



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

**EL PROBLEMA DE FIBONACCI “LEÓN EN POZO”: EL
DESEMPEÑO DE LOS ESTUDIANTES DE FÍSICA EN
ENCONTRAR LA RESPUESTA CORRECTA E INTUIR LA
RESPUESTA ERRÓNEA DE FIBONACCI**

**TESIS PRESENTADA PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADA EN FÍSICA APLICADA**

PRESENTA
ANYRA MUÑOZ ZENTENO

DIRECTOR DE TESIS
DR. JOSIP SLISKO IGNJATOV

PUEBLA, PUE. JUNIO 2023

RESUMEN

Del libro "Liber abaci", escrito por Fibonacci en el año 1202, se tomó el problema "León en pozo", que tuvo una respuesta incorercta.

Tal problema fue aplicado a 2 grupos de estudiantes de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, uno de "Desarrollo de Habilidades del Pensamiento Complejo (DHPC)" del primer semestre y un grupo de "Enseñanza de la física" en últimos semestres, con el objetivo de analizar sus respuestas en 2 modalidades: respuesta individual y respuesta grupal.

Objetivos específicos fueron responder las siguientes preguntas:

- (1) ¿En qué curso hay un mayor número de estudiantes que son capaces de llegar a la respuesta correcta al resolver el problema "León en pozo"?
- (2) ¿En qué curso fue más productiva la discusión grupal en la mejora de sus respuestas individuales?
- (3) ¿En qué curso hay más estudiantes que pueden intuir la respuesta incorrecta obtenida por Fibonacci y reconstruir su razonamiento que lo llevó a tal respuesta?

Los resultados obtenidos demuestran que los estudiantes el curso "Enseñanza de la física" tenían un mejor desempeño en los ambitos de esas tres preguntas: mayor número de respuestas correctas, más productivas discusiones en los grupos y mayor número de "respuestas deseadas" (dar una respuesta correcta e indicar la respuesta errónea de Fiboancci).

Agradecimientos

A Dios por darme la oportunidad de realizarme como profesionista y llegar a este punto de mi vida y haber puesto en mi camino a aquellas personas que han sido mi soporte para alcanzar mis logros.

A todos los profesores que me formaron a lo largo de mi vida, como homenaje de eterna gratitud y respeto por sus esfuerzos por brindarme sus sabias enseñanzas.

Con inmensa gratitud al Dr. Josip Slisko Ignjatov por su valiosa orientación en esta etapa especial, consejos y paciencia. Al Dr. Justiniano Díaz Cruz por su apoyo a lo largo de mi preparación en esta casa de estudios.

A mi madre Angelina Zenteno Flores y mi hermano Ángel Rafael Muñoz Zenteno, dedico este trabajo como signo de agradecimiento, admiración, paciencia, apoyo y profundo cariño por sus múltiples sacrificios desvelos y motivación para alcanzar esta meta.

En memoria a mi inolvidable padrino Dr. Miguel Ángel Zenteno Flores, quien en vida fue mi inspiración para ingresar a la carrera

A mi prometido Andrés Núñez García con mucho cariño por estar presente en estos momentos y brindarme el apoyo incondicional necesario para seguir adelante.

ÍNDICE

Introducción

1

1. Capítulo 1: Secuencia Metodológica en el aprendizaje de la física 5

2. Capítulo 2: Planteamiento del problema 7

2.1. Objetivos 8

2.1.1. Objetivos Generales 8

2.1.2. Objetivos Específicos 8

2.2. Justificación 8

3. Capítulo 3: Marco Teórico y aspectos metodológicos 11

4. Capítulo 4: El Análisis inicial de los resultados 14

4.1. Los criterios para evaluar las respuestas de los alumnos 14

4.2. Respuestas individuales para el problema "León en pozo"

	en el curso	DHPC
	15	
4.3.	Respuestas grupales para el problema “León en pozo” en el curso	DHPC
	16	
4.4.	Respuestas individuales para el problema “León en pozo” en el curso Enseñanza de la Física	
	19	
4.5.	Respuestas grupales para el problema “León en pozo” en el curso Enseñanza de la Física	
	21	
4.6.	Reflexiones autoevaluativas de los estudiantes en el curso “Enseñanza de la Física”	
	24	

5. Conclusiones

26

Bibliografía

28

Apéndice

1

30

Apéndice

2

43

Apéndice

3

62

INTRODUCCIÓN

El problema “León en pozo” usado en este estudio fue tomado del libro “*Liber Abaci*”, escrito en 1202 por Fibonacci quién fue uno de los mejores matemáticos de la Edad Media. El dice (Sigler, 2002, p. 267):

“Un león está en un pozo, cuya profundidad es de 50 palmos. Ascende, durante el día, $\frac{1}{7}$ de palmo y, durante la noche, desciende $\frac{1}{9}$ de palmo. Se busca en cuántos días dejará el pozo. ”

Por convención de unidades se decide cambiar los palmos por yardas para que los alumnos se encuentren más familiarizados con la unidad.

Fibonacci usaba la regla de tres para resolver el problema (Sigler, 2002, p. 267).

Primero encuentra el avance del león en los 63 días. En tal tiempo el león sube 9 yardas y baja 7 yardas y la subida resultante son 2 yardas.

Si para subir 2 yardas el león necesita 63 días, para subir 50 yardas, el tiempo necesario es 25 veces mayor o 1,575 días.

La estrategia correcta para resolver este problema es la siguiente:

1. El plan de la resolución distingue dos fases diferentes en el movimiento del león.

En la primera fase, el león ejecuta los movimientos de subidas y bajadas.

La segunda fase la conforma solamente el último movimiento de subida. En otras palabras, el león llega al borde del pozo subiendo y no bajando. Si llegaría bajando entonces, se tendría un “león volador”.

2. Como la subida es $\frac{1}{7}$ de yarda, la distancia total D_{SB} que el león debe recorrer subiendo y bajando es:

$$D_{SB} = 50 - \frac{1}{7} = \frac{350-1}{7} = \frac{349}{7}$$

El avance del león en un día y una noche d_{SB} (una subida y una bajada) es:

$$d_{SB} = \frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{9-7}{63} = \frac{2}{63}$$

Entonces, para el león recorre la distancia D_{SB} , se necesitan t_{SB} días y noches:

$$t_{SB} = \frac{D_{SB}}{d_{sb}} = \frac{\frac{349}{7}}{\frac{2}{63}} = 1570.5 \text{ días y noches.}$$

Como el número de días y noches tiene que ser un número entero, para subidas y bajadas el león ocuparía 1571 días y noches. En tal tiempo, recorre la distancia de $3,142/63$ yardas.

Siendo la profundidad del pozo $3150/63$ yardas, hasta la cima le queda distancia de $8/63$ de yarda. Como una subida completa es $1/7 = 9/63$ yardas, el león necesita solamente $8/9$ de tal tiempo.

Entonces, el tiempo que necesita el león para salir del pozo es $1571 \frac{8}{9}$ días o, en una buen aproximación, 1,572 días.

Es fácil observar que Fibonacci cayó, sin enterarse, en una “trampa mental”. En tales trampas cae comúnmente los “pensadores rápidos” que no consideran críticamente, como lo hacen los “pensadores lentos”, su primera idea intuitiva que parece correcta (Kahneman, 2000).

Su cálculo implicaba que el león llegaba al borde del pozo después de último descenso, es decir llegaba desde arriba como si se tratara de un “león volador”. Se puede decir que Fibonacci no analizó bien el problema y solo llegó a un resultado matemático “mecánico”, usando operaciones y fórmulas sin entender el fenómeno.

El “pensamiento rápido” usaban muchos matemáticos a lo largo de la Edad Media. Se presentan solamente dos ejemplos. Jacobo de Florencia, en un manuscrito del año 1307 (¡205 años después de Fibonacci!), reformuló el problema, cambiando el león por una serpiente, el pozo por una torre y las longitudes de subida y bajada (Høyrup, 2007, pp. 287- 288):

“Una torre... tiene 30 brazos de altura. Al pie de dicha torre hay una serpiente, que quiere subir a lo alto de la torre. Cada día sube hacia la cima un tercio de brazo. Y en la noche desciende $1/4$. Quiero saber en cuanto tiempo habrá subido a lo alto de dicha torre.”

A la “respuesta rápida” llegó Jacobo, usando un razonamiento similar al razonamiento de Fibonacci.

En 12 días y 12 noches, la serpiente sube 4 brazos y baja 1 brazo. La subida total en 12 días y 12 noches es un brazo. En otras palabras, en un día y una noche la subida resultante es $1/12$ de brazo. Para subir 30 brazos, la serpiente necesitaría un tiempo 360 días (y noches).

Sin embargo, la respuesta correcta se obtiene de la siguiente manera:

De la altura total se resta la última subida de $1/3$ de brazo:

$$30 \text{ brazos} - 1/3 \text{ de brazo} = 89/3 \text{ brazos} = 356/12 \text{ brazos.}$$

A tal altura la serpiente sube en 356 día y noches. En siguiente día, el día número 357, el serpiente sube $1/3$ de brazo que faltan hasta la cima.

Calandri en el año 1491 (¡289 años después de Fibonacci) retomó la formulación y los números de Fibonacci y la serpiente de Jacobo. Su formulación y el algoritmo de solución se presentan en la Figura 1:

llegar a la cima después de la subida de 6 unidades del último día. El resto (30 unidades – 6 unidades = 24 unidades) debería haberse cubierto en forma de subida y bajada: 3 unidades por día y noche. Como $24/4 = 8$, durante ocho días y ocho noches, el caracol subiría hasta 24 unidades y durante el noveno día, tras subir 6 unidades faltantes, llegaría a la cima. Entonces, el caracol necesitaría 9 días completos y 8 noches completas, no la mitad del decimo y 9 noches completas, como sugiere Wells.

Capítulo 1

SECUENCIA METODOLÓGICA EN EL APRENDIZAJE DE LA FÍSICA

“La realidad educativa universitaria está cambiando.”

(Meroño y Ruiz, 2006; Saravia, 2008)

En los últimos años, después de claras evidencias experimentales de la poca eficacia de la enseñanza basada en las conferencias magisteriales (docente activo – estudiantes pasivos), las secuencias didácticas que fomentan adecuadas estrategias de aprendizaje han ido cobrando una importancia cada

vez mayor, tanto en la investigación psicológica como en la práctica educativa, que ha venido a convertir el aprender a aprender en una de las metas fundamentales de cualquier proyecto educativo (Pozo & Monereo, 1999; Torrano & González, 2004).

Uno de los retos actuales de enseñar ciencias es relacionarla con el contexto, considerando la importancia de enseñar a los alumnos a tomar decisiones y comprender la ciencia es precisamente el propósito de preparar ciudadanos reflexivos y responsables para enfrentarse a la solución de problemas. Si se centra en el nivel superior, la metodología para la enseñanza de la física ha experimentado diversos cambios a lo largo de los últimos años, actualmente se pretende que el alumno pase a ser el auténtico eje de la educación universitaria y el profesor, un mediador o guía de dicho proceso (Meroño y Ruíz, 2006; Nuñez *et al.*, 2006; Saravia, 2008). Tal secuencia didáctica aumenta la motivación de los estudiantes (Valle *et al.*, 2010).

La investigación en la educación es una disciplina científica que se ocupa de cuestiones conceptuales, epistemológicas y metodológicas, no solo es la formación del individuo indispensable para impulsar una economía. Este proceso educativo, desde la formación inicial hasta su máxima especialización transforma la manera de pensar, actuar y de relacionarse de los individuos. Por lo tanto, la educación genera sociedad y genera cultura, por lo que de esto depende un cambio social y cultural. La educación fomenta el desarrollo mental de los individuos que permite enfrentar todo aquello que se tiene que aprender en el futuro. A parte del núcleo familiar, la escuela es el punto donde inician los cambios en la enseñanza, las pedagogías y el proceso educativo.

Durante el proceso de enseñanza – aprendizaje, las actividades se planean o programan hacia una meta y, de modo secuencial, dichas actividades siguen un orden que va desde lo más simple hasta lo más complejo, guardando una relación en su contenido para que el proceso de enseñanza - aprendizaje sea coherente y se alcancen los objetivos planteados y de igual manera un aprendizaje significativo.

De acuerdo a diferentes estudios se ha demostrado que los alumnos que basan su educación en *una secuencia metodológica* del Aprendizaje autorregulado (en continuación: AAR) llegan a tener mayor éxito en su formación profesional, desde la medicina (Daura, 2015) hasta la mercadotecnia (Gascón *et al.*, 2010). Adicionalmente, AAR prepara mejor los estudiantes para futuro exitoso en de diferentes aspectos de su contexto vital (Bandura, 1993; Schloemer & Brenan, 2006; Soresi & Zimmeman, 2004). ; Daura, 2015;).

Las teorías sobre el AAR (Zimmerman, 1999; Boekaerts, 1999) explican cómo influyen los factores cognitivos, metacognitivos (Pintrich, 2002), motivacionales (Pintrich, 2004; Zulma Lanz, 2006) y contextuales sobre el proceso de aprendizaje y parten de que la autorregulación mejora la gestión del aprendizaje (Zimmerman, 2001).

Capítulo 2

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la metodología usada en este estudio fue primero pedirle a los alumnos la

respuesta correcta del problema de “León en pozo”.

Después de su análisis, se les hacía saber que Fibonacci lo respondió de forma incorrecta y que debían dar tal respuesta y el razonamiento erróneo en que se basa.

El cuestionario aplicado fue el siguiente:

1. Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.
2. Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa “Editor de ecuaciones” de Word.
3. Tu solución es: El león dejará el pozo en ___ días.
4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema “León en pozo”. ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Este problema fue aplicado a dos grupos de estudiantes, uno en el curso “Desarrollo de Habilidades del Pensamiento Complejo” (DHPC) del primer semestre y otro en el curso “Enseñanza de la física” que se cursa comunmente en los últimos semestres de la carrera. Se analizaron las soluciones de los alumnos en los siguientes momentos:

- 1.- Respuesta individual: Donde calcularon la respuesta correcta y a su vez encontrar el error que tuvo Fibonacci cuando él resolvió estos problemas
- 2.- Respuesta grupal: Donde ellos se reúnen en equipo para poder discutir sus respuestas individuales, debatir cuál de todas es la más correcta o entre todos con sus aportaciones llegar a una solución más acertada que la que tenían incluso en sus aportaciones individuales.

Se hará la comparación de porcentaje entre los 2 grupos de alumnos con las mejores respuestas y que fueran capaces de encontrar el error de Fibonacci.

2.1. Objetivos

2.1.1. Objetivo general

Analizar los procesos del AAR con la propuesta de la aplicación de una secuencia metodológica en dos momentos tanto individual y grupal del problema “León en Pozo” para comparar y analizar las respuestas de los alumnos de semestres diferentes.

2.1.2. Objetivos específicos

Responder las siguientes preguntas de investigación:

- (1) ¿En qué curso hay un mayor número de estudiantes que son capaces de llegar a la respuesta correcta al resolver el problema “León en pozo”?
- (2) ¿En qué curso fue más productiva la discusión grupal en la mejora de sus respuestas individuales?
- (3) ¿En qué curso hay más estudiantes que pueden intuir la respuesta incorrecta obtenida por Fibonacci y reconstruir su razonamiento que lo llevó a tal respuesta?

2.2. Justificación

Este estudio pretende complementar los resultados de dos investigaciones anteriores relacionados con el desempeño de los estudiantes en resolución de los problemas de “subidas y bajadas” realizados en México.

La primera investigación piloto a pequeña escala (Cenobio et al., 2017) tuvo como su objetivo explorar la influencia de las posiciones de respuesta correcta en el desempeño de los estudiantes en una tarea de papel y lápiz basada en ese problema. Se entregaron dos versiones del problema de opción múltiple, con la respuesta correcta como primera y última opción, a dos grupos de diferentes edades de estudiantes mexicanos (N1 = 68, cuando la respuesta correcta era la primera opción y N2 = 81, cuando fue la última opción).

Los resultados indicaron que el rendimiento de resolución de los estudiantes estuvo influenciado por la edad (en el primer grupo la edad promedio fue 12 años y en el segundo grupo la edad promedio fue 15 años) y por la posición de la respuesta correcta.

Cuando la respuesta correcta fue la primera opción, los estudiantes mayores (la edad promedio de 15 años) superaron considerablemente a los estudiantes más jóvenes (la edad promedio de 12 años), pero con la respuesta correcta como última opción, los estudiantes mayores fueron solo un poco mejores.

La segunda investigación (Slisko, 2020) utilizaba la siguiente secuencia de aprendizaje:

- (1) Después de presentar la formulación original del problema, a los estudiantes (a) se les informó que la respuesta de Fibonacci "*1575 días*" era incorrecta y (b) se les pidió que propusieran cómo Fibonacci podría haber obtenido esa respuesta.
- (2) Entonces deberían haber respondido la pregunta de por qué la respuesta de Fibonacci fue incorrecta.
- (3) La siguiente tarea fue describir verbalmente, sin usar expresiones matemáticas, su plan para encontrar una respuesta correcta.
- (4) Después de eso, se les pidió (a) que llevaran a cabo matemáticamente su plan; (b) declarar explícitamente su respuesta y (c) demostrar su exactitud.
- (5) Finalmente, se preguntó a los estudiantes si era bueno saber que incluso los matemáticos famosos cometen errores.

El estudio se llevó a cabo con 35 estudiantes de física en el curso "Desarrollo de Habilidades de Pensamiento Complejo". La secuencia de aprendizaje se implementó como una actividad de papel y lápiz en los modos personal y grupal.

Los resultados más importantes son:

- (i) Los estudiantes pueden proporcionar un procedimiento aceptable para

obtener *ya conocida respuesta incorrecta* de Fibonacci

(ii) Los estudiantes son capaces de argumentar por qué esa respuesta es incorrecta.

(iii) Las soluciones de algunos estudiantes presentan una buena claridad conceptual y de procedimiento, frecuentemente perdida en la literatura histórica.

(iv) Los estudiantes comprenden la importancia de conocer los errores cometidos por matemáticos famosos en dos aspectos conectados: las matemáticas son una actividad humana propensa a errores y, en consecuencia, el miedo a los errores no debe ser un obstáculo en el aprendizaje de la física y las matemáticas escolares.

El estudio actual difiere de tal investigación en dos aspectos importantes:

Los estudiantes buscan su propia respuesta sin saber que la respuesta errónea común es 1,575 días.

Se solicita que intuyen cuál fue la respuesta errónea de Fibonacci (1,575 días).

De tal manera, las tareas de los estudiantes en este estudio son más exigentes que en la investigación anterior.

Un enfoque similar se usaba en un estudio relacionado con el desempeño de los estudiantes en la Prueba de Reflexión Cognitiva en que los estudiantes, después de presentar sus respuestas tenían que intuir las más frecuentes errores incorrectas (Ščeta *et al.*, 2022). Los resultados demostraban que los estudiantes con respuestas correctas fueron más exitosos en indicar las respuestas incorrectas.

Capítulo 3

MARCO TEÓRICO Y ASPECTOS METODOLÓGICOS

En el proceso de enseñanza que fomenta aprendizaje autorregulado (AAR) tiene como su objetivo lograr que los estudiantes desarrollen un amplio espectro de habilidades:

Habilidades para la resolución de problemas (definidos y no definidos)

Habilidades interpersonales y de trabajo en grupo

Habilidades metacognitivas, de autoconfianza y de Autodirección

Habilidades de autoevaluación

Habilidades para el manejo del cambio

Habilidades de aprendizaje continuo (a lo largo de la vida)

En el AAR, el estudiante debe llevarlo a cabo con la idea de aprender haciendo y aprenden a aprender. Por eso este modelo se puede aplicar individual, por equipo y grupal para mantenerlo activo y descubrir sus habilidades interactuando, intercambiando conocimientos y construir su propio aprendizaje. Si el grupo es grande la participación se reduce y la por lo tanto la interacción y retroalimentación.

En este estudio, para el caso del problema “León en pozo”, la secuencia del AAR y el análisis de sus resultados se estructuraron de la siguiente manera.

1. Aplicación de la prueba con tal problema a los alumnos en dos cursos (DHPC y Enseñanza de la Física) de primero y octavo semestre respectivamente, en dos modalidades (individual y grupal);
2. Análisis de las respuestas obtenidas (de forma individual) y comprobar si lograron intuir el error de Fibonacci;
3. Análisis de las respuestas de forma grupal;
4. Categorización de las respuestas de acuerdo a si se obtienen respuestas correctas y se logra encontrar el error de Fibonacci (respuesta deseada);
5. Comparación y discusión de los resultados de acuerdo a los casos encontrados.

Presentación del problema a resolver

A los alumnos se les plantea el problema en forma individual, ellos serán capaces de analizar y razonar por su parte, tendrán la habilidad de investigar y de determinar sus objetivos de aprendizaje, lo podrán hacer en base a preguntas para obtener información con respecto al problema planteado.

Trabajo grupal o por equipo

Esta parte mantiene en constante actividad al alumno, una vez que los estudiantes hayan resuelto individualmente el problema, participarán por equipo o grupal para dialogar y proponer una respuesta correcta al problema planteado.

