



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE  
FASE Y AMPLITUD

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
Doctor en Ciencias Física Aplicada

PRESENTA:

M.C. Carlos Augusto Flores Meneses

DIRECTOR:

Dr. Cruz Meneses Fábian



Puebla, Pue., julio 2024



**Título:** Interferometría de corrimiento de fase y amplitud  
**Estudiante:** M.C. Carlos Augusto Flores Meneses

## COMITÉ

---

**Presidenta:** Dra. María del Rosario Pastrana Sánchez

---

**Secretario:** Dr. Juan Castillo Mixcoatl

---

**Vocal:** Dr. Ricardo Agustín Serrano

---

**Vocal Externo:** Dr. Maximino Avendaño Alejo

---

**Vocal Externo:** Dr. Jorge García Márquez

---

**Suplente:** Dr. Antonio Barcelata Pinzón

---

**Asesor:** Dr. Cruz Meneses Fabián







# Reconocimientos

---

En primer lugar, agradezco a mi familia por todo el apoyo incondicional recibido durante esta etapa.

Agradezco al Dr. Cruz Meneses Fabián por brindarme la oportunidad de realizar este trabajo de tesis bajo su dirección, por el aprendizaje obtenido, por su paciencia, por la motivación y apoyo recibido, ha sido un aporte invaluable a mi formación como persona e investigador.

También agradezco a mis profesores, amigos y colegas de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla por todos aquellos momentos inestimables.

Agradezco los miembros del honorable jurado, Dra. María del Rosario Pastrana Sánchez, Dr. Juan Castillo Mixcoatl, Dr. Ricardo Serrano Agustín, Dr. Maximino Avendaño Alejo, Dr. Jorge García Márquez, Dr. Antonio Barcelata Pinzón, por su disposición y tiempo que fue dedicado a la revisión del presente escrito, así como sus valiosas observaciones y correcciones a este trabajo.

Y a CONACYT por el apoyo financiero en la elaboración de este trabajo de tesis.



# Resumen

---

Recientemente, se ha propuesto un método de recuperación de fase y amplitud, nombrada como Interferometría de Corrimiento de Fase y Amplitud (APSI, por sus siglas en inglés “Amplitude-Phase-Shifting Interferometry”). Con esta técnica es posible recuperar tanto las amplitudes de los campos de referencia y prueba, así como la fase del frente de onda para distribuciones inhomogéneas espacialmente pero constantes en el tiempo, mediante modulación de polarización. La técnica consiste en la captura de un mínimo de tres interferogramas con corrimientos de fase iguales y conocidos, con los cuales se demuestra que es posible recuperar los parámetros del campo óptico, es decir, la amplitud de prueba, la amplitud de referencia y la fase.

En el presente proyecto de tesis, se propone modificar la técnica APSI de forma que sea capaz de recuperar los parámetros del campo óptico con pasos de fase diferentes pero conocidos. Adicionalmente, se plantea proponer una variante de APSI para la recuperación de distribuciones de fase inhomogéneas en el espacio y en el tiempo, de tal manera que sea posible observar las variaciones espaciales y temporales en tiempo real. Esto es, para tiempos suficientemente cortos para que el sistema cumpla con los requisitos de inmediatez en el presente contexto práctico.



# Índice general

---

<b>Índice de figuras</b>	<b>ix</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Planteamiento del problema . . . . .	3
1.2. Objetivos generales . . . . .	3
1.3. Objetivos específicos . . . . .	3
1.4. Contexto del trabajo . . . . .	3
<b>2. Antecedentes</b>	<b>5</b>
2.1. Fundamentos de la interferometría . . . . .	5
2.1.1. Ecuación de interferencia de dos haces . . . . .	6
2.2. Polarización . . . . .	8
2.3. Descripción matemática de los estados de polarización . . . . .	9
2.3.1. Polarización lineal . . . . .	9
2.3.2. Polarización circular . . . . .	10
2.3.3. Polarización elíptica . . . . .	11
2.3.4. Calculo de Jones . . . . .	13
2.3.4.1. Vector de Jones . . . . .	13
2.3.5. Matrices de Jones para polarizador y retardador . . . . .	15
<b>3. Interferometría de corrimiento de fase y amplitud</b>	<b>19</b>
3.1. Interferometría de corrimiento de fase y amplitud . . . . .	19
3.1.1. Descripción del modelo matemático . . . . .	19
3.1.2. Simulación numérica . . . . .	21
3.1.3. Descripción del arreglo experimental . . . . .	25
3.1.4. Resultados experimentales . . . . .	30
3.1.5. Análisis de error . . . . .	32
3.1.5.1. Errores en la posición del retardador . . . . .	33
3.1.5.2. Errores en el segundo polarizador . . . . .	35
3.1.5.3. Ruido en los campos ópticos . . . . .	37

3.1.5.4.	Errores en retardador, polarizador, y ruido en los campos ópticos . . . . .	39
3.2.	Interferometría de corrimiento de fase y amplitud generalizada . . .	40
3.2.1.	Descripción del modelo matemático . . . . .	40
3.2.2.	Caso generalizado de 3 pasos . . . . .	43
3.2.3.	Simulación numérica . . . . .	44
3.2.4.	Resultados experimentales . . . . .	48
3.2.5.	Análisis de ruido . . . . .	51
3.2.5.1.	Errores en la posición del retardador . . . . .	51
3.2.5.2.	Errores en la posición del segundo polarizador . . .	53
3.2.5.3.	Ruido en los campos ópticos . . . . .	55
3.2.5.4.	Errores en el retardador, polarizador y ruido en los campos ópticos . . . . .	57
3.3.	Interferometría de corrimiento de fase y amplitud de un solo disparo	58
3.3.1.	Descripción del modelo matemático . . . . .	58
3.3.2.	Simulación numérica . . . . .	63
3.4.	Interferometría de corrimiento de fase y amplitud generalizada de un solo disparo . . . . .	64
3.4.1.	Descripción del modelo matemático . . . . .	64
3.4.2.	Simulación numérica . . . . .	66
<b>4.</b>	<b>Interferometría de corrimiento de fase autocalibrada de un solo disparo mediante normalización directa de interferogramas</b>	<b>69</b>
4.1.	Análisis de ruido . . . . .	72
4.1.1.	Errores en los polarizadores $P_1, P_2$ . . . . .	73
4.1.2.	Errores en los polarizadores $P_L, P_R$ . . . . .	74
4.1.3.	Errores en $P_1, P_2, P_L, P_R$ . . . . .	74
4.2.	Resultados experimentales . . . . .	75
<b>5.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>79</b>
5.1.	Trabajo a futuro . . . . .	80
	<b>Bibliografía</b>	<b>81</b>

# Índice de figuras

---

2.1. Polarización lineal a $\pi/4$ , viajando en dirección positiva del eje $z$ . Para este caso particular $E_{0x} = E_{0y} = 2$ . . . . .	10
2.2. Polarización circular a derecha viajando en dirección positiva del eje $z$ . Para este caso particular $E_{0x} = E_{0y} = 2$ . . . . .	11
2.3. Polarización elíptica de derecha viajando en la dirección positiva del eje $z$ . Para este caso particular $E_{0x} = E_{xy} = 2$ y $\alpha = 7\pi/4$ . . . . .	13
3.1. (a <sub>1</sub> ) amplitud de referencia $A_r$ , (b <sub>1</sub> ) amplitud de prueba $A_p$ , (c <sub>1</sub> ) fase en envuelta $\phi_w$ , (a <sub>2</sub> - c <sub>2</sub> ) interferogramas con corrimientos de fase $-\pi$ , $0$ , $\pi$ , respectivamente. . . . .	22
3.2. a <sub>1</sub> -c <sub>1</sub> funciones $u_i$ . a <sub>2</sub> -c <sub>2</sub> parámetros del campo óptico recuperados. a <sub>3</sub> - c <sub>3</sub> diferencias en los parámetros recuperados y los parámetros simulados. . . . .	23
3.3. Parámetros del campo óptico recuperados por APSI para los casos de $M = 4, 5, 6$ interferogramas. . . . .	24
3.4. Esquema experimental interferómetro Mach-Zehnder: $BS_1$ , $BS_2$ divisor de haz; $P_1$ , $P_2$ polarizadores; $M_1$ , $M_2$ espejos; $Q_w$ retardador de un cuarto de onda; $O$ objeto de fase; NDF filtro de densidad neutra; CCD cámara. Las flechas indican la dirección en la que los campos se propagan. . . . .	26
3.5. Montaje experimental. Se muestra los elementos para el filtraje espacial y el láser. . . . .	27
3.6. Montaje experimental del interferómetro Mach-Zehnder. Se muestran dos divisores de haz, retardador de un cuarto de onda, polarizadores, cámara CCD y espejos. . . . .	28
3.7. Montaje experimental del interferómetro Mach-Zehnder desde otra perspectiva. Se muestran dos divisores de haz, retardador de un cuarto de onda, polarizadores, cámara CCD y espejos. . . . .	29
3.8. (a <sub>1</sub> -c <sub>1</sub> ) interferogramas capturados con corrimientos de fase $-\pi/3$ , $0$ y $\pi/3$ , respectivamente. (a <sub>2</sub> -c <sub>2</sub> ) funciones $u_i$ . . . . .	30

3.9.	(a <sub>1</sub> ) amplitud de referencia capturada directamente $A_r$ , (b <sub>1</sub> ) amplitud de prueba capturada directamente $A_p$ , (a <sub>2</sub> ) amplitud de referencia recuperada $A_{rA}$ , (b <sub>2</sub> ) amplitud de prueba recuperada $A_{pA}$ , (c <sub>2</sub> ) fase envuelta recuperada $\phi_{wA}$ , (c <sub>3</sub> ) fase desenvuelta recuperada $\phi_A$ . . . . .	31
3.10.	Parámetros del campo óptico recuperados experimentalmente para los casos de $M = 4, 5, 6$ interferogramas. . . . .	32
3.11.	$A_r$ con ruido en el ángulo del retardador $\theta$ . Línea oscura representa el valor teórico; líneas de colores discontinuas, recuperadas asumiendo $\varepsilon_\theta = \pm \frac{\pi}{60}, \pm \frac{\pi}{30}, \pm \frac{\pi}{20}$ , $\varepsilon_{\zeta_m} = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ . . . . .	33
3.12.	$A_r$ con ruido en el ángulo del retardador $\theta$ . Línea oscura representa el valor teórico; líneas de colores discontinuas, recuperadas asumiendo $\varepsilon_\theta = \pm \frac{\pi}{60}, \pm \frac{\pi}{30}, \pm \frac{\pi}{20}$ , $\varepsilon_{\zeta_m} = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ . . . . .	34
3.13.	$\phi$ con ruido en el ángulo del retardador $\theta$ . Línea oscura el valor teórico; líneas de colores discontinuas, recuperadas asumiendo $\varepsilon_\theta = \pm \frac{\pi}{60}, \pm \frac{\pi}{30}, \pm \frac{\pi}{20}$ , $\varepsilon_{\zeta_m} = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ . . . . .	34
3.14.	$A_p$ con ruido en el ángulo del segundo polarizador $\zeta$ . Línea punteada negra representa el valor teórico de $A_r$ ; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de $A_{rA}$ recuperada asumiendo $\sigma_\zeta = \frac{\pi}{90}, \frac{\pi}{45}, \frac{\pi}{30}, \frac{2\pi}{45}, \frac{\pi}{18}$ , $\varepsilon_\theta = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ ; la línea verde oscura discontinua representa el promedio de los 1000 datos. . . . .	35
3.15.	$A_r$ con ruido en el ángulo del segundo polarizador $\zeta$ . La línea punteada negra representa el valor teórico de $A_p$ ; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de $A_{pA}$ recuperada asumiendo $\sigma_\zeta = \frac{\pi}{90}, \frac{\pi}{45}, \frac{\pi}{30}, \frac{2\pi}{45}, \frac{\pi}{18}$ , $\varepsilon_\theta = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos. . . . .	36
3.16.	$\phi$ con ruido en el ángulo del segundo polarizador $\zeta$ . La línea punteada negra representa el valor teórico de $\phi_w$ ; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de $\phi_{wA}$ recuperada asumiendo $\sigma_\zeta = \frac{\pi}{90}, \frac{\pi}{45}, \frac{\pi}{30}, \frac{2\pi}{45}, \frac{\pi}{18}$ , $\varepsilon_\theta = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos. . . . .	36
3.17.	$A_{pA}$ con inestabilidad en los campos ópticos. La línea punteada negra representa el valor teórico de $A_p$ ; las líneas negras claras representan la desviación estándar de $A_p$ introducida por (a)-(e) $\sigma_A = tA_h$ con $h = r, p$ , y $t = 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12$ respectivamente; las líneas verdes claras representan desviación estándar de $A_{pA}$ recuperada asumiendo $\varepsilon_{\zeta_m} = \varepsilon_\theta = 0$ , y $\varepsilon_\phi = \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{9}, \frac{5\pi}{18}$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos. . . . .	37

3.18. $A_{rA}$ con inestabilidad en los campos ópticos. La línea punteada negra representa el valor teórico $A_r$ ; las líneas negras claras representan la desviación estándar de $A_r$ introducida por (a)-(e) $\sigma_A = tA_h$ con $h = r, p$ , y $t = 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12$ respectivamente; las líneas verdes claras representan desviación estándar de $A_{rA}$ recuperada asumiendo $\varepsilon_{\zeta_m} = \varepsilon_\theta = 0$ , y $\varepsilon_\phi = \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{9}, \frac{5\pi}{18}$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos. . . . .	38
3.19. $\phi_{wA}$ con inestabilidad en los campos ópticos. La línea punteada negra representa el valor teórico de $\phi_w$ ; las líneas negras claras representan la desviación estándar de $\phi_w$ introducida por (a)-(e) $\varepsilon_\phi = \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{9}, \frac{5\pi}{18}$ respectivamente; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de $A_{rA}$ recuperada asumiendo $\varepsilon_{\zeta_m} = \varepsilon_\theta = 0$ , y $\sigma_A = tA_h$ con $h = r, p$ , y $t = 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos. . . . .	38
3.20. (a) Amplitud de referencia; (b) Amplitud de prueba; (c) Fase en vuelta: La línea punteada negra representa el valor teórico; las líneas negras claras representan la desviación estándar introducida por $\varepsilon_\phi = \frac{\pi}{9}$ , y $\sigma_A = 0.1A_h$ con $h = r, p$ ; las líneas verdes claras representan respectivamente la desviación estándar de $A_{rA}$ , $A_{pA}$ , y $\phi_{wA}$ recuperadas asumiendo $\varepsilon_\theta = \sigma_{\zeta_m} = \frac{\pi}{180}$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos. . . . .	39
3.21. Interferómetro de trayectoria común de doble apertura: $P_1, P_2$ polarizadores, $Q$ retardador de cuarto de onda, $t_A$ ventana de doble apertura, $O$ objeto de fase, $L_1, L_2$ lentes, $R$ rejilla de Ronchi, $CCD$ cámara. . . . .	40
3.22. (a <sub>1</sub> ) amplitud de referencia $A_r$ , (b <sub>1</sub> ) amplitud de prueba $A_p$ , (c <sub>1</sub> ) fase en envuelta $\phi_w$ , (a <sub>2</sub> - c <sub>2</sub> ) interferogramas con corrimientos $-\pi/3, \pi/18, \pi/4$ , respectivamente. . . . .	45
3.23. (a <sub>1</sub> - c <sub>1</sub> ) funciones $u_i$ . (a <sub>2</sub> - c <sub>2</sub> ) parámetros del campo óptico recuperados. (a <sub>3</sub> - c <sub>3</sub> ) diferencias en los parámetros recuperados y los parámetros simulados. . . . .	46
3.24. Parámetros del campo óptico recuperados por APSI para los casos de $M = 4, 5, 6$ interferogramas. . . . .	47
3.25. (a <sub>1</sub> )-(c <sub>1</sub> ) interferogramas para $M = 3$ con pasos de fase $\zeta_0 = \pi/3$ , $\zeta_1 = \pi/12$ , $\zeta_2 = -\pi/4$ . (a <sub>2</sub> )-(c <sub>2</sub> ) parámetros $u_1-u_3$ . . . . .	48
3.26. (a <sub>1</sub> )-(b <sub>1</sub> ) amplitudes capturadas directamente. (a <sub>2</sub> ),(b <sub>2</sub> ),(c <sub>2</sub> ),(c <sub>3</sub> ) parámetros del campo óptico recuperados. (a <sub>3</sub> )-(b <sub>3</sub> ) desviaciones de amplitudes. . . . .	49
3.27. Extracción de los parámetros del campo óptico de los casos $M = 4, 5, 6$ . . . . .	50

- 3.28. Amplitud de referencia recuperada: Línea oscura representa el valor teórico; líneas de colores discontinuas, recuperadas asumiendo  $\varepsilon_\theta = \pm \frac{\pi}{60}, \pm \frac{\pi}{30}, \pm \frac{\pi}{20}$ ,  $\varepsilon_{\zeta_m} = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ . . . . . 52
- 3.29. Amplitud de prueba recuperada: Línea oscura representa el valor teórico; líneas de colores discontinuas, recuperadas asumiendo  $\varepsilon_\theta = \pm \frac{\pi}{60}, \pm \frac{\pi}{30}, \pm \frac{\pi}{20}$ ,  $\varepsilon_{\zeta_m} = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ . . . . . 52
- 3.30. Fase envuelta recuperada: Línea oscura representa el valor teórico; líneas de colores discontinuas, recuperadas asumiendo  $\varepsilon_\theta = \pm \frac{\pi}{60}, \pm \frac{\pi}{30}, \pm \frac{\pi}{20}$ ,  $\varepsilon_{\zeta_m} = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ . . . . . 53
- 3.31. Amplitud de referencia: Línea punteada negra representa el valor teórico de  $A_r$ ; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de  $A_{rA}$  recuperada asumiendo  $\sigma_\zeta = \frac{\pi}{90}, \frac{\pi}{45}, \frac{\pi}{30}, \frac{2\pi}{45}, \frac{\pi}{18}$ ,  $\varepsilon_\theta = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ ; la línea verde oscura discontinua representa el promedio de los 1000 datos. . . . . 54
- 3.32. Amplitud de prueba: La línea punteada negra representa el valor teórico de  $A_p$ ; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de  $A_{pA}$  recuperada asumiendo  $\sigma_\zeta = \frac{\pi}{90}, \frac{\pi}{45}, \frac{\pi}{30}, \frac{2\pi}{45}, \frac{\pi}{18}$ ,  $\varepsilon_\theta = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos. . . . . 54
- 3.33. Fase envuelta: La línea punteada negra representa el valor teórico de  $\phi_w$ ; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de  $\phi_{wA}$  recuperada asumiendo  $\sigma_\zeta = \frac{\pi}{90}, \frac{\pi}{45}, \frac{\pi}{30}, \frac{2\pi}{45}, \frac{\pi}{18}$ ,  $\varepsilon_\theta = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos. . . . . 55
- 3.34. Amplitud de referencia: La línea punteada negra representa el valor teórico de  $A_r$ ; las líneas negras claras representan la desviación estándar de  $A_r$  introducida por (a)-(e)  $\sigma_A = tA_h$  con  $h = r, p$ , y  $t = 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12$  respectivamente; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de  $A_{rA}$  recuperada asumiendo  $\varepsilon_{\zeta_m} = \varepsilon_\theta = 0$ , y  $\varepsilon_\phi = \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{9}, \frac{5\pi}{18}$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos. . . . . 56
- 3.35. Amplitud de prueba: La línea punteada negra representa el valor teórico de  $A_p$ ; las líneas negras claras representan la desviación estándar de  $A_p$  introducida por (a)-(e)  $\sigma_A = tA_h$  con  $h = r, p$ , y  $t = 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12$  respectivamente; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de  $A_{pA}$  recuperada asumiendo  $\varepsilon_{\zeta_m} = \varepsilon_\theta = 0$ , y  $\varepsilon_\phi = \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{9}, \frac{5\pi}{18}$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos. . . . . 56

3.36. Fase envuelta: La línea punteada negra representa el valor teórico de $\phi_w$ ; las líneas negras claras representan la desviación estándar de $\phi_w$ introducida por (a)-(e) $\varepsilon_\phi = \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{9}, \frac{5\pi}{18}$ respectivamente; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de $A_{rA}$ recuperada asumiendo $\varepsilon_{\sigma_m} = \varepsilon_\theta = 0$ , y $\sigma_A = tA_h$ con $h = r, p$ , y $t = 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos. . . . .	57
3.37. (a) Amplitud de referencia; (b) Amplitud de prueba; (c) Fase envuelta: La línea punteada negra representa el valor teórico; las líneas negras claras representan la desviación estándar introducida por $\varepsilon_\phi = \frac{\pi}{9}$ , y $\sigma_A = 0.1A_h$ con $h = r, p$ ; las líneas verdes claras representan respectivamente la desviación estándar de $A_{rA}$ , $A_{pA}$ , y $\phi_{wA}$ recuperadas asumiendo $\varepsilon_\theta = \sigma_{\sigma_m} = \frac{\pi}{180}$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos. . . . .	58
3.38. Diagrama experimental. $P$ polarizador, $Q_w$ retardador de cuarto de onda, $O$ objeto de fase, $L_1, L_2$ lentes, $R$ dos rejillas cruzadas a $\pi/2$ , $P_L, P_R$ polarizadores, $CCD$ cámara, . . . . .	59
3.39. (a <sub>1</sub> ) amplitud de referencia $A_r$ , (b <sub>1</sub> ) amplitud de prueba $A_p$ , (c <sub>1</sub> ) fase en envuelta $\phi_w$ , (a <sub>2</sub> - c <sub>2</sub> ) interferogramas. . . . .	63
3.40. (a <sub>1</sub> - c <sub>1</sub> ) funciones $u_i$ . (a <sub>2</sub> - c <sub>2</sub> ) parámetros del campo óptico recuperados. (a <sub>3</sub> - c <sub>3</sub> ) diferencias en los parámetros recuperados y los parámetros simulados. . . . .	64
3.41. (a <sub>1</sub> ) amplitud de referencia $A_r$ , (b <sub>1</sub> ) amplitud de prueba $A_p$ , (c <sub>1</sub> ) fase en envuelta $\phi_w$ , (a <sub>2</sub> - c <sub>2</sub> ) interferogramas. . . . .	67
3.42. (a <sub>1</sub> - c <sub>1</sub> ) funciones $u_i$ . (a <sub>2</sub> - c <sub>2</sub> ) parámetros del campo óptico recuperados. (a <sub>3</sub> - c <sub>3</sub> ) diferencias en los parámetros recuperados y los parámetros simulados. . . . .	67
4.1. Interferómetro de trayectoria común de doble apertura: $P_1, P_2$ polarizadores, $Q_w$ retardador de un cuarto de onda, $W$ ventana de doble apertura, $O$ objeto de fase, $L_1, L_2$ lentes, $R$ rejilla de Ronchi, $P_L, P_R$ polarizadores, $CCD$ cámara. . . . .	70
4.2. La fila 300 de la fase simulada $\phi$ . La línea negra representa el valor teórico de la fase, mientras que las líneas coloreadas representan la fase recuperada envuelta $\phi_w$ con errores en los polarizadores $P_1$ y $P_2$ de valores $\varepsilon_{\theta_1} = -\varepsilon_{\theta_2} = \pm\pi/60, \pm\pi/30, \pm\pi/20$ . . . . .	73
4.3. La fila 300 de la fase simulada $\phi$ . La línea negra representa el valor teórico de la fase, mientras que las líneas de colores representan la fase recuperada envuelta $\phi_w$ con errores en los polarizadores $P_L$ y $P_R$ de valores $\varepsilon_\sigma = \pm\pi/60, \pm\pi/30, \pm\pi/20$ . . . . .	74

4.4.	La fila 300 de la fase simulada $\phi$ . La línea negra representa el valor teórico de la fase, mientras que las líneas coloreadas representan la fase recuperada envuelta $\phi_w$ con errores en los polarizadores $P_1, P_2, P_L, P_R$ de valores $\varepsilon_{\theta_1} = -\varepsilon_{\theta_2} = \varepsilon_{\sigma} = \pm\pi/60, \pm\pi/30, \pm\pi/20$ . . . . .	75
4.5.	Cuatro interferogramas capturados en un solo disparo. . . . .	76
4.6.	(a), (b) Interferogramas normalizados (c) fase envuelta recuperada (d) y (e) fase desenvuelta recuperada. . . . .	77
4.7.	Cuatro interferogramas capturados en un solo disparo utilizando gotas de agua como objeto de fase. . . . .	77
4.8.	(a), (b) Interferogramas normalizados (c) fase envuelta recuperada (d) y (e) fase desenvuelta recuperada. . . . .	78

---

## Capítulo 1

# Introducción

---

La interferometría de corrimiento de fase (PSI de sus siglas en inglés Phase-Shifting Interferometry) es un método capaz de obtener la fase deseada resolviendo un sistema de ecuaciones formado por tres o más interferogramas con pasos de fase conocidos e iguales [1]. En 1974 Brunning et al utiliza por primera vez el método PSI, en el cual hace uso de un transductor piezo-eléctrico como cambiador de fase. PSI es técnica ampliamente aplicada en diversas disciplinas científicas y tecnológicas, incluidas la física, la química, la biología, la medicina, la ingeniería, la metrología, la microscopía, y más [2–6]. Este método implica capturar un número  $N \geq 3$  interferogramas con desplazamientos de fase conocidos e iguales con los cuales se ha demostrado que se puede establecer un sistema lineal de ecuaciones para derivar una expresión para el cálculo de la fase [1, 7]. Se han propuesto varios enfoques para implementar los corrimientos de fase, incluyendo el uso de transductores piezoeléctricos [1], movimiento de espejo de referencia [8], desplazamiento de rejilla [9], modulación de polarización [10], uso de fuente de doble longitud de onda [11], modulación de amplitud [12–14], entre otros. Sin embargo, introducir los pasos de fase de forma precisa resulta un inconveniente debido a las anomalías intrínsecas en cada uno de los materiales que realicen este corrimiento, tales como defectos de fabricación, respuesta a la temperatura y demás. Como solución de estos problemas, se proponen algoritmos en los cuales los pasos de fase sean diferentes entre sí, sin embargo, aún es necesario conocerlos; esta técnica se nombró como GPSI [15, 16] (GPSI, por sus siglas en inglés “General Phase-Shifting Interferometry”). Una propuesta surgió para resolver este inconveniente, es decir que los pasos de fase sean diferentes y desconocidos, nombrada ahora como SGPSI [17] (de sus siglas en inglés “Self-Calibrating Generalized Phase-Shifting Interferometry”). Estas técnicas se han empleado extensamente para analizar distribuciones de fase invariantes en el tiempo, donde los interferogramas se capturan de manera asincrónica. Para distribuciones de fase variables en el tiempo, diversas propuestas y aplicaciones desempeñan un papel crucial en diferentes dominios científicos y

tecnológicos. Sus aplicaciones abarcan desde la medición de organismos biológicos [18], movimientos celulares [19], análisis de vibraciones [20] hasta topografía 3D [21]. Esta amplia utilidad ha llevado a una investigación extensa y al surgimiento de diversas metodologías. En interferometría, para distribuciones de fase dinámicas, se han introducido propuestas alternativas, como los interferómetros de máscara de fase pixelada [22], que aunque se han convertido en estándares industriales, están asociados con altos costos, lo cual es una desventaja significativa. Otros enfoques involucran el uso de un solo interferograma y el aprovechamiento de técnicas de aprendizaje profundo en inteligencia artificial [23, 24], aunque requieren un entrenamiento extenso con grandes conjuntos de datos y pueden tener limitaciones respecto a la precisión de la recuperación de fase.

Recientemente se ha propuesto un nuevo método capaz de medir tanto las amplitudes ópticas y la fase del objeto. Este método se ha implementado numéricamente y experimentalmente utilizando el interferómetro de trayectoria común de doble apertura y consiste en modular el haz de referencia y el corrimiento de fase en el haz de prueba utilizando modulación de polarización, la cual es una importante aportación del presente trabajo debido a que las propuestas actuales evitan modular las amplitudes para los modelos planteados [1, 22, 25, 26]. El haz de referencia y prueba tienen polarización lineal y circular a derechas respectivamente, mientras que en la salida del interferómetro se coloca un polarizador lineal para obtener los interferogramas modulados en la amplitud de referencia además de introducir los pasos de fase. Para ello se requiere capturar un mínimo de 3 interferogramas de manera síncrona rotando el polarizador en la salida a diferentes ángulos, esta técnica se ha nombrado como “Interferometría de corrimiento de fase y amplitud”. Con esta técnica es posible recuperar de forma simple las amplitudes de prueba y referencia directamente y sin ambigüedad, inconveniente que se tiene en contraste con la técnica PSI, y adicionalmente la fase del frente de onda. Debido a que con este método es posible reconstruir totalmente el campo óptico es posible aplicarlo a holografía, polarimetría o haces adifraccionales. Entonces con este método es posible obtener distribuciones de fase constantes en el tiempo. En el presente proyecto de tesis se propone adaptar esta técnica de manera que puedan observarse cambios de fase y amplitud, espacialmente inhomogéneos que varíen en el tiempo y puedan ser observados en tiempo real, es decir, para tiempos suficientemente cortos para que el sistema cumpla con los requisitos de inmediatez en el presente contexto práctico.

## 1.1. Planteamiento del problema

Los métodos de recuperación de fase tales como PSI, consisten en la captura síncrona de al menos 3 interferogramas, con los cuales mediante un modelo matemático bien establecido, se muestra que es posible recuperar la fase. Sin embargo, la recuperación de las amplitudes de referencia y prueba no son de interés para las propuestas interferométricas que están establecidas actualmente. Con PSI es posible recuperar la luz de fondo, definida como la suma de las amplitudes al cuadrado, y la luz de modulación, definida como dos veces el producto de las amplitudes. Sin embargo, la recuperación de las amplitudes sin ambigüedad, es decir, recuperar directamente tanto la amplitud de referencia y prueba, es una tema con escasas propuestas. En el presente proyecto, se propone un nuevo método de recuperación de fase y amplitudes. Adicionalmente se propone adaptar esta técnica para la recuperación y visualización de distribuciones de fase en tiempo real.

## 1.2. Objetivos generales

Desarrollar técnicas de recuperación de fase y amplitud para distribuciones de fase tanto homogéneas como inhomogéneas en el tiempo.

## 1.3. Objetivos específicos

- Desarrollar los modelos teóricos,
- Implementar numéricamente los algoritmos,
- Implementar y obtener resultados experimentales.

## 1.4. Contexto del trabajo

El presente trabajo se desarrolló en el Laboratorio de Luz Estructurada (LLE) de la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. También, la presente es parte de un proyecto de investigación interno patrocinado por Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, con número de referencia: 100425744-VIEP2019, y también este trabajo es parte de un proyecto con patrocinio externo

## 1. INTRODUCCIÓN

---

por parte de SEP/CONACYT, con número de convenio: 257853. El tema de tesis está dentro de las líneas de generación y aplicación de conocimiento del cuerpo académico: Óptica.

---

## Capítulo 2

# Antecedentes

---

### 2.1. Fundamentos de la interferometría

Los fenómenos causados por la interferencia de las ondas de luz se pueden ver a nuestro alrededor: ejemplos típicos son los colores de una mancha de aceite o una fina película de jabón. Sólo se pueden ver algunas franjas de colores con luz blanca. A medida que aumenta el grosor de la película, aumenta la diferencia del camino óptico entre las ondas interferentes, y los cambios de color se vuelven menos notorios y finalmente desaparecen. Sin embargo, con luz monocromática, se pueden ver franjas de interferencia incluso con diferencias de trayectoria óptica bastante grandes. Dado que la longitud de onda de la luz visible es relativamente muy pequeña (aproximadamente medio micrómetro para luz verde), los cambios muy pequeños en la diferencia del camino óptico producen cambios medibles en la intensidad de un patrón de interferencia. Como resultado, la interferometría óptica permite mediciones precisas.

La interferometría óptica se ha utilizado como técnica de laboratorio durante casi cien años. Sin embargo, varios desarrollos nuevos han ampliado su alcance y precisión y han hecho que el uso de interferometría óptica sea práctico para un rango muy amplio de mediciones. El más importante de estos nuevos desarrollos fue la invención del láser. Los láseres han eliminado muchas de las limitaciones impuestas por las fuentes de luz convencionales y han hecho posibles muchas nuevas técnicas interferométricas. También se han abierto nuevas aplicaciones mediante el uso de fibras ópticas monomodo para construir análogos de interferómetros convencionales.

Otro desarrollo que ha revolucionado la interferometría ha sido el uso creciente de fotodetectores y electrónica digital para el procesamiento de señales. Las mediciones interferométricas también han adquirido mayor importancia con la redefinición

del estándar internacional de longitud (el metro) en términos de la velocidad de la luz.

Algunas de las aplicaciones actuales de la interferometría óptica son mediciones precisas de distancias, desplazamientos y vibraciones; pruebas de sistemas ópticos; estudios de flujos de gas y plasmas; estudios de topografía de superficie; mediciones de temperatura, presión y campos eléctricos y magnéticos; detección de rotación; espectroscopía de alta resolución y mediciones de frecuencia láser. Las aplicaciones que se están explorando incluyen la lógica totalmente óptica de alta velocidad y la detección de ondas gravitacionales. No cabe duda de que, en un futuro próximo, se encontrarán muchos más [27].

### 2.1.1. Ecuación de interferencia de dos haces

La teoría de la interferencia óptica se basa esencialmente en el principio de superposición lineal de campos electromagnéticos. Según este principio, el campo eléctrico  $\mathbf{E}$  producido en un punto en el espacio vacío conjuntamente por varias fuentes diferentes es igual a la suma vectorial [28]

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 \dots \quad (2.1)$$

donde  $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \dots$  son los campos producidos en el punto en cuestión por separado por las diferentes fuentes, las letras en negritas indican el carácter vectorial de los campos. Lo mismo es cierto para los campos magnéticos. El principio es una consecuencia del hecho de que la ecuación de Maxwell para el vacío son ecuaciones diferenciales lineales.

En presencia de materia, el principio de superposición lineal es solo aproximadamente cierto. (Esto no significa que los campos no puedan resolverse en componentes. Simplemente significa que el campo total resultante producido en la materia por varias fuentes externas que actúan simultáneamente puede no ser lo mismo que la suma de los campos producidos por cada fuente que actúa sola). Desviaciones a partir de la linealidad se observan a las altas intensidades producidas por los láseres y entran bajo el título de fenómenos ópticos no lineales.

Se consideran dos ondas armónicas polarizadas linealmente de la misma frecuencia  $\omega$ . Los campos eléctricos son entonces

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{A}_1 e^{i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi_1(\mathbf{r}))}, \\ \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{A}_2 e^{i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi_2(\mathbf{r}))}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde  $\phi_1$  y  $\phi_2$  son las fases del frente de onda,  $\mathbf{A}_1$  y  $\mathbf{A}_2$  son las amplitudes del frente de onda,  $\mathbf{k}_1$  y  $\mathbf{k}_2$  son los vectores de onda,  $\mathbf{r}$  es el vector de posición,  $\omega$  es la frecuencia angular, e  $i$  es la unidad imaginaria. Aquí las cantidades  $\phi_1(x, y)$  y  $\phi_2(x, y)$  se han introducido para permitir cualquier diferencia de fase entre las fuentes de las dos ondas. Si la diferencia de fase  $\phi_1(x, y) - \phi_2(x, y)$  es constante, se dice que las dos fuentes son mutuamente coherentes. Las ondas resultantes también son mutuamente coherentes en este caso.

