



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS

"OPTIMIZACIÓN EN EL ANÁLISIS DE FOURIER CON PATRONES DE FRANJAS NORMALIZADAS"

**TESIS DOCTORAL
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE**

**DOCTOR EN CIENCIAS
EN FÍSICA APLICADA**

PRESENTA:

M.C. JOSÉ FEDERICO CASCO VÁSQUEZ

ASESORES:

DR. CARLOS IGNACIO ROBLEDO SÁNCHEZ

DR. MAURICIO ORTIZ GUTIERREZ

Puebla, Pue.
Enero 2014

AGRADECIMIENTOS

Doy gracias a Dios por haberme dado este tiempo para culminar una meta más en mi vida.

Gracias a mis Padres, Federico Casco Madrid y Enedina Vásquez Carrillo por darme la vida, sus consejos y su apoyo para culminar este pendiente que tenía desde años atrás.

Gracias Papá y Mamá.

A mi Esposa, María Teresa del Socorro, mi pequeña, mi Tere, que aunque tuve momentos de desfallecer, siempre estuvo a mi lado. Sé que te sientes orgullosa de mi, pero yo más de ti por ser una gran mujer, preocupaba porque nunca dejaste que me apartara de la vida diaria y aprendiera a combinar la vida académica y nuestra vida familiar.

Gracias Amor.

A mis hijos: Jorge Alejandro, Iván Federico, Uriel Leonardo y Marco Antonio, que aunque me veían estresado, fueron pacientes en muchos momentos con mi carácter cuando presenté exámenes, cuando venían los tiempos de presentar los avances de tesis. Gracias hijos. Sé que les dará orgullo que siga actualizándome en el quehacer académico y de investigación.

A mis suegros, Marco Antonio Domínguez Mundó y Maria Teresa Aguayo Cruz, por haberme apoyado moralmente. Gracias Suegros

A mi asesor de este trabajo de Tesis Doctoral, Dr. Carlos Ignacio Robledo Sánchez, por haberme apoyado en cada momento de este tiempo de trabajo doctoral. Sé que la paciencia y el entendimiento es parte de uno de tus aspectos que tienes como persona. Muchas gracias Carlitos. Espero sigamos trabajando en colaboración desde el Tec de Apizaco.

A mi amigo y también asesor de este trabajo de Tesis doctoral, Dr. Mauricio Ortiz Gutiérrez, porque con tus consejos y asesoría, aun desde Morelia, estuviste apoyándome en cada momento, desde dejar que me quedara a trabajar en el Lab. de Óptica de la Uni y darme hospedaje, hasta darme tus consejos y observaciones para culminar este trabajo. Gracias Mauricio. Eres muy especial para toda mi familia Casco Domínguez.

Al M.C. Rigoberto Juárez Salazar, gracias por tu apoyo Rigo.

Y a todos aquellos amigos y familiares que estuvieron durante este tiempo de mis estudios. Mil Gracias.

AGRADECIMIENTOS ACADÉMICOS

Agradezco al Comité Tutorial y Sinodales, Dr. Gustavo Rodríguez Zurita, Dr. Cruz Meneses Fabián, Dra. Rosario Pastrana Sánchez, por sus observaciones de cada semestre, su paciencia y sugerencia en cada uno de los momentos de la realización y culminación de este trabajo de Tesis Doctoral. Mil Gracias.

También agradezco a los sinodales externos, Dr. Alejandro Cornejo Rodríguez y Dr. Alan Augusto Gallegos Cuellar, por sus observaciones hechas durante la presentación y preparación de la Defensa de esta Tesis.

A la Dirección General de Educación Superior Tecnológica (DGEST) y al Instituto Tecnológico de Apizaco por haberme otorgado el apoyo para realizar los estudios Doctorales.

A DGEST-PROMEP por el apoyo económico recibido.

GRACIAS

INDICE

1 INTRODUCCIÓN	Pag.
1.1 Antecedentes	1
1.2 Producción y Análisis de Franjas	3
1.3 Planteamiento del Problema	5
1.4 Justificación	6
1.5 Objetivos General	7
1.6 Objetivos Específicos	7
2 MEDICIÓN DE FASE	
2.1 Introducción	9
2.2 Recuperación de la Fase	10
2.3 Medición de fase por pasos	11
2.4 Medición de fase usando Transformada de Fourier	14
2.5 Fase envuelta	15
2.6 Desarrollo de fase	17
2.7 Análisis sobre desarrollo de fase	21
3 TÉCNICAS EN EL ANÁLISIS DE PATRONES DE FRANJAS	
3.1 Introducción	25
3.2 Modulación de fase directa	26
3.3 Análisis de franjas por método de pasos	31
3.4 Análisis de franjas por Transformada de Fourier	34
4 PROCESO EXPERIMENTAL Y RESULTADOS	
4.1 Introducción	39
4.2 Sistema óptico 4F con filtro de doble ventana en el plano de frecuencias para generar cambios de fase por manipulación de los estados de polarización.	41
4.2.1 Proceso digital	45
4.2.2 Proceso óptico	49
4.3 Análisis de patrones de franjas normalizadas	52
4.4 Resultados	54
4.4.1 Proceso de Simulación	54
4.4.2 Experimento óptico	57

5	CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	
5.1	Conclusiones	60
5.2	Trabajos Futuros	61
6	APÉNDICES	
	Apéndice A: Proceso Teórico para generar corrimiento de franjas	62
	Apéndice B: Códigos en Matlab	67
	B1 Código de desenvolvimiento de fase	67
	B2 Código para generar corrimientos de franjas	68
	Apéndice C: Artículo: Fourier normalized fringe analysis by zero-order spectrum suppression using a parameter estimation approach	71
7	REFERENCIAS	77

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1 ANTECEDENTES

La metrología óptica es un área de desarrollo cuyo principal objetivo es medir algunas propiedades de objetos como su tamaño, forma, entre otras características; sin alterar o afectar al objeto debido a que se utilizan técnicas sin contacto físico, es decir, sólo se utiliza la luz como una forma de contacto óptico. Gracias al desarrollo de nuevo equipo como computadoras, software de procesamiento de imágenes más robustos, láseres, cámaras CCDs, etc, se ha mejorado la precisión de los sistemas de medición. Es por esto que el interés por la metrología óptica ha ido creciendo y actualmente se tienen aplicaciones de ella en áreas diversas como la medicina, la industria, la ciencia [1], etc.

Sin duda, una de las aplicaciones más importantes de la metrología óptica es la reconstrucción de superficies en 3D de objetos reales. Una de las técnicas empleadas para este propósito consiste en proyectar un patrón de franjas oscuras y brillantes sobre la superficie del objeto que se desea analizar. Este tipo de iluminación que se hace sobre el objeto se le conoce como luz estructurada y, una vez que esta iluminación incide sobre el objeto se deforma siguiendo el relieve de la superficie del objeto; se captura la imagen del patrón de franjas generada de esta forma y los diferentes métodos utilizados en el procesamiento de estas imágenes se denominan técnicas de **análisis de patrones de franjas**. Rowe y Welfor [2], así como Burch J.M. [3] fueron de los pioneros, entre muchos otros investigadores, los que hicieron uso de este tipo de técnica aplicada en la topología óptica de superficies.

Se han implementado variados algoritmos para analizar estos patrones de franjas y medir la fase o forma de un objeto como por ejemplo: el análisis de franjas con el método de Fourier (FFA) propuesto por Takeda [4], la detección de fase por métodos directos (DPD)[5]; el análisis de franjas por medio de transformada de wavelet [6-8] y recientemente, el análisis de franjas se hace utilizando un ajuste de mínimos cuadrados de series de polinomios [9] y muchos otros algoritmos.

Durante muchos años la técnica de análisis de franjas usando la transformada de Fourier en dos dimensiones se ha mantenido como una técnica rápida y confiable para el análisis de patrones de franjas. Hoy en día, con la ayuda del desarrollo de procesadores más veloces, los diferentes métodos del análisis de franjas son aplicados para objetos dinámicos casi en tiempo real.

Para objetos dinámicos (usando el método de Fourier), cada imagen es completamente independiente una con respecto a otra, por lo que, el uso de esta técnica para analizar una secuencia de patrones de franjas para un objeto dinámico no utiliza ninguna relación entre patrones de franjas consecutivas. Para este problema, en el caso de interferometría de corrimiento de fase generalizado (GPSI)[9], las imágenes consecutivas guardan una relación de fase con la cual se determina la dinámica del objeto. Otra de las técnicas adecuadas para el procesamiento dinámico se ha reportado con técnicas de un solo disparo, implementándose con arreglos ópticos de Fourier $4f$, usando 2 ventanas e induciendo corrimientos de fase constante con una rejilla de Ronchi en el plano de Fourier [10].

En el **análisis de patrones de franjas** se presentan algunos problemas como son la inhomogeneidad de la intensidad en todo el campo, resultado de una visibilidad variable, adicionalmente inhomogeneidad de la luz de fondo. La aplicación del análisis de patrones de franjas con la técnica de Fourier para imágenes con estos problemas, de luz de fondo y variaciones de luz de modulación, afectan los resultados obtenidos de las mediciones de la fase del objeto.

En esta tesis, se propone una técnica para minimizar los problemas que ocasionan la las inhomogeneidades de luz de fondo y de iluminación usando un procedimiento de

normalización para transformar las imágenes experimentales afectadas por estos problemas y procesarlas con la técnica de Fourier. Esto logra eliminar el orden cero y hacer más fácil el proceso de filtraje. La mejora se atribuye al aumento del valor del contraste de las franjas resultando una reducción de ruido al desenvolver la fase y una simplificación del filtraje en el plano de Fourier. La supresión del orden cero en el plano de Fourier se ha reportado en distintas aplicaciones [11-16]. En este trabajo se reportan las ventajas para optimizar el algoritmo de Fourier haciéndolo más robusto, preciso y adecuado para el cálculo de la fase envuelta[17].

1.2 PRODUCCIÓN Y ANÁLISIS DE FRANJAS

Las técnicas de análisis de patrones de franjas [18-20] se consideran un método eficaz, confiable, robusto y sin contacto para medir la altura de la superficie 3D. Para proyectar las franjas claras y oscuras sobre un objeto se pueden emplear diversas técnicas, como por ejemplo la proyección de franjas sintéticas, interferometría o efecto Talbot, y la elección de una respecto a las otra depende del tipo de objeto que se tenga y/o las características del experimento. A continuación se mencionan estas técnicas:

1) Proyección de franjas. Las franjas de luz se generan mediante un algoritmo en Matlab, Mathematica entre otros y, usando una computadora y un proyector, se proyectan sobre la superficie del objeto. Este patrón es capturado por una cámara fotográfica o típicamente por una CCD y se almacena en la memoria de la computadora mediante el uso de un software de captura de imágenes [21-22]. La imagen se graba en el formato adecuado para posteriormente iniciar su análisis con algún algoritmo adecuado. Por último, la forma del objeto se extrae codificándola en un intervalo de $-\pi$ a $+\pi$. Su forma final será determinada usando un algoritmo de desenvolvimiento. Este tipo de sistema de proyección de franjas típica se muestra en la Figura 1.1.

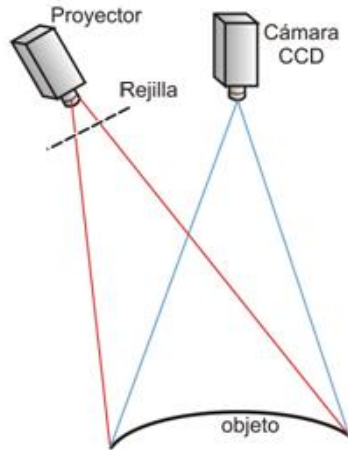


Fig. 1.1 Sistema de proyección de franjas.

2) Producción de franjas por interferometría. Otro método de producción de franjas se da mediante un sistema interferométrico por medio de la superposición de dos haces de luz, coherentes, donde uno es el haz objeto y el otro es el haz de referencia. Esos haces interfieren produciendo un patrón de franjas, el cual está modulado por la superficie del objeto y se puede interpretar como una modulación en fase del patrón de interferencia. Este patrón es capturado con una cámara CCD y se analiza por medio de algoritmos para obtener la fase del objeto.

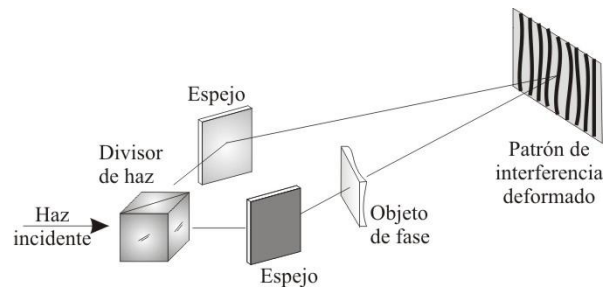


Fig. 1.2 Patrón de franjas generado por la superposición de ondas.

3) Efecto Talbot. El efecto Talbot es un fenómeno muy conocido que consiste en formar la autoimagen de un objeto periódico sin necesidad de lentes, cuando el objeto es iluminado por una onda de luz monocromática y coherente. Sus principios se basan en la difracción de Fresnel. Si se utiliza una rejilla cosenoidal o binaria tipo Ronchi como objeto periódico, su

autoimagen localizada en un plano conocido como plano de Talbot o de autoimagen se puede proyectar sobre un objeto ubicado en el mismo plano de autoimagen. Con una cámara CCD se captura la autoimagen deformada por el objeto y con algoritmos se extrae la información de fase y por tanto, se puede conocer de esta manera su forma en 3D del objeto. En la figura 1.3 se muestra este caso.

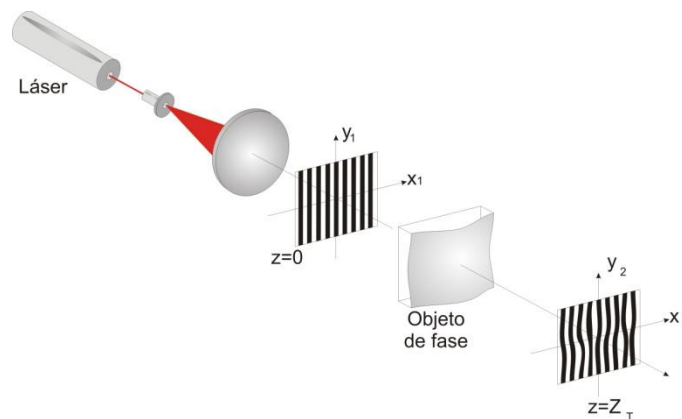


Fig. 1.3 Esquema experimental para obtener el relieve en 3D de un objeto usando el efecto Talbot.

1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se han desarrollado varios trabajos encaminados en la eliminación del orden cero del espectro de Fourier de un patrón de franjas usando distintos algoritmos que han propuesto [11-17]. En esta tesis se presenta un método que para eliminar el orden cero usa la estimación de parámetros del modelo físico y permite lograr obtener un patrón de franjas de amplitud unitaria en el intervalo $(0,1)$. Este proceso se le conoce como proceso de normalización. La estimación de parámetros se centra en estimar la luz de fondo inhomogénea y luz de modulación en patrones de franjas, los cuales producen dificultades en el proceso de filtraje. La normalización permite que el filtro en el espectro de Fourier sea simple, consistiendo de un filtro que deje pasar la mitad del espectro. Así mismo, el proceso de normalización del patrón de franjas mejora el bajo contraste y difícil visualización de franjas para aplicaciones de Fourier.

1.4 JUSTIFICACIÓN

La técnica de Fourier es ampliamente usada para el procesamiento de franjas pero presenta el problema de que cuando se aplica a imágenes sin preprocesamiento, mezcla el orden cero con los ordenes laterales portadores de la información importante del objeto que es su fase, por lo que es necesario aplicar un algoritmo de normalización en el preprocesamiento de las imágenes para la reducción o eliminación de la luz de fondo que es la principal componente del orden cero.

El método que se propone en el trabajo se conoce como estimación de parámetros y comprende estimar: la luz de fondo, la luz de modulación y la fase. En la tesis se muestran los resultados en simulación, así como experimentales, obtenidos al aplicar esta metodología para el análisis de franjas con la técnica de Fourier. Adicionalmente, habiendo resuelto el problema de la superposición de órdenes en el plano de Fourier y obteniendo limpios los órdenes +1 y -1, se propuso adicionar elementos polarizadores para introducir al patrón de franjas inicial corrimientos de fase controlando la polarización de los órdenes filtrados. Es ampliamente conocido que a un patrón de franjas de intensidad fijo no se le puede introducir un corrimiento de fase adicional. Con el arreglo de Fourier 4F implementado experimentalmente que hace uso del preprocesamiento de las franjas arriba indicado, y el control de la polarización, se demuestra que es posible introducir corrimientos de fase a un patrón de franjas de amplitud.

1.5 OBJETIVO GENERAL

El objetivo de este trabajo es optimizar el método de Fourier para el procesamiento de franjas adquiridas en arreglos interferométricos o por proyección, que facilite la recuperación de la fase del objeto cuando estas están afectadas por inhomogeneidades de la luz de fondo y de modulación. La configuración experimental usada es un arreglo óptico 4F al que adicionalmente se incorporaron polarizadores y retardadores con el objetivo de generar corrimientos de fase a patrones de franjas.

1.6 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desarrollar un método que proporcione rapidez (tiempo de cómputo), alto contraste en el patrón de franjas y eliminación del ruido (como es la luz de fondo y la luz de modulación), de tal manera que, mediante la estimación de parámetros de un patrón de franjas normalizadas por técnica de Fourier, se elimine el orden cero.
- Aplicar el método implementado en un arreglo óptico 4F con filtraje en el plano de frecuencias y manipulación de los estados de polarización para obtener cambios de fase en el patrón de franjas.

Para llevar a cabo estos objetivos, este trabajo está organizado de la siguiente manera:

En el Capítulo 2 se trata el tema de la medición de la fase, así como las diferentes técnicas de medición, el uso de la Transformada de Fourier para cálculo de la fase y el concepto de fase envuelta y desenvuelta; se presentan ejemplos de desenvolvimiento de fase.

En el Capítulo 3 se presenta un análisis de las técnicas de patrones de franjas como es la obtención de la fase en forma directa, el cálculo de la fase por pasos, así como el análisis de franjas por Transformada de Fourier.

En el Capítulo 4 se muestra el proceso experimental implementado en un sistema 4F con doble filtraje en el plano de frecuencias y el proceso que elimina el orden cero por estimación de parámetros.

En el Capítulo 5 se presentan las conclusiones y los trabajos a futuro al usar el método implementado.

Capítulo 2

MEDICIÓN DE FASE

2.1 INTRODUCCIÓN

Un patrón de franjas producido por interferencia o por proyección de luz, puede ser descrito de manera general por la siguiente ecuación

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi \quad (2.1)$$

donde todos los parámetros involucrados I_1, I_2, I, γ , son funciones de las coordenadas espaciales. $I_1 + I_2$ es la luz de fondo, $2\sqrt{I_1 I_2}$ es la luz de modulación y, $\Delta\varphi$ es la fase que contiene información de la forma del objeto.

Supongamos, por ejemplo, que se toma una fotografía de este patrón de franjas y es almacenada digitalmente en una computadora, cada pixel tiene una intensidad dada por la Ec. (2.1).

En la mayoría de las aplicaciones de la interferometría se desea conocer a través de ella algún parámetro físico que se encuentra en la expresión de la fase; por lo que, si se resuelve la ecuación respecto a $\Delta\varphi$, se tiene la siguiente expresión:

$$\Delta\varphi = \cos^{-1} \left(\frac{I - (I_1 + I_2)}{2\sqrt{I_1 I_2}} \right) \quad (2.2)$$

De este modo, la fase puede ser obtenida conociendo los parámetros I, I_1, I_2 , para cada pixel de la imagen.

2.2 RECUPERACIÓN DE LA FASE

Para recuperar la fase, se describirá un grupo de métodos llamados Interferometría de medición de fase (PMI, en sus siglas en inglés). La PMI es la técnica más usada hoy en día para la medición de la fase del frente de onda de un objeto.

La técnica PMI puede ser dividida en dos categorías: aquella en la cual se toma la fase en tomas secuenciales y, aquella donde se toma la fase simultáneamente. Los métodos del primer tipo son conocidos como PMI temporal (o TPMI) y el grupo de segundo tipo son conocidos como PMI espacial.

El punto de partida de todas las técnicas de PMI es la expresión para la intensidad del interferograma que en forma simplificada y de acuerdo a la ecuación (2.1) se puede escribir como:

$$I = a + b\cos(\phi + \alpha) \quad (2.3)$$

siendo a y b términos constantes y se conocen como iluminación de fondo y de contraste respectivamente. Así mismo se ha introducido un término de fase adicional α . La característica esencial de todas las técnicas PMI es que α es un término de fase modulada la cual es introducida y controlada experimentalmente, siendo la característica principal de todas las técnicas de PMI.

Las técnicas para la determinación de la fase pueden ser divididas en dos categorías básicas: analíticas y electrónicas. Para las técnicas analíticas, los datos de intensidad son almacenados, mientras la fase es modulada temporalmente; posteriormente los datos son tratados mediante algoritmos para obtener la intensidad relativa. Las técnicas electrónicas son también conocidas como interferometría heterodina; este método es ampliamente usado en interferómetros diseñados para la medición de distancia para lo cual la fase de un punto deseado requiere una actualización constante para tener mediciones en tiempo real. Esta técnica también puede ser empleada para determinar la fase sobre un área, donde el detector debe escanear o deben existir múltiples detectores con toda la circuitería necesaria.

Los métodos analíticos a su vez pueden ser subdivididos en dos técnicas. Una que integra la intensidad mientras la fase es incrementada linealmente y, la segunda, donde la fase es alterada en pasos entre mediciones de intensidad. El primer método se refiere a integración de cambio de fase, mientras que el segundo es denominado fase por pasos. El método de fase por pasos se ha convertido en el más popular en años recientes y a continuación se dará una breve descripción de esta técnica.

La ecuación (2.3) contiene tres incógnitas, a , b y \emptyset , requiriendo por tanto un mínimo de tres mediciones de intensidad para determinar la fase. El cambio de fase α entre mediciones adyacentes puede ser cualquier valor entre 0 y π grados. Estos cambios de fase arbitrarios, α_1 , α_2 , y α_3 , se introducen en la Ec. (2.3):

$$I_2 = a + b\cos(\emptyset + \alpha_2) \quad (2.4a)$$

$$I_1 = a + b\cos(\emptyset + \alpha_1) \quad (2.4b)$$

$$I_3 = a + b\cos(\emptyset + \alpha_3) \quad (2.4c)$$

resolviendo las Ecs. (2.4) [1], se encuentra la siguiente expresión para la fase

$$\emptyset = \tan^{-1} \frac{(I_2 - I_3)\cos \alpha_1 - (I_1 - I_3)\cos \alpha_2 - (I_1 - I_2)\cos \alpha_3}{(I_2 - I_3)\sen \alpha_1 - (I_1 - I_3)\sen \alpha_2 - (I_1 - I_2)\sen \alpha_3} \quad (2.5)$$

Para valores de $\alpha_1 = \pi/4$, $\alpha_2 = 3\pi/4$, $\alpha_3 = 5\pi/4$, es decir un cambio de fase de $\Delta\alpha = \pi/2$, la Ec. (2.5) se reduce a la siguiente:

$$\emptyset = \tan^{-1} \left(\frac{I_2 - I_3}{I_2 - I_1} \right) \quad (2.6)$$

De esta manera se demuestra que con tres fotografías distintas del patrón de interferencia se puede encontrar el valor de la fase, \emptyset .

2.3 MEDICIÓN DE FASE POR PASOS

En general, se pueden obtener N interferogramas y obtener el valor de \emptyset . Para ello, considérese el i -ésimo interferograma cuya intensidad puede ser escrita como:

$$I_i = a + b\cos(\emptyset + \alpha_i) = a_0 + a_1\cos(\alpha_i) + a_2\sen(\alpha_i) \quad (2.7)$$

donde

$$\begin{aligned} a_0 &= a = I_0 \\ a_1 &= b \cos(\varnothing) \\ a_2 &= -b \sin(\varnothing) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Haciendo N pasos, es decir, considerando que $i = 1, 2, \dots, N$, la ecuación (2.7) puede ser descrita como una matriz:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 \\ 1 & \cos \alpha_2 & \sin \alpha_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos \alpha_N & \sin \alpha_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Los coeficientes a_0 , a_1 y a_2 pueden ser determinados aplicando el método de mínimos cuadrados, obteniendo:

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = A^{-1}B \quad (2.10)$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} N & \sum \cos \alpha_i & \sum \sin \alpha_i \\ \sum \cos \alpha_i & \sum \cos^2 \alpha_i & \sum \sin \alpha_i \cos \alpha_i \\ \sum \sin \alpha_i & \sum \sin \alpha_i \cos \alpha_i & \sum \sin^2 \alpha_i \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

y

$$B = \begin{pmatrix} \sum I_i \\ \sum I_i \cos \alpha_i \\ \sum I_i \sin \alpha_i \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

De la ecuación (2.8), se puede obtener lo siguiente:

$$\varnothing = \tan^{-1} \left(\frac{-a_2}{a_1} \right) \quad (2.13)$$

$$V = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}{a_0} \quad (2.14)$$

obteniendo la expresión para la visibilidad, la cual debido a que existen pixeles con muy baja visibilidad, pueden obtenerse datos de la fase muy poco confiables.

Usando los resultados anteriores se puede calcular la fase de N interferogramas y para ello de las Ecs. (2.9–2.14) se pueden derivar las expresiones para las diferentes técnicas [18-19]:

a) Técnica de tres pasos (N = 3)

1) En este caso: $\alpha_i = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{I_2 - I_3}{I_2 - I_1} \right) \quad (2.15)$$

$$V = \frac{\sqrt{(I_3 - I_2)^2 + (I_1 - I_2)^2}}{\sqrt{2} I_0} \quad (2.16)$$

2) Una segunda opción de este caso es: $\alpha_i = -\frac{2\pi}{3}, 0, \frac{2\pi}{3}$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{I_3 - I_2}{I_1 - I_2} \right) \quad (2.17)$$

$$V = \frac{\sqrt{3(I_1 - I_3)^2 + (2I_2 - I_2 - I_3)^2}}{3 I_0} \quad (2.18)$$

b) Técnica de los cuatro pasos (N=4)

1) $\alpha_i = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} \right) \quad (2.19)$$

$$V = \frac{\sqrt{(I_4 - I_2)^2 + (I_1 - I_3)^2}}{2 I_0} \quad (2.20)$$

c) Técnica de Carré

Esta técnica conocida como Técnica de Carré, no se conoce el desplazamiento que tiene cada patrón de franjas desplazado; solo indica que deben de ser cuatro pasos (cuatro

cambios de fase) de igual longitud, es decir: $\alpha_i = -\frac{3\alpha}{2}, -\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2}, \frac{3\alpha}{2}$.., siendo α cualquier numero entre $-\pi$ y π , excepto el 0. Por lo anterior se tiene que:

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)}{-4I_1 + I_2 + 6I_3 + I_4 - 4I_5}} \quad (2.21)$$

$$\phi = \tan \left[\tan \left(\frac{\phi}{2} \right) \frac{(I_1 - I_4) + (I_2 - I_3)}{(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)} \right] \quad (2.22)$$

El cálculo de la fase se obtiene combinando las dos ecuaciones anteriores (2.21 y 2.22) , obteniendo finalmente:

$$\phi = \tan^{-1} \left\{ \frac{[(I_1 - I_4) + (I_2 - I_3)][3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)]}{(I_2 + I_3) - (I_1 + I_4)} \right\} \quad (2.23)$$

2.4 MEDICIÓN DE FASE USANDO TRANSFORMADA DE FOURIER.

Los métodos espaciales para la medición de fase están basados en la idea de superponer un patrón de franjas sobre una superficie. Dicho patrón está deformado y representado mediante una ecuación que involucra ruido gaussiano, luz de fondo y luz de atenuación. Este método es descrito en el siguiente capítulo (Sección 3.4), aplicado a un proceso de obtención de la fase.

