



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

EXCITACIÓN DE MODOS HÍBRIDOS FOTÓNICOS
PLASMÓNICOS EN METAMATERIALES
HIPERBÓLICOS

Tesis presentada al

Posgrado en Física Aplicada

como requisito parcial para la obtención del grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

por

Jonathan Ramírez Aragón

Asesorado por

Ricardo Téllez Limón

Maximino Luis Arroyo Carrasco

Puebla Pue.
1 de febrero de 2024



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

EXCITACIÓN DE MODOS HÍBRIDOS FOTÓNICOS
PLASMÓNICOS EN METAMATERIALES
HIPERBÓLICOS

Tesis presentada al

Posgrado en Física Aplicada

como requisito parcial para la obtención del grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

por

Jonathan Ramírez Aragón

Asesorado por

Ricardo Téllez Limón

Maximino Luis Arroyo Carrasco

Puebla Pue.
1 de febrero de 2024

Título: EXCITACIÓN DE MODOS HÍBRIDOS FOTÓNICOS
PLASMÓNICOS EN METAMATERIALES HIPERBÓLICOS

Estudiante: JONATHAN RAMÍREZ ARAGÓN

COMITÉ

Marcela Maribel Méndez Otero
Presidente

Víctor Manuel Altuzar Aguilar
Secretario

Víctor Manuel Coello Cárdenas
Vocal

Maximino Luis Arroyo Carrasco
Asesor

Ricardo Téllez Limón
Asesor

Índice general

Resumen	XI
1. Introducción	1
1.1. Objetivos	4
1.2. Organización de la tesis	5
2. Metamateriales hiperbólicos	7
2.1. Ecuaciones de Maxwell	7
2.2. Conducción eléctrica en medios materiales	8
2.3. Condiciones de frontera en una interface	11
2.4. Propagación de ondas en medios materiales	12
2.4.1. Propagación de ondas en medios isotrópicos	13
2.4.2. Propagación de ondas en medios anisótropos	13
2.5. Metamateriales	15
2.6. Metamateriales ópticos hiperbólicos	17
3. Modos híbridos fotónico-plasmónicos	19
3.1. Modos en estructuras Metal-Dieléctrico	19
3.1.1. Ondas electromagnéticas en una interface	19
3.1.2. Relación de dispersión de un plasmón polaritón de superficie	23
3.1.3. Excitación de <i>SPP</i> 's mediante la configuración de Kretschmann	24
3.1.4. Ondas electromagnéticas en N interfaces	25
3.2. Modos híbridos fotónico-plasmónicos	27
4. Métodos Numéricos	29
4.1. Método de la matriz T	29
4.1.1. Relación de dispersión	29
4.1.2. Reflexión y transmisión	31
4.2. Método de Newton-Raphson	33
4.3. Excitación de modos con fuente puntual	35
5. Excitación de modos híbridos fotónico-plasmónicos en metamateriales hiperbólicos	39
5.1. Descripción del sistema multicapa	39
5.2. Relación de dispersión	40
5.3. Excitación de modos híbridos fotónico-plasmónicos mediante fuente dipolar	42
6. Caracterización experimental de metamateriales hiperbólicos	45
6.1. Reflexión totalmente atenuada en configuración de Kretschmann	45
6.1.1. Arreglo experimental	47
6.2. Dependencia angular de los espectros de reflexión	49

7. Conclusiones	53
A. Programas	55
A.1. Código para obtener los mapas de dispersión de MMH	55
A.2. Código para obtener los mapas de reflectancia de <i>MMH</i>	58
Bibliografía	61

Índice de figuras

2.1.	Valores de la parte real e imaginaria de la función dieléctrica del oro en función de la longitud de onda de iluminación λ . El color azul representa la parte imaginaria. El color negro la parte real. Las curvas continuas son reproducidas mediante las constantes determinadas por Greosges y Barchiesi en [10] de la ecuación (2.23). Las líneas segmentadas corresponden al modelo de Drude para el <i>Au</i> . Los puntos en la gráfica son los datos experimentales obtenidos por Johnson y Christy de la función dieléctrica del oro reportados en [28]	11
2.2.	(a) Vista isométrica de una caja de píldora imaginaria centrada en su altura en una interface que separa dos medios con distinto índice de refracción. (b) Vista frontal de una caja de píldora imaginaria centrada en su altura en una interface que separa dos medios con distinto índice de refracción.	11
2.3.	(a) Superficie de isofrecuencias para la propagación de ondas planas en un medio isótropo (polarización TE) en el k -espacio. (b) Superficie de isofrecuencias para ondas planas propagándose en un medio anisótropo uniaxial (polarización TM) en el k -espacio.	15
2.4.	Fenómenos relevantes en medios con índice de refracción negativo. a) Refracción de un rayo de luz que viaja de un medio con índice de refracción positivo a otro con índice de refracción negativo. b) Ortogonalidad de los campos eléctrico E y magnético H con el vector de onda k de una onda plana viajando en un medio con índice de refracción positivo (parte izquierda de esta imagen) y viajando en un medio con índice de refracción negativo (parte derecha). En la misma se puede notar el antiparalelismo entre el vector de onda k y el vector de Poynting S .	16
2.5.	Superficies de isofrecuencias para un metamaterial hiperbólico en función de las componentes del vector de onda k_x , k_y y k_z respecto al sistema coordenado (x, y, z) respectivamente cuando (a) $\epsilon_{\perp} > 0$ y $\epsilon_{\parallel} < 0$ y (b) $\epsilon_{\perp} < 0$ y $\epsilon_{\parallel} > 0$.	17
3.1.	Esquema del campo electromagnético para la propagación de una onda plana entre dos medios de permitividad ϵ_1 y ϵ_2 con polarización transversal eléctrica.	20
3.2.	Esquema del campo electromagnético para la propagación de una onda plana entre dos medios de permitividad ϵ_1 y ϵ_2 con polarización transversal magnética.	21
3.3.	Esquema de la configuración de Kretschmann [2] para excitar plasmones polaritones de superficie experimentalmente.	24
3.4.	Esquema de un sistema multicapas que alterna películas delgadas metálicas y dieléctricas. ϵ_m representa la función dieléctrica del metal, ϵ_d es la constante dieléctrica del elemento dieléctrico, las componentes metálicas se muestran en color gris mientras que los elementos dieléctricos en color púrpura, ϵ_s es la permitividad del sustrato (compuesto por un material dieléctrico) y ϵ_{sp} la permitividad del superestrato (usualmente aire).	25

4.1. Mapa de dispersión para un sistema multicapas de 6 películas que intercala Au y TiO_2 con fracción de llenado $p = 0,8$ y periodo $W = 50$ nm. El sustrato de vidrio ($n_{sub} = 1,5168$) y el sustrato es de aire $n_{sup} = 1$	31
4.2. Mapa de reflectancia para un sistema multicapas de 6 películas que intercala oro y dióxido de titanio con fracción de llenado $p = 0,5$ y periodo $W = 40$ nm puesto en un sustrato de vidrio y un sustrato de aire semi-infinitos en función del ángulo de incidencia θ_{inc} y la longitud de onda de iluminación λ . La línea vertical segmentada de color negro es el ángulo crítico descrito por la ecuación (4.21). . . .	33
4.3. Método de Newton-Rapshon aplicado a un sistema multicapas de $N = 6$ películas con periodo $W = 80$ nm y fracción de llenado $p = 0,5$. La línea punteada es la relación de dispersión de ondas planas viajando en aire, la segmentada de color negro es la relación de dispersión para ondas viajando en vidrio y la de color azul la de ondas viajando en TiO_2 . Los modos obtenidos mediante el método son los puntos de color azul mostrados en el mapa.	35
4.4. Esquema del diseño del metamaterial óptico hiperbólico empleado en CST para ver el valor absoluto del campo electromagnético en el sistema al ser radiado por un dipolo. El dipolo está construido por dos elementos semiesféricos con la propiedad de ser conductores y ambos están unidos por un cable conductor que transporta una corriente I por él. El sistema multicapas tiene un periodo $W = 50$ nm con una fracción de llenado $p = 0,4$. El sistema de coordenadas está alineado a lo largo y ancho de todo el sistema en (x,y) respectivamente, z representa la altura del sistema y $z = 0$ corresponde a la base de la primer película de oro contando desde el sustrato. El ancho y largo del sistema es de $2 \mu m$, el largo del dipolo es de 20 nm y el ancho de 10 nm, la escala del dipolo en la Figura no corresponde a la visualización real del diseño en la simulación, se amplió el elemento por motivos visuales. La distancia d a la que se colocó el dipolo del metamaterial es de 10 nm.	36
5.1. Configuración del sistema multicapas empleado para estudiar la hibridación de modos fotónico-plasmónicos en metamateriales ópticos hiperbólicos compuestos de Au y TiO_2 con permitividades ϵ_{Au} y ϵ_{TiO_2} respectivamente. El sistema multicapa se encuentra sobre una película de cromo con permitividad ϵ_{Cr} y espesor d_{Cr} . El sistema multicapa con la película de cromo descrito se encuentra entre dos medios cuyo espesor es mucho mayor que la longitud de iluminación de la onda incidente. El sustrato, correspondiente a la zona de iluminación, está compuesto por vidrio con permitividad ϵ_{sub} y el sustrato es aire, con permitividad ϵ_{sup}	40
5.2. Mapas de dispersión para diversos metamateriales ópticos hiperbólicos. En cada mapa se muestran las características del sistema multicapas como el número de capas N , periodo W y fracción de llenado p	41
5.3. Distribución del valor absoluto del campo eléctrico en un corte transversal en $y = 0 \mu m$ cuando el dipolo irradia a una longitud de onda $\lambda = 600$ nm.	43
5.4. Distribución del valor absoluto del campo eléctrico en un corte transversal en $y = 0 \mu m$ cuando el dipolo irradia a una longitud de onda $\lambda = 650$ nm.	43
5.5. Distribución del valor absoluto del campo eléctrico en un corte transversal en $y = 0 \mu m$ cuando el dipolo irradia a una longitud de onda $\lambda = 700$ nm.	43
6.1. Esquema del posicionamiento del sistema multicapas sobre el prisma óptico de material BK7 para caracterizar su reflectancia mediante la configuración de Kretschmann.	46
6.2. Fotografías de metamateriales hiperbólicos correspondientes a (a) muestra 4 ($N = 6$, $W = 50$ nm y $p = 0,5$) y (b) muestra 2 ($N = 6$, $W = 40$ nm y $p = 0,5$).	47
6.3. Esquema de la configuración de Kretschmann empleado para obtener las curvas de reflectancia de los $MMH'S$ de la Tabla 1.	47

6.4. Arreglo experimental realizado en el laboratorio de metafotónica UFM CICESE para obtener los mapas de reflectancia de metamateriales ópticos hiperbólicos. El prisma se encuentra en la montura circular color naranja.	48
6.5. Espectro de reflectancia normalizado obtenido de manera experimental (izquierda) y numérica (derecha) para un sistema multicapa de $N = 6$ películas, periodo $W = 40$ nm y fracción de llenado $p = 0,4$	49
6.6. Espectro de reflectancia normalizado obtenido de manera experimental (izquierda) y numérica (derecha) para un sistema multicapa de $N = 6$ películas, periodo $W = 40$ nm y fracción de llenado $p = 0,5$	49
6.7. Espectro de reflectancia normalizado obtenido de manera experimental (izquierda) y numérica (derecha) para un sistema multicapa de $N = 6$ películas, periodo $W = 50$ nm y fracción de llenado $p = 0,4$	50
6.8. Espectro de reflectancia normalizado obtenido de manera experimental (izquierda) y numérica (derecha) para un sistema multicapa de $N = 6$ películas, periodo $W = 50$ nm y fracción de llenado $p = 0,5$	50
6.9. Espectro de reflectancia normalizado obtenido de manera experimental (izquierda) y numérica (derecha) para un sistema multicapa de $N = 6$ películas, periodo $W = 70$ nm y fracción de llenado $p = 0,5$	50
6.10. Curvas de reflectancia experimental y teórica a una longitud de onda λ fija en función de θ_{inc}	51
6.11. Curvas de reflectancia experimental y teórica a una longitud de onda λ fija en función de θ_{inc}	51
6.12. Curvas de reflectancia experimental y teórica a una longitud de onda λ fija en función de θ_{inc}	52

Resumen

En este trabajo se presenta un estudio teórico, numérico y experimental sobre las condiciones de excitación de modos híbridos fotónico-plasmónicos en metamateriales hiperbólicos. Los metamateriales hiperbólicos bajo estudio consistieron en arreglos multicapa que alternan periódicamente películas delgadas de Oro (metal) y Dióxido de Titanio (dieléctrico). Los parámetros de diseño de los metamateriales (periodo, espesor de las películas y fracción de llenado) fueron determinados a partir de la relación de dispersión para el sistema multicapa. La solución a esta relación de dispersión se obtuvo mediante el método de la matriz T (matriz de transmitancia) en combinación con el método de Newton-Raphson. Se presentan diseños de metamateriales hiperbólicos cuyas curvas de dispersión muestran modos híbridos fotónico-plasmónicos, así como las condiciones necesarias para su excitación. Así mismo, se muestran mapas de campo cercano de la luz acoplada a dichos metamateriales cuando son iluminados con una fuente dipolar.

De manera experimental, se midieron los espectros de reflectancia, en función del ángulo de incidencia de la luz, empleando un arreglo de reflexión totalmente atenuada en configuración de Kretschmann. Los resultados experimentales fueron comparados con los espectros de reflectancia obtenidos numéricamente mediante el método de la matriz T.

Finalmente, se demuestra que la generación de modos híbridos fotónico-plasmónicos en los metamateriales hiperbólicos estudiados en este trabajo se excitan de forma experimental mediante el acoplamiento de una guía de onda dieléctrica de TiO_2 sobre el que se coloca el sistema multicapas.

Capítulo 1

Introducción

La óptica tiene como uno de sus objetivos fundamentales entender y modelar los fenómenos físicos que ocurren cuando existe interacción entre luz y materia. Por mencionar algunos de ellos están la reflexión, refracción, difracción, dispersión, absorción y esparcimiento de luz debida a un medio. Un parámetro que permite describir los procesos anteriores es el índice de refracción, en él se encuentra la información de cómo las cargas libres y ligadas de un medio afectan y son afectadas por la presencia de un campo electromagnético.

Por definición, el índice de refracción es la raíz cuadrada del producto de la permitividad y permeabilidad. El primero describe la capacidad que tienen los electrones de un medio para modificar un campo eléctrico, mientras que el segundo es una analogía del primero aplicado para un campo magnético. Para medios homogéneos e isotrópicos, la permitividad es una función compleja que depende de la longitud de onda. La parte real de la permitividad alude a la polarizabilidad del material y la parte imaginaria está relacionada con la disipación de las cargas en el mismo.

Hasta mitades del siglo XX, no se había pensado en un índice de refracción con un valor negativo, ya que los materiales existentes no presentaban dicha propiedad. Fue hasta 1968 cuando Victor Veselago presenta un estudio teórico en el que propone un valor negativo de la permitividad y permeabilidad para obtener un valor negativo del índice de refracción [1]. De su trabajo surgen interesantes propiedades, una de ellas es que al emplear la ley de Snell en un medio con índice negativo se llega al fenómeno conocido como *refracción negativa*, además, en estos sistemas el vector de propagación de la luz en el medio con el vector de poynting son antiparalelos. Victor Veselago encontró que la propagación de ondas planas y el vector de onda dentro de estos materiales forman un conjunto ortogonal que sigue una analogía con la regla de la mano derecha para ondas planas en medios con índice de refracción positivo, pero empleando la mano izquierda en su lugar, por la característica anterior Veselago los denominó como *materiales zurdos*.

El signo que tiene la parte real de la permitividad en los materiales define propiedades interesantes, por ejemplo: en la interface plana entre dos medios donde la permitividad difiere de signo, si la interface es iluminada con polarización transversal magnética (Modo TM), existen ondas que viajan a lo largo de la interface entre dos medios y decaen de manera exponencial en la dirección ortogonal a dicha interface. A este fenómeno se le conoce como plasmón polaritón de superficie, el cual ocurre experimentalmente en la frontera entre un material dieléctrico y un material metálico. Experimentalmente, los plasmones polaritones de superficie pueden ser excitados empleando la configuración de Kretschmann [2] o la configuración de Otto [3].

Sir John Pendry en el año de 1996 publica un trabajo en el que propone estructuras nanométricas metálicas con forma de alambre en las que encuentra propiedades interesantes [4], la estructura en cuestión genera plasmones en una región de frecuencias correspondiente al infrarrojo lejano. La mayoría de los sistemas conocidos hasta ese momento generaban plasmones en el rango óptico de frecuencias. El trabajo de John Pendry es la prueba de que al cambiar la estructura de un material, es posible modificar de manera significativa sus propiedades ópticas. Trabajos teóricos de científicos como los publicados por Eli Yablonovitch [5] y Sheldon Schultz [6], mostraban arreglos de anillos y alambres con diferentes distribuciones para generar plasmones en el rango de frecuencias correspondiente a las microondas, sin embargo, el primero en lograr realizar un arreglo experimental fue Sheldon Schultz en el año 2001 [7] mediante arreglos de anillos metálicos concéntricos.

Los estudios anteriores mostraron que mediante la fabricación y diseño de materiales se pueden controlar sus propiedades ópticas, dando como resultado fenómenos controlados que no son vistos en materiales que se encuentran de forma natural. A este tipo de medios se les conoce como *Metamateriales*, y deben su nombre a Rodger Walser, quien publicó por primera vez un estudio empleando dicha palabra y definiéndola de la siguiente manera: "*Los metamateriales se denominan así para reconocer y enfatizar su propósito, que es lograr un rendimiento del material más allá de las limitaciones de los compuestos convencionales*"[8], es por esto, que el arreglo experimental reportado por Sheldon Schultz en 2001 [7], es considerado el primer metamaterial fabricado.

En el vasto campo de los metamateriales, se encuentran los denominados **metamateriales ópticos hiperbólicos**. Son conocidos así porque la solución de la relación de dispersión para este tipo de medios es una superficie descrita por una hipérbola que dependiendo de la dirección de propagación del campo dentro del medio y su polarización puede ser de una o dos hojas [9]. Además, los *metamateriales ópticos hiperbólicos* permiten la propagación de ondas cuya norma del vector de propagación es mayor en comparación al valor que presenta cuando viaja en el vacío, esto se debe a que su tensor de permitividad posee una anisotropía extrema entre sus componentes principales, esto es, hay un cambio de signo en la parte real de los elementos de dicho tensor. De la literatura se sabe que en el rango óptico del espectro visible, la parte real de la función dieléctrica de los metales nobles tienen un valor negativo, mientras que para los dieléctricos se obtiene un valor positivo [10], así, los metamateriales ópticos hiperbólicos presentan una combinación de estas propiedades ópticas que dependen de la dirección de propagación y polarización del campo electromagnético que incide en el metamaterial.

Los *metamateriales ópticos hiperbólicos* pueden comportarse como metales o dieléctricos dependiendo de la orientación y polarización del campo electromagnético dentro del medio. Una forma de obtener este sistema es mediante arreglos multicapa que alternan películas delgadas metálicas y dieléctricas [11]. El estudio de la propagación de ondas electromagnéticas en medios estratificados como lo son los sistemas multicapa se puede hacer mediante la teoría del medio efectivo, donde la restricción física para la configuración es que exista un número infinito de películas con un periodo menor a la longitud de onda con la que se ilumina el medio multicapa, esta teoría toma a todo el sistema como si la luz pasara por un solo sistema con un índice de refracción efectivo que carga con la información de los índices de cada uno de los componentes constituyentes [12]. Como los sistemas físicamente son finitos, una alternativa para estudiar sus propiedades (reflexión, transmisión y curvas de dispersión) es mediante el método de la matriz de transmitancia o matriz T [13], que es una aproximación paraxial por no considerar múltiples reflexiones en películas delgadas. Este método describe la propagación de luz en medios compuestos por un número determinado de películas donde el espesor de cada componente es menor a la longitud de onda con la que se ilumina al sistema, el método debe su nombre a que las condiciones de frontera de los campos electromagnéticos de cada interface se expresan mediante una matriz, con lo que la

información de los campos transmitidos o reflejados se obtiene de forma recursiva mediante una multiplicación de matrices conociendo la expresión del campo de entrada y el índice de refracción de cada medio. Para un sistema multicapa unidimensional periódico, esto es, compuesto por un número par de películas, donde una determinada cantidad de ellas se repite periódicamente, es posible determinar los coeficientes de Fresnell mediante el método de la matriz T, así como obtener mapas de la relación de dispersión que indican los modos propios del sistema dependiendo del número de películas del sistema y la polarización del campo electromagnético incidente [12]. Los sistemas multicapa que estén conformados por tres o más de tres películas no cuentan con solución analítica para su relación de dispersión, es por ello que se requiere de un tratamiento numérico para poder obtener las soluciones aproximadas [14].

Como es bien sabido, las guías de onda dieléctricas permiten la propagación de luz para la transportación de información, el ejemplo más cotidiano es la fibra óptica [15]. Como su nombre lo dice, están compuestas por elementos dieléctricos, en el caso más sencillo están formadas por dos elementos, el primero es el núcleo, donde la luz será guiada y es confinada mediante un segundo medio conocido como revestimiento cuyo índice de refracción es menor que el del núcleo, para que las ondas electromagnéticas estén confinadas por reflexión total interna. Las soluciones a la relación de dispersión de las guías fotónicas son conocidas como modos fotónicos. Otro tipo interesante de configuración, son las denominadas guías de onda plasmónicas, que son sistemas compuestos de películas planas que alternan materiales metálicos y dieléctricos, donde cada espesor de las películas es menor en comparación a la longitud de onda que ilumina el sistema. Estas guías de onda permiten la propagación de modos plasmónicos, las cuales tienen la característica de viajar a lo largo de la interface entre un elemento metálico y uno dieléctrico con la característica de que la amplitud del campo es evanescente en la dirección normal a la interface. Si una guía de onda plasmónica está compuesta por varias interfaces metal-dieléctrico los plasmones polaritones de superficie en cada interface del sistema puedan tener interacción entre si en función del espesor de cada película [17].

Lo anterior hace pensar en combinar estos dos tipos de guías para formar un sistema híbrido que permita la propagación de luz (modo fotónico) en los elementos dieléctricos del sistema y a su vez excite plasmones polaritones de superficie. Este tipo de guías son conocidas como guías de onda fotónico-plasmónicas. Los *metamateriales ópticos hiperbólicos* son sistemas adecuados para la excitación de modos híbridos fotónico plasmónicos [18]. Dependiendo de la composición química de las películas que formen el sistema, el espesor de cada una y el número total que conforma el mismo será posible acoplar el modo de una guía de onda fotónica con el modo plasmónico de alguna o algunas de las interfaces, obteniendo como resultado modos híbridos fotónico-plasmónicos.

Describir de forma teórica los metamateriales ópticos hiperbólicos mediante el método de la matriz T permite determinar si dicho sistema puede soportar modos híbridos fotónico-plasmónicos. Los mapas de dispersión del sistema multicapas permiten diseñar un sistema que soporte modos híbridos fotónico-plasmónicos en un intervalo del espectro electromagnético de interés. Como los sistemas estudiados soportan modos plasmónicos caracterizar su comportamiento de forma experimental se hace mediante la configuración de Kretschmann [2] para obtener las curvas de reflectancia y compararlas con las curvas de reflectancia obtenidas del método de la matriz T.

