



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ingeniería

«Modelado del movimiento de fluidos a través de un medio poroso.»

Tesis presentada como requisito para obtener el título de:

Ingeniero Geofísico

Presenta:

Oswaldo Piña Mora

Director de tesis

Fís. Raúl Vázquez S.

Co-Director

Dr. J. Fernando Rojas R.

Puebla, Pue. Marzo 2016

Objetivos

Los objetivos del trabajo presenten se dividen en:

Objetivo general

Modelado del movimiento de fluidos a través de un medio poroso.

Objetivos particulares.

- Calcular la velocidad de migración en el medio poroso homogéneo y no homogéneo.
- Comparación entre distintos tipos de materiales (en este caso arenas gruesas y limos gruesos).

Resumen

El presente trabajo consiste en la modelación formal y computacional de un fluido que se inyecta en un medio poroso bidimensional. En este medio, de manera evidente, el material del medio o cualquiera de sus propiedades tienen una dependencia espacial. En particular, y para efectos de la simulación, el coeficiente de difusión se modela alternando valores altos en la región que corresponde al poro y cero (no hay difusión) en los sitios donde hay materia sólida. La solución numérica se lleva a cabo con una malla o matriz que representa el espacio bidimensional, poroso, y una malla adicional que representa al fluido interactuando con el material poroso. El proceso difusivo se modela con una ecuación de difusión con un término adicional que representa una fuente (sistema de Reacción-Difusión) local, mientras el coeficiente de difusión, local, se representa mediante la primera malla. Se hace la representación gráfica del proceso en dos dimensiones que permiten estimar los tiempos de llegada de la fuente a una frontera virtual dentro de la malla.

Metodología

La metodología a seguir en este trabajo de tesis será:

Establecer los objetivos a seguir para la presente tesis en los cuales se pretende establecer un modelo el cual permita conocer la velocidad de los fluidos en el medio poroso..

En el capítulo 1 se encuentra una breve descripción del estado del problema y lo que se ha hecho para solucionarlo, así como la importancia que posee en la práctica. Por otro lado se hace una mención importante sobre los modelos computacionales referentes a la simulación de los procesos naturales. Además se incluye de qué trata este trabajo de tesis.

En el capítulo 2 se presentan algunos modelos importantes en los cuales se explican con más detalle los procesos difusivos los cuales son considerados para la construcción del modelo (tal como se presenta en el capítulo 3) partiendo de la ley de Fick. Por otra parte se incluye el marco teórico en donde están los conceptos básicos; así como una parte importante referente a los poros con distintas características las cuales vuelven más fáciles de comprender a los medios porosos, dónde se pueden apreciar imágenes de algunas definiciones las cuales sirven de guía visual; de esta forma el lector podrá adentrarse aún más en el tema que se desarrolla.

En tanto en el capítulo 3 se expone el modelo que se usa para la solución al problema planteado en el capítulo 1, estructurando el modelo difusivo-reactivo, los componentes no homogéneos y la propuesta de la solución numérica. En el cual se usa el software Enthought Canopy Python un editor el cual permite la realización de modelos como el descrito en el capítulo 3. Para dar la solución al modelo propuesto se han descrito algunos parámetros importantes del modelo como lo es la parte reactiva y el coeficiente de difusión no homogéneo el cual es fundamental para el desarrollo y solución numérica del modelo, sin perder de vista los medios porosos.

En el capítulo 4 se presentan los resultados obtenidos mediante el procedimiento propuesto en el capítulo 3; mediante la solución numérica del modelo propuesto (ley de Fick para medios porosos) esta un análisis y discusión de los resultados, considerando características incluidos en el modelo; también se presenta el método del hidrómetro para concentraciones, de la cual se obtienen las velocidades de difusión para el medio poroso homogéneo y no homogéneo.

Finalmente en el capítulo 5 se encuentran las conclusiones partiendo de los resultados obtenidos y de lo planteado en los objetivos e hipótesis siendo importante el alcance de los objetivos que se proponen al inicio gracias a las comparaciones entre los materiales considerados, los cuales son arenas gruesas y limos gruesos. Por otra parte se agregan las recomendaciones para futuros trabajos en los cuales se de continuidad a la presente tesis, dichas recomendaciones servirán de guía para encontrar nuevos resultados y hacer comparaciones y mejoramiento en el trabajo presente.

Índice

Objetivos	2
Resumen	2
Metodología	3
1 Introducción	7
2 Algunos conceptos importantes	11
2.1 Modelos	11
2.1.1 Variación espacial de difusión en medios porosos	11
2.1.2 Ley de Fick en medios porosos.	11
2.2 Marco teórico.	12
2.2.1 ¿Qué es un Medio Poroso?	12
2.2.2 Parámetros macroscópicos.	13
2.2.2.1 Porosidad.	13
2.2.2.2 Área Superficial Específica	13
2.2.2.3 Tortuosidad.	13
2.2.3 Parámetros microscópicos.	14
2.2.3.1 Poros	14
2.2.3.2 Poros saturados y no saturados.	15
2.2.3.3 Permeabilidad.	15
2.2.3.4 Percolación.	16
2.2.4 Fluidos (hidrocarburos, agua).	16
2.2.4.1 Densidad.	17
2.2.5 Hidrocarburo.	17
2.2.6 Agua.	18
3 Un modelo de difusión para la propagación de un fluido en un medio poroso	19
3.1 Ecuaciones de Reacción-Difusión	19
3.2 Coeficiente de difusión en medios no homogéneos	20
3.3 Solución numérica del modelo de fluido en un medio no homogéneo	22
3.3.1 Dimensiones Múltiples	23
3.3.2 El laplaciano	24
4 Resultados y discusión	25
5 Conclusiones y recomendaciones.	41
Bibliografía	45

Capítulo 1

Introducción

Los medios porosos se encuentran presentes tanto en nuestra vida diaria como en las diferentes ramas de la ciencia y tecnología, su característica fundamental como materiales es su singular estructura, la cual consiste de poros o huecos generalmente interconectados a manera de red dentro de una matriz sólida. Se les encuentra en disciplinas tan variadas como la agricultura, la química, la medicina, la ciencia de materiales, la ingeniería del petróleo, entre otras.

Solo se extrae cerca del 50% del petróleo de un pozo típico empleando técnicas convencionales [1]. Por esta razón es necesario conocer cómo es el desplazamiento de un fluido para determinar cómo recuperar esta gran cantidad del vital combustible que permanece sin poder ser extraído; lo cual constituye un área de investigación de gran relevancia. Sin embargo, los trabajos relacionados con el proceso de recuperación de petróleo, son sólo una pequeña fracción de una enorme cantidad de problemas que se manifiesta en el continuo crecimiento de literatura sobre medios porosos. Estrechamente ligada al problema del petróleo residual, está el estudio de los reservorios de agua y la purificación de los que han sido contaminados; mostrándose gran interés en los acuíferos.

Los medios porosos también están presentes en diversos procesos industriales como son los adsorbentes, soportes para catalizadores, tamices moleculares, membranas de filtración, aerogeles, espumas, etc [2]. También hay materiales porosos cuya morfología y propiedades son de interés fisiológico como lo son: la piel, el cabello, los pulmones, entre otros órganos importantes [3]. Es por ello, que el movimiento de los fluidos a través del medio poroso adquiere una importancia significativa para la realización de los procesos antes descritos, ya que estos forman parte importante para descubrir una posible oportunidad de recuperar los fluidos que se quedan atrapados en los poros.

La estructura de los sólidos porosos y de los procesos que en ellos ocurren despierta gran interés tanto científico como económico, practicándose desde hace décadas su estudio experimental y teórico. En los últimos años se ha agregado una herramienta más para atacar el problema del movimiento de fluidos en los medios porosos, que es la simulación por computadora, la que permite abordar problemas de una complejidad años atrás inimaginable.

Por otro lado, en los últimos años se han producido modelos de caracterización de medios porosos, sin embargo estos trabajos no toman en cuenta el movimiento de los fluidos; estos se enfocan en la estructura y en cómo poder recuperar los fluidos a partir de nuevos materiales porosos tal es el caso del trabajo “Caracterización de medios porosos y procesos percolativos” del Dr. Raúl Horacio López perteneciente a la universidad nacional de San Luis en Argentina; el cual propone en su trabajo la utilización de la caracterización de los medios porosos a fin de entender la estructura y optimizar la extracción de los fluidos principalmente el petróleo y agua (acuíferos) [4].

Por lo tanto es aquí donde adquiere importancia el movimiento de los fluidos ya que aunque se posea una caracterización del medio poroso no se podrá saber qué cantidad de fluido podrá recuperarse sin conocer su movimiento ya que esta sujeto a un movimiento el cual puede variar de acuerdo a la saturación del poro [5]

Debido a esto, es de gran interés poseer un marco teórico que permita obtener a partir de un análisis del modelo, información sobre el movimiento de los fluidos y conocer su comportamiento dentro de un medio no homogéneo.

De hecho, es conocido que la forma y la extensión en que se desplazan los fluidos es influenciada por las diversas características del espacio poroso: la forma y tamaño de los poros, su distribución de tamaños y la interconectividad de la red porosa son algunas de las que han sido intensamente estudiadas [6].

Justificación.

Debido a la creciente demanda en la recuperación de los fluidos del subsuelo (en este caso el medio poroso); conocer el cómo se desplazan los fluidos a través del medio poroso se ha vuelto crucial para la recuperación de los recursos naturales ya que con este se puede determinar la velocidad con la que circulan los fluidos y la optimización de su recuperación, ya que en la industria petrolera e hidrogeológica es de vital importancia conocer este parámetro para la elaboración de una planificación adecuada al momento de iniciar con la recuperación de estos fluidos.

A su vez en una cuenca petrolera podrá indicar el desplazamiento que ha tenido el crudo a lo largo del tiempo y de esta forma saber que camino ha tenido el fluido y tener un panorama aún más amplio para encontrar el yacimiento.

Entre otras aplicaciones para las cuales podría usarse el modelo del movimiento de los fluidos es para el transporte de contaminantes por medio de los fluidos y cómo afectaría zonas de importancia que se encuentran dentro del medio poroso (un claro ejemplo son los acuíferos, ya que son aquellos que peligran principalmente a causa de los contaminantes.

Hipótesis de trabajo.

Es posible analizar el movimiento de los fluidos a través del medio poroso homogéneo y no homogéneo y calcular su velocidad de migración dentro de este; mediante el modelado (matemático) y la simulación de distintos tipos de materiales. Mediante la ayuda de la simulación por computadora y el uso de un software el cual permita observar el proceso difusivo.[7]

Capítulo 2

Algunos conceptos importantes

2.1 Modelos

2.1.1 Variación espacial de difusión en medios porosos

El transporte macroscópico de solutos en medios porosos depende críticamente de las características microscópicas, tales como la estructura de la matriz porosa y la naturaleza de las interacciones entre las fases sólida y líquida. Por otro lado, la complejidad del problema microscópico significa que en la práctica es a menudo deseable obtener una ecuación macroscópica del medio eficaz desde la cual el transporte macroscópico se puede obtener directamente. Esta idea de la ampliación de la escala es omnipresente en muchas ciencias. En particular, el transporte difusivo en medios heterogéneos se produce en hidrogeología (acuíferos, las aguas subterráneas), transporte de contaminantes (filtración de agua con membranas), las baterías de iones de litio, y aplicaciones biológicas tales como películas bio-porosas y el transporte intracelular.

Desde entonces una gran variedad de enfoques han sido desarrollados para obtener tales ecuaciones que aumentan de escala. Un punto de partida habitual es suponer que el soluto se somete a un proceso de difusión simple en el vacío o la fase fluida v del medio poroso por lo que la evolución de la concentración de partículas $P(x, t)$ se describe por:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \nabla \cdot (D_0 \nabla P), x \in \Omega_v$$
$$0 = n \cdot (D_0 \nabla P), x \in \partial\Omega_v$$

donde $\partial\Omega_v$ es la interfaz fluido-sólido y n es la unidad normal exterior de Ω_v . La fracción del espacio disponible para los espacios que se difunde es la porosidad $\Psi = |\Omega_v|/|\Omega|$. Si la fase sólida se denota por Ω_s (el complemento de Ω_v) entonces la fracción de volumen de sólido es $\Phi = 1 - \Psi$. [7]

2.1.2 Ley de Fick en medios porosos.

En la difusión, las sustancias disueltas se mueven por un gradiente de concentraciones. En un líquido (no contenido en un medio poroso), el flujo de masa por difusión está regido por la primera ley de Fick:

$$F = -D_m \cdot \frac{dC}{dx}$$

donde F es flujo de masa por unidad de tiempo y por unidad de sección perpendicular al flujo ($\frac{m}{t}$).

