

**Benemérita Universidad Autónoma de Puebla**  
Instituto de Física Ing. Luis Rivera Terrazas



**Colapso de cavidades presurizadas en un medio granular: morfología de cráteres y formación de jets**

Tesis que presenta el:

**Lic. Fernando Enrique Loranca Ramos**

para obtener el grado de:

**Maestría en Ciencias de Materiales**

Asesor: Dr. Felipe Pacheco Vázquez

Co-asesor: Dr. José Luis Carrillo Estrada

Puebla, Pue. México

Noviembre de 2014



*Dedicado a  
ti Lety, Mamá, Papá y Hermanas,  
con todo cariño y dedicación.*



## Resumen

**E**n esta tesis se estudia el proceso de formación y morfología de cráteres producidos por el colapso de cavidades presurizadas en el interior de un material granular. En nuestro experimento, una cavidad esférica de latex (globo), que contiene un volumen  $V$  de aire a presión  $P$ , es introducida en una cama de arena, a una profundidad  $h$  medida desde la superficie. La cavidad es perforada y el proceso es filmado con una cámara de alta velocidad para analizar la dinámica. El colapso de la cavidad genera un cráter, cuya morfología (forma, diámetro y profundidad) es analizada mediante técnicas ópticas y digitalizada para obtener el perfil de la superficie del cráter. Hemos encontrado que el perfil que mejor describe el de los cráteres resultantes es un domo esférico y el tamaño de los mismos es independiente de la presión inicial y profundidad inicial, siendo sólo determinado por el volumen inicial de la cavidad. Lo anterior se debe a que el fenómeno ocurre en dos etapas con tiempos característicos muy diferentes: i) primero el gas es expulsado a través de la superficie, generando una corona de arena y despresurizando la cavidad y ii) posteriormente, la cavidad se colapsa una vez que el aire ha sido evacuado. Es esta segunda etapa, libre de gas y por tanto independiente de la presión, en la que se forma el cráter. Además, siguiendo al colapso, observamos la expulsión súbita de arena en la forma de un “jet granular”, delgado y vertical, el cual es similar a jets observados en cráteres formados por impactos. Dichos jets dan origen a cráteres con un pico central y su origen es debido al colapso gravitacional de la cavidad. En un sistema 2D, se observó una dinámica similar, pero el chorro granular prácticamente no aparece y el perfil del cráter resultante es descrito por una hipérbola.

En nuestros experimentos encontramos distintas morfologías, dependiendo de la velocidad de colapso, que se asemejan a ciertos cráteres observados en la tierra y en otros planetas: con terrazas, de tazón, con pico central, etc. Por tal motivo, nuestros resultados indican que el colapso de cavidades es un proceso que pudo dar lugar a ciertas estructuras observadas en superficies planetarias, cuya morfología no ha podido explicarse como resultado de impactos de meteoritos.

---

## Abstract

In this thesis, we studied the cratering process due to the collapse of a pressurized cavity inside a granular material. In our experiments, a spherical cavity of latex (a balloon) containing an air volume  $V$ , at pressure  $P$ , was introduced into a bed of sand at a depth  $h$ . The cavity was punctured to produce its collapse, and the process was filmed with a high speed camera to analyze the dynamics. The collapse generates a crater and its morphology (shape, diameter and depth) is analyzed by optical techniques, and digitized to obtain the crater profile on the sand surface. We found that the resultant craters profile is well described by a spherical dome; its size is independent of the initial pressure and only is determined by the cavity volume. This fact is due to very different characteristic times of the gas ejection and cavity collapse: first, the gas is expelled through the surface creating a sand, and then the cavity collapses once the air has been evacuated. It is during the latter stage, free of gas and therefore independent of the pressure, when the crater is formed. Furthermore, following the collapse, a sudden expulsion of sand in the form of a *granular jet* is observed. The jet collapse gives rise to a crater with a central peak (complex crater). In a 2D system, a similar dynamics was observed, but the granular jet practically does not appear and the resulting crater profile is described by an hyperbola.

The observed crater morphologies, depending on the flux rate of gas, resemble certain craters observed on the earth and other planets; therefore, our results indicate that cavity collapse is a process that could produce structures observed in planetary surfaces whose morphology cannot be explained as a result of meteorite impacts.

---

La presente investigación se realizó completamente en **GrainsLab** (Laboratorio de Materiales Granulares) del Instituto de Física de la BUAP. Agradezco a mi asesor el Dr. Felipe Pacheco Vázquez por todo el apoyo brindado, su empeño y paciencia para la satisfactoria culminación de este trabajo. A mi co-asesor el Dr. José Luis Carrillo Estrada por su confianza y fructíferas discusiones, y a los revisores de esta tesis: Dr. Enrique Quiroga, Dr. Julio Villanueva y al Dr. Antonio Mendez Bermudez, por la cuidadosa revisión.

---



# Índice

<b>Resumen</b>	<b>I</b>
<b>Abstract</b>	<b>II</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>III</b>
<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Antecedentes Históricos</b>	<b>3</b>
1.1. De Aristóteles a Galileo . . . . .	3
1.2. Sobre el origen de los cráteres . . . . .	5
1.2.1. La teoría de impactos . . . . .	5
1.2.2. La teoría volcánica . . . . .	5
1.2.3. Siglo XIX: La confrontación de las dos teorías . . . . .	6
1.2.4. Siglo XX: El resurgimiento de la teoría de impactos . . . . .	7
1.2.5. Apolo 11: El triunfo de la teoría de impactos . . . . .	9
1.3. Clasificación de cráteres . . . . .	9
1.4. Principio de similaridad . . . . .	10
<b>2. Materia Granular: Una alternativa para el estudio de cráteres</b>	<b>13</b>
2.1. Materia Granular y el Hombre . . . . .	13
2.2. Características . . . . .	14
2.2.1. Clasificación de los materiales granulares . . . . .	14
2.2.2. Interacción entre muchas partículas . . . . .	15
2.2.3. Ángulo de reposo . . . . .	15
2.3. Propiedades estáticas de una pila granular . . . . .	17
2.4. Fuerzas de arrastre en medios granulares. . . . .	18
2.5. Formación de cráteres y jets granulares . . . . .	19
2.6. Cráteres por expulsión de gas y colapso de cavidades: motivación de la tesis . . . . .	21

<b>3. Colapso de una cavidad esférica presurizada</b>	<b>25</b>
3.1. Diseño experimental . . . . .	25
3.2. Experimentos realizados . . . . .	29
3.3. Resultados obtenidos . . . . .	32
3.3.1. Cráteres y coronas . . . . .	32
3.3.2. Jets granulares . . . . .	35
3.3.3. Perfil superficial del cráter . . . . .	38
3.3.4. Dimensiones y volumen del cráter . . . . .	40
3.3.5. Energía potencial del colapso gravitacional. . . . .	44
3.3.6. Perfil de cráteres en sistemas bidimensionales. . . . .	45
3.3.7. Tiempo de difusión . . . . .	46
<b>4. Conclusiones</b>	<b>49</b>

# Lista de Figuras

1.1. Aristóteles vs Galileo . . . . .	4
1.2. Origen volcánico vs Impacto de meteoritos . . . . .	6
1.3. Experimento de Weneger . . . . .	8
1.4. Comparación de cráter lunar y cono volcánico. . . . .	9
1.5. Cráteres simples y Complejos . . . . .	10
2.1. Ángulo de reposo de una pila y de un cráter . . . . .	16
2.2. Distribución de estrés aplicado en un medio granular. . . . .	17
2.3. Efecto Janssen . . . . .	19
2.4. Jets en materia granular . . . . .	20
2.5. Morfología de cráteres por impacto de esferas. . . . .	21
2.6. Cráteres producidos por proyectiles granulares . . . . .	22
2.7. Cráteres de subsidencia o hundimiento. . . . .	23
2.8. Cráter formado por expulsión de gas metano y colapso de cavidad. . . . .	23
3.1. Dispositivo experimental para el estudio de colapso de cavidades. . . . .	26
3.2. Cámara de alta velocidad de GrainsLab. . . . .	28
3.3. Fotografía: Técnica de ángulo bajo. . . . .	29
3.4. Etapas del experimento. . . . .	30
3.5. Dispositivo Cuasi 2D: Celda Hele-Shaw. . . . .	31
3.6. Evento cuasi bi-dimensional . . . . .	31
3.7. Tipos de coronas formadas por liberación de gas. . . . .	32
3.8. Gráfica: $D_g v_s D_c \rightarrow$ ancho de la corona. . . . .	33
3.9. Tipos de cráteres por colapso . . . . .	34
3.10. Cráter por hundimiento . . . . .	35
3.11. Altura del jet vs Diámetro del cráter . . . . .	35
3.12. Vista aérea del colapso de una cavidad . . . . .	36
3.13. Tipos de jets granulares . . . . .	37
3.14. Trayectoria de la punta del jet. . . . .	38
3.15. Fotografía: Sombreado de perfil y perfilometría del cráter . . . . .	39
3.16. Perfil del cráter . . . . .	40

3.17. Dimensiones de cráteres como función del volumen de la cavidad . . . . .	41
3.18. Cálculo del volumen de una hipérbola . . . . .	42
3.19. Comparación de volúmenes de sólidos de revolución vs volumen del cráter. . . . .	44
3.20. Experimento de cráteres en cuasi-2D . . . . .	45
3.21. Perfil de cráteres en 2D. . . . .	45
3.22. Tiempo de difusión del aire a través de una capa de arena sobre la cavidad . . . . .	47

---

## Introducción

El interés por la materia granular es intrínseco a la raza humana, debido a que, literalmente hablando, estamos hechos de polvo que viene de las estrellas. Inclusive, tenemos contacto con materiales granulares tan ordinarios como los son los granos de alimentos, con los que hemos tenido una estrecha relación de supervivencia. La forma funcional de esta relación ha marcado un parteaguas en la historia, desde la implementación de las técnicas de agricultura para abastecer a cada vez más población, hasta la construcción de fortalezas para salvaguardar la integridad física de sus moradores. Sin embargo, el conocimiento que teníamos sobre la materia granular, en su mayoría, era conocimiento empírico acumulado a través de miles de años. En ese largo intervalo de tiempo, habíamos logrado avances científicos muy limitados en comparación con otras áreas de la Física. No obstante, en las últimas décadas hemos sido testigos del vertiginoso desarrollo que esta área ha alcanzado.

A pesar de que la materia granular ha permeado casi en todas las actividades humanas, la motivación que tuvo la Física de la materia granular para empezar a despegar se encontró fuera de nuestro planeta. La observación de cráteres en Luna y otros cuerpos rocosos de nuestro sistema solar motivó a lo largo de la historia a que muchos científicos, reconocidos por su trabajo en distintas áreas del conocimiento, hicieran aportaciones valiosas para explicar las causas de la formación de cráteres en los cuerpos celestes, además de encontrar fenómenos de transporte mediante los cuales expliquemos la razón por la cual el polvo estelar pueda encontrarse en nuestros huesos (calcio) o en la sangre que corre por nuestras venas (hierro).

Los cráteres son depresiones en las superficies planetarias formados en su mayoría por impacto de meteoritos. Sin embargo, existen otros mecanismos naturales y artificiales que pueden dar origen a dichas formaciones, como explosiones y colapso de cavidades. Describir el mecanismo de formación de cráteres por colapso, su morfología, y el origen de jets colimados de arena que emergen del centro del cráter tras el colapso, son los objetivos de esta tesis. Realizamos un estudio experimental del colapso de una cavidad esférica presurizada dentro de una cama de arena para determinar el papel de los diversos parámetros que participan al momento de formación del cráter. De nuestras observaciones, encontramos relaciones entre los parámetros del sistema para implementar modelos físicos y utilizar nuestros resultados como soporte para una teoría de formación de cráteres planetarios mediante expulsión de gas.

En el capítulo 1 exponemos una revisión de los antecedentes históricos sobre el estudio de los cráteres planetarios y de las distintas hipótesis sobre su origen. En el capítulo 2 revisamos los conceptos fundamentales de la Física de materia granular, y resumimos los estudios de impactos de proyectiles en materiales granulares, que son el mecanismo clásico para el estudio de formación de cráteres. Al final de dicho capítulo se introduce el mecanismo de formación de cráteres por colapso de cavidades. Nuestra aportación se presenta en el capítulo 3, parte central de la tesis, en donde presentamos el dispositivo utilizado, los resultados experimentales y la discusión de nuestros hallazgos originales y de sus posibles implicaciones. Finalmente, presentamos las conclusiones de nuestro trabajo.



# 1

## Antecedentes Históricos

La historia de la ciencia, desde la luna de **Aristóteles** hasta nuestros días, está llena de aciertos, errores y momentos célebres que han marcado, en definitiva, el quehacer cotidiano de todas las personas que se han dejado maravillan por los fenómenos naturales. Gracias a esa curiosidad, hemos sido testigos de la evolución de muchas teorías científicas, motivando el olvido de otras tantas. En este capítulo repasaremos brevemente la historia que acompaña a la teoría de formación de cráteres por impacto; ya que a mi parecer, ilustra a la perfección el devenir del oficio de un científico.

### 1.1. De Aristóteles a Galileo

A simple vista, cualquier humano concluiría que la luna y otros astros son lisos e impecables. Esta fue la postura de Aristóteles, para quien todos los cuerpos celestes eran perfectamente regulares y esféricos. La irregularidad vendría acompañada de imperfección, por lo que la luna y otros planetas localizados en el firmamento tendrían que ser perfectos e inmaculados. Las cosas terrenales eran temporales y destructibles; pero el éter, substancia divina en la que se mueven los astros, era eterno y puro [1].

La visión Aristotélica impactó en diversas áreas del conocimiento humano y dominó la visión del universo durante dos milenios. No fue sino hasta 1609 cuando **Galileo Galilei**, con un rudimentario telescopio, dirigió su atención hacia la luna. Cuál habrá sido su sorpresa cuando observó por primera vez que aquel inmaculado astro del cual se había hablado por centurias, no era perfecto; muy al contrario, su superficie estaba cubierta casi en su totalidad por montañas y cráteres. Al hacer

público su hallazgo sobre la imperfección lunar, Galileo recibió duras críticas de algunos seguidores de Aristóteles, los cuales llegaron a decir que los defectos observados yacían en la lente del telescopio antes que en la luna, ya que al retirar el telescopio las imperfecciones desaparecían. Las observaciones de Galileo, aunadas a su postura sobre la teoría heliocéntrica, lo llevarían a juicio y arresto domiciliario a manos de la Santa Inquisición. Fue sólo 359 años después que la iglesia Católica a través del Papa Juan Pablo II pediría perdón por las injusticias cometidas a Galileo. [1, 2].

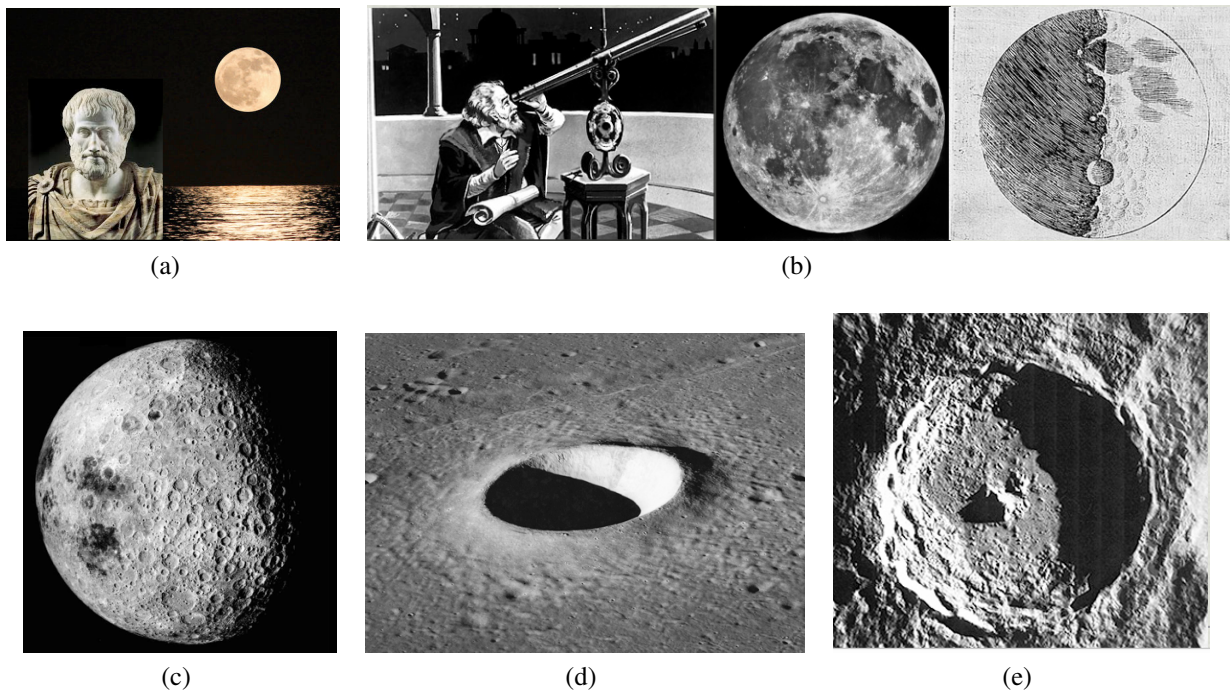


Figura 1.1: a) Aristóteles consideraba que la luna era perfecta. b) Cuando Galileo observa la luna con un telescopio en 1609, la descubre cubierta de imperfecciones y realiza el primer esbozo de la superficie lunar con cráteres y montañas, figura tomada del *Sidereus nuncius*. c) La cara oculta de la luna cubierta de cráteres simples y complejos. d) Cráter lunar simple (Moltke, 7 km). e) Cráter lunar complejo (Tycho, 85 km). Imágenes tomadas de los archivos de la ©NASA.

Galileo, a pesar de no tener una postura clara sobre el origen de los ahora insignes defectos lunares, realizó el primer esbozo de la superficie lunar y marcó un precedente sobre los dos primeros mapas que estudiaron sistemáticamente la distribución de irregularidades en la luna: **Hevelius** con su famosa "*Selenographia*"(1645) y **Riccioli** (1651) famoso por dictar las bases para la nomenclatura lunar, aún en uso. Para Hevelius, una de las irregularidades parecía ser una montaña y lo llamó monte Aetna, mientras que Riccioli lo dibujó como cráter, la cual sabemos ahora es la estructura real, y lo llamó *Copernicus* [1].

## 1.2. Sobre el origen de los cráteres

### 1.2.1. La teoría de impactos

Uno de los primeros científicos en formularse la interrogante sobre el origen de los cráteres lunares fue **Robert Hooke** (1665), quien realizó experimentos dejando caer objetos sólidos en cemento y agua, los cuales reproducían la forma de los cráteres. Sin embargo, rechazó la posibilidad de que los cráteres lunares hubieran sido creados de manera análoga debido a que no era claro de donde pudieran haber venido estos cuerpos. Cabe resaltar que en ese entonces se consideraba vacío al espacio interestelar y se conocía muy poco sobre el mismo; por lo tanto, si no había nada en el espacio que pudiera afectar a la luna en tal manera, el mecanismo de creación de los cráteres debiera constreñirse a la superficie lunar [2]. Hooke propuso una nueva hipótesis en la que el origen de los cráteres habría sido por la explosión de gas y actividad volcánica, apoyando su declaración en experimentos realizados en alabastro hirviendo. Sería esta teoría la que dominara durante el Siglo de las Luces (siglo XVIII).