La miniaturización de sistemas ópticos es relevante en la actualidad por las ventajas que ofrecen, una de ellas es la implementación de estos sistemas en dispositivos tecnológicos [20], ya que la transferencia de información mediante luz se hace con mayor velocidad y con menor pérdida de energía en comparación con dispositivos electrónicos. La elección de materiales y el diseño de los componentes permiten obtener características físicas que no están presentes de forma natural, así,

se obtienen los llamados *metamateriales ópticos*, que se caracterizan por tener un comportamiento físico más allá de lo estudiado en sistemas que se encuentran presentes en la naturaleza.

Esta tesis se enfoca en el estudio de los metamateriales ópticos hiperbólicos, que tienen como ventaja la propagación de luz con números de onda mayores en comparación con su valor cuando la luz se propaga en el vacío [21]. Los metamateriales ópticos hiperbólicos estudiados en esta tesis son sistemas multicapa que alternan películas delgadas metálicas y dieléctricas. Este tipo de sistemas permiten la excitación de plasmones polaritones de superficie, por lo que son candidatos a ser empleados en sistemas de sensado óptico [22]. Así mismo, es posible excitar modos fotónicos en los metamateriales ópticos hiperbólicos que bajo ciertas condiciones, se pueden acoplar a los plasmones polaritones de superficie logrando obtener un modo híbrido fotónico-plasmónico. Para excitar modos híbridos fotónico-plasmónicos se necesita determinar la constante de propagación que excita el modo fotónico y el plasmónico en un mismo valor. La relación de dispersión para los sistemas multicapa no cuenta con soluciones analíticas cuando el número de interfaces es mayor a dos, es por ello que esta tesis presenta un estudio numérico y experimental de este tipo de sistemas para determinar las condiciones de existencia de los modos híbridos fotónico-plasmónicos.

1.1. Objetivos

General:

Estudiar la excitación evanescente de modos híbridos fotónico-plasmónicos en metamateriales ópticos hiperbólicos empleando sistemas multicapa que alternan películas delgadas de Oro y Dióxido de titanio diseñados para trabajar en el espectro visible usando la configuración experimental de Kretschmann.

Específicos:

- Estudiar modelos dispersivos para modelar la permitividad de los metales nobles.
- Emplear métodos numéricos para determinar la relación de dispersión de sistemas multicapa que alternan películas metálicas y dieléctricas con la finalidad de determinar los modos soportados.
- Diseñar metamateriales hiperbólicos multicapa compuestos de oro y dióxido de titanio que soporten modos híbridos fotónico-plasmónicos trabajando en el espectro visible mediante el análisis de las curvas de dispersión del sistema.
- Determinar las condiciones de iluminación necesarias para excitar modos híbridos fotónico-plasmónicos en metamateriales hiperbólicos.
- Medir experimentalmente las curvas de reflectancia de metamateriales hiperbólicos multicapa mediante la técnica de reflexión totalmente atenuada de amplio espectro mediante la configuración de Kretschmann.
- Comparar los resultados obtenidos de manera teórica y experimental para verificar las condiciones requeridas para excitar modos híbridos fotónicos-plasmónicos en metamateriales hiperbólicos multicapa.

Este trabajo se realizó de manera colaborativa con investigadores de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), la Unidad Foránea Monterrey del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE) y la Université de Technologie de Troyes, Francia.

1.2. Organización de la tesis

En el capítulo 2 se presenta la teoría necesaria que sustenta este trabajo de tesis comenzando por las ecuaciones de Maxwell, que gobiernan la propagación de radiación electromagnética en medios materiales. También se presentan los modelos fundamentales que describen la conducción eléctrica en los metales y la descripción de las cargas ligadas en los medios dieléctricos. Mediante los modelos de conducción y la teoría de Maxwell se muestran las condiciones de frontera de ondas electromagnéticas cuando pasan de un medio a otro con propiedades ópticas distintas. Con los fundamentos anteriores, se estudia la propagación de luz en medios isótropos y anisótropos con la finalidad de definir que es un metamaterial óptico hiperbólico.

El capítulo 3 se centra en el estudio de modos en estructuras metal-dieléctrico. Se presenta en primer lugar la teoría que describe los modos soportados por una interface compuesta entre un metal y un dieléctrico, con lo que se llega a obtener la expresión de la relación de dispersión del plasmón polaritón de superficie. Seguido, se muestra una técnica experimental empleada para generar plasmones polaritones de superficie, conocida como configuración de Kretschmann. Para finalizar, se muestra el método de la matriz T para determinar la propagación de ondas planas en medios estratificados como lo son los sistemas multicapa compuestos de películas planas delgadas y la generación de modos híbridos fotónico-plasmónicos.

En el capítulo 4 se muestran métodos numéricos empleados para obtener los mapas de la relación de dispersión para metamateriales ópticos hiperbólicos compuestos de sistemas multicapa de películas planas delgadas que intercalan oro y dióxido de titanio. Mediante el método de la matriz T se obtienen formas de determinar de forma numérica las curvas de reflectancia y transmitancia del sistema multicapas. También se revisa el método de Newton-Raphson para buscar soluciones numéricas a la relación de dispersión. Finalmente, se describe el proceso empleado en el software comercial CST Studio suite para determinar el valor absoluto del campo dentro del sistema.

El capítulo 5 muestra la descripción de los sistemas multicapa compuestos por oro y dióxido de titanio que muestran una hibridación de modos en sus mapas que contienen la información de la relación de dispersión y se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas en el software comercial CST Studio suite.

En el capítulo 6 se muestra la descripción del arreglo experimental empleado para obtener de manera experimental los mapas de reflectancia de las muestras otorgadas por la Universidad Tecnológica de Troyes, Francia. Se describen los elementos ópticos empleados así como la configuración empleada en el laboratorio para caracterizar las muestras mediante la técnica de reflexión totalmente atenuada.

En el capítulo 7 se muestran las conclusiones obtenidas de la realización de este trabajo.

Capítulo 2

Metamateriales hiperbólicos

En este capítulo se presenta la teoría electromagnética empleada para describir el comportamiento de los electrones libres y ligados en metales y dieléctricos. Se muestra el estudio del comportamiento de medios isótropos y anisótropos cuando son iluminados con ondas planas. Finalmente, se da la definición de "*metamaterial*" para llegar a describir lo que es un "*metamaterial hiperbólico*".

2.1. Ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell para medios materiales son 4 expresiones algebraicas que relacionan cuatro campos macroscópicos [24], $\mathbf{E}$ (campo eléctrico), $\mathbf{D}$ (desplazamiento eléctrico), $\mathbf{H}$ (campo magnético) y $\mathbf{B}$ (inducción magnética). Las ecuaciones de Maxwell tienen dos expresiones posibles de usar, la forma integral y la forma diferencial, depende del problema la conveniencia de emplear alguna forma. Su expresión diferencial es la siguiente:

$$\text{Ley de Gauss} \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (2.1)$$

$$\text{Ley de Gauss magnética} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.2)$$

$$\text{Ley de Faraday} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.3)$$

$$\text{Ley de Ampère} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (2.4)$$

donde ρ y $\mathbf{J}$ son la carga y densidad de corriente. Los cuatro campos macroscópicos están relacionados por la polarización $\mathbf{P}$ y la magnetización $\mathbf{M}$ [24].

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}; \quad \mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M}, \quad (2.5)$$

donde ϵ_0 y μ_0 son la permitividad y permeabilidad en el vacío. Las expresiones anteriores se emplean para estudiar los campos electromagnéticos junto con la ley de conservación de las cargas, que se pone a continuación:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (2.6)$$

Para materiales no magnéticos el valor de la magnetización es nulo, por lo tanto no tiene aportación en la ecuación (2.5). Para medios isótropos y lineales las relaciones constitutivas se definen de la siguiente forma:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}; \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}, \quad (2.7)$$

donde ϵ y μ son la permitividad y permeabilidad del material. La relación constitutiva entre el campo eléctrico y la densidad de corriente se define como:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad (2.8)$$

donde σ representa la conductividad eléctrica.

La respuesta de materiales a estímulos ópticos depende de la frecuencia ω y del vector de onda $\mathbf{k}$ con el que se ilumine. Mediante teoría de Fourier se puede descomponer el campo óptico en una suma de ondas planas, de ese modo, el desplazamiento eléctrico y la densidad de corriente se pueden representar en el dominio de Fourier de la siguiente forma:

$$\mathbf{D}(\mathbf{k}, \omega) = \epsilon_0 \epsilon(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega), \quad (2.9)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega) = \sigma(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{E}. \quad (2.10)$$

Empleando las ecuaciones (2.5), (2.6), (2.9) y (2.10) se obtiene la expresión que relaciona la permitividad también llamada *función dieléctrica* con la conductividad [25].

$$\epsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \frac{i\sigma(\mathbf{k}, \omega)}{\epsilon_0 \omega}. \quad (2.11)$$

2.2. Conducción eléctrica en medios materiales

Cuando un medio material es excitado por ondas electromagnéticas, dependiendo de la polarización y composición química del medio habrá un determinado transporte de electrones. Para medios con una cantidad baja de electrones libres como lo son los dieléctricos, también ocurren fenómenos interesantes si se analizan las afectaciones que causan y son causadas por la interacción del campo electromagnético incidente con las cargas ligadas del medio. Diversos modelos de conducción eléctrica han sido propuestos para medios específicos, como lo son los materiales metálicos y dieléctricos. Para metales, el modelo de Drude explica la conducción de los electrones libres de los metales causada por la presencia de campos electromagnéticos. La interacción entre las cargas ligadas y los campos electromagnéticos en medios dieléctricos es descrito por el modelo de Lorentz. Una descripción más general que involucra a las cargas libres y ligadas en los medios es una combinación de ambas teorías, denominados modelos de tipo Drude-Lorentz.

Modelo de Drude

La función dieléctrica $\epsilon(\mathbf{k}, \omega)$ de un material no depende del vector de propagación $\mathbf{k}$ si el medio es isótropo, esto es, el campo percibe el mismo índice de refracción sin importar su orientación de incidencia respecto a un medio, por tal motivo $\epsilon(\mathbf{k}, \omega) = \epsilon(\omega)$.

Como punto de partida, el estudio del comportamiento de los electrones libres en un metal comienza con el modelo de Drude, donde se asume que los electrones libres del mismo se comportan como un conjunto cuando interactúan con un campo electromagnético incidente, a este conjunto de electrones se le denomina *nube electrónica*. En este modelo los iones (núcleo y electrones cercanos al mismo) del material se encuentran fijos en posiciones específicas que dependen de la composición química del medio, además, no se consideran las interacciones de repulsión entre los electrones libres o de atracción entre los electrones libres con los iones.

Denotamos la cantidad de electrones libres en un material por n . Si un estímulo externo $\mathbf{E}$ es aplicado al material, los electrones comenzarán a moverse dependiendo de la longitud de onda de

$\mathbf{E}$ y su polarización. Dicho movimiento se verá afectado por las colisiones que se dan entre los electrones libres y los iones fijos del medio, por lo tanto, su movimiento estará amortiguado por una constante $\gamma = \frac{1}{\tau}$ donde τ es el tiempo de relajación, que corresponde al tiempo promedio en el que ocurre una colisión entre un electrón libre con un ión.

La ecuación diferencial que gobierna el movimiento de un electrón libre causado por el estímulo de un campo aplicado es:

$$m\ddot{\mathbf{x}} + m\tau\dot{\mathbf{x}} = -e\mathbf{E}, \quad (2.12)$$

donde m y e son la masa y carga del electrón, respectivamente. Para determinar la posición del electrón, supongamos que el campo tiene una dependencia armónica en el tiempo, esto es, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t}$, de modo que el movimiento del electrón también debe ser armónico en el tiempo, por lo que la solución debe tener la forma $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 e^{-i\omega t}$. Así, la solución de la ecuación (2.12) está dada por la siguiente expresión:

$$\mathbf{x} = \frac{e}{m(\omega^2 + i\gamma\omega)} \mathbf{E}. \quad (2.13)$$

El movimiento de los electrones polariza el material mediante la expresión $\mathbf{P} = -n e \mathbf{x}$, que de manera explícita es:

$$\mathbf{P} = -\frac{ne^2}{m(\omega^2 + i\gamma\omega)} \mathbf{E}. \quad (2.14)$$

Empleando la relación constitutiva entre el campo eléctrico $\mathbf{E}$ y el desplazamiento eléctrico $\mathbf{D}$ de la ecuación (2.5) junto con la expresión para la polarización del material se obtiene la expresión entre $\mathbf{D}$ y $\mathbf{E}$ que depende de la frecuencia de iluminación ω :

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega} \right) \mathbf{E}, \quad \text{donde} \quad \omega_p = \frac{ne^2}{\epsilon_0 m}. \quad (2.15)$$

La frecuencia de plasma ω_p caracteriza las oscilaciones colectivas de los electrones libres presentes en los conductores. De la ecuación (2.15) y (2.7) se puede llegar a la expresión de la función dieléctrica:

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega}. \quad (2.16)$$

Este modelo funciona para frecuencias de iluminación menores a la frecuencia de plasma $\omega < \omega_p$, ya que, para frecuencias mayores, ocurren fenómenos que no son considerados por el modelo.

Modelo de Lorentz

El modelo de Lorentz estima el comportamiento de los electrones ligados a su núcleo en materiales dieléctricos. En este modelo la fuerza que ejerce el núcleo al electrón es restitutiva, también está presente una fuerza amortiguadora proporcional a la velocidad del electrón y por último un impulso externo que describe la forma de un campo electromagnético que interactúa con el material. La ecuación de movimiento de un electrón en el medio se describe por la siguiente ecuación:

$$m\ddot{\mathbf{x}} = -\zeta\dot{\mathbf{x}} - m\gamma\dot{\mathbf{x}} - e\mathbf{E}, \quad (2.17)$$

donde m y e son la masa y carga del electrón, ζ es la constante de la fuerza restitutiva y $\mathbf{E}$ es el campo eléctrico aplicado al medio. Tomando la definición del momento dipolar eléctrico como $\mathbf{p} = -e\mathbf{x}$ la ecuación (2.17) toma la siguiente forma:

$$m\ddot{\mathbf{p}} = -\zeta\dot{\mathbf{p}} - m\gamma\dot{\mathbf{p}} - e^2\mathbf{E}. \quad (2.18)$$

Si se propone una solución armónica de la forma $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 e^{-i\omega t}$ y un campo armónico $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t}$, la solución está dada por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{p} = \frac{e^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \mathbf{E}, \quad (2.19)$$

donde $\omega_0^2 = \frac{\zeta}{m}$. La respuesta de n electrones en movimiento contribuyen a la polarización del material mediante la expresión $\mathbf{P} = n\mathbf{p}$.

Empleando la relación constitutiva entre $\mathbf{D}$ y $\mathbf{E}$ correspondiente a la ecuación (2.5) se obtiene la siguiente expresión:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \frac{ne^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \mathbf{E}. \quad (2.20)$$

Con la definición de la frecuencia de Lorentz $\omega_L^2 = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m}$, donde N representa la densidad de osciladores en el sistema, la ecuación (2.20) toma la siguiente forma:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \left(1 + \frac{\omega_L^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \right) \mathbf{E}. \quad (2.21)$$

Por lo tanto, la función dieléctrica del modelo de Lorentz es la siguiente:

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_L^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}. \quad (2.22)$$

Modelo de Drude-Lorentz

Las propiedades ópticas para metales nobles como el oro y la plata han sido estudiados y reportados en diversos trabajos cuando las dimensiones del medio son perceptibles a la vista o de orden superior a la longitud de onda incidente. Para metales nanoestructurados el modelo de Drude se ajusta bien con los datos experimentales obtenidos por Johnson y Christy sobre la parte real y compleja del índice de refracción para metales nobles, como el oro, la plata y el cobre [28] cuando son iluminados en el rango visible del espectro electromagnético. Es posible extender el modelo a frecuencias ópticas visibles combinando el modelo de Drude y el de Lorentz, tal como se muestra en la siguiente expresión:

$$\epsilon_{DL}(\omega) = \epsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma_D)} - \sum_j \frac{\Delta\epsilon_j \omega_{L,j}^2}{\omega^2 - \omega_{L,j}^2 + i\omega\gamma_L}. \quad (2.23)$$

El término alusivo al modelo de Lorentz de la ecuación (2.23) describe los saltos interbanda, es decir, la transición electrónica que se da de la banda de valencia a la banda de conducción debido a la presencia de fotones con frecuencias que sobrepasan la energía necesaria para pasar de una banda a otra. Barchiesi y Groses determinaron numéricamente la frecuencia de plasma ω_p , la frecuencia de Lorentz ω_L , las constantes de amortiguamiento γ_D y γ_L del modelo de Drude-Lorentz, además de la constante $\Delta\epsilon$ que se asocia a la fuerza del oscilador y ϵ_∞ que es la permitividad relativa para frecuencias altas [10].

En la Figura 2.1, se muestra la gráfica del modelo de Barchiesi y Greosges de la permitividad del oro comparada con los resultados experimentales reportados por Johnson y Christy. En la misma se muestra el modelo de Drude para la conducción de electrones libres en metales.

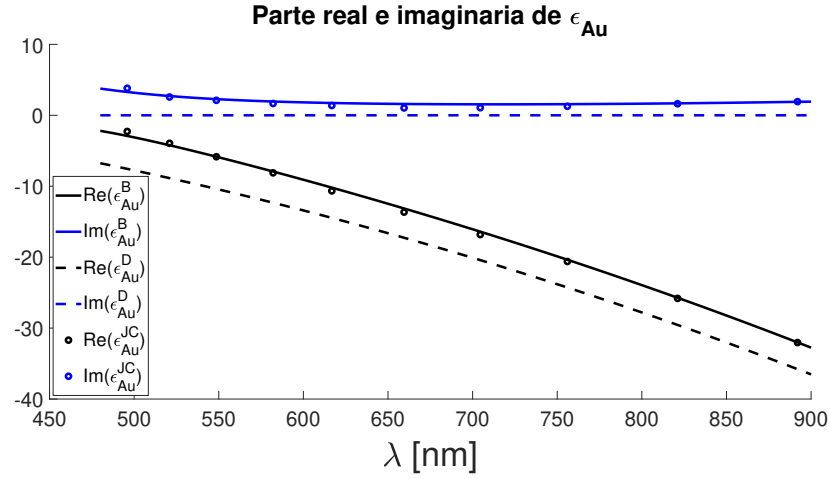


Figura 2.1: Valores de la parte real e imaginaria de la función dieléctrica del oro en función de la longitud de onda de iluminación λ . El color azul representa la parte imaginaria. El color negro la parte real. Las curvas continuas son reproducidas mediante las constantes determinadas por Greogsges y Barchiesi en [10] de la ecuación (2.23). Las líneas segmentadas corresponden al modelo de Drude para el Au . Los puntos en la gráfica son los datos experimentales obtenidos por Johnson y Christy de la función dieléctrica del oro reportados en [28]

2.3. Condiciones de frontera en una interface

Cuando la luz pasa de un medio a otro, existe un cambio en la ecuación de onda debido al cambio de permitividad entre ambos medios. En este apartado se estudia el comportamiento de los campos electromagnéticos cuando se encuentran en la frontera entre dos medios con diferente valor de permitividad.

La Figura 2.2 muestra la frontera entre dos medios con diferentes permitividades. El campo $\mathbf{E}_i$ se propaga desde el medio I hacia el medio II , donde se denota el campo por $\mathbf{E}_0$. Se dibuja un elemento diferencial cilíndrico de espesor d y área A en la interface por donde pasará el campo.

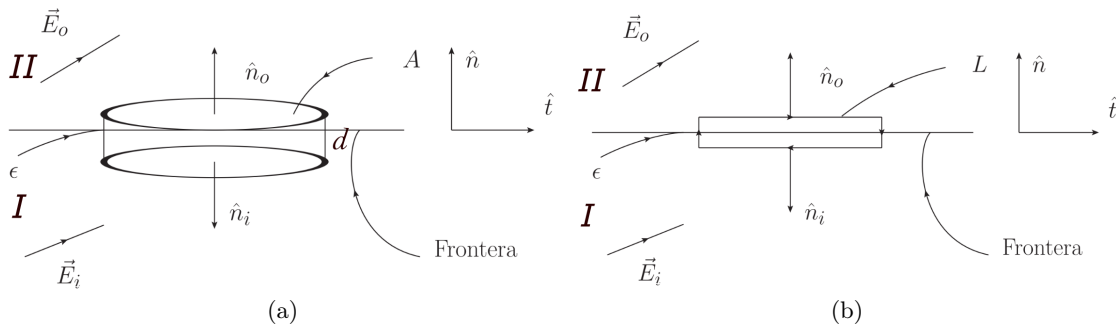


Figura 2.2: (a) Vista isométrica de una caja de píldora imaginaria centrada en su altura en una interface que separa dos medios con distinto índice de refracción. (b) Vista frontal de una caja de píldora imaginaria centrada en su altura en una interface que separa dos medios con distinto índice de refracción.

Se denotan las componentes tangencial y normal a la interface de $\mathbf{E}_i$ y $\mathbf{E}_0$ como (E_{it}, E_{in}) y (E_{0t}, E_{0n}) , respectivamente. El flujo total de las líneas de campo en el cilindro se puede descomponer como la suma de las líneas que pasan por las caras y la envolvente de este. Tomando el límite cuando $d \rightarrow 0$, la ley de Gauss en su forma integral da el siguiente resultado:

$$\oint_{\text{Área}} \mathbf{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q_{enc}}{\epsilon} = A\sigma, \quad (2.24)$$

$$\Rightarrow \oint_{\text{Área}} \mathbf{D} \cdot \hat{n} dS = (\mathbf{D}_0 \cdot \hat{n}_0 + \mathbf{D}_i \cdot \hat{n}_i) A = (D_{0n} - D_{in})A = A\sigma.$$

Por lo tanto, la componente normal del vector desplazamiento eléctrico en la frontera es discontinua y debe satisfacer la siguiente ecuación:

$$D_{0n} - D_{in} = \sigma. \quad (2.25)$$

Si se define un único vector unitario para la componente normal de la forma $\hat{n} = \hat{n}_0$, entonces la condición de las componentes normales del desplazamiento eléctrico en la frontera se escribe de la siguiente forma:

$$[\mathbf{D}_0 - \mathbf{D}_i] \cdot \hat{n} = \sigma. \quad (2.26)$$

Para las componentes tangenciales a la frontera se emplea la ecuación de Faraday en su forma integral:

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \oint_{\text{Área}} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \hat{n} dS. \quad (2.27)$$

Si el ancho d de la vista frontal del cilindro tiende a cero, entonces la contribución del campo respecto a la integral de línea solo contempla las componentes tangenciales del campo, a su vez, el área total del cuadrado tiende a cero si $d \rightarrow 0$, por lo tanto la integral que involucra la inducción magnética es cero. Así, la ecuación (2.27) queda de la siguiente forma:

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \mathbf{E}_0 \cdot d\mathbf{l} + \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{l} = E_{0t}l - E_{it}l = 0, \quad (2.28)$$

$$\Rightarrow E_{0t} = E_{it}.$$

Como se puede ver, las componentes tangenciales del campo eléctrico en la frontera se conservan. Una forma de poner la condición para las componentes tangenciales del campo en función de la componente normal a la superficie $\hat{n}$ es:

$$[\mathbf{E}_0 - \mathbf{E}_i] \times \hat{n} = 0. \quad (2.29)$$

2.4. Propagación de ondas en medios materiales

Cuando la radiación electromagnética interactúa con un medio material distintos fenómenos ópticos ocurren en función de las propiedades químicas y geométricas de dicho medio así como del estado de polarización del campo electromagnético incidente y la dirección de su propagación dentro del mismo. En general, tres fenómenos físicos ocurren de manera simultánea: reflexión, transmisión y absorción.