D_m , coeficiente de difusión ($\frac{l^2}{t}$).

C concentración ($\frac{m}{l^3}$).
 $\frac{dC}{dx}$, gradiente de concentraciones entre dos puntos situados a una distancia dx, existe una diferencia de concentración dC.

Pero si el proceso se encuentra dentro de un medio poroso, el movimiento del fluido disminuye y hay que considerar características del medio poroso (principalmente la porosidad eficaz y la tortuosidad).

$$D^* = D_m \cdot (m_e) \cdot \frac{\delta}{\tau^2}$$

donde D^* , coeficiente de difusión efectiva.

D_m , coeficiente de difusión.

m_e , porosidad eficaz.

δ , tortuosidad (longitud recorrida/longitud en línea recta).

τ , factor de constricción.

Sin embargo, los coeficientes τ y δ normalmente se desconocen la expresión se simplifica a:

$$D^* = D_m \cdot (m_e)^c$$

C, coeficiente (1.8-2 para materiales consolidados; 1.3 para arenas no consolidadas).

Finalmente da como resultado: $F = -D^* \cdot \frac{dC}{dx}$

La ley de Fick tiene una gran relevancia en los modelos difusivos ya que por medio de ella se estudian las difusiones en el vacío hasta aquellos casos sobre un medio, como los descritos anteriormente, Para poder llevar a cabo una descripción precisa de los modelos adecuados se debe hacer un análisis de que es lo que se busca para dar un uso adecuado de la ley de Fick.

Dentro de las aplicaciones que se pueden encontrar en la ley de Fick están: procesos biológicos dentro de las membranas celulares, difusión térmica, difusión en medios porosos.

2.2 Marco teórico.

2.2.1 ¿Qué es un Medio Poroso?

Se puede definir un medio poroso como aquel material compuesto por dos fases: una *matriz sólida* y en su interior un *sistema de huecos (poros)* que pueden o no estar interconectados entre sí. Estos últimos pueden tener geometrías, tamaños y topologías variadas, dependiendo del origen de su formación.

La *geometría* de un sistema poroso describe las formas y tamaños de sus poros como también la rugosidad de la superficie.

Mientras que la *topología* dice el modo en que dichos poros están conectados entre sí. Uno de los conceptos más útiles para caracterizar la topología de un medio es el número de coordinación z .

A continuación se definen ciertas cantidades útiles para describir la morfología de los materiales porosos, a las que se dividirán en macroscópicas y microscópicas. Las propiedades macroscópicas más importantes son la porosidad, el área superficial específica y la permeabilidad, entre otras.

2.2.2 Parámetros macroscópicos.

2.2.2.1 Porosidad.

Quizás la propiedad más simple de un sistema poroso sea su porosidad φ , la cual se define como la fracción de su volumen ocupada por los poros. Es importante distinguir entre esta porosidad y la *porosidad efectiva* φ_A , la cual es la fracción de φ , a la que puede llegarse desde la superficie externa del sistema. Dependiendo del tipo de medio poroso, la porosidad puede variar dependiendo del tipo de roca considerada hasta el tipo de estructuras que se presentan en el lugar de interés.

La porosidad de un sistema puede ser medida por diversos métodos. El más simple es el método directo, en el cual el volumen total del sistema es medido y posteriormente la muestra es compactada para remover todo el espacio poroso. Luego la diferencia de estos volúmenes da la porosidad total del sistema.

2.2.2.2 Área Superficial Específica

El área superficial específica de un sólido, S_m es definida como el área intersticial de la superficie de los poros por unidad de masa y es uno de los principales parámetros para evaluar la capacidad adsorptiva de los sólidos. Varía desde unos pocos $\frac{\text{cm}^2}{\text{gr}}$ para rocas.

2.2.2.3 Tortuosidad.

Una característica importante de un medio poroso es la tortuosidad τ , la que es usualmente definida como la razón entre la longitud real que debe recorrer una partícula de fluido para unir dos puntos en el seno del medio poroso y la distancia en línea recta entre dichos puntos.

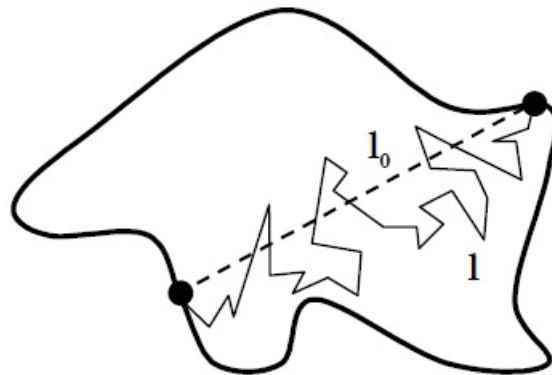


Figura 2.1. A partir de la figura, definimos la tortuosidad como $\tau = l/l_0$. Como es de esperar, τ depende de ϕ . Si ϕ es muy baja, τ es muy grande. Generalmente τ no puede ser medido experimentalmente y en la mayoría de los modelos clásicos de flujo y transporte en medios porosos lo tratan como parámetro ajustable.

2.2.3 Parámetros microscópicos.

La estructura microscópica de un medio poroso es un tema extremadamente difícil de tratar debido a las enormes irregularidades que se encuentran en la geometría de los poros y en la forma en que se conectan entre sí. Los trabajos recientes en este campo están ayudando a explicar y correlacionar varios fenómenos en medios porosos, aunque los mismos a veces resultan imperfectos y semi-cuantitativos.

Hablar del “diámetro” de un poro o de su “tamaño” es una simplificación que está muy lejos de la realidad, en donde los poros naturales de formas geométricas simples y regulares son la excepción.

2.2.3.1 Poros

Si se efectúa un examen cuidadoso de un medio poroso, es común encontrarse con dos tipos de entidades dentro de lo que usualmente denominamos poros. Ellas son las *cavidades*, donde reside la mayor parte de la porosidad del medio, y los *canales* o *gargantas*, que conectan a las cavidades entre sí. Para representar este intrincado espacio se asigna una determinada geometría a las cavidades y otra a los canales. El esquema más simple es suponer esferas para las cavidades y enlaces cilíndricos para los canales. En la figura 2.2 se muestra un ejemplo de tal representación.

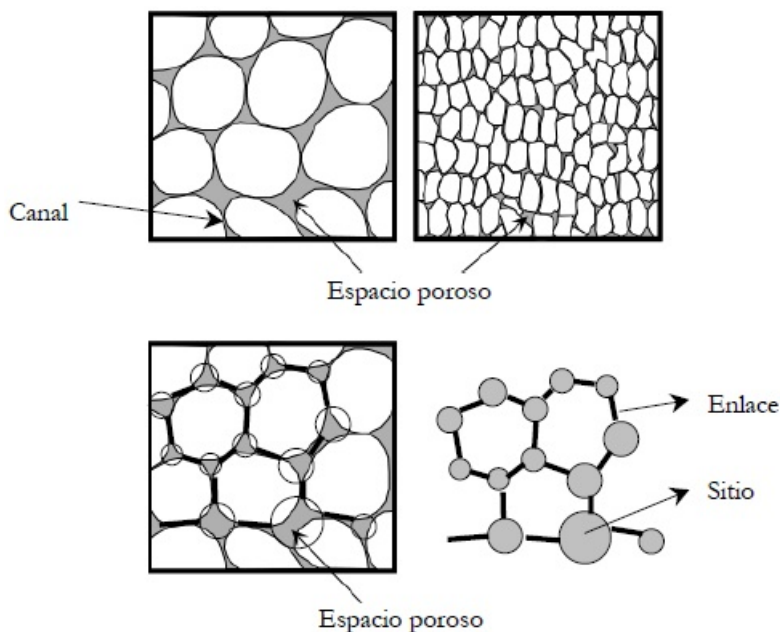


Figura 2.2. Representación esquemática del espacio poroso mediante sitios y enlaces. En la fila superior se observa una porción de un material poroso (derecha) y una ampliación de dicha estructura (izquierda). En la fila siguiente se muestra como se asocia el espacio poroso y los canales a los sitios y enlaces respectivamente.

2.2.3.2 Poros saturados y no saturados.

- A) **Saturados.** Los poros saturados son aquellos que poseen algún tipo de fluido en su interior es decir las cavidades dentro de la roca (red porosa) se encuentran ocupadas. Este tipo de fenómeno se puede observar en un acuífero en donde los poros están ocupados por el agua, en este caso se dice que el poro está saturado. Otro ejemplo es en las cuencas petrolíferas; en estas se puede encontrar el hidrocarburo almacenado, dando lugar a que los poros se encuentren saturados del mismo hidrocarburo.
- B) **No saturados.** Por otra parte los poros no saturados son aquellos en donde no se encuentra algún fluido en su interior, es decir, la red porosa se encuentra vacía. Este fenómeno obedece a las condiciones de formación, ya que en un inicio esta red porosa podría encontrarse saturada pero por condiciones de temperatura, presión, entre otras, esta red se ha secado quedando en el estado de no saturado.

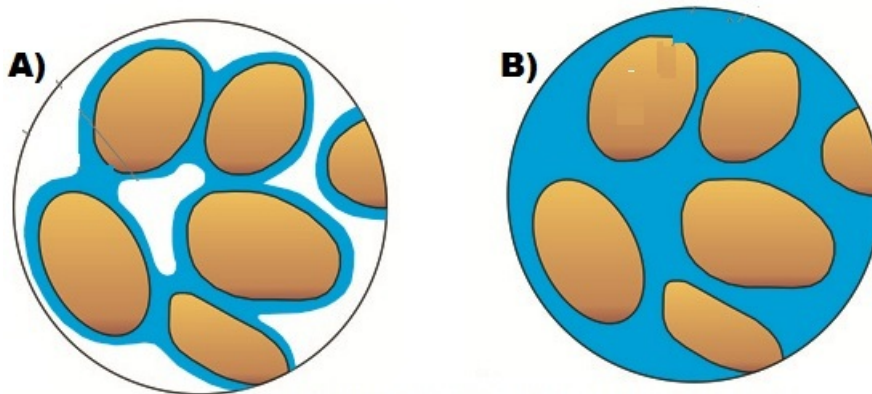


Figura 2.3. Representación de poros no saturados A), y de poros saturados B). Nótese que en B) el fluido ocupa la totalidad del espacio disponible.

2.2.3.3 Permeabilidad.

La permeabilidad es una propiedad de los suelos la cual consiste en la capacidad de un material para ser atravesado por un fluido (en este caso las rocas), ligado con la porosidad; la cual presenta una dependencia de tres factores principales los cuales son [8]:

1. El fluido, este depende de la viscosidad del material que lo esta atravesando
2. El tiempo, este determina cuanto tardara un fluido en atravesar el medio poroso.
3. Tipo de estructura del material, es decir, tamaño de los poros, existencia de conexión entre los poros, sección y longitud del material atravesado.

Un ejemplo de este tipo de fenómeno es haciendo una comparación entre un gas y un líquido ya que no será el mismo tiempo aun existiendo la misma estructura del material; ya que el gas se desplaza de una forma más libre al encontrarse en suspensión, mientras que el líquido tendrá un desplazamiento menor debido a la viscosidad que presente y los obstáculos a través de su camino por las conexiones porosas.

