



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA
OPCIÓN EN AUTOMATIZACIÓN

“Modelado y Control de un Sistema Levitador Magnético”**

T E S I S

Presentada para obtener el título de:
Maestro en Ciencias de la Electrónica, Opción en Automatización

Presenta:

Ing. Erick Gabino Chávez Méndez*

Directores:

Dr. Fernando Reyes Cortés
Dr. Sergio Vergara Limon
Dra. Aurora Vargas Treviño

Puebla, México

2018

*BECARIO CONACYT

** TRABAJO FINANCIADO POR EL PROYECTO VIEP

BUAP®

Agradecimientos

Agradezco a la Facultad de Ciencias de la Electrónica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla por brindarme la formación profesional y ética para desempeñarme en el ámbito académico como profesional.

A todo el personal académico que conforma la unidad de posgrado de la Facultad de Electrónica por brindarme la oportunidad de continuar mi desarrollo profesional en sus instalaciones.

A mis asesores de Tesis, Dr. Fernando Reyes Cortés, Dr. Sergio Vergara Limon, Dra. Aurora Vargas Treviño, por el apoyo tanto académico como moral para poder realizar este trabajo.

A CONACYT por el apoyo económico brindado en el transcurso de este periodo para financiar los gastos personales y así poder terminar la maestría.

A mis amigos y compañeros de la Maestría por brindarme su apoyo y conocimiento a lo largo de esta etapa de mi vida: Rigoberto, Fernando, Daniel, Francisco, Hugo, Moya, Raúl, Hermes, Manuel y Geovanni.

Dedicatorias

A mi familia por ser la piedra angular de mi persona y darme todo su amor y apoyo en todo momento.

A mis amigos por estar presentes en el transcurso de esta aventura.

Resumen

Este documento contiene el trabajo realizado para la preparación y desarrollo del modelo y control para un sistema levitador magnético (MagLev), en particular el sistema ECP Modelo 730. En el desarrollo de trabajo describe las características y elementos que constituyen el dispositivo con el que se trabaja y la obtención del modelo dinámico completo del sistema utilizando el método de ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange. Por consiguiente se realiza el análisis de estabilidad por método directo de Lyapunov de distintos esquemas de control de posición para regular la variables de posición del sistema. También se incluye el diseño de una plataforma experimental basado en lenguaje de programación C con el fin de visualizar y monitorear la información recabada de los experimentos a los que es sometido el sistema levitador magnético.

Introducción

Antecedentes

Levitación magnética

Se entiende por levitación magnética al método por el cual un objeto es mantenido a flote por obra de un campo magnético, es decir, la fuerza magnética contrarresta la fuerza gravitacional de la Tierra lo que provoca que un cuerpo se mantenga en el aire. Existen dos principios que tomar en cuenta en la levitación magnética, la fuerza de empuje, es la encargada de contrarrestar la fuerza gravitacional y debe ser lo suficientemente grande para vencerla, y la estabilidad, que asegura que el sistema no tenga movimientos bruscos o espontáneos. Las aplicaciones más comunes de la levitación magnética son los trenes maglev, el rodamiento magnético y exposición para fines estéticos.

Los materiales magnéticos son capaces de atraer otros materiales con la fuerza de su campo magnético. Todo tipo de magnetos se pueden utilizar para generar una levitación; imanes permanentes, ferromagnéticos, electroimanes, diamagnéticos y supermagnéticos estos últimos al inducirle una corriente eléctrica.

Teoría electromagnética

A finales del siglo XVIII y principios del XIX se investigaron simultáneamente las teorías de la electricidad y el magnetismo. En 1819, el físico danés Hans Christian Oersted llevó a cabo un importante descubrimiento al observar que una aguja magnética podía ser desviada por una corriente eléctrica. Este descubrimiento, que mostraba una conexión entre la electricidad y el magnetismo, fue desarrollado por el científico francés André Marie Ampère, que estudió las fuerzas entre cables por los que circulan corrientes eléctricas, y por el físico francés Dominique François Arago, que magnetizó un pedazo de hierro colocándolo cerca de un cable recorrido por una corriente.

En 1819, los físicos franceses Jean-Baptiste Biot y Félix Savart propusieron que un con-

ductor cargado con una corriente eléctrica genera un campo magnético que varía con respecto a los parámetros físicos del conductor, la dirección y magnitud de la corriente eléctrica. La denominada ley de Biot-Savart se convirtió en una de las leyes fundamentales de la magnetostática. En 1831, el científico británico Michael Faraday descubrió que el movimiento de un imán en las proximidades de un cable induce en éste una corriente eléctrica; este efecto era inverso al hallado por Oersted. Así, Oersted demostró que una corriente eléctrica crea un campo magnético, mientras que Faraday demostró que puede emplearse un campo magnético para crear una corriente eléctrica.

La unificación plena de las teorías de la electricidad y el magnetismo se debió al físico británico James Clerk Maxwell (1831-1879), que predijo la existencia de ondas electromagnéticas e identificó la luz como un fenómeno electromagnético. Maxwell formuló la teoría electromagnética en un extenso *Tratado de la Electricidad y Magnetismo*, publicado en 1873, seis años antes de su muerte. El Tratado no contiene las cuatro ecuaciones presentadas, fue el físico inglés Oliver Heaviside (1850-1952) quien señaló la simetría entre \mathbf{E} y \mathbf{B} en las ecuaciones y expresó las cuatro ecuaciones en la forma que las conocemos hoy en día.

Tabla 1: Ecuaciones de Maxwell

Número	Nombre	Ecuación
I	Ley de Gauss de la electricidad	$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\epsilon_0}$
II	Ley de Gauss del magnetismo	$\oint B \cdot dA = 0$
III	Ley de inducción de Faraday	$\oint E \cdot ds = -\frac{d\Phi_B}{dt}$
IV	Ley de Ampère	$\oint B \cdot ds = \mu_0 i + \mu_0 \mu_\epsilon \frac{d\Phi_E}{dt}$

La ecuación I describe la carga y el campo magnético, II el campo magnético, III determina el efecto eléctrico de un campo magnético, mientras que la ecuación IV describe el efecto magnético de una corriente o campo eléctrico variable. La fuerza magnética es la fuerza generada por un campo magnético sobre un dipolo magnético. La fuerza ocasionada por el campo magnético generado por el paso de una corriente eléctrica sobre un conductor tiene el nombre de fuerza electromagnética.[1]

Modelado de sistemas

Un sistema se define como un conjunto de elementos que interactúan entre si. El modelado de sistemas es una parte importante en control y simulación ya que se puede caracterizar el comportamiento del sistema en una expresión matemática para llevar a cabo el análisis y estudio de los fenómenos físicos presentes en el sistema. Por lo general un sistema posee entradas y salidas relacionadas entre si de una forma complicada.

Para analizar un sistema de este tipo es preferible reducir la complejidad de las expresiones matemáticas. Definiendo el concepto de estado como un conjunto de variables más pequeñas (llamadas variables de estado) de forma que el conocimiento de estas variables para $t \geq t_o$ determinen completamente el comportamiento del sistema en cualquier instante de tiempo. Se debe tener en cuenta que las variables de estado no necesitan ser físicamente medibles u observables, elegir las variables de estado a utilizar es una de las ventajas de utilizar un espacio de estados, no obstante es recomendable elegir cantidades que se pueden medir, para monitorear adecuadamente al aplicarle una ley de control.

Las ecuaciones de estados son expresiones que describen la dinámica de un sistema mediante la relación entre variables de entrada, salida y de estado. El modelado de sistemas dinámicos en el espacio de estados permite describir el comportamiento de todo tipo de sistemas: SISO, MIMO, lineales, no lineales, invariantes o variantes en el tiempo. La descripción general para las ecuaciones de estado es la siguiente:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (2)$$

El sistema lineal o sistema linealizado se expresa como

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t) \quad (4)$$

donde $\mathbf{A}(t)$ es la matriz de estado, $\mathbf{B}(t)$ la matriz de entrada, $\mathbf{C}(t)$ la matriz de salida y $\mathbf{D}(t)$ es la matriz de transmisión directa. El sistema lineal e invariante en el tiempo se expresa de la forma

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (6)$$

Existen trabajos e investigaciones referentes a sistemas magnéticos, donde utilizan simulaciones a partir del modelo matemático que caracteriza al sistema. Algunos con enfoques lineales y no lineales son utilizados para diseñar el algoritmo de control para sistemas de levitación magnética, como control de estado lineal[2], control adaptivo[3], linealización

exacta [4], o una estructura de control en estado estable definida por una trayectoria de referencia[5].

El principal interés para la utilización de la levitación magnética en ingeniería aplicada radica en que son sistemas sin contacto, por lo que no requieren lubricantes, y su coste de mantenimiento es muy bajo.

Esta falta de contacto y la libertad de no utilizar lubricantes hace de esta tecnología la ideal para trabajar en entornos industriales donde son necesarias atmósferas libres de contaminación, algunos ejemplos de su utilización serían la levitación de objetos en túneles de viento o la levitación en mesas anti vibración en fabricantes de semiconductores. Además la falta de contacto también permite evitar el rozamiento y todos los problemas derivados de este (desgaste, calentamiento). Esta cualidad hace que la levitación magnética sea ideal para su utilización en cojinetes magnéticos y formando parte de turbinas en molinos de viento.

Probablemente, la aplicación más conocida de todas sea su utilización en la suspensión de los trenes de levitación magnética, como en el caso Japón conectando las ciudades de Tokio y Nagoya permitiendo alcanzar velocidades de hasta 500km/h con un tiempo aproximado de viaje de 40 minutos. Pero existen otras aplicaciones igual de importantes aunque menos conocidas, como es el caso de los dispositivos de asistencia ventricular, debido a que al ser un sistema sin contacto permite su utilización para hacer fluir la sangre sin aumentar la temperatura y por tanto sin modificar sus propiedades. Otra aplicación propuesta es el proyecto denominado StarTram, un sistema guía de naves espaciales[6]. Este sistema fue la investigación precursora para la implementación de los trenes electromagnéticos.



Figura 1: Tren magnético actualmente encontrado en Japón

Objetivo general

- Obtener el modelo dinámico de un sistema levitador magnético y sus propiedades matemáticas para el diseño de esquemas de control de posición

Objetivos particulares

1. Obtener el modelo dinámico de un sistema levitador magnético.
2. Desarrollar las propiedades matemáticas del modelo dinámico.
3. Diseñar un esquema de control de posición para el sistema levitador magnético.
4. Diseño de un ambiente de programación para el levitador con las herramientas necesarias que le permitan al usuario registrar, graficar y exhibir el valor numérico de variables de estado, pares o torques, parámetros, etc.
5. Diseño de la interfaz electrónica entre el levitador y la computadora asociada al ambiente de programación.
6. Reportar resultados experimentales en congreso arbitrado y revista arbitrada.
7. Realizar el manual de usuario.
8. Escritura de la tesis.

El trabajo realizado se ha dividido en 4 capítulos; en el capítulo 1 se describe la planta electromagnética utilizada, al igual que su elemento de potencia o también llamado servoamplificador, se encuentra el modelo dinámico completo del sistema obtenido con ayuda de las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange y, utilizando como base tópicos de electromagnetismo, un análisis del fenómeno magnético causado en el sistema levitador magnético. Posteriormente en el capítulo 2 se presenta distintos algoritmos de control utilizados en este trabajo y se realiza un análisis de estabilidad utilizando el método directo de Lyapunov para verificar su viabilidad para este sistema. En el capítulo 3 se describe la plataforma experimental, compuesta de una tarjeta de adquisición de datos y una interfaz de usuario, diseñada para poner a prueba los algoritmos de control propuestos en el capítulo anterior.

Y para finalizar en el capítulo 4 se exponen los resultados experimentales de los controladores examinados. En los apéndices se incluye el diagrama eléctrico del circuito eléctrico de acondicionamiento de señales, la caracterización de los sensores optoelectrónicos, el código fuente del ambiente de programación de ARDUINO UNO y un resumen que abarca tópicos relacionados con el método directo de Lyapunov, estabilidad y estabilidad asintótica. Por último se anexan las referencias bibliográficas citadas en el trabajo.

Índice general

1. Sistema Levitador Magnético	1
1.0.1. Servoamplificador	2
1.0.2. Sensores	4
2. Modelo Dinámico de Sistema Levitador Magnético	5
2.1. Modelo Dinámico Magnético del Sistema	5
2.2. Cinemática Directa del Sistema Levitador Magnético	8
2.3. Modelo Dinámico del Sistema Levitador Magnético	10
2.4. Simulación	12
3. Control para el sistema levitador magnético	15
3.1. Controlador PD	16
3.2. Controlador Tanh	17
3.3. Controlador fraccional	19
4. Plataforma experimental	22
4.1. Tarjeta de adquisición de datos	23
4.1.1. Tarjeta ARDUINO UNO	23
4.1.2. Circuito Electrónico	26
4.2. Interfaz de usuario	27
5. Resultados experimentales	30
5.1. Evaluación experimental de controladores de posición	31
5.1.1. Resultados experimentales del controlador PD, Tanh y Fraccional	32
5.1.2. Índice de desempeño	34
A. Tablas de parámetros del sistema	37
B. Caracterización de los sensores de optoelectrónicos	38
C. Diagrama eléctrico y PCB del circuito acondicionador de señal	40

D. Análisis de estabilidad	42
D.1. Análisis de estabilidad de Lyapunov	42
D.2. Estabilidad en el sentido de Lyapunov	45
D.3. Teorema de LaSalle	49
E. Publicaciones y Reconocimientos	51
F. Acreditación TOEFL	60
G. Manual de Usuario	62

Índice de figuras

1.	Tren magnético actualmente encontrado en Japón	VIII
1.1.	Dispositivo ECP modelo 730	1
1.2.	Drive Electrónico	2
1.3.	Diagrama de funcionamiento de sensor láser	4
2.1.	Líneas de campo magnético de una espira circular	6
2.2.	Diagrama de campo magnético de una espira circular	7
2.3.	Diagrama Campo magnético de una espira circular a lo largo del eje Z	8
2.4.	Sistema Levitador Magnético	9
2.5.	Diagrama a bloques en Simulink con el controlador(arriba) y el modelo matemático(abajo)	13
2.6.	Simulación del modelo dinámico con controlador PD	14
3.1.	Diagrama a bloques del sistema levitador magnético en lazo cerrado	15
3.2.	Gráfica de la función $\ln(\cosh(\tilde{z}_1))$	19
3.3.	Gráfica de la función $\ln(1 + \tilde{z}_1^2)$	21
4.1.	Arquitectura del sistema levitador magnético	22
4.2.	Tarjeta embebida Arduino Uno	24
4.3.	Diagrama de flujo del sistema levitador magnético	25
4.4.	Circuito electrónico acondicionador	26
4.5.	Entorno de desarrollo GUI de MATLAB	27
4.6.	Ventana de la Interfaz Electrónica	28
4.7.	Apartado ARDUINO	28
4.8.	Apartado CONTROLADOR	29
4.9.	Menú Archivo y Menú Ayuda	29
5.1.	Plataforma experimental del sistema levitador magnetico	30
5.2.	Disco magnético en posición inicial (izquierda) y a 3cm (derecha)	32
5.3.	Gráfica de error de posición del controlador PD	33
5.4.	Gráfica de error de posición del controlador tangente hiperbólica	34
5.5.	Gráfica de error de posición del controlador fraccional	34

5.6. Índice de desempeño de los controladores	35
B.1. Caracterización de Sensor 1	39
B.2. Caracterización de Sensor 2	39
C.1. Diagrama eléctrico del circuito acondicionador de señal	40
C.2. PCB del circuito acondicionador de señal	41

Índice de tablas

1.	Ecuaciones de Maxwell	VI
1.1.	Relación corriente y tiempo de ejecución	3
2.1.	Tabla de parámetros D-H	9
5.1.	Ganancias proporcional y derivativa de los controladores PD, Tanh y Fraccional	31
5.2.	Índice de desempeño de los controladores utilizados	35
A.1.	Parámetros físicos del sistema levitador magnético	37
A.2.	Parámetros el modelo dinámico magnético	37
B.1.	Caracterización de sensores de posición.	38

Capítulo 1

Sistema Levitador Magnético

El sistema con el que se trabaja es un modelo 730 de la compañía ECP[7] (Educational Control Products por sus siglas en inglés) mostrado en la figura 1.1. Este aparato es una herramienta didáctica en el estudio de sistemas de control no lineales, el cual cuenta con varias configuraciones en las que se pueden modificar, tales como un sistema SISO (Single Input Single Output), SIMO (Single Input Multiple Output) o MIMO (Multiple Input Multiple Output). Este aparato permite el desarrollo, implementación y prueba de



Figura 1.1: Dispositivo ECP modelo 730

algoritmos de control de sistemas que presentan el fenómeno físico conocido como levitación magnética, que hoy en día es un fenómeno que ofrece grandes beneficios tanto en la industria como en la investigación. Su naturaleza no lineal ofrece una amplia zona de oportunidad para trabajar con técnicas de control no lineal, o de paso utilizar técnicas de linealización para facilitar el procedimiento.

El dispositivo cuenta con dos embobinados alineados verticalmente con ayuda de un cilindro de vidrio utilizado como una guía, cada embobinado crea un campo magnético dependiendo de la corriente eléctrica que se suministra, mientras la corriente aumenta el campo magnético incrementa.

Entre ellos se encuentra un disco hecho de un material con propiedades magnéticas (Nd-FeB: Aleación de neodimio, hierro y boro), el cual trabaja como un indicador visual para demostrar los principios de levitación y visualizar la respuesta generada a través del control de posición.

1.0.1. Servoamplificador

El sistema mecánico-magnético que exhibe fenómenos de levitación cuenta con servoamplificadores o drivers electrónicos, como se muestra en la figura 1.2, utilizados para el manejo de las bobinas. Cuentan con características como interruptores de emergencia, aislamiento de ruido y circuitos de protección con fusibles para asegurar que el sistema funcione correctamente[8].

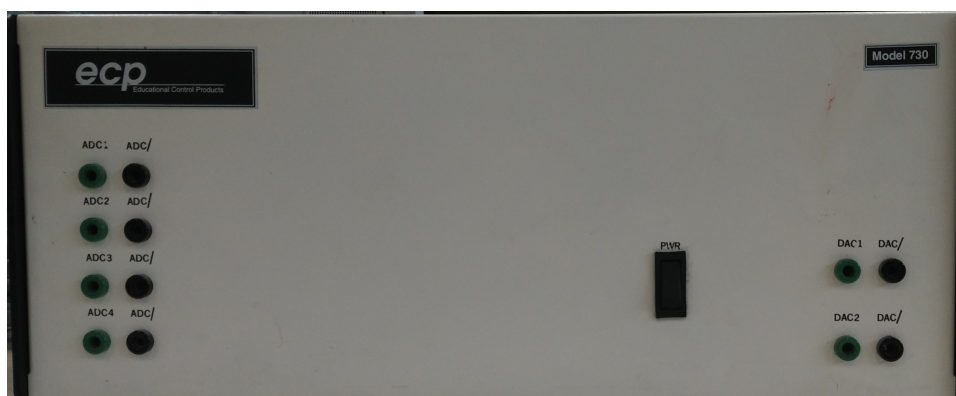


Figura 1.2: Drive Electrónico

Estos servoamplificadores reciben señales de control en forma de voltaje a través de las entradas que se encuentran en la parte frontal de la caja etiquetadas como *DAC1* y *DAC2* que corresponden a la entrada de voltaje analógico (*DAC*) de la bobina inferior

y superior, respectivamente, estos voltajes se suministran a los controladores correspondientes que a su vez, proveen corriente a las bobinas. Este servoamplificador fue diseñado para administrar a los embobinados una corriente respecto al voltaje de entrada con la siguiente relación

$$i = \frac{0.4A}{v} F \quad (1.1)$$

donde F es el voltaje de entrada al servoamplificador e i es la corriente que el servoamplificador entrega a la bobina, esto significa que a un voltaje de $5v$ el servoamplificador le suministra a las bobinas una corriente de $2.0A$.

En la parte frontal de lado izquierdo se encuentran los conectores de los convertidores Digital-Analógico (ADC) para leer la señal analógica de los sensores optoelectrónicos encargados de medir el desplazamiento del disco magnético. El conector $ADC1$ proporciona una señal de salida correspondiente a la posición del disco respecto al electroimán inferior, mientras que el conector $ADC2$ proporciona un voltaje con respecto a la bobina superior. Los conectores $ADC3$ y $ADC4$ son salidas analógicas opcionales si se requiere una compensación de temperatura de las señales de salida del sensor optoelectrónico de desplazamiento ($ADC1$ y $ADC2$).

Las señales de control se encuentran en el rango de $\pm 10V_{pico}$ donde el voltaje máximo ($10V$) no se podrá aplicar por más de 0.5 segundos; mientras que el voltaje nominal se sitúa en el rango de $\pm 3V$. Esto se debe a la potencia que manejan los componentes electrónicos del servoamplificador, para este tipo de sistema mecánico se necesita más la corriente que el voltaje suministrado, recordando la ecuación de potencia eléctrica $P = VI$, donde I la corriente y V es el voltaje, se requiere conservar la potencia, pero utilizando más corriente, es obligatorio disminuir el voltaje[8].

Los embobinados están diseñados para soportar altas corrientes momentáneamente sin embargo, estos dispositivos electrónicos tiene sus limitaciones con respecto a la potencia disipada por tiempo prolongado. Por cuestiones de seguridad, se recomienda una cantidad de corriente constante en relación con el tiempo de ejecución del sistema[8].

Tabla 1.1: Relación corriente y tiempo de ejecución

$> 10.0 \text{ A}$	Nunca
$\leq 10.0 \text{ A}$	$< 5 \text{ s}$
$\leq 4.0 \text{ A}$	$< 20 \text{ s}$
$\leq 1.0 \text{ A}$	Indefinido

1.0.2. Sensores

Como en todo sistema a controlar, es primordial obtener la información del parámetro físico que se desee monitorear que en este caso es la altura a la que se encuentra el disco magnético. El dispositivo ECP modelo 730 cuenta con un par de sensores optoelectrónicos que generan un haz de luz láser y pasa a través de un lente en forma de abanico resultando que el haz de luz sea difuminado en forma de una línea, lo que facilita su lectura. Este rayo de luz es proyectado hacia la superficie blanca del disco magnético, el fotodetector captura el haz de luz reflejado y genera un voltaje acorde a la cantidad de luz capturada[8].

Para facilitar visualmente la altura del disco, se encuentra una regla situada verticalmente con una graduación en centímetros, con esto se obtiene una relación entre voltaje generado por el sensor con la altura que se encuentra el disco magnético.

La figura 1.3 muestra la configuración de los sensores optoelectrónicos del sistema levitador magnético Cabe mencionar que debido a varios factores como el entorno de trabajo,

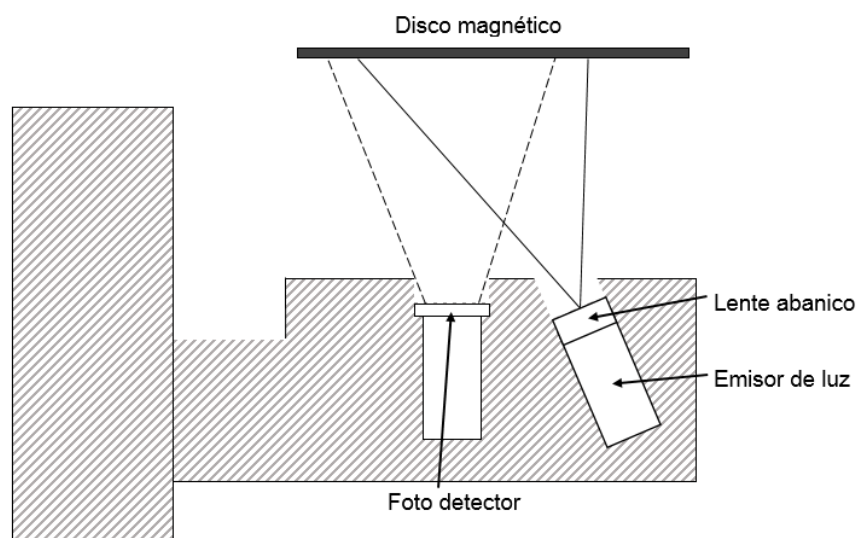


Figura 1.3: Diagrama de funcionamiento de sensor láser

el lente tipo abanico, el utilizar el haz de luz reflejado sobre una superficie, la geometría del disco, el foto emisor y foto receptor, entre otras cosas resultan que la potencia del haz disminuya a una razón inversamente proporcional de la raíz cuadrada de la distancia entre el disco magnético y el emisor y receptor de luz, lo que ocasiona que el rango de operación óptimo de los sensores sea de 4cm. En el apéndice B se muestra la caracterización de los sensores optoelectrónicos.

