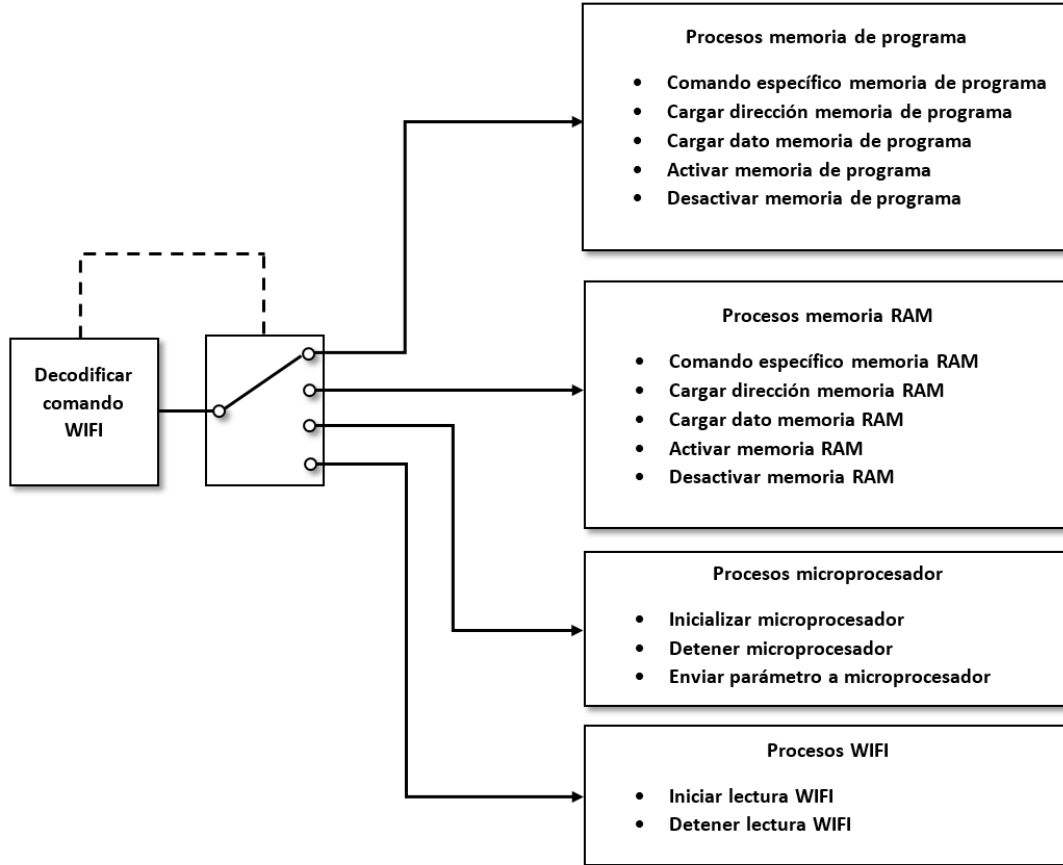


Figura 4.15. Funcionamiento firmware decodificador de comandos.

4.9. Conclusiones

El desarrollo de la lógica implementada en bloques de firmware dentro del FPGA es un componente esencial en el cuadricóptero ya que el FPGA no contiene la lógica necesaria. En la descripción de firmware es necesario conocer y dominar diagramas de flujo debido a que describen fielmente la lógica de cada bloque de firmware. Además, el conocimiento de electrónica digital permite diseñar desde ese punto de vista el firmware ya que esta vía de desarrollo ayuda a evitar problemas relacionados con las características reales de los dispositivos internos del FPGA como flip flops y compuertas entre otros.

Capítulo 5: Software

El software describe los algoritmos utilizados por el sistema de control del cuadricóptero. Se utilizan tres programas para su desarrollo; Labview para la programación y depuración del sistema embebido, Matlab para la adquisición y almacenamiento de señales, y un compilador de un lenguaje específico denominado lenguaje D que permite describir los lazos de control dentro de la CPU que está dentro del FPGA.

5. 1. INTERFAZ DE USUARIO

La interfaz de usuario permite realizar tareas de descarga de software a la memoria del microprocesador, enviar variables desde Labview e iniciar o detener el microprocesador, todo ello desde una comunicación inalámbrica wifi. En la figura 5.1, se muestra la interfaz de usuario desarrollada en Labview.

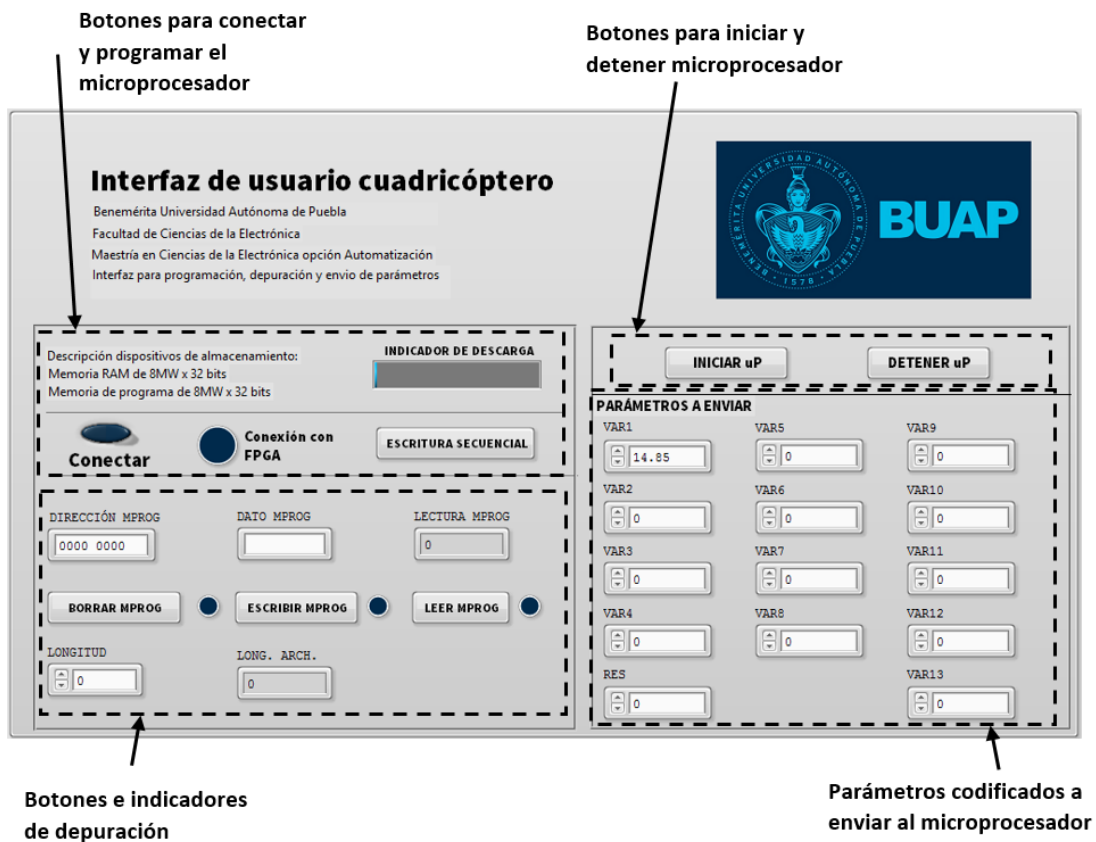


Figura 5.1. Interfaz de usuario en Labview

En la figura 5.1, se muestran las diferentes partes que constituyen la interfaz de usuario y sus secciones específicas. Los botones para conectar el microprocesador crean una conexión mediante WIFI, utilizando el protocolo TCP/IP. Para ello se crea un elemento TCP/IP

configurando una dirección IP predeterminada y la velocidad del protocolo de comunicación UART del módulo WIFI. Al generarse correctamente la conexión WIFI, el módulo envía la palabra “HOLA” y es detectada por la interfaz, reconociendo una conexión adecuada como se muestra en la figura 5.2.

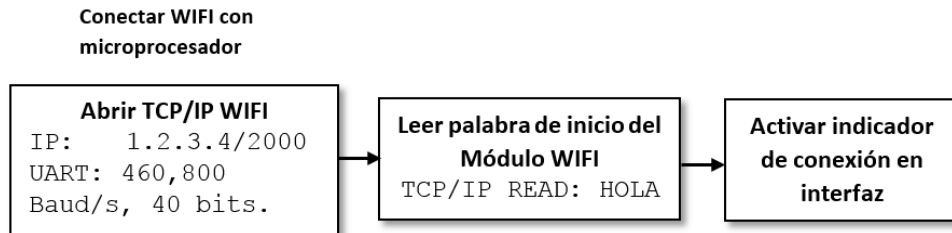


Figura 5.2. Conexión WIFI de la interfaz a la CPU del cuadricóptero.

El procedimiento de descarga del programa para el sistema embebido convierte los archivos generados por el compilador del lenguaje D a un archivo binario con todas las instrucciones configuradas. La interfaz de usuario envía paquetes de 32 bits junto con los comandos necesarios para el procedimiento de escritura de la memoria de programa. Además, envía la dirección donde serán almacenadas ya que es posible indicar la dirección de inicio de escritura.

Escritura secuencial

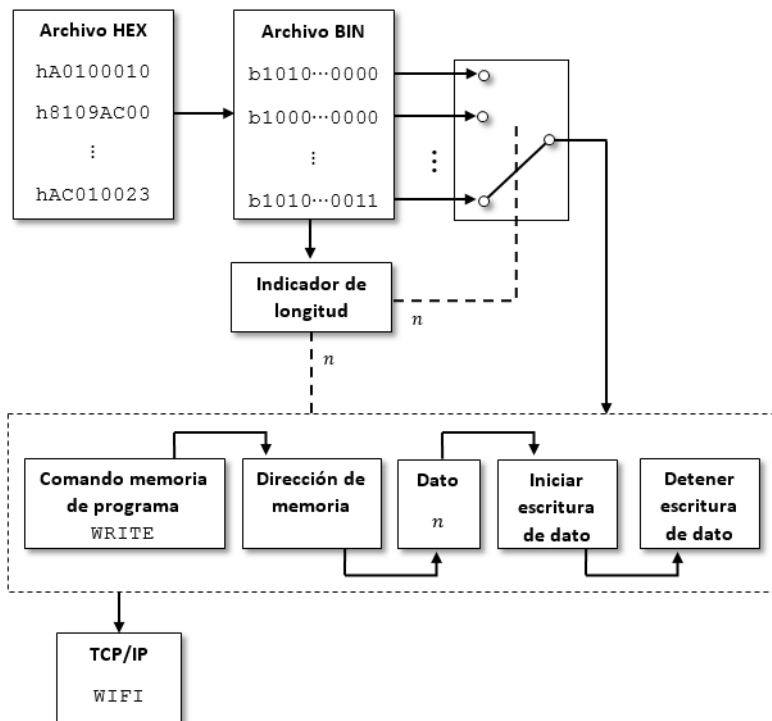


Figura 5.3. Escritura secuencial.

La depuración de las secciones de memoria utiliza la lectura y escritura de datos en sus registros ya que es posible identificar problemas del microprocesador. Al igual que el procedimiento de descarga del software del microprocesador, los comandos de escritura y lectura junto con la dirección son enviados por la interfaz de usuario. Dentro de los comandos enviados, se incluye el manejo del ciclo de actualización de la memoria SDRAM. En la figura 5.4, se observa el procedimiento de depuración.

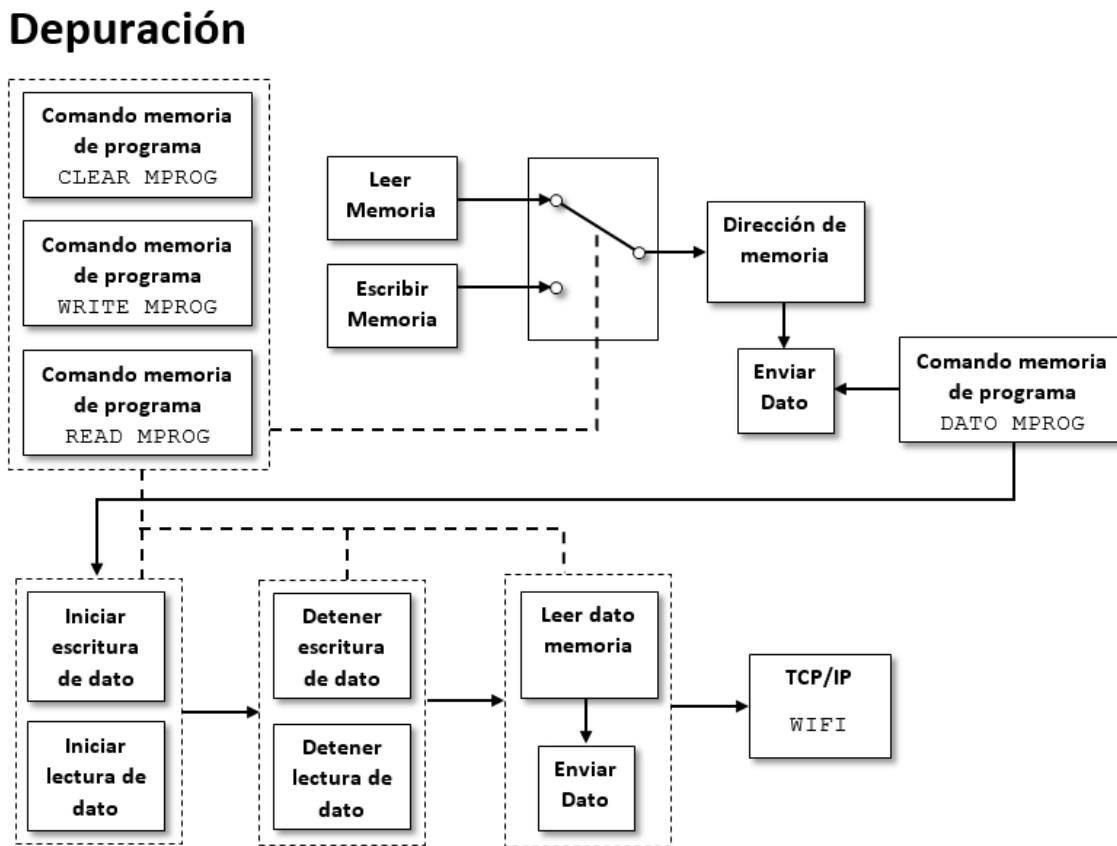


Figura 5.4. Depuración de la memoria de programa en la interfaz.

Los parámetros numéricos enviados por la interfaz hacia el sistema embebido son utilizados por el software del microprocesador del sistema embebido. Se envían paquetes de 32 bits con identificadores de 8 bits permitiendo la posibilidad de enviar hasta 255 parámetros. En la figura 5.5 se observa el envío de información de los parámetros colocados en la interfaz de usuario por medio de WIFI. Dentro del sistema embebido se realizan los procedimientos para decodificar los identificadores y recuperar la información.

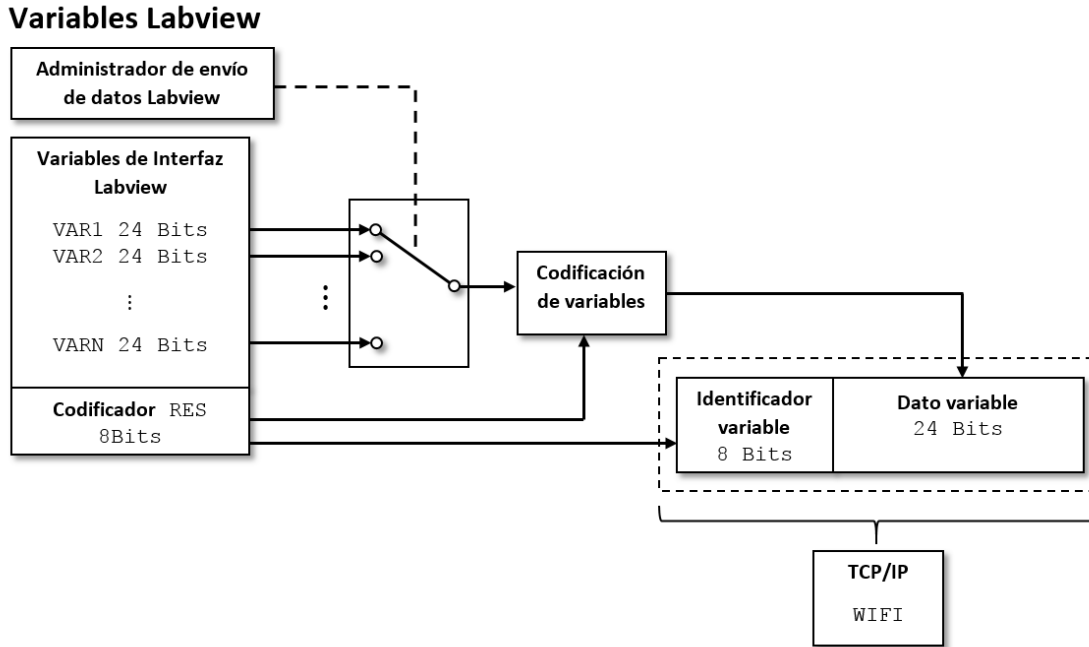


Figura 5.5. Envío de variables de Labview.

Los botones de inicio y paro del microprocesador utilizan comandos de 32 bits que son decodificados por el firmware del sistema embebido y activan o desactivan el funcionamiento del microprocesador. Al iniciar el procesamiento matemático, se envían previamente los parámetros numéricos colocados en la interfaz de Labview por WIFI. Para detener el funcionamiento del microprocesador se envía el comando detener y se resetea la memoria caché y los registros internos del microprocesador.

