



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

LA AUTENTICIDAD EN PROBLEMAS MATEMÁTICOS REFERENTES A  
LA RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES EN LIBROS  
DE TEXTO SEGUNDO DE SECUNDARIA

Tesis que para obtener el título de

LICENCIADO EN MATEMÁTICAS APLICADAS

presenta

Clara Lo Rujamah Arce Rojas

Directora de tesis

Dra. Estela de Lourdes Juárez Ruíz

OCTUBRE 2023

*Dedicado a mis padres, pareja, hermano y a mí.*

*Esta tesis es un tributo a la vida, a la superación y a la posibilidad de un futuro mejor. Que nuestras experiencias pasadas nos recuerden que, incluso en los momentos más oscuros, hay una chispa de esperanza que puede encender un camino hacia adelante.*

## AGRADECIMIENTOS

Después de un largo tiempo al fin puedo decir LO LOGRÉ, ya que a pesar de las circunstancias y la pandemia en la cual se agravo mi ansiedad y depresión, logré salir de ello y enfocarme a finalizar este proceso. Y aunque no lo termine con el tema que había elegido con anterioridad, me siento feliz y contenta por culminarlo con este proyecto y por lo que estoy agradecida.

Antes que nada, quisiera agradecerles a mis padres Plácida Clemencia Rojas Sánchez y Juventino García Zepeda quienes han estado conmigo desde que nací y que día a día me motivaban a mejorar y que a pesar de los obstáculos que hemos pasado y enfrentado me han sabido demostrar su cariño de forma incondicional y gracias a ellos logré realizarme de forma académica y personal.

A mi hermano Diego Natanael Arce Rojas que a pesar de nuestras diferencias, peleas y desacuerdos, él siempre ha estado conmigo y no me ha dejado sola al contrario me impulsa a dar lo mejor de mí.

A mi pareja Néstor García García que con toda la paciencia, cariño, tolerancia, amor y apoyo incondicional que me ha brindado para salir adelante de cada crisis que he enfrentado y así levantarme del abismo en que caía recurrentemente.

Paulina, Javi, Josué fueron los primeros y únicos compañeros que puedo llamar amigos ya que no suelo ser muy sociable, ustedes me integraron y entre risas, juegos y actividades que realizábamos juntos creamos buenos recuerdos de la licenciatura.

Señor Luis estuviste en el semestre más complicado de la carrera y no por cuestión académica sino por una cuestión personal y que gracias a las dudas, risas, chismes y partidos del Real Madrid y Liverpool creamos una amistad curiosa, la cual fue un incentivo de superación.

Nathalia e Itzel mis hermanitas adoptivas de la carrera, cómo olvidar lo que pasamos en Monterrey en el Congreso, fue una experiencia única e irrepetible.

Al Dr. Eric Flores Medrano por invitarme al proyecto de elaboración de materiales para personas ciegas y a la M. C. Nayeli Berenice Quiñones Baldazo con la que trabajé y logramos elaborar un material para la enseñanza del teorema de Tales.

A la Dra. Isaura Cecilia García López, la Lic. Aurora García López y a toda la comunidad de Casa del Sordo que en mi primer proyecto me apoyaron y alentaron para realizarlo y aunque no esté culminado, aun es un proyecto que deseamos terminar.

Asimismo, extendiendo mi gratitud a mi directora de tesis la Dra. Estela de Lourdes Juárez Ruiz que con su tiempo, orientación, paciencia, apoyo y confianza durante este proceso finalmente he logrado culminarlo.

## Contenido

AGRADECIMIENTOS .....	2
INTRODUCCIÓN .....	5
CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN.....	8
1.1 Planteamiento del problema.....	10
1.2 Objetivos .....	10
1.3 Justificación.....	11
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO .....	13
2.1 Teoría de situaciones auténticas .....	14
2.2 Revisión de investigaciones en análisis de libros de texto en el tema de sistemas de ecuaciones lineales .....	15
2.3 Análisis de documentos.....	17
2.3.1 Método de investigación cualitativa.....	18
2.4 Análisis de contenido.....	19
2.4.1 Análisis de libros de texto .....	21
CAPÍTULO 3. MÉTODO.....	23
CAPÍTULO 4: ANÁLISIS Y RESULTADOS.....	25
CONCLUSIONES.....	36
REFERENCIAS .....	38

## INTRODUCCIÓN

Las matemáticas hoy y siempre han sido fundamentales en la educación básica en México, ya sea en la educación pública o privada, y siempre ha sido de las materias más complejas al momento de enseñar y algunas de las dificultades para el aprendizaje de las matemáticas según Muñoz y Ríos “se agudizan en el tema de resolución de problemas cuando aplican ecuaciones lineales, ya que interviene un mayor análisis y no solo la repetición de un proceso mecánico” (como se citó en Chavarría, 2014, p. 16).

Cabe resaltar que los propósitos de la enseñanza de las matemáticas en nivel secundaria del Plan de Estudios 2017 son:

Concebir las matemáticas como una construcción social en donde se formulan y argumentan hechos y procedimientos matemáticos.

Adquirir actitudes positivas y críticas hacia las matemáticas: desarrollar confianza en sus propias capacidades y perseverancia al enfrentarse a problemas; disposición para el trabajo colaborativo y autónomo; curiosidad e interés por emprender procesos de búsqueda en la resolución de problemas.

Desarrollar habilidades que les permitan plantear y resolver problemas usando herramientas matemáticas, tomar decisiones y enfrentar situaciones no rutinarias.

(SEP, 2017, p. 161)

Actualmente los libros de texto gratuitos son herramientas en el proceso de aprendizaje de los estudiantes; de esto hablan Fernández y Caballero (2017), con los cuales, el docente planifica sus clases, por lo que deben tener un contexto adecuado para los aprendientes, además de ser claros y precisos, es lo que se menciona en los CTE (Consejos Técnicos Escolares).

Uno de los temas que son relevantes en segundo de secundaria es el de sistemas de ecuaciones, en particular la resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, recordando que se emplean cuatro métodos para su resolución que son el de sustitución, igualación, reducción (suma o resta) y graficación, los cuales tienen poco uso en la vida cotidiana como el cálculo de precios de mercancía y productos varios, hasta problemas de aspectos técnicos y de las ciencias, como el cálculo de sustancias en mezclas, propiedades físicas o químicas, también en finanzas, circuitos eléctricos, entre otros muchos temas (Licea, 2018), y por ende el aprendiente no expresa interés en aprender y comprender dicho tema.

Es por esto por lo que la investigación que se llevó a cabo consistió en un análisis de contenido de los libros de la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG), para ser cualificado el nivel de autenticidad de los problemas relacionados con sistemas de ecuaciones de dos variables (interpretación y resolución), con base en el modelo de autenticidad de Palm y Nyström (2009), en donde se mencionan cinco características que deben cumplir los problemas para que sean auténticos.

El presente trabajo se constituye de la siguiente manera.

El Capítulo 1 consta de nuestro Planteamiento del Problema a raíz de que el aprendizaje de las matemáticas en el nivel secundaria son la abstracción de estas por lo que genera cierta incertidumbre, falta de comprensión e interés de los alumnos en aprenderlas ya que para ellos no es aplicable o funcional en la vida diaria de forma explícita, sin embargo, sí se presenta de forma implícita, aunque los alumnos no se percaten de ello. Con base en esto, se busca que los problemas que se plantean en los libros de texto sean auténticos para que los alumnos logren relacionar los momentos de la vida diaria en los que se aplica el

sistema de ecuaciones de forma implícita.

En el Capítulo 2 se presenta el Marco Teórico de la investigación, en dónde vemos y analizamos ¿qué es un problema?, ¿qué significa una teoría de situación auténtica? y ¿qué aspectos se deben cumplir?, así como también se da a conocer el análisis de documentos enfocado en una metodología cualitativa, que es la metodología que se aplicó en este análisis. Además, se explica qué es el análisis de contenido enfocado al análisis de libros de texto, dando pauta a las características que se necesitan para realizarlo y la finalidad que tendrá dicho análisis.

En el Capítulo 3 se presenta el el Método de la investigación en el cual expone cómo se dio el desarrollo del análisis de los libros de texto de la CONALITEG, así como breves explicaciones puntuales de cada paso que se siguió, desde la selección de libros, problemas, cómo se clasificaron, y cómo se dio el análisis de los datos.

En el Capítulo 4 se expone el Análisis y los Resultados del análisis de contenido realizado a los problemas que se obtuvieron de los libros de texto, esto con la ayuda de tablas gráficas, también dando ciertos detalles de cómo fueron analizados los problemas con respecto a los aspectos que fueron el apoyo para categorizar los problemas viendo si eran o no problemas auténticos.