Se sabe que la irradiancia en un punto es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo de luz en el punto en cuestión. Por lo tanto, la superposición las dos ondas planas monocromáticas, además de un factor de proporcionalidad constante, da como resultado una función de irradiancia

$$\begin{aligned}
 I(x, y) &\propto |\mathbf{E}(x, y)|^2 = \mathbf{E}(x, y) \cdot \mathbf{E}^*(x, y) \\
 &= (\mathbf{E}_1(x, y) + \mathbf{E}_2(x, y)) \cdot (\mathbf{E}_1^*(x, y) + \mathbf{E}_2^*(x, y)) \\
 &= |\mathbf{E}_1(x, y)|^2 + |\mathbf{E}_2(x, y)|^2 + 2\mathbf{E}_1(x, y) \cdot \mathbf{E}_2(x, y) \cos \phi \\
 &= I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\mathbf{E}_1(x, y) \cdot \mathbf{E}_2(x, y) \cos \phi(x, y),
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

donde

$$\phi(x, y) = \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \phi_1(x, y) - \phi_2(x, y). \tag{2.4}$$

El término  $2\mathbf{E}_1(x, y) \cdot \mathbf{E}_2(x, y) \cos \phi(x, y)$  se llama término de interferencia. Este término indica que  $I(x, y)$  puede ser mayor o menor que la suma  $I_1(x, y) + I_2(x, y)$ , dependiendo del valor de  $\phi(x, y)$ . Dado que  $\phi(x, y)$  depende de  $\mathbf{r}$ , ocurren variaciones espaciales periódicas en la intensidad. Estas variaciones son las franjas de interferencia familiares que se ven cuando se combinan dos haces de luz coherentes entre sí. Si las fuentes de las dos ondas son mutuamente incoherentes, entonces la cantidad  $\phi_1(x, y) - \phi_2(x, y)$  varía con el tiempo de manera aleatoria. El resultado es que el valor medio de  $\cos \phi(x, y)$  es cero y no hay interferencia. Esta es la razón por la cual las franjas de interferencia no se observan con dos fuentes de luz separadas (ordinarias). En el caso de que las dos ondas estén polarizadas, el término de interferencia también depende de la polarización. En particular, si las polarizaciones son mutuamente ortogonales, entonces  $\mathbf{E}_1(x, y) \cdot \mathbf{E}_2(x, y) = 0$ . Nuevamente, no hay franjas de interferencia. Esto es cierto no sólo para las ondas polarizadas linealmente sino también para las ondas polarizadas circular y elípticamente [29].

### 2.2. Polarización

La polarización de la luz es uno de los fenómenos más notables en la naturaleza y ha llevado a numerosos descubrimientos y aplicaciones. Hoy continúa desempeñando un papel vital en la óptica. Tener conocimientos en el campo de la polarización ayuda a comprender mejor la teoría de la luz en general, al tiempo que contribuye a corregir la exagerada importancia que se concede al tratamiento geométrico de la luz. Los fenómenos relacionados con la polarización no sólo son fáciles de demostrar. Además de su valor académico, el estudio de la polarización clarifica muchas aplicaciones prácticas que se están desarrollando para el uso de la luz polarizada[30]. Comprender y manipular la polarización de la luz es crucial para muchas aplicaciones ópticas. El diseño óptico frecuentemente se enfoca en la longitud de onda y la intensidad de la luz, mientras descuida su polarización. La polarización, sin embargo, es una propiedad importante de la luz que afecta incluso a aquellos sistemas ópticos que no la miden explícitamente. La polarización de la luz afecta el enfoque de los rayos láser, influye en las longitudes de onda de corte de los filtros y puede ser importante para evitar reflejos secundarios no deseados. Es esencial para muchas aplicaciones de metrología, como análisis de estrés en vidrio o plástico, análisis de ingredientes farmacéuticos y microscopía biológica. Las diferentes polarizaciones de la luz también pueden ser absorbidas en diferentes grados por los materiales, una propiedad esencial para pantallas LCD, películas en 3D y gafas de sol que reducen el deslumbramiento [31]. A fin de explicar el comportamiento de la luz, hay una gran variedad de conceptos útiles, aunque sean diferentes. Para algunos fenómenos, es suficiente, y a veces incluso necesario, que se piense en la luz como una corriente de partículas (teoría corpuscular); para otros, es mejor imaginar la luz similar a las ondas de sonido (ondas longitudinales). La teoría probablemente más sofisticada y en general más aplicable requiere que se trate la luz como un complicado movimiento de ondas transversales. La polarización de la luz puede entenderse aplicando este último concepto[32].

## 2.3. Descripción matemática de los estados de polarización

Para la descripción de la polarización en primer lugar se consideran dos perturbaciones ópticas ortogonales, en la forma

$$\mathbf{E}_x(x, y, z, t) = \hat{i}E_{0x} \cos(kz - \omega t), \quad (2.5)$$

$$\mathbf{E}_y(x, y, z, t) = \hat{j}E_{0y} \cos(kz - \omega t + \alpha), \quad (2.6)$$

donde  $\alpha$  representa la diferencia de fase entre ambas ondas las cuales viajan en la dirección de  $z$ . Ya que la fase tiene la forma  $kz - \omega t$  el sumar un  $\alpha$  positivo tiene como significado que la función coseno de (2.6) no podrá alcanzar el mismo valor que el coseno de (2.5) si no hasta que tome el valor de  $\alpha$ . Por tanto,  $E_y$  queda detrás de  $E_x$  en  $\alpha > 0$ . Ahora, si  $\alpha$  es una cantidad negativa,  $E_y$  precede a  $E_x$  en  $\alpha < 0$ . La perturbación óptica resultante de (2.5) y (2.6) es la suma vectorial de estas dos ondas perpendiculares

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{E}_x(x, y, z, t) + \mathbf{E}_y(x, y, z, t). \quad (2.7)$$

### 2.3.1. Polarización lineal

Un caso particular del estado de polarización descrito en las ecuaciones (2.5)-(2.7) sucede cuando  $\alpha$  es cero o un múltiplo entero de  $\pm 2\pi$  se dice que las ondas están en fase, en este caso la ecuación (2.7) se escribe como

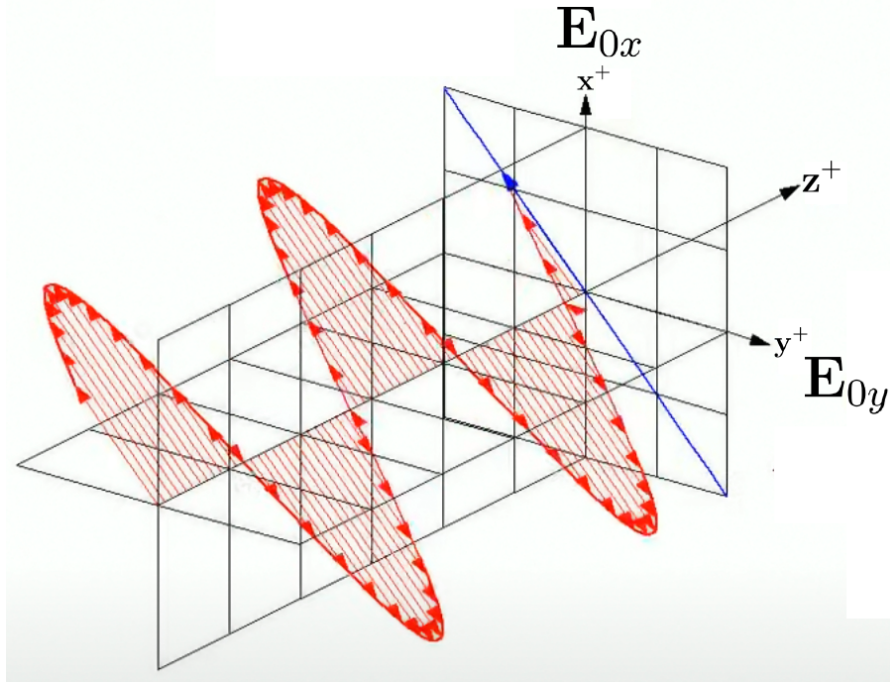
$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = (\hat{i}E_{0x} + \hat{j}E_{0y}) \cos(kz - \omega t). \quad (2.8)$$

La onda resultante tiene por consiguiente una amplitud fija igual a  $(\hat{i}E_{0x} + \hat{j}E_{0y})$ , es decir, está *linealmente polarizada* [28]. En el plano de observación puede verse una onda resultante  $\mathbf{E}$  que oscila a lo largo de una línea inclinada, según una cosinusoide en el tiempo (figura 2.1). Este proceso se puede llevar igualmente a cabo a la inversa, es decir, puede resolverse cualquier onda linealmente polarizada en dos componentes ortogonales. Se supone ahora que  $\alpha$  es un múltiplo entero

impar de  $\pm\pi$ . Las dos ondas están desfasadas  $\pi$

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = (\hat{i}E_{0x} - \hat{j}E_{0y}) \cos(kz - \omega t), \quad (2.9)$$

esta onda está de nuevo linealmente polarizada, pero se ha girado el plano de vibración.



**Figura 2.1:** Polarización lineal a  $\pi/4$ , viajando en dirección positiva del eje  $z$ . Para este caso particular  $E_{0x} = E_{0y} = 2$ .

### 2.3.2. Polarización circular

Se consideran ahora que ambas ondas tienen igual amplitud,  $E_{0x} = E_{0y} = E_0$  y además su diferencia de fase relativa es  $\alpha = -\pi/2 + 2m\pi$  donde  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , por tanto

$$\mathbf{E}_x(x, y, z, t) = \hat{i}E_0 \cos(kz - \omega t), \quad (2.10)$$

$$\mathbf{E}_y(x, y, z, t) = \hat{j}E_0 \sin(kz - \omega t), \quad (2.11)$$

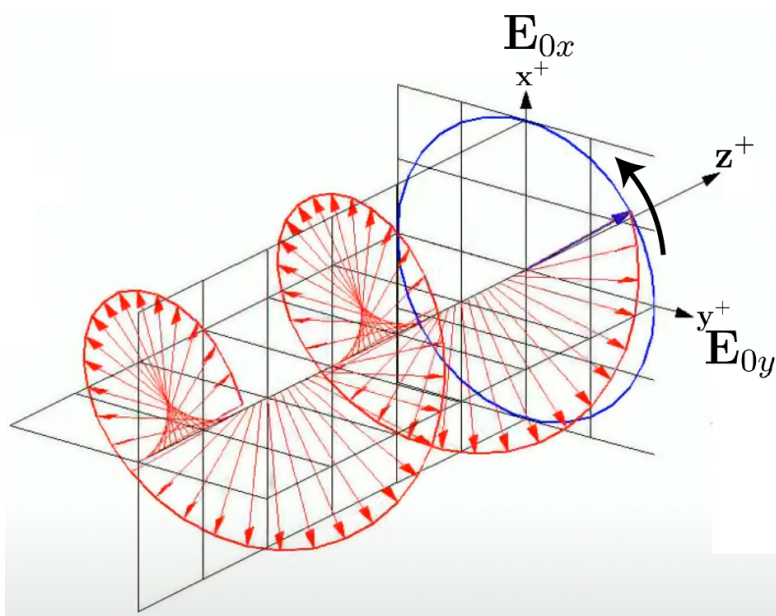
la onda resultante es entonces:

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = E_0[\hat{i} \cos(kz - \omega t) + \hat{j} \sin(kz - \omega t)]. \quad (2.12)$$

Se puede notar ahora que la amplitud escalar de  $\mathbf{E}$  es  $(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E})^{1/2} = E_0$  es una constante. Pero la dirección de  $\mathbf{E}$  es variable con el tiempo y no está restringida, como antes, a un solo plano. La polarización circular puede clasificarse en dos, *polarización circular izquierda* y *polarización circular derecha*. La polarización a derechas ocurre en este caso tomando a  $\alpha = -\pi/2 + 2m\pi$  donde  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . En comparación si  $\alpha = \pi/2 \pm 2m\pi$  donde  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  entonces

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = E_0[\hat{i} \cos(kz - \omega t) - \hat{j} \sin(kz - \omega t)]. \quad (2.13)$$

La amplitud no se ve afectada, pero  $\mathbf{E}$  gira a la izquierdas, y la onda tiene polarización circular izquierda.



**Figura 2.2:** Polarización circular a derecha viajando en dirección positiva del eje  $z$ . Para este caso particular  $E_{0x} = E_{0y} = 2$ .

### 2.3.3. Polarización elíptica

Por lo que a la descripción matemática se refiere, tanto la luz lineal como la circular se pueden considerar como casos especiales de la luz elípticamente polarizada o simplemente luz elíptica. Esto significa que en general, el vector de campo eléctrico resultante  $\mathbf{E}$  gira cambiando también su magnitud. En tales casos el extremo de  $\mathbf{E}$  trazará una elipse en un plano fijo perpendicular a  $\vec{k}$ , cuando la onda avanza. Puede verse mejor escribiendo una expresión para la curva trazada por la punta

de  $\mathbf{E}$ . Con este fin se considera nuevamente las ecuaciones (2.5) y (2.6)

$$\mathbf{E}_x(x, y, z, t) = \hat{i}E_{0x} \cos(kz - \omega t),$$

$$\mathbf{E}_y(x, y, z, t) = \hat{j}E_{0y} \cos(kz - \omega t + \alpha).$$

La ecuación de la curva buscada no debe ser función ni de la posición ni del tiempo, es decir, debe ser posible librarse de la dependencia de  $(kz - \omega t)$ . Desarrollando la expresión para  $E_y$ , se omite la dependencia de  $(x, y, z, t)$  en los campos por simplicidad

$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \cos(kz - \omega t) \cos \alpha - \text{sen}(kz - \omega t) \text{sen} \alpha,$$

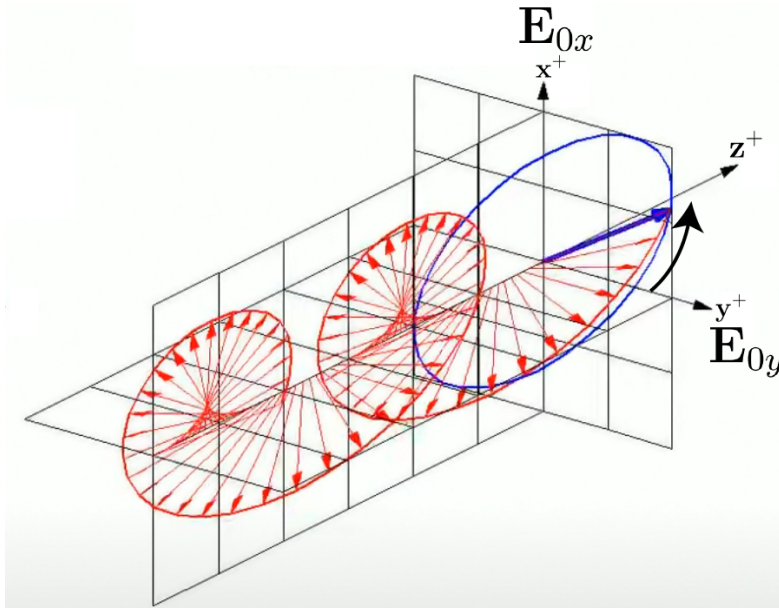
y combinándola con  $E_x/E_{0x}$  y se tiene que

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \alpha = -\text{sen}(kz - \omega t) \text{sen} \alpha, \quad (2.14)$$

ordenando los términos se tiene que

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right) \cos \alpha = \text{sen}^2 \alpha, \quad (2.15)$$

siendo esta la ecuación de una elipse. El sentido de giro de la elipse será dextrógiro si  $0 < \alpha < \pi$  mientras que el sentido de giro será levógiro si  $\pi < \alpha < 2\pi$ .



**Figura 2.3:** Polarización elíptica de derecha viajando en la dirección positiva del eje  $z$ . Para este caso particular  $E_{0x} = E_{0y} = 2$  y  $\alpha = 7\pi/4$ .

### 2.3.4. Cálculo de Jones

R. Clark Jones, a principios de la década de 1940, desarrolló un cálculo matricial para tratar estos problemas, comúnmente llamado cálculo matricial de Jones. Se utiliza más apropiadamente cuando debemos superponer amplitudes. El cálculo de Jones implica cantidades complejas contenidas en matrices de columnas de  $2 \times 1$  (el vector de Jones) y matrices de  $2 \times 2$  (las matrices de Jones) [33].

#### 2.3.4.1. Vector de Jones

Los componentes de onda plana del campo óptico que viaja en la dirección  $z$  en términos de cantidades complejas se pueden escribir como [33]

$$E_x(z, t) = E_{0x} e^{i(\omega t - kz + \delta_x)}, \quad (2.16)$$

$$E_y(z, t) = E_{0y} e^{i(\omega t - kz + \delta_y)}, \quad (2.17)$$

por simplicidad de redacción el propagador  $\omega t - kz$  ahora está suprimido, por lo que (2.16) se escribe como

$$E_x = E_{0x}e^{i\delta_x}, \quad (2.18)$$

$$E_y = E_{0y}e^{i\delta_y}, \quad (2.19)$$

reescribiendo (2.18) como una matriz columna  $2 \times 1$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\delta_x} \\ E_{0y}e^{i\delta_y} \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

llamada la matriz columna de Jones o, simplemente, el vector de Jones. La matriz columna del lado derecho de (2.20), por cierto, es el vector de Jones para la luz polarizada elípticamente. Se observa que el vector de Jones solo puede utilizarse para describir la luz completamente polarizada. Ahora se muestra el vector de Jones para los siguientes estados de luz completamente polarizada.

1. Polarización lineal horizontal.

Para este estado  $E_y = 0$ , sea  $\delta_x = 0$  y por tanto

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.21)$$

De manera similar, los vectores de Jones para los otros estados de polarización bien conocidos se encuentran fácilmente.

2. Polarización vertical horizontal.  $E_x = 0$  y  $E_{0y}^2 = 1$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

3. Polarización lineal a  $+\pi/4$ .  $E_x = E_y$  y  $2E_{0x}^2 = 1$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.23)$$

4. Polarización lineal a  $-\pi/4$ .  $E_x = -E_y$  y  $2E_{0x}^2 = 1$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}. \quad (2.24)$$

5. Polarización circular derecha. Entonces  $E_{0x} = E_{0y}$  y además  $\delta_y - \delta_x = \pi/2$ .  
Consecuentemente  $2E_{0x}^2 = 1$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ +i \end{pmatrix}. \quad (2.25)$$

6. Polarización circular izquierda. Entonces  $E_{0x} = E_{0y}$  y además  $\delta_y - \delta_x = -\pi/2$ .  
Consecuentemente  $2E_{0x}^2 = 1$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}. \quad (2.26)$$

### 2.3.5. Matrices de Jones para polarizador y retardador

Ahora se determinaran las formas matriciales para polarizadores (diatenuadores), retardadores (modificadores de fase) y rotadores en el cálculo de matrices de Jones. Para ello, se asume que los componentes de un haz emergente de un elemento polarizante están linealmente relacionados con los componentes del haz incidente. Esta relación se expresa como

$$E'_x = j_{xx}E_x + j_{xy}E_y, \quad (2.27)$$

$$E'_y = j_{yx}E_x + j_{yy}E_y, \quad (2.28)$$

donde  $E'_x$  y  $E'_y$  son los componentes del haz emergente y  $E_x$  y  $E_y$  son los componentes del haz incidente. Las cantidades  $j_{ik}$ ,  $i, k = x, y$ , son los factores de transformación (elementos). Las ecuaciones (2.27) y (2.28) se pueden escribir en forma de matriz como

$$\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j_{xx} & j_{xy} \\ j_{yx} & j_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}, \quad (2.29)$$

o

$$\mathbf{E}' = \mathbf{J}\mathbf{E} \quad (2.30)$$

donde

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} j_{xx} & j_{xy} \\ j_{yx} & j_{yy} \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

La matriz  $\mathbf{J}$  de 2x2 se llama matriz de instrumento de Jones o, simplemente, matriz de Jones. Ahora determinamos las matrices de Jones para un polarizador y un retardador. Un polarizador se caracteriza por las relaciones

$$E'_x = p_x E_x \quad (2.32)$$

$$E'_y = p_y E_y \quad 0 \leq p_{x,y} \leq 1 \quad (2.33)$$

Para una transmisión completa,  $p_{x,y} = 1$ , y para una atenuación completa,  $p_{x,y} = 0$ . En términos del vector de Jones, las ecuaciones (2.32) y (2.33) se pueden escribir como

$$\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_x & 0 \\ 0 & p_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}, \quad (2.34)$$

y por tanto la matrix de Jones para un polarizador es

$$\mathbf{J}_P = \begin{pmatrix} p_x & 0 \\ 0 & p_y \end{pmatrix} \quad 0 \leq p_{x,y} \leq 1. \quad (2.35)$$

Para un polarizador lineal ideal horizontal, hay una transmisión completa a lo largo del eje horizontal  $x$  y una atenuación completa a lo largo del eje vertical  $y$ . Esto se expresa mediante  $p_x = 1$  y  $p_y = 0$ , por lo que (2.35) se convierte en:

$$\mathbf{J}_{PH} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 0 \leq p_{x,y} \leq 1, \quad (2.36)$$

de forma similar para polarizacion lineal vertical

$$\mathbf{J}_{PV} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 0 \leq p_{x,y} \leq 1. \quad (2.37)$$

En general, es útil conocer la matriz de Jones para un polarizador lineal rotado a través de un ángulo  $\theta$ . Esto se encuentra fácilmente utilizando la transformación de rotación familiar, es decir,

$$\mathbf{J}' = \mathbf{J}(-\theta)\mathbf{J}\mathbf{J}(\theta) \quad (2.38)$$

donde

$$\mathbf{J}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta \\ -\text{sen } \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (2.39)$$

Para un polarizador lineal horizontal ideal, podemos establecer  $p_x = 1$  y  $p_y = 0$  en (2.39), de modo que la matriz de Jones para un polarizador lineal horizontal rotado es

$$\mathbf{J}_P(\theta) = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \text{sen } \theta \cos \theta \\ \text{sen } \theta \cos \theta & \text{sen}^2 \theta \end{pmatrix}. \quad (2.40)$$

La matriz de Jones para un polarizador lineal rotado a través de  $\pi/4$  se ve entonces, a partir de (2.40), como

$$\mathbf{J}_P(\pi/4) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.41)$$

El siguiente elemento de polarización de importancia es el retardador. El retardador aumenta la fase en  $\frac{\pi}{2}$  a lo largo del eje rápido ( $x$ ) y retarda la fase en  $\frac{\pi}{2}$  a lo largo del eje lento ( $y$ ). Este comportamiento se describe por

$$E'_x = e^{+i\phi/2} E_x, \quad (2.42)$$

$$E'_y = e^{-i\phi/2} E_y, \quad (2.43)$$

donde  $E'_x$  y  $E'_y$  son los componentes del haz emergente y  $E_x$  y  $E_y$  son los componentes del haz incidente. Podemos expresar inmediatamente a las ecuaciones (2.42) y (2.43) en el formalismo de Jones como

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{+i\phi/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}. \quad (2.44)$$

La matriz de Jones para un retardador es entonces

$$\mathbf{J}_R(\phi) = \begin{pmatrix} e^{+i\phi/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi/2} \end{pmatrix}, \quad (2.45)$$

donde  $\phi$  es el cambio de fase total entre los componentes del campo. Los dos tipos más comunes de modificadores de fase (retardadores) son el retardador de cuarto de onda y el retardador de media onda. Para estos dispositivos,  $\delta = \pi/4$  y  $\pi/2$

respectivamente, y (2.45) se convierte en

$$\mathbf{J}_R(\pi/4) = \begin{pmatrix} e^{+i\pi/4} & 0 \\ 0 & e^{-i\pi/4} \end{pmatrix} = e^{i\pi/4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \quad (2.46)$$

y

$$\mathbf{J}_R(\pi/2) = \begin{pmatrix} e^{+i\pi/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\pi/2} \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.47)$$

# Interferometría de corrimiento de fase y amplitud

---

## 3.1. Interferometría de corrimiento de fase y amplitud

### 3.1.1. Descripción del modelo matemático

La implementación experimental se realizó sobre un interferómetro Mach-Zehnder, que está adaptado para modular la amplitud de referencia y el paso de fase del campo óptico mediante modulación de polarización. Los campos ópticos nombrados como campo de referencia  $\mathbf{E}_r$  y campo de prueba  $\mathbf{E}_p$  tienen polarización lineal horizontal y circular a derechas, respectivamente, dadas por las expresiones  $\mathbf{E}_r(x, y) = \hat{i}E_r(x, y)$  y  $\mathbf{E}_p = \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{i} - \hat{j})E_p(x, y)$ , entonces el campo total está dado por

$$\mathbf{E}(x, y) = \hat{i}E_r(x, y) + \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{i} - \hat{j})E_p(x, y), \quad (3.1)$$

donde  $\hat{i}$  y  $\hat{j}$  denotan los vectores unitarios en dirección  $x$  y  $y$  respectivamente,  $i = \sqrt{-1}$  denota la unidad imaginaria y  $r$  y  $p$  denotan al campo de referencia y prueba respectivamente. En el plano imagen, un polarizador  $P_m$  se coloca a un ángulo  $\varsigma_m$ , obteniendo un nuevo campo óptico dado por

$$\mathbf{E}_m(x, y) = (\hat{i} \cos \varsigma_m + \hat{j} \sin \varsigma_m) \left( \cos \varsigma_m E_r + \frac{\sqrt{2}}{2} E_p e^{-i\varsigma_m} \right). \quad (3.2)$$

### 3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD

---

Los campos ópticos tienen la forma  $E_r = A_r e^{i\phi_r}$  y  $E_p = A_p e^{i\phi_p}$  donde  $A_r$  y  $A_p$  son las amplitudes,  $\phi_r$  y  $\phi_p$  son las fases. Entonces una cámara CCD observara la interferencia de estos campos ópticos descritos por

$$I_m = \cos^2 \varsigma_m A_r^2 + A_p^2 + 2 \cos \varsigma_m A_r A_p \cos(\phi - \varsigma_m), \quad (3.3)$$

donde  $I_m$  es el  $m$ -ésimo interferograma capturado con un paso de fase dado por la posición angular  $\varsigma_m$  del polarizador  $P_m$  y además modula a la amplitud de referencia  $A_r$ , la cual es una importante característica de este método. Utilizando identidades trigonométricas es posible reescribir a la ecuación (3.3) como

$$I_m = u_1 + u_2 \cos 2\varsigma_m + u_3 \sin 2\varsigma_m, \quad (3.4)$$

donde

$$u_1 = \frac{1}{2}A_r^2 + A_p^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}A_r A_p \cos \phi, \quad (3.5a)$$

$$u_2 = \frac{1}{2}A_r^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}A_r A_p \cos \phi, \quad (3.5b)$$

$$u_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}A_r A_p \sin \phi. \quad (3.5c)$$

Note que la solución está condicionada a la restricción  $0 \leq u_1^2 - u_2^2 - u_3^2$ , la cual siempre da  $u_1^2 - u_2^2 - u_3^2 = \left(\frac{1}{2}A_r^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}A_r A_p \cos \phi\right)^2 \geq 0$ . No obstante, para obtener una solución sin ambigüedades, se debe garantizar que  $A_p(x, y) + \sqrt{2}A_r(x, y) \cos \phi(x, y) \geq 0, \forall(x, y)$ . Dado que  $|\cos \phi(x, y)| \leq 1$ , concluimos que es necesario que  $A_p(x, y) \geq \sqrt{2}A_r(x, y), \forall(x, y)$ .

Como se muestra en la ecuación (3.5) se tienen un sistema de ecuaciones con tres incógnitas,  $A_r$ ,  $A_p$  y  $\phi$ . Se resuelve este sistema de ecuaciones en (3.5) para  $A_r$ ,  $A_p$  y  $\phi$ , entonces es posible obtener los parámetros del campo óptico y como se muestra a continuación, están ahora en función de  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$ . Están dados por las ecuaciones

$$A_p^2 = 2u_1 - 2u_2, \quad (3.6a)$$

$$A_r^2 = 2u_1 - 2\sqrt{u_1^2 - u_2^2 - u_3^2}, \quad (3.6b)$$

$$\tan \phi_w = \frac{u_3}{-u_1 + u_2 + \sqrt{u_1^2 - u_2^2 - u_3^2}}. \quad (3.6c)$$

Entonces, como se indica en la ecuación (3.6) es necesario conocer en primer lugar  $u_1$ ,  $u_2$ , y  $u_3$  para calcular las amplitudes y la fase. La forma en cómo se resuelve depende en cómo se varia  $\varsigma_m$  para generar  $I_m$ . Existen varias formas en que puede obtenerse esto. El caso más simple es cuando  $\varsigma_m$  obedece a

$$\varsigma_m = \frac{\pi}{2M}(2m + 1 - M), \quad (3.7)$$

para  $m = 0, 1, \dots, M - 1$  con  $M \geq 3$ , donde  $M$  es el número de interferogramas y  $m$  indica el contador de cada interferograma. Se elige debido a que  $\varsigma_m$  debe estar dentro del rango  $(-\pi/2, \pi/2)$  por convención, ya que denota la posición del polarizador  $P_m$ . De manera general las ecuaciones para encontrar  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$  son

$$u_1 = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} I_m, \quad (3.8a)$$

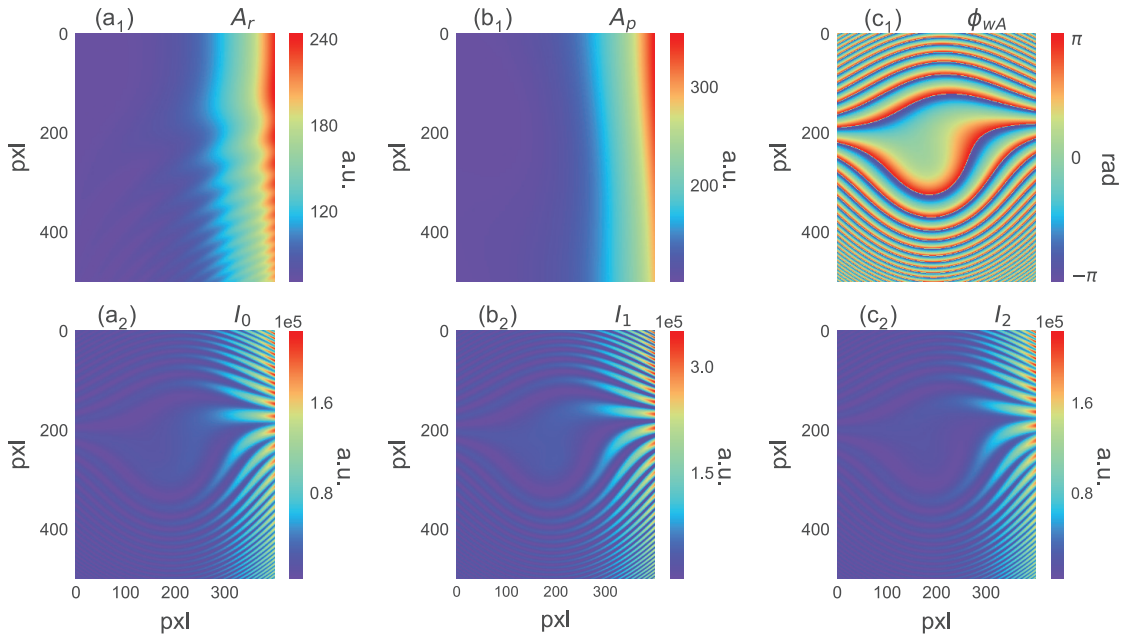
$$u_2 = \frac{2}{M} \sum_{m=0}^{M-1} I_m \cos(2\varsigma_m), \quad (3.8b)$$

$$u_3 = \frac{2}{M} \sum_{m=0}^{M-1} I_m \sen(2\varsigma_m), \quad (3.8c)$$

### 3.1.2. Simulación numérica

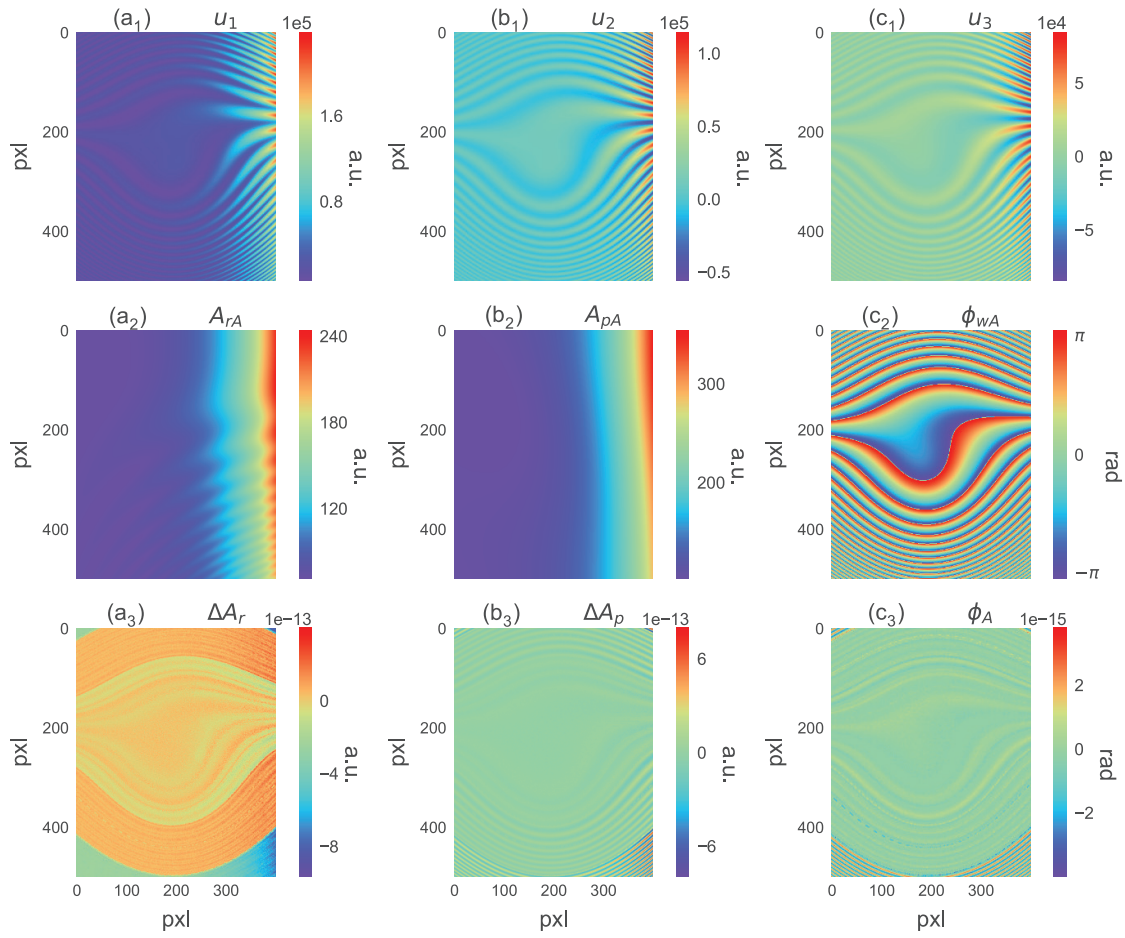
Se ha realizado la simulación de los casos en los cuales se capturan 3, 4, 5 y 6 interferogramas, respectivamente. Para la fase se tiene la función  $\phi(x, y) = 0.1(x^2 + y^2)y + 0.2(x^2 + y^2) + 0.1y + 0.5x + 0.5$ , y para las amplitudes se ha considerado la constricción  $A_p(x, y) \geq \sqrt{2}A_r(x, y)$ ,  $\forall(x, y)$ . Entonces, las funciones elegidas son  $A_r(x, y) = 0.7(105 + x^5 + \pi x \sin(x - 2y) \exp(-\frac{y^2}{33}))$ , y  $A_p(x, y) = 105 + x^5 + \pi x \sin(xy^3 - 2y) \exp(-\frac{y^2}{33})$ . Estas expresiones se evalúan en el rango de  $x \in (-4, 4)$ ,  $y \in (-7, 3)$ , generando matrices de  $500 \times 400$  datos. En la figura 3.1(a<sub>1</sub> - c<sub>1</sub>) se muestran los parámetros del campo óptico con los que se generan los interferogramas sintéticos que se muestran en las figuras 3.1(a<sub>2</sub> - c<sub>2</sub>) para el caso de 3 interferogramas con corrimientos de fase  $-\pi/3$ ,  $0$ ,  $\pi/3$ . Con los parámetros del campo óptico simulados  $A_r$ ,  $A_p$  y  $\phi_w$  se generan los interferogramas  $I_0$ ,  $I_1$ ,  $I_2$  con los cuales se calculan las funciones  $u_i$  de las ecuaciones (3.8), como se muestran en la figura 3.2(a<sub>1</sub>-c<sub>2</sub>).