Capítulo 2

Modelo Dinámico de Sistema Levitador Magnético

El sistema levitador magnético funciona como un dispositivo de posicionamiento, es por esto que es necesario conocer las propiedades dinámicas del sistema para relacionar la energía suministrada al dispositivo con el movimiento que se produzca, suministrar poca energía y el sistema reaccionará ineficientemente, y mucha energía y podría dañar la integridad del dispositivo o posiblemente lastimar al usuario. Para lograr este cometido, obtener el modelo dinámico del sistema es la mejor opción para encontrar esta relación.

2.1. Modelo Dinámico Magnético del Sistema

En el sistema levitador magnético, la fuerza magnética es generada por la bobina y esta fuerza tiene una relación con el campo magnético y es necesario conocer la cantidad de campo creado una vez que se suministra una corriente de entrada. La acción de la bobina en el sistema puede ser modelada considerando el campo magnético de la bobina y el imán permanente como una función de la distancia de separación entre ellos.

Utilizando conceptos y definiciones basados en la teoría electromagnética, el análisis se realiza bajo las siguientes consideraciones:

- Se considera al sistema como un mecanismo formado por un imán permanente en forma de disco de radio r , el cual está restringido a un movimiento vertical, y a una bobina de radio r_a por la que circula una corriente i .
- El embobinado puede visualizarse como una espira circular de radio r_a y como el espesor de la bobina es mucho más pequeño que el radio ($t_a \ll r_a$) se considera que las n vueltas de la bobina se encuentran en el mismo lugar.

El campo magnético es una región descrita matemáticamente donde un material con propiedades magnéticas o un conductor cargado con una corriente eléctrica manifiesta una influencia magnética. La magnitud y dirección de este campo se denota por medio del vector \vec{B} [1] y dependen de varios factores como la geometría del conductor cargado. La figura 2.1 muestra las líneas de campo magnético de una espira circular cargada con una corriente eléctrica mientras que la figura 2.2 muestra un diagrama simplificado la dirección de los vectores de \vec{B} , \vec{l} e \vec{i} .

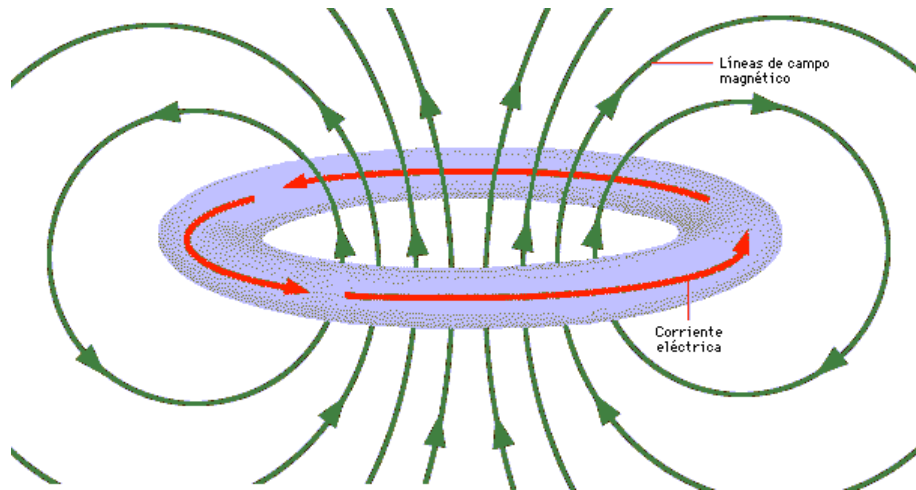


Figura 2.1: Líneas de campo magnético de una espira circular

Como primer paso en el análisis físico del sistema es necesario conocer cuanto campo magnético se produce al aplicar una corriente de entrada. La ley de Biot-Savart es una ecuación que proporciona la relación existente del campo magnético con la corriente que recorre un conductor cargado. Se denota como:

$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} i \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (2.1)$$

donde $d\vec{B}$ es la diferencial de campo magnético, en T,

μ es la constante de permeabilidad, Henry/m,

i es la corriente en A,

dl es la diferencial de la longitud del elemento cargado, en m,

r es el vector de distancia del elemento cargado al campo, en m.

Cabe mencionar que la ecuación 2.1 denota todo el campo alrededor de la espira circular cargada, y teniendo en cuenta la consideración anterior del movimiento estrictamente vertical a lo largo del eje z se reduce el cálculo del campo magnético únicamente al eje z . Utilizando nuevamente la ley de Biot-Savart, pero ahora con una pequeña variación respecto la distancia entre la circunferencia de la bobina y la altura z . En este caso, el ángulo entre el elemento cargado y el punto en el campo magnético es constante (90, lo

que ocasiona que el producto cruz de estos vectores produzca una unidad.

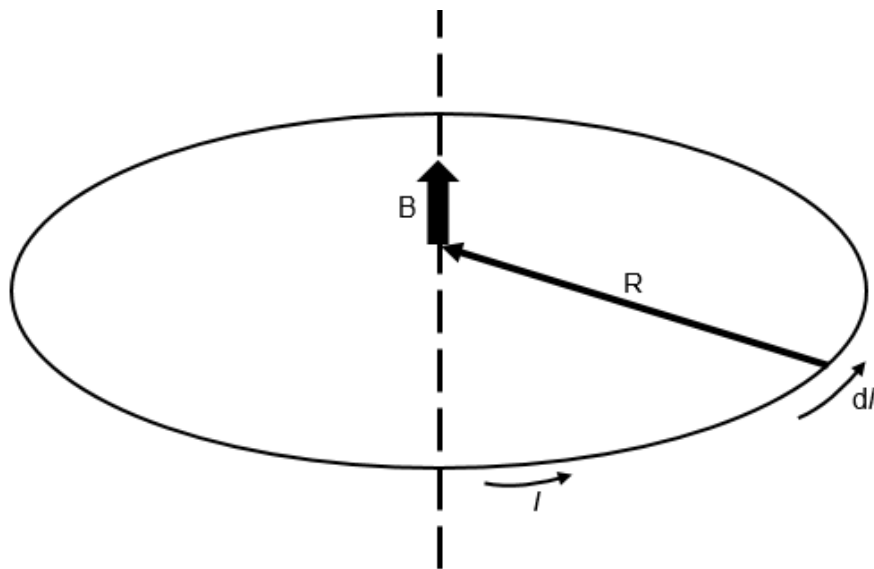


Figura 2.2: Diagrama de campo magnético de una espira circular

Se puede apreciar en la figura 2.3 para conseguir la componente \vec{B}_z del campo magnético \vec{B} , se requiere utilizar el valor de r en vez de R utilizando anteriormente, consecuencia de cambiar el punto de origen O (el centro de la espiral) por z (la altura a lo largo del eje z). El campo magnético a lo largo de eje z se expresa como

$$\vec{B}_z = \vec{B} \cos \alpha \quad (2.2)$$

$$\vec{B}_z = \frac{\mu}{4\pi} i \frac{2\pi R}{(z^2 + R^2)} \cos \alpha \quad (2.3)$$

$$\vec{B}_z = \frac{\mu i R}{2(z^2 + R^2)} \frac{R}{\sqrt{z^2 + R^2}} \quad (2.4)$$

$$\vec{B}_z = \frac{\mu i R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (2.5)$$

Una vez obtenido la expresión del campo magnético a lo largo del eje z de nuestro elemento, es necesario conocer la fuerza que ejerce ese campo. La fuerza entre conductores cargados de corriente es dada por la ley de Lorentz:

$$d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}_z \quad (2.6)$$

donde $d\vec{F}$ es la diferencial de fuerza, en Newtons

$$f_{mag} = i_a 2\pi R \frac{\mu i_b R}{2(z^2 + R^2)} \frac{R}{\sqrt{z^2 + R^2}} \quad (2.7)$$

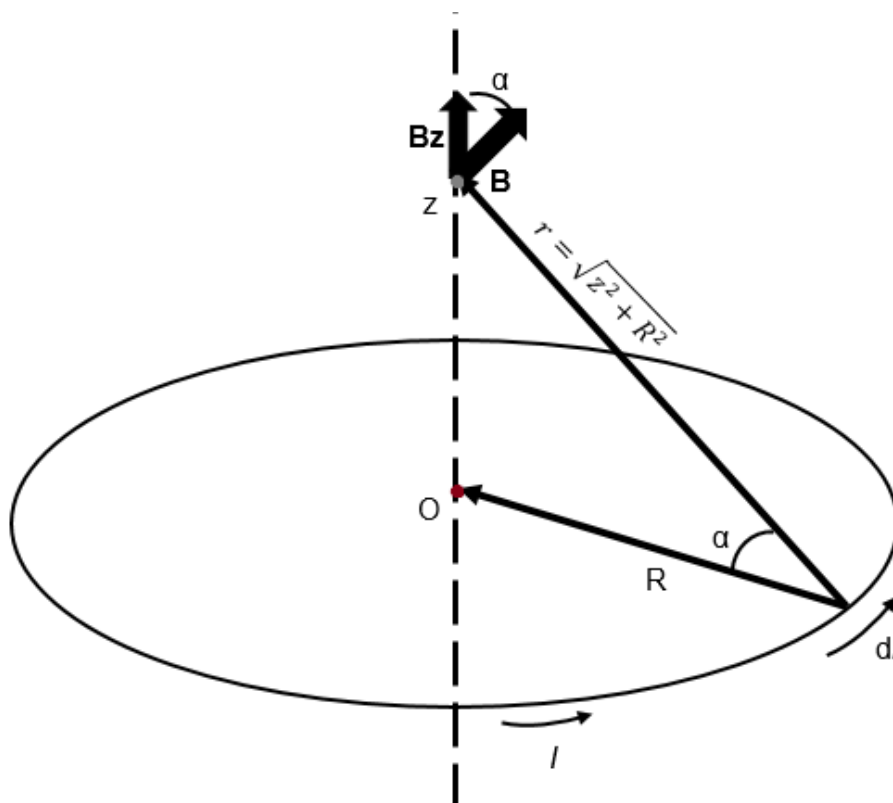


Figura 2.3: Diagrama Campo magnético de una espira circular a lo largo del eje Z

$$f_{mag} = i_a \frac{\mu i_b \pi R^3}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (2.8)$$

donde i_a es la corriente que recorre en el embobinado y i_b es la corriente recorriendo en el disco magnético, ambos en Amperes. Nótese que la corriente i_b es constante ya que se trata de un imán permanente. La ecuación 2.8 se puede escribir de la siguiente forma

$$f_{mag} = \frac{a i_a}{(z^2 + b)^{3/2}} \quad (2.9)$$

donde $a = \mu i_b \pi R^3$ y $b = R^2$.

2.2. Cinemática Directa del Sistema Levitador Magnético

Existen varios métodos para obtener el modelo de cinemática directa, para este trabajo se utiliza la convención de Denavit-Hartenberg[9], la cual obtiene una mínima representación de la orientación y traslación de sistemas mecánicos, lo que la convierte en una herramienta útil para deducir las ecuaciones de cinemática directa.

En la figura 2.4 se encuentra el sistema levitador con el disco magnético montado y

el sistema de referencia $\Sigma_0(x_0, y_0, z_0)$ colocado en la base del disco de acrílico protector y $\Sigma_1(x_1, y_1, z_1)$ indica la posición del disco magnético. El eje z_0 del sistema $\Sigma_0(x_0, y_0, z_0)$ se colocó sobre el tubo guía en dirección hacia arriba, para que el movimiento del disco sea positivo, con respecto al plano $X_0 - Y_0$ se orientó arbitrariamente. La orientación de los ejes del sistema de referencia $\Sigma_1(x_1, y_1, z_1)$ se colocan idénticos al $\Sigma_0(x_0, y_0, z_0)$ ya que lo que sólo se requiere el desplazamiento lineal del disco sobre el eje z_0 , despreciando cualquier movimiento rotacional que podría producirse.

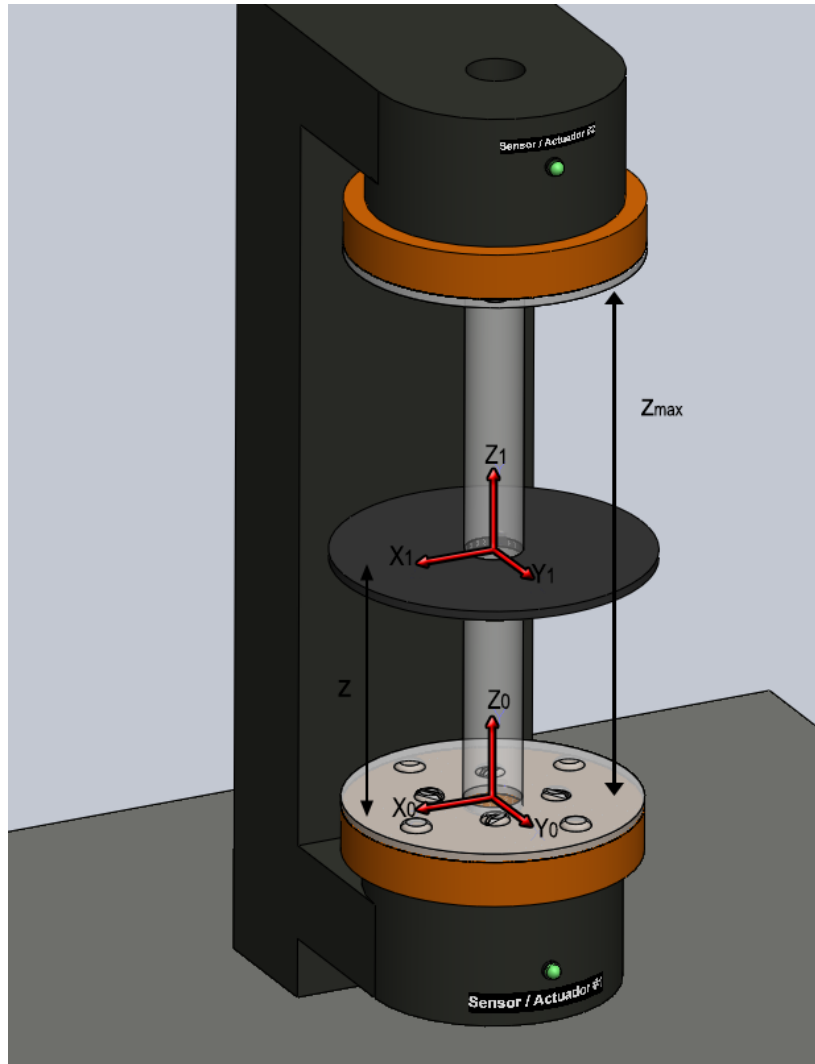


Figura 2.4: Sistema Levitador Magnético

Utilizando la convención de Denavit-Hartenberg para conseguir el modelo cinemático del levitador magnético, se obtienen los parámetros característicos de los eslabones.[9]

Tabla 2.1: Tabla de parámetros D-H

l	α	d	θ
0	0	z_1	0

Una vez conseguida la tabla de parámetros de Denavit-Hartenberg se prosigue a con-

seguir la matriz de transformación homogénea H_0^1 . Esta matriz es una herramienta matemática que involucra operaciones de rotación y traslación dentro de una matriz que estructura el modelo de cinemática directa, esta se representa por el producto de cuatro matrices de transformación básica:[10]

$$H_0^1 = H_{Rz_0}(0)H_{Tz_0}(z_1)H_{Tx_0}(0)H_{Rx_0}(0) \quad (2.10)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(0) & -\text{sen}(0) & 0 & 0 \\ \text{sen}(0) & \cos(0) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(0) & -\text{sen}(0) & 0 \\ 0 & \text{sen}(0) & \cos(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_0^1 = \begin{bmatrix} \cos(0) & -\text{sen}(0) & 0 & 0 \\ \text{sen}(0) & \cos(0) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_0^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matriz de transformación homogénea se divide en cuatro subelementos: la matriz de rotación, de traslación, el elemento escala y un vector $\mathbf{0}^T$. La matriz de traslación de la matriz homogénea 2.11 representa la posición del disco magnético con respecto al sistema de referencia mencionado anteriormente. La cinemática directa del sistema levitador magnético de un grado de libertad es:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.3. Modelo Dinámico del Sistema Levitador Magnético

Una vez obtenida la cinemática directa del sistema, expresión 2.11, para continuar con el modelo dinámico se prosigue a conseguir la cinemática diferencial aplicando la derivada

con respecto al tiempo de la cinemática directa.

$$\mathbf{v} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{z}_1 \quad (2.12)$$

La energía cinética correspondiente al movimiento de imán se obtiene como:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) &= \frac{1}{2} m \mathbf{v}^T \mathbf{v} \\ &= \frac{1}{2} m \dot{z}_1^2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

La energía potencial asociada al disco magnético es:

$$\begin{aligned} \mathcal{U}(\mathbf{z}) &= mgl \\ &= mgz_1 \end{aligned} \quad (2.14)$$

El lagrangiano se obtiene utilizando las ecuaciones (2.13) y (2.14)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) &= \mathcal{K}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) - \mathcal{U}(\mathbf{z}) \\ &= \frac{1}{2} m \dot{z}_1^2 - mgz_1 \end{aligned} \quad (2.15)$$

De esta última ecuación se obtienen los términos de la ecuación de movimiento de Euler-Lagrange:

$$F = \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{z}_1} \right) - \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta z_1} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{z}_1} &= m \dot{z}_1 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{z}_1} \right) &= m \ddot{z}_1 \\ \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta z_1} &= -mg \end{aligned}$$

$$F = m \ddot{z}_1 - (-mg) \quad (2.17)$$

$$F = m \ddot{z}_1 + mg \quad (2.18)$$

Como en todo sistema mecánico, se presenta un fenómeno que se oponen al movimiento de sus elementos y disipa energía en forma de calor. Este fenómeno se pueden considerar

en el modelo dinámico como una combinación lineal de fricción viscosa, estática y de Coulomb[10]. Así la expresión del fenómeno de fricción $f(\dot{z})$ es:

$$f(\dot{z}) = b_1 \dot{z}_1 + f_c \text{signo}(\dot{z}_1) + f_e [1 - |\text{signo}(\dot{z}_1)|] \quad (2.19)$$

Y finalmente añadiendo la ecuación 2.19 y 2.9 a la ecuación 2.18 se obtiene el modelo dinámico completo del sistema levitador magnético:

$$F = m\ddot{z}_1 + mg + b_1 \dot{z}_1 + f_c \text{signo}(\dot{z}_1) + f_e [1 - |\text{signo}(\dot{z}_1)|] - \frac{ai_a}{(z_1^2 + b)^n} \quad (2.20)$$

2.4. Simulación

Una forma de verificar el comportamiento de un sistema es utilizar el modelo matemático previamente obtenido y llevar a cabo experimentos en una plataforma de simulación. Simular un sistema permite conseguir información acerca de su comportamiento mediante la ejecución de experimentos virtuales utilizando una expresión matemática, usualmente una o varias ecuaciones diferenciales, que responda de manera similar al sistema dinámico. Este modelo matemático es codificado en una plataforma computarizada y de esta forma trabajar sin utilizar el sistema físico, una de las ventajas de utilizar simulaciones. Para este trabajo se utiliza Simulink, un apartado del software MATLAB para realizar una aplicación que simule el modelo matemático de nuestro sistema levitador magnético conocer más a detalle el sistema.

Simulink es un ambiente de programación basado en diagrama de bloques para simulación y modelado de sistemas con características como diseño de sistemas en capas, simulación y generación de códigos a partir de un programa realizado en MATLAB. Simulink cuenta con un editor gráfico, una biblioteca de bloques personalizable y actualizable y solvers para evaluar y resolver sistemas dinámicos[11].

En este capítulo se muestra la simulación hecha con respecto a la ecuación 2.20 haciendo caso omiso de los términos que presentan propiedades de discontinuidad a lo largo del tiempo, refiriéndose a los términos correspondientes a la fricción de Coulomb y la fricción estática ($f_c \text{signo}(\dot{z}_1)$ y $f_e [1 - |\text{signo}(\dot{z}_1)|]$ respectivamente), esto es debido a que causa muchos problemas en aplicaciones de regulación o control de posición debido a que el proceso de integración numérica puede demorar varios minutos. Por lo tanto, no es recomendable utilizar este tipo de funciones en simulaciones.

El modelo dinámico del sistema que se simula es:

$$F = m\ddot{z}_1 + mg + b_1\dot{z}_1 - \frac{ai_a}{(z_1^2 + b)^n} \quad (2.21)$$

En la figura 2.5 se muestra el diagrama a bloques hecho en Simulink donde se presenta el modelo matemático del sistema. En la parte de arriba de la figura se muestra una versión estándar de diagrama de bloques para un sistema de control. Se encuentra el bloque de la posición deseada, el punto de retroalimentación, un bloque de controlador PD, el bloque del modelo dinámico y un bloque que sirve para visualizar la variable de posición en el transcurso de la simulación. Los bloques de ganancia son para convertir datos de centímetros a metros y viceversa.

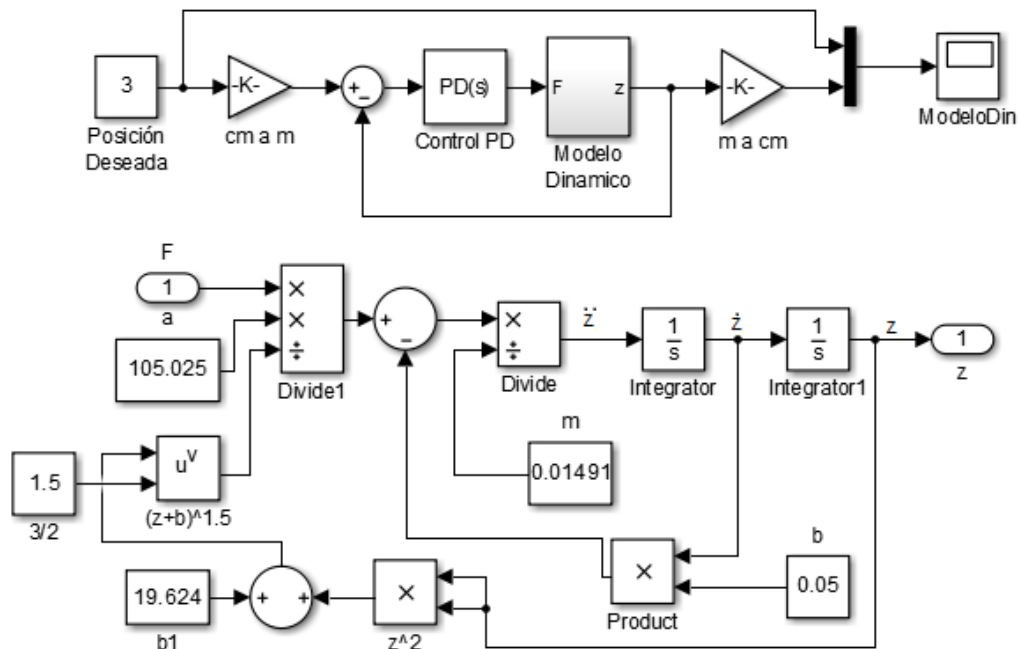


Figura 2.5: Diagrama a bloques en Simulink con el controlador(arriba) y el modelo matemático(abajo)

En la parte de abajo de la figura 2.5 se muestra el contenido del subsistema denominado Modelo Dinamico, donde se encuentra la ecuación diferencial que describe al sistema levitador magnético de un grado de libertad. Se opta por despejar la variable de aceleración \ddot{z}_1 de la ecuación 2.21 y partiendo de ahí, conseguir la velocidad \dot{z}_1 y la posición z_1 utilizando bloques de integración e conectándolos utilizando bloques aritméticos para construir la expresión 2.21.

La figura 2.6 es la gráfica resultante de la simulación hecha en Simulink utilizando el diagrama de bloques de la figura 2.5. En esta se puede apreciar correctamente que la posición z_1 , obtenida del bloque Integrator1, tiende a la posición deseada que se propuso en esta simulación y se mantiene en ese valor a lo largo del experimento, denotando la funcionalidad del controlador proporcional derivativo para este sistema.