Finalmente, las Conclusiones se muestran; lo que se construyó con respecto a esta investigación, enfocada en el análisis de los libros de texto, con el fin de determinar si los problemas propuestos para la aplicación de sistemas de ecuaciones de dos variables son en su mayoría o minoría problemas auténticos según la propuesta de Palm y Nystrom (2009).

## **CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN**

El objetivo esencial de la Secretaría de Educación Pública (SEP) es asegurar que todos los mexicanos tengan acceso a una educación de calidad, en el nivel y modalidad que necesiten y en donde quiera que elijan estudiar en el territorio mexicano. Hasta el pasado curso 2022-2023, en el nivel básico (específicamente en secundaria) se estuvo poniendo en práctica la Reforma Educativa 2017 del Plan de estudios, la cual tiene como objetivo que todos los niños, niñas y adolescentes (NNA) tengan una educación de calidad e incluyente, dando paso a una formación humanista e integral, la cual brinda aprendizajes y conocimientos significativos, relevantes y útiles para la vida (Santillana, 2017).

En la educación básica se brindan libros de texto gratuitos los cuales son proporcionados por la CONALITEG, este organismo público es el responsable de revisar y actualizar los libros de texto que estén acordes con la finalidad del aprendizaje del alumno, ya que los libros son una herramienta de apoyo para el docente, así como un material de reforzamiento para el aprendiente. Estos libros de texto son obligatorios en la escuela secundaria, sin embargo, solo para la educación pública estos libros son gratuitos, mientras que en la privada son adquiridos en librerías externas teniendo un costo.

Con respecto al enfoque pedagógico, los planes y programas de estudio (SEP, 2017), establecen en el centro al aprendiente y que este sea competente. Por ende, los aprendizajes deben basarse en el contexto de este. Por esto es por lo que los problemas presentes en los libros de texto deben ser significativos, presenten retos para el aprendiente y este adquiera conocimiento de forma significativa para su contexto social.

Por otro lado, se tiene presente que en cada nivel educativo la deserción escolar se incrementa, y esto no solo es por cuestiones económicas del aprendiente, ya que una de las

principales razones es la apatía y desinterés que muestra al momento de adquirir conocimientos, que, en palabras de ellos, “¿para qué me sirve?”, “¿cuándo lo voy a ocupar en mi vida?”, y siendo las matemáticas una ciencia no es la excepción. De hecho, es en la materia que se presentan más interrogantes de esta índole y siendo más específicos en los temas donde se involucran ecuaciones, pues es cuando se llega a dichos temas el aprendiente menciona: “No voy a llegar a la tortillería a pedir “x” de tortilla”, “¡oye ma!, fueron  $3x=45$ ”, etc.

En el plan de estudios 2017, el tema de los sistemas de ecuaciones lineales se establece en segundo de secundaria, y se encuentra en el Eje de Número, Álgebra y Variación: Ecuaciones. Donde el Aprendizaje Esperado es: Que el aprendiente resuelva problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas (SEP, 2017). Siendo un tema nuevo, por lo que es necesario que el aprendiente comprenda en su mayoría o totalidad el tema.

Unos de los temas principales que se hablaron en los Consejos Técnicos del 2017-2022 fue la comprensión e interés del aprendiente, dando el enfoque a los problemas que son presentados en los libros de texto, en los cuales, si no son comprendidos, no podrán ser resueltos satisfactoriamente por el aprendiente, por lo que no siempre es culpa de él, ya que, si los problemas no son claros y contextualizados, no se encuentran naturales ni interesantes.

Y por todo lo anterior, es pertinente analizar los problemas que son planteados en los libros de texto que son repartidos y recomendados por la CONALITEG, donde se verá la autenticidad de problemas verbales que tratan el tema de sistemas de ecuaciones lineales y que tengan un contexto, con un enfoque cualitativo basado en la taxonomía propuesta por Palm y Nyström (2009), donde se consideran tareas auténticas y se definen aspectos que

caracterizan a un problema como tal.

## **1.1 Planteamiento del problema**

Dando pauta a las dificultades que existen en la comprensión y desarrollo de problemas matemáticos sobre “sistemas de ecuaciones lineales”, y con la relevancia que tienen los libros de texto gratuitos de la CONALITEG, ha surgido el interés en analizar los problemas que están dentro de estos para su análisis con base a la taxonomía de Palm y Nyström (2009).

Algunos estudios y la propia experiencia de la tesista demuestran y muestran que los problemas auténticos ayudan a que los alumnos comprendan y resuelvan los problemas con eficiencia. Por lo que el objetivo general de esta investigación es el siguiente:

## **1.2 Objetivos**

### **Objetivo general**

Analizar la autenticidad de los problemas verbales referentes a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales de dos variables propuestos en los libros de texto de la CONALITEG de segundo de secundaria de educación básica del ciclo escolar 2022-2023.

Para lograr el objetivo se debe de dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación:

### **Pregunta general**

¿Cuáles aspectos de autenticidad de la taxonomía de Palm y Nyström (2009) cumplen los problemas verbales del tema sistemas de ecuaciones lineales con dos variables propuestos en los libros de texto de segundo de secundaria de la CONALITEG del ciclo escolar 2022-2023?

### 1.3 Justificación

Debido a la importancia que tienen los libros de texto de la CONALITEG en el aprendizaje del aprendiente de educación básica, vale la pena realizar un análisis sobre ellos. Actualmente existen diversas investigaciones que se han enfocado en la autenticidad de los problemas en los libros de texto en distintos temas, sin embargo, aún no se cubren en su totalidad, por lo que falta mucho por investigar en este ámbito, como se desarrolla a continuación.

Palm (2006) expuso y demostró que la autenticidad de una tarea aumenta la efectividad de proporcionar soluciones a problemas verbales, ya que el alumno usa su conocimiento del contexto real en el que habita.

Medina (2018) en su tesis de maestría, hace un análisis de contenido cualitativo el cual se basó en los ocho aspectos y sub-aspectos propuestos en la Teoría de Situaciones Auténticas propuesta por Torulf Palm, donde tomó cinco ejercicios extraídos de alrededor de cien libros de los tres grados del ciclo escolar 2016-2017 autorizados por la CONALITEG, seleccionando un problema de cada uno de los siguientes temas:

- Teorema de Pitágoras
- Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros
- Explicitación y uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente
- Análisis de las relaciones entre los ángulos agudos y los cocientes entre los lados de un triángulo rectángulo
- Aplicación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos en la resolución de problemas.

Dando un total de cinco problemas, uno por cada tema, y con ello diseñar tareas

auténticas con base en los problemas analizados, además de que concluyó que la mayoría de los problemas presentes en los libros de textos que analizó carecen de autenticidad.

Por su parte, De León (2020) en su tesis de maestría, realiza un análisis cualitativo el cual también está basado en la taxonomía de Palm, donde analizó un total de 83 libros mexicanos propuestos por la CONALITEG y 4 libros colombianos de los tres grados de secundaria donde se extrajeron alrededor de 111 problemas relacionados con la temperatura, de los cuales se analizaron al azar siete ejercicios de libros mexicanos de los cuales en su mayoría cumplen con la característica de *Evento* sin embargo, no con la *Pregunta* y la *Información y datos*, y en cuanto al análisis de tres problemas colombianos, ninguno cumplieron con las tres características principales de la taxonomía de Palm, llegando a la conclusión que un problema *no auténtico* se caracteriza por solo cumplir el *Evento*, además de que la contextualización de los problemas no tiene una continuidad.

Pichardo y Juárez (2021) elaboraron un análisis cualitativo basado en los cinco aspectos propuestos por Palm y Nyström (2009). En su investigación analizaron 58 problemas extraídos de 29 libros de texto gratuitos de tercero de secundaria de la CONALITEG, enfocados en el teorema de Pitágoras, concluyendo que el 96.5% de los problemas no cumplen con al menos un aspecto de autenticidad y que solo el 3.5% de los problemas resultaron ser casi auténticos, dando por hecho que la mayoría de los problemas no son auténticos.

Por lo anterior se concluye que el análisis de libros de texto mediante la taxonomía de Palm y Nyström (2009) sigue siendo una necesidad; en este trabajo, estudiando los problemas de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas en libros de texto de segundo de segundo de secundaria, en el tema de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

## CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

Antes de iniciar se partirá dando respuesta a la siguiente pregunta: ¿Qué es un problema?, esto para tener claro a lo que nos referimos por problema en esta investigación y así se pueda comprender dicho concepto y tener las bases para dar inicio al trabajo en cuestión.