### 3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD



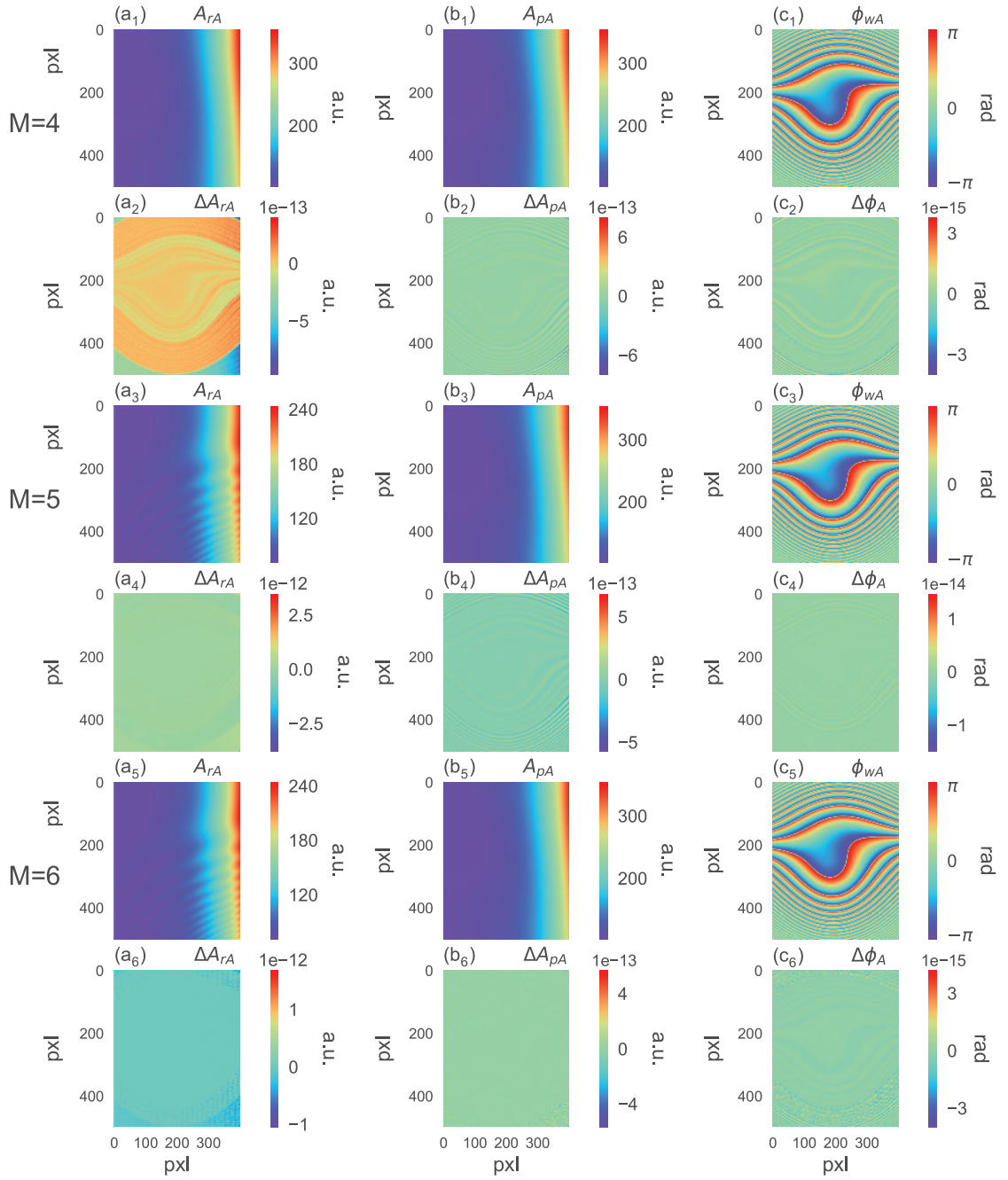
**Figura 3.1:** (a<sub>1</sub>) amplitud de referencia  $A_r$ , (b<sub>1</sub>) amplitud de prueba  $A_p$ , (c<sub>1</sub>) fase en envuelta  $\phi_w$ , (a<sub>2</sub> – c<sub>2</sub>) interferogramas con corrimientos de fase  $-\pi$ ,  $0$ ,  $\pi$ , respectivamente.

Ahora se recuperan los parámetros del campo óptico  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$ ,  $\phi_{wA}$  utilizando las ecuaciones (3.6). Los resultados se muestran en las figuras 3.2(a<sub>2</sub>-c<sub>2</sub>). Finalmente, se calcula la diferencia entre la amplitud de referencia simulada y recuperada, representada como  $\Delta A_r = A_r - A_{rA}$ , la amplitud de prueba simulada y recuperada  $\Delta A_p = A_p - A_{pA}$ , y la fase envuelta simulada y recuperada por APSI  $\Delta \phi_w = \phi_w - \phi_{wA}$ . Como se muestra en la figura 3.2(a<sub>3</sub>-c<sub>3</sub>), las diferencias son prácticamente cero, lo cual podría simbolizar el error del cálculo computacional. En la figura 3.3 se muestran los resultados para los casos de  $M = 4, 5, 6$  que se calculan utilizando la ecuación (3.7) para generar los corrimientos de fase y se calculan las funciones  $u_i$  y finalmente se recuperan los parámetros del campo óptico  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$ . Como se muestra las diferencias entre los parámetros simulados y los recuperados nuevamente son de un orden prácticamente cero.



**Figura 3.2:**  $a_1 - c_1$  funciones  $u_i$ .  $a_2 - c_2$  parámetros del campo óptico recuperados.  $a_3 - c_3$  diferencias en los parámetros recuperados y los parámetros simulados.

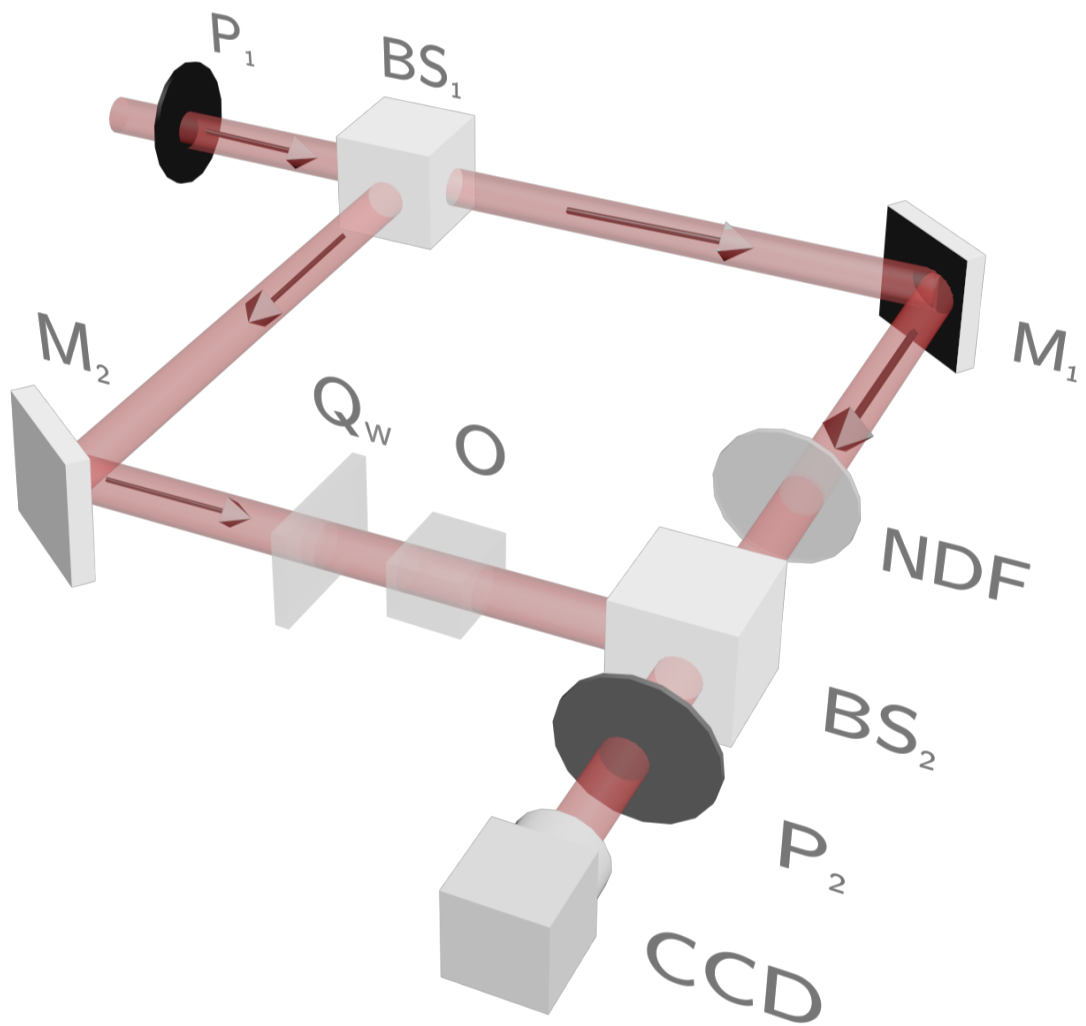
### 3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD



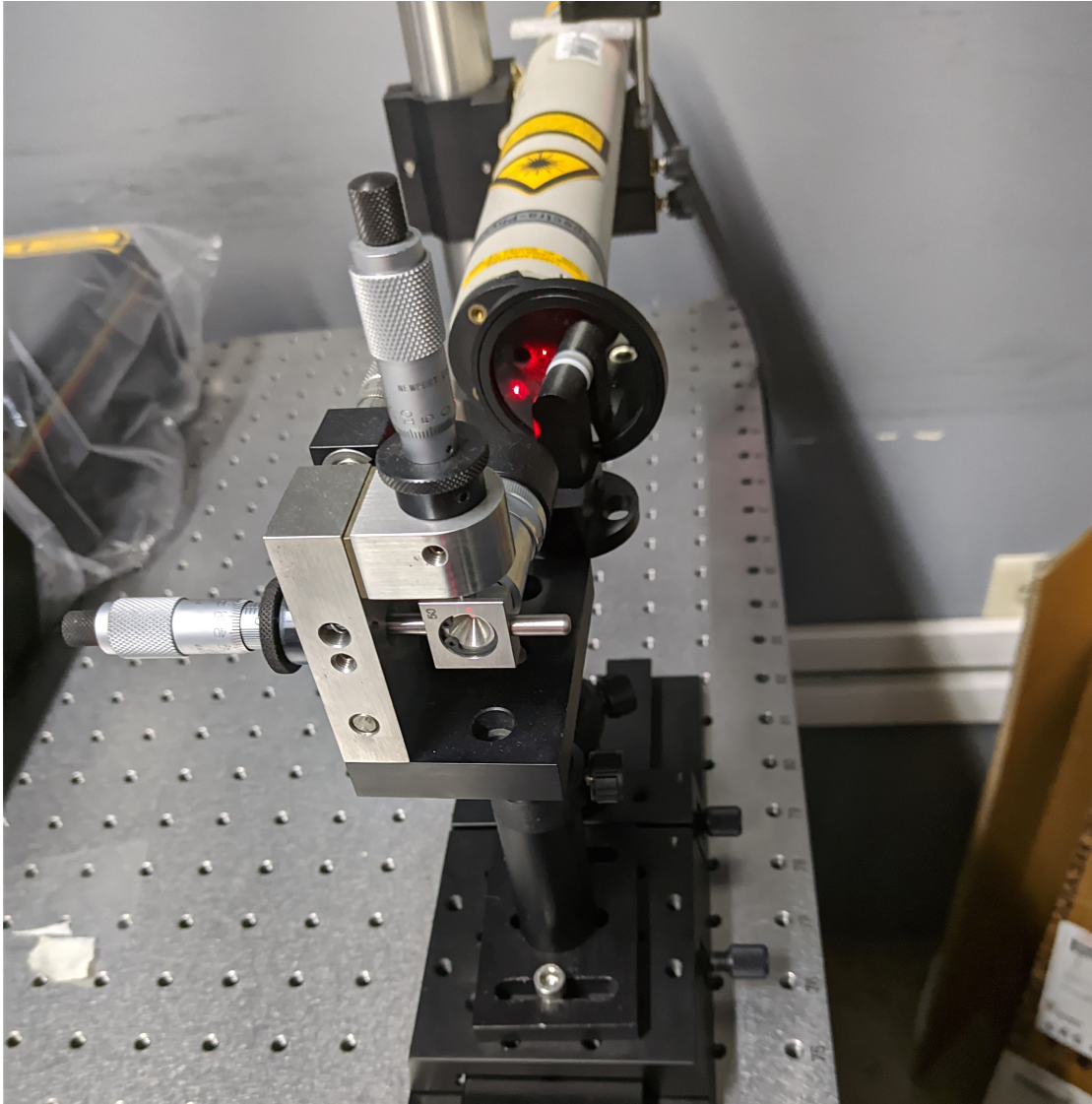
**Figura 3.3:** Parámetros del campo óptico recuperados por APSI para los casos de  $M = 4, 5, 6$  interferogramas.

### 3.1.3. Descripción del arreglo experimental

Para la implementación experimental se utilizó un interferómetro Mach-Zehnder como se muestra en la figura 3.4. Se tiene un láser de Helio-Neón de longitud de onda de 632nm. Se procedió a realizar el filtraje espacial utilizando un pinhole de  $50\mu$  y un objetivo de microscopio de 20x. Después se realizó el proceso de colimación del haz utilizando una lente cuya distancia focal fue de 40cm, enseguida se tiene el primer divisor de haz  $BS_1$ , este divide al haz en dos campos. En uno de los brazos del interferómetro se tiene un polarizador de manera que el campo que pasa por este brazo tenga polarización lineal horizontal, este campo se nombra como campo de referencia  $E_r$ . Además se tiene un filtro de densidad neutra  $NDF$  que atenúa al campo de referencia para la constricción  $A_p(x, y) \geq \sqrt{2}A_r(x, y)$ . En el otro brazo se tiene un retardador de un cuarto de onda  $Q_w$  a un ángulo  $\theta = \pi/4$  respecto a un segundo polarizador respecto al retardador, de esta manera se tiene polarización circular en este brazo, este campo se nombra como campo de prueba  $E_p$ . Ambos campos interfieren en el segundo divisor de haz  $BS_2$  mientras que a la salida del interferómetro se colocó un segundo polarizador  $P_2$ , éste es el que tiene la función de generar los pasos de fase dependiendo al ángulo al que éste colocado y se mueve de forma manual rotando su montura. Finalmente se tiene una cámara  $CCD$  donde se capturan los interferogramas y son procesados en un ordenador. En la figura 3.4 se muestra el esquema para el proceso experimental.



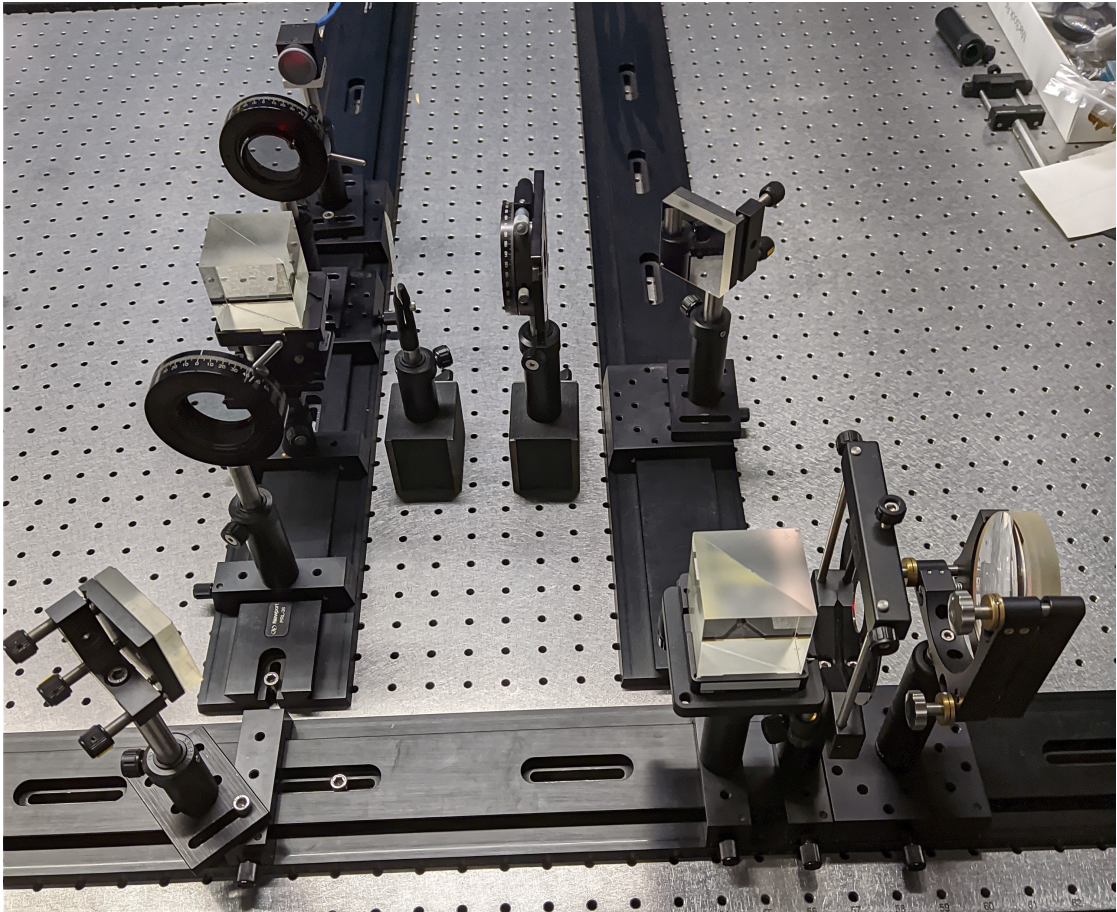
**Figura 3.4:** Esquema experimental interferómetro Mach-Zehnder:  $BS_1$ ,  $BS_2$  divisor de haz;  $P_1$ ,  $P_2$  polarizadores;  $M_1$ ,  $M_2$  espejos;  $Q_w$  retardador de un cuarto de onda;  $O$  objeto de fase;  $NDF$  filtro de densidad neutra;  $CCD$  cámara. Las flechas indican la dirección en la que los campos se propagan.



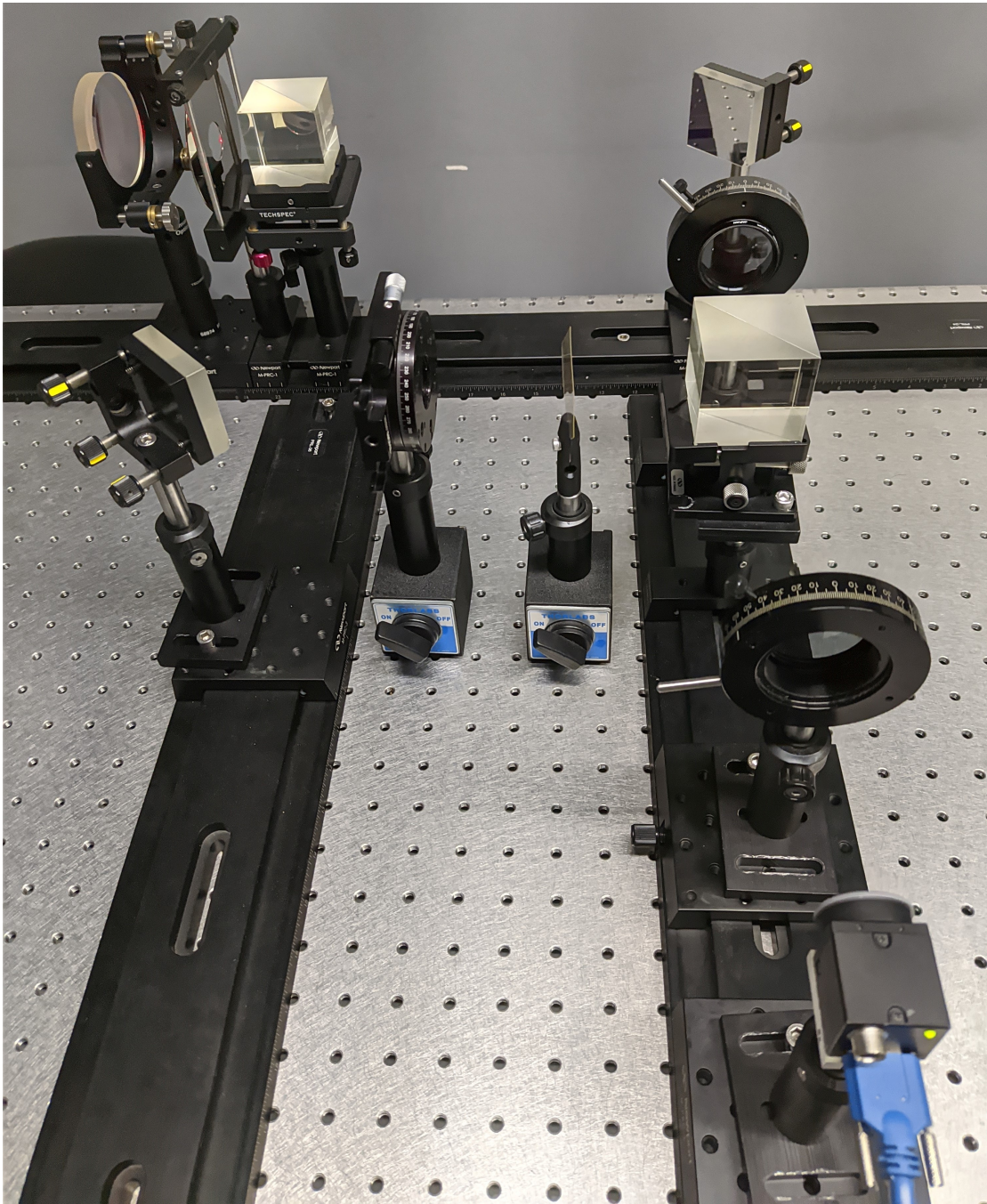
**Figura 3.5:** Montaje experimental. Se muestra los elementos para el filtraje espacial y el láser.

### 3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD

---



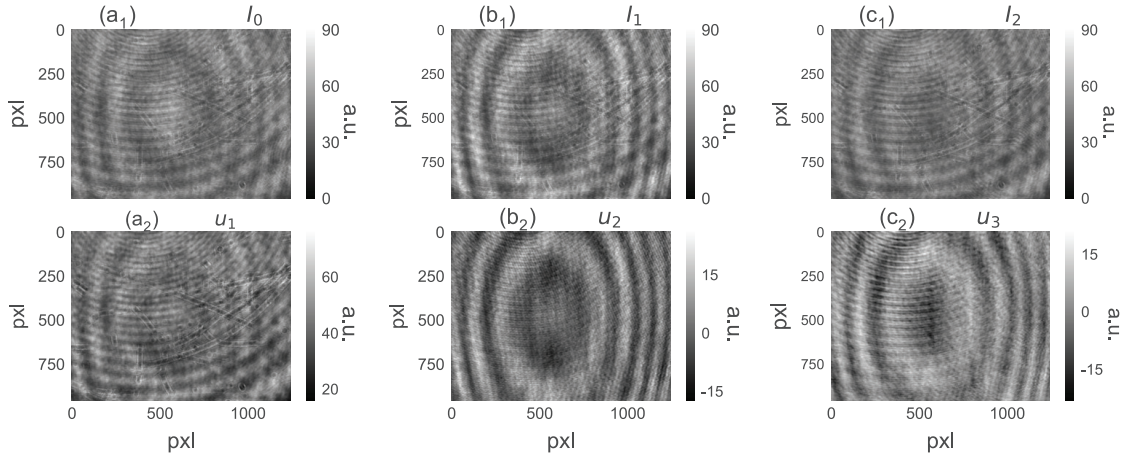
**Figura 3.6:** Montaje experimental del interferómetro Mach-Zehnder. Se muestran dos divisores de haz, retardador de un cuarto de onda, polarizadores, cámara CCD y espejos.



**Figura 3.7:** Montaje experimental del interferómetro Mach-Zehnder desde otra perspectiva. Se muestran dos divisores de haz, retardador de un cuarto de onda, polarizadores, cámara CCD y espejos.

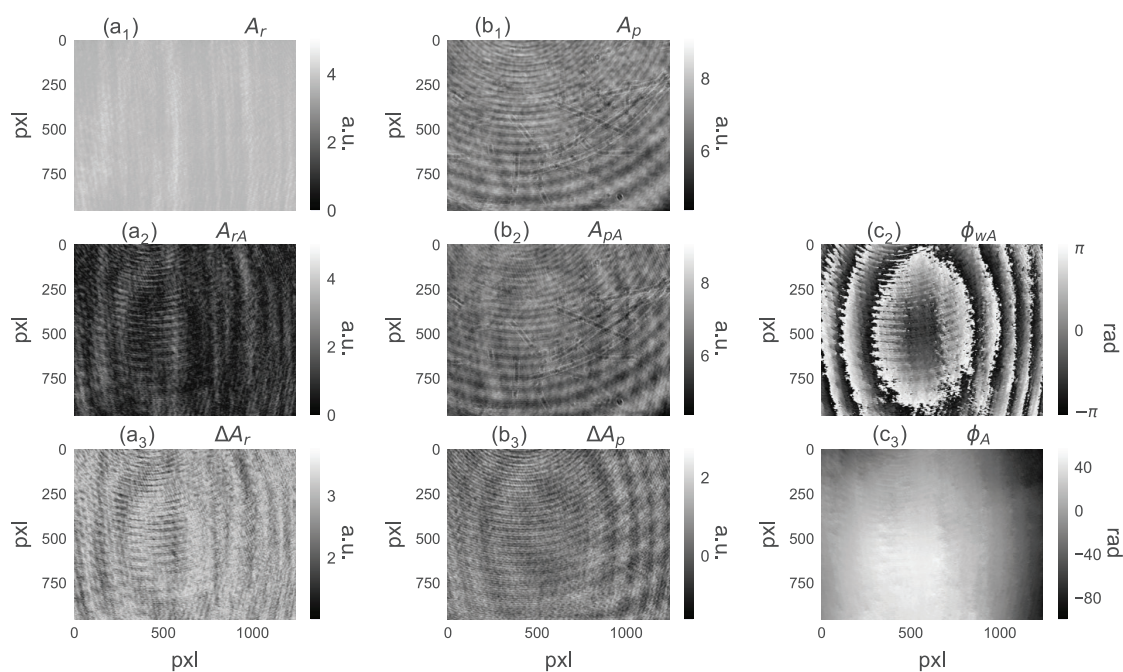
### 3.1.4. Resultados experimentales

Se ha realizado la verificación experimental para los casos en los cuales se tienen 3, 4, 5 y 6 corrimientos de fase y por consiguiente el mismo numero de interferogramas para cada caso respectivamente. A continuación se muestra los resultados para cuando se tienen 3 interferogramas con corrimiento de fase de  $-\pi/3$ , 0 y  $\pi/3$ .



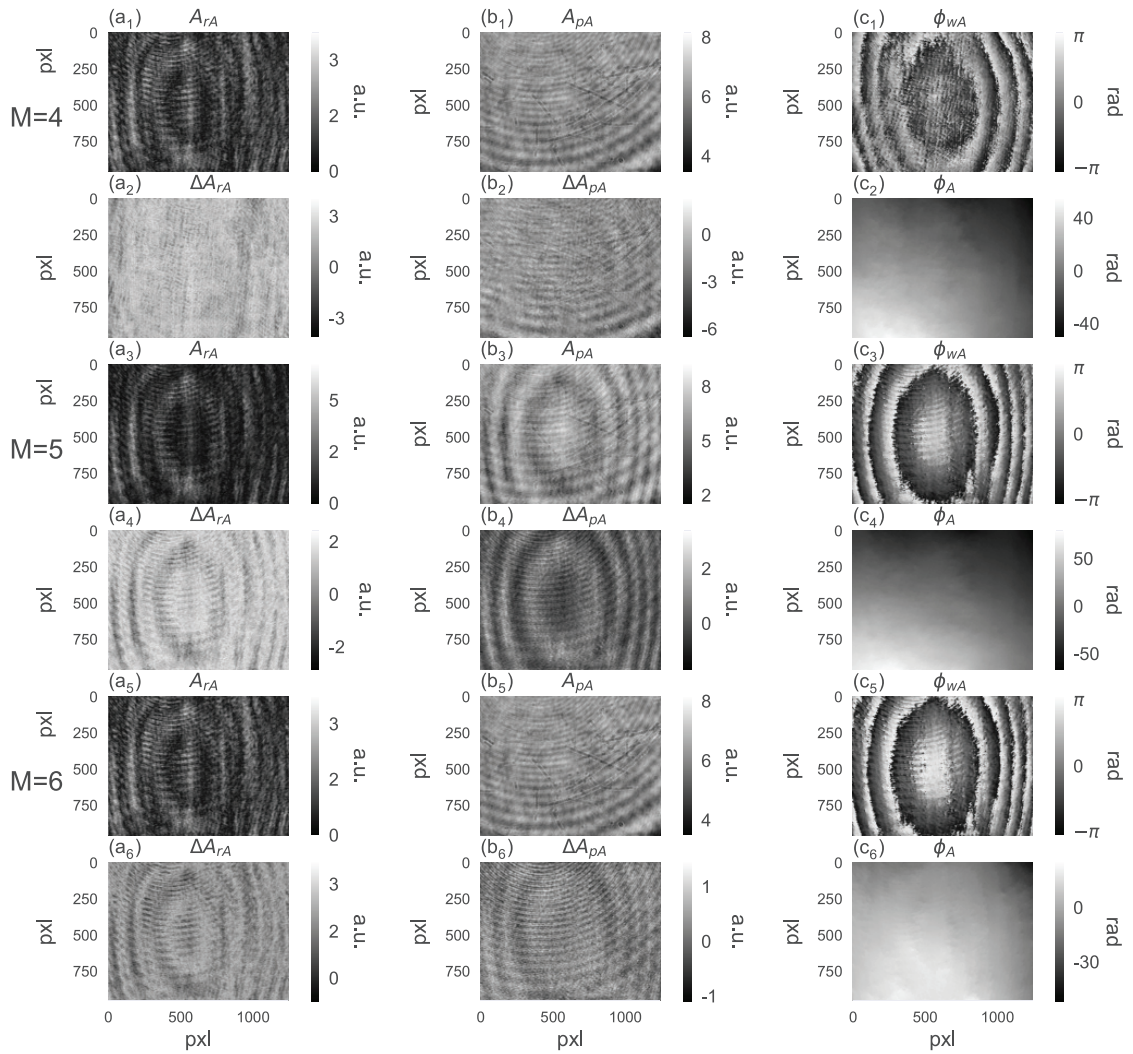
**Figura 3.8:** (a<sub>1</sub>-c<sub>1</sub>) interferogramas capturados con corrimientos de fase  $-\pi/3$ , 0 y  $\pi/3$ , respectivamente. (a<sub>2</sub>-c<sub>2</sub>) funciones  $u_i$ .

Se muestran los parámetros del campo óptico recuperados utilizando los resultados descritos por las expresiones (3.6). Se muestra la amplitud de prueba  $A_{rA}$ , la amplitud de referencia  $A_{pA}$  la fase  $\phi$  y la fase envuelta  $\phi_{wA}$  y fase desenvuelta recuperadas utilizando el algoritmo propuesto por Ghiglia et al [34], un algoritmo basado en la transformada seno y el formalismo de mínimos cuadrados. Los resultados se muestran en las figuras 3.9(a<sub>2</sub>, b<sub>2</sub>, c<sub>2</sub>, c<sub>3</sub>). Las amplitudes  $A_r$ ,  $A_p$  se capturan directamente para encontrar la diferencia entre las amplitudes capturadas directamente y las amplitudes recuperadas. Las amplitudes capturadas directamente se muestran las figuras 3.9(a<sub>1</sub>, b<sub>1</sub>), las diferencias entre las amplitudes capturadas directamente y recuperadas representadas por  $\Delta A_r$ ,  $\Delta A_p$  se muestran en la figura 3.9(a<sub>3</sub>, b<sub>3</sub>). El tiempo de ejecución del algoritmo es de 0.59414 segundos.



**Figura 3.9:** (a<sub>1</sub>) amplitud de referencia capturada directamente  $A_r$ , (b<sub>1</sub>) amplitud de prueba capturada directamente  $A_p$ , (a<sub>2</sub>) amplitud de referencia recuperada  $A_{rA}$ , (b<sub>2</sub>) amplitud de prueba recuperada  $A_{pA}$ , (c<sub>2</sub>) fase envuelta recuperada  $\phi_{wA}$ , (c<sub>3</sub>) fase desenvuelta recuperada  $\phi_A$ .

En la figura 3.10 se muestran los resultados experimentales para los casos en los que se capturan  $M = 4, 5, 6$  interferogramas y se calculan las diferencias entre las amplitudes capturadas directamente y las recuperadas para cada uno de los casos.



**Figura 3.10:** Parámetros del campo óptico recuperados experimentalmente para los casos de  $M = 4, 5, 6$  interferogramas.

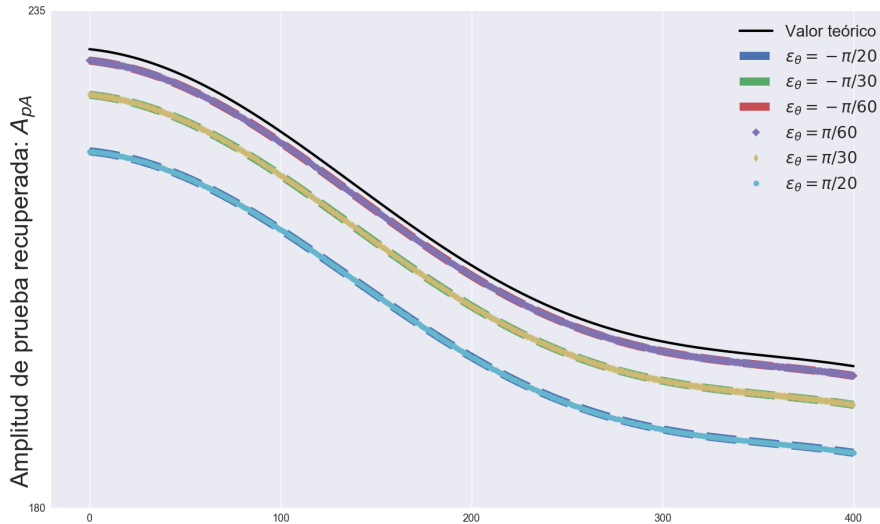
### 3.1.5. Análisis de error

Para probar la robustez y eficiencia de la técnica APSI, se introduce ruido en los campos ópticos y se consideran errores en las posiciones angulares del retardador de un cuarto de onda  $Q_w$  y el segundo polarizador  $P_2$  respetando sus posiciones ideales. Este estudio muestra el caso para  $M = 3$ . Los errores de  $Q_w$ , denotados por  $\varepsilon_\theta$ , se asumen estacionarios ya que no se modifican durante la adquisición de datos, mientras que los errores de  $P_2$  se denotan por  $\varepsilon_{\zeta_m}$ . Por lo tanto, sus errores se introducen en forma de ruido Gaussiano, ya que en la naturaleza el

ruido se aproxima a distribuciones Gaussianas [35, 36]. Además, las amplitudes del campo óptico y la fase del objeto se introducen con ruido Gaussiano denotado respectivamente por  $\varepsilon_A$  y  $\varepsilon_\phi$ . Primero, consideramos errores o ruido en una variable por separado, para estudiar su influencia en la recuperación de las amplitudes complejas. Después, consideramos la presencia de todos los errores y ruido en las variables para representar una situación real.