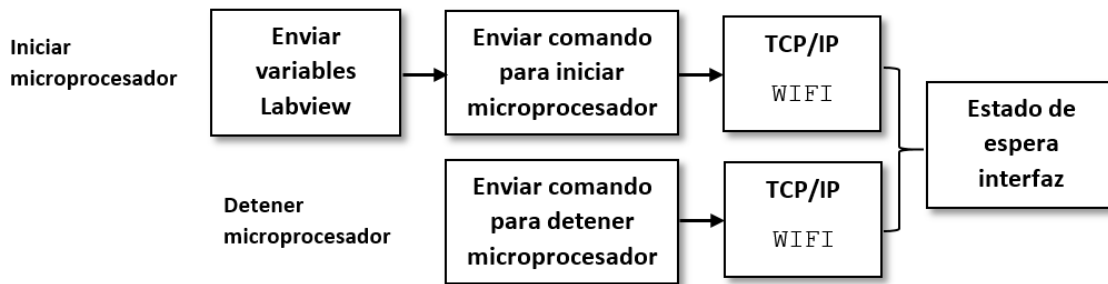


Figura 5.6. Iniciar o detener microprocesador.

5. 2. SOFTWARE DE ADQUISICIÓN

El sistema de adquisición diseñado para leer las señales provenientes del microprocesador está basado en el software Matlab y realiza procesos de adquisición, decodificación y almacenamiento de información mediante Bluetooth. El software de Matlab inicia la

comunicación bluetooth y se declara los recursos de memoria a utilizar para el almacenamiento de la información. En la figura 5.7 se observa el procedimiento de adquisición de información y almacenamiento en una computadora.

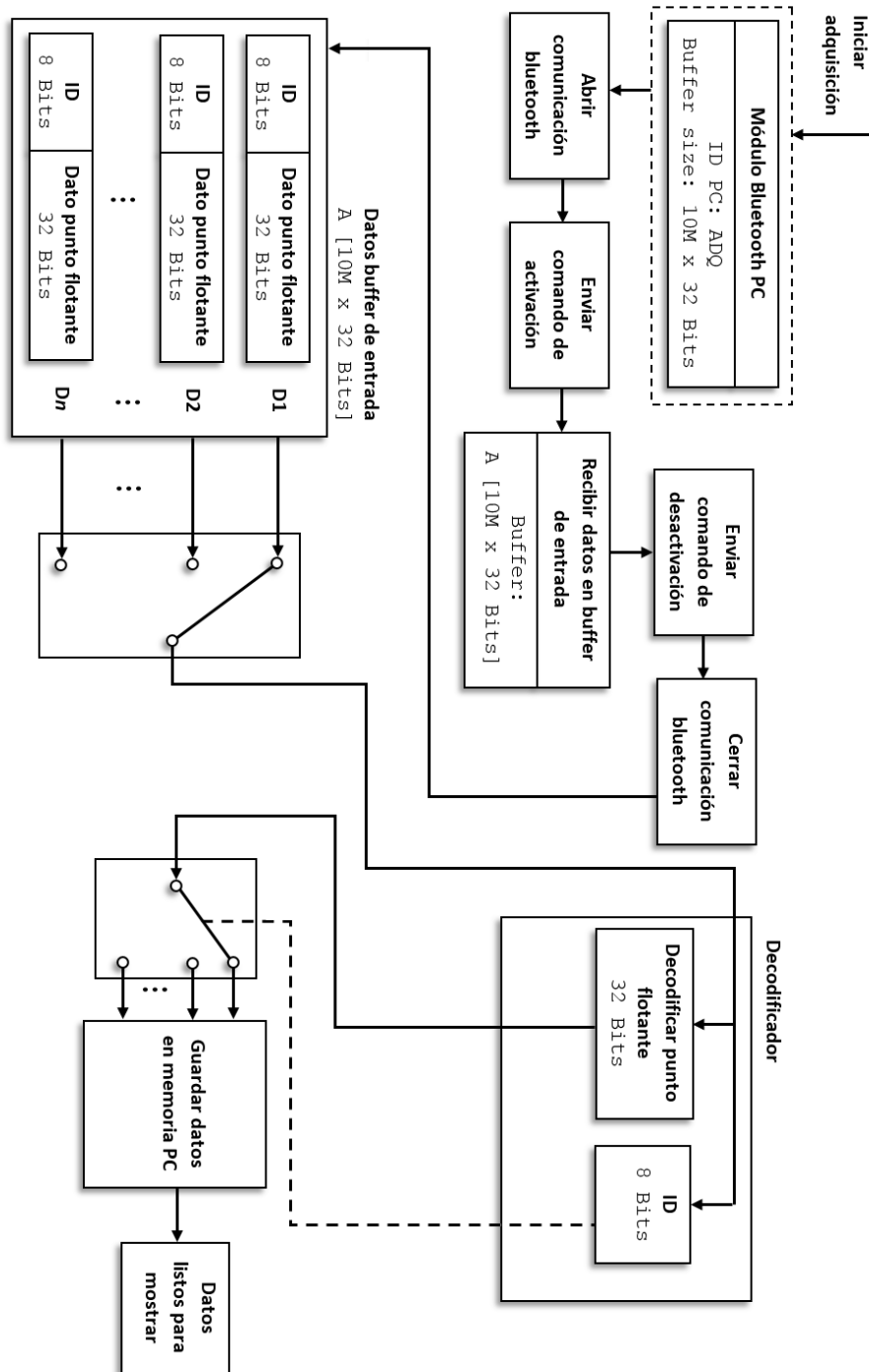


Figura 5.7. Proceso de adquisición de datos en Matlab.

El funcionamiento de la interfaz de Matlab está dividida en las siguientes partes:

- Se abre la comunicación bluetooth en Matlab, declarando previamente el tamaño del buffer de datos de entrada el cual tiene un límite de 10 millones de datos.
- Se envía un comando de activación por bluetooth que indica al administrador de adquisición del CPU que puede enviar datos, los cuales son almacenados en el buffer de entrada sin realizar ninguna decodificación de los datos recibidos.
- Se envía un comando de desactivación y posteriormente se cierra la comunicación bluetooth. Una vez finalizada la adquisición, se guarda en la memoria de la PC los datos obtenidos.
- Se decodifican los datos adquiridos, identificando que dato corresponde con que cantidad y se almacenan individualmente en la memoria de la PC, los cuales están disponibles para su visualización.

Para la decodificación de los datos en número flotante, se utiliza la representación en punto flotante de precisión simple de 32 bits, considerando los casos especiales para el cero y para infinito:

$$N = (-1)^s \left[\sum_{j=0}^{22} 2^{-(j+1)} M_{(22-j)} + 1 \right] 2^{(\sum_{i=0}^7 2^i - 127)} \quad (5.1)$$

5.3. SOFTWARE DEL CPU

Para describir el sistema de control del cuadricóptero, se utiliza un lenguaje denominado D el cual ha sido creado por el Ing. Daniel Marcelo Gonzales Arriaga. En sistema de control del cuadricóptero está descrito la figura 5.8, donde se observa una interconexión de 3 estructuras de control.

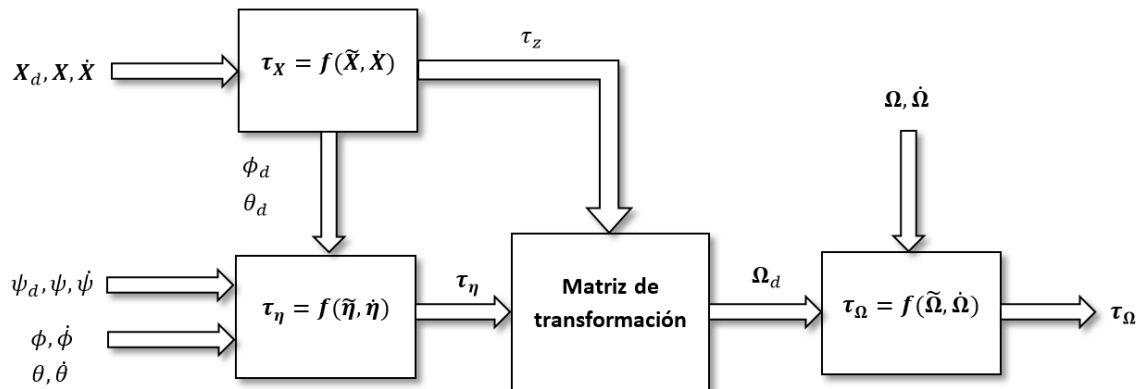


Figura 5.8. Sistema de control

donde la matriz de transformación está determinada por

$$\begin{pmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4k_{fpr}} & 0 & \frac{1}{2k_{fpr}L} & \frac{1}{4k_{mpr}} \\ \frac{1}{4k_{fpr}} & -\frac{1}{2k_{fpr}L} & 0 & -\frac{1}{4k_{mpr}} \\ \frac{1}{4k_{fpr}} & 0 & -\frac{1}{2k_{fpr}L} & \frac{1}{4k_{mpr}} \\ \frac{1}{4k_{fpr}} & \frac{1}{2k_{fpr}L} & 0 & -\frac{1}{4k_{mpr}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix}$$

Las estructuras de control están basadas en la función trigonométrica tangente hiperbólica y para el caso de la posición y orientación se utiliza un esquema derivativo el cual permite emular los efectos de un freno dinámico. Para la estructura de control de velocidad se tiene una compensación del modelo dinámico que permite evitar oscilaciones de la velocidad de cada hélice:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_X &= K_{pX} \tanh(K_{sX} \tilde{\mathbf{X}}) - K_{vX} \tanh(K_{sX} \dot{\mathbf{X}}) + m\mathbf{g} \in \mathbb{R}^3 \\ \boldsymbol{\tau}_\eta &= K_{p\eta} \tanh(K_{s\eta} \tilde{\boldsymbol{\eta}}) - K_{v\eta} \tanh(K_{s\eta} \dot{\boldsymbol{\eta}}) \in \mathbb{R}^3 \\ \boldsymbol{\tau}_\Omega &= K_{p\Omega} \tanh(K_{s\Omega} \tilde{\boldsymbol{\Omega}}) + B_\Omega \boldsymbol{\Omega}_d + K_f \boldsymbol{\Omega}_d^2 \in \mathbb{R}^4 \end{aligned}$$

Debido a que el cuadricóptero es un sistema subactuado, las entradas cartesianas están en función de la orientación, por lo que linealizado estas ecuaciones se determinan los ángulos deseados aproximados y son utilizados por el control de orientación:

$$\begin{aligned} U(\boldsymbol{\Omega}) &= k_{fpr} \sum_{i=1}^4 \Omega_i^2 \\ \boldsymbol{\tau}_X &= \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) U(\boldsymbol{\Omega}) \\ (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) U(\boldsymbol{\Omega}) \\ (\cos \theta \cos \phi) U(\boldsymbol{\Omega}) \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} (\theta \cos \psi + \phi \sin \psi) U(\boldsymbol{\Omega}) \\ (\theta \sin \psi - \phi \cos \psi) U(\boldsymbol{\Omega}) \\ U(\boldsymbol{\Omega}) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \phi_d \\ \theta_d \end{bmatrix} &\cong \left(\frac{1}{U(\boldsymbol{\Omega})} \right) \begin{bmatrix} \sin \psi & -\cos \psi \\ \cos \psi & \sin \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{x_d} \\ \tau_{y_d} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{5.2}$$

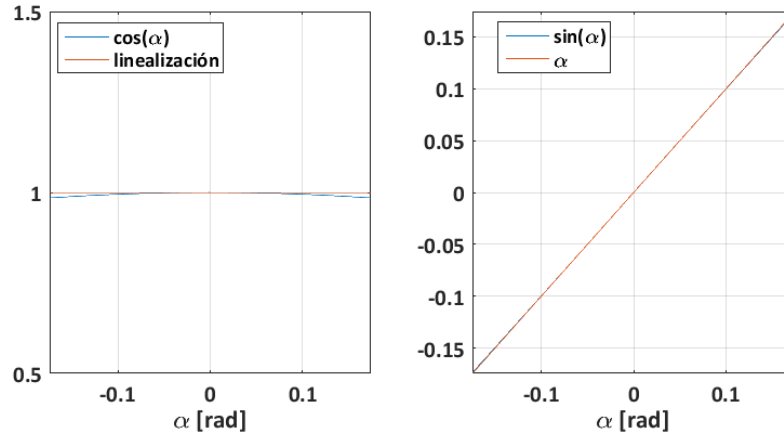


Figura 5.9. Linealización de funciones trigonométricas.

La acción derivativa de las estructuras de control requiere de la medición de la velocidad de cada coordenada por lo que se utiliza un filtro pasa bajas para aproximar la derivada de cada coordenada. Se implementa la ecuación (5.3) que está representada en tiempo discreto en el software de control:

$$f_f(k) = e^{-\lambda h} f_f(k-1) + (1 - e^{-\lambda h}) f(k-1) \quad (5.3)$$

$$f_f'(k) \cong -\lambda f_f(k) + \lambda f(k)$$

donde

- $f(k)$: Señal de entrada sin filtrar.
- $f_f(k)$: Señal filtrada.
- $f_f'(k)$: Aproximación de la derivada de $f(k)$
- $\lambda = 2\pi f_c$: f_c es la frecuencia de corte.

La frecuencia de corte del cálculo de la velocidad debe ser ajustada tal que la señal no tenga desfases con respecto a la señal real de velocidad ya que el cuadricóptero es un sistema dinámico muy rápido.

El sistema digital utilizado dispone de varios muestreadores digitales que considerando el teorema de muestreo y su respuesta en frecuencia, se observa la generación de armónicos no deseados que dificultan alcanzar el objetivo de control. Existen técnicas de filtrado para prevenir la reproducción de armónicas no deseadas que previenen su retroalimentación en el sistema de control y limitan su ancho de banda al ancho de banda de la señal de los transductores de orientación y posición.

Considerando la siguiente señal de ancho de banda limitada, se observa que el espectro de Fourier solo contiene información que corresponde con la señal original [27]:

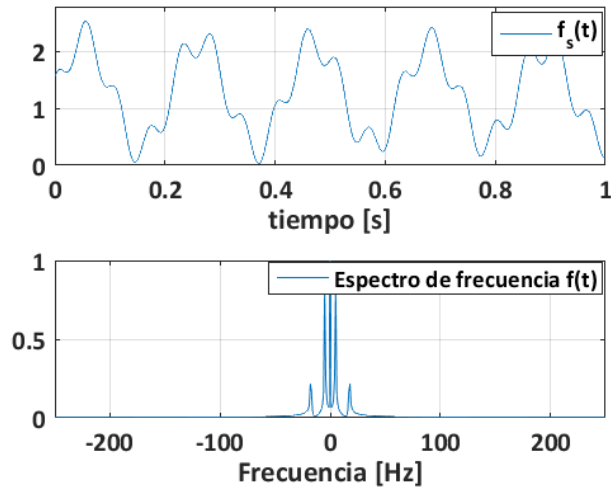


Figura 5.10. Espectro de Fourier de una señal de banda limitada.

Al utilizar un tren de impulsos unitarios, se muestrea la señal original en los intervalos necesarios y se generan armónicos no deseados:

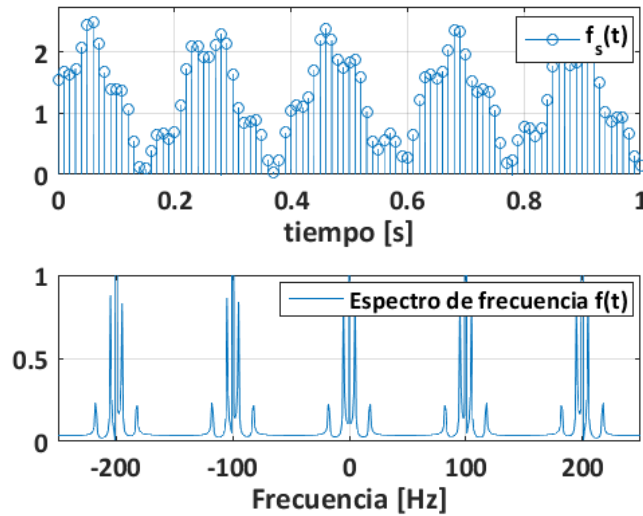


Figura 5.11. Señal de banda limitada muestreada.

Para evitar que las armónicas no deseadas se reproduzcan en el cuadricóptero, se utilizan diversos filtros que cortan las armónicas, dejando solo la información que corresponde con la señal calculada:

$$x_f(k) = e^{-2\pi f_c h} x_f(k-1) + (1 - e^{-2\pi f_c h}) x(k-1) \quad (5.4)$$

donde

- f_c : Frecuencia de corte.

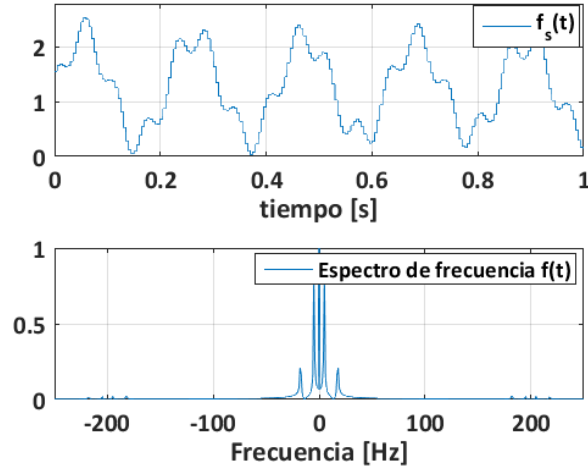


Figura 5.12. Espectro de Fourier de una señal muestreada filtrada.