Los grupos involucrados de la FCFM de la BUAP se presentan en la Tabla 1.

Grupo	Problema	Alumnos y equipos
Desarrollo de Habilidades del Pensamiento Complejo (DHPC)	“El león en el pozo” (Problema de Fibonacci)	26 alumnos 8 equipos
Enseñanza de la Física	“El león en el pozo”	24 alumnos

	(Problema de Fibonacci)	10 equipos
--	-------------------------	------------

Tabla 1. La información sobre los grupos involucrados en el estudio.

En curso “Enseñanza de la física”, los alumnos tenían una actividad más larga (la secuencia completa del AAR) con dos tarea adicionales:

Retroalimentación (respuesta del experto)

Se expone la respuesta correcta explicando el razonamiento de la misma, revisando conceptos principales.

Autoevaluación reflexiva

Los alumnos concluirán con comentarios finales sobre lo aprendido en el problema “León en pozo”, analizando experiencias de aprendizaje en previas partes (individual, grupal y respuesta del experto).

En el curso DHPC, debido a la falta de tiempo, no fue posible realizar estas dos últimas actividades.

En esta tesis se *presentan solamente los resultados de un análisis inicial*. En el futuro, se plantea realizar un análisis mucho más detallado de los resultados presentados en los apéndices, tomando en cuenta los siguientes aspectos:

1. Demuestra profundidad en el análisis del problema de Fibonacci
2. Aplica los conocimientos previos (sucesiones) y los relaciona con los problemas
3. Es capaz de generar una hipótesis y plantearla correctamente
4. Sabe utilizar la metodología pertinente para abordar el problema
5. Emplea múltiples estrategias para buscar información acerca del problema (diferentes métodos de sucesión)
6. Plantea alternativas pertinentes para la solución del problema (solución por casos)
7. Es entusiasta y toma la iniciativa, además de incluir todas las aportaciones de los otros integrantes del grupo
8. Participa en equipo aportando conocimientos, escuchando a los demás y discutiendo en forma eficiente (los métodos de solución del problema).

Capítulo 4

EL ANÁLISIS INICIAL DE LOS RESULTADOS

Después de las respuestas obtenidas por los alumnos, se analizó la forma en la que ellos abordaron el problema, se llevó a cabo por grupo y por problema ya que se pretendía encontrar quienes fueron capaces de llegar a la respuesta correcta y poder encontrar el error que tuvo Fibonacci en su resultado. Estos dos elementos forman juntos la "*respuesta deseada*" o "*respuesta esperada*".

También se buscó ver en la parte grupal cómo los alumnos podían coincidir en las respuestas obtenidas compartiendo sus resultados y razonamientos.

4.1. Los criterios para evaluar las respuestas de los alumnos

Rango de respuesta correcta = (de 1571 días a 1573 días)

Rango de respuesta errónea de Fibonacci = (1574 días a 1576 días)

Para cada uno de los análisis de resultados se evaluar el porcentaje, dividiendo el grupo de la siguiente manera:

Caso 1

Alumnos con respuestas correctas individualmente y que encontraron el error de Fibonacci

Caso 2

Alumnos con respuestas correctas individualmente pero sin encontrar el error de Fibonacci o proponer una idea de su procedimiento

Caso 3

Alumnos con respuesta incorrecta igual o cercana a la de Fibonacci

Caso 4

Alumnos con respuesta incorrecta fuera del rango de respuestas

4.2. Respuestas individuales para el problema “León en Pozo” en el curso DHPC

Las transcripciones completas de todas las respuestas individuales se pueden consultar en el Apéndice 1. Un análisis clasificado de tales respuestas se resume en la Tabla 2.

ALUMNO	RESPUESTA INDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI	CASO	*	EQUIPO
Alumno 1D	1572	1575	1	*	3
Alumno 2D	1574	No he escuchado la sol.	3		7
Alumno 3D	1574	Una vez que supera los 50 ya no debe retroceder	3		6
Alumno 4D	1575	1575	3		6
Alumno 5D	1575	Tomar en cuenta solo el ascenso y no el descenso	3		2
Alumno 6D	1575	En el tiempo en el que suma	3		8
Alumno 7D	1575	No se me ocurre como era Fibonacci	3		3

Alumno 8D	1558	Día y noche, ciclos separados	4		7
Alumno 9D	1575	Hizo sumas de día y de noche	3		8
Alumno 10D	1575		3		3
Alumno 11D	1575		3		4
Alumno 12D	600	40 días	4		7
Alumno 13D	401	No	4		8
Alumno 14D	31	Restar valores de subida y bajada	4		4
Alumno 15D	1600	Dudo estar en lo correcto	4		5
Alumno 16D			4		2
Alumno 17D	157	No	4		2
Alumno 18D	166	No se podía resolver a menos que el león cabe	4		5
Alumno 19D	3	No	4		6
Alumno 20D	197	No	4		1
Alumno 21D	31.5	Dividía cada día en 1/9	4		
Alumno 22D		El león moriría	4		3
Alumno 23D	1650		4		1
Alumno 24D		En el último ascenso ya no volvería a bajar	4		1
Alumno 25D	315	Él suma y divide	4		5
Alumno 26D	819	Sumar y restar	4		4

Tabla 2. Análisis de respuestas “León en Pozo” DHPC.

Análisis de respuestas individuales de acuerdo a los casos en DHPC		
Caso	Número de alumnos con esa respuesta	Porcentaje de alumnos con esa respuesta
1	1	3.8%
2	0	0%
3	9	34.6%
4	16	61.5%

Tabla 3. Resumen numérico de respuestas individuales en DHPC.

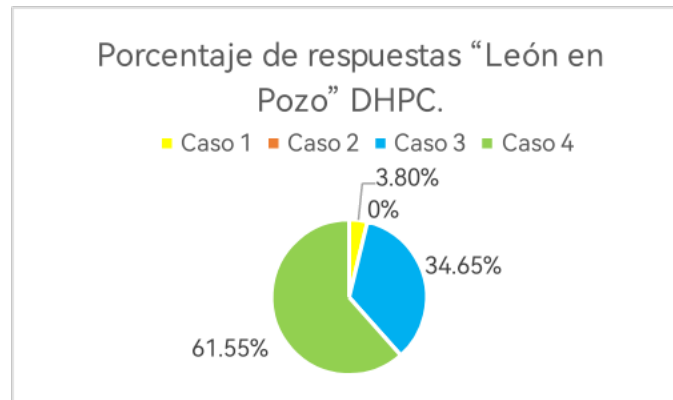


Figura 2. Porcentaje de respuestas “León en Pozo” DHPC.

Solamente un alumno (3.8 %) en el curso DHPC logró presentar la “respuesta deseada”: elaborar respuesta correcta e intuir la respuesta incorrecta de Fibonacci.

4.3. Resultados grupales para el problema “León en Pozo” en el curso DHPC

Los alumnos en el curso DHPC se han dividido en 8 equipos. De acuerdo a los resultados individuales, se analizó el resultado presentado de forma grupal, haciendo énfasis en qué ocurre con la respuesta después de que el grupo hace una exposición de sus resultado y un debate, ya que es importante que pudieran mejorar sus respuestas de forma grupal.

Para lograr esto, es necesario observar el comportamiento de los equipos, dividiéndolos de la siguiente forma de acuerdo a sus respuestas grupales:

- CASO 1G

De forma individual la mayoría obtuvo la respuesta correcta encontrando, también, el error de Fibonacci y la minoría obteniendo respuesta igual o parecida a Fibonacci. Después de la discusión, se concluye que la respuesta dentro del rango de (1571- 1573) y el error de Fibonacci (1574- 1576), es decir la respuesta de los alumnos con la respuesta correcta.

Hay que destacar que el “Caso 1G” en el nivel grupal difiere del “Caso 1” en nivel individual.

- CASO 2G

De forma individual la minoría obtuvo la respuesta correcta encontrando también el error de Fibonacci y la mayoría obteniendo respuesta igual o parecida a Fibonacci. Después de la discusión se concluye que la respuesta dentro del rango de (1571- 1573) y el error de Fibonacci (1574- 1576), es decir la respuesta de los alumnos con la respuesta correcta.

- CASO 3G

De forma individual la minoría obtuvo la respuesta correcta encontrando también el error de Fibonacci u obteniendo respuesta igual o parecida a Fibonacci. Después de la discusión se llega a un resultado erróneo teniendo una respuesta de un alumno que era más acertada, sea tomando la respuesta de Fibonacci como correcta, u obteniendo una respuesta fuera de rango

- CASO 4G

De forma individual se tienen respuestas igual o parecidas a la de Fibonacci, y después de la discusión se llega a la respuesta correcta, obteniendo la respuesta dentro del rango de (1571- 1573).

- CASO 5G

De forma individual por lo menos 1 alumno tiene una respuesta igual o parecida a la de Fibonacci, y después de la discusión se conserva la respuesta de Fibonacci como correcta

- CASO 6G

De forma individual por lo menos 1 alumno tiene una respuesta igual o parecida a la de Fibonacci, y después de la discusión se llega a una respuesta totalmente incorrecta.

- CASO 7G

De forma individual todo el equipo tiene respuestas incorrectas fuera del rango, pero después de la discusión llegaron a la respuesta igual de incorrecta o cercana al error de Fibonacci.

Equipo 1		
ALUMNO	RESPUESTA INIDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
Alumno 20D	197	No
Alumno 23D	1650	
Alumno 24D		En el último ascenso ya no volvería a bajar
GRUPAL	1575	En el último ascenso ya no volvería a bajar

Tabla 4 . Resultados del Equipo 1: Los alumnos cambian sus respuestas, pero llegan a la respuesta de Fibonacci. Error de Fibonacci: No.

Equipo 2		
ALUMNO	RESPUESTA INIDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
Alumno 5D	1575	Tomar en cuenta solo el ascenso y no el descenso
Alumno 16D		
Alumno 17D	1575	No
GRUPAL	1575	sube 3 y baja 1: $3-1=2$, con ese razonamiento

Tabla 5. Resultados del Equipo 2: Los alumnos mantienen sus respuestas erróneas (igual a la de Fibonacci). Error de Fibonacci: No.

Equipo 3		
ALUMNO	RESPUESTA INDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
Alumno 1D	1572	1575
Alumno 7D	1575	No se me ocurre como era Fibonacci
Alumno 10D	1575	
Alumno 22D		El león moriría
GRUPAL	1572	1575

Tabla 6. Resultados del Equipo 3: El alumno con la “respuesta deseada” convence a los alumnos con las respuestas erróneas que la acepten como la respuesta grupal. Error de Fibonacci: Sí.

Equipo 4		
ALUMNO	RESPUESTA INDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
Alumno 11D	1575	
Alumno 14D	31	Restar valores de subida y bajada
Alumno 26D	819	Sumar y restar
GRUPAL	31	Se basó en 1/7 de una yarda

Tabla 7. Resultados del Equipo 4: El alumno con la respuesta rara “31” convence a los demás que la acepten.

Equipo 5		
ALUMNO	RESPUESTA INDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
Alumno 15D	1600	Dudo estar en lo correcto
Alumno 18D	166	No se podía resolver a menos que el león cabe
Alumno 25D	315	Él suma y divide
GRUPAL	1575	¿?

Tabla 8. Resultados del Equipo 5: Los alumnos con respuestas raras llegan en la discusión a la respuesta errónea de Fibonacci. Error de Fibonacci: No.

Equipo 6		
ALUMNO	RESPUESTA INDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
Alumno 3D	1574	Una vez que supera los 50 ya no debe retroceder
Alumno 4D	1575	1575
Alumno 19D	3	No
GRUPAL	1572	Se analiza el último acenso ya que llega desde abajo

Tabla 9. Resultado del Equipo 6. Los alumnos con respuestas individuales erróneas logran la respuesta correcta. Error de Fibonacci: No (aunque un alumno lo indicaba individualmente).

Equipo 7		
ALUMNO	RESPUESTA INDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
Alumno 2D	1574	No he escuchado la sol.
Alumno 8D	1557.5	Día y noche, ciclos separados
Alumno 12D	600	40 días

GRUPAL	1575	Se equivocó en el descenso
--------	------	----------------------------

Tabla 10. Resultados del Equipo 7: Los alumnos con diferentes respuestas llegan la respuesta errónea. Error de Fibonacci: No.

Equipo 8		
ALUMNO	RESPUESTA INDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
Alumno 6D	1575	En el tiempo en el que suma
Alumno 9D	1575	Hizo sumas de día y de noche
Alumno 13D	401	No
GRUPAL	1575	

Tabla 11. Resultados del Equipo 8: Como la mayoría tuvo la respuesta individual de 1575, no sorprende que la respusta grupal fue igual. Error de Fibonacci: No.

No. De Equipo	Tipo de respuesta grupal en base a las respuestas individuales
Equipo 1	CASO 7G
Equipo 2	CASO 5G
Equipo 3	CASO 2G
Equipo 4	CASO 6G
Equipo 5	CASO 7G
Equipo 6	CASO 4G
Equipo 7	CASO 5G
Equipo 8	CASO 5G

Tabla 12. Resumen de los resultados grupales.

Tipo de respuesta grupal en base a las respuestas individuales	Total de Equipos	Porcentaje
CASO 1G	0	0%
CASO 2G	1	12.50%
CASO 3G	0	0%
CASO 4G	1	12.50%
CASO 5G	3	37.50%
CASO 6G	1	12.50%
CASO 7G	2	25%

Tabla 13. El porcentaje de los casos grupales.

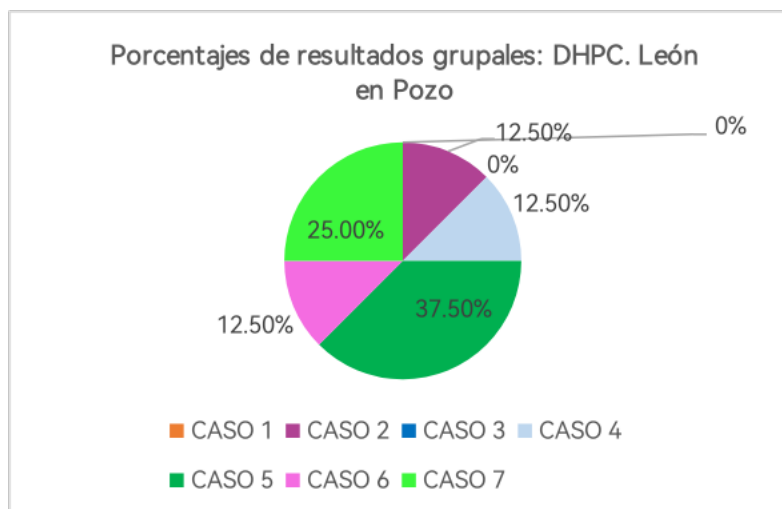


Figura 2. El porcentaje de los casos grupales.

Solamente un equipo (12.50 %) pudo grupalmente, a través de la discusión, pasar de la respuesta errónea de Fibonacci a la respuesta correcta.

4.4. Respuestas individuales para el problema “León en Pozo” en el curso “Enseñanza de la física”

Las transcripciones completas de todas las respuestas individuales se pueden consultar en el Apéndice 2. Un análisis clasificado de tales respuestas se resume en la Tabla 14.

ALUMNO	RESPUESTA INDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI	CASO	*	EQUIPO
ALUMNO 1E	<u>1571</u>	1575	1	*	2
ALUMNO 2E	<u>1572</u>	1575	1	*	10
ALUMNO 3E	<u>1571</u>	1575	1	*	3
ALUMNO 4E	25	$1/7 - 1/9 + 1/7 - 1/9 + \dots = 50$	4		7
ALUMNO 5E	<u>1572</u>	1575	1	*	8
ALUMNO 6E	1575	mi propio calculo está mal	3	x	5
ALUMNO 7E	<u>1572</u>	último movimiento	2	*	10
ALUMNO 8E	<u>1572</u>	las yardas en su época fueran diferentes	2		4
ALUMNO 9E	1573	durante la noche en vez de descender seguía subiendo	2		4
ALUMNO 10E	1574	lo que regresa	3		7
ALUMNO 11E	1575	No pude imaginar el error, quizá lo estoy cometiendo yo	3	x	6
ALUMNO 12E	1576	solo llega a la orilla del pozo y no que realmente logra salir	3		
ALUMNO 13E	<u>1572</u>	tratar de solucionarlo usando planteamientos matemáticos	2		

ALUMNO 14E	<u>1572</u>	1575	1	*	5
ALUMNO 15E	1574	el último día solamente no intervenía la fracción 1/9	3		1
ALUMNO 16E	1575	se dio cuenta que en 7 días el león ascendería una yarda	3	x	4
ALUMNO 17E	1574.5	olvidar el último ascenso del león	3	x	
ALUMNO 18E	1575	Que tal ves los días eran demasiados como mi resultado	3	x	1
ALUMNO 19E	1574	no puede bajar el león ya que en ese punto ya había salido.	3		8
ALUMNO 20E	1575.5	presento el avance como días completos	3		2
ALUMNO 21E	<u>1571 y 8/9</u>	en el último día regresó al león al pozo	2		5
ALUMNO 22E	<u>1572</u>	El León sube pero ya no debería bajar en algún momento	2		1
ALUMNO 23E	1574 y medio días	no tomó en cuenta que el león descendería durante la noche.	3		6
ALUMNO 24E	1570.5	No	4		7

Tabla 14. Las respuestas individuales para el problema “León en Pozo” en el curso “Enseñanza de la física”.

Análisis de respuestas individuales de acuerdo a los casos en ENSEÑANZA		
Caso	Cantidad de alumnos con esa respuesta	Porcentaje de alumnos con esa respuesta
1	5	20.83%
2	6	25%
3	11	45.83%
4	2	8.33%

Tabla 15. Resumen de las respuestas individuales.

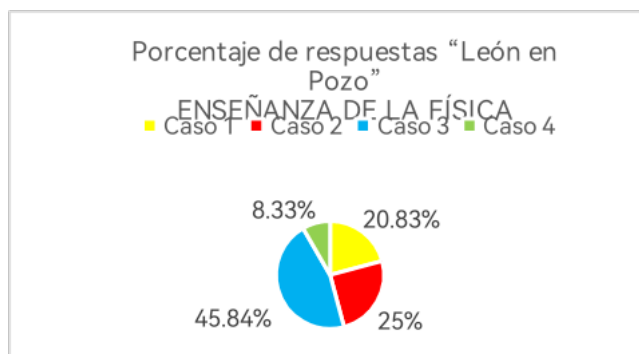


Figura 3. Porcentaje de respuestas “León en Pozo” ENSEÑANZA DE LA FÍSICA.

En el curso “Enseñanza de la física” 9 alumnos (**37.5 %**) lograron elaborar una respuesta mejor que respuesta de Fibonacci. De ellos, cinco alumnos (**20.83 %**) lograron presentar la “respuesta deseada”: elaborar respuesta correcta e intuir la respuesta incorrecta de

Fibonacci.

4.5. Respuestas grupales para el problema “León en Pozo” en el curso “Enseñanza de la física”

Los alumnos en el curso “Enseñanza de la física” se ha dividido en 10 equipos. En dos equipos hubo solamente alumno (decían que prefieren continuar de manera individual). De acuerdo a los resultados individuales, se analizó el resultado presentado de forma grupal, haciendo énfasis en qué ocurre con la respuesta después de que el grupo hace una exposición de sus resultado y un debate. Es importante que la mayoría de los equipos pudieran mejorar sus respuestas de forma grupal.

EQUIPO 1		
ALUMNO	RESPUESTA INIDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
ALUMNO 15E	1574	el último día solamente no intervenía la fracción 1/9
ALUMNO 18E	1575	Que tal ves los días eran demasiados como mi resultado
ALUMNO 22E	1572	El león sube pero ya no debería bajar en algún momento
GRUPAL	1572 días y 1571	ya no cumplirá el ciclo de 1/7- 1/9 habrá una fracción en la que pueda salir sin tener regresar que será el último día

Tabla 16. Resultados del Equipo 1: El alumno con la respuesta 1572 convence a los alumnos con respuestas 1574 y 1575 (avance). Error de Fibonacci: No.

EQUIPO 2		
ALUMNO	RESPUESTA INIDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
ALUMNO 1E	1571	1575
ALUMNO 20E	1575.5	presento el avance como días completos
GRUPAL	1575.5	

Tabla 17. Resultados del Equipo 2: El alumno con la respuesta 1575.5 convence al alumno con la respuesta correcta 1571 (retroceso). Error de Fibonacci: Si (individualmente), No (grupalmente).

EQUIPO 3		
ALUMNO	RESPUESTA INIDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
ALUMNO 3E	1571	1575
GRUPAL	1571	1575

Tabla 18. Resultados del Equipo 3: El alumno trabajó solo y no cambió su respuesta. Error de Fibonacci: Sí.