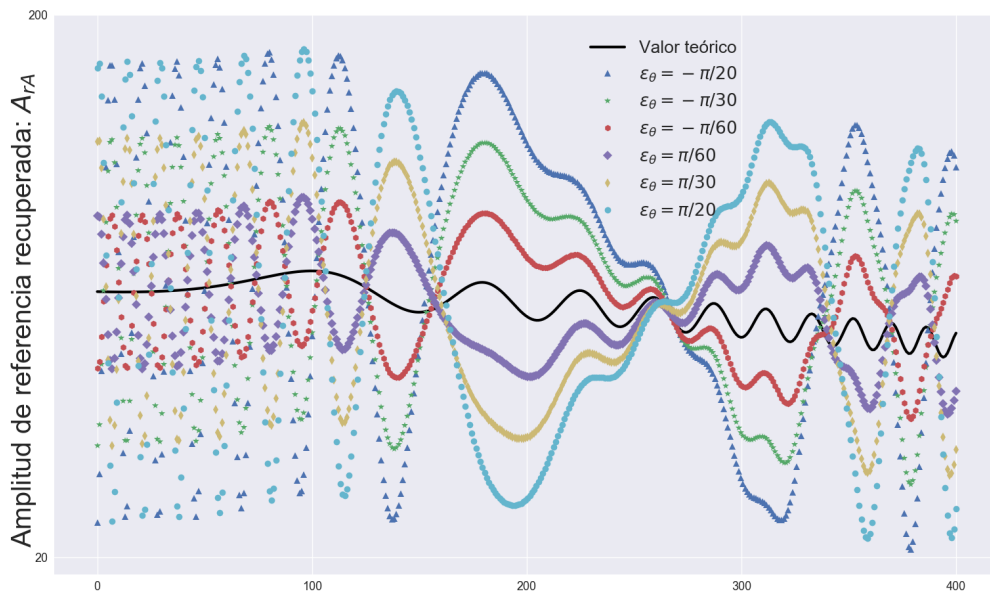
### 3.1.5.1. Errores en la posición del retardador

En este primer caso, los campos ópticos se introducen sin ruido, mientras que  $\theta$  tiene errores  $\varepsilon_\theta$  con respecto a su posición ideal  $\frac{\pi}{4}$ , y además que  $\varsigma_m$  no tiene. Por lo tanto,  $\theta = \frac{\pi}{4} + \varepsilon_\theta$ , con  $\varepsilon_\theta = \pm\frac{\pi}{60}, \pm\frac{\pi}{30}, \pm\frac{\pi}{20}$ . Este caso podría representar el error del experimentador, errores de calibración o defectos de fabricación, algún error sistemático, entre otros, y se mantienen constantes durante la adquisición de los datos. Las figuras 3.11-3.13 muestran respectivamente los resultados numéricos para  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$ . Se observa que  $A_{rA}$  tiene oscilaciones alrededor de  $A_r$  ideal, proporcionales a  $\varepsilon_\theta$ , mientras que  $A_{pA}$  se recupera principalmente con un off-set proporcional a  $|\varepsilon_\theta|$ , y  $\phi_{wA}$  también tiene oscilaciones proporcionales a  $\varepsilon_\theta$  alrededor de  $\phi_w$  ideal. Como se puede observar, los nodos de estas oscilaciones están relacionados con la fase del objeto a través de funciones coseno o seno. Esto se debe a las pequeñas contribuciones de los términos  $A_r A_p \cos(\phi)$  y  $A_r A_p \sin(\phi)$  en  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$  que están presentes en presencia de ruido. Mientras que el off-set en  $A_p$  se debe al término  $\frac{1}{2}A_r^2$  en  $u_1$  y  $u_2$ .

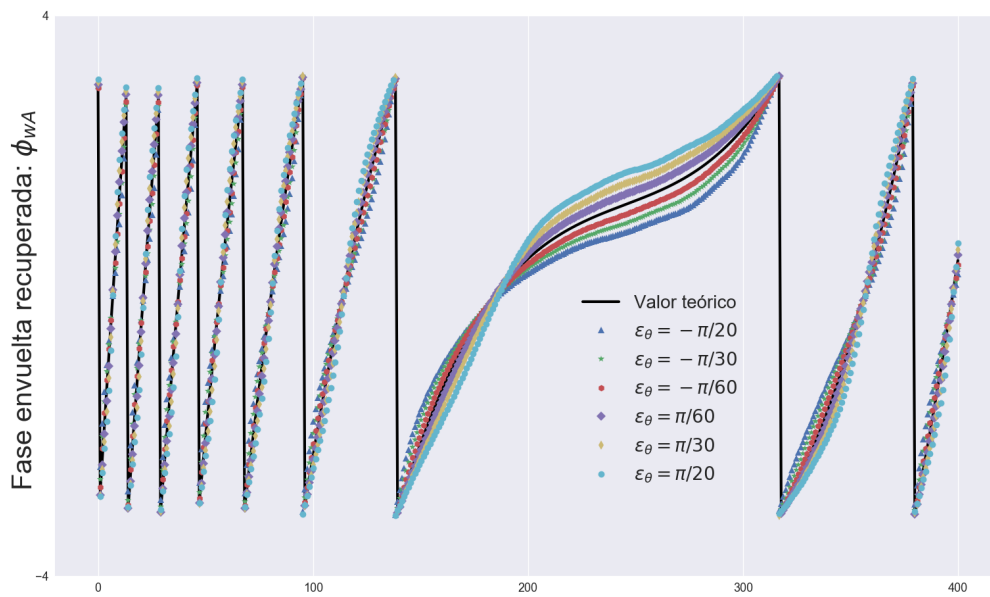


**Figura 3.11:**  $A_r$  con ruido en el ángulo del retardador  $\theta$ . Línea oscura representa el valor teórico; líneas de colores discontinuas, recuperadas asumiendo  $\varepsilon_\theta = \pm\frac{\pi}{60}, \pm\frac{\pi}{30}, \pm\frac{\pi}{20}$ ,  $\varepsilon_{\varsigma_m} = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ .

### 3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD



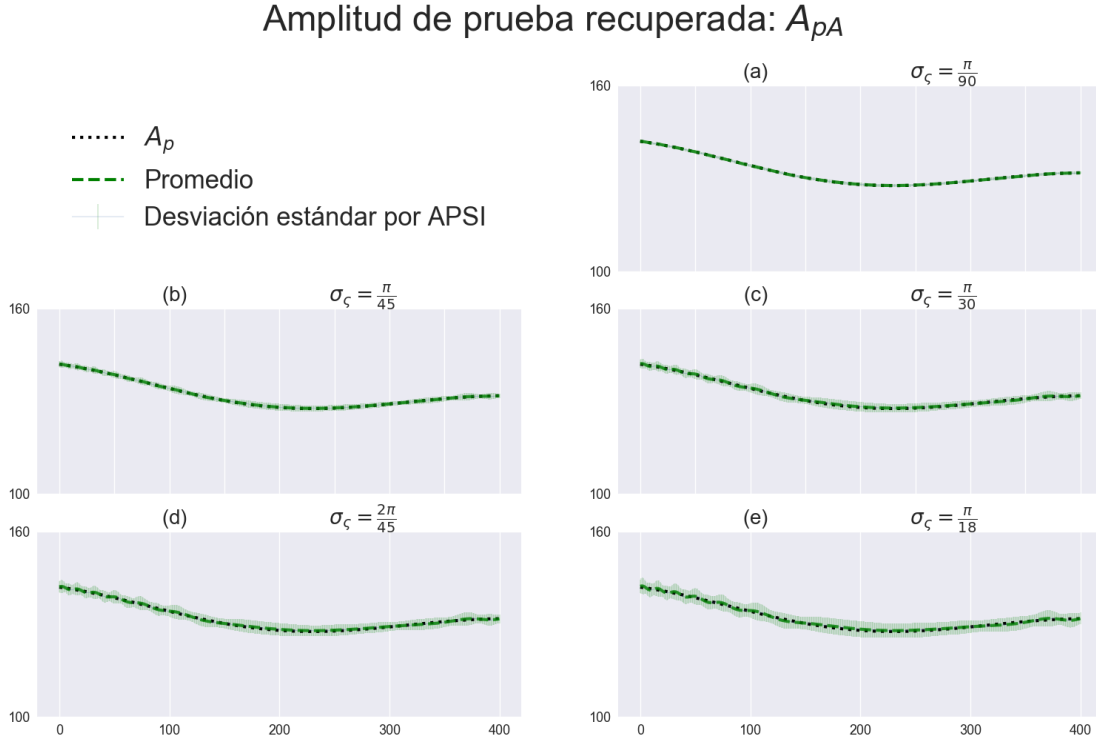
**Figura 3.12:**  $A_r$  con ruido en el ángulo del retardador  $\theta$ . Línea oscura representa el valor teórico; líneas de colores discontinuas, recuperadas asumiendo  $\varepsilon_\theta = \pm \frac{\pi}{60}, \pm \frac{\pi}{30}, \pm \frac{\pi}{20}$ ,  $\varepsilon_{\varsigma_m} = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ .



**Figura 3.13:**  $\phi$  con ruido en el ángulo del retardador  $\theta$ . Línea oscura el valor teórico; líneas de colores discontinuas, recuperadas asumiendo  $\varepsilon_\theta = \pm \frac{\pi}{60}, \pm \frac{\pi}{30}, \pm \frac{\pi}{20}$ ,  $\varepsilon_{\varsigma_m} = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ .

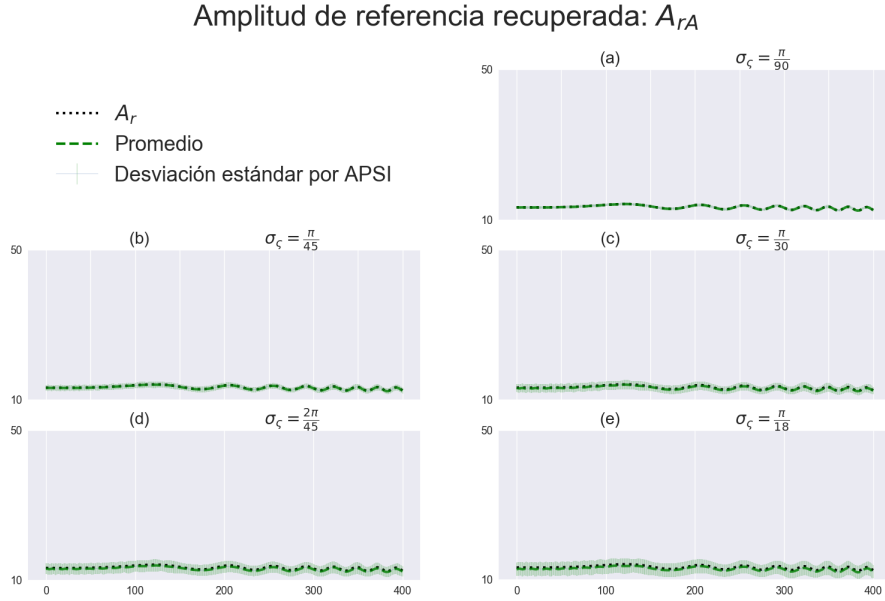
### 3.1.5.2. Errores en el segundo polarizador

Ahora, se asume que  $\varsigma_m$  tiene errores  $\varepsilon_{\varsigma_m}$  con respecto a su posición ideal, mientras que el retardador y los campos ópticos no tienen ningún error o ruido. Entonces,  $\varsigma_m = \frac{\pi}{3}(m-1) + \varepsilon_{\varsigma_m}$  para  $m = 0, 1, 2$ , donde  $\varepsilon_{\varsigma_m}$  se introduce como ruido Gaussiano con una desviación estándar de  $\sigma_\varsigma = \frac{\pi}{90}, \frac{\pi}{45}, \frac{\pi}{30}, \frac{2\pi}{45}, \frac{\pi}{18}$ , respectivamente. Aquí,  $\sigma_\varsigma$  representa la incertidumbre del sistema de cambio de ángulo, con el cual se realiza el ajuste de amplitud y fase. Como se muestra en la descripción del proceso experimental 3.1.3, se mueve  $\varsigma_m$  manualmente para la propuesta actual, por lo que se espera introducir un valor alto de  $\sigma_\varsigma$ . Para cada valor de  $\sigma_\varsigma$  se repite 1000 veces el cálculo de los datos. Las figuras 3.14-3.16 muestran respectivamente los resultados para  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$ . La línea punteada negra representa los datos ideales, la línea verde claro representa una desviación estándar de los datos recuperados, y la línea verde oscura representa la media. Se observa que  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$  no tienen ningún desplazamiento, pero su dispersión aumenta con  $\sigma_\varsigma$ .

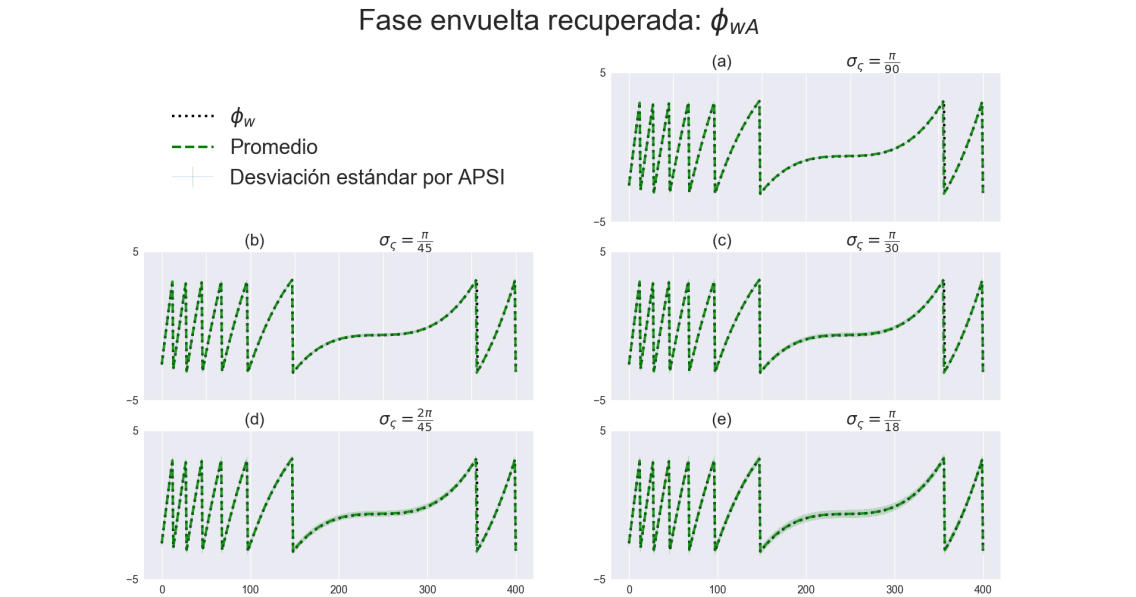


**Figura 3.14:**  $A_p$  con ruido en el ángulo del segundo polarizador  $\varsigma$ . Línea punteada negra representa el valor teórico de  $A_r$ ; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de  $A_{rA}$  recuperada asumiendo  $\sigma_\varsigma = \frac{\pi}{90}, \frac{\pi}{45}, \frac{\pi}{30}, \frac{2\pi}{45}, \frac{\pi}{18}$ ,  $\varepsilon_\theta = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ ; la línea verde oscura discontinua representa el promedio de los 1000 datos.

### 3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD



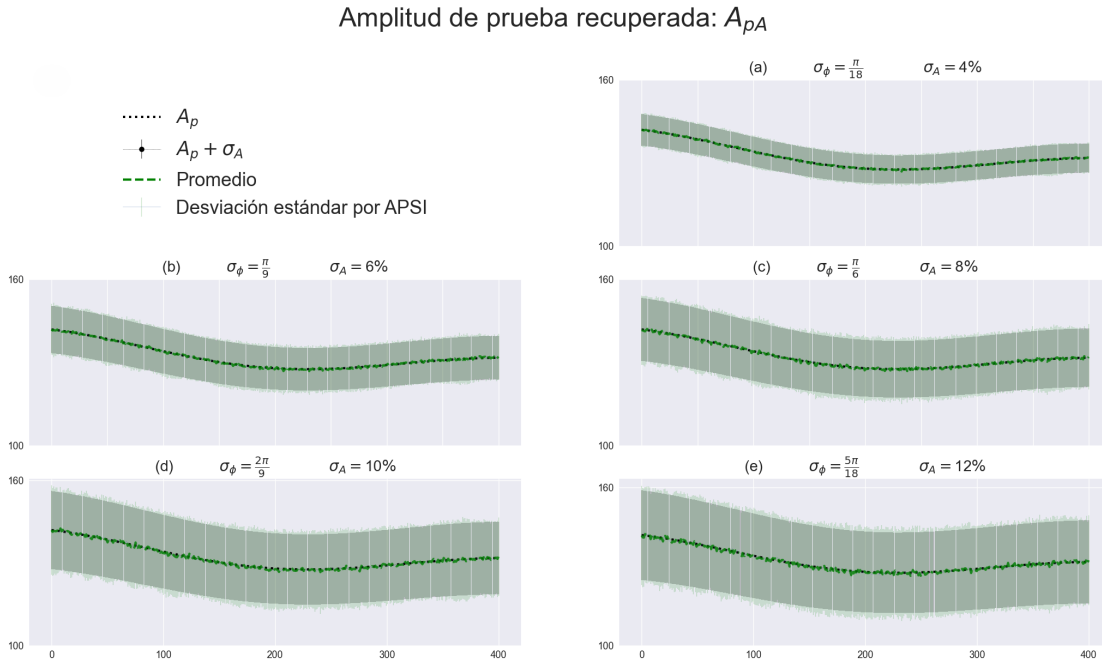
**Figura 3.15:**  $A_r$  con ruido en el ángulo del segundo polarizador  $\zeta$ . La línea punteada negra representa el valor teórico de  $A_p$ ; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de  $A_{pA}$  recuperada asumiendo  $\sigma_\zeta = \frac{\pi}{90}, \frac{\pi}{45}, \frac{\pi}{30}, \frac{2\pi}{45}, \frac{\pi}{18}$ ,  $\varepsilon_\theta = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos.



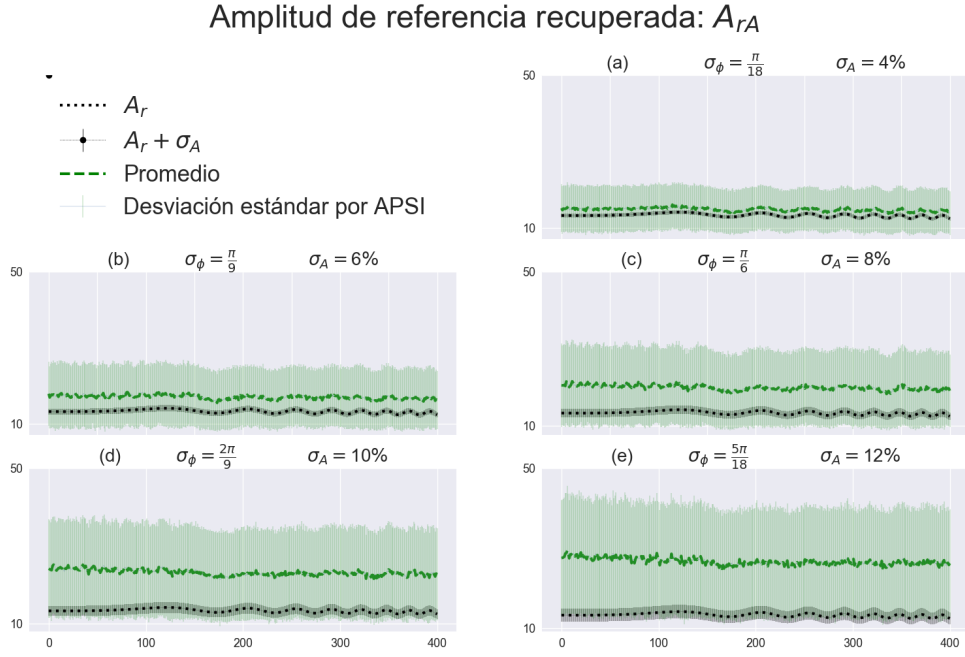
**Figura 3.16:**  $\phi$  con ruido en el ángulo del segundo polarizador  $\zeta$ . La línea punteada negra representa el valor teórico de  $\phi_w$ ; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de  $\phi_{wA}$  recuperada asumiendo  $\sigma_\zeta = \frac{\pi}{90}, \frac{\pi}{45}, \frac{\pi}{30}, \frac{2\pi}{45}, \frac{\pi}{18}$ ,  $\varepsilon_\theta = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos.

### 3.1.5.3. Ruido en los campos ópticos

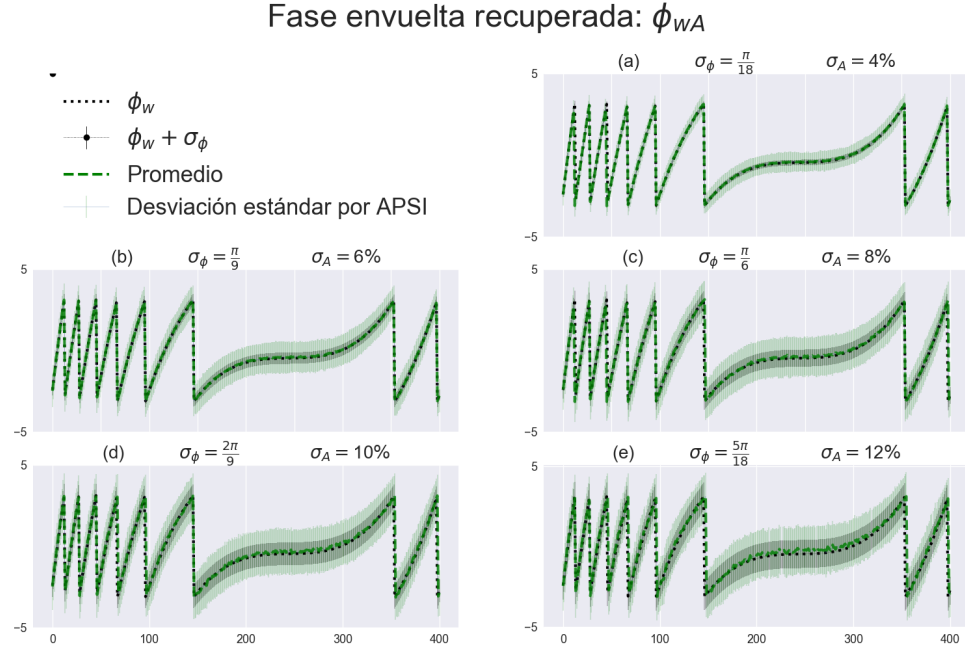
En esta parte,  $\theta$  y  $\varsigma_m$  se introducen sin errores, mientras que los campos ópticos se introducen con ruido Gaussiano de desviación estándar  $\sigma_{A_h} = tA_h$  con  $h = r, p$  donde  $t = 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12$  representa el porcentaje de amplitud, y  $\sigma_\phi = \frac{\pi}{36}, \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{9}$ . De manera correspondiente, cada triada de valores  $\sigma_{A_h}$  y  $\sigma_\phi$  se repite 1000 veces en el cálculo de los parámetros. Las figuras 3.17-3.19 muestran respectivamente los resultados numéricos para  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$ . Se observa que  $A_{rA}$  se recupera con una dispersión muy alta, varias veces la dispersión introducida en  $A_r$ , mientras que  $A_{pA}$  se recupera casi con la misma dispersión introducida  $\sigma_{A_p}$ , y la dispersión en  $\phi_{wA}$  es más del doble que la introducida en  $\phi_w$ . Además,  $A_{rA}$  tiene un off-set muy alto, mientras que  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$  no lo tienen.



**Figura 3.17:**  $A_{pA}$  con inestabilidad en los campos ópticos. La línea punteada negra representa el valor teórico de  $A_p$ ; las líneas negras claras representan la desviación estándar de  $A_p$  introducida por (a)-(e)  $\sigma_A = tA_h$  con  $h = r, p$ , y  $t = 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12$  respectivamente; las líneas verdes claras representan desviación estándar de  $A_{pA}$  recuperada asumiendo  $\varepsilon_{\varsigma_m} = \varepsilon_\theta = 0$ , y  $\varepsilon_\phi = \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{9}, \frac{5\pi}{18}$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos.



**Figura 3.18:**  $A_{rA}$  con inestabilidad en los campos ópticos. La línea punteada negra representa el valor teórico  $A_r$ ; las líneas negras claras representan la desviación estándar de  $A_r$  introducida por (a)-(e)  $\sigma_A = tA_h$  con  $h = r, p$ , y  $t = 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12$  respectivamente; las líneas verdes claras representan desviación estándar de  $A_{rA}$  recuperada asumiendo  $\varepsilon_{s_m} = \varepsilon_\theta = 0$ , y  $\varepsilon_\phi = \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{9}, \frac{5\pi}{18}$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos.

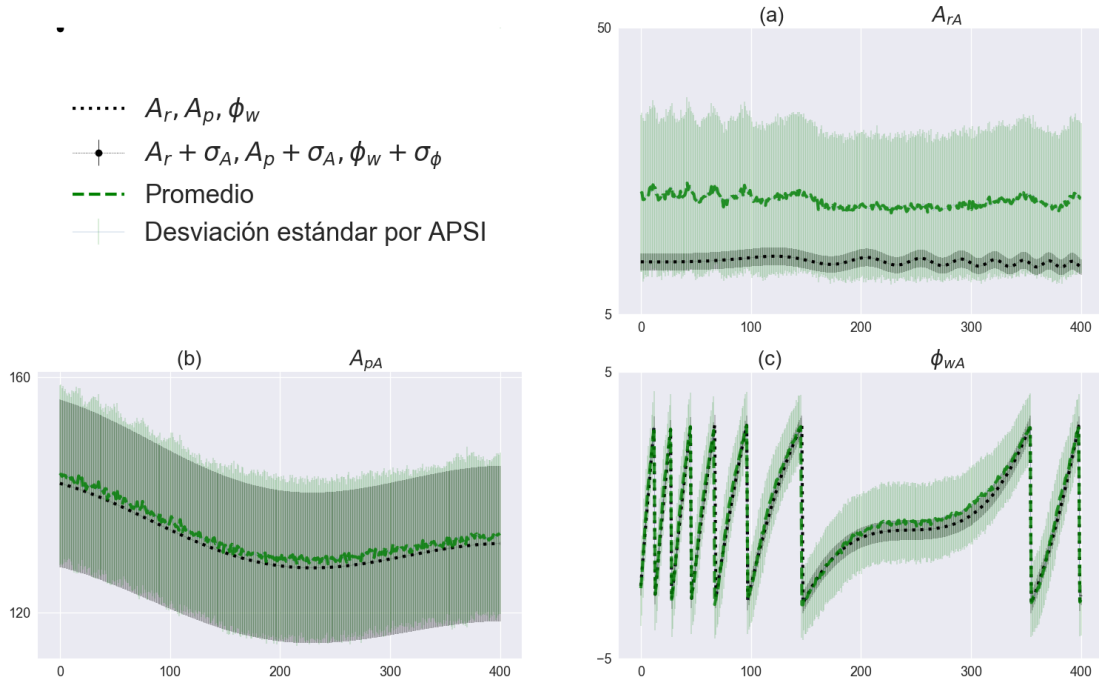


**Figura 3.19:**  $\phi_{wA}$  con inestabilidad en los campos ópticos. La línea punteada negra representa el valor teórico de  $\phi_w$ ; las líneas negras claras representan la desviación estándar de  $\phi_w$  introducida por (a)-(e)  $\varepsilon_\phi = \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{9}, \frac{5\pi}{18}$  respectivamente; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de  $A_{rA}$  recuperada asumiendo  $\varepsilon_{s_m} = \varepsilon_\theta = 0$ , y  $\sigma_A = tA_h$  con  $h = r, p$ , y  $t = 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos.

### 3.1.5.4. Errores en retardador, polarizador, y ruido en los campos ópticos

Ahora, se considera una situación experimental más realista, donde todas las variables tienen errores o ruido. Como podría ocurrir en el experimento, por ejemplo  $\epsilon_\theta = \frac{\pi}{180}$  y  $\sigma_{\zeta_m} = \frac{\pi}{180}$ , mientras que  $\sigma_{A_h} = 0.1A_h$  con  $h = r, p$ , y  $\sigma_\phi = \frac{\pi}{9}$ . Nuevamente, el cálculo de los parámetros se repite 1000 veces. La figura 3.20 muestra respectivamente los resultados numéricos para  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$ . Se observa que  $A_{rA}$  se recupera con una dispersión muy alta, varias veces la dispersión introducida en  $A_r$ , mientras que  $A_{pA}$  se recupera casi con la misma dispersión introducida  $\sigma_{A_p}$ , y la dispersión en  $\phi_{wA}$  es más del doble que la introducida en  $\phi_w$ .

#### Amplitudes complejas recuperadas

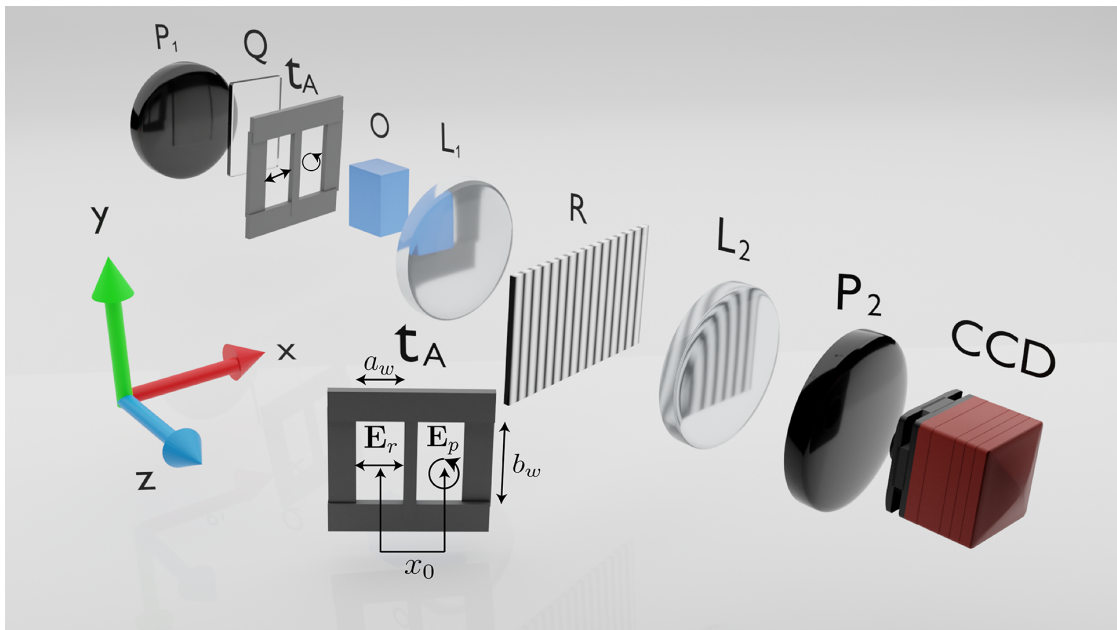


**Figura 3.20:** (a) Amplitud de referencia; (b) Amplitud de prueba; (c) Fase envuelta: La línea punteada negra representa el valor teórico; las líneas negras claras representan la desviación estándar introducida por  $\epsilon_\phi = \frac{\pi}{9}$ , y  $\sigma_A = 0.1A_h$  con  $h = r, p$ ; las líneas verdes claras representan respectivamente la desviación estándar de  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$ , y  $\phi_{wA}$  recuperadas asumiendo  $\epsilon_\theta = \sigma_{\zeta_m} = \frac{\pi}{180}$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos.

## 3.2. Interferometría de corrimiento de fase y amplitud generalizada

### 3.2.1. Descripción del modelo matemático

la figura 3.21 muestra un interferómetro de trayectoria común de doble apertura, el cual se basa en un sistema  $4f$  formado por dos lentes  $L_1$  y  $L_2$ , ambas con longitudes focales  $f$ . En el plano de Fourier, se coloca una rejilla de Ronchi con un período de  $u_p$ . En el plano de entrada, se presentan dos aperturas  $w(x + \frac{1}{2}, y)$  y  $w(x - \frac{1}{2}, y)$ , que contienen respectivamente el campo de referencia  $\mathbf{E}_r(x, y) = \mathbf{i}E_r(x, y)$  con polarización lineal horizontal, y el campo de prueba  $\mathbf{E}_p(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\mathbf{i} - \mathbf{j})E_p(x, y)$  con polarización circular derecha, donde  $i = \sqrt{-1}$  es la unidad imaginaria, y  $\mathbf{i}$  y  $\mathbf{j}$  representan vectores unitarios en las direcciones  $x$  y  $y$ .



**Figura 3.21:** Interferómetro de trayectoria común de doble apertura:  $P_1$ ,  $P_2$  polarizadores,  $Q$  retardador de cuarto de onda,  $t_A$  ventana de doble apertura,  $O$  objeto de fase,  $L_1$ ,  $L_2$  lentes,  $R$  rejilla de Ronchi,  $CCD$  cámara.

La polarización lineal horizontal del campo de referencia  $\mathbf{E}_r$  se genera mediante un polarizador  $P_1$ , mientras que la polarización circular derecha para el campo de prueba  $\mathbf{E}_p$  se genera utilizando un retardador de cuarto de onda  $Q$  orientado a un

ángulo de  $\pi/4$  con respecto al eje de transmisión del polarizador  $P_1$ . Por lo tanto, la entrada  $\mathbf{t}_A(x, y)$  puede describirse por

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_A(x, y) = & \mathbf{i}w \left( x + \frac{1}{2}x_0, y \right) E_r \left( x + \frac{1}{2}x_0, y \right) \\ & + (\mathbf{i} - \mathbf{j})w \left( x - \frac{1}{2}x_0, y \right) \frac{\sqrt{2}}{2} E_p \left( x - \frac{1}{2}x_0, y \right). \end{aligned} \quad (3.9)$$

La entrada  $\mathbf{t}_A$  pasa a través de la lente  $L_1$  al plano de Fourier, que se interpreta utilizando la transformada de Fourier  $\tilde{\mathbf{t}}_A(\mu, \nu) = \mathcal{F}\{\mathbf{t}_A(x, y)\}$ , donde  $\mathcal{F}$  es el operador de transformada de Fourier, y  $\mu = u/\lambda f$  y  $\nu = v/\lambda f$  son las coordenadas de frecuencia relacionadas con las coordenadas  $(u, v)$ . El campo pasa a través de la rejilla de Ronchi  $\tilde{R}(\mu, \nu) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i2n\pi\mu\lambda f/u_p}$  centrada con un factor de llenado de  $1/2$ , donde  $c_n = \frac{1}{2}\text{sinc}(\frac{n}{2})$ , que se utiliza como un filtro espacial en el espacio de Fourier. Luego, el nuevo campo tiene la expresión  $\tilde{t}_A(\mu, \nu)\tilde{R}(\mu, \nu)$ , que viaja a través de la lente  $L_2$  al plano de imagen. Por lo tanto, el campo de salida es [12, 37]

$$\mathbf{t}(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \mathbf{t}_A(x - nx_0, y), \quad (3.10)$$

o reescribiendo usando (3.9)

$$\begin{aligned} \mathbf{t}(x, y) = & \sum_{n=-\infty}^{\infty} w_n \left[ x + x_0 \left( \frac{1}{2} + n \right), y \right] \left[ \mathbf{i} \left( c_n E_r + c_{n+1} \frac{\sqrt{2}}{2} E_p \right) \right. \\ & \left. - \mathbf{j} c_{n+1} \frac{\sqrt{2}}{2} E_p \right]. \end{aligned} \quad (3.11)$$

donde las coordenadas espaciales  $(x, y)$  para  $E_r$  y  $E_p$  se han omitido por simplicidad, y se ha asumido la condición de emparejamiento  $x_0 = \lambda f/u_p$  para la interferencia. Ahora, si se posiciona un segundo polarizador  $P_2$  a un ángulo  $\varsigma_m$  en la salida, el campo óptico se describe por

$$\mathbf{t}(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} w_n \left[ x + x_0 \left( \frac{1}{2} + n \right), y \right] (\mathbf{i} \cos \varsigma_m + \mathbf{j} \sin \varsigma_m) E_n, \quad (3.12)$$

### 3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD

---

donde  $E_n$  es la magnitud compleja total del campo óptico expresada por

$$E_n = c_n \cos \varsigma_m E_r + c_{n+1} \frac{\sqrt{2}}{2} E_p e^{-i\varsigma_m}, \quad (3.13)$$

donde los campos se dan por  $E_r = A_r e^{i\phi_r}$ ,  $E_p = A_p e^{i\phi_p}$ , con  $\phi_r$ ,  $\phi_p$  denotando las fases, y  $A_r$ ,  $A_p$  denotando las amplitudes. Entonces, una cámara CCD observará la interferencia de estos campos ópticos descritos por

$$I_m = c_n^2 \cos^2 \varsigma_m A_r^2 + \frac{1}{2} c_{n+1}^2 A_p^2 + \sqrt{2} c_n c_{n+1} \cos \varsigma_m A_r A_p \cos(\phi - \varsigma_m), \quad (3.14)$$

o utilizando identidades trigonométricas básicas se puede reescribir (3.14) como

$$I_m = u_1 + u_2 \cos 2\varsigma_m + u_3 \sen 2\varsigma_m, \quad (3.15)$$

donde

$$u_1 = \frac{1}{2} c_n^2 A_r^2 + \frac{1}{2} c_{n+1}^2 A_p^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} c_n c_{n+1} A_r A_p \cos \phi, \quad (3.16a)$$

$$u_2 = \frac{1}{2} c_n^2 A_r^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} c_n c_{n+1} A_r A_p \cos \phi, \quad (3.16b)$$

$$u_3 = \frac{\sqrt{2}}{2} c_n c_{n+1} A_r A_p \sen \phi, \quad (3.16c)$$

y aplicando operaciones algebraicas y trigonométricas básicas, se pueden deducir los parámetros del campo óptico.

$$A_p^2 = \frac{2u_1 - 2u_2}{c_{n+1}^2}, \quad (3.17a)$$

$$A_r^2 = \frac{2u_1 - 2\sqrt{u_1^2 - u_2^2 - u_3^2}}{c_n^2}, \quad (3.17b)$$

$$\tan \phi = \frac{u_3}{-u_1 + u_2 - \sqrt{u_1^2 - u_2^2 - u_3^2}}. \quad (3.17c)$$

Ahora teniendo estas ecuaciones se puede ver que es posible recuperar la fase del objeto, la amplitud de prueba y de referencia respectivamente, utilizando nuevamente las ecuaciones descritas en (3.17). Como se menciona en la sección 3.1, el modelo descrito por (3.17) está condicionado por la constricción  $u_1^2 - u_2^2 - u_3^2 \geq 0$ , lo que implica que  $A_p(x, y) \geq \sqrt{2} A_r(x, y)$ . Ésta condición se logró utilizando un

filtro de densidad neutra (NDF) para atenuar la amplitud de referencia  $A_r$ . Ahora, dado que la implementación experimental se ha desarrollado en un DACPI, que utiliza una rejilla de Ronchi como filtro espacial, atenúa directamente la amplitud de referencia  $A_r$  como se muestra en (3.14). Esta es una ventaja interesante porque no se necesita el uso de un NDF, lo que reduce la presencia de ruido o aberraciones en los resultados experimentales. Para  $m = 0, \dots, M - 1$ , se genera un conjunto de  $M \geq 3$  pasos de fase con un valor arbitrario con la posición angular de  $P_2$ , y se asocian con  $M$  interferogramas capturados experimentalmente por una cámara CCD. Se interpreta como un conjunto de  $M$  ecuaciones en 3 incógnitas, formando un sistema de ecuaciones lineales.

$$\mathbb{Q}\mathbf{u}^T = \mathbf{I}^T, \quad (3.18)$$

donde  $\{\cdot\}^T$  es el operador de transposición,  $\mathbb{Q}$  es la matriz del sistema de  $M \times 3$ ,  $\mathbf{u}$  es la matriz de incógnitas de  $1 \times 3$ , finalmente  $\mathbf{I}$  es la matriz de interferogramas capturados de  $1 \times M$ , que se dan por

$$\mathbb{Q} = \begin{pmatrix} 1 & \cos \varsigma_0 & \text{sen } \varsigma_0 \\ 1 & \cos \varsigma_1 & \text{sen } \varsigma_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos \varsigma_{M-1} & \text{sen } \varsigma_{M-1} \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$

$$\mathbf{u} = (u_1 \quad u_2 \quad u_3), \quad (3.20)$$

$$\mathbf{I} = (I_0 \quad I_1 \quad \dots \quad I_{M-1}). \quad (3.21)$$

Como se sabe, un sistema lineal descrito de esta manera en (3.18) puede resolverse aplicando el método de mínimos cuadrados [15, 25], que proporciona un resultado conocido

$$\mathbf{u}^T = (\mathbb{Q}^T\mathbb{Q})^{-1}(\mathbb{Q}^T\mathbf{I}^T), \quad (3.22)$$

donde  $\{\cdot\}^{-1}$  denota el operador inverso.