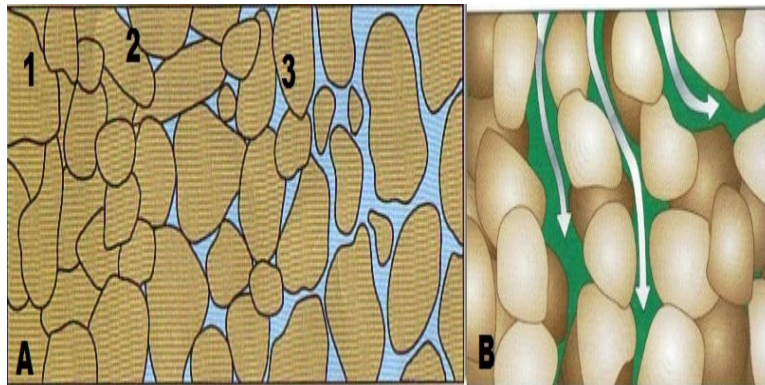


Figura 2.4. Representación de la permeabilidad; en **A** están expuestos 3 tipos de permeabilidades **1** permeabilidad nula **2** permeabilidad deficiente **3** buena permeabilidad. Por otra parte **B** se observa la permeabilidad a través de una estructura porosa y las conexiones por las cuales puede circular algún fluido.

2.2.3.4 Percolación.

Se debe tener en cuenta que el movimiento de agua en el suelo continúa aun cuando ha finalizado el proceso de la infiltración, ya que el agua infiltrada se redistribuye también lateralmente. Una vez que el agua atraviesa el suelo, el proceso se denomina percolación.

La percolación es el flujo de un fluido a través de los poros o intersticios de una capa permeable, pudiendo o no llenar el fluido los poros de los materiales granulosos más o menos finos, que rellenan el medio filtrante.

Además la percolación trata la capacidad de un fluido para moverse dentro del medio poroso e intersticios de la formación rocosa o tipo de suelo, circulando a través de las capas permeables; por los cuales el fluido circula en distintas direcciones de acuerdo a los cambios de permeabilidad y gradiente hidráulico, así como los diferentes obstáculos con los cuales se encuentra en su trayecto [9].

2.2.4 Fluidos (hidrocarburos, agua).

Se llaman fluidos al conjunto de sustancias donde existe entre sus moléculas poca fuerza de atracción, cambiando su forma, lo que ocasiona que la posición que toman sus moléculas varía, ante una fuerza aplicada sobre ellos, pues justamente fluyen. Los fluidos están conformados por los líquidos y los gases, siendo los segundos mucho menos viscosos (casi fluidos ideales).

Los fluidos son compresibles pues su volumen se reduce al ser comprimidos o presionados. Sin embargo son fluidos no compresibles los que soportan la fuerza de compresión del mismo modo que los cuerpos sólidos. Los líquidos sufren escasa deformación a la compresión, mientras que los gases son fluidos compresibles, estudiados por la termodinámica [10].

Además estos fluidos presentan características las cuales son representativas del como se pueden entender, entre estas características se pueden encontrar: densidad, viscosidad, volumen, peso, composición, entre otros.

2.2.4.1 Densidad.

La densidad es una propiedad intensiva de la materia, es decir, no depende de la cantidad de sustancia; no obstante, sí depende de la temperatura. La densidad de una sustancia se define como el cociente de su masa por cada unidad de volumen; por lo tanto, si conocemos la masa y el volumen de una sustancia (sólida, líquida o gaseosa), se puede determinar su densidad a través de la expresión:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Donde: ρ es la densidad

m es la masa y

V es el volumen de la sustancia considerada.

Las unidades de la densidad en SI son kilogramo por metro cúbico $\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$.

2.2.5 Hidrocarburo.

El petróleo es una mezcla compleja que contiene miles de componentes diferentes, muchos de los cuales están compuestos exclusivamente de hidrogeno y carbono (de ahí la derivación de su nombre hidrocarburo). Dentro de la mezcla se incluyen componentes como: nitrógeno, sulfuro, oxígeno y metales compuestos [8].

Los petróleos se caracterizan frecuentemente por las cantidades relativas de cuatro series de compuestos. Los miembros de cada serie son similares en la industria química en estructura y propiedades. Las cuatro series (o clases de compuestos) que se encuentran en petróleos son:

1. La serie normal y alcano (parafinas).
2. Cicloalcanos (naftenos).
3. La serie aromático ramificado.
4. Asfaltos, los asfáltenos y resinas (de alto peso molecular complejo compuestos policíclicos que contienen átomos de nitrógeno, azufre y oxígeno en sus estructuras)

Los petróleos son generalmente clasificado como parafínicos, nafténicos, aromáticos y asfáltico según las cantidades relativas de cualquiera de la serie.

Cuando un hidrocarburo es extraído en estado líquido de una formación geológica, recibe el nombre de petróleo. En cambio, el hidrocarburo que se halla naturalmente en estado gaseoso se denomina gas natural.

Muchas veces se piensa que el petróleo se encontrara en el subsuelo en forma de algún río, sin embargo esta creencia esta muy alejada de la realidad, ya que el petróleo se encuentra en el medio poroso de la formación que lo almacena. Pero a gran escala y multiplicado por kilómetros y el espesor de la formación, pareciera que es un río de petróleo.

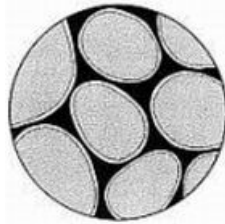


Figura 2.5. Forma en que se encuentra el petróleo en el medio poroso; a diferencia de lo que se cree que esta en forma de río.

2.2.6 Agua.

El agua es el fluido más simple la cual está compuesta de dos partículas de hidrogeno y una de oxígeno, es la más abundante en el planeta aproximadamente el 75% de la superficie está cubierta por esta. Además de ser un fluido el cual posee propiedades únicas y es de fácil para hacer referencias o comparaciones con él.

Capítulo 3

Un modelo de difusión para la propagación de un fluido en un medio poroso

Antes de entrar completamente a el desarrollo de este capítulo se comenzará con la definición de lo que es un modelo; en este caso qué es un modelo matemático.

Un modelo matemático es una construcción matemática abstracta y simplificada relacionada con una parte de la realidad y creada para un propósito particular. Así, por ejemplo, un gráfico, una función o una ecuación pueden ser modelos matemáticos de una situación específica.

Las bondades de un modelo dependerán de la situación a ser modelada y del problema planteado. Diferentes modelos de una misma situación producirán diferentes simplificaciones de la realidad y, en consecuencia, dan lugar a distintos resultados.

Dentro del modelo formal se pueden ajustar los parámetros que se presentan en él, para aproximar a la realidad tanto como sea posible, o inclusive, como el mismo modelo permita esas aproximaciones.

3.1 Ecuaciones de Reacción-Difusión

Para la construcción de la ecuación que se usará como modelo para abordar este tema se comenzará partiendo de la ley de fick (ec. 2.1):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \cdot (D_f \nabla \rho) \quad (\text{se conserva el flujo}) \quad (3.1)$$

$$\mathbf{J} = -D_f \nabla \rho \quad (\text{para } x, y) \quad (3.2)$$

Ahora, si se considera un campo vectorial de flujo a través de \vec{S}

$$\mathbf{I}_j = \oint \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad (3.3)$$

y sí la divergencia de

$$\nabla \cdot \vec{A} = \lim_{v \rightarrow 0} \frac{1}{v} \oint \vec{A} \cdot d\vec{s} \quad (3.4)$$

en general sí $\rho =$ densidad en v se tendra:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_v \rho dv = \vec{J} \cdot d\vec{s} + \int_v f \quad (3.5)$$

aplicando teorema de Gauss a 3,5 se obtiene

$$\int_v \frac{\partial}{\partial t} \rho dv = - \int_v \nabla \cdot \vec{J} dv = 0 \quad (3.6)$$

sustituyendo 3.2 en 3.6 y reduciendo terminos

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \cdot D_f \nabla \rho + f \quad (3.7)$$

pero si D_f es constante se obtiene finalmente:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = D_f \nabla^2 \rho + f \quad (3.8)$$

donde $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ representa la variación espacial para el cual ρ representa la densidad y t es el tiempo.

El término $D_f \nabla^2 \rho$ representa la difusión dentro del sistema de donde D_f es el coeficiente de difusión de acuerdo al tamaño de poro, y $\nabla^2 \rho$ es el laplaciano de la porosidad; siendo ρ una representación de la porosidad.

Y finalmente f es una función la cual es el término reactivo, es decir, la función por la cual se representan reacciones en el sistema o fuentes (sumideros).

Ahora retomando la parte difusiva se puede observar que en principio depende de la localización espacial y el tiempo, sin embargo dado que el modelo que se emplea es no homogéneo, es decir, el coeficiente difusivo cambiará conforme el tiempo pase para cada punto por el que el fluido avance.

Por otro lado se tiene la parte reactiva (f), la cual esta dada por la concentración, es decir, por las partes que se pueden apreciar los cambios, este será parte del resultado final de como quedará el medio poroso después de que el fluido lo atraviese, es decir, son los cambios observables de la reacción en la concentración durante el tiempo transcurrido; también la parte reactiva alcanza un equilibrio con la parte difusiva.

3.2 Coeficiente de difusión en medios no homogéneos

Se entiende por no homogéneo a aquella parte que es distinta, es decir, en un medio poroso se puede encontrar distintos tipos de materiales, por ejemplo, se puede encontrar el material A con material B mezclados, de tal forma que no esten distribuídos de forma homogénea.

Recordando la ecuación que se usará para la solución del problema: $\frac{\partial \rho}{\partial t} = D_f \nabla^2 \rho + f$ (ec. 3.8); se puede notar que está generalizada para un caso que representa homogeneidad de forma local.

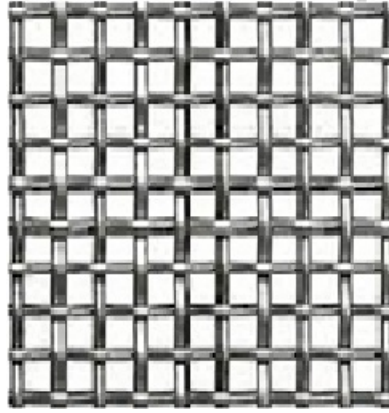


Figura 3.1. Malla representativa para el problema de manera regional, en forma generalizada.

Si se considera que el medio es no homogéneo es necesario la utilización de un coeficiente de difusión no homogéneo por lo tanto $D_f \nabla^2 \rho$ en general no se puede usar ya que esta forma contempla que el medio es homogéneo, entonces su forma sería $\nabla \cdot (D_f \nabla \rho)$ y de esta forma quedaría para un medio no homogéneo de forma regional.

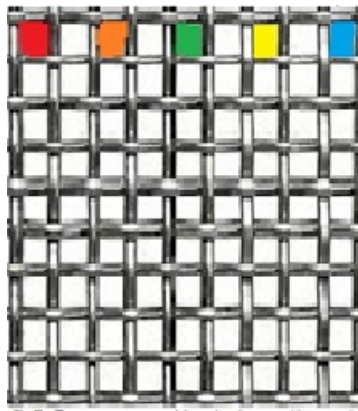


Figura 3.2. Representación de la malla no homogénea, donde cada color es un coeficiente de difusión distinto, y de la misma forma se aplica para toda la malla.

Sin embargo, para la solución numérica la ejecución de la forma $\nabla \cdot (D_f \nabla \rho)$ representaría un proceso más tardado y complejo es por eso que usando la notación indicial se puede dar solución quedando:

$$\nabla^2 \rho_{i,j} = \frac{\rho_{i+1,j} + \rho_{i-1,j} + \rho_{i,j+1} + \rho_{i,j-1} - 4\rho_{i,j}}{h^2} \quad (3.9)$$

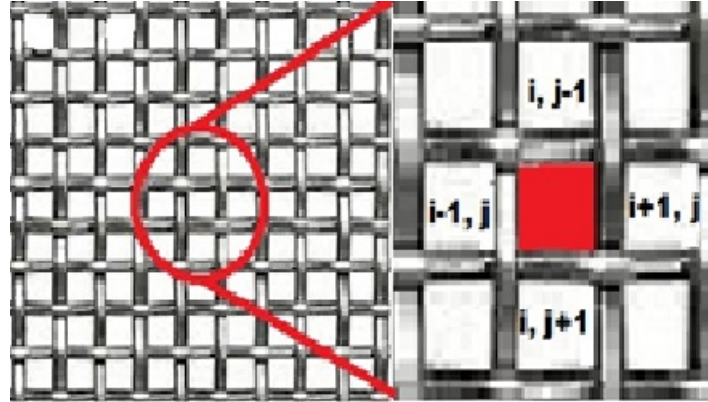


Figura 3.3. Demostración de la ec.3.9; al centro se muestra el lugar de referencia (resaltado de color rojo).