Un proceso que es importante tomar en cuenta es su aplicación en el proceso de filtraje en el plano de frecuencias. Los métodos implementados para mejorar la información en el plano imagen han sido reportados por Mitsuo Takeda (1982), J. L. Vago (1997), D. Lovric´ (2003) [31 -34].

2.5 FASE ENVUELTA.

Las operaciones descritas en las secciones 4.2 y 4.3 permiten obtener la llamada fase de un objeto. Para entender con claridad el concepto, considérese el siguiente ejemplo: suponga que se tiene una gráfica que corresponde a $y = x^2$, y cubre el intervalo $x = [0,5]$ (Fig.2.1).

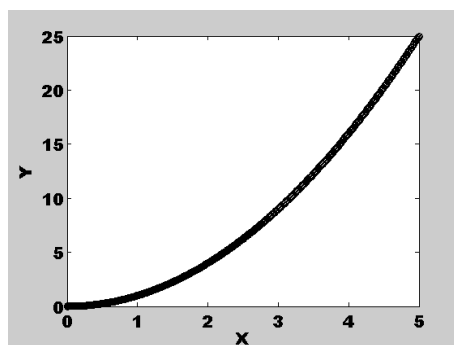


Fig. 2.1.-Gráfica de $y = x^2$.

Supóngase que se extrae la tangente a esta curva, en todos sus puntos, $y_t = \tan(x^2)$. El resultado sería el que se muestra en la Fig. 2.2. En este punto, la información de que se dispone es análoga a lo que se tiene en el procedimiento de corrimiento de cuatro pasos.

Calculando la tangente inversa de la información contenida en la Fig.2.2, se esperaría obtener una vez más la gráfica de una parábola como en la Fig. 4.2; sin embargo, no se obtiene lo esperado, si no lo que se observa en la Fig. 2.3.

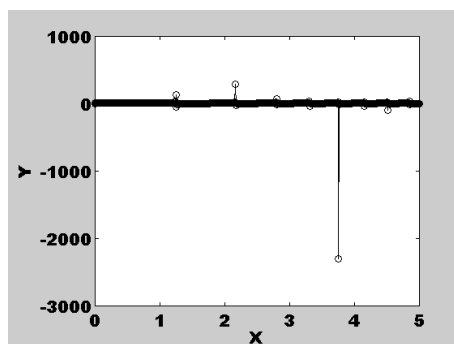


Fig. 2.2.-Gráfica de $y_t = \tan(x^2)$.

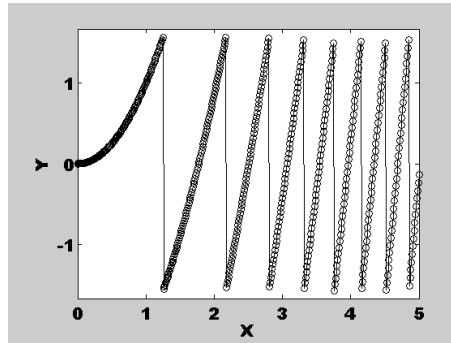


Fig. 2.3.-Gráfica de $y_a = \tan^{-1}(\tan[x^2])$, es decir, la fase envuelta de $y = x^2$.

La Fig. 2.4 muestra una curva que parece ser la parábola original, pero troceada y reacomodada de modo que ninguno de los valores de la curva sea mayor a un valor de $\pi/2$, ni menor a $-\pi/2$; la gráfica entonces se desarrolla “empaquetada” dentro de los valores mencionados.

Esto es a lo que se llama fase envuelta, pues la información del desfase de las franjas $\varphi(x,y)$, se encuentra “envuelta” entre los valores $\pi/2$ y $-\pi/2$. Esto ocurre debido a la naturaleza de la función tangente, para la cual, existe una periodicidad de π radianes; esto significa que $\tan(0) = \tan(\pi)$, o $\tan(\pi/2) = \tan(3\pi/2)$.

La función tangente inversa no tiene entonces un modo de discernir, de manera que a cada dato le asigna automáticamente el mínimo valor que le corresponde. Por ejemplo, al ejecutar $\tan^{-1}(1)$, el resultado sería matemáticamente correcto si fuera $\pi/4$, $5\pi/4$, $9\pi/4$, etc.; pero la función tangente inversa, al no tener modo de determinar cuál de todos estos valores es el correcto, asigna siempre el menor de ellos.

Existe la llamada *función tangente inversa de 2 argumentos*, también llamada **atan2**, en el ambiente de la programación; esta función fue utilizada en los programas escritos para el presente proyecto. La función *atan2* tiene la característica de entregar valores dentro del intervalo $[-\pi, \pi]$. La diferencia entre el máximo y el mínimo valor que

la función tangente inversa utilizada entrega, es aproximadamente 2π , y esa es la razón de que al aplicar la función tangente inversa de dos valores, la fase resultante se encuentre envuelta en una banda de valores que va de $-\pi$ a π . El problema consiste ahora en **desenvolver** la información. Esto puede parecer trivial si los datos no presentan ruido, sombras y/o efectos de submuestreo, sin embargo si alguno o más de estos fenómenos está presente el problema del desenvolvimiento puede llegar a ser complicado de resolver.

2.6 DESENVOLVIMIENTO DE FASE.

La fase envuelta por sí sola, no es de utilidad directa, por lo que una vez obtenida, debe forzosamente ser desenvuelta [35]. La forma más directa de desenvolver la fase es: se barre la curva, de píxel a píxel (a lo largo del eje x), comparando el valor de cada píxel (es decir, su altura en y) con el píxel anterior.

Las discontinuidades de la fase envuelta, se encontrarán en los lugares en que la diferencia entre el píxel en cuestión y el anterior sea de un valor aproximadamente igual a $\pm\pi$ si se usa la tangente inversa, y de $\pm 2\pi$ si se usa la tangente inversa de dos argumentos. Cuando se localiza una discontinuidad con valor absoluto del orden de π , el valor de $\pm\pi$ deberá de ser sumado algebraicamente a todos los puntos sucesivos sobre el eje x , si se usa tangente inversa, y si se usa la tangente inversa de dos argumentos, deberá de sumarse $\pm 2\pi$.

A manera de ejemplo considérese lo siguiente: se tiene una curva que corresponde a $y = x^2$, que comprende los valores $0 \leq x \leq 5$ (Fig. 2.1); la Fig. 2.2 representa la tangente de esta curva, y la Fig. 2.3, la tangente inversa de la tangente; en dicha figura, se observa la estructura de la fase envuelta: la forma de la curva original se encuentra presente, pero empaquetada en la banda de valores determinada por $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$.

La primera discontinuidad se presenta inmediatamente después del punto en que $y = 1.563$, pues el siguiente punto, en la curva original debería de tener un valor de $y = 1.69$. Pero dicho valor de "y" sobrepasa el límite superior de la banda permitida, por lo que en lugar de 1.69, a este punto se le asigna $y = -1.452$. Puede notarse que $1.69 - (-1.462) \cong \pi$. Esto significa que cada vez que un punto supere los valores permitidos, será restado el valor de π . Además, todos los puntos sucesivos son recorridos un valor de π unidades.

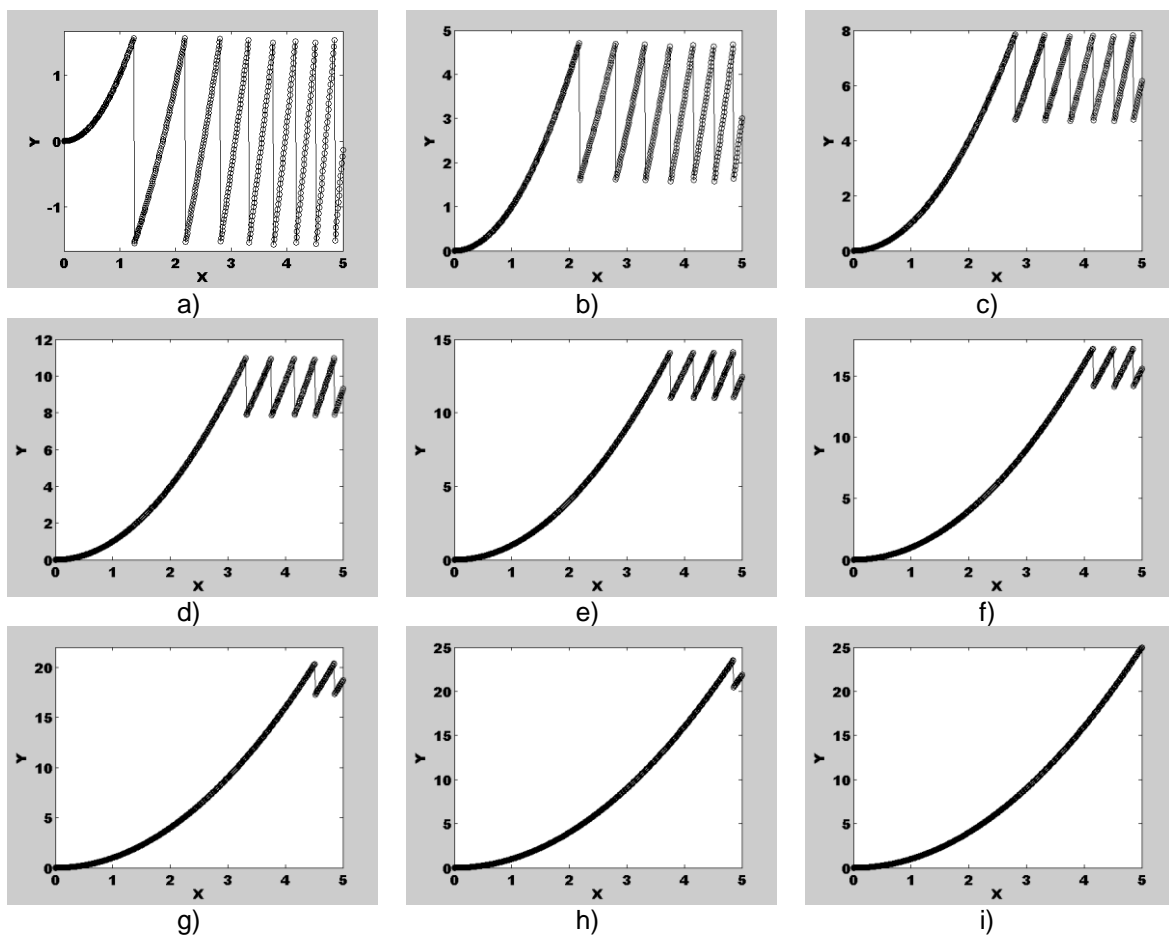


Fig. 2.4.-Secuencia de imágenes que ilustra el desenvolvimiento de fase unidimensional de $y = x^2$. a) Fase envuelta; a partir de b) se van eliminando las discontinuidades de la fase envuelta. En i) se puede ver el resultado final.

Para desenvolver la fase, se debe de seguir el proceso inverso al envolvimiento; esto consiste en barrer la información, calculando la diferencia entre cada punto y el anterior.

Cuando se encuentre una diferencia cuyo valor sea del orden de π , se resta π del punto en cuestión, y todos los sucesivos. Si la diferencia es de $-\pi$, se suma π a los puntos. En las Figs. 2.4 a-i, se ilustra el proceso de desenvolvimiento de la fase expuesta en la Fig. 2.4; en el programa [A1] del Apéndice A, se muestra el código de un sencillo programa en MATLAB para el desenvolvimiento de fase unidimensional, aplicable a casos sencillos como el del ejemplo anterior [38].

El conjunto de pasos que se siguieron es el siguiente: en la imagen 2.4a, se ve la fase envuelta de la curva $y = x^2$, con $0 \leq x \leq 5$; cuando se encuentra la primer discontinuidad, se suma π al punto en cuestión y todos los sucesivos, y el resultado se muestra en la Fig. 2.4b; esto ocurre cuando $x \cong 1.25$. Se continúa el proceso hasta terminar. El resultado es la Fig 2.4i.

En estos casos los valores de la fase presentan discontinuidades como la función dientes de sierra mostrada en la Figura 2.5 debido que las funciones *arctan* y *coseno* no son inyectivas.

Cuando la fase presenta estas discontinuidades se dice que la fase está envuelta en el rango 0 a 2π . Si aumenta, la pendiente de la función es positiva y viceversa debido a la caída de los valores de la fase.

El término *fase desenvuelta* surge como resultado del proceso computacional en el cual se integra el valor de la fase, es decir, como ya se mencionó anteriormente, se suma o se resta este valor a lo largo de una trayectoria o línea cuando se leen los datos en sentido de derecha a izquierda tal como se muestra en la Figura 2.5(b).

La Figura 2.5(c) muestra la fase de la Figura 2.5(a) después de ser desenvuelta.

La clave de la confiabilidad en los algoritmos de desenvolvimiento de fase es la habilidad de detectar con precisión los saltos de fase de 2π . En el caso de datos de fase

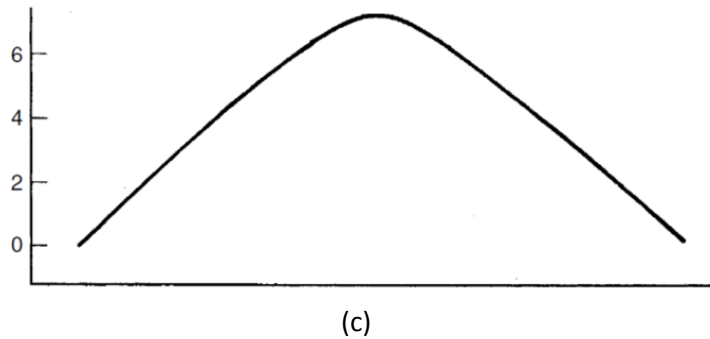


Figura 2.5 (a) Fase envuelta de la función “dientes de sierra”; (b) Regla de adición del factor de ; (c) Función de fase continua obtenida por desenvolvimiento de (a).

2.7 ANÁLISIS SOBRE DESENVOLVIMIENTO DE FASE

Para ejemplificar el proceso de desenvolvimiento de fase se analizará el siguiente caso. Considérese que se tiene una imagen de fase continua generada por computadora, la cual no contiene ninguna fase envuelta (saltos 2π). Esta imagen puede ser mostrada como un arreglo de intensidades tal y como se aprecia en la Figura 2.6a, mientras que su representación como una superficie en 3D se muestra en la Figura 2.6b. En la Figura 2.6c se muestra un corte transversal de la superficie propuesta.

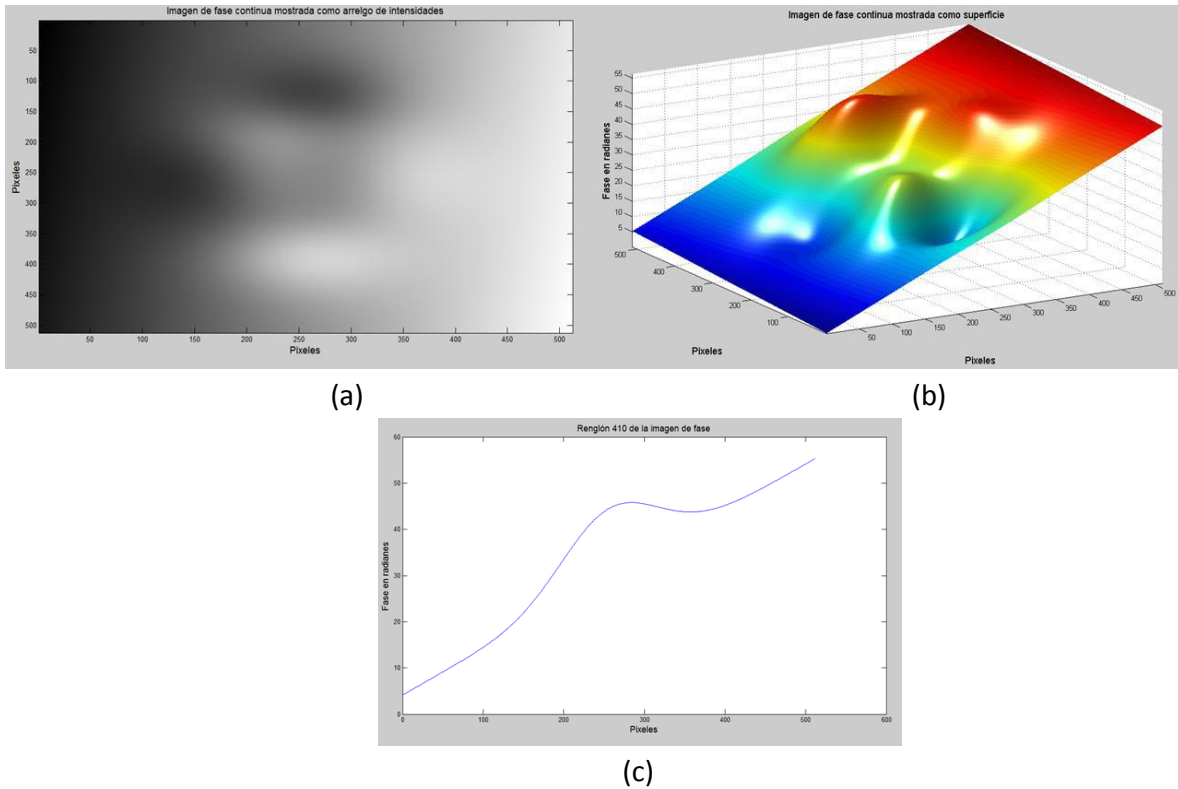


Figura 2.6 a) Imagen de fase continua simulada por computadora y mostrada como un arreglo de intensidades, b) Imagen de fase continua mostrada como una superficie, c) Renglón 410 de la imagen de fase continua.

Ahora se envuelve la imagen de fase continua dando como resultado las imágenes mostradas en la Figura 2.7.

Cuando estamos tratando con líneas de valores de fase, la fase envuelta aparece como saltos múltiples de 2π , formando un frente de onda de dientes de sierra como se muestra en la Figura 2.7a. En el caso 2D se tienen imágenes de fase envuelta que aparecen como curvas de contorno (Figura 2.7b). Además cabe hacer mención que si una curva abierta entra en la imagen de fase envuelta, esta también debe salir de ella. La Figura 2.7c muestra la fase envuelta en 3D.

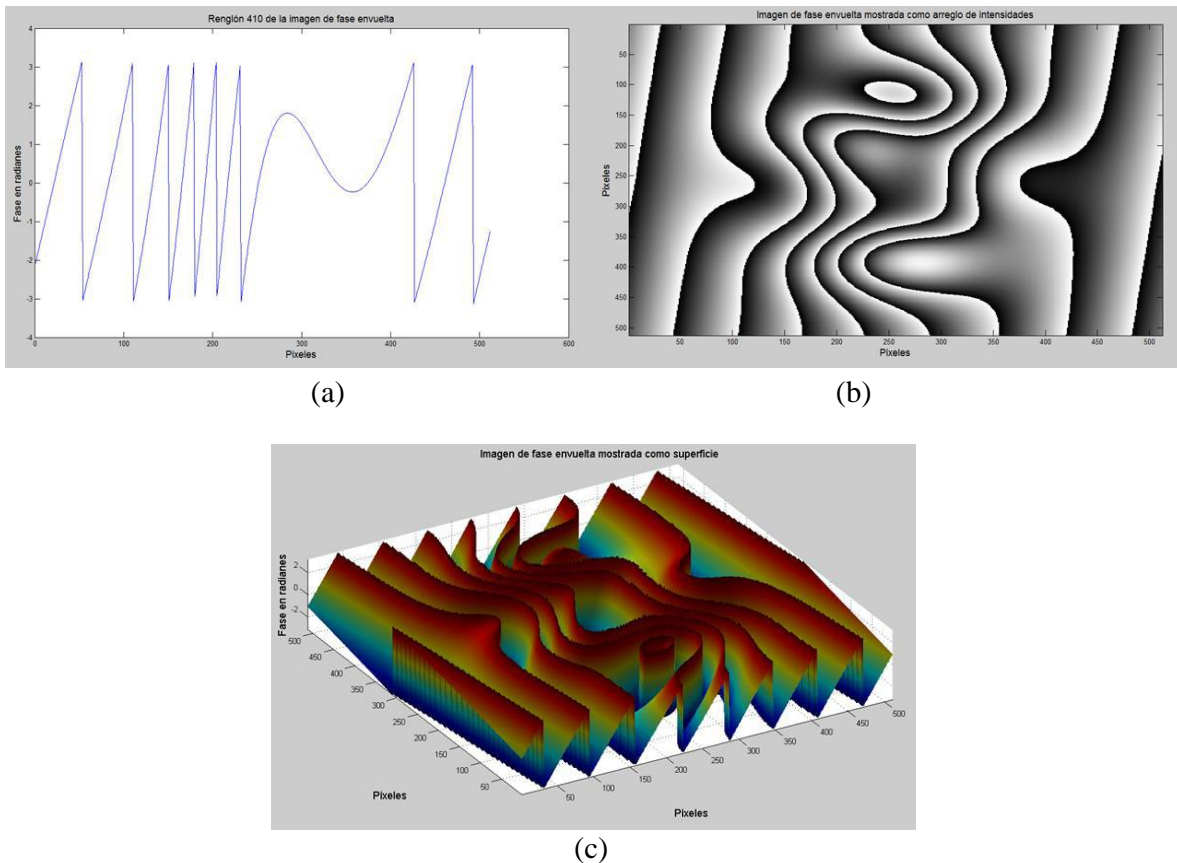


Fig. 2.7 a) Renglón 410 de la imagen de fase envuelta, b) Imagen de fase envuelta mostrada como una superficie, c) Imagen de fase envuelta simulada por computadora y mostrada como un arreglo de intensidades.

Para desenvolver la imagen se puede utilizar el método de desenvolvimiento de fase 2D de Itoh [A1].

Existen dos formas de implementar este método: La primera involucra desenvolver las filas de la imagen envuelta secuencialmente. Esto produce una imagen intermedia la cual está solo parcialmente desenvuelta. El siguiente paso es desenvolver esta imagen intermedia, pero ahora sus columnas. La imagen resultante corresponde a la imagen de fase desenvuelta y mostrada en la Figura 2.8a y 2.8b.

La segunda manera de implementar el método de Itoh consiste en desenvolver la imagen de fase envuelta primero a través de sus columnas. Generando así una imagen intermedia, la cual utilizamos para desenvolver todas sus filas. De esta manera podemos obtener una imagen de fase desenvuelta (Figura 2.8c y 2.8d).

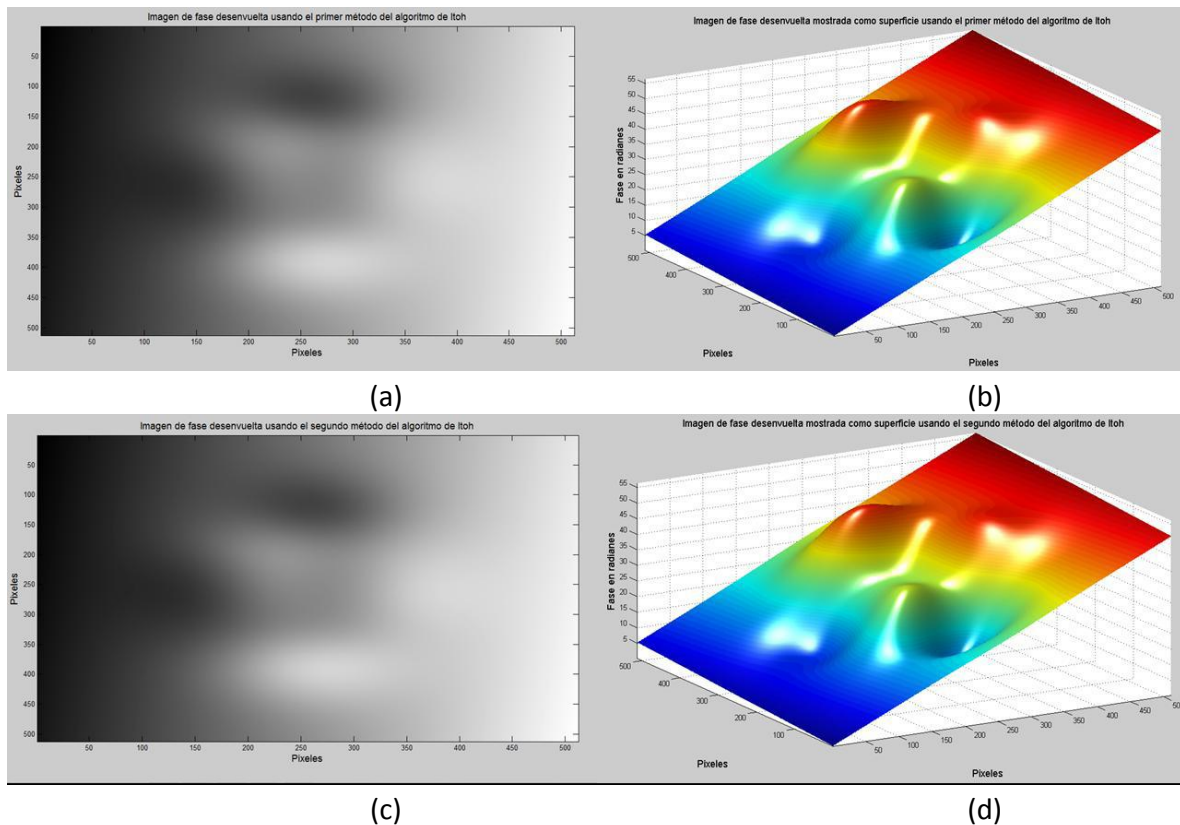


Fig. 2.8 Imagen de fase desenvuelta usando el algoritmo de Itoh; (a) y (b) primer método; (c) y (d) segundo método.

Para una imagen artificial, como la que hemos empleado en este ejemplo, es evidente que ambas modalidades del método de Itoh produce un buen resultado. El algoritmo de Itoh [38] es un algoritmo que provee el desenvolvimiento de fase, sin embargo solo funciona en los casos de trabajar con imágenes de fase virtualmente libre de errores. Aplicaciones más reales producen imágenes de fase envuelta que si contienen errores. En el caso del desenvolvimiento de fase 2D, se pueden mencionar algunas fuentes de errores que complican los procesos de desenvolvimiento de fase: 1. Ruido. 2. Sub-Muestreo. 3. Cambios abruptos de fase. 4. Errores producidos por el algoritmo al extraer la fase.

Capítulo 3

TÉCNICAS EN EL ANÁLISIS DE PATRONES DE FRANJAS

3.1 INTRODUCCIÓN

Muchas técnicas han sido propuestas para el análisis de patrones de franjas. Esas técnicas varían en precisión de acuerdo al número de estructuras requeridas y tiempo de procesamiento. El objetivo de cualquier algoritmo de análisis de patrón de franjas es la obtención de la información de fase codificada en el patrón de franjas.