### 1.2.2. La teoría volcánica

El ilustre astrónomo **William Herschel** (1787), descubridor del planeta Urano, reportó haber detectado en la parte oscura de la luna tres volcanes, dos inactivos y uno activo. Un dato curioso es que Herschel pensaba que la luna estaba habitada. Otro caso le corresponde a **Johann Hieronymus Schröter** en la influyente publicación de su "*Selenotopographische Fragmente*" (1791). Dicho astrónomo midió la elevación de numerosas características lunares y formuló una importante observación, conocida hoy como la regla de "Schröter", la cual establece que el material alrededor de un cráter, obviamente arrojado fuera de él, es exactamente igual a la cantidad de material necesario para llenarlo de vuelta. Sin embargo, también dibujó árboles en los contornos de los cráteres formando paredes y reportó haber visto praderas verdes en la luna. El banquero **Wilhelm Beer** junto con el astrónomo **Johann Heinrich Mädler**, publicaron mapas y atlas lunares en 1834 y 1837, arrojando certeros datos sobre cientos de características lunares que se adherían a la teoría volcánica. Uno de los primeros geólogos en declarar su interés sobre este debate, fue **James Dwight Dana** (1846) quien comparó lagos de lava con los cráteres lunares. En 1849, el hijo de William Herschel, **John Frederick Herschel**, declaró que los cráteres lunares son ejemplos perfectos de cráteres volcánicos, similares al Vesuvio en la Tierra [2].

A pesar de que la mayoría de expertos aceptaban la teoría volcánica de los cráteres, había unas cuantas voces que pugnaban por la teoría de cráteres por impacto, tal como en 1829 lo manifestara el astrónomo alemán **Franz Von Paula Gruithuisen**. Sin embargo, sus declaraciones no ayudarían mucho a emerger a la olvidada teoría, ya que años antes Gruithuisen anunció haber visto ciudades habitadas en la luna, con vacas pastando en parajes lunares y un templo en forma de estrella [2].

---

### 1.2.3. Siglo XIX: La confrontación de las dos teorías

En 1874, un ingeniero retirado **James Nasmyth**, inventor del martillo de vapor, y el joven astrónomo **James Carpenter** publicaron su *Magnum Opus* "La luna". El libro constaba de una excelente colección de placas reproducidas por la técnica de calotipo. Debido a la baja calidad de estas reproducciones, se dieron a la tarea de recrearlas en modelos de yeso, para posteriormente fotografiarlos bajo la técnica de ángulo bajo, que resaltaba al máximo dichas características. Gracias a la excelente calidad de las reproducciones, muchas personas interesadas en los temas extraterrestres, pudieron darle forma en su imaginación. Cabe resaltar que en esa época, era común dentro de la clase acomodada e ilustrada, la creencia sobre una luna habitada por hombres llamados selenitas, así como jovianos, marcianos y venusinos para sus respectivos planetas. Incluso dominaba la creencia popular de que también el sol estuviese habitado. Situaciones que no dejaron de ser aprovechadas por el séptimo arte, tomando como referencia el trabajo de Nasmyth y Carpenter [3].

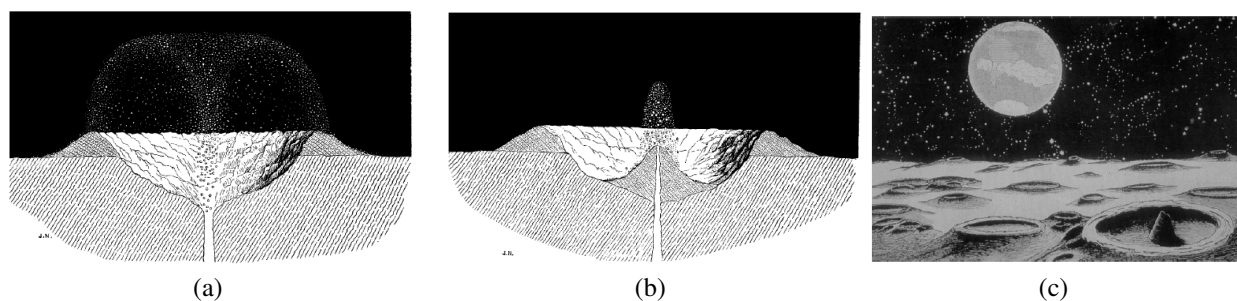


Figura 1.2: a,b) Imágenes ilustrando el origen volcánico de cráteres por Nasmyth y Carpenter, figuras a y b tomadas de Nasmyth y Carpenter (1874). c) Cráteres con pico central generados por el "splash" del material durante el impacto de meteoritos, figura tomada de Proctor (1873).

Nasmyth y Carpenter eran firmes creyentes de la teoría volcánica de los cráteres, inclusive ilustraron a detalle la formación de estos cráteres con pico central, como la erupción tardía de un volcán, que poco a poco, debido a su baja intensidad, iría depositando la pila cerca del hoyo de erupción, ver la fig. 1.2a-b. En contraste, **Richard Anthony Proctor**, autor del segundo libro sobre la luna publicado en 1873, era un astrónomo y divulgador de ciencia que fue la primera persona que tomó con suficiente seriedad la teoría de cráteres por impacto para la formación de los accidentes lunares. Sin embargo, no era un verdadero defensor de dicha teoría; la utilizaba convenientemente para desestimar la teoría existente de Laplace-Kant sobre la formación de nuestro sistema solar, hipótesis que afirmaba la formación de los planetas a causa de una nebulosa. Proctor explicaba que la formación de los cráteres lunares eran el origen del impactos de *cueros meteoríticos* contra la luna en una etapa de formación temprana, cuando aún permanecía plástica, razón por la cual las ilustraciones de los escenarios lunares dan la impresión de ser salpicaduras congeladas, ver fig. 1.2c. Es importante destacar, que sus ideas fueron ignoradas, muy probablemente debido a la monumental trabajo de Nasmyth y Carpenter un año después, el cual era considerado mucho más serio, llevando a eliminar la hipótesis de impacto de la siguiente edición del libro de Proctor [2].

### 1.2.4. Siglo XX: El resurgimiento de la teoría de impactos

A finales del siglo XIX y principios del XX, en medio de la revolución científica que se libraba en varias ramas del conocimiento (siendo la mecánica cuántica en la Física un ejemplo) comenzaron estudios más formales sobre la teoría de creación de cráteres por impactos, alentados por la inclusión cada vez más nutrida de personajes de distintas áreas, que integraba a astrónomos, geólogos, físicos, matemáticos e ingenieros.

El primer estudio sistemático sobre la teoría de impactos se atribuye a los trabajos experimentales realizados por el geólogo **Grove Karl Gilbert** en 1893. Aunque reconocía que la mayoría de los cráteres lunares exhibían una morfología circular, también sabía que este pudiera ser el talón de Aquiles de la teoría, ya que los cráteres reproducidos en sus experimentos dejaban trazas circulares si el impacto era frontal (90 grados), pero si era de cualquier otro ángulo, este dejaba un rastro elíptico, por lo que debería ser más común encontrar cráteres elípticos que circulares en la luna, pero no era así (la solución a este problema llegó sólo décadas posteriores). En contraste, Gilbert no era partidario de que el origen del cráter en Arizona, fig. 1.3b, haya sido debido a un impacto, sino más bien que era debido a una explosión de vapor. Esta última teoría también era el mecanismo preferido por el director del observatorio del colegio de Harvard, **William Henry Pickering**, pero para la formación de cráteres en la luna. En 1903, describió en su libro, observaciones sobre la existencia de grandes capas de hielo, tormentas de nieve y vegetación cambiante con las estaciones "lunares". Debido a su eminente reputación, Pickering era tomado en serio, no así Gilbert que era visto como un geólogo que apenas incursionaba en la astronomía.

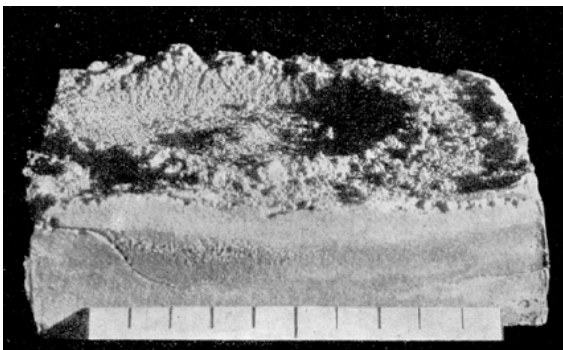
La teoría de cráteres por impacto, en algunas ocasiones era tomada en tono de burla para recalcar algunas otras teorías. Como es el caso del profesor de paleontología y geología, **Nathaniel Southgate Shaler**, que mencionara una idea casi visionaria en 1903: "La caída de un meteorito de algunas decenas de millas de diámetro, sería suficiente para acabar con la vida sobre la Tierra...". Desafortunadamente, no sentaría un precedente a la teoría de extinción por impacto en el Cretáceo terciario propuesta por Alvarez et al. en 1980 [4]; porque la declaración continua así "...ya que la vida en la Tierra sigue, es evidente que algún acontecimiento de ese tipo no ha ocurrido jamás". Shaler, evidentemente, creía que la mayoría de los cráteres eran de origen volcánico [2].

La respuesta a la circularidad de los cráteres, la dio en 1916 el astrónomo estoniano **Ernest Öpik**. En sus estudios, demostró que debido a muy altas velocidades, típicas de los meteoritos que podrían golpear a la luna o la Tierra, el impacto es muy similar a una explosión, resultando así, cráteres siempre circulares. Desafortunadamente, estos avances no le dieron el impulso necesario y decisivo a la teoría, debido a que su trabajo fue publicado en ruso, con un resumen en francés y en una revista muy poco conocida, que hacía muy difícil que los colegas interesados lo leyeran.

Otro científico adelantado a su época fue **Alfred Wegener**, conocido también por su teoría sobre la deriva continental (1912). Wegener publicó sus ideas y experimentos referente a cráteres lunares y terrestres en un librito con muy poca difusión en 1921, en donde estudió la formación de picos centrales y rayos en cráteres mediante experimentos con polvo de selenita, vease la fig. 1.3a. Esta teoría, al igual que la teoría de la deriva continental, fue ignorada por un largo tiempo y fue sólo reconocida décadas después.

La teoría de cráteres por impacto comenzó a filtrarse rápidamente en las áreas de la geología. Paralelo al trabajo de Öpik, el físico estadounidense **Herbert E. Ives** (1919), reportó en sus estudios realizados durante la Primera Guerra Mundial que los cráteres formados por explosiones guardaban un asombroso parecido a los cráteres lunares [5]. Esta opinión sacudió a la comunidad astronómica, generando una respuesta inmediata por parte de prominentes científicos que defendían muy fuertemente la teoría volcánica (**Campbell** [6]; **Hale** [7]; **Pickering** [8]), situación por demás benéfica que generó controversia y más trabajos en el tema. Fue así, en 1924 y 1930, que las publicaciones del astrónomo neozelandés **Algernon Charles Gifford** hechas en inglés y en revistas con una mayor audiencia, finalmente, atrajo la atención de otros astrónomos y físicos al estudio del origen de los cráteres por impacto.

Paralelamente, el ingeniero en minería **Daniel Moreau Barringer** estudiaba exhaustivamente el *Coon Butte* o la *Montaña Cráter* en Arizona, donde encontraron fragmentos de meteorito con composición de níquel y hierro a lo largo de todo su diámetro de 1.2 Km. A pesar de diversas opiniones de los expertos, incluyendo a Gilbert que se decantaba hacia el origen volcánico del cráter y a que la presencia de fragmentos de meteorito era coincidencia, Barringer estaba seguro de que el origen del cráter era debido a un impacto. Se dedicó a explorar el lugar, motivado en gran medida por el deseo de encontrar un gran depósito de metales raros del meteorito debajo del cráter. No hubo cuenta de dicho depósito, lo que indicaba para muchos geólogos, que el cráter no se había formado por impacto. Sin embargo, físicos y astrónomos, ya familiarizados con los trabajos de Öpik y Gifford, no tuvieron ningún problema en explicar tanto el origen de la estructura, como la ausencia de grandes concentraciones meteoríticas puesto que estas se habrían desintegrado durante su entrada a la atmósfera.



(a)



(b)

Figura 1.3: El resultado de uno de los experimentos de impacto de Alfred Wegener en polvo de selenita rociado con agua; el modelo fue endurecido y fotografiado bajo luz de ángulo raso. Un pico central es obvio. (Wegener, 1921). b) El cráter Barringer (Meteor crater) es el resultado del impacto, hace unos 50.000 años, del llamado meteorito Canyon Diablo. El cráter mide 1.2 km de diámetro y 170 metros de profundidad; se localiza a 55 km al este de la ciudad de Flagstaff, en el norte de Arizona, Estados Unidos. Fotografía de Fred Espenak ©2005.

El trabajo de Barringer y otros en el *Meteor Crater*, como es conocido actualmente, constru-

yeron los cimientos para desarrollar la teoría de cráteres por impacto, la cual se encontraba en una etapa muy temprana. Más tarde, en 1949, **Ralph Baldwin** tomó la evidencia recabada por Barringer, las teorías desarrolladas 2 décadas atrás, y las observaciones lunares hasta el momento, para compilar un libro trascendental. En el presentaba una teoría consistente con la formación de cráteres por impacto en la luna y no por vulcanismo, véase las figs. 1.4a y 1.4b [2].

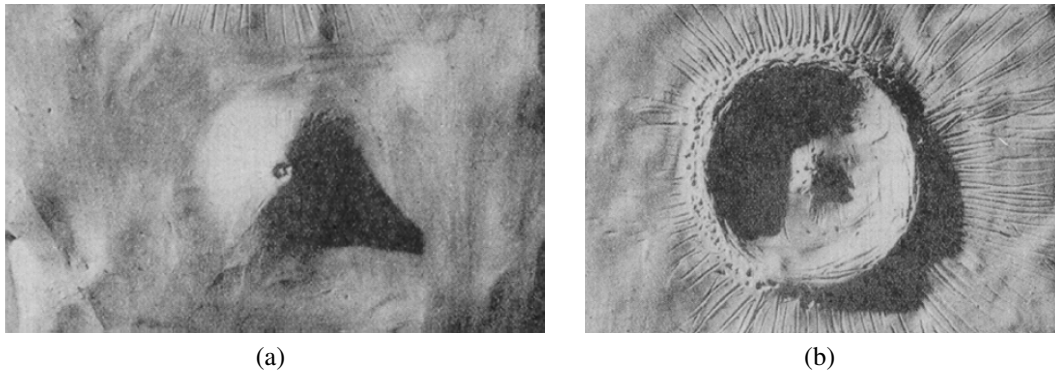


Figura 1.4: Fotografía de un modelo a escala de (a) un cráter lunar típico y (b) un cono volcánico terrestre típico. Realizadas por Baldwin (1949). La clara diferencia entre los dos es obvia. Imágenes tomadas del trabajo de Baldwin, 1949.

### 1.2.5. Apolo 11: El triunfo de la teoría de impactos

A pesar de lo consistente de la teoría por impacto, el longevo debate sobre el origen permaneció vigente hasta que el hombre pisó la luna en 1969, ya que el estudio de muestras lunares demostró la presencia de minerales de meteoritos en los cráteres [2]. Años más tarde se publicaría la teoría de la extinción masiva de dinosaurios en el cretácico tercero [4] debido al impacto de un meteorito en la península de Yucatán que dio origen al gigantesco cráter de Chicxulub.

Deseamos notar que existen estructuras cuya morfología es difícil de describir mediante la teoría de impactos, tal como declaró en 1965 el astrónomo británico **Gilbert Fielder**: “*Por un lado se encuentra el apoyo popular a la teoría por impacto, por el otro se encuentra la fuerte evidencia de que los anillos lunares aluden su origen al vulcanismo*”. Fielder propuso un modelo de formación de cráteres lunares por hundimiento, pero estos mecanismos no fueron explorados sistemáticamente debido a la contundente evidencia recabada por Apolo 11. Lo anterior no significa que existan estructuras cuyo origen haya sido un mecanismo diferente.

## 1.3. Clasificación de cráteres

Existe una gran variedad en la morfología de los cráteres que inundan nuestro sistema solar, por lo que es necesaria una clasificación. Los cráteres pequeños regularmente son cráteres simples

cuya característica principal es su forma de tazón con paredes internas parabólicas y un pequeño piso interior, véase la fig. 1.5a. Cráteres mas grandes integran a los cráteres complejos; con interior plano y superficial, con uno o varios picos en el centro, véase la fig. 1.5b.

Se puede observar la transición de cráter simple a complejo sobrepasando un cierto diámetro. Por ejemplo, en la luna este diámetro umbral oscila entre 10 y 15 km, mientras que en Mercurio o Marte el tamaño se reduce, debido a que el diámetro escala como  $g^{-1}$ . Más gravedad menor valor umbral. Sin embargo, algo no concuerda, puesto que podemos encontrar cráteres en forma de tazón mucho más grandes que aquellos planos y superficiales; cráteres planos sin pico central, mayores al valor umbral; cráteres complejos con pico central pequeños, próximos a otros más grandes con piso plano; o incluso más asombroso, un cráter complejo en una pequeña luna, cuya gravedad es tan pequeña que de acuerdo a la ley de escalamiento de  $g^{-1}$  el diámetro tendría que divergir. Por tanto, existe la posibilidad que dichos cráteres sean formados por algún mecanismo distinto al de impacto de proyectiles. Por otra parte, a pesar de que para describir a un cráter por completo, son necesarias muchas características; resulta que los parámetros más importantes en la morfología son el diámetro y la profundidad.

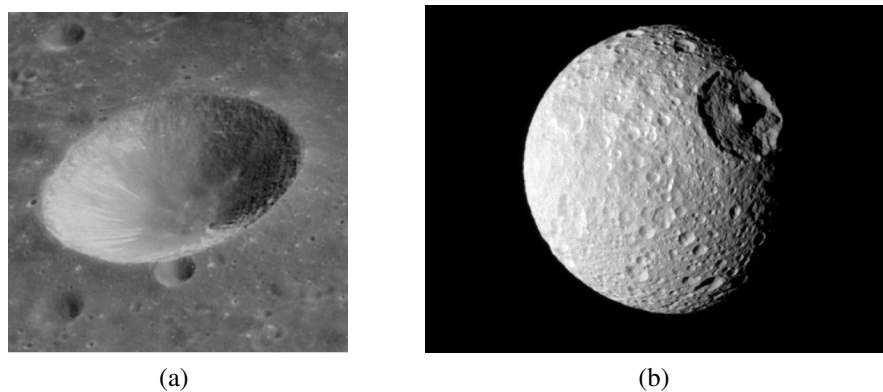


Figura 1.5: a) Cráter simple en forma de vasija observado en la Luna. b) Mimas, una luna de Saturno, posee un cráter denominado "Herschel". Este cráter fue consecuencia de un impacto meteórico tan violento que produjo ciertas fisuras; si el impacto hubiera sido mayor, Mimas podría haberse fracturado. En el centro del cráter se encuentra una montaña de 6 kilómetros de altitud. Imágenes tomadas de la ©NASA.

## 1.4. Principio de similitud

De acuerdo a Shoemaker: "el impacto de cuerpos sólidos es un proceso fundamental en planetas rocosos", ya que moldean la superficie de todos los cuerpos del sistema solar [9]. Los cuerpos en el espacio sólo nos muestra los restos de interacciones "proyectil y blanco", acontecidas hace millones de años, en forma de cráteres y escombros. Pero si deseamos conocer algo más que sólo el impresionante panorama que nos presenta las proporciones de un cráter debemos intentar desentrañar la naturaleza intrínseca del fenómeno; tratar de entender como preparó el experimento la

naturaleza. Nuestro reto es que a partir de las cantidades que podemos obtener en la actualidad: diámetro, profundidad y morfología de cráter; derivar la energía, densidad, tamaño y velocidad de impacto del proyectil que caracterizaron dicho evento.