Juidías y Rodríguez (2007) señalaron que Alonso (1991) estableció:

La definición adecuada de un problema matemático va a depender, por un lado, de la disponibilidad de una amplia gama de estrategias que podemos aplicar en diversos contextos y, por otro, de la capacidad de reconocer que la estructura del problema que tenemos que resolver es similar a la de otros que hemos resuelto previamente. (p. 260)

De acuerdo con Oxford Languages un problema en general se define como:

2. n.m. Cuestión que se plantea para hallar un dato desconocido a partir de otros datos conocidos, o para determinar el método que hay que seguir para obtener un resultado dado.

Según la Real Academia Española (RAE), problema se define por:

2. m. Proposición o dificultad de solución dudosa.
3. m. Conjunto de hechos o circunstancias que dificultan la consecución de algún fin.
5. m. Planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos.

En palabras de Díaz y Poblete (2001):

La definición común de problema matemático implica una situación que supone una meta para ser alcanzada, pero existen obstáculos para alcanzar ese objetivo, lo cual requiere necesariamente de una deliberación ya que se parte del desconocimiento del algoritmo útil para resolverlo. (p. 35).

Muñoz (2008) menciona que Krulik y Rudnik (1980) establecen que:

Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma. (p.6).

## 2.1 Teoría de situaciones auténticas

Palm (2006), menciona en su publicación que un problema verbal auténtico no es una simple simulación de la vida real, si no que se apoya de elementos del contexto para que el pensamiento del alumno sea sobre conceptos y modelos, por lo que es fundamental en su aprendizaje.

Palm comenta que problemas de tipo textual que simula situaciones reales, hacen que los estudiantes trabajen con matemáticas útiles en situaciones de su contexto, con lo cual logran el proceso de resolución de problemas en la vida diaria (citado en Zarate, 2017, pág. 1) En la teoría de Palm y Nyström (2009) se definen cinco aspectos que son los más relevantes al momento de identificar un problema auténtico. A continuación, se definirán solo estos cinco aspectos:

**Evento:** Se refiere al **evento** descrito en la tarea. Es una simulación de una situación de la vida real, un requisito previo del evento es que tenga posibilidades de ocurrir o que ocurrió en la vida real.

**Pregunta:** Es la relación que existe entre la asignación dada en la tarea escolar y en una **situación extraescolar** correspondiente. Un requisito previo para que exista una situación de la vida real es que la pregunta en la tarea escolar pueda plantearse como en el evento de la vida real descrito.

**Propósito en el contexto de la tarea:** Es la adecuación de la respuesta a una tarea y por lo tanto las consideraciones a realizar, a veces depende del **propósito** de encontrar la respuesta. Por lo tanto, el propósito de la tarea debe ser tan claro para los estudiantes en la situación escolar

como lo sería en la situación de la vida real correspondiente. La claridad experimentada surge a partir de una declaración explícita que describa el propósito de la tarea o puede ser experimentado de forma implícita.

**Uso del lenguaje:** Se refiere a la **terminología, la estructura** de las oraciones y la cantidad de texto utilizado en la situación de la tarea. Esta no incluye términos difíciles los cuales no permitan a los alumnos realizar la tarea escolar.

**Existencia de información/datos:** Se basa en la **información** (valores, modelos y condiciones dadas) para la solución de un problema. Este aspecto cuenta con tres sub-aspectos los cuales son:

- **Existencia de información/datos:** Es del tipo que está basada en la existencia y accesibilidad de la información en la situación de la vida real.
- **Realismo de la información/datos:** Cuentan con un grado razonable de fidelidad en una simulación, es decir, los valores y números son realistas en el sentido de que son idénticos o muy cercanos.
- **Especificidad de la información/datos:** La información es específica (sujetos, objetos, y lugares) y no general.

Se puede observar que mediante estos aspectos los problemas o tareas escolares son más apegados a nuestra realidad, con lo cual se cree que el aprendizaje es más significativo para el alumno.

## **2.2 Revisión de investigaciones en análisis de libros de texto en el tema de sistemas de ecuaciones lineales**

En la revisión de literatura efectuada, mayormente se encontraron trabajos que estudian los contenidos en libros de texto referentes a la ecuación lineal y muy pocos de estos análisis de

libros de texto abordan el tema de sistemas de ecuaciones, como se muestra a continuación.

Chulián et al. (2019) realizaron un análisis de contenido de diferentes libros de texto de nivel secundaria con el tema de ecuaciones de primer grado, donde mencionan que los libros son un objeto indispensable al momento del aprendizaje y enseñanza en la cultura de estudio. El objetivo de este análisis fue identificar un buen material didáctico y encontrar materiales que fueran adaptables a la metodología del docente. Las categorías que fueron analizadas son: problemas/ejercicios, descripción/definiciones, expresiones simbólicas, álgebra, estructura y motivación, que se clasificaron en los modelos expositivo, tecnológico y comprensivo. La falta de un análisis previo del libro de texto, que no promueva un modelo de enseñanza-aprendizaje el cual beneficia a estudiantes y profesores, resulta en un proceso de enseñanza poco motivador.

Por su parte, Bruno y Rivas (2014) mencionan que, al dar solución a un sistema de ecuaciones, los alumnos le dan importancia al proceso algorítmico, el cual no lleva a comprender el significado de la solución. En el análisis de dos libros tuvieron como resultado que ambos libros dan un concepto distinto y no se focalizan en el tratamiento de la solución ya que le dan la importancia al proceso algorítmico mediante una extensa ejercitación. Cabe mencionar que esto repercute en el sistema de enseñanza repetitivo de los docentes.

González y Pinto (2013) en su investigación de análisis de libros de texto con respecto a ecuaciones lineales, mencionan la importancia que tiene el aprender dicho tema, ya que los alumnos no realizan adecuadamente los procedimientos matemáticos correspondientes ni ponen en práctica las definiciones básicas, y también recalcan la importancia de los libros de texto a pesar del avance tecnológico y el uso de las TIC. Su análisis se basó en los aspectos formales señalados por Orellana (2002) y en los aspectos analíticos formulados por Toulmin (1958).

Nexticapan (2022) realizó una investigación sobre el desempeño y percepción de los

estudiantes de nivel medio superior al resolver tareas auténticas y no auténticas en el tema de ecuaciones, esto debido a que hace hincapié en que los docentes tienen un estilo de enseñanza basado en definiciones, procedimientos algorítmicos y memorísticos, y no es que hasta el final, en casos contados se cuenta con problemas contextualizados, y debido a esto el alumno recae en un aprendizaje repetitivo y memorístico. Debido a estas causas, se busca una mejora en el método de enseñanza, en donde se encuentra la aplicación de tareas auténticas en el libro Matemáticas 1 “Álgebra en acción”, su estudio se basó en los aspectos presentados en la taxonomía de Palm y Nyström (2009).

Zamora (2017) muestra en su investigación el análisis del uso de la balanza para el aprendizaje de las ecuaciones de primer grado en secundaria en libros de la CONALITEG, aplicó la taxonomía de Palm (2008), llegando a la conclusión de que la mayoría de los problemas no son auténticos, además de que los aspectos que no se cumplen en dichos problemas son “evento” y “datos”. También remarca el hecho de que existen errores en los libros de texto que tiene un efecto negativo en el aprendizaje de los estudiantes, por lo que los maestros de matemáticas tienen como responsabilidad revisar que los problemas aplicados a los estudiantes no tengan errores, por lo que hizo alusión a la siguiente pregunta: “¿Tienen los maestros de matemáticas la capacidad y ética necesarias para ejercer tal responsabilidad?”, y a la cual de forma indirecta da una respuesta negativa.

### **2.3 Análisis de documentos**

El análisis de documentos es una técnica de investigación que implica un examen minucioso y sistemático de una variedad de materiales ya sean escritos, gráficos, visuales o auditivos con el propósito de extraer información y comprender su significado en un contexto más amplio.

El análisis de documentos tiene ventajas y limitaciones que según Bowen (2009) son:

**Método eficiente:** Menor tiempo y se basa en la selección de datos.

**Disponibilidad:** Documentos que se encuentran en el dominio público siendo prácticos para una investigación cualitativa.

**Rentabilidad:** No es costoso, además de ser el método de elección cuando la recopilación de nuevos datos no es factible y solo queda evaluar.

**Falta de intrusividad y reactividad:** Es decir, que los documentos no se ven afectados en la investigación.

**Estabilidad:** Al no ser reactivo los documentos son estables, es decir que pueden ser revisados repetidas ocasiones y el resultado no se verá afectado.

**Exacto:** La inclusión de nombres exactos, referencias y detalles de eventos, hace que los documentos sean ventajosos en el proceso de análisis.