La rama de conocimiento que estudia la interacción entre campos electromagnéticos con la materia es la electrodinámica. Los científicos Michael Faraday, André-Marie Ampère, Hendrik Antoon Lorentz y Carl Friedrich Gauss sentaron sus bases a lo largo del siglo XVIII mediante la formulación de leyes empíricas. En 1873 el físico James Clerk Maxwell juntó los conceptos y leyes de los campos eléctricos y magnéticos para unificarlos en un concepto conocido como campo electromagnético plasmado en su obra literaria "*Tratado de electricidad y magnetismo*".

2.4.1. Propagación de ondas en medios isótropos

En un medio isótropo los fenómenos físicos que ocurren de la interacción entre luz y materia no dependen de la dirección de incidencia del campo. Tomando el rotacional por ambos lados de la ecuación (2.3) se obtiene lo siguiente:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{B}). \quad (2.30)$$

Se desacoplan los campos eléctricos y magnéticos de las ecuaciones de Maxwell sustituyendo la ecuación (2.4) en la ecuación (2.30). Para el análisis de la propagación de ondas en medios isótropos se considera un medio sin densidad de corriente externa y sin magnetización:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \quad (2.31)$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío.

Dado un vector $\mathbf{A}$, el operador nabla satisface que $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$. Aplicando la propiedad anterior a la ecuación (2.31) y usando la ley de Gauss eléctrica en ausencia de cargas externas se llega a la ecuación de onda en un medio isótropo:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (2.32)$$

Las ondas de campo eléctrico $\mathbf{E}$ que se propaguen a través de un medio isótropo con permitividad ϵ que puede o no depender de la frecuencia ω deben ser solución a la ecuación de onda (2.32). Si se propone una solución que depende de forma armónica en el tiempo, esto es, $\mathbf{E} = \mathbf{U}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$, se llega a la ecuación de Helmholtz [26]:

$$\left[\nabla^2 + \epsilon \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \right] \mathbf{U}(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.33)$$

donde $\mathbf{U}(\mathbf{r})$ es conocida como la amplitud de onda compleja.

Para una onda plana la amplitud compleja es $\mathbf{U}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$, que al sustituir en la ecuación de Helmholtz, tiene por solución la siguiente condición:

$$k = \sqrt{\epsilon} k_0, \quad (2.34)$$

donde $k = |\mathbf{k}|$ y $k_0 = |\mathbf{k}_0| = \frac{\omega}{c}$ son el número de onda en el medio y en el vacío respectivamente.

La ecuación (2.34) es la relación de dispersión para ondas planas que se propagan en medios homogéneos.

2.4.2. Propagación de ondas en medios anisótropos

La polarización inducida $\mathbf{P}$ en un material por la presencia de radiación electromagnética en un medio isótropo es paralela al vector campo eléctrico $\mathbf{E}$, no obstante, en medios anisótropos la polarización inducida está en función de la dirección de propagación y la polarización del campo incidente. Para cristales, cuya configuración es un arreglo periódico de átomos o moléculas, la permitividad eléctrica es un tensor de rango 2, que se representa mediante la siguiente matriz:

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}. \quad (2.35)$$

Se define el eje óptico como la dirección de propagación de la luz por el medio anisótropo en el que las ondas electromagnéticas no sufren birrefringencia. Los cristales pueden tener más de un eje óptico. Si el medio posee dos ejes ópticos es un cristal biaxial [27], en caso de tener solo un eje es un cristal uniaxial. Para un material con periodicidad cúbica, se emplean los ejes principales del medio para describir la interacción de luz con materia hace que la matriz de la ecuación (2.35) se convierta en una matriz diagonal:

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}. \quad (2.36)$$

Para ondas planas, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$ y $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$, la ley de Faraday ec. (2.3) y Ampère ec. (2.4) dan los siguientes resultados:

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega \mu_0 \mathbf{H}, \quad (2.37)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega \epsilon_0 \bar{\epsilon} \mathbf{E}. \quad (2.38)$$

Tomando el producto cruz de $\mathbf{k}$ en la ecuación (2.37) y sustituyendo en la ecuación (2.38) se desacopla el campo eléctrico y magnético.

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) + \omega^2 \bar{\epsilon} \mathbf{E} = 0. \quad (2.39)$$

Desarrollando la ecuación (2.39) se llega al siguiente sistema matricial:

$$\begin{bmatrix} k_0^2 \epsilon_{xx} - k_y^2 - k_z^2 & k_x k_y & k_x k_z \\ k_x k_y & k_0^2 \epsilon_{yy} - k_x^2 - k_z^2 & k_y k_z \\ k_x k_z & k_y k_z & k_0^2 \epsilon_{zz} - k_x^2 - k_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.40)$$

donde $\mathbf{E}_0 = (E_x, E_y, E_z)$, $\mathbf{H}_0 = (H_x, H_y, H_z)$ y $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$.

Los medios uniaxiales tienen la propiedad de tener dos elementos del tensor de permitividad con el mismo valor, se propone un medio uniaxial donde $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{\perp}$, y $\epsilon_{zz} = \epsilon_{\parallel}$. Si el campo está polarizado sobre el plano $x-y$ y se propaga a lo largo del eje z , la luz se propaga como lo hace en un medio homogéneo, es por esto que en este medio uniaxial el eje z es el eje óptico. Los subíndices en las permitividades indican la ortogonalidad o paralelismo respecto al eje óptico. Al sustituir los valores del medio uniaxial en la ecuación (2.40), y tomando el determinante igual a cero se encuentra la siguiente condición para la existencia de soluciones no triviales:

$$(k_{\perp}^2 + k_z^2 - \epsilon_{\perp} k_0^2) \left(\frac{k_{\perp}^2}{\epsilon_{\parallel}} + \frac{k_z^2}{\epsilon_{\perp}} - k_0^2 \right) = 0, \quad (2.41)$$

donde $k_{\perp} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$. Si el campo eléctrico se encuentra polarizado a lo largo del plano $x-y$ (modo transversal eléctrico, modo s, o modo **TE**), la polarización siente los efectos de $\epsilon_{\perp}$ únicamente, de modo que el campo electromagnético se propaga como si lo hiciera en un medio homogéneo de permitividad $\epsilon_{\perp}$, en consecuencia, se debe cumplir que el producto izquierdo de la ecuación (2.41) debe ser igual a cero:

$$k_{\perp}^2 + k_z^2 = \epsilon_{\perp} k_0^2. \quad (2.42)$$

Si el campo magnético está polarizado sobre el plano $x-y$, el campo eléctrico tiene componentes a lo largo del plano $x-y$ y el eje óptico z , a esta configuración se le conoce como modo transversal magnético (Modo P o **TM**). Si el material uniaxial es iluminado con el modo P, el lado derecho de la ecuación (2.41) debe ser igual a cero:

$$\frac{k_{\perp}^2}{\epsilon_{\parallel}} + \frac{k_z^2}{\epsilon_{\perp}} = k_0^2. \quad (2.43)$$

Se representan las ecuaciones (2.42) y (2.43) como superficies descritas en el espacio de vectores de onda (k -espacio). Para un cristal uniaxial iluminado con polarización **TE**, la ecuación (2.42) representa una esfera (Figura 2.3a). La ecuación (2.43) representa un esferoide (Figura 2.3b) cuando el cristal es iluminado con polarización **TM**. Para cada polarización empleada, los vectores de onda que se encuentran sobre las superficies son ondas que se propagan por el medio, a cada vector de onda que sea solución a la relación de dispersión se le denomina modo. La cantidad de modos del sistema dependerá de las propiedades físicas y químicas del mismo, así como de las propiedades del campo eléctrico incidente. El conjunto de soluciones ortogonales entre sí de la relación de dispersión es el total de modos que puede soportar el sistema.

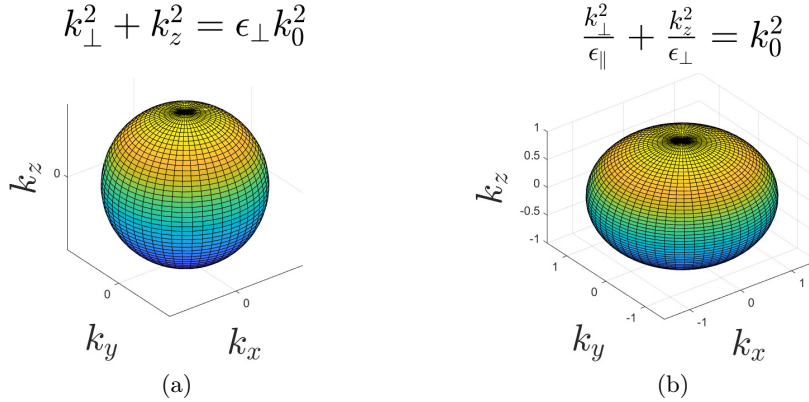


Figura 2.3: (a) Superficie de isofrecuencias para la propagación de ondas planas en un medio isótropo (polarización **TE**) en el k -espacio. (b) Superficie de isofrecuencias para ondas planas propagándose en un medio anisótropo uniaxial (polarización **TM**) en el k -espacio.

2.5. Metamateriales

El índice de refracción n es una cantidad que cuantifica la razón entre la rapidez a la que viaja una onda en un medio material en comparación a como lo hace en el vacío. El índice de refracción se define en términos de la permitividad ϵ y permeabilidad μ , donde la permitividad describe como las cargas de un medio afectan y son afectadas cuando interactúan con un campo eléctrico **E** y la permeabilidad es una analogía de la permitividad pero aplicada al campo magnético **H**. Para un medio homogéneo, la permitividad y permeabilidad dependen de la longitud de onda λ . Para medios anisótropos depende también del vector de propagación **k**, por lo tanto, $\epsilon = \epsilon(\lambda, \mathbf{k})$ y $\mu = \mu(\lambda, \mathbf{k})$. Ambas cantidades pueden ser complejas, dando como resultado un carácter complejo para el índice de refracción.

Una forma de clasificar los materiales desde la óptica es mediante la parte real de la permitividad y la permeabilidad. Las cuatro clasificaciones son:

- Si ambos signos son positivos entonces se trata de un material dieléctrico.
- Si la permitividad tiene valor negativo y la permeabilidad es mayor a cero, entonces se trata de un plasma eléctrico, dicho comportamiento es visto de forma natural cuando se iluminan metales nobles en el espectro visible y algunos alambres delgados radiados en las frecuencias correspondientes al orden de giga-hertz.
- Si la permitividad es positiva y la permeabilidad es menor a cero, el material se clasifica como plasma magnético.

- Si ambas cantidades son negativas se trata de un metamaterial o material zurdo.

Las cuatro definiciones anteriores clasifican el comportamiento de la propagación de los campos electromagnéticos en función de las propiedades ópticas del medio. Cada material puede cambiar en su clasificación dependiendo de la frecuencia a la que este es radiado, ya que la permitividad y permeabilidad son funciones que dependen de la longitud de onda de iluminación.

Dos casos de interés se presentan en la clasificación para los medios con permitividad y permeabilidad con valor negativo, el primero es cuando se tiene un plasma magnético donde se satisface que $Re[\epsilon] > 0$ y $Re[\mu] < 0$, este tipo de medios bajo las condiciones adecuadas de iluminación permiten confinar la materia en un estado de plasma mediante campos magnéticos. El segundo es cuando la permitividad y permeabilidad tienen un valor negativo de su parte real, este tipo de medios no se encuentran de forma natural. El primero en estudiarlos fue Victor Veselago en el año de 1968, desarrolló la teoría electromagnética para ondas planas propagándose por un medio con un valor negativo de permitividad y permeabilidad (no considera parte imaginaria en alguna de las dos cantidades). Tres fenómenos interesantes son reportados en su publicación, el primero de ellos es la refracción negativa, que puede ilustrarse de forma visual en la Figura 2.4a y 2.4b. El segundo de ellos es que el vector de onda $\mathbf{k}$ y el vector de poynting $\mathbf{S}$ son antiparalelos, esto es, la energía de la onda se propaga en dirección contraria a su desplazamiento. El tercero es que el vector de campo eléctrico $\mathbf{E}$, la inducción magnética $\mathbf{B}$ y el vector de onda $\mathbf{k}$ para ondas planas en metamateriales forman un sistema coordenado que sigue la regla de la mano izquierda. Por tal motivo Veselago los denomina como *materiales zurdos*. La Figura 2.4a y 2.4b muestra los fenómenos mencionados anteriormente:

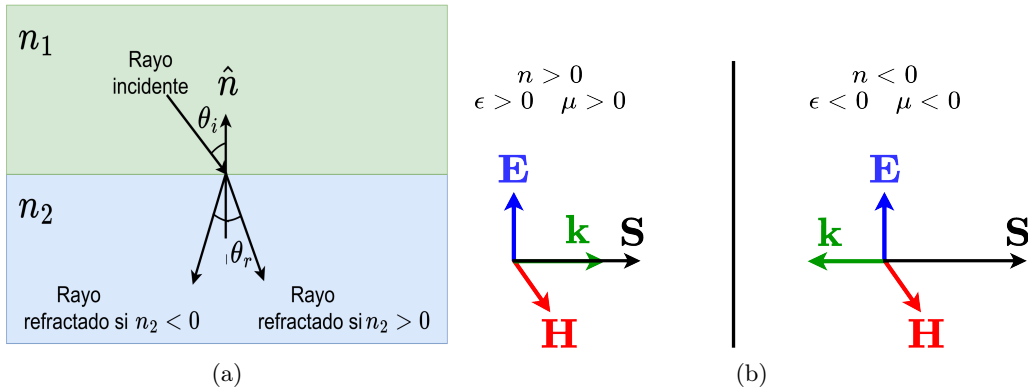


Figura 2.4: Fenómenos relevantes en medios con índice de refracción negativo. a) Refracción de un rayo de luz que viaja de un medio con índice de refracción positivo a otro con índice de refracción negativo. b) Ortogonalidad de los campos eléctrico $\mathbf{E}$ y magnético $\mathbf{H}$ con el vector de onda $\mathbf{k}$ de una onda plana viajando en un medio con índice de refracción positivo (parte izquierda de esta imagen) y viajando en un medio con índice de refracción negativo (parte derecha). En la misma se puede notar el antiparalelismo entre el vector de onda $\mathbf{k}$ y el vector de Poynting $\mathbf{S}$.

En la naturaleza no existe material que tenga las propiedades de un metamaterial por si mismo, sin embargo, estas características pueden ser obtenidas de forma artificial. Por mencionar un ejemplo: diseños experimentales mostrados por John Pendry [4], Sheldon Schultz [6], David Smith [23] y Eli Yablonovitch [5] conformados por metales nano y micro estructurados inmersos en dieléctricos tienen la capacidad de generar plasmones de superficie al ser radiados en el rango de las microondas del espectro electromagnético. Los trabajos realizados por los investigadores mencionados son una muestra de la dependencia de la permitividad y permeabilidad de metales

nano y micro estructurados respecto a su geometría y composición química.

El término metamaterial, va más allá de representar únicamente a los materiales con permitividad y permeabilidad negativa. Rodger Walser fue el primero en emplear este término en 2001 [8] y los define como materiales estructurados cuyos fenómenos físicos o eficiencia, superan a los vistos en materiales que se encuentran de forma natural. Los trabajos de John Pendry y Sheldon Schultz son el ejemplo de la fabricación y caracterización de un metamaterial óptico.

2.6. Metamateriales ópticos hiperbólicos

Un caso particular de los metamateriales son los denominados *metamateriales ópticos hiperbólicos* que presentan una anisotropía extrema en sus tensores de permitividad y permeabilidad. Para el caso de medios uniaxiales, la condición de anisotropía extrema es que haya un cambio de signo en la parte real entre los elementos del tensor. La ecuación (2.41) tiene dos casos para analizar:

- **Caso 1:** Metamaterial hiperbólico tipo I ($\epsilon_{\perp} > 0$ y $\epsilon_{\parallel} < 0$). La superficie es un hiperboloide de dos hojas (Figura 2.5a).
- **Caso 2:** Metamaterial hiperbólico tipo II ($\epsilon_{\perp} < 0$ y $\epsilon_{\parallel} > 0$). La superficie es un hiperboloide de una hoja (Figura 2.5b).

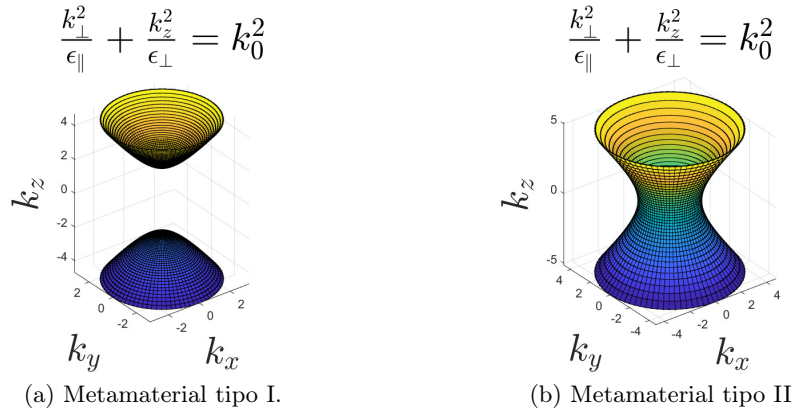


Figura 2.5: Superficies de isofrecuencias para un metamaterial hiperbólico en función de las componentes del vector de onda k_x , k_y y k_z respecto al sistema coordenado (x, y, z) respectivamente cuando (a) $\epsilon_{\perp} > 0$ y $\epsilon_{\parallel} < 0$ y (b) $\epsilon_{\perp} < 0$ y $\epsilon_{\parallel} > 0$.

Como se puede observar para ambos casos, los metamateriales ópticos hiperbólicos tipo I y tipo II admiten soluciones a la relación de dispersión donde los vectores de onda pueden tomar valores muy grandes en comparación a los casos en los que la parte real de la permitividad de los medios uniaxiales es mayor que cero. Para metamateriales tipo II, el valor mínimo del número de onda es aquél que intersecta con el plano $k_z = 0$.

Los metamateriales ópticos hiperbólicos pueden ser llevados a cabo de forma experimental empleando medios estratificados que intercalan materiales metálicos y dieléctricos cuando se ilumina en el régimen del espectro visible, ya que en este intervalo de radiación la parte real de la permitividad del elemento metálicos es menor a cero y la parte real de la permitividad en el dieléctrico es

mayor a cero. De forma específica, los metamateriales ópticos hiperbólicos pueden estar compuestos por sistemas multicapa de películas planas que intercalan elementos metálicos y dieléctricos [30].

Capítulo 3

Modos híbridos fotónico-plasmónicos

En este capítulo se presentan las condiciones necesarias para la existencia de modos en sistemas compuestos por metales y dieléctricos. Se presenta el desarrollo teórico para sistemas compuestos por una o más interfaces que separan estos dos elementos. Se llega a la expresión para el plasmón polaritón de superficie, que es una onda evanescente que se propaga a lo largo de una interface metal-dieléctrico. Finalmente se muestra un sistema con la capacidad de soportar modos fotónicos y plasmónicos de manera simultanea, conocido como guía de onda fotónico-plasmónica.

3.1. Modos en estructuras Metal-Dieléctrico

Las condiciones para que una onda electromagnética viaje de un medio a otro depende del valor del índice de refracción de cada medio y de la polarización $\mathbf{P}$, vector de onda $\mathbf{k}$ y longitud de onda λ del campo eléctrico incidente $\mathbf{E}_i$. Se les conoce como *ondas superficiales* a las ondas electromagnéticas en la interface entre dos medios con diferentes permitividades.

En una interface metal-dieléctrico se pueden generar ondas superficiales conocidas como plasmones polaritones de superficie (*SPP's* por sus siglas en inglés) [31]. El plasmón polaritón de superficie es una onda superficial que se propaga a lo largo de la interface metal-dieléctrico que decae de forma exponencial en la dirección normal a la misma. Los electrones libres del elemento metálico pueden ser tratados como una nube electrónica que se mueve en conjunto debido a la presencia de un campo electromagnético, al estado seguido por los electrones libres se le conoce como plasma y puede ser modelado por la ecuación (2.23). El acoplamiento coherente de las oscilaciones del plasma del metal con el campo electromagnético incidente da origen al plasmón polaritón de superficie.

3.1.1. Ondas electromagnéticas en una interface

Cuando la luz viaja de un medio a otro diversos fenómenos ópticos ocurren por el cambio de índice de refracción n entre los medios. Por mencionar algunos está la ley de Snell y la ley de reflexión. Cuando una onda plana viaja de un medio a otro el campo electromagnético debe de cumplir las condiciones de frontera expuestas en la sección (2.3). Analizar el modo transversal eléctrico (Figura 3.1) y el modo transversal magnético (Figura 3.2) por separado completan el estudio teórico de ondas planas con polarización transversal electromagnética que se propagan de un medio con permitividad eléctrica ϵ_1 a otro con permitividad eléctrica ϵ_2 .

Modo TE:

En la Figura 3.1 se muestra la configuración de una onda plana con polarización transversal eléctrica (campo eléctrico transversal al plano $(z-x)$) que viaja de un medio con permitividad eléctrica ϵ_1 a otro con permitividad eléctrica ϵ_2 . Al llegar a la interface que separa ambos medios, una parte del campo electromagnético será reflejado por la interface y la otra porción será transmitida al siguiente medio. Los subíndices r y t hacen referencia al campo reflejado y transmitido, respectivamente. La onda incidente hace un ángulo θ_i respecto al vector normal a la interface $\hat{n}$. Por la ley de reflexión, el ángulo reflejado θ_r tiene el mismo valor en magnitud que θ_i . Por otra parte, el ángulo que hace la propagación del campo transmitido con el vector normal $\hat{n}$ se relaciona con el ángulo θ_i mediante la ley de Snell.

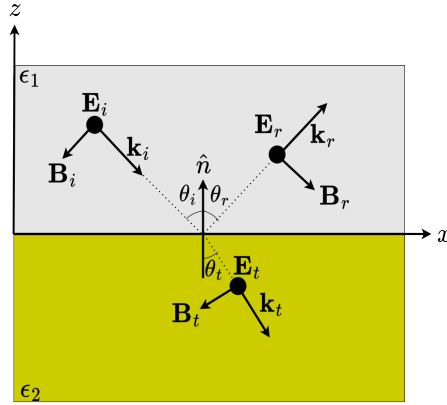


Figura 3.1: Esquema del campo electromagnético para la propagación de una onda plana entre dos medios de permitividad ϵ_1 y ϵ_2 con polarización transversal eléctrica.