Afortunada o desafortunadamente, estos acontecimientos no se repiten ni en el momento, ni en el lugar requerido por el investigador; además, la separación temporal entre cada uno de estos eventos es de dimensiones astronómicas. Por lo anterior, sentarnos a esperar pacientemente no bastará. Debemos desarrollar un método para poder dilucidar este complicado proceso. Motivados por esta razón, y apoyados con desarrollos en otras áreas, encontramos la solución en la propiedad de *escalamiento* aplicada cotidianamente en la mecánica de fluidos. Usando el escalamiento, la dinámica de un prototipo puede traspasarse a una estructura real, siempre y cuando se cumplan las condiciones establecidas por la teoría de similitud, que establece: “*Si dos sistemas obedecen al mismo grupo de ecuaciones y condiciones gobernantes; si los valores de todos los parámetros y las condiciones se hacen idénticas, los dos sistemas deben exhibir comportamientos similares con tal de que exista una solución única para el grupo de ecuaciones y condiciones*” [10].

En el caso de fluidos, como ejemplo típico, el escalamiento se logra utilizando un parámetro adimensional conocido como el *número de Reynolds*, que relaciona las fuerzas inerciales con las fuerzas viscosas:

$$Re = \frac{\rho ul}{\eta},$$

donde  $\rho$  y  $\eta$  son la densidad y la viscosidad del fluido, respectivamente,  $u$  es la velocidad relativa del fluido con respecto a un obstáculo, objeto en arrastre o pared de longitud característica  $l$ . Los flujos que pueden obtenerse unos de otros, cambiando simplemente la unidad de medida de las coordenadas de velocidades, se dice que son semejantes. Así pues, los flujos del mismo tipo con los mismos números de Reynolds son semejantes. Esto se denomina *ley de semejanza*.

Si la fuerza de la gravedad tiene un efecto importante sobre el flujo, entonces este último está determinado no por tres parámetros, sino por cuatro,  $l$ ,  $u$ ,  $\nu$  y  $g$ , siendo  $\nu$  la viscosidad cinemática y  $g$  la aceleración debida a la gravedad  $g$ . Con estos parámetros podemos construir, no una, sino dos magnitudes independientes adimensionales. Estas pueden ser, por ejemplo, el número de Reynolds y el número de Froude [10]:

$$F = \frac{u^2}{lg}.$$

Cualquier función  $f$  construida a partir de dichos parámetros dependerá ahora, no sólo de un número adimensional, sino de dos:  $Re$  y  $F$ ; y dos flujos serán semejantes únicamente si los dos números poseen los mismos valores. La tabla 1.1, ilustra los distintos números adimensionales que se pueden construir en mecánica de fluidos según sea el caso.

El principio de similitud utilizado en mecánica de fluidos puede transportarse y aplicarse de manera similar en otras áreas de la física. En lo que respecta a la formación de cráteres por impacto, aunque no podemos experimentar con proyectiles de gran radio y velocidades comparables

Número de Reynolds	$\frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Fuerza viscosa}}$	$= \frac{\rho u^2 l^2}{\mu l}$	$= \frac{ul}{\nu}$
Número de Froude	$\frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Fuerza gravitatoria}}$	$= \frac{\rho u^2 l^2}{\rho l^3 g}$	$= \frac{u^2}{gl}$
Número de Strouhal	$\frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Impulso por unidad de tiempo}}$	$= \frac{\rho u^2 l^2}{\frac{\rho l^4}{\tau}}$	$= \frac{u\tau}{l}$
Número de Euler	$\frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Fuerza de presión}}$	$= \frac{\rho u^2 l^2}{\Delta p l^2}$	$= \frac{u^2}{2\Delta p/\rho}$
Número de Mach	$\frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Fuerza elástica}}$	$= \frac{\rho u^2 l^2}{El^2}$	$= \frac{u}{\sqrt{E/\rho}}$
Número de Weber	$\frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Fuerza tensión}}$	$= \frac{\rho u^2 l^2}{\sigma l}$	$= \frac{u}{\sqrt{\sigma/\rho}}$

Tabla 1.1: Números adimensionales comúnmente utilizados en dinámica de fluidos. Datos recopilados de [10].

a la de los meteoritos, apoyándonos en la definición del *número de Froude*,  $F$ , tenemos la facultad de reducir el radio del bólido a unos centímetros, y consistentemente, reducir su velocidad a unos cuantos metros sobre segundo; situación que puede reproducirse apropiadamente mediante sencillos “table-top experiments” con materiales granulares en el laboratorio. El inverso del número de Froude para impactos de una esfera sólida en camas granulares, el cual da origen a cráteres “de laboratorio”, arroja valores típicos en el rango  $10^{-4} < F^{-1} = \left(\frac{gl}{u^2}\right) < 10^{-2}$ , comparables a los de impactos que forman cráteres planetarios ( $10^{-6} < F^{-1} = \left(\frac{gl}{u^2}\right) < 10^{-2}$ ) [22].

# 2

## Materia Granular: Una alternativa para el estudio de cráteres

Como se mencionó al final del capítulo anterior, gracias a la *similitud* entre cráteres formados por impactos de proyectiles en una cama granular y cráteres observados en superficies planetarias, podemos realizar experimentos en el laboratorio para desentrañar el acertijo que nos ha puesto la naturaleza sobre la formación de estas estructuras. Una gran cantidad de investigación se ha realizado en las últimas dos décadas sobre experimentos de impacto de proyectiles en camas granulares, que han permitido estudiar, entre otros aspectos: la morfología de los cráteres, la fuerza que estos medios oponen a ser penetrados, la dinámica de proyectiles moviéndose a través de estos medios y la eyección de materia granular tras la colisión (similar a lo que sucede con impactos en fluidos). Una breve discusión sobre los principales resultados de dichos experimentos se presenta en este capítulo, pero antes es necesario introducir algunos conceptos referentes a los materiales granulares, que los hacen tan particulares en su comportamiento.

### 2.1. Materia Granular y el Hombre

Cuando nos referimos a la materia granular, hablamos de un sistema constituido por una gran cantidad de partículas que interactúan entre sí a través de fuerzas de contacto, y cuyo tamaño característico es mayor a una micra. Por debajo de este valor, la agitación térmica es dominante y el movimiento Browniano es evidente. Por el contrario, sobre una micra de tamaño, esta agitación es despreciable. Estamos interesados en sistema de muchas partículas ocupando una gran variedad de estados metaestables; por ejemplo, si vertimos arena sobre una mesa, pudiéramos pensar que el

sistema buscaría la configuración de mínima energía gravitacional, formando monocapas de granos, pero en realidad la arena forma una pila. La forma de la pila y el estrés interno al que está sometida dependen fundamentalmente de la forma en que esta fue creada, presentando muchas dificultades para su análisis [11]. Aún más complejo es el proceso de avalanchas en la superficie dinámica de la pila. Entender este tipo de sistemas constituye un reto al intelecto humano.

Los materiales granulares, ampliamente utilizados en nuestra vida cotidiana (en forma de polvos, cereales, detergentes, etc.) y en procesos industriales (industria del cemento, arena, grava, cal, fertilizantes, etc.) han sido utilizados desde la antigüedad. Desde el año 2700 a. C. los egipcios utilizaban arena para facilitar el deslizamiento de bloques de piedra. El poeta romano Lucrecio, en el año 55 a. C., comparaba la forma de verter las semillas de amapola con el fluir de los líquidos [12]. Sin embargo, fue Leonardo Da Vinci (1500 d.C.) quien realizó el primer estudio cuantitativo sobre fricción y lubricación en materia granular [13].

Desde entonces destacados científicos han estudiado estos sistemas de manera esporádica: Kepler (1611) estudió el empaquetamiento de partículas esféricas [14]; Amongton (1699) y Coulomb (1773) retomaron el problema de la fricción entre granos [15, 16]; Faraday (1831) estudió la formación de pilas sobre placas vibradas, inspirado en las figuras de Chladni [17]; Reynolds (1885) estudió la expansión que sufre un medio granular cuando se le aplica una presión (dilatancia)[18]; Janssen (1892) descubre la saturación de la presión en columnas granulares (efecto Janssen) [19]; y R. Bagnold (1941) publicó su obra sobre el transporte de arena por viento y formación de dunas en el desierto, introduciendo el número de Bagnold para describir flujos granulares [20].

Durante las últimas dos décadas, se ha dado el auge en el estudio sistemático de la materia granular. Entre los temas que han atrapado gran interés se encuentra la oposición que los materiales granulares presentan al ser penetrados. Entre las conclusiones, se destaca la dependencia lineal de la fuerza de arrastre con la profundidad en penetraciones superficiales, pero que satura a un valor constante, debido al efecto Janssen antes citado, para longitudes de penetración considerables [22]. Asimismo, la formación y morfología de cráteres producidos por impactos en medios granulares ha sido también una línea de investigación de gran interés tanto para físicos especializados en el área, como para geofísicos y astrónomos.

## 2.2. Características

### 2.2.1. Clasificación de los materiales granulares

Un material granular está compuesto de sólidos discretos, los cuales están en contacto la mayor parte del tiempo. Quedan excluidos, específicamente, objetos tales como suspensiones y otros materiales diluidos. El factor de empaquetamiento ( $\phi$ ) de un medio granular se define como la razón del volumen total ocupado por los granos (incluyendo el espacio entre ellos) con el volumen real de los granos, y sus valores típicos oscilan alrededor de  $\phi \sim 0.64$ . En base a su tamaño, los materiales granulares se clasifican como polvos, sólidos granulares o sólidos fracturados:

- Un polvo está constituido de partículas menores a  $100 \mu\text{m}$  de diámetro. Se está haciendo

habitual hacer distinciones más minuciosas entre polvos granulares (10 a 100  $\mu\text{m}$ ), polvos superfinos (1 a 10  $\mu\text{m}$ ) y polvos hiperfinos (0.1 a 1  $\mu\text{m}$ ). En estos últimos, la carga estática y la humedad juegan un papel dominante.

- Un sólido granular lo constituyen granos cuyo tamaño oscila entre los 100 y 3000  $\mu\text{m}$ . La disipación de energía por fricción domina en este régimen.
- Un sólido fracturado es un material granular cuyo tamaño de partícula es mayor a 3 mm. Agregados utilizados para hacer los concretos ordinarios caen en esta categoría, así como deslizamientos de rocas. La pérdida de energía por colisiones es fundamental en este rango de tamaños.

### 2.2.2. Interacción entre muchas partículas

Partiendo de las leyes de fricción para sólidos (Leyes de Coulomb para la fricción [12]), exploremos como el material granular real reacciona al esfuerzo tangencial. El aparato experimental fue utilizado por primera vez por Dawes. Consiste de dos cajas abiertas que se llenan con material granular (tal como polvo o arena de río), y se colocan de boca abajo encima una de la otra. Una fuerza de corte lateral  $F$  se aplica a la caja superior, la cual está sujeta a una carga vertical  $F_v$ . Mediante este experimento se encuentra que:

- La fuerza de corte requerida para poner la caja superior en movimiento es estrictamente proporcional a la carga  $F_v$  y es independiente del área bajo tensión de corte

$$F = \mu_s F_v.$$

Resultado en completo acuerdo con la primera ley de Coulomb.

- El coeficiente  $\mu_s$  es del orden de 0.7, valor comparable a lo típicamente encontrado para la fricción entre sólidos. El ángulo  $\theta$ , dado por la fórmula  $\theta = \tan^{-1}\mu_s$ , es aproximadamente 35°.

### 2.2.3. Ángulo de reposo

Cuando un material granular es vertido, los granos se acumulan y forman un montículo cónico o pila. En contraste, un sólido tiene una forma definida que se mantiene inmutable y que soporta un estrés aplicado, y un líquido se derrama hasta alcanzar un nivel donde su superficie se encuentra horizontal (no soporta estrés). El comportamiento del medio granular se encuentra a la mitad del sólido y el líquido, y es incapaz de formar pilas con una pendiente mayor a cierto valor umbral  $\theta$ ; por debajo de este, la pila se mantiene en equilibrio y sobrepasando este, se colapsa hasta formar nuevamente una pendiente con ángulo  $\theta$ , cuyo valor típicamente oscila alrededor de 30° a 35° dependiendo del material. Este ángulo es conocido como “*ángulo de reposo*”.

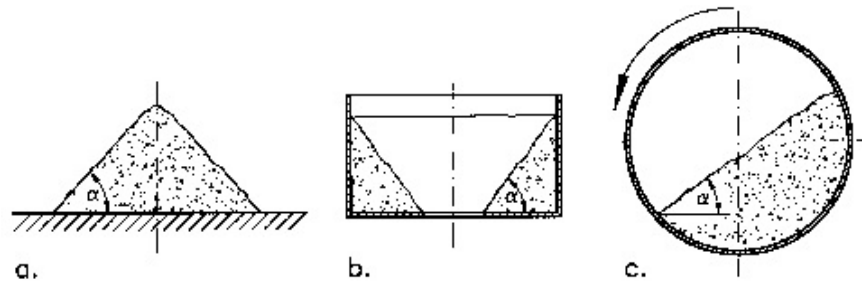


Figura 2.1: Ilustración del ángulo de reposo de a) una pila granular por deposición de material, y b) de un cráter formado por descarga a través de un orificio. c) Ángulo de avalancha obtenido al rotar una celda cilíndrica cargada de granos. Figura tomada de [12].

Una de las primeras personas en hacer observaciones cuantitativas sobre el ángulo de reposo, fue Charles Coulomb. Estando bastante familiarizado con la fricción entre sólidos, propuso una explicación sencilla a este fenómeno. Su modelo, aún vigente, se basa en la idea de que dos hojas de granos adyacentes no pueden deslizarse una sobre la otra, a menos que se encuentren inclinadas por encima de un ángulo  $\theta$ , parecido a  $\tan^{-1}(\mu_s)$ ; considerando a  $\mu_s$ , por analogía al caso de los sólidos, como un coeficiente característico de la fricción. Sin embargo, por todos los inconvenientes que implica trabajar con un medio granular, definir sin ambigüedades un ángulo de reposo depende de “el cómo se preparó la pila”. Esta indeterminación del ángulo de reposo depende de dos factores principales:

- El primer factor es geométrico, refiriéndonos a la curvatura de una pila. La figura 2.1 compara el ángulo que forma un medio granular al descargarse a través de un orificio, con el ángulo que dicho material forma al verterse sobre una superficie horizontal. La vecindad de las partículas en la base del material en descarga está más dénsamente poblada en comparación a la base de la pila, por lo que los ángulos son distintos. La diferencia existente entre estos dos ángulos, desaparecerá mientras crezca el radio de curvatura de la superficie. Para arena sílica, los valores de estos ángulos se muestran en la tabla 2.1.
- El segundo factor lo observamos en movimiento. Este ángulo es el que llamaremos de *talud*. Pero resulta que este ángulo no es único; incrementa característicamente hasta un valor llamado el ángulo de *movimiento* (o de *avalancha*),  $\theta_m$ , momento en el cual una leve avalancha ocurre, y el valor del ángulo cae abruptamente de  $\theta_m$  a un ángulo menor,  $\theta_r$ , correspondiente al ángulo de reposo. La diferencia  $\delta = \theta_m - \theta_r$  la llamaremos ángulo de relajación, cuyo valor típico es alrededor de  $2^\circ$  para medios granulares secos.

Material	Geometría	Ángulo de pila	Ángulo de cráter	Ángulo dinámico
Aréna Sílica	Angular	32°	36°	34°

Tabla 2.1: Datos medidos en el **grainslab** para una pila, cráter y avalancha (dinámico) para la arena sílica.

### 2.3. Propiedades estáticas de una pila granular

En el momento de tratar la interacción, por medio del contacto entre sólidos, surge naturalmente la fricción; la cual gobierna las propiedades dinámicas y estáticas de forma compleja. En un medio granular, la complejidad del problema se debe a i) aleatoriedad de contactos y ii) aleatoriedad de fuerzas de fricción. Esta complejidad se ve reflejada en una serie de aspectos: distribución errática de estrés aplicado, formación de arcos, dilatación y redireccionamiento de estrés a través de cadenas de fuerzas que da origen al efecto Janssen.

#### Distribución del estrés en un medio granular

El estrés aplicado a un medio granular seguirá un camino por demás errático, propagándose solamente por los canales de contacto entre partículas, ver fig. 2.2. Además, si gradualmente incrementamos el estrés al sistema, deformará la estructura; lo cual promoverá el incremento de puntos de contacto modificando inmediatamente la forma de transmisión del estrés. Por esta razón, la rigidez de la estructura aumenta conforme aumenta el estrés aplicado. Desviándose substancialmente del comportamiento modelado por la ley de Hooke [12].

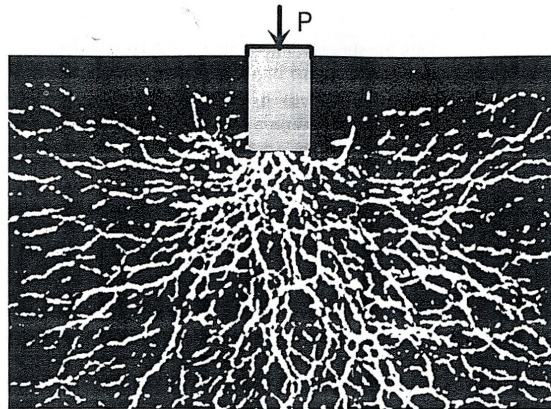


Figura 2.2: Cualquier estrés aplicado sobre un material granular, se redistribuye a través de las cadenas de fuerza formadas por el contacto entre los granos. En la figura se observa dicha distribución usando discos fotoelásticos que se iluminan al ser sujetos a alguna tensión externa y que pueden visualizarse utilizando pantallas polarizadas. Figura tomada de [12].

### Arcos en equilibrio

Otra característica propia de la materia granular, es la de formar arcos; la forma que deben de tener los arcos que soportaran su propio peso es el de una *catenaria* invertida y la forma del arco que soportara una carga adicional, es el de una parábola invertida. Característica aprovechada por nuestros antepasados para la construcción de puentes, edificios, etc.

### Efecto Janssen

H. Janssen propuso un modelo heurístico basado en la mecánica de medios continuos en 1895. La piedra angular de su desarrollo, fue la observación sobre la proclividad de la materia granular de redireccionar horizontalmente el esfuerzo aplicado verticalmente. El modelo, desarrollado uno años más tarde por Lord Reynolds, propone que la presión en un medio granular aumenta junto con la profundidad hasta saturar a un valor constante. La presión como función de la profundidad viene dada por:

$$p_v = \rho g \lambda (1 - e^{-\frac{h}{\lambda}}).$$

Siendo  $\lambda = \frac{A}{P_e k \mu_s}$ , una longitud característica del sistema; de tal suerte, que el cociente  $\chi = \frac{h}{\lambda}$  es el parámetro de decompactación, el cual depende de la profundidad  $h$ , el perímetro del contenedor  $P_e$ , el área de sección transversal  $A$ , el coeficiente de fricción estático del material y el factor de proporcionalidad entre la fuerza vertical y horizontal. Dicho comportamiento es graficado en la fig. 2.3. Cabe señalar que  $P_e h$  es el área longitudinal del contenedor, por lo que la razón  $\frac{P_e h}{A}$ , no es otra cosa, que una razón de aspecto, entre lo alto y lo ancho.

## 2.4. Fuerzas de arrastre en medios granulares.

Un objeto moviéndose a través de fluido experimenta una fuerza de oposición a su movimiento, la cual se denomina *fuerza de arrastre*. En el caso de objetos esféricos moviéndose en el seno de un fluido viscoso en un régimen laminar de bajos números de Reynolds, la fuerza de arrastre está dada por la *Ley de Stokes*.