**Cobertura:** Cubren periodos largos de tiempo.

**Detalles insuficientes:** Como los documentos ya cuentan con un propósito ajeno a la investigación, no responden directamente la pregunta de investigación.

**Recuperación baja:** Algunos documentos son bloqueados deliberadamente.

**Selectividad sesgada o parcial:** Son una colección incompleta de documentos, pero esto es más probable que suceda en un contexto organizacional.

### ***2.3.1 Método de investigación cualitativa***

A diferencia de la investigación cuantitativa, que se basa en datos numéricos y estadísticas, la investigación cualitativa se centra en la recopilación y análisis de datos no numéricos, como entrevistas, observaciones, documentos, interacciones y narrativas.

Bogdan y Taylor (1984) mencionan las siguientes características:

1. La investigación cualitativa es inductiva, es decir, que inicia con interrogantes para desarrollar conceptos, intelecciones y comprensiones.
2. La metodología cualitativa es holística, en pocas palabras, personas, escenarios o el conjunto de datos son manejados como un todo bajo un contexto.
3. El investigador cualitativo aparta sus puntos de vista, creencias, perspectiva y predisposiciones.
4. Los métodos cualitativos son humanistas
5. Los investigadores cualitativos dan énfasis a la validez en su investigación

Sánchez (2005) menciona que a diferencia de la validez y confiabilidad en este enfoque se priorizan criterios como credibilidad, transferibilidad, dependencia, coherencia y confiabilidad, relacionados con la observación.

Los métodos cualitativos proporcionan información sobre procesos y contextos sociales, creación de significados y estrategias de triangulación, combinando diversas técnicas como entrevistas, revisión de archivos y análisis de discursos. Se enfatiza que esta metodología no se fundamenta directamente en la investigación, sino que esta se basa en la estructura de la conciencia del investigador.

#### **2.4 Análisis de contenido**

El análisis de contenido es un enfoque de investigación que implica el examen sistemático y objetivo del contenido de diversos tipos de materiales, como texto, imágenes, videos o cualquier otro medio comunicativo. Su objetivo es identificar patrones, temas, significados y tendencias dentro de los datos analizados.

Oliver (2008) menciona que el análisis de contenido tiene la siguiente metodología y etapas:

- Preanálisis: Es el primer contacto con el tema y sus fuentes.
- Diseño: Donde se establece el marco teórico con los siguientes puntos:
  - Pregunta inicial
  - Objetivo general
  - Objetivos específicos
  - Hipótesis
  - Selección de la muestra y el material
    - Unidades de análisis
    - Unidades de registro
    - Unidades de contexto
  - Contextualización
- Análisis: Se emplea una metodología cualitativa
  - Establecer categorías
    - De forma inductiva
    - De forma deductiva
  - Determinar reglas de codificación
  - Identificar los sujetos de análisis
  - Clasificación y registro de los sujetos de análisis en las diversas categorías
- Validación
  - Fiabilidad
  - Validez
- Interpretación de resultados: formulación de conclusiones.
- Inferencia

Fraenkel et al. (2011) mencionan que el análisis de contenido es un procedimiento que varía en aspectos, todo dependiendo del propósito del análisis y el tipo de comunicación. Establecen que hay dos maneras de hacer análisis de contenido; la primera es que el investigador determine las categorías antes de iniciar el análisis y la segunda es que el investigador se impregne con la información descriptiva recopilada lo cual permite que surjan las categorías durante el análisis.

#### ***2.4.1 Análisis de libros de texto***

El análisis de libros de texto es un proceso donde se evalúa de forma crítica los materiales educativos utilizados en la enseñanza. El objetivo va desde examinar la calidad, precisión, adecuación para el público objetivo, enfoque pedagógico, equidad, inclusión de perspectivas culturales y otros aspectos relevantes.

Fan (2011) en su investigación menciona que, a partir de la discusión y el análisis, se pueden observar los libros de texto cómo un objeto de investigación, por lo que con ayuda de un marco general y dependiendo de los propósitos y cuestiones de investigación se puede implementar una investigación descriptiva. La investigación correlacional es la que busca qué tipo de relación existe entre dos variables en una investigación o la investigación causal que involucra si existe una relación entre los libros de texto y otros factores en la educación.

Rodríguez y Basso (2019) mencionan que existen diferentes metodologías para un análisis cualitativo de los libros de texto, dicha metodología está dividida en cuatro campos que son: ficha de referencia del texto en donde podríamos conocer la ubicación del libro y el contexto en general, el análisis conceptual que es la definición y organización del concepto, tipo de representación, función y ejercicios. Está también el análisis didáctico que tiene como objetivo mostrar lo que los autores pretenden alcanzar y finalmente está en el análisis fenomenológico

que no es más que mostrar los fenómenos que se toman en consideración con respecto a un mismo fenómeno en cuestión.

Cabe recalcar que un análisis cualitativo de libros de textos debe ser fundamental para que los investigadores y los docentes creen una fase de rescate que pueda ofrecer a la investigación y docencia una mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por lo que se espera que haya una reforma estructural que favorezca la comprensión de las matemáticas.

### CAPÍTULO 3. MÉTODO

Esta investigación es de tipo cualitativo mediante un análisis de contenido. Se analizaron 98 problemas verbales que plantean una situación que involucra un sistema de ecuaciones de dos incógnitas y que estuvieran incluidos en los libros de texto de la CONALITEG para segundo de secundaria publicados en el ciclo escolar 2022-2023 haciendo un total de 10 de 16 libros.

Los aspectos que se analizaron fueron:

- Evento
- Pregunta
- Propósito
- Uso de lenguaje
- Información y datos

El procedimiento de recolección y análisis de la información fue el siguiente.

1. Se realizó la búsqueda de los problemas verbales en los siguientes libros de texto de segundo de secundaria de la CONALITEG ciclo escolar 2022-2023:
  - Alberro, Matemáticas 2: Travesías, Ediciones Castillo (S00446)
  - Bosch y Meda, Matemáticas 2: Infinita, Ediciones Castillo (S00447)
  - Riva, Matemáticas 2: Espacios creativos, Santillana (S00448)
  - Trigueros, Sandoval, Iozano, Cortés, Jinich y Schulmaister, Matemáticas 2: Fortaleza Académica, Santillana (S00449)
  - Martínez y Contreras, Matemáticas 2: Espiral, Santillana (S00450)
  - Block, García y Balbuena, Matemáticas 2: Conecta más, SM Ediciones (S00451)
  - González y Castañeda, Matemáticas 2: Soy protagonista, SM Ediciones

(S00452)

- García y Molina, Matemáticas 2, Correo del maestro (S00453)
- Villaseñor, García y Hernández, Matemáticas 2, Editorial Esfinge (S00455)
- Manrique, Matemáticas 2: A través de las matemáticas, Fernández Editores

(S00457)

2. Posteriormente, se realizó una tabla en Excel donde se colocaron la portada del libro de procedencia, capturas de los problemas y cada una de las categorías en columnas de izquierda a derecha.
3. Se analizó cada problema por la directora de tesis y la tesista evaluando cada uno de los aspectos en una escala ordinal, con 0 si no cumple con el aspecto, 1 si lo cumple parcialmente y 2 si lo cumple. Cuando existía discordancia entre las opiniones se realizó un contraste intersubjetivo hasta llegar a un acuerdo.
4. Una vez revisados todos los problemas se realizó un análisis preliminar de proporciones de cuántos problemas cumplen con cero, uno, dos, tres, cuatro o cinco aspectos, observando cuáles problemas cumplieron los cinco aspectos y cuáles ninguno, para profundizar en sus características cualitativas. Además, se clasificó por tipo de problema: juego/ adivinanza, dimensiones/área, promociones/venta/costos, conteo y otros (tiempo/momento, capacidad/peso, conversación, distribución y distancia), y con base en ello determinar qué tipo de problema cumple en mayor porcentaje en cada aspecto.
5. Finalmente se redactaron los resultados y las conclusiones.

## CAPÍTULO 4: ANÁLISIS Y RESULTADOS

Para el análisis de los datos se requirió entrar a la página de la CONALITEG, específicamente en el ciclo escolar 2022-2023, para buscar qué libros son los que se propusieron para el apoyo del docente en el aprendizaje de las matemáticas de los alumnos de nivel secundaria. Posteriormente, se seleccionaron 10 libros pertenecientes a esta lista y en cada uno de ellos se fue buscando el tema de sistemas de dos ecuaciones lineales de dos variables, una vez ubicado el mismo en cada libro se hizo lectura de los problemas. Como primer filtro se verificó que el problema fuera verbal y que tuviera un contexto previo antes de plantear un procedimiento para dar su solución.