La expresión del campo electromagnético incidente de acuerdo con la Figura 3.1 para una onda plana es la siguiente:

$$\mathbf{E}_i = E_{iy} \hat{y} e^{\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega t}, \quad (3.1)$$

$$\mathbf{B}_i = (B_{ix} \hat{x} + B_{iz} \hat{z}) e^{\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega t}. \quad (3.2)$$

Los campos reflejados están expresados de la siguiente forma:

$$\mathbf{E}_r = E_{ry} \hat{y} e^{\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} - \omega t}, \quad (3.3)$$

$$\mathbf{B}_r = (B_{rx} \hat{x} + B_{rz} \hat{z}) e^{\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} - \omega t}. \quad (3.4)$$

Para el campo electromagnético transmitido se tiene el siguiente par de ecuaciones:

$$\mathbf{E}_t = E_{ty} \hat{y} e^{\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} - \omega t}, \quad (3.5)$$

$$\mathbf{B}_t = (B_{tx} \hat{x} + B_{tz} \hat{z}) e^{\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} - \omega t}. \quad (3.6)$$

En la interface entre los medios $z = 0$ las ondas incidentes, reflejadas y transmitidas deben estar en fase:

$$(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})_{z=0} = (\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r})_{z=0} = (\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r})_{z=0}. \quad (3.7)$$

De la ecuación (3.7) se deduce la ley de Snell:

$$k_i \sin(\theta_i) = k_t \sin(\theta_t). \quad (3.8)$$

La continuidad de las componentes tangenciales del campo eléctrico en la interface (ecuación (2.29)) queda expresada de la siguiente forma:

$$(\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r - \mathbf{E}_t) \times \hat{z} = 0, \quad (3.9)$$

$$\Rightarrow E_{yi} + E_{yr} = E_{yt}. \quad (3.10)$$

La continuidad de las componentes tangenciales de la inducción magnética $\mathbf{B}$ en la frontera es la siguiente:

$$-\frac{B_i}{\mu_1} \cos(\theta_i) + \frac{B_r}{\mu_1} \cos(\theta_r) = -\frac{B_t}{\mu_2} \cos(\theta_t). \quad (3.11)$$

Si ambos medios son no magnéticos entonces $\mu_1 = \mu_2 = 1$, además:

$$B_i = \frac{k_i}{\omega} E_i; \quad B_r = \frac{k_r}{\omega} E_r; \quad B_t = \frac{k_t}{\omega} E_t. \quad (3.12)$$

Sustituyendo los valores de la ecuación (3.12) en la (3.11) se llega al siguiente resultado:

$$k_i \cos(\theta_i) E_i - k_r \cos(\theta_r) E_r = k_t \cos(\theta_t) E_t, \quad (3.13)$$

donde es posible simplificar la notación con las expresiones de la componente normal a la interface del vector de onda de acuerdo a la Figura 3.1:

$$k_i^\perp E_{yi} - k_r^\perp E_{yr} = k_t^\perp E_{yt}, \quad (3.14)$$

Las ecuaciones (3.10) y (3.14) pueden llevarse de forma matricial como se ve a continuación:

$$E_{yi} \begin{bmatrix} 1 \\ k_i^\perp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ k_t^\perp & k_r^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{yt} \\ E_{yr} \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Modo TM:

En la Figura 3.2 se muestra la configuración de una onda plana con polarización transversal magnética (campo magnético transversal al plano $(z-x)$ que viaja de un medio con permitividad eléctrica ϵ_1 a otro con permitividad eléctrica ϵ_2 . Los subíndices r y t hacen referencia al campo reflejado y transmitido respectivamente. La onda incide a un ángulo θ_i respecto al vector normal a la interface $\hat{n}$. Los ángulos θ_i , θ_r y θ_t se relacionan mediante la ley de reflexión y la ley de Snell.

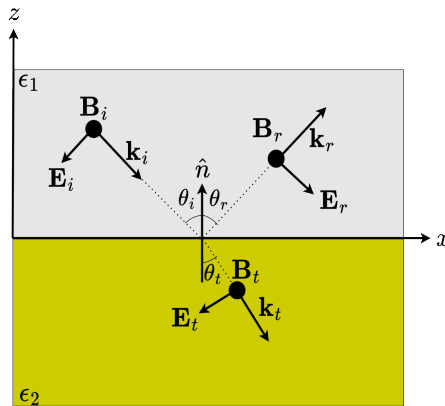


Figura 3.2: Esquema del campo electromagnético para la propagación de una onda plana entre dos medios de permitividad ϵ_1 y ϵ_2 con polarización transversal magnética.

El modo transversal magnético tiene las siguientes expresiones para los campos electromagnéticos de acuerdo con la notación de la Figura 3.2:

$$\mathbf{B}_i = B_{iy} \hat{y} e^{\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega t}, \quad (3.16)$$

$$\mathbf{E}_i = (E_{ix} \hat{x} + E_{iz} \hat{z}) e^{\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega t}. \quad (3.17)$$

Los campos reflejados están expresados de la siguiente forma:

$$\mathbf{B}_r = B_{ry} \hat{y} e^{\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} - \omega t}, \quad (3.18)$$

$$\mathbf{E}_r = (E_{rx} \hat{x} + E_{rz} \hat{z}) e^{\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} - \omega t}. \quad (3.19)$$

Para el campo electromagnético transmitido se tiene el siguiente par de ecuaciones:

$$\mathbf{B}_t = B_{ty} \hat{y} e^{\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} - \omega t}, \quad (3.20)$$

$$\mathbf{E}_t = (E_{tx} \hat{x} + E_{tz} \hat{z}) e^{\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} - \omega t}. \quad (3.21)$$

La componente tangencial del campo magnético debe conservarse en la interface ($z = 0$):

$$B_i + B_r = B_t. \quad (3.22)$$

Las ondas planas cumplen con formar un sistema ortogonal entre los elementos $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ y $\mathbf{k}$:

$$\mathbf{E} = \frac{\omega}{k^2} (\mathbf{B} \times \mathbf{k}). \quad (3.23)$$

Las componentes tangenciales del vector campo eléctrico deben ser continuas en la interface, por lo tanto cumplen con la siguiente ecuación:

$$(\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r - \mathbf{E}_t) \times \hat{z} = 0. \quad (3.24)$$

Colocando la ecuación (3.23) en la expresión (3.24) y tomando en cuenta que $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon$ se llega a la siguiente expresión:

$$\frac{1}{\epsilon_1} (B_i k_i^\perp - B_r k_r^\perp) = \frac{1}{\epsilon_2} B_t k_t^\perp. \quad (3.25)$$

Las ecuaciones (3.22) y (3.25) tienen la información completa del sistema compuesto por dos medios con diferentes permitividades. Ambas ecuaciones se pueden llevar a la siguiente forma matricial:

$$B_i \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{k_i^\perp}{\epsilon_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \frac{k_t^\perp}{\epsilon_2} & \frac{k_r^\perp}{\epsilon_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_t \\ B_r \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Los resultados encontrados para la propagación de modos normales en una interface metal-dieléctrico representados por las matrices de las ecuaciones (3.15) y (3.26) correspondientes a un campo electromagnético con polarización $\mathbf{TE}$ y $\mathbf{TM}$, respectivamente tienen la información de los vectores de onda correspondientes a los modos normales del sistema. Matemáticamente se obtienen mediante el determinante de la matriz que contiene la información de los números de onda k_r y k_t para cada una de las polarizaciones analizadas.

Para el modo transversal eléctrico se debe satisfacer la siguiente ecuación:

$$k_r^\perp + k_t^\perp = 0. \quad (3.27)$$

La ecuación (3.27) no permite la propagación de modos normales en el sistema, ya que $k_r^\perp$ y $k_t^\perp$ son números de onda con un valor mayor a cero.

Para el modo transversal magnético se debe satisfacer la siguiente condición:

$$\frac{k_r^\perp}{\epsilon_1} + \frac{k_t^\perp}{\epsilon_2} = 0. \quad (3.28)$$

La ecuación (3.28) es equivalente a la siguiente ecuación:

$$\frac{k_r^\perp}{\epsilon_1} = -\frac{k_t^\perp}{\epsilon_2}. \quad (3.29)$$

Como se ha mencionado, las cantidades $k_r^\perp$ y $k_t^\perp$ son positivas, entonces, la existencia de modos normales en una interface entre dos medios con diferente permitividad requiere que en la ecuación (3.29) las permitividades eléctricas ϵ_1 y ϵ_2 tengan signo opuesto.

La solución a la ecuación (3.29) son ondas que se propagan a lo largo de la interface entre dos medios en los que la parte real de la permitividad eléctrica tienen un cambio de signo. Estos modos tienen carácter evanescente a lo largo de la dirección perpendicular a la interface. Dicha solución es conocida como plasmón polaritón de superficie. En la región visible del espectro electromagnético la parte real de la función dieléctrica de metales nobles como el oro y la plata tienen un valor negativo, por tal motivo, generar plasmones polaritones de superficie requiere de la existencia de una interfaz que separe dos medios, uno metálico y uno dieléctrico.

Se puede entender el plasmón polaritón de superficie como una oscilación coherente entre las oscilaciones colectivas de los electrones libres del elemento metálico y el campo incidente, permitiendo su propagación a lo largo de la interface entre ambos medios y decayendo de forma exponencial en la dirección perpendicular a su propagación.

3.1.2. Relación de dispersión de un plasmón polaritón de superficie

La ecuación 3.28 representa la relación de dispersión para modos normales que se propagan a lo largo de una interface que separa dos medios con permitividades eléctricas ϵ_1 y ϵ_2 cuando se trabaja con ondas planas con polarización **TM**. Las ondas que se propagan a lo largo de la interface satisfacen que las componentes paralelas a la interface del vector de onda para el campo reflejado y el campo transmitido tienen el mismo valor. En cada medio, el número de onda tiene el valor de la ecuación (2.34), que de manera explícita están dadas por las siguientes expresiones:

$$k_r^2 = (k_r^\perp)^2 + (k_r^\parallel)^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_1, \quad (3.30)$$

$$k_t^2 = (k_t^\perp)^2 + (k_t^\parallel)^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_2. \quad (3.31)$$

La existencia del plasmón polaritón de superficie satisface la continuidad de las componentes paralelas a la interface del vector de onda para el campo reflejado y transmitido, esto es, $k_r^\parallel = k_t^\parallel = k^\parallel$.

Despejando la componente perpendicular a la interface del vector de onda de las ecuaciones (3.30) y (3.31) para sustituirlas en la ecuación (3.28) se llega a la relación de dispersión del plasmón

polaritón de superficie que relaciona el valor de la parte paralela del vector de onda a la interface con las permitividades eléctricas de cada medio:

$$k^{\parallel} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}}. \quad (3.32)$$

3.1.3. Excitación de *SPP's* mediante la configuración de Kretschmann

La relación de dispersión de la luz viajando en el elemento dieléctrico se encuentra en el primer término de la relación de dispersión para plasmones polaritones de superficie, por lo tanto, la configuración analizada para dos medios cuando incide una onda plana con polarización **TE** no permite la excitación de plasmones polaritones de superficie.

Diversas técnicas son empleadas para poder excitar el plasmón polaritón de superficie, una de ellas es la excitación mediante rejillas [29], que consiste en hacer surcos de un periodo dado en el elemento metálico con la finalidad de recorrer hacia la derecha la relación de dispersión de la onda que viaja en el elemento dieléctrico y pueda empatar en algún punto con la relación de dispersión para plasmones polaritones de superficie. En este trabajo nos enfocaremos en la configuración de Kretschmann que consiste en situar una película delgada metálica (con espesor menor a la longitud de onda de la luz incidente) entre dos medios dieléctricos. El primer elemento dieléctrico tiene la propiedad de tener una permitividad eléctrica ϵ_1 mayor que el del siguiente ϵ_3 , la película delgada requiere tener un valor negativo de la parte real de su permitividad respecto a la longitud de onda con la que se ilumine el sistema y se encuentra situada entre ambos dieléctricos.

La configuración de Kretschmann es un arreglo experimental donde el plasmón polaritón de superficie se lleva a cabo empleando un prisma de vidrio sobre el que se pone una película delgada metálica que generalmente es de un metal noble, ya que en el espectro visible la parte real de la permitividad de estos metales es negativa. El otro elemento dieléctrico es el aire que rodea al prisma junto con la película metálica. El siguiente esquema muestra la configuración experimental de Kretschmann.

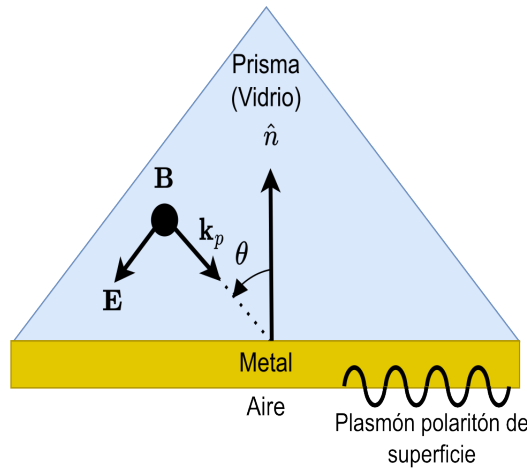


Figura 3.3: Esquema de la configuración de Kretschmann [2] para excitar plasmones polaritones de superficie experimentalmente.

3.1.4. Ondas electromagnéticas en N interfaces

En este apartado se analiza la propagación de ondas electromagnéticas con polarización S o P en un sistema de N películas planas donde el índice de refracción de cada una está dada por $n_i = \sqrt{\mu_i \epsilon_i}$ donde $i = 1, \dots, N$ corresponde a la i -ésima capa del sistema (véase Figura 3.4).

Para cada una de las interfaces, el campo eléctrico o magnético se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\psi_i = A_i e^{-i\alpha_i z} e^{i\beta_i x} e^{-i\omega t} + B_i e^{i\alpha_i z} e^{i\beta_i x} e^{-i\omega t}. \quad (3.33)$$

Las amplitudes A_i y B_i son las amplitudes de las ondas que viajan hacia la dirección z positiva y negativa respectivamente, además, el vector de onda tiene el siguiente valor en cada película:

$$|k_i|^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_i \mu_i = \alpha_i^2 + \beta_i^2, \quad (3.34)$$

$$\Rightarrow \alpha_i = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_i \mu_i - \beta_i^2}.$$

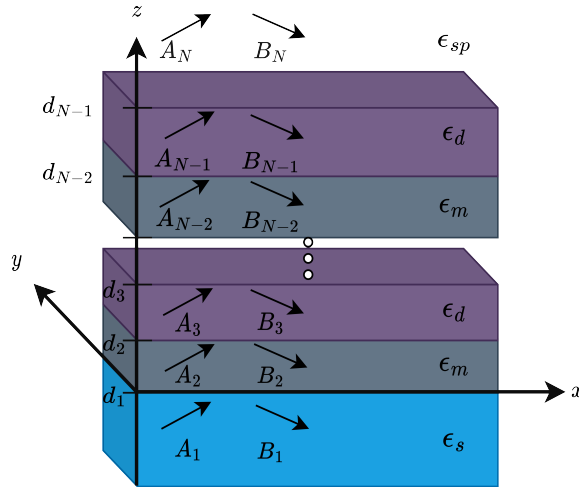


Figura 3.4: Esquema de un sistema multicapas que alterna películas delgadas metálicas y dieléctricas. ϵ_m representa la función dieléctrica del metal, ϵ_d es la constante dieléctrica del elemento dieléctrico, las componentes metálicas se muestran en color gris mientras que los elementos dieléctricos en color púrpura, ϵ_s es la permitividad del sustrato (compuesto por un material dieléctrico) y ϵ_{sp} la permitividad del superestrato (usualmente aire).

Para metales y dieléctricos μ_i adquiere el valor unitario para frecuencias de iluminación dentro del rango óptico. Las condiciones de frontera de la función ψ en cada interface son las siguientes:

$$[\psi_i = \psi_{i+1}]_{z=d_i}, \quad (3.35)$$

$$\left[\frac{1}{v_i} \frac{\partial \psi_i}{\partial z} = \frac{1}{v_{i+1}} \frac{\partial \psi_{i+1}}{\partial z} \right]_{z=d_i}. \quad (3.36)$$

Para el caso de polarización S o **TE**, se tiene que $v_i = 1$, mientras que para polarización P o **TM**, $v_i = \epsilon_i$.

Insertar la forma del campo de la ecuación (3.33) en las condiciones de frontera dadas por las ecuaciones (3.35) y (3.36) dan los siguientes resultados respectivamente:

$$A_i e^{-i\alpha_i d_i} e^{i\beta_i x} + B_i e^{i\alpha_i d_i} e^{i\beta_i x} = A_{i+1} e^{-i\alpha_{i+1} d_{i+1}} e^{i\beta_{i+1} x} + B_{i+1} e^{i\alpha_{i+1} d_i} e^{i\beta_{i+1} x}, \quad (3.37)$$

$$\frac{\alpha_i}{v_i} \left[-A_i e^{-i\alpha_i d_i} e^{i\beta_i x} + \frac{\alpha_i}{v_i} B_i e^{i\alpha_i d_i} e^{i\beta_i x} \right] = \frac{\alpha_{i+1}}{v_{i+1}} \left[-A_{i+1} e^{-i\alpha_{i+1} d_i} e^{i\beta_{i+1} x} + B_{i+1} e^{i\alpha_{i+1} d_i} e^{i\beta_{i+1} x} \right], \quad (3.38)$$

donde d_i es el espesor de cada película, y $z_n = \sum_{i=1}^n d_i$ es la distancia desde el origen hasta la frontera entre el i -ésimo medio con el que sigue. Con las ecuaciones (3.37) y (3.38) se puede poner A_{i+1} y B_{i+1} de manera independiente en términos de A_i y B_i como se muestra a continuación:

$$A_{i+1} = \frac{1}{2} \left[A_i e^{-i(\alpha_i - \alpha_{i+1}) d_i} \left(1 + \frac{\alpha_i v_{i+1}}{\alpha_{i+1} v_i} \right) + B_i e^{i(\alpha_i + \alpha_{i+1}) d_i} \left(1 - \frac{\alpha_i v_{i+1}}{\alpha_{i+1} v_i} \right) \right], \quad (3.39)$$

$$B_{i+1} = \frac{1}{2} \left[A_i e^{-i(\alpha_i + \alpha_{i+1}) d_i} \left(1 - \frac{\alpha_i v_{i+1}}{\alpha_{i+1} v_i} \right) + B_i e^{i(\alpha_i - \alpha_{i+1}) d_i} \left(1 + \frac{\alpha_i v_{i+1}}{\alpha_{i+1} v_i} \right) \right]. \quad (3.40)$$

Las ecuaciones (3.39) y (3.40) se pueden poner de forma matricial de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \end{bmatrix} = [T_i] \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \end{bmatrix}, \quad (3.41)$$

donde la matriz $[T_i]$ es conocida como la matriz de transmitancia cuya expresión está dada de la siguiente forma:

$$[T_i] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1 + \kappa_i) e^{-j(k_i - k_{i+1})} & (1 - \kappa_i) e^{j(k_i + k_{i+1})} \\ (1 - \kappa_i) e^{-j(k_i + k_{i+1})} & (1 + \kappa_i) e^{j(k_i - k_{i+1})} \end{bmatrix}, \quad (3.42)$$

donde $\kappa_i = \frac{\alpha_i v_{i+1}}{\alpha_{i+1} v_i}$, $k_i = \alpha_i d_i$ y $k_{i+1} = \alpha_{i+1} d_i$. El método anterior se puede aplicar de manera recursiva para las películas que se encuentra por debajo de la N -ésima capa, hasta poner los coeficientes del campo A_N y B_N en términos de los coeficientes A_1 y B_1 correspondiente a la información del campo incidente:

$$\begin{bmatrix} A_N \\ B_N \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^{N-1} [T_i] \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix}. \quad (3.43)$$

En este trabajo de tesis se estudian sistemas multicapa que intercalan dos tipos de elementos, que son Au y TiO_2 . Estos sistemas están compuestos por un número par de películas, en las que cada dos películas se repite el sistema. La periodicidad del medio se denota por W y matemáticamente se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$W = d_{Au} + d_{TiO_2}, \quad (3.44)$$

donde d_{Au} es el espesor de una película de oro en el sistema y d_{TiO_2} el de una película de dióxido de titanio. Como los sistemas de interés son periódicos, se define una cantidad más para describir el sistema denominado como fracción de llenado p , que tiene la siguiente expresión:

$$p = \frac{d_{Au}}{W}. \quad (3.45)$$

Físicamente representa la porción total de oro del sistema multicapas.

3.2. Modos híbridos fotónico-plasmónicos

Los modos soportados en la interface entre un metal y un dieléctrico fueron estudiados en la sección 3.1. Los sistemas metal-dieléctrico que soportan modos en su interface se denominan guías de onda plasmónicas, por la peculiaridad que tienen de soportar plasmones polaritones de superficie en su interface. Otro tipo de guías de onda son las denominadas guías de onda fotónicas compuestas en el caso más sencillo por dos elementos, denominados núcleo y revestimiento. Este tipo de dispositivos están creados para confinar la radiación electromagnética en el núcleo y permitir la propagación de la misma a lo largo de ella. La propagación de luz en las guías fotónicas es debida a la reflexión total interna con la condición de que el índice de refracción del revestimiento n_r sea menor que el del núcleo n_n . El ángulo crítico θ_c es el ángulo en el que se cumple la reflexión total interna y tiene la siguiente expresión:

$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_r}{n_n} \right), \quad \text{con } n_r < n_n. \quad (3.46)$$

Las guías de onda plasmónicas tienen material dieléctrico en parte de su configuración, lo que hace pensar en la posibilidad de crear un sistema integrado con la particularidad de combinar este tipo de guías con guías de onda fotónicas y permitir la propagación bajo ciertas condiciones de modos fotónicos y plasmónicos de manera simultánea [18]. A este tipo de guías se le conoce como fotónico-plasmónicas, y los modos que pueden propagarse en ellas se les denomina modos híbridos fotónico-plasmónicos.

Capítulo 4

Métodos Numéricos

En este capítulo se estudian los resultados sobre la relación de dispersión, reflexión y transmisión de luz de metamateriales hiperbólicos empleando el método de la matriz de transmitancia. Se aplica el método de Newton-Rapshon a la ecuación que determina los modos del sistema y finalmente, se describe la forma en que se hacen simulaciones en el software CST Studio suite para ver el campo dentro del sistema multicapas cuando es iluminado por una fuente dipolar.

4.1. Método de la matriz T

4.1.1. Relación de dispersión

Determinar los modos en un sistema multicapas compuesto de películas planas delgadas que intercalan materiales metálicos y dieléctricos iluminado por una onda plana con longitud de onda λ con polarización **TE** o **TM** se determina mediante la solución de la ecuación matricial (3.43). Las soluciones no triviales del sistema ($A_1 \neq B_1 \neq 0$) se obtienen calculando el determinante de la ecuación (3.43):

$$t_{11}t_{22} - t_{12}t_{21} = 0. \quad (4.1)$$

La ecuación (4.1) es la relación de dispersión del sistema multicapas. Para dos interfaces se obtiene una solución analítica. Sin embargo, para un número de interfaces mayor o igual a tres se convierte en una ecuación trascendental que solo puede resolverse empleando métodos numéricos.

Otra forma de obtener los modos normales del sistema es con la condición inicial de que no existen fuentes externas de iluminación, esto es, el coeficiente A_1 y B_1 son igual a cero. Las suposiciones anteriores hacen que la ecuación (3.43) tenga la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} A_N \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ B_1 \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

La ecuación anterior se puede representar mediante el siguientes conjunto de ecuaciones:

$$A_N = t_{12}B_1, \quad (4.3)$$

$$t_{22}B_1 = 0. \quad (4.4)$$

Sustituyendo B_1 de la ecuación (4.3) en la ecuación (4.4) se obtiene el siguiente resultado:

$$t_{22} \frac{A_N}{t_{12}} = 0. \quad (4.5)$$

Como A_N es diferente de cero, los modos propios del sistema se determinan mediante la ecuación (4.6) siempre que $t_{12} \neq 0$.

$$t_{22} = 0. \quad (4.6)$$

La relación de dispersión dada por la ecuación (4.1) o por la ecuación (4.6) dependen del grosor de cada película, de la longitud de onda que se propague en el sistema y de los materiales metálicos y dieléctricos que conformen el sistema multicapas. Ambas ecuaciones son complejas para cualquier número de capas si se emplean metales nobles en un rango de iluminación correspondiente al visible.