Un efecto de arrastre similar ocurre cuando un objeto se desplaza a través de un material granular, y uno de los retos en esta área de la física durante las últimas décadas ha sido tratar de describir la ecuación que describe dicha oposición. Para dicho fin, se han realizado experimentos en los que se deja caer una esfera de acero en un material granular y se estudia su dinámica a través del medio. Katsuragi y Durian [21] describieron en su “Ley de fuerza unificada” que el arrastre se puede expresar como la suma de un término lineal en la profundidad  $z$  a la que se mueve el objeto, mas un término cuadrático en la velocidad  $v$ :  $\Sigma F = mg - \kappa z - \eta v^2$ , donde  $m$  es la masa del objeto,  $g$  es la gravedad, y  $\kappa$  y  $\eta$  son constantes que dependen del material granular y del objeto penetrante.

Sin embargo, Pacheco *et. al.* demostraron que dicha expresión es sólo un caso particular de una Ley de fuerza general que considera el efecto Janssen [22]. En dicha Ley se sustituye la dependencia

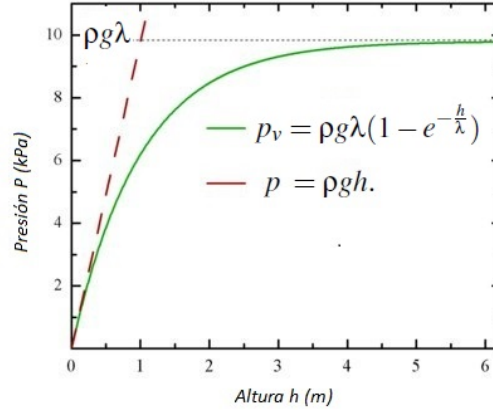


Figura 2.3: A diferencia de la dependencia hidrostática de la presión con la profundidad en una columna de líquido, en una columna granular se observa una saturación a una profundidad dada. Dicho efecto fue observado por H. Janssen en 1895 y es conocido como efecto Janssen de los materiales granulares. Figura tomada de Wikipedia.

lineal en  $z$  por un término que considera la saturación en la presión con la profundidad en el medio granular, obteniéndose:

$$\Sigma F = mg - \kappa\lambda(1 - e^{-z/\lambda}) - \eta v^2,$$

donde  $\lambda$  es una longitud característica del sistema (véase la sección anterior). Nótese que esta ecuación se reduce a la de Katsuragi-Durian para  $z \ll \lambda$ .

## 2.5. Formación de cráteres y jets granulares

Al realizar experimentos de impacto de proyectiles en medios granulares para estudiar las fuerzas de arrastre, es fácil notar que se forman cráteres muy parecidos a los observados en superficies planetarias. Además, bajo ciertas condiciones, sucede otro fenómeno muy interesante: *la formación de jets*.

Recientemente Thoroddsen y Shen desarrollaron experimentos a pequeña escala [23] dejando caer una esfera metálica sobre una cama de arena sílice monodispersa (factor de empaquetamiento  $\phi \sim 0.64$ ). Los autores observaron la formación de un chorro de arena saliendo justo del sitio de impacto. Jets similares han sido observados en los impactos por cuerpos sólidos o gotas sobre superficies líquidas. D. Lohse et al. repitieron el experimento sobre una cama de arena con un factor de empaquetamiento mucho menor,  $\phi \sim 0.41$ . Este bajo empaquetamiento lo obtuvieron soplando aire a través de la arena para “esponjarla”; lo que se denomina fluidización del medio. Los autores observaron la aparición de un delgado y colimado jet (ver figura 2.4.a) y concluyeron que la creación del jet es debido al colapso de la cavidad que deja el proyectil a su paso [24].

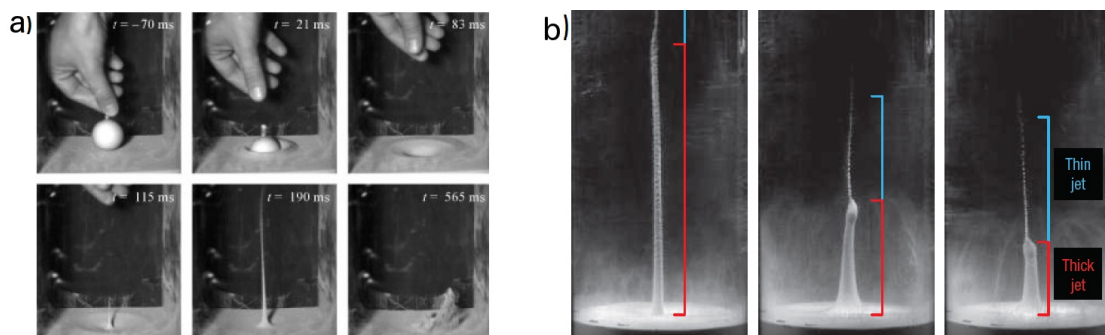


Figura 2.4: a) Formación de jets en *quicksand* por el colapso de la cavidad, experimento de Lohse et. al [?] b) Formación de jets en un ambiente de presión atmosférica reducida, experimento de Royer et. al [?].

J. R. Royer et al. explican el fenómeno apoyándose en un mecanismo completamente distinto. Afirman que el jet es generado por un proceso más complejo, involucrando la interacción entre la arena y el aire intersticial. Entre algunas de sus observaciones se destaca la identificación de dos partes del jet, ver figura 2.4.b. Una primera parte del jet, escasa y delgada, la cual varía poco con la presión, seguida por una parte gruesa impulsada por la presión del aire; resultados que destacan la importancia de una dinámica acoplada entre el gas y movimiento granular [25]. Hasta el momento continúa el debate sobre cuál es el mecanismo dominante en la formación de jets granulares.

### Morfología de cráteres por impacto

En lo que respecta a la formación de cráteres, diversos grupos han estudiado las distintas etapas en las que se divide el proceso que da origen a estas estructuras, véase las figuras 2.5.a-c [26, 27, 28]. A. Walsh et al. describen la observación de morfologías de cráteres en materia granular similares a las observadas en cráteres lunares y encontraron que tanto la profundidad como el diámetro del cráter son proporcionales a la energía de impacto a la  $1/4$ , fig. 2.5.d. Además, encontraron que la razón del diámetro del cráter con su profundidad es una constante, similar a lo que ocurre en los cráteres de la luna.

Todos los estudios previos fueron realizados con esferas sólidas, regularmente de acero, que permanecen intactas después de la colisión. Sin embargo, en una colisión astronómica, el proyectil se pulveriza completamente tras el impacto. Por tal motivo, Pacheco-Vázquez y Ruiz-Suárez estudiaron el impacto de proyectiles granulares que se desintegran (hechos de arena), y que forman un cráter en el medio granular cubierto por restos del “mini meteorito”, véase la figura 2.6. El principal resultado de dicha investigación es que los cráteres producidos por proyectiles “granulares” siguen las mismas leyes de potencia que aquellos producidos por proyectiles sólidos, pero que debe considerarse un término adicional correspondiente a la energía de cohesión liberada tras la colisión, lo que produce cráteres ligeramente mayores al caso equivalente creado por el proyectil sólido.

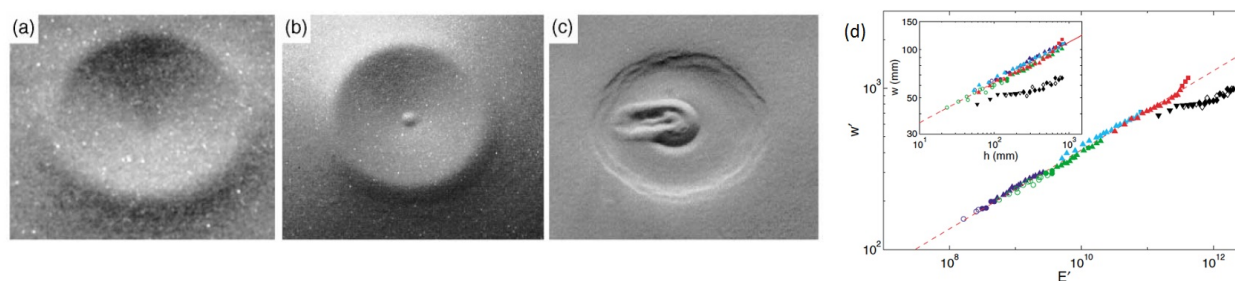


Figura 2.5: Formación de cráteres por impacto de una esfera sólida de 2.54 cm liberada desde cierta altura  $h$  en una cama granular con partículas de diferentes diámetros: a) 180 a 250  $\mu\text{m}$ ,  $h= 14.8$  cm, b) 180 a 250  $\mu\text{m}$ ,  $h= 32.5$  cm, c) 45 a 90  $\mu\text{m}$ ,  $h= 40$  cm y d) la profundidad como el diámetro del cráter son proporcionales a la energía de impacto a la  $1/4$ . Figura tomada de [26].

## 2.6. Cráteres por expulsión de gas y colapso de cavidades: motivación de la tesis

Hasta ahora, pareciera que el mecanismo de formación de cráteres ha sido completamente descifrado; sin embargo, existen otros mecanismos que pueden dar origen a la formación de cráteres, pero que no se han explorado por completo, muy probablemente por haber sido propuestos en momentos de la historia donde fueron opacados, o simplemente olvidados. Lo anterior sucedió con la teoría de creación de cráteres por expulsión de gas de una cavidad presurizada, propuesta por Hooke en 1665 y la de cráteres por hundimiento (Fielder en 1965), donde siempre se supuso un origen volcánico [29].

El término *cráter* se refiere a una depresión en forma de tazón formada por el impacto de un meteorito, una explosión o una erupción volcánica. Los cráteres formados por impactos han sido ampliamente estudiados en la literatura; sin embargo, los cráteres formados por la explosión y colapso de una cavidad apenas han sido considerados.

Las explosiones que originan cráteres pueden ser naturales o artificiales ver fig. 2.7. Las explosiones naturales usualmente ocurren bajo tierra, pulverizan o vaporizan el material y la tierra sobre la cavidad formada se colapsa. Los cráteres formados por este proceso se denominan *cráteres de hundimiento o de subsidencia*. Un ejemplo de cráter natural de subsidencia es un *maar*, que se forma cuando agua entra en contacto con magma supercaliente proveniente de un volcán. Otro ejemplo es el hallado a principios de este año (2014) por los lugareños de la península de Yamal en Siberia, quienes reportaron haber hallado una extraña depresión en la tierra, ver Fig. 2.8. La explicación a dicho hallazgo fue dada unos meses después en la revista Nature [30]: se trata de un cráter formado por la expulsión de gas metano presurizado; el fenómeno ocurrió por el adelgazamiento del *permafrost* (capa de hielo permanente en los niveles superficiales del suelo de las regiones muy frías o periglaciares), el cual no soportó la presión dentro de la cavidad, por lo que ésta se colapsó y liberó el metano.

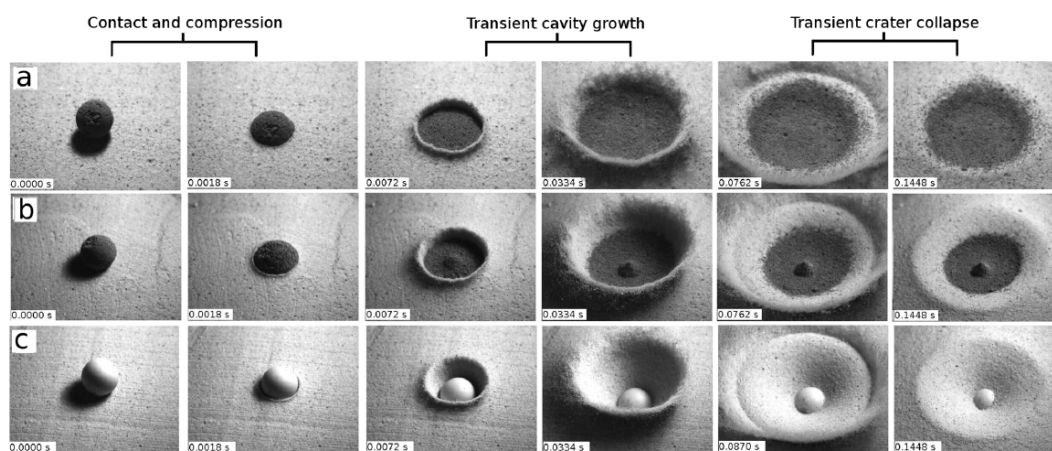


Figura 2.6: Distintas fases de la formación de cráteres por impacto de proyectiles granulares. Dependiendo de la compactación del proyectil, este se desintegra tras el impacto dando origen a) a un cráter simple, o b) a un cráter con pico central. c) Un impacto con un proyectil sólido de la misma masa es mostrado para comparación. Imagen tomada de [22].

La perforación subterránea en búsqueda de petróleo y gas natural puede conducir a explosiones y cráteres de subsidencia artificiales. La maquinaria a veces puede encontrarse con una bolsa de gas natural que se encuentra bajo una presión extremadamente alta. Cuando la maquinaria perfora la bolsa de gas natural, las capas suprayacentes de roca puede no ser capaz de contener la presión. Entonces, como un enorme globo, la bolsa de gas estalla. A medida que el gas se libera en la explosión, un cráter se forma en el espacio vacío. Otro ejemplo de cráter artificial son aquellos formados por explosiones nucleares bajo tierra.

El fenómeno anterior describe a la perfección la motivación de la presente tesis: por primera vez enfocamos el estudio de la creación de cráteres por colapso de cavidades presurizadas en un medio granular. Para ello, producimos una cavidad presurizada de aire que al ser perforada explota, produce el hundimiento del material sobre la cavidad y genera un cráter en la superficie. Si bien el colapso de cavidades en medios granulares ha sido estudiado recientemente por Simon J. de Vet y John R. de Bruyn [31], nunca se ha estudiado dicho proceso con cavidades presurizadas. En dichos trabajos los autores realizan un experimento en el que un cilindro es introducido en partículas de vidrio y retirado súbitamente. La morfología del cráter resultante es estudiado para determinar el perfil del mismo, el cual es bien descrito por un hiperboloide. Los autores proponen un modelo hidrodinámico que considera difusión de partículas para describir la dinámica de formación del cráter. Cabe mencionar que la cavidad producida en dicho experimento es de apenas unos centímetros cúbicos. Como veremos en el siguiente capítulo, el volumen de la cavidad es un factor determinante en la inesperada aparición de un jet granular tras la formación de cráter. Además, los perfiles de los cráteres en nuestros experimentos no son hiperbólicos. Descubriremos la explicación a dichas diferencias, los parámetros que fueron determinantes en los resultados obtenidos y el mecanismo que subyace a este fenómeno.

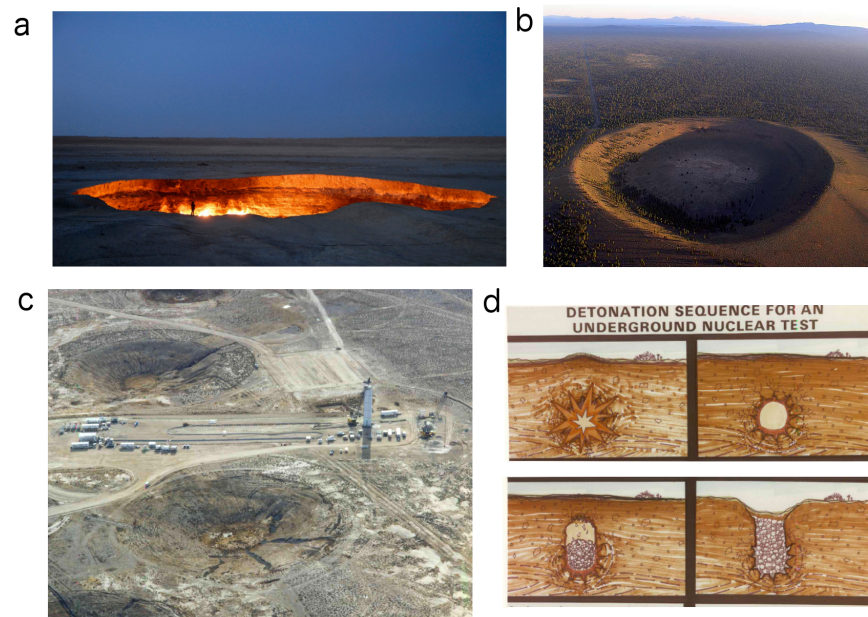


Figura 2.7: Cráteres de subsidencia: a) The door to hell (la puerta al infierno), es un cráter originado artificialmente cuando petroquímicas soviéticas perforaron una bolsa de gas natural en 1971, en la provincia de Ahal, Turkmenistán (© Tim Whitby/Alamy). b) Vista aérea de un *maar* en el estado de Oregon en Estados Unidos (© public domain). c) Cráter (Huron King) producido por una explosión nuclear subterránea por el Departamento de Defensa en Estados Unidos (© public domain). d) Esquema de las etapas de formación de un cráter por hundimiento (© public domain).



Figura 2.8: Cráter creado por expulsión de gas metano presurizado en Siberia. Imágenes de Joe Kovacs.



# 3

## Colapso de una cavidad esférica presurizada

Con la finalidad de entender el origen y el mecanismo de formación de cráteres producidos por la liberación de gas a presión y colapso de cavidades en la naturaleza, nos propusimos *estudiar en el laboratorio el colapso de una cavidad de aire presurizada dentro de una cama de arena y analizar la morfología del cráter resultante*. Para realizar dicho estudio, dividimos el experimento en dos partes:

- La estática, en la cual analizamos los parámetros finales del evento: el tamaño del cráter, su profundidad y su perfil superficial; los cuales podemos medir *in situ* y nos aportarán datos con los que determinaremos su morfología.
- La dinámica, en la cual tratamos con los elementos durante el desarrollo del evento, para lo cual, nos apoyamos en videos tomados con una cámara de alta velocidad; obteniendo a detalle información sobre etapas de formación de cráter, el tiempo de colapso, velocidad del jet granular, fenómenos ocurridos durante el colapso, etc.

### 3.1. Diseño experimental

Uno de los principales retos que enfrentamos al momento de diseñar el dispositivo experimental giró en torno a la cavidad presurizada: ¿cómo podríamos construirla de forma fácil, económica y eficiente? Necesitábamos que cumpliera con ciertas características: las paredes de la cavidad tendrían que ser rígidas, y al momento de retirarlas no deberían influir en el colapso del material. También era necesario variar el volumen sin necesitar accesorios adicionales y deberíamos asegurar que las propiedades de una cavidad con respecto a otra no cambiaran al variar su volumen y la

presión del gas. Lo anterior recordando un punto importante: ¡tenía que ser de bajo costo! pues el laboratorio está apenas en formación y los recursos son limitados.

Curiosamente, las características anteriores son cumplidas de manera razonable por un globo común y corriente. Debido a la producción en serie de estos productos, sus propiedades son las mismas de globo a globo de la misma marca y número (el tamaño de los globos se especifica por número). Mientras estuviera inflado, sus paredes son rígidas, soportando bastante bien la presión ejercida por el aire hacia el exterior y por la arena hacia el interior, sin cambiar notablemente de volumen (lo cual fue corroborado experimentalmente). Algo por demás revelador fue el tiempo de fractura del globo de latex, el cual se lleva acabo en un intervalo de  $10^{-4}$  s, que como veremos corresponde a un tiempo dos órdenes de magnitud más pequeños que el colapso de la cavidad granular. Entonces, al colapsar el globo, la cavidad ni se inmuta por unos pocos milisegundos y su colapso no es afectado por el mecanismo con el cual fue originada.

A pesar de haber cubierto casi por completo nuestras exigencias, los globos inflados a la presión deseada adquieren una forma de *pera*; situación que complica el cálculo del volumen de la cavidad. Afortunadamente, observamos que el globo emplea la superficie de su *cue*llo cuando comienza a adquirir la forma de *pera*. Al aplicar cinta adhesiva alrededor de esta parte, se puede obtener una buena esfericidad, incluso hasta las máximas presiones alcanzadas por el globo ( $\sim 6kPa$ ). Por tanto, un globo esférico es ideal para el experimento aquí planteado.