Los algoritmos de análisis de patrones de franjas pueden ser clasificados en dos categorías: técnica espacial y técnica temporal. Los algoritmos espaciales calculan la fase de un píxel en un patrón de franjas dependiendo de sus píxeles vecinos. Se pueden enumerar múltiples ejemplos en donde se analiza la técnica espacial: análisis de franjas, análisis de franjas con Transformada de Wavelet, demodulación de fase, por mencionar algunas [5-7]

Las técnicas espaciales requieren por lo menos un patrón de franjas para calcular componentes de la fase.

Por el contrario, los algoritmos temporales requieren por lo menos tres imágenes para calcular los componentes de la fase de un patrón de franjas. En las técnicas temporales se calcula la fase de un píxel en función de los valores del píxel, dependiendo de cada píxel en las diferentes imágenes y que es independiente de los píxeles circundantes. Un ejemplo de un algoritmo temporal está en la fase por pasos [36].

3.2 MODULACIÓN DE FASE DIRECTA

La detección de la fase directamente (Direct phase detection, en sus siglas en ingles: DPD), adopta los métodos de detección de la fase y es estudiada en teoría de las comunicaciones, las cuales son usadas para modular las señales de radio FM y la aplicación al análisis de patrones de franjas [23-30].

Para entender más claramente lo anterior, podemos hacer uso de un diagrama en bloques para el esquema de un detector de fase directa, el cual es mostrado en la Fig. 3.1. Como se observa en la Fig. 3.1, al patrón de franjas se le aplica un filtro pasa bandas (Band Pass Filter, en sus siglas en ingles: BPF) para remover la iluminación de fondo y la frecuencia referente al ruido. De esta manera, el patrón de franjas es dividido en dos partes, donde cada parte es aplicada a un multiplicador como se muestra en la Fig. 3.1. A la salida del multiplicador se aplica un filtro pasa bajas (Low Pass Filter, en sus siglas en ingles: LPF) con el fin de atenuar las componentes de alta frecuencia que resultan del proceso de multiplicación. Una función arco tangente es usada para extraer la información de la fase deseada. a la salida del LPF.

El mapa de fase resultante es envuelto entre $(-\pi, \pi)$ y por lo tanto se requiere un algoritmo para eliminar las ambigüedades 2π [A1].

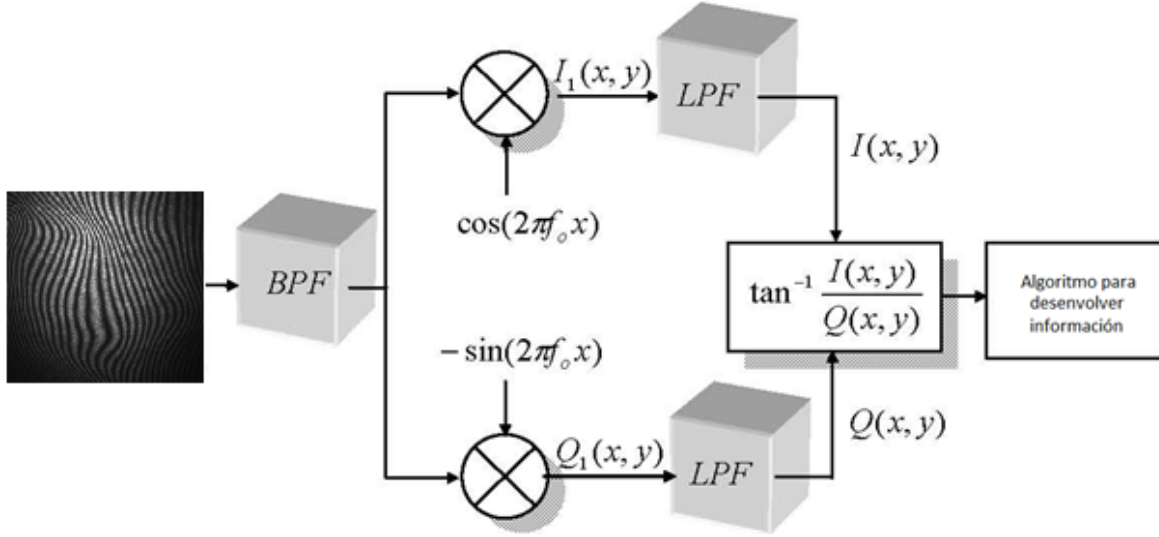


Fig. 3.1 Diagrama de detección de fase directamente.

El perfil de intensidad de cualquier patrón de franjas es igual a:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos(2\pi f_0 x + \varphi(x, y)) \quad (3.1)$$

donde $a(x,y)$ representa la iluminación de fondo, $b(x,y)$ la amplitud de modulación de las franjas, f_0 es la frecuencia espacial portadora, $\varphi(x,y)$ es la modulación de la fase de las franjas (distribución de fase requerida), y $x-y$ representan los ejes espaciales respectivos.

Aplicando a un patrón de franjas un BPF para remover las frecuencias bajas, la componente $a(x,y)$ de la Ec. 3.1, es una imagen filtrada dada por:

$$g_{BPF}(x, y) = b(x, y)\cos(2\pi f_0 x + \varphi(x, y)) \quad (3.2)$$

La imagen filtrada será aplicada a los multiplicadores dados por la Fig. 3.1, de tal manera que las imágenes de salida son:

$$I_1(x, y) = b(x, y)\cos(2\pi f_0 x + \varphi(x, y)) * \cos(2\pi f_0 x) \quad (3.3)$$

$$Q_1(x, y) = -b(x, y)\cos(2\pi f_0 x + \varphi(x, y)) * \sin(2\pi f_0 x) \quad (3.4)$$

Aplicando identidades trigonométricas en las Ecs. (3.3-3.4), se tiene:

$$I_1(x, y) = \left[\frac{b(x,y)}{2} \cos(4\pi f_0 x + \varphi(x, y)) + \cos\varphi(x, y) \right] \quad (3.5)$$

$$Q_1(x, y) = \left[-\frac{b(x,y)}{2} \sin(4\pi f_0 x + \varphi(x, y)) - \sin\varphi(x, y) \right] \quad (3.6)$$

Aplicando a esas dos imágenes representadas por las Ecs. (3.5-3.6), un filtro LPF, este removerá las componentes de frecuencia alta, de tal manera que las imágenes filtradas son:

$$I(x, y) = \frac{b(x,y)}{2} \cos\varphi(x, y) \quad (3.7)$$

$$Q(x, y) = \frac{b(x,y)}{2} \sin\varphi(x, y) \quad (3.8)$$

De esta manera, la fase es calculada por:

$$\Psi(x, y) = \tan^{-1} \frac{I(x,y)}{Q(x,y)} = \varphi(x, y); \text{ mod } \pi \quad (3.9)$$

Observando la Ec. (3.9), la fase es envuelta en el intervalo $(-\pi, \pi)$, lo cual será necesario desarrollarlo mediante un proceso numérico [35].

Este método de demodulación es aplicado al análisis de un patrón de franjas simulado, mostrado en la Fig. 3.2 y 3.3. Este patrón sintético ha sido producido mediante un algoritmo numérico productor de franjas deformadas. Una expresión usada para este tipo de franjas es mediante el uso de la Ec. (3.10)

$$g_{sim}(x, y) = ruido_1(x, y) + \left[1 + ruido_2(x, y) \cos \left(2\pi f_0 x + 10 * \left(\frac{\sin(x)}{x} + \frac{\sin(y)}{y} \right) \right) \right] \quad (3.10)$$

siendo

$ruido_1(x, y)$, ruido gaussiano con desviación estándar $\sigma = 0.25$.

$ruido_2$, ruido gaussiano con desviación estándar $\sigma = 0.05$.

siendo los valores del ruido escogidos al azar.

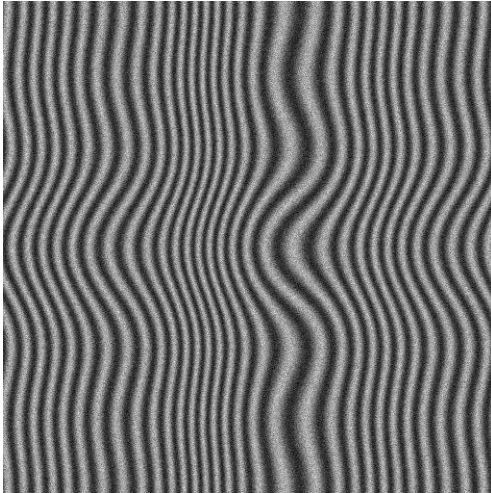


Fig. 3.2 Patrón de franjas sintéticos

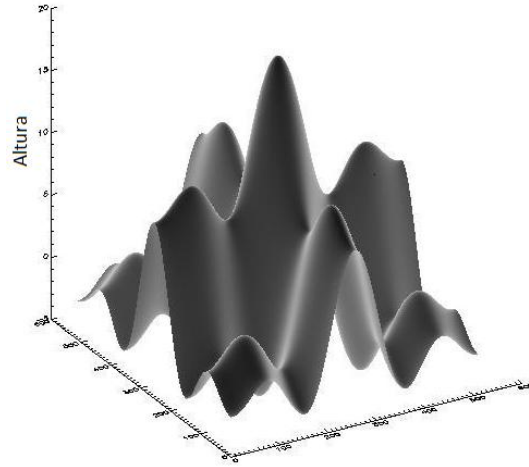
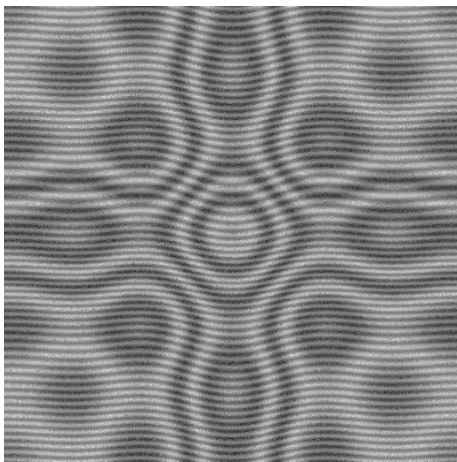
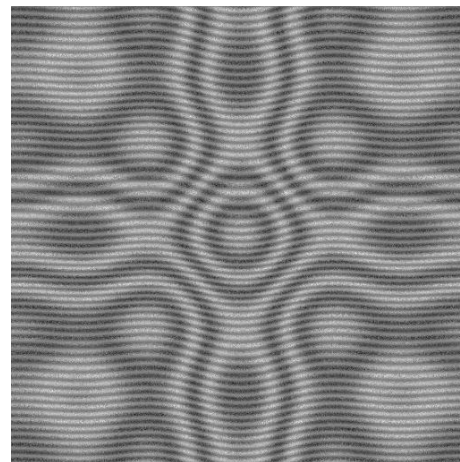


Fig. 3.3 Objeto simulado

Si a este patrón de franjas simulado se le aplica un BPF y posteriormente se obtienen los multiplicadores, se obtendrán las imágenes dadas por las Ecs. (3.5 y 3.6) (ver Fig. 3.4)



(a)



(b)

Fig. 3.4 Imagen a la salida de los multiplicadores, (a) multiplicador superior dado por $I_1(x,y)$ e (b) Multiplicador inferior dado por $Q_1(x,y)$

Las imágenes dadas en la Fig. 3.4 son filtradas usando un LPF's , de tal manera que las imágenes son mostradas en la Fig. 3.5.

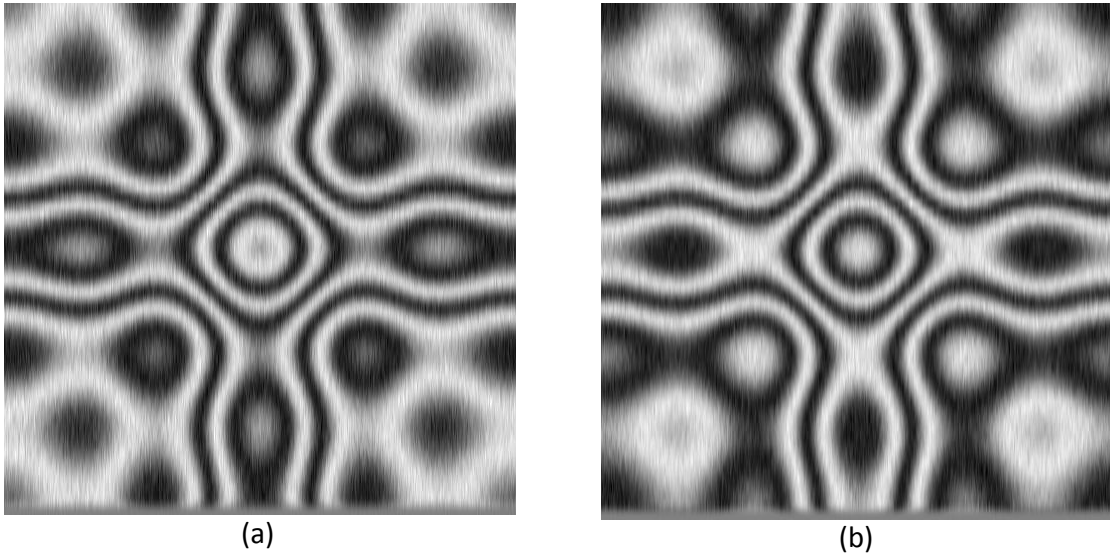


Fig. 3.5 Imagen a la salida después de aplicar un LPF's, (a) Imagen $I(x,y)$ después de aplicar un LPF's, (b) Imagen de $Q(x,y)$ después de aplicar un LPF's.

La distribución de fase envuelta es mostrada en la Fig. 3.6 , y a como se observa, requiere desenvolverse los datos haciendo uso de un algoritmo de desenvolvemento, es decir, calcular los pesos del objeto.

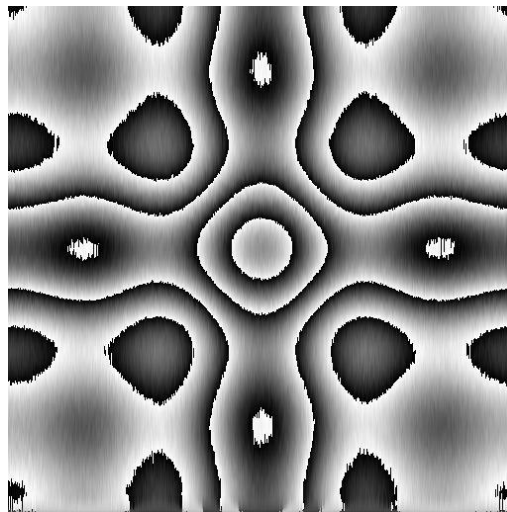


Fig. 3.6 Distribución de fase envuelta, dada por la Ec. (3.9)

3.3 ANÁLISIS DE FRANJAS POR MÉTODO DE PASOS

Esta técnica es robusta en el análisis de patrones de franjas. Se produce cuando la distribución de fase envuelta usa al menos 3 patrones de franjas para desenvolver la fase. Comparándola con la técnica de un solo patrón de franjas, como el análisis de franjas de Fourier, esta técnica es computada por un método muy simple.

Este método ha sido usado desde 1974 por Brunning [22] y ha sido desarrollado por mucho otros investigadores [36-38]. Muchas variaciones de algoritmos para cálculo de fase por pasos han sido propuestos [23].

Como se explicó anteriormente, la intensidad de un patrón de franjas, Ec. (3.1), se puede expresar como:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos(2\pi f_0 x + \varphi(x, y) + \phi)$$

Tres variables aparecen en la ecuación anterior, $a(x, y)$, $b(x, y)$ y $\varphi(x, y)$. La variable de interés es la que, como anteriormente se indicó, la que indica la fase del objeto, $\varphi(x, y)$.

Una técnica de 4 pasos de cambio de fase, usa 4 patrones de franjas, con cambios de fase de $\pi/2$ radianes entre ellos. De esta manera, la intensidad de los patrones de franjas pueden ser expresados por:

$$g_1(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos(2\pi f_0 x + \varphi(x, y)) \quad (3.11a)$$

$$g_2(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos\left(2\pi f_0 x + \varphi(x, y) + \frac{\pi}{2}\right) \quad (3.11b)$$

$$g_3(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos(2\pi f_0 x + \varphi(x, y) + \pi) \quad (3.11c)$$

$$g_4(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos\left(2\pi f_0 x + \varphi(x, y) + \frac{3\pi}{2}\right) \quad (3.11d)$$

Haciendo una sustracción de funciones y manipulando de tal manera que se pueda obtener un cociente de diferencias, obtenemos finalmente:

$$\Psi(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{g_4(x, y) - g_2(x, y)}{g_1(x, y) - g_3(x, y)} \right) = [2\pi f_0 x + \varphi(x, y)] \mod \pi \quad (3.12)$$

El mapa de fase resultante es la fase envuelta. Para un desenvolvimiento de fase se requiere un algoritmo que pueda remover las discontinuidades de 2π [35]. Los cambios de fase entre un patrón de franjas y otro es hecho mediante un algoritmo de cambios de fase sintético. Esos patrones son mostrados en la Fig. 3.7.

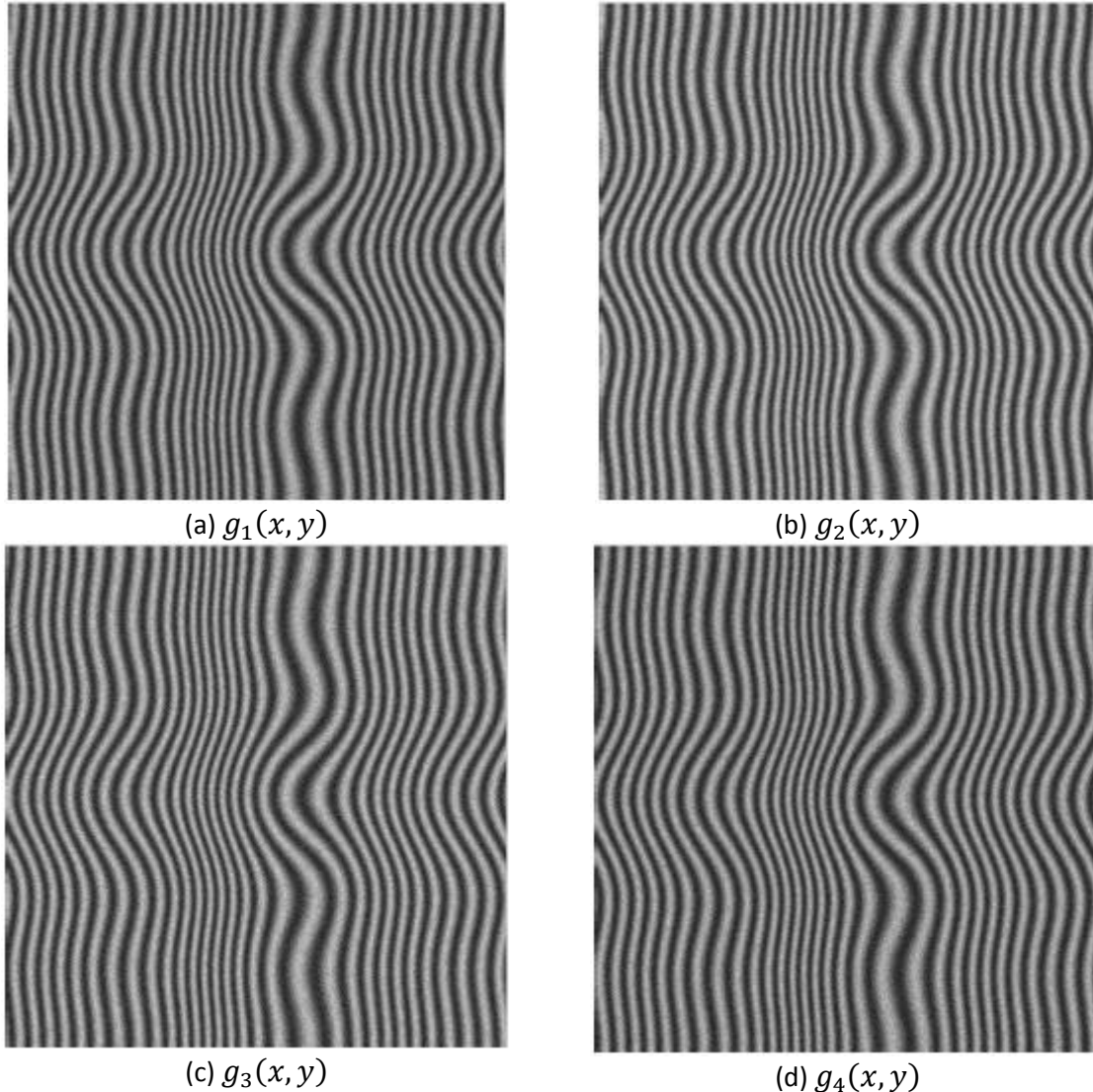


Fig. 3.7 Patrones de franjas con cambios de fase de $\frac{\pi}{2}$ entre cada patrón. (a) $\phi = 0$, (b) $\phi = \frac{\pi}{2}$, (c) $\phi = \pi$ (d) $\phi = \frac{3\pi}{2}$.

Aplicando la Ec. (3.12), se obtiene el mapa de fase envuelta, después de haber aplicado el sistema de 4 pasos.

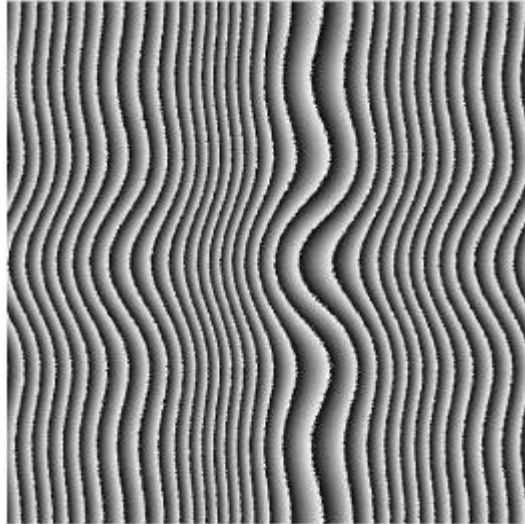


Fig. 3.8 Mapa de fase envuelta resultante del uso de un sistema de cuatro cambios de fase, generados por un algoritmo de cambios de fase

Haciendo uso de un algoritmo para desenvolvimiento de fase, Método de Itoh [A1], se puede obtener el mapa de fase desenvuelta, la cual es mostrada en la Fig. 3.9.

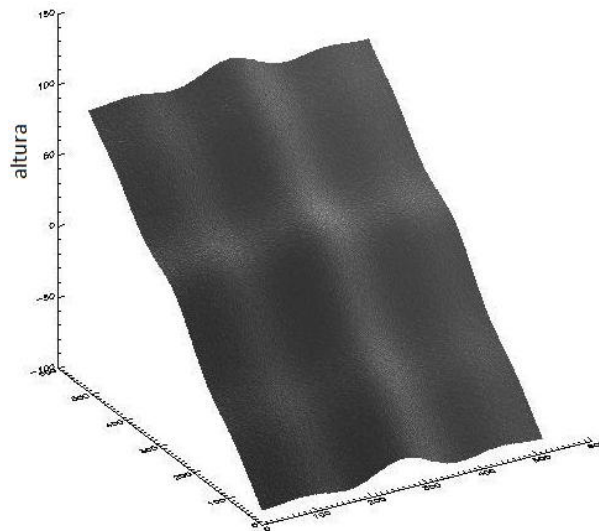


Fig. 3.9 Mapa de fase desenvuelta sin remover la frecuencia portadora.

3.4 ANÁLISIS DE FRANJAS POR TRANSFORMADA DE FOURIER

El análisis de franjas por Transformada de Fourier, también conocido como Análisis de Franjas por técnica de Fourier (Fourier Fringe Analysis: FFA en sus siglas en inglés [3,27]) o también llamada Perfilometría de Transformada de Fourier (Fourier Transform Profilometry; FTP en sus siglas en inglés), es una técnica muy popular que es conocida por personas que trabajan en el campo de mediciones sin contacto. Takeda [3,27] propuso una técnica para analizar un patrón de franjas. Muchas aplicaciones han adoptado esta técnica para medir las características de superficie tridimensional. Una gran cantidad de nuevas investigaciones se han llevado a cabo para mejorar el rendimiento y la calidad de esta técnica.

$$h(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos[\phi(x, y) + 2\pi f_0 x] \quad (3.13)$$

donde f_0 es la frecuencia del patrón de franjas en la dirección x y ϕ es la fase de la rejilla modulada por la superficie. Para obtener el valor de la fase se emplea el método de la Transformada de Fourier que fue presentado originalmente por Takeda *et al.* (1982) [4]. Siguiendo el método de Takeda la ecuación (3.24) se puede describir como:

$$h(x, y) = a(x, y) + c(x, y)e^{i2\pi f_0 x} + c^*(x, y)e^{-i2\pi f_0 x} \quad (3.14)$$

donde

$$c(x, y) = \frac{1}{2}b(x, y)e^{i\phi(x, y)} \quad (3.15)$$

De esta manera, la Transformada de Fourier del patrón de franjas con respecto a x da como resultado:

$$H(f_x, y) = A(f_x, y) + C(f_x - f_0, y) + C^*(f_x + f_0, y) \quad (3.16)$$

donde las letras mayúsculas denotan el espectro de Fourier y f_x es la frecuencia espacial en la dirección x . Para que el método funcione, la variación espacial debe ser tal que permita separar los órdenes en el Espectro de Fourier tal como se muestra en la Figura 3.10(a). Utilizando la función de filtro $F(f_x - f_0, y)$ en el plano de frecuencias la función $C(f_x - f_0, y)$

puede ser aislada y trasladada por f_0 hacia el origen y obtener $C(f_x, y)$ como se muestra en la Figura 3.10(b).