Pero si $h = 1$ (escala espacial arbitraria); dado que solo se toma un cuadro del mallado cada que el coeficiente difusivo va cambiando, es por esta razón que el valor de h es 1; como se puede observar en la figura 3.4.

$$\nabla^2 \rho_{i,j} = \rho_{i+1,j} + \rho_{i-1,j} + \rho_{i,j+1} + \rho_{i,j-1} - 4\rho_{i,j} \quad (3.10)$$

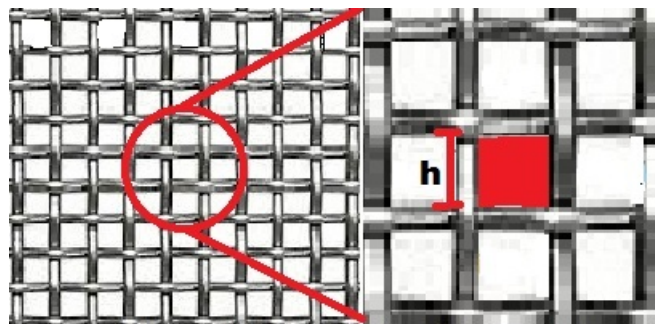


Figura 3.4. Muestra de la dimensión h

Así se puede hacer la consideración de forma local entonces en la ecuación $\nabla \cdot (D_f \nabla \rho)$ el coeficiente de difusión (D_f) es constante en cada cuadro del mallado por lo tanto se considera como constante y ahora se puede emplear la ecuación $D_f \nabla^2 \rho$, haciendo los cambios correspondientes a notación indicial quedaria de la forma:

$$D_{i,j} \nabla^2 \rho_{i,j} + f$$

3.3 Solución numérica del modelo de fluido en un medio no homogéneo

Para la solución de la ecuación 3.8 es por medio de las Series de Taylor.

En matemáticas, la serie de Taylor de una función $f(x)$ infinitamente derivable (real o compleja) definida en un intervalo abierto $(a-r, a+r)$ se define con la siguiente suma: $\sin(x)$ y aproximaciones de Taylor centradas en 0, con polinomios de grado 1, 3, 5, 7, 9, 11 y 13.

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f^n(a)}{n!} (x-a)^n \quad (3.11)$$

Aquí, $n!$ es el factorial n y $f^n(a)$ indica la n -ésima derivada de f en el punto a .

Si esta serie converge para todo x perteneciente al intervalo $(a-r, a+r)$ y la suma es igual a $f(x)$, entonces la función $f(x)$ se llama analítica. Para comprobar si la serie converge a $f(x)$, se suele utilizar una estimación del resto del teorema de Taylor. Una función es analítica si y solo si se puede representar con una serie de potencias; los coeficientes de esa serie son necesariamente los determinados en la fórmula de la serie de Taylor [11].

Si $a = 0$, a la serie se le llama serie de Maclaurin.

Esta representación tiene tres ventajas importantes:

1. La derivación e integración de una de estas series se puede realizar término a término, que resultan operaciones triviales.
2. Se puede utilizar para calcular valores aproximados de la función.
3. Es posible demostrar que, si es viable la transformación de una función a una serie de Taylor, es la óptima aproximación posible.

3.3.1 Dimensiones Múltiples

La serie de Taylor se puede generalizar a funciones de más de una variable con la siguiente fórmula:

$$\sum_{n_1=0}^{\infty} \dots \sum_{n_d=0}^{\infty} \frac{\partial^{n_1}}{\partial x^{n_1}} \dots \frac{\partial^{n_d}}{\partial x^{n_d}} \frac{f(a_1, \dots, a_d)}{n_1! \dots n_d!} (x_1 - a_1)^{n_1} \dots (x_d - a_d)^{n_d}$$

Por ejemplo, para una función de 2 variables, x e y , la serie de Taylor de segundo orden en un entorno del punto (a, b) es:

$$\begin{aligned} & f(x, y) \\ & \approx f(a, b) + f_x(a, b)(x-a) + f_y(a, b)(y-b) \\ & + \frac{1}{2} \left(f_{xx}(a, b)(x-a)^2 + 2f_{xy}(a, b)(x-a)(y-b) + f_{yy}(a, b)(y-b)^2 \right). \end{aligned}$$

Un polinomio de Taylor de segundo grado puede ser escrito de manera compacta así

$$T(\mathbf{x}) = f(\mathbf{a}) + \nabla f(\mathbf{a})^T (\mathbf{x} - \mathbf{a}) + \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{a})^T \nabla^2 f(\mathbf{a}) (\mathbf{x} - \mathbf{a}) + \dots$$

donde $\nabla f(\mathbf{a})$ es el gradiente y $\nabla^2 f(\mathbf{a})$ en la matriz hessiana [11]. Otra forma es:

$$T(\mathbf{x}) = \sum_{|\alpha| \geq 0} \frac{D^\alpha f(\mathbf{a})}{\alpha!} (\mathbf{x} - \mathbf{a})^\alpha$$

3.3.2 El laplaciano

La evaluación del operador de Laplace implica la evaluación de segundas derivadas parciales sobre la función u objeto al que se aplica. En el caso de la modelación numérica de un fluido en un medio se obtiene la expresión aproximada (3.9) a partir de desarrollos en serie de Taylor como sigue:

$$f(x+h, y) = f(x, y) + h f_x(x, y) + h^2 f_{xx}(x, y)/2! + h^3 f_{xxx}(x, y)/3! + \mathcal{O}(h^4) \quad (3.12)$$

$$f(x-h, y) = f(x, y) - h f_x(x, y) + h^2 f_{xx}(x, y)/2! - h^3 f_{xxx}(x, y)/3! + \mathcal{O}(h^4) \quad (3.13)$$

donde $\mathcal{O}(h^4)$ representa el conjunto de términos de orden mayor que no se consideran, así que se puede interpretar como el error por haber cortado las series, en este caso, a orden cúbico en h .

Al sumar las expresiones (3.12) y (3.13) se tiene

$$f(x+h, y) + f(x-h, y) = 2f(x, y) + h^2 f_{xx}(x, y) + \mathcal{O}(h^4)$$

de donde se tiene una expresión aproximada la la segunda derivada parcial de f :

$$f_{xx}(x, y) \cong \frac{f(x+h, y) + f(x-h, y) - 2f(x, y)}{h^2}. \quad (3.14)$$

La misma operación en la variable y lleva a

$$\nabla^2 f(x, y) \cong \frac{f(x+h, y) + f(x-h, y) + f(x, y-h) + f(x, y+h) - 4f(x, y)}{h^2}$$

que implica la evaluación de la función f en (x, y) y en los sitios vecinos a (x, y) . Al traducir esta expresión a una forma discreta en una malla se tiene la expresión (3.9) en la que, se asume, el tamaño de los cuadrados de la malla^{3.1} es h .

3.1. En la evaluación del operador de Laplace en una malla discreta no importa el tamaño que se asigna a la distancia entre elementos de la malla: en la escala adecuada siempre se puede hacer $h=1$, como se dijo antes.

Capítulo 4

Resultados y discusión

El software utilizado para el desarrollo y solución numérica de la ecuación (3.8) se realizó en Enthought Canopy, perteneciente a Python [12]. Como se mencionó en el capítulo 3 sección 3.3 la solución se da por medio de series de Taylor.

Una vez solucionada la ecuación de forma numérica se obtuvieron los siguientes resultados en los cuales se puede apreciar la difusión por el medio poroso en un mallado de dos dimensiones.

Durante la ejecución del programa se tomó un tiempo medido en milésimas de segundo para una mejor apreciación del fenómeno difusivo y tener una visión más detallada de lo ocurrido durante la difusión.

Además se incluye una fuente la cual representa la introducción del fluido, la cual tendrá el valor más alto en la concentración del fluido que se está introduciendo ya que se considera que esta de forma constante a lo largo del tiempo de análisis.

Para el muestreo de los valores de difusión se tomó como referencia la parte media de la malla, es decir, si se dibuja una línea imaginaria desde la fuente hacia los extremos de la malla, tal como se muestra en la figura 4.1.

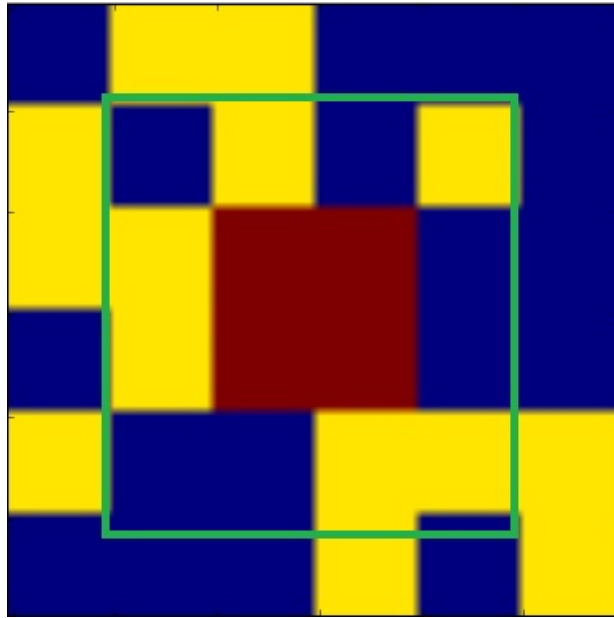


Figura 4.1. El cuadrado de color verde representa la zona de muestreo durante el proceso difusivo.
(Elaboración propia)

Se usaron formas aleatorias de simulación de los medios porosos donde se pueden apreciar distintas interconexiones entre los mismos como se muestra en la Figura 4.2.

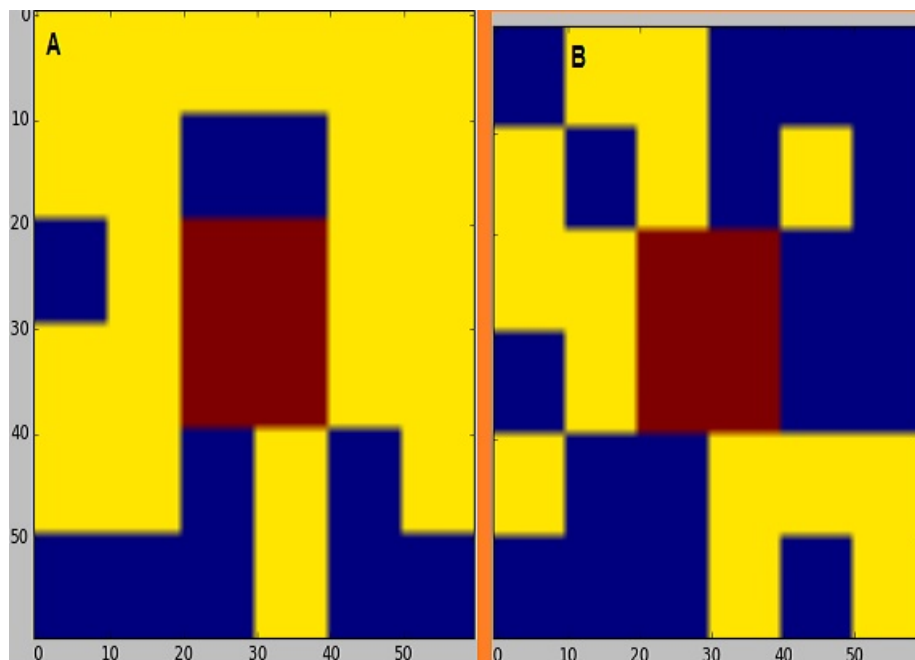


Figura 4.2. Representación de los medios porosos. Donde en A se muestran 3 posibles trayectos de difusión, por otra parte en B existen 3 trayectos los cuales están más aislados que en A. (Elaboración propia)

En la figura anterior se puede apreciar que los posibles trayectos a seguir están indicados de color amarillo, mientras que el color azul representa los obstáculos dentro de los medios porosos los cuales pueden ser causados por factores tales como:

- La proximidad entre poros
- Durante el proceso de sedimentación y litificación, algunos de los poros que se desarrollaron inicialmente pudieron sufrir aislamiento debido a varios procesos diagenéticos o catagénicos tales como cementación y compactación. Por ende, existirán poros interconectados y otros aislados. Esto conlleva a clasificar la porosidad en absoluta y efectiva dependiendo de qué espacios porales se miden durante la determinación del volumen de estos espacios porosos.