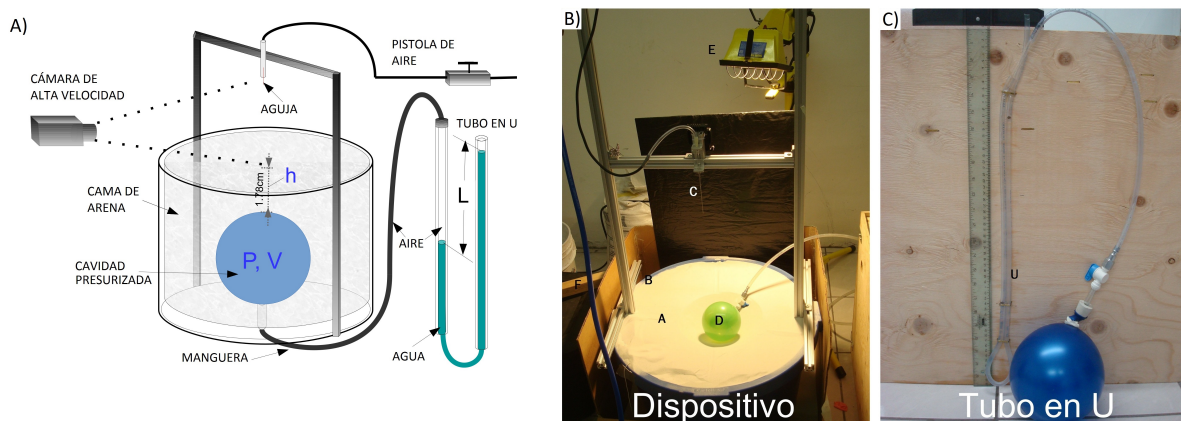


Figura 3.1: a) Diseño del dispositivo experimental. b) Dispositivo experimental real, y c) dispositivo para medir la presión del globo esférico.

Una vez resuelto el problema de la cavidad esférica, la exigencia de un mecanismo rápido para perforarla era imperante. Además tendría que cumplir con la característica de no interferir con la dinámica del colapso. El primer mecanismo ideado consistió en pistón hidráulico que impulsaba una aguja colocada por debajo de la cavidad; sin embargo, este resultó con el inconveniente de necesitar mucho mantenimiento, además de incrementar la incertidumbre en el momento de perforación de la cavidad. El mecanismo final consistió en una pistola de aire a presión con una cámara de expulsión (tubo capilar), con la que se disparaba una aguja a tal velocidad que era capaz de

penetrar la capa de arena sobre la cavidad y perforar el globo (ver la fig. 3.1).

El siguiente reto era medir la presión del globo, la cual no era tan alta para ser detectada por la mayoría de los barómetros comerciales (además de que no contábamos con uno adecuado); por lo que se optó por utilizar un tubo en forma de "U" con agua. Así, al conectar el globo al tubo, el aire presurizado desplaza una columna  $h$  del líquido, por lo que el valor de la presión sería dado por  $P = \rho_{agua}gh$ . Este dispositivo cumple con las siguientes ventajas: es económico, de fácil adquisición y poco mantenimiento; el cual pudimos adaptar sin ningún problema para determinar el valor de la presión en la cavidad enterrada.

El cómo producir la cavidad y perforarla ya estaba resuelto. Una vez ideado el mecanismo de medición de presión, y puesto que el volumen es fácilmente obtenido del diámetro de la cavidad esférica  $V = \pi D^3/6$ , sólo restaba construir el dispositivo experimental, el cual se muestra en la fig. 3.1(a-b). Para ello, utilizamos los siguientes materiales:

- (A) Material granular: arena sílica polidispersa compuesta por partículas de entre 165 y 190  $\mu m$  de diámetro (malla 80-90).
- (B) Un contenedor de plástico de 60 cm de diámetro y 40 cm de altura (capacidad de 0.113  $m^3$  de arena);
- (C) Una pistola de aire, para lanzar las agujas;
- (D) Globos de látex de distintos tamaños;
- Cámara de alta velocidad, Fastcam SA3, marca Photron, véase la fig. 3.2;
- Cámara fotográfica Sony Cibershot, de 7.2 megapíxeles;
- (E) Lámpara de halógeno de 500 W con tripie;
- (F) Barra de madera para allanar la arena;
- (U) Tubo en U para medir la presión;

### **Experimento: Preparación y puesta en marcha**

Una vez montado el dispositivo experimental, se procedió a realizar el experimento. A continuación se describe el procedimiento de medición paso por paso:

- Inflamos un globo hasta un volumen y presión conocidas, la presión la monitoreamos en todo momento con el tubo en "U", y el volumen lo obtenemos a partir del diámetro del globo.
  - Un tubo cilíndrico se introduce en la arena y se extrae el material que resta en su interior. En dicha cavidad se colocará el globo con el tubo en "U" conectado mediante una larga manguera (ver fig. 3.1).
-



Figura 3.2: Cámara de alta velocidad de GrainsLab en IFUAP.

- Fijamos el globo a la profundidad deseada  $h$ , y retiramos el tubo cilíndrico. La arena limitada por el cilindro cae sobre la cavidad cubriendo al globo.
- Allanamos la superficie de la arena, con cuidado de no compactarla. Así obtenemos una superficie plana.
- Preparamos la cámara de alta velocidad para tomar los fotogramas a 2000 fps. Para lo cual necesitamos una iluminación adecuada.
- Disparamos la aguja con la pistola de aire perforar la cavidad. La grabación del video se sincroniza con la perforación y finaliza al formarse el cráter.
- Terminado el evento, tomamos una fotografía aérea del cráter formado, con una cámara fotográfica, véase fig. (3.3)
- Tomamos otra fotografía frontal del cráter para estudiar perfilometría.
- Medimos el fondo del cráter y el alto de la pila central, en el caso de haberla.
- Finalmente, determinamos el perfil del cráter (el método se discute posteriormente) usando una técnica de proyección óptica.

Este proceso se repitió para diferentes valores de los parámetros ( $h$ ,  $V_g$ ,  $P$ ). Posteriormente, utilizamos el software ImageJ para el tratamiento de imágenes, donde procesamos las fotos para medir la excentricidad, diámetro (foto aérea) y el perfil (foto frontal) del cráter. Luego procesamos los fotogramas del video de alta velocidad, para obtener mediciones de los tiempos asociados a la explosión, colapso y formación del cráter.



Figura 3.3: La técnica de ángulo bajo resalta las características del cráter, para posteriormente medirlas en ImageJ. El diámetro del cráter es obtenido mediante un ajuste circular (curva amarilla).

## 3.2. Experimentos realizados

Para las mediciones fijamos dos parámetros y variamos el tercero, por ejemplo ( $h$ ,  $P$ ) fijas y  $V_g$  variable. Los intervalos explorados para cada uno de los parámetros fueron:  $290\text{cm}^3 \leq V_g \leq 7950\text{cm}^3$ ,  $15\text{ cm (1.47 kPa)} \leq P \leq 60\text{ cm (5.89 kPa)}$ , y  $0\text{ cm} \leq h \leq 10.5\text{ cm}$ .

La figura 3.4 muestra las distintas etapas observadas en un experimento típico: i) primero, el dardo perfora la cavidad; ii) un tiempo después (tiempo de difusión), la superficie de la cama comienza a deformarse, acto seguido de una explosión que forma una corona de granos que se eleva verticalmente. iii) Justo antes de colapso total de las paredes de la corona, un chorro vertical de arena emerge del centro de la cavidad, al cual llamaremos *jet granular*; las paredes de la corona caen, el jet alcanza su máxima altura y finalmente colapsa en el cráter formado unos instantes antes.

Una vez realizado el experimento procedemos a medir las siguientes cantidades:

- Diámetro del cráter;
- Profundidad del cráter;
- Altura máxima del jet;
- Ancho y altura de la corona;
- Velocidad del jet;

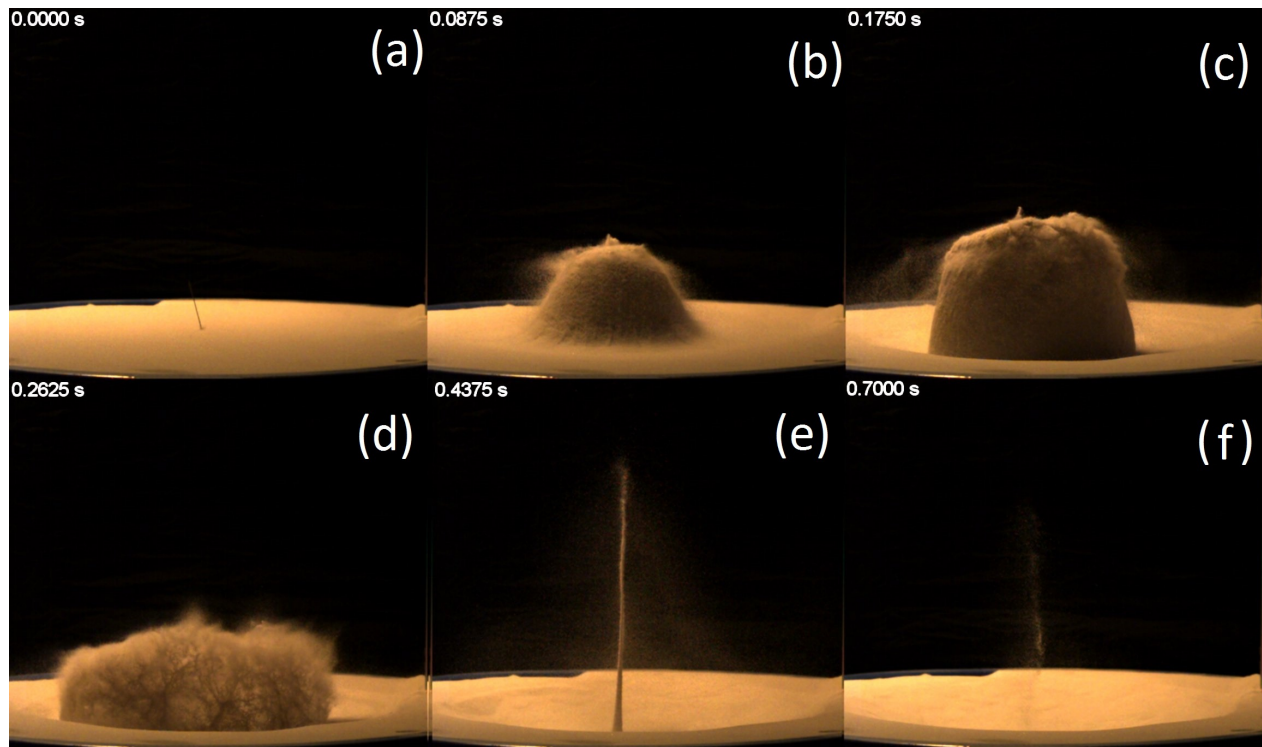


Figura 3.4: Etapas características del experimento: a) perforación, b) formación de corona, c) máximo tamaño de corona, d) colapso de corona y formación del cráter, e) surgimiento del jet granular, y d) colapso de jet y formación del pico central.

- Trayectoria que describe la punta del jet;
- Tiempos característicos para: la difusión del aire hasta la superficie; levantamiento y colapso de las paredes de la corona; nacimiento y colapso del jet; duración del evento.

Todo lo anterior fue recabado en hojas de cálculo, con la finalidad de mostrar la relación que existen entre los parámetros iniciales del experimento y las características finales, tanto del cráter, como del jet. Haber seguido la trayectoria de la punta del jet pudiera ser la clave sobre el mecanismo que le da origen. Lo comentaremos más adelante.

### Experimento cuasi-2D: Celda Hele-Shaw

La visualización superficial del evento en 3D fue fácilmente captada con video de alta velocidad. Sin embargo, deseábamos conocer el origen del jet, lo cual parece ser provocado durante el colapso, lo cual sólo sería posible visualizar utilizando un dispositivo equivalente en 2D. Para ello utilizamos una celda Hele-Shaw (fig. 3.5), con dimensiones de 50cm x 50cm x 7cm (alto x ancho x fondo). Además, también resultó útil para medir el tiempo de difusión del aire a través del estrato

de arena encima de la cavidad presurizada. Nótese que la cavidad resta intacta después de que el globo se perfora.

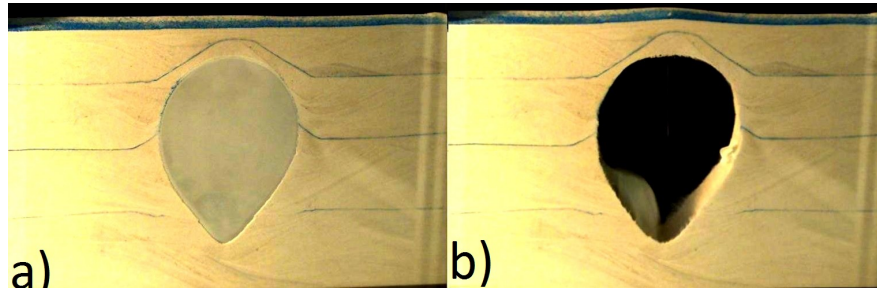


Figura 3.5: a) Celda Hele-Shaw con el globo inflado b) Globo perforado; los tiempos de reacción del colapso de las paredes y el colapso de la cavidad varían casi por tres órdenes de magnitud.

La figura 3.6 ilustra el colapso en dos dimensiones. Nótese la forma escalonada en la cual se deslizan los estratos de arena y la forma como contribuyen a su formación. Es de destacar que la altura máxima del jet en 2D no sobrepasa siquiera la cavidad formada. Esto es, en 2D, el jet resultante es muy pequeño. Esto se debe a que, a diferencia del experimento en 3D, las avalanchas producidas por el colapso de la cavidad no convergen en un solo punto, sino que forman una ola plana y la contribución del momento a la formación del jet es considerablemente menor.

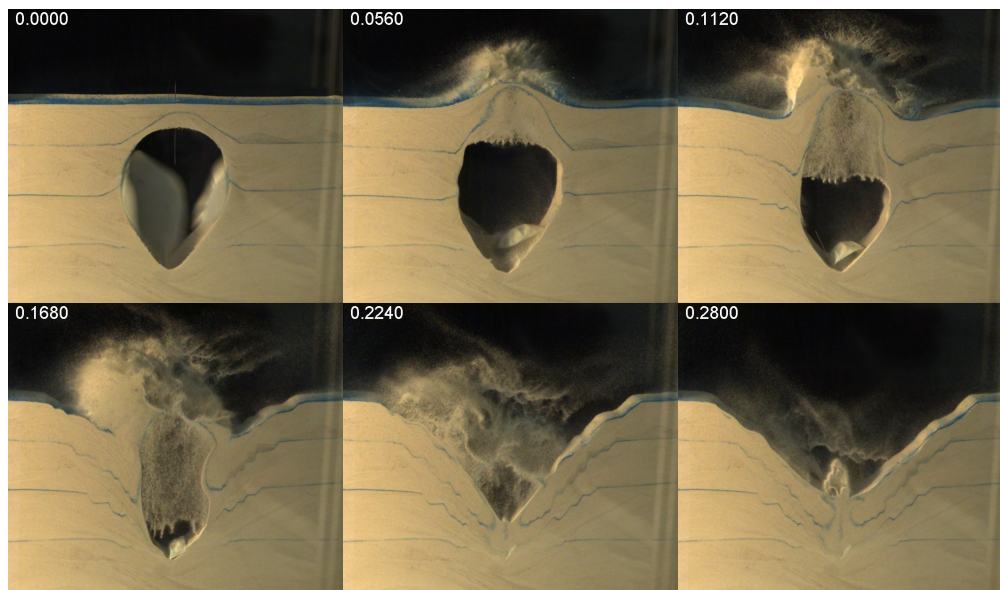


Figura 3.6: Técnica instrumentada para apreciar la aportación de las capas de arena a la formación del jet, donde este último es considerablemente menor a su contraparte en 3D.

### 3.3. Resultados obtenidos

#### 3.3.1. Cráteres y coronas

La primera diferencia morfológica entre un cráter típico creado por impacto y los cráteres que obtuvimos en nuestros experimentos de colapso fue la ausencia de un montículo anular de material alrededor del cráter, o, en pocas palabras, de un *borde anular*. En nuestro caso, sólo aparece una depresión sin material sobresaliendo de la superficie llana. En un impacto de proyectil, dicho borde anular es producido por el materia que es eyectado tras el impacto; luego entonces, procedimos a analizar la eyección de material en nuestros experimentos para detectar la diferencia.

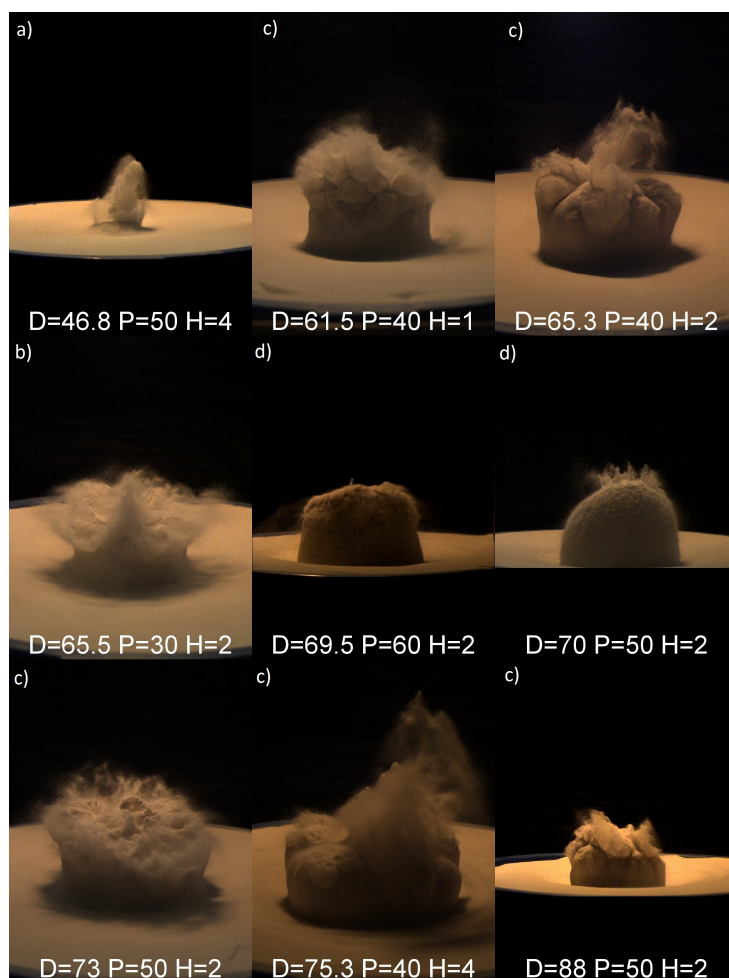


Figura 3.7: Distintas morfologías de coronas: **a)** Cavidades pequeñas con doble corona, **b)** Bajas presiones con coronas más abiertas, **c)** presiones intermedias con coronas con forma de *panettone*, **d)** Grandes volúmenes y altas presiones con coronas completamente fluidizada (porosas).

La figura 3.7 muestra como el material sobre la cavidad es eyectado verticalmente, formando una corona cuyo máximo diámetro es menor al tamaño final del cráter, independientemente de los parámetros utilizados en los experimentos. En la figura 3.8 se compara el máximo diámetro de la corona (puntos rojos) y del cráter final (puntos negros) como función del tamaño de la cavidad inicial. Nótese que el máximo diámetro alcanzado por la corona no supera la línea roja sólida (con pendiente igual a uno). Lo anterior significa que, a lo más, el ancho de la corona alcanza el diámetro de la cavidad que la genera. Más aún, los experimentos revelaron que la cavidad, de diámetro  $D_g$ , genera un cráter de ¡dos veces su diámetro! (línea sólida negra con pendiente 2), lo que asegura que el material de la corona siempre caerá en el interior del cráter. Lo anterior explica claramente la no-existencia de un borde anular en los experimentos de colapso realizados.