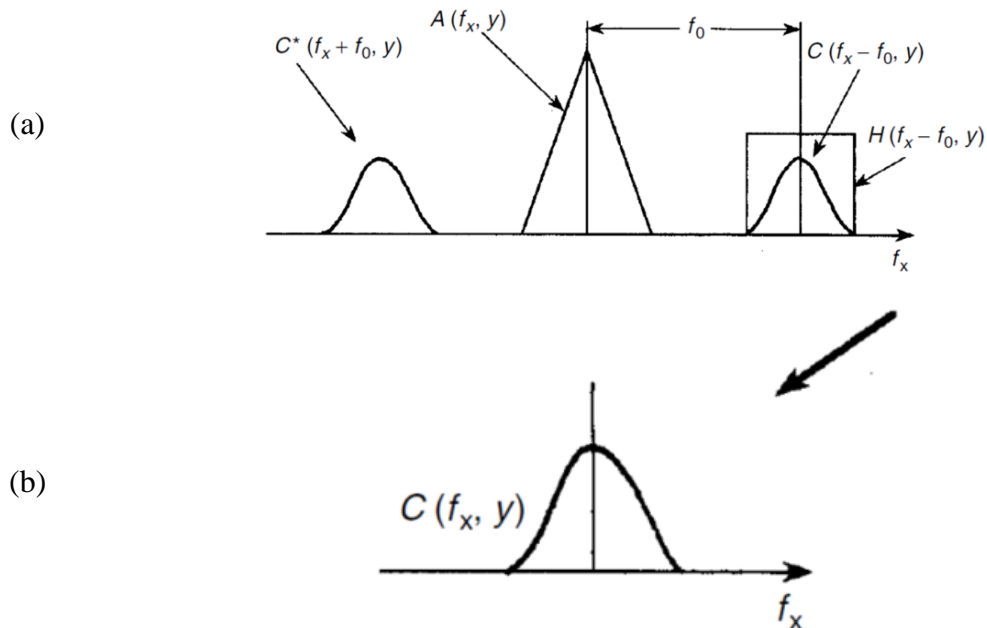


Fig. 3.10 Espectro de Fourier separado de un patrón de franjas, (a) Espectro de una función cosenoidal, (b) Traslado al origen del orden filtrado

El siguiente paso es tomar la Transformada Inversa de Fourier de esta función, cuyo resultado es la función compleja $c(x, y)$. La fase entonces puede ser determinada a través de dos operaciones equivalentes. La primera de ellas se usa para calcular el logaritmo de $c(x, y)$ tal como se muestra en la ecuación (3.17):

$$\log[c(x, y)] = \log \left[\frac{1}{2} b(x, y) \right] + i\phi(x, y) \quad (3.17)$$

La fase se encuentra en la parte imaginaria de dicha ecuación y está completamente separada de la variación de amplitud $b(x, y)$ en la parte real. En el segundo método, la fase es obtenida usando la ecuación (3.15) por lo que se obtiene [27]:

$$\phi(x, y) = \tan^{-1} \frac{\text{Im}\{c(x, y)\}}{\text{Re}\{c(x, y)\}} \quad (3.18)$$

donde R_e e I_m representan la parte real e imaginaria de $c(x, y)$. Debido al uso de la función arcotangente, la fase extraída estará limitada al rango $(-\pi, \pi)$, y por tanto será necesario hacer uso de un algoritmo de desenvolvimiento de fase. La FFA será ahora usada para analizar el patrón de franjas simuladas, mostrada en la Fig. (3.2) de renglón en renglón. Cada renglón es analizado para obtener el mapa de fase envuelta. Es evidente que el uso de la técnica unidimensional de la FFA es menos robusta comparada con el método por pasos y el método directo de detección de fase.

La FFA ha sido ampliamente estudiada desde 1982 pero Bone en 1986 propuso hacer uso de la Transformada de Fourier Bidimensional para analizar un patrón de franjas como una imagen bidimensional. Esta Transformada bidimensional permite separar mucho mejor los componentes de la información deseada de la no requerida. Usando una FFA bidimensional aumenta la calidad de los resultados con un ligero aumento correspondiente en el tiempo de procesamiento

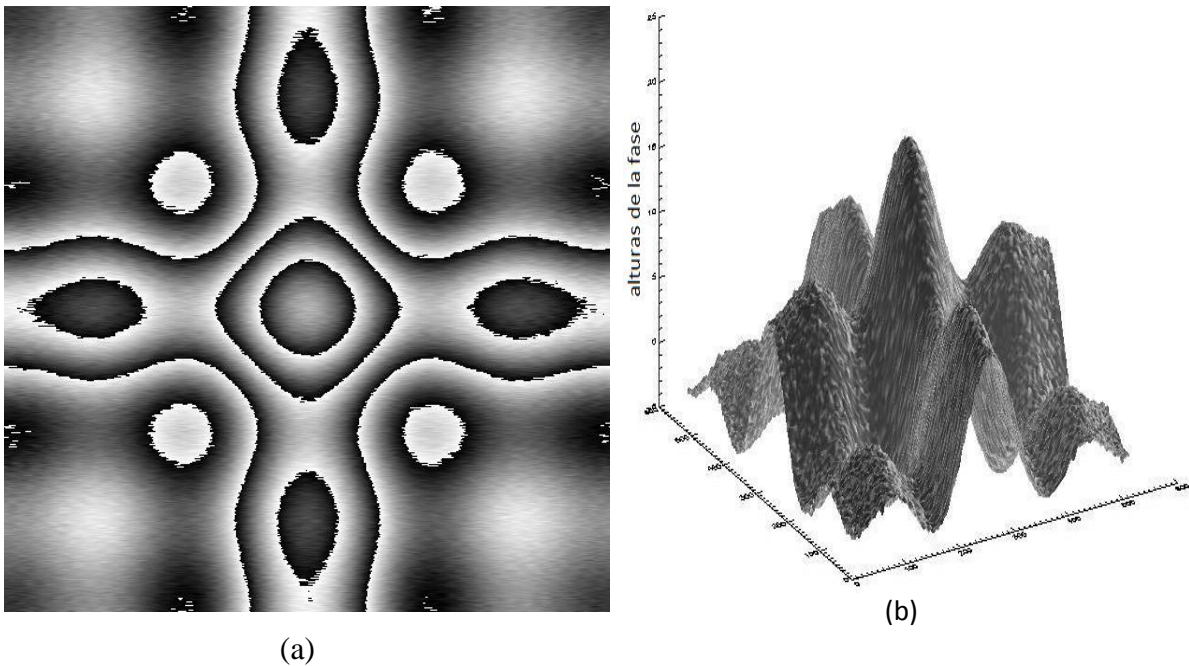


Fig. 3.11 (a) Mapa de fase envuelta resultado de usar la FFA unidimensional; (b) Representación tridimensional de la fase desenvuelta usando la FFA unidimensional

Si ahora, la técnica bidimensional de FFA es usada, en la Fig. 3.12a se muestra el espectro de frecuencia del patrón de franjas. La componente deseada es seleccionada y, usando un filtro bidimensional exponencial, Fig. 3.12b, la componente filtrada es mostrada en la Fig.3.12c.

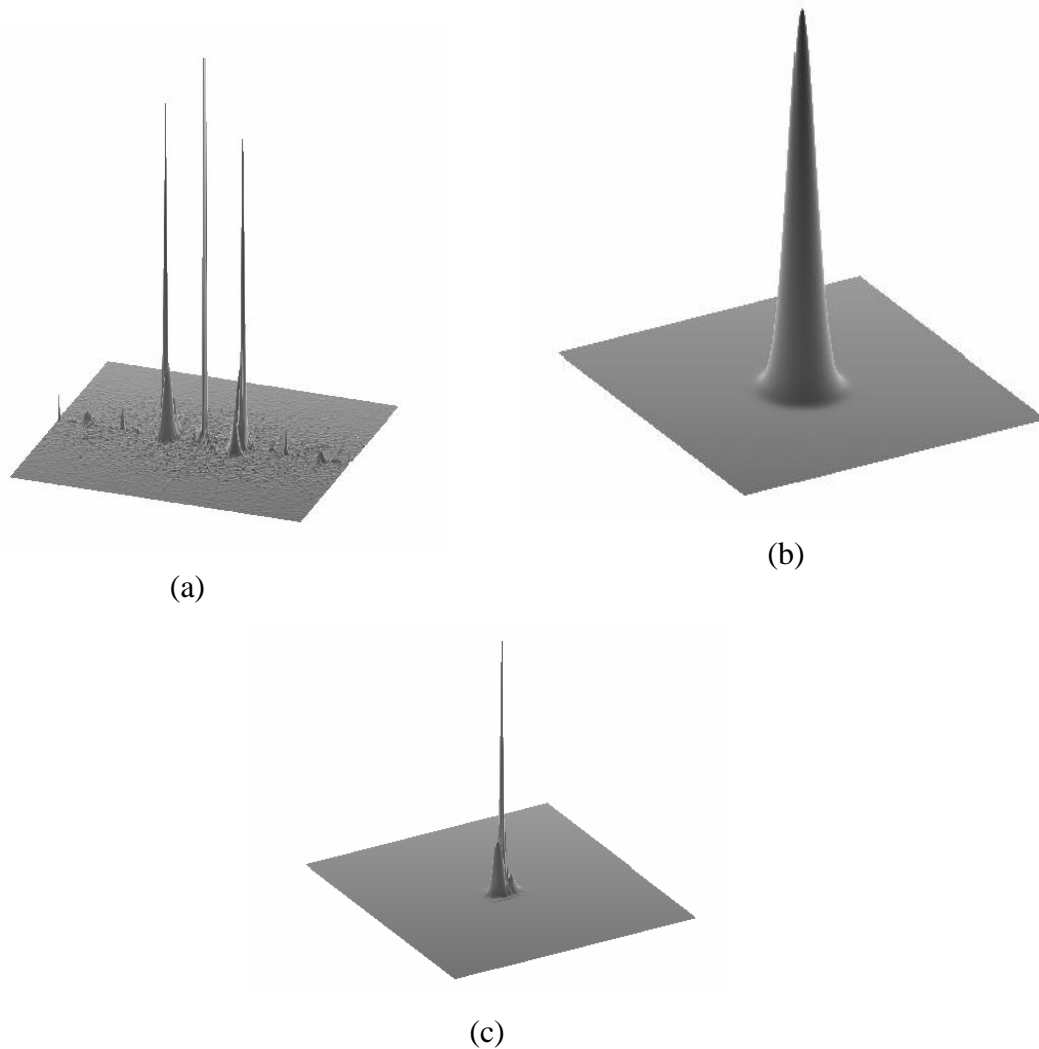
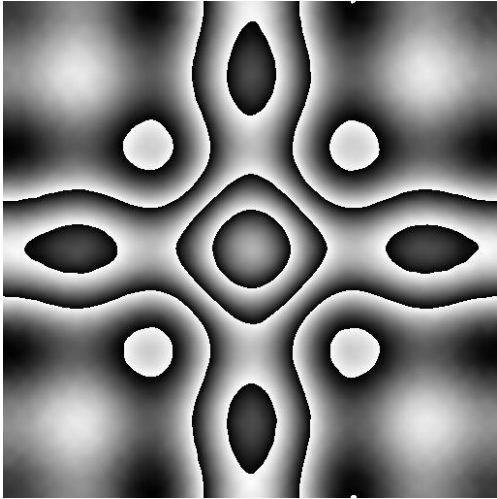
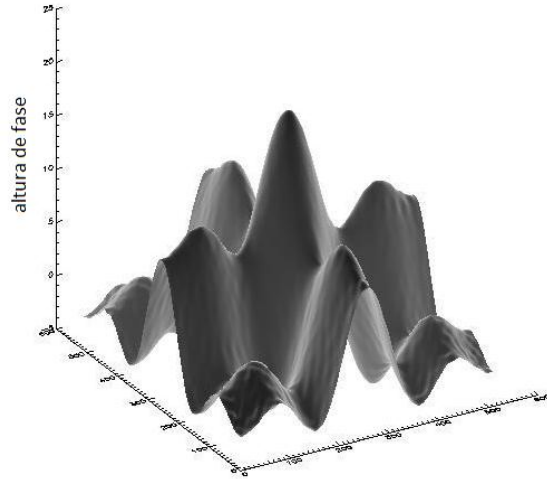


Fig. 3.12 FFA bidimensional usada, (a) Patrón de espectro de frecuencia, (b) Filtraje bidimensional de la componente deseada, (c). Componente de frecuencia seleccionada.

La Fig. 3.13a muestra la fase envuelta bidimensional, mientras que la superficie sin envolver es mostrada en la Fig. 3.11a, como una gráfica isométrica en 3D (Fig. 3.11b).



(a)



(b)

Fig. 3.13 (a) Mapa de fase envuelta, usando la FFA bidimensional, (b) Representación en 3D de la fase desenvuelta.

Comparando la Fig. 3.11b con la Fig. 3.13b, se observa el gran beneficio en la precisión y calidad de los datos que se obtienen al procesar la información con un algoritmo unidimensional de FFA y con un algoritmo bidimensional de FFA.

Este tipo de mejora es una motivación principal hacia la investigación de los beneficios potenciales que se podrían obtener por teniendo en cuenta una tercera dimensión aún más en tales técnicas de análisis.

Capítulo 4

PROCESO EXPERIMENTAL Y RESULTADOS

4.1 INTRODUCCIÓN

Un interferómetro de camino común, usando un arreglo óptico 4F con filtraje en el plano de frecuencias es propuesto para generar cambios de fase, teniendo como objeto un perfil de líneas desplegado en una CCD. Para este arreglo, los cambios de fase se realizan mediante la manipulación de los estados de polarización de cada uno de los órdenes filtrados. Una limitación de este proceso se da en el filtraje de los órdenes y la eliminación del orden cero.

El uso de una Técnica de Análisis de Fourier de Franjas Normalizadas por Estimación de Parámetros para la supresión del orden cero es propuesta para un mejoramiento en un proceso de filtraje simple, con alta resolución y bajo tiempo computacional, al procesar patrones de franjas obtenidos en un sistema óptico. El método de normalización de las franjas por estimación de parámetros usando mínimos cuadrados y la manipulación de los datos generados por la Transformada de Fourier estándar son estudiados para presentar el mejoramiento que ofrece esta técnica.

Esta propuesta tiene la ventaja de que las propiedades del filtro no son complejas al querer suprimir el orden cero del espectro en la etapa de normalización, de hecho, un simple filtro a la mitad del plano es aplicado como proceso de filtraje aumentando la resolución espacial.

El objetivo de eliminar la información que ocasiona inhomogeneidad de la intensidad en todo el campo, resultado de una visibilidad variable, y adicionalmente inhomogeneidad de la luz de fondo, lleva a que los patrones de franjas sean analizados con la técnica de Fourier para imágenes con estos problemas; la luz de fondo y variaciones de luz de modulación, afectan los resultados obtenidos de las mediciones de la fase del objeto, como anteriormente ya se ha mencionado (Capítulo 2 y 3).

La eliminación de la luz de fondo lleva a reducir cuantitativamente el ruido. Un camino para obtener este análisis es usando el propuesto por Takeda [4,27]. Lo anterior se realiza aplicando el análisis de franjas con el método de Fourier (FFA) como ya se ha mencionado anteriormente.

Como se ha de recordar, el método de Fourier es una herramienta poderosa usada en técnicas de procesamiento de imágenes, tales como compresión de imágenes [33] y análisis de patrones de franjas para la demodulación de la fase (análisis de franjas por método de Fourier) [14]. El principio de análisis de Franjas por técnica de Fourier consiste en general de tres pasos: aplicar la Transformada de Fourier, establecer un proceso de filtraje y aplicar la transformada de Fourier inversa [19-20]. De estos, el paso más crítico es el proceso de filtraje [23].

El proceso de filtraje consiste en la separación (en el dominio de frecuencias) de la información deseada de otras contribuciones no requeridas, como lo es la luz de fondo, la componente de modulación, y el ruido aleatorio, entre otros más factores [26, 39].

En el plano de Fourier, la información como luz de fondo y componentes de modulación son representados como picos centrados en el origen, es decir, el orden cero del espectro; la información que se requiere es representada por una función pico centrada en un valor de la frecuencia portadora (y su conjugado), esto es, el primer orden del espectro [26,27,29].

El ruido es generalmente de alta frecuencia y es representado en los órdenes superiores del espectro. Un filtro pasa bandas es aplicado para establecer el proceso de filtraje y tener solo la información del primer orden del espectro. Varios métodos para la

supresión del orden cero del espectro han sido propuestos [22,23,36,37,40], entre ellos están los métodos de cambio de fase para la toma de interferogramas consecutivos [2,36]. Un análisis de las franjas usando técnicas de Fourier puede ser construida siendo aplicado a patrones de franjas normalizados. Este trabajo de tesis se enfocará a dos partes: desarrollar un esquema donde, usando la técnica de Fourier en patrones de franjas previamente normalizados, se puede mejorar el contraste de las franjas inhomogeneas de un interferograma con tan solo eliminar el orden cero, mediante un filtro colocado a la mitad del plano de frecuencias. Y segundo: proponer su aplicación del interferograma previamente procesado, a un sistema óptico 4F con filtraje del orden +1 y -1 para provocar corrimientos de fase en el interferograma que se obtiene en el plano imagen.

Las simulaciones y los resultados experimentales son presentados, mostrando la funcionalidad y factibilidad del esquema propuesto para mejorar un interferograma.

4.2 SISTEMA ÓPTICO 4F CON FILTRO DE DOBLE VENTANA EN EL PLANO DE FRECUENCIAS PARA GENERAR CAMBIOS DE FASE POR MANIPULACIÓN DE LOS ESTADOS DE POLARIZACIÓN.

El uso de un interferómetro de camino común, tomando un arreglo óptico 4F con filtraje en el plano de frecuencias es mostrado para generar cambios de fase, teniendo como objeto un perfil de líneas compuesto por franjas de intensidad. Para este arreglo los cambios de fase se realizan mediante la manipulación de los estados de polarización de los órdenes filtrados.

Esta técnica consiste en colocar en el plano de frecuencias un arreglo de polarizadores mutuamente perpendiculares, un retardador óptico de $\lambda/4$ con su eje rápido a 45° y un polarizador lineal (usado como analizador) con su eje de transmisión rotando un ángulo θ . La imagen resultante es capturada por una cámara CCD en el plano de imagen del sistema 4F.

El sistema óptico 4F que se propone para generar corrimiento de fase a un objeto (tomando como objeto un patrón de franjas) consiste en usar un filtro de doble ventana , un arreglo de polarizadores lineales mutuamente ortogonales, la placa retardadora de $\lambda/4$ y un polarizador lineal que será rotado para generar los cambios de fase (4.1). La rejilla cosenoidal que se coloca en el plano x-y se puede expresar por medio de la Ec. (4.1)

$$u(x) = [a + b\cos(2\pi f_0 x + \phi)] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

donde a y b son constantes conocidas como radiación de fondo y contraste respectivamente; f_0 es la frecuencia espacial de la rejilla y la constante ϕ es la fase inicial.

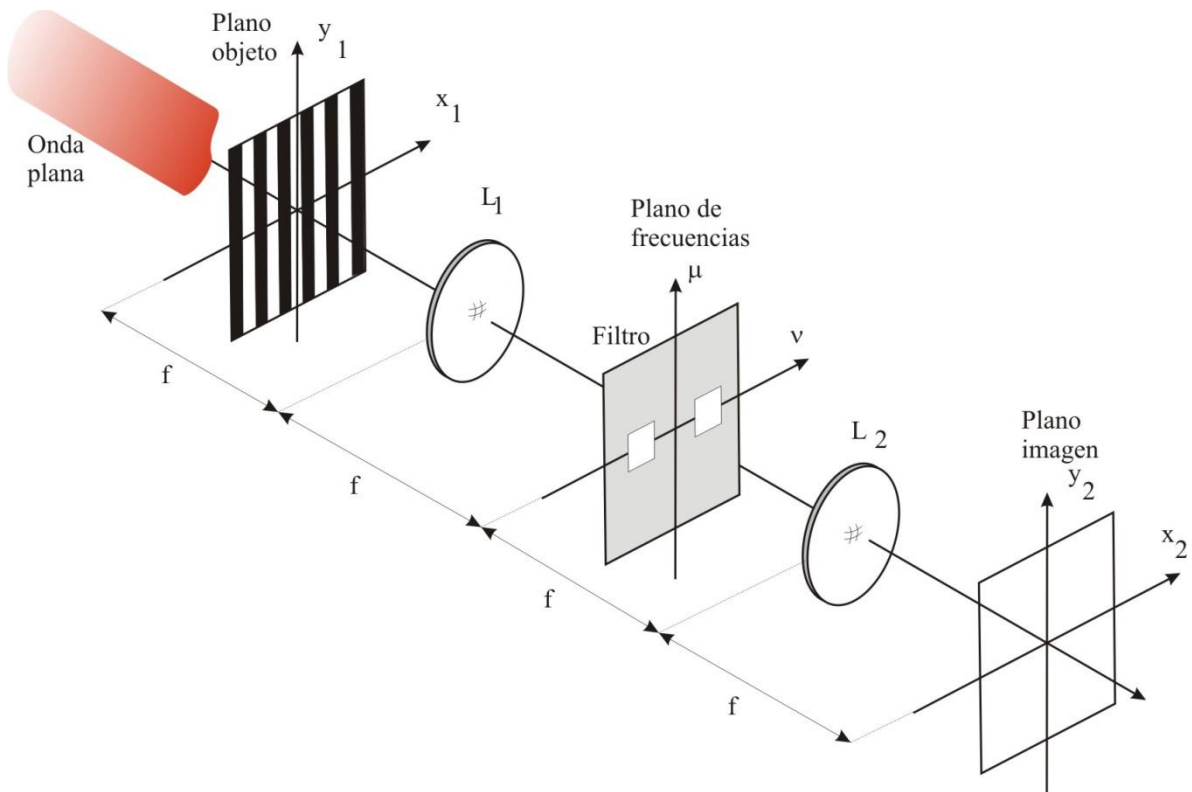


Fig. 4.1. (a) Esquema del sistema 4F en el que se utiliza un patrón de franjas como objeto de entrada. En el plano de Fourier se coloca un filtro que permite el paso de los órdenes +1 y -1 de difracción. La lente L2 obtiene la imagen en el plano (x-y) donde se captura con una cámara CCD.

El arreglo vertical mostrado en la Ec. (4.1) es la representación de luz linealmente polarizada a 45 grados según el formalismo de Jones. La rejilla cosenoidal representada en la Ec. (4.1) y mostrada en la figura 2 también puede ser expresada usando la expresión compleja dada en la Ec. (4.2):

$$u(x) = \{a + c \exp[i\alpha(x)] + c \exp[-i\alpha(x)]\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

donde $c=b/2$, y $\alpha = 2\pi f_0 x + \phi$

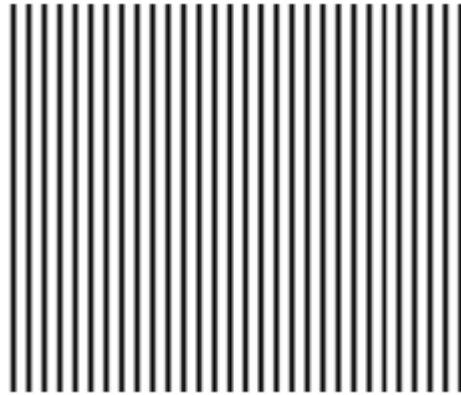


Fig. 4.2. Rejilla cosenoidal dada por Ec. (4.1)

Como se mencionó anteriormente, la lente L_1 realiza la transformada de Fourier del objeto colocado en el plano x - y en el plano $\mu - \nu$, y está representada en la Ec.. (4.3).

$$U(\nu) = [\delta(\nu) + \delta(\nu - \nu_0) + \delta(\nu + \nu_0)] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

donde $\delta(\nu) = F\{a\}$, $\delta(\nu - \nu_0) = F\{\exp[i\alpha(x)]\}$ y $\delta(\nu + \nu_0) = F\{\exp[-i\alpha(x)]\}$. El símbolo F denota la transformada de Fourier, además, en la Ec. (4.3) se consideró que $a=1$ y $c=1$.

Como puede observarse en la Fig. (4.3), en el plano de frecuencias se tienen 3 órdenes de difracción y, de acuerdo al esquema mostrado en la Fig. (4.1), en este plano se coloca un filtro que permite solo el paso de los órdenes $+1$ y -1 modulados en su estado de polarización, En la Fig. (4.4) se muestra un esquema del filtro empleado

Se observa que, en el plano de frecuencias, se tienen órdenes de difracción que pueden ser filtrados para el propósito requerido.

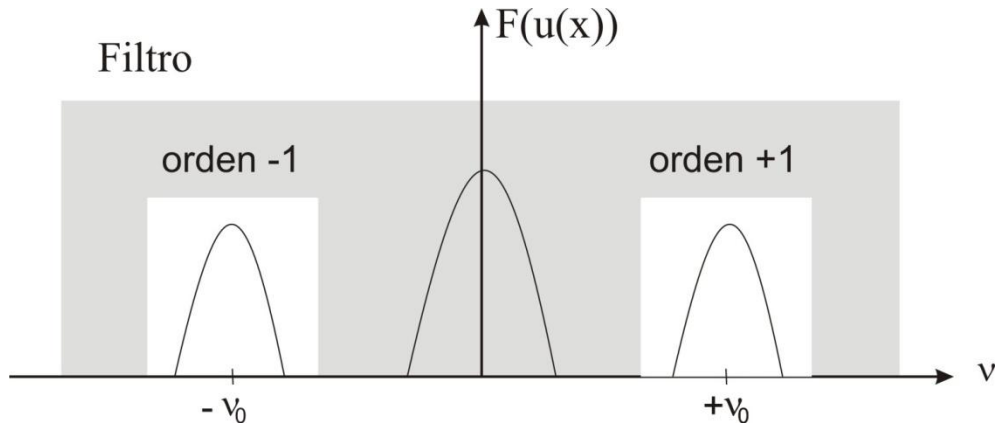


Fig. 4.3 Filtraje de primer orden de difracción (+1 y -1)

En la Fig. (4.4) se muestra un esquema del filtro empleado:

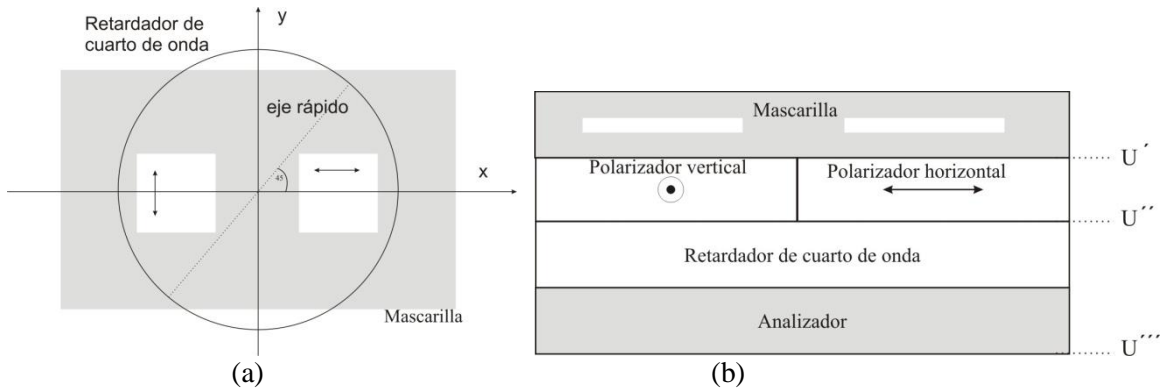


Fig. 4.4 (a) Colocación de un retardador de cuarto de onda con eje rápido a 45° , justo delante de los haces que emergen de cada orden filtrado e, (b) de arriba hacia abajo, colocación de los diferentes componentes ópticos: mascarilla, arreglo de polarizadores mutuamente ortogonales, retardador Q a 45° , analizador (polarizador lineal colocado en el plano imagen)

La expresión obtenida en el plano imagen, tomando las representaciones matemáticas en términos de matrices de Jones para cada uno de los componentes usados:

filtro de doble ventana, polarizadores lineales mutuamente ortogonales, el retardador óptico de $\lambda/4$ y el polarizador lineal usado como analizador es finalmente:

$$I(x) = 2 + 2 \cos \left[2\pi(2f_0)x + 2\phi + 2\theta + \frac{\pi}{2} \right] \quad (4.4)$$

Los detalles del proceso analítico son dados en el apéndice A.

Se observa de la Ec. (4.4) que similar a los términos de la Ec. (4.1), con la diferencia de que se tiene el doble de líneas en el interferograma capturado en el plano imagen.