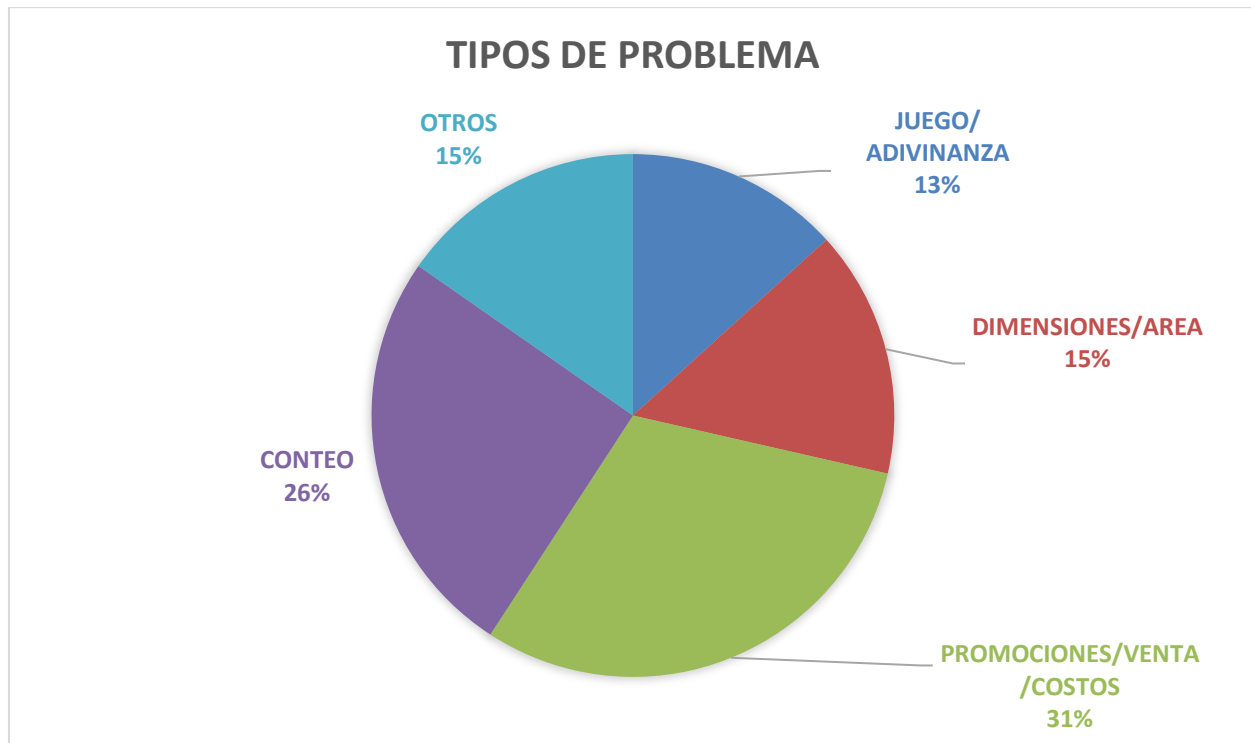
Una vez aplicado el filtro ya mencionado se obtuvo un total de 98 problemas que cuentan con las características de ser problemas verbales y a su vez se requiera como proceso la aplicación de un sistema de dos ecuaciones lineales de dos variables.

Con esto se elaboró una tabla en Excel en donde se colocaron los libros, problemas, y los cinco aspectos de la taxonomía de Palm y Nyström (2009) que son evento, pregunta, propósito, uso del lenguaje y existencia de información y datos. Con dicha tabla se usó una clasificación ordinal del 0 al 2. Anteriormente a esta propuesta solamente se iban a manejar las categorías de 0 si no cumple con el aspecto y 1 si lo cumple, pero nos encontramos con problemas que cumplían los aspectos de forma parcial, por lo que estaban en un punto intermedio, por ello se optó por la clasificación del 0 al 2, siendo 1 cumple parcialmente con el aspecto.

Posteriormente, los ejercicios analizados se subdividieron en cinco tipos de problemas los cuales tuvieron los siguientes contextos como emergieron de los datos: juego/adivinanza, dimensiones/área, promociones/venta/costos, conteo y otros. Los resultados se presentan de forma porcentual en la Figura 1 con respecto al total de 98 ejercicios.

**Figura 1**

Tipos de problemas y porcentajes de cada uno de ellos



Al analizar cada tipo de problema se puede observar en la Tabla 1 que ningún problema cumplió con los cinco aspectos, por lo que ningún problema resultó ser auténtico. El tipo de juego/adivinanza suele cumplir con cuatro aspectos y esto es debido a que los enunciados son más apegados a un contexto de la vida real, y aunque el objetivo de estos enunciados o problemas es que el alumno establezca un sistema de ecuaciones, no es la única forma de resolución ya que también se pueden resolver de forma intuitiva, lo que comúnmente se hace en la vida real. Por el contrario, los enunciados que suelen cumplir entre un aspecto o ninguno son los del tipo dimensiones/áreas y otros, esto se debe a que sus enunciados tienden a ser hipotéticos y no tienen fidelidad con un contexto de la vida real. Finalmente, el tipo promociones y ventas cumplieron 12 con dos aspectos y 11 con tres aspectos.

**Tabla 1**

Tipo de problemas y cantidad de aspectos que cumplen

	CUMPLEN 5	CUMPLEN 4	CUMPLEN 3	CUMPLEN 2	CUMPLEN 1	CUMPLEN 0
JUEGO/ ADIVINANZA	0	7	3	1	2	0
DIMENSIONES/ AREA	0	0	1	2	12	0
PROMOCIONES / VENTA/ COSTOS	0	4	11	12	3	0
CONTEO	0	3	4	9	9	0
OTROS (tiempo/ momento, capacidad/peso, conversación, distribución y distancia)	0	1	2	2	9	1

A continuación, se presentan algunos ejemplos de los problemas que se analizaron, junto con una breve justificación del porqué cumplieron o no cumplieron con cada uno de los aspectos de autenticidad de Palm y Nystrom (2009).

Se mostrarán dos tipos de problemas que cumplieron con cuatro aspectos, como se observó en el análisis. En el primer problema, del tipo de promociones/venta/costos se muestra en la Figura 2. Se puede observar que el aspecto de evento lo cumple ya que, aunque sea ficticio, si puede presentarse en la vida real ya que se comparan dos planes de una compañía para ver cuál es el que conviene más. En cuestión del aspecto de pregunta se cumple parcialmente ya que podemos observar que no solamente nos pregunta cuál nos conviene, sino que también pregunta

en qué momento se pagaría lo mismo en ambos planes cosa que parcialmente se plantearía en la vida real. En el aspecto de propósito sí lo cumple ya que de forma explícita nos piden un comparativo de ambos planes. El lenguaje es simple por lo que se cumplió este aspecto ya que pues no se maneja ningún tecnicismo o palabras que desconozca el alumno. Finalmente, la información está presente ya que nos están dando las características de cada plan y son realistas, por lo que cumple con este aspecto.

## Figura 2

Ejemplo de problema del tipo promociones/ventas/costos que cumplió con cuatro aspectos de autenticidad

Forma en equipo con dos compañeros para que analicen y resuelvan el siguiente problema.

Una compañía de alquiler de automóviles ofrece dos planes:

Plan A: una cuota fija de \$200, mas \$22.50 por cada kilómetro recorrido.

Plan B: una cuota fija de \$400, mas \$18.50 por cada kilómetro recorrido.

- ¿Para qué cantidad de kilómetros se pagaría lo mismo en ambos planes?
- a) Realicen una exposición ante todos sus compañeros en la que expliquen cómo fue que resolvieron el problema.
  - Argumenten su respuesta mostrando el sistema de ecuaciones que hayan establecido, la tabla de valores y una gráfica que modela la relación de los datos del problema.
  - ¿Qué plan conviene escoger si desea alquilar un automóvil para hacer un recorrido aproximado de 140 km

*Problema adaptado de Villaseñor et al. (2022).*

El segundo Problema que también cumplió con cuatro aspectos de autenticidad es del tipo de adivinanza/juego mostrado en la Figura 3. El aspecto de evento se cumple pues se encuentra presente en la vida real ya que están jugando dos compañeros a adivinar el número que

están pensando. En la pregunta no la cumple del todo ya que preguntan sobre incógnitas, los diferentes tipos de resultados y las diferentes posibilidades que se pueden presentar. El propósito del problema se cumple pues es explícito ya que solicita conocer las respuestas de los números que ha pensado Enrique. El lenguaje se cumple ya que se maneja es simple sencillo y el alumno entendería todas las palabras, y se comprende totalmente la intención del problema. Finalmente existen los datos y la información ya que son números preestablecidos que cuentan con una relación mediante operaciones básicas.