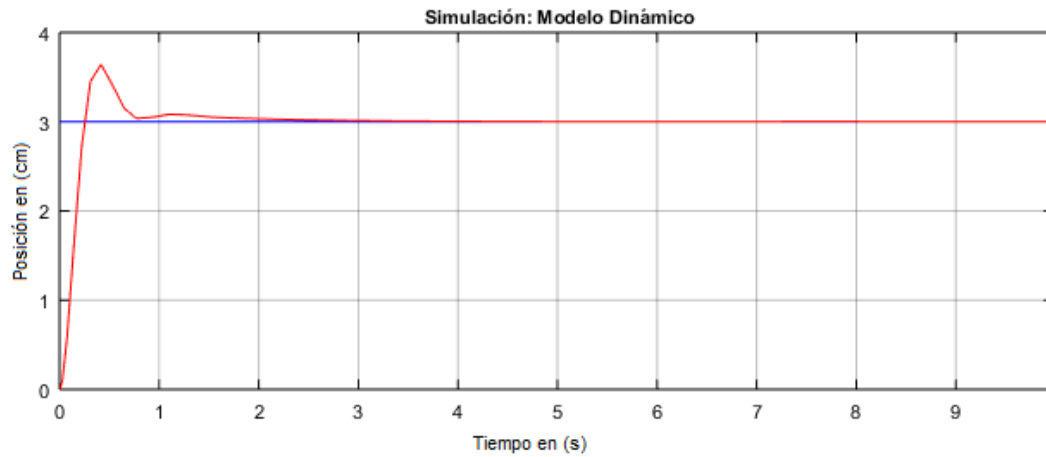


Figura 2.6: Simulación del modelo dinámico con controlador PD

Capítulo 3

Control para el sistema levitador magnético

Los algoritmos de control son elementos que se agregan al sistema original con el fin de regular una o más variables físicas para mejorar el rendimiento y satisfacer las especificaciones de funcionamiento tanto en el estado transitorio como el estado estable. Existen varias metodologías y técnicas de control para lograr este cometido y es de suma importancia conocer que algoritmos son los indicados para cada sistema[12]. Para este mecanismo se propone implementar y evaluar el desempeño de los siguientes algoritmos de control de posición: el control PD ampliamente utilizado en la industria, tangente hiperbólica y el control fraccional.

En términos generales, el objetivo del control de posición consiste en determinar una F tal que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = z_d \quad (3.1)$$

donde $z_d \in \mathbb{R}$, la posición deseada, es constante.

Esta F involucra una función no lineal con términos z , \dot{z} y \ddot{z} denominada ley de control o controlador. Para obtener un diseño óptimo de este controlador se requiere del conocimiento del modelo matemático del sistema a regular, realizado en el capítulo anterior.

Denotando el error de posición como $\tilde{z} = z_d - z$ y considerando z y \dot{z} como las salidas del sistema, se puede representar el lazo cerrado de control para el sistema levitador magnético por el diagrama a bloques de la figura 3.1

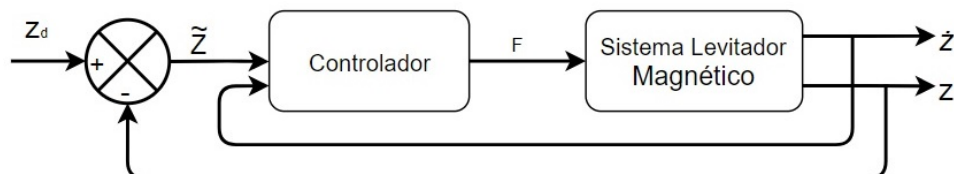


Figura 3.1: Diagrama a bloques del sistema levitador magnético en lazo cerrado

3.1. Controlador PD

El algoritmo de control proporcional derivativo o PD es el controlador de lazo cerrado más sencillo y empleado en el control de sistemas dinámicos, ya que cuenta con un punto de equilibrio global y asintóticamente estable.

La ley de control PD de posición para el sistema de levitación magnética de un grado de libertad está representada por:

$$F = \frac{(k_p \tilde{z}_1 - k_v \dot{z}_1)a}{(z_1^2 + b)^{3/2}} + mg \quad (3.2)$$

donde $k_p, k_v \in \mathbb{R}^+$ son constantes denominadas ganancia proporcional y derivativa respectivamente, $\tilde{z}_1 \in \mathbb{R}$ es el error de posición que se obtiene sustrayendo $q_d \in \mathbb{R}$, la posición deseada del disco magnético y la posición actual $z \in \mathbb{R}$ y mg es la compensación de gravedad. Para implementar el controlador al sistema en configuración de lazo cerrado se combina el modelo dinámico del sistema 2.18 con la ley de control 3.2 tomando en cuenta que la corriente que se suministra al sistema es regulada por el controlador

$$m\ddot{z}_1 + b_1\dot{z}_1 + mg = \frac{(k_p \tilde{z}_1 - k_v \dot{z}_1)a}{(z_1^2 + b)^{3/2}} + mg \quad (3.3)$$

Para comprobar la existencia del punto de equilibrio del lazo cerrado de control se coloca la expresión anterior y el error de posición en términos del vector de estados $[\tilde{z}_1 \quad \dot{z}_1]^T$:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{z}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{z}_1 \\ \frac{1}{m}[-b_1\dot{z}_1 + \frac{(k_p \tilde{z}_1 - k_v \dot{z}_1)a}{(z_1^2 + b)^{3/2}}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \forall \quad t \geq 0 \quad (3.4)$$

Se analiza cada término del vector de estados $[\tilde{z}_1 \quad \dot{z}_1]^T$ para corroborar la existencia y unicidad del punto de equilibrio $[0] \in \mathbb{R}^2$ de la ecuación de lazo cerrado

- $-\dot{z}_1 = (-1)(\dot{z}_1) = 0 \iff \dot{z}_1 = 0.$
- Por diseño $m > 0$ y de la expresión anterior $\dot{z}_1 = 0$ tenemos que el término $\frac{1}{m}[-b_1\dot{z}_1 + \frac{(k_p \tilde{z}_1 - k_v \dot{z}_1)a}{(z_1^2 + b)^{3/2}}] = 0$ se reduce a $\frac{(k_p \tilde{z}_1)a}{m(z_1^2 + b)^{3/2}} = 0 \iff \tilde{z}_1 = 0.$

Con esto podemos concluir que el punto de equilibrio existe, es único y se encuentra en las coordenadas $(0, 0) \in \mathbb{R}^2$.

Para demostrar que esta ley de control alcanza un error en estado estable igual a cero

se considera la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V(\tilde{z}_1, \dot{z}_1) = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 & \tilde{z}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}m & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}k_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \tilde{z}_1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Donde $V(\tilde{z}_1, \dot{z}_1)$ es una función definida positiva ya que la matriz $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}m & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}k_p \end{bmatrix}$ es definida positiva[10].

La derivada de la función candidata de Lyapunov a lo largo de la trayectoria de la ecuación de lazo cerrado 3.10 es:

$$\dot{V}(\tilde{z}_1, \dot{z}_1) = - \left(\frac{k_v a}{(\dot{z}_1^2 + b)^{3/2}} + b_1 \right) \dot{z}_1^2 \leq 0. \quad (3.6)$$

La cual es una función semidefinida negativa globalmente y por tanto se tiene un punto de equilibrio estable. Para comprobar la estabilidad asintótica se utiliza la naturaleza autónoma de la ecuación de lazo cerrado 3.4 y se aplica el principio de invarianza de LaSelle[13]. En una región:

$$\Omega = \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{z}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^2 : \dot{V}(\tilde{z}_1, \dot{z}_1) = 0 \iff \tilde{z}_1 \in \mathcal{R}, \dot{z}_1 = 0 \in \mathcal{R} \right\} \quad (3.7)$$

Ya que el único punto invariante es $\tilde{z}_1 = 0$ y $\dot{z}_1 = 0$ todas las soluciones de 3.4 convergen global y asintóticamente a Ω cuando $t \rightarrow \infty$.

3.2. Controlador Tanh

Este controlador pertenece a una familia de controladores con acciones acotadas y esta conformado por un término proporcional saturado basado en la función tangente hiperbólica, un término derivativo saturado también basado en la función tangente hiperbólica[14]; estos términos son multiplicados por un factor que representa la naturaleza no lineal del sistema levitador magnético y otro término encargado de la compensación de gravedad.

El algoritmo de este controlador está dado por:

$$F = \left(\frac{a}{(\dot{z}_1^2 + b)^{3/2}} \right) (k_p \tanh(\tilde{z}_1) - k_v \tanh(\dot{z}_1)) + mg \quad (3.8)$$

donde $\tilde{z}_1 = z_d - z_1$ es el error de posición, z_d es la posición deseada y $k_p, k_v \in \mathbb{R}^+$ son constantes denominadas ganancia proporcional y derivativa respectivamente. Considerando el modelo dinámico del sistema 2.18 con la ley de control 3.8, la expresión en

lazo cerrado queda como:

$$m\ddot{z}_1 + b_1\dot{z}_1 + mg = \left(\frac{a}{(z_1^2 + b)^{3/2}} \right) (k_p \tanh(\tilde{z}_1) - k_v \tanh(\dot{z}_1)) + mg \quad (3.9)$$

Se expresa la ecuación 3.9 con términos del vector de estados $[\tilde{z}_1 \quad \dot{z}_1]^T$ para analizar el punto de equilibrio de la ecuación:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{z}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{z}_1 \\ \frac{1}{m} [-b_1\dot{z}_1 + \frac{(k_p \tanh(\tilde{z}_1) - k_v \tanh(\dot{z}_1))a}{(z_1^2 + b)^{3/2}}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \forall \quad t \geq 0 \quad (3.10)$$

Para llevar a cabo el análisis de estabilidad de Lyapunov se debe de demostrar primero la existencia del punto de equilibrio, de la ecuación 3.10, se puede observar que $-\dot{z}_1 = (-1)(\dot{z}_1) = 0 \iff \dot{z}_1 = 0$, por el otro lado como $m > 0$ y bajo la condición que $k_p, k_v > 0$ tenemos que:

$$\frac{1}{m} \left[\frac{k_p \tanh(\tilde{z}_1) a}{(z_1^2 + b)^{3/2}} \right] = 0 \iff \tilde{z}_1 = 0 \quad (3.11)$$

Con esto se concluye que la ecuación 3.10 tiene punto de equilibrio único y se encuentra en el origen. Para proseguir con el análisis de estabilidad de Lyapunov, se propone la siguiente función candidata:

$$V(\tilde{z}_1, \dot{z}_1) = \frac{1}{2} m \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} k_p \ln(\cosh(\tilde{z}_1)) \quad (3.12)$$

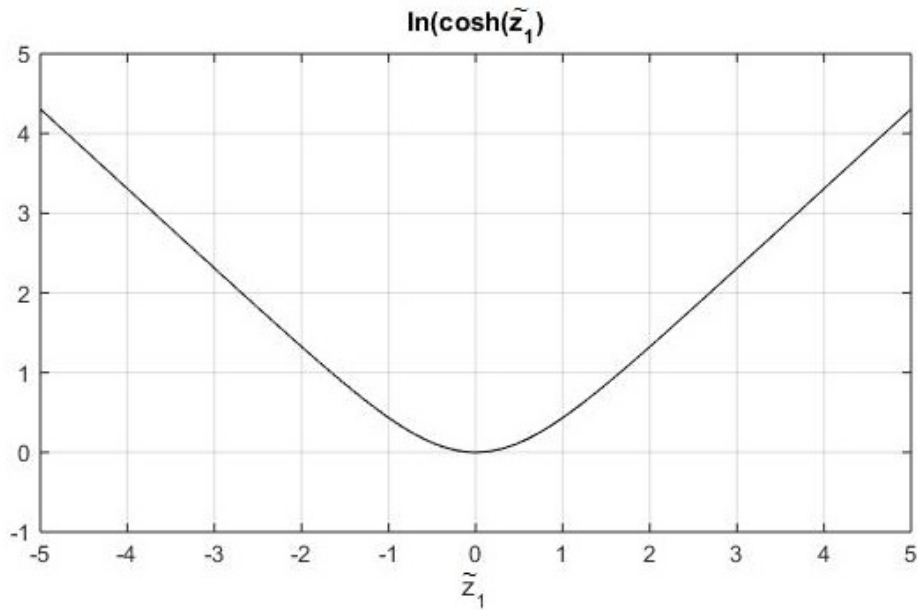
Donde esta función es definida positiva ya que $V(0, 0) = 0$, y cuando $\dot{z}_1 \rightarrow \infty_+$, $\dot{z}_1 \rightarrow \infty_-$, $\tilde{z}_1 \rightarrow \infty_+$ o $\tilde{z}_1 \rightarrow \infty_-$ entonces $V(\tilde{z}_1, \dot{z}_1) > 0$.

Dicho de otra forma el párrafo anterior, el primer término de la función es definido positivo con respecto a \dot{z}_1 ya que presenta una forma cuadrática y $m > 0$. De igual manera, el término asociado a \tilde{z}_1 es definido positivo resultado de la naturaleza de la función que se puede apreciar en la figura 3.2

La derivada de la función candidata de Lyapunov a lo largo de la trayectoria de la ecuación de lazo cerrado 3.4 es:

$$\dot{V}(\tilde{z}_1, \dot{z}_1) = - \left(\frac{k_v a}{(z_1^2 + b)^{3/2}} \dot{z}_1 \tanh(\dot{z}_1) + b_1 \dot{z}_1^2 \right) \leq 0. \quad (3.13)$$

Ambos términos de la expresión anterior son semidefinidos negativos afirmando que la derivada de la función candidata de Lyapunov 3.8 es una función semidefinida negativa globalmente y por lo tanto se concluye que el punto de equilibrio es estable. Para asegurar la estabilidad asintótica global se aplica el Teorema de LaSalle[13] en la región:

Figura 3.2: Gráfica de la función $\ln(\cosh(\tilde{z}_1))$

$$\Omega = \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{z}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^2 : \dot{V}(\tilde{z}_1, \dot{z}_1) = 0 \iff \tilde{z}_1 \in \mathcal{R}, \dot{z}_1 = 0 \in \mathcal{R} \right\} \quad (3.14)$$

Ya que el único punto invariante es $\tilde{z}_1 = 0$ y $\dot{z}_1 = 0$ todas las soluciones de 3.10 convergen global y asintóticamente a Ω cuando $t \rightarrow \infty$.

3.3. Controlador fraccional

Este algoritmo de control también forma parte de la familia de controladores acotados ya que cuenta con un término proporcional saturado basado en una función fraccionaria, de igual manera posee un término derivativo saturado basado en una función fraccionaria ambos sometidos a un factor correspondiente a la naturaleza no lineal del sistema magnético y otro término encargado de la compensación de gravedad.

La ecuación para la ley de control de tipo fraccionario está dada por:

$$F = \left(\frac{a}{(z_1^2 + b)^{3/2}} \right) \left(k_p \frac{\tilde{z}_1}{1 + \tilde{z}_1^2} - k_v \frac{\dot{z}_1}{1 + \dot{z}_1^2} \right) + mg \quad (3.15)$$

donde $\tilde{z}_1 = z_d - z_1$ es el error de posición, z_d es la posición deseada y $k_p, k_v \in \mathbb{R}^+$ son constantes denominadas ganancia proporcional y derivativa respectivamente encargadas de reducir este error de posición. Considerando el modelo dinámico del sistema 2.18 con

la ley de control 3.15, la expresión en lazo cerrado queda como:

$$m\ddot{z}_1 + b_1\dot{z}_1 + mg = \left(\frac{a}{(z_1^2 + b)^{3/2}} \right) \left(k_p \frac{\tilde{z}_1}{1 + \tilde{z}_1^2} - k_v \frac{\dot{z}_1}{1 + \dot{z}_1^2} \right) + mg \quad (3.16)$$

Se expresa la ecuación 3.16 con términos del vector de estados $[\tilde{z}_1 \quad \dot{z}_1]^T$:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{z}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{z}_1 \\ \frac{1}{m} \left[-b_1\dot{z}_1 + \left(\frac{a}{(z_1^2 + b)^{3/2}} \right) \left(\frac{k_p\tilde{z}_1}{1 + \tilde{z}_1^2} - k_v \frac{\dot{z}_1}{1 + \dot{z}_1^2} \right) \right] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \forall \quad t \geq 0 \quad (3.17)$$

Como anteriormente se demuestra primero la existencia del punto de equilibrio de la ecuación 3.17 para continuar con el método directo de Lyapunov. Se puede observar de la ecuación 3.17, $(-1)(\dot{z}_1) = -\dot{z}_1 = 0 \iff \dot{z}_1 = 0$, por el otro lado como $m > 0$ y bajo la condición que $k_p, k_v > 0$ tenemos que:

$$\frac{1}{m} \left(\frac{a}{(z_1^2 + b)^{3/2}} \right) \left(k_p \frac{\tilde{z}_1}{1 + \tilde{z}_1^2} \right) = 0 \iff \tilde{z}_1 = 0 \quad (3.18)$$

Utilizando nuevamente el método de Lyapunov para analizar la estabilidad de nuestra ley de control, se propone la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V(\tilde{z}_1, \dot{z}_1) = \frac{1}{2}m\dot{z}_1^2 + \frac{1}{2}k_p \ln(1 + \tilde{z}_1^2) \quad (3.19)$$

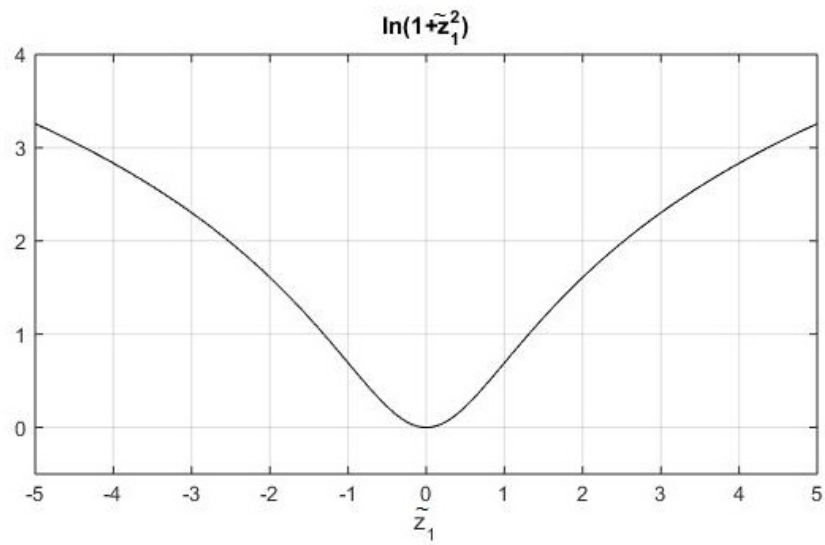
Donde esta función es definida positiva ya que $V(0, 0) = 0$, y cuando $\dot{z}_1 \rightarrow \infty_+, \dot{z}_1 \rightarrow \infty_-, \tilde{z}_1 \rightarrow \infty_+$ o $\tilde{z}_1 \rightarrow \infty_-$ entonces $V(\tilde{z}_1, \dot{z}_1) > 0$. Dicho de otra forma, en esta función se tiene que el primer término es definido positivo con respecto a \dot{z}_1 ya que presenta una forma cuadrática y $m > 0$. De igual manera, el término asociado a \tilde{z}_1 es definido positivo resultado de la naturaleza de la función que se puede apreciar en la figura 3.3

La derivada de la función candidata de Lyapunov a lo largo de la trayectoria de la ecuación de lazo cerrado 3.4 es:

$$\dot{V}(\tilde{z}_1, \dot{z}_1) = - \left(\frac{k_v a}{(z_1^2 + b)^{3/2}} \frac{1}{1 + \dot{z}_1^2} + b_1 \right) \dot{z}_1^2 \leq 0. \quad (3.20)$$

La derivada temporal de nuestra función candidata de Lyapunov es una función semi-definida negativa globalmente por lo que se concluye que el punto de equilibrio es estable. Para asegurar que la estabilidad es asintótica podemos emplear el teorema de LaSalle[13] que menciona en una región:

$$\Omega = \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{z}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^2 : \dot{V}(\tilde{z}_1, \dot{z}_1) = 0 \iff \tilde{z}_1 \in \mathcal{R}, \dot{z}_1 = 0 \in \mathcal{R} \right\} \quad (3.21)$$

Figura 3.3: Gráfica de la función $\ln(1 + \tilde{z}_1^2)$

Ya que el único punto invariante es $\tilde{z}_1 = 0$ y $z_1 = 0$ todas las soluciones de 3.17 convergen global y asintóticamente a Ω cuando $t \rightarrow \infty$.

Capítulo 4

Plataforma experimental

En los capítulos anteriores se describe la estructura física del sistema levitador magnético, el desarrollo matemático de su modelo dinámico y se proponen distintos algoritmos de control para regular la posición del disco magnético en el sistema. En este capítulo se explica cómo estos elementos se unifican y crean una plataforma experimental en la cual se puede implementar los algoritmos de control anteriormente mencionados en el capítulo 2 para el sistema levitador magnético de un grado de libertad.

La figura 4.1 muestra la arquitectura que tiene el sistema levitador magnético con los elementos para lograr cerrar el lazo de control.

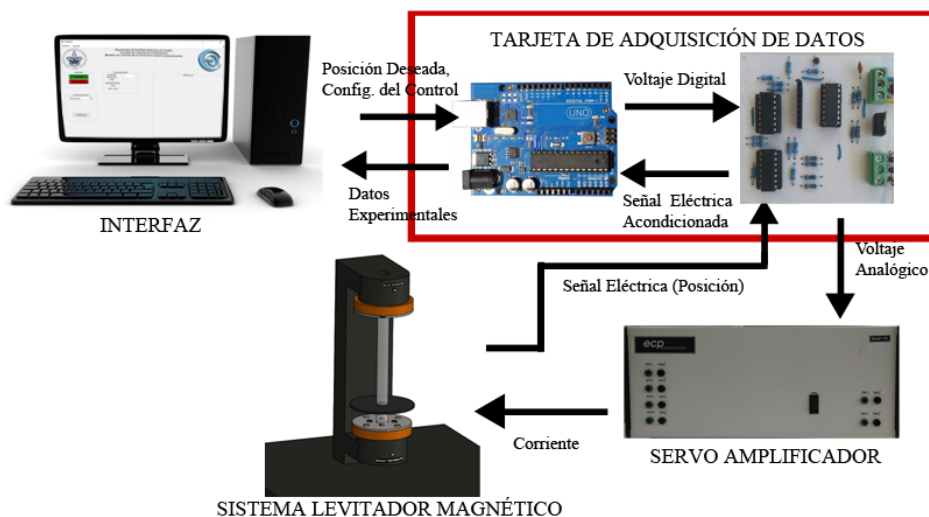


Figura 4.1: Arquitectura del sistema levitador magnético

El usuario decide los parámetros que desee introducir en la interfaz de usuario dentro la computadora: la posición del disco magnético donde se desee mantener, las ganancias proporcional y derivativa y se elige el algoritmo de control que desee utilizar. El controlador elegido se ejecuta en tiempo real dentro del microcontrolador tomando muestras de la señal eléctrica originados de la planta en un periodo de muestreo constante predeter-

minado y genera una señal de salida digital que se acondicionada mediante un circuito electrónico convirtiéndolo en un voltaje analógico. Este voltaje analógico se suministra al servoamplificador generando una corriente eléctrica que alimenta la bobina del sistema creando una fuerza magnética, resultando en un desplazamiento vertical del disco magnético. Los sensores optoelectrónicos mencionados en el capítulo 1 se encargan de generar una señal de voltaje analógica relacionada con la distancia en centímetros; esta señal pasa por un proceso de acondicionamiento antes de ser procesada por el microcontrolador. Toda la información obtenida durante este proceso es acumulada y se visualiza en la interfaz de usuario, concluyendo así el lazo de control.

4.1. Tarjeta de adquisición de datos

Una tarjeta de adquisición de datos es un elemento electrónico que actúa como la conexión entre la interfaz de usuario con el sistema físico, se encarga de interpretar la información de ambos elementos y transformarla de modo que dichos subsistemas puedan utilizar y entender la información que el otro transmite. Básicamente una tarjeta de adquisición de datos consiste de tres elementos fundamentales: el acondicionamiento de señal, la conversión analógica a digital(y viceversa) y la comunicación hacia la computadora.

4.1.1. Tarjeta ARDUINO UNO

La tarjetas diseñadas por la empresa italiana ARDUINO[15] son circuitos embebidos multifuncionales utilizados en aplicaciones electrónicas, tanto recreativas como en investigación, enfocado en un diseño sencillo y fácil de maniobrar pero sin perjudicar en el resultado que pueden llegar a manifestar. Estas tarjetas utilizan un entorno de desarrollo (IDE), el cual utiliza un lenguaje de programación basado en lenguaje C, uno de los más utilizados y conocidos en el área de la programación.