Por otra parte, los resultados anteriores sólo dependen del **volumen** de la cavidad y no de la presión, ya que el aire es liberado con la corona, por lo que no afecta al subsecuente colapso de la cavidad y proceso de formación del cráter. Además, el diámetro final del cráter tampoco depende de la posición inicial de la cavidad. Dicho resultado es por demás interesante, puesto que no importa que tan profunda pongamos la cavidad, esta genera un cráter del mismo tamaño a pesar de que dicha cavidad involucre mayor cantidad de material en su dinámica. Lo anterior sugiere que para reproducir las dimensiones del cráter sólo son importantes los estratos finales de material.

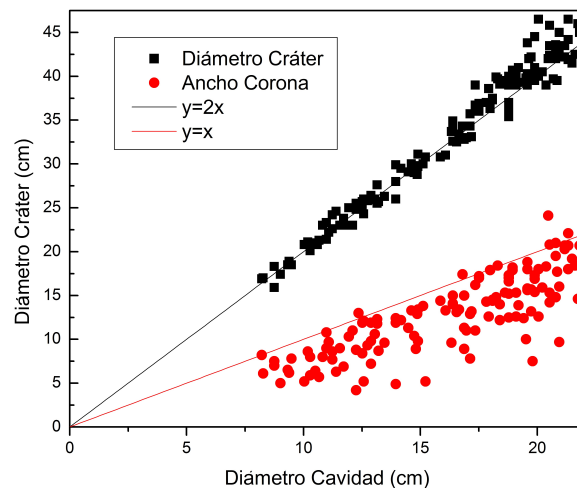


Figura 3.8: Diámetro del cráter (puntos en negro) y diámetro de la corona (puntos en rojo) como función del diámetro inicial de la cavidad. Las líneas tienen una pendiente de 2 (negra) y 1 (roja), mostrando que  $D_c$  es  $2D_g$  y  $D_g$  limita el diámetro máximo de la corona.

La figura 3.7 también nos muestra una variedad de coronas dependiendo de las características y posición de la cavidad: a pequeños volúmenes y grandes profundidades reproducimos pequeñas coronas. Por otra parte, a medida que incrementábamos el volumen y la presión, aparecían protube-

rancias en la superficie de la corona que la asemejan a un *panettone* italiano. Estas protuberancias se deben al hecho de que la presión no es suficiente para fluidizar toda la arena sobre la cavidad y obliga al aire a “elegir” algunos caminos, creando zonas de baja densidad de arena (zonas claras) y zonas de alta densidad de arena (estrías oscuras). Conforme se aumenta el volumen y la presión de la cavidad, la fluidización de la corona es más evidente al observarse una forma porosa y uniforme.

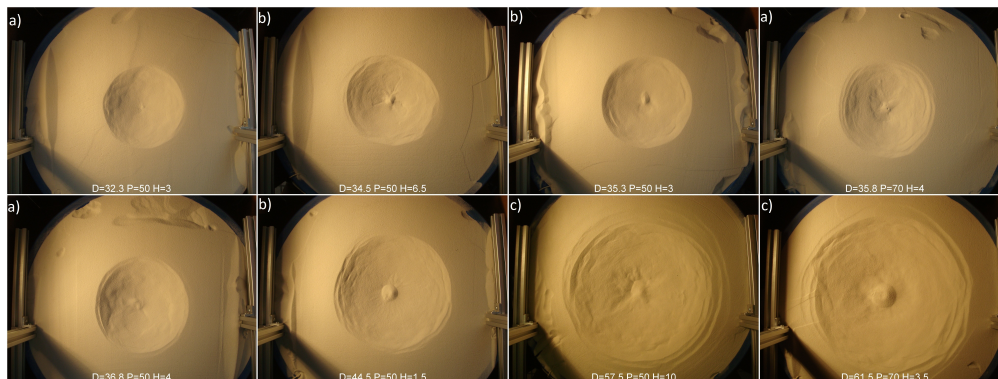


Figura 3.9: Distintas morfologías de cráteres: **a)** simples, sin pico central, **b)** complejos, con pico central, **c)** anillados en los extremos. Ningún cráter tiene un borde anular de arena sobresaliendo a la superficie.

En lo que respecta a la morfología de los cráteres, algunos ejemplos se ilustran en la figura 3.9. Nótese nuevamente que, a mayor diámetro de la cavidad, mayor diámetro del cráter. Además, podemos apreciar en los cráteres pequeños la forma de vasija sin pico central, y conforme vamos incrementando el volumen del cavidad la pila central aumenta y el piso del cráter se va aplanando. Esto es debido a que la inercia del material que colapsa produce un deslizamiento en forma de avalanchas que acumulan el material al centro del cráter; y en el caso de cráteres grandes, este material recorre una mayor distancia, ( $D_g$  es más grande), alcanzando una mayor velocidad al llegar al fondo, saturándolo de arena y produciendo un jet granular. En cráteres grandes, ocurren deslizamientos parciales, los cuales se aprecian en forma de anillos del material dispuestos en la periferia de la depresión.

Si la salida de aire de la cavidad es regulada, se pueden obtener *cráteres con terrazas*. Aunque fue de forma casual como reprodujimos este tipo de cráteres, es pertinente comentar al respecto debido a que, como lo comentamos en el capítulo 1, Gilbert Fielder en 1965 propuso un “intrincado” modelo para la formación de anillos y terrazas en los cráteres lunares. Nosotros mostramos que el mecanismo no es tan “intrincado” como parece, pues si el gas presurizado de la cavidad se deja escapar muy lentamente (se evita un colapso violento), el material se colapsa formando terrazas planas, y sólo se alcanza la cavidad cónica cuando las paredes de las terrazas alcanzan la inclinación del ángulo de reposo. El proceso lo podemos apreciar en la fig. 3.10, en donde el tiempo total del evento fue de 1 minuto aproximadamente. Sólo mediante este flujo regulado de aire se pueden obtener cráteres cónicos; cuando existe el colapso violento, el material adquiere aceleración que modificará la estructura final y formará cráteres con perfiles curvos.

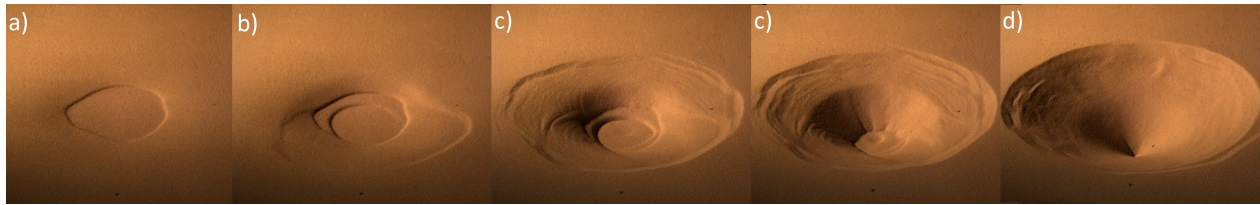


Figura 3.10: Etapas de formación de un cráter cónico por hundimiento: a) Aparición de una primera terraza, b) conforme el aire sigue escapando, aumenta el número de terrazas alrededor del centro de la cavidad. c) Un hundimiento considerable en el centro en comparación a la periferia (mayor pendiente) aparece, d) la pendiente alcanza el ángulo de reposo y se forma una cavidad cónica. Nótese que la cavidad no posee un borde superficial.

### 3.3.2. Jets granulares

Un resultado destacable de nuestros experimentos fue la aparición de un chorro colimado de arena saliendo justo del centro de la cavidad. En estudios recientes, se reportó la aparición de jets granulares similares, siguiendo el impacto de proyectiles en una cama de arena fluidizada. D. Lohse et al. [24] sostienen que el jet granular resulta del colapso de las paredes laterales generadas por el paso violento del proyectil. Por otro lado, Royer et al. [25] realizaron el mismo experimento en arena fluidizada pero con diferentes presiones ambientales y reportan que el mecanismo que determina la existencia del jet es el gradiente de presión.

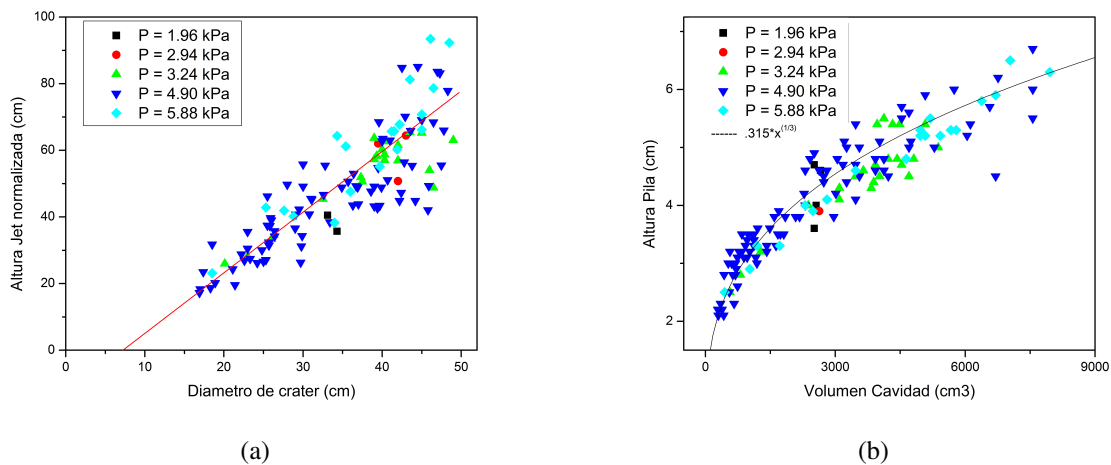


Figura 3.11: a) Dependencia de la altura del jet granular como función del diámetro de la cavidad esférica. Nótese que existe un diámetro de cavidad mínima para la existencia de un jet por encima de la superficie, esto es debido a la disipación de la energía por fricción (ver texto). b) Altura de la pila remanente del jet como función del volumen de la cavidad. La línea sólida corresponde a un ajuste de la forma  $Ax^n$  con  $n = 1/3$ , considerando a la pila como un cono de volumen  $V = \pi h^3 / \tan\theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo de la pila.

Nuestro trabajo consiste en determinar cuál es el mecanismo que subyace a la aparición del jet en nuestro sistema, colapso o gradiente de presión, y comparar nuestra conclusión con los resultados de los experimentos de impacto. Debemos tener claro que, a diferencia de los experimentos de Lohse [24] y Royer [25], nosotros obtenemos jets sin necesidad de fluidizar la cama granular, y con tamaños de partícula mucho mayores ( $180 \mu\text{m}$  comparados con  $50 \mu\text{m}$ ), lo cual era considerado como imposible en aquellos estudios.

La fig. 3.11a muestra la altura del jet granular (medida desde la superficie de la cama de arena) como función del diámetro de la cavidad para distintas presiones. Nótese que existe una dependencia con tendencia lineal entre estos dos parámetros, independientemente de  $P$ . Esto muestra que es el volumen de la cavidad, y no la presión, el parámetro fundamental que determina la emergencia del jet. Al realizar un ajuste lineal (línea sólida roja) se encuentra que existe un diámetro mínimo capaz de generar un jet que sobresalga de la superficie. Puesto que el jet requiere de un impulso (o energía potencial  $U$ ) para ascender verticalmente, dicho impulso debe provenir del colapso del material sobre la cavidad; por tanto, el impulso del jet debe ser proporcional al diámetro de la misma (ya que  $U = mgD_g$ ), lo que es soportado por la dependencia lineal. Por otro lado, la existencia de un diámetro mínimo se debe a la disipación de energía del medio: al reducir el diámetro de la cavidad también reducimos la energía potencial disponible para impulsar al jet. Si los granos caen desde poca altura (diámetros pequeños), la energía potencial que poseen es disipada por fricción y no hay energía disponible para impulsar al jet.

Puesto que el chorro asciende verticalmente y desciende en el mismo lugar, formando un montículo, el volumen de la pila debe ser proporcional al tamaño del jet. La dependencia lineal de  $h_{jet}$  vs  $D_g$  es soportada al analizar la pila central remanente. La fig. 3.11b muestra la altura de la pila como función del volumen de la cavidad inicial, en la que se indica un comportamiento a la  $\frac{1}{3}$ , esto es,  $h_{jet} \propto V^{\frac{1}{3}}$ . Adicionalmente sabemos que  $D_g \propto V^{\frac{1}{3}}$ . Por tanto, ambas mediciones muestran que  $h_{jet} \propto D_g$ .

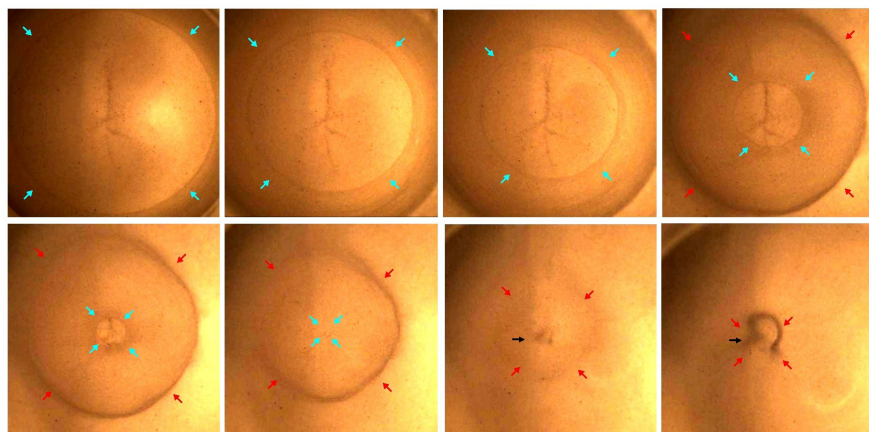


Figura 3.12: Vista aérea del colapso de una cavidad: avalanchas de material (en azul y rojo) convergen al centro de la cavidad, impactan y generan el jet (flecha negra) por transferencia de momento.

Para poder visualizar el proceso que da origen a la aparición del jet, filmamos el colapso de una cavidad sin material en el domo. Instantáneas de este experimento son mostradas en la fig. 3.12: primero, aparece una circunferencia (flechas azules) formada por avalanchas de arena que se proyectan radialmente hacia el centro simétrico de la cavidad. La circunferencia se va cerrando parecido al accionar de un diafragma óptico, aumentando la velocidad de cierre en la cercanía del centro. Cuando las avalanchas convergen, el momento lineal de los granos se transfiere en dirección vertical y forma un jet de arena colimado (indicado por la flecha negra). En algunas ocasiones, el jet muestra una “punta abultada” que es eyectada a una velocidad mayor que el cuerpo del jet (ver fig. 3.13). Esto se explica por una segunda avalancha de material indicada por las flechas rojas. Lo anterior respalda la idea de que es el colapso por gravedad de las paredes de la cavidad el mecanismo que da origen al jet en nuestros experimentos.

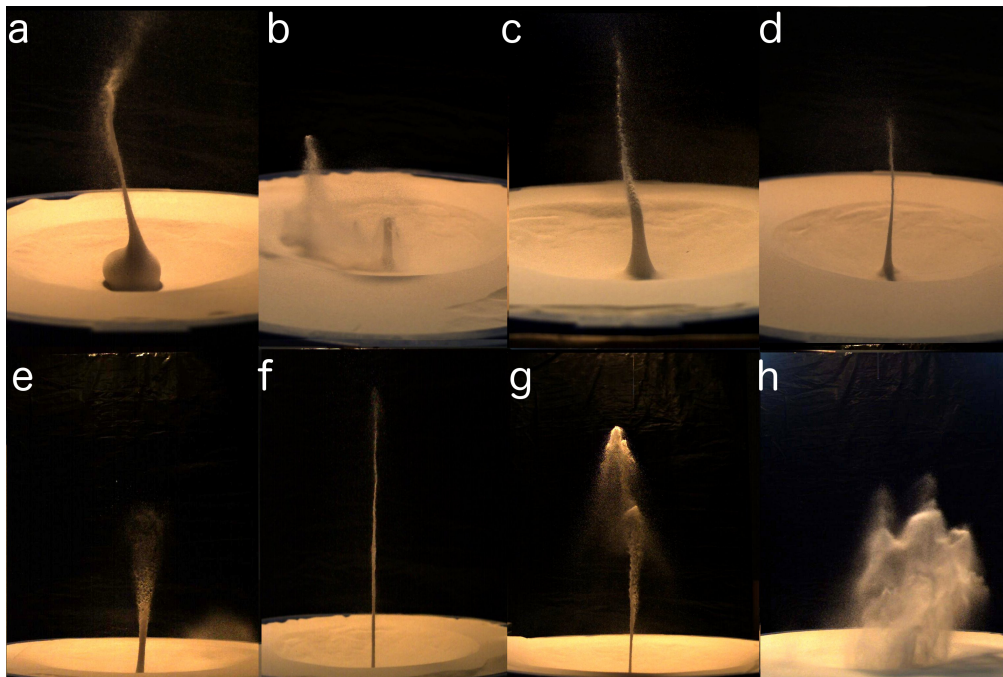


Figura 3.13: Diferentes morfologías del jet dependiendo de las condiciones iniciales de la cavidad. En algunos casos, el colapso de la corona interfiere y genera jets truncos. En general, los jets colimados se observan para altas presiones y grandes volúmenes.

Debido a inhomogeneidades en la arena, a pequeñas imperfecciones en el aplanado del piso, o incluso, a cambios locales del factor de empaquetamiento, el colapso del material puede que no sea perfectamente simétrico. Esto, en combinación con las diferentes condiciones a la que exponemos a la cavidad, nos generan una gama de jets, ilustrados en al fig. (3.13): a) con burbuja, b) truncos, c) jets con base gruesa, d,f) jets colimados (con tamaño proporcional a la cavidad), e) gruesos, g) con “punta abultada”, y h) colapsos sin jet.

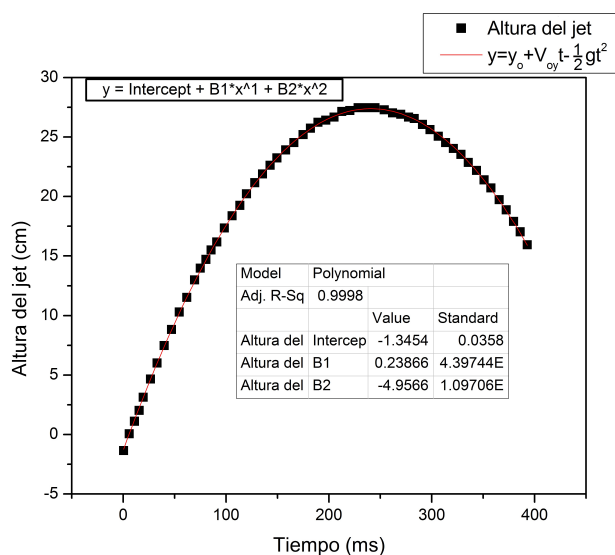


Figura 3.14: Trayectoria de la punta del jet. El ajuste cuadrático indica un tiro parabólico con  $g=9.91 \frac{m}{s^2}$ , indicando que no existe impulso por el aire de la cavidad, sino sólo colapso bajo gravedad.