Una técnica propuesta en este trabajo para determinar la posición en el espacio es la utilización de un estimador basado en el modelo dinámico de translación del cuadricóptero, considerando la fuerza de sustentación alineada sobre el eje z móvil, la orientación, el vector de gravedad y la fricción en el espacio debido al desplazamiento. La ecuación del estimador resultante que es implementado es la siguiente:

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{1}{m}R(\boldsymbol{\eta})\mathbf{F}_{NI} - \mathbf{g} - \frac{1}{m}K_{x_f}\dot{\mathbf{x}} \quad (5.5)$$

donde

- m : Masa en kg.
- $R(\boldsymbol{\eta})$: Matriz de rotación en función de la orientación del cuadricóptero.
- \mathbf{F}_{NI} : Fuerza de sustentación normal al eje z móvil.
- K_{x_f} : Matriz de fricción lineal del cuadricóptero.

Al despejar la velocidad de la ecuación (5.5), se tiene

$$\dot{\mathbf{x}} = K_{x_f}^{-1}[R(\boldsymbol{\eta})\mathbf{F}_{NI} - m\mathbf{g} - m\ddot{\mathbf{x}}], \quad \mathbf{a} = \mathbf{g} + \ddot{\mathbf{x}}$$

En el diagrama de la figura 5.13, se observa la implementación del estimador en el control del cuadricóptero. Integrando la velocidad estimada, se obtiene la posición en el espacio considerando una matriz de fricción utilizada para hallar la velocidad. Para esta técnica de estimación de posición se requiere del conocimiento el valor de la velocidad de las cuatro hélices para hallar la fuerza de sustentación del cuadricóptero.

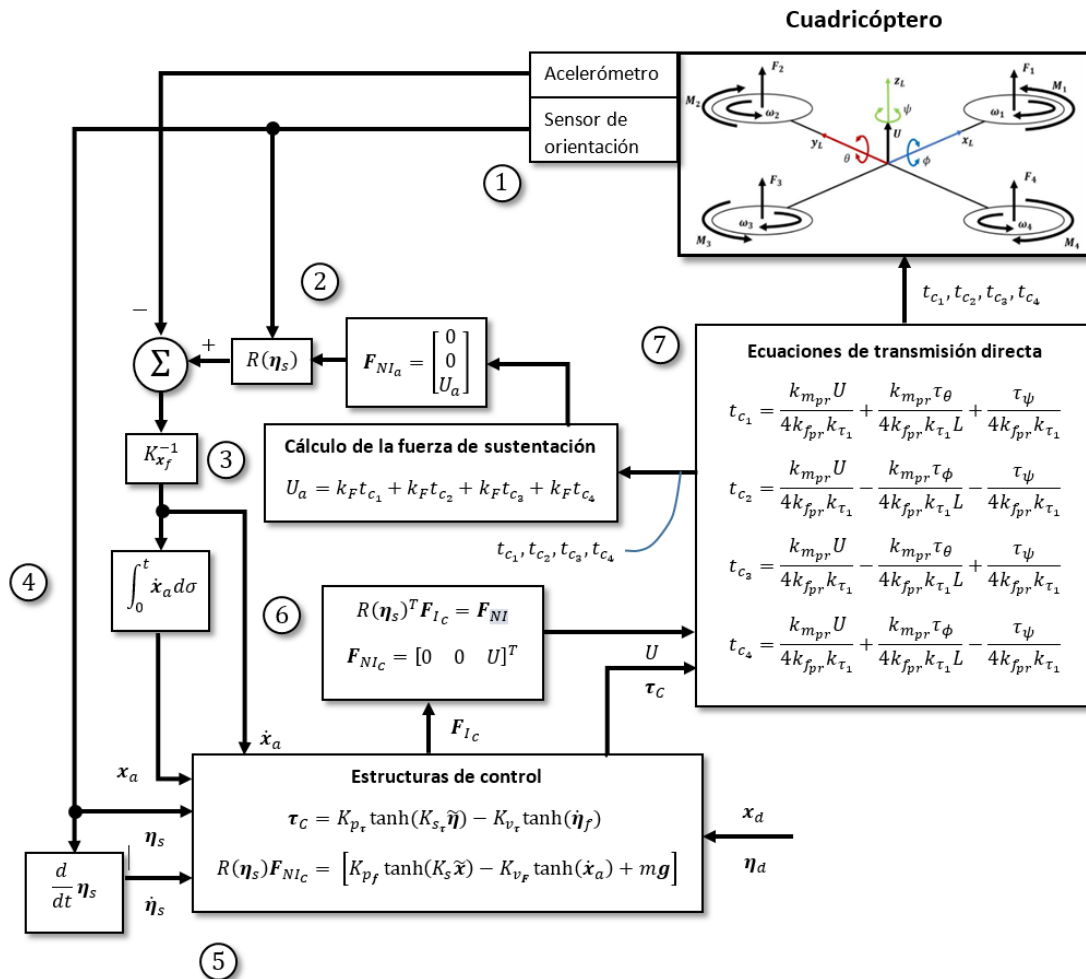


Figura 5.13. Diagrama a bloques del estimador de posición

Para utilizar la memoria RAM y los puertos de entrada y de salida, se deben mapear adecuadamente para prevenir sobrescribir en posiciones previamente utilizadas. En la figura 5.13, se visualiza el mapa de memoria RAM:

VAR1	h000000
VAR2	h000002
⋮	
VAR16	h00001E
RPG	h000020
RPG	h00002E
BTH1	h000030
BTH2	h000034
⋮	
BTH10	h000054
RPG	h000056
RPG	h00018E
MATH	h000190
MATH	h0001B8
MATH	h0001BA
RPG	h7FFFFD

Figura 5.13. Mapa de memoria RAM

donde la palabra VAR indica variable de Labview, RPG son registros de propósito general, BTH son registros utilizados por el sistema de adquisición bluetooth y MATH son registros utilizados para implementar ecuaciones utilizando paréntesis.

El mapa de puertos mostrado en la figura 5.14 muestra la organización utilizada para los transductores y los actuadores. Se muestra su codificación que es implementada en el software para recuperar la información contenida en los transductores:

Puerto de entrada	Elemento conectado	Puerto de salida	Elemento conectado
PT0	READ WIFI	PT0	WRITE WIFI
PT1	PT1[31..16]: BNO055 PHI PT1[15..0]: BNO055 THETA	PT1	PT0[31..24]: ID servos PT0[23..0]: PWM Servos
PT2	PT2[31..16]: BNO055 PSI PT2[15..0]: BNO055 AX	-	-
PT3	PT3[31..16]: BNO055 AY PT3[15..0]: BNO055 AZ	-	-
PT4	TRANSD. VEL1	-	-
PT5	TRANSD. VEL2	-	-
PT6	TRANSD. VEL3	-	-
PT7	TRANSD. VEL4	-	-
PT8	TRANSD. POS1	-	-
PT9	TRANSD. POS1	-	-
PT10	TRANSD. POS1	-	-
PT11	TRANSD. POS1	-	-
PT12	TRANSD. POS1	-	-

Figura 5.14. Mapa de puertos de entrada y de salida

En la figura 5.15 se muestra el software desarrollado en lenguaje D. El primer proceso ejecutado es la decodificación de las variables provenientes de Labview y su almacenamiento en la memoria RAM. Cabe destacar que una vez que se detecten todas las variables ya no se vuelven a decodificar y el software se mantiene calculando las estructuras de control. Posteriormente, se leen los transductores de posición y se aproxima la derivada de la posición utilizando un filtro discreto pasa bajas.

Se realiza el mismo procedimiento para los transductores de orientación y de velocidad para después utilizar las señales obtenidas en las estructuras de control descritas anteriormente. Considerando la figura 5.15, se determinan las velocidades deseadas de las hélices y se determina la estructura de control de velocidad. Posteriormente se aplica un filtro pasa bajas y se decodifica la señal de salida, tal que sea posible utilizar un solo puerto de salida. Después se utiliza un sistema de seguridad el cual evita activar el cuadricóptero en condiciones no adecuadas. Finalmente se utiliza un retardo de 2.5 ms y se regresa a determinar el lazo cerrado de control nuevamente.

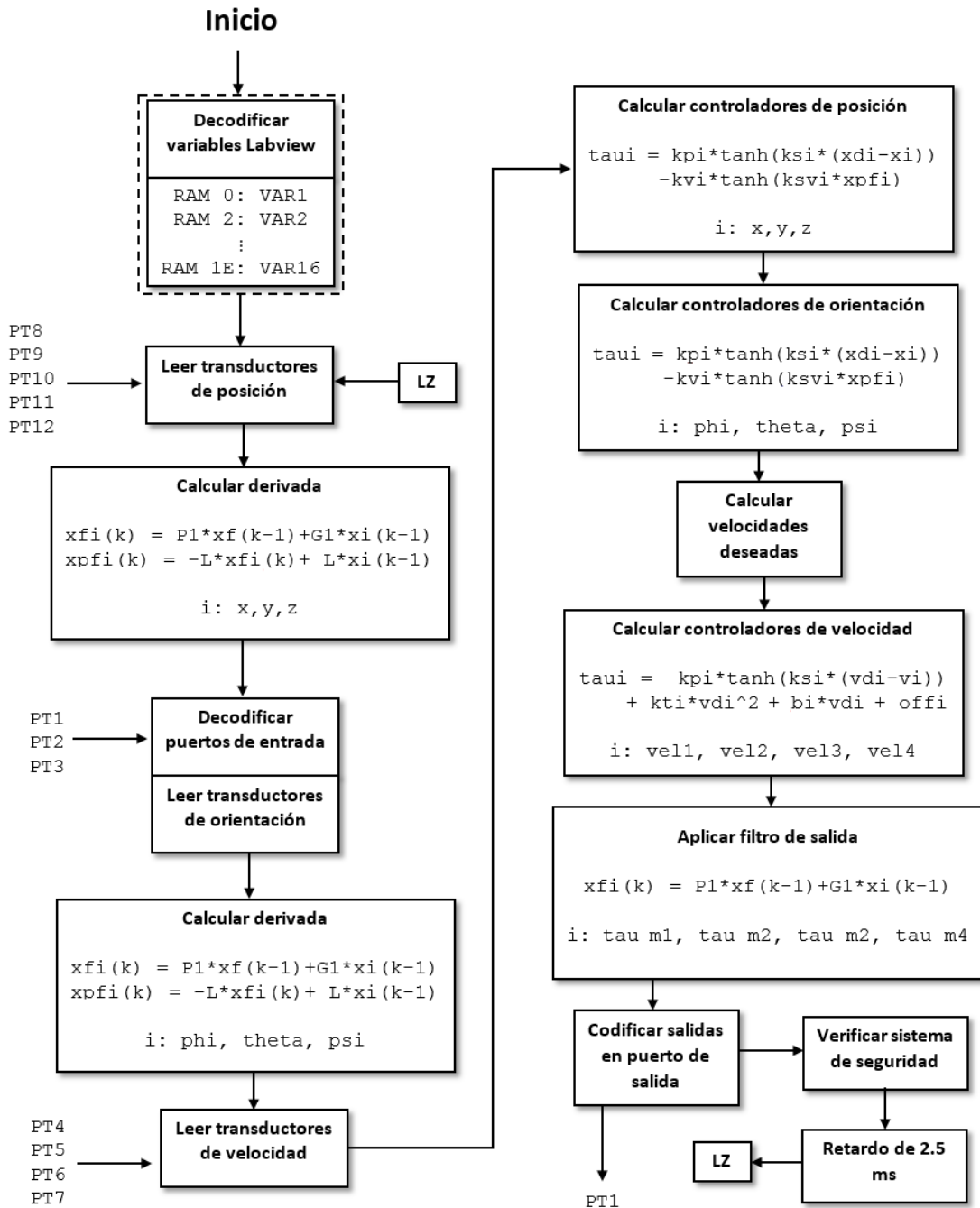


Figura 5.15. Software de control en lenguaje D.

El sistema de seguridad del cuadricóptero detecta condiciones peligrosas de funcionamiento y previene colisiones de la aeronave. Se incluye una protección que detecta la desestabilización del cuadricóptero y desactiva los servo motores. También se incluye la

protección de la comunicación WIFI ya que debido a interferencias externas, la comunicación puede desaparecer sin previo aviso.

El diagrama de flujo de la figura 5.16 muestra el procedimiento del sistema de seguridad y sus componentes internos para desactivar el cuadricóptero. La detección de desestabilización está configurada cuando el cuadricóptero sobrepase los 20 grados en los ángulos roll y pitch. Para la detección de desconexión del sistema de comunicación, se configuran 60 segundos como tiempo de seguridad. Una vez sobrepasado ese tiempo se desactiva el cuadricóptero. Se incluye un tiempo de espera con un valor mínimo en los servomotores con el fin de alejarse oportunamente del cuadricóptero ante un inicio accidental.

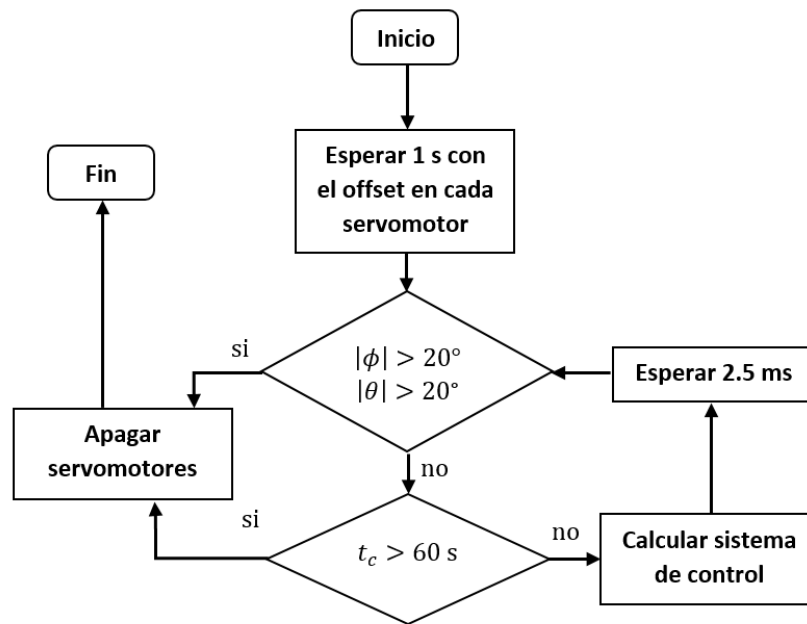


Figura 5.16. Diagrama de flujo del sistema de protección.

La utilización eficiente de los puertos de entrada del microprocesador implica que se seleccione la ponderación de cada bit según los requisitos de los transductores. En la figura 5.17, se observa que son utilizados 8 bits como identificador y 24 bits para contener la información que se desea colocar en el puerto de entrada. Cabe destacar que la ponderación del paquete de 32 bits es configurada según los requerimientos de los bloques de firmware externos al microprocesador.

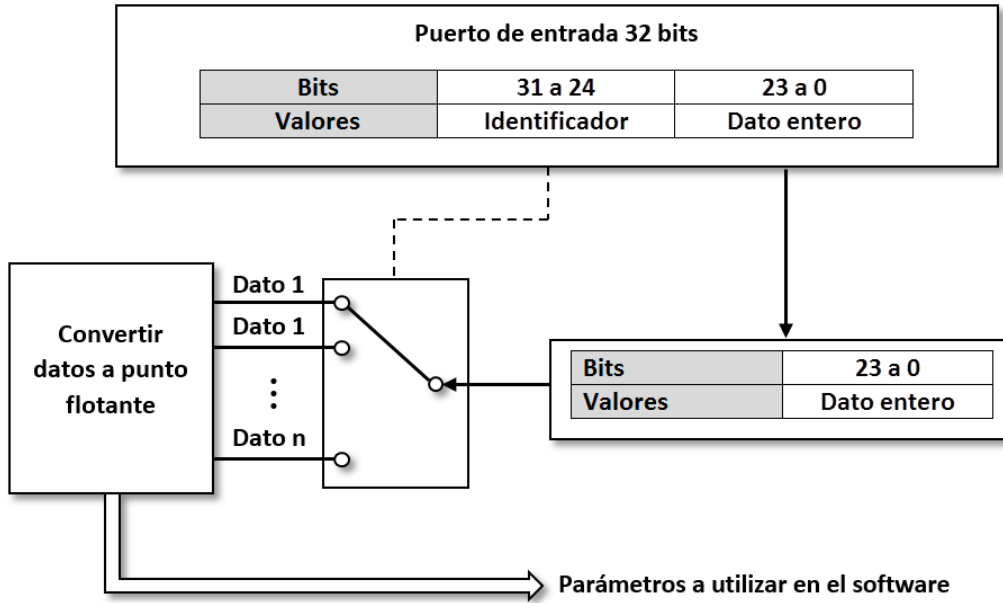


Figura 5.17. Decodificación de puertos de entrada.

Al igual que los puertos de entrada, los puertos de salida tienen una ponderación especificada por el usuario. En la figura 5.18 se muestra un ejemplo de ponderación para ser utilizados por bloques de firmware externos al microprocesador. Siguiendo esta metodología, se hace eficiente los puertos del microprocesador.