La tarjeta ARDUINO UNO tiene las siguientes características:

- Cuenta con un microcontrolador de la familia de ATmega328P de 8 bits.
- Posee 14 pines de entrada/salida (6 de ellos pueden ser configuradas como PWM) y 6 entradas analógicas.
- Posee un cristal de cuarzo de 16MHz.
- Contiene internamente un convertidor analógico a digital con resolución de 10 bits para las entradas analógicas.
- Comunicación serial a la computadora por medio de una conexión USB.

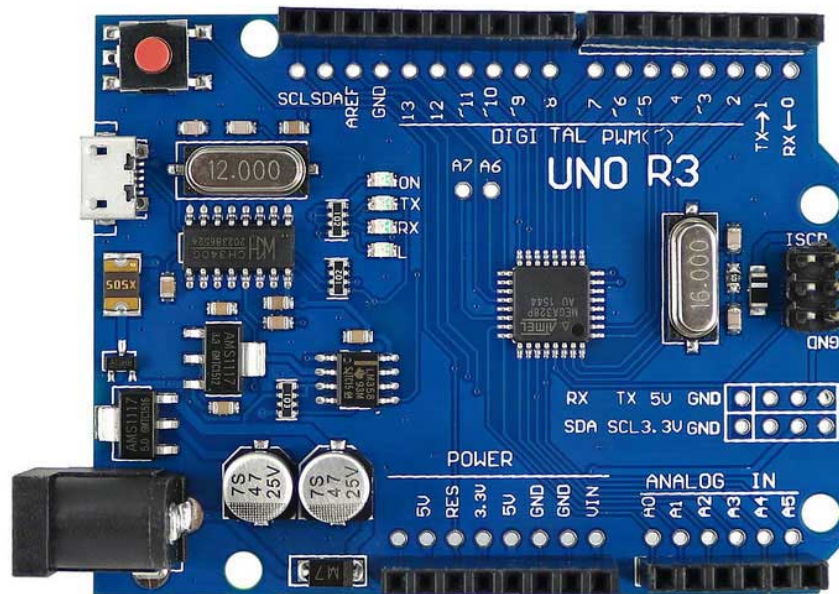


Figura 4.2: Tarjeta embebida Arduino Uno

La tarjeta ARDUINO UNO se encarga de leer e interpretar la señal recibida por el sensor optoelectrónico, genera la acción de control correspondiente para lograr la posición deseada del imán mandando una señal eléctrica al servoamplificador del sistema y, a su vez, manda los parámetros a la interfaz para exhibirlos al usuario. Este procedimiento se realiza en un periodo de 50 milisegundos.

Al estar hablando de dos dispositivos electrónicos, el microcontrolador y la computadora, conectados e intercambiando información es necesario tener un tipo de comunicación entre ellos, para este trabajo se utiliza la comunicación por puerto serial. El puerto serial, conocido de manera coloquial como puerto USB, es el método por el cual se comunican dos dispositivos e intercambian información mediante una secuencia de bits. Este es actualmente el método más utilizado en transferencia de información.

Cabe mencionar que la computadora y el microcontrolador tienen diferente capacidad de procesamiento de información, por tal motivo es recomendable utilizar variables denominadas banderas para sincronizar el proceso realizado dentro del microcontrolador como el de la computadora y asegurar que la información no se pierda en el transcurso de la transferencia. La figura 4.3 muestra el diagrama de flujo correspondiente a la comunicación

serial por USB entre la interfaz de usuario y la tarjeta ARDUINO UNO.

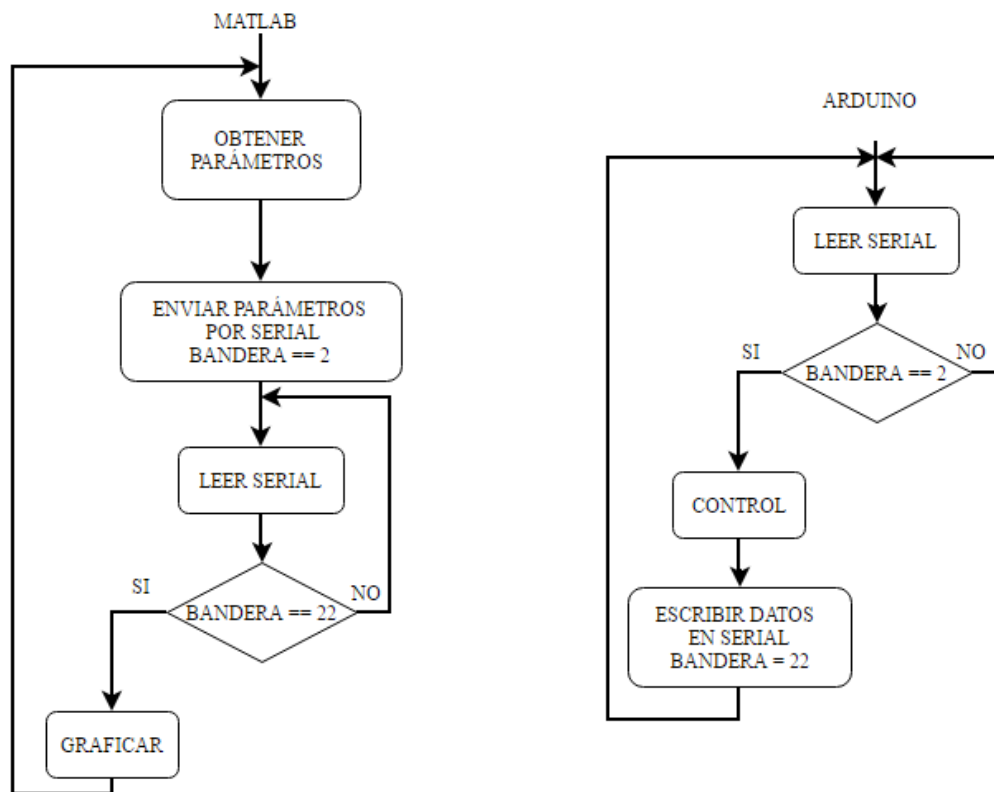


Figura 4.3: Diagrama de flujo del sistema levitador magnético

En el diagrama de flujo se puede apreciar dos apartados: la secuencia suceden dentro de la interfaz de usuario en la computadora y el algoritmo de control situado en el microcontrolador. Una vez el usuario configuro la interfaz con los datos deseados, la interfaz manda por el puerto serial la información junto con un valor de bandera = 2 y queda en atrapado en un bucle hasta cambio la variable tenga un valor de bandera = 22. Pasando al apartado del microcontrolador, en principio se encuentra en un bucle leyendo el puerto serial en espera de la información de la computadora. Una vez que los datos son obtenidos, se aplica la ley de control y manda el resultado de vuelta por el puerto, cambia el valor bandera = 22 y regresa a su estado de bucle inicial.

Regresando al apartado de MATLAB, donde se encontraba en un bucle leyendo el puerto serial, la interfaz lee el puerto y verifica que la bandera fue modificada, habilitando que el despliegue de información utilizando elementos visuales y regresa al principio de la secuencia. Con este proceso secuencial se asegura que ambos sistemas se sincronicen en instantes de tiempo para transmitir información.

4.1.2. Circuito Electrónico

El circuito electrónico de la tarjeta de adquisición de datos se encarga de acondicionar la señal eléctrica obtenida a través de los sensores del sistema, así como la señal digital generada por el microcontrolador. Consiste en una combinación de amplificadores operacionales TL084[16] en configuraciones tales como amplificador inversor y amplificador sumador inversor[17], un convertidor digital-analógico (DAC0808)[18] y , su contraparte, analógico-digital este último se encuentra en la tarjeta ARDUINO UNO. El circuito electrónico fue realizado en el software Altium Designer, el cual es un programa especializado en diseño de tarjetas PCB. En el apéndice B se encuentra el diagrama eléctrico del circuito electrónico al igual que la placa de circuito impreso(PCB) diseñada en Altium Designer.

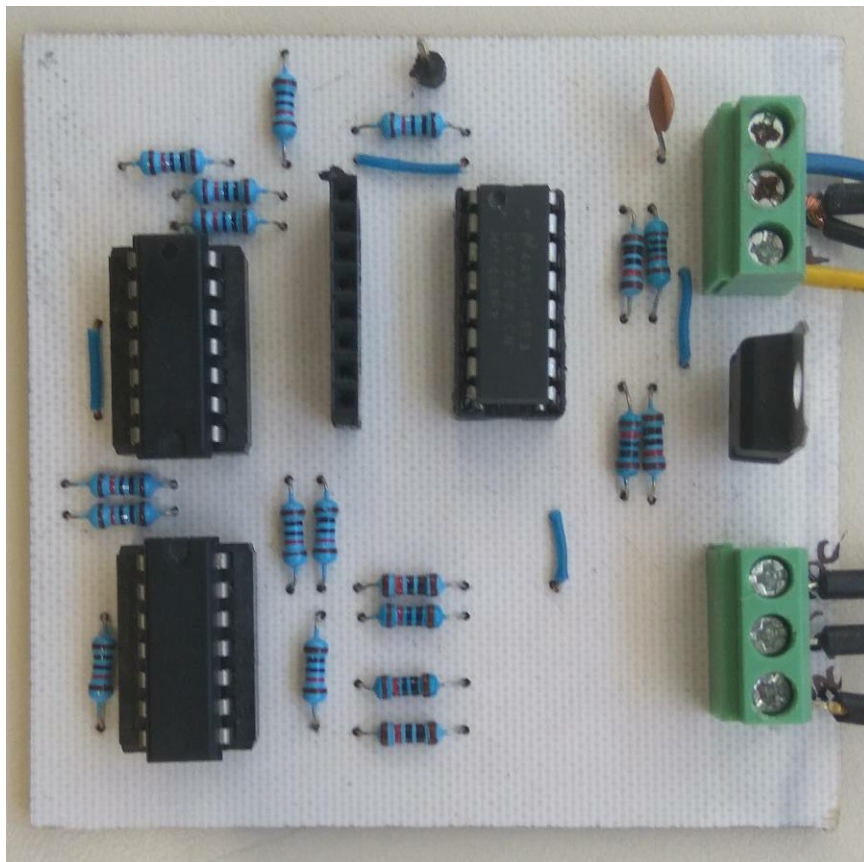


Figura 4.4: Circuito electrónico acondicionador

4.2. Interfaz de usuario

La interfaz de usuario hecha para este sistema es realizada utilizando el software MATLAB que cuenta con un lenguaje de programación propio (lenguaje M) basado en lenguaje C. MATLAB, acrónimo de MATrix LABoratory, es un entorno de desarrollo integrado especializado, pero no limitado, en representación de datos y funciones matemáticas. Entre todas prestaciones cuenta con un apartado conocido como GUIDE. Las GUI (también conocidas como interfaces gráficas de usuario o interfaces de usuario) permite un desarrollo de manera sencilla de aplicaciones de software. Estas aplicaciones son programas autónomos de MATLAB con un panel frontal gráfico que incluyen elementos tales como menús, barras de herramientas, botones, indicadores visuales y controles deslizantes, que lo convierte en una herramienta ideal para realizar interfaces de usuario[19].

Una aplicación hecha en esta plataforma consta de dos componentes:

- El panel frontal, una ventana con elementos gráficos que representa la interfaz de usuario. Es un archivo con extensión “.fig”. La figura 4.5 muestra el entorno de desarrollo del apartado GUI de MATLAB.
- El código fuente, un archivo con extensión “.m”, donde se encuentra codificado el funcionamiento de la interfaz, la programación de este archivo esta orientada a objetos, lo que facilita su desarrollo.

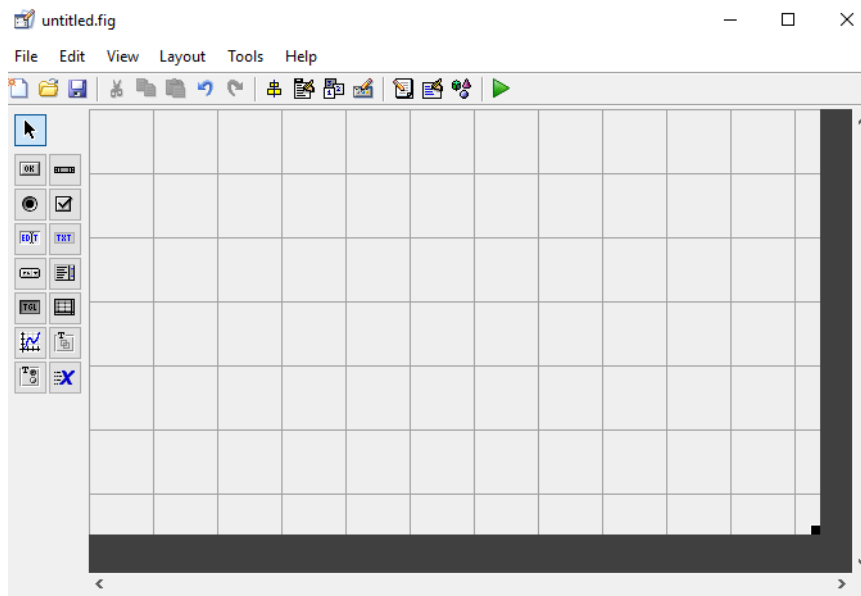


Figura 4.5: Entorno de desarrollo GUI de MATLAB

La figura 4.6 muestra la pantalla principal de la interfaz de usuario. En la parte izquierda de la ventana se encuentran los apartados para configurar la acción de control que se desee implementar, mientras que en la parte derecha está el panel de gráficas donde se muestran los datos obtenidos del sistema gracias a la tarjeta de adquisición de datos. Este panel de control tiene la opción de guardar los datos obtenidos de los experimentos en un archivo de texto.

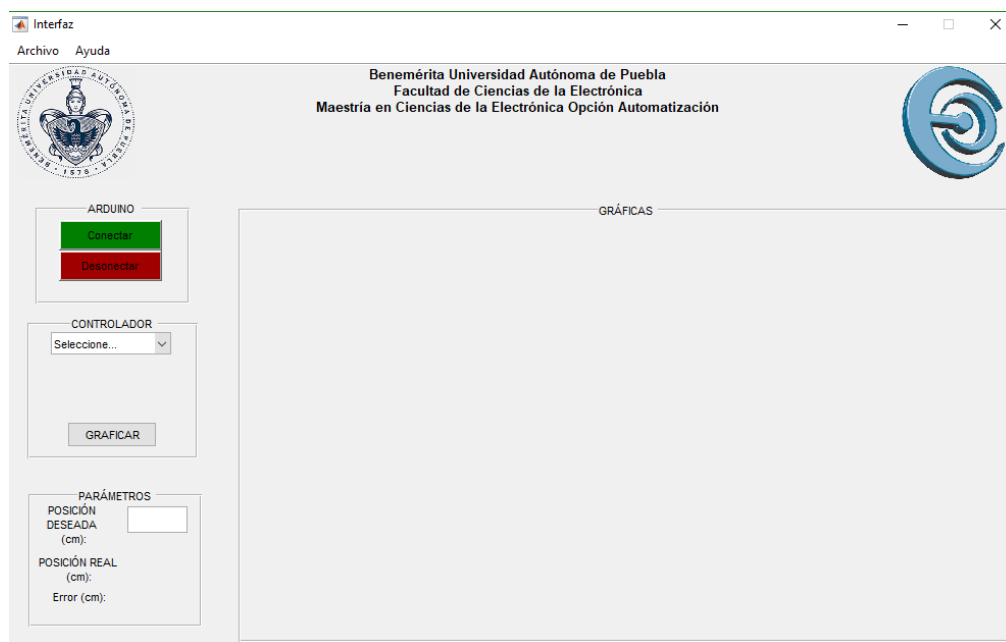


Figura 4.6: Ventana de la Interfaz Electrónica

En el apartado de ARDUINO se encuentra botones para inicializar (CONECTAR) y detener (DESCONECTAR) la comunicación serial entre la computadora y la tarjeta ARDUINO.



Figura 4.7: Apartado ARDUINO

En el apartado de CONTROLADOR contiene una lista desplegable de los tipos de controladores disponibles a utilizar (control PD, tanh, fraccional), una vez elegido se aparecen los recuadros de texto para modificar los parámetros propios del controlador. Con el botón GRAFICAR, se inicializa la graficación de los datos obtenidos del sistema y procesados por el microcontrolador.



Figura 4.8: Apartado CONTROLADOR

Una vez inicializado el proceso de graficación, en el apartado de GRÁFICAS se muestran las gráficas de posición, error de posición, voltaje analógico y fuerza magnética con respecto al tiempo. Esta información es la obtenida a través del microcontrolador y el sistema físico. En PARÁMETROS se encuentra un cuadro de texto donde el usuario decide la posición que el disco magnético debe permanecer, de igual manera se muestra numéricamente los datos de posición real y el error de posición en “tiempo real”.

Esta ventana también cuenta con un par menús: Menú Archivo y Menú Ayuda. El Menú Archivo tiene las opciones para guardar los datos obtenidos del experimento en un archivo de texto “.txt” y otra opción para cerrar la interfaz. El Menú Ayuda contiene las opciones que muestran ventanas con instrucciones de uso e información acerca de la interfaz. Todas estas opciones cuentan con atajos de teclado para utilizarlos sin necesidad de desplegar los menús que los contienen para conveniencia del usuario.



Figura 4.9: Menú Archivo y Menú Ayuda

Capítulo 5

Resultados experimentales

Para validar el desempeño de un algoritmo de control es necesario ponerlo a prueba mediante la implementación y experimentación por medio de la plataforma previamente descrita ya que con eso se garantiza la veracidad de los resultados que se pueden obtener utilizando estas leyes de control. En este capítulo se presentan los resultados finales obtenidos de un conjunto de pruebas experimentales ejecutadas con los controladores mencionados en el capítulo 2 e implementados en el sistema levitador magnético, el cual se muestra en la figura 5.2. Como medida de seguridad, el voltaje suministrado al bobinado del sistema está limitado por software, por lo que la fuerza magnética generada F tiene la restricción $|F| \leq F_{max}$ de modo que el valor de control permanezca dentro de los límites del actuador y no suceda un incidente.

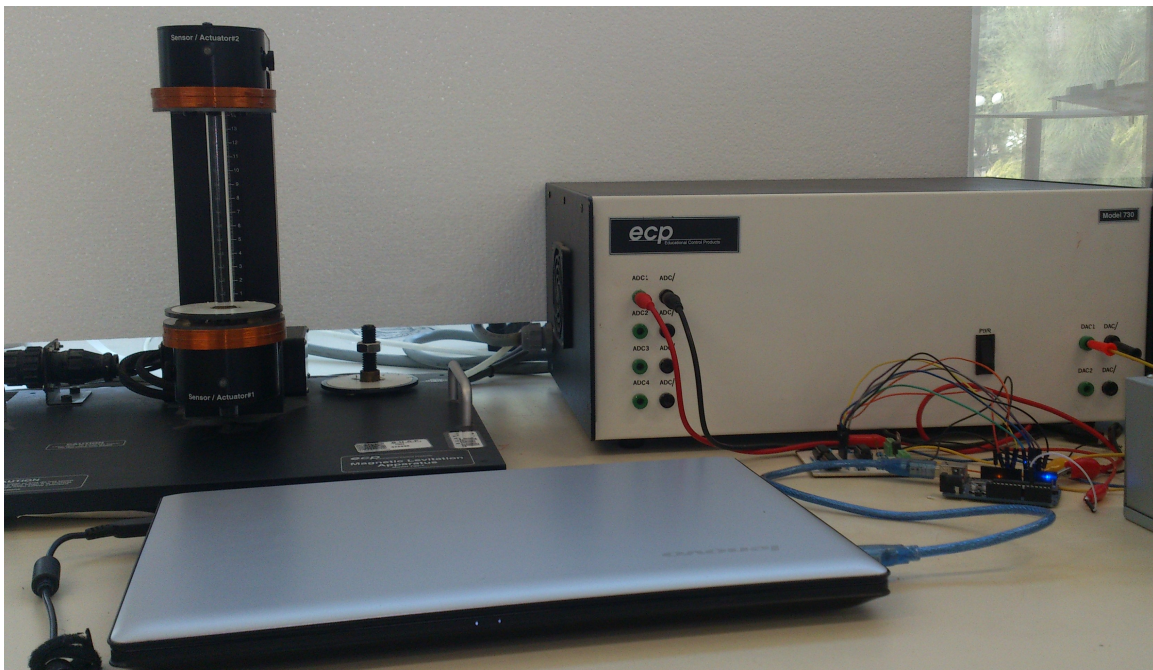


Figura 5.1: Plataforma experimental del sistema levitador magnetico

5.1. Evaluación experimental de controladores de posición

Para un mejor manejo de los distintos de controladores durante los experimentos realizados, se indicaron las leyes de control de la siguiente forma: F_{PD} al algoritmo de control con acción PD, para el controlador basado en la función tangente hiperbólica como F_{\tanh} y para el controlador de función fraccionaria como F_{frac} y se reescriben los algoritmos de control de la forma:

$$F_{PD} = \frac{(k_p \tilde{z}_1 - k_v \dot{z}_1)a}{(z_1^2 + b)^{3/2}} + mg \quad (5.1)$$

$$F_{\tanh} = \frac{(k_p \tanh(\tilde{z}_1) - k_v \tanh(\dot{z}_1))a}{(z_1^2 + b)^{3/2}} + mg \quad (5.2)$$

$$F_{frac} = \frac{\left(\frac{k_p \tilde{z}_1}{1+\tilde{z}_1^2} - \frac{k_v \dot{z}_1}{1+\dot{z}_1^2}\right)a}{(z_1^2 + b)^{3/2}} + mg \quad (5.3)$$

El experimento de evaluación de dichos controladores consiste en colocar el disco magnético a una altura de $3cm$ de altura y que permanezca en esa posición durante un determinado tiempo, con esto se demuestra la veracidad de los algoritmos de control planteamos. Para este experimento, los valores de las ganancias requeridas por los controladores son seleccionados empíricamente considerando que el funcionamiento del sistema en la práctica sea aceptable, esto es ganancia proporcional y derivativa que aseguren el mejor tiempo de respuesta con un pequeño sobretiro, con pocas oscilaciones y con el menor error en estado estable.

Se tiene cuidado en elegir la ganancia proporcional debido a las limitaciones físicas del sistema, de lo contrario puede llegar a producir fallas eléctricas o mecánicas que pueden perjudicar la integridad del dispositivo, es por esto que se coloca una limitante de voltaje aplicado al embobinado a través del software. Teniendo esto en cuenta, las ganancias de los controladores utilizados se sintonizan como se muestra en la tabla 5.1

Tabla 5.1: Ganancias proporcional y derivativa de los controladores PD, Tanh y Fraccional

Controlador	k_p	k_v
PD	0.5	0.005
Tangente Hiperbólica	50	10
Fraccional	55	12

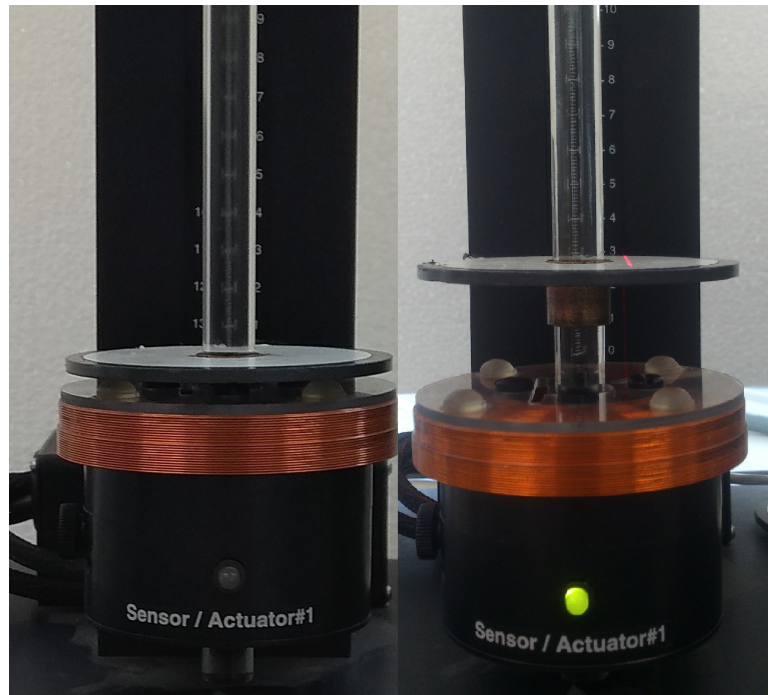


Figura 5.2: Disco magnético en posición inicial (izquierda) y a 3cm (derecha)

5.1.1. Resultados experimentales del controlador PD, Tanh y Fraccional

Las figuras 5.3, 5.4 y 5.5 contienen los resultados experimentales de error de posición del disco magnético y el voltaje suministrado al servoamplificador durante 5 segundos de operación, al colocar una posición deseada de 3cm en los controladores PD, tangente hiperbólico y controlador fraccional respectivamente.