Si bien, las evidencias presentadas anteriormente muestran que el jet era proyectado hacia arriba por transferencia de momento lineal, decidimos realizar una medición extra para descartar el efecto del aire atrapado en la cavidad. Para ello, se rastreó la punta del jet y utilizamos ImageJ para trazar la trayectoria y Origin para ajustar la curva obtenida, véase la fig. 3.14. Observamos que a la punta del jet se le imprime una velocidad inicial, la cual comienza a decrecer siguiendo una trayectoria de tiro parabólico. El coeficiente que acompaña al término cuadrático corresponde a la desaceleración del jet, el cual es consistente con la aceleración de la gravedad (o ligeramente mayor debido al arrastre del aire). Resultados contundentes para poder decantarnos a favor del colapso por gravedad como mecanismo para la creación del jet.

### 3.3.3. Perfil superficial del cráter

Conocer el perfil superficial del cráter es necesario para un completo análisis de la morfología. La perfilometría de superficies curvas es una medida realizada en la industria utilizando una línea láser que barre el objeto a describir. Nosotros adaptamos dicha técnica a una versión económica utilizando iluminación aérea y una barra recta sobre la superficie del cráter. La sombra de la barra se proyecta a lo largo del diámetro del cráter obteniéndose el perfil. Luego, se toma una fotografía lateral y se digitaliza la imagen para su posterior análisis. Un ejemplo de perfil obtenido usando esta técnica es mostrado en la fig. 3.15.

La forma del cráter y los perfiles obtenidos mediante el método de sombreado sugieren una superficie curva con simetría azimutal con respecto al eje vertical que pasa por su centro. Por tanto,

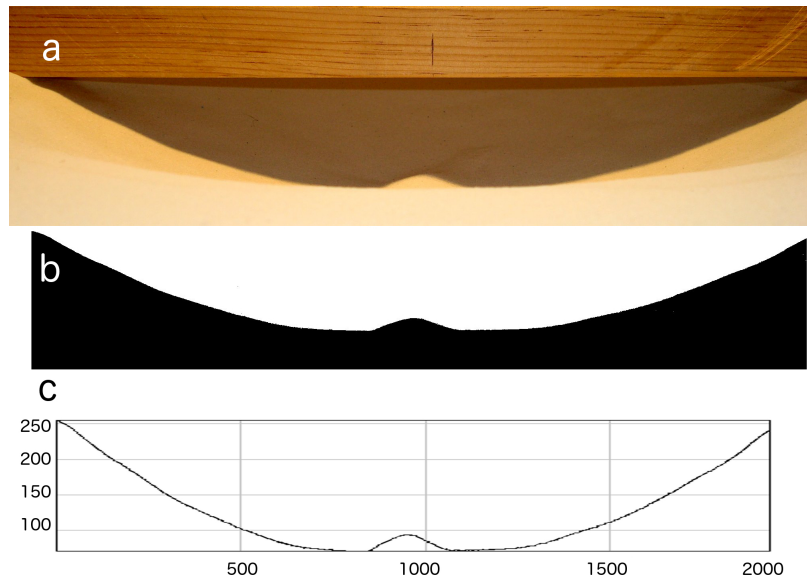


Figura 3.15: La proyección de la sombra de una barra recta colocada horizontalmente sobre un cráter nos permite determinar el perfil. a) Fotografía lateral, utilizando la técnica de sombreado. b) Perfil obtenido con ImageJ. c) Perfil digitalizado.

las superficies de los cráteres deben ser bien ajustadas por un sólido de revolución. Puesto que las paredes son curvas, un ajuste cónico es descartado. Luego entonces, utilizamos: a) un paraboloides, b) un hiperboloides de dos hojas, y c) un domo esférico.

La figura 3.16a muestra el perfil de un cráter obtenido por sombreado, representado por puntos negros y blancos. Dicho perfil fue ajustado con la proyección de los sólidos de revolución mencionados en el plano x-z, esto es, usando una parábola (línea verde):

$$z(x) = h_f + Ax^2$$

una hipérbola (línea roja):

$$z(x) = -k + \sqrt{a^2 + x^2 \tan^2 \theta}$$

y una proyección circular del domo esférico (línea azul):

$$z(x) = k \pm \sqrt{D_c^2/4 - x^2}$$

en donde  $h_f$  y  $D_c$  son la profundidad y diámetro del cráter,  $\theta$  es el ángulo de reposo de la arena al que tienden las asíntotas de la hipérbola, y  $k$  representa el desplazamiento en z con respecto al origen, que junto con  $A$  y  $a$  son parámetros de ajuste. De las condiciones:  $z(x=0) = h_f$  y  $x = D_c/2$  cuando  $z = 0$ , podemos reescribir las expresiones anteriores de tal manera que cada una posea un solo parámetro libre. Bajo estas condiciones fueron ajustados los puntos en negro utilizando el

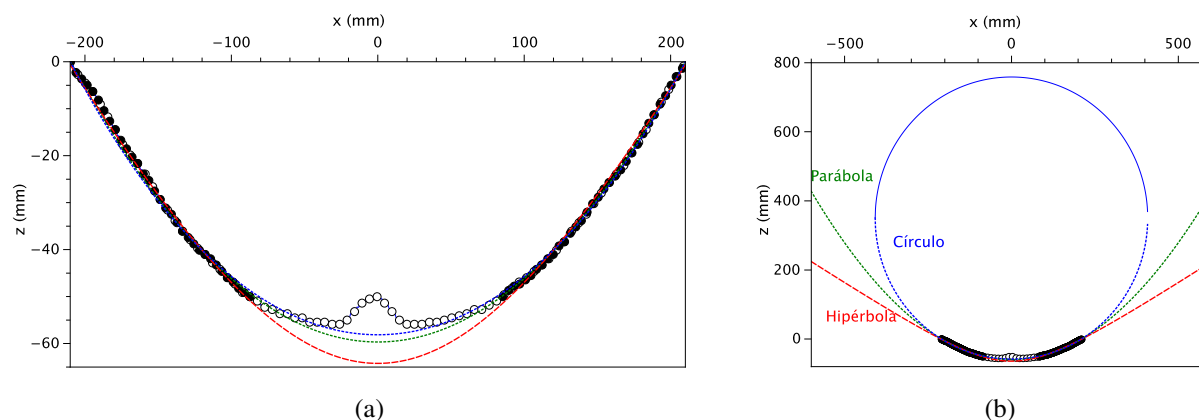


Figura 3.16: a) Medición del perfil de un cráter generado por colapso de cavidad (círculos sólidos y vacíos). La proyección es ajustado usando perfiles: domo esférico (azul), paraboloides (verde) e hiperboloides (rojo). El hiperboloides ajusta mejor las paredes del cráter; sin embargo, el perfil completo es mejor ajustado por un domo esférico (ver texto). b) Perfiles usados en los ajustes en un mayor rango de "x-z" con el fin de visualizar el segmento ajustado.

método Nelder-Mead de optimización de algoritmos. Para evitar el problema de ajuste del pico central los puntos en círculos blancos no fueron considerados.

La figura 3.16b muestra como los puntos experimentales corresponden a una pequeña porción de los ajustes mencionados. Al realizar un acercamiento al intervalo de interés fig. 3.16a podemos notar que el mejor ajuste a las paredes del cráter lo logramos con el perfil **hiperbólico** ( $R^2 = 0.995$ ). Sin embargo, este se aleja considerablemente del fondo del cráter, mostrando una profundidad mayor a la originalmente medida. Debido a la acumulación de material a causa de convergencia de avalanchas y colapso de la corona, una hipérbola y una parábola no ajustan el centro del cráter. Es la circunferencia ( $R^2 = 0.997$ ) quien describe mejor el perfil completo, ya que incluso los datos no ajustados (puntos blancos en el fondo del cráter) son notablemente mejor aproximados por dicha curva. Por tanto, la superficie de los cráteres parecen mejores descritas por un **domo esférico**.

### 3.3.4. Dimensiones y volumen del cráter

Es interesante comparar las dimensiones del cráter resultante con respecto al volumen de la cavidad inicial  $V_g$ . La figura 3.17a muestra el diámetro del cráter  $D_{crater}$  como función de  $V_g$ . Note que los datos son bien descritos por una ley de potencias con exponente a la  $\frac{1}{3}$  (línea sólida), independientemente del la presión inicial de la cavidad. Note también en el Inset, que la profundidad del cráter  $h_{crater}$  sigue la misma ley de potencia con respecto a  $V_g$ . Por tanto, al graficar  $h_{crater}$  vs  $D_{crater}$  (ver figura 3.17b) obtenemos un comportamiento lineal, cuya pendiente es la razón de aspecto del cráter, la cual es una constante dada por:  $D_{crater}/h_{crater} = 6.83 \pm 0.59$  independientemente de la presión dada (la misma independencia fue observada con la profundidad inicial).

Cabe mencionar que en cráteres formados por impactos de proyectiles, Walsh et al. [26] encon-

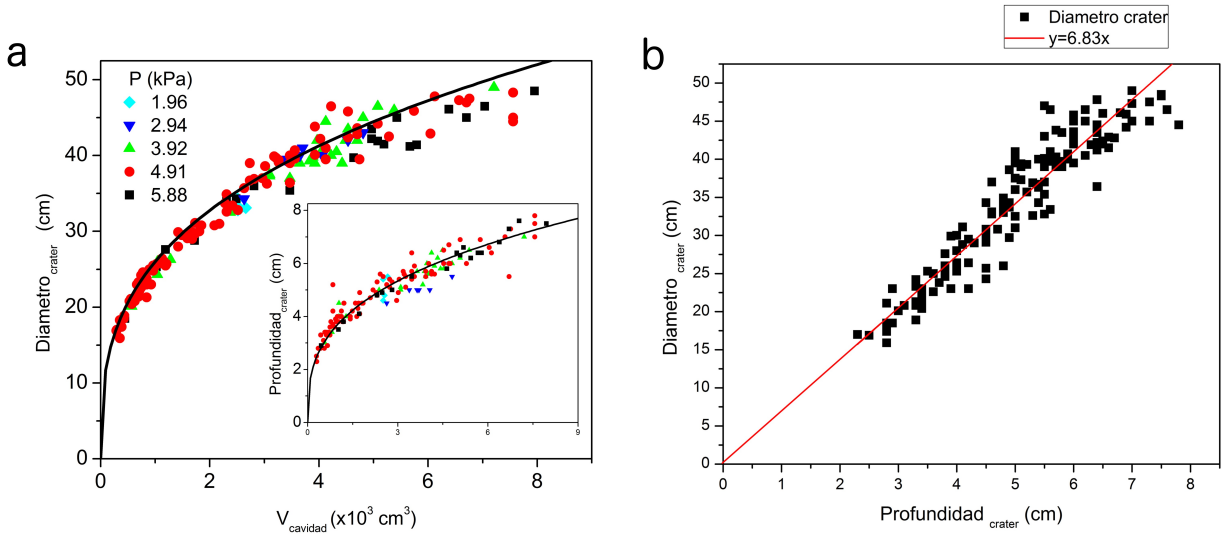


Figura 3.17: a) Diámetro y profundidad del cráter como función del volumen de la cavidad. Las líneas sólidas corresponden a una ley de potencia a la  $\frac{1}{3}$ . b) Profundidad vs diámetro de cráter. El ajuste lineal tiene una pendiente igual a  $6.83 \pm 0.59$  indicando la razón de aspecto.

traron una razón de aspecto con valor medio de  $\sim 8.4$ . Por otro lado, la razón de aspecto para los cráteres simples de la luna es de  $\sim 5$ . Note que nuestro resultado se aproxima considerablemente a la razón encontrada en cráteres lunares.

Comparemos ahora el volumen de los cráteres experimentales  $V_c$  con el volumen inicial de la cavidad  $V_g$ . Para ello, calculemos  $V_c$  usando los distintos perfiles curvos propuestos, considerando los siguientes hechos experimentales:

1. Los cráteres siempre son circulares.
2. La razón de aspecto entre el diámetro del cráter y su profundidad es:  $\frac{D_c}{h_c} = 6.83$ .
3. El volumen del cráter es igual al volumen de la cavidad:  $V_c = V_g$  (ya que durante la expulsión del gas, la corona no rebasa el diámetro de la cavidad y todo el material colapsa dentro de ella).

A continuación ilustraremos los por menores del cálculo para el caso hiperbólico, apoyándonos en la fig. 3.18. El volumen del cráter corresponde a la hoja superior del hiperboloide, cuyas asíntotas deben tener una pendiente  $\frac{c}{a} = \pm \tan \theta_R$ , siendo  $\theta_R = 32.5^\circ$  el ángulo de reposo del material.

Partiendo de la ecuación del hiperboloide:

$$\frac{(z+c)^2}{c^2} - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1;$$

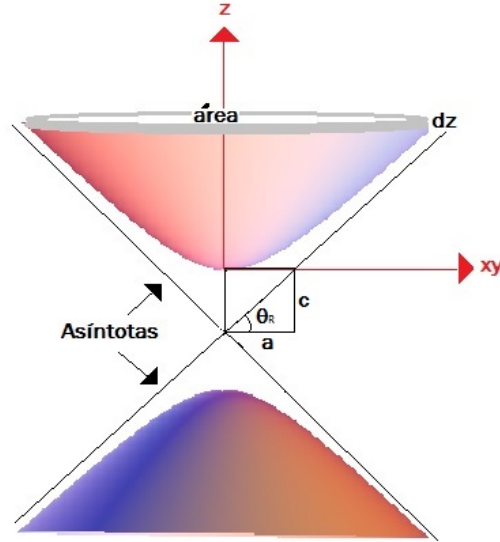


Figura 3.18: Hipérbola con eje de simetría paralelo al eje z, trasladada -c unidades del origen.

cuyo eje principal se encuentra a lo largo del eje z y se encuentra desplazada en -c unidades sobre el eje z, donde c es el vértice. Además, sabemos que las trazas a z constante son círculos de radio r en el plano xy, por lo que los semi-ejes son iguales (a=b).

$$\frac{(z+c)^2}{c^2} - \frac{r^2}{a^2} = 1;$$

despejando de la ecuación anterior a r tenemos la siguiente expresión:

$$r^2 = \frac{a^2}{c^2} ((z+c)^2 - c^2); \quad (3.1)$$

que son una familia de círculos a lo largo del hiperboloide. Realizando la integral sobre el elemento de volumen  $dV$  tenemos:

$$\int_0^{V_c} dV = \int_0^{h_c} \pi r^2 dz;$$

resolviendo el álgebra obtenemos:

$$V_{hiperboloide} = \frac{\pi a^2 h_c^2}{3c^2} (h_c + 3c); \quad (3.2)$$

donde identificamos  $\pm \frac{c}{a}$  como la pendiente de las rectas asíntotas de la hipérbola; y, como comentamos antes, el extremo del cráter entre más lejos del centro de la cavidad esté, debe tender al ángulo

de reposo. Como  $\frac{c}{a} = \tan\theta_R = \mu$  y sustituyendo  $z = h_c$  cuando  $r = \frac{D_c}{2}$  en la ec. (3.1), tenemos:

$$\frac{a^2}{c^2} = \frac{D_c^2}{4h_c(h_c + 2c)}; \quad (3.3)$$

despejando  $c$  de la ec. (3.3) y sustituyendo en la ec. (3.2), finalmente obtenemos:

$$V_{hiperboloide} = \frac{\pi h_c^3}{6} \left( 3 \left( \frac{D_c}{2h_c} \right)^2 - \frac{1}{\mu^2} \right); \quad (3.4)$$

De manera análoga, obtuvimos los volúmenes del cráter considerando a la cavidad como un domo esférico, un cono, o un paraboloides; los cuales son dados respectivamente por:

$$V_{domo} = \frac{\pi h_c}{6} \left( \frac{3D_c^2}{4} + h_c^2 \right);$$

$$V_{cono} = \frac{\pi D_c^2 h_c}{12};$$

$$V_{paraboloide} = \frac{\pi h_c D_c^2}{8};$$

Usando las cuatro expresiones anteriores, igualamos el volumen de la cavidad con el de los sólidos de revolución para obtener una relación entre  $D_c$  y  $D_g$ . Recordando que la razón de aspecto en nuestros experimentos es  $D_c/h_c = 6.38$ , obtenemos para cada sólido de revolución que:

Domo esférico	Paraboloide	Cono	Hiperboloide
$D_c = 2.07D_g$	$D_c = 2.09D_g$	$D_c = 2.37D_g$	$D_c = 2.14D_g$

De la figura 3.8, encontramos que en los experimentos  $D_c = 2D_g$ , así, el sólido que mejor predice dicha relación es el domo esférico.

La fig. 3.19 muestra los volúmenes para cada sólido de revolución obtenidos al sustituir los datos medidos experimentalmente ( $D_c, h_c$  y  $\mu$ ) para un amplio rango de valores. De la ecuación 3.4, observamos que la contribución del primer término es exactamente el volumen del paraboloides, por lo tanto el volumen de un hiperboloide siempre es menor debido al término  $\frac{1}{\mu^2}$  que siempre es mayor que cero, tal como se observa en la fig. (3.19). En dicha gráfica se ha agregado también el volumen de un cono cuya pared tiene una inclinación  $\theta_R$  y pasa por el punto  $(D_c/2, 0)$ , el cual sobrestima el volumen de la cavidad. Salvo este último caso, los demás se encuentran por debajo de la recta con pendiente igual a 1, donde  $V_g = V_c$ . Nótese que, nuevamente, es el **domo esférico** el que más se acerca a la línea recta con pendiente igual a 1 indicando que es la mejor estimación del volumen del cráter. Esta conclusión concuerda con el mejor ajuste del perfil superficial analizado en la sección anterior.

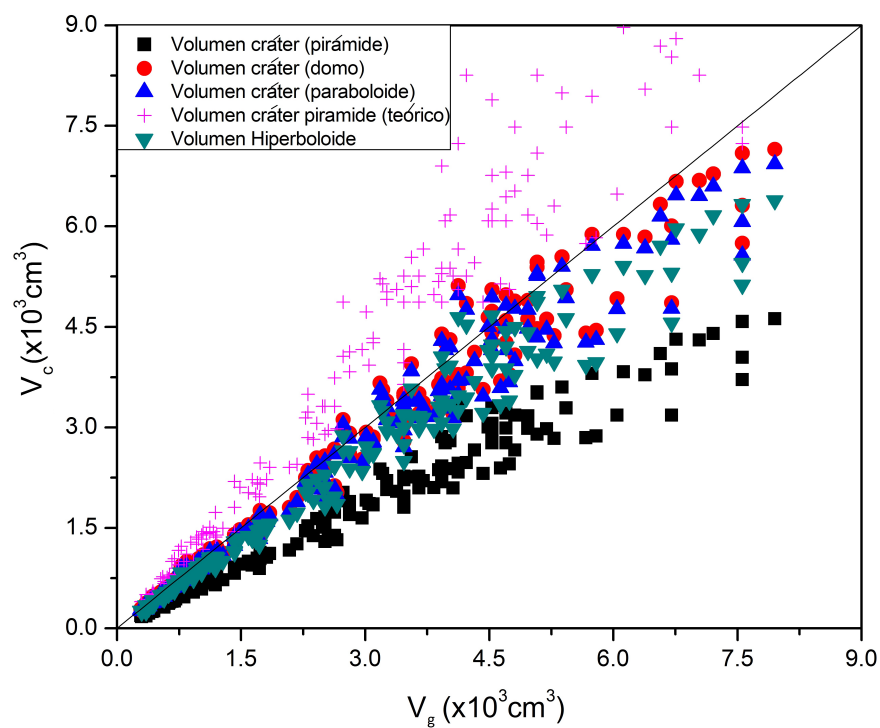


Figura 3.19: Comparación de los distintos modelos de sólidos de revolución para ajustar el volumen del cráter. La línea sólida tiene una pendiente igual a 1, para la cual  $V_c = V_g$ . El domo esférico es el que más se aproxima a dicha relación.