Para el caso de la figura 4.2 en la parte A, después de haber transcurrido 0.5 décimas de segundo la difusión comienza a ser apreciable como se muestra en la figura 4.3.

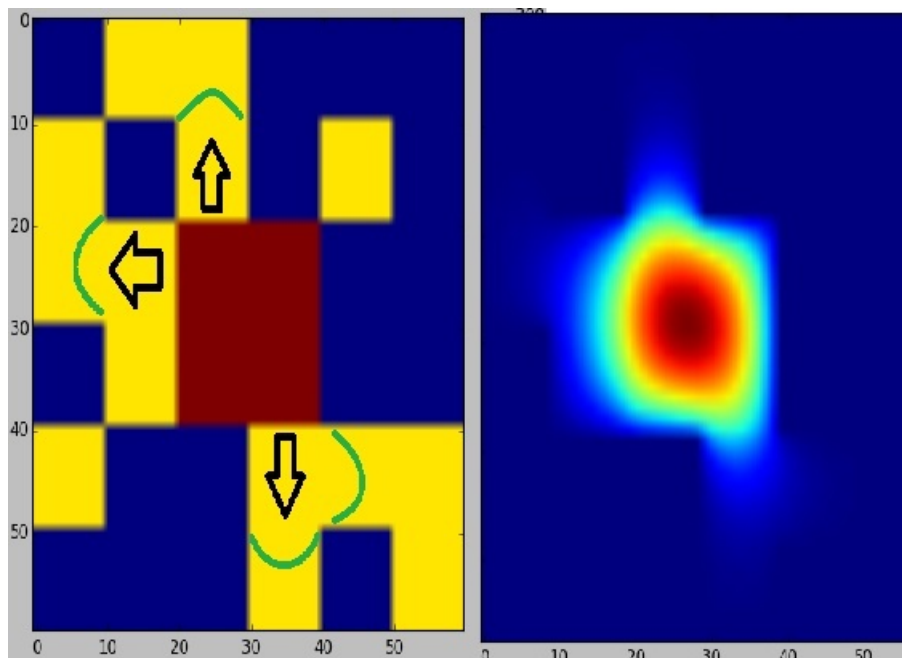


Figura 4.3. Las flechas indican la dirección del flujo de difusión mientras que las líneas verdes delimitan la parte que hasta el momento ha sido invadida por el fluido. (Elaboración propia)

Se aprecia claramente que la difusión se hace mayor mientras el tiempo aumenta, tal como se muestra en la figura 4.3 ya que sí se observan las barras de escala es notable como ha crecido el valor del fluido que se encuentra difundiéndose desde la fuente.

Con las descripciones anteriores se desarrollaron 6 escenarios distintos en la difusión tres de ellos para el agua y los otros tres para el hidrocarburo. Con estos se hicieron diferentes variaciones tales como: cambio en el tamaño de la fuente, así como su posición, interconexiones posibles y tamaños del poro.

Para el caso donde el fluido considerado es el agua se obtuvieron los resultados siguientes:

1. Para el primer caso se tiene un escenario con dos trayectos hacia donde se hace la difusión, el valor para la fuente la cual se mantiene constante a través del tiempo es de $80 \frac{g}{cm^3}$ y un coeficiente de difusión igual a $200 \frac{g}{cm^3}$, con el tamaño del poro correspondiente a arenas gruesas.

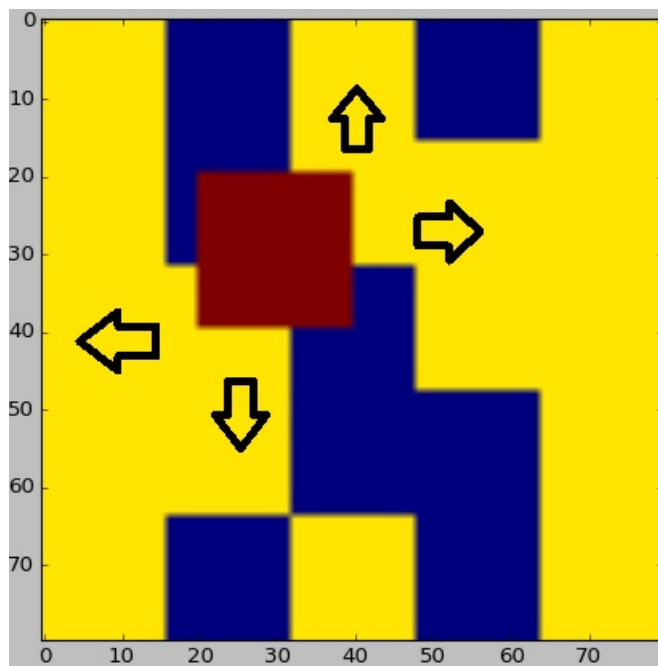


Figura 4.4. Caso uno para la difusión del agua en un escenario con dos trayectos posibles de difusión (Elaboración propia).

2. En el segundo escenario existen tres trayectos por donde se efectúa la difusión, mientras que la fuente continua con un valor de $80 \frac{g}{cm^3}$, mientras que el coeficiente de difusión se aumentó en 50 unidades quedando en $250 \frac{g}{cm^3}$, para este caso el tamaño del poro fue arena gruesa.

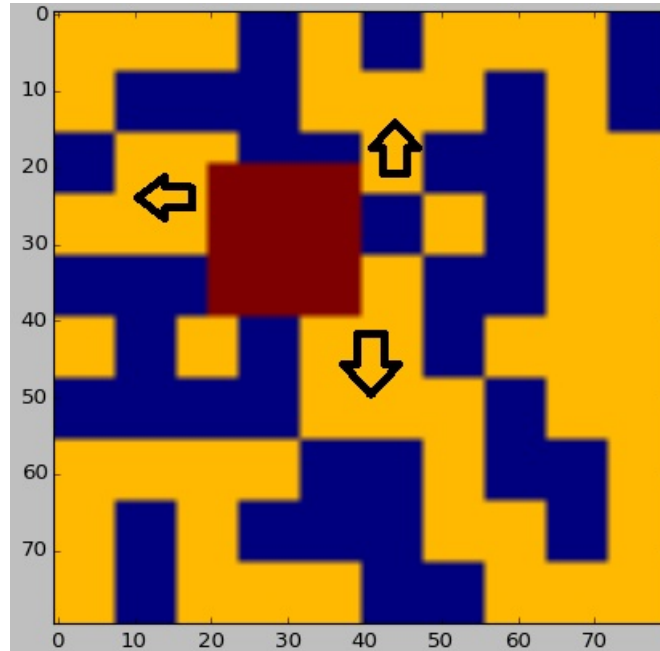


Figura 4.5. Caso dos para la difusión del agua en un escenario con tres trayectos posibles de difusión, también se presentan poros aislados (Elaboración propia).

3. Para el último escenario con el agua la forma de difusión es de forma radial, es decir, la difusión se hace en todas direcciones; respecto a los valores empleados la fuente es de $60 \frac{g}{cm^3}$, mientras que el coeficiente de difusión es de $200 \frac{g}{cm^3}$, y con un tamaño de poro correspondiente a arena gruesa.

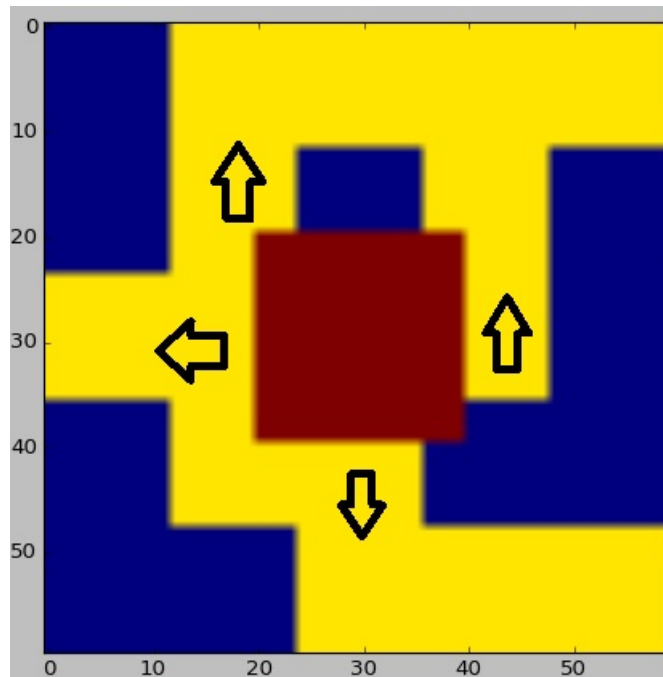


Figura 4.6. Caso tres para la difusión del agua en un escenario con difusión radial (Elaboración propia).

Como se muestra en los tres escenarios propuestos para el agua tienen diferencias entre ellos, además de que se indican las direcciones preferentes que indican la difusión; sin embargo, la parte a destacar en el escenario uno y dos es que presentan poros disponibles aislados respecto a la posición de la fuente.

Para cada caso se encuentra un valor de estabilidad en el cual el máximo se encuentra fijo durante las iteraciones consiguientes, en este caso se puede hablar de una “estabilidad” en la cual aparentemente el valor del fluido en la frontera no varía conforme el tiempo avanza. Este fenómeno se puede asociar a dos factores, de las cuales, la primera es que el espacio disponible alcanza su punto de saturación; y la segunda que correspondería a el tiempo geológico, es decir, que una vez que alcanza la “estabilidad” el proceso difusivo disminuye y su paso a través de los poros se hace menor. A continuación se presentan las figuras siguientes (4.7, 4.8 y 4.9) con la “estabilidad” mencionada en la cual se puede observar su valor máximo que alcanza para cada caso.

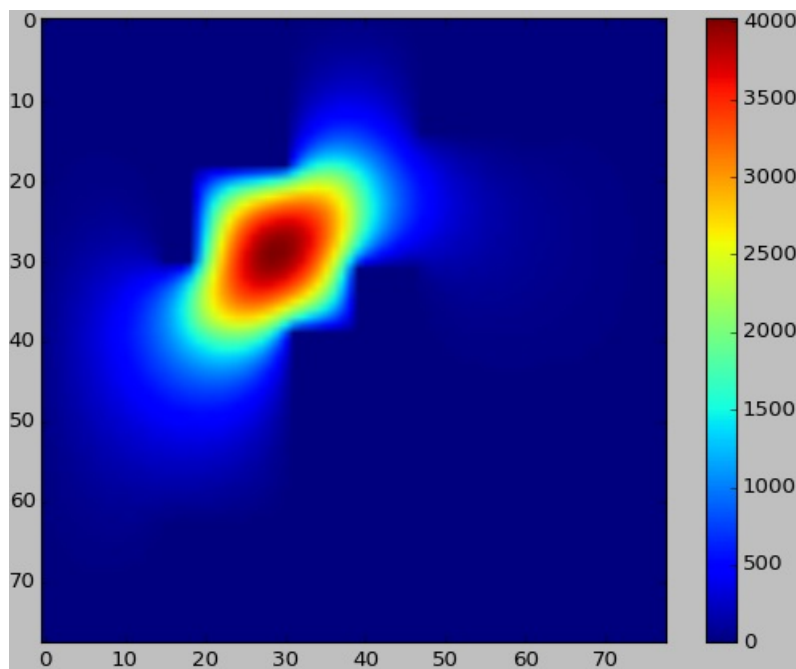


Figura 4.7. Caso uno de la difusión del agua en arenas gruesas, en dos posibles trayectos, alcanzando su máximo en $4000 \frac{g}{cm^3}$ (Elaboración propia).