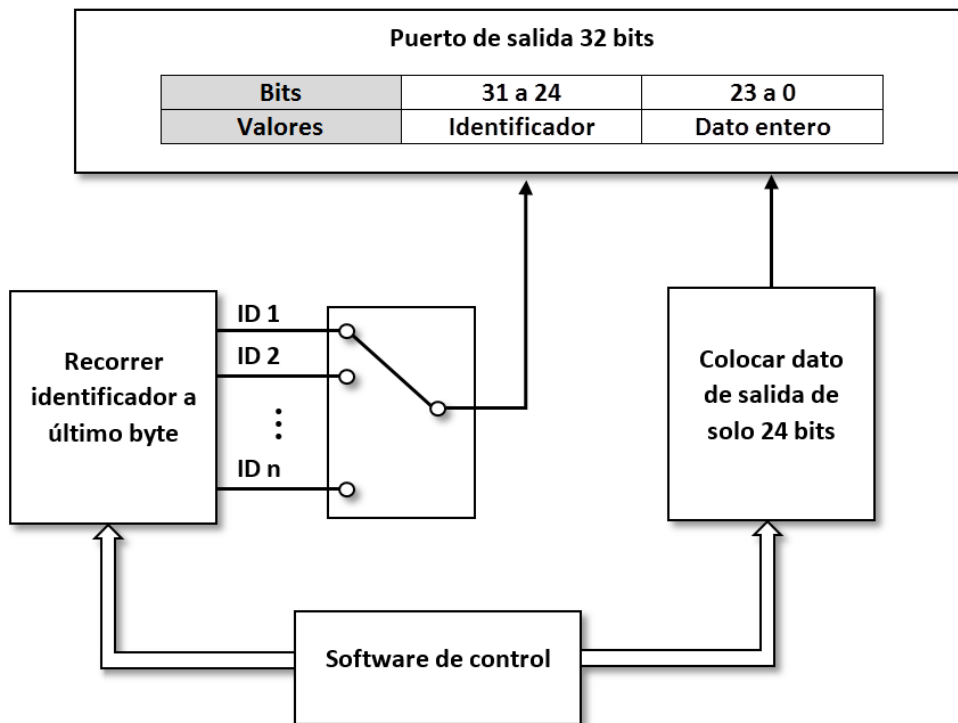


Figura 5.18 Codificación de puertos de salida.

5. 4. CONCLUSIONES

La utilización de la computadora para realizar tareas de diseño de software, permite realizar la descripción de los sistemas de control rápidamente y se facilita la identificación de errores. La interfaz de usuario es el medio donde se programa el sistema embebido y donde se realizan las depuraciones necesarias para identificar errores. El sistema de adquisición de datos permite almacenar la información resultante del procesamiento del microprocesador y facilita su análisis con el objetivo de tomar decisiones de mejora del software o de optimización de ganancias de las estructuras de control.

Capítulo 6. Resultados

6. 1. Estimador de posición por modelo dinámico

Se muestran los resultados obtenidos utilizando un estimador de posición cartesiana mediante el modelo dinámico de traslación del cuadricóptero. Con base en la evidencia obtenida del control del cuadricóptero, se observa que el control de los tres ángulos del cuadricóptero y el eje x fue controlado, sin embargo los ejes restantes no fueron satisfactoriamente controlados.

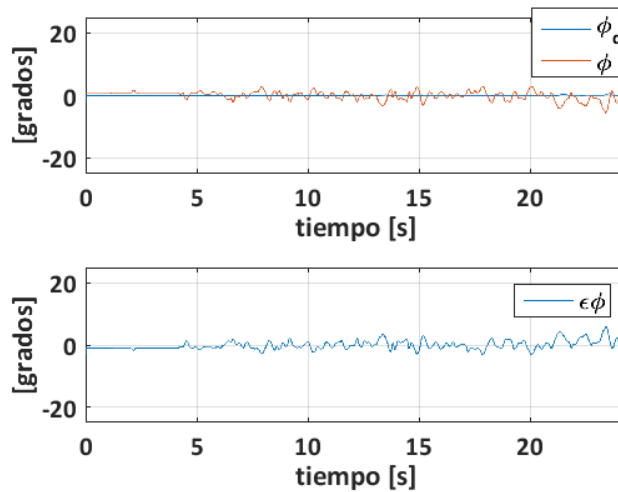


Figura 6.1. Respuesta del ángulo roll.

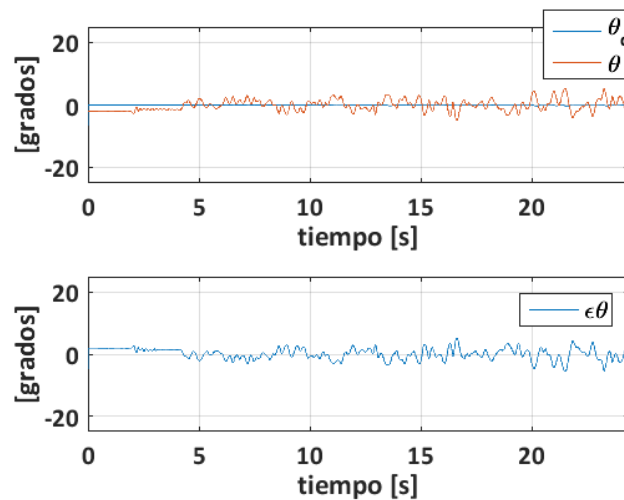


Figura 6.2. Respuesta del ángulo pitch.

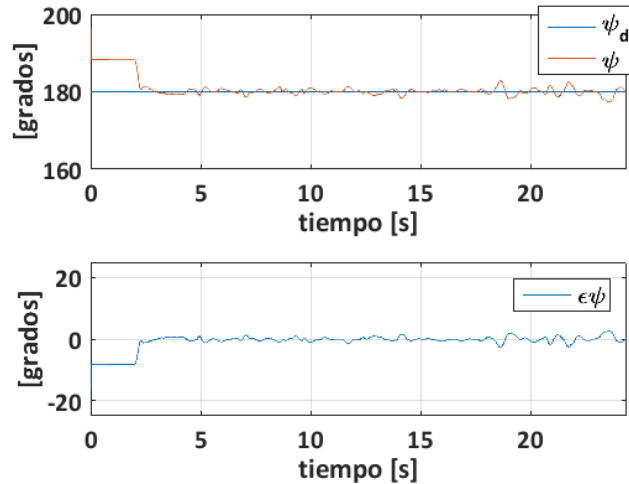


Figura 6.3. Respuesta del ángulo yaw.

Los torques mostrados muestran que el control de orientación tiene una respuesta rápida debido a que el cuadricóptero es un sistema muy sensible que pierde su estabilidad con pequeñas perturbaciones. La acción de control derivativa permite generar un entorno disipativo virtual de elevada viscosidad tal que la orientación del cuadricóptero no cambie drásticamente como lo haría en el aire.

En la siguiente figura se puede visualizar el cuadricóptero orientado en el aire el cual está sujeta por una cuerda a una plataforma alfombrada para amortiguar los golpes de las caídas del cuadricóptero:



Figura 6.4. Respuesta torques de orientación.

La aproximación de la posición muestra que aunque la estimación de la posición dentro del microprocesador permanece acotada, la posición real del cuadricóptero solo deriva en el eje y:

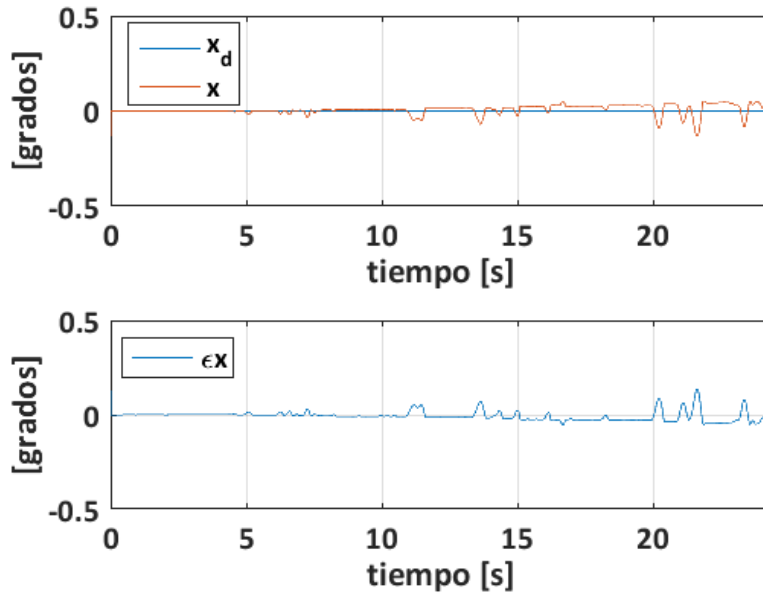


Figura 6.5. Respuesta modelo dinámico de posición.

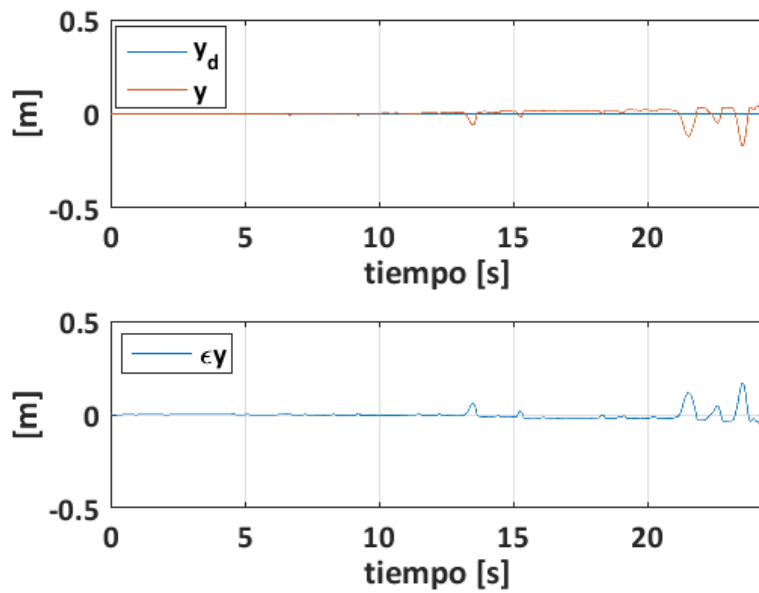


Figura 6.6. Respuesta modelo dinámico de posición.

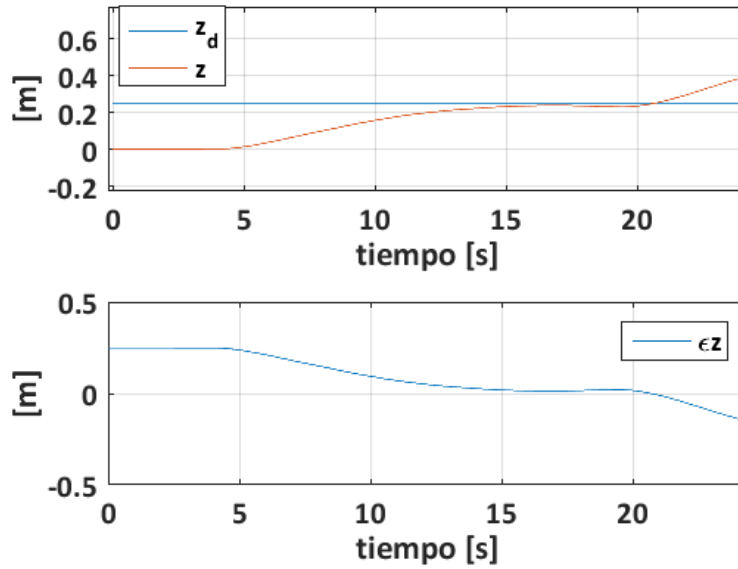


Figura 6.7. Respuesta modelo dinámico de posición.

En las siguientes figuras se muestra el comportamiento del movimiento en el espacio del cuadricóptero de las figuras anteriores. Se observa que sobre el eje x, el cuadricóptero controla la posición, sin embargo en el eje y, la posición diverge sin control, aunque el modelo dinámico de estimación indica que ya se ha alcanzado la posición deseada que es el origen:



Figura 6.8. Respuesta torques de orientación.



Figura 6.9. Respuesta torques de orientación.



Figura 6.10. Respuesta torques de orientación.

Las mediciones de las velocidades de los rotores permiten visualizar el comportamiento subactuado del cuadricóptero en función del vector de posiciones articulares del mismo. En la siguiente figura se muestran las cuatro velocidades de los rotores las cuales son congruentes según el comportamiento de la orientación y de la estimación de posición:

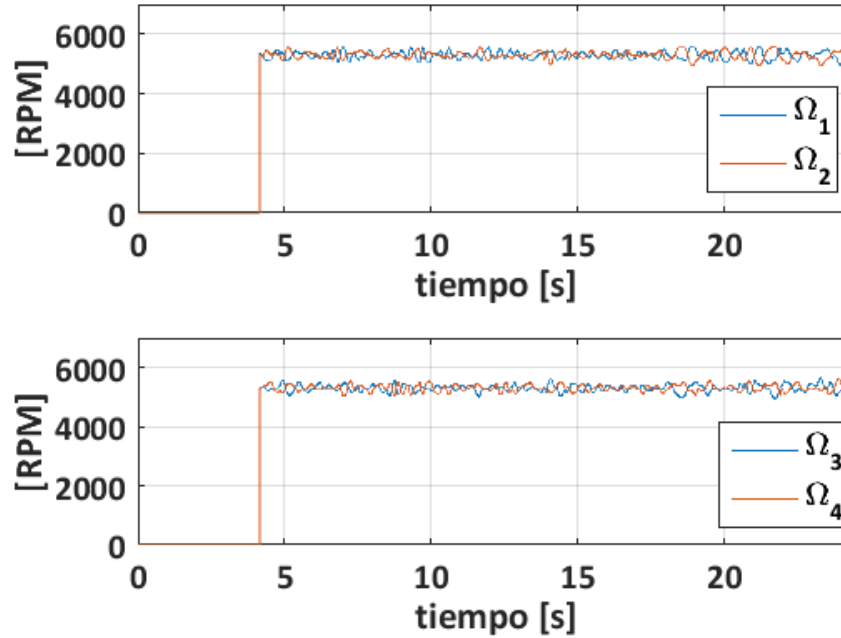


Figura 6.11. Respuesta torques de orientación.

Los resultados obtenidos permiten continuar con la investigación sobre la obtención de la posición del cuadricóptero utilizando el modelo dinámico de traslación del mismo. El control de la orientación permite implementar un sistema de control de posición cartesiana considerando diversas metodologías debido a que la variación de los ángulos roll y pitch permite la aplicación de fuerzas cartesianas al cuadricóptero.

Para el ángulo yaw se observa que su rigidez permite considerar el marco de referencia móvil del cuadricóptero alineado al marco de referencia fijo por lo que las fuerzas cartesianas aplicadas son coincidentes con los ejes del mismo marco. Además, la poca variación de los dos ángulos restantes permite una buena estabilización en el aire del cuadricóptero, considerando ángulos deseados pequeños para posicionar al cuadricóptero en el espacio.

En las figuras de las respuestas de los ángulos se observa que existe una pequeña variación la cual es producida por los cambios de presión del aire que atraviesa las hélices del cuadricóptero, además, debido a que las cuatro hélices no son idénticas y a que la superficie de la estructura de cuadricóptero donde fluye el aire no son idénticas, se producen diferencias de flujo de aire que son reflejadas en pequeñas variaciones de torque y de fuerza de empuje.

6. 2. Control de posición cartesiana utilizando ultrasonido

El control de posición cartesiana utilizando transductores de posición ultrasonido muestra que las ecuaciones de control diseñadas funcionan adecuadamente. Cabe destacar que la

sintonización de la posición cartesiana resulta de elevada complejidad debido a que es necesario variar las velocidades de las cuatro hélices al mismo tiempo para poder posicionar el cuadricóptero en el espacio, lo cual implica que la orientación es modificada.

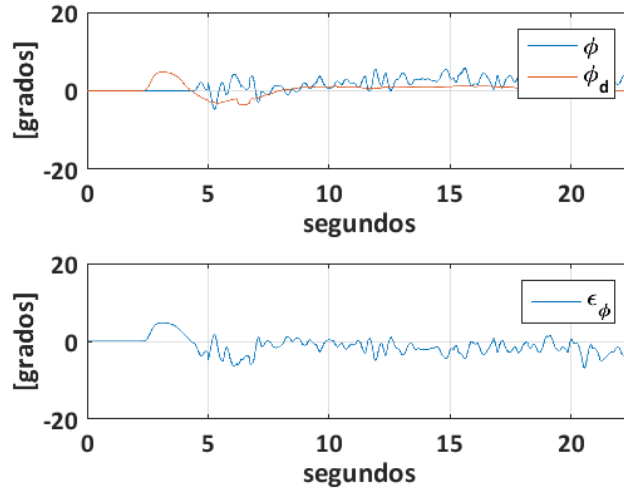


Figura 6.12. Respuesta del ángulo roll.

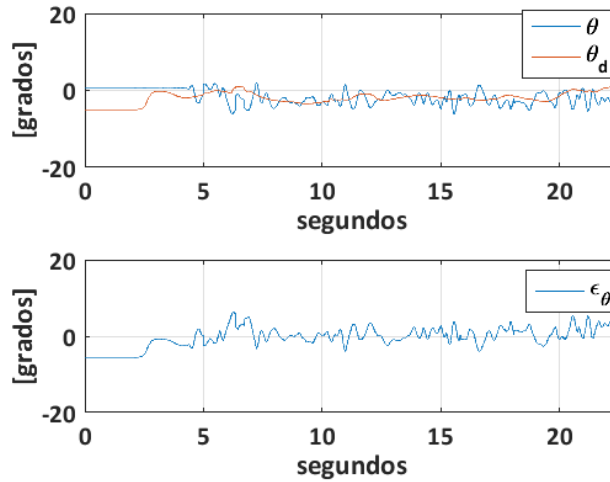


Figura 6.13. Respuesta del ángulo pitch.