### 3.3.5. Energía potencial del colapso gravitacional.

La energía cinética de un meteorito al impactar se transforma por completo, ya sea en una deformación plástica del blanco o en material que sale disparado del sitio de impacto. Amato y Williams [37] señalan que si el primer proceso ocurre, entonces obtendremos esta relación entre el diámetro del cráter y la energía cinética del proyectil:  $D_c \propto E^{1/3}$ , de lo contrario se observa que:  $D_c \propto E^{1/4}$ . En nuestro caso, nosotros obtenemos una relación de  $D_c \propto V_g^{1/3}$  fig. 3.17, relación consistente con el caso de una deformación plástica, según la teoría de impacto. Este hecho implica que la energía que se libera en el proceso es tal que genera un cráter y además es responsable de la eyección del material. Dicha energía sólo tiene que ver con la energía potencial del material liberada después del colapso de la cavidad, ya que la contribución que pudiera haber debido a la presión se libera en los primeros milisegundos sin contribuir en lo absoluto al resto de la dinámica. Más aún, la energía potencial liberada sólo depende del volumen de la cavidad y no de la profundidad a la que está sometida. Como lo expresamos anteriormente, el tamaño del cráter y jet son dominados enteramente por el colapso de la cavidad debido a la gravedad.

### 3.3.6. Perfil de cráteres en sistemas bidimensionales.

Los cráteres bidimensionales en celdas Hele-Shaw mostrados en la fig. 3.6 y en la fig. 3.20 revelan una forma superficial que difiere notablemente de los experimentos en 3D. Por tal motivo, realizamos la digitalización de dichos cráteres y analizamos su perfil.



Figura 3.20: a) Cráter resultante del colapso de una cavidad en un sistema 2D. b) Digitalización del cráter usando ImageJ.

Los videos de alta velocidad revelan que en el experimento en 2D, la cavidad colapsa generando un minúsculo montículo en forma de ola ya que no existe una contribución radial significativa, como en el caso 3D, que genere un jet focalizado. Esto evidentemente afecta la morfología del cráter, ya que el material no se deposita al centro del mismo y las paredes son más inclinadas. La figura 3.21 muestra un perfil 2D experimental (puntos sólidos negros), el cual fue ajustado mediante una hipérbola (línea roja), una parábola (línea verde) y una semicircunferencia (línea azul). Como puede observarse, es la hipérbola la que mejor describe al perfil bidimensional.

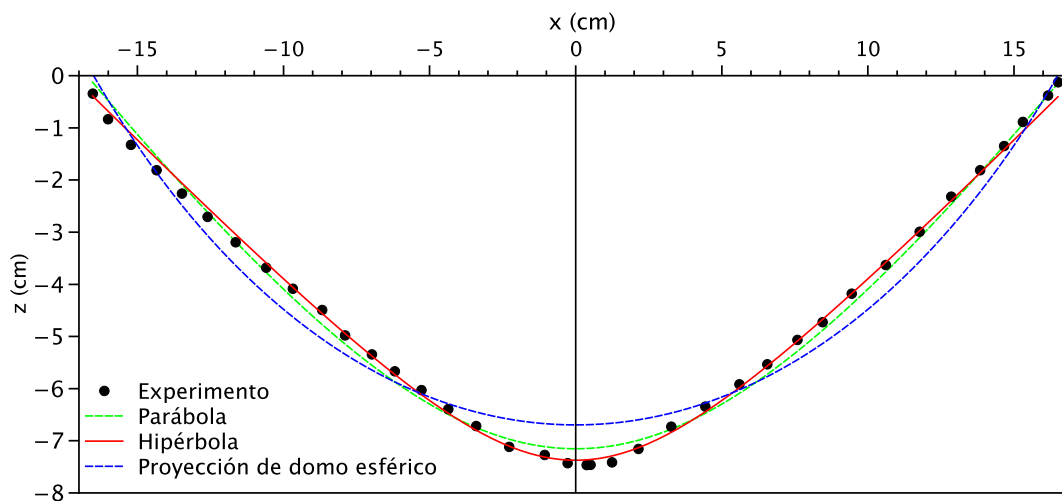


Figura 3.21: Determinación del perfil de un cráter en 2D. A diferencia de los resultados en tres dimensiones, un cráter en 2D es bien descrito por una hipérbola.

En el caso 2D la energía potencial gravitacional es menor que en el sistema equivalente en 3D, a pesar de que la cavidad tenga el mismo diámetro, la masa de arena sobre ella es significativamente menor, por lo que el momento transferido para la formación del montículo se reduce. Esto explica por qué los experimentos realizados en [24, 25, 34] no forman jets en sistemas bidimensionales, puesto que las cavidades son muy pequeñas y la energía potencial es disipada a través de la fricción entre granos.

### 3.3.7. Tiempo de difusión

El sistema 2D nos permite analizar el tiempo transcurrido entre la perforación de la cavidad y la emersión del aire a la superficie granular. El transporte de fluidos a través de medios porosos en el régimen laminar es bien descrito por la *Ley de Darcy*. Esta ley fenomenológica describe que el caudal que fluye a través de algún medio poroso es dado por:

$$Q = k \frac{h_3 - h_4}{L} A;$$

donde:

- $Q$  = caudal ( $\frac{m^3}{s}$ );
- $h_3$  y  $h_4$  son diferentes alturas en el dispositivo de Darcy ( $m$ );
- $L$  = longitud de la muestra porosa ( $m$ );
- $A$  = área de la sección transversal de la muestra ( $m^2$ );
- $k$  = coeficiente de permeabilidad de Darcy ( $\frac{m}{s}$ ).

La diferencia ( $h_3 - h_4$ ) involucra a dos puntos en el seno del fluido con diferentes alturas, por lo tanto, indican un gradiente de presión hidrostática. Reconociendo al caudal  $Q$  como ( $Av$ ), con  $v$ , igual a la velocidad del flujo, la ley de Darcy estipula una relación lineal entre la velocidad del fluido y el gradiente de presión en los extremos del material poroso:

$$v \propto \Delta P.$$

Para determinar la dependencia de la velocidad del aire en la celda Hele-Shaw desde la perforación de la cavidad a una profundidad dada hasta alcanzar la superficie de la cama granular, medimos el tiempo de ascenso utilizando los videos de alta velocidad. La figura 3.22a muestra el tiempo de difusión del aire a través de una capa de arena de espesor  $L$  para un gradiente de presión constante  $\Delta P = 3.1 \pm 0.2$  kPa. Nótese un comportamiento lineal en el intervalo  $0 \text{ cm} < L < 10$  cm y un quiebre abrupto en la pendiente por encima de dicho rango. La pendiente del ajuste lineal corresponde al inverso de la velocidad de ascenso promedio del aire a través del medio granular, la cual resulta de  $29 \pm 1$  cm/s. La fig. 3.22b muestra la velocidad de difusión para distintos gradientes

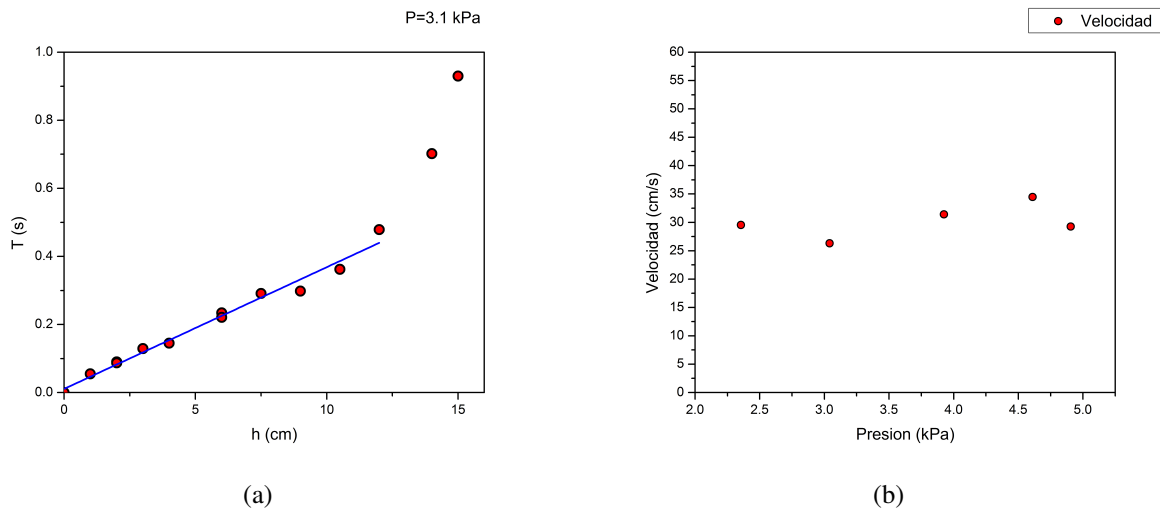


Figura 3.22: a) Tiempo de ascenso de aire a través de una capa granular de espesor  $L$  en la celda hele-Shaw. b) Observamos el comportamiento constante de la velocidad de escape del aire en función de la variación de la presión.

de presión a través de una capa de espesor constante ( $L=6$  cm). Note que la velocidad promedio es independiente del gradiente de presión en el rango analizado, lo cual no concuerda con lo predicho por la Ley de Darcy.

Para calcular la permeabilidad de un medio usando la ley de Darcy se supone la condición de flujo estacionario a través del medio, en el cual previamente se han establecido conductos capilares por donde pasa el fluido. En nuestro caso, estamos muy lejos de esa fase estacionaria, debido a que el cambio de presiones es abrupto y a que el material granular se desplaza durante el proceso bajo la acción de la gravedad. Además, la presión a la cual se somete a la cavidad siempre se libera por completo en los primeros instantes del experimento, incluso es suficiente para levantar el medio hasta dejar libre el camino (formación del domo y corona). Del experimento en 2D, observamos la forma en la cual la burbuja de aire se difunde hasta llegar a la superficie; la burbuja en la mayoría de los casos intercambia su espacio con la arena en caída. Además, la forma en como el aire llega a la superficie depende mucho del empaquetamiento local de los granos, el cual está continuamente variando durante el proceso. Al parecer, en nuestros experimentos sólo se da un intercambio espacial entre la cavidad de aire y la capa de granos a una razón constante, independientemente del gradiente de presiones, tal como lo hace una burbuja de aire ascendiendo a través del agua con velocidad terminal. Si nuestras observaciones en 2D las extrapolamos a los experimentos en 3D, es posible explicar por qué la posición inicial de la cavidad no afecta de manera importante nuestros resultados, ya que sólo es importante la dinámica e interacción entre el aire y las capas superficiales de arena. Una explicación a este fenómeno y al cambio abrupto en la pendiente de la figura 3.22a, serán abordados en un trabajo futuro.



# 4

## Conclusiones

- En el proceso de colapso de una cavidad esférica presurizada, el volumen  $V_g$  es el parámetro dominante en la dinámica y morfología del cráter resultante. En base a lo observado experimentalmente, ningún cambio en la presión ni en la profundidad impactaron significativamente en los resultados con respecto al tamaño del cráter.
- La relación de aspecto,  $\frac{D_c}{h_c}$ , es una constante y su valor es  $\sim 6.83$ . Dicha razón también es constante en cráteres encontrados en la Luna, cuyo valor es  $\sim 5$  y en cráteres por impacto, cuya razón es  $\sim 8.6$ .
- A diferencia de los cráteres de impacto, los cráteres resultantes del colapso de cavidades presurizadas no presentan borde anular, debido a que la materia eyectada por la corona y el jet, siempre colapsa dentro del cráter. Por esta razón se propone:

$$V_{crater} = V_g$$

- El colapso de una cavidad en un medio granular en 3D depende del ángulo de reposo del material. Puede ir desde un cono, si el colapso se hace paulatinamente, hasta adquirir el perfil de un domo esférico, si el colapso es violento:

$$V_{domo} = \frac{\pi h_c}{6} \left( \frac{3D_c^2}{4} - h_c^2 \right) \quad (4.1)$$

Además, el diámetro del cráter es siempre dos veces el diámetro de la cavidad inicial, esto es:

$$V_c = 2V_g,$$

situación consistente con que el perfil del cráter sea un domo sea esférico.

- En un colapso bidimensional, el perfil del cráter resultante del colapso es descrito por una hipérbola.
- En lo que respecta a la formación del jet, el volumen inicial sigue dominando. Sin embargo, valores apropiados de la presión y la profundidad dan las condiciones para que el jet sea limpio, sin alterar notablemente sus dimensiones. Debido a que el jet requiere una colisión axi-simétrica para formarse, este es susceptible a pequeñas inhomogeneidades en la vecindad de la cavidad que puedan interferir en su trayecto. La máxima altura del jet es directamente proporcional al diámetro de la cavidad lo cual se explica por cuestiones puramente energéticas. Para el jet obtuvimos:

$$h_j = -13.7 + 2.4D_g,$$

resultado que pone de manifiesto la existencia de un diámetro crítico mínimo de la cavidad para lograr un jet que sobresalga de la superficie llana.

- Fue claro de la fig. 3.11b, la relación que guarda la altura de la pila, es decir, lo que antes fue el jet, y el volumen de la cavidad:

$$h_p = 0.315V_g^{\frac{1}{3}};$$

- Después de analizar las figs.3.12 y 3.14 podemos afirmar con gran seguridad que el mecanismo generador del chorro colimado de arena (jet), es debido a la transferencia de momento lineal de un elemento de material a otro de menores proporciones, logrando así sobre pasar la superficie llana de la arena.
  - La difusión del aire a través del medio granular no es descrito por la Ley de Darcy, ya que el ascenso es a velocidad constante independientemente del gradiente de presión, tal como lo hace una burbuja de aire ascendiendo a velocidad constante a través del agua.
-

## Referencias

- [1] Ruiz-Suárez, J.C. 2013 "*Penetration of projectiles into granular targets*" Rep. Prog. Phys. **76** 066601.
- [2] Koeberl, C. 1999 "*Craters on the moon from Galileo to wegener: a Short history of the impact hypothesis, and implications for the study of terrestrial impact craters*" Rev. Mod. Phys. **71** 2.
- [3] Crowe, M.J. 1999 "*The Extraterrestrial Life Debate, 1750-1900* " Ed. Courier Dover Publications, New York, ISBN 0-486-40675-X.
- [4] Alvarez L. W. et al. 1980 "*Extraterrestrial Cause for the Cretaceous-Tertiary Extinction*" Science **208** 1905-1108.
- [5] Ives, H.E. 1919 "*Some Large-Scale Experiments Imitating the Craters of the Moon*" Astrophys. J. **50** 245-250.
- [6] Campbell, W.W. 1920 "*Notes on the problem of the origin of the lunar craters*" Publ. Astron. Soc. Pac. **32** 126-138.
- [7] Hale, G. E. 1920 "*Lunar photography with the hooker telescope*" Publ. Aston. Soc. Pac. **32** 112-115.
- [8] Pickering, W. H. 1920 "*The origin of the lunar formations*" Publ. Aston. Soc. Pac. **32** 116-125.
- [9] Shoemaker, E. M., 1997 "*In Impact and Explosion Cratering*", edited by D. J. Roddy, R. O. Pepin, and R. B. Meril, Pergamon Press, New York, ISBN 0-08-022050-9.
- [10] Landau, L. D., Lifshitz, E. M. 2001 "*Mecánica de fluidos*", Ed Reverté, Barcelona, ISBN: 84-291-4087-5.
- [11] De Gennes, P. G. 1999 "*Granular matter: a tentative view*" Rev. Mod. Phys. **71** 2.
- [12] Duran, J. 2000 "*Sand, powders, and grains. "An introduction to the physics of granular materials"*, Ed. Springer – Verlag, New York, ISBN 0-387-98656-1.

- 
- [13] Da Vinci, L. 2009 "*Static measurements of sliding and rolling friction*", Codex Arundel, folios 40v, 41r, British Library, J. C. Santamarina and H. Shin, "*Meso-Scale Shear Physics in Earthquake and Landslide Mechanics*" CRC Press, pages 159–190, ISBN: 978-0-415-47558-7, DOI: 10.1201/b10826-20.
- [14] Aste, T. and Weaire, D. 2000 "*The pursuit of perfect packing*" IOP Publishing Ltd, ISBN 0750306483.
- [15] Amontons G. 1699-1708 "*Histoire de l'Academie Royale des Sciences avec les Memoires de Mathematique et de Physique*" Chez Gerald Kuyper, Amsterdam, 1706-1709, p. 206.
- [16] De Coulomb, C. A. 1821 "*Theorie des machines simples, enayantegard au frottement de leurs parties et A la roideur des cordages*" reprinted by Bachelier, Paris. ASIN: B0036MD36M
- [17] Faraday, M. 1831 "*On the forms and states of fluids on vibrating elastic surfaces*" *Phylos. Trans. Roy. Soc.* **52** 299.
- [18] Reynold, O. 1885 "*On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact*" *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science Series 5* **20-127** 469. DOI:10.1080/14786448508627791.
- [19] Janssen, H. A. 1895 *Zeitschr. d. Vereines deutscher Ingenieure* **39** 1045.
- [20] Bagnold, R. A. 1954 "*Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear*" *Proceedings of the Royal Society of London Series A* **255** 49.
- [21] Katsuragi H. y Durian D. 2007 "*Unified force law for granular impact cratering*" *Nat. Phys.* **3** 420-423.
- [22] Pacheco, F., Ruiz-Suárez, J. C. 2011 "*Impact craters in granular media: grains against grains*" *Phys. Rev. Lett.* **106** 218001.
- [23] Thoroddsen, S. T. y Shen, A. Q. 2001 "*Granular jets*" *Phys. Fluids* **13** 4-6.
- [24] Lohse, D. et al. 2004 "*Impact on soft sand: Void collapse and jet formation*" *Phys. Rev. Lett.* **93** 198003.
- [25] Royer, M. et al. 2005 "*Formation of granular jets observed by high-speed X-ray radiography*" *Nature* **1** 164-167.
- [26] A. M. Walsh et. al. 2003 "*Morphology and Scaling of Impact Craters in Granular Media*" *Phys. Rev. Lett.* **91** 10.
- [27] de Bruyn J. and Walsh A. 2004 "*Penetration of spheres into loose granular media*" *Can. J. Phys.* **82** 439.
-

- 
- [28] Goldman D. I. and Umbanhowar P. 2008 "*Scaling and dynamics of sphere and disk impact into granular media*" Phys. Rev. E. **77** 021308.
- [29] McDaniel, M., Sprout, Erin., Boudreau, D., Turgeon, A. 2014 "*Craters*", National Geographic, Encyclopedic Entry for teachers.
- [30] Moskvithc, K. 2014 "*Mysterious Siberian crater attributed to methane*" Nature News, N. Publishing Group, 31 July.
- [31] De Vet, S., De Bruyn, J. R. 2012 "*The collapse of a cylindrical cavity in a granular medium*" Granular Matter **14** 661–670.
- [32] Benusiglio, A. et al. 2014 "*Explosions at the water surface*" J. Fluid Mech. **752** 123-139.
- [33] Siavoshi, S., Kudrolli, A. 2005 "*Failure of a granular step*" Phys. Rev. E. **71** 051302.
- [34] De Vet, S., Yohannes, B., Hill, K. M., De Bruyn, J. R. 2010 "*Collapse of a rectangular well in a quasi-two-dimensional granular bed*" Phys. Rev. E. **82** 041304.
- [35] Balmforth, N. J., Kerswell, R. R. 2005 "*Granular collapse in two dimensions*" J. Fluid Mech. **538** 399–428.
- [36] Deboeuf S, Goendret P and Rabaud M. 2009 "*Dynamics of grain ejection by sphere impact on a granular bed*" Phys. Rev. E. **79** 041306.
- [37] Amato J. C., Williams R. E. 1998 "*Crater formation in the laboratory: an introductory experiment in error analysis*" Am. J. Phys. **66** 141-43.
-