Para poder obtener los resultados de este proceso se procede a tomar dos caminos: simulando el sistema a través de algoritmos programados en MatLab y realizando el experimento en un arreglo óptico 4F el cual introduzca un dispositivo (pantalla LCD) que sea usada para desplegar cualquier tipo de patrón de franjas.

4.2.1 PROCESO DIGITAL

Este sistema 4F sugerido para corrimiento de franjas mediante: filtraje de órdenes, cambios de los estados de polarización de los haces filtrados, uso de un retardador y polarizador lineal, son explicados en el Apéndice A (análisis teórico). Este proceso es usado para simular los corrimientos en MatLab usando una rejilla sintética (generada en código de MatLab). En la Fig. (4.5) se muestran los corrimientos generados por la Ec. (4.4), tomando como referencia un patrón de franjas (sin corrimiento) para observar el los cambios de fase. Además, comparado la frecuencia, se aprecia visualmente que se doblará la frecuencia de la rejilla, cumpliéndose la Ec. (4.4).

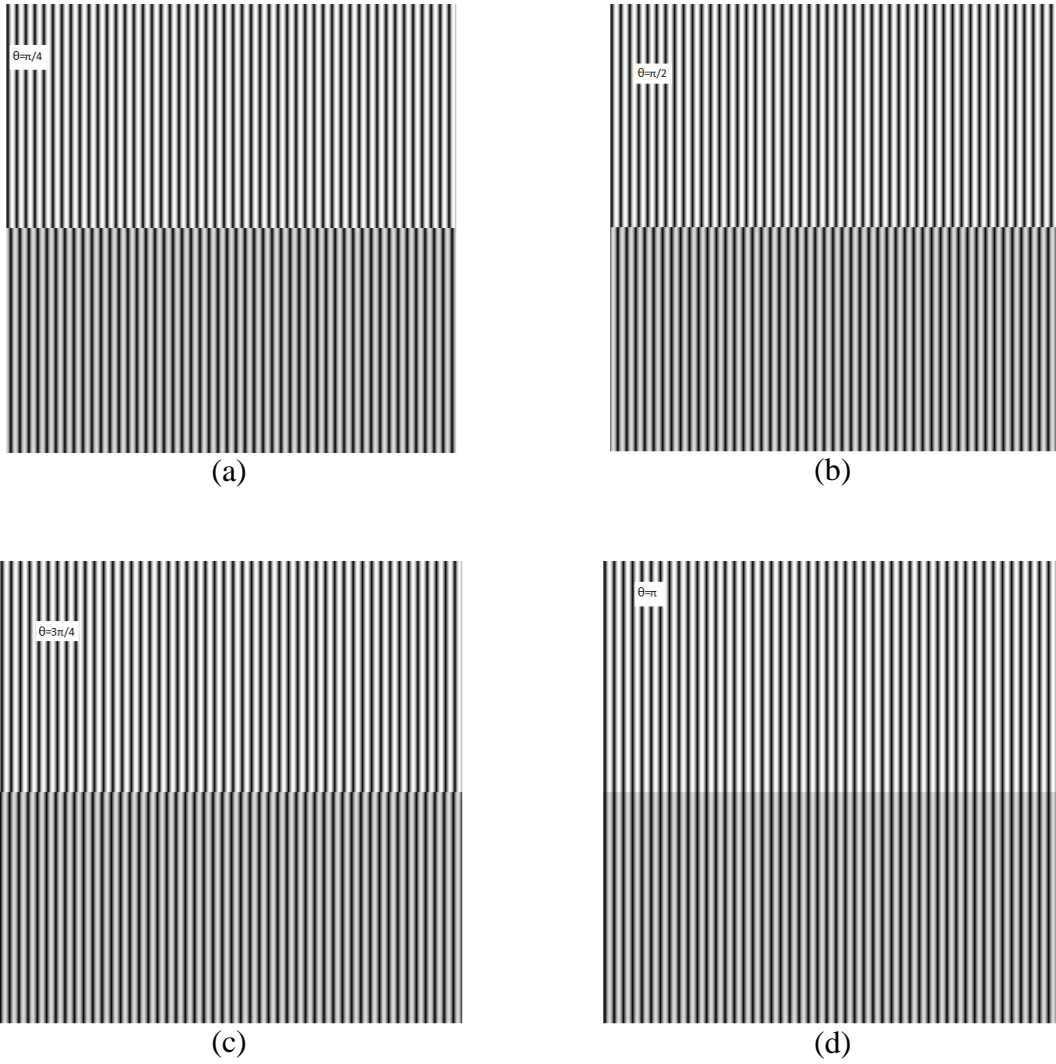


Fig. 4.5 Corrimientos obtenidos con un sistema 4F, filtrando los órdenes -1 y +1, aplicando el proceso de la Fig. 4.8(a). Cada interferograma tiene aplicado un ángulo de rotación, θ , del polarizador lineal PL, colocado en el plano imagen, (a) $\theta = \pi/4$, (b) $\theta = \pi/2$, (c) $\theta = 3\pi/4$, (d) $\theta = \pi$

Un caso más general: hacer uso de un patrón de franjas sintético con un grado pequeño de deformación, el cual se muestra a continuación

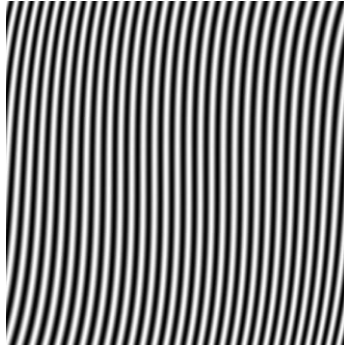


Fig. 4.6 Patrón de franjas sintético deformado, usado para generar corrimiento

Aplicando la Ec. (4.4) y usando la Fig. (4.6), se obtiene:

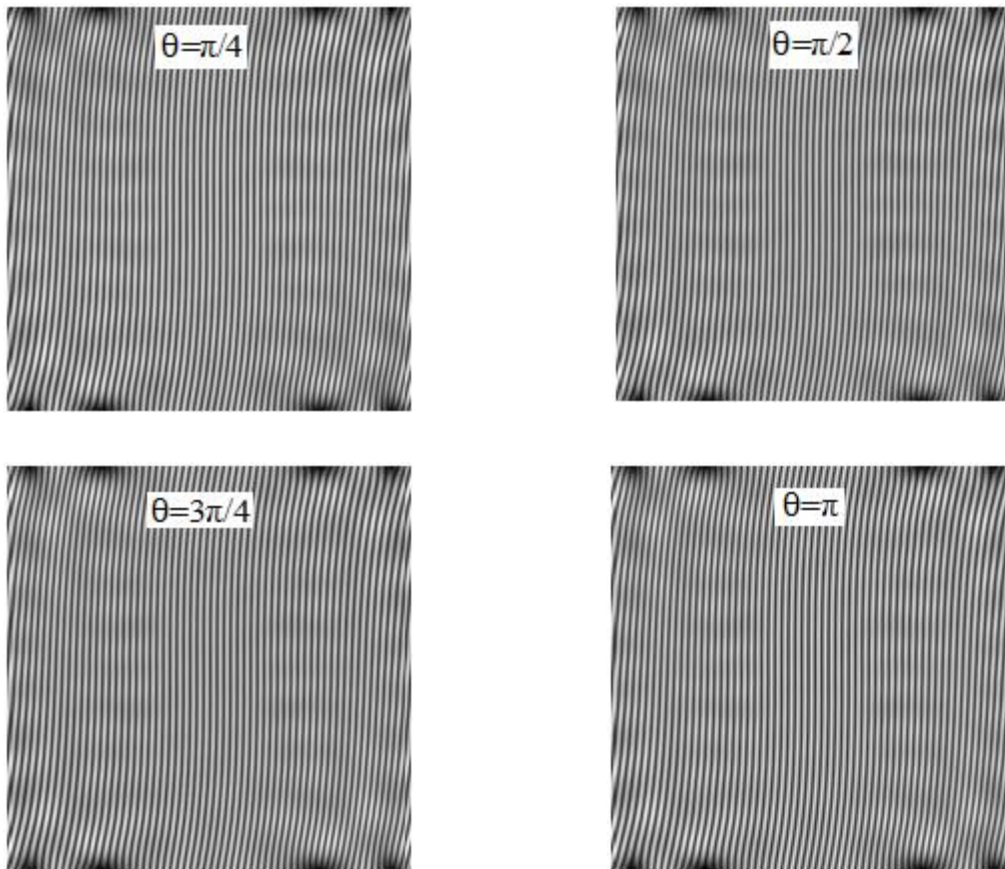


Fig. 4.7 Patrón de líneas sintéticas deformadas (a) $\theta = \pi/4$, (b) $\theta = \pi/2$,
(c) $\theta = 3\pi/4$, (d) $\theta = \pi$

Como se ve en las figuras 4.7, se presenta el corrimiento de franjas aún cuando éstas ya han sido modificadas en un grado de deformación aceptable.

Ahora, al tomar el patrón de franjas en un grado de deformación más alto, ver Fig. 4.8, se tiene lo siguiente:

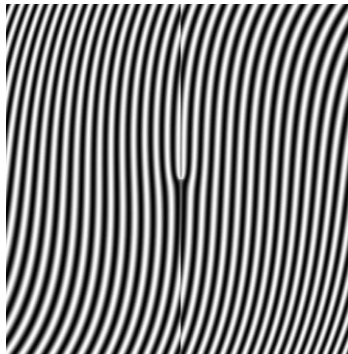


Fig. 4.8 Franjas sintética con alto grado de deformación

Al usarla como objeto y aplicando la Ec. (4.4), el proceso de filtraje y manipulación de los estados de polarización, los resultados se indican en la Fig. (4.9):

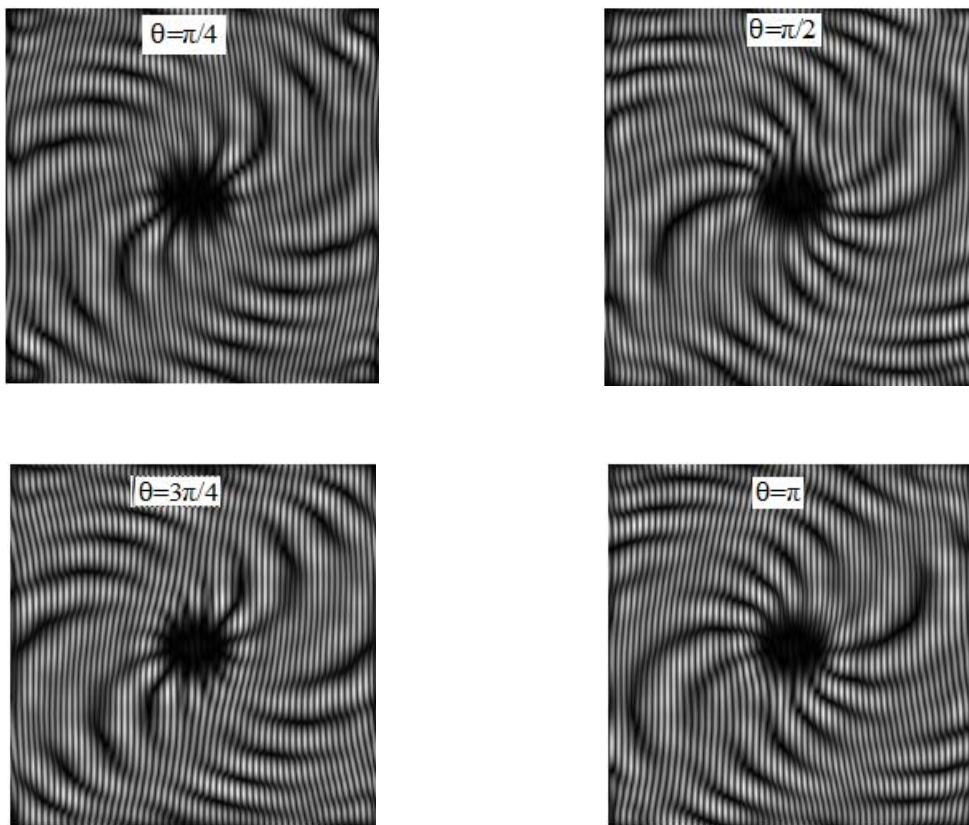


Fig. 4.9 Corrimiento de franjas con alto grado de deformación

Se presentan características en los patrones con corrimientos mostrados en las Figuras (4.9a-4.9d) de difícil visualización de tales corrimientos. Lo anterior muestra:

- 1) modulación radial dentro de los mismos patrones obtenidos.
- 2) cada patrón presenta el doble del número de líneas, las cuales son justificadas por la forma de filtraje que se aplicó (ver Ap. A).

4.2.2 PROCESO ÓPTICO

Para el caso experimental, en el sistema 4F mostrado en la Fig. 4.1, se introduce una pantalla LCD para desplegar el patrón de franjas (rejilla) y así obtener los corrimientos experimentales. La Fig. (4.10) muestra el arreglo experimental usado.

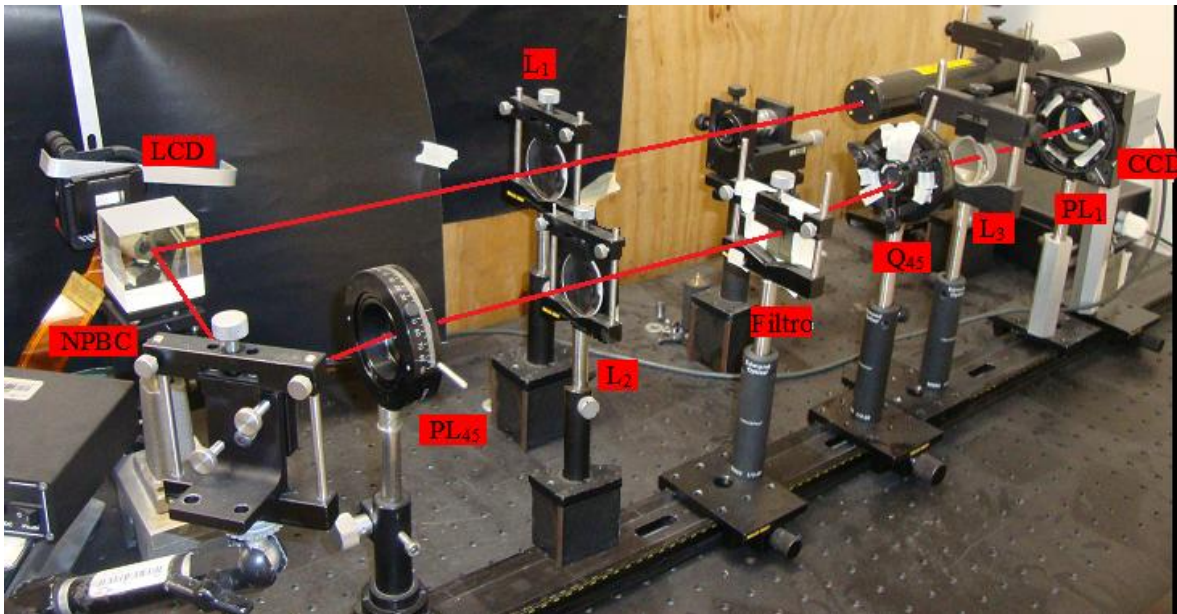


Fig. 4.10 Arreglo óptico 4F usado para generar cambios de fase a un objeto desplegado en una pantalla LCD; L_1 : lente colimadora; L_2, L_3 : Lentes de distancia focal de 25 cm; NPBC: cubo divisor no polarizado; LCD: pantalla de cristal líquido; PL_{45} : polarizador lineal con eje de transmisión a 45° ; Q_{45} : placa retardadora con eje rápido a 45° ; PL_1 : polarizador lineal (analizador); CCD: cámara digital.

Cada uno de los elementos usados, como la pantalla LCD, donde se despliega el patrón de franjas, el arreglo de polarizadores junto con las ventanas que filtran los dos órdenes de difracción, -1 y +1, y, son mostrados en las figuras 4.11a, 4.11b, 4.11c.

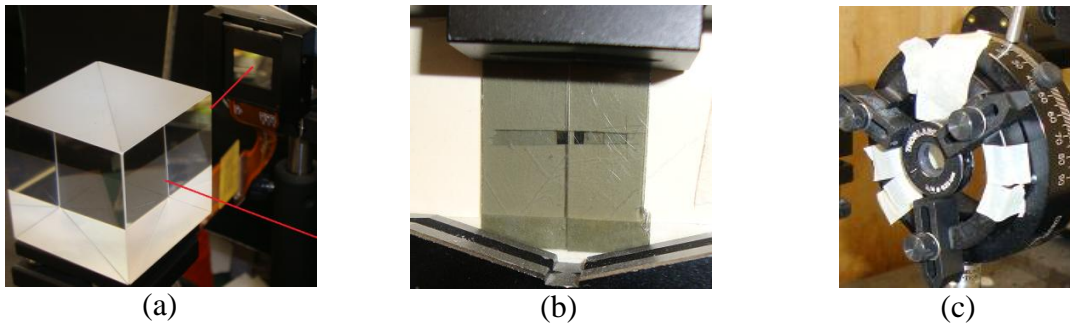


Fig. 4.11 Componentes ópticos usados en el sistema $4F$ para generar cambios de fase en el plano imagen, (a) haz de láser incidiendo en un divisor de luz, donde una parte de este láser incide perpendicularmente a la pantalla LCD, (b) filtro de doble ventana usado en el arreglo óptico acoplado un arreglo de polarizadores lineales mutuamente ortogonales, (c) placa retardadora de $\lambda/4$

Los resultados de desplegar la rejilla mostrada en la Fig. 4.1, en la pantalla LCD, nos da los corrimientos ópticos requeridos y se observa que existe el doble de líneas que en la rejilla original.

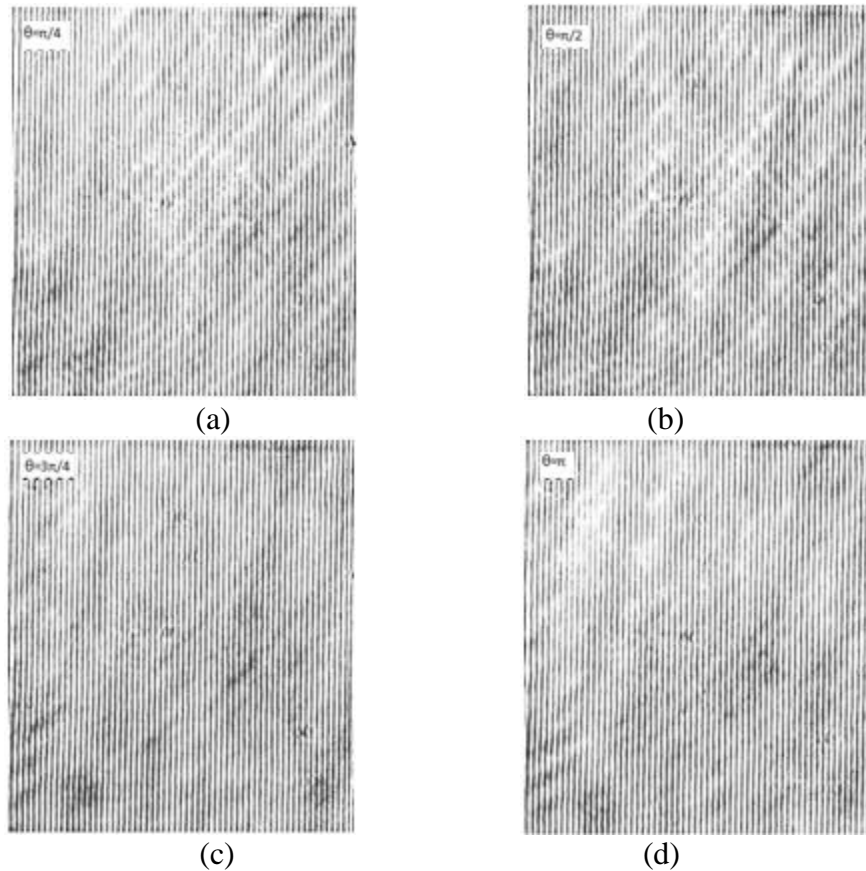


Fig. 4.12 Patrón de líneas obtenidas experimentalmente; (a) $\theta = \pi/4$, (b) $\theta = \pi/2$, (c) $\theta = 3\pi/4$, (d) $\theta = \pi$

Ahora, usando un interferograma óptico digitalizado, generado por un sistema óptico interferométrico tipo Michelson, mostrado en la Fig. (4.13),

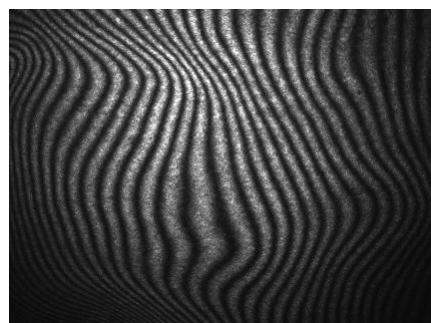


Fig. 4.13 Patrón de franjas obtenido por sistema interferométrico tipo Michelson

Sus respectivos corrimientos, aplicando la Ec. (4.4), son mostrados en la Fig (4.14).

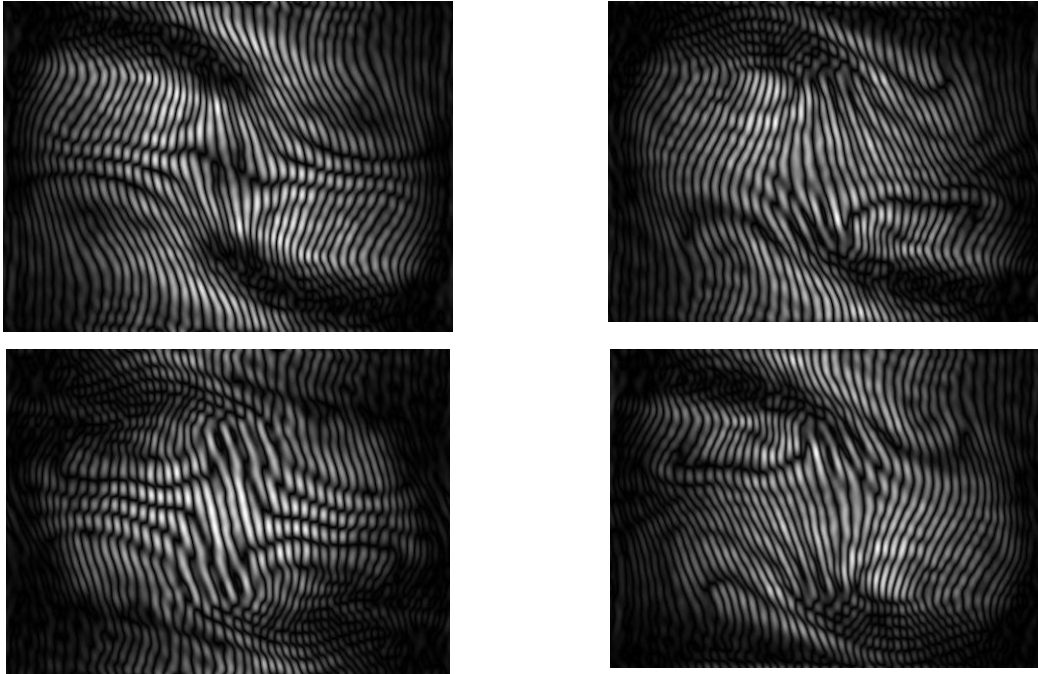


Fig. 4.14 Corrimientos digitales a partir de un interferograma óptico digitalizado
 (a) $\theta = \pi/4$, (b) $\theta = \pi/2$, (c) $\theta = 3\pi/4$, (d) $\theta = \pi$

Se observa que, además de cambios de fase, también se presenta la modulación radial; esto se debe a la forma del filtro que es usado en el sistema óptico 4F (ver Fig. 4.7b).

Uno de los problemas que se presentan es la eliminación del orden cero de difracción, por lo que se debe de implementar un método que ayude a :

- a) mejorar el contraste de las franjas
- b) tener un patrón de franjas homogéneo
- c) eliminar el orden cero por estimación de parámetros para mejora del filtraje.

En la siguiente sección se trata sobre el método propuesto que hace uso de normalización de patrones de franjas por estimación de parámetros.

4.3 ANÁLISIS DE PATRONES DE FRANJAS NORMALIZADAS

El método de la Transformada de Fourier para análisis de patrones de franjas [26,27] es dado por:

$$I(p) = a(p) + b(p)\cos[\varnothing(p) + 2\pi f \cdot p] \quad (4.5)$$

siendo $p(x,y)$ la variable espacial, $a(p)$ representando la luz de fondo, $b(p)$ representa la luz de atenuación, f es la frecuencia de la portadora y $\varnothing(p)$ la distribución de fase a medir [21].

En esta parte, se implementará el método de normalización del patrón de franjas y segundo, se aplicará la transformada de Fourier normalizada usando un filtro a la mitad del plano[11-15].

La normalización de las franjas se realiza por la estimación de parámetros, aprovechando la información sobre el perfil e iluminación.

Lo anterior se hace usando Series de Taylor para representar la luz de fondo y la luz de modulación.

$$a = \bar{a} + r_a \quad (4.6a)$$

$$b = \bar{b} + r_b \quad (4.6b)$$

siendo \bar{a} y \bar{b} polinomios de igual grado al orden de aproximación; r_a y r_b son las funciones residuales.

Tomar en cuenta que si el modelo del polinomio es exacto, r_a y r_b serán solo la información de ruido.

Además, el modelo polinomial será ajustado para aproximar a los datos del patrón de franjas [11,31,39]. De esta forma, la Ec. (4.5) al ser aproximada aplicando el modelo polinomial es:

$$\bar{I}(p) = \text{sat}\left(\frac{I-\bar{a}}{\bar{b}}\right) = \cos(\varnothing + 2\pi f \cdot p) \quad (4.7)$$

donde la variable $\bar{I}(p)$, representa al patrón de franjas normalizadas y está limitada al intervalo $(-1,1)$ [43], debido a la función de saturación $\text{sat}(\cdot)$ [9].

Aplicando el modelo de Transformada de Fourier Estándar, la Ec. (4.7) puede ser reescrita de la forma:

$$\bar{I}(p) = C\exp[i2\pi f \cdot p] + C^*\exp[-i2\pi f \cdot p] \quad (4.8)$$

siendo $2C = \exp[i\varnothing]$, donde $i^2 = -1$.

Aplicando la Transformada de Fourier a la Ec. (4.5), se tiene:

$$\tilde{I}(p) = C(\mu - f) + C^*(\mu - f) \quad (4.9)$$

Se observa de la Ec. (4.9), que no se tiene información del orden cero del espectro de Fourier [17].

Aplicando un filtro a la mitad del espectro y posteriormente se traslada la información filtrada al origen, se obtiene $C(\mu)$, eliminando la portadora [58-62]

Volviendo a aplicar la Transformada de Fourier a $C(\mu)$, se obtiene la función requerida C. La distribución de fase envuelta es obtenida como el argumento de C.

Para poder operar el método propuesto, consideremos para la luz de fondo, la luz de modulación y la distribución de fase, dadas respectivamente por:

$$a = 160 - 15x - 36x^2 - 15y - 36y^2 \quad (4.10a)$$

$$b = 15 + 8x + 35x^2 - x^3 - 30x^4 + 13y + 35y^2 - y^3 - 30y^4 \quad (4.10b)$$

$$\emptyset = 4 \cdot peaks(500) \quad (4.10c)$$

Hay que considerar que para nuestro caso, $f=(14,0)$ y con un ruido gaussiano controlable de $\sigma(5\%)$.