### Figura 3

Ejemplo de problema del tipo adivinanza/juego que cumplió con cuatro aspectos de autenticidad

Analiza las situaciones y responde.

- a) Enrique le propone un juego a Nidia en el que le pide adivinar el número que está pensando, al cual, si se le suman 17 resulta 23.
  - Identifica la incógnita y represéntala con una literal
  - Plantea una ecuación que represente el problema
  - ¿Qué número pensó Enrique?
  - Enrique piensa otro número y el resultado es 34. ¿Qué número pensó? ¿Por qué?
  - Cada vez que Enrique piense un número ¿Cómo será el resultado?
- b) Ahora Nidia le pide a Enrique que adivine el número que esta pensando. Le dice que lo multiplicó por dos tercios y obtuvo -24.
  - Cada vez que Nidia piense un número ¿Cómo será el resultado?
- c) Finalmente, Enrique le pide a Nidia que adivine el número. Le dice que lo multiplicó por 4 y luego le restó 11 y obtuvo 39.
  - ¿Qué número pensó Enrique ahora? Explica cómo lo determinas
  - Cada vez que Enrique piense un número ¿Cómo será el resultado?
    - d) ¿Cuántas soluciones tiene cada una de las ecuaciones que planeaste?
    - e) Reúnanse en parejas. Jueguen por turnos a pensar un número, efectuar algunas operaciones diciéndolas al compañero y darle el resultado. Luego pidan que determinen el numero pensado. Cada acierto vale dos puntos. Hagan una tabla de posiciones en el pizarrón. Decidan qué premios se les dará a los primeros tres lugares.

*Problema adaptado de Alberro (2019)*

El siguiente problema (ver Figura 4) del tipo de promociones/ventas/costos cumple solamente tres aspectos que son evento, propósito y lenguaje. Cumple con el aspecto de evento por el hecho de que trata de una tienda que vende café mezclado y eso sí puede pasar en la vida

real. Cumple con un propósito que es saber cuánto cuesta cada café por separado. El uso del lenguaje es simple y claro por lo que también se cumple. Los otros dos aspectos se cumplen parcialmente, el aspecto de pregunta porque están pidiendo incógnitas y eso no pasa en la vida real o al menos no en una conversación normal. Tampoco cumple con el aspecto de existencia de información y datos ya que no está dando el costo de ambos cafés y este solo es de interés de la tienda y no del cliente.

#### Figura 4

Ejemplo de problema de tipo de promociones/ventas/costos que cumplió con tres aspectos de autenticidad

<p>Trabaja con un compañero y resuelve las siguientes situaciones</p> <p>En una tienda de café en San Cristóbal de las Casas se preparan mezclas con diferentes tipos de granos. La mezcla de la casa contiene 200 g de la variedad arábica y 300 g de la robusta, y el medio kilo cuesta \$148. La mezcla especial contiene 300 g de arábica y 200 g de robusta, y el medio kilo cuesta \$114.</p> <p>Establezcan a “<math>x</math>” como el precio de 100 g de café arábica y cómo “<math>y</math>” el precio de 100 g de robusta y escriban el sistema que corresponde a las dos mezclas de café.</p> <p>Ecuación 1: _____ ecuación 2: _____</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Sin resolver el sistema, ¿qué mezcla creen que cueste más?, justifiquen su respuesta</li></ul> <p>Resuelve el sistema por el método de sustitución. Pueden usar su calculadora para hacer las operaciones.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• ¿Cuáles son las soluciones de la ecuación?</li><li>• ¿Cuánto cuestan 100 g de café arábica y 100 g de café robusta?</li></ul> <p>Verifiquen su respuesta con el método gráfico haciendo uso de GeoGebra</p> <p><i>Problema adaptado de García y Molina (2020)</i></p>
--

El siguiente problema del tipo de promociones/ventas/costos cumple dos aspectos que fueron evento y lenguaje (Figura 5). El evento lo cumple ya que su planteamiento se basa en la renta de mobiliario para una fiesta, cosa que pasa en la vida real. El lenguaje que maneja es simple, pues no existen en él términos desconocidos y es un lenguaje común. Los aspectos de pregunta, propósito e información y datos no los cumple totalmente ya que en el aspecto de pregunta nos está proporcionando preguntas con base en ecuaciones y pues esto no pasa en la vida real. Con respecto al propósito, este es saber la renta de cada producto, pero también el

propósito es el uso de una gráfica mediante un plano cartesiano que viene en el problema, por lo que no puede ser experimentado ni de forma explícita ni de forma implícita y finalmente tampoco cumple el de existencia de información y datos ya que cuando uno va a solicitar la renta de algún mobiliario, los dueños cuentan con los costos específicos de cada elemento, por lo que no es de fidelidad razonable.

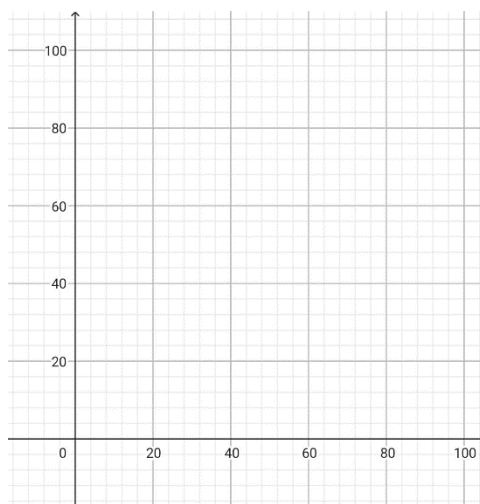
### Figura 5

Ejemplo de problema del tipo promociones/ventas/costos que cumplió con dos aspectos de autenticidad

Lean con atención las siguientes situaciones y den respuesta a lo que se solicita.

Para organizar una fiesta se tuvieron que rentar 24 sillas y 24 mesas; el total de la renta fue de \$276. De acuerdo con los precios vigentes de la empresa que renta el mobiliario, la renta de una mesa es de \$20 más que el de una silla. ¿Cuál es el precio de renta de cada producto?

- Estimen en el precio de la renta de cada producto
- Si “ $x$ ” representa el precio de la renta de una silla y “ $y$ ” representa el precio de renta de una mesa, ¿qué expresión algebraica indica que el total de la renta fue de \$276?
- Usando las mismas literales del inciso anterior ¿qué representa la expresión algebraica  $y = x + 20$ ? Justifiquen su respuesta
- Si consideran la expresión algebraica  $y = x + 20$  en su representación gráfica, ¿cuántos valores de “ $y$ ” y “ $x$ ” satisfacen la condición?
- Consideren la expresión que encontraron en el inciso b) ¿pueden manipularla algebraicamente para presentarla en la forma de una variación lineal? ¿Cómo lo harían?
- Dibujen en ambas variaciones lineales en el siguiente plano



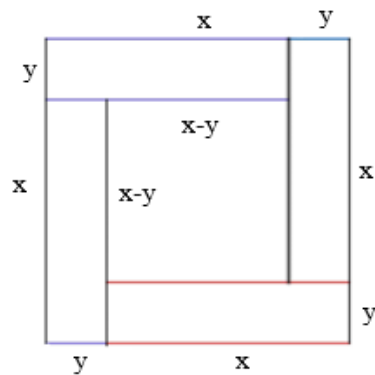
- ¿Las rectas que representan a cada variación lineal se cortan en un punto? ¿Cuál es?
- ¿Qué relación tiene ese punto con el precio que estimaron en el inciso a)?

Bueno, a continuación veremos un Problema en la Figura 6 del tipo dimensiones/área que solo cumplió con un aspecto que es el del lenguaje, porque el lenguaje que maneja no es complicado y es simple, aunque pues es obviamente este problema no está basado en la realidad por lo que no cuenta con el aspecto de evento Sus preguntas en general no tienen apego a una realidad o que no se pueden no se pueden plantear en la realidad y esto debido a que nos están dando como hipótesis dos cuadrados: un cuadrado que está en el exterior y un cuadrado que está en el interior, y se requiere plantear ecuaciones para dar solución al problema y es lo que nos está pidiendo. El propósito es claro, pero no puede ser experimentado de forma explícita ya que no pasa la situación en un contexto real. Con respecto a la existencia de información y datos, esta pues con mayor razón no se encuentra en el problema ya que ni siquiera nos dan los lados del cuadrado chico ni del cuadrado grande, dando así pautas solamente a literales y estas están fuera de una existencia y accesibilidad de la información y mucho menos poseen una fidelidad razonable.

### Figura 6

Ejemplo de problema del tipo dimensiones/área que cumplió con un aspecto de autenticidad

El perímetro del cuadrado exterior de la figura es de 100 cm y el cuadrado interior de 60 cm. Hallen los valores de “x” y “y”.