En las gráficas consistentes al voltaje aplicado al servoamplificador se observa que en todo momento el voltaje se encuentra dentro de los límites establecidos de acuerdo al límite físico que presenta ($\pm 3\text{v}$). Se puede apreciar un sobrepico en el controlador fraccional que puede ser ocasionado por las propiedades matemáticas del controlador. Por otro lado, se aprecia en las gráficas de error de posición muestran propiedades de convergencia al punto de equilibrio, en este caso $\tilde{z}_1 = 0$ para cada controlador, esto significa que con estas leyes de control se consigue llegar a la posición deseada y se mantiene en ese estado a lo largo que transcurre el tiempo del experimento.

Haciendo una inspección más detallada, se puede apreciar los controladores acotados (Tahn y Fraccionario) llegan al estado estable en un tiempo menor que el controlador PD (0.9s y 0.8s) a diferencia del PD que logra llegar en 1.28s . Además el error en el controlador PD parece tener pequeñas oscilaciones en el estado estable, estas son mínimas, sin embargo no aparecen en los controladores acotados.

No obstante se logra un error en el estado estable de 0.0126cm en el controlador PD, 0.0069cm en el control tangente hiperbólico y 0.0072cm en el controlador fraccionario, lo que catalogarse como un margen aceptable de error. Todo apunta que los controladores con acción acotada se desempeñan mejor que el controlador PD.

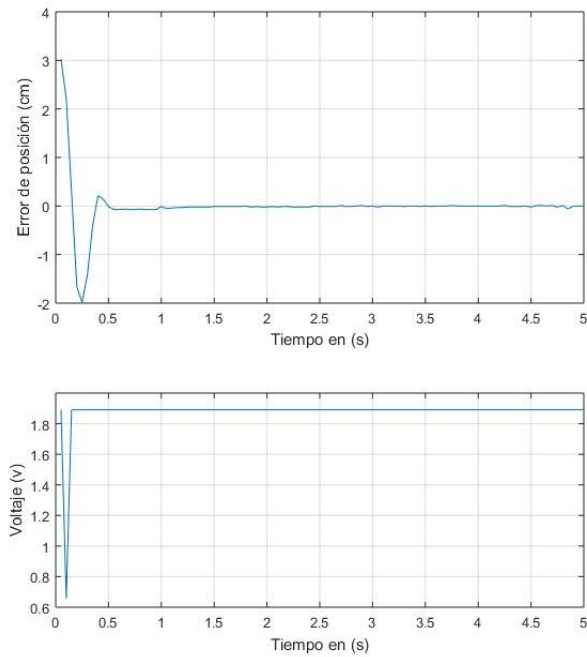


Figura 5.3: Gráfica de error de posición del controlador PD

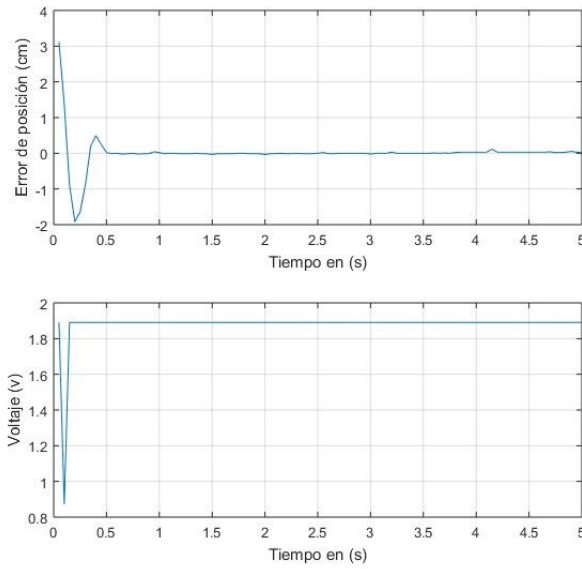


Figura 5.4: Gráfica de error de posición del controlador tangente hiperbólica

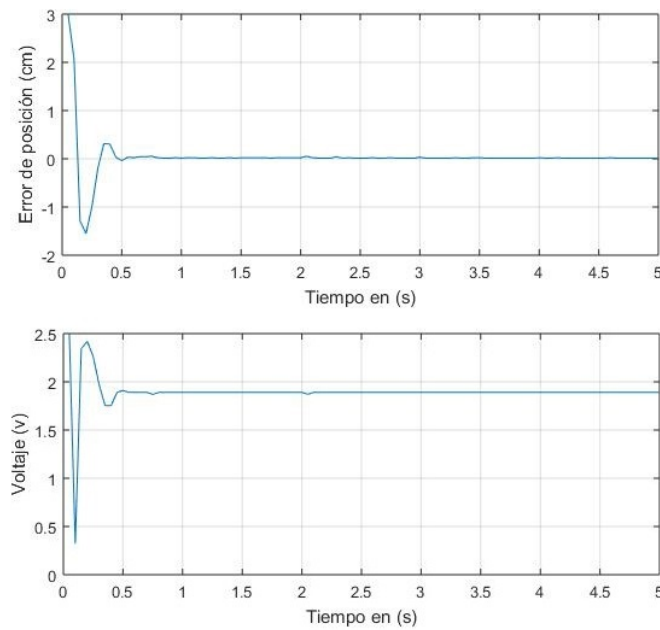


Figura 5.5: Gráfica de error de posición del controlador fraccional

5.1.2. Índice de desempeño

Cuando se prueban diferentes controladores en un mismo sistema es común preguntarse cual de ellos presenta una mejor respuesta. Muchos investigadores miden el desempeño del algoritmo de control por inspección visual de las gráficas de error de posición y depende de la persona en determinar si su desempeño es adecuado, lo que resulta en una evaluación subjetiva y poco fiable. Un criterio académico aceptado para medir el desempeño de algoritmos de control es por medio del índice de desempeño determinado por la

norma $\mathcal{L}_2[20]$.

El índice de desempeño de un algoritmo de control de posición de sistemas controlados se define como:

$$\mathcal{L}_2[\tilde{z}_1] = \sqrt{\frac{1}{t-t_0} \int_{t_0}^t \|\tilde{z}_1\|^2 dt} \quad (5.4)$$

donde $t_0, t \in \mathbb{R}^+$ son el tiempo inicial y final respectivamente. Esta expresión al ser una sumatoria del error de posición en el transcurso del experimento, un bajo índice de desempeño significa que la exactitud del algoritmo de control

Tabla 5.2: Índice de desempeño de los controladores utilizados

Controlador	Índice de desempeño
PD	0.2167cm
Tangente Hiperbólica	0.0228cm
Fraccional	0.0282cm

El índice de desempeño $\mathcal{L}_2[\tilde{z}_1]$ de los controladores para el sistema levitador magnético de la tabla 5.2 son mostrados en la figura 5.6, están calculados en el transcurso total del experimento, es decir 5s. Utilizando como referencia el controlador PD, que tiene mayor índice de desempeño, podemos concluir que los controladores Tanh y Fraccional tienen un desempeño del 10.52% y 13.01% respectivamente, así que cualquiera de ellos tiene mucho mejor desempeño que el PD, y el Tanh tiene el mejor desempeño de todos los controladores utilizados.

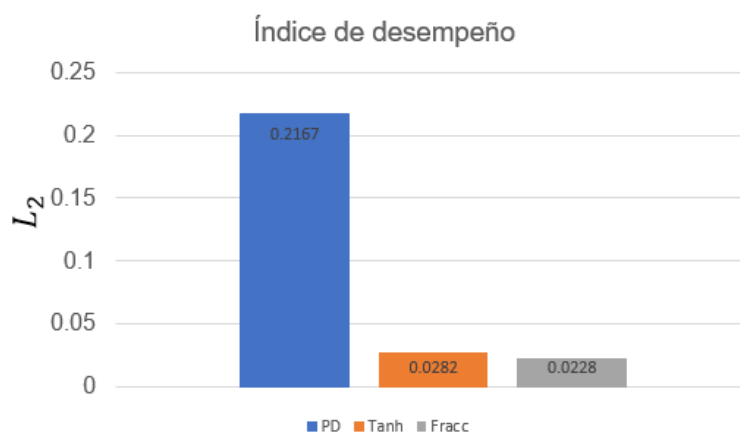


Figura 5.6: Índice de desempeño de los controladores

Conclusiones

Haciendo una recapitulación de los resultados obtenidos y los objetivos planteados, es correcto decir que se cubrió con los objetivos de manera satisfactoria. El conocimiento recabado haciendo este trabajo puede ser extrapolado a sistemas magnéticos más ostentosos y poderosos, ya que se abarcó los principios teóricos que rigen el comportamiento de sistemas como los trenes bala o sistemas guía de aeronaves por decir algunos.

La simulación del modelo dinámico con el algoritmo de control PD hecha en Simulink fue de gran ayuda ya que se corroboró la teoría de cada uno de los diferentes tópicos utilizados a lo largo de este trabajo, tales como electromagnetismo, física, matemáticas, teoría de control, etc., y además demostró que la característica multidisciplinaria de este trabajo al unificar estos rubros en un solo trabajo.

La plataforma GUIDE de MATLAB contiene las características adecuadas para realizar aplicaciones para visualizar información. La interfaz se diseñó teniendo en mente un panel de control simplista para no abrumar al usuario al momento de utilizarla, sin descuidar su desempeño.

La norma \mathcal{L}_2 es una herramienta factible para comparar el desempeño de distintos algoritmos de control implementados en un sistema, ya que utiliza como criterio la cantidad de error resultante a lo largo del experimento, y gracias a esto es posible determinar que tan eficiente trabajó el controlador. Gracias a la norma \mathcal{L}_2 se pudo apreciar fácilmente que los controladores acotados tienen un mejor desempeño en este tipo de sistemas.

Una de los problemas que se tuvo en este trabajo fue la falta de potencia que mostraba la planta, ya que desde un principio se pensó en utilizar ambas bobinas para mover el disco magnético y así lograr un rango de movimiento completo (de 0cm a 14cm), sin embargo utilizando la información proporcionada por el fabricante y varios experimentos realizados en el laboratorio, se llegó a la conclusión que no existía una zona donde los campos magnéticos de las bobinas actuaran mutuamente. Por lo que se optó por utilizar únicamente la bobina inferior para el trabajo. Como trabajo a futuro, se puede optar por cambiar la etapa de potencia del fabricante por un diseño propio o, una opción más desafiante y mi recomendaba, diseñar desde cero todo el sistema, el dispositivo magnético, la etapa de potencia, etc.

Apéndice A

Tablas de parámetros del sistema

La tabla A.1 contiene los parámetros físicos del sistema levitador magnético ECP Model 730.

Tabla A.1: Parámetros físicos del sistema levitador magnético

Disco magnético	Material	NdBFé (Neodimio-Boro-Hierro)
	Peso	200g
	Radio	4.07cm
	Espesor	0.34cm
	Diametro Interior	0.15cm
	Rango de Desplazamiento	4cm
	Corriente Inducida	3000A
Bobina	Radio	3.886cm
	Distancia entre bobinas	14cm
Planta	Dimensiones	50cm × 30cm × 36cm
	Peso	5kg

La tabla A.2 contiene los parámetros utilizados en el modelo dinámico magnético del sistema levitador encontrado en el capítulo 1

Tabla A.2: Parámetros el modelo dinámico magnético

Parámetro	Valor
a	$7.9848 \times 10^{-7} \frac{Nm^3}{A}$
b	16.5649cm
g	981cm/s
μ_0	$4\pi \times 10^{-9} N/A^2$
i_a	3000A

Apéndice B

Caracterización de los sensores de optoelectrónicos

La tabla B.1 muestra los datos obtenidos de la caracterización de los sensores de posición.

Tabla B.1: Caracterización de sensores de posición.

Sensor 1		Sensor 2	
Posición (cm)	Voltaje (V)	Posición (cm)	Voltaje (V)
0	8.08	0	9.22
1	6.4	1	7.24
2	4.21	2	4.32
3	2.76	3	3.01
4	1.98	4	2.24
5	1.43	5	1.59
6	0.92	6	1.07
7	0.63	7	0.72
8	0.4	8	0.49
9	0.25	9	0.31
10	0.12	10	0.18
11	0.04	11	0.09
12	-0.021	12	0.01
13	-0.05	13	-0.04
14	-0.07	14	-0.06

Se puede aproximar polinomios interpolantes de quinto grado para cada sensor con los datos de la tabla B.1 :

$$0.0001x^5 - 0.0015x^4 + 0.0056x^3 + 0.1967x^2 - 2.3449x + 8.2072 \quad (\text{B.1})$$

$$1.67 * 10^{-5}x^5 + 0.0001x^4 - 0.0207x^3 + 0.3957x^2 - 3.0696x + 9.3977 \quad (\text{B.2})$$

La figura B.1 y B.2 muestran las gráficas de la caracterización de los sensores ópticos.

Como se puede apreciar, presentan un comportamiento no lineal conforme la distancia aumenta, consecuencia de los factores antes mencionados, por lo que se motiva a utilizar una función para linealizar esta respuesta.

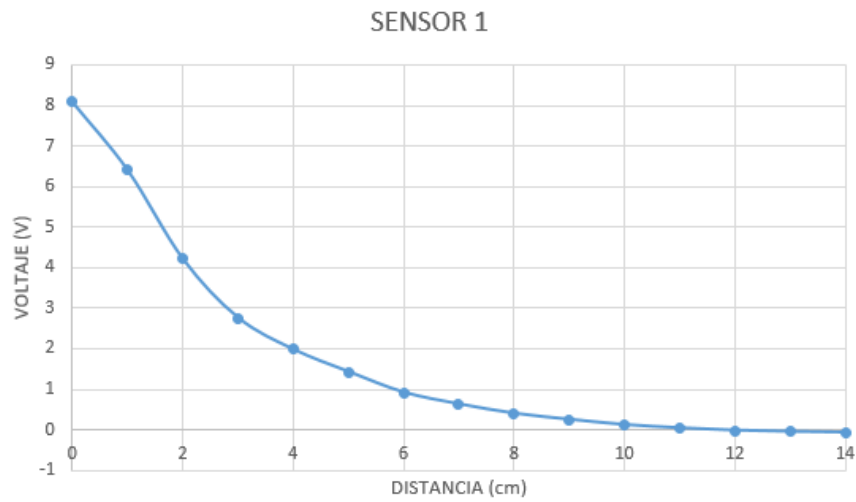


Figura B.1: Caracterización de Sensor 1

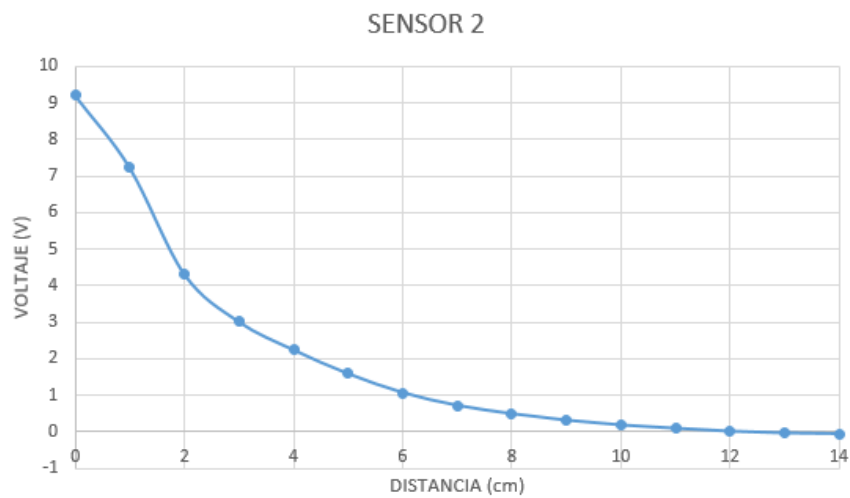


Figura B.2: Caracterización de Sensor 2

Apéndice C

Diagrama eléctrico y PCB del circuito acondicionador de señal

La figura C.1 muestra el diagrama eléctrico del circuito de acondicionamiento de señal. El circuito cuenta con amplificadores operacionales TL084 en configuración inversor y sumador, y un integrado DAC0808 para convertir la señal digital obtenida del ARDUINO UNO a una señal analógica. La figura C.2 muestra el PCB del circuito electrónico, ambos diseños fueron creados utilizando el software Altium Designer.

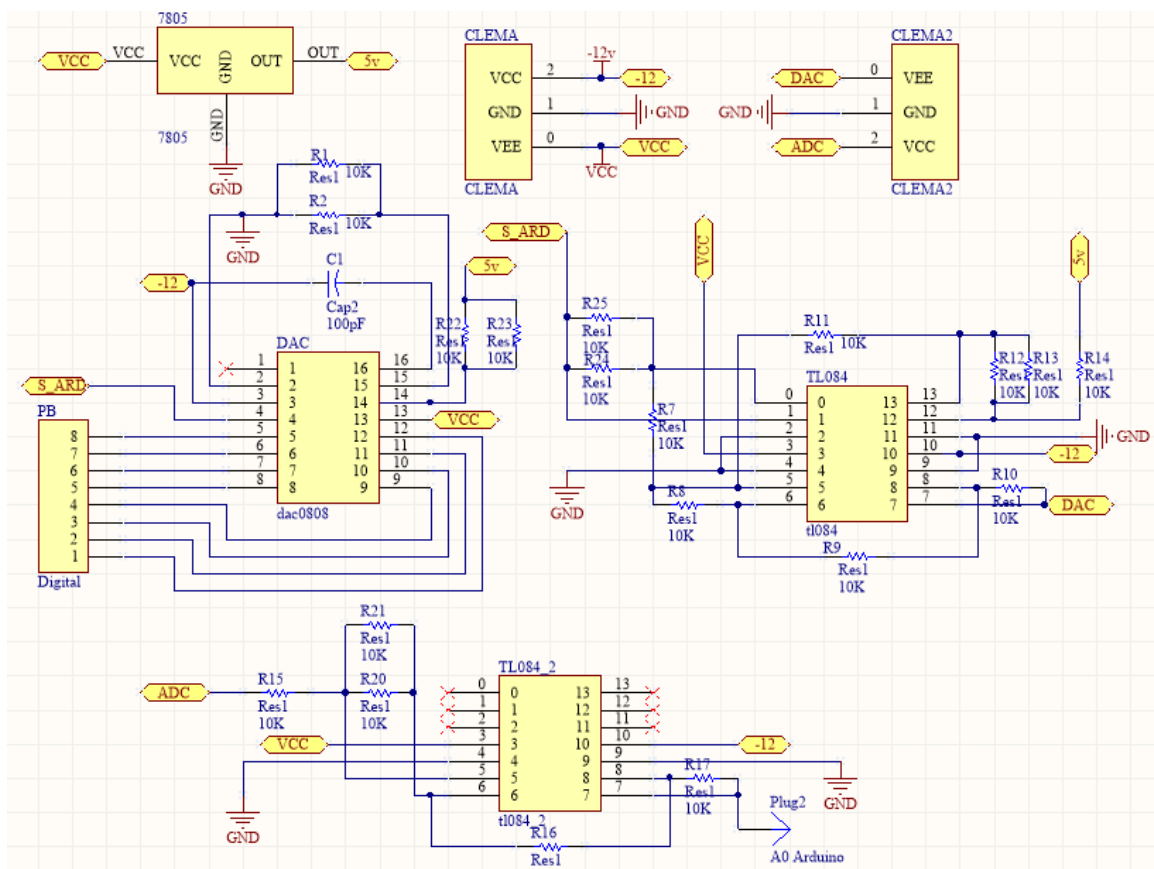


Figura C.1: Diagrama eléctrico del circuito acondicionador de señal

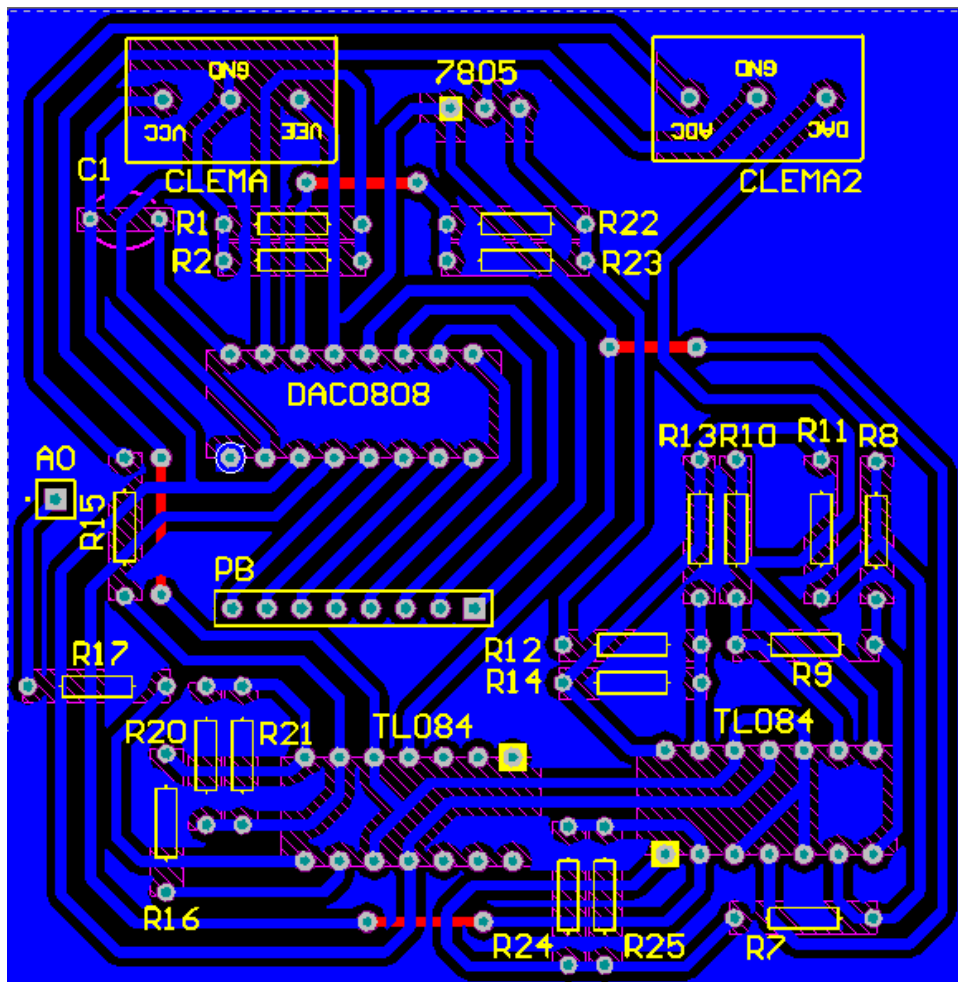


Figura C.2: PCB del circuito acondicionador de señal

Apéndice D

Análisis de estabilidad

D.1. Análisis de estabilidad de Lyapunov

El análisis de estabilidad de Lyapunov juega un papel importante en el análisis de la estabilidad de los sistemas de control descritos por las ecuaciones en el espacio de estados. Existen dos métodos de análisis de estabilidad de Lyapunov, llamados primer método y segundo método; ambos se aplican para determinar la estabilidad de los sistemas dinámicos descritos por sus ecuaciones diferenciales o en diferencias ordinarias.

El primer método está conformado por procedimientos en los que se utilizan las formas explícitas de las soluciones de las ecuaciones diferenciales o de las ecuaciones en diferencias para el análisis. Por otra parte, el segundo método no requiere de las soluciones de las ecuaciones diferenciales o en diferencias, por lo que resulta más útil en la práctica.

El segundo método de Lyapunov es aplicable tanto a sistemas lineales como no lineales, variantes o invariantes en el tiempo. En particular, el segundo método de Lyapunov es indispensable para el análisis de estabilidad de sistemas no lineales en los que las soluciones exactas no son posibles. El segundo método de Lyapunov se conoce también como método directo de Lyapunov.