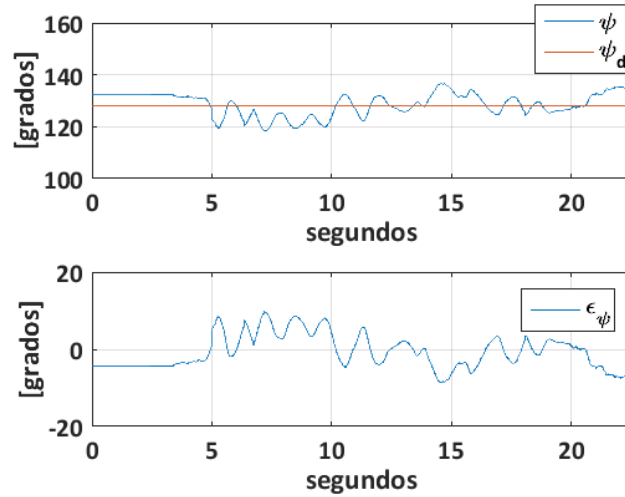


Figura 6.14. Respuesta del ángulo yaw.

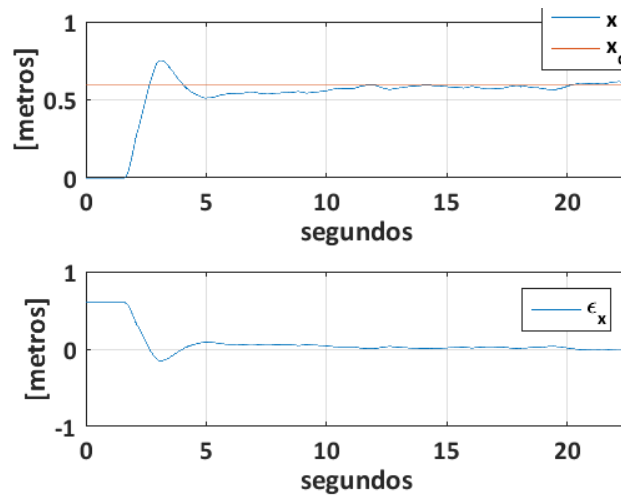


Figura 6.15. Respuesta de la posición x.

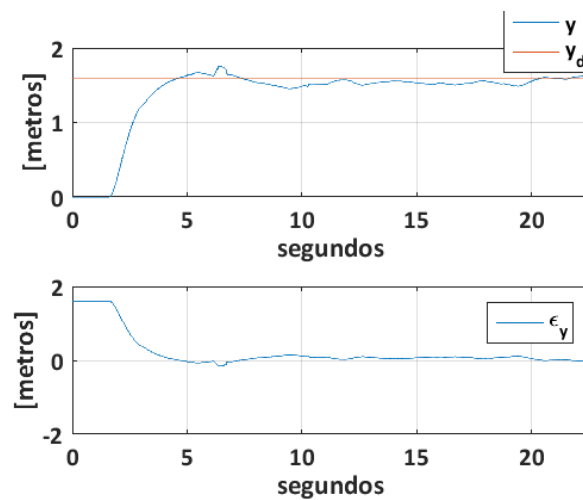


Figura 6.16. Respuesta de la posición y.

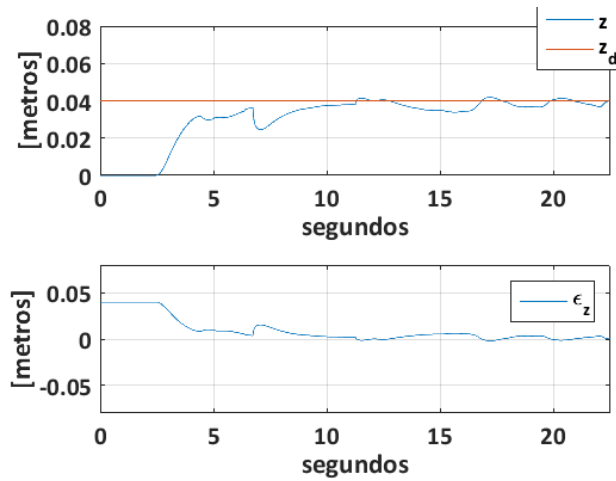


Figura 6.17. Respuesta de la posición z .

Los resultados obtenidos muestran que el cuadricóptero tiende a ir a la posición cartesiana seleccionada la cual está situada en la coordenada $[0.6, 1.6, 0.04]$ m. En la siguiente figura, se muestra el experimento llevado a cabo donde se visualiza el comportamiento del cuadricóptero en el espacio. Se visualiza que el ángulo yaw tiene una variación debido a que la sintonización de 6 grados de libertad del cuadricóptero es muy complicada, lo que implica que el ajuste de los controladores cartesianos modifica el comportamiento de las coordenadas angulares del cuadricóptero.



Figura 6.18. Cuadricóptero posicionado en el centro de la mesa de pruebas.



Figura 6.19. Cuadricóptero posicionado en el centro de la mesa de pruebas.

6. 1. Conclusiones

Los resultados obtenidos en la orientación del cuadricóptero permite la continuación del trabajo de investigación de diversas metodologías de control de posición cartesiana debido a que su respuesta es adecuada para la implementación de controladores de posición. Las primeras investigaciones acerca del modelo dinámico como estimador de posición indican que es posible su implementación en un cuadricóptero, sin embargo, es necesario continuar la investigación debido a que solo se logró controlar un eje de posición cartesiana debido a que los ejes restantes necesitan de una ampliación de la investigación del modelo dinámico.

La implementación de los transductores ultrasonido de posición permite observar el control de posición cartesiana del cuadricóptero, permitiendo conocer la complejidad de sintonización de los controladores la cual ha resultado ser de gran complejidad numérica. La plataforma diseñada permite comparar diversas metodologías de estimación de posición en el espacio y compararlas con las referencias fijas obtenidas de los sensores ultrasonidos.

Conclusiones

El cuadricóptero es un sistema dinámico con una variedad de aplicaciones, considerando una construcción sencilla. El gobierno de México a través de la SCT a dispuesto una regulación para estos dispositivos con el fin de prevenir usos indebidos y poder clarificar responsabilidad a los operadores, por lo tanto, es necesario observar todos los puntos expuestos con el fin de evitar violentar la regulación de la SCT y facilitar la investigación de las aeronaves no tripuladas. Las características descritas del cuadricóptero de este trabajo están dentro del marco de parámetros que no requieren de una licencia de piloto ni permisos adicionales.

El estudio del modelo dinámico conlleva a entender el comportamiento del movimiento del cuadricóptero y permite diseñar estructuras de control adecuadas para ubicar al cuadricóptero en la posición deseada. A partir del análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov se demuestra que el objetivo de control es posible, considerando propiedades del modelo dinámico del cuadricóptero y sus limitaciones. El movimiento de las hélices es considerado en el movimiento del cuadricóptero debido a que su aportación es considerable para las estructuras de control. A partir de la simulación del modelo dinámico con el sistema de control, se comprueba que las ecuaciones de transmisión de energía son adecuadas, además, se visualiza el comportamiento del cuadricóptero con respecto al tiempo.

El hardware utilizado está basado en el estudio del modelo dinámico ya que la ubicación de todos los componentes balancea la masa en el centro geométrico. Las conexiones con el FPGA requieren de acondicionamiento de niveles lógicos debido a que algunos transductores operan con voltajes lógicos distintos. Dentro del FPGA, se tienen los componentes lógicos que realizan la adquisición de datos y tareas de procesamiento matemático.

El desarrollo de la lógica implementada en bloques de firmware dentro el FPGA es un componente esencial en el cuadricóptero ya que el FPGA no contiene la lógica necesaria. En la descripción de firmware es necesario conocer y dominar diagramas de flujo debido a que describen fielmente la lógica de cada bloque de firmware. Además, el conocimiento de electrónica digital permite diseñar desde ese punto de vista el firmware ya que esta vía de desarrollo ayuda a evitar problemas relacionados con las características reales de los dispositivos internos del FPGA como flip flops y compuertas entre otros.

La utilización de la computadora para realizar tareas de diseño de software, permite realizar la descripción de los sistemas de control rápidamente y se facilita la identificación de errores.

La interfaz de usuario es el medio donde se programa el sistema embebido y donde se realizan las depuraciones necesarias para identificar errores. El sistema de adquisición de datos permite almacenar la información resultante del procesamiento del microprocesador y facilita su análisis con el objetivo de tomar decisiones de mejora del software o de optimización de ganancias de las estructuras de control.

Los resultados obtenidos en la orientación del cuadricóptero permite la continuación del trabajo de investigación de diversas metodologías de control de posición cartesiana debido a que su respuesta es adecuada para la implementación de controladores de posición. Las primeras investigaciones acerca del modelo dinámico como estimador de posición indican que es posible su implementación en un cuadricóptero, sin embargo, es necesario continuar la investigación debido a que solo se logró controlar un eje de posición cartesiana debido a que los ejes restantes necesitan de una ampliación de la investigación del modelo dinámico.

La implementación de los transductores ultrasonido de posición permite observar el control de posición cartesiana del cuadricóptero, permitiendo conocer la complejidad de sintonización de los controladores la cual ha resultado ser de gran complejidad numérica. La plataforma diseñada permite comparar diversas metodologías de estimación de posición en el espacio y compararlas con las referencias fijas obtenidas de los sensores ultrasonidos.

Los objetivos específicos de esta tesis fueron satisfechos completamente. La revisión bibliográfica llevada a cabo previo al desarrollo del cuadricóptero, permitió conocer el comportamiento del movimiento, la importancia de los actuadores y la ubicación del centro de masa.

A partir de la bibliografía consultada se estudió el modelo dinámico y a partir de las ecuaciones diferenciales, se diseñó el dispositivo real a construir, seleccionando la capacidad de los actuadores y las características de los transductores. Se desarrolló el análisis de estabilidad ya que es necesario debido a la complejidad del sistema de control.

La construcción del cuadricóptero desde el hardware hasta la descripción del sistema de control en el software permite concluir que el cuadricóptero es un sistema de elevada complejidad y la capacidad de control radica en la sintonía de las ganancias de los controladores.

El trabajo ha sido aceptado para su publicación en el tercer congreso nacional de robótica y mecatrónica, al igual que en la XXXII reunión internacional de verano de ponencia, aplicaciones industriales y exposición industrial 2019, cubriendo el requisito de tener un congreso.

Apéndices

Apéndice A: Congreso 1



Figura i. Reconocimiento del tercer congreso nacional de mecatrónica y robótica.

Apéndice B: Congreso 2



XXXII REUNION INTERNACIONAL DE
VERANO DE POTENCIA, APLICACIONES INDUSTRIALES
Y EXPOSICION INDUSTRIAL
RVP-AI/2019



PALACIO MUNDO IMPERIAL ACAPULCO DIAMANTE
EXPO • FORUM • RESORT • PROMENADE
16 al 19 Julio del 2019, Acapulco, Gro.

TEMA CENTRAL **EL FUTURO DE LOS SISTEMAS ELECTRICOS**

México, D. F. a 23 de Mayo de 2019.

C.L.Carreón Díaz de León, S. Vergara Limón, D.A. Plaomino Merino, F. Reyes Cortés, M.A. Vragas Treviño
BENEMERITA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE PUEBLA - FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRONICA

Estimado Sr. Carreón:

A nombre de los **Capítulos de Potencia y Aplicaciones Industriales**, quienes amablemente revisaron su trabajo. Nos complace informarle, que su ponencia ha sido aceptada, para ser presentada en la **XXXII REUNION INTERNACIONAL DE VERANO DE POTENCIA, APLICACIONES INDUSTRIALES Y EXPOSICION INDUSTRIAL, RVP-AI/2019**, a celebrarse del 16 al 19 de Julio del 2019 en **PALACIO MUNDO IMPERIAL, Acapulco + Diamante, Gro., México**, para lo cual agradeceremos se sirva enviar por e-mail, el siguiente documento debidamente firmado.

CS • 20

Ing. Gilberto Enríquez Harper
Presidente del Programa Técnico
IEEE Sección México
Presente,

CARTA COMPROMISO

Mediante este documento y de acuerdo con los **ESTATUTOS DEL IEEE Sección México**, me comprometo a presentar personalmente el trabajo cuyo título es,

PONENCIA No. 4
IMPLEMENTACION DE UN CUADRICOPTERO

o bien, enviar a un representante **con conocimientos suficientes del tema**, notificando de este cambio, por lo menos 8 días antes del evento.

Estoy consciente de los problemas que provocaría mi ausencia durante el evento, por lo que estoy de acuerdo en que, de no cumplir con el compromiso contraído, no se aceptará ninguna **PONENCIA** mía, dentro de los eventos del **IEEE**, durante dos años, contados a partir de este evento.

Atentamente,

C.L.Carreón Díaz de León, S. Vergara Limón, D.A. Plaomino Merino, F. Reyes Cortés, M.A. Vragas Treviño

Sin otro particular de momento, aprovechamos la ocasión para enviarle un cordial saludo y expresarle nuestro reconocimiento y gratitud, por participar en la **RVP-AI/2018**.

Atentamente,


Ing. Gilberto Enríquez Harper
Presidente del Programa Técnico
RVP-AI'2019

INFORMES

TEL.: (55) 5395-2222
www.rvp.ieee.org.mx

www.ieee.org.mx
f/IEEESeccionMexico

@IEEESeccionMex
IEEE Sección México


in IEEE Sección México
@IEEESeccionMexico

Figura ii. Carta de aceptación de la XXXII RVP-AI / 2019

Apéndice C: Certificado de inglés TOEFL

TOEFL ITP Score Report

Name of Institution:	UNIV DEL VALLE DE PUEBLA		
Name:	CARREON CARLOS	Student Number:	
DOB:	03/07/1995	Sex:	M
		Degree:	
Native Country:	Mexico	Times Taken TOEFL:	None
Native Language:	Spanish		
Scaled Scores:		Listening Comprehension:	47
		Structure & Written Expression:	47
		Reading Comprehension:	52
		Total Score:	487
		Test Date:	04/26/2019
		Form:	TOEFL ITP

 **ETS TOEFL ITP**

The face of this document has a security background. The back contains a watermark. Hold at an angle to view.

The TOEFL ITP Assessment Series is designed to be used for placement, progress monitoring, and exit purposes. TOEFL ITP scores can also be used for admissions to programs and institutions where English is not the dominant language of instruction for content courses. Learn more at www.ets.org/toefl_itp/use.

127888-16573 • FB718R100 • Printed in U.S.A. I.N. 770462

Student's File Cop
Do Not Cop

Copyright © 2012 by Educational Testing Service

Figura iii. Certificado TOEFL.

Apéndice D: Propiedades matemáticas de las hélices

1.1.1 Cotas superiores.

Considerando el elemento dinámico de las hélices en el modelo dinámico del cuadricóptero

$$Y(\omega, \Omega) = \begin{bmatrix} (J_{z_T} - J_{y_T})q \sum_{i=1}^4 \Omega_i \\ (J_{x_T} - J_{z_T})p \sum_{i=1}^4 \Omega_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

y conociendo la ecuación que relaciona la velocidad angular de un cuerpo rígido con los ángulos de orientación

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

se determina la norma euclidiana de $Y(\omega, \Omega)$ considerando que

$$a = (J_{z_T} - J_{y_T}), \quad b = (J_{x_T} - J_{z_T}), \quad c = J_{z_T}, \quad f(\Omega) = \sum_{i=1}^4 \Omega_i$$

$$\|Y(\omega, \Omega)\| = \sqrt{[aq(\eta, \dot{\eta})f(\Omega)]^2 + [bp(\eta, \dot{\eta})f(\Omega)]^2} \quad (i)$$

donde

$$b^2 p^2(\eta, \dot{\eta}) f^2(\Omega) = b^2 f^2(\Omega) \dot{\phi}^2 + b^2 f^2(\Omega) \sin^2 \theta \dot{\psi}^2 - 2b^2 f^2(\Omega) \sin \theta \dot{\phi} \dot{\psi}$$

$$a^2 q^2(\eta, \dot{\eta}) f^2(\Omega) = a^2 f^2(\Omega) \cos^2 \phi \dot{\theta}^2 + a^2 f^2(\Omega) \cos^2 \theta \sin^2 \phi \dot{\psi}^2 + 2a^2 f^2(\Omega) \cos \phi \cos \theta \sin \phi \dot{\theta} \dot{\psi}$$

Reacomodando la norma euclidiana en forma vectorial, se tiene:

$$\|Y(\omega, \Omega)\| = \sqrt{\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} b^2 f^2 & 0 & -b^2 f^2(\Omega) \sin \theta \\ 0 & a^2 f^2(\Omega) \cos^2 \phi & a^2 f^2(\Omega) \cos \phi \cos \theta \sin \phi \\ -b^2 f^2(\Omega) \sin \theta & a^2 f^2(\Omega) \cos \phi \cos \theta \sin \phi & b^2 f^2 \sin^2 \theta + a^2 f^2(\Omega) \cos^2 \theta \sin^2 \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}}$$

$$\|Y(\omega, \Omega)\| = \|Y(\eta, \dot{\eta}, \Omega)\| = \sqrt{\dot{\eta}^T T(\eta) \dot{\eta}}$$

donde

$$T(\eta, \Omega) = \begin{bmatrix} b^2 f^2(\Omega) & 0 & -b^2 f^2(\Omega) \sin \theta \\ 0 & a^2 f^2(\Omega) \cos^2 \phi & a^2 f^2(\Omega) \cos \phi \cos \theta \sin \phi \\ -b^2 f^2(\Omega) \sin \theta & a^2 f^2(\Omega) \cos \phi \cos \theta \sin \phi & b^2 f^2 \sin^2 \theta + a^2 f^2(\Omega) \cos^2 \theta \sin^2 \phi \end{bmatrix}$$

$$T(\eta, \Omega)^T - T(\eta, \Omega) = 0 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \quad \|T(\eta, \Omega)\| = \sqrt{\lambda_{T(\eta, \Omega)^T T(\eta, \Omega)}^{\max}} \wedge \{f^2(\Omega) \leq k_L \mid k_L \in \mathbb{R}^+\}$$

.