4.4 RESULTADOS

En estas secciones se darán los resultados obtenidos del método desarrollado en el análisis de la Fourier para franjas normalizadas mediante la estimación de parámetros para la eliminación del orden cero. Se presenta la aplicación del método propuesto a un patrón de franjas simulado y posteriormente se aplica a un interferograma obtenido ópticamente.

4.4.1 PROCESO DE SIMULACIÓN

En esta sección se hablará sobre los resultados obtenidos del análisis de franjas normalizadas por técnica de Fourier suprimiendo el orden cero del espectro por estimación de parámetros.

En la Fig. 4.15 (incisos (a)-(l)), se muestran los resultados de la simulación. El patrón mostrado en la Fig. 4.15(e) muestra la fase modulada; un filtro colocado a la mitad del plano de frecuencias, (ν, μ) , es aplicado a la información dada por la Fig. 4.15(f), que muestra la información del patrón de franjas no normalizada. La Fig. 4.15(f)-4.15(h) muestran el módulo del espectro de Fourier, el proceso de filtraje y la fase envuelta recuperada, respectivamente, con el método estándar [11-16].

Para poder mejorar la información que es observada por la Fig. 4.15(h), se propone normalizar el patrón de franjas por estimación de parámetros [17], aplicando el proceso dado por las Ecs. (4.10). De esta manera, en las Figs. 4.15(i) - 4.15(l), se muestra el patrón de franjas normalizadas, el módulo del espectro de Fourier, el proceso de filtraje y la fase envuelta recuperada.

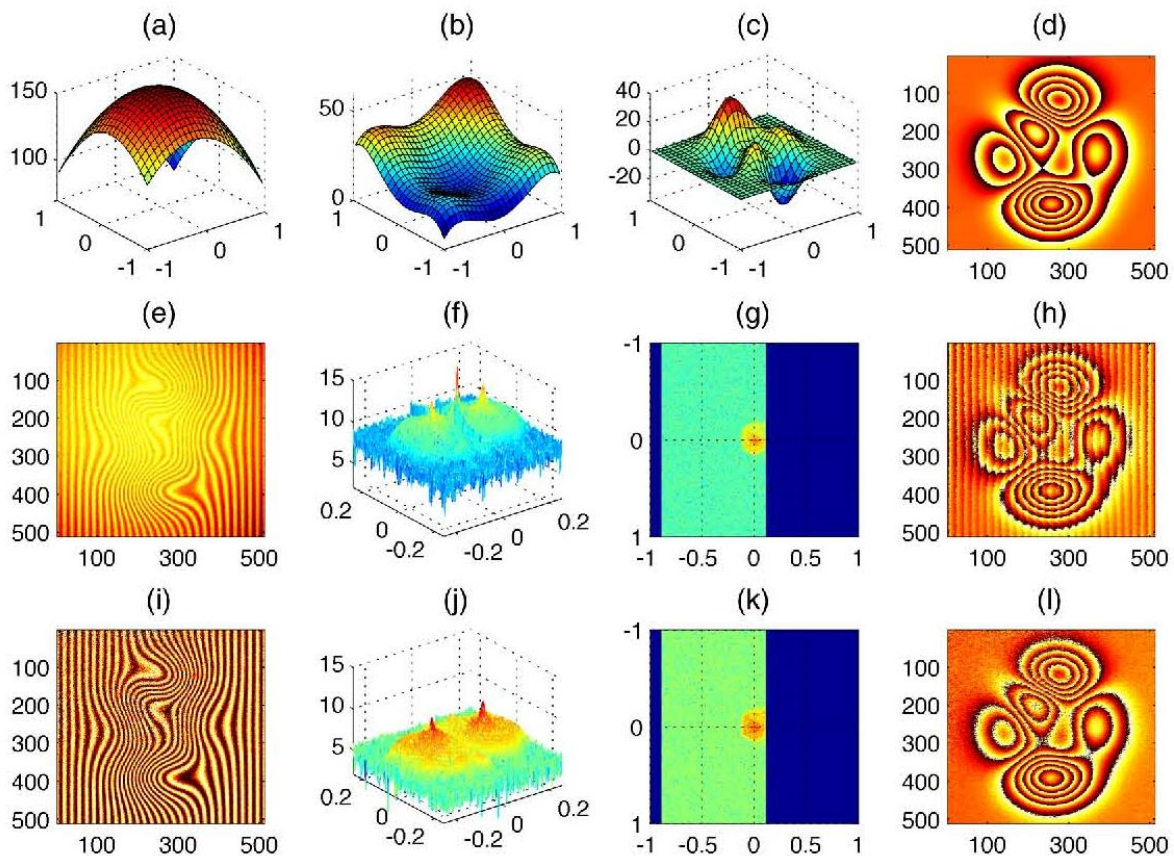


Fig. 4.15 Resultados de simulación. (a) luz de fondo, (b) luz de modulación, (c) distribución de fase, (d) distribución de fase envuelta. Demodulación usando un filtro a la mitad del plano en la Transformada de Fourier (segundo renglón) y análisis de Fourier de Franjas normalizadas (tercer renglón).

Es notable de la Fig. 4.15f y 4.15j, la supresión del orden cero es satisfactoria. Haciendo un comparativo de la última columna de la Fig. 4.15 revela que la normalización por estimación de parámetros proporciona un mejor resultado.

Para poder tener un análisis más verificativo, se observa el histograma de los interferogramas finales para cada caso (ver Fig. 4.16).

En la Fig. 4.16, el eje horizontal muestra el valor del error (en radianes), y el eje vertical, la frecuencia normalizada. Las gráficas M_1 y M_2 corresponden a la frecuencia por valor del error del esquema sugerido, respectivamente.

De esas gráficas, se puede observar que la gráfica del esquema propuesto muestra una frecuencia más alta por error alrededor del cero, mientras que el método tradicional tiene un error uniforme en la distribución de frecuencia.

Es claro que la alta frecuencia presentada en la gráfica dada por M_2 , oscila en $\pm \frac{\pi}{2} rad$.

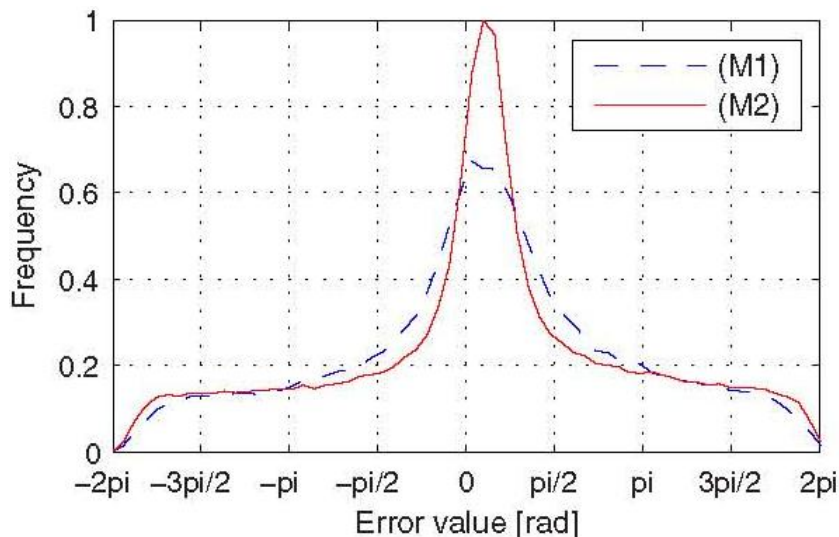


Fig. 4.16. Resultados de la simulación. Histograma error -frecuencia con el método tradicional de Fourier (M_1) y el análisis de franjas normalizadas aplicadas con el método propuesto (M_2)

4.4.2 EXPERIMENTO ÓPTICO

Para el caso de la parte experimental, se toma un interferograma el cuál fue generado usando un Interferómetro de Michelson e iluminado con un láser de Helio-Neón. El frente de onda deformado es generado insertando un material transparente deformado (acetato) en uno de los caminos de los brazos del interferómetro. El patrón de franjas es grabado haciendo uso de una cámara CCD de 8 bit en escala de gris con una resolución de 780x1080 pixeles.

Una fase envuelta es obtenida usando un interferómetro de cambio de fase generalizado (GPSI) aplicando un sistema de cambio de fase por pasos (4 pasos). La fase envuelta es mostrada en la Fig. (4.17) para tomarlo como referencia de los resultados obtenidos al aplicar el método propuesto[17].

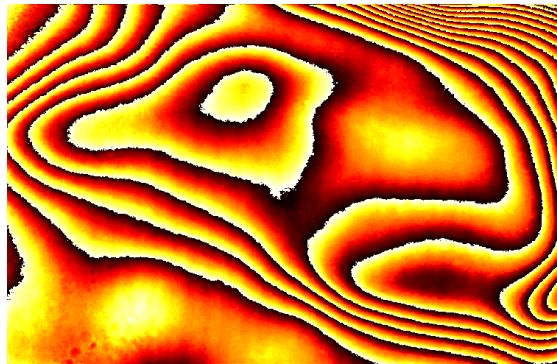


Fig. 4.17 Fase envuelta obtenida por interferometría de cambio de fase generalizado

El desplazamiento de las franjas es obtenida generando una pequeña inclinación en el espejo de referencia del interferómetro; el patrón de franjas es capturado. Siguiendo el proceso de normalización del patrón de franjas para la eliminación del orden cero por estimación de parámetros, se obtienen los resultados comparativos, mediante la colocación del filtro a la mitad del plano en:

- (1) la información del espectro de Fourier estándar, Fig. 4.18(a)-4.18(d), y
- (2) en la información de las franjas normalizadas en su mismo espectro de Fourier, Fig. 4.18e - 4.18h.

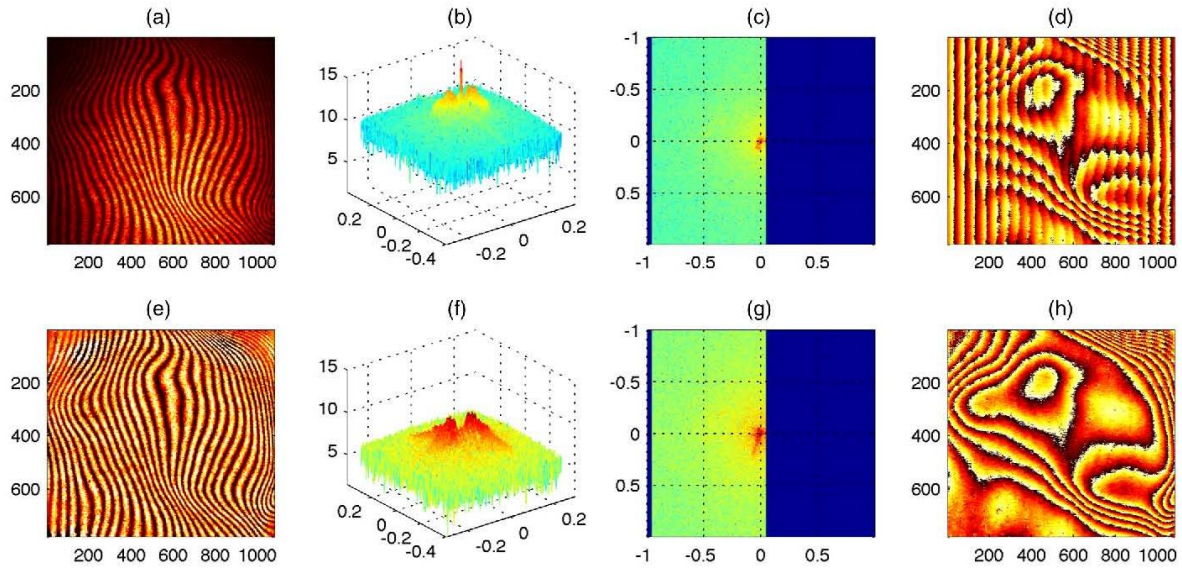


Fig. 4.18 Resultados Experimentales. Demodulación de la fase usando un filtro a la mitad del plano en la Transformada de Fourier estándar (primer renglón) y el análisis de Fourier de franjas normalizadas (segundo renglón). Patrón de franjas a ser procesado (primera columna), Espectro de Fourier (segunda columna) filtraje (tercera columna) fase envuelta recuperada (cuarta columna)

Similarmente al caso de la simulación, los mejores resultados son obtenidos al aplicar el enfoque de normalización. Haciendo un comparativo de la Fig.4.17 con la última columna de la Fig. 4.18, se observa la mejora de los resultados [17].

El análisis del histograma, Fig. (4.19), de la gráfica del error vs frecuencia, muestra evidentemente una mejora en el resultado, haciendo el comparativo de la Fig. 4.17 con la última columna de la Fig. 4.18.

La gráfica M_2 muestra una alta frecuencia comparada con la gráfica M_1 , siendo además el valor del error que oscila alrededor de $\pm\pi$ rad.

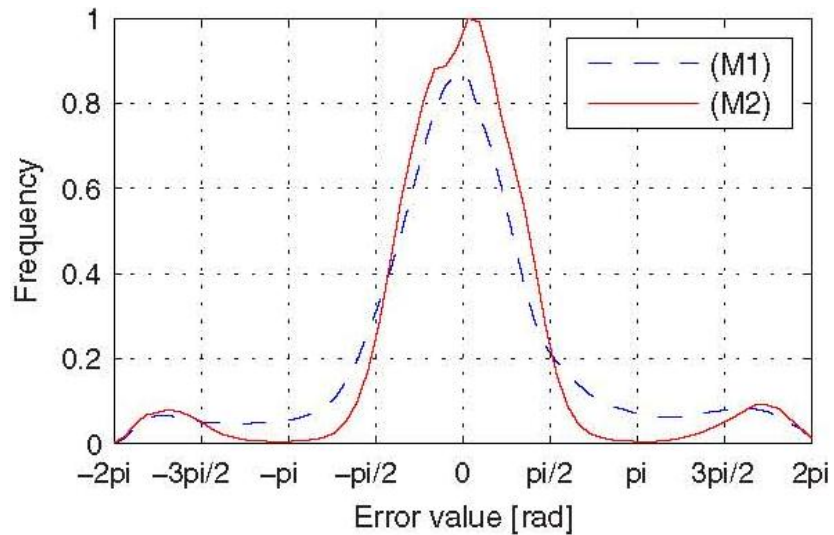


Fig. 4.19 Resultados experimentales. histograma del Error vs frecuencia, de la Transformada de Fourier estándar (M_1) y el análisis de Fourier de franjas normalizada (M_2)

Con los resultados obtenidos en la Fig. 4.19, se puede indicar que el método de analizar patrones de franjas normalizadas por el método de Fourier y colocando un filtro a la mitad del espectro, se obtienen una mejora en el contraste de las franjas, sin perder información sustancial.

Este método es validado en el artículo publicado [Ap. C]:

Casco-Vásquez José F., Rigoberto Juárez Salazar, Carlos Robledo Sánchez, Gustavo Rodríguez Zurita, Fermín Guerrero Sánchez, Luis M. Arévalo Aguilar, Cruz Meneses Fabian "**Fourier normalized-fringe analysis by zero-order spectrum suppresson using a parameter estimation approach**", *Optical Engineering* 52(7), 074109 (July 2013).

Capítulo 5

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1 CONCLUSIONES

En este trabajo de Tesis Doctoral se presento un sistema óptico 4F de camino común con filtraje en el plano de frecuencias, en donde a la salida del sistema se obtiene corrimiento de fase, haciendo uso de un filtro de doble ventana, manipulación de los estados de polarización y, para generar los cambios de fase, se usó un sistema desplazador de franjas. Con este sistema, se pueden hacer corrimientos de franjas patrones de líneas en intensidad. La alteración de el patrón de franjas inicial conlleva a tener modulación de tipo angular, la cual es un fenómeno que se presenta por el grado de deformación del patrón de líneas usado como objeto de entrada.

La dificultad del filtraje y eliminación del orden cero conlleva presentar un proceso de normalización de un patrón de franjas llevado a cabo por estimación de la luz de fondo y la luz de modulación.

Este procesamiento aplicado al patrón de franjas permite una optimización del procesamiento de Fourier al eliminar el orden cero en el plano frecuencial, haciendo más simple el filtraje de los órdenes laterales. Las ventajas de la normalización se probaron numérica y experimentalmente en un arreglo de Fourier 4F.

El enfoque de normalización logra separar la información de fase de la información no deseada del objeto, la cual se encuentra mezclada si tal proceso no es realizado, logrando un diseño de filtro más simple, pues solo consiste de dejar pasar la mitad de espectro.

Además, numéricamente el análisis de Fourier de franjas normalizadas proporciona beneficios tales como mayor precisión, alta resolución espacial, gran robustez en su estabilidad de construcción, velocidad y ejecución más rápida y un proceso de filtraje más simple ya comprobado.

El análisis de Fourier de franjas normalizadas ha sido también conveniente aplicarlo en un arreglo experimental 4F, en el cual, resulta sencillo elegir los órdenes +1 y -1. Adicionado con componentes ópticos tales como: retardador óptico de $\lambda/4$, polarizadores lineales y manipulación de los estados de polarización, permitió obtener corrimiento de fase y efectos de modulación angular, los cuales serán explotados en el futuro.

En este trabajo, se presentó un método de normalización de patrón de franjas más rápido y más robusto, adecuado en aplicaciones en tiempo real.

Se implementó el método, con el uso de la Transformada de Fourier y se mostró un proceso de filtraje simple por medio de un filtro a la mitad del plano, el cual conlleva a buenos resultados.

5.2 TRABAJOS FUTUROS

Se presentan líneas futuras de trabajo:

- a) Aplicar al sistema 4F con doble ventana y estados ortogonales de polarización haciendo uso de un sistema desplazador, a un objeto que consiste de patrones de franjas normalizados y que presentan homogeneidad y alto contraste.
- b) generación de modulaciones de tipo angular son posibles asemejarlas a los llamados vortices ópticos.

APÉNDICE A

PROCESO TEÓRICO PARA GENERAR CORRIMIENTO DE FRANJAS EN UN SISTEMA 4F, USANDO UN OBJETO DE AMPLITUD.

Teoría

El sistema que se propone para obtener la fase a través de un sistema 4F usando un filtro con polarización se muestra en la Fig. C1.

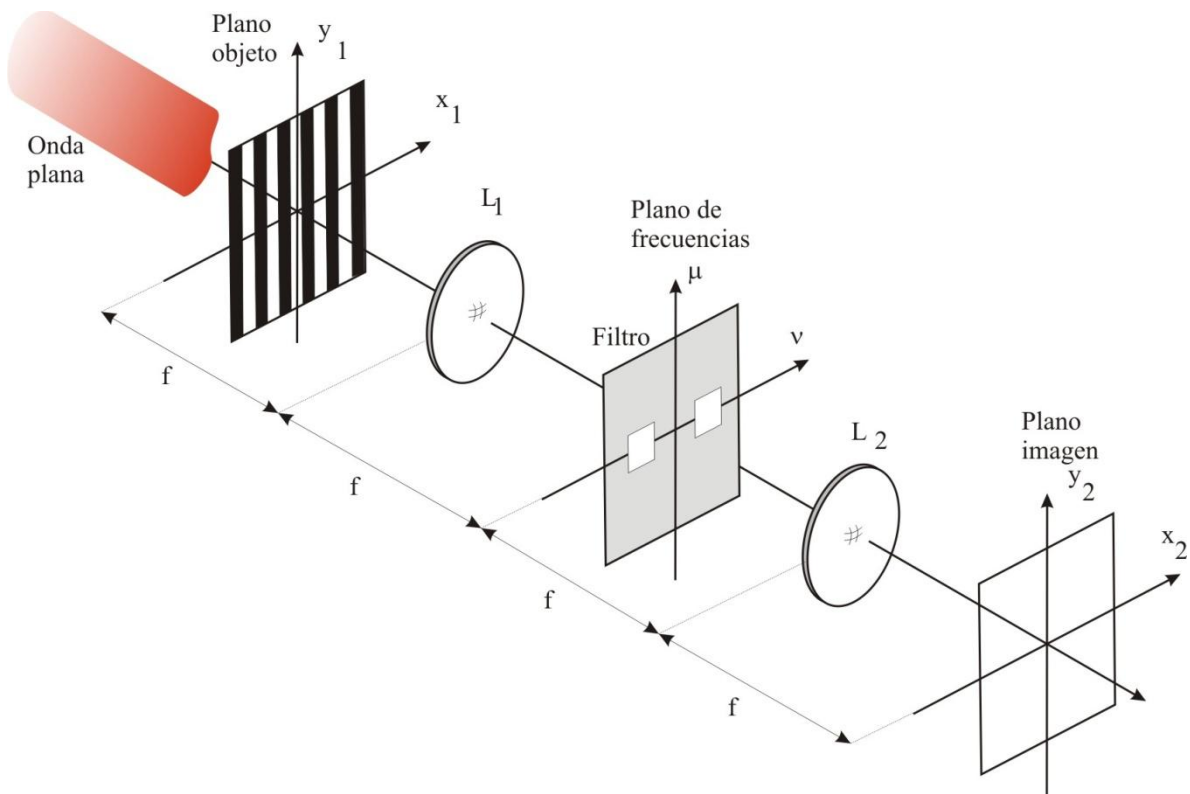


Fig. C1. (a) Esquema del sistema 4F en el que se utiliza una rejilla cosenoidal como objeto de entrada. En el plano de Fourier se coloca un filtro que permite el paso de los órdenes $+1$ y -1 de difracción de la rejilla. La lente L_2 obtiene la imagen en el plano $(x-y)$ donde se captura con una cámara CCD; (b) esquema del filtro empleado, P_1 y P_2 son dos polarizadores lineales con su eje de transmisión perpendicular

En el esquema mostrado en la Fig. C1 se muestra una rejilla cosenoidal que es iluminada por un haz de luz con polarización lineal a 45 grados respecto de la horizontal. El haz que emerge de la rejilla incide en una lente positiva (L_1) de distancia focal f y obtiene su transformada de Fourier en el plano (mn). En este plano se coloca un filtro de amplitud que permite el paso de los órdenes de difracción $+1$ y -1 bloqueando el resto de los órdenes.

Además, en cada orificio del filtro se coloca un polarizador lineal cuyo eje de transmisión se ubica de tal forma que sea perpendicular al polarizador del otro orificio.

Frente a ambos orificios se coloca un retardador de cuarto de onda cuyo eje rápido forma un ángulo de 45 grados respecto de la horizontal. Los dos haces filtrados inciden en la lente L_2 y se obtiene la transformada inversa de Fourier en el plano imagen que es capturada por una cámara CCD. La rejilla cosenoidal que se coloca en el plano x - y se puede expresar por medio de la Ec. (C.1)

$$u(x) = [a + b\cos(2\pi f_0 x + \phi)] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (C.1)$$

donde a y b son constantes conocidas como radiación de fondo y contraste respectivamente; f_0 es la frecuencia espacial de la rejilla y la constante ϕ es la fase inicial. El arreglo vertical mostrado en la Ec. (C.1) es la representación de luz linealmente polarizada a 45 grados según el formalismo de Jones. La rejilla cosenoidal representada en la Ec. (C.1) y mostrada en la figura 2 también puede ser expresada usando la expresión compleja dada en la Ec. (C.2):

$$u(x) = \{a + c\exp[i\alpha(x)] + c\exp[-i\alpha(x)]\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (C.2)$$

donde $c=b/2$, y $\alpha = 2\pi f_0 x + \phi$

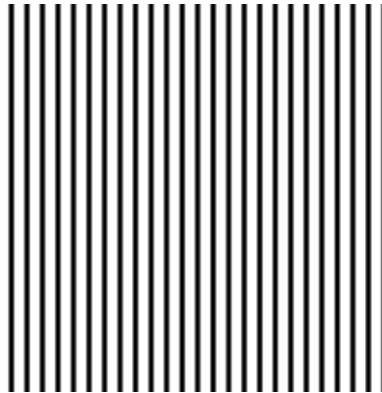


Fig. C2. Rejilla cosenoidal dada por Ec. (C.1)

Como se mencionó anteriormente, la lente L_1 realiza la transformada de Fourier del objeto colocado en el plano x - y en el plano $\mu - \nu$, y está representada en la Ec. (C.3).

$$U(v) = [\delta(v) + \delta(v - v_0) + \delta(v + v_0)] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (C.3)$$

donde $\delta(v) = F\{a\}$, $\delta(v - v_0) = F\{\exp[i\alpha(x)]\}$ y $\delta(v + v_0) = F\{\exp[-i\alpha(x)]\}$. El símbolo F denota la transformada de Fourier, además, en la Ec. (C.3) se consideró que $a=1$ y $c=1$.