Método directo de Lyapunov

De la teoría de la mecánica clásica, se sabe que un sistema vibratorio es estable si su energía total se reduce continuamente, hasta alcanzar un estado de equilibrio.

El segundo método de Lyapunov se basa en la generalización de lo anterior: si el sistema tiene un estado de equilibrio asintóticamente estable, entonces la energía acumulada en él desplazada de otro del dominio de atracción disminuye al aumentar el tiempo, has-

ta que por último adopta su valor mínimo en el estado de equilibrio. Sin embargo, para sistemas puramente matemáticos, no existe una forma simple de definir una función de energía. Para vencer esta dificultad, Lyapunov introdujo la función de Lyapunov, una función ficticia de energía. Esta idea es más general y más utilizada que la de la energía. De hecho cualquier función escalar que satisfaga las hipótesis de los teoremas de estabilidad de Lyapunov puede servir como función candidata de Lyapunov.

Antes de que se analice más profundamente la función de Lyapunov, es necesario explicar la definición de función positiva para las funciones escalares.

Definición de funciones escalares

Se dice que una función escalar $V(\mathbf{x})$ es definida positiva en una región Ω que incluye el origen del espacio de estados, si $V(\mathbf{x}) \geq 0$ para todos los estados no cero de la región Ω y si $V(0) = 0$.

se dice que una función variante en el tiempo $V(x, t)$ es definida positiva, en una región Ω , si está limitada por debajo por una función definida positiva invariante en el tiempo, es decir, si existe una función definida positiva $V(\mathbf{x})$ tal que:

$$V(\mathbf{x}, t) > V(\mathbf{x}), \forall t \geq t_0$$

$$V(0, t) > 0, \forall t \geq t_0$$

- Una función escalar $V(\mathbf{x})$ es semidefinida positiva si es positiva en todo los estados de la región Ω excepto en el origen y en determinados estados donde es cero.
- Una función escalar $V(\mathbf{x})$ es semidefinida negativa si $-V(\mathbf{x})$ es definida positiva.
- Una función escalar $V(\mathbf{x})$ es indefinida si la región Ω adopta tanto valores positivos como negativos, independientemente de lo pequeña que sea la región Ω .

Teorema de Sylvester

El teorema de Sylvester es un criterio para determinar si una función cuadrática es definida positiva utilizando su expresión matricial. Se dice que la función cuadrática $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T A \mathbf{x} > 0$ es definida positiva si y solo si la matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es definida positiva ($A > 0$) para cualquier $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$. Una matriz $A > 0$ es definida positiva si cumple con los siguiente requisitos:

- La matriz A de la función cuadrática $\mathbf{x}^T A \mathbf{x}$, debe ser una matriz simétrica $A = A^T$.
- El primer elemento (a_{11}) de la matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ debe ser positivo, es decir que $a_{11} > 0$.
- Todos los determinantes menores deben ser positivos, consecuentemente el determinante de la matriz es $|A| > 0$.

Funciones de Lyapunov

La función de Lyapunov, que es una función escalar, es una función definida positiva y es continua con sus primeras derivadas parciales en la región Ω alrededor del origen y tienen una derivada con respecto al tiempo que cuando se toma a lo largo de la trayectoria, es definida negativa. Las funciones de Lyapunov involucra a $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$, o bien, $V(\mathbf{x})$.

Observe que $\dot{V}(\mathbf{x}, t)$ es de hecho la derivada de $V(\mathbf{x})$ con respecto a t a lo largo de una solución del sistema. Por lo tanto, $\dot{V}(\mathbf{x}) < 0$ implica que $V(\mathbf{x})$ se va decrementando en función de t . Una función de Lyapunov es una herramienta más poderosa que las consideraciones convencionales de energía. Observe que para un sistema cuya energía ε se reduce en promedio, pero no necesariamente es estable en cada instante, ε no es una función de Lyapunov.

Sistema

El sistema que se considera está definido como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \tag{D.1}$$

donde \mathbf{x} es un vector de estados y $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ es un vector- n cuyos elementos son funciones de x_1, x_2, \dots, x_n y de t . Se supone que el sistema de la ecuación D.1 tiene una solución única, que empieza en la condición inicial dada. La solución de la ecuación D.1 se denota $\phi(t; x_0, t_0)$, donde $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ en $t = t_0$ y t es el tiempo observado. Por tanto:

$$\phi(t; x_0, t_0) = x_0$$

Estado de equilibrio

En el sistema de la ecuación D.1, un estado x , donde

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_i, t) = 0 \quad \forall t, \tag{D.2}$$

se llama estado de equilibrio para el sistema, Si el sistema es lineal e invariante en el tiempo, esto es, si $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = A\mathbf{x}$, entonces sólo existirá un estado de equilibrio si A no es singular, y un número infinito de estados de equilibrio si A es singular. Estos estados corresponde a las soluciones constantes del sistema ($\mathbf{x} = \mathbf{x}_i, \forall t$). La determinación de los estados de equilibrio no involucra la solución del sistema, ecuación D.1, sino sólo la solución de la ecuación D.2.

Cualquier estado de equilibrio aislado puede ser desplazado al origen de las coordenadas, o $\mathbf{f}(0, t) = 0$, mediante traslación de coordenadas.

D.2. Estabilidad en el sentido de Lyapunov

A continuación, una región esférica de radio r , alrededor de un estado de equilibrio \mathbf{x}_i , de denotará como:

$$\|x - x_e\| \leq r,$$

donde $\|x - x_e\|$ se llama norma euclidiana y se define como sigue:

$$\|x - x_e\| = [(x_1 - x_{1e})^2 + (x_2 - x_{2e})^2 + \dots + (x_n - x_{ne})^2]^{1/2}$$

Sea $S(\delta)$ el conjunto formado por todos los puntos tales que:

$$\|x - x_e\| = \delta,$$

y hagamos que $S(\epsilon)$ sean todos los puntos tales que:

$$\|\phi(t; x_0, t_0) - x_e\| \leq \delta, \quad \forall t \geq t_0$$

Se dice que un estado de equilibrio \mathbf{x}_i del sistema de la ecuación D.1 es estable en el sentido de Lyapunov si, para cada $S(\epsilon)$ existe un $S(\delta)$ tal que las trayectorias que se inicien en $S(\delta)$ no salga de $S(\epsilon)$ al aumentar t en forma indefinida. El número real δ depende de ϵ y, en general, también depende de t_0 . Si δ no depende de t_0 , se dice que el estado de equilibrio es uniformemente estable.

Lo que se ha enunciado aquí es que primero se escoge la región $S(\epsilon)$ y, para cada $S(\epsilon)$, deberá existir una región $S(\delta)$ tal que las trayectorias que se inician dentro $S(\delta)$ no salgan conforme t se incrementa en forma indefinida.

Estabilidad asintótica

Se dice que un estado de equilibrio \mathbf{x}_i del sistema de la ecuación D.1 es asintóticamente estable si es estable en el sentido de Lyapunov y si cada solución que se inicie desde el interior de $S(\delta)$ converge, sin salir de $S(\epsilon)$ hacia \mathbf{x}_i conforme t se incrementa en forma indefinida.

En la práctica, la estabilidad asintótica es más importante que la simple estabilidad. Sin embargo, dado que la estabilidad asintótica es un concepto local, el hecho de establecer la estabilidad asintótica no necesariamente significa que el sistema operará de manera correcta. Por lo general, es necesario algún conocimiento del tamaño de la región más grande de la estabilidad asintótica. Esta región se conoce como dominio de atracción. Es esa parte del espacio del estado en la cual se originan las trayectorias asintóticamente estable. En otras palabras, cualquier trayectoria que se origine en el dominio de atracción es asintóticamente estable.

Si la estabilidad asintótica es válida para todos los estados a partir de donde se originan todas las trayectorias, se dice que el estado de equilibrio es estable asintóticamente global. Esto es, el estado de equilibrio \mathbf{x}_i del sistema dado por la ecuación D.1 se dice estable asintóticamente global si es estable y cada solución converge a \mathbf{x}_i conforme t se incrementa en forma indefinida. Es claro que una condición necesaria para la estabilidad asintótica global es que exista sólo un estado de equilibrio en la totalidad del espacio de estado.

En problemas de ingeniería de control, la estabilidad asintótica global es una característica deseable. Si el estado de equilibrio no es estable asintóticamente global, entonces el problema se convierte en determinar la región más grande de estabilidad asintótica. Esto por lo regular es muy difícil, no obstante para efectos prácticos, es suficiente con determinar una región de estabilidad asintótica lo suficientemente grande para ninguna perturbación exceda.

Inestabilidad

Se dice que un estado de equilibrio \mathbf{x}_i es inestable si para algún número real $\epsilon > 0$ y cualquier número real $\delta > 0$, sin importar que tan pequeño, siempre existirá un estado x_0 en $S(\delta)$ tal que la trayectoria que se inicie en ese estado salga de $S(\epsilon)$.

Teorema de Lyapunov sobre estabilidad asintótica

Se puede demostrar que si una función escalar $V(\mathbf{x})$ donde \mathbf{x} es un vector n , es definida positiva, entonces los estados \mathbf{x} que satisfacen

$$V(\mathbf{x}) = C,$$

donde C es una constante positiva, están en una hipersuperficie cerrada en el espacio de estados de n dimensiones, al menos en la vecindad del origen. Si $V(\mathbf{x}) \rightarrow \infty$ conforme $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$, entonces esas superficies cerradas se extienden en el interior de la hipersuperficie $V(\mathbf{x}) = C_1$ está enteradamente en el interior de la hipersuperficie $V(\mathbf{x}) = C_2$ siempre que $C_1 < C_2$.

Para un sistema dado, si es posible encontrar una función escalar definida positiva $V(\mathbf{x})$, tal que su derivada de tiempo tomada a lo largo de una trayectoria sea siempre negativa, entonces conforme el tiempo aumenta, $V(\mathbf{x})$ toma valores más pequeños de C . Conforme el tiempo aumenta, $V(\mathbf{x})$ finalmente se reduce a cero y, por tanto, \mathbf{x} también se reduce a cero. Esto implica estabilidad asintótica del origen del espacio de estado. El teorema principal de estabilidad de Lyapunov, que es una generalización de lo anterior, proporciona una condición suficiente para la estabilidad asintótica.

Teorema de estabilidad de Lyapunov

Suponga que un sistema está descrito por

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t),$$

donde

$$\mathbf{f}(0, t) = 0 \quad \forall t \geq 0.$$

Si existe una función escalar $V(\mathbf{x}, t)$ con derivadas parciales de primer orden continuas y que satisfagan las condiciones:

1. $V(\mathbf{x}, t)$ es definida positiva.
2. $\dot{V}(\mathbf{x}, t)$ es definida negativa.

entonces el estado de equilibrio en el origen es uniforme y asintóticamente estable.

Si, además, $V(\mathbf{x}, t) \rightarrow \infty$ conforme $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$, entonces el estado de equilibrio es el

origen es uniforme y asintóticamente estable global. Las condiciones de este teorema se puede modificar como sigue:

1. $V(\mathbf{x}, t)$ es definida positiva.
2. $\dot{V}(\mathbf{x}, t)$ es definida negativa.
3. $\dot{V}(\phi(t; x_0, t_0), t)$ no desaparece para $t \geq t_0$ para cualquier $x_0 \neq 0$, donde $\phi(t; x_0, t_0)$ denota la solución que se inicia a partir de x_0 en $t = t_0$.

Entonces el origen es uniforme y asintóticamente estable global.

La equivalencia de la condición dos del teorema y las condiciones modificadas 2'y 3'se puede ver como sigue. Si $\dot{V}(\mathbf{x}, t)$ no es definida negativa sino sólo semidefinida negativa, entonces la trayectoria del punto representativo se puede volver tangente a alguna superficie determinada $V(\mathbf{x}, t) = C$. Dado que $\dot{V}(\phi(t; x_0, t_0), t)$ no desaparece para $t \geq t_0$ para cualquier t_0 y para cualquier $x_0 \neq 0$, el punto representativo no puede permanecer en el punto tangente y por tanto debe moverse hacia el origen.

Teorema de Lyapunov sobre estabilidad

Para probar la estabilidad del origen del sistema definido por la ecuación D.1 se puede aplicar al siguiente teorema. Suponga que un sistema está descrito por

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t),$$

donde

$$\mathbf{f}(0, t) = 0 \quad \forall t \geq 0.$$

Si existe una función escalar $V(\mathbf{x}, t)$ con derivadas parciales de primer orden continuas y que satisfagan las condiciones:

1. $V(\mathbf{x}, t)$ es definida positiva.
2. $\dot{V}(\mathbf{x}, t)$ es definida negativa.

entonces el estado de equilibrio en el origen es uniforme y asintóticamente estable.

Deberá notarse que la semidefinición negativa $\dot{V}(\mathbf{x}, t)$ significa que el origen es uniformemente estable pero no necesariamente uniforme y asintóticamente estable. Por tanto,

en este caso, el sistema puede mostrar una operación cíclica límite.

Teorema de inestabilidad

Si un estado de $\mathbf{x} = 0$ de un sistema es inestable, entonces existe un función escalar $W(\mathbf{x}, t)$ que determina la estabilidad del estado de equilibrio. Suponga que un sistema está descrito por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t),$$

donde

$$\mathbf{f}(0, t) = 0 \quad \forall t \geq t_0.$$

si existe una función escalar $W(\mathbf{x}, t)$ con derivadas parciales de primer orden continuas que satisfagan las condiciones:

1. $W(\mathbf{x}, t)$ es definida positiva en alguna región alrededor del origen.
2. $\dot{W}(\mathbf{x}, t)$ es positiva en la misma región,

entonces el equilibrio en el origen es inestable.

D.3. Teorema de LaSalle

Considérese el sistema autónomo no lineal dado por la siguiente ecuación:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t),$$

donde \mathbf{x} es un vector de estado y $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ es un vector- n cuyos elementos son funciones de x_1, x_2, \dots, x_n y de t , y además sea el origen un punto de equilibrio.

Estabilidad asintótica

Suponiendo que se tiene una función candidata de Lyapunov $V(\mathbf{x}, t)$ definida para cada $\mathbf{x} \in N \subset \mathcal{R}^n$, y además la función satisface las siguientes condiciones:

1. $V(\mathbf{x}, t)$ es definida positiva.
2. $\dot{V}(\mathbf{x}, t)$ es definida negativa.

Entonces el origen es asintóticamente estable sí y solo si

$$V(\mathbf{x}, t) = 0, \text{ solo en } \mathbf{x} = 0. \quad (\text{D.3})$$

El origen es estable asintótica y globalmente si $N = \mathcal{R}^n$ y $V(\mathbf{x}, t)$ es radialmente no acotada.

Apéndice E

Publicaciones y Reconocimientos

En este apéndice se presenta al artículo y el reconocimiento por participar en el IV CONGRESO INTERNACIONAL DE ROBÓTICA Y COMPUTACIÓN, al igual que un reconocimiento por presentar un póster en el Mexican Humanitarian Technology Conference (MHTC) 2017.

EL TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

A TRAVÉS DEL

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE LA PAZ

OTORGA EL PRESENTE

RECONOCIMIENTO

A

ERICK GABINO CHÁVEZ MÉNDEZ, SERGIO VERGARA LIMÓN, MARÍA AURORA
DIOZCORA VARGAS TREVIÑO Y JOSÉ FERNANDO REYES CORTES

POR SU ARTÍCULO: CONTROL DE POSICIÓN DE UN SISTEMA LEVITADOR MAGNÉTICO DE
UN GRADO DE LIBERTAD
PRESENTADO EN EL CUARTO CONGRESO INTERNACIONAL DE
ROBÓTICA Y COMPUTACIÓN
CELEBRADO DEL 2 AL 4 DE MAYO DEL AÑO EN CURSO.

LA PAZ, B.C.S., 4 DE MAYO DE 2017.

ATENTAMENTE
"CIENCIA ES VERDAD, TÉCNICA ES LIBERTAD"


ING. JESÚS DAVID ESTRADA RUIZ
DIRECTOR



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
TECNOLÓGICO NACIONAL
DE MÉXICO
INSTITUTO TECNOLÓGICO
DE LA PAZ
DIRECCIÓN

Control de posición de un sistema levitador magnético de un grado de libertad

E. G. Chávez, S. Vergara, M. A. D. Vargas, F. Reyes

Facultad de Ciencias de la Electrónica (FCE), Grupo de robótica.

Maestría en Ciencias de la Electrónica Opción en Automatización, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP).

Av San Claudio y 18 Sur S/N, C.U., Edificio 109A, C.P. 72570, Puebla, Pue., México.

email: erick.chavezg@alumno.buap.mx

Abstract—En el siguiente trabajo se presenta un sistema levitador magnético de un grado de libertad siendo afectado por la acción de un algoritmo de control tipo PD. Se presenta el modelo dinámico de dicho sistema, obtenido al utilizar el método de Euler-Lagrange. Se realizó un análisis de los fenómenos electromagnéticos, con el fin de complementar el modelo dinámico del sistema. Se diseñó una tarjeta de adquisición de datos para capturar y acondicionar las señales eléctricas provenientes, y destinadas, del sistema para luego ser desplegadas, gráficamente, en una interfaz de usuario realizada en MATLAB.

This paper presents a one DOF magnetic levitation system being affected by the action of a PD type control algorithm. Also it presents the dynamic model of the system using the Euler-Lagrange method. To complement this model, we performed an analysis of the electromagnetic phenomena shown using concepts of electromagnetic theory. We also designed a data acquisition board dedicated to capture and adapt the electric signals coming, and going, from the system to later be shown, graphically, by a graphic user interface made in MATLAB.

Index Terms—Electromagnetismo, Euler-Lagrange, Interfaz gráfica de usuario, MATLAB.

I. INTRODUCCIÓN

Los sistemas de levitación magnética son dispositivos con elementos electromagnéticos que, utilizando el principio de electromagnetismo, levita elementos con propiedades ferromagnéticas. Este tipo de sistemas son cada vez más utilizados debido a la mínima presencia de fricción ocasionada por el contacto mecánico entre elementos estáticos y móviles. Es por esto que resulta efectivo en numerosas ventajas como la disminución de ruido audible, un aumento en el periodo de vida de piezas mecánicas, la habilidad de trabajar en ambientes de alto vacío, etc. Los sistemas magnéticos trabajan generalmente con dos tipos de fuerzas: fuerza de atracción, repulsión. Como su nombre lo especifica, la fuerza de atracción de un objeto se encarga de atraer objetos hacia él; caso contrario de la fuerza de repulsión, que no permite que esto suceda, es decir, aleja a los objetos alrededor de un cuerpo, este es el principio que caracteriza la levitación. Este fenómeno ocurre principalmente al aplicar una fuerza de igual magnitud que la fuerza de atracción gravitacional terrestre, pero en dirección contraria, provocando una fuerza de repulsión artificial que anula la acción de la fuerza gravitacional, provocando que el objeto se suspenda en el aire.

La capacidad de trabajar en ambientes de alto vacío ofrece una gran ventaja para desarrollar varias aplicaciones[2][3][4][5]. Se debe tener en cuenta que la necesidad constante de suministrar una fuerza de repulsión para generar el fenómeno de levitación y a la naturaleza no lineal del sistema conlleva a la existencia de diferentes propuestas de modelado matemático y algoritmos de control.

El objetivo de este trabajo es conseguir un modelo dinámico que tome en cuenta el fenómeno magnético que tiene presente este sistema mecánico. Utilizando el modelo dinámico como base, generar un algoritmo de control y supervisar el comportamiento del sistema afectado por él utilizando una interfaz de usuario donde se configure los parámetros del algoritmo de la ley de control y, de igual manera, se visualice información propia del sistema con ayuda de gráficas que se actualizan constantemente. El siguiente diagrama presente el proceso descrito:

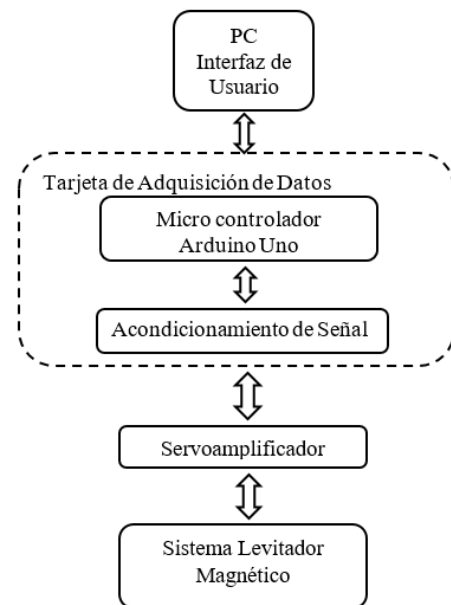


Fig. 1: Diagrama de flujo del sistema levitador magnético.

II. SISTEMA LEVITADOR MAGNÉTICO

Para este trabajo se utilizó el sistema levitador magnético ECP modelo 730. Este dispositivo cuenta con dos embobinados (uno arriba y otro abajo) alineados verticalmente con ayuda de un cilindro de vidrio que se utiliza como guía, estos embobinados producen un campo magnético cuando se les suministra una corriente eléctrica. El campo magnético generado de los embobinados incrementa con respecto a la corriente eléctrica que se administre provocando un incremento en la altura suspendida de un indicador visual. Este indicador se trata de un imán permanente en forma de disco hecho de una aleación de neodimio, hierro y boro. Este tipo de imanes permanentes son uno de los más poderosos utilizados comercialmente. La figura 2 muestra una fotografía del sistema levitador.

Este dispositivo cuenta con un conjunto de sensores ópticos, emisor y receptor, que producen una caída de potencial correspondiente a la distancia que recorrida por el haz de luz, producido por el emisor, hacia el receptor. Para mejorar el desempeño de estos sensores, los discos magnéticos cuentan con un recubrimiento laminar reflectante, con esto el haz de luz está íntegro y no exista problemas para que el receptor óptico obtenga la mayor información posible.

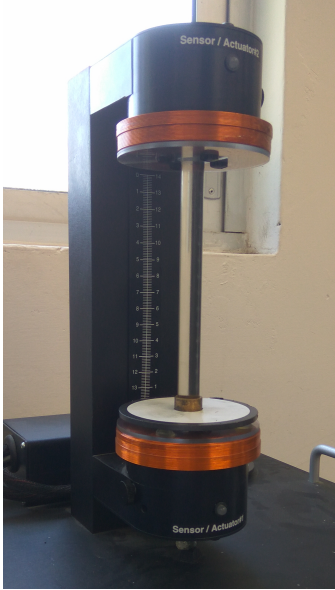


Fig. 2: Dispositivo ECP Modelo 730.

III. MODELO DINÁMICO DEL SISTEMA

El modelo dinámico de un sistema es una representación la cual puede describir el comportamiento físico de un sistema a través de una expresión matemática. Al ser una expresión matemática, existen varias metodologías para encontrar dicha expresión cada una con diferentes consideraciones a tomar, en este trabajo se empezó con un análisis del fenómeno electromagnético presente en el sistema.

IV. MODELO DINÁMICO MAGNÉTICO

En este sistema, la fuerza magnética es generada por una bobina. Dicha bobina relaciona esa fuerza con una entrada de voltaje/corriente. La acción de la bobina se modela considerando el campo magnético entre la bobina el disco magnético como una función de la distancia que separa a ambos.

Utilizando la teoría electromagnética, el análisis se realiza bajo las siguientes consideraciones[6]:

- La ley de Biot-Savart nos proporciona la relación que existe entre la corriente y el campo magnético generado

$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (1)$$

donde $d\vec{B}$ es la diferencial de campo magnético, en tesla,

μ es la constante de permeabilidad, Henry/m,

I es la corriente en A,

dl es la diferencial de la longitud del elemento cargado, en m,

r es el vector de distancia del elemento cargado al campo, en m.

- El disco magnético puede visualizarse como una espira circular, el campo magnético en el centro se calcula con la ley de Biot-Savart. En este caso el ángulo entre el elemento cargado y el campo es constante (90 deg), ocasionando que el vector resultante del producto cruz una unidad. El campo magnético es:

$$dB = \frac{\mu}{4\pi} I \frac{2\pi R}{R^2} = \frac{\mu I}{2R} \quad (2)$$

donde R es el radio del disco.