Una forma de visualizar las curvas de dispersión de un sistema multicapas es mediante sus mapas de dispersión, esto es, dado un sistema con un número de capas denotado por N , en el que cada película delgada del sistema tiene un espesor d_i con parámetros de permitividad y permeabilidad $(\epsilon_i(\omega), \mu_i(\omega))$, se proponen valores de la frecuencia de iluminación ω y valores de vector de onda $(\beta_i, \alpha_i(\omega, \beta_i))$ a lo largo del eje x y z , respectivamente para tener una función de la siguiente forma:

$$f(\omega, \beta_i) = t_{11}t_{22} - t_{12}t_{21}. \quad (4.7)$$

La función anterior también puede expresarse de la siguiente forma:

$$f(\omega, \beta_i) = t_{22}. \quad (4.8)$$

Como se busca la excitación de modos propagativos dentro del sistema para polarización **TM**, la componente del vector de onda β_i tiene que ser la misma en cada parte del sistema, por lo que $\beta_i = \beta$. Dependiendo de los materiales que conformen el sistema es conveniente proponer las longitudes de onda en los que los elementos metálicos y dieléctricos cumplan con $Re(\epsilon_m(\omega)) < 0$ y $Re(\epsilon_d(\omega)) > 0$, respectivamente.

Las raíces de las ecuaciones (4.7) o (4.8) representan los modos propios del sistema. La naturaleza compleja de las funciones complica la implementación de métodos numéricos, ya que algunos requieren de cumplir desigualdades y los números complejos no tienen relación de orden. Una forma equivalente de tratar este problema es tomando la magnitud de las funciones evaluadas en un punto (ω, β) . Es evidente que si la función es aproximadamente cero para algún valor de frecuencia de iluminación ω y vector de onda β entonces la norma de la función también estará próxima al valor de cero en esos valores (ω, β) . Más aún, si se toma la función logaritmo después de obtener su norma, entonces los valores de la función estarán acotados en el intervalo $(0, \infty)$. Por ello, la siguiente función auxiliar se emplea para obtener los mapas de la función que tiene la información de la relación de dispersión:

$$g(\omega, \beta) = \log(abs(f(\omega, \beta))). \quad (4.9)$$

Los modos propios del sistema satisfacen que $g(\lambda, \beta) = 0$, donde se ha cambiado ω por λ en la ecuación (4.9) por la facilidad de visualización de datos en el espectro electromagnético.

Se anexa el código en el apéndice A implementado para realizar los mapas de dispersión de un sistema multicapas compuesto por Oro (Au) y Dióxido de titanio (TiO_2). Para modelar la función dieléctrica del Au se emplea el modelo tipo Drude-Lorentz publicado por Greosges y Barchiesi [10], mientras que la permitividad dieléctrica del TiO_2 , el substrato y el superestrato se toman con un valor constante para cada uno de ellos. El rango de longitudes de onda de iluminación para este trabajo de tesis es de 480 nm a 900 nm y los valores de β para el estudio de $0.1 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ a $3.0 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$.

El siguiente mapa de dispersión es para un sistema multicapas de $N = 6$ películas con fracción de llenado $p = 0.8$ y periodo $W = 50$ nm. Las bandas oscuras representan los valores donde $g(\lambda, \beta) \approx 0$, por lo tanto, representan de forma visual los modos confinados del sistema. El sistema multicapas fue colocado en un sustrato de vidrio con índice de refracción $n_{sub} = 1.5168$ y el superestrato es aire con índice de refracción $n_{sup} = 1$. La curva punteada y la curva segmentada representan la relación de dispersión de ondas planas viajando en aire con índice de refracción y número de onda (n_{sup}, k_1) y vidrio con índice de refracción (n_{sub}, k_2) , respectivamente. Los modos confinados se muestran en las bandas oscuras que están por delante de la relación de dispersión de las ondas planas que viajan en el vidrio. El modo a la derecha de la línea de luz del vidrio es un modo que está confinado en el metamaterial (sistema multicapas). El modo que está entre la línea de luz del aire y del vidrio es un modo cuya energía está siendo radiada hacia el vidrio.

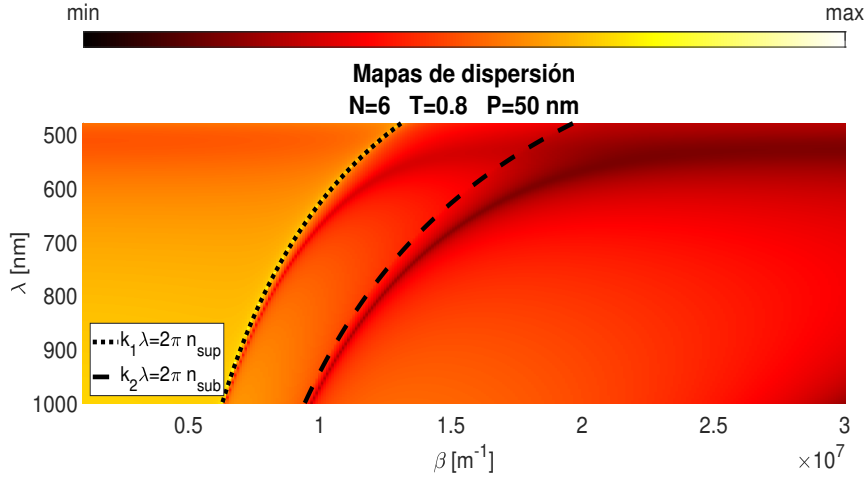


Figura 4.1: Mapa de dispersión para un sistema multicapas de 6 películas que intercala Au y TiO_2 con fracción de llenado $p = 0.8$ y periodo $W = 50$ nm. El sustrato de vidrio ($n_{sub} = 1.5168$) y el superestrato es de aire $n_{sup} = 1$.

El mapa de dispersión anterior permite identificar de forma visual, las regiones donde se encuentran las curvas de dispersión del sistema multicapas. Diversas configuraciones se estudian para ver mediante los mapas de dispersión aquellos sistemas en los que es posible generar modos híbridos fotónico-plasmónicos.

4.1.2. Reflexión y transmisión

La cantidad de luz reflejada y transmitida por el sistema se conoce mediante los términos que aparecen en el método de la matriz T . Supóngase que el sistema es iluminado desde el sustrato formando un ángulo θ con respecto a un vector normal a la interface entre el sustrato y la primera película del sistema (vector antiparalelo al eje z) como en la Figura 3.4.

La matriz T del sistema tiene la información de la porción de luz transmitida y reflejada. La fuente de iluminación es una onda plana incidente desde el sustrato, por lo tanto, el término B_N de la matriz T de la ecuación (3.43) es nulo. Para normalizar la cantidad de energía entrante en

el sistema se tiene que $A_1 = 1$. Empleando la Figura 3.4 la reflexión está dada por $B_1 = r$ y la transmisión por $A_N = t$. Con las condiciones anteriores de iluminación la matriz T adquiere la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ r \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

donde la ecuación matricial (4.10) corresponde al siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$t_{11} + rt_{12} = t, \quad (4.11)$$

$$t_{21} + rt_{22} = 0. \quad (4.12)$$

De la ecuación (4.12) el valor de r es:

$$r = -\frac{t_{21}}{t_{22}}. \quad (4.13)$$

Sustituyendo la ecuación (4.13) en la ecuación (4.11) se obtiene el término asociado a la transmisión de luz en el sistema en términos de los coeficientes de la matriz T :

$$t = \frac{t_{11}t_{22} - t_{12}t_{21}}{t_{22}}. \quad (4.14)$$

La reflectancia R y transmitancia Tr son el cuadrado del valor absoluto del coeficiente de reflexión r y transmisión t respectivamente:

$$R = |r|^2 = \left| -\frac{t_{21}}{t_{22}} \right|^2, \quad (4.15)$$

$$Tr = |t|^2 = \left| \frac{t_{11}t_{22} - t_{12}t_{21}}{t_{22}} \right|^2. \quad (4.16)$$

La polarización de la onda plana incidente se encuentra contenida en los términos t_{ij} de la matriz T , donde $i, j = 1, 2$. El ángulo θ_i se encuentra contenido en el vector de onda que tiene la luz en cada interface, por ejemplo, la componente paralela y vertical a la interface del vector de onda están dadas mediante las siguientes expresiones:

$$\beta_i = k_i \sin(\theta_i) = \frac{2\pi}{\lambda} n_i \sin(\theta_i), \quad (4.17)$$

$$\alpha_i = k_i \cos(\theta_i) = \frac{2\pi}{\lambda} n_i \cos(\theta_i). \quad (4.18)$$

La información del ángulo de incidencia θ_{inc} se encuentra en el vector de onda de la luz proveniente del sustrato, región desde la que se ilumina el medio.

$$\beta_{sub} = k_{sub} \sin(\theta_{inc}) = \frac{2\pi}{\lambda} n_{sub} \sin(\theta_{inc}), \quad (4.19)$$

$$\alpha_{sub} = k_{sub} \cos(\theta_{inc}) = \frac{2\pi}{\lambda} n_{sub} \cos(\theta_{inc}), \quad (4.20)$$

donde k_{sub} y n_{sub} son el número de onda e índice de refracción del sustrato respectivamente. Si el ángulo $\theta_{inc} = \frac{\pi}{2}$, entonces la luz incide de forma paralela al eje x (ángulo rasante).

El ángulo crítico θ_c del sistema está definido de la siguiente manera:

$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_{sup}}{n_{sub}} \right), \quad (4.21)$$

donde la ecuación (4.21) se dedujo de la ley de Snell. Si el sistema es iluminado a $\theta_{inc} = \theta_c$ entonces, $\beta_{sup} = \frac{2\pi}{\lambda}n_{sup}$ (no hay componente a lo largo del eje z del vector de onda). La condición para que existe reflexión total interna es que el ángulo de incidencia sea mayor al crítico ($\theta_{inc} > \theta_c$), además, está acotado por incidencia rasante ($\theta_{inc} = \frac{\pi}{2}$), de modo que la reflexión total interna se satisface en el rango $\frac{\pi}{2} \geq \theta_{inc} \geq \theta_c$. Si suponemos que el medio óptico del sustrato es más denso que el del superestrato $n_{sup} < n_{sub}$, el número de onda β de las ondas reflejadas toman un valor acotado entre β_{sup} y β_{sub} ($\beta_{sub} > \beta > \beta_{sup}$).

El hecho de que el vector de onda β esté acotado entre β_{sup} y β_{sub} quiere decir que solamente se pueden acceder a modos del sistema multicapa que se encuentren entre las curvas de dispersión del superestrato (aire) y el sustrato (vidrio) cuando se ilumina desde el sustrato a un determinado ángulo respecto a la primer interface del sistema, esto es, solamente podrán ser excitados modos radiados. La Figura 4.2 muestra el valor de la reflectancia r en función del ángulo de incidencia y la longitud de onda de iluminación para un sistema de $N = 6$ películas que intercalan Au y TiO_2 con una fracción de llenado $p = 0.5$ y periodo $W = 40$ nm. El programa para obtener los mapas de reflectancia de un sistema multicapas en función del ángulo de incidencia θ_{inc} y la longitud de onda λ se encuentra en el apéndice A de esta tesis.

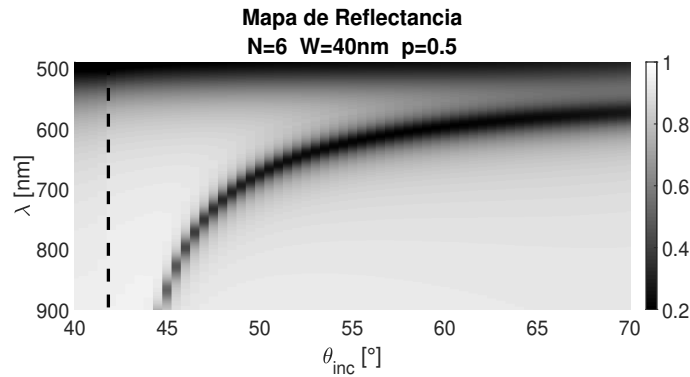


Figura 4.2: Mapa de reflectancia para un sistema multicapas de 6 películas que intercala oro y dióxido de titanio con fracción de llenado $p = 0.5$ y periodo $W = 40$ nm puesto en un sustrato de vidrio y un superestrato de aire semi-infinitos en función del ángulo de incidencia θ_{inc} y la longitud de onda de iluminación λ . La línea vertical segmentada de color negro es el ángulo crítico descrito por la ecuación (4.21).

4.2. Método de Newton-Rapshon

Los metamateriales ópticos hiperbólicos formados por un número mayor o igual a tres películas carecen de solución analítica de su relación de dispersión, dada por la ecuación (4.9). Diversos métodos numéricos se pueden aplicar para calcular de forma aproximada las curvas de dispersión del sistema, sin embargo, la complejidad de la función hace que los métodos de bisección y regla falsa no sean una gran alternativa ya que se requiere la posición de dos puntos cuyo rango debe de contener raíces de la ecuación [14].

Para determinar de forma numérica los modos de los sistemas estudiados en esta tesis se implementa el método de Newton-Rapshon. Este método necesita de un punto inicial para comenzar a buscar raíces y a partir de este se emplea recursividad para obtener la raíz de

alguna función. Dado un punto de inicio, el método no asegura la convergencia a una solución, sin embargo, de ser convergente el método requiere de una cantidad menor de iteraciones en comparación con otros métodos iterativos para aproximar raíces.

Para implementar el método de Newton-Rapshon a los metamateriales hiperbólicos formados por sistemas multicapa empleados en esta tesis se utilizan los mapas de dispersión obtenidos en la subsección 4.1.1. del capítulo 4, de ellos se obtienen los puntos iniciales para comenzar el método.

El método de Newton-Rapshon emplea la serie truncada de Taylor a primer orden de la función de la que se quiere obtener las raíces. Por ejemplo, para la relación de dispersión se tiene la ecuación:

$$t_{22}(\lambda, \beta) = 0. \quad (4.22)$$

Se requiere determinar los valores β_m tales que $t_{22}(\lambda, \beta_m) \approx 0$, donde β_m son los vectores de propagación de luz a lo largo del eje x correspondientes a modos del sistema multicapas. Si las condiciones de Cauchy-Riemann para la función compleja t_{22} se satisfacen, entonces el método de Newton-Rapshon para calcular raíces parte de la expansión a primer orden de la función t_{22} al rededor de un punto fijo β_0 dada una longitud de onda fija λ , donde la expresión se representa mediante la siguiente ecuación:

$$t_{22}(\beta) = t_{2,2}(\beta_0) + \frac{dt_{22}}{d\beta}(\beta - \beta_0). \quad (4.23)$$

Si para $\beta = \beta_1$ se tiene que $t_{22}(\beta_1) = 0$, entonces la ecuación (4.23) adquiere la siguiente forma:

$$0 = t_{22}(\beta_0) + \frac{dt_{22}(\beta_0)}{d\beta}(\beta_1 - \beta_0). \quad (4.24)$$

Realizando álgebra en la ecuación (4.24) se obtiene una expresión que determina el valor de β_1 correspondiente a un modo del sistema:

$$\beta_1 = \beta_0 - \frac{t_{22}(\beta_0)}{t'_{22}(\beta_0)}. \quad (4.25)$$

El método de Newton-Rapshon consiste en aplicar la ecuación (4.25) de forma recursiva hasta que se obtenga un valor de β tal que la ecuación (4.9) tenga un valor cercano a cero. La regla de recursividad queda entonces de la siguiente forma:

$$\beta_s = \beta_{s-1} - \frac{t_{22}(\beta_{s-1})}{t'_{22}(\beta_{s-1})}, \quad (4.26)$$

donde s es un número entero que representa la cantidad de veces que se repetirá la regla de recursividad. El método de Newton-Rapshon no garantiza la convergencia de las soluciones, sin embargo, si el punto inicial de búsqueda se encuentra cerca de una raíz se va a requerir de una cantidad menor de iteraciones para obtener una buena aproximación en comparación con otros métodos abiertos. Es por eso que se emplean los mapas de la relación de dispersión para tener un valor de los puntos iniciales de búsqueda. En la Figura 4.3 se muestra la implementación del método de Newton-Rapshon para determinar los modos de un sistema multicapas de $N = 6$ películas que intercalan Au y TiO_2 con periodo $W = 80$ nm y fracción de llenado $p = 0.5$. Los modos encontrados se muestran como puntos de color azul. El método no garantiza encontrar modos para todos los valores de λ y β .

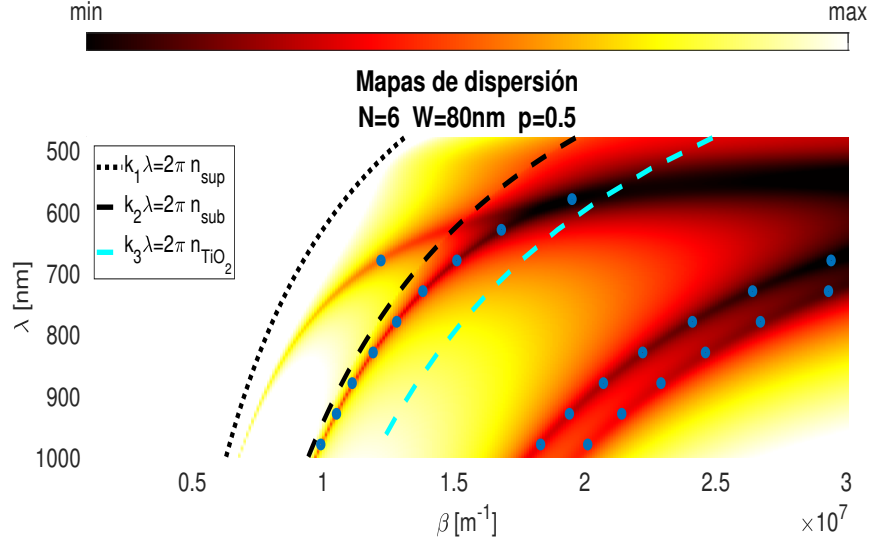


Figura 4.3: Método de Newton-Rapshon aplicado a un sistema multicapas de $N = 6$ películas con periodo $W = 80$ nm y fracción de llenado $p = 0.5$. La línea punteada es la relación de dispersión de ondas planas viajando en aire, la segmentada de color negro es la relación de dispersión para ondas viajando en vidrio y la de color azul la de ondas viajando en TiO_2 . Los modos obtenidos mediante el método son los puntos de color azul mostrados en el mapa.

4.3. Excitación de modos con fuente puntual

El software CST Studio suite de la compañía *Dassault Systems* está orientado al diseño y análisis de sistemas físicos que interactúan con campos electromagnéticos. Este software emplea el método de integración finita, esto es, dado un elemento físico que interactúa con un campo electromagnético, el programa hace una partición del dominio que describe el objeto en un número elevado de elementos finitos que lo describen, a la partición del dominio se le conoce como malla. En cada elemento de la malla el software resuelve las ecuaciones de Maxwell en su forma integral, tomando en cuenta las relaciones de frontera de elementos vecinos del elemento de malla a resolver. El método de integración finita en CST tiene la opción de trabajar en el dominio temporal, mediante perturbaciones con dependencia en el tiempo, o en el dominio de frecuencias, donde se aplica teoría de Fourier para descomponer la perturbación en una suma de funciones armónicas caracterizadas por su frecuencia. La técnica de integración finita es empleada en problemas donde las ecuaciones que son gobernadas por la electrodinámica tienen discontinuidades, como lo son los medios anisótropos y estratificados, que para este trabajo son metamateriales ópticos hiperbólicos.

Para este análisis se construye un sistema multicapas en el modulo de diseño del software que intercala oro y dióxido de titanio con un periodo $W = 50$ nm y fracción de llenado $p = 0.4$. El sistema es radiado por una fuente dipolar construida por dos conductores perfectos conectados entre sí por un alambre por el que viaja una corriente. La fuente dipolar se coloca cerca del metamaterial, a una distancia de 10 nm por encima de la última capa. El motivo de la configuración propuesta para el análisis en CST Studio suite parte del análisis presente en la sección 4.1.2, donde se muestra que la excitación de modos en el metamaterial mediante ondas planas que inciden desde el sustrato está acotado en el vector de onda β . Si en lugar de emplear ondas planas se ilumina el sistema

multicapas con una fuente puntual se tendrán en principio vectores de onda en todas las direcciones del espacio, de modo que alguno de ellos tendrá un valor de β que no se encuentre acotado y tenga el valor para excitar un modo en el sistema que no puede ser excitado mediante la iluminación con ondas planas que viajan desde el sustrato. Dentro de la paquetería del programa no se cuenta con una fuente puntual como fuente de iluminación, lo más próximo a una fuente puntual para realizar el análisis es iluminar el sistema mediante un dipolo, ya que este radia en todas direcciones exceptuando la dirección paralela al eje del dipolo, con lo anterior se consigue tener vectores de onda $\mathbf{k}$ que puedan superar la restricción de acotamiento de β . La Figura 4.4 muestra el sistema multicapas junto el dipolo empleado para hacer simulaciones, en la misma se muestran algunas especificaciones técnicas que se tomaron en cuenta para obtener los resultados de la distribución del valor absoluto del campo en el sistema multicapas y regiones próximas al mismo.

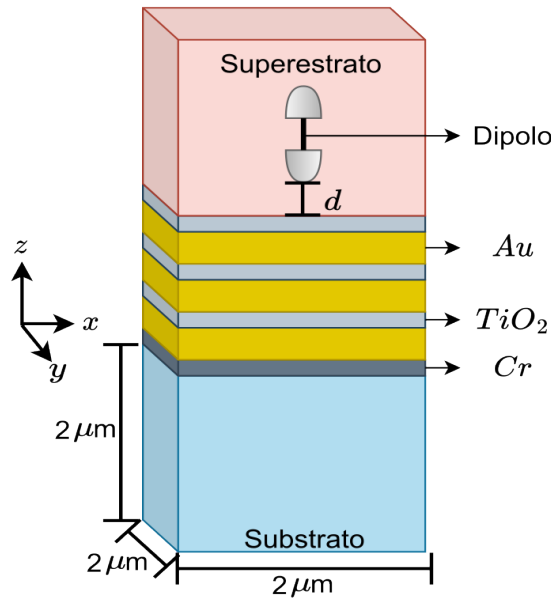


Figura 4.4: Esquema del diseño del metamaterial óptico hiperbólico empleado en CST para ver el valor absoluto del campo electromagnético en el sistema al ser radiado por un dipolo. El dipolo está construido por dos elementos semiesféricos con la propiedad de ser conductores y ambos están unidos por un cable conductor que transporta una corriente I por él. El sistema multicapas tiene un periodo $W = 50$ nm con una fracción de llenado $p = 0.4$. El sistema de coordenadas está alineado a lo largo y ancho de todo el sistema en (x,y) respectivamente, z representa la altura del sistema y $z = 0$ corresponde a la base de la primera película de oro contando desde el sustrato. El ancho y largo del sistema es de $2 \mu\text{m}$, el largo del dipolo es de 20 nm y el ancho de 10 nm, la escala del dipolo en la Figura no corresponde a la visualización real del diseño en la simulación, se amplió el elemento por motivos visuales. La distancia d a la que se colocó el dipolo del metamaterial es de 10 nm.