- ¿Cuánto mide por lado el cuadrado exterior?
- ¿Cómo representan algebraicamente su perímetro?

- c) ¿Cómo representan el perímetro del cuadrado interior?
- d) ¿Cuál sistema de ecuaciones representa ambos perímetros?
- e) ¿Se tienen que igualar los coeficientes de alguna incógnita para resolverla?
- f) ¿Tendrían que multiplicar por -1 alguna ecuación?
- g) ¿Cómo queda la ecuación al reducir los términos semejantes?
- h) Resuelvan la ecuación
- i) Sustituyan en su cuaderno, el valor de una de las ecuaciones

*Problema adaptado de Riva (2020)*

Finalmente, el último problema del tipo otros (distribución) mostrado en la Figura 7, no cuenta con el cumplimiento de ningún aspecto de autenticidad, ya que solamente cumple parcialmente el uso del lenguaje y datos existentes, porque solamente está brindando cierta información que no es muy clara para el lector, ya que está dando mezclas de cacahuates y nueces y solo nos dan lo de los cacahuates y se enfoca solamente en los cacahuates dejando a un lado las nueces. No da de forma explícita la información de las nueces, sino que ya es implícita y tendrías que profundizar un poco más, cosa que no pasa en un contexto real, ya que ésta tiene que ser simple clara y que se pueda manejar la información de forma intuitiva.

### **Figura 7**

Ejemplo de problema que no cumple con ningún aspecto de autenticidad

Resuelve el problema con el método de igualación y el de sustitución

En una tienda se ofrecen dos tipos de mezcla de cacahuates y nueces. Una de ellas contiene el 60% de cacahuates y la otra 35% de cacahuates. ¿Cuántos kilogramos de cada tipo de mezcla se deben usar para obtener 8 kg de una mezcla que tiene 50% de cacahuates?

- a) ¿Coinciden las soluciones obtenidas con ambos métodos de resolución?
  - ¿Deberían coincidir? ¿Por qué?
- b) ¿Cuál de los dos métodos les parece más adecuado para resolver el problema? ¿Por qué?

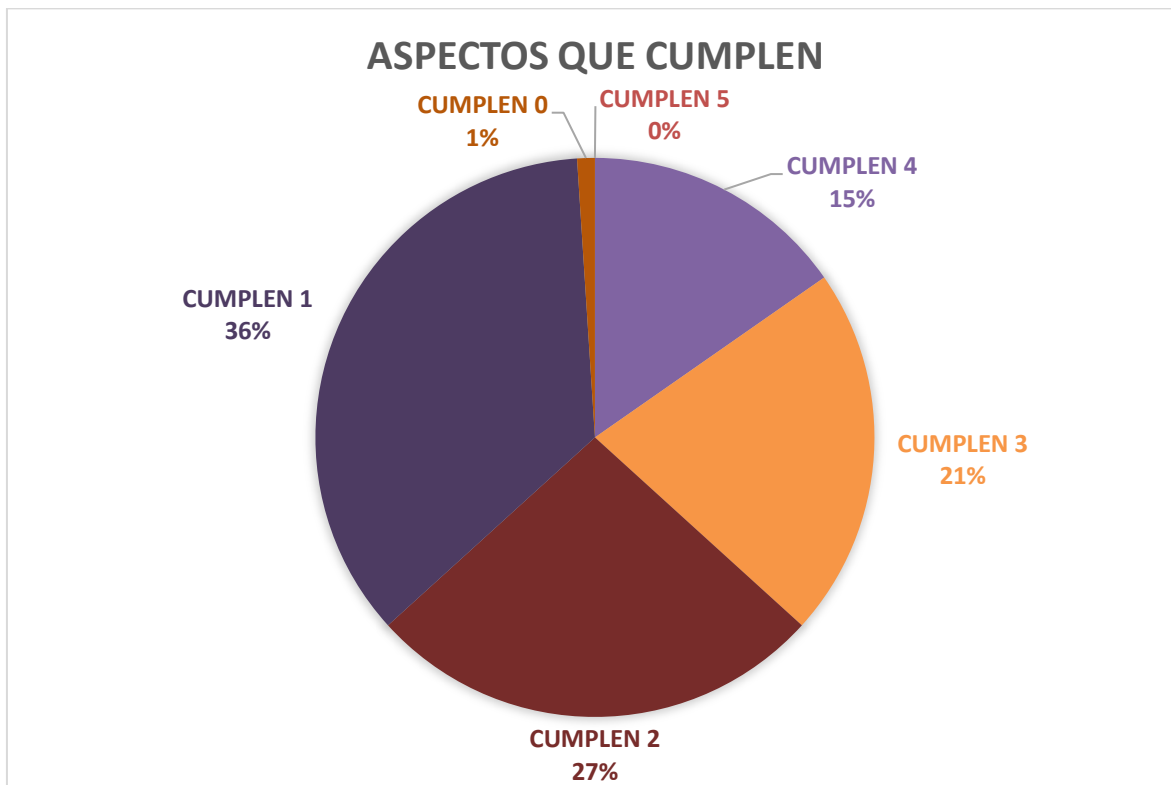
*Problema adaptado de Trigueros et. al (2020)*

En la Figura 8 se puede observar de forma porcentual cuántos problemas cumplen cinco, cuatro, tres, dos, uno o ningún aspecto de forma general. Ninguno de los ejercicios que se analizaron cumple con los cinco aspectos, es decir, el 100% de los problemas no son auténticos. El mayor porcentaje, con el 36% fue el de un aspecto. Y el 48% de los problemas cumplen con

dos o tres aspectos.

### Figura 8

Cantidad porcentual del número de aspectos de autenticidad que cumplieron los problemas analizados



Observemos en la Tabla 2 más detalladamente, el cumplimiento de cada aspecto de forma porcentual según la escala ordinal utilizada. Como se puede observar, el aspecto *uso del lenguaje* lo cumplen casi el 100% de problemas ya que el lenguaje que se debe de manejar en los libros de texto debe ser simple y claro, esto con el propósito de que el alumno entienda y comprenda qué es lo que se tiene que hacer con base en el planteamiento del problema. Cabe recalcar que los aspectos que menos se cumplieron fueron en primer lugar el de *pregunta*, ya que en los problemas se tienen que resolver con base en un sistema de ecuaciones de forma explícita, cosa

que en la vida real no se plantea y menos se pregunta de forma directa, y en segundo lugar la *existencia de información o datos*, esto dado que al ser problemas matemáticos, de los cuales en su mayoría son hipotéticos y manipulados de cierto modo para que se puedan utilizar incógnitas para encontrar su solución, cuando lo que pasa en una situación real es que se conocen los datos que se manejan en dichas situaciones. En al menos un poco más del 50% el aspecto de *evento* parte de un contexto real ya que la mayoría de estos problemas son de tipo costo/promociones/ventas que son situaciones que pasan en la vida real, solo que son manipulados para generar un planteamiento del problema y dar solución por medio de un sistema de ecuaciones lineales.

Cabe resaltar que el propósito en el contexto de la tarea está peleado en *cumple*, *parcialmente lo cumple* y *no lo cumple* esto ya que aproximadamente cada escala representa un tercio de los problemas y esto debido a que muchos de los problemas al venir de situaciones de un contexto real siendo hipotéticos no cuentan con el propósito específico para el contexto planteado.

**Tabla 2**

Cantidades porcentuales en el cumplimiento de los aspectos de autenticidad en los problemas verbales, conforme la escala ordinal utilizada

	Evento	Pregunta	Propósito en el contexto de la tarea	Uso del lenguaje	Existencia de información/datos
Se cumple (2)	55.1%	11.2%	31.6%	99.0%	17.3%
Se cumple parcialmente (1)	18.4%	53.1%	32.7%	1.0%	45.9%
No se cumple (0)	26.5%	35.7%	35.7%	0.0%	36.7%

## CONCLUSIONES

La finalidad de este estudio fue analizar la autenticidad de los problemas verbales referentes a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales de dos variables propuestos en los libros de texto de la CONALITEG de segundo de secundaria de educación básica del ciclo escolar 2022-2023. Para lograr este objetivo, se aplicó una evaluación crítica de cada uno de los problemas seleccionados en el estudio utilizando como marco de referencia los cinco aspectos de autenticidad definidos por la taxonomía de Palm y Nyström (2009).