### 3.2.2. Caso generalizado de 3 pasos

Un caso particular de interés es cuando  $M = 3$ . En esta situación, se generan 3 valores de  $\varsigma_m$  y se obtienen 3 interferogramas  $I_m$  formando el siguiente sistema

lineal:

$$I_0 = u_1 + u_2 \cos 2\varsigma_0 + u_3 \sen 2\varsigma_0, \quad (3.23a)$$

$$I_1 = u_1 + u_2 \cos 2\varsigma_1 + u_3 \sen 2\varsigma_1, \quad (3.23b)$$

$$I_2 = u_1 + u_2 \cos 2\varsigma_2 + u_3 \sen 2\varsigma_2. \quad (3.23c)$$

y puede resolverse analíticamente en una forma general expresada por

$$u_1 = \frac{I_0 \sen(2\varsigma_2 - 2\varsigma_1) - I_1 \sen(2\varsigma_2 - 2\varsigma_0) + I_2 \sen(2\varsigma_1 - 2\varsigma_0)}{4 \sen(\varsigma_0 - \varsigma_1) \sen(\varsigma_0 - \varsigma_2) \sen(\varsigma_1 - \varsigma_2)}, \quad (3.24a)$$

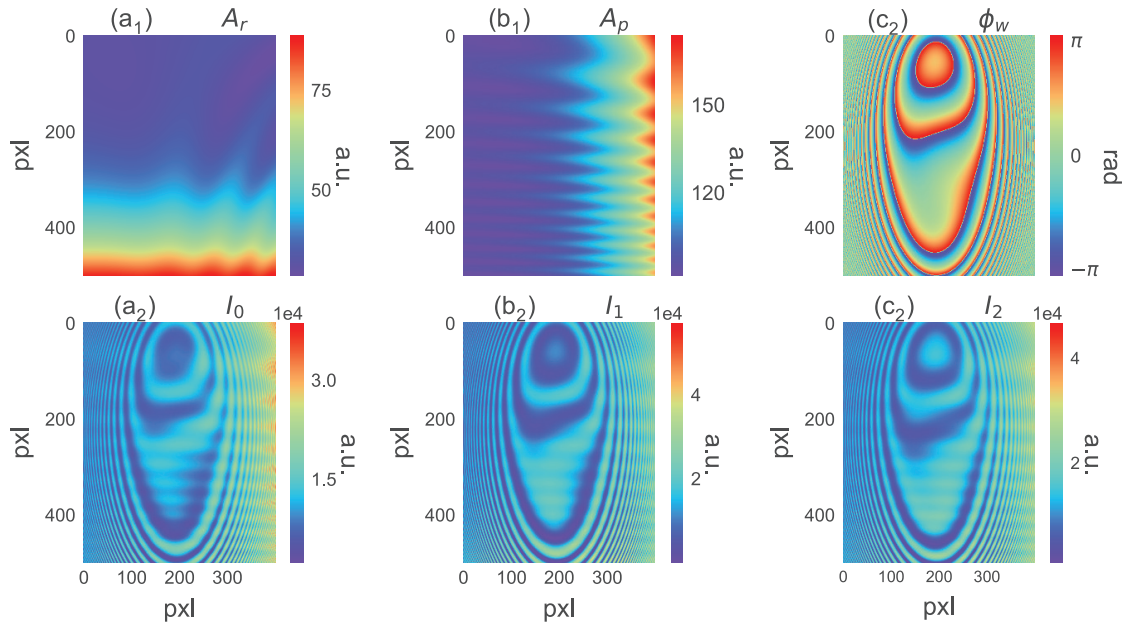
$$u_2 = \frac{(I_1 - I_2) \sen \varsigma_0 - (I_0 - I_1) \sen 2\varsigma_1 + (I_0 - I_1) \sen 2\varsigma_2}{4 \sen(\varsigma_0 - \varsigma_1) \sen(\varsigma_0 - \varsigma_2) \sen(\varsigma_1 - \varsigma_2)}, \quad (3.24b)$$

$$u_3 = \frac{(I_1 - I_2) \cos 2\varsigma_0 - (I_0 - I_1) \cos 2\varsigma_1 + (I_0 - I_1) \cos 2\varsigma_2}{4 \sen(\varsigma_0 - \varsigma_1) \sen(\varsigma_0 - \varsigma_2) \sen(\varsigma_1 - \varsigma_2)}. \quad (3.24c)$$

que calcula  $\mathbf{u}$  a partir de las intensidades medidas  $\mathbf{I}$  y los ángulos del polarizador  $\varsigma_m$ .

### 3.2.3. Simulación numérica

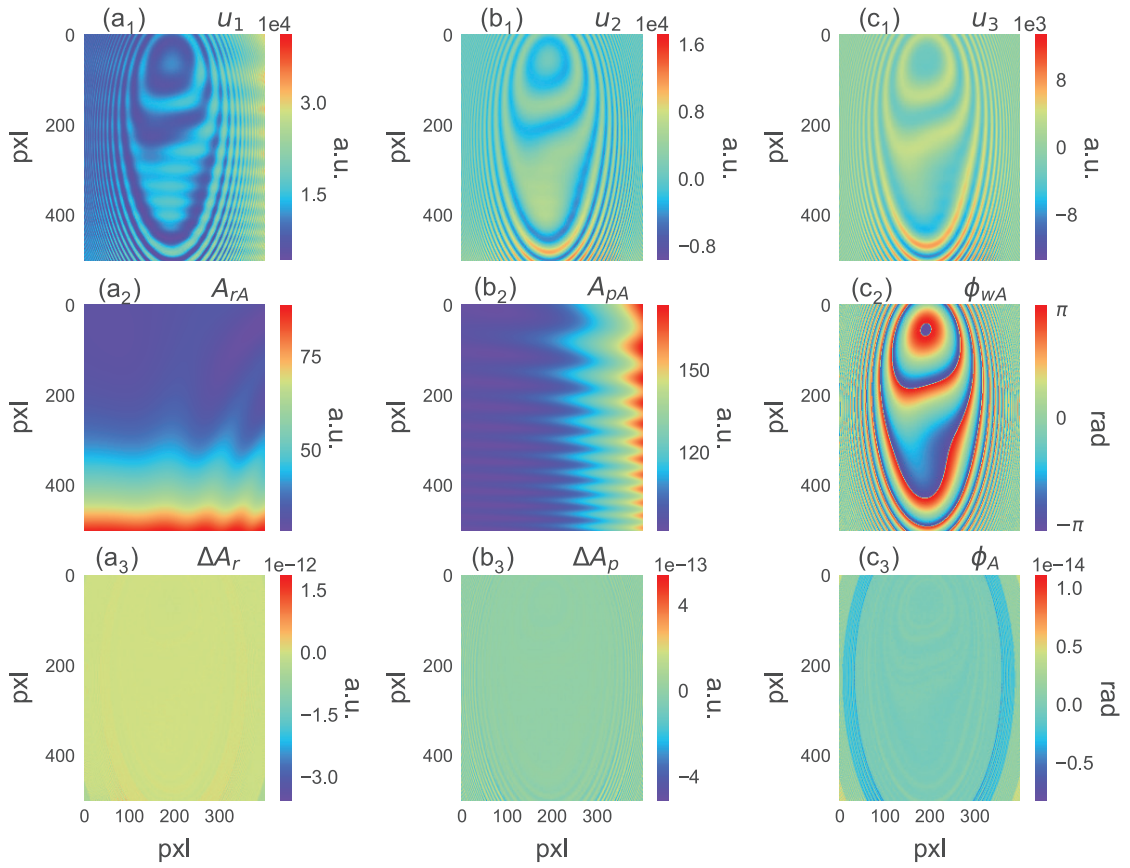
Se ha realizado la simulación de los casos en los cuales se capturan 3, 4, 5 y 6 interferogramas respectivamente. Para la fase se tiene a la función  $\phi(x, y) = 0.02(x^2 + y^2)y + 0.2(x^2 + y^2) + 0.0y + 0.1x + 0.5$ , y para las amplitudes se ha considerado a la constricción  $A_p(x, y) \geq \sqrt{2}A_r(x, y)$ ,  $\forall(x, y)$ , entonces las funciones elegidas son  $A_r(x, y) = 3/2 + x^4 + \pi x \sen(x - 8y^2) \exp(-\frac{y^2}{33})$ , y  $A_p(x, y) = x^4 + \pi x \sen(xy^3 - 2y) \exp(-\frac{y^2}{33})$ . Estas expresiones se evalúan en el rango de  $x \in (-4, 4)$ ,  $y \in (-7, 3)$ , generando matrices de forma  $500 \times 400$ . Se muestran a continuación. En la figura 3.22(a<sub>1</sub> - c<sub>1</sub>) se muestran los parámetros del campo óptico con los que se generan los interferogramas sintéticos en las figuras 3.22(a<sub>2</sub> - c<sub>2</sub>) para el caso de 3 interferogramas con corrimientos de fase diferentes y conocidos  $-\pi/3, \pi/18, \pi/4$ .



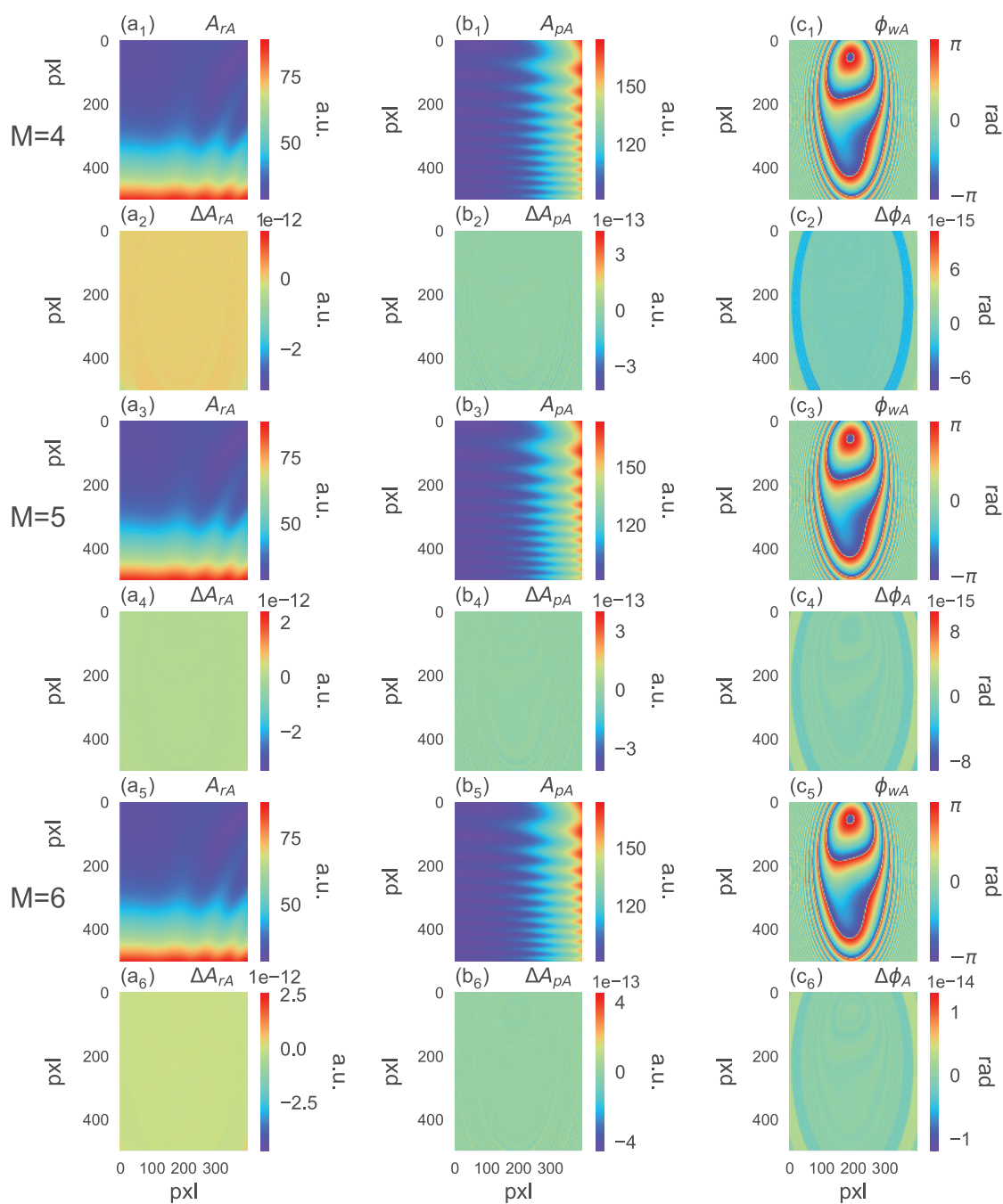
**Figura 3.22:** (a<sub>1</sub>) amplitud de referencia  $A_r$ , (b<sub>1</sub>) amplitud de prueba  $A_p$ , (c<sub>1</sub>) fase en envuelta  $\phi_w$ , (a<sub>2</sub> – c<sub>2</sub>) interferogramas con corrimientos  $-\pi/3, \pi/18, \pi/4$ , respectivamente.

Con los parámetros del campo óptico simulados  $A_r$ ,  $A_p$  y  $\phi_w$  se generan los interferogramas  $I_0, I_1, I_2$  con los cuales se calculan las funciones  $u_i$  de las ecuaciones (3.16) se muestran las figuras 3.23(a<sub>1</sub>-c<sub>1</sub>). Ahora recuperan los parámetros del campo óptico  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$  utilizando las ecuaciones (3.17). Se muestran los resultados en la figura 3.9(a<sub>2</sub>-c<sub>2</sub>). Finalmente se calcula la diferencia en la amplitud de referencia simulada y recuperada representada como  $\Delta A_r = A_r - A_{rA}$ , la amplitud de prueba simulada y recuperada  $\Delta A_p = A_p - A_{pA}$  y la fase simulada y recuperada por GAPS  $\Delta \phi_w = \phi_w - \phi_{wA}$ . Como se muestra en la figura 3.23(a<sub>3</sub>-c<sub>3</sub>) las diferencias prácticamente cero, lo cual podría simbolizar el error del cálculo computacional. En la figura 3.24 se muestran los resultados para los casos de  $M = 4, 5, 6$  interferogramas. Para el caso de 4 pasos de fase, los ángulos son  $\varsigma_0 = \pi/3, \varsigma_1 = \pi/9, \varsigma_2 = -\pi/12, \varsigma_3 = -7\pi/36$ . Para el caso de 5 pasos de fase, los ángulos son  $\varsigma_0 = \pi/3, \varsigma_1 = \pi/6, \varsigma_2 = -\pi/18, \varsigma_3 = -\pi/9, \varsigma_4 = -2\pi/9$ . Finalmente, para el caso de 6 pasos, los ángulos son  $\varsigma_0 = \pi/3, \varsigma_1 = \pi/6, \varsigma_2 = \pi/18, \varsigma_3 = -\pi/9, \varsigma_4 = -7\pi/36, \varsigma_5 = -5\pi/18$  finalmente se recuperan los parámetros del campo óptico  $A_{rA}, A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$ . Como se muestra las diferencias entre los parámetros simulados y los recuperados nuevamente son de un orden prácticamente cero.

### 3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD



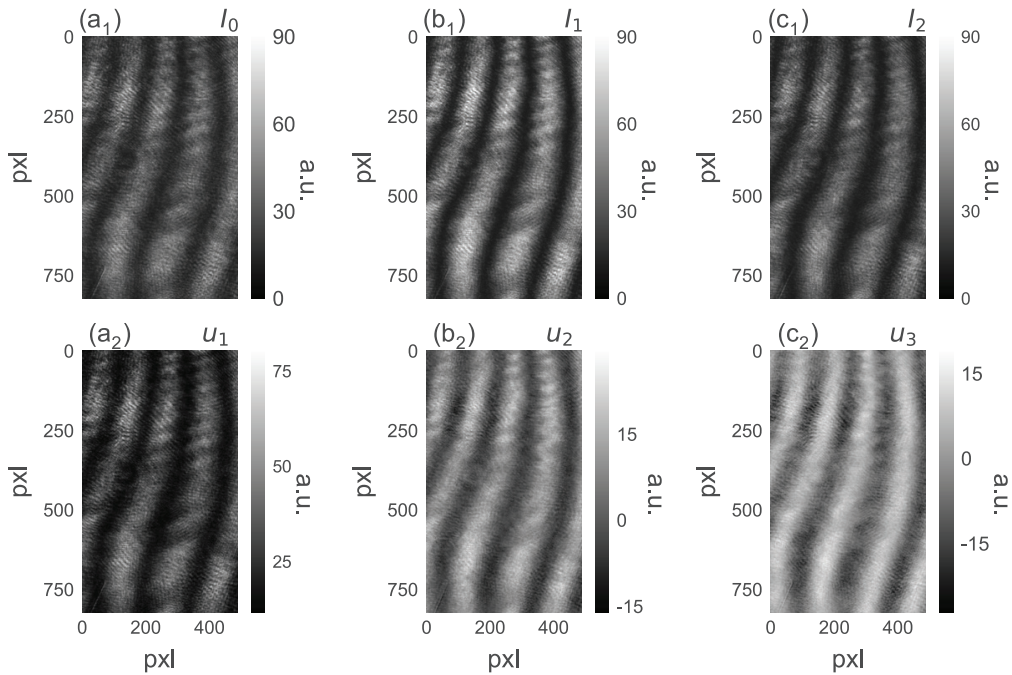
**Figura 3.23:**  $(a_1 - c_1)$  funciones  $u_i$ .  $(a_2 - c_2)$  parámetros del campo óptico recuperados.  $(a_3 - c_3)$  diferencias en los parámetros recuperados y los parámetros simulados.



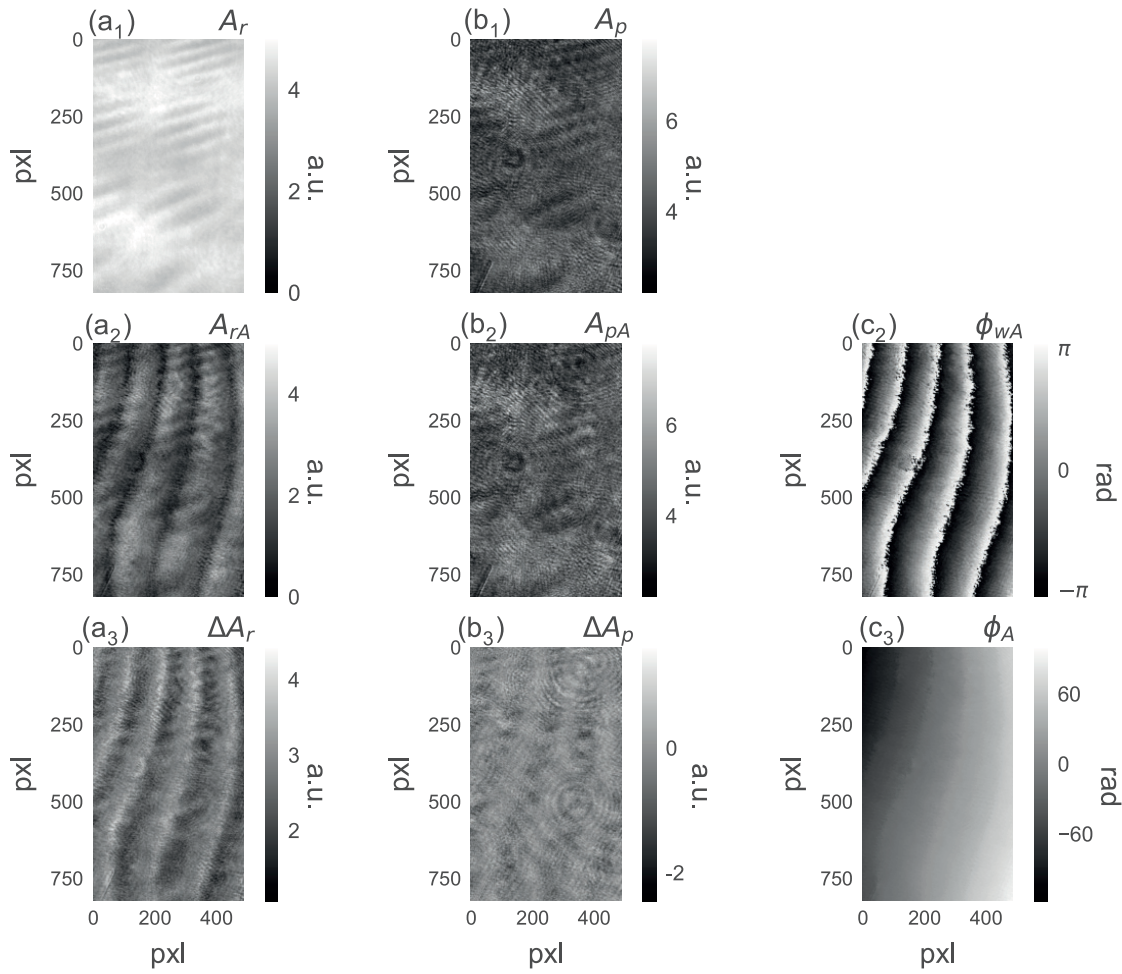
**Figura 3.24:** Parámetros del campo óptico recuperados por APSI para los casos de  $M = 4, 5, 6$  interferogramas.

### 3.2.4. Resultados experimentales

Para la configuración experimental, se empleó un láser He-Ne con una longitud de onda de  $632.8nm$ , y se incorporaron dos lentes  $L_1$  y  $L_2$ , cada una con una distancia focal de  $400mm$ . Además, se introdujo una rejilla de Ronchi con un período de  $25\mu m$ , lo que resulta en  $x_0 = 1.012cm$ . Se creó una ventana con dimensiones  $a_w = 4mm$  y  $b_w = 8mm$ . La cámara CCD modelo Point-Gray Grasshopper GS3-U3-23S6M-C se utilizó para capturar los interferogramas. Para las pruebas realizadas, se utilizó una lamina de acetato como objeto de fase. Se obtuvieron resultados experimentales para los casos de  $M = 3, 4, 5, 6$  pasos de fase. En la figura 3.25(a<sub>1</sub>-c<sub>1</sub>), se muestra el caso de 3 pasos de fase, que son  $\varsigma_0 = \pi/3$ ,  $\varsigma_1 = \pi/12$ ,  $\varsigma_2 = -\pi/4$ . Se puede notar que los valores se han elegido al azar y no siguen el comportamiento de ninguna función lineal en particular, a diferencia del método APSI o PSI. Después de capturar los interferogramas, el siguiente paso implica calcular las funciones  $u_1, u_2, u_3$  utilizando el método de mínimos cuadrados descrito por (3.18)-(3.22). Los resultados se muestran en la figura 3.25(a<sub>2</sub>-c<sub>2</sub>). Finalmente, los parámetros del campo óptico se recuperan de acuerdo con (3.17) y se muestran en la figura 3.26(a<sub>2</sub>-c<sub>2</sub>) denotados como  $A_{rA}, A_{pA}, \phi_{wA}$ . La fase desenvuelta  $\phi_A$  en la figura 3.26(c<sub>3</sub>) se ha calculado utilizando un algoritmo basado en la transformada seno y el formalismo de mínimos cuadrados propuesto [34].



**Figura 3.25:** (a<sub>1</sub>)-(c<sub>1</sub>) interferogramas para  $M = 3$  con pasos de fase  $\varsigma_0 = \pi/3$ ,  $\varsigma_1 = \pi/12$ ,  $\varsigma_2 = -\pi/4$ . (a<sub>2</sub>)-(c<sub>2</sub>) parámetros  $u_1$ - $u_3$ .

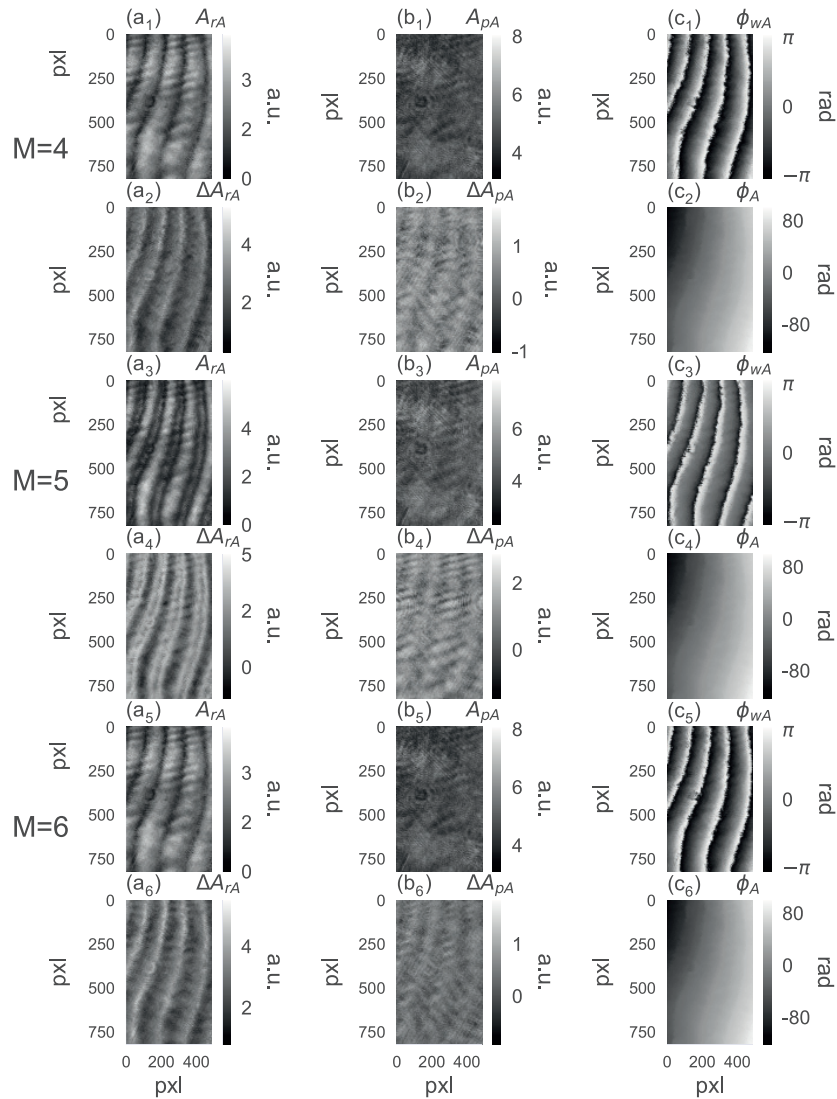


**Figura 3.26:** (a<sub>1</sub>)-(b<sub>1</sub>) amplitudes capturadas directamente. (a<sub>2</sub>),(b<sub>2</sub>),(c<sub>2</sub>),(c<sub>3</sub>) parámetros del campo óptico recuperados. (a<sub>3</sub>)-(b<sub>3</sub>) desviaciones de amplitudes.

Para hacer una comparación con la propuesta actual, las amplitudes de referencia y prueba se han capturado directamente, como se muestra en la figura 3.26(a<sub>1</sub>-b<sub>1</sub>), denotadas como  $A_r$  y  $A_p$ . En consecuencia, la desviación entre ambos parámetros se ha obtenido como  $\Delta A_r = A_r - A_{rA}$  y  $\Delta A_p = A_p - A_{pA}$  también se muestra en la figura 3.26(a<sub>3</sub>-b<sub>3</sub>). El tiempo de ejecución del algoritmo es de 1.1018 segundos. Como se muestra en la figura 3.26, a pesar de la presencia de ruido generado por la hoja de acetato, se logra una recuperación exitosa para la amplitud de prueba  $A_{pA}$ . Por otro lado, para el caso de la amplitud de referencia  $A_{rA}$ , exhibe una mayor sensibilidad al ruido en comparación con la amplitud de prueba  $A_{pA}$ . Este fenómeno se replica en las simulaciones obtenidas del análisis de ruido, validando así los resultados experimentales. La figura 3.27 muestra los resultados para los casos con  $M = 4, 5, 6$  interferogramas. Para el caso de 4 pasos de fase, los ángulos son

### 3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD

$\varsigma_0 = \pi/3$ ,  $\varsigma_1 = \pi/9$ ,  $\varsigma_2 = -\pi/12$ ,  $\varsigma_3 = -7\pi/36$ . Para el caso de 5 pasos de fase, los ángulos son  $\varsigma_0 = \pi/3$ ,  $\varsigma_1 = \pi/6$ ,  $\varsigma_2 = -\pi/18$ ,  $\varsigma_3 = -\pi/9$ ,  $\varsigma_4 = -2\pi/9$ . Finalmente, para el caso de 6 pasos, los ángulos son  $\varsigma_0 = \pi/3$ ,  $\varsigma_1 = \pi/6$ ,  $\varsigma_2 = \pi/18$ ,  $\varsigma_3 = -\pi/9$ ,  $\varsigma_4 = -7\pi/36$ ,  $\varsigma_5 = -5\pi/18$ . Una vez más, los valores para los pasos de fase se han elegido arbitrariamente para los casos de  $M = 4, 5$ , y  $6$ . Sin embargo, se demuestra cómo es posible recuperar los parámetros del campo óptico utilizando estos. Los efectos reflejados para el caso de 3 interferogramas también son evidentes en los casos de  $M = 4, 5, 6$ . Hay un off-set pronunciado para la amplitud de referencia  $A_r$  mientras que la amplitud de prueba  $A_p$  se recupera satisfactoriamente, junto con la fase  $\phi$ .



**Figura 3.27:** Extracción de los parámetros del campo óptico de los casos  $M = 4, 5, 6$ .

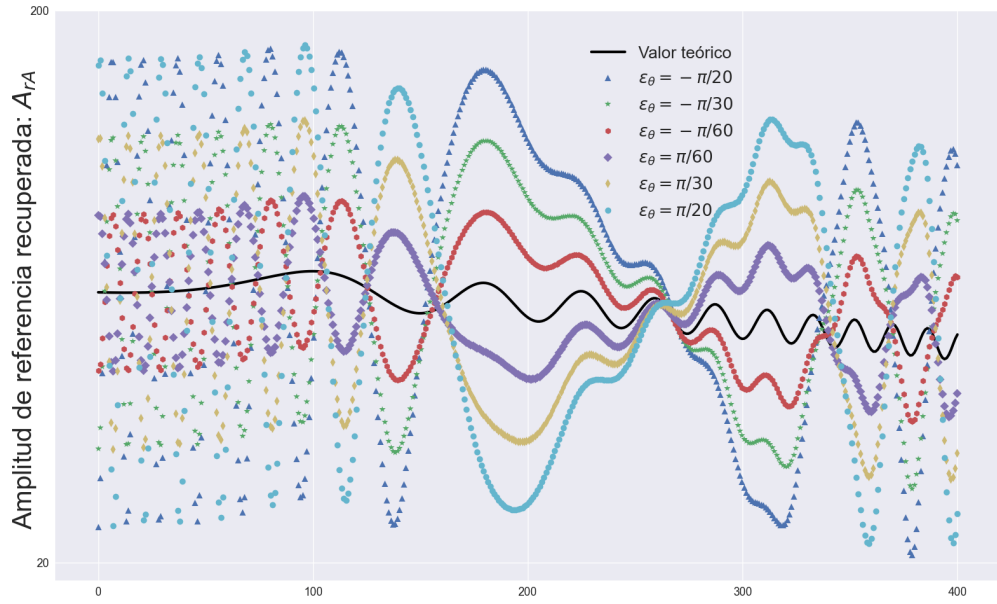
### 3.2.5. Análisis de ruido

Para evaluar la robustez, eficiencia y repetibilidad de la técnica GAPSI, se ha realizado un estudio de ruido. El procedimiento del estudio implica la introducción de ruido en los campos ópticos y la consideración de errores en la posición angular del retardador de cuarto de onda  $Q$  y del segundo polarizador  $P_2$  respecto a su posición ideal. Para la simulación de la fase, se ha empleado el polinomio de Seidel [38, 39] con la expresión  $\phi(x, y) = 0.1(x^2 + y^2)y + 0.2(x^2 + y^2) + 0.1y + 0.5x + 0.5$ , y para la amplitud de referencia,  $A_r(x, y) = 0.7(105 + x^5 + \pi x \sin(x - 2y) \exp(-\frac{y^2}{33}))$ , y para la amplitud de prueba  $A_p(x, y) = 105 + x^5 + \pi x \sin(xy^3 - 2y) \exp(-\frac{y^2}{33})$ . Estas expresiones se evaluaron dentro del rango  $x \in (-4, 4)$ ,  $y \in (-7, 3)$ , generando matrices de datos de tamaño  $400 \times 500$ . Con estas expresiones, se simularon interferogramas para el caso de  $M = 3$  y los ángulos son  $\varsigma_0 = \frac{\pi}{3}$ ,  $\varsigma_1 = -\frac{\pi}{12}$ ,  $\varsigma_2 = -\frac{\pi}{4}$ . La fila 300 de los interferogramas sintéticos ha sido extraída para el análisis de ruido. Los errores se introducen en forma de ruido Gaussiano, ya que en las ciencias físicas este obedece aproximadamente a una distribución gaussiana [35, 36]. Las variables se han analizado por separado para dilucidar la influencia de cada fuente de error individual, culminando en la consideración de todas las fuentes de error simuladas dentro de un contexto experimental más realista.