- El campo magnético a lo largo del eje Z de una espira circular de igual manera se calcula con la ley de Biot-Savart. En este caso, el ángulo entre el elemento cargado y el campo sigue siendo constante (90 deg), así que el producto cruz resulta una unidad.

$$dB_z = \frac{\mu}{4\pi} I \frac{2\pi R}{(z^2 + R^2)} \cos \alpha \quad (3)$$

$$= \frac{\mu I R}{2(z^2 + R^2)} \frac{R}{\sqrt{z^2 + R^2}} \quad (4)$$

La fuerza entre conductores cargados de corriente es dada por la ley de Lorentz:

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B} \quad (5)$$

donde $d\vec{F}$ es la diferencial de fuerza, en Newtons

$$f_{mag} = I_a 2\pi R \frac{\mu I_b R}{2(z^2 + R^2)} \frac{R}{\sqrt{z^2 + R^2}} \quad (6)$$

$$= I_a \frac{\mu I_b \pi R^3}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (7)$$

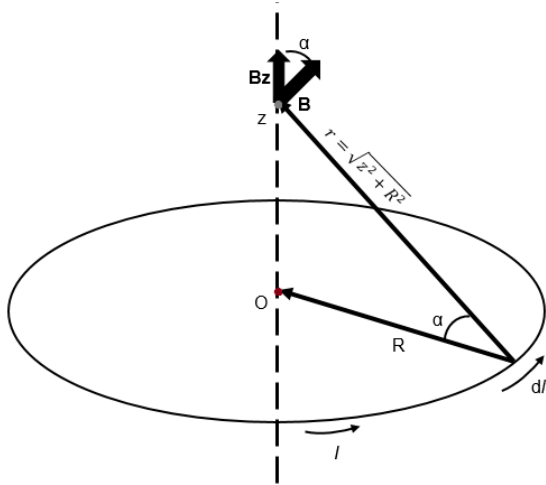


Fig. 3: Diagrama Campo magnético de una espira circular a lo largo del eje Z.

donde I_a es la corriente que recorre en el embobinado y I_b es la corriente recorriendo en el disco magnético, ambos en Amperes. Nótese que la corriente I_b es constante ya que se trata de un imán permanente. La ecuación 7 se puede escribir de la siguiente forma

$$f_{mag} = \frac{aI_a}{(z^2 + b)^{3/2}} \quad (8)$$

donde $a = \mu I_b \pi R^3$ y $b = R^2$.

A. Cinemática Directa

Se refiere a cinemática directa como la relación del movimiento que existe en una estructura articulada en base de un sistema de referencia inercial con el fin de expresarla con una ecuación matemática. Para este trabajo se utiliza la metodología de Denavit-Hartenberg principalmente porque este sistema cuenta con una cadena abierta con una articulación cilíndrica, por consiguiente la tabla de parámetros DH sólo cuenta con una fila como se muestra en la tabla ??:

Tabla I: Tabla de parámetros DH

l	α	d	θ
0	0	z	0

Una vez obtenidos los parámetros DH, utilizamos esa información para obtener la cinemática directa mediante la matriz de transformación homogénea, quedando de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z \end{bmatrix} \quad (9)$$

donde z es la distancia que existe entre el plato protector del embobinado con el disco magnético. Cabe resaltar que en este

sistema no interesa la rotación que podría presentar el disco magnético, solamente la distancia, es por eso que no existe componentes en las coordenadas (x, y) .

V. MODELO DINÁMICO

Uno de los procedimientos más empleados para la obtención de modelos dinámicos de sistemas mecánicos, es el basado en las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange[7]. El empleo de estas ecuaciones para el modelado requiere de dos conceptos importantes: La energía cinética y la energía potencial, y la diferencia entre estos tipos de energía se define como función lagrangiana (10):

$$\mathcal{L}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) = \mathcal{K}(\mathbf{v}) - \mathcal{U}(\mathbf{z}) \quad (10)$$

La energía cinética está formulada de la siguiente manera:

$$\mathcal{K}(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} m \mathbf{v}^T \mathbf{v} \quad (11)$$

Mientras que la energía potencial se expresa como:

$$\mathcal{U}(\mathbf{z}) = mgl(\mathbf{z}) \quad (12)$$

Para utilizar la ecuación 11 es necesario conocer la cinemática diferencial, que es simplemente la derivada con respecto al tiempo de la cinemática directa (9).

$$\mathbf{v} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (13)$$

donde \mathbf{v} es el vector que contiene la velocidad de cada uno de las coordenadas de posición del sistema. Una vez obtenida la velocidad se sustituye en la ecuación 11:

La energía cinética esta formulada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}(\mathbf{v}) &= \frac{1}{2} m \mathbf{v}^T \mathbf{v} \\ &= \frac{1}{2} m \dot{z}^2 \end{aligned} \quad (14)$$

Y la energía potencial se expresa como:

$$\begin{aligned} \mathcal{U}(\mathbf{z}) &= mgl(\mathbf{z}) \\ &= mgz \end{aligned} \quad (15)$$

Sustituimos las expresiones (11) y (12) en la ecuación 10:

$$\mathcal{L}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) = \frac{1}{2} m \dot{z}^2 - mgz \quad (16)$$

Una vez obtenido el langrangiano (16) se pueden obtener las ecuaciones de movimiento:

$$F = \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{z}} \right) - \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta z} \quad (17)$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{z}} = m\dot{z} \quad (18)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{z}} \right) = m\ddot{z} \quad (19)$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta z_1} = -mg \quad (20)$$

$$F = m\ddot{z} + mg \quad (21)$$

El modelo dinámico del sistema levitador magnético se concluye al añadir el resultado del análisis electromagnético (ecuación 8) y el fenómeno de fricción viscosa presente por tratarse de un sistema mecánico a la ecuación de movimiento (21):

$$F = m\ddot{z} + mg + b\dot{z} - \frac{aI_a}{(z^2 + b)^{3/2}} \quad (22)$$

VI. CONTROLADOR

Se sabe que existe una relación entre el voltaje suministrado a la bobina con la fuerza magnética que genera. Esta relación se puede expresar de la forma

$$F = kv \quad (23)$$

$$v = \frac{F}{k} \quad (24)$$

donde v es el voltaje suministrado y k la relación entre voltaje y fuerza.

El voltaje suministrado, de primera instancia, se genera a partir de un algoritmo de control tipo PD simple, por lo que la expresión queda

$$F = k_p \ddot{z} - k_v \dot{z} \quad (25)$$

$$v = \frac{k_p}{k} \ddot{z} - \frac{k_v}{k} \dot{z} \quad (26)$$

Por otro lado, la corriente en un inductor[8] es

$$i(t) = \exp^{-\frac{R}{L}t} i(0) + \underbrace{(1 - \exp^{-\frac{R}{L}t})}_{\alpha} v(t) \quad (27)$$

donde R es la resistencia del embobinado, L la inductancia e $i(0)$ es la corriente inicial de la bobina, en este caso se consideran condiciones iniciales iguales a cero.

Sustituimos la ecuación 26 en 27

$$i(t) = \alpha \left(\frac{k_p}{k} \ddot{z} - \frac{k_v}{k} \dot{z} \right) \quad (28)$$

La ecuación 28 se sustituye en la ecuación 8

$$f_{mag} = \frac{\alpha(k_p \ddot{z} - k_v \dot{z})a}{k(z^2 + b)^n} \quad (29)$$

La ecuación 29 denota la fuerza magnética que genera el algoritmo de control tipo PD simple, que se suministra a la bobina.

VII. SIMULACIÓN

Para comprobar la veracidad del modelo dinámico del sistema conseguido por el análisis matemático realizado, se utiliza una simulación en el ambiente de Simulink de MATLAB. En la figura 4 se muestra el diagrama de bloques correspondiente al modelo dinámico completo del sistema levitador magnético. Y en la figura 5 se encuentra el diagrama de bloques de Simulink donde se aplica un controlador tipo PD al modelo dinámico.

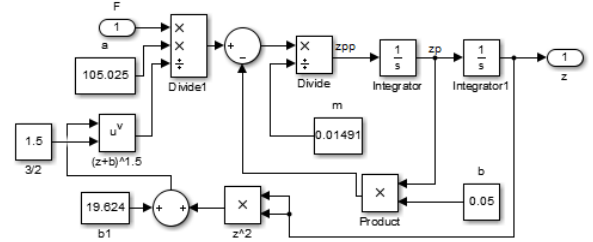


Fig. 4: Diagrama Simulink del modelo dinámico.

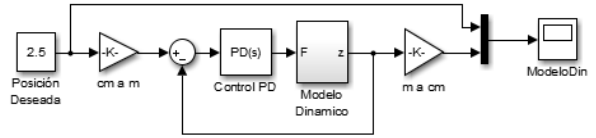


Fig. 5: Diagrama Simulink del modelo dinámico con control PD.

VIII. TARJETA DE ADQUISICIÓN DE DATOS

Esta tarjeta se encarga de transformar la información digital procesada por la computadora y micro controlador a señales eléctricas analógicas, y viceversa, que se entregan al servo amplificador, que suministra la corriente correspondiente a la bobina, y genere el campo magnético necesario para mover el imán permanente del sistema. Esta tarjeta consta de dos partes: un circuito electrónico dedicada al acondicionamiento de señal y una tarjeta ARDUINO UNO.

A. Hardware

El circuito electrónico de la tarjeta de adquisición de datos se encarga de acondicionar la señal eléctrica obtenida a través de los sensores del sistema, así como la señal generada por el controlador. Consiste en una combinación de amplificadores operacionales en distintas configuraciones y un conjunto de convertidores: digital-analógico y , su contra parte, analógico-digital este último se encuentra en la tarjeta ARDUINO UNO.

B. Software

Para programar la tarjeta ARDUINO UNO como una tarjeta de adquisición de datos se utilizó el compilador de código

abierto IDE versión 1.8.1. El lenguaje que maneja este compilador esta basado en el lenguaje C[8]. El micro controlador de la tarjeta ARDUINO UNO se encarga de leer e interpretar la señal del sensor, generar la acción de control correspondiente para lograr la posición deseada, obtenida a través de la interfaz de usuario, del imán mandando una señal eléctrica al servo amplificador del sistema y, a su vez, mandar los parámetros a la interfaz para exhibirlos al usuario. Este procedimiento se realiza cada 30 milisegundos.

La figura 6 muestra el diagrama de flujo correspondiente a la comunicación entre la interfaz de usuario y la tarjeta ARDUINO UNO.

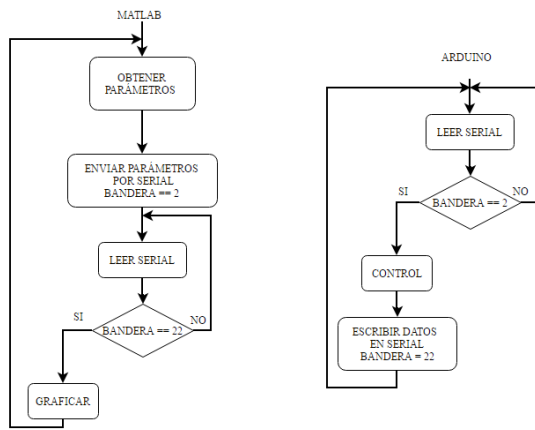


Fig. 6: Comunicación serial entre ARDUINO y MATLAB.

IX. INTERFAZ DE USUARIO

La interfaz de usuario para el sistema levitador magnético se desarrolló utilizando el lenguaje de programación de MATLAB GUI, ya que cuenta con características de programación orientada a objetos aptas para generar interfaces gráficas de usuario. MATLAB GUI es un entorno de programación visual que permite realizar y ejecutar programas donde se ingresa y/o despliega datos. La figura 7 muestra la pantalla principal de la interfaz de usuario.

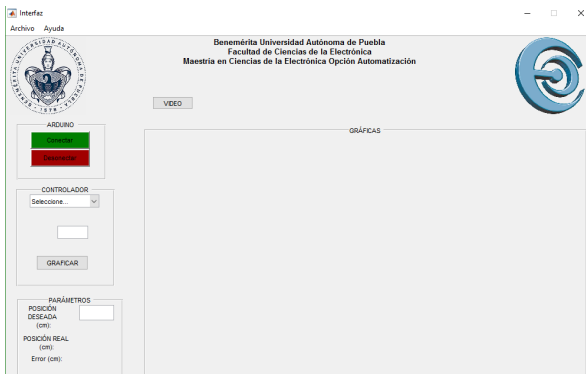


Fig. 7: Ventana de la Interfaz de Usuario.

En el apartado de ARDUINO se encuentra botones para inicializar (CONECTAR) y detener (DESCONECTAR) la comunicación serial entre la computadora y la tarjeta ARDUINO.



Fig. 8: Apartado ARDUINO.

En el apartado de CONTROLADOR contiene una lista desplegable de los tipos de controladores disponibles a utilizar, una vez elegido se aparecen los recuadros de texto para modificar los parámetros propios del controlador. Con el botón GRAFICAR, se inicializa el proceso para graficar de los datos obtenidos del sistema y presentándolos en la parte derecha de la ventana.



Fig. 9: Apartado CONTROLADOR.

En PARÁMETROS se encuentra el recuadro de texto para designar la posición deseada requerida por el usuario, también se muestran los datos de posición real y el error en "tiempo real".

X. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para evidenciar la funcionamiento del sistema en lazo cerrado utilizando un algoritmo de control PD simple, se colocó como posición deseada ($z_d = 2.5\text{cm}$) con constantes proporcional y derivativa ($k_p = 18, k_v = 5$) respectivamente. La figura 10 muestra la ventana de la interfaz de usuario ya configurada y mostrando las gráficas de posición real y error que presenta el sistema, al igual que el voltaje suministrado al servo amplificador y la fuerza magnética generada por la bobina.

La figura 11 muestra el apartado de gráficas de la interfaz de usuario, en esta se puede ver en la parte superior izquierda la gráfica de posición real, donde la línea roja denota la posición deseada colocada en la interfaz, y la línea azul es la información recabada gracias a la tarjeta de adquisición de datos. En la parte inferior izquierda se encuentra la gráfica de error, en esta se puede apreciar que el valor de error tiende a

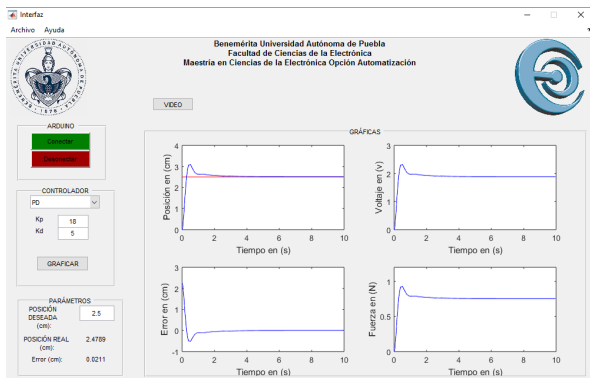


Fig. 10: Ventana de la Interfaz de Usuario configurada.

cero con una exactitud de 2%, justamente lo que se deseaba conseguir con una tolerancia aceptable. Mientras que en la parte derecha se encuentra las gráficas de voltaje y fuerza suministrada y generada, respectivamente.

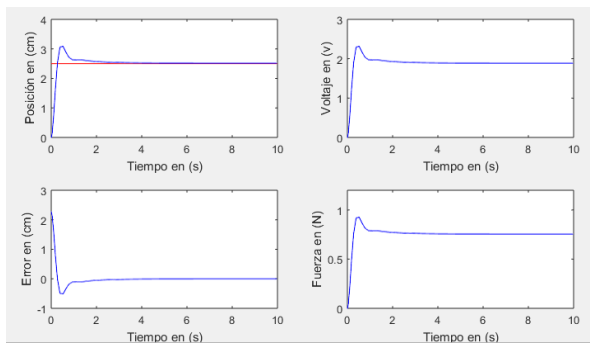


Fig. 11: Gráficas de posición, error, voltaje y fuerza de la interfaz de usuario.

XI. CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO

Las pruebas preliminares que se realizaron en el laboratorio de Robótica y Control de la FCE-BUAP mostraron resultados satisfactorios al utilizar este el controlador tipo PD simple, por lo que invita a utilizar otros tipos de leyes de control más sofisticadas, como controladores acotados por ejemplo, para este tipo de sistemas no lineales. El uso de estos modelos didácticos desarrolla una capacidad para extrapolar los conocimientos obtenidos hacia sistemas mucho más complejos y especializados. Como trabajo futuro, se planea incluir otros algoritmos de control y mejorar estéticamente la interfaz de usuario con el fin de crear una ventana que sea de fácil manejo pero sin descuidar su funcionamiento. También se tiene contemplado aumentar el rango de trabajo del sistema, ya que actualmente se encuentra en un rango aceptable de cero a cinco centímetros, no obstante se espera incrementarlo.

REFERENCIAS

- [1] W. Barie and J. Chiasson, "Linear and Nonlinear state-space controllers for magnetic levitation" International Journal of Systems Science, vol. 27, number 11, pp. 1153-1163.
- [2] M. Shaq and S. Akhtar, "Inverse Model Based Adaptive Control of Magnetic Levitation System", 5 th Asian Control Conference. 2004.
- [3] F. Zhang and K. Suyama, "Nonlinear Feedback Control of Magnetic Levitating System By Exact Linearization Approach" Tokyo University of Mercantile Marine, Japan, Proc. IEEE Conf. Contr. Appl., pp. 267-268 (1995).
- [4] P. Suster and A. Jadlovská, "Modeling and Control Design of Magnetic Levitation System", 10th IEEE Jubilee International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics. 2012.
- [5] M.Valiuvan and S.Ranganathan, "Modelling and Control of Magnetic Levitation System ,"International Conference on Emerging Trends in Science ,Engineering ad Technology. 2012.
- [6] Halliday, D, Resnik, R, Krane, K.S. (1999). Física Vol 2. (3ra ed.). México: Continental. pp. 300-305.
- [7] Reyes, F , Cid, J , Vargas, E. (2013). *Robótica: Control de Robots Manipuladores*. 1ra Ed. México: Alfaomega. pp 210-220.
- [8] Arduino.cc. (2017). Arduino - Reference. Noviembre 2016. [Online]. Disponible: <https://www.arduino.cc/en/Reference/HomePage>



SECCION PUEBLA

EXTENDS ITS APPRECIATION

C. Erick Gabino Chávez Méndez

For having presented the Technical Paper:

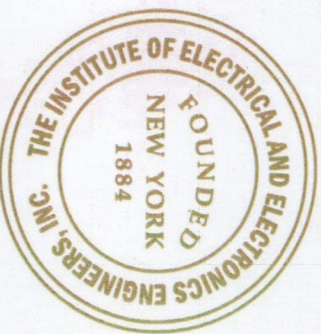
Implementacion de un control de posición de un sistema levitador magnético de un
grado de libertad

in the "Mexican Humanitarian Technology Conference (MHTC) 2017"

Puebla, Mexico, March 31, 2017

Dr. German A. Muñoz-Hernandez
IEEE Puebla Section Chair

Dr. Jalme J. Cid-Monjaraz
Organizing Committee MHTC 2017 Chair



Apéndice F

Acreditación TOEFL

En este apéndice se presenta el documento que avala la acreditación del nivel de comprensión de la lengua inglesa por medio del examen TOEFL requerido por el programa de posgrado como requisito para el egreso del alumno.

TOEFL ITP Score Report

Name of Institution: FACULTAD DE LENGUAS DE LA BUAP

Name: CHAVEZ ERICK

Student Number: 215471008

DOB: 11/17/1990

Sex: M Degree:

Times Taken TOEFL: None

Native Country: Mexico

Native Language: Spanish

Scaled Scores:

Listening Comprehension: 65

Test Date: 03/03/2017

Structure & Written Expression: 55

Form: TOEFL ITP

Reading Comprehension: 61

Total Score: 603

 ETS TOEFL ITP

Student's File Copy
Do Not Copy

The face of this document has a security background. The back contains a watermark. Hold at an angle to view.

The TOEFL® ITP Assessment Series is designed to be used for placement, progress monitoring, and exit purposes. TOEFL® ITP scores can also be used for admissions to programs and institutions where English is not the dominant language of instruction for content courses. Learn more at

www.ets.org/toefl_itp/use.

106516-16573 • FB1214R200 • Printed in U.S.A.

I.N. 770462

Copyright © 2012 by Educational Testing Service.

Apéndice G

Manual de Usuario

En este apéndice se presenta el manual de usuario de la plataforma experimental diseñada para este trabajo.

BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD EN CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA, OPCIÓN
EN AUTOMATIZACIÓN



BUAP

MANUAL DE USUARIO DEL SISTEMA LEVITADOR
MAGNÉTICO

ERICK GABINO CHÁVEZ MÉNDEZ

ENERO, 2018.

Bienvenido al sistema de control didáctico de la empresa ECP. Este sistema está diseñado para desarrollar e ejercitar conocimientos en los principios de control de sistemas a través de demostración y experimentación. Como puede apreciarse en la figura 1, el sistema consta de una planta electromecánica con su complemento de control. También cuenta con una interfaz de usuario amigable hecha con un ambiente de programación que dota de información al usuario utilizando indicadores numéricos y visuales. El sistema está diseñado para acompañar al usuario como una herramienta didáctica desde el nivel introductorio hasta alcanzar niveles avanzados en el tópico de sistemas de control.



Figura 1 Sistema levitador magnético.

El modelo 730 es un aparato de levitación magnética que utiliza los principios de fenómenos físicos magnéticos para lograr que un disco magnético levite utilizando fuerzas de repulsión y atracción. Este fenómeno puede producirse y alterarse dependiendo de factores como la polaridad energética de los electroimanes de la planta o la energía nominal que se suministra. Este dispositivo cuenta con propiedades no lineales debido a la naturaleza no lineal de los campos magnéticos. Esto puede ser compensado al proponer algoritmos de control capaces de subsistir a pesar de estas cualidades y lograr un resultado óptimo. Por esto y muchas cosas más, este dispositivo provee una plataforma experimental

poderosa en el estudio de sistemas de control ya sea en nivel introductorio hasta conceptos más avanzados.

El dispositivo está constituido de tres subsistemas. El primer subsistema es la planta electromecánica, que consiste en un aparato magnético donde incluye actuadores y sensores optoelectrónicos. Consiste en un disco magnético de gran intensidad de campo magnético y dos embobinados de gran flujo eléctrico que proveen un rango de levitación controlada de cuatro centímetros. Los sensores optoelectrónicos tipo laser dotan al sistema de una retroalimentación sin contacto de la posición en la que se encuentra el disco magnético en relación con un sistema de referencia y cuenta con electrónica que reduce la señal de ruido debido a agentes externos. Una placa de acrílico funciona como protector y separa el imán permanente de los embobinados para asegurar la integridad de ambos componentes.

El siguiente subsistema es una unidad electrónica con microprocesador donde es codificado, entre otras cosas, el algoritmo de control, chequeo de seguridad y la secuencia de adquisición de datos mediante un periodo de muestreo. También dentro de esta unidad se encuentra un circuito electrónico cuya función principal es el acondicionamiento de las señales analógicas y digitales que se intercambian entre la planta electromecánica con la interfaz de usuario, que se mencionará más adelante.

El tercer subsistema es la interfaz de usuario que se ejecuta en una computadora, ya sea de escritorio o portátil. Esta interfaz de usuario gráfica (o GUI por sus siglas en inglés) fue desarrollada utilizando el software MATLAB en un apartado conocido como GUIDE (Graphic User Interface Development Environment) especializado en crear este tipo de aplicaciones de computadora. Esta interfaz tiene dos funciones principales: configurar aspectos correspondientes al algoritmo de control que se desee implementar en el sistema, y representar la información obtenida y procesada por el microcontrolador por medio de indicadores visuales y numéricos, todo esto en "tiempo real".

En el siguiente capítulo, se describe con un poco más detalle cada uno de los subsistemas mencionados anteriormente, al igual que algunas importantes consideraciones en el ámbito de seguridad tanto del dispositivo como del usuario.

PLANTA ELECTROMECAÁNICA

El sistema, mostrado en la figura 1, consiste en un embobinado superior y un embobinado inferior que producen un campo magnético al suministrarles una corriente eléctrica directa. Un disco magnético viaja a lo largo de una vara de acrílico que sirve como guía vertical. Al energizar el embobinado inferior se produce una fuerza repulsora magnética provocando que el imán permanente levite. A medida que la corriente eléctrica incrementa, también lo hace el campo magnético generado, lo que aumenta la altura del imán. Lo mismo sucede en el embobinado superior, pero con respecto a una fuerza magnética atractiva.