EQUIPO 4		
ALUMNO	RESPUESTA INIDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
ALUMNO 8E	1572	las yardas en su época fueran diferentes
ALUMNO 16E	1575	se dio cuenta que en 7 días el león ascendería una yarda

ALUMNO 9E	1573	durante la noche en vez de descender seguía subiendo
GRUPAL	1572	solo dividió 50 entre 2/63 obteniendo 1575

Tabla 19. Resultados del Equipo 4: El alumno con la respuesta 1572 convenció a los alumnos con la respuestas 1573 y 1575 (avance). Error de Fibonacci: Sí (grupalmente), No (individualmente)

EQUIPO 5		
ALUMNO	RESPUESTA INDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
ALUMNO 6E	1575	mi propio calculo está mal
ALUMNO 21E	1571 y 8/9	en el último día regresó al león al pozo
ALUMNO 14E	1572	1575
GRUPAL	1572	1575

Tabla 20. Resultados del Equipo 5: El alumno con la respuesta 1572 convence a los alumnos con las respuestas 1571 8/9 (exacta) y 1575 (cierto retroceso). Error de Fibonacci: Sí (grupalmente), Sí (individualmente).

EQUIPO 6		
ALUMNO	RESPUESTA INDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
ALUMNO 11E	1575	No pude imaginar el error, quizá lo estoy cometiendo yo
ALUMNO 23E	1574 y medio días	no tomó en cuenta que el león descendería durante la noche.
GRUPAL	1571 y medio días	se toma en cuenta que el león debe llegar por abajo no por arriba

Tabla 21. Resultados del Equipo 6: Los alumnos con las respuestas 1575 y 1574 (ambas erróneas) llegaron a la respuesta 1571.5 (gran avance). Error de Fibonacci: No.

EQUIPO 7		
ALUMNO	RESPUESTA INDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
ALUMNO 4E	25	$1/7 - 1/9 + 1/7 - 1/9 + \dots = 50$
ALUMNO 10E	1574	lo que regresa
ALUMNO 24E	1570.5	No
GRUPAL	1575	$1/7 - 1/9 + 1/7 - 1/9 + \dots = 50$

Tabla 22. Resultados del Equipo 7: Alumnos llegaron a la respuesta errónea 1575 que ninguno tenía antes (retroceso). Error de Fibonacci: No

EQUIPO 8		
ALUMNO	RESPUESTA INDIVIDUAL	ERROR FIBONACCI
ALUMNO 19E	1574	no puede bajar el león ya que en ese punto ya había salido.
ALUMNO 5E	1572	1575
GRUPAL	1572	1575

Tabla 23. Resultados del Equipo 8: El alumno con la respuesta 1572 convence al alumno con la respuesta 1574 (avance). Error de Fibonacci: Sí (grupalmente), Sí (individualmente).

EQUIPO 9		
ALUMNO	RESPUESTA INDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
ALUMNO 17E	1574.5	olvidar el último ascenso del león

GRUPAL	1572	Olvidó el último desenso
--------	------	--------------------------

Tabla 24. Resultados del Equipo 9: El alumno trabajó solo y en segundo intento mejor su respuesta, pasando de 1574.5 a 1572 (avance). Error de Fibonacci: No

EQUIPO 10		
ALUMNO	RESPUESTA INDIVIDUAL	ERROR DE FIBONACCI
ALUMNO 7E	1572	último movimiento
ALUMNO 2E	1572	1575
GRUPAL	1572	1575

Tabla 25. Resultados del Equipo 10. Ambos alumnos tenían la respuesta 1572 la que quedó como grupa (sin cambio). Error de Fibonacci: Sí (grupalmente), Sí (individualmente).

No. De Equipo	Tipo de respuesta grupal en base a las respuestas individuales
Equipo 1	CASO 2G
Equipo 2	CASO 3G
Equipo 3	CASO 1G
Equipo 4	CASO 4 G
Equipo 5	CASO 2G
Equipo 6	CASO 6G
Equipo 7	CASO 5G
Equipo 8	CASO 2G
Equipo 9	CASO 5G
Equipo 10	CASO 1G

Tabla 26. Resumen de los resultados grupales.

Tipo de respuesta grupal en base a las respuestas individuales	Total de Equipos	Porcentaje
CASO 1G	2	20%
CASO 2G	3	30%
CASO 3G	1	10%
CASO 4G	1	10%
CASO 5G	2	20%
CASO 6G	1	10%
CASO 7G	0	0%

Tabla 27. El porcentaje de los casos grupales.

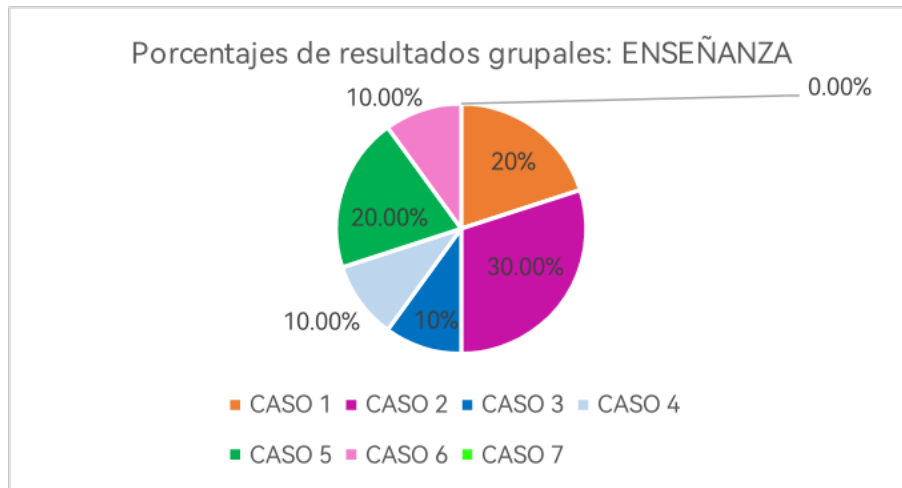


Figura 4. Porcentaje de respuestas grupales en el problema “León en Pozo”, el curso “Enseñanza de la física”.

4.6. Reflexiones autoevaluativas de los estudiantes en el curso “Enseñanza de la física”

En el curso “Enseñanza de la física” los alumnos tenían oportunidad de conocer la respuesta experta y de resumir, de manera autoevaluativa y reflexiva, sus experiencias. De los 24 alumnos, 20 alumnos (**83.3 %**) aprovecharon plenamente tal oportunidad de aprendizaje autorregulado, proporcionando varias conclusiones interesantes. Todas transcripciones de sus reflexiones se presentan en el Apéndice 3.

En seguida se citan solamente tres ejemplos ilustrativos de las reflexiones como evidencia experimental de que las secuencias del aprendizaje autorregulado contribuyen considerablemente al crecimiento de las habilidades de resolución de problemas con trampas mentales.

Reflexión 1

Al resolver este problema personalmente, lo primero que se me había ocurrido fue aplicar la regla de 3 para tener una visualización del resultado y después corregirlo, debido a no es un simple problema algebraico. Y puedo observar, con el comentario experto, que esa corrección fue la correcta.

En cuanto a la parte grupal, traté de defender este punto de vista, aunque esa parte fue algo más complicado de lo pensado por tratar de explicarlo solo con palabras (ya que era una llamada) y por el tiempo que teníamos encima, pero sí hubo éxito al lograr convencerlo y más aún, que me lograra entender.

Ahora que leí el comentario experto me siento satisfecho por ver que no sólo coincidimos en la respuesta, sino en la misma explicación verbal. Pero también me estoy llevando una gran sorpresa al ver que el error de Fibonacci sí fue el tratar de resolver el problema usando una regla de 3 y aún más que nadie tuvo una clara

objeción sobre este método durante casi 3 siglos.

Esto es un claro ejemplo de que las ideas en la humanidad sí han mejorado con el paso del tiempo (o al menos en los temas matemáticos y físicos) y muy pocas veces nos detenemos a pensar en ello. Creo que si ahora realizamos este problema con personas que no tengan un gran conocimiento en matemáticas o física, podrán tener una idea de la resolución y les sorprenderá aún más saber que hace casi 6 siglos no se pensaba así, teniendo como otro ejemplo a la visualización de la Tierra en el espacio, que también ha tenido una gran trayectoria en su concepción.

Me agrado mucho este problema y el mensaje histórico mencionado.

Reflexión 2

Es interesante intentar resolver un problema que tiene como premisa que en dicho problema un matemático reconocido cometió un error, eso no solo me causó motivación para intentar resolver el problema, sino que a su vez es una buena pista para resolver el problema.

Mi experiencia individual fue que el problema lo sentí bastante sencillo al inicio, y modelarlo matemáticamente fue muy simple, sin embargo no se me ocurría como fue que Fibonacci lo habría resuelto, llegué a pensar que él lo hizo de la misma forma que yo, por lo que estaba haciendo era erróneo.

Mi experiencia grupal fue que uno de mis compañeros de equipo conocía el problema pero planteado de forma diferente y lo resolvió considerando que el león no terminaba bajando, es decir, solo subiendo, creo que ese fue un paso crucial que yo no consideré hasta que logré hablar con ellos; sin embargo, lo que siguió después no lo entendí, por qué redondear y por qué agregar más días al final de la cuenta, me causó confusión y por más que explicaban mis compañeros no lo entendía, sin embargo leyendo cuidadosamente su documento y comparándolo con lo que me decían noté que ellos tampoco lo entendían muy bien (bueno, eso pienso yo, quizá si lo entendían pero no sabían como explicarlo), solamente que ya habían resuelto un problema similar antes y lo hicieron de la misma forma, por lo que entendí que el único que no lo entendía no era yo.

Al leer el comentario experto me sentí algo aliviado, ya que a este si le entendía, entendía cada parte porque el profesor lo explicaba claramente, comparándolo con lo de mis compañeros era lo mismo, sin embargo ellos no lo entendían y al tratar de explicármelo y no entenderlo pues por supuesto que yo no lo entendería, además en su redacción no se observaba algún proceso lógico que llevara al resultado que decían, y en el del profesor si.

Fue bastante claro para mí que quizá esto es lo mismo que sucede en el aula, hay maestros que no son expertos en el tema del que están hablando y cuando lo explican y culpan a los alumnos por no entender, en realidad son ellos mismos que no lo entienden, sin embargo si alguien sabe de lo que está hablando se escucha o se lee con una claridad y lógica, tiene sentido lo que se escucha o lee, y por lo tanto se entiende.

Reflexión 3

Cuando comencé a resolver el problema me hice una pregunta "realmente es esta la solución" y es que no sería de extrañar que el primer razonamiento postulado sea erróneo, tal como hemos hecho con otros problemas planteados me hice la pregunta sobre qué aspectos podría tomar en cuenta para confirmar o refutar mi razonamiento.

Resulta que mi razonamiento inicial coincide con el razonamiento planteado por Fibonacci, pero eso no lo sabría hasta leer el comentario experto. Tras reflexionar un momento llegué a la conclusión de que el león debería llegar durante el día por lo que este era un aspecto importante, lo cual terminaría siendo crucial para resolver de forma correcta el problema. Sin embargo, al momento de trasladar este razonamiento a las ecuaciones no lo hice forma correcta.

Cuando pasamos al trabajo grupal pude observar como mi compañero no tuvo el mismo razonamiento, tras debatir unos momentos llegamos a la conclusión de que efectivamente este es un aspecto muy importante pero mi compañero me hizo notar que mis cálculos no eran coincidentes con mi razonamiento, trabajamos durante unos momentos para traspasar este razonamiento a los cálculos de forma correcta.

Al final de la actividad grupal llegamos a la respuesta correcta realizando un razonamiento correcto.

Ahora bien, de esto he pensado varias cosas.

Los problemas que presentan un reto interesante son muy buenos para impulsar la motivación de los estudiantes. El hecho de que un matemático importante cometiera un error es una forma muy interesante de plantear un reto.

Es verdad que cuando resolvemos un problema podemos realizar razonamientos en la dirección correcta, pero trasladar el razonamiento a los cálculos puede ser un problema igual o más complicado, por lo tanto, contar con la participación de otros compañeros debatiendo sobre nuestras ideas puede ser la clave para resolver problemas de forma correcta.

Otro aspecto importante del problema es que en el comentario experto se nos dice que pasaron décadas para que un matemático pudiera realizar una explicación clara sobre este tipo de problemas y nuestra solución si bien debe explicar solo uno de tantos problemas de este tipo, no fuimos capaz de realizar una explicación que fuera clara. Hay muchas cosas que decir sobre esta actividad, lamentablemente el tiempo de reflexionar no puede ser muy extenso pero sin lugar a dudas este tipo de problemas es una herramienta muy útil.

Capítulo 5

CONCLUSIONES

Para concluir este estudio, se resumen las respuestas a las preguntas de investigación.

(1) ¿En qué curso hay un mayor número de estudiantes que son capaces de llegar a la respuesta correcta al resolver el problema “León en pozo”?

De acuerdo a los resultados obtenidos en las actividades individuales del problema “León en pozo”, se puede notar que los alumnos en el curso “Enseñanza de la física” tuvieron porcentajes más altos en resolución de los problemas llegando a las respuestas correctas. Mientras tanto, los alumnos en el curso DHPC presentaron los porcentajes más altos en las respuestas incorrectas.

Si el foco está en los porcentajes las respuestas incorrectas, el mayor porcentaje se encontró en el curso de DHPC. En tal curso, el porcentaje de las respuestas incorrectas fue un **61.55 %**, mientras que en el curso “Enseñanza de la física” fue **8.33 %**. Dicho de otro modo, el porcentaje de respuestas incorrectas en el curso DHPC *es más que 7 veces mayor* que en el curso “Enseñanza de la física”.

(2) ¿En qué curso fue más productiva la discusión grupal en la mejora de sus respuestas individuales?

En el curso “Enseñanza de la física” se tuvo un mejor desempeño a nivel grupal, las respuestas correctas se conservaron y mejoraron y se obtuvieron menos respuestas incorrectas. Eso contrasta con el desempeño de los alumnos en el curso DHPC: las respuestas correctas fueron pocas y las incorrectas continuaron siendo de esa forma.

(3) ¿En qué curso hay más estudiantes que pueden intuir la respuesta incorrecta obtenida por Fibonacci y reconstruir su razonamiento que lo llevó a tal respuesta?

Los alumnos en el curso “Enseñanza de la física” obtuvieron un **20.83 %** de las respuestas deseadas (el *resultado correcto* y la *descripción del error de Fibonacci*). Tal resultado está en un claro contraste con el resultado de los alumnos en el curso DHPC donde solamente hubo un **3.8 %** de las respuestas deseadas.

En otras palabras, el porcentaje de las “respuestas deseadas” en el curso “Enseñanza de la física” *es más que 5 veces mayor* que el porcentaje en el curso DHPC.

Se comprobó que solamente los alumnos que resolvieron correctamente el problema “León en pozo” fueron capaces de intuir la respuesta errónea de Fibonacci. Ese resultado está en resonancia con los resultados encontrados en el estudio en que se solicitaba de los estudiantes de indicar las respuestas erróneas en la Prueba de Reflexión Cognitiva (Ščeta et al., 2022).

Finalmente, aunque existe una diferencia enorme en los niveles educativos de los estudiantes, es importante poner los resultados de este estudio en un contexto internacional. Demattè y Furinghetti (2022) aplicaron a los 16 estudiantes italianos en grado 9 el problema de Jacobo de Florencia en que una serpiente debe subir a la cima de una torre de 30 brazos, subiendo en el día $\frac{1}{3}$ de brazo y bajando en la noche $\frac{1}{4}$ de brazo (ver la formulación textual del problema en la Introducción).

El resultado fue bastante negativo: Solamente 5 de los 16 estudiantes (**31 %**) intentaron resolver el problema. Dos de ellos tenían una solución incorrecta y tres presentaron la “respuesta rápida” de Jacobo de 360 días (“serpiente voladora”). ¡Ninguno llegó a la respuesta correcta de 357 días (y 356 noches)!

BIBLIOGRAFÍA

Bandura, A. (1993). Perceived self-efficacy in cognitive development and functioning. *Educational Psychologist*, 28(2), 117–148.

Boekaerts, M. (1999). Self-regulated learning: Where we are today. *International journal of educational research*, 31(6), 445- 457.

Cenobio, C. C., Slisko, J. A., Hernández, R. L. A., & Corona, C. A. (2017). A few considerations of climbing- snail problem: Fibonacci's error, problem's popularity and Mexican students' performances. *Inovacije u nastavi- časopis za savremenu nastavu*, 30(1), 25- 42.

Daura, F. T. (2015). Aprendizaje autorregulado y rendimiento académico en estudiantes del ciclo clínico de la carrera de Medicina. *Revista electrónica de investigación educativa*, 17(3), 28- 45.

Demattè, A., & Furinghetti, F. (2022). Today's students engaging with Abacus problems. *ZDM–Mathematics Education*, 54(7), 1521- 1536.

Gascón, E. G., De Juan, M. D., Azor, J. F. P., Sánchez, F. J. S., & Kanther, A. (2010). Aprendizaje autorregulado: antecedentes y aplicación a la docencia universitaria de marketing. *Revista de investigación Educativa*, 28(1), 171- 194.

Høyrup, J. (2007). *Jacopo da Firenze's Tractatus Algorismi and Early Italian Abacus Culture*. Birkhäuser

Kahneman, D. (2000). *Thinking, fast and slow*. Farrar.

Meroño Cerdán, Á. L., & Ruiz Santos, C. (2006). Estrategias de adaptación al espacio europeo de educación superior a partir del conocimiento y actitud del profesorado universitario. *Revista de Investigación Educativa*, 24(1), 281- 298.

Núñez, J. C., Solano, P., González – Pineda, J. & Posarió, P. (2006). El aprendizaje autorregulado como medio y meta para la educación. *Papeles del Psicólogo*, 27(3), 139- 146.

Pintrich, P. R. (2004). A conceptual framework for assessing motivation and self-regulated learning in college students. *Educational psychology review*, 16, 385-407.

Pintrich, P. R. (2002). The role of metacognitive knowledge in learning, teaching, and assessing. *Theory into practice*, 41(4), 219- 225.

Pozo I. & Monereo C. (1999). *El aprendizaje estratégico*. Docencia Universitaria.

Saravia Gallardo, M. A., (2008). Calidad del profesorado: Un modelo de competencias académicas. *Revista de Investigación Educativa*, 26(1), 141- 156.

Ščeta L., Sliško J., Erceg N. (2022). Predicting the most common incorrect response: Metacognitive advantage of deliberative over intuitive responders on Cognitive Reflection Test, *Studia Psychologica*, 64(3), , 256- 267.

Schloemer, P. & Brennan, K. (2006). De estudiantes a aprendices: desarrollo del aprendizaje autorregulado”, *Journal of Education for Business*, 82(2), 81- 87.

Sigler, L. E. (2002). *Fibonacci's Liber abaci: a translation into modern English of Leonardo Pisano's Book of calculation*. Springer.

Sliško, J. (2020). What students can learn from Fibonacci's error in solving "The lion in the pit" problem. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 15(2), 216- 238.

Soresi, S. & Zimmerman, B. (2004). Autorregulación y rendimiento académico y resiliencia: un estudio longitudinal”. *Revista Internacional de Investigación Educativa*, 41(3), 198- 215.

Torrano, F., Fuentes, J. L., & Soria, M. (2017). Aprendizaje autorregulado: estado de la cuestión y retos psicopedagógicos. *Perfiles educativos*, 39(156), 160- 173.

Torrano, F. y González, M. C. (2004). El aprendizaje autorregulado: presente y futuro de la investigación. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 2(1), 1- 33.

Valle, A., Rodríguez, S., Núñez, J. C., Cabanach, R. G., González- Pienda, J. A., &

Rosario, P. (2010). Motivación y Aprendizaje Autorregulado. *Revista Interamericana de Psicología/Interamerican Journal of Psychology*, 44(1),86- 97

Wells, D. (2012). Games and mathematics. Subtle connections. New York: Cambridge University Press.

Zimmerman, B. J. (1990). Self-regulated learning and academic achievement: An overview. *Educational psychologist*, 25(1), 3- 17.

Zimmerman, B. J. (2002). Becoming a self-regulated learner: An overview. *Theory into practice*, 41(2), 64- 70.

Zulma Lanz, M. (2006). Aprendizaje autorregulado: el lugar de la cognición, la metacognición y la motivación. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 32(2), 121- 132.

Apéndice 1

Respuestas individuales para el problema “León en Pozo” en el curso DHPC

1. Nombre: Alumno 1D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

En el último día el león solo avanzará, no va a descender porque será capaz de salir y entonces, quitar esa cantidad a 50, después averiguar cuál es el total de yardas que avanza por día y por último cuántos días tardará en recorrer la distancia necesaria

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa “Editor de ecuaciones” de Word.

$$50 - \frac{1}{7} = \frac{350}{7} - \frac{1}{7} = \frac{349}{7} \left(\frac{9}{9} \right) = \frac{3141}{63} \rightarrow \frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{9}{63} - \frac{7}{63} = \frac{2}{63} \rightarrow \frac{3141}{63} \div \frac{2}{63} = \frac{3141}{2} = 1570.5 \approx 1571 \rightarrow 1571 + 1 = 1572$$

Comprobación

$$1571 \times \frac{2}{63} = \frac{3142}{63} \quad ; \quad \frac{3142}{63} + \frac{1}{7} = \frac{3142}{63} + \frac{9}{63} = \frac{3151}{63} > 50$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **1572** días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema “León en pozo”. ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Fibonacci no consideró que la última vez que el león ascendiera, ese 1/7 de yarda sería suficiente para salir del pozo, por lo que ya no descendería 1/9 de yarda. Imaginó que él pensó que la respuesta sería 1575 días

2. **Nombre:** Alumno 2D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.