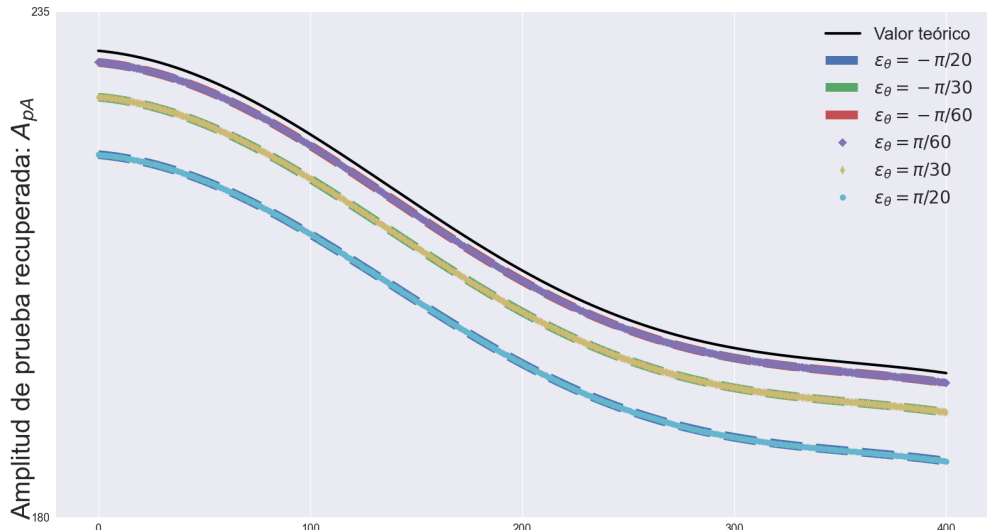
#### 3.2.5.1. Errores en la posición del retardador

En primer lugar, se consideran los errores en la posición angular del retardador de cuarto de onda  $Q$ , manteniendo las demás variables libres de cualquier fuente de error. La posición ideal del retardador es  $\theta = \pi/4$ , por lo que el retardador con error se representa como  $\theta = \pi/4 + \epsilon_\theta$ . En este contexto,  $\epsilon_\theta$  representa los errores en el retardador debidos a errores del experimentador, defectos de calibración o de fabricación, y se han empleado los siguientes valores:  $\epsilon_\theta = \pm\pi/60, \pm\pi/30, \pm\pi/20$ , considerándose estas cantidades como estáticas ya que el retardador permanece estacionario durante la captura de datos. Los resultados para este caso se presentan en las figuras 3.28-3.30. Estos resultados ilustran que, para cada valor de error simulado, tanto la amplitud de referencia  $A_{rA}$  como la fase  $\phi_{wA}$  exhiben oscilaciones alrededor de sus valores ideales, mientras que en la amplitud de prueba  $A_{pA}$  hay un off-set proporcional al valor del error asignado  $\epsilon_\theta$ . Es notable que estos resultados son consistentes con el caso de APSI en detección asincrónica 3.1.

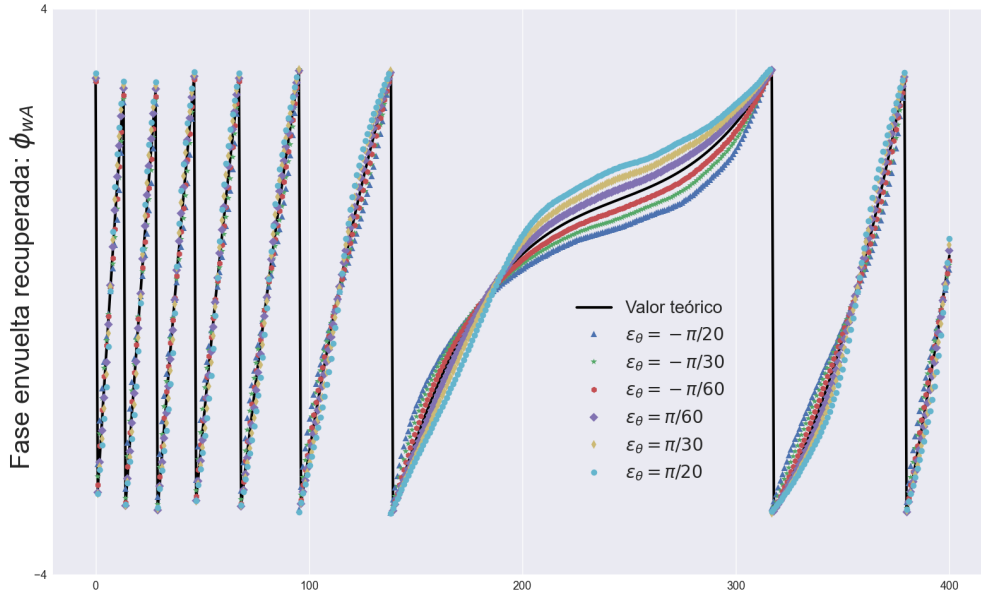
### 3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD



**Figura 3.28:** Amplitud de referencia recuperada: Línea oscura representa el valor teórico; líneas de colores discontinuas, recuperadas asumiendo  $\varepsilon_\theta = \pm \frac{\pi}{60}, \pm \frac{\pi}{30}, \pm \frac{\pi}{20}$ ,  $\varepsilon_{s_m} = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ .



**Figura 3.29:** Amplitud de prueba recuperada: Línea oscura representa el valor teórico; líneas de colores discontinuas, recuperadas asumiendo  $\varepsilon_\theta = \pm \frac{\pi}{60}, \pm \frac{\pi}{30}, \pm \frac{\pi}{20}$ ,  $\varepsilon_{s_m} = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ .

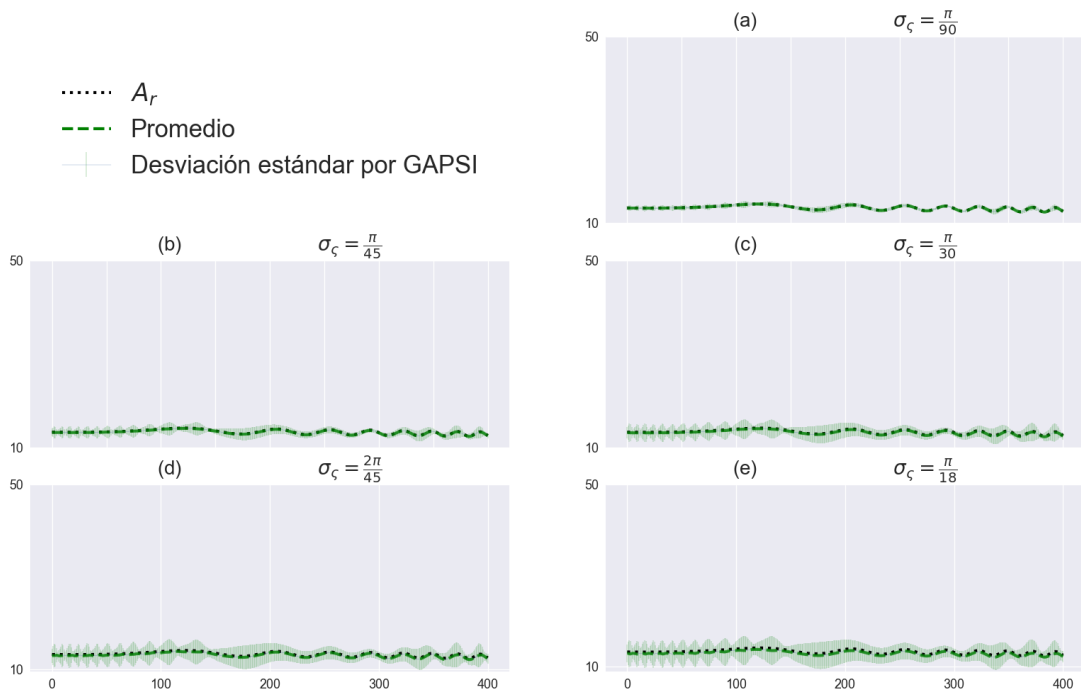


**Figura 3.30:** Fase envuelta recuperada: Línea oscura representa el valor teórico; líneas de colores discontinuas, recuperadas asumiendo  $\epsilon_\theta = \pm \frac{\pi}{60}, \pm \frac{\pi}{30}, \pm \frac{\pi}{20}$ ,  $\epsilon_{\zeta_m} = \epsilon_A = \epsilon_\phi = 0$ .

### 3.2.5.2. Errores en la posición del segundo polarizador

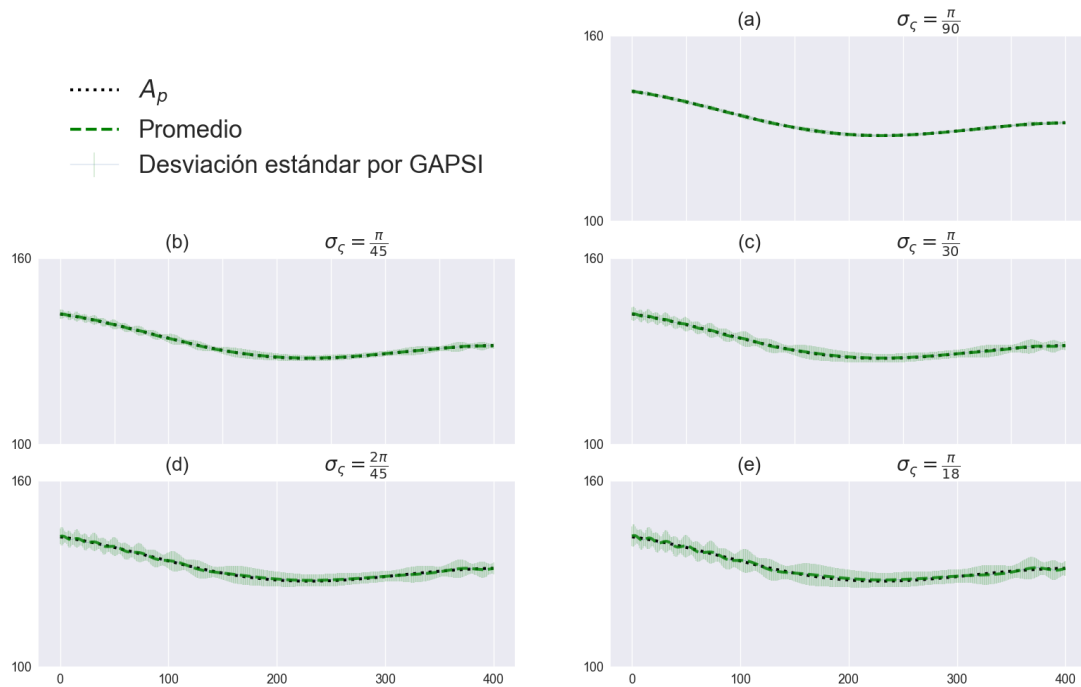
Ahora, consideremos el caso del polarizador  $P_2$ , ilustrado en la figura 3.21. Se asume que  $\zeta_m$  tiene errores relativos a su posición ideal, mientras que el retardador  $Q$  y los campos ópticos  $A_r$  y  $A_p$  permanecen libres de cualquier error. Las posiciones ideales de  $\zeta_m$  son  $\zeta_0 = \frac{\pi}{3}$ ,  $\zeta_1 = -\frac{\pi}{12}$ ,  $\zeta_2 = -\frac{\pi}{4}$ , por lo que estas cantidades con error son  $\zeta_0 = \frac{\pi}{3} + \epsilon_{\zeta_0}$ ,  $\zeta_1 = -\frac{\pi}{12} + \epsilon_{\zeta_1}$ ,  $\zeta_2 = -\frac{\pi}{4} + \epsilon_{\zeta_2}$ , donde se introducen como ruido Gaussiano con desviación estándar  $\sigma_\zeta = \frac{\pi}{90}, \frac{\pi}{45}, \frac{\pi}{30}, \frac{2\pi}{45}, \frac{\pi}{18}$ . Para cada valor de  $\sigma_\zeta$ , el cálculo de datos se itera 1000 veces. Las figuras 3.31-3.33 ilustran los resultados para  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$  respectivamente. Los datos ideales están indicados por la línea punteada negra, mientras que la línea verde clara representa las primeras desviaciones estándar de los datos recuperados, y la línea verde oscura discontinua muestra la media. Notablemente,  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$  no presentan ningún off-set; sin embargo, su dispersión aumenta con  $\sigma_\zeta$ . Por lo tanto, la exactitud del método se mantiene consistentemente alta e inalterada por  $\sigma_\zeta$ , mientras que su precisión depende de  $\sigma_\zeta$ .

Amplitud de referencia recuperada:  $A_{rA}$

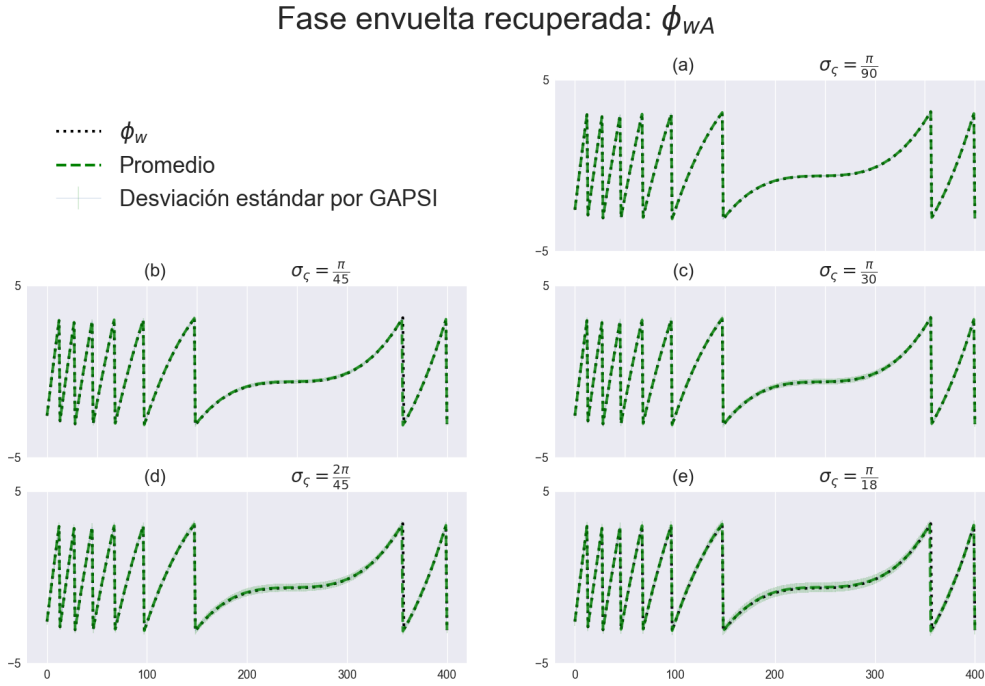


**Figura 3.31:** Amplitud de referencia: Línea punteada negra representa el valor teórico de  $A_r$ ; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de  $A_{rA}$  recuperada asumiendo  $\sigma_\zeta = \frac{\pi}{90}, \frac{\pi}{45}, \frac{\pi}{30}, \frac{2\pi}{45}, \frac{\pi}{18}$ ,  $\varepsilon_\theta = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ ; la línea verde oscura discontinua representa el promedio de los 1000 datos.

Amplitud de prueba recuperada:  $A_{pA}$



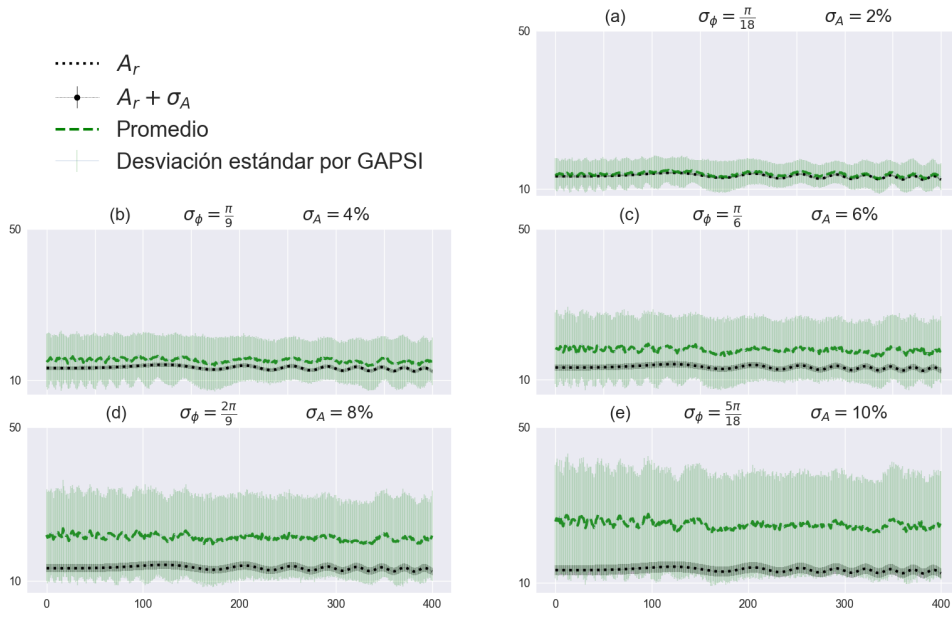
**Figura 3.32:** Amplitud de prueba: La línea punteada negra representa el valor teórico de  $A_p$ ; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de  $A_{pA}$  recuperada asumiendo  $\sigma_\zeta = \frac{\pi}{90}, \frac{\pi}{45}, \frac{\pi}{30}, \frac{2\pi}{45}, \frac{\pi}{18}$ ,  $\varepsilon_\theta = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos.



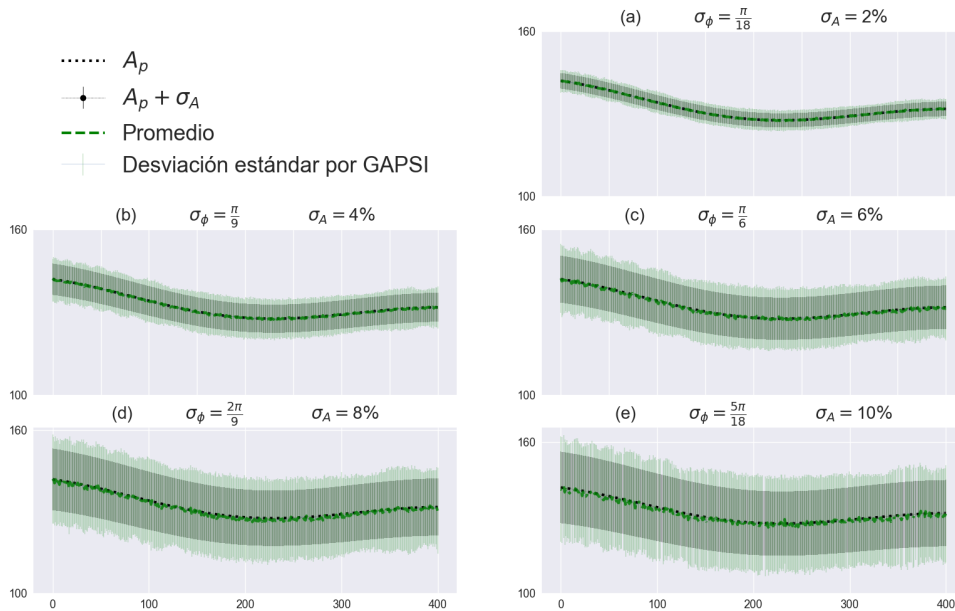
**Figura 3.33:** Fase envuelta: La línea punteada negra representa el valor teórico de  $\phi_w$ ; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de  $\phi_{wA}$  recuperada asumiendo  $\sigma_c = \frac{\pi}{90}, \frac{\pi}{45}, \frac{\pi}{30}, \frac{2\pi}{45}, \frac{\pi}{18}$ ,  $\varepsilon_\theta = \varepsilon_A = \varepsilon_\phi = 0$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos.

### 3.2.5.3. Ruido en los campos ópticos

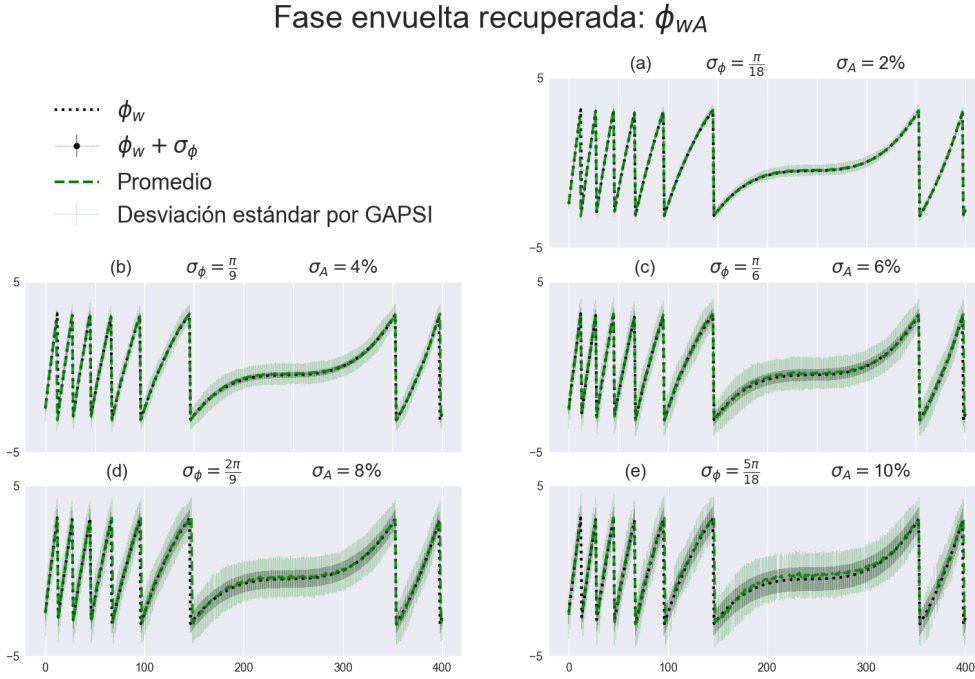
En esta sección, se introduce  $\theta$  y  $\zeta_m$  sin errores, mientras se aplica ruido Gaussiano a los campos ópticos con una desviación estándar de  $\sigma_{A_h} = tA_h$ , donde  $h = r, p$ . Aquí,  $t$  toma valores 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12, representando el porcentaje de amplitud, y  $\sigma_\phi = \frac{\pi}{36}, \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{9}$ . Cada combinación de valores de  $\sigma_{A_h}$  y  $\sigma_\phi$  se repite 1000 veces en el cálculo de parámetros. Las figuras 3.34-3.36 presentan los resultados numéricos para  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$  respectivamente. Es notable que  $A_{rA}$  exhibe una dispersión significativamente alta, varias veces mayor que la dispersión introducida en  $A_r$ , mientras que  $A_{pA}$  se recupera con casi la misma dispersión que  $\sigma_{A_p}$ . Además, la dispersión en  $\phi_{wA}$  es más del doble de la introducida en  $\phi_w$ . Asimismo,  $A_{rA}$  muestra un off-set notablemente alto, mientras que  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$  no presentan desplazamiento. En resumen, nuestro enfoque demuestra una falta de precisión y exactitud en la extracción de la amplitud de referencia, lo cual puede ser de menor importancia. No obstante, exhibe alta precisión y exactitud en la extracción de la amplitud compleja de prueba, un aspecto crítico en este contexto.

Amplitud de referencia recuperada:  $A_{rA}$ 


**Figura 3.34:** Amplitud de referencia: La línea punteada negra representa el valor teórico de  $A_r$ ; las líneas negras claras representan la desviación estándar de  $A_r$  introducida por (a)-(e)  $\sigma_A = tA_h$  con  $h = r, p$ , y  $t = 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12$  respectivamente; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de  $A_{rA}$  recuperada asumiendo  $\varepsilon_{\varsigma_m} = \varepsilon_\theta = 0$ , y  $\varepsilon_\phi = \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{9}, \frac{5\pi}{18}$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos.

 Amplitud de prueba recuperada:  $A_{pA}$ 


**Figura 3.35:** Amplitud de prueba: La línea punteada negra representa el valor teórico de  $A_p$ ; las líneas negras claras representan la desviación estándar de  $A_p$  introducida por (a)-(e)  $\sigma_A = tA_h$  con  $h = r, p$ , y  $t = 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12$  respectivamente; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de  $A_{pA}$  recuperada asumiendo  $\varepsilon_{\varsigma_m} = \varepsilon_\theta = 0$ , y  $\varepsilon_\phi = \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{9}, \frac{5\pi}{18}$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos.

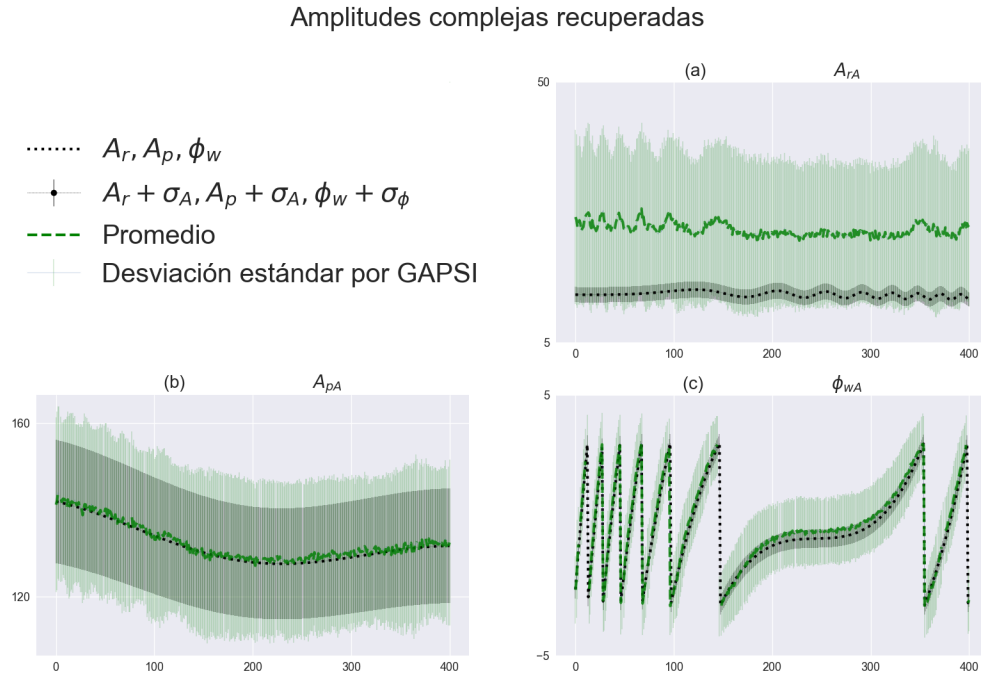


**Figura 3.36:** Fase envuelta: La línea punteada negra representa el valor teórico de  $\phi_w$ ; las líneas negras claras representan la desviación estándar de  $\phi_w$  introducida por (a)-(e)  $\varepsilon_\phi = \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{9}, \frac{5\pi}{18}$  respectivamente; las líneas verdes claras representan la desviación estándar de  $A_{rA}$  recuperada asumiendo  $\varepsilon_{\zeta_m} = \varepsilon_\theta = 0$ , y  $\sigma_A = tA_h$  con  $h = r, p$ , y  $t = 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos.

#### 3.2.5.4. Errores en el retardador, polarizador y ruido en los campos ópticos

En esta etapa, pasamos a un escenario experimental más realista donde todas las variables están sujetas a error o ruido. Como se encuentra frecuentemente en experimentos prácticos, por ejemplo,  $\varepsilon_\theta = \frac{\pi}{180}$  y  $\sigma_{\zeta_m} = \frac{\pi}{180}$ , mientras que  $\sigma_{A_h} = 0.1A_h$  con  $h = r, p$ , y  $\sigma_\phi = \frac{\pi}{9}$ . Nuevamente, el cálculo de parámetros se repite 1000 veces. La figura 3.37 ilustra los resultados numéricos para  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$  respectivamente. Es evidente que  $A_{rA}$  muestra una dispersión significativamente alta, varias veces mayor que la dispersión introducida en  $A_r$ , mientras que  $A_{pA}$  se recupera con casi la misma dispersión que  $\sigma_{A_p}$ . Además, la dispersión en  $\phi_{wA}$  es más del doble de la introducida en  $\phi_w$ . Adicionalmente,  $A_{rA}$  demuestra un off-set pronunciado, mientras que  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$  exhiben un off-set mínimo. En resumen, nuestro enfoque propuesto carece de precisión y exactitud en la extracción de la amplitud de referencia, lo cual puede ser menos relevante. No obstante, demuestra alta precisión y exactitud en la extracción de la amplitud compleja de prueba, un

aspecto crucial en este contexto.



**Figura 3.37:** (a) Amplitud de referencia; (b) Amplitud de prueba; (c) Fase envuelta: La línea punteada negra representa el valor teórico; las líneas negras claras representan la desviación estándar introducida por  $\varepsilon_\phi = \frac{\pi}{9}$ , y  $\sigma_A = 0.1A_h$  con  $h = r, p$ ; las líneas verdes claras representan respectivamente la desviación estándar de  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$ , y  $\phi_{wA}$  recuperadas asumiendo  $\varepsilon_\theta = \sigma_{\varsigma_m} = \frac{\pi}{180}$ ; la línea punteada verde oscura representa el promedio de los 1000 datos.

### 3.3. Interferometría de corrimiento de fase y amplitud de un solo disparo

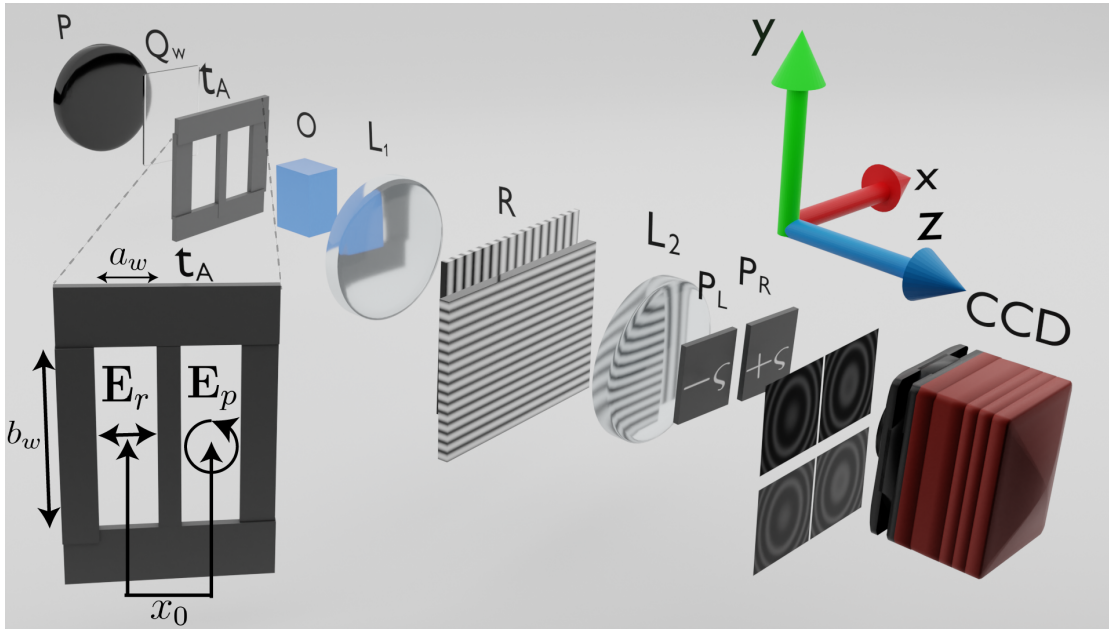
#### 3.3.1. Descripción del modelo matemático

En la sección 3.1 se mostró el desarrollo de la técnica conocida como interferometría de corrimiento de fase y amplitud. En la presente sección se propone adaptar esta técnica de manera que tanto la amplitud de referencia  $\mathbf{A}_r$ , la amplitud de prueba  $\mathbf{A}_p$  y la fase  $\phi$  puedan ser observadas en tiempo real. Se tiene que los campos de entrada tienen nuevamente polarización lineal horizontal en el campo de referencia  $\mathbf{E}_r$  y el campo de prueba  $\mathbf{E}_p$  tiene polarización circular a derechas, entonces el

campo total está dado por la ecuación

$$\mathbf{E}(x, y) = \hat{i}E_r(x, y) + \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{i} - i\hat{j})E_p(x, y), \quad (3.25)$$

donde  $\hat{i}$  y  $\hat{j}$  denotan los vectores unitarios en dirección  $x$  y  $y$  respectivamente,  $i = \sqrt{-1}$  denota la unidad imaginaria y  $r$  y  $p$  denotan al campo de referencia y prueba respectivamente.



**Figura 3.38:** Diagrama experimental.  $P$  polarizador,  $Q_w$  retardador de cuarto de onda,  $O$  objeto de fase,  $L_1$ ,  $L_2$  lentes,  $R$  dos rejillas cruzadas a  $\pi/2$ ,  $P_L$ ,  $P_R$  polarizadores,  $CCD$  cámara, .