El sistema mecánico-magnético que exhibe fenómenos de levitación cuenta con servoamplificadores o drivers electrónicos, como se muestra en la figura 2, utilizados para el manejo de las bobinas. Cuentan con características como interruptores de emergencia, aislamiento de ruido y circuitos de protección con fusibles para asegurar que el sistema funcione correctamente. Estos servoamplificadores reciben señales de control en forma de voltaje a través de las entradas que se encuentran en la parte frontal de la caja etiquetadas como DAC1 y DAC2. En la parte frontal de lado izquierdo se encuentran los conectores de los convertidores Digital-Analógico ADC para leer la señal analógica de los sensores optoelectrónicos encargados de medir el desplazamiento del disco magnético.

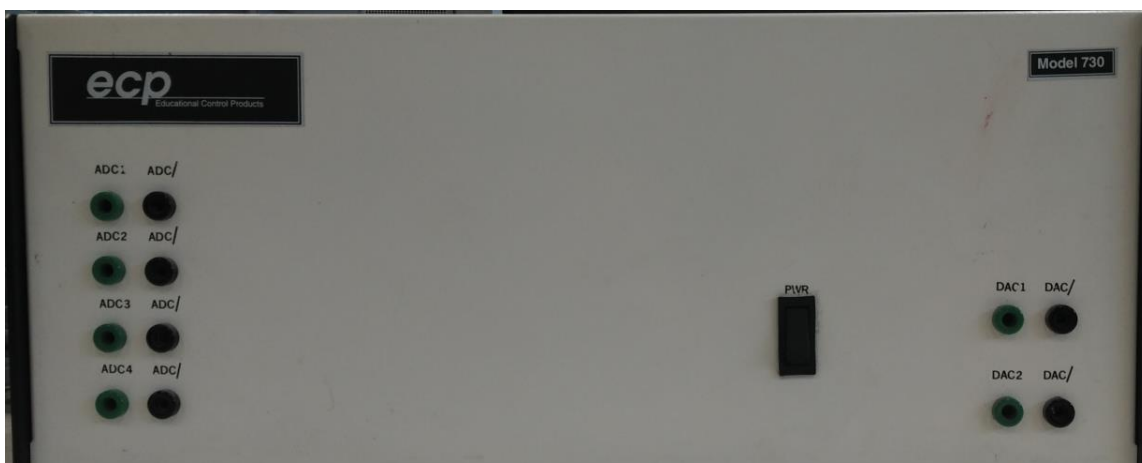


Figura 2 Servoamplificador del sistema levitador magnético.

La planta cuenta con sensores optoelectrónicos tipo luz láser para medir la posición del imán permanente. El sensor inferior se utiliza para medir la posición con respecto a la bobina inferior, y el sensor superior para el embobinado superior. Estos sensores están configurados para medir la amplitud lumínica y están adaptados para ser insensibles a la luz del ambiente y posibles fluctuaciones térmicas.

CONEXIÓN DEL SISTEMA

En la siguiente figura 3 se muestra un esquema de cómo se conecta el servoamplificador de la planta con la tarjeta de adquisición de datos. Como se puede notar el circuito electrónico necesita una alimentación de 12v y -12v para funcionar debido a los amplificadores operacionales que lo constituyen. El bus de 8 bits de salida de ARDUINO se conecta a los pines hembra del circuito electrónico y la entrada analógica A1 de Arduino se conecta como se muestra.

Las conexiones DAC y ADC del servoamplificador se conectan con las clemas del circuito electrónico como se muestra. GND se refiere a las conexiones de tierra para todo el sistema y se deben conectar todas correctamente.

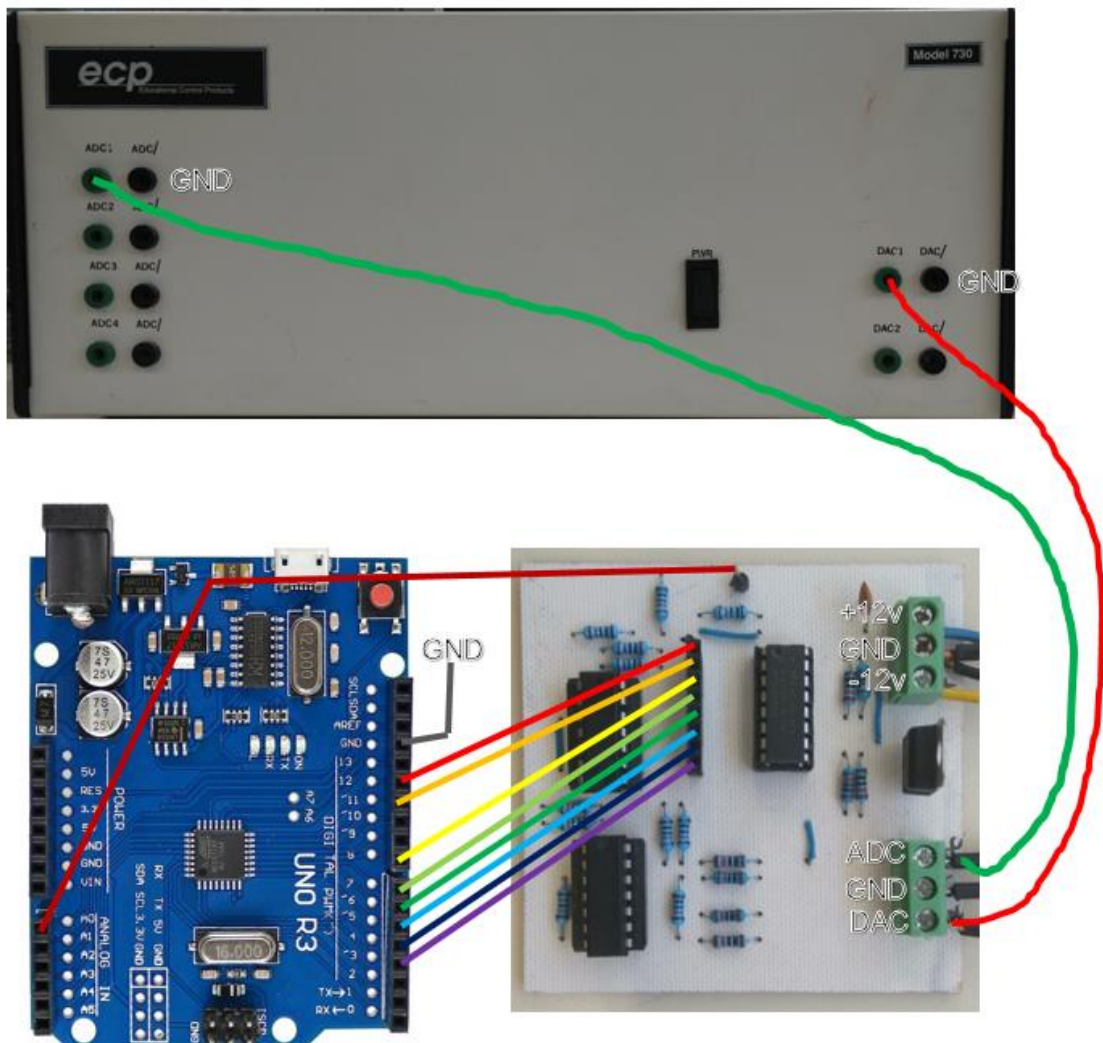


Figura 3 Esquema de conexión de sistema.

PRECAUCIONES Y CONSIDERACIONES

El disco magnético debe mantenerse por lo menos a 20 cm alejados de cualquier otro material ferromagnético. De no ser así puede causar que estos objetos se atraigan rápidamente y provocar una colisión resultando en un daño al disco. Es recomendable colocar el imán permanente en su depósito si no es utilizado.

El imán permanente debe permanecer una distancia mínima de 40cm de tubos de rayos catódicos (pantallas de computadoras y televisiones) y de otros dispositivos como teléfonos celulares o unidades de disco extraíbles, ya que puede ocasionar la pérdida de información debido a la distorsión magnética.

La superficie blanca del disco magnético debe mantenerse limpia para asegurar el correcto funcionamiento de los sensores. Aplique alcohol o limpiador de ventanas en la superficie y talle utilizando una tela absorbente, asegúrese de no tallar en la circunferencia interior.

La varilla de acrílico debe permanecer limpia. No es recomendable maniobrar la vara con las manos ya que puede degradar la lubricación con los aceites naturales de los dedos. Para limpiar la varilla, use alcohol o limpiador de ventanas en una fibra y talle la superficie.

Los siguientes apartados deben ser cuidadosamente leídos y llevar a cabo al operar el dispositivo:

- Es responsabilidad del usuario administrar la corriente de entrada al servoamplificador. Esta señal de entrada debe ser colocada en el apartado del servoamplificador marcado como DAC1.
- Es responsabilidad del usuario apegarse al límite de corriente al delimitar la señal de corriente en pico. Este voltaje pico no debe ser excedido por más de 0.5 segundos en un periodo de 60 segundos. La corriente nominal de la señal de entrada no debe ser mayor a 3v.
- Es responsabilidad del usuario de utilizar la señal obtenida de los sensores optoelectrónicos. Los conectores correspondientes a estos sensores se encuentran en la parte izquierda frontal del servoamplificador. Su salida se encuentra en el rango nominal de 0v a 10v.

ENCENDIDO Y CONFIGURACIÓN DEL SISTEMA

Antes de encender el sistema, es necesario que el botón paro de emergencia y el interruptor del servoamplificador estén en modo apagado, esto como medida de prevención.

- 1.- Conectar el servoamplificador a la toma de corriente.
- 2.- Prender la computadora, una vez que arranque el sistema operativo y ejecutar MATLAB.
- 3.- Conectar, utilizando el puerto USB, la tarjeta ARDUINO UNO.

*Si es la primera puesta en marcha con la computadora, es probable que necesite verificar el puerto COM de la tarjeta ARDUINO UNO y MATLAB que sea el mismo, esto se puede ver en la ventana de Administrador de dispositivos. En el caso que sean diferentes, En el código fuente de MATLAB cambiar la línea 76, de acuerdo con el COM que aparezca en el Administrador de dispositivos (figura 4 y 5).

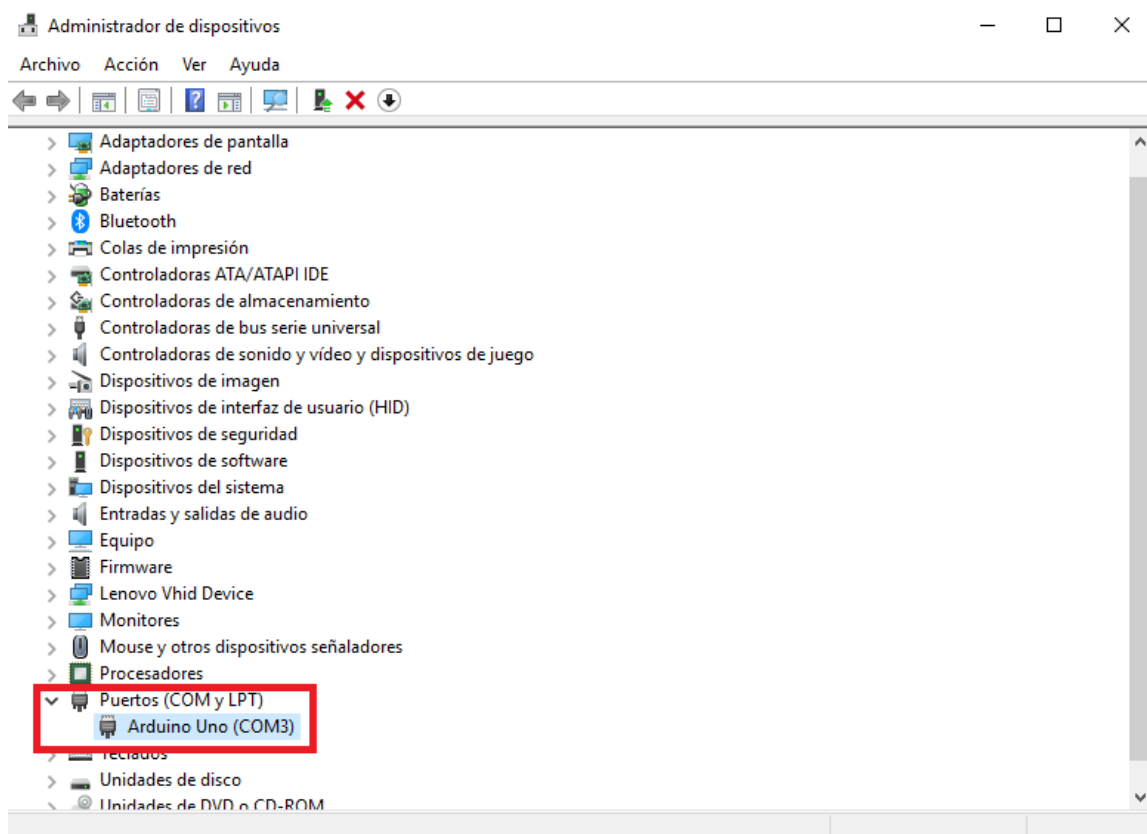


Figura 4 Ventana de Administrado de dispositivos.

```
73 - handles.voltaje.Visible = 'Off';
74 - handles.fuerza.Visible = 'Off';
75 - global serie apagar control X1 X2 X3 X4;
76 - serie = serial('COM3','BaudRate',9600,'Terminator','CR/LF','Timeout',2);
77 - apagar = false;
78 - handles.textP.Visible = 'Off';
79 - %handles.textI.Visible = 'Off';
80 - handles.textD.Visible = 'Off';
81 - handles.text_P.Visible = 'Off';
82 - handles.text_D.Visible = 'Off';
83 - X1 = handles.posicion;
84 - X2 = handles.error;
85 - X3 = handles.voltaje;
86 - X4 = handles.fuerza;
87 - control = 'a';
88
89
90 % --- Outputs from this function are returned to the command line.
91 function varargout = Interfaz_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
92 % varargout cell array for returning output args (see VARARGOUT);
```

Figura 5 Ventana de Editor de texto de Matlab

4.- Cargar el programa de arduino, situado en la carpeta “DAQ_ARDUINO” utilizando el software ARDUINO IDE (disponible en <https://www.arduino.cc/en/Main/Software>). Una vez cargado el programa en la tarjeta, se prosigue a cargar el archivo de la interfaz en MATLAB.

USO DE LA INTERFAZ

Se carga el archivo “Interfaz.m” en la ventana de MATLAB y se muestra el código fuente del programa. Una vez apretado el botón “Run”, como se muestra en la figura 6, se inicia y aparecerá la pantalla de la interfaz(fig.). El modo correcto de utilizar la interfaz es la siguiente:



Figura 6 Barra de edición en MATLAB.

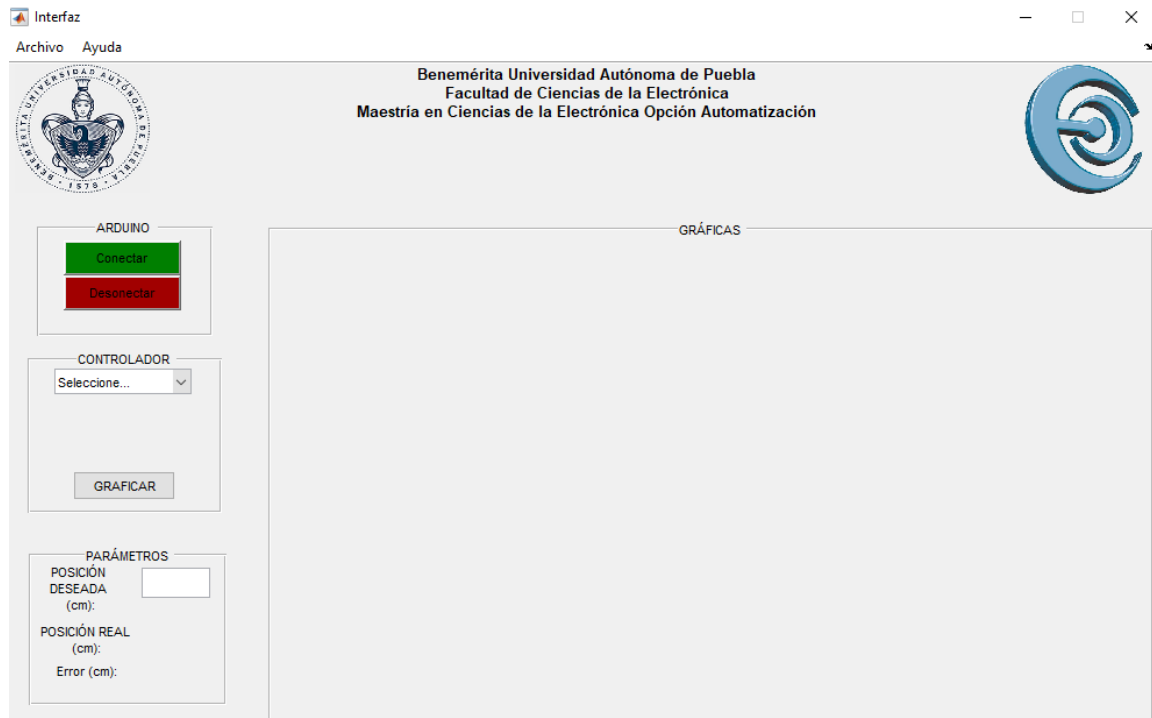


Figura 7 Ventana de Interfaz de Usuario.

- 1.- Hacer click en el botón verde con leyenda “Conectar”. Aparecerá una ventana mencionando que la conexión ha sido exitosa.
- 2.- En el apartado de CONTROLADOR, se elige el controlador que se quiera utilizar de la lista desplegable. Aparecerán cuadros de texto donde se colocan la ganancia proporcional y derivativa. Estos cuadros vienen con coeficientes predeterminados, pero el usuario puede modificarlos si los desea.
- 3.- En el apartado de PARÁMETROS, se coloca la posición deseada que el usuario desee posicionar el disco magnético.
- 4.- Hacer click en el botón GRAFICAR para empezar el proceso de graficar la información.

5.-En el apartado de GRÁFICAS, se muestran las gráficas de posición, error de posición, voltaje y fuerza magnética actualizándose a lo largo de la duración del

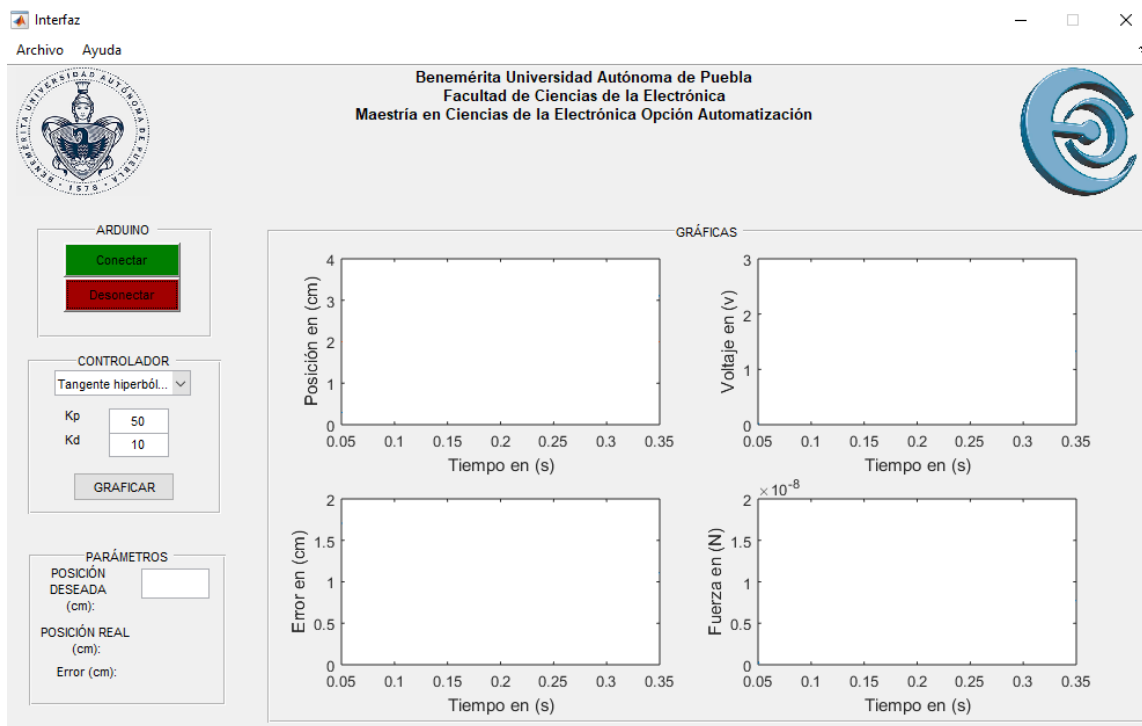


Figura 8 Ventana Interfaz de Usuario con cuadros de gráficas.

experimento.

6.- Cuando se termine el experimento, hacer click en el botón rojo “Desconectar” y cerrar la ventana utilizando el menú Archivo>Salir o utilizando el atajo “Ctrl+X”.



Figura 9 Menú Archivo y menú Ayuda.

Si el usuario desea guardar los datos obtenidos, se direcciona al menú Archivo y se selecciona "Guardar datos" o utilizando el atajo "Ctrl+G", lo que crea un archivo de texto con la información del experimento. En el menú Ayuda se encuentra un pequeño instructivo sintetizado de la interfaz.

APAGADO DEL SISTEMA

Para apagar el sistema correctamente, primero que nada, se cierra la interfaz como se menciona anteriormente. Se apaga el servoamplificador utilizando el interruptor y el botón paro de emergencia. A su vez, se apaga la computadora y por último se desconecta el servoamplificador de la toma corriente.

Bibliografía

- [1] Resnick, R., Halliday, D. (1999). Física Vol.2: Versión ampliada. New York: Wiley.
- [2] W. Barie and J. Chiasson, "Linear and Nonlinear state-space controllers for magnetic levitation" *International Journal of Systems Science*, vol. 27, number 11, pp. 1153-1163.
- [3] M. Shaq and S. Akhtar, "Inverse Model Based Adaptive Control of Magnetic Levitation System", 5 th Asian Control Conference. 2004.
- [4] F. Zhang and K. Suyama, "Nonlinear Feedback Control of Magnetic Levitating System By Exact Linearization Approach" *Tokyo University of Mercantile Marine, Japan, Proc. IEEE Conf. Contr. Appl.*, pp. 267-268 (1995).
- [5] P. Suster and A. Jadlovska, "Modeling and Control Design of Magnetic Levitation System", 10th IEEE Jubilee International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics. 2012.
- [6] J. Powell and G. Maise. "StarTram: The Magnetic Launch Path to Very Low Cost, Very High Volume Launch to Space". 2008. 14th Symposium on Electromagnetic Launch Technology: 001-007.
- [7] Parks, T. H. *ECP Systems: Educational Control Products*. USA 1999, Disponible: <http://www.ecpsystems.com/aboutecp.htm>.
- [8] Parks, T. H. "Manual for model 730: Magnetic Levitation System". USA. Educational Control Products. 1999.
- [9] J. Denavit, R.S. Hartenberg. "A kinetic notation for lowerpair mechanisms based on matrices". *Trans ASME J. Appl. Mech*, 23: 215-221.
- [10] Reyes, F. (2011). *Robótica: Control de Robots Manipuladores*. 1ra Ed. México: Alfaomega.
- [11] Chaturvedi, D. (2010). *Modeling and Simulation of Systems Using Matlab and Simulink*. Florida: CRC Press.
- [12] Gaviño, R. H. (2010). *Introducción a los sistemas de control: conceptos, aplicaciones y simulación con Matlab*. México: Prentice Hall.
- [13] LaSalle, J.P. Some extensions of Liapunov's second method, *IRE Transactions on Circuit Theory*, CT-7, pp. 520-527, 1960.
- [14] Reyes, F., Rosado, A. (2005). Polynomial family of PD-type controllers for robot manipulators. *Control Engineering Practice*. 13. 441-450.

-
- [15] Banzi, M., Cuartielles, D. Arduino - About Us. Italy 2017, Disponible:
<https://www.arduino.cc/en/Main/AboutUs>.
- [16] Texas Instruments, TL084; USA 2015, Disponible:
<http://www.ti.com/lit/ds/symlink/tl082.pdf>
- [17] Boylestad, R. L. (2016). Introductory circuit analysis. Boston: Pearson.
- [18] Texas Instruments, DAC0808; USA 2002, Disponible:
<http://www.ti.com/lit/ds/symlink/dac0808.pdf>
- [19] The MathWorks, Inc. "MATLAB: Creating Graphical User Interfaces". USA. The MathWorks, Inc. 2015
- [20] F. Reyes, A. Rosado. "Polynomial family of PD-type controllers for robot manipulators".2005. Control Engineering Practice, 13: 441-450.