Si no retrocediera, cada semana avanzaría 1 yarda y saldría 50 semanas si solo cayera, cada 9 días bajaría una yarda, lo que sería otra semana de subir 50 semanas más las que se agreguen por cada 9 días. Algo como 598 días

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

Cada día, el león avanza $\frac{2}{63}$ yardas

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{2}{63} \quad \rightarrow \quad \frac{50}{\frac{2}{63}} = \frac{3150}{2}$$

El león tardará 1575 días en salir, pero en el penúltimo día, el león ya habrá salido sin haber retrocedido $\frac{1}{9}$ de yarda

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **1574** días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Yo no creo haber acertado con mi respuesta, tampoco he escuchado la solución de Fibonacci. Piensa que nuestras respuestas pueden ser muy parecidas

3. **Nombre:** Alumno 3D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Primero encontrar el m.c.m de 9 y 7 para posteriormente restar las fracciones y con eso encontrar la respuesta

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$\frac{9}{63} - \frac{7}{63} = \frac{2}{63} \quad \rightarrow \quad \frac{63}{2} = 31.5 \quad \therefore \quad \text{tarda } 31.5 \text{ días en avanzar } 1 \text{ yarda}$$

Por lo tanto tardará 1575 días pero hay que restar un día porque debido a que ya había salido no podía retroceder más

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **1574** días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? La gente no tomaba en cuenta que una vez superó las 50 yardas ya no podía retroceder, daño como resultado un día más

4. **Nombre:** Alumno 4D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Lo que yo haré es ver la cantidad de yardas avanza en un día, luego ver en cuánto tiempo avanzará 50 yardas y a ese número le resta la cantidad de veces que cabe lo que avanza entre lo que asciende ya que en ese día logrará salir

2.- **Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.** $\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{9-7}{63} = \frac{2}{63} \rightarrow 31.5 \times 50 = 1575$

3.- **Tu solución es:** El león dejará el pozo en **1575** días.

4. **Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?** Él puso 1575 ya que no contó que en el día avanza más

5. **Nombre:** Alumno 5D

León en pozo

1.- **Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.**

Primero pasamos las fracciones a pasos o distancia las restamos para ver la verdadera distancia que asciende el león, una vez obtenido, ya podremos obtener el número de días correctos para que el león esté fuera

2.- **Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.** $\frac{1}{9} = 0.111$ y $\frac{1}{2} = 0.143 \rightarrow 0.143 - 0.111 = 0.032 \rightarrow 0.032 \times 1575 = 50.40$

3.- **Tu solución es:** El león dejará el pozo en **1575** días.

4. **Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?**

Se basaba en solo tomar en cuenta lo que subía (ascendía) y dejar lo que desciende tal cual está

6. **Nombre:** Alumno 6D

León en pozo

1.- **Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.**

Obtener lo avanzado en un día y dividirlo entre la distancia total

2.- **Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.** $\frac{1}{7} + \frac{1}{9} = \frac{2}{63} \rightarrow \frac{50/1}{2/63} = \frac{3150}{2} = 1575$

3.- **Tu solución es:** El león dejará el pozo en **1575** días.

4. **Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?** En la medición del tiempo o algún tipo de suma

7. **Nombre:** Alumno 7D

León en pozo

1.- **Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.**

Consiguiendo la A de avance diario, dividirlo o multiplicarlo por los días necesarios para recorrer esas 50 yardas para encontrar la solución

2.- **Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.**

$$h = 50\text{yd}, \quad \frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{9}{63} - \frac{7}{63} = \frac{2}{63}\text{yd}, \text{ avance diario}$$

$$63 \times 50 \text{ yd} = 3150 \text{ meta, si avanza } \frac{2}{63} \text{ al día } \rightarrow = 1575$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **1575 días**.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? No se me ocurre como era Fibonacci

8. Nombre: Alumno 8D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Buscaré un número que multiplicado por 1/7, menos él mismo número multiplicado por 1/9, que me dé un resultado de 50

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$50 = x\frac{1}{7} - x\frac{1}{9} \rightarrow 50 = x\frac{2}{63} \rightarrow \frac{50}{\frac{2}{63}} = x \rightarrow x = \frac{3150}{2} \rightarrow x = 1575.5$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **1575.5 días**.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?



Tal vez no contó el día y la noche como 2 ciclos separados, mientras que el día lo podemos separar de la siguiente manera

9. Nombre: Alumno 9D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Mi idea primero es comprobar cuántos días le toma en avanzar una yarda completa y luego dividir el total de las yardas entre el tiempo que le toma 1, para esto primero veré cuántas yardas avanza en un día

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$\text{Al día: } d = \frac{1}{7}y - \frac{1}{9}y = \frac{2}{63}y$$

Es decir al día avanza 2/63 de yarda y tiene que avanzar un total de 3650 yardas, entonces

$$\frac{\frac{3150}{63}}{\frac{2}{63}} = \frac{3150}{2} = 1575$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **1575 días**.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Asumo que Fibonacci calculó primero la suma de todos lo que avanza en el día y por otra parte la suma de la que desciende y restó el segundo del primero cuando es 50 y buscó qué día eso pasa

10. **Nombre:** Alumno 10D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Tenemos un total de distancia que debe ser recorrida por el león y además sabemos la forma en la cual se desplaza el león, sin embargo una distancia que recorre el león la pierde en la noche

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$\frac{7}{7} = 1 \text{ yarda en 7 días y } \frac{7}{9} - 7 \text{ de yarda} \rightarrow \frac{x}{7} - \frac{x}{9} = \frac{3150}{63}$$

$$50 - \frac{1}{7} = \frac{349}{7} \rightarrow \frac{350}{7} - \frac{350}{9} = \frac{700}{63} \text{ Es el total de yardas que recorre en 360 días}$$

$$63 \times 50 = 3150 \rightarrow \frac{3150}{63} \text{ Es el total de yardas que se necesitan para salir}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1575 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

11. **Nombre:** Alumno 11D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Primero buscaré la distancia neta que recorre al día el león, para esto a 1/7 de yarda le restaré 1/9 de yarda, luego su resultado lo igualaré a 50, bueno el mismo resultado por algún número x del 50 y ese será el número de días que tardará

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$\frac{1}{7}y - \frac{1}{9}y = \frac{2}{63} \text{ es decir avanza } \frac{2}{63} \text{ de yarda n 24 horas}$$

$$\frac{2}{63}x = 50 \rightarrow 2x = 50 \times 63 \rightarrow x = \frac{3150}{2} \rightarrow x = 1575$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1575 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

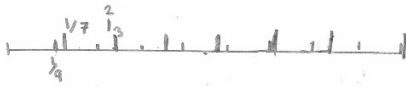
12. **Nombre:** Alumno 12D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Una forma de visualizar el problema sería ir marcando el recorrido conforme una recta, de manera durante el día avanza 1/7 de yarda y durante la noche regresa 1/9 de yarda por lo que el recorrido de regreso es menor

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.



El león probablemente primero asciende $1/7 = 0.15$ de yarda y después desciende $1/9 = 0.11$ de yarda.

Por lo tanto se dice que ya estando ubicado en el $1/9$ de recta va avanzando $1/7$ desde el mismo lugar

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **600 días**.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Otra solución serían 40 días tomando en cuenta que avanza $1/7$ y regresa a un punto fijo ubicado en $1/9$

13. Nombre: Alumno 13D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Sería completar la fracción hasta saber cuántos días transcurren para recorrer una yarda y cuántas noches transcurren para completar otra yarda, y así hasta llegar a las 50 yardas cuantos días son

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

Día $1/7$ al día	Noche $1/9$ por noche
1er = $1/7$	1er = $1/9$
2do = $2/7$	2do = $2/9$
3er = $3/7$	3er = $3/9$
.	.
.	.
.	.
7mo = $7/7 = 1$ yarda	7mo = $7/9$
14 = $14/7 = 2$ yardas	14 = $14/9 = 1.5$ yardas

28 días → 7 yardas ; 42 días → 10.5 yardas ; 84 días → 21 yardas ; 168 días → 42 yardas

196 días → 49 yardas

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **401 días**.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? La verdad NO

14. Nombre: Alumno 14D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Primero busqué los valores de lo que subió y bajo, para posteriormente restarlas y obtener la distancia que subió el león el primer día. Posteriormente sumé la que subió el león al segundo día, después de los que subió en el segundo al

tercero y así hasta el quinto. Al final resté la subida del quinto día en el cuarto y el valor que me dio lo multipliqué hasta que el valor superara las 50 yardas

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

*Paso 1:

$$1.- 7.14 - 5.5 = 1.44$$

$$2.- 8.54 - 5.5 = 3.04$$

$$3.- 7.14 + 3.04 - 5.5 = 10.18 - 5.5 = 4.68$$

$$4.- 4.68 + 7.14 - 5.5 = 11.82 - 5.5 = 6.32$$

$$5.- 6.32 + 7.14 - 5.5 = 13.46 - 5.5 = 7.96$$

*Paso 2:

$$7.96 - 6.32 = 1.64$$

$$6.32 - 4.68 = 1.64$$

$$1.4 + 1.64 = 3.04$$

*Paso 3

$$1.64 \times 30 = 49.20$$

$$1.64 \times 31 = 50.84$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 31 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Lo que imagino que hizo fue restar los valores de subida y bajada y en base de ese resultado fue multiplicando ese valor por el número de días. Es decir la distancia que el león aumenta un día no la sumé al día siguiente

15. **Nombre:** Alumno 15D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Podemos obtener el valor que al final del día aumenta en la altura a la que el león se encuentra

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$\frac{1}{9} \div \frac{7}{63} = \frac{7}{63} \rightarrow \frac{1}{7} \div \frac{9}{63} = \frac{9}{63} \rightarrow \frac{9}{63} - \frac{7}{63} = \frac{2}{63}$ Es la altura a la que se encuentra después de subir $\frac{1}{7}$ de yarda y bajar $\frac{1}{9}$ de yarda del mismo.

Necesitaría aproximadamente 32 días para superar una yarda de altura, entonces para completar las 50 yardas necesitaría $(32)(5)(10)$ días = 1600 días

Tal vez menos, pues a los 32 días ya superó 1 yarda

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1600 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Dudo estar en lo correcto, así que no hay necesidad de contestar

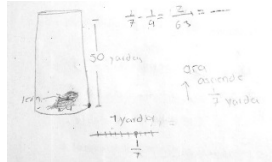
16. **Nombre:** Alumno 16D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Un pozo de 50 yardas, el león asciende durante el día $\frac{1}{7}$ de yarda y durante la noche desciende $\frac{1}{9}$ de yarda, ¿en cuántos días dejará el pozo?

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.



3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en __ días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

No se me ocurre nada en este momento

17. Nombre: Alumno 17D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Un día es una mañana y una noche, si sube $\frac{1}{7}$ en la mañana, pero en la noche bajo $\frac{1}{9}$, entonces es una diferencia, a lo que subió le restamos lo que bajó, eso nos daría el total de yarda recorrido en un día, entonces se lo calculamos para las 55 yardas

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{2}{63} \rightarrow$ 1 día completo ; Como queremos 50 yardas entonces

$$\frac{63}{63} \times 50 = \frac{315}{63} \text{ y } \frac{315}{63} \div \frac{2}{63} = \frac{19845}{126} = 157\frac{1}{2}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 175 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? No se me ocurre nada

18. Nombre: Alumno 18D

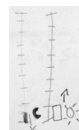
León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Lo que haría sería dibujar el pozo, y midiendo lo que asciende durante el día, ya que al final se observa que disminuye lo que asciende. (Pero en todo caso como disminuye más de lo que asciende)

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$\frac{1}{7} - \left(\frac{1}{-9}\right) = \frac{-16}{-63}$ Solo avanza 0.3m $\rightarrow \frac{50}{1} - \left(\frac{-16}{-63}\right) = \frac{-3169}{-63} = 166$



3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 166 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Lo primero que pensé fue que no se podía resolver porque a menos que el león cabe más profundo puede llegar más profundo de lo que se asciende en un principio, vuelve a $1/7 > 1/9$, cortar la yarda ahora en $1/9$

19. Nombre: Alumno 19D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Un león se cayó a un pozo a una profundidad de 50 metros, quiere salir del mismo y durante el día sube $1/7$ de metro y como se cansa durante la noche baja o desciende $1/9$ de metros. En cuántos días podrá salir el león del pozo

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

50 metros total, $1/7$ en el día y $1/9$ en la noche

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{2}{63} = 3.1$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 3 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? No lo sé

20. Nombre: Alumno 20D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Considero como la mejor idea dividir el total de la suma de yardas entre el total de profundidad. Su resultado serían los días

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$x = \frac{1 \cdot 1}{\frac{1}{7} + \frac{1}{9}} = \frac{16}{\frac{16}{63}} = \frac{3150}{16} = 197 \text{ días}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 197 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? NO

21. Nombre: Alumno 21D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Primero se debe ver cuánto asciende por día y por noche, el ascenso total por día se multiplica por los días que debería subir el total de distancia

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de

ecuaciones" de Word. $\frac{50}{7} - \frac{50}{9} = \frac{450-350}{63} = \frac{100}{63} = 1\frac{37}{63} \rightarrow \frac{(31.5)(100)}{63} = 50$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **31.5** días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Que dividía cada día en 1/9 a la magnitud que había encontrado y por eso la distancia que avanzaba era muy corta y pues podría decirse que nunca avanzaba

22. Nombre: Alumno 22D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Se debe obtener el progreso neto por día

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$\left[\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right] = \frac{50}{49} = \frac{50(49)}{2}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Basado en lo que sé del contexto, Quizá pensé que el león saldría sin ayuda del agua o moriría

23. Nombre: Alumno 23D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Tomando yardas como metros primero se saca 1/7 y 1/9 del metro una vez sacados se restan ya que desciende 1/9 por la noche. Una vez hecha la operación se puede reducir que el resultado es lo que sube en un día. Teniendo en cuenta el resultado, el metro se divide entre este mismo resultado dando a entender cuántos días tardaría en subir 1m, lo dado en esta operación se multiplica por 50 y nos daría el número de días

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$\frac{100\text{cm}}{11.1\text{cm}} = \frac{100\text{cm}}{3.1\text{cm}} = 33 \rightarrow (33)(50) = 1650$$

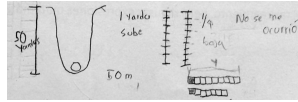
3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **1650** días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

24. Nombre: Alumno 24D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.



2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Quizá pensaba solucionarlo de forma matemática y no consideró que el último ascenso ya no volvía a bajar, entonces su solución es errónea por muy poco

25. Nombre: Alumno 25D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Mi plan es reducir el problema a solo conseguir la distancia recorrida por día y dejar el total de la misma

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$\frac{1}{7} = 6.3 \rightarrow 6.3 \times 50 = 315 \text{ días}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 315 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Dada esa pregunta, me hace preguntarme si mi respuesta es correcta me parece que el suma y divide

26. Nombre: Alumno 26D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Primero calcular y estimar cuánto equivale un séptimo de yarda y después calcular la equivalencia de un noveno de yarda. Sacar la diferencia entre los 2 términos y sumar hasta llegar a las 50 yardas

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{7} = \frac{9-7}{49} = \frac{3}{99} \text{ sube } \frac{50}{0.061} = 819 \text{ días}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 819 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Propongo 21 días

$$\frac{50}{9} = 5.5 \text{ y } \frac{50}{7} = 7.1 \rightarrow 7.1 - 5.5 = 2.4 \rightarrow \frac{50}{2.9} = 20.83 \text{ días}$$

Respuestas grupales para el problema “León en Pozo” en el curso DHPC

Equipo 1

Alumno 20D, Alumno 23D, Alumno 24D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Se restaría su trayecto y se dividiría entre el total de yardas, es decir 50. El resultado serían los días

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa “Editor de ecuaciones” de Word.

$$x = \frac{\frac{1}{7} - \frac{1}{9}}{50} = \frac{\frac{2}{63}}{\frac{50}{1}} = \frac{3150}{2} = 1575 \text{ días} \approx 4 \text{ años y } 4 \text{ meses}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1575 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema “León en pozo”. ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? A lo mejor ignoró el hecho que en su último ascenso ya NO descendió

Equipo 2

Alumno 5D, Alumno 16D, Alumno 17D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Un pozo de 50 yardas de profundidad, el león asciende 1/7 y en el día y desciende 1/9 y en la noche, 2/63 y es lo que recorre en un día, ¿Cuántos días tardaría para salir del pozo?

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa “Editor de ecuaciones” de Word. $\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{9-7}{63} = \frac{2}{63}$ lo que recorre un día completo

Ahora pasamos 50 yardas a fracción $\frac{63}{63}$, $50 = \frac{3150}{63}$ y dividimos $\frac{3150}{63} \div \frac{2}{63} = \frac{195450}{126} = 1575$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1575 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema “León en pozo”. ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Suponiendo que sube 3 y baja 1, vemos que lo que sube en un día es la diferencia entre ambos números: 3- 1=2. Por eso hicimos así el ejercicio

Equipo 3

Alumno 10D, Alumno 22D, Alumno 7D, Alumno 1D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. El último brinco del León suficiente para que salga, por lo que ya no retrocederá 1/9 de yarda; entonces a las 50 yardas se le resta 1/7, luego, obtenemos la distancia total que avanza por día, luego dividimos el resultado de la resta inicial entre lo que avanza por día para saber el n total de días.

2.- **Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.**

$$50 - \frac{1}{7} = \frac{3150}{63} - \frac{9}{63} = \frac{3141}{63} \rightarrow \frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{2}{63} \rightarrow \frac{3141}{63} \div \frac{2}{63} = \frac{3141}{2} = 1570.5$$

$$1570.5 \approx 1571 \rightarrow 1571 + 1 = 1572$$

3.- **Tu solución es: El león dejará el pozo en 1572 días.**

4. **Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?**

Fibonacci quizá tampoco consideró que ya no tendría que bajar una vez que salga $\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{9}{63} - \frac{7}{63} = \frac{2}{63}$ avance por día

$$50 \times 63 = \frac{3150}{2} = 1575$$

Equipo 4

Alumno 14D, Alumno 26D, Alumno 11D

León en pozo

1.- **Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.**

Primero obtuvimos la cantidad de yardas que avanza en un día restando de 1.64 yardas por día. Lo último que hicimos fue multiplicar las yardas que avanza por la cantidad de día

2.- **Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.** $7.14 - 5.5 = 1.64 \rightarrow 1.64 \times 31 = 50.84$ yardas

3.- **Tu solución es: El león dejará el pozo en 31 días.**

4. **Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?** Pensó que se refería a 1/7 de una yarda y se basó en eso

Equipo 5

Alumno 15D, Alumno 18D, Alumno 25D

León en pozo

1.- **Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.**

Encontrar un múltiplo entre 7 y 9 para trabajar números enteros una vez hecho eso multiplicamos por el número de yardas totales

2.- **Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.**

$$1 \text{ yarda} = 63 \text{ unidades. } 2 \text{ unidades} \times 325 \text{ días} = 63 \text{ unidades} \rightarrow (31.5)(59) = 1575 \text{ días}$$

3.- **Tu solución es: El león dejará el pozo en 1575 días.**

4. **Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? ¿?**

Equipo 6

Alumno 19D, Alumno 4D, Alumno 3D

León en pozo

1.- **Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.** Primero encontrar el m.c.m. de 9 y 7

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word. $\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{2}{63} \rightarrow 50 \times \frac{63}{2} = \frac{3150}{2} \rightarrow 3150 \div 2 = 1575$

En la mañana $\frac{1}{7} = \frac{9}{63}$ avanza 1 yarda en 31.5 días $\rightarrow 1572 \div 31.5 = 49.9 + \frac{1}{7} = 49.9 + 0.14 \approx 50$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **1572 días**.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Equipo 7

Alumno 12D, Alumno 8D, Alumno 2D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Restar el descenso del ascenso y dividirlo entre 50

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word. $50 = \frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{2}{63} \rightarrow \frac{50}{\frac{2}{63}} = 1575$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **1575 días**.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Se equivocó en restar el descenso

Equipo 8

Alumno 9D, Alumno 13D, Alumno 6D

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Sumamos cuanto avanzó en el día después hicimos regla de 3

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{2}{63} = \frac{1}{\frac{63}{2}} = \frac{3150}{2} = 1375 \text{ días}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **1375 días**.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Apendice 2

Respuestas individuales para el problema “León en Pozo” en el curso “Enseñanza de la física”

1. **Nombre:** Alumno 1E

León en pozo

1. Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Primero observaría cuanto avanza por día, después calcularía en que día esta a 1/7 de salir del pozo y a ese resultado sumar el día que faltaba.

2. Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa “*Editor de ecuaciones*” de Word. $\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{2}{63}$ ($\frac{\text{yardas}}{\text{día}}$)

¿En qué día le faltara 1/7 de yardas? $50 - \frac{1}{7} = \frac{349}{7}$ yardas $\rightarrow x = \frac{347}{9} \left(\frac{2}{63} \right) = 1570.5$ días

A esta cantidad le sumamos el día que le faltaba para subir 1/7 de yarda

3. Tu solución es: El león dejará el pozo en **1571** días.

(o 1572 debido a que no es exacto el día en que le falte 1/7 de yarda)

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema “León en pozo”. ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Mi idea es que Fibonacci pudo pensar que avanzaba $\frac{2}{63}$ ($\frac{\text{yardas}}{\text{día}}$) y con ese resultado simplemente calcularía el tiempo que le tomaba avanzar 50 yardas. Pero yo creo que eso es incorrecto debido a que el león no tendría porque bajar al pozo una vez que ya salió.

2. **Nombre:** Alumno 2E

León en pozo

1. Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Calcularé primero cuanto sube cada día completo (día+noche), con ello calculare el tiempo que le tarda a estar a un día de salir, porque ese último día sube 1/7 de yarda, no 2/63 de yarda porque en la noche de ese día no va a bajar 1/9 de

yarda, pues ya está afuera. Finalmente le sumaré un día a mi resultado anterior.

2. Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$\text{Sea } 1 \text{ yarda} = x; \frac{1}{7}x - \frac{1}{9}x = \frac{2}{63}x$$

Por lo tanto, el león sube $\frac{2}{63}$ de yarda cada día completo. Ahora restaremos a las 50 yardas $\frac{1}{9}$ de yarda; $\frac{1}{9}x - \frac{2}{63}x = \frac{5}{63}x$. Si dividimos esto entre $\frac{2}{63}$ obtenemos los días que le toma llegar a estar a un día de salir, pues al día siguiente subirá $\frac{1}{7}$ de yarda y saldrá. $\frac{5}{63}x \div \frac{2}{63}x = \frac{5}{2}$ días que le toma llegar a estar a un día de salir, pero redondeamos esto a 1571 por el simple hecho de que no hay "medios días" en nuestro problema. Si sumamos un día más obtenemos el tiempo que le toma salir; 1572 días. Esto lo podemos comprobar si multiplicamos 1571 días por $\frac{2}{63}$ yarda por día, vemos entonces a los 1571 estará a $\frac{3142}{63}$ yardas o 49.873 yardas aproximadamente, al sumar $\frac{1}{7}$ de yarda que subirá al día siguiente obtenemos que sobrepasa las 50 yardas, es decir salió del pozo. Aunque esto es mas de casi 4 años así que probablemente el león muera mucho antes de esto.

3. Tu solución es: El león dejará el pozo en 1572 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Creo que su respuesta como la de muchos otros por ser la más obvia fue de 1575 días que se obtiene solo de dividir la altura del pozo entre lo que sube realmente en un día completo, pero esto significa que tras salir vuelve a bajar una vez más en la última noche, cosa que por claras razones es un error. Una vez sale ¿para qué sigue bajando?

3. Nombre: Alumno 3E

León en pozo

1. Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Primeramente, tenemos que saber cuánto es lo que tiene que subir el león, en este caso no son las 50 yardas completas, sino $50 - \frac{1}{7}$, ya que el león va a salir durante el día. Después tenemos que encontrar la diferencia de $\frac{1}{7} - \frac{1}{9}$. Teniendo esa diferencia, la dividimos entre la cantidad que el león debe escalar y ya tendríamos la cantidad de días que le tomó al león subir.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

Tenemos que formular la diferencia de lo que sube el león en el día y lo que baja en la noche: $\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{9-7}{63} = \frac{2}{63}$.

Para sacar la distancia que debe subir el león, tenemos que: $50 - \frac{1}{7} = \frac{350-1}{7} = \frac{349}{7} = 49 \frac{6}{7}$, eso sería el total de yardas. Entonces teniendo en cuenta que la diferencia es de $\frac{2}{63}$ y la distancia que debe subir es $49 \frac{6}{7}$. Esto se divide y queda $(49 \frac{6}{7}) \div (\frac{2}{63}) = 1570 \frac{1}{2}$ días.

3.- Tu solución es El león dejará el pozo en 1570 días y medio día del 1571.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? La solución errónea fue de 1575 días, esto debido al razonamiento de que el león tenía que subir las 50 yardas completamente sin disminuir la diferencia, y así lo dividió entre la diferencia de lo que sube en el día y lo que baja en la noche.

4. Nombre: Alumno 4E

León en pozo

1. Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Plantearé una x que significan los días que el león dejará el pozo, multiplicaré $\frac{1}{7}$ por la x y le restaré la misma x pero multiplicada por $\frac{1}{9}$ que es lo que desciende por la noche, igualaré la ecuación por 50 que es la profundidad total del pozo, y de ahí solo reduciré términos y despejaré la ecuación.

2.- **Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.** $1/7(x) - 1/9(x) = 50 \rightarrow 9x - 7x = 50 \rightarrow 2x = 50 \rightarrow x = 25$

3.- **Tu solución es: El león dejará el pozo en 25 días.**

4. **Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?** Me imaginó que no utilizó ecuaciones y lo que hizo fue lo siguiente:

$1/7 - 1/9 + 1/7 - 1/9 + \dots = 50$ de modo que aquí no hay ningún razonamiento lógico, simplemente lo que se está haciendo es sumar $1/7$ y restarle $1/9$ hasta llegar a 50.

5. **Nombre:** Alumno 5E

León en pozo

1. **Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.**

Sabemos que el león sube una cantidad mayor que la que baja. Entonces la idea es calcular los días que le tomará al león subir $50 - 1/7$ yardas, para que al día siguiente pueda subir ese $1/7$ de yarda más y habrá salido (tomando en cuenta que el león es un caso hipotético y no morirá de hambre).

Durante la realización matemática de este problema me di cuenta que el resultado tenía una fracción de días. La idea es tomar el entero trunco y añadir no uno, sino dos días, la razón se muestra en la elaboración matemática.

2.- **Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.**

Sea x el número de días que le toma al león subir $50 - 1/7$ yardas.

$$50 - \frac{1}{7} = x \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) \rightarrow x = \frac{\frac{349}{7}}{\frac{2}{63}} \rightarrow x = 1570.5$$

Dado que los días son enteros, veamos que sucede en el día 1570:

$$1570 \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) = 49.8412$$

Vemos que no es suficiente. Ahora veamos el día 1571:

$$1570 \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \frac{1}{7} = 49.9841$$

$$1570 \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) = 49.8730$$

Tampoco es suficiente. Ahora veamos el día 1572:

$$1571 \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \frac{1}{7} = 50.0158$$

Y como ya ha salido, ya no es necesario retroceder el $1/9$ de yarda. Por lo tanto, al león le tomó 1572 días.

3.- **Tu solución es: El león dejará el pozo en 1572 días.**

4. **Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?**

No había visto este problema, así que no puedo saber si el error se pueda deber al procedimiento matemático o si, en su caso, fuera una pregunta capciosa. En caso de que fuera error matemático, supongo que el error fue usar la distancia total avanzada por día ($1/7 - 1/9 = 2/63$) y usar una regla de tres simple en donde el resultado es 1575 días. Esto, ya que esa fue mi primera idea como solución, pero en el problema el león sube una mayor cantidad que lo que baja, teniendo una menor cantidad de días. De hecho, se asemeja a algunos problemas de programación.

6. **Nombre:** Alumno 6E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Primeramente, diré que todo el razonamiento y resolución de esta tarea la hare sin investigar sobre el problema en cuestión, que si bien ya he escuchado (en versiones donde es un caracol, un ratón o una rana) no recuerdo a la perfección la solución y el error que tubo Fibonacci al publicarlo. Dicho lo cual, diré que se puede pensar en el problema como una sumatoria en la cual se suman $1/7$ y se restan $1/9$. Si buscamos en cuantos días subiría las 50 yardas de a $1/7$ por día, estaría saliendo del pozo en 350 días. Así mismo, se necesitan 450 noches para cubrir esas mismas 50 yardas, pero ahora bajando $1/9$ de yarda por día. Pero este primer razonamiento no considera el desplazamiento total del león, sino que separa ese desplazamiento en dos partes, lo cual no suena adecuado. Entonces, pensé en aplicar la sumatoria, pero ahora de esta manera: Si se piensa en la sumatoria de esa resta, es decir $1/7 - 1/9 = 2/63$ que es la distancia total que se mueve el león después de un día entero, se requerirían 1575 días para que el león pudiese salir del pozo.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

Colocando solo los cálculos que pertenecen a mi resolución final, primero pese en la resta de las yardas que sube el león menos las que baja en la noche: $1/7 - 1/9 = 2/63$. Después, recordando la fórmula del sumatorio:

$$a * n = \sum_{k=1}^n a$$

Pensé en que se podría buscar los días que le tomaría al león salir del pozo, dividiendo las 50 yardas entre los $2/63$ partes de yarda que sube por día, el resultado fue:

$$50 = \sum_{k=1}^{1575} 2/63$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1575 días.

4.- Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Como ya mencioné, no recuerdo completamente el problema, pero imagino que tendrá que ver con que Fibonacci no considero: O bien la distancia real que se mueve el león por día, o incluso el hecho de que podría ser que al final el león no requiera de todo un día para salir, es decir, que salga en una tarde por ponerlo de alguna manera. Dicho eso, quizá mi propio cálculo está mal y el resultado sea de mil quinientos setenta y cuatro días y una tarde, por decir algo. Pero al menos, matemáticamente, mi resultado me parece adecuado

7. **Nombre:** Alumno 7E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Mi plan es calcular una expresión que me permita saber el número de yardas que avanza por día, después multiplicar por un factor de conversión conveniente para hallar el número de días, teniendo cuidado de que tenga sentido físico

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$\frac{1 \text{ yarda}}{7 \text{ día}} + \frac{-1 \text{ yarda}}{9 \text{ noche}} = \frac{2 \text{ yarda}}{63 \text{ día completo}}$$

Buscamos una expresión que nos diga cuántos días tardará en llegar a una altura igual a 50 yardas - $\frac{1}{2}$ yarda, eso es $\frac{39}{2}$ yardas.

$$\left(\frac{349}{7} \text{ yardas}\right) \left(\frac{63 \text{ días completos}}{2 \text{ yardas}}\right) = 1570.5 \text{ días}$$

Ya que estamos considerando días completos, lo tomamos como 1571 días. Sumando una última distancia de $\frac{1}{2}$, llega a su destino en 1572 días

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1572 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Sí, tal vez tomó los días completos al hallar la solución. Entonces cuando llegó a su destino lo hizo sin considerar que el último movimiento de un día completo es de descenso no de ascenso, por lo que eso significa que tomando días completos el último día el león estuvo ascendiendo cuando en realidad ya había salido del

pozo.

8. **Nombre:** Alumno 8E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

El razonamiento que propongo es que, se reste a las 50 yardas totales el total que asciende y a eso dividirlo el total del día, ya que va de abajo para arriba y ver ahora si cuanto es el total

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word. 50 yardas - $\frac{1}{7}$ yardas = $49\frac{6}{7}$ yardas

Ahora cabe aclarar que para sacar el total del día sacamos el común múltiplo de 7 y 9 el cual es 63, y restamos $9 - 7$ lo cual nos da 2, entonces es $\frac{2}{63}$ entonces tenemos

$$\frac{49\frac{6}{7}}{\frac{2}{63}} = 1570.5 = 1571 \text{ días} + \frac{1}{63}$$

Como falta un "cachito" el león se va a tomar otro día, entonces...

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **1572** días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Puede que las yardas en su época fueran diferentes, o que no considerara los múltiplos en común de 7 y 9 o que no redondeara.

9. **Nombre:** Alumno 9E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Voy a calcular cuánto es el ascenso neto del león por día, después voy a calcular los días que necesitara para recorrer las 50 yardas simplemente dividiendo la distancia entre el avance neto

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$A_n = A_d - A_n = \frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{2}{63}$$

El león avanza $\frac{2}{63}$ de Yarda por día: $t = \frac{d}{A_n} = \frac{50}{\frac{2}{63}} = 1573$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **1573** días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? A lo mejor considero que durante la noche el león no se perdía y seguía en la dirección correcta, por lo tanto, en vez de descender seguía subiendo.

10. **Nombre:** Alumno 10E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Durante el día sube $\frac{1}{7}$ de yarda y baja $\frac{1}{9}$ de yarda. Entonces puedo ver que tanto avanza en

fracción durante un día y una noche juntos tomando en cuenta que ocurre primero (clara inicia subiendo, Día)

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

Entonces veamos analizando como si fueran la misma cantidad de días y de noches:

$$\frac{1}{7}x - \frac{1}{9}x = 50 \rightarrow x\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right) = 50 \rightarrow x = 1575 \text{ días y noches}$$

Si tomamos en cuenta que en cada noche desciende $\frac{1}{9}$ retrocedamos una noche o tal vez dos

En 1573 días y noches el león ha subido $49\frac{59}{63}$ yardas si sumamos el $\frac{1}{7}$ que subirá el siguiente día nos da más de 50 yardas, por lo tanto, tardará 1574 días en salir del pozo

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1574 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

No tomaría en cuenta, lo que regresa, o más bien tomaría en cuenta el descenso sin percatarse que ya había sobre pasado las 50 yardas.

11. **Nombre:** Alumno 11E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Lo primero que tengo que hacer es saber cuál es la distancia real que el león asciende en un día completo, es decir, a la cantidad que asciende durante el día, restarle lo que desciende en la noche. Una vez obtenida esa cantidad, voy a dividir el total de yardas entre la cantidad real que asciende el león, y así obtener en cuantos días dejara el pozo

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word. $D = \frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{9-7}{63} = \frac{2}{63} \text{ yardas día}$

Donde D es la distancia real que asciende el león por día completo

T, son los días que se tardara en salir

$$T = \frac{50 \text{ yardas}}{\frac{2 \text{ yardas}}{63 \text{ días}}} = 1575 \text{ días}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1575 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

No pude imaginar el error, quizá lo estoy cometiendo yo

12. **Nombre:** Alumno 12E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Pienso que primero empezaría por sacar la resta de lo que avanza en el día con lo que se regresa en la noche y así saber cuánto avanza por día y después multiplicar lo que avanza por día en una ecuación hasta llegar a cuantos días dejaría el pozo. Dicho resultado nos expone en cuántos días estaría en la orilla del pozo mas no cuando saldría, entonces, debe de pasar un día extra para que el león pueda salir.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

Restando lo que sube en el día con lo que desciende en la noche tenemos

$\frac{1}{9} - \frac{1}{7} = 2/63$ Entonces $2/63$ de yarda es lo que avanza el león por día, así

$$\left(\frac{4}{126}\right)x = 50 \Rightarrow x = \frac{3150}{2} = 1575 \text{ días}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1576 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Tal vez no tomó en cuenta que solo llega a la orilla del pozo y no que realmente logra salir.

13. **Nombre:** Alumno 13E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Estamos ante un problema que requiere de aplicar trucos matemáticos y a su vez usar el sentido común, ya que de solo usar las matemáticas tal cual llegaríamos a una solución equivocada y base del sentido común tardaría demasiado en resolverse el problema, mi propuesta es hacer un promedio diario del avance del león y hallar los días que tardará en llegar a la superficie si avanzara a velocidad promedio, matemáticamente es sencillo lograr eso. Posteriormente toca considerar la naturaleza del avance, no va a velocidad constante sino que avanza durante el día una cantidad mucho mayor al promedio y en la noche desciende un gran porcentaje de lo ganado así que toca empezar a hacer tanteos pues una vez fuera el león ya no va a retroceder como lo hacía dentro del pozo, así que toca buscar mediante el tanteo el día que durante la tarde su avance supere el número "50"

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$50 = \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right)x \rightarrow 50 = \frac{2}{63}x \rightarrow X = 1575$$

Toca tantear

$$1572(2/63) + 1/7 = 50.014 - \text{ se pasa}$$

$$1570(2/63) + 1/7 = 49.984 - \text{ le falta}$$

$$1571(2/63) + 1/7 = 50.01 - \text{ excelente}$$

En 1571 días avanzó 49.87 yardas y la tarde del día 1572 pudo salir del pozo

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1572 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

A lo mejor Fibonacci confiado en ser un gran matemático de la época, no trató el problema con humildad y decidió tratar de solucionarlo usando únicamente y exclusivamente con planteamientos matemáticos sin hacer más consideraciones.

14. **Nombre:** Alumno 14E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

La manera de resolver este problema consiste en encontrar el número de días que tardó el león en salir del pozo. Para esto, hay que ver cuál es la proporción en la que el león sube cada día, esto es, a la cantidad que sube cada día hay que restarle la cantidad que baja durante la noche. Así, se obtiene la cantidad total que sube en un día. Luego, hay que aproximar el número de días en las que se llega hasta las 50 yardas, teniendo en cuenta que el león sube un poco más de lo que sube en total. Entonces, se plantean las ecuaciones para determinar el número de días necesarios, pero esta no es la respuesta, la verdadera respuesta viene cuando a ese número de días, hay que ver en qué día el león realmente llega hasta la cima sin caer, porque una vez que llega a la cima, el león sale, no se queda ahí y vuelve a bajar.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

Sistema de ecuaciones

Sea X el número de días, el desplazamiento total del día es $(1/7) - (1/9) = (2/63)$ yardas por día

Sistema de ecuaciones: $\frac{2}{63}X = 50$

Resolviendo el sistema, se obtiene $X=1575$ días. Sin embargo, esta no es la solución. Para apreciarlo, vemos que en el día 1571, el león llegó hasta 49.87 yardas en total, pero subió hasta 49.98 yardas en el día y bajó hasta 49.87 yardas, que es el total. El día 1572, el león comenzó en la posición 49.87 yardas, en ese día subió hasta 50.01 yardas. Eso quiere decir que en el día 1572, llegó a la cima. Por lo tanto, no descendió en la noche, ya que había salido del pozo.

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1572 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Supongo que su respuesta fue de 1575 días. Esto es un resultado que a priori parece ser correcto, pero no toma en cuenta que una vez que el león llega a la cima, éste sale del pozo, no se queda para bajar, es decir, tomó en cuenta el desplazamiento total, y no tomó en cuenta que antes de los 1575 días, el león llega a la cima durante el día. (día 1572) y como ya llegó, sale, así que no vuela a bajar, cosa que su cálculo sí contempló.

15. **Nombre:** Alumno 15E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Primero se hace la suma algebraica entre el ascenso y el descenso. Se dividen las yardas totales de la profundidad del pozo entre dicho resultado y así se obtiene el número de días que tardaría el león en salir. Pero no se cuenta el último día, ya que en ese último es lógico que el león no pase la noche. Así que para el penúltimo día de hace un recuento de qué distancia avanzó hasta el momento, y la diferencia con las 50 yardas se divide entre las yardas que avanza durante el día para saber la fracción de día que el león necesita para salir. De ahí simplemente es redondear para tener días enteros, aunque se podría dejar con los decimales si así se requiere.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right) \frac{\text{yardas}}{\text{día}} = \frac{2}{63} \frac{\text{yardas}}{\text{día}} - \frac{50 \text{ yardas}}{63 \text{ días}} = 1575 \text{ días}$$

→ 1574 días se cumple la diferencia

$$(1574 \text{ días}) \left(\frac{2 \text{ yardas}}{63 \text{ días}}\right) = 49.9682 \text{ yardas}$$

$$50 \text{ yardas} - 49.9682 \text{ yardas} = 0.031746 \text{ yardas}$$

$$\frac{0.031746 \text{ yardas}}{1 \text{ yardas}} = \frac{0.031746 \text{ días}}{7 \text{ días}} = 0.2222 \text{ días}$$

Así que el león pasó 1574 noches y 1574.222 días

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1574 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Tal vez no consideró que en el último día solamente no intervenía la fracción $1/9$ correspondiente a la noche.

16. **Nombre:** Alumno 16E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

El león asciende un séptimo de yarda en la mañana y desciende un noveno de yarda en la noche, entonces lo que asciende en total en TODO el día (mañana y noche) es un séptimo de yarda restándole un noveno de yarda que descendió, obteniendo ese número tenemos lo que haciendo por día, luego debemos encontrar un número que al multiplicarlo por ese valor nos de cincuenta yardas, y resolvemos el problema.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$\text{yardas por día} = \frac{1}{7} \text{ yardas} - \frac{1}{9} \text{ yardas} = \frac{9-7}{63} \text{ yardas} = \frac{2 \text{ yardas}}{63 \text{ día}}$$

Luego

$$\frac{2}{63}x = 50 \Rightarrow x = 1575 \text{ días}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **1575 días**.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Tal vez se dio cuenta que en 7 días el león ascendería una yarda y en el noveno día descendería una yarda, entonces sumó y restó, sumó y resto, y para cuando llegó a las 50 yardas tendría menos días por que fue restando una yarda dos días después de ascendida una yarda.