Los datos de la función dieléctrica son del modelo del tipo Drude-Lorentz de Georges y Barchiesi [10] implementados en el software CST. Las simulaciones emplearon películas absorbentes en las periferias del sistema, para evitar resultados que contengan múltiples reflexiones resultantes de la interacción de la luz emitida por el dipolo con los límites del modelo. El mallado empleado es adaptativo (creado por el software para la convergencia de los resultados) con forma de tetraedros. En total se crearon 68,000 tetraedros en todo el modelo concentrando la mayor parte de ellos en las partes concernientes a las fronteras de las capas del sistema multicapas.

Capítulo 5

Excitación de modos híbridos fotónico-plasmónicos en metamateriales hiperbólicos

En este capítulo se describen los sistemas multicapa que forman metamateriales ópticos hiperbólicos, donde los mapas de la relación de dispersión de cada sistema exhiben una hibridación de modos. Finalmente se muestran los resultados obtenidos sobre el campo eléctrico dentro del metamaterial empleando el software CST Studio suite cuando el sistema es iluminado por una fuente dipolar.

5.1. Descripción del sistema multicapa

Los metamateriales ópticos hiperbólicos estudiados en este trabajo están formados por sistemas multicapa que alternan películas delgadas de Au y TiO_2 . La función dieléctrica del Au es ϵ_{Au} y la constante dieléctrica del TiO_2 es ϵ_{TiO_2} cumplen con la condición de anisotropía extrema:

$$Re(\epsilon_{Au})\epsilon_{TiO_2} < 0. \quad (5.1)$$

Si el sistema multicapa es iluminado en la región del espectro electromagnético que va desde los 480 nm hasta los 900 nm, entonces la permitividad eléctrica del TiO_2 dentro de la región de iluminación toma un valor constante y positivo, es por ello que en la ecuación 5.1 solamente se toma la parte real de la función dieléctrica del Au , ya que en el intervalo de estudio su valor es complejo.

A lo largo de este trabajo se ha mencionado que las películas que componen el sistema multicapa son sub-longitud de onda. En esta tesis se estudian medios con un periodo W no mayor a 80 nm donde el número de capas que conforma el sistema es de 6 u 8 películas. El espesor de una sola película de oro en el sistema se denota por d_{Au} mientras que para una película de dióxido de titanio es d_{TiO_2} . El sistema es colocado en una película de cromo con espesor $d_{Cr} = 3$ nm y su permitividad eléctrica ϵ_{Cr} se toma de los datos publicados en [16]. Para ver qué porcentaje de oro hay en el sistema completo se emplea la fracción de llenado p , denotada por la siguiente expresión:

$$p = \frac{d_{Au}}{d_{Au} + d_{TiO_2}}. \quad (5.2)$$

Con los parámetros antes mencionados se cumple que el espesor total del sistema esté por debajo de la longitud de onda de iluminación para el rango de estudio del sistema.

En la Figura 5.1 se muestra la representación de los metamateriales ópticos hiperbólicos deseados:

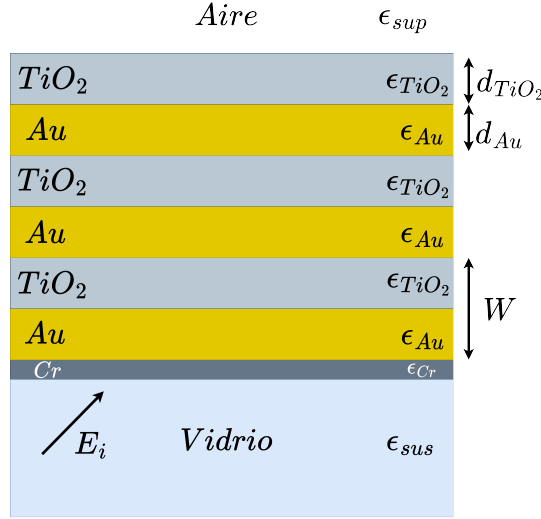


Figura 5.1: Configuración del sistema multicapa empleado para estudiar la hibridación de modos fotónico-plasmónicos en metamateriales ópticos hiperbólicos compuestos de Au y TiO_2 con permitividades ϵ_{Au} y ϵ_{TiO_2} respectivamente. El sistema multicapa se encuentra sobre una película de cromo con permitividad ϵ_{Cr} y espesor d_{Cr} . El sistema multicapa con la película de cromo descrito se encuentra entre dos medios cuyo espesor es mucho mayor que la longitud de iluminación de la onda incidente. El sustrato, correspondiente a la zona de iluminación, está compuesto por vidrio con permitividad ϵ_{sub} y el superestrato es aire, con permitividad ϵ_{sup} .

La Figura 5.1 muestra el sistema multicapa entre el sustrato de vidrio y el superestrato de aire anexando una película de cromo entre el sustrato y el metamaterial óptico hiperbólico, el motivo de su presencia es que los sistemas multicapa estudiados en este trabajo fueron fabricados sobre una película de cromo para ser estudiados de forma experimental y hacer una comparativa entre teoría y experimento en función de las curvas de reflectancia como la que se muestra en la subsección 4.1.2.

5.2. Relación de dispersión

En la Figura 5.1, cada uno de los sistemas mostrados presentan el comportamiento de hibridación de modos. En los mapas se coloca la relación de dispersión para ondas viajando en el aire (superestrato), para el caso en que viajan en vidrio (sustrato) y cuando viajan en TiO_2 . La forma de excitar los modos híbridos en el metamaterial óptico hiperbólico depende de la región en la que se encuentre la hibridación respecto a las relaciones de dispersión del sustrato, superestrato y el TiO_2 . Como se muestra en la sección 4, cuando se analiza la reflexión de luz por un sistema multicapas cuando es iluminado por una onda plana que incide desde el vidrio (sustrato), la componente β del vector de onda está acotada entre su valor cuando viaja en el aire (superestrato) y cuando viaja en el vidrio (sustrato). Así, la hibridación de modos dentro del sistema pueden

ser excitado mediante una onda plana con polarización **TM** que incide desde el sustrato si la hibridación se encuentra entre la relación de dispersión de ondas viajando en aire y vidrio.

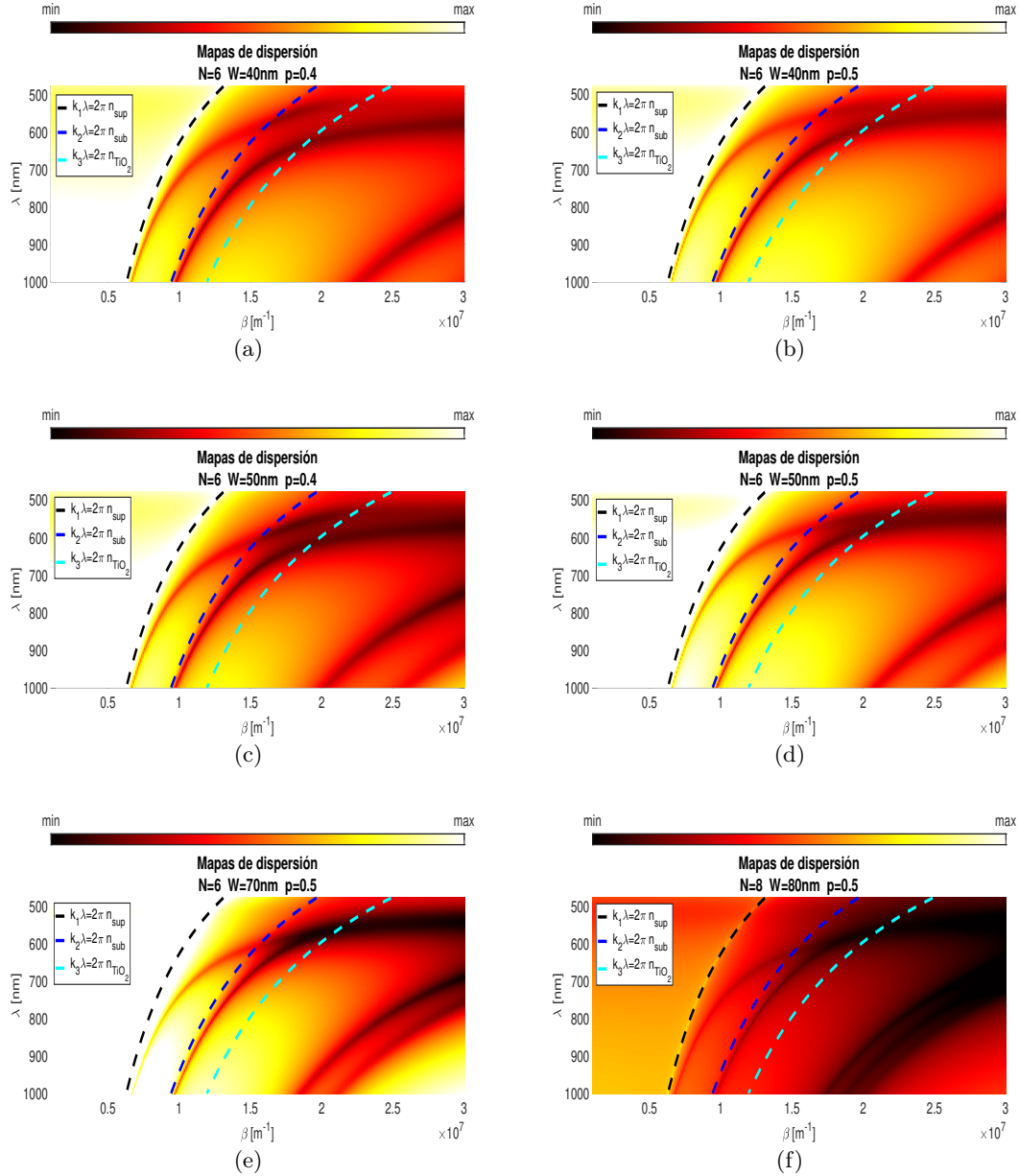


Figura 5.2: Mapas de dispersión para diversos metamateriales ópticos hiperbólicos. En cada mapa se muestran las características del sistema multicapas como el número de capas N , periodo W y fracción de llenado p .

Las relaciones de dispersión para ondas viajando en el aire (superestrato), vidrio (sustrato) y TiO_2 de la Figura 5.2 son la forma en la que podemos analizar la forma en la que excitaremos un modo del sistema. Los modos en un mapa de dispersión están representados por las bandas oscuras, la hibridación de modos en cada uno de los mapas de dispersión de la Figura 5.2 ocurre

entre las líneas de dispersión de ondas planas viajando en vidrio y dióxido de titanio. Es importante destacar que no existe la presencia de modos en los mapas mostrados por debajo de la relación dispersión de ondas planas viajando en aire, en caso de existir para un sistema multicapa como los estudiados en este trabajo no representan soluciones físicas posibles, ya que viajarían a una velocidad mayor de lo que lo hacen cuando se propagan en aire.

Por la región en la que se originan los modos híbridos en los mapas de la Figura 5.1 y el análisis expuesto en la subsección 4.1.2, no es posible excitarlos iluminando el sistema multicapa con ondas planas desde el vidrio (substrato).

La hibridación de modos en los metamateriales ópticos hiperbólicos estudiados mediante los sistemas multicapa descritos en la Figura 5.1 dependen de un factor de contraste para visualizarlos en los mapas de dispersión. Emplear métodos numéricos como lo es el método de Newton-Raphson puede ayudar a mejorar la visualización de los modos en el sistema cuando estos se encuentran lo suficientemente cerca entre ellos, sin embargo, no garantiza que para todo valor de iluminación λ y número de onda β se pueda obtener una solución, ya que la convergencia del método requiere de proponer un valor inicial muy próximo a la raíz del sistema.

5.3. Excitación de modos híbridos fotónico-plasmónicos mediante fuente dipolar

En las Figuras 5.3-5.5 se muestran los mapas del valor absoluto del campo eléctrico en un corte en el plano $y = 0 \mu\text{m}$ para un MMH de 6 capas con fracción de llenado $W = 50 \text{ nm}$ con fracción de llenado $p = 0.5$ iluminadas por un dipolo con las características que se mencionan en la sección 4.3 de este trabajo de tesis. Cada línea negra horizontal representa la frontera entre dos medios. En $z = -3 \text{ nm}$ se encuentra la primera frontera (vidrio- Cr). La elección de este sistema así como de las longitudes de onda de iluminación λ está en función del mapa de dispersión mostrado en la Figura 5.2c, ya que muestra una hibridación de modos entre las líneas que representan la relación de dispersión de ondas planas viajando en vidrio y TiO_2 a longitudes de onda que se encuentran entre 600 nm y 700 nm , esto es, como se dedujo en la sección 4.1.2, para este sistema y longitudes de onda, no es posible excitar mediante una onda plana incidente desde el substrato (Prisma de vidrio BK7), sin embargo, mediante la iluminación de una fuente dipolar los vectores de onda β alcanzan los valores para excitar los modos que se encuentran entre la línea de dispersión de ondas viajando en el primer vidrio y las que viajan en el dióxido de titanio (véase Figura 5.2).

Excitación de modos híbridos fotónico-plasmónicos en metamateriales hiperbólicos

5.3 Excitación de modos híbridos fotónico-plasmónicos mediante fuente dipolar

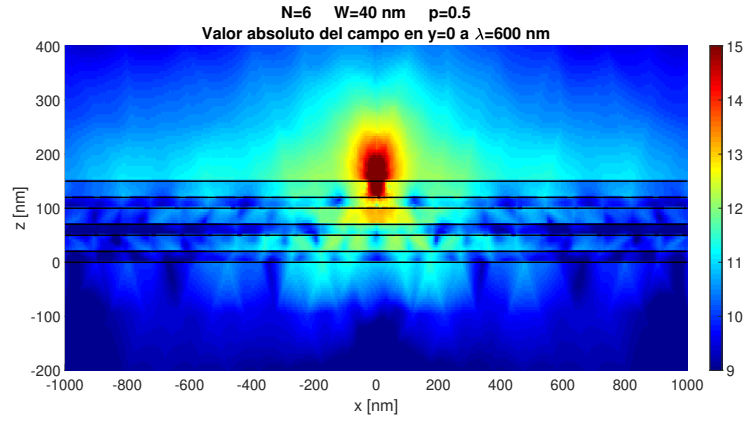


Figura 5.3: Distribución del valor absoluto del campo eléctrico en un corte transversal en $y = 0$ μm cuando el dipolo irradia a una longitud de onda $\lambda = 600$ nm.

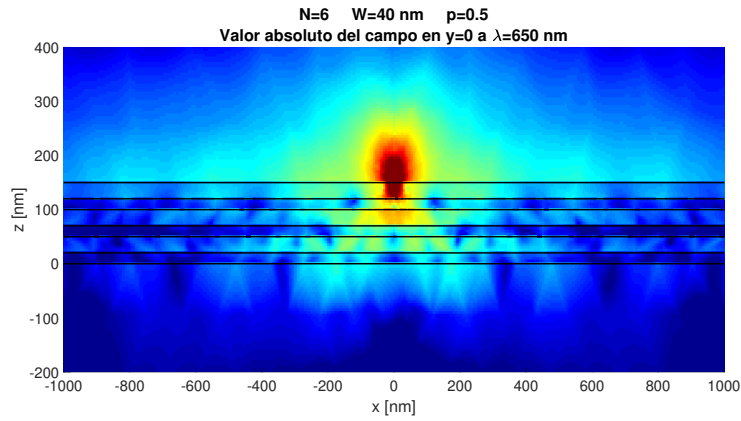


Figura 5.4: Distribución del valor absoluto del campo eléctrico en un corte transversal en $y = 0$ μm cuando el dipolo irradia a una longitud de onda $\lambda = 650$ nm.

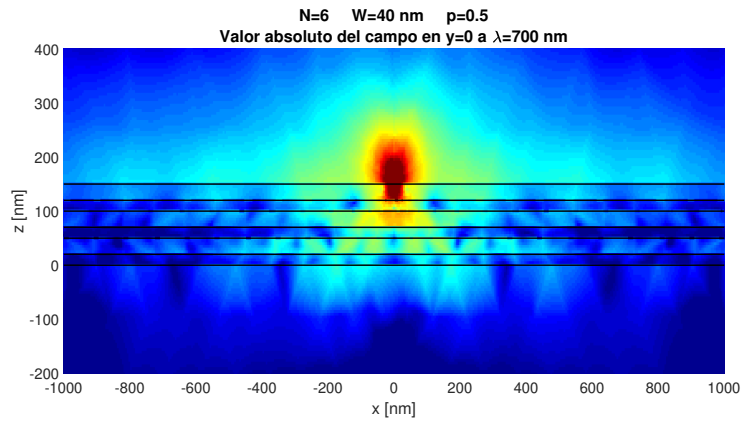


Figura 5.5: Distribución del valor absoluto del campo eléctrico en un corte transversal en $y = 0$ μm cuando el dipolo irradia a una longitud de onda $\lambda = 700$ nm.

Excitación de modos híbridos fotónico-plasmónicos en metamateriales hiperbólicos

5.3 Excitación de modos híbridos fotónico-plasmónicos mediante fuente dipolar

Los mapas de campo cercano de las Figuras 5.3-5.5 muestran una distribución de campo eléctrico dentro del metamaterial óptico hiperbólico, lo que indica un acoplamiento de luz emanada por la fuente dipolar a distintas longitudes de onda.

Capítulo 6

Caracterización experimental de metamateriales hiperbólicos

En este capítulo se muestran los resultados de la caracterización experimental de sistemas multicapa formados de Au y TiO_2 mediante la técnica de reflexión totalmente atenuada en la configuración de Kretschmann de amplio espectro. Se describe la técnica empleada y se hace una comparativa entre los resultados obtenidos numéricamente empleando el método de la matriz T y los resultados experimentales de los mapas de reflectancia de los metamateriales hiperbólicos.

6.1. Reflexión totalmente atenuada en configuración de Kretschmann

La caracterización de metamateriales ópticos hiperbólicos compuestos por sistemas multicapa que intercalan Au y TiO_2 se realiza mediante la técnica de reflexión totalmente atenuada en configuración de Kretschmann empleando, como fuente de iluminación, un láser supercontinuo con un espectro de emisión de 450 nm a 2400 nm de la marca Lukos y, como detector, un espectrómetro con rango de detección de 220 nm a 1100 nm de la marca StellarNet. Con esta técnica se miden las curvas de reflectancia de las muestras en función de la longitud de onda y del ángulo de incidencia de la luz incidente. En Figura 6.1 se muestra el metamaterial hiperbólico bajo estudio sobre un prisma de vidrio óptico de material $BK7$ con un índice de refracción $n_{BK7} = 1.5168$ que será empleado en la configuración de Kretschmann.

Caracterización experimental de metamateriales hiperbólicos

6.1 Reflexión totalmente atenuada en configuración de Kretschmann

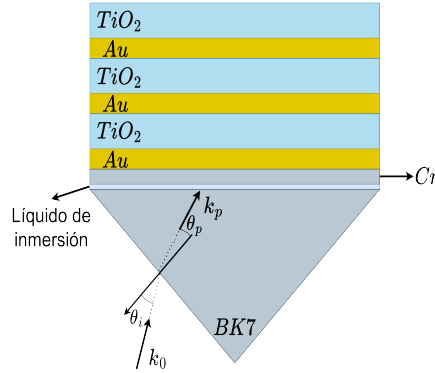


Figura 6.1: Esquema del posicionamiento del sistema multicapas sobre el prisma óptico de material BK7 para caracterizar su reflectancia mediante la configuración de Kretschmann.

En la Figura 6.1, el ángulo crítico del sistema en la configuración de Kretschmann está en función del ángulo θ_p , el índice de refracción del prisma de material BK7, y el índice de refracción del aire. Si el ángulo θ_p es mayor al ángulo crítico θ_c , entonces la luz en el sistema va a sufrir el fenómeno de reflexión total interna, esto es, toda la energía proveniente de la onda incidente saldrá del sistema después de interactuar con el metamaterial. Dependiendo del ángulo θ_p , el valor de la componente paralela del vector de onda dentro del prisma adquirirá un valor distinto, dado por la expresión:

$$k_p^{\parallel} = n_{BK7} k_0 \sin(\theta_p), \quad (6.1)$$

donde $k_0 = \frac{\omega}{c}$. Así, el valor de la componente paralela del vector de onda aumenta con el ángulo de incidencia θ_p , acotado en el intervalo $[0, \frac{\pi}{2}]$. El aumento del valor de $k_p^{\parallel}$ permite el acoplamiento del plasmón polaritón de superficie (SPP, por sus iniciales en inglés) en el sistema multicapas siempre y cuando la luz incidente tenga polarización **TM**. La generación del SPP también depende de la longitud de onda de iluminación λ , y los parámetros de diseño del metamaterial hiperbólico.

Las muestras que se caracterizan experimentalmente en este trabajo se fabricaron en el laboratorio de luz, nanomateriales y nanotecnologías de la Universidad Tecnológica de Troyes (UTT), Francia. Los sistemas multicapa fabricados están compuestos de Au y TiO₂. En la Tabla 6.1 se muestran los parámetros de las muestras fabricadas en la UTT, donde N es el número de películas delgadas, W el periodo de las películas en nanómetros y p la fracción de llenado.

Muestra	N	W [nm]	p
1	6	40	0.4
2	6	40	0.5
3	6	50	0.4
4	6	50	0.5
5	6	70	0.5

Tabla 6.1: Características de las muestras proporcionadas por la universidad tecnológica de Troyes, Francia, en función del periodo W y fracción de llenado p del sistema multicapas compuesto de Au y TiO₂.

Las fotografías de la Figura 6.2a y 6.2b muestran dos ejemplos de los metamateriales fabricados (muestras 4 y 2). A simple vista puede observarse un color diferente de la tonalidad dorada

Caracterización experimental de metamateriales hiperbólicos

6.1 Reflexión totalmente atenuada en configuración de Kretschmann

característica del Au , implicando que sus propiedades ópticas han sido modificadas.

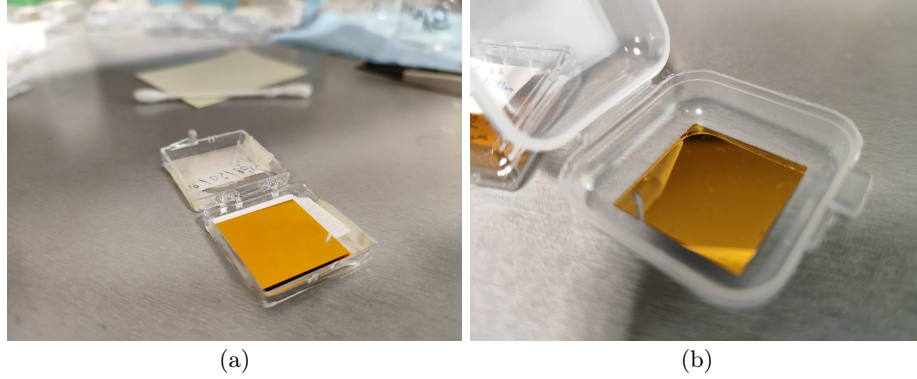


Figura 6.2: Fotografías de metamateriales hiperbólicos correspondientes a (a) muestra 4 ($N = 6$, $W = 50$ nm y $p = 0.5$) y (b) muestra 2 ($N = 6$, $W = 40$ nm y $p = 0.5$).