Ahora se coloca una rejilla cruzada a  $\pi/2$  respecto a la otra, tal y como se muestra en la figura 3.38 de esta manera se tienen réplicas de las ventanas tanto vertical como horizontalmente. En el plano imagen se colocan polarizadores  $P_{L,R}$  a un ángulo  $\varsigma$ , donde  $c_{n,m}$  y  $c_{n+k,m}$  son las constantes dadas por las rejillas, ahora denotadas por

$$c_{n,m} = \frac{u_{1w}}{u_{1p}} \text{sinc} \left( \frac{u_{1w}}{u_{1p}} n \right) \frac{u_{2w}}{u_{2p}} \text{sinc} \left( \frac{u_{2w}}{u_{2p}} m \right) = \frac{1}{4} \text{sinc} \left( \frac{n}{2} \right) \text{sinc} \left( \frac{m}{2} \right), \quad (3.26)$$

donde  $u_{w1}/u_{p1} = u_{w2}/u_{p2} = 1/2$ . Los campos ópticos tienen la forma  $E_r = A_r e^{i\phi_r}$  y  $E_p = A_p e^{i\phi_p}$  donde  $A_r$  y  $A_p$  son las amplitudes,  $\phi_r$  y  $\phi_p$  son las fases. Entonces

### 3. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE Y AMPLITUD

---

una cámara CCD observara la interferencia de estos campos ópticos descritos por

$$I_{n,m} = c_{n,m}^2 \cos^2 \varsigma_{n,m} A_r^2 + \frac{1}{2} c_{n+k,m}^2 A_p^2 + \sqrt{2} c_{n,m} c_{n+k,m} \cos \varsigma_{n,m} A_r A_p \cos(\phi - \varsigma_{n,m}). \quad (3.27)$$

Para el caso de  $k = 1$ , es posible reescribir la ecuación (3.27) como

$$I_{n,m} = u'_1 + u'_2 \cos 2\varsigma_{n,m} + u_3 \sen 2\varsigma_{n,m}, \quad (3.28)$$

donde

$$u'_1 = u_0 + u_1 + u_2, \quad (3.29a)$$

$$u'_2 = u_0 + u_2, \quad (3.29b)$$

y

$$u_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} c_{n,m} c_{n+1,m} A_r A_p \cos \phi, \quad (3.30a)$$

$$u_1 = \frac{1}{2} c_{n+1,m}^2 A_p^2, \quad (3.30b)$$

$$u_2 = \frac{1}{2} c_{n,m}^2 A_r^2, \quad (3.30c)$$

$$u_3 = -\frac{\sqrt{2}}{2} c_{n,m} c_{n+1,m} A_r A_p \sen \phi, \quad (3.30d)$$

entonces resolviendo el sistema de ecuaciones en (3.30) es posible obtener las ecuaciones para los parámetros del campo  $A_r$ ,  $A_p$  y  $\phi$  en función de  $u_0$ ,  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$ , están dados por

$$A_p^2 = \frac{u_1}{c_{n+1,m}^2}, \quad (3.31a)$$

$$A_r^2 = \frac{2(u_0 + u_1 + u_2) - 2\sqrt{(u_0 + u_1 + u_2)^2 - (u_0 + u_2)^2 - u_3^2}}{c_{n,m}^2}, \quad (3.31b)$$

$$\tan \phi_w = \frac{u_3}{u_1 - \sqrt{(u_0 + u_1 + u_2)^2 - (u_0 + u_2)^2 - u_3^2}}. \quad (3.31c)$$

Como se muestra en la figura 3.38, se tiene que se generan réplicas de las ventanas en la función de transferencia  $\mathbf{t}_A(x, y)$  tanto vertical como horizontalmente, esto

debido a la presencia de las dos rejillas cruzadas. Los ordenes de interés son  $I_{-1,1}$ ,  $I_{0,1}$ ,  $I_{-1,0}$  y  $I_{0,0}$ , las ecuaciones de estos interferogramas están dados por

$$I_{-1,1} = c_{1,1}^2 \cos^2 \varsigma_{-1,1} A_r^2 + c_{1,0}^2 A_p^2 + 2c_{1,0}c_{1,1} \cos \varsigma_{-1,1} \cos(\phi - \varsigma_{-1,1}), \quad (3.32a)$$

$$I_{0,1} = c_{1,0}^2 \cos^2 \varsigma_{0,1} A_r^2 + c_{1,1}^2 A_p^2 + 2c_{1,0}c_{1,1} \cos \varsigma_{-1,1} \cos(\phi - \varsigma_{0,1}), \quad (3.32b)$$

$$I_{-1,0} = c_{1,0}^2 \cos^2 \varsigma_{-1,0} A_r^2 + c_{0,0}^2 A_p^2 + 2c_{0,0}c_{1,0} \cos \varsigma_{-1,0} \cos(\phi - \varsigma_{-1,0}), \quad (3.32c)$$

$$I_{0,0} = c_{0,0}^2 \cos^2 \varsigma_{0,0} A_r^2 + c_{1,0}^2 A_p^2 + 2c_{0,0}c_{1,0} \cos \varsigma_{0,0} \cos(\phi - \varsigma_{0,0}), \quad (3.32d)$$

donde se ha asumido que  $c_{-1,1} = c_{1,-1} = c_{-1,-1} = c_{1,-1}$  y  $c_{1,0} = c_{-1,0} = c_{0,-1} = c_{0,1}$ . Estas ecuaciones pueden reescribirse en la forma de (3.27) multiplicando por algunos de los coeficientes  $c_{n,m}$  de manera que todos tengan los coeficientes del primer interferograma  $I_{-1,1}$  es decir  $c_{1,1}$  y  $c_{1,0}$ . De esta manera pueden operarse para obtener los parámetros del campo óptico dadas en las ecuaciones (3.31). Las ecuaciones de estos interferogramas son

$$I_{-1,1} = (u_0 + u_1 + u_2) + (u_0 + u_2) \cos 2\varsigma_{-1,1} + u_3 \sen 2\varsigma_{-1,1}, \quad (3.33a)$$

$$I_{0,1} = \left( u_0 + u_1 \frac{c_{1,1}^2}{c_{1,0}^2} + u_2 \frac{c_{1,0}^2}{c_{1,1}^2} \right) + \left( u_0 + u_2 \frac{c_{1,0}^2}{c_{1,1}^2} + \right) \cos 2\varsigma_{0,1} + u_3 \sen 2\varsigma_{0,1}, \quad (3.33b)$$

$$I_{-1,0} = \left( u_0 \frac{c_{0,0}}{c_{1,1}} + u_1 \frac{c_{0,0}^2}{c_{1,1}^2} + u_2 \frac{c_{1,0}^2}{c_{1,1}^2} \right) + \left( u_0 \frac{c_{0,0}}{c_{1,1}} + u_2 \frac{c_{1,0}^2}{c_{1,1}^2} \right) \cos 2\varsigma_{-1,0} + u_3 \frac{c_{0,0}}{c_{1,1}} \sen 2\varsigma_{-1,0}, \quad (3.33c)$$

$$I_{0,0} = \left( u_0 \frac{c_{0,0}}{c_{1,1}} + u_1 + u_2 \frac{c_{0,0}^2}{c_{1,1}^2} \right) + \left( u_0 \frac{c_{0,0}}{c_{1,1}} + u_2 \frac{c_{0,0}^2}{c_{1,1}^2} \right) \cos 2\varsigma_{0,0} + u_3 \frac{c_{0,0}}{c_{1,1}}. \quad (3.33d)$$

Ahora si se colocan dos polarizadores a los ángulos  $-\pi/4$  y  $\pi/4$  de manera que afecte solo a los interferogramas  $I_{-1,1}$  y  $I_{-1,0}$  respectivamente, entonces los ángulos  $\varsigma_{n,m}$  son  $\varsigma_{-1,1} = -\pi/4$ ,  $\varsigma_{0,1} = \pi/4$ ,  $\varsigma_{-1,0} = 0$  y  $\varsigma_{0,0} = 0$ , las ecuaciones (3.33) se

reducen ahora a

$$I_{-1,1} = u_0 + u_1 + u_2 + u_3, \quad (3.34a)$$

$$I_{0,1} = u_0 + u_1 \frac{c_{1,1}^2}{c_{1,0}^2} + u_2 \frac{c_{1,1}^2}{c_{1,0}^2} - u_3, \quad (3.34b)$$

$$I_{-1,0} = 2u_0 \frac{c_{0,0}}{c_{1,1}} + u_1 \frac{c_{0,0}^2}{c_{1,0}^2} + 2u_2 \frac{c_{1,0}^2}{c_{1,1}^2}, \quad (3.34c)$$

$$I_{0,0} = 2u_0 \frac{c_{0,0}}{c_{1,1}} + u_1 + 2u_2 \frac{c_{0,0}^2}{c_{1,1}^2}. \quad (3.34d)$$

El sistema de ecuaciones formado en (3.34) se resuelve ahora para  $u_0$ ,  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$  para tenerlas en función de los interferogramas, las ecuaciones son.

$$u_0 = \frac{c_{1,1}(c_{1,0}^4(-2I_{-1,1} - 2I_{0,1} + I_{-1,0} + 2I_{0,0}) + 2c_{0,0}^4(I_{-1,1} + I_{0,1}) - (c_{1,0}^2 + c_{1,1}^2)c_{0,0}^2(2I_{-1,0} + I_{0,0}) + c_{1,0}^2c_{1,1}^2(I_{-1,0} + 2I_{0,0}))}{2(c_{0,0}^2 - c_{1,0}^2)(2c_{1,1}c_{0,0}^2 - 3(c_{1,0}^2 + c_{1,1}^2)c_{0,0} + 2c_{1,0}^2c_{1,1})}, \quad (3.35)$$

$$u_1 = \frac{c_{1,0}^2(c_{0,0}(c_{1,0}^2(2I_{-1,1} + 2I_{0,1} - I_{-1,0} + I_{0,0}) + c_{1,1}^2(I_{0,0} - I_{-1,0})) - 2c_{0,0}^3(I_{-1,1} + I_{0,1}) + 2I_{-1,0}c_{1,1}c_{0,0}^2 - 2I_{0,0}c_{1,0}^2c_{1,1})}{(c_{0,0}^2 - c_{1,0}^2)(2c_{1,1}c_{0,0}^2 - 3(c_{1,0}^2 + c_{1,1}^2)c_{0,0} + 2c_{1,0}^2c_{1,1})}, \quad (3.36)$$

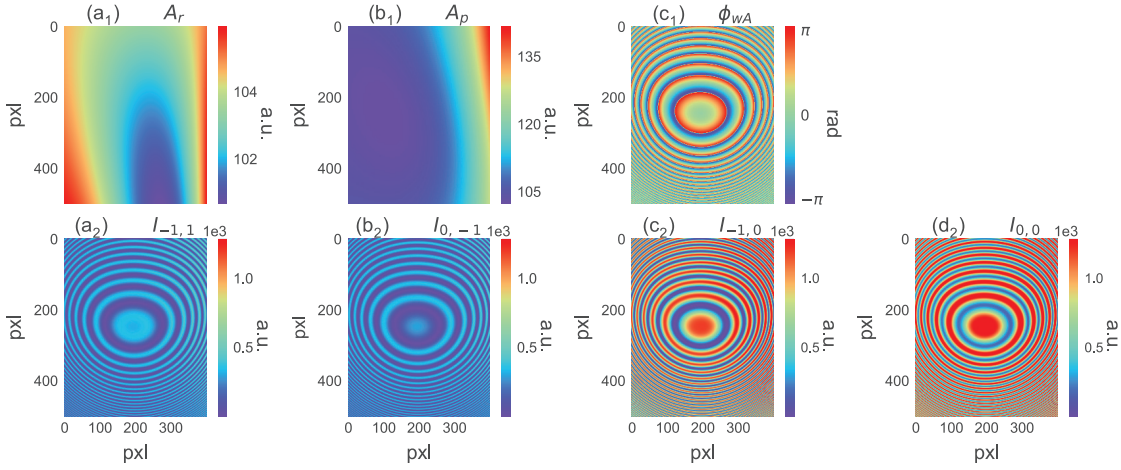
$$u_2 = \frac{c_{1,1}^2(c_{0,0}(c_{1,0}^2(I_{-1,1} + I_{0,1} + I_{-1,0} - I_{0,0}) + c_{1,1}^2(I_{-1,0} - I_{0,0})) + c_{0,0}^3(-(I_{-1,1} + I_{0,1})) - I_{-1,0}c_{1,0}^2c_{1,1} + I_{0,0}c_{1,1}c_{0,0}^2)}{(c_{0,0}^2 - c_{1,0}^2)(2c_{1,1}c_{0,0}^2 - 3(c_{1,0}^2 + c_{1,1}^2)c_{0,0} + 2c_{1,0}^2c_{1,1})}, \quad (3.37)$$

$$u_3 = \frac{2c_{0,0}(c_{1,0}^4(I_{-1,1} - 2I_{0,1} + I_{-1,0} - I_{0,0}) + c_{1,1}^2c_{1,0}^2(2I_{-1,1} - I_{0,1})) + c_{1,1}^4(I_{0,0} - I_{-1,0}) - c_{1,0}^4c_{1,1}(2I_{-1,1} - 2I_{0,1} + I_{-1,0} - 2I_{0,0}) + 2c_{1,1}c_{0,0}^4(I_{-1,1} - I_{0,1}) + 2c_{0,0}^3(c_{1,1}^2(I_{0,1} - 2I_{-1,1}) - c_{1,0}^2(I_{-1,1} - 2I_{0,1})) + c_{1,1}c_{1,1}^2 - c_{1,0}^2c_{0,0}^2(2I_{-1,0} - I_{0,0}) + c_{1,0}^2c_{1,1}^3(I_{-1,0} - 2I_{0,0})}{2(c_{0,0}^2 - c_{1,0}^2)(2c_{1,1}c_{0,0}^2 - 3(c_{1,0}^2 + c_{1,1}^2)c_{0,0} + 2c_{1,0}^2c_{1,1})}. \quad (3.38)$$

Ahora que se tienen las ecuaciones en función de los interferogramas, solo es necesario combinarlas con las ecuaciones para los parámetros del campo óptico descritos por las ecuaciones (3.31) para de esta manera obtener la amplitud de referencia  $A_r$ , la amplitud de prueba  $A_p$  y la fase  $\phi$ .

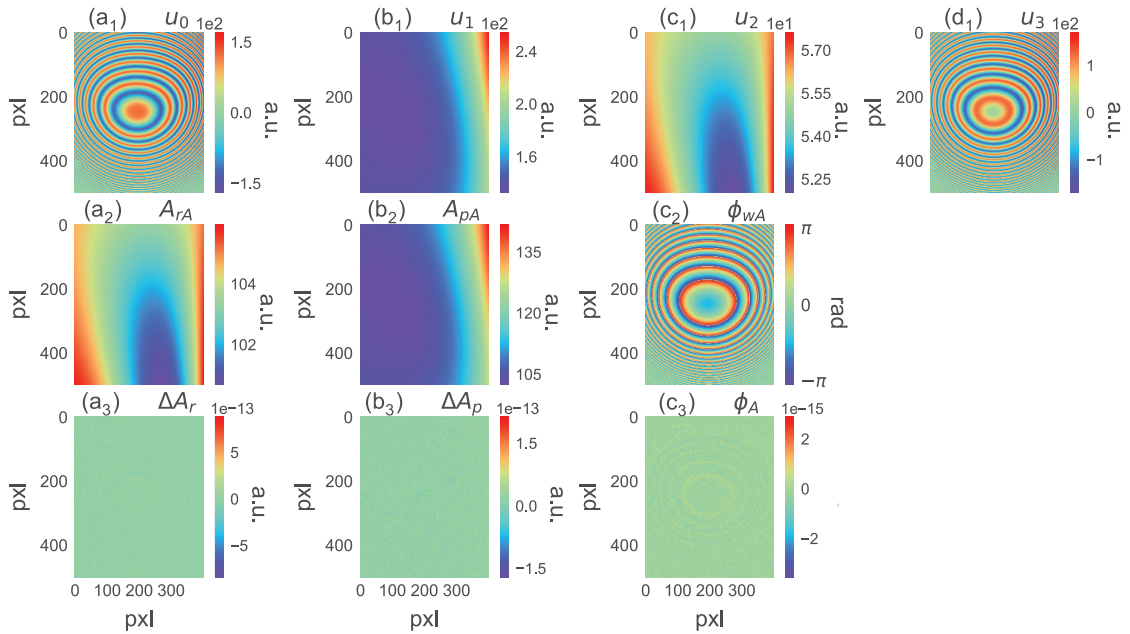
### 3.3.2. Simulación numérica

Se ha realizado la simulación de los casos en los cuales se capturan 4 interferogramas en una sola toma con corrimientos de fase  $\pi/4$  y  $-\pi/4$  para los interferogramas  $I_{-1,1}$  y  $I_{0,-1}$ , respectivamente, mientras que los interferogramas  $I_{-1,0}$  y  $I_{0,0}$  no tienen polarizador como se muestra en la figura 3.38. Para la fase se tiene a la función  $\phi(x, y) = 0.01(x^2 + y^2)y + 0.5(x^2 + y^2) + 0.5y + 0.1x + 0.1$ , para las amplitudes  $A_r(x, y) = (3/2 + x^5 + \pi x \text{sen}(x - 2y) \exp(-\frac{y^2}{33}))$ , y  $A_p(x, y) = 3/2 + y + \pi x \text{sen}(xy - 2y) \exp(-\frac{y^2}{33})$ . Estas expresiones se evalúan en el rango de  $x \in (-4, 4)$ ,  $y \in (-7, 3)$ , generando matrices de forma  $500 \times 400$ . En las figuras 3.39(a<sub>1</sub> – c<sub>1</sub>) se muestran los parámetros del campo óptico con los que se generan los interferogramas sintéticos en la figura 3.39(a<sub>2</sub> – c<sub>2</sub>).



**Figura 3.39:** (a<sub>1</sub>) amplitud de referencia  $A_r$ , (b<sub>1</sub>) amplitud de prueba  $A_p$ , (c<sub>1</sub>) fase en envuelta  $\phi_w$ , (a<sub>2</sub> – c<sub>2</sub>) interferogramas.

Con los parámetros del campo óptico simulados  $A_r$ ,  $A_p$  y  $\phi_w$  se generan los interferogramas  $I_{-1,1}$ ,  $I_{0,-1}$ ,  $I_{-1,0}$ ,  $I_{0,0}$  con los cuales se calculan las funciones  $u_i$  de las ecuaciones (3.35)-(3.38) se muestran la figura 3.39(a<sub>1</sub>-c<sub>2</sub>). Ahora recuperan los parámetros del campo óptico  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$  utilizando las ecuaciones (3.31). Se muestran los resultados en la figura 3.40(a<sub>2</sub>-c<sub>2</sub>). Se calcula la diferencia en la amplitud de referencia simulada y recuperada representada como  $\Delta A_r = A_r - A_{rA}$ , la amplitud de prueba simulada y recuperada  $\Delta A_p = A_p - A_{pA}$  y la fase simulada y recuperada  $\Delta \phi_w = \phi_w - \phi_{wA}$ . Como se muestra en la figura 3.40(a<sub>3</sub>-c<sub>3</sub>), nuevamente las diferencias son cercanas a cero. El tiempo de ejecución del algoritmo es de 0.3365 segundos entre cada captura.



**Figura 3.40:** (a<sub>1</sub> – c<sub>1</sub>) funciones  $u_i$ . (a<sub>2</sub> – c<sub>2</sub>) parámetros del campo óptico recuperados. (a<sub>3</sub> – c<sub>3</sub>) diferencias en los parámetros recuperados y los parámetros simulados.

### 3.4. Interferometría de corrimiento de fase y amplitud generalizada de un solo disparo

#### 3.4.1. Descripción del modelo matemático

En la sección anterior se presentó el desarrollo de la técnica conocida como interferometría de corrimiento de fase y amplitud de un solo disparo. Para esta técnica se necesitan capturar cuatro interferogramas. Para recuperar la fase del objeto y las amplitudes de los campos es necesario generar los pasos de fase a un ángulo de  $\pi/4$  y  $-\pi/4$  en dos de los interferogramas superiores mientras que los interferogramas inferiores no se tiene corrimiento de fase. Entonces las ecuaciones que resultan son las dadas en el sistema (3.34). Ahora bien, si los corrimientos fuesen arbitrarios pero conocidos para los interferogramas superiores, el sistema de ecuaciones tendría

ahora la forma

$$I_{-1,1} = \cos(2\varsigma_1(u_0 + u_2) + u_0 + u_1 + u_2 + u_3 \text{ sen } 2\varsigma_1), \quad (3.39a)$$

$$I_{0,-1} = \cos(2\varsigma_2 \left( \frac{u_2 c_{1,0}^2}{c_{1,1}^2} + u_0 \right) + \frac{u_1 c_{1,1}^2}{c_{1,0}^2} + \frac{u_2 c_{1,0}^2}{c_{1,1}^2} + u_0 + u_3 \text{ sen } 2\varsigma_2), \quad (3.39b)$$

$$I_{-1,0} = \frac{2u_0 c_{0,0}}{c_{1,1}} + \frac{u_1 c_{0,0}^2}{c_{1,0}^2} + \frac{2u_2 c_{1,0}^2}{c_{1,1}^2}, \quad (3.39c)$$

$$I_{0,0} = \frac{2u_0 c_{0,0}}{c_{1,1}} + \frac{2u_2 c_{0,0}^2}{c_{1,1}^2} + u_1. \quad (3.39d)$$

Ahora si se resuelve este sistema de ecuaciones para obtener  $u_0$ ,  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$  ahora en función de  $I_{-1,1}$ ,  $I_{0,1}$ ,  $I_{-1,0}$ ,  $I_{0,0}$ ,  $\varsigma_1$  y  $\varsigma_2$  se tienen las siguientes ecuaciones

$$u_0 = \frac{c_{1,1}(c_{1,0}^4(2(I_{-1,1} - I_{0,0}) \text{ sen}(2\varsigma_2) + \text{ sen}(2\varsigma_1)(-2I_{0,1} + I_{-1,0} \text{ cos}(2\varsigma_2) + I_{-1,0})) + 2c_{0,0}^4(I_{0,1} \text{ sen}(2\varsigma_1) - I_{-1,1} \text{ sen}(2\varsigma_2)) + 2c_{0,0}^2(c_{1,0}^2(I_{-1,0} \text{ sen}(2\varsigma_2) - I_{0,0} \text{ sen}(2\varsigma_1) \text{ cos}^2(\varsigma_2)) + c_{1,1}^2(I_{0,0} \text{ cos}^2(\varsigma_1) \text{ sen}(2\varsigma_2) - I_{-1,0} \text{ sen}(2\varsigma_1))) + 4c_{1,0}^2 c_{1,1}^2 \text{ cos}(\varsigma_1)(I_{0,0} \text{ sen}(\varsigma_1) - I_{-1,0} \text{ cos}(\varsigma_1) \text{ sen}(\varsigma_2) \text{ cos}(\varsigma_2)))}{4(c_{0,0}^2 - c_{1,0}^2)(c_{0,0} c_{1,0}^2(\text{ sen}(2\varsigma_2) - \text{ sen}(2\varsigma_1) \text{ cos}^2(\varsigma_2)) + c_{0,0} c_{1,1}^2(\text{ cos}^2(\varsigma_1) \text{ sen}(2\varsigma_2) - \text{ sen}(2\varsigma_1)) + 2(c_{0,0}^2 + c_{1,0}^2)c_{1,1} \text{ cos}(\varsigma_1) \text{ cos}(\varsigma_2) \text{ sen}(\varsigma_1 - \varsigma_2))}, \quad (3.40)$$

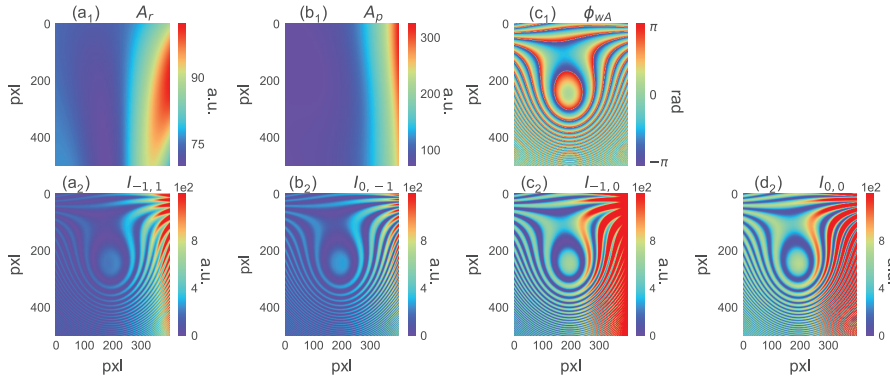
$$u_1 = \frac{c_{1,0}^2(c_{1,0}^2 c_{0,0}(2I_{-1,1} \text{ sen}(2\varsigma_2) + \text{ sen}(2\varsigma_1)(-2I_{0,1} + (I_{-1,0} - I_{0,0}) \text{ cos}(2\varsigma_2) + I_{-1,0} - I_{0,0})) + 2c_{0,0}^3(I_{0,1} \text{ sen}(2\varsigma_1) - I_{-1,1} \text{ sen}(2\varsigma_2)) + 2c_{1,1}^2 c_{0,0}(I_{0,0} - I_{-1,0}) \text{ cos}^2(\varsigma_1) \text{ sen}(2\varsigma_2) + 4c_{1,1} \text{ cos}(\varsigma_1) \text{ cos}(\varsigma_2) \text{ sen}(\varsigma_1 - \varsigma_2)(I_{0,0} c_{1,0}^2 - I_{-1,0} c_{0,0}^2))}{2(c_{0,0}^3 - c_{0,0} c_{1,0}^2)c_{1,0}^2(\text{ sen}(2\varsigma_1) \text{ cos}^2(\varsigma_2) - \text{ sen}(2\varsigma_2)) + 2c_{0,0}(c_{0,0}^2 - c_{1,0}^2)c_{1,1}^2(\text{ sen}(2\varsigma_1) - \text{ cos}^2(\varsigma_1) \text{ sen}(2\varsigma_2)) + 4(c_{1,0}^4 - c_{0,0}^4)c_{1,1} \text{ cos}(\varsigma_1) \text{ cos}(\varsigma_2) \text{ sen}(\varsigma_1 - \varsigma_2)}, \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned}
 & c_{1,1}^2(c_{1,0}^2 c_{0,0}(\sin(2\varsigma_2)(I_{-1,1} + I_{-1,0} - I_{0,0}) - I_{0,1} \sin(2\varsigma_1)) + c_{0,0}^3 \\
 & (I_{0,1} \sin(2\varsigma_1) - I_{-1,1} \sin(2\varsigma_2)) \\
 & + 2c_{1,1} \cos(\varsigma_1) \cos(\varsigma_2) \sin(\varsigma_1 - \varsigma_2)(I_{-1,0} c_{1,0}^2 - I_{0,0} c_{0,0}^2) \\
 & + c_{1,1}^2 c_{0,0} (I_{0,0} - I_{-1,0}) \sin(2\varsigma_1)) \\
 u_2 = & \frac{2(c_{0,0}^3 - c_{0,0} c_{1,0}^2) c_{1,0}^2 (\sin(2\varsigma_1) \cos^2(\varsigma_2) - \sin(2\varsigma_2))}{2(c_{0,0}^3 - c_{0,0} c_{1,0}^2) c_{1,0}^2 (\sin(2\varsigma_1) \cos^2(\varsigma_2) - \sin(2\varsigma_2))} \\
 & + 2c_{0,0} (c_{0,0}^2 - c_{1,0}^2) c_{1,1}^2 (\sin(2\varsigma_1) - \cos^2(\varsigma_1) \sin(2\varsigma_2)) \\
 & + 4(c_{1,0}^4 - c_{0,0}^4) c_{1,1} \cos(\varsigma_1) \cos(\varsigma_2) \sin(\varsigma_1 - \varsigma_2)
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

$$\begin{aligned}
 & \csc(2\varsigma_1) (4c_{0,0} (c_{1,0}^4 (\cos(2\varsigma_2) (I_{-1,1} + I_{-1,0} - I_{0,0}) + I_{-1,1} - 2I_{0,1} + I_{-1,0} - I_{0,0}) \\
 & + c_{1,1}^2 c_{1,0}^2 (2I_{-1,1} - I_{0,1} \cos(2\varsigma_1) - I_{0,1}) + 2c_{1,1}^4 (I_{0,0} - I_{-1,0}) \cos^2(\varsigma_1)) \\
 & - 2c_{1,0}^4 c_{1,1} (\cos(2\varsigma_2) (2I_{-1,1} + I_{-1,0} - 2I_{0,0}) + 2I_{-1,1} \\
 & + \cos(2\varsigma_1) (-2I_{0,1} + I_{-1,0} \cos(2\varsigma_2) + I_{-1,0}) - 2I_{0,1} + I_{-1,0} - 2I_{0,0}) \\
 & + 4c_{1,1} c_{0,0}^4 (I_{-1,1} \cos(2\varsigma_2) + I_{-1,1} - I_{0,1} \cos(2\varsigma_1) - I_{0,1}) \\
 & + 4c_{0,0}^3 (c_{1,1}^2 (-2I_{-1,1} + I_{0,1} \cos(2\varsigma_1) + I_{0,1}) + c_{1,0}^2 (I_{-1,1} (-\cos(2\varsigma_2)) - I_{-1,1} + 2I_{0,1})) \\
 & + 4c_{1,1} c_{0,0}^2 (c_{1,0}^2 \cos^2(\varsigma_2) (-2I_{-1,0} + I_{0,0} \cos(2\varsigma_1) + I_{0,0}) \\
 & + c_{1,1}^2 \cos^2(\varsigma_1) (2I_{-1,0} - I_{0,0} \cos(2\varsigma_2) - I_{0,0})) \\
 & + 4c_{1,0}^2 c_{1,1}^3 \cos^2(\varsigma_1) (I_{-1,0} \cos(2\varsigma_2) + I_{-1,0} - 2I_{0,0})) \\
 u_3 = & \frac{4(c_{0,0}^2 - c_{1,0}^2) (2c_{0,0} c_{1,1}^2 (\cot(\varsigma_1) \sin(\varsigma_2) \cos(\varsigma_2) - 1) \\
 & + 2(c_{0,0}^2 + c_{1,0}^2) c_{1,1} \csc(\varsigma_1) \cos(\varsigma_2) \sin(\varsigma_1 - \varsigma_2) \\
 & + c_{0,0} c_{1,0}^2 (\csc(\varsigma_1) \sec(\varsigma_1) \sin(2\varsigma_2) - \cos(2\varsigma_2) - 1))}{4(c_{0,0}^2 - c_{1,0}^2) (2c_{0,0} c_{1,1}^2 (\cot(\varsigma_1) \sin(\varsigma_2) \cos(\varsigma_2) - 1) \\
 & + 2(c_{0,0}^2 + c_{1,0}^2) c_{1,1} \csc(\varsigma_1) \cos(\varsigma_2) \sin(\varsigma_1 - \varsigma_2) \\
 & + c_{0,0} c_{1,0}^2 (\csc(\varsigma_1) \sec(\varsigma_1) \sin(2\varsigma_2) - \cos(2\varsigma_2) - 1))}
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

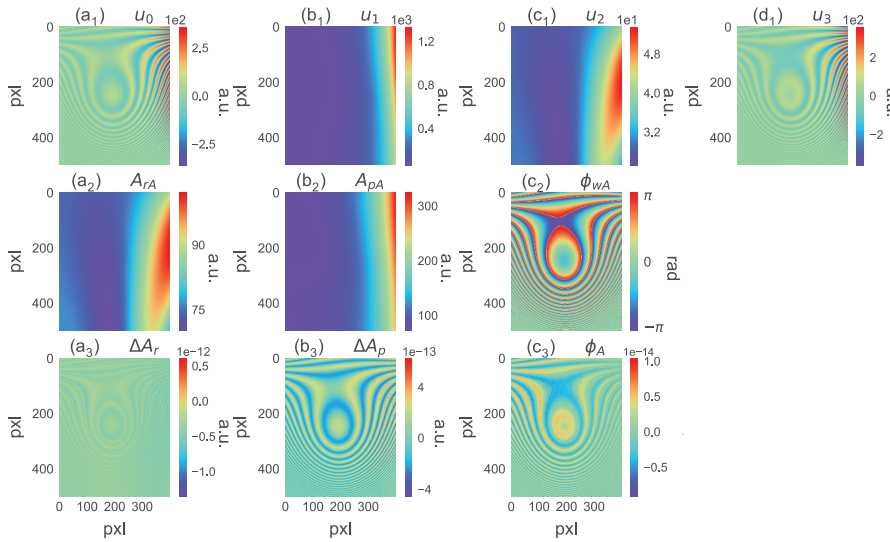
### 3.4.2. Simulación numérica

Se ha realizado la simulación de los casos en los cuales se capturan 4 interferogramas en una sola toma con corrimientos de fase  $17\pi/4$  y  $-13\pi/7$  para los interferogramas  $I_{-1,1}$  y  $I_{0,-1}$ , respectivamente, mientras que los interferogramas  $I_{-1,0}$  y  $I_{0,0}$  no tienen polarizador como se muestra en la figura 3.41. Para la fase se tiene a la función  $\phi(x, y) = 0.01(x^2 + y^2)y + 0.05(x^2 + y^2) + 0.1y + 0.2x + 0.1$ , para las amplitudes  $A_r(x, y) = (3/2 + x^3 + \pi x \sin(x - 2y) \exp(-\frac{y^2}{33}))$ , y  $A_p(x, y) = 3/2 + y^2 + \pi x^2 \sin(xy - 2y) \exp(-\frac{y^2}{33})$ . Estas expresiones se evalúan en el rango de  $x \in (-4, 4)$ ,  $y \in (-7, 3)$ , generando matrices de forma  $500 \times 400$ . En las figuras 3.41(a<sub>1</sub> - c<sub>1</sub>) se muestran los parámetros del campo óptico con los que se generan los interferogramas sintéticos en la figura 3.41(a<sub>2</sub> - c<sub>2</sub>) para el caso de 3 interferogramas con corrimientos de fase  $-\pi, 0, \pi$ .



**Figura 3.41:** (a<sub>1</sub>) amplitud de referencia  $A_r$ , (b<sub>1</sub>) amplitud de prueba  $A_p$ , (c<sub>1</sub>) fase en envuelta  $\phi_w$ , (a<sub>2</sub> – c<sub>2</sub>) interferogramas.

Con los parámetros del campo óptico simulados  $A_r$ ,  $A_p$  y  $\phi_w$  se generan los interferogramas  $I_0$ ,  $I_1$ ,  $I_2$  con los cuales se calculan las funciones  $u_i$  de las ecuaciones (3.8) se muestran la figura 3.39(a<sub>1</sub>-c<sub>2</sub>). Ahora recuperan los parámetros del campo óptico  $A_{rA}$ ,  $A_{pA}$  y  $\phi_{wA}$  utilizando las ecuaciones (3.31). Se muestran los resultados en la figura 3.42(a<sub>2</sub>-c<sub>2</sub>). Igualmente se calcula la diferencia en la amplitud de referencia simulada y recuperada representada como  $\Delta A_r = A_r - A_{rA}$ , la amplitud de prueba simulada y recuperada  $\Delta A_p = A_p - A_{pA}$  y la fase simulada y recuperada por está técnica, definidas como  $\Delta \phi_w = \phi_w - \phi_{wA}$ . Como se muestra en la figura 3.42(a<sub>3</sub>-c<sub>3</sub>). El tiempo de ejecución del algoritmo es de 0.4165 segundos entre cada captura.



**Figura 3.42:** (a<sub>1</sub> – c<sub>1</sub>) funciones  $u_i$ . (a<sub>2</sub> – c<sub>2</sub>) parámetros del campo óptico recuperados. (a<sub>3</sub> – c<sub>3</sub>) diferencias en los parámetros recuperados y los parámetros simulados.



---

## Capítulo 4

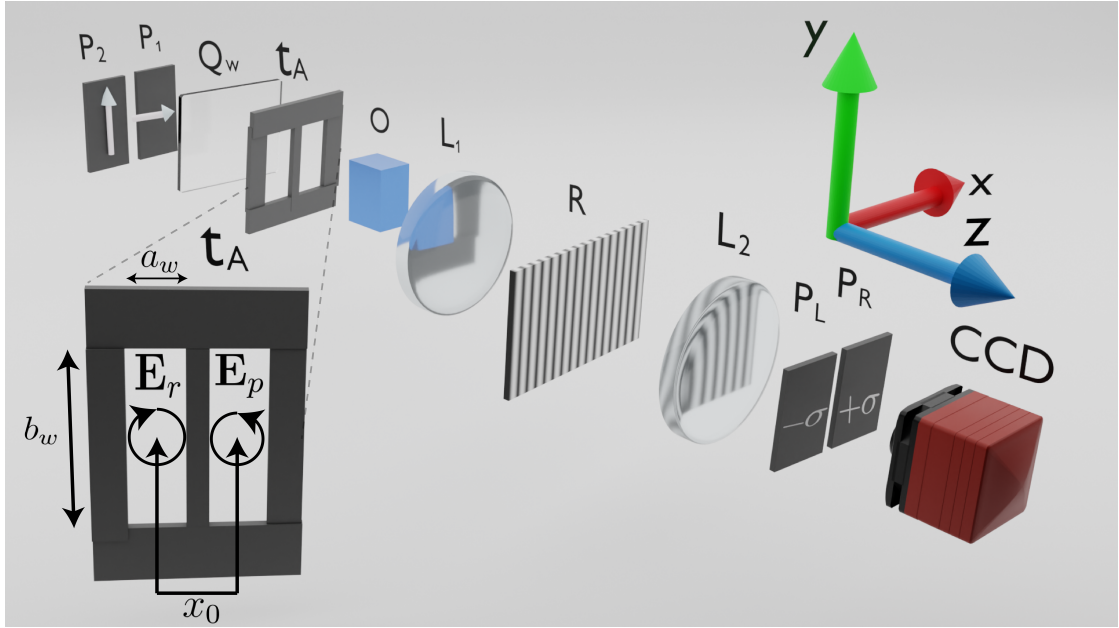
# Interferometría de corrimiento de fase autocalibrada de un solo disparo mediante normalización directa de interferogramas

---

La Figura 4.1 muestra un interferómetro de trayectoria común de doble apertura (DACPI). La configuración experimental se compone un sistema  $4f$ , que consiste en dos lentes  $L_1$  y  $L_2$ , ambas con distancia focal  $f$ . En el plano de Fourier, se coloca una rejilla de Ronchi con un periodo  $u_p$ , acompañada por dos polarizadores en el plano de imagen. En el plano del objeto, se encuentran dos aperturas: el campo de referencia  $E_r$  y el campo de prueba  $E_p$ , polarizados circular derecha e izquierda, respectivamente.