17. Nombre: Alumno 17E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. El problema en esencia es sencillo, nos dice que durante el día el león asciende más distancia de la que desciende durante la noche y ya que el problema no es más específico en cuestiones naturales como el material del pozo, o si se cansa el león, o si le da hambre y sed, podemos calcular el avance diario del león sumándolo hasta llegar a las 50 yardas. Recordando que el último día no retrocederá en la noche una vez saliendo del pozo, entonces se le restara medio día al resultado final.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

Si el león asciende $\frac{1}{7}$ de yarda durante el día y desciende $\frac{1}{9}$ de yarda durante la noche entonces el residuo de estos dos será su avance diario.

$$\text{Avance del león diario} = \frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{9-7}{63} = \frac{2}{63} \text{ yardas.}$$

$$\text{Entonces } \frac{50}{2/63} = 1575 - \frac{1}{2} = 1574.5 \text{ días}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en **1574.5 días**.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Podemos especular que el razonamiento erróneo fue dirigido a olvidar el último ascenso del león y que una vez terminando de subir ya no descendería.

18. Nombre: Alumno 18E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Primero haría una proporción entre lo que es un séptimo de yarda y un noveno, después lo restaría y haría una regla de 3 que es si en un día hace tantas yardas en cuantos días hará las 50 y así saber

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$1\text{yd} \cdot .7 - 1\text{yd} \cdot .9 = \text{xyd} \rightarrow D = (50\text{yd} \cdot 1\text{d})/\text{xyd}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1575 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Que tal vez los días eran demasiados como mi resultado

19. **Nombre:** Alumno 19E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Mi plan para encontrar la solución es encontrar el momento en el que se encuentra a 1/7 yardas o menos del final del pozo, de esa forma el último tramo solo lo subirá y podrá salir.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

El primer paso es calcular la distancia total que recorre en un día

$$d = \frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{2}{63}$$

Ahora calculamos el número de días que tardará en llegar al 50m

$$Nd = 50 \rightarrow N = \frac{d}{50} = 1575$$

Ahora, es importante notar que el león sube y baja un trozo de yarda cada día, este resultado es contemplando que el último día todavía baja, por lo que al día 1574 y una tarde sale del pozo.

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1574 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Quizás olvidó el último trozo, no puede bajar el león ya que en ese punto ya había salido.

20. **Nombre:** Alumno 20E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Primero supondremos que la subida y bajada del león es constante durante todos los días, es decir, no sube más ni baja menos. Para facilitar los cálculos, lo mejor sería iniciar sabiendo el tiempo que le toma alcanzar una yarda (tomando en cuenta la bajada), al no ser un resultado exacto, lo mejor sería calcular el tiempo que le toma alcanzar CASI una yarda (se puede realizar de varias formas, pero una sencilla es ver la cantidad de días que le toma subir una yarda, sin bajar, y la cantidad de días que baja una yarda, sin subidas, y observar cuanto avanza en ese tiempo). Con este dato, es sencillo calcular el número de días que le toma alcanzar 49 yardas (con una sencilla regla de tres), de aquí, basta sumarle la cantidad de días en los que sobrepasa las 50 yardas (ya que el factor 1/9 nos dice que el resultado no será exacto, es decir, le faltará un poco para llegar a las 50 yardas o las sobrepasará).

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

Notemos que el león avanza 1/7 de yarda durante el día y retrocede 1/9 durante la noche. Para más exactitud, diremos que durante las primeras doce horas del día, el león avanza 1/7 de yarda y durante las otras doce horas retrocede 1/9. De esta forma, dividimos el día en dos partes, uno de avance y otro de retroceso. Por lo cual en un solo día (24 hrs) el león habrá avanzado un total de

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{2}{63}$$

De hecho, esta es una forma de ver el avance del león, teniendo en cuenta que en 24 hrs avanza 2/63 de yarda. Pero hagamos algo mas sencillo. Notemos que si el león no descendiera, en 7 días (84 hrs) alcanzaría la altura de 1 yarda, si el león se quedara en esa posición y descendiera 1/9 cada 12 hrs, veríamos que en 9 días volvería al fondo. Si juntamos ambos resultados, el león en 9 días pudo avanzar 1 yarda más 2/7 de yarda y retrocedió 1 yarda, es decir:

$$1 + \frac{2}{7} - 1 = \frac{2}{7}$$

Con esto, sabemos que alcanza 2/7 de yarda cada 9 días. Notemos que en 27 días, el león habrá alcanzado una altura de 6/7 de yarda. ESTE ES EL DATO QUE REQUERIAMOS.

Si sube 6/7 de yarda en 27 días, ¿cuántos días necesitará para alcanzar 49 yardas?

$$\frac{(49 \text{ yardas})(27 \text{ días})}{\frac{6}{7} \text{ de yarda}} = 1543 \text{ días y } 12 \text{ horas}$$

Pero notemos que aún falta restar las otras 12 horas que suceden cuando él baja.

En 1544 días completos, el león llevará: 49 yardas – 1/9 yarda=48+8/9 de yarda.

Solo le queda 1+1/9(=10/9) yarda por recorrer, pero sabemos, por datos anteriores, que para alcanzar una yarda, requiere poco más de 27 días.

Para este caso, es más conveniente ver el avance de la primera forma, sabiendo que avanza 2/63 de yarda al día, de forma que en 31 días habrá avanzado 62/63 de yarda y en 31 días y medio sobrepasa la yarda (alcanza 71/63 de yarda) y, además, es mayor que 10/9.

Por lo tanto la cantidad de días que necesita el león será 1544+31+1/2=1575 y 1/2 días.

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1575.5 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Me imagino que presento el avance como días completos, es decir, no separo las horas de avance y retroceso, lo cual hace que el león retroceda aún cuando ya está afuera.

21. **Nombre:** Alumno 21E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Pensamos en cuanto en promedio sube, es decir, restamos lo que baja a lo que sube, dando 2/63 yardas, convertimos 50 yardas en 63 "pedazos" dando 3150/63, cada día sube 9/63 yardas, consideremos un día antes del final (esto porque el último día será diferente), el penúltimo día será el número de yardas hasta ese punto, 3141/63 y dividirlo entre el número de ascenso y descenso será 1570.5. Antes del último día el número total de ascenso y descenso será 1571, recorriendo un total de 3142/63 yardas. Aquí está el paso importante, en el día 1572 el león durante el ascenso recorrerá ese 8/63 yarda restante. La solución será 1571 más la parte del día que le tomo recorrer 8/63 (para obtenerla solo dividimos 8/62 entre 9/63). Dando un total de 1571 y 8/9 de día.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

Sea x el número de días que deberá subir. Primero debemos de calcular cuánto es el total de ascenso y descenso por día.

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{2}{63} \text{ Ahora dividimos las 50 yardas tal que nos den múltiplos de 63. } \rightarrow 50 = \frac{3150}{63}$$

Consideramos un día anterior al ascenso final, es decir cuando haya recorrido **3141/63** yardas

Para obtener el día dividimos el total de yarda recorrida hasta ese momento y el recorrido efectivo por día (suma de

ascenso y descenso). $\frac{3141}{\frac{63}{9/63}}$ Resultado 1570.5, tomemos al día 1571. Ese día habrá recorrido 3142/63, solo le falta subir 8/63 yardas, es decir, una fracción del ascenso, esa fracción es 8/9. Por lo anterior, el número de días que tardará es.

$$x = 1571.88 \text{ días} \approx 1572 \text{ días}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1571 y 8/9 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Fue tal vez que en el último día regresó al león al pozo, repitiendo el cálculo hasta que diera el exacto de 50 yardas, pero hay que tomar en cuenta que no tiene que tener que ser exacta esa solución de 50 yardas, puede sobranos parte del ascenso y el león ya estará afuera.

22. **Nombre:** Alumno 22E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Ok, lo que pienso hacer es ver cuanta distancia puede recorrer por día, luego me enfoco en cuantos días tarda para subir aproximadamente 1 yarda, de ahí calcular los días que tarda en acercarse al final, aproximadamente a las 49 yardas y por último enfocarme en ese último día donde evidentemente tiene una mayor ventaja, es como un comodín extra para llegar al final.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word. Ok, el León sube 1/7 de yarda y baja 1/9 de yarda por un día completo (pensemos uno de 24 horas), entonces por día recorre

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{2}{63} \text{ yardas}$$

Luego, esto quiere decir que en 32 días recorre $1 + \frac{1}{63}$ yardas, es decir, una yarda y un poquito más que se irá acumulando, entonces si en 32 días recorre esa distancia, observamos qué es lo que ocurre si multiplicamos por un factor de 49, ya que tentativamente sabemos que cada 32 días sube aproximadamente una yarda entonces por 49 subirá 49 yardas y un poco más, esto es en

$$(49 \times 32) \text{ días recorre } \left(49 + \frac{49}{63}\right) \text{ yardas}$$

Esto es equivalente a

$$1568 \text{ días recorre } \left(49 + \frac{49}{63}\right) \text{ yardas}$$

Esto quiere decir que falta $\frac{14}{63}$ yardas por completar, sin embargo, en este momento tomamos en cuenta el comodín del último día, ya que el último día recorre $\frac{1}{7} = \frac{9}{63}$ yardas, entonces en realidad solo le faltan $\frac{5}{63}$ yardas con el ritmo de subir y bajar todos los días, y estas últimas yardas las recorre en 4 días, bueno, más precisamente en 3 días recorre 6/63 yardas, lo cual es suficiente ya que para entonces tenemos

$$(1568 + 3) \text{ días recorre } \left(49 + \frac{49}{63} + \frac{6}{63}\right) \text{ yardas} = \left(49 + \frac{55}{63}\right) \text{ yardas}$$

Esto es

$$1571 \text{ días recorre } \left(49 + \frac{55}{63}\right) \text{ yardas}$$

Y entonces solo le quedan 8/63 yardas, pero ya hemos dicho que el último día tiene la libertad de subir 9/63 yardas sin bajar, entonces para el día 1572 habría logrado subir 50 yardas y un poco más con lo que finalmente sale.

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1572 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Creo que sería justamente que no consideró lo que ocurre al final del recorrido, el León sube pero ya no debería bajar en algún momento hacia el final, además, en general obtenemos un tiempo mayor a 4 años y en condiciones más realistas este problema carece de sentido.

23. Nombre: Alumno 23E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Podemos analizar cuanta distancia recorre el león en un día, a esta cantidad la podemos llamar d, y después realizar una división de las 50 yardas entre esta d, sin embargo, debemos tomar en cuenta algo, el león llegará durante el día, por lo tanto, ese día no descenderá.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$d = \frac{1 \text{ yardas}}{7 \text{ día}} - \frac{1 \text{ yardas}}{9 \text{ día}} = \frac{2}{63} \text{ yardas/día} \rightarrow D = \frac{50 \text{ yardas}}{\frac{2}{63} \text{ yardas/día}} = 1575 \text{ días} \text{ Por lo tanto}$$

$d \times 1574 \text{ días} = 49.96 \text{ yardas}$ Por lo tanto, el león llegará en 1574 días y una mañana.

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1574 y medio días días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Probablemente no se limitó al cálculo de D, de forma que no tomó en cuenta que el león descendería durante la noche.

24. Nombre: Alumno 24E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

R. Se puede realizar de una manera visual, pero quizás un poco práctica, que sería dibujar una línea a escala que represente las 50 yardas y de ahí ir midiendo cuanto avanza y retrocede para obtener el resultado. Se puede realizar más fácil haciendo una cuenta. Primero se restaría la altura del pozo menos lo que sube en un día para obtener la altura real a la que tiene que llegar. Luego sumamos lo que sube todo un día, ósea se hace resta de lo que sube en el día menos lo que sube en la noche, luego dividimos este resultado por la altura que tiene que subir para salir del pozo, para así obtener el número de ascensos y descensos que realizó el león, y así obtenemos los días que tardo el león en salir.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$50 \text{ yardas} - \frac{1}{7} \text{ yardas} = 49\frac{6}{7} \text{ yardas} \rightarrow \frac{1}{7} \text{ yardas} - \frac{1}{9} \text{ yardas} = \frac{2}{63} \text{ yardas}$$

$$49\frac{6}{7} \text{ yrd} \div \frac{2}{63} \text{ yrd} = 1570.5$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1570.5 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? No

Respuestas grupales para el problema "León en Pozo" en el curso "Enseñanza de la física"

Equipo 1

Alumno 15E, Alumno 18E, Alumno 22E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Primero se realiza la suma algebraica del ascenso y descenso para determinar en un día completo (pensando en un día de 24 horas como la tierra) cuanta distancia ha recorrido, luego nos enfocamos en hallar cuánto tiempo aproximadamente tarda en subir la unidad de yarda y utilizar esta relación como un factor de multiplicación que nos permita determinar cuántos días aproximadamente tarda en subir, por último aplicamos la idea de que en el último día el león no necesariamente tiene que subir y volver a bajar, si sube ya cumplió el objetivo entonces esa última aportación es distinta a el resto y la consideramos.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

El plan matemático es:

$$50\text{yd} - \frac{1}{7}\text{yd} = 49.857 \rightarrow \frac{1\text{ yd}}{7\text{ día}} - \frac{1\text{ yd}}{9\text{ día}} = \frac{2\text{ yd}}{63\text{ día}} \rightarrow D = 49.857\text{yd} \div \frac{2\text{ yd}}{63\text{ día}}$$

Se puede comprobar el resultado si al número de días vemos cuanto recorre

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1572 días y 1571 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Creemos que Fibonacci considero al día en que sale como un día completo, al llegar a las 49 yardas ya no cumplirá el ciclo de 1/7- 1/9, sino que habrá una fracción en la que pueda salir sin tener regresar, que será el último día

Equipo 2

Alumno 1E, Alumno 25E, Alumno 20E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Primero supondremos que la subida y bajada del león es constante durante todos los días, es decir, no sube más ni baja menos. Para facilitar los cálculos, lo mejor sería iniciar sabiendo el tiempo que le toma alcanzar una yarda (tomando en cuenta la bajada), al no ser un resultado exacto, lo mejor sería calcular el tiempo que le toma alcanzar CASI una yarda (se puede realizar de varias formas, pero una sencilla es ver la cantidad de días que le toma subir una yarda, sin bajar, y la cantidad de días que baja una yarda, sin subidas, y observar cuanto avanza en ese tiempo). Con este dato, es sencillo calcular el número de días que le toma alcanzar 49 yardas (con una sencilla regla de tres), de aquí, basta sumarle la cantidad de días en los que sobrepasa las 50 yardas (ya que el factor 1/9 nos dice que el resultado no será exacto, es decir, le faltara un poco para llegar a las 50 yardas o las sobrepasará).

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

Lo primero que notamos es que nuestros resultados eran diferentes por apenas 4.5 días, así que revisamos cada idea haciendo preguntas acerca de cual fue el hilo que siguió su idea.

Algo en lo que coincidimos era que el día se tenía que dividir en 2, el momento en el que el león sube y en el que baja (de forma que era recomendable verlo como un entorno de 24 hrs), de esta forma, la distancia que logra subir en 24 horas será: $\frac{2\text{ yarda}}{63\text{ día}}$

Empezando por la solución de nuestro compañero Canuto, quien decía que el león lograba salir del pozo en 1571 días. Lo que hizo fue ver en cuanto tiempo logra hacer que le falte 1/7 de yarda por subir. Siguiendo el siguiente análisis:

$$50 - \frac{1}{7} = \frac{349}{7}\text{ yardas} \rightarrow x = \frac{\frac{349}{7}}{\frac{2}{63}} = 1570.5\text{ días}$$

De forma que el león necesita 1570.5 días para alcanzar las 349/7 yardas. Por lo cual al día siguiente el león debería de salir al completar el 1/7 de yarda que le falta. Por otro lado en el análisis de nuestro compañero Alberto, él señala que se requieren de 1575.5 días para salir (o 1575 días y 12 horas). Su análisis empieza por observar que en 7 días, si no bajara,

llegaría el león a una yarda; además, en 9 días, si no subiera, bajaría una yarda. Por lo cual al contemplar los dos casos, se nota que en nueve días el león sube $\frac{2}{7}$ de yarda. De esto se deduce que en 27 días, el león habrá alcanzado $\frac{6}{7}$ de yarda (casi una). Su siguiente paso fue calcular el tiempo en que el león logra llegar a 49 yardas con una regla de tres:

$$\frac{(49 \text{ yardas})(27 \text{ días})}{\frac{6}{7} \text{ de yarda}} = 1543 \text{ días y } 12 \text{ horas}$$

Pero esto solo es medio día, por lo cual falta restar las otras 12 horas que suceden cuando él baja. De aquí que en 1544 días completos, el león llevará: 49 yardas - $\frac{1}{9}$ yarda = $48\frac{8}{9}$ de yarda. Solo le falta ver el tiempo que le lleva subir esa distancia. De la idea de que en un día avanza $\frac{2}{63}$ de yarda, se sabe que en 31 días habrá avanzado $\frac{62}{63}$ de yarda, por lo cual la cantidad de días que necesita el león será $1544 + 31 + \frac{1}{2} = 1575$ y $\frac{1}{2}$ días. Durante nuestra discusión intentamos invalidar el pensamiento del otro, sin embargo, por un comentario de nuestro compañero Canuto, nos dimos cuenta de que nuestros análisis eran equivalentes. Partiendo de la idea de que en 24 hrs el león recorre $\frac{2}{63}$ de yarda, busquemos en cuantas horas recorre 2 yardas. Por una regla de tres:

$$\frac{(2 \text{ yardas})(24 \text{ hrs})}{(\frac{2}{63} \text{ yarda})} = 1512 \text{ hrs} = 63 \text{ días}$$

Partiendo de esto, podemos verificar que ambos llegamos a nuestros resultados correspondientes. Si buscamos la cantidad de días que requiere para recorrer $\frac{349}{7}$ yardas, tenemos que:

$$\frac{(\frac{349}{7} \text{ yardas})(63 \text{ días})}{(2 \text{ yardas})} = 1570.5 \text{ días}$$

En cambio, si buscamos la cantidad de días que requiere para recorrer 49 yardas, tenemos que:

$$\frac{(49 \text{ yardas})(63 \text{ días})}{(2 \text{ yardas})} = 1543.5 \text{ días}$$

Del mismo análisis llegamos a nuestros resultados propios, por lo cual nuestra manera de plantear la solución era, al menos, parecida. El fallo/error sucedía el momento de interpretar el 0.5. Por un lado, el compañero Canuto lo eliminaba de la ecuación, de manera que únicamente tomaba los 1570 (o 1571) días de forma que al siguiente recorrería el $\frac{1}{7}$ de yarda que le falta. Por otro lado el compañero Alberto mencionaba que ese 0.5 significaban 12 hrs, por lo cual aún se le tenían que restar los $\frac{1}{9}$ de yarda que le corresponde a la noche, de forma que al terminar el día 1571 día, el león solo habría avanzado $49 + \frac{8}{9}$ yardas.

La discusión acabó cuando nos dimos cuenta de que si ocupábamos la interpretación de compañero Alberto en el resultado del compañero Canuto, al león le tomaría 4.5 días para salir después del día 1571, es decir, llegábamos a los mismos resultados.

Conclusión

Al final de nuestro debate, concluimos que la interpretación que parecía más correcta era la del compañero Alberto, sin embargo, la manera en cómo realizó el análisis lo hacía algo complejo y enredado. De forma que decidimos combinar ambas ideas (ya que eran equivalentes).

Empezamos notando que el avanza $\frac{2}{63}$ de yarda en 24 hrs, ahora calculemos, con una regla de tres, cuantos días requiere para que le falten $\frac{1}{7}$ de yarda (o que haya recorrido $\frac{349}{7}$ yardas):

$$\frac{(1 \text{ día})(\frac{349}{7} \text{ yardas})}{\frac{2}{63} \text{ yardas}} = 1570.5 \text{ días}$$

De forma que en 1571 días habrá recorrido:

$$\frac{349}{7} - \frac{1}{9} \text{ yardas} = \frac{3134}{63} \text{ yardas}$$

Ahora, en 4 días el león sube $\frac{8}{63}$ de yardas, es decir, en 1575 días, habrá alcanzado una altura de $\frac{3142}{63}$ yardas. Por último, en la mañana del día 1576, el león subirá $\frac{1}{7}$, con lo cual logrará subir una altura de:

$$\frac{3142}{63} \text{ yardas} + \frac{1}{7} \text{ yardas} = \frac{3151}{63} \text{ yardas} = 50.01 \text{ yardas.}$$

Es decir, requerirá de 1575.5 días para salir.

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1575.5 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Equipo 3

Alumno 3E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

El proceso sería restar el $\frac{1}{7}$, que son las yardas de subida durante el día, con el $\frac{1}{9}$, que son las yardas durante la noche que desciende, esa diferencia nos va a dar la referencia de cuanto sube por un día completo, el cual se conforma por día y noche, luego que ya tenemos eso, a 50 lo vamos a dividir entre la diferencia que obtuvimos anteriormente y ahí ya con ese resultado obtendríamos el resultado final.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

El total de días que tardó el león en llegar a la cima fueron 1571.5 días. Lo demostramos enseguida.