Hallando las cotas superiores e inferiores de la norma euclidiana, se tiene:

$$\|Y(\eta, \dot{\eta}, \Omega)\| \leq \sqrt{\left(\sqrt{\lambda_{T(\eta, \Omega)^T T(\eta, \Omega)}^{\max}}\right) \|\dot{\eta}\|^2} \leq \sqrt{\left(\sqrt{\lambda_{T(\eta, \Omega)^T T(\eta, \Omega)}^{\max}}\right) \|\dot{q}\|^2} \leq \left[\sqrt{\left(\sqrt{\lambda_{T(\eta, \Omega)^T T(\eta, \Omega)}^{\max}}\right)}\right] \|\dot{q}\| \quad (\text{ii})$$

.

Apéndice E: Publicación artículo

En las siguientes páginas se anexa el artículo publicado en la revista de la asociación mexicana de mecatrónica llamada sinergia mecatrónica con el ISBN: 978-607-9394-17-2.



Implementación de un sistema de control de transmisión directa en un cuadricóptero utilizando FPGA

Carreón Díaz de León C.L.¹, Vergara Limon S.¹, Palomino Merino D.A.¹, Reyes Cortés J. F.¹, Vargas Treviño M. A. D¹.

Facultad de Ciencias de la Electrónica, Maestría en Ciencias de la Electrónica opción Automatización.

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Puebla, Puebla, México

dermandad@hotmail.com

Resumen

En este trabajo se presenta la implementación de un sistema de control de transmisión directa en un cuadricóptero utilizando un sistema embebido diseñado en FPGA, el cual está basado en un microprocesador diseñado en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Se utilizan servomotores de transmisión directa para implementar estructuras de control basadas en el modelo dinámico. Se realiza un análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov el cual permite verificar que el sistema de lazo cerrado es asintóticamente estable. Se muestra un filtro discreto el cual no provoca retardos de tiempo en las señales de velocidad. La posición en el espacio se obtiene mediante una técnica de aproximación en investigación por la MCEA, además, se obtienen resultados de orientación adecuados para la implementación de sistemas de control.

Palabras clave: Transmisión directa, FPGA, Microprocesador, Estabilidad.

1. Introducción

La investigación de los vehículos aéreos no tripulados (UAV) ha incrementado debido a las diversas aplicaciones de las aeronaves, tales como la vigilancia [1], asistencia médica [2], y sistemas de seguridad. Uno de los UAV con alto impacto es el cuadricóptero ya que su dinámica permite entender la construcción y funcionamiento de los multicopteros [3].

En la literatura científica, se encuentra reportado distintas metodologías para obtener la posición del cuadricóptero, desde cámaras [4], GPS [5] y sistemas de medición inercial [6]. La

obtención de la posición sigue siendo un problema abierto debido a que las soluciones propuestas no alcanzan a cubrir los requerimientos de precisión, exactitud y portabilidad, necesarios para un vuelo autónomo independiente del entorno.

Los sistemas embebidos utilizados para el desarrollo de cuadricópteros están basados en microprocesadores comerciales [7], y microcontroladores montados en tarjetas. Los lenguajes de programación utilizados ofrecen respaldo de la comunidad científica debido a que se tiene una base de conocimiento en internet, sin embargo, la arquitectura de los lenguajes de programación no está siempre disponible para los usuarios.

El estudio del modelo dinámico permite analizar estructuras de control de transmisión directa las cuales son consideradas entradas directas del cuadricóptero, lo cual implica que los actuadores utilizados son lineales con respecto a la señal de entrada. La implementación de estructuras de control de transmisión directa conlleva a obtener desempeños adecuados los cuales pueden ser evaluados en simulación considerando que se conoce el modelo dinámico del sistema por lo que es una técnica de alto impacto en el diseño de aeronaves.

2. Diagrama general del sistema

El cuadricóptero está construido con cuatro barras conectadas a un punto común en forma ortogonal. En los extremos finales de cada barra, hay un motor colocado. Se utilizan cuatro hélices, uno por cada motor para proporcionar una fuerza de sustentación como se muestra en la figura 1:

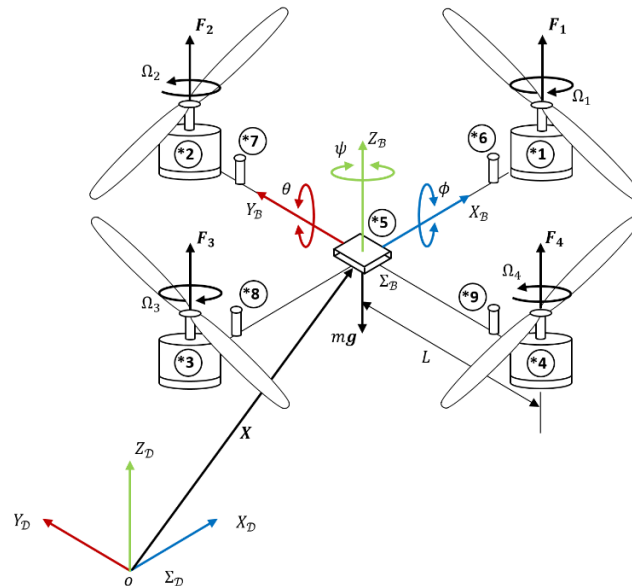


Figura 1. Esquema del cuadricóptero.



El sistema de control ha sido implementado en un FPGA, utilizando un microprocesador [9], y un lenguaje de programación, ambos diseñados en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla:

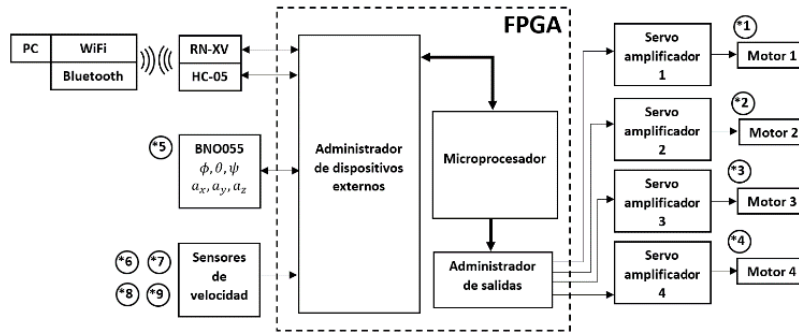


Figura 2. Esquema del sistema embebido.

En la figura 2, se observa que los sensores y servo amplificadores son conectados a bloques de firmware localizados dentro del FPGA; el administrador de dispositivos externos se encarga de adquirir la información proveniente de los sensores y gestiona la programación de la memoria del microprocesador, mientras que el administrador de salida envía las señales de control a los servo amplificadores. El microprocesador realiza las operaciones matemáticas necesarias para el control del cuadricóptero y es programado mediante wifi.

3. Modelo dinámico

El comportamiento del movimiento con respecto al tiempo está determinado por las ecuaciones de Euler-Lagrange:

$$\mathcal{L}[\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)] = K[\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)] - U[\mathbf{q}(t)] \quad (1)$$

$$\tau_i(t) - f_i[\dot{q}_i(t)] = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i(t)} \mathcal{L}[\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)] \right] - \frac{\partial}{\partial q_i(t)} \mathcal{L}[\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)]$$

donde

- i : lésima articulación
- $\tau_i(t)$: Torque en i
- $f_i[\dot{q}_i(t)]$: Torque de fricción en i
- $q_i(t)$: Coordenada generalizada i
- $\mathbf{q}(t)$: Vector de coordenadas generalizadas
- $K[\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)]$: Energía cinética
- $U[\mathbf{q}(t)]$: Energía potencial.

Para el cuadricóptero, se tiene que el vector de coordenadas generalizadas es el siguiente:



$$\mathbf{q}(t) = [x(t) \quad y(t) \quad z(t) \quad \phi(t) \quad \theta(t) \quad \psi(t)]^T, \quad \frac{d}{dt}\mathbf{q}(t) = \dot{\mathbf{q}}(t) \quad (2)$$

donde la energía cinética está determinada por la siguiente ecuación:

$$K_1[\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)] = \frac{1}{2}I_{xx}p^2(t) + \frac{1}{2}I_{yy}q^2(t) + \frac{1}{2}I_{zz}r^2(t) + \frac{1}{2}m[\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t) + \dot{z}^2(t)] \quad (3)$$

donde p , q y r son las velocidades angulares de la estructura del cuadricóptero, I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} son los momentos de inercia y m es la masa. Al utilizar la siguiente matriz de rotación [10]:

$$R[\phi(t), \theta(t), \psi(t)] = \begin{bmatrix} c\psi(t)c\theta(t) & c\psi(t)s\phi(t)s\theta(t) - c\phi(t)s\psi(t) & s\phi(t)s\psi(t) + c\phi(t)c\psi(t)s\theta(t) \\ c\theta(t)s\psi(t) & c\phi(t)c\psi(t) + s\phi(t)s\psi(t)s\theta(t) & c\phi(t)s\psi(t)s\theta(t) - c\psi(t)s\phi(t) \\ -s\theta(t) & c\theta(t)s\phi(t) & c\phi(t)c\theta(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

se tiene:

$$\boldsymbol{\omega}(t) = [p(t) \quad q(t) \quad r(t)]^T \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} p(t) \\ q(t) \\ r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta(t) \\ 0 & c\phi(t) & c\theta(t)s\phi(t) \\ 0 & -s\phi(t) & c\theta(t)c\phi(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix}$$

El Lagrangiano se determina sustituyendo la ecuación (5) en la ecuación (3), obteniendo la ecuación (6):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1[\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)] &= I_{xx}[\dot{\phi}(t) - \dot{\psi}(t)s\theta(t)]^2 + \frac{1}{2}I_{yy}[\dot{\theta}(t)c\phi(t) + \dot{\psi}(t)c\theta(t)s\phi(t)]^2 \\ &+ \frac{1}{2}I_{zz}[\dot{\psi}(t)c\phi(t)c\theta(t) - \dot{\theta}(t)s\phi(t)]^2 + \frac{1}{2}m[\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t) + \dot{z}^2(t)] \\ &- mgz(t) \end{aligned} \quad (6)$$

Aplicando las ecuaciones de Euler Lagrange, se obtiene el modelo dinámico y considerando que $\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}$, se tiene la siguiente ecuación diferencial no lineal:

$$\boldsymbol{\tau} = M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + K_f f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g} \quad (7)$$

donde

Matriz de inercia:



$$M_1 = \text{diag}\{m \quad m \quad m\} \quad (8)$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx}s\theta \\ 0 & I_{yy}c^2\phi + I_{zz}s^2\phi & (I_{yy} - I_{zz})c\phi s\phi c\theta \\ -I_{xx}s\theta & (I_{yy} - I_{zz})c\phi s\phi c\theta & I_{xx}s^2\theta + I_{yy}s^2\phi c^2\theta + I_{zz}c^2\phi c^2\theta \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$Z = \text{diag}\{0 \quad 0 \quad 0\} \quad (10)$$

$$M(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M_1 & Z \\ Z & M_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6} \quad (11)$$

Matriz de coriolis

$$\begin{aligned} c_{11} &= 0 \\ c_{12} &= (I_{yy} - I_{zz})(\dot{\theta}c\phi s\phi + \dot{\psi}s^2\phi c\theta) + (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\psi}c^2\phi c\theta) - I_{xx}\dot{\psi}c\theta \\ c_{13} &= (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi}c\phi s\phi c^2\theta \\ c_{21} &= (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\theta}c\phi s\phi + s^2\phi c\theta) + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi}c^2\phi c\theta + I_{xx}\dot{\psi}c\theta \\ c_{22} &= (I_{zz} - I_{yy})\dot{\phi}c\phi s\phi \\ c_{23} &= -I_{xx}\dot{\psi}s\theta c\theta + I_{yy}\dot{\psi}s^2\phi c\theta s\theta + I_{zz}\dot{\psi}c^2\phi s\theta c\theta \\ c_{31} &= (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi}c^2\theta s\phi c\phi - I_{xx}\dot{\theta}c\theta \\ c_{32} &= (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\theta}c\phi s\phi s\theta + \dot{\phi}s^2\phi c\theta) + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}c^2\phi c\theta + I_{xx}\dot{\psi}s\theta c\theta \\ &\quad - I_{yy}\dot{\psi}s^2\phi s\theta c\theta - I_{zz}\dot{\psi}c^2\phi s\theta c\theta \\ c_{33} &= (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi}c\phi s\phi c^2\theta - I_{yy}\dot{\theta}s^2\phi s\theta c\theta - I_{zz}\dot{\theta}c^2\phi s\theta c\theta + I_{xx}\dot{\theta}c\theta s\theta \end{aligned} \quad (12)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

$$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} Z & Z \\ Z & C_1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6} \quad (13)$$

Matriz de fricción

$$K_{f_1} = \text{diag}\{k_{x_f} \quad k_{y_f} \quad k_{z_f} \quad k_{\tau_p} \quad k_{\tau_q} \quad k_{\tau_r}\} \quad (14)$$

Vector de velocidad

$$\mathbf{g} = [0 \quad 0 \quad mg \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (15)$$



Función de velocidad

$$f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z} \quad (\dot{\phi} - s\theta\dot{\psi}) \quad (c\phi\dot{\theta} + s\phi c\theta\dot{\psi}) \quad (c\phi c\theta\dot{\psi} - s\phi\dot{\theta})]^T \quad (16)$$

Para el modelo dinámico de la hélice, se tiene la siguiente ecuación diferencial [11]:

$$\boldsymbol{\tau}_\Omega = J\dot{\boldsymbol{\Omega}} + K_\tau \boldsymbol{\Omega}^2 + B_f \boldsymbol{\Omega} \in \mathbb{R}^4 \quad (17)$$

donde

$\Omega_i \mid i = \{1,2,3,4\}$: velocidades angulares de las hélices

$$\boldsymbol{\Omega} = [\Omega_1 \quad \Omega_2 \quad \Omega_3 \quad \Omega_4]^T \quad (18)$$

$$\boldsymbol{\Omega}^2 = [\Omega_1^2 \quad \Omega_2^2 \quad \Omega_3^2 \quad \Omega_4^2]^T \quad (19)$$

Matriz de inercia de rotores

$$J = \text{diag}\{J_1 \quad J_2 \quad J_3 \quad J_4\} \quad (20)$$

Matriz de fricción cuadrática

$$K_\tau = \text{diag}\{k_{\tau_1} \quad k_{\tau_2} \quad k_{\tau_3} \quad k_{\tau_4}\} \quad (21)$$

Matriz de fricción lineal

$$B_f = \text{diag}\{b_{f_1} \quad b_{f_2} \quad b_{f_3} \quad b_{f_4}\} \quad (22)$$

4. Estructuras de control de transmisión directa

La estructura de control diseñada está basada en la transmisión de energía mecánica al cuadricóptero, considerando el modelo dinámico descrito en la ecuación (7):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= K_p \tanh(K_s \tilde{\mathbf{q}}) - K_v \tanh(K_{s_v} \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g} \in \mathbb{R}^6 \\ K_p \tanh(K_s \tilde{\mathbf{q}}) - K_v \tanh(K_{s_v} \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g} &= M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + K_f f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g} \end{aligned} \quad (23)$$



donde \mathbf{q}_d es el vector de posiciones deseadas

$$\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} K_p &= \text{diag}\{k_{p_x} \quad k_{p_y} \quad k_{p_z} \quad k_{p_\phi} \quad k_{p_\theta} \quad k_{p_\psi}\} \\ K_v &= \text{diag}\{k_{v_x} \quad k_{v_y} \quad k_{v_z} \quad k_{v_\phi} \quad k_{v_\theta} \quad k_{v_\psi}\} \\ K_s &= \text{diag}\{k_{s_x} \quad k_{s_y} \quad k_{s_z} \quad k_{s_\phi} \quad k_{s_\theta} \quad k_{s_\psi}\} \\ K_{s_v} &= \text{diag}\{k_{s_v_x} \quad k_{s_v_y} \quad k_{s_v_z} \quad k_{s_v_\phi} \quad k_{s_v_\theta} \quad k_{s_v_\psi}\} \end{aligned} \quad (25)$$

Al despejar a $\ddot{\mathbf{q}}$ y utilizar la estructura de una ecuación diferencial ordinaria, se demuestra la existencia del punto de equilibrio:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ M^{-1}(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}})[K_p \tanh(K_s \tilde{\mathbf{q}}) - K_v \tanh(K_{s_v} \dot{\mathbf{q}}) - C(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - K_f f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})] \end{bmatrix} \\ &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{0} \end{aligned} \quad (26)$$