Como puede observarse, en el plano de frecuencias se tienen tres órdenes de difracción (ver Ec. C.3) y de acuerdo al esquema mostrado en la Fig. (C1), en este plano se coloca un filtro que permite el paso de los órdenes +1 y -1 modulados en su estado de polarización, tal como se muestra en la Fig. (C3). En la Fig. (C4) se muestra un esquema del filtro empleado

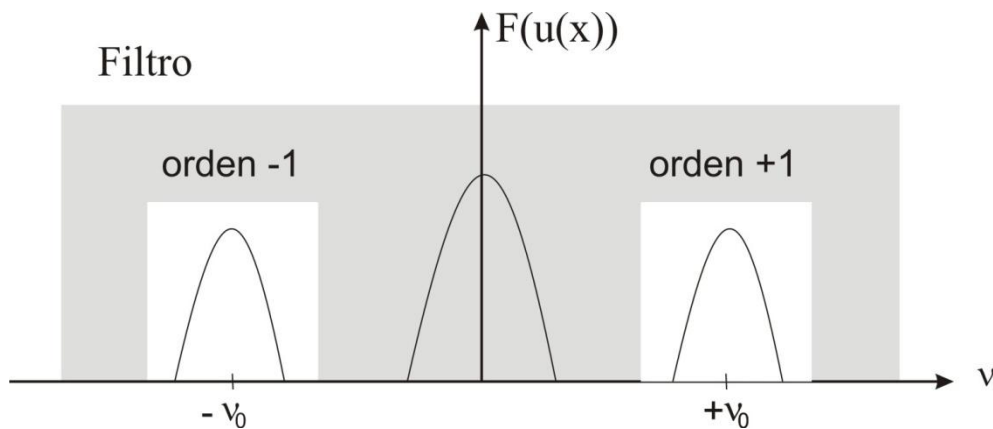


Fig. C3 Filtraje de primer orden de difracción (+1 y -1)

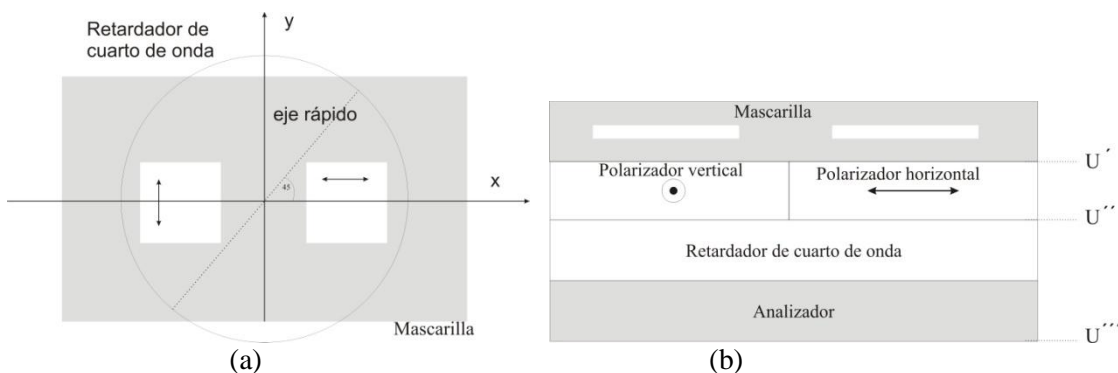


Fig. C4 (a) Colocación de un retardador de cuarto de onda con eje rápido a 45° , justo delante de los haces que emergen de cada orden filtrado e, (b) de arriba hacia abajo, colocación de los diferentes componentes ópticos: mascarilla, arreglo de polarizadores mutuamente ortogonales, retardador Q a 45° , analizador (polarizador lineal colocado en el plano imagen)

Cuando el haz de luz pasa por el filtro, en el plano $U'(n)$ mostrado en la Fig. C4, se tiene la expresión del espectro de frecuencias filtrado, es decir, se tienen únicamente los órdenes +1 y -1 de difracción y el orden 0 queda eliminado. La expresión para este campo está dada por

$$U(v) = [\delta(v + v_0) + \delta(v - v_0)] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (C.4)$$

En el plano $U''(n)$, mostrado en la Fig. C4, el campo pasa por un arreglo de dos polarizadores lineales con eje de transmisión perpendiculares entre sí, de tal forma que el campo se modula en su estado de polarización de acuerdo a la Ec. (C.5).

$$\dot{U}(v) = \left[\delta(v + v_0) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \delta(v - v_0) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (C.5)$$

donde los arreglos matriciales de 2x2 elementos son las matrices de Jones que representan polarizadores lineales con eje de transmisión horizontal y vertical. Posteriormente, este campo pasa por un retardador de cuarto de onda con eje rápido a 45 grados respecto de la horizontal y por un analizador, de tal forma que el campo en el plano $U'''(n)$ se puede expresar por medio de la Ec. (C.6).

$$U'''(v) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos^2(\theta) & \text{sen}(\theta)\cos(\theta) \\ \text{sen}(\theta)\cos(\theta) & \text{sen}^2(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \left[\delta(v + v_0) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \delta(v - v_0) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (C.6)$$

donde, de acuerdo al formalismo de Jones, los arreglos matriciales mostrados en el lado derecho de la Ec.(C. 6) representan al analizador cuyo eje de transmisión forma un ángulo q con respecto a la horizontal y a un retardador de cuarto de onda con eje rápido a 45 grados respecto de la horizontal. Simplificando la Ec. (C.6) se tiene

$$U'''(v) = \left[\delta(v - v_0) \exp\left(i \frac{\pi}{2}\right) \exp(-i\theta) + \delta(v + v_0) \exp(i\theta) \right] \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \text{sen}(\theta) \end{pmatrix} \quad (C.7)$$

De acuerdo a la Fig. (C1), la lente L_2 obtiene la transformada inversa de Fourier del espectro de Fourier dado por la Ec. (C.7) en el plano imagen (x_2y_2) y en este mismo plano se tiene la superposición de ambos órdenes de difracción. Entonces, la irradiancia I en el plano imagen se obtiene de la siguiente forma

$$I(x) = \left| F^{-1} \{ U'''(v) \} \right|^2 \quad (\text{C.8})$$

donde el símbolo F^{-1} representa la transformada inversa de Fourier. Sustituyendo la Ec.(C.7) en la Ec. (C.8), considerando la Ec. (C.3) y realizando las operaciones necesarias se obtiene

$$I(x) = 2 + 2 \cos \left[2\pi(2f_0)x + 2\phi + 2\theta + \frac{\pi}{2} \right] \quad (\text{C.9})$$

La Ec. (C.9) representa a una rejilla cosenoidal similar a la representada en la Ec. (C.1) pero con una frecuencia igual al doble.

APÉNDICE B:

CÓDIGOS EN MATLAB

B1. Código para el desenvolvimiento de fase

El siguiente código se emplea para desenvolver la fase de una imagen de fase continua mediante la aplicación del algoritmo de Itoh.

```
%Desenvolvimiento de una imagen utilizando el primer método del algoritmo
%de Itoh.
%Primero se desenvuelven todas las filas.
image1_unwrapped = image1_wrapped;
for i=1:N
image1_unwrapped(i,:) = unwrap(image1_unwrapped(i,:));
end
%Se desenvuelven de manera secuencial todas las columnas
for i=1:N
image1_unwrapped(:,i) = unwrap(image1_unwrapped(:,i));
end
figure, colormap(gray(256)), imagesc(image1_unwrapped)
title('Desenvolvimiento de fase usando el primer método del algoritmo de
Itoh')
xlabel('Píxeles'), ylabel('Píxeles')
figure
surf(image1_unwrapped,'FaceColor','interp', 'EdgeColor','none',
'FaceLighting','phong')
view(-30,30), camlight left, axis tight
title('Desenvolvimiento de fase mostrado como superficie usando el primer
método del algoritmo de Itoh')
xlabel('Píxeles'), ylabel('Píxeles'), zlabel('Fase en radianes')
%Desenvolvimiento de una imagen utilizando el segundo método del
algoritmo
%de Itoh.
%Primero se desenvuelven todas las columnas.
image2_unwrapped = image1_wrapped;
for i=1:N
image2_unwrapped(:,i) = unwrap(image2_unwrapped(:,i));
end
%Después todas las filas
for i=1:N
image2_unwrapped(i,:) = unwrap(image2_unwrapped(i,:));
end
figure, colormap(gray(256)), imagesc(image2_unwrapped)
title(' Desenvolvimiento de fase usando el segundo método del algoritmo
de Itoh ') Jorge Adrián Arias del Angel Página 66
```

```

xlabel('Pixels'), ylabel('Pixels')
figure
surf(image2_unwrapped,'FaceColor','interp', 'EdgeColor','none',
'FaceLighting','phong')
view(-30,30), camlight left, axis tight
title('Desenvolvimiento de fase mostrado como superficie usando el
segundo método del algoritmo de Itoh ')
xlabel('Pixels'), ylabel('Pixels'), zlabel('Phase in radians')

```

B2. Código para generar corrimientos de franjas

El siguiente código se emplea para obtener cambios de fase usando técnica de manipulación de los estados de polarización, retardador y filtraje de los órdenes -1 y +1.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%   PROGRAMA PARA HACER FILTRAJE DE UNA REJILLA COSENOIDAL CUADRADA
FILTRAR
%   SUS ORDENES +1 Y -1, USO DE UN SISTEMA 4F
%   1) se filtran los ordenes cambiando los estados de polarizacion en
cada orden
%   2) Se aplica un retardador de lambda cuartos a 45 grados
%   3) Se aplica un polarizador rotando a 45 grados.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clc; close all; clear all;

A1=(imread('imagendefor.png','png')); %entrada de la funcion
A1=double(rgb2gray(A1)) ;
%A1 = 2*A./255 - 1;
[ny,nx] = size(A1);

FT=fft2(A1);           % funcion para obtener la complex de la FFT
FT1=fft2(A1);         %esto que sigue es la transformada de Fourier de
                      la rejilla

FT1=fftshift(FT1);
FT=fftshift(FT);
max1=max(FT1);
max2=max(max1);
scale=1.0/max2;
FT1=FT1.*scale;

x0=input('Ancho horizontal de orden +1: ');   %valor calculado en
proceso previo
y0=input('Ancho vertical de orden +1: ');     %valor calculado en
proceso previo

x=240; %input('Posicion horizontal de orden +1 = ');
y=159; %input('Posicion vertical de orden -1 = ');
u=0;

```

```

for i=1:ny
    for j=1:nx
        if (((i-y)*cos(u)+(j-x)*sin(u))/(y0))^2+(((j-x)*cos(u)-(i-
y)*sin(u))/(x0))^2<1

            F(i,j)=255;
        elseif (((i-y)*cos(u)+(j-x)*sin(u))/(y0))^2+(((j-x)*cos(u)-(i-
y)*sin(u))/(x0))^2>1
            F(i,j)=0;
        end
    end
end

x1=194;
y1=159;
x0=input('Ancho horizontal de orden -1: ');
y0=input('Ancho horizontal de orden -1: ');
u=0;
for i=1:ny
    for j=1:nx
        if (((i-y1)*cos(u)+(j-x1)*sin(u))/(y0))^2+(((j-x1)*cos(u)-(i-
y1)*sin(u))/(x0))^2<1

            B(i,j)=255;
        elseif (((i-y1)*cos(u)+(j-x1)*sin(u))/(y0))^2+(((j-x1)*cos(u)-
(i-y1)*sin(u))/(x0))^2>1
            B(i,j)=0;
        end
    end
end

C=B+F;

FT_X=real(FT); FT_Y=imag(FT);
A=FT_X.*F; B=FT_Y.*B;
DQF=A+B;
DQ=(complex(DQF,DQF));
DQ_X=real(DQ); DQ_Y=imag(DQ);

IFT_1=ifft2(DQ_X);IFT_2=ifft2(DQ_Y);
E=real(IFT_1); F=imag(IFT_1);
G=real(IFT_1); H=imag(IFT_1);
theta1=pi/4
theta2=pi/2;
theta3=0.75*pi;
theta4=pi;

```

% 1) Colocaci?n de polarizador horizontal y vertical
 % 2) FILTRAJE DE ORDENES USANDO MASCARA
 % 3) COLOCACI?N DE RETARDADOR EN PLANO DE FOURIER
 % FORMA (A+B)+i(A+B) ; esto es O(nu-f) y O(nu+f)

% calcular la transformada inversa de fourier PARA CADA FILTRO
 % Parte real e imaginario de la IFT PARA CADA ORDEN FILTRADO

```

XP1=(E-H).*((cos(theta1))^2)+(F+G).*(sin(theta1)*cos(theta1)); YP1=(E-
H).*(sin(theta1)*cos(theta1))+(F+G).*((sin(theta1))^2);
XP2=(E-H).*((cos(theta2))^2)+(F+G).*(sin(theta2)*cos(theta2)); YP2=(E-
H).*(sin(theta2)*cos(theta2))+(F+G).*((sin(theta2))^2);
XP3=(E-H).*((cos(theta3))^2)+(F+G).*(sin(theta3)*cos(theta3)); YP3=(E-
H).*(sin(theta3)*cos(theta3))+(F+G).*((sin(theta3))^2);
XP4=(E-H).*((cos(theta4))^2)+(F+G).*(sin(theta4)*cos(theta4)); YP4=(E-
H).*(sin(theta4)*cos(theta4))+(F+G).*((sin(theta4))^2);