El león subirá $\frac{2}{63}$ yardas

En un día, pero para eso tuvo que escalar $\frac{1}{7}$ de yarda ($\frac{9}{63}$) y luego descender $\frac{1}{9}$ de yarda ($\frac{7}{63}$). Si esto lo hacemos para la altura 50 yardas, el león tuvo que estar primero $\frac{1}{9}$ arriba de 50 yardas, para poder descender entonces $\frac{1}{9}$ y llegar ahí. Lo que no dice que el león voló o levitó, aunque es genial, no queremos un león con superpoderes, así que no puede suceder que el león levite encima de las 50 yardas, es más, ya habría pasado las 50 yardas antes de descender. Lo que nos indica que debemos de buscar una altura, a la cual el león casi llegue a las altura del pozo, pero que al ascender no sobre pase las 50 yardas.

Bien, sabemos que: $50 = \frac{3150}{63}$

Así que para encontrar una altura a la que sea posible subir sin superar las 50 yardas, podemos agregar $\frac{1}{9}$ a 50 y después restarle $\frac{1}{7}$. Esto es:

$$\frac{3150}{63} + \frac{7}{63} - \frac{9}{63} = \frac{3148}{63}$$

Aunque volvemos a notar que esta cantidad tampoco sirve ya que cuando agregamos $\frac{1}{7}$ el valor de la altura es 3157, lo cual supera las 50 yardas. Así realizamos la operación hasta llegar al resultado 3142, pues entonces, cuando se suma $\frac{9}{63}$, o sea $\frac{1}{7}$ el valor es 3149.

Para encontrar el día en que se llega a 3142, sólo hace falta dividir entre la distancia que se recorría en un día, o sea:

$$\frac{3142}{\frac{2}{63}} = 1571 \text{ días}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1571 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Equipo 4

Alumno 8E, Alumno 16E, Alumno 9E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. El león asciende un séptimo de yarda en la mañana y desciende un noveno de yarda en la noche, entonces lo que asciende en total en TODO el día (mañana y noche) es un séptimo de yarda restándole un noveno de yarda que descendió, obteniendo ese número tenemos lo que hacemos por día, luego debemos encontrar un número que al multiplicarlo por ese valor nos de cincuenta yardas menos un séptimo de yarda ya que el león sale de día (no es necesario que descienda nuevamente si ya alcanzó la salida), luego redondeamos y le sumamos un cachito, lo que implica que el león se va a tomar otro día y resolvemos el problema.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$\begin{aligned} \text{yardas por día} &= \frac{1}{7} \text{ yardas} - \frac{1}{9} \text{ yardas} = \frac{9-7}{63} \text{ yardas} = \frac{2}{63} \frac{\text{yardas}}{\text{día}} \\ \frac{2}{63}x &= 50 - \frac{1}{7} = 49\frac{6}{7} \\ \Rightarrow x &= 1570.5 \text{ días} = 1571 \text{ días (debido a un } + \frac{1}{63} \text{ le agragamos un día)} \\ \therefore x &= 1572 \text{ días} \end{aligned}$$

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1572 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Tal vez se olvidó de que el león saldría en la mañana y de sumarle un día por el cachito que le faltaría al león, solo dividió 50 entre 2/63 obteniendo 1575.

Equipo 5

Alumno 6E, Alumno 21E, Alumno 14E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. La manera de resolver este problema consiste en encontrar el número de días que tardó el león en salir del pozo. Para esto, hay que ver cuál es la proporción en la que el león sube cada día, esto es, a la cantidad que sube cada día hay que restarle la cantidad que baja durante la noche. Así, se obtiene la cantidad total que sube en un día. Luego, hay que aproximar el número de días en las que se llega hasta las 50 yardas, teniendo en cuenta que el león sube un poco más de lo que sube en total. Entonces, se plantean las ecuaciones para determinar el número de días necesarios, pero esta no es la respuesta, la verdadera respuesta viene cuando a ese número de días, hay que ver en qué día el león realmente llega hasta la cima sin caer, porque una vez que llega a la cima, el león sale, no se queda ahí y vuelve a bajar.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

Sistema de ecuaciones

Sea X el número de días

El desplazamiento total del día es $(1/7) - (1/9) = (2/63)$ yardas por día

Sistema de ecuaciones: $\frac{2}{63}X = 50$

Resolviendo el sistema, se obtiene $X=1575$ días

Sin embargo, esta no es la solución. Para apreciarlo, vemos que en el día 1571, el león llegó hasta 49.87 yardas en total, pero subió hasta 49.98 yardas en el día y bajó hasta 49.87 yardas, que es el total. El día 1572, el león comenzó en la posición 49.87 yardas, en ese día subió hasta 50.01 yardas. Eso quiere decir que en el día 1572, llegó a la cima. Por lo tanto, no descendió en la noche, ya que había salido del pozo.

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1572 días.

El diálogo mostró que los tres integrantes concordaron en la respuesta al problema: se acordó que el león demora 1572 días en salir del pozo.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea

y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Se concordó también en el error del matemático Fibonacci al usar el desplazamiento total (día-noche) y multiplicarlo por el número de días (1575) sin tomar en consideración que días antes (1572) el león consigue subir las 50 yardas antes de la noche, lo que indica que ese día escapó del pozo y no que volvió a descender, tal y como se plantea con el desplazamiento diario total.

Equipo 6

Alumno 11E, Alumno 23E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Después de una comparación de ideas y de un debate llegamos a un razonamiento para encontrar el resultado. Llegamos a la conclusión de que el león llegaría al borde del pozo un día A, por lo que en la noche ya no descendería, sin contar este dato, los cálculos reflejaban un mayor número de días requeridos, Hay que tener claro que el león debe llegar al borde de abajo hacia arriba, y no de arriba hacia abajo, es decir una vez que ya esté por encima, al descender en la noche llegó exactamente a las 50 yardas del borde. Esto ocasiona que las cuentas se vuelvan confusas

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

En un día el león va a avanzar un total de $\frac{2}{63}$ yardas (este resultado lo obtenemos al restarle a la $\frac{1}{7}$ yardas que avanza durante el día las $\frac{1}{9}$ yardas que desciende durante la noche), ahora vamos calcular cuantos días le toma avanzar $(50 - \frac{1}{7})$ yardas:

$$\frac{\left(50 - \frac{1}{7}\right) \text{Yardas}}{\frac{2}{63} \text{ Yardas día}} = \frac{349 \times 63}{7 \times 2} \text{ días} = 1570.5 \text{ días}$$

Entonces de este resultado podemos determinar que después de 1570 días el león habrá recorrido:

$$1570.5 \text{ días} \times \frac{2}{63} \frac{\text{Yardas}}{\text{día}} = 49.84 \text{ Yardas}$$

De esta forma podemos determinar que para el día 1571 se habrán recorrido 49.87 Yardas (Para la mañana del día 1571 aún no llega a las 50 yardas y por esa razón calculamos el recorrido del día entero). De esta forma para la mañana del día 1572 el león habrá llegado a la cima del pozo. De estos cálculos podemos concluir que al león le toman 1571 y medio días salir del pozo.

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1571 y medio

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Antes de pasar al trabajo grupal cada uno de los integrantes del equipo tenía una solución errónea, pero fue gracias a la parte correcta de cada una de las ideas la que nos ayudó a llegar al resultado correcto. Quizá pueda parecer una exageración la cautela con la que procedimos al acercarnos al día en que el león llegaría a la cima, sin embargo, esto es así ya que si no lo hacemos podríamos cometer errores, por ejemplo, si simplemente dividimos las 50 Yardas entre los $(\frac{2}{63})$ Yardas /día, de esta forma obtendríamos que al león le tomaría llegar a la cima un total de 1575 días! Inclusive si realizamos los cálculos para el día 1572 completo podríamos llegar al resultado de que el león habrá recorrido 49.9 Yardas! Ambos resultados se deben a que una vez el león ha llegado a la cima si continuamos con los cálculos el efecto de descender durante la noche creará la ilusión de que el león aún no ha llegado a la cima. No debemos subestimar los problemas por sencillos que parezcan, hay que tratarlos con cautela, de lo contrario podríamos cometer un error simple

Equipo 7

Alumno 4E, Alumno 10E, Alumno 24E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. Plantearé una x que significan los días que el león dejará el pozo, multiplicaré $\frac{1}{7}$ por la x y le restaré la misma x pero multiplicada por $\frac{1}{9}$ que es lo que desciende por la noche, igualaré la ecuación por 50 que es la profundidad total del pozo, y de ahí solo reduciré términos y despejaré la ecuación.

2.- **Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.**

$$1/7(x) - 1/9(x) = 50 \rightarrow 9x - 7x = 3150 \rightarrow 2x = 3150 \rightarrow x = 1575$$

3.- **Tu solución es: El león dejará el pozo en 1575 días.**

4. **Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?**

Me imaginó que no utilizó ecuaciones y lo que hizo fue lo siguiente:

$1/7 - 1/9 + 1/7 - 1/9 + \dots = 50$ de modo que aquí no hay ningún razonamiento lógico, simplemente lo que se está haciendo es sumar $1/7$ y restarle $1/9$ hasta llegar a 50.

Equipo 8

Alumno 19E, Alumno 5E

León en pozo

1.- **Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.** Dado que el león sube una cantidad mayor durante el día que la distancia total recorrida en ese mismo día, la idea es calcular los días que le tomará al león subir $50 - 1/7$ yardas, para que al día siguiente pueda subir ese $1/7$ de yarda más y habrá salido (tomando en cuenta que el león es un caso hipotético y no morirá de hambre). Durante la realización matemática de este problema nos dimos cuenta que el resultado tenía una fracción de días. La idea es tomar el entero truncado y añadir no uno, sino dos días, la razón se muestra en la elaboración matemática.

2.- **Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.** Sea x el número de días que le toma al león subir $50 - 1/7$ yardas.

$$50 - \frac{1}{7} = x \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) \rightarrow x = \frac{349/7}{2/63} = 1570.5$$

Dado que los días son enteros, veamos que sucede en el día 1570:

$$1570 \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) = 49.8412$$

Vemos que no es suficiente. Ahora veamos el día 1571:

$$1570 \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \left(\frac{1}{7} \right) = 49.9841 \rightarrow 1570 \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) = 49.8730$$

Tampoco es suficiente. Ahora veamos el día 1572:

$$1571 \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \left(\frac{1}{7} \right) = 50.0158$$

Y como ya ha salido, ya no es necesario retroceder el $1/9$ de yarda. Por lo tanto, al león le tomó 1572 días.

3.- **Tu solución es: El león dejará el pozo en 1572 días.**

4. **Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?** No habíamos visto este problema, así que no puedo saber si el error se puede deber al procedimiento matemático o si, en su caso, fuera una pregunta capciosa. En caso de que fuera error matemático, suponemos que el error fue usar la distancia total avanzada por día ($1/7 - 1/9 = 2/63$) y usar una regla de tres simple en donde el resultado es 1575 días. Esto, ya que esa fue una de las ideas como solución, y durante la discusión en equipo se observó que no era la solución correcta ya que en el problema el león sube una mayor cantidad durante el día que en el día completo, teniendo así una menor cantidad de días. De hecho, se asemeja a algunos problemas de sucesiones.

Equipo 9

Alumno 17E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema.

Primero concordamos que había que sacar el ascenso total diario del león y dividir las 50 yardas sobre este ascenso diario para encontrar los días que tardaría en ascender las 50 yardas sin tomar en cuenta que una vez subiendo las 50 yardas dejaría de descender. Después revisamos una vez más y discutimos sobre como calcular exactamente el día en que el león llego a la cima, concordamos que teníamos que encontrar el día en que el león estuviera a $1/7$ de distancia de llegar a la cima o en su defecto a una menor distancia que esa, pero lo más cercana a ella. No encontramos una forma precisa de encontrar el día exacto en que la diferencia entre las 50 yardas y lo recorrido por el león sea menor de $1/7$, siendo esta diferencia también la más grande de todas las diferencias menores a $1/7$. Entonces suponemos que existe esta diferencia exacta de $1/7$ entre lo recorrido por el león en un día determinado y las 50 yardas, después dividimos $1/7$ sobre lo recorrido por el león en 1 día completo. Una vez encontrada esta cantidad se la restamos a los días que tardo en subir el león suponiendo que descendió aun habiendo ya llegado a la cima y buscamos el día entero más cercano a los días que tardaría si siguiera descendiendo aunque ya llegara a la cima, una vez teniendo este día lo multiplicamos por el recorrido diario del león y comprobamos que la diferencia de 50 yardas con este resultado sea menor a $1/7$, si no es así buscamos en los días siguiente en cual esta diferencia sea menor a $1/7$, en el caso de que lo sea verificamos que un día antes nuestro resultado sea mayor que $1/7$, una vez comprobado esto podemos decir que al termino de ese día el león estaba a menos de $1/7$ de yarda de llegar a la cima y entonces durante el día siguiente tendría que llegar a la cima.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

Si el león asciende $1/7$ de yarda durante el día y desciende $1/9$ de yarda durante la noche entonces el residuo de estos dos será su avance diario.

$$\text{Avance del león diario} = \frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{9-7}{63} = \frac{2}{63} \text{ yardas.}$$

Entonces $\frac{50}{2/63} = 1575 \cdot \frac{9}{2} = 1570.5$ días, entonces el día mayor a esta cifra más cercano es 1571, por lo cual multiplicamos 1571 por $2/63$

$$-(1571) \left(\frac{2}{63} \right) = 49.87301587 \rightarrow 50 - 49.873 = 0.126984 \rightarrow y \frac{1}{7} > 0.126984$$

Verificamos que en el día 1570 la diferencia es mayor a $1/7$

$$(1570) \left(\frac{2}{63} \right) = 49.841269 \rightarrow 50 - 49.841269 = 0.15873 \rightarrow \frac{1}{7} < 0.15873$$

Entonces confirmamos y podemos decir que el león subió en algún momento del día 1572.

Ahora para saber exactamente en qué momento del día fue, tenemos que saber en qué momento u hora amanece y cuantas horas dura el día, ya que la duración del día y la noche así como su comienzo y finalización varía depende del lugar.

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1572 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba?

Podemos especular que el razonamiento erróneo fue dirigido a olvidar el último ascenso del león y que una vez terminando de subir ya no descendería, por lo que simplemente se sacó el ascenso diario y se dividió las 50 yardas sobre este ascenso diario sin tomar en cuenta que el ultimo día en el que llega no descende

Equipo 10

Alumno 7E, Alumno 2E

León en pozo

1.- Describe verbalmente, con todos detalles del razonamiento pero sin usar expresiones matemáticas, tu plan para resolver este problema. El plan es hallar cuántas yardas avanza en un día completo, después calculamos la distancia que tiene que avanzar para estar a un tan solo un día de salir del pozo. Una vez calculada esta distancia podemos multiplicarlo por el número de yardas que avanza por día, al resultado habrá que sumarle un día más ya que ese fue el

plan.

2.- Elabora matemáticamente tu plan hasta encontrar la solución. Para insertar ecuaciones, por favor, usa "Editor de ecuaciones" de Word.

$$\frac{1 \text{ yarda}}{7 \text{ día}} + \frac{-1 \text{ yarda}}{9 \text{ noche}} = \frac{2 \text{ yarda}}{63 \text{ día completo}}$$

Buscamos una expresión que nos diga cuántos días tardará en llegar a una altura igual a 50 yardas - $\frac{1}{7}$ yarda, eso es $\frac{349}{7}$ yardas.

$$\left(\frac{349}{7} \text{ yardas}\right) \left(\frac{63 \text{ días completos}}{2 \text{ yardas}}\right) = 1570.5 \text{ días}$$

Ya que estamos considerando días completos, lo tomamos como 1571 días. Sumando una última distancia de $\frac{1}{7}$, llega a su destino en 1572 días

3.- Tu solución es: El león dejará el pozo en 1572 días.

4. Fibonacci presentó una solución errónea del problema "León en pozo". ¿Puedes imaginar qué fue tal solución errónea y en qué razonamiento erróneo se basaba? Sí, tal vez tomó los días completos al hallar la solución. Entonces cuando llegó a su destino lo hizo sin considerar que el último movimiento de un día completo es de descenso no de ascenso, por lo que eso significa que tomando días completos el último día el león estuvo ascendiendo cuando en realidad ya había salido del pozo.

Apendice 3

Transcripciones de reflexiones individuales como la evidencia del aprendizaje autorregulado con el

problema “León en Pozo” en el curso “Enseñanza de la física”

Alumno 1E

Reflexión

Mi experiencia en la fase personal fue: De manera personal el problema del león en pozo era similar a otros problemas que conocía, pero en este problema las cantidades no eran exactas, y eso dificultaba el problema en esta ocasión, pero sin importar esto lo resolví de manera similar a esos problemas.

Mi experiencia en la fase grupal fue: En la fase grupal me di cuenta cómo diferían nuestras ideas, pero que también llegamos a un resultado similar, explicar el procedimiento de cada uno fue un poco complicado, pero al final habíamos observado que nuestros resultados eran equivalentes, por lo que decidimos colocar el procedimiento más sencillo.

Mi experiencia en la lectura del comentario experto fue: Cuando leí la solución del problema volví a notar que el procedimiento variaba ligeramente pero que a grandes rasgos era lo mismo que hice.

También me di cuenta de que el error que cometía Fibonacci sigue ocurriendo en estos tiempos y creo que no es de sorprenderse, pues los matemáticos de su tiempo usaban razonamientos similares, pero lo que me asombró, es que la primera persona que lo logró resolver con un procedimiento claro, lo hizo después de 200 años.

Alumno 2E

Reflexión

Este problema ya lo conocía desde hace mucho tiempo, de hecho, recuerdo que en alguna clase de informática en la prepa se nos pidió realizar un programa que sea capaz de dar la respuesta correcta a este problema donde el usuario introducía la cantidad que subía y bajaba un caracol durante el día y la noche. Por esto resolverlo de manera personal no fue un gran reto, solo debía reproducir lo que ya conocía.

En la experiencia grupal mi compañero tenía dudas sobre porque debíamos redondear el número de días, así que tuvimos una discusión en la que le explique el motivo que yo creía y termino aceptándolo satisfactoriamente, de esta manera la resolución fue muy fácil, pues los pasos que había que seguir eran claros.

Leyendo ahora el comentario experto, el cual tiene un error pues realizando la regla de tres se halla que el león tarda 1575 días en salir del pozo y no 1757 días como se menciona en el comentario experto, me doy cuenta que aunque este problema pareció obvio para mí cuando lo leí hace mucho tiempo muchas personas incluyendo famosos matemáticos de hace siglos se equivocan fácilmente en este problema al no detenerse a pensar realmente que está sucediendo e ir rápidamente a utilizar fórmulas como la regla de tres para resolverlo.

En analogía con la física los estudiantes utilizan ecuaciones y fórmulas que realmente no saben que significan físicamente y como aquí, llegan a resultados erróneos por eso. Es importante saber que representan físicamente las matemáticas que hacemos para no terminar con “leones voladores”.

Alumno 3E

Reflexión

De manera personal, coincidí con la solución matemática para calcular el tiempo que necesita el león para salir del pozo. Del cual, se partió primer formulando la diferencia de lo que sube el león en el día y lo que baja en la noche. Después, sacar la distancia que debía subir el león. Entonces teniendo en cuenta que la diferencia es de $2/63$ y la distancia que debe subir es $49 \frac{6}{7}$. Esto se divide y queda $(49 \frac{6}{7}) \text{ días} / (2/63) = 1570 \frac{1}{2}$ días.

Por último, concuerdo con lo último que presenta el comentario experto, que los algoritmos de aquella época que permitían llegar al resultado correcto, no se presentaban con la claridad conceptual necesaria. Y esto se puede notar de manera clara cuando Fibonacci realizó este problema usando una simple regla de tres, considerando así que el animal llega al borde del pozo o a la cima del poste bajando.

Alumno 4E

Reflexión

Experiencia personal: En mi experiencia personal, cometí dos errores en cuestión al planteamiento del problema, ya que realicé de forma incompleta una operación y no tomé en cuenta un dato importante del problema, por lo que mi ecuación estaba mal e incompleta, sin embargo, pude percatarme de mis errores al comparar resultados con mis compañeros y así pude tener una mayor comprensión al desarrollo del problema, a pesar de que en un inicio cometí un par de errores.

Experiencia grupal: En mi experiencia grupal, como ya mencioné anteriormente, comparé resultados y noté mi error, aunque también mis compañeros me hicieron percatarme de este y decirme cuál fue mi error en este (no consideré un dato relevante, por lo que mis ecuaciones y mis resultados salieron mal), sin embargo, como mencioné anteriormente, gracias a mis compañeros, pude percatarme de este error, y darle un mejor planteamiento al problema, por lo que al volverlo a hacer (aunque ya era demasiado tarde, pues ya había enviado mi tarea) me salió bien, el planteamiento y los resultados al final concordaron con los de mi equipo.

Lectura del comentario experto: Me parece muy interesante que Fibonacci haya utilizado la regla de tres para resolver este problema, a diferencia de nosotros, hicimos uso de ecuaciones para resolver este problema, la verdad me pregunto si habrá más de dos formas de llegar al resultado de este problema, es interesante como es que cada persona comprende un problema, como es que hay diferentes maneras de llegar a un mismo resultado.