La función de energía candidata para demostrar estabilidad asintótica es la siguiente:

$$\begin{aligned} V(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + \sqrt{\ln[\cosh(K_s \tilde{\mathbf{q}})]}^T K_p \sqrt{\ln[\cosh(K_s \tilde{\mathbf{q}})]} \\ &\quad - \frac{\epsilon \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^T M(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}}) = \sqrt{\ln[\cosh(K_s \tilde{\mathbf{q}})]}^T K_p \sqrt{\ln[\cosh(K_s \tilde{\mathbf{q}})]} \quad (28)$$

$$\tanh(K_a \mathbf{a}) = [\tanh(k_{11} a_1) \quad \tanh(k_{22} a_2) \quad \cdots \quad \tanh(k_{ii} a_i)]^T \in \mathbb{R}^i \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\ln[\cosh(K_a \mathbf{a})]} &= [\sqrt{\ln[\cosh(k_{11} a_1)]} \quad \sqrt{\ln[\cosh(k_{22} a_2)]} \quad \cdots \quad \sqrt{\ln[\cosh(k_{ii} a_i)]}]^T \\ &\in \mathbb{R}^i \\ \forall \mathbf{a} \in \mathbb{R}^i, K_a &= \text{diag}\{k_{11} \quad k_{22} \quad \cdots \quad k_{ii}\} \in \mathbb{R}^{i \times i} \end{aligned} \quad (30)$$

donde, al determinar las cotas mínimas y máximas de la función candidata de energía considerando las siguientes propiedades [8]:

$$\lambda_A^{\min} I \leq A \leq \lambda_A^{\max} \quad |\det(A)| > 0, a_{11} > 0, A - A^T = 0 \quad (31)$$



$$\lambda_{M(\dot{q})}^{\min} I \leq M(\mathbf{q}) \leq \lambda_{M(\dot{q})}^{\max} \Leftrightarrow \mathbf{u}^T M(\mathbf{q}) \mathbf{u} > 0 \mid \|\mathbf{u}\| > 0, \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^6 \quad (32)$$

se tiene que la condición para la constante ϵ que permite que $V(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) > 0 \forall \|\tilde{\mathbf{q}}\| < p \mid \exists p > 0, \|\dot{\mathbf{q}}\| > 0$ es la siguiente:

$$\exists \epsilon \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \lambda_{K_s}^{\min} \lambda_{K_p}^{\min} \left\| \sqrt{\ln[\cosh(\tilde{\mathbf{q}})]} \right\|^2 - \lambda_{M(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}})}^{\max} \epsilon^2 \|\tanh(\tilde{\mathbf{q}})\|^2 > 0, V(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) > 0, \forall \|\tilde{\mathbf{q}}\|, \|\dot{\mathbf{q}}\| \neq 0 \quad (33)$$

Al derivar la ecuación (4.2) se obtiene la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) = & \left[\dot{\mathbf{q}}^T - \frac{\epsilon \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^T}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \right] M(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) \ddot{\mathbf{q}} \\ & + \frac{1}{2} \left[\dot{\mathbf{q}}^T - \frac{\epsilon \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^T}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \right] \dot{M}(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} - \tanh(K_s \tilde{\mathbf{q}})^T K_p \dot{\mathbf{q}} \\ & + \frac{\epsilon [(1 - \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^2) \dot{\mathbf{q}}]^T M(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \\ & - \frac{\epsilon \tanh(K_s \tilde{\mathbf{q}})^T K_p \dot{\mathbf{q}} \tanh(\tilde{\mathbf{q}})^T M(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}}{[1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})]^2} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{1} - \tanh(\mathbf{a})^2) \mathbf{b} & = [(1 - \tanh(a_1)^2) b_1 \quad (1 - \tanh(a_2)^2) b_2 \quad \dots \quad (1 - \tanh(a_i)^2) b_i]^T, \\ \forall \mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^i & \end{aligned} \quad (35)$$

que se denomina función de potencia.

Hallando la cota máxima de la ecuación cuadrática (34) y considerando las siguientes propiedades [8]:

$$\frac{1}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{[1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})]^2} \leq 1 \quad (36)$$

$$\frac{\|\tilde{\mathbf{q}}\|^2}{[1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})]^2} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{\|\tilde{\mathbf{q}}\|}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \leq 1 \quad (37)$$

$$\|C^T(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}\| \leq k_C \|\dot{\mathbf{q}}\|^2, \quad k_C > 0 \quad (38)$$

$$\lambda_H^{\min} \|\mathbf{y}\|^2 \leq \mathbf{y}^T H \tanh(\mathbf{y}) \leq \lambda_H^{\max} \|\mathbf{y}\|^2 \quad (39)$$



$$\alpha \|\dot{\mathbf{q}}\| \leq \left\| \begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} & (\dot{\phi} - s\theta\dot{\psi}) & (c\phi\dot{\theta} + s\phi c\theta\dot{\psi}) & (c\phi c\theta\dot{\psi} - s\phi\dot{\theta}) \end{bmatrix}^T \right\| \leq 2\|\dot{\mathbf{q}}\| \mid \alpha > 0 \quad (40)$$

se tiene finalmente que la derivada de la ecuación (27) indica estabilidad asintótica local:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) < - \left(\frac{\epsilon \lambda_{K_p}^{\min} \lambda_{K_s}^{\min}}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \right) \|\tilde{\mathbf{q}}\|^2 \\ - \left(\alpha \lambda_{K_f}^{\min} + \lambda_{K_v}^{\min} - \epsilon \lambda_{M(q_d - \tilde{q})}^{\max} + \epsilon k_C - \epsilon \lambda_{M(q_d - \tilde{q})}^{\min} \lambda_{K_p}^{\min} \lambda_{K_s}^{\min} \right) \|\dot{\mathbf{q}}\|^2 \\ + \left(\epsilon \lambda_{K_v}^{\max} + 2\epsilon \lambda_{K_f}^{\max} \right) \|\tilde{\mathbf{q}}\| \|\dot{\mathbf{q}}\| < 0, \quad \|\tilde{\mathbf{q}}\| < p \mid \exists p > 0 \end{aligned} \quad (41)$$

con dos condiciones más sobre ϵ :

$$\left(\frac{\epsilon \lambda_{K_p}^{\min} \lambda_{K_s}^{\min}}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \right) > 0 \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\epsilon \lambda_{K_p}^{\min} \lambda_{K_s}^{\min}}{1 + \mathcal{U}_a(K_p, K_s, \tilde{\mathbf{q}})} \right) \left(\alpha \lambda_{K_f}^{\min} + \lambda_{K_v}^{\min} - \epsilon \lambda_{M(q_d - \tilde{q})}^{\max} + \epsilon k_C - \epsilon \lambda_{M(q_d - \tilde{q})}^{\min} \lambda_{K_p}^{\min} \lambda_{K_s}^{\min} \right) \\ - \frac{1}{2} \left(\epsilon \lambda_{K_v}^{\max} + 2\epsilon \lambda_{K_f}^{\max} \right)^2 > 0 \end{aligned} \quad (43)$$

Para el control de velocidad de los rotores, se tiene la siguiente estructura de control:

$$\boldsymbol{\tau}_\Omega = K_{pr} \tanh(K_{sr} \tilde{\boldsymbol{\Omega}}) + K_t \boldsymbol{\Omega}_d^2 + B_f \boldsymbol{\Omega}_d \quad (44)$$

donde $\boldsymbol{\Omega}_d$ es el vector de velocidades deseadas

$$\tilde{\boldsymbol{\Omega}} = \boldsymbol{\Omega}_d - \boldsymbol{\Omega} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} K_{pr} &= \text{diag}\{k_{pr\Omega_1} & k_{pr\Omega_1} & k_{pr\Omega_3} & k_{pr\Omega_4}\} \\ K_{sr} &= \text{diag}\{k_{sr\Omega_1} & k_{sr\Omega_1} & k_{sr\Omega_3} & k_{sr\Omega_4}\} \end{aligned} \quad (46)$$

El punto de equilibrio es único, considerando que la velocidad deseada y la velocidad del rotor solo son positivas:

$$\dot{\Omega}_i = \frac{1}{J_{z_i}} [k_{p_i} \tanh(k_{s_i} \tilde{\Omega}_i) + b\Omega_{d_i} + k_t \Omega_{d_i}^2 - b\Omega_i - k_t \Omega_i^2] = 0 \Leftrightarrow \tilde{\Omega}_i = 0 \mid \Omega_{d_i}, \Omega_i \in \mathbb{R}^+ \quad (47)$$



La función de energía diseñada es definida positiva globalmente, lo cual satisface la propiedad de una función candidata:

$$V(\tilde{\Omega}_i) = \frac{1}{2} J_{z_i} \tilde{\Omega}_i^2 \quad | \quad V(\tilde{\Omega}_i) > 0, \quad \forall \tilde{\Omega}_i \neq 0 \quad (48)$$

al derivar la ecuación (48) y sustituir el modelo dinámico de la hélice, se tiene que la ecuación diferencial en lazo cerrado es asintóticamente estable localmente:

$$\dot{V}(\tilde{\Omega}_i) = -\tilde{\Omega}_i k_{p_i} \tanh(k_{s_i} \tilde{\Omega}_i) - b \tilde{\Omega}_i^2 - k_t \tilde{\Omega}_i (\Omega_{d_i}^2 - \Omega_i^2) \leq 0, \quad \forall \tilde{\Omega}_i \in \mathbb{R} \quad | \quad \Omega_{d_i}, \Omega_i \in \mathbb{R}^+ \quad (49)$$

En el cuadricóptero se observa que dos hélices giran en sentido opuesto a las hélices que giran en sentido positivo por lo que para que el análisis de estabilidad sea válido, se toma el marco de referencia de las hélices con sentido negativo en sentido opuesto.

5. Implementación del sistema de control

El cuadricóptero es un sistema subactuado el cual utiliza la ecuación (50) para aplicar las entradas mostradas en el modelo dinámico de la ecuación (7):

$$\begin{bmatrix} U \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_f & k_f & k_f & k_f \\ 0 & -k_f L & 0 & k_f L \\ k_f L & 0 & -k_f L & 0 \\ k_m & -k_m & k_m & -k_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$\begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi)U \\ (s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi)U \\ (c\theta c\phi)U \end{bmatrix} \quad (51)$$

donde k_f y k_m son los coeficientes de empuje y de torsión de la hélice [11], L es la longitud desde el centro de masa hasta la hélice, y U es la fuerza de sustentación del cuadricóptero.

Considerando que los ángulos ϕ y θ se acotan convenientemente tal que sea posible aproximar las entradas cartesianas a la ecuación (52):

$$\begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} (\theta c\psi + \phi s\psi)U \\ (\theta s\psi - \phi c\psi)U \\ U \end{bmatrix} \quad (52)$$

se obtiene finalmente una aproximación de los ángulos para variar la posición en x y y :



$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \theta_d \end{bmatrix} \cong \left(\frac{1}{U} \right) \begin{bmatrix} s\psi & -c\psi \\ c\psi & s\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{x_d} \\ \tau_{y_d} \end{bmatrix} \quad (53)$$

Para la implementación de la estructura de transmisión directa del control de \mathbf{q} , se utiliza el siguiente diagrama a bloques:

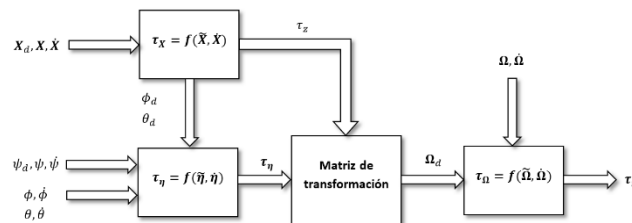


Figura 3. Diagrama de estructura de control.

donde $\mathbf{X} = [x \ y \ z]^T$, $\boldsymbol{\eta} = [\phi \ \theta \ \psi]^T$.

El microprocesador utilizado ha sido desarrollado por la MCEA de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla y permite el sistema de control utilizando tres sensores de orientación, tres de posición y cuatro de velocidad. El siguiente diagrama de flujo muestra los sistemas digitales implementados para el control del cuadricóptero:

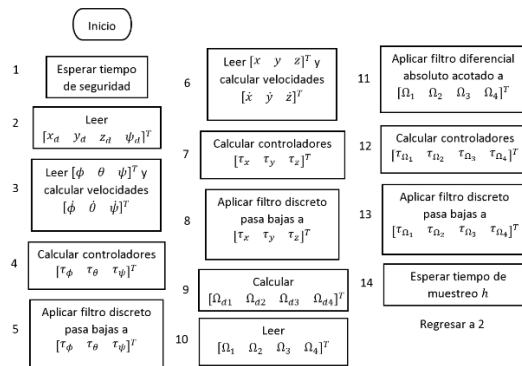


Figura 4. Diagrama a bloques del software del sistema de control.

donde el filtro discreto pasa bajas se muestra en la ecuación (54):

$$x_f(k) = e^{-2\pi f_c h} x_f(k-1) + (1 - e^{-2\pi f_c h}) x(k-1) \quad (54)$$

donde f_c es la frecuencia de corte y h es el tiempo de muestreo.

El filtro diferencial absoluto acotado permite filtrar discretamente la señal proveniente del sensor de velocidad sin tener retardos de tiempo, lo cual es deseable debido a la rapidez de respuesta del control de velocidad.

Para medir la velocidad de las hélices, se utiliza un sensor óptico el cual mide la frecuencia de giro de la misma para convertirla a revoluciones por minuto:

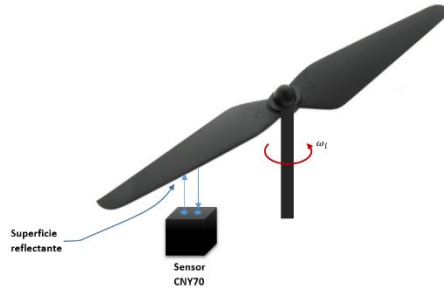


Figura 5. Sensor de velocidad.

El sensor de orientación utilizado es el dispositivo BNO055 el cual ofrece los tres ángulos utilizados en el modelo dinámico del cuadricóptero:

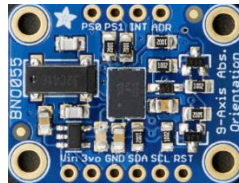


Figura 6. Sensor de orientación BNO055.

Para los sensores de posición, se utilizó una técnica de posicionamiento basada en la siguiente ecuación diferencial:

$$\mathbf{X}(t) = K_{fx} \int_0^t [\boldsymbol{\tau}_x(\sigma) - m\ddot{\mathbf{X}}(\sigma)] d\sigma \quad (55)$$

donde $K_{fx} = \text{diag}\{k_{fx} \quad k_{fy} \quad k_{fz}\}$ y $\ddot{\mathbf{X}}$ es la aceleración. La ecuación (55) continua en investigación por la MCEA por lo que los resultados mostrados muestran evidencia del funcionamiento del sistema de control de transmisión directa.

Los servo amplificadores utilizados permiten aplicar una variación en ciclo de trabajo de 0 a 100 con incrementos de 0.1 unidades. Utilizan una alimentación de 14.8 a 16.8 volts con una corriente máxima de 20 amperios:

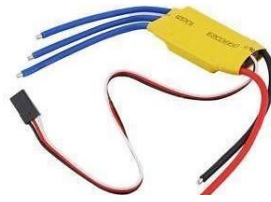


Figura 7. Servo amplificador

El sistema utilizado está basado en una estructura de cuatro barras, la cual soporta los cuatro motores con las hélices, el sistema embebido, la batería y los sensores:

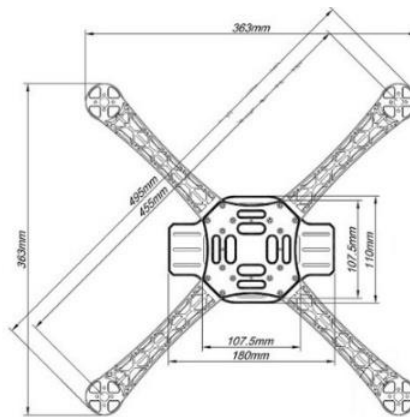


Figura 8. Estructura mecánica del cuadricóptero.

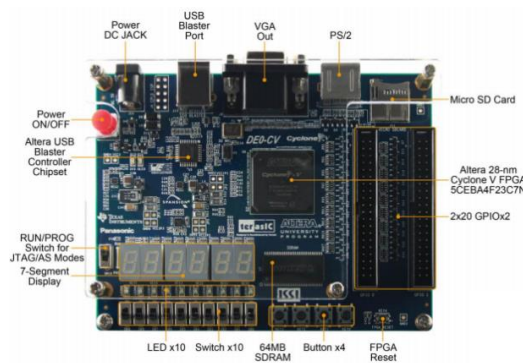


Figura 9. Tarjeta DE0 CV de altera con FPGA.

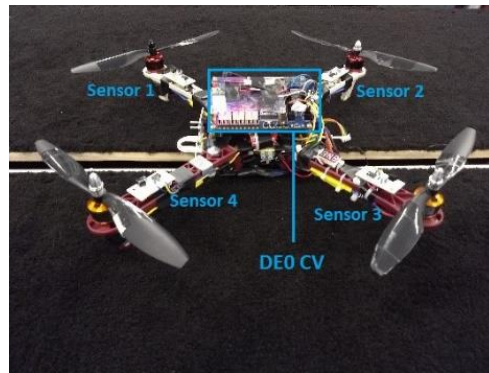


Figura 10. Cuadricóptero mostrando parte superior.

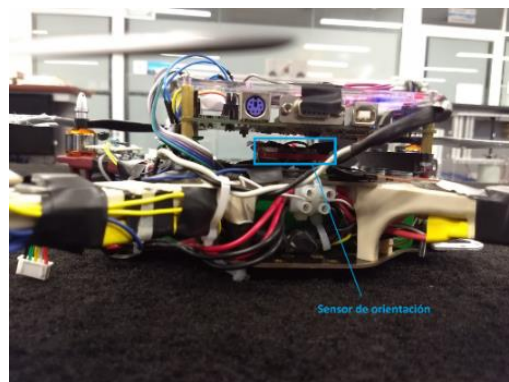


Figura 11. Cuadricóptero visto desde el frente.