Como se puede observar en la Figura 6.2a y 6.2b, los colores perceptibles a la vista de los metamateriales ópticos hiperbólicos difieren del color habitual que presenta el oro cuando se considera el material en bulto. Otra cosa interesante es que al mantener la fracción de llenado, tal como se mostró en las imágenes, si el periodo cambia, entonces ambos sistemas multicapas presentan tonalidades distintas, esto es, la Figura 6.2a presenta un color amarillo menos intenso a la vista al compararla con la Figura 6.2b.

6.1.1. Arreglo experimental

La Figura 6.3 muestra el arreglo experimental de reflexión totalmente atenuada en configuración de Kretschmann empleado para la caracterización de los metamateriales hiperbólicos fabricados.

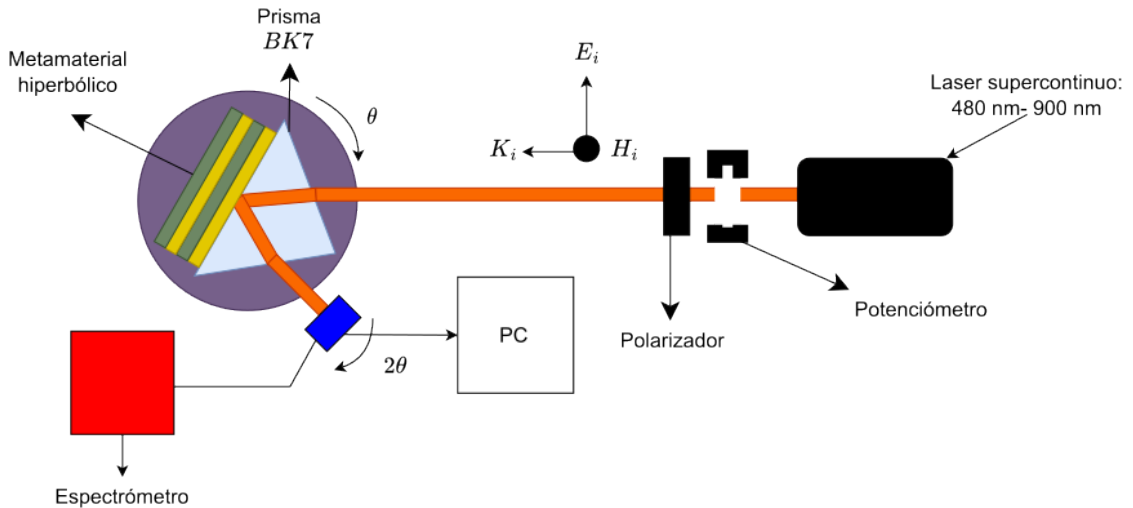


Figura 6.3: Esquema de la configuración de Kretschmann empleado para obtener las curvas de reflectancia de los $MMH'S$ de la Tabla 1.

Caracterización experimental de metamateriales hiperbólicos

6.1 Reflexión totalmente atenuada en configuración de Kretschmann

A continuación, se describen los elementos ópticos que se muestran en la Figura 6.3 comenzando con los elementos que se encuentran a la derecha de la misma:

- Láser supercontinuo de la marca Leukos, modelo Electro Visir. El espectro de emisión del mismo va desde los 450 nm a los 2400 nm.
- Potenciómetro marca THORLABS modelo PM100USB.
- Polarizador de la marca THORLABS modelo WP12L-VIS.
- Prisma de BK7 con índice de refracción $n_{BK7} = 1.5168$ dentro de la región visible del espectro electromagnético.
- Goniómetro manual marca THORLABS con una graduación de $10\ \mu\text{m}$ por graduación.
- Espectro fibrado marca StellarNet, modelo *BLACK-Comet-SR Super Range Concave Grating Spectrometer*, con rango de detección de 220 a 1100 nm.
- Goniómetro motorizado de la marca THORLABS modelo KST201 K-Cube. Es un motor axial a pasos controlado mediante el software Kinesis de la misma marca con una precisión de 0.01° .

La Figura 6.4 muestra el arreglo óptico llevado a cabo en el laboratorio para obtener las curvas de reflectancia de *MMH*:

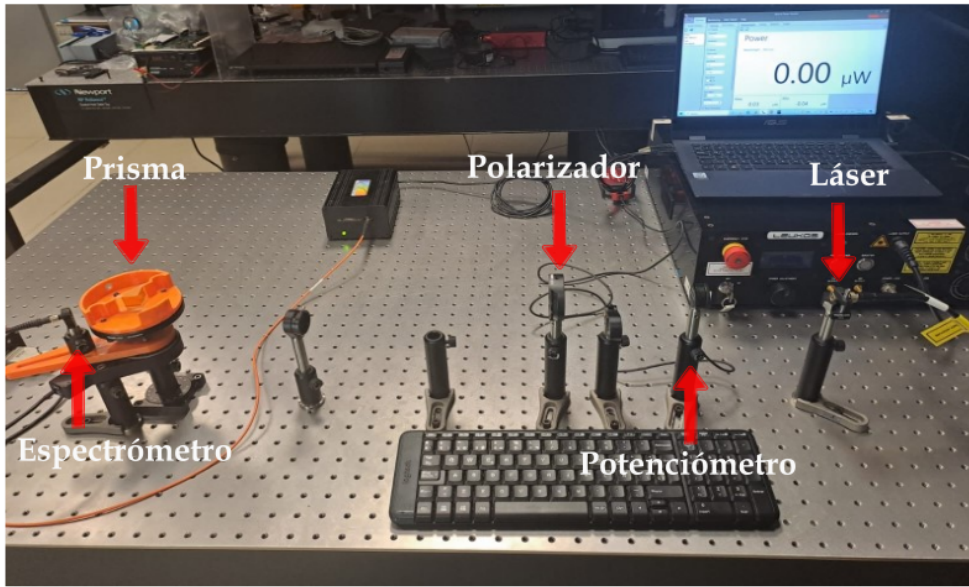


Figura 6.4: Arreglo experimental realizado en el laboratorio de metafotónica UFM CICESE para obtener los mapas de reflectancia de metamateriales ópticos hiperbólicos. El prisma se encuentra en la montura circular color naranja.

El polarizador es empleado para obtener la polarización transversal magnética del campo electromagnético para generar plasmones polaritones de superficie en el metamaterial. La potencia del láser fue modulada para emitir en un rango espectral de 480 nm a 900 nm ya que uno de los objetivos de este trabajo de tesis es generar modos híbridos en esa región del espectro, además, la potencia de salida del láser fue de 0.255 mW. Para medir las muestras de la Tabla 1 se hizo una medición de referencia, donde al prisma de material *BK7* se le coloca un cubreobjetos de vidrio

(mismo material del sustrato de las muestras fabricadas) sin el sistema multicapas. La medición de referencia se emplea para normalizar los datos de la medición con el sistema multicapas. También, la medición de referencia se emplea para determinar el ángulo crítico, y hacer una comparativa con las curvas de reflectancia obtenidas numéricamente. Se captura el espectro de energía a la salida del prisma variando el ángulo θ_{inc} a pasos de 0.25° respecto al prisma (pasos de 0.5° respecto al espectrómetro).

6.2. Dependencia angular de los espectros de reflexión

En las Figuras 6.5 a 6.9 se muestran los resultados teóricos y experimentales de los mapas de reflectancia en función del ángulo de incidencia y la longitud de onda de iluminación de los metamateriales mostrados en la Tabla 1. Los mapas muestran una línea vertical segmentada color negro que representa el ángulo crítico correspondiente al sustrato (Vidrio BK7) y superestrato (aire). Dicho ángulo se dedujo a partir de los resultados experimentales.

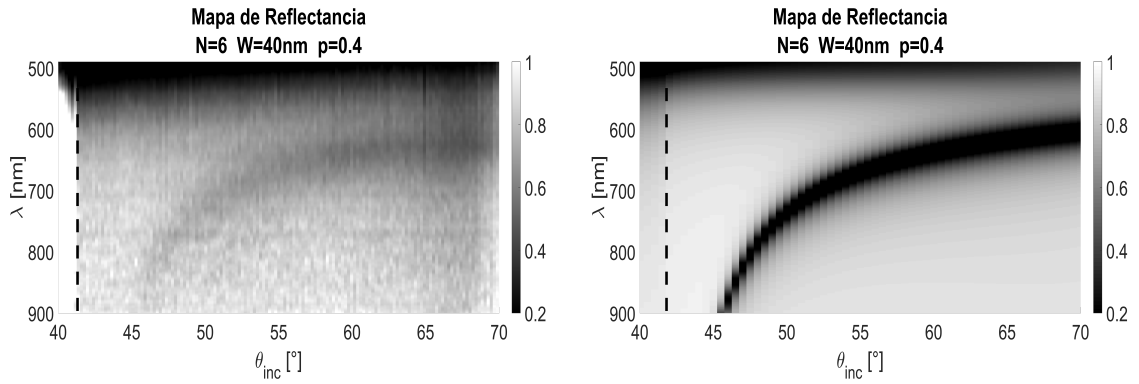


Figura 6.5: Espectro de reflectancia normalizado obtenido de manera experimental (izquierda) y numérica (derecha) para un sistema multicapa de $N = 6$ películas, periodo $W = 40$ nm y fracción de llenado $p = 0.4$.

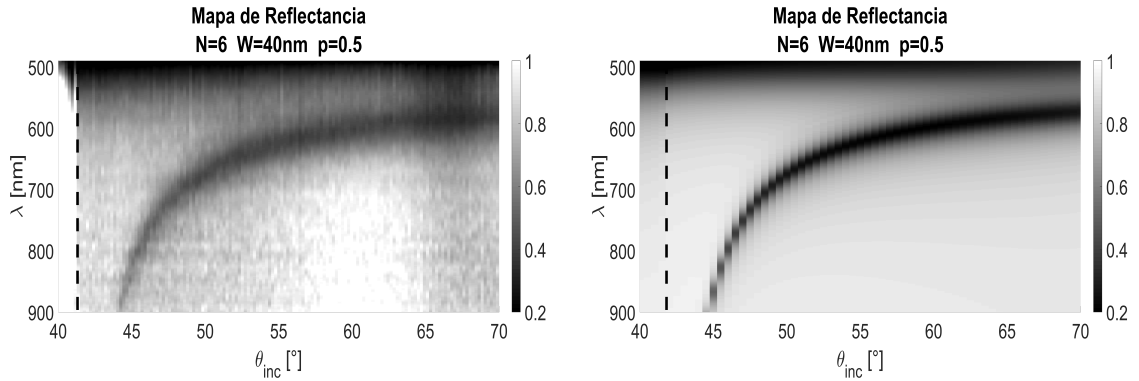


Figura 6.6: Espectro de reflectancia normalizado obtenido de manera experimental (izquierda) y numérica (derecha) para un sistema multicapa de $N = 6$ películas, periodo $W = 40$ nm y fracción de llenado $p = 0.5$.

Caracterización experimental de metamateriales hiperbólicos
6.2 Dependencia angular de los espectros de reflexión

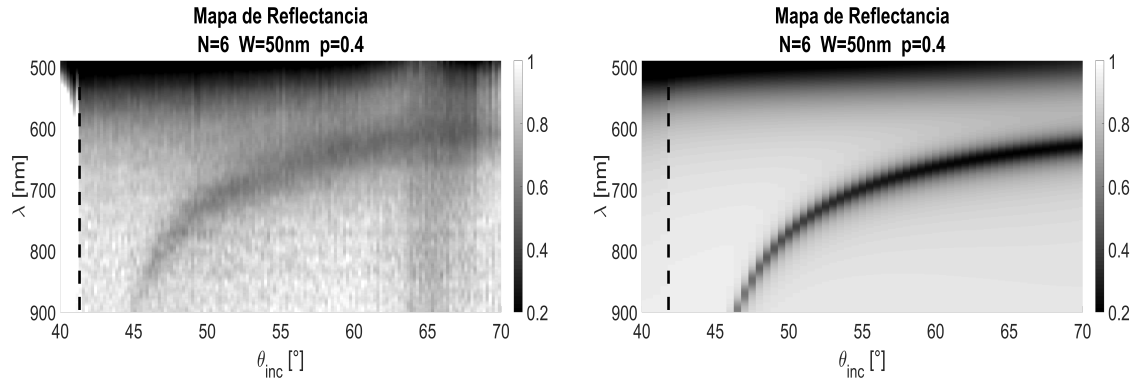


Figura 6.7: Espectro de reflectancia normalizado obtenido de manera experimental (izquierda) y numérica (derecha) para un sistema multicapa de $N = 6$ películas, periodo $W = 50$ nm y fracción de llenado $p = 0.4$.

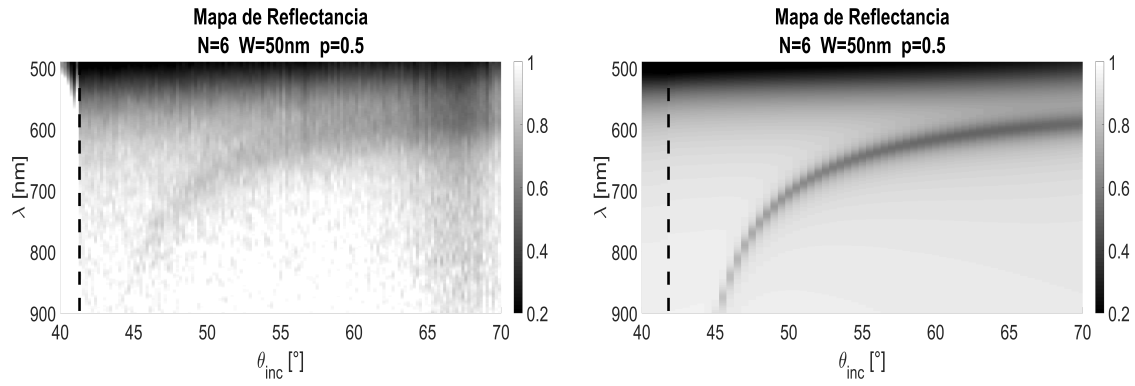


Figura 6.8: Espectro de reflectancia normalizado obtenido de manera experimental (izquierda) y numérica (derecha) para un sistema multicapa de $N = 6$ películas, periodo $W = 50$ nm y fracción de llenado $p = 0.5$.

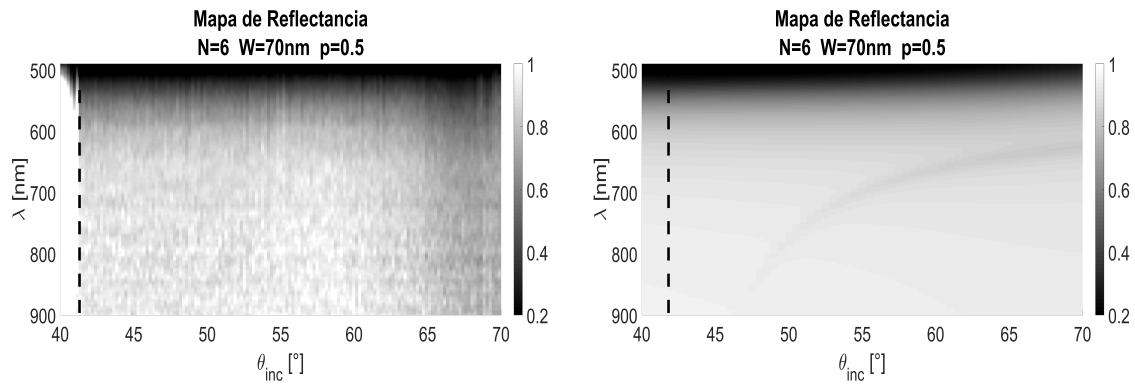
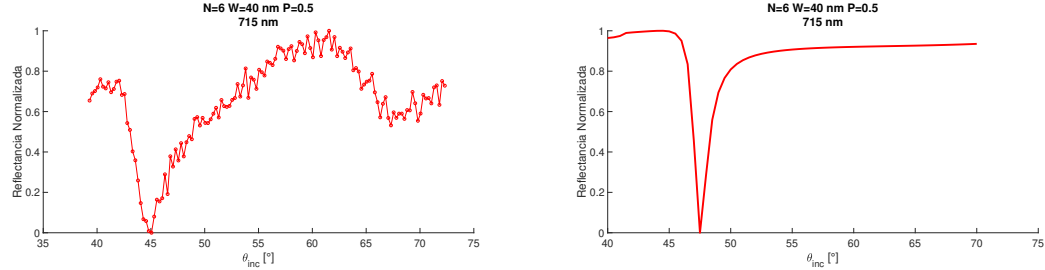


Figura 6.9: Espectro de reflectancia normalizado obtenido de manera experimental (izquierda) y numérica (derecha) para un sistema multicapa de $N = 6$ películas, periodo $W = 70$ nm y fracción de llenado $p = 0.5$.

Los resultados experimentales presentan una disminución del contraste en comparación con los resultados numéricos debido a la dispersión cromática que sufre el haz láser al entrar al prisma. El resultado numérico considera interfaces planas, sin embargo, las muestras experimentales no son películas planas perfectas, por lo tanto, fenómenos de difracción que no son considerados en la teoría ocurren en la caracterización experimental. Comparando los resultados en función de la cantidad de Au en el sistema, se deduce que el aumento de este ocasiona un bajo contraste en la parte experimental. Se puede observar en las Figuras 6.5 y 6.6 que para un periodo constante, si la fracción de llenado cambia la banda de absorción se ensancha y se recorre hacia longitudes de onda mas cortas para el sistema con mayor fracción de llenado respecto a la posición del ángulo de incidencia. El mapa de reflectancia experimental para un multicapas de $N = 6$ películas con periodo $W = 70$ nm y fracción de llenado $p = 0.5$ correspondiente a la Figura 6.9 se comporta como un metal efectivo, por tal motivo no se presenta una banda donde la reflectancia tome un mínimo.

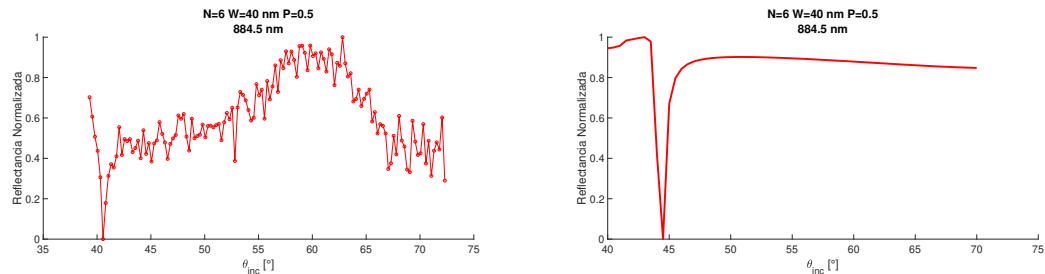
Como se muestra en la sección 4.1.2 no es posible excitar modos híbridos fotónico-plasmónicos mediante la técnica de reflexión totalmente atenuada en configuración de Kretschmann (Véase Figura 6.5 a 6.9).

Para continuar con el estudio se toman cortes del mapa de reflectancia correspondiente de la Figura 6.5 a un ángulo fijo θ_{inc} o a una longitud de onda fija λ .



(a) Corte del mapa de reflectancia experimental de (b) Corte del mapa de reflectancia teórica de la Figura 6.5 a una longitud de onda de 715 nm.

Figura 6.10: Curvas de reflectancia experimental y teórica a una longitud de onda λ fija en función de θ_{inc} .

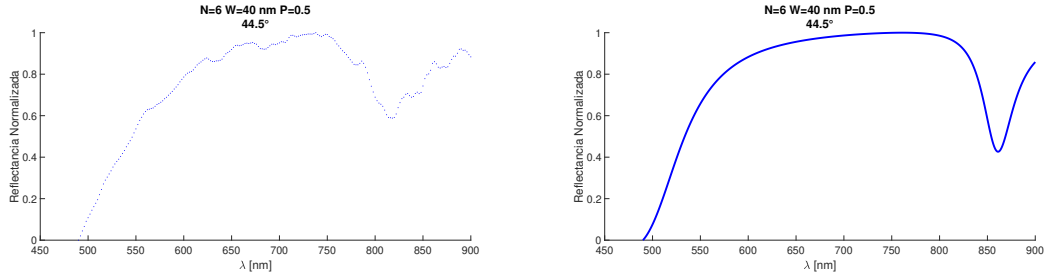


(a) Corte del mapa de reflectancia experimental de (b) Corte del mapa de reflectancia teórica de la Figura 6.5 a una longitud de onda de 884.5 nm.

Figura 6.11: Curvas de reflectancia experimental y teórica a una longitud de onda λ fija en función de θ_{inc} .

Caracterización experimental de metamateriales hiperbólicos

6.2 Dependencia angular de los espectros de reflexión



(a) Corte del mapa de reflectancia experimental de la Figura 6.5 a un ángulo fijo correspondiente a 44.5° . (b) Corte del mapa de reflectancia teórica de la Figura 6.5 a un ángulo fijo correspondiente a 44.5° .

Figura 6.12: Curvas de reflectancia experimental y teórica a una longitud de onda λ fija en función de θ_{inc} .

Capítulo 7

Conclusiones

Los sistemas multicapa que alternan materiales metálicos y dieléctricos de Au y TiO_2 son una configuración que presenta las características necesarias para formar un metamaterial óptico hiperbólico cuando es iluminado en el rango óptico del espectro visible, ya que en este régimen de iluminación cumplen con tener una anisotropía extrema en su tensor de permitividad. Para que estos sistemas multicapa se comporten como metamateriales hiperbólicos el espesor de las películas delgadas debe ser mucho menor a la longitud de onda de iluminación, de lo contrario el metamaterial se comporta como un metal efectivo. Por el contrario, si los elementos dieléctricos son muy grandes, entonces el sistema multicapas se comportará como un dieléctrico efectivo. Estos son casos límite que pueden entenderse revisando la teoría del medio efectivo [12].

Como el espesor total de los sistemas multicapas presentes en la Tabla 1 es menor en comparación a las longitudes de onda con que se iluminaron los medios, estimar la relación de dispersión y las curvas de reflectancia mediante el método de la matriz T describe en una buena aproximación los resultados experimentales, como se demostró en las Figuras 6.5-6.9.

Las discrepancias obtenidas entre los resultados teóricos y experimentales se deben a varias razones, una de ellas es el modelo de conducción de los electrones correspondiente a la función dieléctrica. El modelo empleado de Greosges y Barchiesi para el oro es un ajuste numérico que adapta un modelo de tipo Drude-Lorentz para describir los resultados experimentales obtenidos por Johnson y Christy en [28] del índice de refracción complejo del Au . Diversos trabajos muestran que existe una dependencia del índice de refracción con el espesor de las películas delgadas. Adaptar las propiedades ópticas de los metamateriales caracterizados de forma experimental omite la información real de las propiedades ópticas del oro presente en las muestras. El modelo de la matriz T considera superficies planas, sin embargo, la fabricación de los metamateriales conlleva la obtención de rugosidades en cada interface, fenómenos que no son considerados dentro del modelo. El láser con el que fue iluminado el medio tiene un perfil gaussiano, mientras que en la teoría se considera la iluminación por ondas planas. Considerar todos los aspectos anteriores en la teoría y caracterizar las propiedades ópticas del metamaterial de forma experimental representan un área de oportunidad para mejorar las predicciones teóricas.