Alumno 5E

Reflexión

Al resolver este problema personalmente, lo primero que se me había ocurrido fue aplicar la regla de 3 para tener una visualización del resultado y después corregirlo, debido a no es un simple problema algebraico. Y puedo observar, con el comentario experto, que esa corrección fue la correcta. En cuanto a la parte grupal, traté de defender este punto de vista, aunque esa parte fue algo más complicado de lo pensado por tratar de explicarlo solo con palabras (ya que era una llamada) y por el tiempo que teníamos encima, pero sí hubo éxito al lograr convencerlo y más aún, que me lograra entender.

Ahora que leí el comentario experto me siento satisfecho por ver que no sólo coincidimos en la respuesta, sino en la misma explicación verbal. Pero también me estoy llevando una gran sorpresa al ver que el error de Fibonacci sí fue el tratar de resolver el problema usando una regla de 3 y aún más que nadie tuvo una clara objeción sobre este método durante casi 3 siglos.

Esto es un claro ejemplo de que las ideas en la humanidad sí han mejorado con el paso del tiempo (o al menos en los temas matemáticos y físicos) y muy pocas veces nos detenemos a pensar en ello. Creo que si ahora realizamos este problema con personas que no tengan un gran conocimiento en matemáticas o física, podrán tener una idea de la resolución y les sorprenderá aún más saber qué hace casi 6 siglos no se pensaba así, teniendo como otro ejemplo a la visualización de la Tierra en el espacio, que también ha tenido una gran trayectoria en su concepción.

Me agrado mucho este problema y el mensaje histórico mencionado.

Alumno 6E

Reflexión

Para esta actividad me iré directo a las impresiones dado el poco tiempo:

Personal: aquí fue donde inicio mi concepción de usar sumatorias para poder resolver el problema, no se explican como, pero me pareció buena idea usarlas para poder describir matemáticamente el problema. Tratando de entender mi propia decisión, creo que me pareció conveniente usarlas dado que se mencionaban una subida y bajada de distancias en fracciones. Pero como se sabe, la sumatoria me dio una respuesta errónea.

Grupal: dado que saliendo de la clase de los lunes salgo al trabajo, no pude interaccionar mucho con mis compañeros de equipo, pero sí pude ver que utilizaron un método parecido al de Fibonacci de una sustitución simple para poder encontrar el resultado, con la diferencia que, si consideraron las distancias de subida y bajada, algo que en mi cálculo no apareció.

Comentario experto: La manera de resolverlo me pareció muy elegante y sobre todo entendible, ya que se considera lo del león saliendo con una bajada y como no, el león volador.

En conclusión, aún tengo algunas deficiencias a la hora de escoger mi sistema de referencia y el método más adecuado para resolver los problemas.

Alumno 7E

Reflexión

Experiencia personal: En lo personal, yo ya conocía este problema desde hace tiempo, pero en el momento de realizar la actividad ya no recordaba con claridad cómo se resolvía. Yo recordé que se tenía que considerar el orden de los movimientos del león y al final considerar únicamente el ascenso. Lo que sigue era ejecutar algebraicamente el problema con lo que no tuve problema, por mi tranquilidad al hallar el resultado sustituí en los datos para comprobar por mí mismo que fueran consistentes con el problema dado. Creo que el problema es muy interesante ya que el análisis no es inmediato y el álgebra se podría dificultar, por lo que se suele caer en el error del "león volador".

Experiencia grupal: Al discutir con mi compañero Ricardo, ambos resolvimos el problema de la misma manera, fue muy satisfactorio para mí saber que lo habíamos resuelto igual, ambos identificamos el error de Fibonacci, discutimos acerca de porqué redondear el número de días que se obtuvo de hacer las operaciones y resolvimos dudas en conjunto, por lo que nos sentimos seguros de nuestro resultado.

Lectura del comentario experto: Es muy satisfactorio notar que el análisis que realizamos es el correcto y es bueno saber que también hemos identificado el error de Fibonacci, el comentario experto aclara cualquier duda que se tuviera del problema.

Alumno 8E

Reflexión

Mi experiencia en las distintas fases fue la misma, en la fase personal tuve ese razonamiento y mi resultado fue 1572 días. Por otra parte, en la parte grupal si hubo discusión, ya que ambos de mis compañeros insistían que el resultado era de 1575 días, ahí me costó trabajo convencerlos de mi punto de vista, estaban muy aferrados, pero finalmente les di una amplia explicación y finalmente entendieron. Ahora con el comentario experto me doy cuenta de que si estuve bien, y que aunque a veces se vean los resultados como obvios siempre hay que cuestionarse y ver más allá de lo impuesto.

Alumno 9E

Reflexión

Me pareció que fue un problema bastante interesante y la verdad esperaba andar completamente equivocado, pero para mi sorpresa no fue así. Es intuitivo, pero en su momento no lo fue, no había considerado que el león llegara al borde subiendo durante el día y no bajando, es un detalle sutil que hay que considerar cuidadosamente. Durante la retroalimentación en equipo cada quien tenía un resultado diferente, mi compañero pablo tenía algunos días de más y mi compañera Luz tenía el resultado correcto, estuvimos discutiendo un rato, y al final decidimos poner el resultado de mi compañera Luz. Ya que tenía un poco más de sentido. Fue un buen ejercicio y estoy feliz al saber que no estaba tan perdido mi resultado.

Alumno 10E

Sin reflexión

Alumno 11E

Reflexión

Cuando leí el problema del león en pozo por primera vez creo que sería muy sencillo de resolver, y no me detuve a pensarlo adecuadamente, por lo que comenté a realizar operaciones matemáticas muy fáciles que me arrojaron el resultado de 1757 días, no pude deducir el error de Fibonacci, creo que mi error fue subestimar el problema y no pensarlo demasiado

Cuando llegamos a la discusión grupal nos dimos cuenta de una característica muy sencilla, el león debe llegar a la cima subiendo, y no bajando

Por lo que al resolver el problema como lo hice de forma individual, lo que en verdad estaba yo obteniendo son los días en que el león tocaría el borde del pozo, pero en la noche cuando él retrocede, lo que significa que ya lo había tocado antes, cuando estaba subiendo,

Gracias a la discusión pudimos obtener está idea, el planteamiento matemático empezó primero con los 1757 días he ir calculando en dónde estaba en el inicio del día 1755 para ver si ese día llegaba o ya lo había hecho antes, estábamos usando muchas aproximaciones

Por lo que al final obtuvimos una igualdad que nos permitiera calcular los días exactos sin necesidad de estás

aproximaciones

Al leer la solución experta, pude confirmar que la solución grupal fue adecuada, el razonamiento era correcto, el procedimiento de Fibonacci me pareció interesante, utilizo algo diferente matemáticamente, como la regla de 3 pero al final el razonamiento fue erróneo ya que no considero que el león debe llegar a la cima subiendo

Este problema me ha dado una nueva forma de pensar al resolver cuestiones de este tipo, ya que antes no lo había pensado, es claro por la forma en que resolví la parte individual, sin embargo, en trabajos posteriores he guiado las soluciones de problemas similares con este razonamiento

Alumno 12E

Reflexión

La manera en la que Fibonacci resuelve el problema también se me ocurrió pero no sabía cómo plantear hasta que finalmente lo resolví planteando una ecuación sencilla en la que debía encontrar un número que al multiplicarlo por 2/63 (que es la cantidad de yarda que avanza en un día) me diera como resultado 50 yardas y el resultado fue 1575 días. Otra cosa que tome en consideración es que en ese número de días, el león se encuentra en la orilla del pozo así que mi razonamiento inmediato me llevó a pensar en que debía pasar exactamente un día entero cosa que no es cierta ya que solo debe pasar parte del día para que el león logre salir sin la necesidad de esperarse toda la noche para salir al otro día.

El resultado fue 1575 días pero sumándole un día extra fueron 1576 días

Alumno 13E

Reflexión

En la parte personal, la verdad fue algo extraño ya que al principio sentí que era un problema demasiado sencillo, pero cuando iba terminando mi procedimiento me di cuenta que de hecho no era tan fácil y ciertamente aunque llegué al resultado, me percate que no se me ocurría ninguna solución formal que por ejemplo pudiera programar o algo por el estilo, simplemente llegué a la conclusión de que era un problema que requería de un realizar un proceso matemático y luego comenzar a tantear.

En lo grupal me percaté que mi compañero cayó en la trampa de solo tomar el promedio de avance diario del león así que traté de guiarlo hacia lo que era mi solución y caigo aún más en la cuenta de que mi solución no solo no era formal sino que era difícil de explicarle y por ejemplo si se la aplicara a jóvenes de secundaria o prepa seguramente no me entenderían.

Finalmente, al leer la solución experta me sorprendió ver una resolución formal, programable y un tanto más sencilla de explicar. Siempre es bueno y confortable ver soluciones limpias.

Alumno 14E

Reflexión

El problema del león en el pozo deja bastante en qué pensar, ya que este problema tiene mucha historia detrás. Es interesante conocer la historia de los problemas que aparecen en los libros de texto de matemáticas y física en la educación básica y no tan básica, ya que de esta manera, la comprensión de los ejercicios se realiza de una manera mucho más satisfactoria, porque al averiguar los primeros intentos de resolver el problema, uno se encuentra con muchos métodos diferentes realizados en contextos históricos y culturales diferentes. Eso deja una manera muy amplia de conocimiento. Y no solo se aprenden diferentes maneras de resolver el problema sino que se ve la evolución de los métodos que inicialmente eran aproximaciones hasta su formalidad. Tal es el caso, del león en el pozo. Uno no imagina que un matemático respetado e importante fuera a cometer un error en un ejercicio muy elemental que se enseña en educación básica. Sin embargo, este es el caso.

El problema del león en el pozo ya lo había enfrentado antes con otras variantes del problema, pero en esencial, lo mismo. Al resolver el problema uno piensa que la respuesta es casi inmediata, solo basta con averiguar la cantidad de distancia que recorre el león durante un día y solo basta multiplicar por el número de días para completar la distancia. Pero uno se equivoca al hacer esto, despreciando que una vez que el león llega al pozo, no vuelve a bajar. O en este caso con la regla de tres tan comúnmente usada. Y esto lleva a cometer errores en este problema y en problemas de la misma naturaleza.

Por otra parte, este ejercicio es un buen ejemplo de que a veces la respuesta no es tan inmediata como lo dice la intuición, ya que el cerebro humano no está preparada naturalmente para esto, pero uno bien preparado y disciplinado sabe que es mejor analizar y pensar antes de emitir una respuesta. Y que los fallos no solo son cometidos por las

personas comunes, sino también por grandes mentes en esta ciencia.

Alumno 15E

Reflexión

Reflexión (Parte personal): Cuando me tocó resolver el problema de Fibonacci inicialmente cometí su mismo error al considerar que el podía tomarse la regla de 3 como método para la resolución del ejercicio. Después me di cuenta de que el león no completaba el ciclo en el último día, así que me dispuse a cambiar un poco la respuesta; sin embargo, no me percaté de que el león de hecho ya había llegado al pozo muchos días antes, solamente que por el movimiento de retroceso seguía bajando una y otra vez.

Reflexión (Parte grupal): Después de comentar las respuestas con mi equipo, rápidamente me di cuenta del grave error que había cometido. Así que no me costó demasiado rectificar mi procedimiento y hallar la respuesta correcta. Fue de gran ayuda haber analizado otros puntos de vista para así tener una visión más amplia y precisa de lo que sucedía en el ejercicio mental.

Reflexión (Comentario experto): Luego de leer el comentario experto sentí bastante satisfacción por haber rectificado mi respuesta y coincidir inmediatamente con lo que estaba escrito. Pienso que es importante llevar a cabo este proceso dividido en fases para retroalimentar el aprendizaje. En definitiva planeo no seguir cometiendo ese error de ahora en adelante, pues este tipo de experiencias son las que nos hacen crecer como estudiantes.

Alumno 16E

Reflexión

Mi experiencia individual fue que el problema lo sentí bastante sencillo al inicio, y modelarlo matemáticamente fue muy simple, sin embargo no se me ocurría como fue que Fibonacci lo habría resuelto, llegué a pensar que él lo hizo de la misma forma que yo, por lo que estaba haciendo era erróneo, sin embargo.

Mi experiencia grupal fue que uno de mis compañeros de equipo conocía el problema pero planteado de forma diferente y lo resolvió considerando que el león no terminaba bajando, es decir, solo subiendo, creo que ese fue un paso crucial que yo no consideré hasta que logré hablar con ellos; sin embargo, lo que siguió después no lo entendí, por qué redondear y por qué agregar más días al final de la cuenta, me causó confusión y por más que explicaban mis compañeros no lo entendía, sin embargo leyendo cuidadosamente su documento y comparándolo con lo que me decían noté que ellos tampoco lo entendían muy bien (bueno, eso pienso yo, quizá si lo entendían pero no sabían como explicarlo), solamente que ya habían resuelto un problema similar antes y lo hicieron de la misma forma, por lo que entendí que el único que no lo entendía no era yo.

Al leer el comentario experto me sentí algo aliviado, ya que a este si le entendía, entendía cada parte porque el profesor lo explicaba claramente, comparándolo con lo de mis compañeros era lo mismo, sin embargo ellos no lo entendían y al tratar de explicármelo y no entenderlo pues por supuesto que yo no lo entendería, además en su redacción no se observaba algún proceso lógico que llevara al resultado que decían, y en el del profesor si.

Fue bastante claro para mí que quizá esto es lo mismo que sucede en el aula, hay maestros que no son expertos en el tema del que están hablando y cuando lo explican y culpan a los alumnos por no entender, en realidad son ellos mismos que no lo entienden, sin embargo si alguien sabe de lo que está hablando se escucha o se lee con una claridad y lógica, tiene sentido lo que se escucha o lee, y por lo tanto se entiende.

Alumno 17E

Reflexión

Mi primer acercamiento con el problema creo fue el correcto, una vez leído el comentario experto, veo que de igual forma me fui por obtener el avance diario del león en día y noche.

Sin embargo el razonamiento experto se dirige primero en observar que el león una vez llegando a la cima no bajaría, en lo personal eso me tomo más tiempo, incluso en un primer momento no lo considere, siendo eso algo evidente en un primer instante.

Después viene la tarea grupal donde en la discusión con el equipo llegamos a cuenta eso que no consideramos que una vez llegando no bajaría, Entonces restamos después los días que tardaría en recorrer $1/7$ de yarda si subiera y bajará, para así obtener la distancia recorrida del león hasta que estuviera a $1/7$ de yarda de llegar.

Una vez leído el comentario experto no queda más que en mi, la impresión y reflexión de lo importante que es el razonamiento y comprensión total del problema, que aunque llegamos al resultado una mejor comprensión del problema nos hubiera llevado al resultado por un camino más corto y ordenado.

Alumno 18E

Reflexión

Para esta parte creo que en la parte personal cometí el mismo error en sólo contemplar una simple regla de 3 y no considerar el hecho de que ya en la cima solo avanza y no retrocede, esto lo vi mejor en la parte grupal, donde mis compañeros me hicieron ver mi error en cuestión de no considerar ese hecho, ahora en la lectura experta, considero que lo hecho grupalmente es similar a lo presentado, contiene la idea de que en la parte superior solo sube y llegamos al mismo resultado, pero en la lectura experta viene un desarrollo matemático más completo que al nuestro a mi parecer, considero que aún falta trabajar estas habilidades de desarrollo matemático.

Alumno 19E

Sin reflexión

Alumno 20E

Reflexión

El león y el pozo es un buen ejercicio matemático que nos hace prestar atención a detalles pequeños que comúnmente pasamos por alto. La respuesta puede variar demasiado si se entiende de manera diferente el enunciado.

Fase personal: Al inicio no tenía idea de cómo llegar a la respuesta. Lo primero que pensé fue ocupar una regla de tres para llegar al número de días necesarios, pero me percaté que al hacer eso se consideraban más días de los necesarios, pues se contaban más bajadas de las necesarias (pues una vez fuera, era innecesario que el león bajara).

Al final de este ejercicio tuve muchas dudas acerca de mi interpretación, sin embargo, me gustó la manera como traté al problema, viendo las distinciones entre días y noches.

Fase grupal: Durante la fase grupal me agradó ver otra manera de solucionar el ejercicio que no visualicé en un principio, además de que este era mucho más sencillo al que yo había propuesto.

La discusión con mis compañeros me ayudó a entender de mejor manera el problema y de visualizar la solución.

El problema, al momento de ver las soluciones, era que variábamos mucho en como interpretar el 0.5 que aparecía en el primer resultado (poco antes de llegar a las 50 yardas).

Comentario experto: Al ver el comentario experto me sorprendió lo cerca que estuve de la respuesta real.

Al leerlo me di cuenta de mi error al interpretar el 0.5, lo cual ocasionó una discrepancia de 4 días, además, pude entender el error de Fibonacci; ocupar simplemente reglas de tres ocasiona contar más bajadas de las necesarias, justo como había supuesto en un principio.

Alumno 21E

Sin reflexión

Alumno 22E

Reflexión

Comentario personal

En primera instancia quisiera comentar que en el pasado ya me había enfrentado a este problema y “caí” en la trampa del pensamiento rápido utilizando el mismo razonamiento que utilizó Fibonacci para resolver el problema, sin embargo, aprendí que la clave de este tipo de problemas es enfocarse en lo que sucede al final del recorrido, de ahí que intentara pensar como resolver el problema de otra forma.

Lo que hice me llevó más tiempo del que hubiera pensado, no tenía perfectamente claro el procedimiento más sencillo para llegar a la solución así que intenté seguir pasos lógicos junto con prueba y error para aproximarme al momento donde el león solo necesita subir y quedarse en la cima. Finalmente obtuve una solución satisfactoria.

Creo que este tipo de problemas son muy interesantes por que obliga a pensar más en detalle los aspectos “ocultos” que en un primer análisis probablemente no se llegan a percibir.

Comentario grupal

En esta ocasión pude tener más claridad de cómo resolver el problema, aunque yo llegué a la respuesta correcta la discusión con mis compañeros me ayudó a simplificar las ideas para llegar a dicha solución.

Me pareció interesante que un compañero y yo tuviéramos el mismo resultado, aunque el método fuera un poco distinto.

Comentario experto.

Este comentario terminó por resolver “dudas” que tal vez hayan quedado a la deriva respecto al procedimiento para resolver el problema, ya que es más claro y conciso que mi razonamiento extendido.

Por último, me gustaría mencionar que el fijarse en los detalles más profundos de las situaciones que resolvemos es algo importante. Este tipo de problemas fácilmente pueden extenderse a otras áreas, de ahí que resulta importante desarrollar habilidades para notar las pequeñas “trampas” del pensamiento rápido.

Alumno 23E

Reflexión

Es interesante intentar resolver un problema que tiene como premisa que en dicho problema un matemático reconocido cometió un error, eso no solo me causó motivación para intentar resolver el problema, sino que a su vez es una buena pista para resolver el problema.

Cuando comencé a resolver el problema me hice una pregunta “realmente es esta la solución” y es que no sería de extrañar que el primer razonamiento postulado sea erróneo, tal como hemos hecho con otros problemas planteados me hice la pregunta sobre qué aspectos podría tomar en cuenta para confirmar o refutar mi razonamiento.

Resulta que mi razonamiento inicial coincide con el razonamiento planteado por Fibonacci, pero eso no lo sabría hasta leer el comentario experto. Tras reflexionar un momento llegué a la conclusión de que el león debería llegar durante el día por lo que este era un aspecto importante, lo cual terminaría siendo crucial para resolver de forma correcta el problema. Sin embargo, al momento de trasladar este razonamiento a las ecuaciones no lo hice forma correcta.

Cuando pasamos al trabajo grupal pude observar como mi compañero no tuvo el mismo razonamiento, tras debatir unos momentos llegamos a la conclusión de que efectivamente este es un aspecto muy importante pero mi compañero me hizo notar que mis cálculos no eran coincidentes con mi razonamiento, trabajamos durante unos momentos para traspasar este razonamiento a los cálculos de forma correcta.

Al final de la actividad grupal llegamos a la respuesta correcta realizando un razonamiento correcto.

Ahora bien, de esto he pensado varias cosas.

Los problemas que presentan un reto interesante son muy buenos para impulsar la motivación de los estudiantes. El hecho de que un matemático importante cometiera un error es una forma muy interesante de plantear un reto.

Es verdad que cuando resolvemos un problema podemos realizar razonamientos en la dirección correcta, pero trasladar el razonamiento a los cálculos puede ser un problema igual o mas complicado, por lo tanto, contar con la participación de otros compañeros debatiendo sobre nuestras ideas puede ser la clave para resolver problemas de forma correcta.

Otro aspecto importante del problema es que en el comentario experto se nos dice que pasaron décadas para que un matemático pudiera realizar una explicación clara sobre este tipo de problemas y nuestra solución si bien debe explicar solo uno de tantos problemas de este tipo, no fuimos capaz de realizar una explicación que fuera clara. Hay muchas cosas que decir sobre esta actividad, lamentablemente el tiempo de reflexionar no puede ser muy extenso pero sin lugar a dudas este tipo de problemas es una herramienta muy útil.

Alumno 24E

Sin reflexión