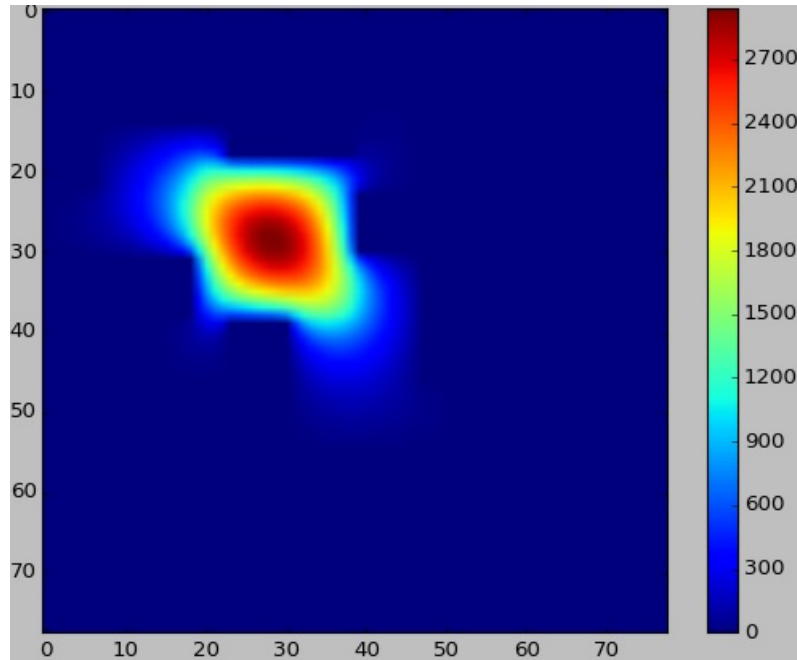


Figura 4.8. Caso dos de la difusión del agua en arenas gruesas, en tres posibles trayectos, alcanzando su máximo en $2700 \frac{g}{cm^3}$ (Elaboración propia).

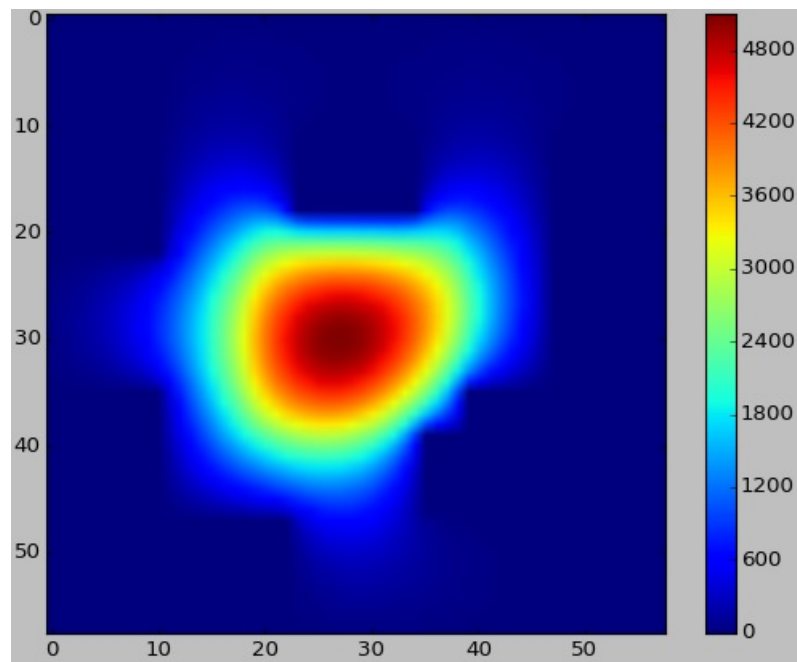


Figura 4.9. Caso tres de la difusión del agua en arenas gruesas, en forma radial, alcanzando su máximo en $4800 \frac{g}{cm^3}$ (Elaboración propia).

En cada caso de las figuras se encuentran máximos diferentes debido a las características anteriormente descritas, durante cada escenario el tiempo total transcurrido fue de 5 minutos.

Por otra parte la “estabilidad” se presentó en diferentes tiempos. Para el primer caso a partir de las nueve décimas de segundo alcanza su máximo valor; para el segundo caso a partir de las tres décimas de segundo; y finalmente para el caso tres a partir de las nueve décimas de segundo.

Como es de esperar existen variaciones entre los tres casos, ya que el coeficiente de difusión y el tamaño del poro son distintos.

Para el caso donde el fluido considerado es el hidrocarburo se obtuvieron los resultados siguientes:

1. Para el primer caso se tiene un escenario con dos trayectos hacia donde se hace la difusión, el valor para la fuente la cual se mantiene constante a través del tiempo es de $80 \frac{g}{cm^3}$ y un coeficiente de difusión igual a $200 \frac{g}{cm^3}$, con el tamaño del poro correspondiente a limos gruesos.

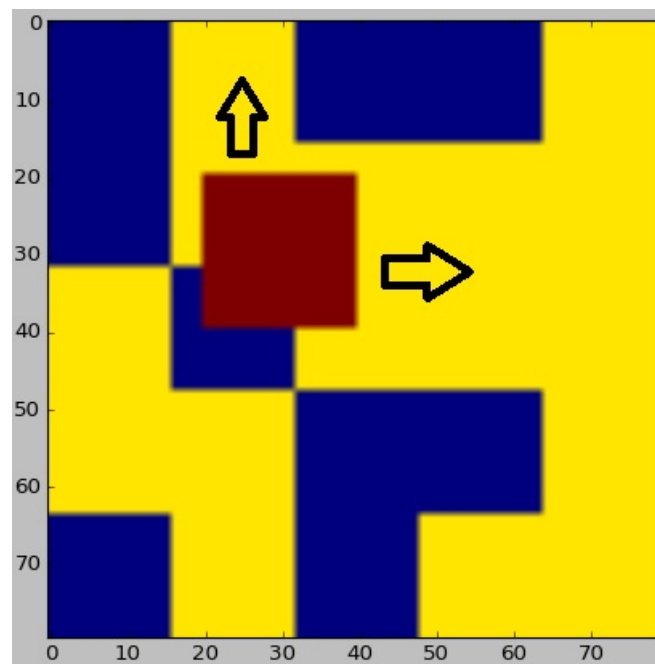


Figura 4.10. Caso uno para la difusión del hidrocarburo en un escenario con dos trayectos posibles de difusión, donde existe un trayecto posible aislado de la fuente de difusión (Elaboración propia).

2. En el segundo escenario la forma de difusión es de forma radial, es decir, la difusión se hace en todas direcciones, mientras que la fuente continua con un valor de $80 \frac{g}{cm^3}$, mientras que el coeficiente de difusión se aumentó en 50 unidades quedando en $250 \frac{g}{cm^3}$, para este caso el tamaño del poro limos gruesos.

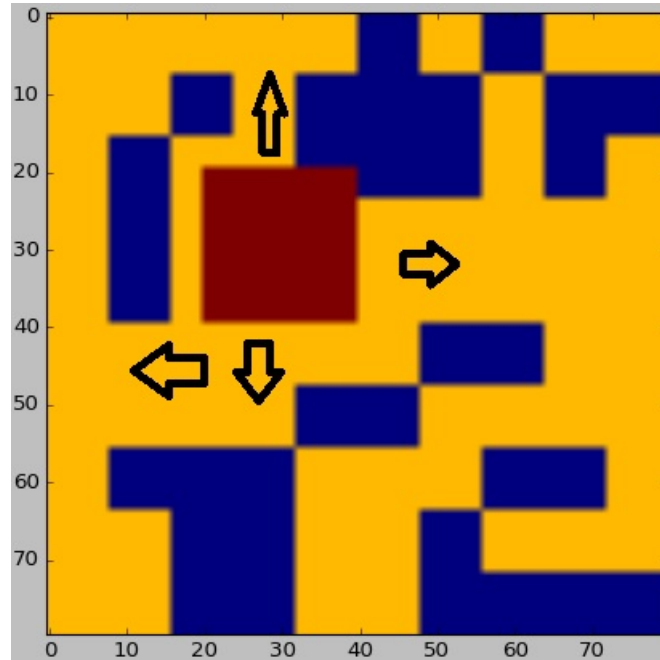


Figura 4.11. Caso dos para la difusión del hidrocarburo con difusión radial (Elaboración propia).

3. Para el último escenario con el hidrocarburo existen dos trayectos por donde se efectúa la difusión; respecto a los valores empleados la fuente es de $60 \frac{g}{cm^3}$, mientras que el coeficiente de difusión es de $250 \frac{g}{cm^3}$, y con un tamaño de poro de limos gruesos.

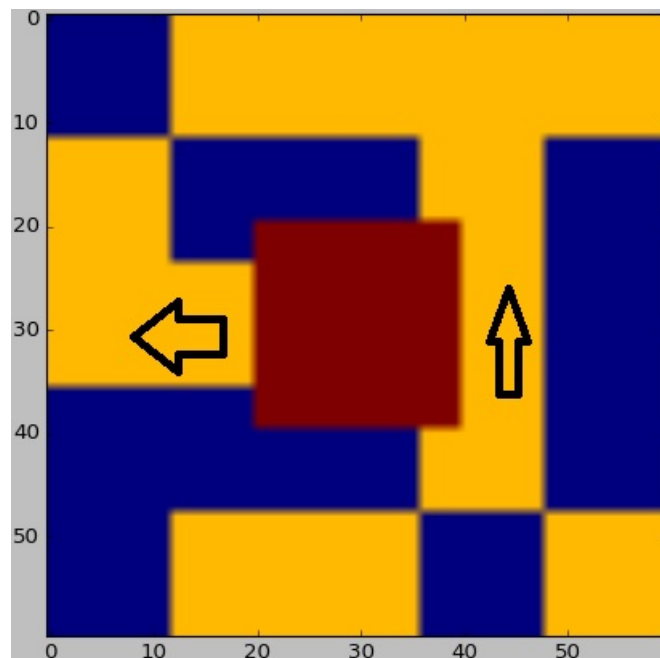


Figura 4.12. Caso tres para la difusión del hidrocarburo en un escenario con dos trayectos posibles de difusión, y poros aislados (Elaboración propia).

Ahora en los casos relacionados con el hidrocarburo también es visible que alcanzan un valor máximo en el cual encuentran su “estabilidad” tal y como se muestra en las siguientes figuras.

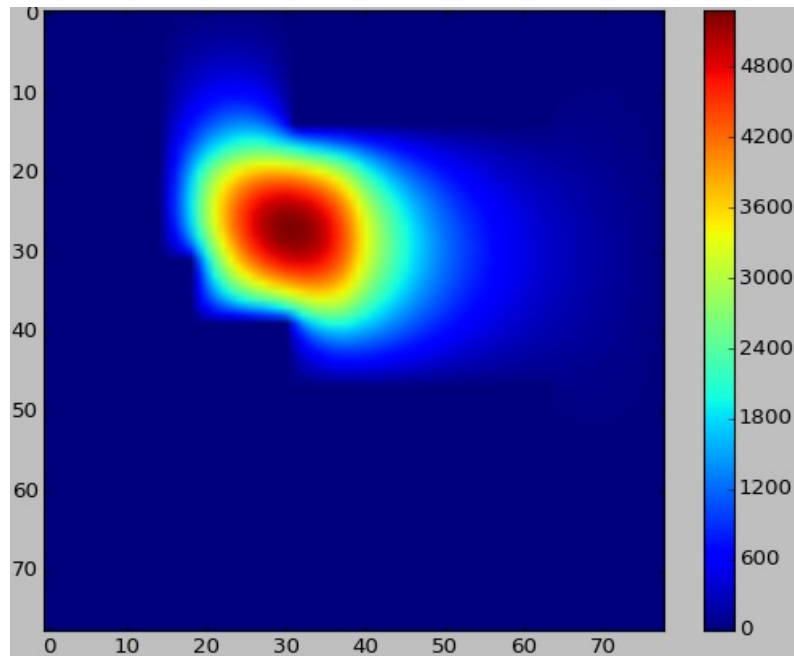


Figura 4.13. Caso uno de la difusión del hidrocarburo en limos gruesos, en dos posibles trayectos, alcanzando su máximo en $4800 \frac{g}{cm^3}$ (Elaboración propia).