Al no considerar los aspectos de fabricación, tales como la rugosidad dentro del sistema, el mínimo en las curvas de reflectancia experimentales a una longitud de onda fija correspondientes a las Figuras 6.10a y 6.11a no coinciden con los mínimos encontrados en las curvas de reflectancia

obtenidos mediante el método de la matriz T correspondientes a las Figuras 6.10b y 6.11b respectivamente. La curva presente experimental en la Figura 6.12a tiene más similitud con el resultado teórico de la Figura 6.12b, sin embargo presenta un corrimiento significativo de 50 nm para el mínimo de reflectancia en comparación con el resultado esperado teóricamente cuando se deja un ángulo fijo en el corte del mapa de reflectancia correspondiente al sistema multicapas.

Los mapas de la relación de dispersión de los sistemas multicapa mostrados en la sección 5.2 presentan una hibridación de modos en el rango de iluminación que va de 550 nm a 700 nm. La hibridación se encuentra entre la relación de dispersión de ondas planas viajando en vidrio (substrato) y la relación de dispersión de ondas planas que viajan en el TiO_2 , eso muestra físicamente que no es posible excitar modos híbridos fotónico-plasmónicos empleando la configuración experimental de Kretschmann.

Los modos híbridos fotónico-plasmónicos pueden excitarse acoplando una guía de onda dieléctrica de TiO_2 sobre las que se pondrá el sistema multicapas como substrato. Los resultados de la sección 5.3 de las simulaciones en el software CST demuestran que si el metamaterial es radiado por un dipolo desde el sustrato (TiO_2), permite el acoplamiento de campo electromagnético dentro del metamaterial en la región de 600 nm a 700 nm, correspondiente al intervalo donde se presenta la hibridación de modos en los sistemas estudiados. El modo fotónico viajará en la guía de onda dieléctrica de TiO_2 excitando también el modo plasmónico perteneciente al sistema multicapas.

Apéndice A

Programas

En este apéndice se muestran los códigos realizados en el software Matlab para obtener los mapas de dispersión y reflectancia para los metamateriales ópticos hiperbólicos compuestos de sistemas multicapas estudiados en el capítulo 3 de esta tesis. Los comentarios dentro de los mismo carecen de acentuación por la falta de reconocimiento que tiene el programa a la tilde.

A.1. Código para obtener los mapas de dispersión de MMH

El siguiente código es implementado para obtener los mapas de dispersión para un sistema multicapas de un número N de películas. Las longitudes de onda de iluminación se encuentran dentro del espectro óptico. Los valores propuestos para β se han tomado de tal manera que la relación de dispersión para ondas planas viajando en el sustrato y el superestrato fueran visibles en los mapas. Las películas del sistema multicapas están compuestas por oro y dióxido de titanio. Los valores de la función dieléctrica del oro en función de la longitud de onda de iluminación están modelados mediante el modelo propuesto por Gresoges y Barchiesi [10].

```
1 % *****
2 % ***** MAPAS DE DISPERSION PARA SISTEMAS MULTICAPAS *****
3 % ** Jonathan Ramirez Aragon 10/05/2023 **
4 % *****
5 clear all % Limpia el workspace al iniciar la ejecucion.
6 close all % Cierra las figuras de ejecuciones anteriores.
7 clc
8 tic % Inicia el contador de tiempo de la ejecucion.
9
10 N = 6; % Numero de peliculas en el sistema.
11 pol = 0; % Eleccion de polarizacion: 0 = TM; 1 = TE.
12 nsub = 1.5; % Indice de refraccion del sustrato.
13 nsup = 1.0; % Indice de refraccion del superestrato.
14 lam_ini = 480; % Longitud de onda inicial [nm].
15 lam_fin = 1000; % Longitud de onda final [nm].
16 lam = (lam_ini:1:lam_fin)*1e-9; % Vector de longitudes de onda. [m]
17 c = 2.99792458e8; % Velocidad de la luz en el vacio. [m/s]
18 w = 2*pi*c./lam; % Espectro de frecuencias. [Hz]
19 woc = w./c; % Espectro de numeros de onda.
20 beta = (0.1:0.01:3).*1e7; % Vectores de onda beta propuestos.
21
```

```

22 % ***** Modelo tipo Drude-Lorentz de Greosges y Barchiesi (Au)*****
23
24 % Los valores colocados para el modelo se encuentran en el articulo
    "optical properties of nobel metals" [].
25
26 epsL_inf=5.9673;
27 wD=2*pi*2113.6e12;
28 gD=2*pi*15.92e12;
29 omegaL=2*pi*650.07e12;
30 GL=2*pi*104.86e12;
31 Deps=1.09;
32 for k=1:numel(lam) % Permitividad (Au) para cada longitud de onda.
33     epsAu(k)=epsL_inf-(wD.^2./(w(k).*(w(k)+1i.*gD))) - ...
34         (Deps.*omegaL.^2./((w(k).^2.-omegaL.^2)+1i.*GL.*w(k)));
35 end
36 % *****
37 % Permitividad de las peliculas que conforman el sistema multicapas
38 for j=1:numel(lam)
39     epsTiO2(j)=1.9^2; % Permitividad del dióxido de titanio.
40     epsLiq(j)=1.53^2; % Permitividad del liquido de inmersión.
41     epssub(j)=nsub^2; % Permitividad del sustrato (Vidrio).
42     epssup(j)=nsup^2; % Permitividad del superestrato (Aire).
43 end
44 eps1=epsAu; % Permitividad de la 1er pelicula (Au).
45 eps2=epsTiO2; % Permitividad de la 2da pelicula (TiO2).
46 eps3=epsAu; % Permitividad de la 3er pelicula (Au).
47 eps4=epsTiO2; % Permitividad de la 4ta pelicula (TiO2).
48 eps5=epsAu; % Permitividad de la 5ta pelicula (Au).
49 eps6=epsTiO2; % Permitividad de la 6ta pelicula (TiO2).
50 eps=[epssub;eps1;eps2;eps1;eps2;eps1;eps2;eps1;eps2;epssup];
51 d = [35; 15; 35; 15; 35; 15].*1e-9; % Espesor de cada pelicula.
52 % Posicion de cada interface del sistema comenzando en (z=0).
53 z(1)=0.0;
54 for ii = 1:N
55     z(ii+1) = z(ii) + d(ii);
56 end
57 % ***** Aplicacion del metodo de la matriz T
    *****
58 for ii = 1:numel(lam)
59     for jj = 1:numel(beta)
60         T=[1 0; 0 1]; % Matriz identidad.
61         for kk = 1:numel(z)
62             alphas = sqrt((woc(ii)^2)*eps(kk,ii) - beta(jj).^2); %
                Componente en z del vector de onda debajo de la
                interfaz.
63             alphas1 = sqrt((woc(ii)^2)*eps(kk+1,ii) - beta(jj).^2);
                % Componente en z del vector de onda arriba de la
                interfaz.
64             if pol == 0
65                 nu = eps(kk,ii); % Permitividad debajo de la
                    interfaz.
66                 nu1 = eps(kk+1,ii); % Permitividad arriba de la

```

```

67         interfaz.
68     elseif pol == 1
69         nuj = 1.0; % permeabilidad debajo de la interfaz.
70         nuj1 = 1.0; % permeabilidad arriba de la interfaz.
71     end
72     km = alphas*z(kk);
73     km1 = alphas1*z(kk);
74     Dk=km-km1;
75     Sk=km+km1;
76     gamma = (nuj1./nuj).*(alphas./alphas1);
77     a11 = (1+gamma)*exp(1i*Dk); % Componentes
78     a12 = (1-gamma)*exp(-1i*Sk); % del metodo
79     a21 = (1-gamma)*exp(1i*Sk); % de la matriz
80     a22 = (1+gamma)*exp(-1i*Dk); % T.
81     Tj = 0.5*[a11 a12; a21 a22]; % Matriz T.
82     T = Tj*T;
83     end
84     Disp(ii,jj) = T(2,2); % Funcion de dispersion.
85 end
86 % ***** Mapa de la relacion de dispersion *****
87 k1=nsup*2*pi./lam; % Curva de dispersion de ondas viajando en aire.
88 k2=nsup*2*pi./lam; % Curva de dispersion de ondas viajando en
89     vidrio.
90 clim=[-3 2]; % Rango de nitidez.
91 figure1 = figure; % Definicion de la figura.
92 axes1 = axes('Parent',figure1,'YDir','reverse','FontSize',24);
93 hold on
94 imagesc(beta,lam.*1e9,log(abs(Disp))) % Mapeo de log(abs(T_{22}))
95 plot(k1,lam.*1e9,':k','LineWidth',5) % Curva de dispersion de k1.
96 plot(k2,lam.*1e9,'--k','LineWidth',5) % Curva de dispersion de k2.
97 legend({'k_{1}\lambda=2\pi n_{sup}','k_{2}\lambda=2\pi n_{sub}'},'
98     Location','southwest')
99 hold off
100 set(gca, 'FontSize', 24, 'YDir' , 'reverse')
101 ylim([lam_ini lam_fin]) % Rango en longitudes de onda.
102 xlim([0.1 3].*1e7) % Rango de numeros de onda
103 colormap(hot(256)) % Color del mapa
104 colorbar('peer',axes1,'NorthOutside','XTick',caxis,'XTickLabel',{'
105     min','max'},...
106     'XAxisLocation','top',...
107     'FontSize',24);
108 xlabel('\beta [m^{-1}]','FontSize',24) % Titulo del eje x.
109 ylabel('\lambda [nm]','FontSize',24) % Titulo del eje y.
110 title('Mapas de dispersion') % Titulo del mapa.
111 toc % Para el contador de tiempo de la ejecucion.

```

A.2. Código para obtener los mapas de reflectancia de MMH

El código que se muestra a continuación genera los mapas de reflectancia de un sistema multicapas compuesto por un número N de películas puestas entre un sustrato y superestrato con índices de refracción n_{sub} y n_{sup} respectivamente en función del ángulo de incidencia θ_{inc} y la longitud de onda de la onda plana incidente λ .

```

1  % *****
2  % ***** MAPAS DE REFLECTANCIA PARA SISTEMAS MULTICAPAS *****
3  % ** Jonathan Ramirez Aragon                               10/05/2023 **
4  % *****
5  clear all      % Limpia el workspace al iniciar la ejecucion.
6  close all     % Cierra las figuras de ejecuciones anteriores.
7  clc
8  tic % Inicia el contador de tiempo de la ejecucion.
9
10 N = 6;          % Numero de peliculas.
11 pol = 0;        % Polarizacion: 0 = TM; 1 = TE;
12 nsub = 1.5;     % Indice de refraccion del sustrato.
13 nsup = 1.0;     % Indice de refraccion del superestrato.
14 lam_ini = 480;  % Longitud de onda inicial [nm].
15 lam_end = 900;  % Longitud de onda foinal [nm].
16 ang_ini = 30;   % Angulo inicial [grados].
17 ang_end = 89;   % Angulo final [grados].
18
19 lam = (lam_ini:1:lam_end)*1e-9; % Rango de longitudes de onda.
20 c = 2.99792458e8; % Velocidad de la luz (vacio) [m/s]
    j.
21 w = 2*pi*c./lam; % Rango de frecuencias [Htz].
22 woc = w./c; % Rango de numeros de onda [m^-1].
23 ang_inc = (ang_ini:0.5:ang_end); % Rango de angulos de iluminacion
    [grados].
24 ang = ang_inc.*(pi/180); % Rango en radianes.
25
26 % ** Modelo tipo Drude-Lorentz de Greosgues y barchiesi **
27 epsL_inf=5.9673; % Constantes del modelo
28 wD=2*pi*2113.6e12; % de la funcion dielectrica
29 gD=2*pi*15.92e12; % para el oro del tipo
30 omegaL=2*pi*650.07e12; % Drude-Lorentz propuesto
31 GL=2*pi*104.86e12; % por Greosges y Barchiesi.
32 Deps=1.09; %
33 for k=1:numel(lam) % Permitividad en funcion de la longitud de onda
    .
34     epsAu(k)=epsL_inf-(wD.^2./(w(k).*(w(k)+1i.*gD))) - ...
35     (Deps.*omegaL.^2./((w(k).^2.-omegaL.^2)+1i.*GL.*w(k)));
36 end
37 % *****
38
39 % ** Funcion dielectrica de los medios que conforman el sistema **
40 for j=1:numel(lam)
41     epsTiO2(j)=1.9^2; % Permitividad del dioxido de titanio.
42     epsLiq(j)=1.53^2; % Permitividad del liquido de inmersión.

```

```

43     epssub(j)=nsub^2;    % Permitividad del sustrato.
44     epssup(j)=nsup^2;   % Permitividad del superestrato.
45 end
46 eps1=epsAu;            % Permitividad de la 1er pelicula.
47 eps2=epsTiO2;          % Permitividad de la 2da pelicula.
48 eps3=epsAu;            % Permitividad de la 3er pelicula.
49 eps4=epsTiO2;          % Permitividad de la 4ta pelicula.
50 eps5=epsAu;            % Permitividad de la 5ta pelicula.
51 eps6=epsTiO2;          % Permitividad de la 6ta pelicula.
52 eps=[epssub; eps1; eps2; eps1; eps2; eps1; eps2; epssup];
53 dAu = 40; % Espesor de una pelicula de oro [nm].
54 dTiO2 = 10; % Espesor de una pelicula de TiO2 [nm].
55 d = [dAu; dTiO2; dAu; dTiO2; dAu; dTiO2].*1e-9; % Espesor de cada
    pelicula.
56 T = dAu + dTiO2; % Periodo del sistema.
57 p = dAu/T; % Fraccion de llenado del sistema.
58
59 % ***** Posicion de cada interface *****
60 z(1)=0.0;
61 for ii = 1:N
62     z(ii+1) = z(ii) + d(ii);
63 end
64
65 % ***** Reflectancia en funcion del angulo de incidencia *****
66
67 for ii = 1:numel(lam) % Ciclo for para longitudes de onda.
68     for jj = 1:numel(ang) % Ciclo for para angulos de incidencia.
69         Tang=[1 0; 0 1]; % Matriz identidad.
70         betaang(jj) = woc(ii)*nsub*sin(ang(jj)); % Componente x del
            vector de onda en funcion del angulo de incidencia
71         for kk = 1:numel(z) % Ciclo for para cada interface.
72             alphas = sqrt((woc(ii)^2)*eps(kk,ii) - betaang(jj).^2);
            %Compnente z del vector de onda debajo de la
            interface.
73             alphas1 = sqrt((woc(ii)^2)*eps(kk+1,ii) - betaang(jj)
                .^2); %Compnente z del vector de onda arriba de la
                interface.
74             if pol == 0 % Iluminacion con modo TE.
75                 nu = eps(kk,ii);
76                 nu1 = eps(kk+1,ii);
77             elseif pol == 1 % Iluminacion con modo TM.
78                 nu = 1.0;
79                 nu1 = 1.0;
80             end
81             km = alphas*z(kk);
82             km1 = alphas1*z(kk);
83             Dk=km-km1;
84             Sk=km+km1;
85             gamma = (nu1./nu).*(alphas./alphas1);
86             a11 = (1+gamma)*exp(1i*Dk); % Componentes del metodo
87             a12 = (1-gamma)*exp(-1i*Sk); % de la matriz T en funcion
88             a21 = (1-gamma)*exp(1i*Sk); % del angulo de incidencia

```

```

89         a22 = (1+gamma)*exp(-1i*Dk); % y longitud de onda.
90         Tjang = 0.5*[a11 a12; a21 a22]; % Matriz T (interface).
91         Tang = Tjang*Tang; % Matriz T total del sistema.
92     end
93     rang(ii,jj) = -Tang(2,1)/Tang(2,2); % Coeficiente de
        reflexion.
94     tang(ii,jj) = (Tang(1,1)*Tang(2,2) - Tang(1,2)*Tang(2,1))/
        Tang(2,2); % Coeficiente de transmision.
95     Rang(ii,jj) = (abs(rang(ii,jj))).^2; % Reflectancia.
96     Tang(ii,jj) = (abs(tang(ii,jj))).^2; % Transmitancia.
97 end
98 end
99
100 k1=nsup*2*pi./lam; % linea de luz del superestrato.
101 k2=nsup*2*pi./lam; % linea de luz del sustrato.
102
103 theta_c=asin(nsup/nsup); % Angulo critico.
104 theta_c=theta_c*180/pi; % Angulo critico en radianes.
105 angc=linspace(theta_c,theta_c,numel(lam)); % Linea vertical del
        angulo critico.
106
107 figure1 = figure; % Definicion de grafico-
108 axes1 = axes('Parent',figure1,'YDir','reverse','FontSize',24);
109 hold on
110 imagesc(ang_inc,lam.*1e9,Rang) % Mapa de reflectancia.
111 plot(angc,lam.*1e9,':k','LineWidth',5) % Recta del angulo critico.
112 legend({'\theta_{c}(\lambda)'},'Location','southwest') % Titulo 1.
113 hold off
114 set(gca, 'FontSize', 24, 'YDir' , 'reverse')
115 ylim([lam_ini lam_end]) % Rango de longitudes de onda.
116 xlim([ang_ini ang_end]) % Rango de angulos.
117 colorbar('peer',axes1,'NorthOutside','XTick',caxis,'XTickLabel',{'0
        ', '1'},...
118         'XAxisLocation','top',...
119         'FontSize',24);
120 colormap(hot(256)) % Color del mapa.
121 xlabel('\theta_{inc} [\degree'],'FontSize',24) % Leyenda del eje x.
122 ylabel('\lambda [nm'],'FontSize',24) % Leyenda del eje y.
123 title({'Mapas de reflectancia';['N=6 T=0.8 P=50 nm']}) %
        Titulo del mapa.
124
125 toc % Para el contador de tiempo de la ejecucion.

```

Bibliografía

- [1] Veselago, V. G. (1967). *Electrodynamics of substances with simultaneously negative and.*, Usp. fiz. nauk, 92: 517.
- [2] Kretschmann, Erich y Reather, Heinz. *Radiative Decay of Non Radiative Surface Plasmons Excited by Light*, Alemania: Institut für Angewandte Physik der Universität Hamburg, Springer, Vol. 217, Issue 3. (1968).
- [3] A. Otto. (1968) *Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection*, Z. Phys. 216, p 398.
- [4] Pendry JB, Holden AJ, Stewart WJ, Youngs I. et al. (1996) *Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures*, PHYSICAL REVIEW LETTERS, Vol.: 76, Pages: 4773-4776, ISSN: 0031-9007.
- [5] Contopanagos A, Yablonovitch E, Alexopoulos NG. (1999). *Electromagnetic properties of periodic multilayers of ultrathin metallic films from dc to ultraviolet frequencies*, Journal of the Optical Society of America A-Optics and Image Science, vol.16, no.9, Sept. 1999, pp.2294-306. Publisher: Opt. Soc. America, USA.
- [6] Schultz, Sheldon and Smith, David and Vier, David and Padilla, Willie and Nemat-Nasser, S. (2000). *Composite Media where Maxwell's Equations Obey a Left Hand Rule*, Duke University.
- [7] Martin, Oliver and Smith, D. and Schultz, Sheldon. (2001). *Experimental verification of a negative index of refraction*, Science 292, 77-79. Science (New York, N.Y.). 292. 77-9.
- [8] Walser, Rodger. (2001). *Electromagnetic metamaterials*, Proc. SPIE. 4467. 10.1117/12.432921.
- [9] Poddubny, A., Iorsh, I., Belov, P., y Kivshar, Y. (2013). *Hyperbolic metamaterials*, Nature photonics, 7(12): 948–957.
- [10] Barchiesi, D. y Grosjes, T. (2015). *Errata: Fitting the optical constants of gold, silver, chromium, titanium and aluminum in the visible bandwidth*, Journal of Nanophotonics, 8(1): 089996.
- [11] Ferrari, L., Wu, C., Lepage, D., Zhang, X., y Liu, Z. (2015). *Hyperbolic metamaterials and their applications*, Progress in Quantum Electronics, 40: 1–40.
- [12] Bautista González, R.E. (2022). *Interacción de luz con metamateriales hiperbólicos*, Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California. 59 pp.
- [13] John Chilwell and Ian Hodgkinson. (1984). *Thin-films field-transfer matrix theory of planar multilayer waveguides and reflection from prism-loaded waveguides*, J. Opt. Soc. Am. A 1, 742-753.
- [14] Antia H.M. (1991). *Numerical Methods for Scientists and Engineers*, MGH.

- [15] K.C. Kao and G.A. Hockham. (1966). *Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies*, Source: Volume 113, Issue 7, July 1966, p. 1151 – 1158.
- [16] A. Sytchkova, A. Belosludtsev, L. Volosevičienė, R. Juškėnas, R. Simniškis. (2021). *Optical, structural and electrical properties of sputtered ultrathin chromium films*, Opt. Mater. 121, 111530.
- [17] Téllez Limón R. and Salas Montiel R. (2021). *Nanowires Integrated to Optical Waveguides*, Source: IntechOpen, Nanowires, chapter 8.
- [18] Beltrán Madrigal, J. (2013). *Interacción de plasmones de superficie localizados en estructuras híbridas fotónica-plasmónicas*, Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California. 125 pp.
- [19] Belov, P. A. (2003). *Backward waves and negative refraction in uniaxial dielectrics with negative dielectric permittivity along the anisotropy axis*. Microwave Opt. Technol. Lett. 37, 259–263.
- [20] Arora, P., Talker, E., Mazurski, N. and Levy, U. (2018). *Dispersion engineering with plasmonic nano structures for enhanced surface plasmon resonance sensing*. Scientific reports 8 (1), 1–9.
- [21] Popov, V. (Et al.). (2018). *Surface waves on multilayer hyperbolic metamaterials: Operator approach to effective medium approximation*, Department of Theoretical Physics and Astrophysics, Belarusian State University.
- [22] Huang Yan, Gao Lai-xu, Li Song-quan, Su Wen-ling, Ye Hong-an. (2011). *Research on Surface Plasmon Resonance Sensor Based on Wavelength Modulation by Using Theoretical Simulation*, Third International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation.
- [23] Smith, D. R., Schurig, D. (2003). *Electromagnetic wave propagation in media with indefinite permittivity and permeability tensors*. Phys. Rev. Lett. 90, 077405.
- [24] Jackson, W. David. (1962). *Classical Electrodynamics*, United States of America.
- [25] Maier, A. Stefan. (2007). *Plasmonics, Fundamentals and Applications*, United Kingdom: University of bath.
- [26] Eugene, Hetch. (2000). *óptica.*, Addison Wesley, Madrid.
- [27] Amnon, Yariv. (1983). *Optical Waves in Crystals. Propagation and Control of. Laser Radiation.*, California Institute of Technology.
- [28] Johnson, P., Christy, R. (1972). *Optical constants of the Noble Metals.*, Physical Review B. Darmouth college: Department of Physics and Astronom.
- [29] Enoch, Stefan, Bond, Nicolas. (2012) *Plasmonics, From basis to Advanced Topics*, New York.
- [30] Zhang, Z., Fan, Y. *Propagation properties of a wave in a disordered multilayered system containing hyperbolic metamaterials*. J. Opt. Soc. Am. B 29, 2995–2999 (2012).
- [31] V. Agranovich and D. Mills. *Surface Polaritons: Electromagnetic Waves at Surfaces and Interfaces*. (North-Holland, Amsterdam, 1982)
- [32] Balmain, K. G., Lüttgen, A. A. E., Kremer, P. C. *Resonance cone formation, reflection, refraction, and focusing in a planar anisotropic metamaterial*. IEEE Ant. Wireless Propag. Lett. 1, 146–149 (2002).