IFT1=complex(XP1,YP1); IFT2=complex(XP2,YP2); IFT3=complex(XP3,YP3); IFT4=co
mplex(XP4,YP4);
max11=max(IFT1); max12=max(IFT2); max13=max(IFT3); max14=max(IFT4);
max21=max(max11); max22=max(max12); max23=max(max13); max24=max(max14);
scale1=1.0/max21; scale2=1.0/max22; scale3=1.0/max23; scale4=1.0/max24;
IFT1=IFT1.*scale1; IFT2=IFT2.*scale2; IFT3=IFT3.*scale3;
IFT4=IFT4.*scale4;

```

APÉNDICE C

Optical Engineering

SPIEDigitalLibrary.org/oe

Fourier normalized-fringe analysis by zero-order spectrum suppression using a parameter estimation approach

Jose F. Casco-Vasquez
Rigoberto Juarez-Salazar
Carlos Robledo-Sanchez
Gustavo Rodriguez-Zurita
Fermin Guerrero Sanchez
Luis M. Arévalo Aguilar
Cruz Meneses-Fabian



Fourier normalized-fringe analysis by zero-order spectrum suppression using a parameter estimation approach

Jose F. Casco-Vasquez
Rigoberto Juarez-Salazar
Carlos Robledo-Sanchez
Gustavo Rodriguez-Zurita
Fermin Guerrero Sanchez
Luis M. Arévalo Aguilar
Cruz Meneses-Fabian
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas
Apdo Postal 1152 Ciudad Universitaria
72000 Puebla, México
E-mail: rjuarezsalazar@gmail.com

Abstract. The simple filtering procedure, high spatial resolution, and low computation time benefits of Fourier normalized-fringe analysis are verified. For this, both the fringe-pattern normalization method by parameter estimation using the least squares method and the standard Fourier transform method are implemented. This proposal, or any Fourier normalized-fringe analysis scheme, has the advantage that the filter's properties are not very critical because the zero-order spectrum is suppressed by the normalization stage. Then, the simple half-plane filter is applied in the filtering procedure which, in addition, increases the spatial resolution. Both a computer simulation and the experimental results show the functionality and feasibility of the suggested scheme. © 2013 Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) [DOI: 10.1117/1.OE.52.7.074109]

Subject terms: interferometry; Fourier transform; phase measurement; fringe analysis.

Paper 130622 received Apr. 22, 2013; revised manuscript received Jun. 19, 2013; accepted for publication Jun. 20, 2013; published online Jul. 26, 2013.

1 Introduction

The Fourier method is a powerful tool used in an important well-stocked arsenal of image processing techniques such as image compression¹ and fringe-pattern analysis to phase demodulation (Fourier fringe analysis).^{2,3} The principle of the Fourier fringe analysis consists, in general, of three steps: apply the Fourier transform, perform a filtering procedure, and apply the inverse Fourier transform.⁴ Of them, the most critical step is the filtering procedure.⁵

The filtering procedure is the separation (on the frequency domain) of the desired information from other unwanted spurious contributions such as the background component, the modulation component, and the random noise, among others.⁵⁻⁷ In the Fourier transform plane, the unwanted background and modulation components are represented as a peak in the origin, i.e., the zero-order spectrum; the desired information is represented as a peak function centered at the carrier frequency value (and its conjugate), i.e., the first-order spectrum; also, because the noise is generally of high frequency, it is represented by the higher-order spectrum.²

A proper bandpass filter is usually applied to perform the filtering procedure because it will retain the first-order spectrum while both the low frequencies around the zero spectra and the high frequencies due to noise are filtered out.⁸ However, the filter design is not trivial because the Fourier method is highly dependent on the distribution of the zero- and the first-order spectrum.^{9,10} The so called leakage effect is a consequence of this dependence.

The leakage effect is the overlapping of two or more orders spectrum.⁷ In Fourier fringe analysis, if the carrier frequency is high and the spectrum is narrow, then the zero- and first-order are well separated from each other and the leakage effect is avoided.¹¹ Otherwise, the first-order spectrum cannot be effectively isolated from the zero-order by a bandpass

filter due to the order spectrum overlapping. This causes a large error and cannot give correct phase information.^{12,13}

This problem can be overcome directly by selecting a higher carrier frequency, but this solution is limited by the spatial resolution of the detectors.^{14,15} Alternatively, the leakage effect can be reduced to some degree by using narrow pass-band filter's windows; however, the spatial resolution is seriously reduced.¹⁶ To cope with this situation, some advanced filters^{9,17,18} and several filtering approaches have been implemented.¹⁹⁻²⁷ However, most of them are computationally complex and/or expensive.^{28,29}

Like in holographic applications, the leakage spectrum and the reduced spatial resolution problems can be solved if the zero-order spectrum is suppressed.³⁰⁻³³ In fringe-pattern analysis, the zero-order is due to the background and modulation components. Thus, these components can be determined by either a direct measurement or an estimation procedure.³⁴ Finally, by subtracting it from the fringe-pattern, the zero-order is eliminated.

Several methods for zero spectra suppression have been proposed. Some of them are the phase shifting methods,^{6,15,35-40} the addition of consecutive interferograms,⁴¹ the complementary interferograms processing,¹⁶ the orthogonal/crossed fringe projection,^{42,43} the empirical mode decomposition,⁴⁴ the color fringe projection,⁴⁵ and the optimization approach,⁴⁶ among others. In general, the direct measurement of the background and modulation components requires additional measurements or more complicated systems disabling the method's ability to cope with real-time situations. In contrast, the estimation procedure of these components only demands a previous image-processing stage: the so called fringe-pattern normalization.

The fringe-pattern normalization approach consists of the background and modulation light suppression. For this purpose, some frequency analysis techniques have been suggested.⁴⁷⁻⁵¹ However, they may be computationally demanding and not suitable for real-time applications. To deal with this situation, the normalization method by

parameter estimation⁵² can be applied. This method exploits the information over the illumination profile overcoming the drawbacks from typical frequency-based filtering approaches.

Although the suggested fringe-pattern normalization method was implemented to generalized phase-shifting interferometry, in this work, we will apply it in a different context: the Fourier fringe analysis. We have chosen that method because it allow us to built a faster and simpler data processing system. Thus, real-time applications can be attended.

Once the fringe-pattern was normalized, the filter design is not very critical because there is no zero-spectra anymore. Thus, even the simple half-plane filter can be used. This has the additional advantage that the spatial resolution is maximum for the Fourier method. From now on, the Fourier method applied to the analysis of normalized fringe-patterns will be refereed as Fourier normalized-fringe analysis.

A Fourier normalized-fringe analysis scheme can be built by any Fourier-based method and any fringe-pattern normalization method. The aim of this article is to verify the benefits of the resultant Fourier normalized-fringe analysis scheme. For this, a faster and simpler scheme is suggested. The proposal implements are, first, the fringe-pattern normalization method by parameter estimation, and second, the standard Fourier transform method using the simple half-plane filter. The feasibility of the scheme is verified by numerical simulation. Finally, this proposal is tested processing a real fringe-pattern obtained from the Michelson interferometer. Both numerical and experimental results show that the fringe-pattern normalization approach improves the standard Fourier transform method.

This article is organized as follows: in Sec. 2, a brief description of the proposed scheme is given. Subsequently, in Sec. 3, numerical and experimental examinations of the functionality and feasibility are reported. Finally, the article is concluded in Sec. 4.

2 Principles

The well-known standard Fourier transform method to fringe-pattern analysis⁴ consider a fringe-pattern given by

$$I(p) = a(p) + b(p) \cos[\phi(p) + 2\pi f \cdot p], \quad (1)$$

where (\cdot) denotes the inner product, $p = (x, y)$ is the spatial variable in some domain, $a(p)$ and $b(p)$ are the background and modulation light, respectively, $\phi(p)$ is the phase distribution to be measured, and $f = (f_x, f_y)$ is the carrier frequency. To obtain the $\phi(p)$ distribution, we proceed as follows: first, we implement the fringe-pattern normalization method by parameter estimation, and second, the standard Fourier transform method using the half-plane filter is applied. From now on, in the cases where there are no risk of confusion, the dependences of variable p are not written down for brevity.

2.1 Fringe-Pattern Normalization

The fringe-pattern normalization by parameter estimation exploits the information over the illumination profile. Specifically, we can represent both the background and modulation light by the Taylor series as

$$a = \bar{a} + r_a, \quad b = \bar{b} + r_b, \quad (2)$$

where \bar{a} and \bar{b} are polynomials of degree equal to the order of approximation wished, and r_a and r_b are its corresponding residual functions. Clearly, if the polynomial models \bar{a} and \bar{b} are accurate, the residual functions r_a and r_b will be just noise. So, the background and modulation light can be well approximated by fitting the polynomials \bar{a} and \bar{b} to the fringe-pattern data. Then, with the approximated background and modulation light, the normalization of Eq. (1) is carried out as

$$\bar{I}(p) = \text{sat}\left(\frac{I - \bar{a}}{\bar{b}}\right) = \cos[\phi + 2\pi f \cdot p], \quad (3)$$

where the normalized fringe-pattern \bar{I} is bounding to the interval $[-1, 1]$ by the saturation function $\text{sat}(\cdot)$. For more details on this normalization procedure, the reader is referred to Ref. 52.

2.2 Standard Fourier Transform Method

We use the half-plane filter in the standard Fourier transform method to obtain the wrapped phase distribution from a carried normalized fringe-pattern. For this, we rewrite the normalized fringe-pattern of Eq. (3) as

$$\bar{I}(p) = c \exp[i2\pi f \cdot p] + c^* \exp[-i2\pi f \cdot p], \quad (4)$$

where $2c = \exp[i\phi]$, $i^2 = -1$, and the asterisk $*$ denotes complex conjugate. Applying the Fourier transform to \bar{I} of Eq. (4) we obtain

$$\mathcal{I}(\mu) = C(\mu - f) + C^*(\mu + f), \quad (5)$$

where $\mu = (\mu_x, \mu_y)$ is a Cartesian frequency variable. It is evident from Eq. (5) that in this scheme, the filtering procedure is not very critical because the zero order [the spectrum $A(\mu)$ associated with the background light $a(p)$ from Eq. (1)] is not present.

The simple half-spectrum filter is applied to carry out the filtering procedure. The selected spectrum is translated by f on the frequency coordinate system toward the origin to obtain $C(\mu)$. Then, applying the inverse Fourier transform, the complex function c is obtained. Finally, the wrapped phase distribution is obtained as the argument of c .

In the next section, this method is illustrated by a computational simulation. We apply the proposal to process an experimental fringe-pattern obtained from the Michelson interferometer.

3 Numerical and Experimental Validation

3.1 Computational Simulation

The operation of the proposed method is illustrated by a simulation. We consider the background light, the modulation light, and the phase distribution given, respectively, by

$$\begin{aligned} a &= 160 - 15x - 36x^2 - 15y - 36y^2, \\ b &= 15 + 8x + 35x^2 - x^3 - 30x^4 + 13y + 35y^2 - y^3 - 30y^4, \\ \phi &= 4 \cdot \text{peaks}(500), \end{aligned} \quad (6)$$

defining them in the domain $x, y \in [-1, 1]$ and where `peaks` is a command of MATLAB software. Figure 1(a)–1(d) show

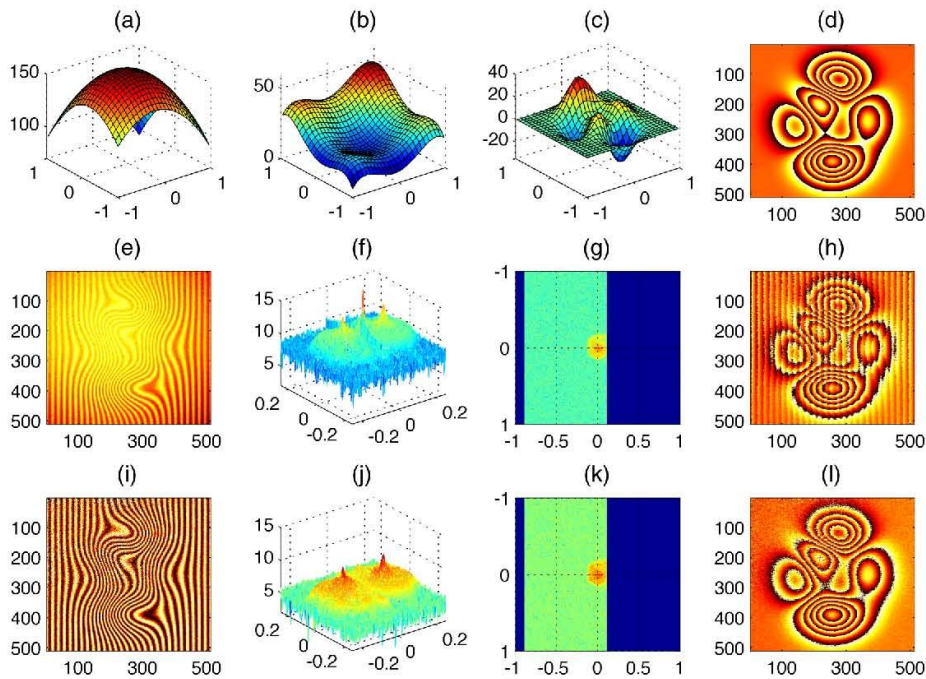


Fig. 1 Simulation results. (a) Background light, (b) modulation light, (c) phase distribution, and (d) wrapped phase distribution. Phase demodulation using the half-plane filter in the standard Fourier transform (second row) and the Fourier normalized-fringe analysis (third row).

the plots of functions in Eq. (6). Considering the carrier frequency $f = (14, 0)$ and an additive Gaussian noise with $\sigma(5\%)$, the resultant fringe-pattern, given by Eq. (1), is shown in Fig. 1(e).

Now, the fringe-pattern shown in Fig. 1(e) is phase demodulated using the half-plane filter by both the standard Fourier transform method and the Fourier normalized-fringe analysis in order to compare their results. Thus, Fig. 1(f)–1(h) show the module of Fourier spectrum, the filtering procedure and the recovered wrapped phase, respectively, with the standard method. On the other hand, Fig. 1(i)–1(l) show the normalized fringe-pattern, the module of Fourier spectrum, the filtering procedure, and the recovered wrapped phase, respectively, with the suggested Fourier normalized-fringe analysis scheme. It is evident from Fig. 1(f)

and 1(j) that the zero-order spectrum suppression is satisfactory.

The direct comparison of the last column of Fig. 1 reveals that the normalization approach provides the best result. Moreover, Fig. 2 shows the error's histogram where such a conclusion is verified as follows. The horizontal axis specifies the error value in radians and the vertical axis is the normalized frequency. The plots (M1) and (M2) from Fig. 2 correspond to frequency per error value of the standard Fourier transform method and the suggested scheme, respectively. From these plots, we can see that the proposal (M2) have a higher frequency for errors around 0 rad while the standard Fourier transform method (M1) has a more uniform error frequency distribution. Clearly, the 0-rad error of the standard Fourier transform method (M1) is less frequent because this method has a higher frequency for error around $\pm\pi/2$ rad.

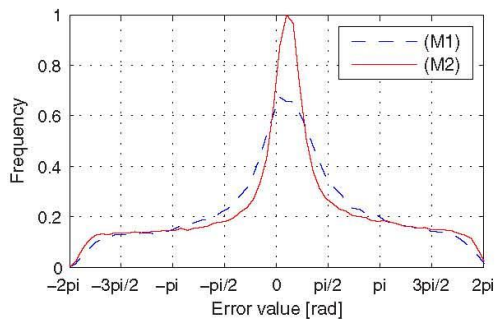


Fig. 2 Simulation results. Error's histogram of the standard Fourier transform method (M1) and the Fourier normalized-fringe analysis (M2).

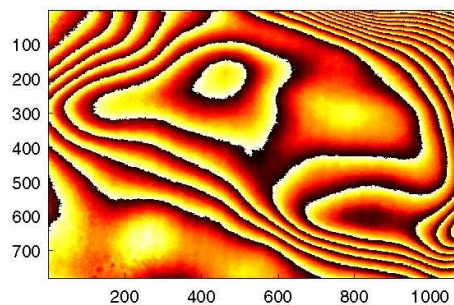


Fig. 3 Experimental results. Wrapped phase obtained by generalized phase-shifting interferometry.

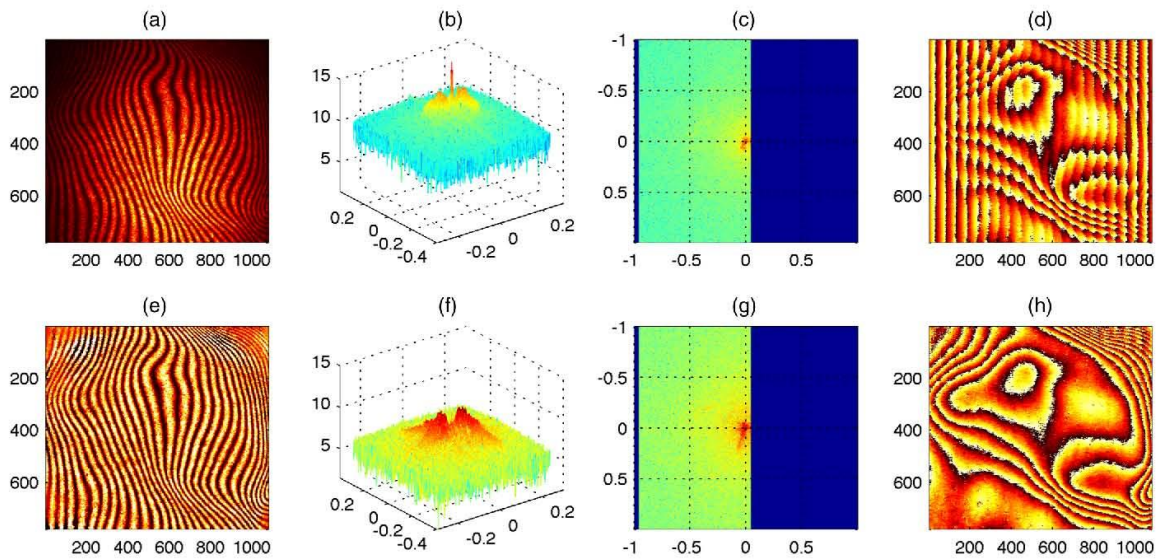


Fig. 4 Experimental results. Phase demodulation using the half-plane filter in the standard Fourier transform (first row) and the Fourier normalized-fringe analysis (second row). Fringe-pattern to be processed (first column), Fourier spectrum (logarithm view) (second column), filtering (third column), and recovered wrapped phase (fourth column).

3.2 Optical Experiment

The feasibility of the suggested Fourier normalized-fringe scheme was examined by an optical experiment using a Michelson Interferometer illuminated with a He – Ne laser source. A deformed wavefront was generated by inserting a transparent material in the test arm. The fringe-patterns were recorded with a Gray-scale 8-bit CCD camera and a resolution of 780×1080 pixels.

A wrapped phase reference was obtained by generalized phase-shifting interferometry⁵² processing four phase-shifted fringe-patterns. The obtained wrapped phase is shown in Fig. 3. We have used this phase data as a baseline.

Next, a carried fringe-pattern was obtained by a small tilt of the reference mirror in the interferometer. The captured fringe-pattern is shown in Fig. 4(a). As in the computational simulation, the advantages of the normalization approach are verified by comparison between the results obtained using

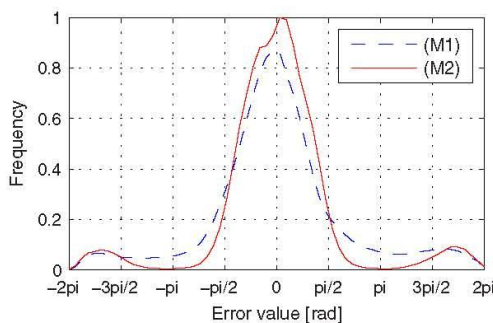


Fig. 5 Experimental results. Error's histogram of the standard Fourier transform method (M1), and the Fourier normalized-fringe analysis (M2).

the half-plane filter in both the standard Fourier transform method, Fig. 4(a)–4(d), and the Fourier normalized-fringe analysis, Fig. 4(e)–4(h).

Similar to the simulation case, the best result is obtained from the normalization approach. This is evident by the direct comparison of Fig. 3 with the last column of Fig. 4. The error's histogram shown in Fig. 5 verifies this claim. For the Fourier normalized-fringe analysis, Fig. 5(M2), the frequency per error value around 0 rad is higher while the error value around $\pm\pi$ rad is near zero. In contrast, for the standard Fourier transform method, Fig. 5(M1), the frequency per error value around 0 rad is lower and a higher frequency component around $\pm\pi$ rad with respect to normalization approach is shown.

4 Conclusion

The Fourier normalized-fringe analysis is a more advanced technique which adopts a fringe-pattern normalization stage as a data preprocessing. By the normalization approach, the spectrum leakage is avoided and the filtering procedure is less critical because the zero-order spectrum is removed. Thus, the Fourier normalized-fringe analysis provides desirable benefits such as major accuracy, higher spatial resolution, increased robustness, faster execution speed, and a simple filtering procedure.

The Fourier normalized-fringe analysis has not been fully exploited because the practical application of the majority of the fringe-pattern normalization methods is not satisfactory. In this work, a robust and faster fringe-pattern normalization method, appropriate to real-time applications, was suggested. We implemented it in the standard Fourier transform method and we showed that the simple filtering procedure by a half-plane filter is sufficient to obtain good results. The Fourier normalized-fringe analysis scheme proposed was tested by processing both simulated and experimental

fringe-patterns. With the obtained results, the benefits of fringe-pattern normalization approach for Fourier fringe analysis are verified.

Acknowledgments

J. F. C.-V. acknowledges support by PROMEP. Rigoberto Juarez-Salazar appreciate the scholarship from Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) Mexico. C.R.-S., G.R.-Z., L.M.A.A., and C.M.-F. thank the support from CONACYT.

References

- J. L. Vago, H. C. Vermeulen, and A. Verga, "Fast fourier transform based image compression algorithm optimized for speckle interferometer measurements," *Opt. Eng.* **36**(11), 3052–3063 (1997).
- D. Malacara, M. Servin, and Z. Malacara, *Interferogram Analysis for Optical Testing*, 2nd ed., Taylor & Francis Group, New York (2005).
- M. Takeda, "Fourier fringe analysis and its application to metrology of extreme physical phenomena: a review [Invited]," *Appl. Opt.* **52**(1), 20–29 (2013).
- M. Takeda, H. Ina, and S. Kobayashi, "Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry," *J. Opt. Soc. Am.* **72**(1), 156–160 (1982).
- D. J. Bone, H.-A. Bachor, and R. J. Sandeman, "Fringe-pattern analysis using a 2-D fourier transform," *Appl. Opt.* **25**(10), 1653–1660 (1986).
- T. Kreis, "Digital holographic interference-phase measurement using the fourier-transform method," *J. Opt. Soc. Am. A* **3**(6), 847–855 (1986).
- J. H. Massig and J. Heppner, "Fringe-pattern analysis with high accuracy by use of the fourier-transform method: theory and experimental tests," *Appl. Opt.* **40**(13), 2081–2088 (2001).
- C. Gorecki, "Interferogram analysis using a fourier transform method for automatic 3d surface measurement," *Pure Appl. Opt.: J. Eur. Opt. Soc. A* **1**(2), 103 (1992).
- L.-C. Chen, H.-W. Ho, and X.-L. Nguyen, "Fourier transform profilometry (FTP) using an innovative band-pass filter for accurate 3-D surface reconstruction," *Opt. Lasers Eng.* **48**(2), 182–190 (2010).
- L. Kai and Q. Kemao, "Dynamic 3D profiling with fringe projection using least squares method and windowed fourier filtering," *Opt. Lasers Eng.* **51**(1), 1–7 (2013).
- Y. Fu et al., "Wavelet analysis of speckle patterns with a temporal carrier," *Appl. Opt.* **44**(6), 959–965 (2005).
- S. Vanlanduit et al., "Fourier fringe processing by use of an interpolated fourier-transform technique," *Appl. Opt.* **43**(27), 5206–5213 (2004).
- Z. Zhang et al., "Comparison of fourier transform, windowed fourier transform, and wavelet transform methods for phase calculation at discontinuities in fringe projection profilometry," *Opt. Lasers Eng.* **50**(8), 1152–1160 (2012).
- J. García-Márquez, D. Malacara-Hernández, and M. Servín, "Analysis of interferograms with a spatial radial carrier or closed fringes and its holographic analogy," *Appl. Opt.* **37**(34), 7977–7982 (1998).
- R. Langouj, A. Patil, and P. Rastogi, "Super-resolution fourier transform method in phase shifting interferometry," *Opt. Express* **13**(18), 7160–7173 (2005).
- R. Vander, S. G. Lipson, and I. Leizeron, "Fourier fringe analysis with improved spatial resolution," *Appl. Opt.* **42**(34), 6830–6837 (2003).
- J. L. Marroquin, J. E. Figueroa, and M. Servin, "Robust quadrature filters," *J. Opt. Soc. Am. A* **14**(4), 779–791 (1997).
- J. L. Marroquin, M. Servin, and R. Rodríguez-Vera, "Adaptive quadrature filters and the recovery of phase from fringe pattern images," *J. Opt. Soc. Am. A* **14**(8), 1742–1753 (1997).
- J. B. Liu and P. D. Ronney, "Modified fourier transform method for interferogram fringe pattern analysis," *Appl. Opt.* **36**(25), 6231–6241 (1997).
- K. Larkin, "A self-calibrating phase-shifting algorithm based on the natural demodulation of two-dimensional fringe patterns," *Opt. Express* **9**(5), 236–253 (2001).
- Q. Kemao, "Windowed fourier transform for fringe pattern analysis," *Appl. Opt.* **43**(13), 2695–2702 (2004).
- W. Chen et al., "Method for eliminating zero spectrum in fourier transform profilometry," *Opt. Lasers Eng.* **43**(11), 1267–1276 (2005).
- W. Chen et al., "Fourier transform profilometry based on a fringe pattern with two frequency components," *Optik Int. J. Light Electron Opt.* **119**(2), 57–62 (2008).
- J. Zhong and J. Weng, "Generalized fourier analysis for phase retrieval of fringe pattern," *Opt. Express* **18**(26), 26806–26820 (2010).
- C. Qian, H. Niu, and C. Tay, "An improved windowed fourier transform for fringe demodulation," *Opt. Laser Technol.* **42**(1), 126–131 (2010).
- Y. Fu, J. Wu, and G. Jiang, "Fourier transform profilometry based on defocusing," *Opt. Laser Technol.* **44**(4), 727–733 (2012).
- M. M. Hasan, K. Teramoto, and S. Tanemura, "Windowed fourier assisted two-dimensional hilbert transform for fringes phase extraction," *Optik Int. J. Light Electron Opt.*, in press (2013).
- W. Gao et al., "Parallel computing for fringe pattern processing: a multi-core cpu approach in matlab® environment," *Opt. Lasers Eng.* **47**(11), 1286–1292 (2009).
- L. Huang et al., "Comparison of fourier transform, windowed fourier transform, and wavelet transform methods for phase extraction from a single fringe pattern in fringe projection profilometry," *Opt. Lasers Eng.* **48**(2), 141–148 (2010).
- Y. Takeda, Y. Oshida, and Y. Miyamura, "Random phase shifters for fourier transformed holograms," *Appl. Opt.* **11**(4), 818–822 (1972).
- S. Lai, B. King, and M. A. Neifeld, "Wave front reconstruction by means of phase-shifting digital in-line holography," *Opt. Commun.* **173**(1–6), 155–160 (2000).
- Y. Zhang, Q. Lu, and B. Ge, "Elimination of zero-order diffraction in digital off-axis holography," *Opt. Commun.* **240**(4–6), 261–267 (2004).
- G.-L. Chen et al., "Numerical suppression of zero-order image in digital holography," *Opt. Express* **15**(14), 8851–8856 (2007).
- C. Roddier and F. Roddier, "Interferogram analysis using fourier transform techniques," *Appl. Opt.* **26**(9), 1668–1673 (1987).
- W. Li and X. Su, "Real-time calibration algorithm for phase shifting in phase-measuring profilometry," *Opt. Eng.* **40**(5), 761–766 (2001).
- K. A. Goldberg and J. Bokor, "Fourier-transform method of phase-shift determination," *Appl. Opt.* **40**(17), 2886–2894 (2001).
- E. Hu and Y. He, "Surface profile measurement of moving objects by using an improved π phase-shifting fourier transform profilometry," *Opt. Lasers Eng.* **47**(1), 57–61 (2009).
- F. Bai et al., "Modified fourier-transform method for phase-shift calibration," *Opt. Lasers Eng.* **49**(7), 932–936 (2011).
- M. Shan et al., "Parallel two-step spatial carrier phase-shifting common-path interferometer with a ronchi grating outside the fourier plane," *Opt. Express* **21**(2), 2126–2132 (2013).
- S. Liu et al., "Frequency domain phase extraction algorithm for phase-shifting interferometry with random phase-shifting amount and low-sampling rate," *Opt. Commun.* **291**(0), 150–154 (2013).
- D. Lovrić et al., "Refined fourier-transform method of analysis of full two-dimensional digitized interferograms," *Appl. Opt.* **42**(8), 1477–1484 (2003).
- P. J. Tavares and M. A. Vaz, "Orthogonal projection technique for resolution enhancement of the fourier transform fringe analysis method," *Opt. Commun.* **266**(2), 465–468 (2006).
- P. J. Tavares and M. A. Vaz, "Single image orthogonal fringe technique for resolution enhancement of the fourier transform fringe analysis method," *Opt. Commun.* **290**(0), 33–36 (2013).
- S. Li et al., "Eliminating the zero spectrum in fourier transform profilometry using empirical mode decomposition," *J. Opt. Soc. Am. A* **26**(5), 1195–1201 (2009).
- F. Da and H. Huang, "A novel color fringe projection based fourier transform 3d shape measurement method," *Optik Int. J. Light Electron Opt.* **123**(24), 2233–2237 (2012).
- S. L. Cui, F. Tian, and D. h. Li, "Method to eliminate the zero spectra in fourier transform profilometry based on a cost function," *Appl. Opt.* **51**(16), 3194–3204 (2012).
- J. A. Quiroga, J. A. Gómez-Pedrero, and A. García-Botella, "Algorithm for fringe pattern normalization," *Opt. Commun.* **197**(1–3), 43–51 (2001).
- J. A. Quiroga and M. Servin, "Isotropic n-dimensional fringe pattern normalization," *Opt. Commun.* **224**(4–6), 221–227 (2003).
- J. A. Guerrero et al., "Adaptive monogenic filtering and normalization of espi fringe patterns," *Opt. Lett.* **30**(22), 3018–3020 (2005).
- N. A. Ochoa and A. Silva-Moreno, "Normalization and noise-reduction algorithm for fringe patterns," *Opt. Commun.* **270**(2), 161–168 (2007).
- M. B. Bernini, A. Federico, and G. H. Kaufmann, "Normalization of fringe patterns using the bidimensional empirical mode decomposition and the hilbert transform," *Appl. Opt.* **48**(36), 6862–6869 (2009).
- R. Juarez-Salazar et al., "Generalized phase-shifting interferometry by parameter estimation with the least squares method," *Opt. Lasers Eng.* **51**(5), 626–632 (2013).

Biographies and photographs of the authors not available.

REFERENCIAS

[1] Chien Chou, Jenn-chyang Shyu, Yeu-chuen Huang, and Chen-kee Yuan; "**Common-path optical heterodyne profilometer: a configuration**"; *Applied Optics*, 1 July 1998 . Vol. 37, No. 19. Pag. 4137-4142

[2] Malacara, Daniel; "Optical Shop Testing", Cap. 16: Metrology of Diffuse Surfaces (1967); Pag. 764, John Wiley and Sons.

[3] Burch, J.M. (1970); *Interferometry with Scattered Light*; pp 213-237 (Proc ICO Conf Reading (1969)).

[4] Takeda, M.; Ina, H. and Kobayashi, S. (1982). "**Fourier-Transform Method of Fringe-Pattern Analysis for Computer-Based Topography and Interferometry**". *Journal of the Optical Society of America*, 72, 156-160.

[5] Ichioka, Y. and Inuiya, M. (1972); "**Direct Phase Detection System**". *Applied Optics*, vol. 11, pp. 1507-1514.

[6] Dursun, A.; Ozder, S. and Ecevit, F. N. (2004); "**Continuous Wavelet Transform Analysis of Projected Fringe Patterns**". *Measurement Science and Technology*, 15, 1768-1772.

[7] Abid, A.; Gdeisat, M.; Burton, D. and Lalor, M. (2006); "**A Comparison between Wavelet Fringe Analysis Algorithms**". *Photon 06*. Manchester UK.

[8] Gdeisat, M. A.; Burton, D. R. and Lalor, M. J. (2006) **Spatial Carrier Fringe Pattern Demodulation by Use of a Two-Dimensional Continuous Wavelet Transform**. *Applied Optics*, 45, 8722-8732.

[9] R. Juárez-Salazar, Carlos Robledo-Sánchez, Cruz Meneses-Fabian, Fermin Guerrero-Sánchez, L.M. Arévalo Aguilar, "**Generalized phase-shifting interferometry by parameter estimation with the least squares method**," *Opt. Lasers Eng.* 51(5), 626–632 (2013).

[10] Gustavo Rodriguez-Zurita, Cruz Meneses-Fabian, Noel-Ivan Toto-Arellano, José F. Vázquez-Castillo, Carlos Robledo-Sánchez; "**One-shot phase-shifting phase-grating interferometry with modulation of polarization: case of four interferograms**"; *OPTICS EXPRESS*, 26 May 2008 / Vol. 16, No. 11 / 7806-7817

- [11] W. Chen et al., “**Method for eliminating zero spectrum in fourier transform profilometry,**” *Opt. Lasers Eng.* 43(11), 1267–1276 (2005).
- [12] Y. Zhang, Q. Lu, and B. Ge, “**Elimination of zero-order diffraction in digital off-axis holography,**” *Opt. Commun.* 240(4–6), 261–267 (2004).
- [13] G.-L. Chen et al., “**Numerical suppression of zero-order image in digital holography,**” *Opt. Express* 15(14), 8851–8856 (2007).
- [14]. S. Li et al., “**Eliminating the zero spectrum in fourier transform profilometry using empirical mode decomposition,**” *J. Opt. Soc. Am. A* 26(5), 1195–1201 (2009).
- [15] S. Li et al., “**Eliminating the zero spectrum in fourier transform profilometry using empirical mode decomposition,**” *J. Opt. Soc. Am. A* 26(5), 1195–1201 (2009).
- [16] S. L. Cui, F. Tian, and D. h. Li, “**Method to eliminate the zero spectra in fourier transform profilometry based on a cost function,**” *Appl. Opt.* 51 (16), 3194–3204 (2012).
- [17] Jose F. Casco-Vasquez, Rigoberto Juarez-Salazar, Carlos Robledo-Sanchez, Gustavo Rodriguez -Zurita, Fermin Guerrero Sanchez, Luis M. Arévalo-Aguilar, Cruz Meneses-Fabian; “**Fourier normalized-fringe analysis by zero-order spectrum suppression using a parameter estimation approach**”; *Opt. Eng.* 52(7), 074109, July 2013/Vol.5(7).
- [18] Rastogi, P. K. (1997) **Optical Measurement Techniques and Applications**, ARTECH HOUSE, INC
- [19] Daniel Malacara, “**Optical Shop Testing**”, Cap. 3, 3a. Ed., *John Wiley & Sons.*(2007)
- [20] Hecht, Eugene, “**Optics**”, *Addison Wesley Longman*, 4^a, Ed., (2004).
- [21] Hobson, C. A.; Atkinson, J. T. and Lilley, F. (1997) **The Application of Digital Filtering to Phase Recovery When Surface Contouring Using Fringe Projection Techniques.** *Optics and Lasers in Engineering*, 27, 355-68.
- [22] Bruning, J. H. and al., e. (1974) **Digital Wavefront Measuring Interferometer for Testing Optical Surfaces and Lenses.** *Applied Optics*, 13, 2693-2703.
- [23] Creath, K. (1993) **Interferogram Analysis: Digital Fringe Pattern Measurement Techniques**, *Institute of Physics Publishing*, Bristol and Philadelphia.
- [24] J. H. Massig and J. Heppner, “**Fringe-pattern analysis with high accuracy by use of the fourier-transform method: theory and experimental tests,**” *Appl. Opt.* 40(13), 2081–2088 (2001).

- [25] D. J. Bone, H.-A. Bachor, and R. J. Sandeman, “**Fringe-pattern analysis using a 2-D fourier transform,**” *Appl. Opt.* 25(10), 1653–1660 (1986).
- [26] D. Malacara, M. Servin, and Z. Malacara, “**Interferogram Analysis for Optical Testing**”, 2nd ed., *Taylor & Francis Group*, New York (2005).
- [27] M. Takeda, “**Fourier fringe analysis and its application to metrology of extreme physical phenomena: a review [Invited],**” *Appl. Opt.* 52(1), 20–29 (2013).
- [28] R. Vander, S. G. Lipson, and I. Leizerson, “**Fourier fringe analysis with improved spatial resolution,**” *Appl. Opt.* 42(34), 6830–6837 (2003).
- [29] J. B. Liu and P. D. Ronney, “**Modified fourier transform method for interferogram fringe pattern analysis,**” *Appl. Opt.* 36(25), 6231–6241 (1997).
- [30] C. Roddier and F. Roddier, “**Interferogram analysis using fourier transform techniques,**” *Appl. Opt.* 26(9), 1668–1673 (1987).
- [31] J. Zhong and J. Weng, “**Generalized fourier analysis for phase retrieval of fringe pattern,**” *Opt. Express* 18(26), 26806–26820 (2010).
- [32] Mitsuo Takeda, Hideki Ina and Seiji Kobayashi, “**Fourier-Transform method of fringe pattern analysis for computer-based topography and interferometry**”, *J.Op.Soc./Vol 72*, No 1/January 1982.
- [33] J. L. Vago, H. C. Vermeulen, and A. Verga, “**Fast fourier transform based image compression algorithm optimized for speckle interferometer measurements**”, *Opt. Eng.* 36(11), 3052–3063 (1997).
- [34] D. Lovric´ et al., “**Refined fourier-transform method of analysis of full two-dimensional digitized interferograms,**” *Appl. Opt.* 42(8), 1477–1484 (2003).
- [35] Ghiglia, D. C. and Pritt, M. D. (1998) **Two-Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms and Software**, *A Willey-Interscience Publication*
- [36] Creath, K. and Schmit, J. (1994) **Errors in Spatial Phase-Stepping Techniques**. *SPIE, New Techniques and Analysis in Optical Measurements*, 2340, 170-176.
- [37] Hariharan, P.; Oreb, B. F. and Eiju, T. (1987) **Digital Phase-Shifting Interferometry: A Simple Error-Compensating Phase Calculation Algorithm**. *Applied Optics*, 26, 2504-2505.
- [38] Wyant, C. J. and Creath, K. (1992) **Advances in Interferometric Optical Profiling**. *International Journal of Machine Tools Manufacturing*, 32, 5-10.

- [39] K. Larkin, “**A self-calibrating phase-shifting algorithm based on the natural demodulation of two-dimensional fringe patterns,**” *Opt. Express* 9(5), 236–253 (2001).
- [40] C. Quan, H. Niu, and C. Tay, “**An improved windowed fourier transform for fringe demodulation,**” *Opt. Laser Technol.* 42(1), 126–131 (2010).
- [41] Y. Takeda, Y. Oshida, and Y. Miyamura, “**Random phase shifters for fourier transformed holograms,**” *Appl. Opt.* 11(4), 818–822 (1972).
- [42] S. Lai, B. King, and M. A. Neifeld, “**Wave front reconstruction by means of phase-shifting digital in-line holography,**” *Opt. Commun.* 173(1–6), 155–160 (2000).
- [43] R. Langoju, A. Patil, and P. Rastogi, “**Super-resolution fourier transform method in phase shifting interferometry,**” *Opt. Express* 13(18), 7160–7173 (2005).
- [44] N. A. Ochoa and A. Silva-Moreno, “**Normalization and noise-reduction algorithm for fringe patterns,**” *Opt. Commun.* 270(2), 161–168 (2007).
- [45] M. B. Bernini, A. Federico, and G. H. Kaufmann, “**Normalization of fringe patterns using the bidimensional empirical mode decomposition and the hilbert transform,**” *Appl. Opt.* 48(36), 6862–6869 (2009).
- [46] Hibino, K.; Oreb, B. F. and Farrant, D. I. (1995) **Phase Shifting for Non-Sinusoidal Waveforms With Phase-Shift Errors.** *Journal of Optical Society of America*, 12, 761-767.
- [47] Hiroshi Kadono, Nobukatsu Takai and Toshimitsu, “**New common path phase shifting interferometer using a polarization technique**”, *Applied Optics*, Vol 26, No. 5 (1987)
- [48] T. Kreis, “**Digital holographic interference-phase measurement using the fourier-transform method,**” *J. Opt. Soc. Am. A* 3(6), 847–855 (1986).
- [49] Mahendra P. kothiyal and Claude Delisle, “**Shearing interferometer for phase shifting interferometry with polarization phase shifter**”, *Applied Optics*, Vol 24, No. 24 (1985).
- [50] C. Quan, H. Niu, and C. Tay, “**An improved windowed fourier transform for fringe demodulation,**” *Opt. Laser Technol.* 42(1), 126–131 (2010).
- [51] W. Li and X. Su, “**Real-time calibration algorithm for phase shifting in phase-measuring profilometry,**” *Opt. Eng.* 40(5), 761–766 (2001).
- [52] K. A. Goldberg and J. Bokor, “**Fourier-transform method of phase-shift determination,**” *Appl. Opt.* 40(17), 2886–2894 (2001).
- [53] E. Hu and Y. He, “**Surface profile measurement of moving objects by using an improved π phase-shifting fourier transform profilometry,**” *Opti. Lasers Eng.* 47(1), 57–61 (2009).

- [54] F. Bai et al., “**Modified fourier-transform method for phase-shift calibration,**” *Opt. Lasers Eng.* 49(7), 932–936 (2011).
- [55] M. Shan et al., “**Parallel two-step spatial carrier phase-shifting common path interferometer with a ronchi grating outside the fourier plane,**” *Opt. Express* 21(2), 2126–2132 (2013).
- [56] S. Liu et al., “**Frequency domain phase extraction algorithm for phase shifting interferometry with random phase-shifting amount and low sampling rate,**” *Opt. Commun.* 291(0), 150–154 (2013).
- [57] P. J. Tavares and M. A. Vaz, “**Orthogonal projection technique for resolution enhancement of the fourier transform fringe analysis method,**” *Opt. Commun.* 266(2), 465–468 (2006).
- [58] P. J. Tavares and M. A. Vaz, “**Single image orthogonal fringe technique for resolution enhancement of the fourier transform fringe analysis method,**” *Opt. Commun.* 290(0), 33–36 (2013).
- [59]. F. Da and H. Huang, “**A novel color fringe projection based fourier transform 3d shape measurement method,**” *Optik Int. J. Light Electron Opt.* 123(24), 2233–2237 (2012).
- [60]. J. A. Quiroga, J. A. Gómez-Pedrero, and A. García-Botella, “**Algorithm for fringe pattern normalization,**” *Opt. Commun.* 197(1–3), 43–51 (2001).
- [61]. J. A. Quiroga and M. Servin, “**Isotropic n-dimensional fringe pattern normalization,**” *Opt. Commun.* 224(4–6), 221–227 (2003).
- [62]. J. A. Guerrero et al., “**Adaptive monogenic filtering and normalization of espi fringe patterns,**” *Opt. Lett.* 30(22), 3018–3020 (2005).