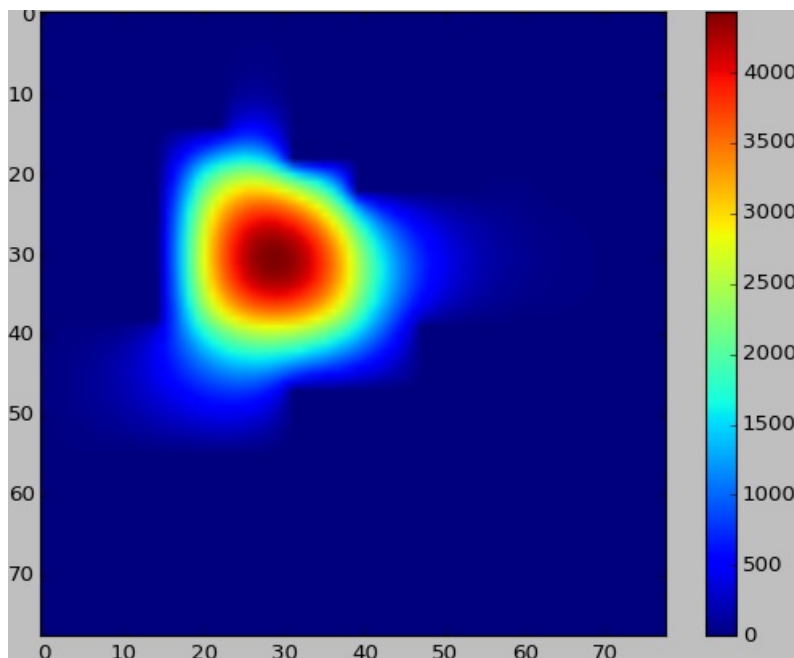


Figura 4.14. Caso dos de la difusión del hidrocarburo en limos gruesos, en forma radial, alcanzando su máximo en $4000 \frac{g}{cm^3}$ (Elaboración propia).

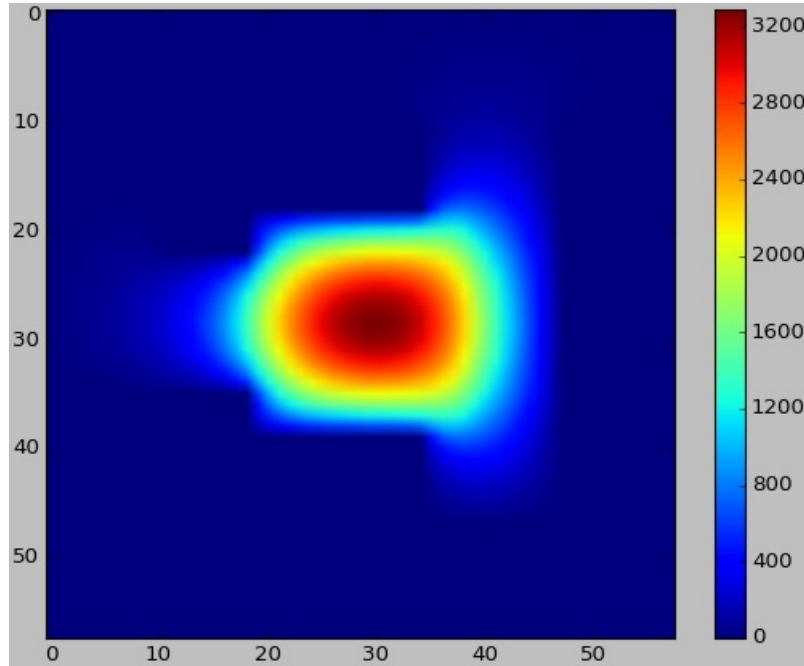


Figura 4.15. Caso tres de la difusión del hidrocarburo en limos gruesos, en dos posibles trayectos, alcanzando su máximo en $3200 \frac{g}{cm^3}$ (Elaboración propia).

En los seis escenarios propuestos se obtuvieron las gráficas con los valores de la zona de muestreo medidos como se muestra en la figura 4.1.

Para la elaboración de las gráficas a partir de los datos obtenidos se usó el programa Gnuplot [13]; en el cual se pueden apreciar comportamientos de manera exponenciales. En las figuras 4.16 y 4.17 se muestran las gráficas obtenidas para los seis casos donde se aprecia el comportamiento exponencial.

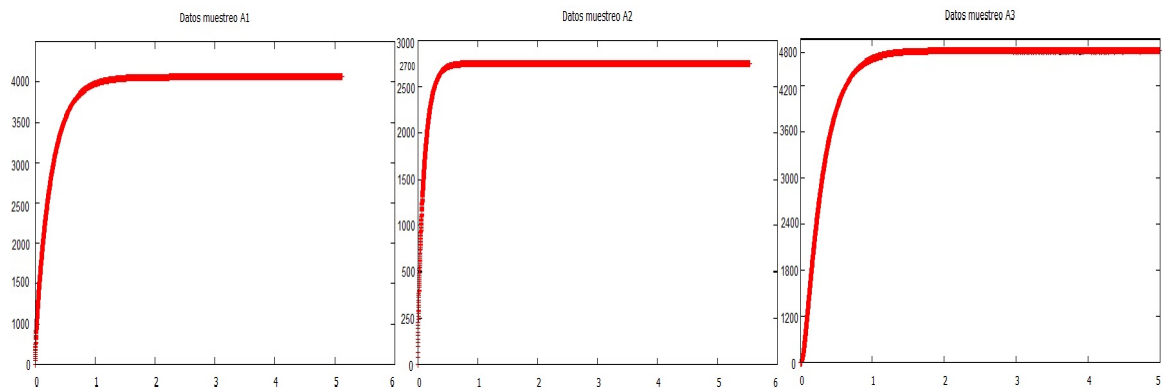


Figura 4.16. Graficas obtenidas para el caso donde el fluido es agua. (Elaboración propia)

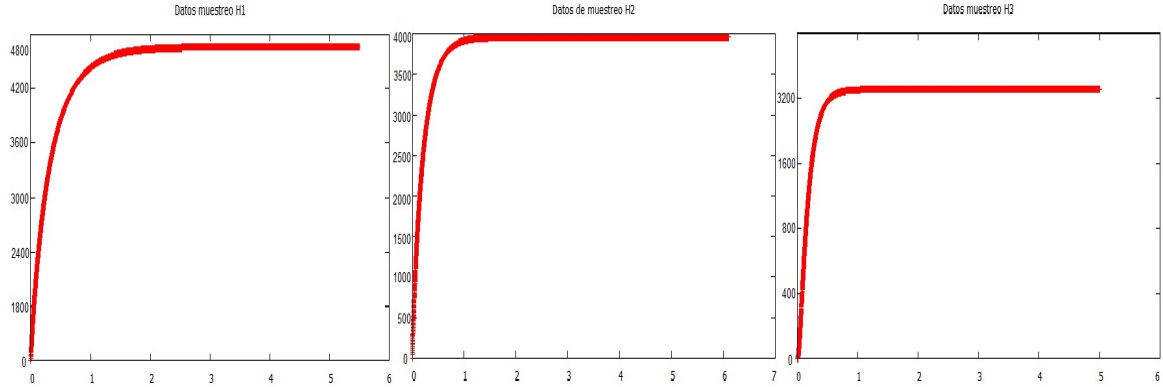


Figura 4.17. Graficas obtenidas para el caso donde el fluido es hidrocarburo. (Elaboración propia)

Como se aprecia en las figuras 4.16 y 4.17 el comportamiento que tienen es de forma exponencial, para los seis casos se alcanza un valor en el cual la gráfica toma un comportamiento constante este se relaciona además de la saturación del poro con un fenómeno físico el cual establece que sí se tiene un fluido atravesando un cilindro con un radio que tienda a cero, el fluido tendera a desplazarse y difundirse, pero llegara un lapso de tiempo en donde se quedara atrapado entre los muros del cilindro; de igual forma ocurre en el medio poroso donde a mayor tamaño del poro el fluido circulara de forma más rápida, en cambio si el tamaño del poro es reducido el desplazamiento del fluido será mucho más lento.

A partir de las gráficas obtenidas con los valores de concentración y considerando coeficiente de difusión, fluido introducido, área, tamaño de las partículas en el medio poroso, densidad del fluido, porosidad y tiempo. Es posible hacer el cálculo de la velocidad para cada caso mediante el método del hidrómetro para concentraciones.

$$v_a = g * \frac{\rho}{C - D_f} * t \quad (4.1)$$

Donde v_a es la velocidad de difusión del fluido a partir de su punto de estabilidad ($\frac{\text{cm}}{\text{cm}}$).

ρ es la densidad del fluido ($\frac{g}{\text{cm}^3}$).

C es la concentración máxima que se considera ($\frac{g}{\text{cm}^3}$).

D_f es el coeficiente de difusión ($\frac{g}{\text{cm}^3}$).

t es el tiempo que ha transcurrido (s).

g es la constante de gravedad ($981 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$).

Sin embargo la formula anterior solo es para calcular la velocidad aparente, si se quiere obtener la velocidad real se debe hacer la siguiente diferencia para obtener el valor real:

$$v_r = \left(\frac{\theta^2 t}{a} * g \right) - (v_a \varphi^2) \quad (4.2)$$

v_r es la velocidad real en $\frac{cm}{s}$.

g es la constante de gravedad ($981 \frac{cm}{s^2}$).

t es el tiempo transcurrido durante la difusión (s).

φ es la porosidad efectiva del tipo de material que se está trabajando. φ se encuentra elevado al cuadrado ya que el arreglo del mallado es cuadrado y se considera un área donde se realiza la difusión.

a es el área del mallado (cm^2).

θ es el tamaño de las partículas del material en el medio poroso (cm). Al igual que φ ésta está al cuadrado debido al área de acción de las partículas del material.

Ahora los tipos de medios porosos que se toman en cuenta corresponden a dos tipos distintos: los primeros son arenas gruesas las cuales presentan una porosidad total de 21 a 50%, mientras que su porosidad efectiva va desde 22 a 35%. En contraste para el segundo tipo que se consideró que fue Calizas no carstificadas (es decir, que no presenta disolución) presenta una porosidad total de 0.1 a 5%, mientras que su porosidad eficaz es del orden de 0.1 a 5%. Se toman estos dos tipos ya que en las arenas es común encontrar agua o hidrocarburo mientras que en el shale se puede encontrar hidrocarburo. Estos valores se pueden encontrar en la tabla 4.1 según Sanders.

	total	eficaz
Arcillas	40 a 60	0 a 5
Limos	35 a 50	3 a 19
Arenas finas, arenas limosas	20 a 50	10 a 28
Arena gruesa o bien clasificada	21 a 50	22 a 35
Grava	25 a 40	13 a 26
Shale intacta	1 a 10	0,5 a 5
Shale fraturada/alterada	30 a 50	
Arenisca	5 a 35	0,5 a 10
Calizas, dolomías NO carstificadas	0,1 a 25	0,1 a 5
Calizas, dolomías carstificadas	5 a 50	5 a 40
Rocas ígneas y metamórficas sin fracturar	0,01 a 1	0,0005
Rocas ígneas y metamórficas fracturadas	1 a 10	0,00005 a 0,01

Tabla 4.1. Valores estimados de la porosidad en % (Según Sanders 1998). [14]

Para el caso de las densidades que se toman como referencia son las correspondientes al agua y al hidrocarburo denominado mediano, este recibe el nombre de mediano debido a su densidad que presenta. En la tabla 4.2 se puede observar los valores para distintos tipos de hidrocarburo y para el agua respectivamente.

Tipo de fluido	Densidad en g/cm ³
Agua	1
Hidrocarburo	
Extra pesado	>1.0
Pesado	0.92 a 1.0
Mediano	0.87 a 0.92
Ligero	0.83 a 0.87
Súper ligero	<0.83

Tabla 4.2. Fluidos (ague e hidrocarburo) y su densidad respectiva. Tomada del IMP

Sin embargo; para este proyecto se toma el valor del hidrocarburo pesado, ya que en México se extrae hidrocarburo correspondiente a este tipo con un valor de 0.92 a 1.0 g/cm³; aunque también se extrae ligero y súper ligero.

Respecto al tamaño de la partícula de los materiales se considera que es la correspondiente a arena gruesa cuyo valor oscila entre 1 a 2 milímetros; para el caso de la Caliza se considera de 70 milímetros.