Los resultados de esta investigación pusieron de manifiesto que, a pesar de que un porcentaje significativo de los ejercicios (99%) emplea un lenguaje que el estudiante puede comprender, solo un reducido 15.31% de los problemas presentes en los libros de texto aprobados por la CONALITEG pueden considerarse como casi auténticos, cumpliendo con cuatro de los cinco aspectos de la taxonomía de Palm y Nyström (2009). Por otro lado, el 84.69% de los problemas no alcanza esta categoría de autenticidad, ya que la mayoría de ellos no están basados en situaciones auténticas, en lo que respecta al tema de sistemas de ecuaciones lineales de dos variables.

Es fundamental destacar que estos resultados se suman a los hallazgos previos de otros investigadores, como Pichardo y Juárez (2021), De León (2020) y Medina (2018), quienes también identificaron una carencia generalizada de autenticidad en los problemas presentes en los libros de texto avalados por la CONALITEG en diversos objetos matemáticos y físicos. Esta falta de autenticidad es especialmente notoria en el contexto de las matemáticas, en particular cuando se utiliza el lenguaje algebraico.

A pesar de esta situación, es importante resaltar que estos problemas, aunque carezcan de autenticidad, pueden servir como punto de partida o base para que los docentes los rediseñen

para que sí sean auténticos y que, por ende, promuevan un aprendizaje más significativo en los estudiantes. Esto implica la necesidad de que los educadores se involucren activamente en la creación y selección de problemas, que se relacionen con situaciones del mundo real y que fomenten la aplicación práctica de los conceptos matemáticos, contribuyendo así a una educación más efectiva y relevante para los alumnos

En resumen, este estudio subraya la importancia de repensar y mejorar la autenticidad de los problemas presentes en los materiales educativos utilizados en las escuelas para fortalecer la comprensión y el aprendizaje de las matemáticas

## REFERENCIAS

- Bogdan, R. y Taylor, S. (1984). *Introducción a los métodos cualitativos*. Ediciones Paidós.  
[https://perio.unlp.edu.ar/catedras/mis/wp-content/uploads/sites/126/2020/04/t.3\\_taylors.\\_j-bogdan\\_r.-metodologia-cualitativa.\\_cap\\_1.pdf](https://perio.unlp.edu.ar/catedras/mis/wp-content/uploads/sites/126/2020/04/t.3_taylors._j-bogdan_r.-metodologia-cualitativa._cap_1.pdf)
- Bowen, G. (2009). Document Analysis as a Qualitative Research Method. *Qualitative Research Journal*, 9(2), pp. 27-40. <https://biotap.utk.edu/wp-content/uploads/2019/02/document-analysis.pdf>
- Bruno, D. y Rivas, F. (2014) Sistemas de ecuaciones: tratamiento de la solución en libros de texto de la escuela secundaria. *Actas de la X conferencia argentina de educación matemática*, 195-202. <http://funes.uniandes.edu.co/18723/1/Bruno2014Sistemas.pdf>
- Chavarria, G. (2014). Dificultades en el aprendizaje de problemas que se modelan con ecuaciones lineales: El caso de estudiantes de octavo nivel de un colegio de Heredia. *Revista Uniciencia*. 28(2), 15-44.
- Chulián, S., Rosa, M. y Azcáre, P. (2019). Herramienta de análisis de contenido en libros de texto: ecuaciones de primer grado. *Épsilon, Revista de Educación Matemática*, 103, 25-33.
- De León, W. L. (2020). *La autenticidad de los problemas matemáticos en contextos de temperatura en los libros de texto de México y Colombia* [tesis de maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla]. Catálogo de tesis FCFM BUAP. <https://www.fcfm.buap.mx/posgrados/assets/docs/catalogo-tesis/mem/2020/WendyLoraineDeLeonZamora.pdf>
- Díaz, M. y Poblete, A. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula

- Números. *Revista de didáctica de las matemáticas*, 45, 33-41.
- Fan, L. (2011). Textbook Research as Scientific Research: Towards a Common Ground for Research on Mathematics Textbooks. *International Conference on School Mathematics Textbooks*. [https://eprints.soton.ac.uk/201715/1/Textbook Research as Scientific Research %2528FLH for 2011 ICSMT%2529.pdf](https://eprints.soton.ac.uk/201715/1/Textbook_Research_as_Scientific_Research_%2528FLH_for_2011_ICSMT%2529.pdf)
- Fernández, M. y Caballero P. (2017). El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 20(1), 201-217.
- Fraenkel, J., Wallen, N y Hyun, H. (2011). *How to design and evaluate research in education*. Mc Graw Hill.
- González, F. y Pinto, E. (2013) Historia Social de la Educación Matemática en Iberoamérica: Las Ecuaciones Lineales en los Libros de Texto de Matemática para Educación Básica en Venezuela: 1987-2007. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 9(35), 177-201. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/780>
- Juidías, J. y Rodríguez, I. (2007). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Educación*, 342, 257-286
- Licea, J. (2018). Método de igualación. *Portal Académico del CCH, UNAM*. <https://portalacademico.cch.unam.mx/alumno/matematicas1/unidad4/metodoIgualacionM>
- edina, I. (2018). *Diseño de tareas matemáticas auténticas en secundaria a partir de la teoría de Palm y la investigación documental y de campo* [tesis de maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla]. Repositorio Institucional BUAP. <https://repositorioinstitucional.buap.mx/bitstream/handle/20.500.12371/8415/388818T.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

- Muñoz, J. (2008). Metodología para contestar el EXANI II: Los casos de aspirantes de la Escuela de Bachilleres “Experimental” y de las comunidades marginales-indígenas de la zona Córdoba-Orizaba. *CPU-e, Revista de Investigación Educativa*, 6, 1-35.  
[https://www.uv.mx/cpue/num6/practica/completos/munoz\\_exani.pdf](https://www.uv.mx/cpue/num6/practica/completos/munoz_exani.pdf)
- Nexticapan, D. (2022). *Un estudio del desempeño y percepción de los estudiantes al resolver tareas auténticas y no auténticas* [tesis de maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla]. Repositorio Institucional BUAP.  
<https://repositorioinstitucional.buap.mx/handle/20.500.12371/16360>
- Oliver, J. (2008). El análisis de contenidos: ¿qué nos están diciendo? *Revista de calidad asistencial*, 23(1), 26-30. Obtenido en: <https://www.elsevier.es/es-revista-revista-calidad-asistencial-256-articulo-el-analisis-contenidos-que-nos-S1134282X08704640>
- Palm, T. (2006). Word problems as simulations of real-world situations a proposed framework. *For the Learning of Mathematics*, 26(1), 42-47. <https://www.jstor.org/stable/40248523>
- Palm, T. y Nyström, P. (2009). Gender Aspects of Sense Making in Word Problem Solving. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 59-76.
- Pichardo, M. y Juárez, E. (2021). La autenticidad en problemas matemáticos referentes al teorema de Pitágoras en libros de texto de secundaria en México. En L. Hernández, E. Juárez y H. Ruiz (Eds.). *Tendencias en la educación matemática 2021* (pp. 298-316). Comunicación científica <https://www.fcfm.buap.mx/publicaciones/libros>
- Rodríguez, F., Basso, A. y García, M. (2019). El análisis de textos como metodología de investigación en educación matemática. En Y. Morales-López y A. Ruiz (Eds.). *Educación Matemática en las Américas 2019*, (pp. 1390-1397). <http://ri.uagro.mx/handle/uagro/2703>

- Sánchez, M. (2005). La metodología en la investigación cualitativa (Artículos y Miscelánea). *Mundo Siglo XXI: Revista del Centro de Investigaciones Económicas, Administrativas y Sociales del Instituto Politécnico Nacional*, 1, 115-118.  
<https://biblat.unam.mx/hevila/MundsigloXXI/2005/no1/8.pdf>
- Santillana. (2017). *El ABCDEF de la Reforma Educativa 2017*. Santillana.  
<http://pre.evasantillana.com/eva-demo-dev/general/img/biblioteca/abcdef.pdf>
- SEP (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral: plan y programas de estudio para la educación básica*. SEP.
- SEP (2022). *Consejo técnico Escolar*. SEP
- Zamora, Y. (2017). *El uso de la balanza para el aprendizaje de las ecuaciones de primer grado en secundaria: el caso de los libros de texto autorizados* [tesis de maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla]. Repositorio Institucional BUAP.  
<https://repositorioinstitucional.buap.mx/handle/20.500.12371/13302>
- Zarate, J. (2017). *La importancia de la autenticidad de un problema de Matemáticas a nivel medio superior*. Repositorio Institucional IBERO.  
[https://repositorio.iberopuebla.mx/bitstream/handle/20.500.11777/2587/Zarate\\_articulo.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.iberopuebla.mx/bitstream/handle/20.500.11777/2587/Zarate_articulo.pdf?sequence=1&isAllowed=y)