En la figura 8, se muestra la estructura del cuadricóptero utilizada la cual está construida de plástico ABS. En la figura 9 se muestra la tarjeta DE0 CV que contiene un FPGA para la implementación del sistema de control. En las figuras 10 y 11 se muestra la construcción del cuadricóptero, mostrando los elementos importantes del mismo.

La tarjeta DE0 CV utiliza el FPGA 5CEBA4F23C7 de 49,000 elementos lógicos y contiene el firmware diseñado para la adquisición de datos de los sensores, así como la interfaz wifi con la computadora para programar y enviar las posiciones deseadas al sistema de control mediante un software desarrollado en Labview:



Figura 12. Interfaz de usuario en LabView por WIFI.

donde en la figura 12, el cuadro (1) indica los parámetros a enviar por wifi al sistema embebido, (2) indica los botones de conexión al sistema embebido e indican una conexión estable, (3) muestra los botones necesarios para programar la memoria del microprocesador y finalmente (4) indica los sistemas de depuración de la memoria de programa.

6. Resultados

La figura 13 muestra el comportamiento del filtro diferenciador absoluto acotado aplicado a un sensor de velocidad del cuadricóptero:

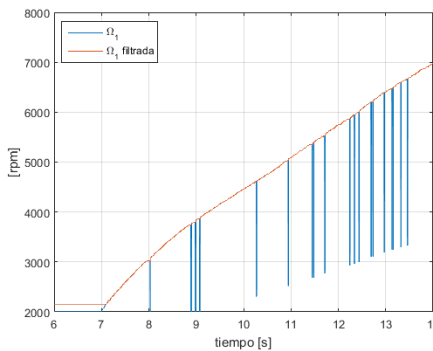


Figura 13. Filtro diferenciador absoluto acotado aplicado a la señal del sensor de velocidad 1.

en la figura 13, se observa que el filtro diseñado no atrasa la señal, permitiendo la utilización del sensor en el control de velocidad.



Los cuatro servomotores son de transmisión directa y están caracterizados utilizando la siguiente ecuación:

$$\tau_{\Omega i} = s_i k_{\Omega i}, \quad [\text{CT: ciclo de trabajo (0: 100)}] \quad (56)$$

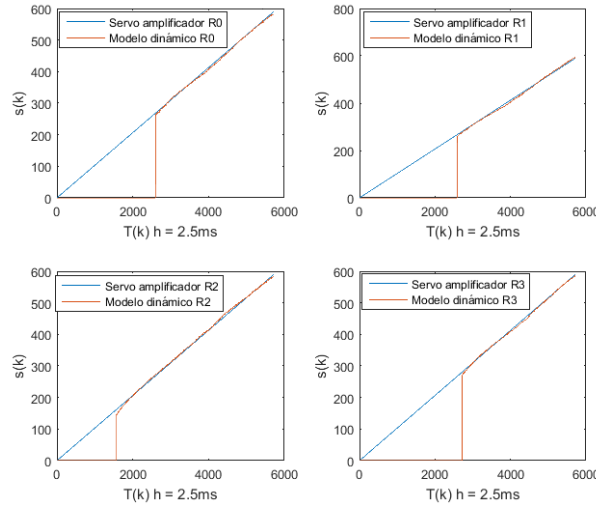


Figura 14. Respuesta de los servomotores.

En la figura 14, se observa que la respuesta de los actuadores es lineal con respecto al ciclo de trabajo mostrado, las constantes de torque utilizadas son las siguientes:

Tabla 1. Constantes de torque de los servomotores.

k_{Ω_1}	k_{Ω_2}	k_{Ω_3}	k_{Ω_4}
3.3826[mNm/CT]	3.1496[mNm/CT]	3.361345[mNm/CT]	3.6036[mNm/CT]

La respuesta de las coordenadas $[\phi \ \theta \ \psi]^T$ indica que la ecuación (53) para obtener los ángulos deseados a partir de las entradas τ_x , τ_y y τ_z es utilizable:

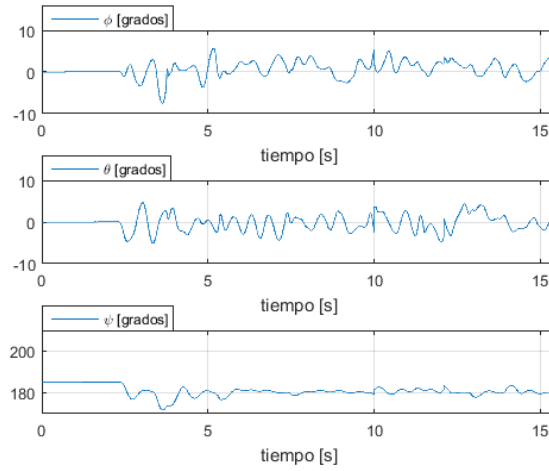


Figura 15. Respuesta de los ángulos del cuadricóptero.

En la figura 15, se muestra las entradas τ_x , τ_y y τ_z aplicadas al cuadricóptero:

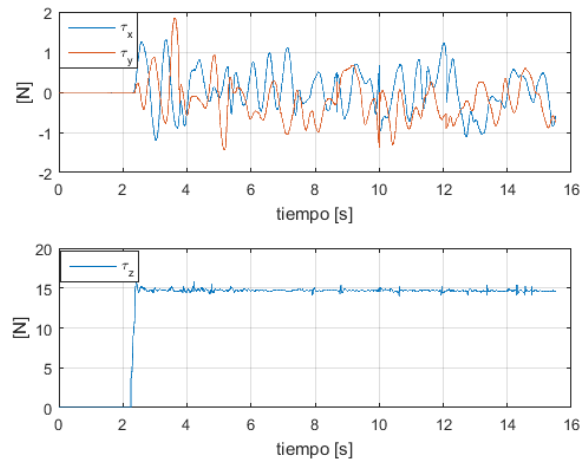


Figura 16. Entradas de coordenadas lineales.

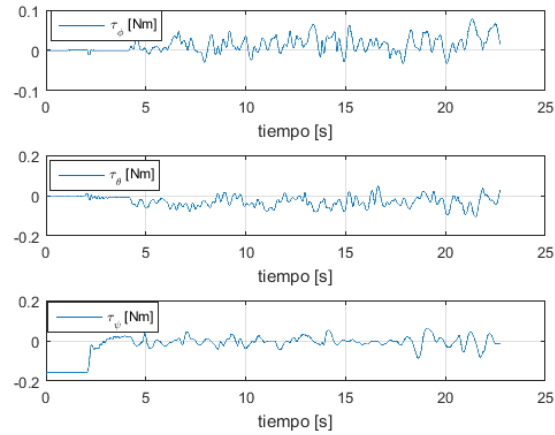


Figura 17. Entradas angulares del cuadricóptero.

La técnica de aproximación de la posición continúa en investigación por parte de la Maestría en Ciencias de la Electrónica opción Automatización, por lo que se ha utilizado para comprobar el comportamiento del sistema de control implementado. En la figura 18 y 19, se muestra la aproximación de la posición cartesiana para una posición deseada de $x_d = 0$ [m], $y_d = 0$ [m] y $z_d = 1.2$ [m], considerando que $\psi_d = 180$ [grados]:

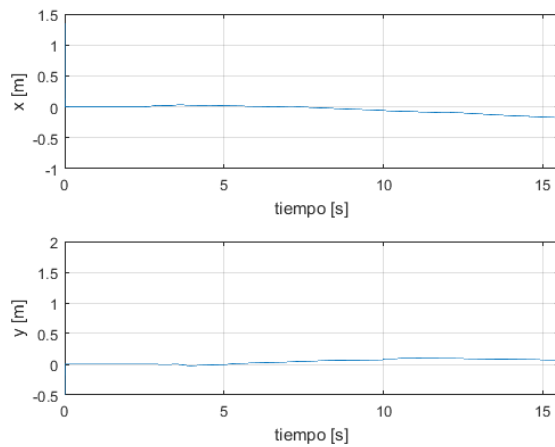


Figura 18. Posición en (x) y (y)

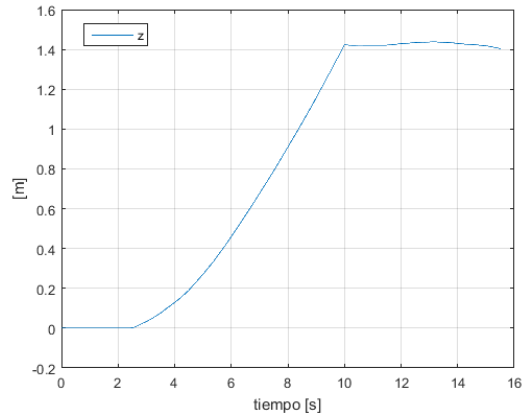


Figura 19. Posición en (z)

En las siguientes figuras, se muestra la evidencia del experimento realizado con el cuadricóptero:



Figura 20. Cuadricóptero despegando.

En la figura 20 se muestra el cuadricóptero iniciando el despegue de la plataforma diseñada para realizar experimentación con la aeronave sin que sufra daños por colisión.



Figura 21. Cuadricóptero en transitorio.

En la figura 21, se muestra que el cuadricóptero está en estado transitorio lo cual es debido a la ranura de la plataforma diseñada, por lo que la experimentación se realiza a una altura superior.



Figura 22. Cuadricóptero flotando en el espacio.

En la figura 22, se observa al cuadricóptero flotando una distancia adecuada de la plataforma de pruebas por lo que se mantiene estable en una región acotada.



7. Conclusiones

El estudio del modelo dinámico y el diseño de estructuras de control, permiten implementar sistemas de control, considerando en todo momento la ecuación en lazo cerrado resultante, por lo que es posible implementar a nivel simulación el modelo dinámico y la estructura de control y obtener conclusiones las cuales su nivel de veracidad está en función de la precisión de las ecuaciones diferenciales que describen el movimiento.

El análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov demuestra matemáticamente que la implementación del sistema de control es posible, por lo que el desarrollo de funciones candidatas de energía se considera de alto impacto y de gran interés cuando se desea tener un sustento matemático adecuado sobre el sistema de control.

Los resultados obtenidos permiten observar que **el sistema de control de transmisión directa trabaja adecuadamente**, sin embargo, se tiene que considerar que **la aproximación de la posición continua en investigación** por lo que es necesario desarrollar más experimentación del sistema.

Las gráficas de los servomotores utilizados indican que **la estructura de control de velocidad basada en los torques de entrada es de transmisión directa por lo que las entradas al cuadricóptero son de transmisión directa**. Esto implica que el análisis de estabilidad es viable considerando que el fenómeno de fricción siempre es disipativo.

El filtro diferenciador absoluto acotado, permite filtrar señales digitales evitando retardos de tiempo los cuales conllevan a oscilaciones no deseadas, entorpeciendo el control de velocidad. Cabe destacar que **el filtro diferenciador es aplicable únicamente a señales discretas con ruido pulsado**.

El trabajo a realizar a corto plazo es la implementación de distintas técnicas de posicionamiento en el espacio, debido a que la técnica mostrada de aproximación de posición es compleja de implementar. Cabe destacar que debido a la característica de transmisión directa del sistema de control, es posible evaluar diversas metodologías para describir el comportamiento del movimiento del cuadricóptero, así como evaluar estructuras de control basadas en que son entradas de las ecuaciones diferenciales del modelo dinámico.

Referencias

- [1] Jihun P., Dae Hoe K., Young Sook S. and Sang-ho L., “A comparison of Convolutional Object Detectors for Real-time Drone Tracking Using a PTZ Camera” , 2017 17th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2017).



- [2] Kelly D., “*The future is here: how drones are modernizing the healthcare industry*”, Medical Alley Association 2018.
- [3] Castillo P., Lozano R. and E. Dzul A. (2005). “*Modelling and Control of Mini-Flying Machines*”. USA: Springer
- [4] Jia H., Yifeng N. and Zhichao W., “*Obstacle Avoidance Methods for Rotor UAVs using Real Sense Camera*”, College of Mechatronic Engineering and Automation and National University of Defense Technology at IEEE 2017 Chinese Automation Congress.
- [5] Am C., Young-shin K., Bum-jin P., Chang-sun Y. and Sam-Ok K., “*Altitude Integrations of Radar Altimeter and GPS/INS for Automatic Takeoff and Landing of a UAV*”, 2011 11th International Conference on Control, Automation and Systems IEEE.
- [6] Nikbakht S, Masiid M. and Khayatian A, “*Evaluation of Solid-State Acccelerometer for Positioning Vehicle*”, IEEE 2005 conference in Hong Kong, China.
- [7] Liu Y., He Y., Tian Q., Zhao P. (2018), “*Design and Implementation of an New Embedded Image Tracking System for Micro UAV*”. In: Qiao F., Patnaik S., Wang J. (eds) Recent Developments in Mechatronics and Intelligent Robotics. ICMIR 2017. Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 690. Springer, Cham
- [8] Reyes Cortes F., “*Robótica, Control de robots manipuladores*”, Alfaomega México 2011.
- [9] Zepeda Arce G, “*Diseño e implementación de un microprocesador RISC de 32 bits en una tarjeta con FPGA y comunicación Inalámbrica*”, Revista de ciencias de la ingeniería y tecnología (RECIT) vol. 1, No. 1. 2017.
- [10] Vianna Raffo G. “*Modelado y control de un helicóptero quadrotor*”. Universidad de Sevilla Diciembre 2007.
- [11] Heba Talla M. Nabil El K. “*Dynamic Modeling and Control of a Quadrotor Using Linear and Nonlinear Approaches*”, The American University in Cairo.

Bibliografía

- [1] Castillo Pedro & Lozano Rogelio & E. Dzul Alejandro. (2005). Modelling and Control of Mini-Flying Machines. USA: Springer.
- [2] <http://soliton.ae.gatech.edu/people/dschrage/AE3310/3310%20Chapter%203.pdf>
- [3] <http://www.aircraft.airbus.com/aircraftfamilies/freighter/beluga/>
- [4] <https://www.gob.mx/sedena>
- [5] Castillo Pedro & Lozano Rogelio & E. Dzul Alejandro. (2005). Modelling and Control of Mini-Flying Machines. USA: Springer.
- [6] Anders S. Kristensen & Dewan Ahsan & Saqib Mehmood & Shakeel Ahmed. (2017). Rescue Emergency Drone for Fast Response to Medical Emergencies Due to Traffic. International Journal of Health and Medical Engineering Vol:11, No:11, 2017.
- [7] <https://www.droneshield.com>
- [8] <https://www.nasa.gov/subject/9566/unmanned-aircraft>
- [9] Junghyun Lee & Taeseok Jin. (2016). Tracking of Walking Human Based on Position Uncertainty of Dynamic Vision Sensor of Quadcopter UAV. Journal of Institute of Control, Robotocs and Systems (2016).
- [10] <https://www.parrot.com>
- [11] Xinhua Wang & Weicheng Wang. (2019). Nonlinear Signal-Correction Observer and Application to UAV Navigation. IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, VOL. 66, NO. 6, JUNE 2019
- [12] Shatadal Mishra & Wenlong Zhang. (2017). A Disturbance Observer Approach with Online Q-Filter Tuning for Position Control of Quadcopters. American Control Conference Sheraton Seattle Hotel May 24–26, 2017, Seattle, USA.
- [13] José J. Castillo-Zamora, Karla A. Camarillo-Gómez, Gerardo I. Pérez-Soto, Juvenal Rodríguez-Reséndiz. (2018). Comparison of PD, PID and Sliding-Mode Position Controllers for V-Tail Quadcopter Stability.
- [14] Konomura R. & Hori K. (2016). FPGA – based 6 DoF pose estimation with a monocular camera using non co-planer and application on micro quadcopter. IEEE International conference on intelligent robots and system 2016.
- [15] <https://www.terasic.com.tw/en>

- [16] Fernando Reyes Cortés. (2011). Modelo dinámico. En Robótica (p.257). México: Alfaomega.
- [17] Vianna Raffo G. (2017). Modelado y control de un helicóptero quadrotor. Universidad de Sevilla Dicimembre 2017.
- [18] Resnick, Robert & Krane, Kenneth S. (2001). Physics. Nueva York: John Wiley & Sons. ISBN 0-471-32057-9
- [19] John J. Craig. (2005). Spatial descriptions and transformations. En Introduction to Robotics(19). USA: Pearson Prentice Hall.
- [20] Fernando Reyes Cortés. (2011). Modelo dinámico. En Robótica (p.257). México: Alfaomega.
- [21] Heba talla Mohamed Nabil ElKholy. (verano 2014). Dynamic Modeling and Control of a Quadrotor Using Linear and Nonlinear Approaches, The American University in Cairo, pag(39-40).
- [22] Heba talla Mohamed Nabil ElKholy. (verano 2014). Dynamic Modeling and Control of a Quadrotor Using Linear and Nonlinear Approaches, The American University in Cairo.
- [23] Fernando Reyes Cortés. (2011). Modelo dinámico. En Robótica . México: Alfaomega.
- [24] Yunus A. Cengel & Jonh M. Cimbala. (2010). Mecánica de fluidos, fundamentos y aplicaciones.
- [25] https://www.bosch-sensortec.com/bst/products/all_products/bno055
- [26] <https://www.mouser.com/ds/2/813/HCSR04-1022824.pdf>
- [27] Peter V. O'Neil. (2008). Matemáticas avanzadas para ingeniería.