<i>MATERIAL</i>	<i>CARACTERISTICA</i>	<i>TAMAÑO (mm)</i>
<i>Roca</i>	-----	<i>> 70</i>
<i>Grava</i>	<i>Gruesa</i>	<i>30 - 70</i>
	<i>Media</i>	<i>5 - 30</i>
	<i>Fina</i>	<i>2 - 5</i>
<i>Arena</i>	<i>Gruesa</i>	<i>1 - 2</i>
	<i>Media</i>	<i>0.2 - 1</i>
	<i>Fina</i>	<i>0.1 - 0.2</i>
<i>Polvo</i>	<i>Grueso</i>	<i>0.05 - 0.1</i>
	<i>Fino</i>	<i>0.02 - 0.05</i>
<i>Limo</i>	<i>Grueso</i>	<i>0.006 - 0.02</i>
	<i>Fino</i>	<i>0.002 - 0.006</i>
<i>Arcilla</i>	<i>Gruesa</i>	<i>0.0006 - 0.002</i>
	<i>Fina</i>	<i>0.0002 - 0.0006</i>
<i>Ultra - Arcilla</i>	-----	<i>0.00002 - 0.0002</i>

Tabla 4.3. Granulometría de los materiales de acuerdo a sus características. [15]

Con todos los datos anteriores y los obtenidos de las gráficas, se procede a hacer las sustituciones correspondientes para encontrar los valores de velocidades de difusión que es lo que interesa en este proyecto en particular.

Tomando los máximos de concentración para los 6 escenarios y de acuerdo al tipo de características que posee cada caso se puede proceder al cálculo de velocidades de difusión en cada escenario.

Para comenzar con los cálculos de velocidad se tomaran primero los valores correspondientes al agua los cuales quedan como en la siguiente tabla 4.4.

Velocidad Aparente	Velocidad Real (cm/s)	Velocidad Real en (m/s)
77.44736842	1.909077632	0.019090776
120.122449	3.974551531	0.039745515
63.97826087	0.173452174	0.001734522

Tabla 4.4. Velocidades obtenidas para la difusión del agua en arena gruesa (Elaboración propia)

Por otra parte los valores obtenidos de las velocidades del agua en limos gruesos fueron los siguientes:

Velocidad Aparente	Velocidad Real (cm/s)	Velocidad Real en (m/s)
77.44736842	0.193434484	0.001934345
120.122449	0.300122185	0.003001222
63.97826087	0.159618652	0.001596187

Tabla 4.5. Velocidades obtenidas para la difusión del agua en limos gruesos (Elaboración propia).

En cambio los valores resultantes para la difusión del hidrocarburo en arenas gruesas fueron los siguientes:

Velocidad Aparente	Velocidad Real (cm/s)	Velocidad Real en (m/s)
58.86	1.009449	0.01009449
72.2016	1.65518244	0.016551824
91.78169492	1.172234034	0.01172234

Tabla 4.6. Velocidades obtenidas para la difusión del hidrocarburo en arenas gruesas (Elaboración propia).

Por otra parte los valores correspondientes de velocidades para el hidrocarburo en limos gruesos son los siguientes:

Velocidad Aparente	Velocidad Real (cm/s)	Velocidad Real en (m/s)
58.86	0.146966063	0.001469661
72.2016	0.180320063	0.001803201
91.78169492	0.229127237	0.002291272

Tabla 4.7. Velocidades obtenidas para la difusión del hidrocarburo en limos gruesos (Elaboración propia).

Sin embargo, recordando que los casos propuestos, solo se considera un tipo de material, es necesario realizar una combinación de ambos materiales y de esta forma poder calcular la velocidad para el caso no homogéneo. Donde se obtienen velocidades completamente distintas a las anteriores siendo las de la tabla 4.6.

Velocidad Aparente	Velocidad Real (cm/s)	Velocidad Real en (m/s)
77.44736842	0.833527303	0.008335273
120.122449	1.302953189	0.013029532
63.97826087	0.67106087	0.006710609
58.86	0.62906625	0.006290663
72.2016	0.77582385	0.007758239
91.78169492	0.976898644	0.009768986

Tabla 4.8. Velocidades para la difusión en arenas y limos (mezclados); los tres primeros valores son los respectivos al agua, mientras que los tres finales son para el hidrocarburo (Elaboración propia).

Capítulo 5

Conclusiones y recomendaciones.

Conclusiones.

Al comenzar la investigación de la presente tesis la finalidad principal era analizar el movimiento de los fluidos a través del medio poroso, a partir del proceso de difusión del fluido que ocurre en los poros. En este caso se consideró como fluidos el agua y el hidrocarburo ya que ambos son de interés común en la sociedad actual, es decir, por una parte son esenciales para la vida y por otra parte son de interés económico.

Al estudiar los componentes económicos de estos fluidos (agua e hidrocarburo) nos podemos percatar que el conocimiento de su velocidad en el medio poroso es muy importante ya que podremos saber la velocidad de recarga, en alguna zona de almacenamiento. Por otra parte el problema que presenta la estimación de la velocidad del fluido a través del medio poroso es que durante la solución de la ecuación de difusión es que solo obtuvimos como resultado la concentración en un área específica, que seleccionamos para el análisis en una región. Para poder solucionar este problema fue necesario encontrar un método el cual nos ayudara a cumplir con nuestro objetivo principal que era la estimación de la velocidad de migración en el medio poroso.

Para demostrar esto, el punto de partida fue buscar y obtener un modelo el cual ayudara con la simulación del medio poroso y el movimiento de los fluidos, mediante el cual se realizó un análisis en distintos casos sobre la posible difusión en los poros de arenas y limos. Así que se propuso la ley de Fick mediante la cual se realizaron los ajustes matemáticos necesarios, dichos ajustes sirvieron para que esta ecuación se ajustara al medio poroso.

Al considerar la problemática anterior se estableció la hipótesis siguiente con el afán de comprobar afirmativamente. Es posible analizar el movimiento de los fluidos a través del medio poroso no homogéneo y estimar su velocidad de migración dentro de este; mediante el modelado (matemático) de distintos tipos de roca.

Definitivamente observamos que es posible la difusión mediante el modelo establecido, que es la ley de Fick para medios porosos. La importancia que tiene cada componente dentro del modelo establecido para observar el fenómeno difusivo se debe tratar minuciosamente ya que nos pueden dar una idea de lo que está pasando a nivel poro.

Así que durante la recopilación de información se descubrió el método del hidrómetro para concentraciones; en el cual se establece el cálculo de la velocidad a partir de las concentraciones encontradas por medio de la solución a la ecuación de difusión. Gracias a esta estimación se hizo un ajuste el cual permitiría añadir las características ocupadas para el desarrollo de la ecuación 4.1 y 4.2; en la cual en la ecuación 4.2 es una pequeña corrección para la estimación real de las velocidades a través de los poros e interconexiones.

Como mencionamos este método nos permitió calcular la velocidad y alcanzar uno de nuestros objetivos el cual consistía en la estimación de la velocidad para la migración del fluido. Estas velocidades están dadas en metros por segundo. Un punto crucial durante el desarrollo para obtener las velocidades fue la parte del muestreo ya que era un poco complicado enfocarse en algún punto en específico, por esta razón se tomó un perímetro de muestreo.

De acuerdo con el objetivo que teníamos respecto a la comparación entre rocas es claro que se observa una diferencia entre limos y arenas por sí solos, ya que en arenas gruesas las velocidades obtenidas son mayores que en el caso de los limos como se puede ver a continuación en la tabla 5.1.

Velocidad Real en (m/s)	Velocidad Real en (m/s)	Velocidad Real en (m/s)	Velocidad Real en (m/s)
0.019090776	0.01009449	0.001934345	0.001469661
0.039745515	0.016551824	0.003001222	0.001803201
0.001734522	0.01172234	0.001596187	0.002291272

Tabla 5.1. Velocidades de difusión; las dos primeras columnas corresponden a los valores para arenas (agua e hidrocarburo); mientras que las dos columnas finales son los valores para limos (agua e hidrocarburo (Elaboración propia)).

De la tabla anterior se puede concluir que es claro que en las arenas existe una mayor capacidad de difusión tanto para el agua como para el hidrocarburo mientras que en los limos las velocidades disminuyen; esto es debido a la diferencia entre el tamaño de la partícula y la porosidad eficaz de cada material (arenas gruesas y limos gruesos).

Por otra parte tenemos la tabla 5.2 donde nos muestra los valores obtenidos para una mezcla de ambos materiales (arenas y limos). En la siguiente tabla 5.2 se muestran los valores obtenidos.

Medio areno-limoso	
Velocidad Real en (m/s)	
0.008335273	
0.013029532	
0.006710609	
0.006290663	
0.007758239	
0.009768986	

Tabla 5.2. Velocidades obtenidas en un medio no homogéneo; las primeras tres filas corresponden al agua, mientras que las tres finales son para el hidrocarburo (Elaboración propia).

De la tabla anterior se puede concluir que los valores de las velocidades oscilan entre los valores de velocidades de las arenas y limos; debido a que, como es una mezcla de materiales intervienen factores como lo es el tamaño de la partícula y la porosidad eficaz (tanto de arenas como limos para ambas características) que se mezclan formando nuevas interconexiones mediante las cuales los fluidos se pueden desplazar por los poros de los materiales. Estos valores obtenidos son en un mallado de 3600 cm^2 de área que se han propuesto para los resultados teóricos.

Mi conclusión final es que el modelado del movimiento de los fluidos a través del medio poroso es un tema de mucha importancia tanto en el ámbito científico como económico, ya que este nos puede dar nuevas perspectivas en cuanto a la recuperación de agua potable e hidrocarburo que se queda atrapado en el medio poroso ya que existen factores tales como los ocupados durante este trabajo de tesis

Recomendaciones.

Para futuros trabajos que se requieran realizar cómo una continuación para esta tesis se recomienda:

Elaborar un modelo tridimensional para ver el comportamiento de los fluidos de forma mejor, así como considerar la viscosidad

Estudiar en un modelo tridimensional el proceso de micro fracturación en el medio poroso, donde se consideren la presión tanto del fluido como la presión hidrostática.

Hacer un análisis sobre la pérdida que se tiene en el proceso de difusión respecto al punto de saturación del poro.

Realizar un análisis entre porosidad primaria y secundaria respecto a la difusión que se realiza.

Por otra parte se podría complementar con un análisis entre las viscosidades y fricción de cada fluido empleado para la tesis.

Establecer parámetros para las lutitas bituminosas y observar el comportamiento de la difusión en el medio poroso de este tipo de rocas.

Finalmente la elaboración de una parte experimental, con el fin de complementar el trabajo teórico propuesto y descrito; con el fin de hacer una comparación entre las velocidades observadas y las velocidades estimadas mediante el modelo desarrollado.

Bibliografía

- [1] F. A. L. Dullien. Porus Media- Fluid transport and pore Structure. 1992.
- [2] T.O. Allen y Roberts A. P. Production Operations. I. Oil & Gas:220, 1982.
- [3] MANUEL LEZAETA ACHARAN. Medicina Natural al Alcance de Todos. Página 267, jan 2008.
- [4] Raúl Horacio López. *Caracterización de Medios Porosos y Procesos Percolativos y de Transporte*. PhD thesis, 2004.
- [5] D. Tiab. *Advances in Petrophysics*, volumen 1-Flow Units. McGraw Hill, 2000.
- [6] K. Moncada. Application of TDS technique to calculate vertical and horizontal permeabilities for vertical wells with partial completion and partial penetration. Maestro's thesis, Dic 2003.
- [7] MARIA BRUNA y S. JONATHAN CHAPMAN. DIFFUSION IN SPATIALLY VARYING POROUS MEDIA. *Fluid Dynamic*, 2:1-4, ene 2015.
- [8] Djebbar Tiab y Erle C. Donaldson. *Petrophysics*. ELSEVIER, 2nd Ed. edition, 2004.
- [9] Grimmett Geoffrey. *Percolation*. Cambridge University, 2nd Ed. edition, 2006.
- [10] José Hernández Rodríguez. *Estudio teórico-experimental del secado de medios porosos en presencia de esfuerzos*. Instituto Politecnico Nacional, oct 2006.
- [11] Thomas Montoya. *La serie de Taylor*. Universidad de Salamanca, 2005.
- [12] Guido van Rossum. El tutorial de Python. sep 2009.
- [13] Thomas Williams y Colin Kelley. Gnuplot. 2014.
- [14] L. Sanders. *A manual of Field Hydrogeology*. Prentice Hall, 1998.
- [15] C.W. Fetter. *Applied Hydrogeology*. Cambridge University, 4° edition, 2001.