Experimentalmente, las polarizaciones de los campos se generan utilizando un retardador de cuarto de onda  $Q$  y dos polarizadores  $P_1$ ,  $P_2$ , cuyos ejes de transmisión se han orientado horizontal y verticalmente, mientras que el eje rápido del retardador  $Q$  está orientado a  $\frac{\pi}{4}$  respecto al eje de transmisión del polarizador  $P_1$  para generar polarización circular izquierda y derecha, respectivamente, expresadas por  $\mathbf{E}_r(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\mathbf{i} - i\mathbf{j})E_r(x, y)$  y  $\mathbf{E}_p(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\mathbf{i} + i\mathbf{j})E_p(x, y)$ , donde  $\mathbf{i}$  y  $\mathbf{j}$  denotan los vectores unitarios en las direcciones  $x$  y  $y$ ,  $i = \sqrt{-1}$  es la unidad imaginaria, los subíndices  $r$ ,  $p$  denotan, respectivamente, el campo de referencia y de prueba. Debido a los efectos de difracción de Fraunhofer de campo lejano, cada apertura en la Figura 3.4 se replica en el plano de la imagen, con una distancia de separación de  $\lambda f/u_p$ , donde  $\lambda$  representa la longitud de onda de la fuente láser. Las dos aperturas en la entrada,  $w(x - \frac{1}{2}x_0, y)$  y  $w(x + \frac{1}{2}x_0, y)$ , están separadas por una distancia de  $x_0$ . La condición para generar ordenes de difracción en la dirección  $x$  se cumple cuando  $x_0 = \frac{\lambda f}{u_p}$ . Por lo tanto, la función de transmitancia  $\mathbf{t}_A$  en el plano del objeto

#### 4. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE AUTOCALIBRADA DE UN SOLO DISPARO MEDIANTE NORMALIZACIÓN DIRECTA DE INTERFEROGRAMAS



**Figura 4.1:** Interferómetro de trayectoria común de doble apertura:  $P_1$ ,  $P_2$  polarizadores,  $Q_w$  retardador de un cuarto de onda,  $W$  ventana de doble apertura,  $O$  objeto de fase,  $L_1$ ,  $L_2$  lentes,  $R$  rejilla de Ronchi,  $P_L$ ,  $P_R$  polarizadores,  $CCD$  cámara.

se puede describir como:

$$t_A(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ (\mathbf{i} - i\mathbf{j})w \left( x - \frac{1}{2}x_0, y \right) E_r + (\mathbf{i} + i\mathbf{j})w \left( x + \frac{1}{2}x_0, y \right) E_p \right], \quad (4.1)$$

donde  $E_r = A_r e^{i\phi_r}$  y  $E_p = e^{i\phi_p}$ .  $A_r$  y  $A_p$  representan las amplitudes, mientras que  $\phi_r$  y  $\phi_p$  denotan las fases. Es importante señalar que las coordenadas espaciales  $(x, y)$  se han omitido por simplicidad,  $w(x, y) = \text{rect} \left( \frac{x}{a_w} \right) \left( \frac{y}{b_w} \right)$  es la función de ventana con ancho  $a_w$  y largo  $b_w$ ,  $\text{rec}$  es la función rectángulo. La rejilla Ronchi con un factor de llenado de  $\frac{1}{2}$  puede representarse como

$$R(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \delta(x - nx_0, y), \quad (4.2)$$

donde el coeficiente complejo  $c_n$  está dado por. El campo de salida en el espacio de Fourier es:

$$t(x, y) = c_n t_A(x - nx_0, y), \quad (4.3)$$

---

o reescribiendo usando 4.1

$$t(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ (\mathbf{i} - \mathbf{j}) w \left( x - x_0 \left( \frac{1}{2} - n \right), y \right) E_r + (\mathbf{i} + \mathbf{j}) w \left( x + x_0 \left( \frac{1}{2} + n \right), y \right) E_p \right]. \quad (4.4)$$

Alternativamente, 4.4 puede expresarse como

$$t(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} w_n \left[ x + x_0 \left( \frac{1}{2} + n \right) \right] \left[ \frac{\sqrt{2}}{2} (\mathbf{i} - \mathbf{j}) c_n E_r + \frac{\sqrt{2}}{2} (\mathbf{i} + \mathbf{j}) c_{n+1} E_p \right]. \quad (4.5)$$

Ahora si un polarizador se coloca a un ángulo  $\sigma_n$ , el campo óptico se expresa ahora como

$$t(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} w_n \left[ x + x_0 \left( \frac{1}{2} + n \right) \right] (\mathbf{i} \cos \sigma_n + \mathbf{j} \sin \sigma_n) E_n, \quad (4.6)$$

donde  $E_n$  es la magnitud compleja del campo y está dada por

$$E_n = \left( \mathbf{i} \frac{\cos \sigma_n}{\sqrt{2}} e^{-i\sigma_n} + \mathbf{j} \frac{\sin \sigma_n}{\sqrt{2}} e^{-i\sigma_n} \right) (c_n E_r + c_{n+1} E_p e^{-2\sigma_n}). \quad (4.7)$$

La irradiancia observada como por una cámara CCD está dada por

$$I_n(x, y) = \frac{1}{2} c_n A_r^2 + \frac{1}{2} c_{n+1} A_p^2 + A_r A_p c_n c_{n+1} \cos(\phi - 2\sigma_n), \quad (4.8)$$

donde  $\phi = \phi_p - \phi_r$  es la diferencia de fase. Ahora si un polarizador se coloca a los ordenes  $-2, -1$  a un ángulo  $-\sigma_A$  y para los ordenes  $0, 1$  a un ángulo  $\sigma_A$ , las expresiones para estos interferogramas se expresan por

$$I_{-2} = \frac{1}{2} c_1^2 A_p^2, \quad (4.9a)$$

$$I_{-1} = \frac{1}{2} c_1^2 A_r^2 + \frac{1}{2} c_0^2 A_p^2 + A_r A_p c_0 c_1 \cos(\phi - 2\sigma_A), \quad (4.9b)$$

$$I_0 = \frac{1}{2} c_0^2 A_r^2 + \frac{1}{2} c_1^2 A_p^2 + A_r A_p c_0 c_1 \cos(\phi + 2\sigma_A), \quad (4.9c)$$

$$I_1 = \frac{1}{2} c_1^2 A_r^2, \quad (4.9d)$$

#### 4. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE AUTOCALIBRADA DE UN SOLO DISPARO MEDIANTE NORMALIZACIÓN DIRECTA DE INTERFEROGRAMAS

---

donde se ha asumido que  $c_{-1} = c_1$ . Combinando Eq.(4.9), dos interferogramas normalizados pueden obtenerse

$$\hat{I}_0 = \cos(\phi + 2\sigma_A) = \frac{I_0 - I_{-2} - I_1 \frac{c_0^2}{c_1^2}}{2\sqrt{I_{-2}I_1} \frac{c_0}{c_1}}, \quad (4.10a)$$

$$\hat{I}_1 = \cos(\phi - 2\sigma_A) = \frac{I_{-1} - I_{-2} \frac{c_0^2}{c_1^2} - I_1}{2\sqrt{I_{-2}I_1} \frac{c_0}{c_1}}. \quad (4.10b)$$

Un caso particular para recuperar  $\phi$  se da cuando  $\sigma_A = \frac{\pi}{8}$  para obtener la expresión

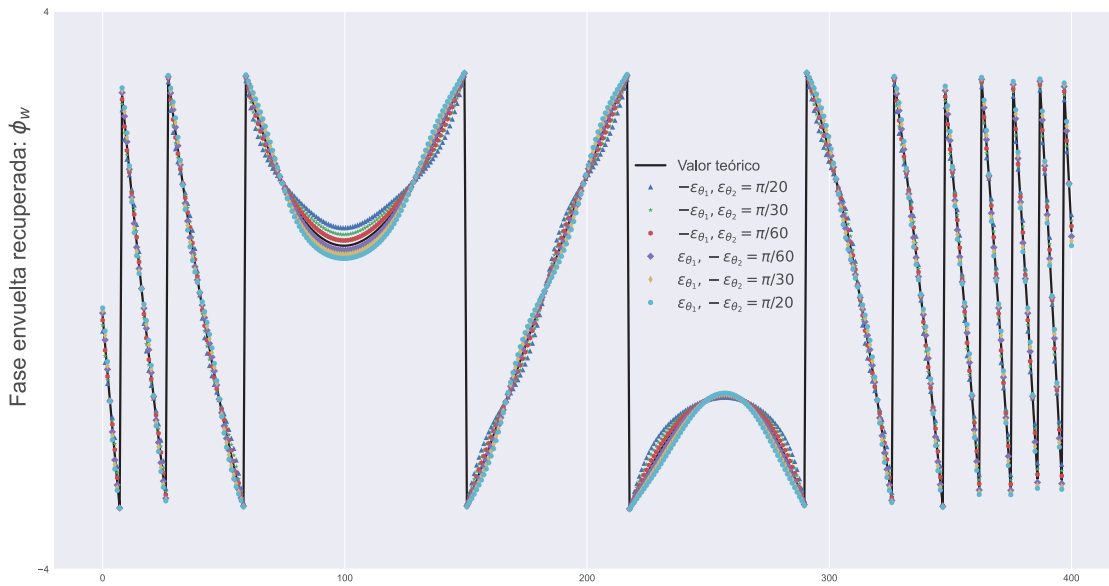
$$\tan \phi = \frac{\hat{I}_1 - \hat{I}_0}{\hat{I}_1 + \hat{I}_0}, \quad (4.11)$$

### 4.1. Análisis de ruido

Para evaluar la robustez, eficiencia y precisión de la presente propuesta, se analizan las posibles fuentes de error en la implementación experimental. Examinamos las posiciones de los polarizadores  $P_1$ ,  $P_2$ , cuyas posiciones ideales son  $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = \pi/2$ , correspondientes a polarizaciones vertical y horizontal, respectivamente. Los errores en los ángulos de estos polarizadores se denotan como  $\varepsilon_{\theta_1}$  y  $\varepsilon_{\theta_2}$ . Además, se consideran los polarizadores de salida  $P_L$ ,  $P_R$ , cuyas posiciones ideales son  $-\sigma_{-1} = \sigma_0 = \pi/8$  para este caso particular. Los errores en estos ángulos se representan como  $\varepsilon_\sigma$ . Para la simulación de la fase, se empleó el polinomio de Seidel con la expresión  $\phi(x, y) = 0.2(x^2 + y^2)y + 0.5(x^2 + 3y^2) + 0.1(x^2 + y^2) + 0.1y + 0.3x + 0.5$ , para la amplitud de referencia,  $A_r(x, y) = 0.7(105 + x^5 + \pi x \sin(x - 2y) \exp(-\frac{y^2}{33}))$ , y para la amplitud de prueba,  $A_p(x, y) = 105 + x^5 + \pi x \sin(xy^3 - 2y) \exp(-\frac{y^2}{33})$ . Estas expresiones se evaluaron dentro del rango  $x \in (-4, 4)$ ,  $y \in (-7, 3)$ , generando matrices de datos de tamaño  $400 \times 500$ . Con estas expresiones, se simulan cuatro interferogramas como se muestra en las ecuaciones (4.9). Se extrajo la fila 300 de los interferogramas sintéticos para el análisis de errores. Primero, se consideran los errores por separado y, finalmente, se examina un escenario donde todas las fuentes de error que están presentes para la recuperación de fase, una situación más cercana a la realidad. En las figuras 4.2, 4.3, 4.4, se muestra el resultado de una sola captura, lo que significa el caso de una fase estática.

### 4.1.1. Errores en los polarizadores $P_1, P_2$

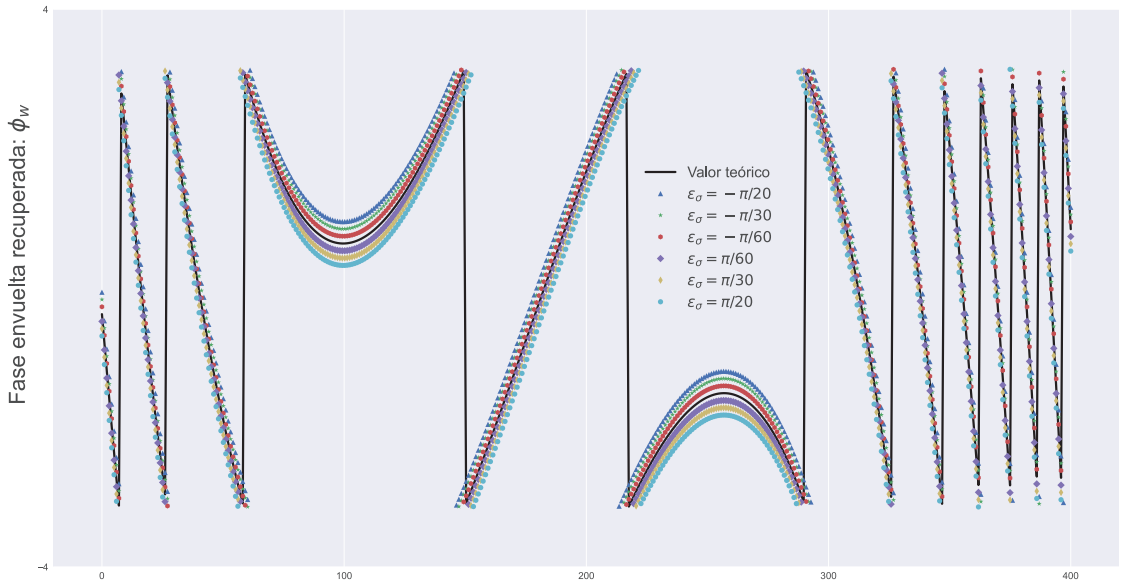
En este primer caso, los polarizadores de salida  $P_L, P_R$  se introducen sin error, lo que significa que están en sus posiciones ideales  $-\sigma_{-1} = \sigma_0 = \pi/8$ , mientras que los polarizadores de entrada  $P_1, P_2$  tienen errores en sus ángulos ideales:  $\theta_1 = 0 \pm \varepsilon_{\theta_1}$ ,  $\theta_2 = \pi/2 \pm \varepsilon_{\theta_2}$ , donde  $\varepsilon_{\theta_1} = -\varepsilon_{\theta_2} = \pm\pi/60, \pm\pi/30, \pm\pi/20$ . Esta consideración podría representar errores del experimentador, errores de calibración, efectos de fabricación y algunos errores sistemáticos, entre otros. Se traduce físicamente en que las polarizaciones de los campos  $\mathbf{E}_r, \mathbf{E}_p$  no son perfectamente circulares. Estos errores permanecen fijos ya que son estáticos durante la captura de datos. La figura 4.2 muestra los resultados para este caso. La línea negra representa la fase teórica, mientras que las líneas de colores representan la fase recuperada con este método, incluyendo los errores mencionados. Note que las fases recuperadas oscilan alrededor del valor teórico porque en los interferogramas, en este caso, hay contribuciones adicionales de  $A_r A_p \cos(\phi + 2\sigma)$  moduladas por los valores de  $\varepsilon_{\theta_1}, \varepsilon_{\theta_2}$ . Sin embargo, las oscilaciones son pequeñas, lo que demuestra una alta tasa de tolerancia a este error particular.



**Figura 4.2:** La fila 300 de la fase simulada  $\phi$ . La línea negra representa el valor teórico de la fase, mientras que las líneas coloreadas representan la fase recuperada envuelta  $\phi_w$  con errores en los polarizadores  $P_1$  y  $P_2$  de valores  $\varepsilon_{\theta_1} = -\varepsilon_{\theta_2} = \pm\pi/60, \pm\pi/30, \pm\pi/20$ .

#### 4.1.2. Errores en los polarizadores $P_L$ , $P_R$

Ahora, asumimos que los polarizadores de entrada  $P_1$ ,  $P_2$  se han introducido sin error en sus posiciones ideales, lo que significa que ambos tienen polarizaciones horizontal y vertical, respectivamente, y por lo tanto, los campos de entrada  $\mathbf{E}_r$ ,  $\mathbf{E}_p$  tienen polarizaciones perfectamente horizontal y circular derecha. Mientras tanto, se introducen errores en los valores de los polarizadores de salida  $P_L$ ,  $P_R$  como  $-\sigma_{-1} = \pi/8 + \varepsilon_\sigma$ ,  $-\sigma_0 = \pi/8 + \varepsilon_\sigma$ , donde  $\varepsilon_\sigma = \pm\pi/60, \pm\pi/30, \pm\pi/20$ . La figura 4.3 muestra los resultados para este caso. Note que nuevamente, los valores recuperados siguen de cerca la fase teórica. Sin embargo, en este caso, se observa un desplazamiento proporcional al valor  $\varepsilon_\sigma$ .

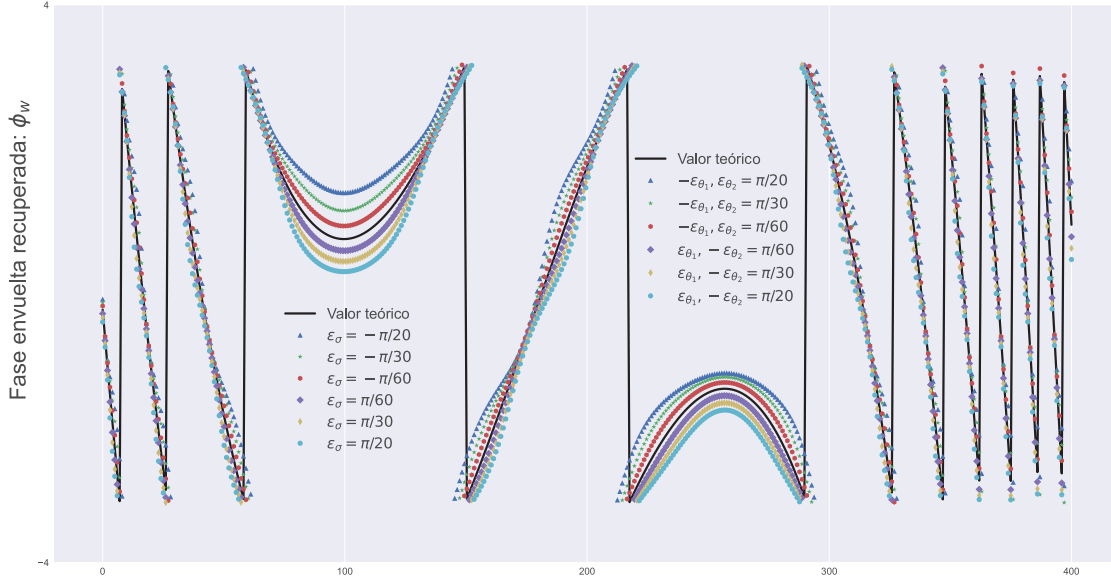


**Figura 4.3:** La fila 300 de la fase simulada  $\phi$ . La línea negra representa el valor teórico de la fase, mientras que las líneas de colores representan la fase recuperada envuelta  $\phi_w$  con errores en los polarizadores  $P_L$  y  $P_R$  de valores  $\varepsilon_\sigma = \pm\pi/60, \pm\pi/30, \pm\pi/20$ .

#### 4.1.3. Errores en $P_1$ , $P_2$ , $P_L$ , $P_R$

Ahora, consideramos que tanto los polarizadores de entrada  $P_1$ ,  $P_2$  como los polarizadores de salida  $P_R$ ,  $P_L$  tienen errores en sus posiciones, simulando un escenario experimental más realista. Hemos considerado los mismos valores que en las secciones anteriores,  $\varepsilon_\sigma = \pm\pi/60, \pm\pi/30, \pm\pi/20$ ,  $\varepsilon_{\theta_1} = -\varepsilon_{\theta_2} = \pm\pi/60, \pm\pi/30, \pm\pi/20$ . La figura 4.4 muestra los resultados de esta simulación. En este caso, ambos efectos

de las etapas anteriores son evidentes en estos resultados: hay un cierto desplazamiento, y hay oscilaciones alrededor del valor de fase teórico presente. Sin embargo, los efectos son pequeños, y se puede concluir que hay una alta precisión en el valor de recuperación de fase con los errores simulados en este caso, lo que es una ventaja significativa del método actual.



**Figura 4.4:** La fila 300 de la fase simulada  $\phi$ . La línea negra representa el valor teórico de la fase, mientras que las líneas coloreadas representan la fase recuperada envuelta  $\phi_w$  con errores en los polarizadores  $P_1, P_2, P_L, P_R$  de valores  $\epsilon_{\theta_1} = -\epsilon_{\theta_2} = \epsilon_{\sigma} = \pm\pi/60, \pm\pi/30, \pm\pi/20$ .

## 4.2. Resultados experimentales

Para la configuración experimental, se utiliza un láser He-Ne con una longitud de onda de  $632.8 \text{ nm}$  e incorporamos las lentes  $L_1$  y  $L_2$ , cada una con una distancia focal de  $400 \text{ mm}$ . Además, se utiliza un rejilla de Ronchi con un período de  $25 \mu\text{m}$ , lo que resultó en  $x_0 = 1.012 \text{ cm}$ , y se creó una ventana con dimensiones  $a_w = 4 \text{ mm}$  y  $b_w = 8 \text{ mm}$ . La cámara CCD que se utilizó para capturar los interferogramas es el modelo Point-Gray Grasshopper GS3-U3-23S6M-C.

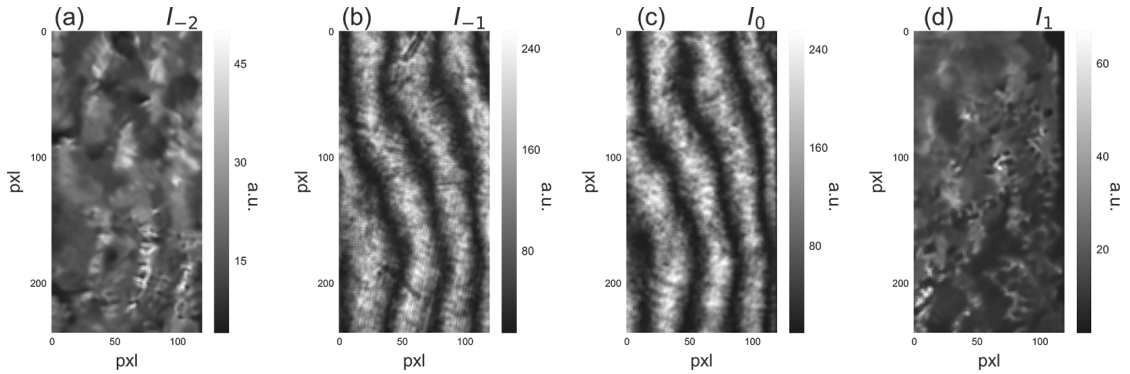
Para probar la eficiencia y la robustez de la técnica, se presentan pruebas con objetos de fase estática y dinámica. Para la primera prueba, se utiliza una lámina de acetato. Los interferogramas capturados para esta prueba se muestran en la Fig. 4.5. Utilizando estos interferogramas, es posible calcular dos interferogramas normalizados mediante (4.10) y, en consecuencia, obtener la fase envuelta usando

#### 4. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE AUTOCALIBRADA DE UN SOLO DISPARO MEDIANTE NORMALIZACIÓN DIRECTA DE INTERFEROGRAMAS

---

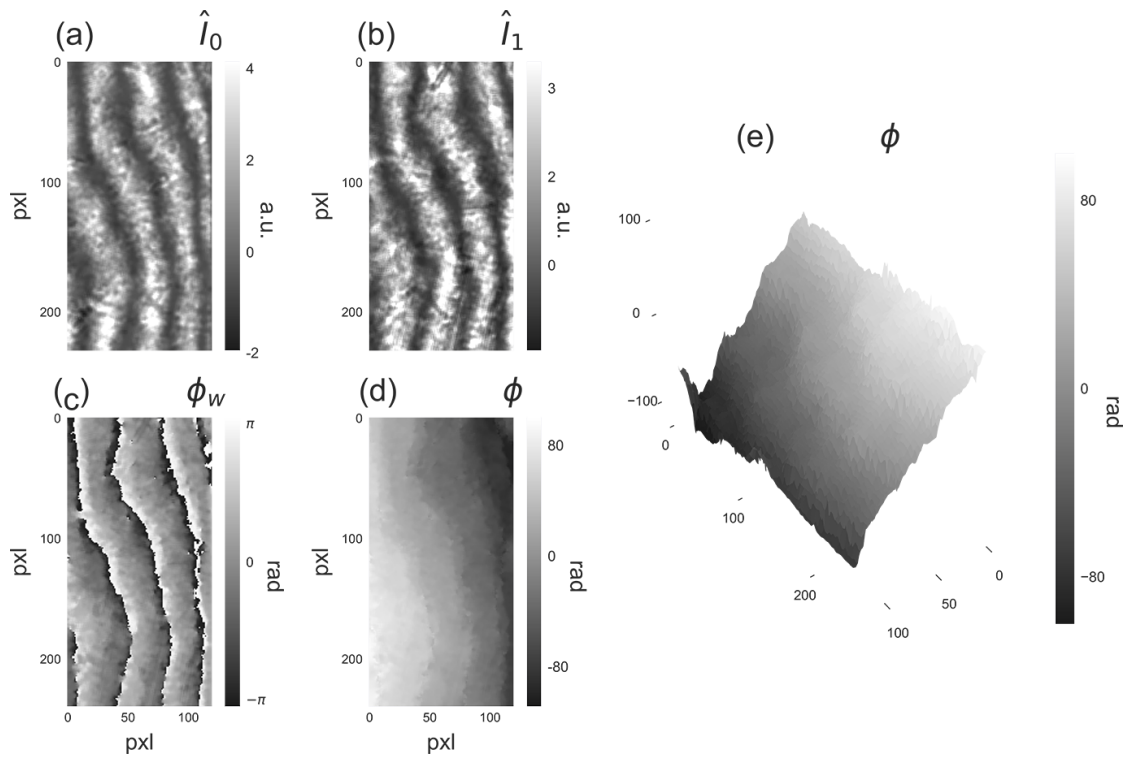
(4.11). El método utilizado para desenvolver la fase recuperada es un algoritmo basado en el formalismo de mínimos cuadrados, propuesto inicialmente por Ghiglia y Romero [34]. Los interferogramas normalizados, así como las fases envuelta y desenvuelta, se muestran en la Fig. 4.6.

Para la prueba de fase dinámica, se utilizan gotas de agua como objeto de fase. Se colocaron algunas gotas sobre un objetivo de microscopio y luego se deslizaron a través del cristal. Las figuras 4.7 y 4.8 representan la evolución temporal de los interferogramas y el objeto de fase recuperado. Como se muestra en las figuras 4.5 y 4.7, los interferogramas capturados tienen aproximadamente la misma intensidad. Sin embargo, es fácil demostrar matemáticamente que no existen restricciones en la intensidad de cada una de las amplitudes  $A_r$  y  $A_p$ . La intensidad de la amplitud de prueba  $A_p$  varía continuamente en relación a la amplitud de referencia  $A_r$  debido al movimiento de las gotas de agua al deslizarse. No obstante, es posible recuperar la fase  $\phi_w$  en todo momento, lo que representa una ventaja significativa de la propuesta actual.

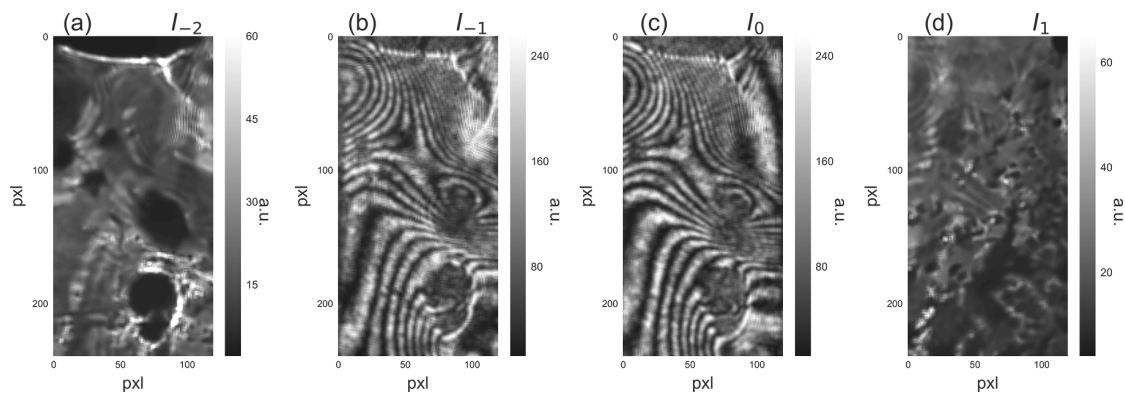


**Figura 4.5:** Cuatro interferogramas capturados en un solo disparo.

El algoritmo implica capturar los interferogramas, recortar la región de interés, evaluar las matrices y mostrar el mapa de fase recuperado. Se implementó el algoritmo en el lenguaje de programación Python utilizando las bibliotecas Matplotlib y NumPy para visualización y evaluación, respectivamente. Por lo tanto, otras bibliotecas o lenguajes de programación podrían ofrecer una visualización más dinámica. No obstante, los resultados presentados son satisfactorios para las pruebas en cuestión. El tiempo de ejecución entre cada captura es aproximadamente de 0.2127 segundos.



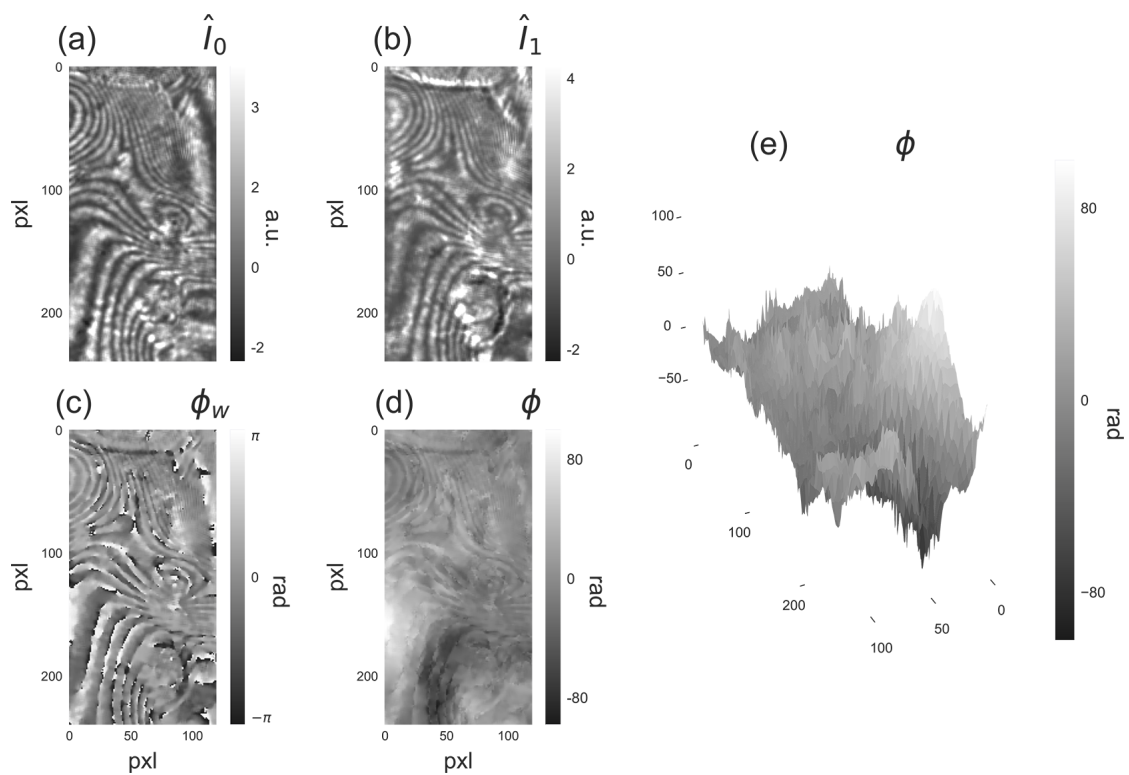
**Figura 4.6:** (a), (b) Interferogramas normalizados (c) fase envuelta recuperada (d) y (e) fase desenvuelta recuperada.



**Figura 4.7:** Cuatro interferogramas capturados en un solo disparo utilizando gotas de agua como objeto de fase.

#### 4. INTERFEROMETRÍA DE CORRIMIENTO DE FASE AUTOCALIBRADA DE UN SOLO DISPARO MEDIANTE NORMALIZACIÓN DIRECTA DE INTERFEROGRAMAS

---



**Figura 4.8:** (a), (b) Interferogramas normalizados (c) fase envuelta recuperada (d) y (e) fase desenvuelta recuperada.

---

## Capítulo 5

# Conclusiones

---

La técnica denominada como Interferometría de Corrimiento de Fase y Amplitud (APSI) es un método para la recuperación de las amplitudes de referencia, la amplitud de prueba y la fase de un campo óptico. Esta técnica, en comparación con el método de Interferometría de Corrimiento de Fase (PSI), permite recuperar las amplitudes sin ambigüedad, es decir, se recupera por separado la amplitud de prueba y la amplitud de referencia, mientras que otros métodos recuperan estas amplitudes mediante expresiones que combinan ambas, denominadas en la literatura como luz de fondo y luz de modulación. Se realizaron pruebas experimentales para diferentes distribuciones de fase con diversos niveles de ruido. Después de varias pruebas, se concluye que aún con altos niveles de ruido, se recuperan satisfactoriamente tanto la amplitud de prueba  $A_p$  como la fase  $\phi_w$ , mientras que la amplitud de referencia  $A_r$  presenta una significativa sensibilidad a cualquier fuente de ruido. Aún así, es posible obtener buenos resultados para la amplitud de referencia, pero se debe considerar que esta presenta un offset en los resultados. La técnica se validó mediante un estudio de error en el que se mostró que los resultados experimentales son consistentes con los resultados simulados. De esta técnica han surgido variantes tales como Interferometría de Corrimiento de Fase y Amplitud Generalizada (GAPSI). En esta técnica ahora se permite que los pasos de fase sean diferentes y no sigan una función lineal, a diferencia de tanto en APSI como en PSI. Además, se muestra que al ser implementada en un interferómetro de trayectoria común es posible obtener ciertas ventajas, como evitar el uso de algunos elementos ópticos que reducen significativamente el ruido en los interferogramas capturados. Otra variante es la técnica nombrada como Interferometría de Corrimiento de Fase y Amplitud de un Solo Disparo (OSAPSI) y su variante generalizada (OSGAPSI). En ambas técnicas se capturan 4 interferogramas en un solo disparo y se muestra que es posible recuperar nuevamente todos los parámetros del campo óptico sin ambigüedad. Sin embargo, el estudio se limitó a la parte teórica y computacional. Se realizaron diferentes pruebas y se observaron resulta-

dos favorables. Tanto la técnica APSI como GAPSI fueron publicadas en revistas indexadas internacionales.

En el capítulo 4, la técnica nombrada como Interferometría de Corrimiento de Fase Generalizada de un Solo Disparo mediante Normalización Directa se ha probado satisfactoriamente. En esta propuesta se capturan 2 interferogramas y 2 intensidades en un solo disparo, y se muestra que es posible recuperar la fase del frente de onda en tiempo real. Se realizaron diferentes pruebas con diferentes distribuciones de fase con diferentes variaciones temporales y espaciales, y se concluye que los resultados experimentales son suficientemente satisfactorios para las pruebas en cuestión. Siguiendo con la metodología de la técnica APSI y sus variantes, se ha realizado un estudio de ruido para esta propuesta, donde se encontró que resulta ser robusta y rápida. Es robusta, ya que a pesar de los diversos niveles de ruido simulados, la fase  $\phi_w$  se recupera de manera apropiada, validando estos resultados experimentales. Es rápida al tener un método de normalización algebraica, el cálculo computacional resulta ser de procesamiento eficaz. Se realizaron diferentes elementos multimedia.

### 5.1. Trabajo a futuro

- Implementación experimental de las variantes restantes de APSI.
- Publicación de los resultados experimentales de las variantes de APSI.

# Bibliografía

---

- [1] J. H. Bruning, D. R. Herriott, J. E. Gallagher, D. P. Rosenfeld, A. D. White, and D. J. Brangaccio. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses. *Applied Optics*, 13:2693, 11 1974. [1](#), [2](#)
- [2] Prashant P. Chikode, Ravi J. Kamble, Smita S. Mahajan, Sandip R. Sabale, Sandip D. Patil, Rajiv S. Vhatkar, and Vijay J. Fulari. Deformation studies of cylindrical nanostructured silica aerogels by using phase shifting digital holographic interferometry. *Materials Today: Proceedings*, 46:2298–2306, 2021. [1](#)
- [3] Xiqu Chen and Qiang Lv. Phase-shift interferometry combined with surface plasmon resonance effect for two-dimensional bio-surface analysis. *Optik*, 121:818–820, 5 2010.
- [4] Dalip Singh Mehta and Vishal Srivastava. Quantitative phase imaging of human red blood cells using phase-shifting white light interference microscopy with colour fringe analysis. *Applied Physics Letters*, 101, 11 2012.
- [5] Yiting Duan, Zexiao Li, and Xiaodong Zhang. Least-squares phase-shifting algorithm of coherence scanning interferometry with windowed b-spline fitting, resampled and subdivided phase points for 3d topography metrology. *Measurement*, 217:113103, 8 2023.
- [6] D.G. Abdelsalam. A comparison of digital holographic microscopy and on-axis phase-shifting interferometry for surface profiling. *Measurement*, 46:4121–4126, 12 2013. [1](#)
- [7] Daniel Malacara. *Optical Shop Testing*. Wiley, 6 2007. [1](#)
- [8] Etienne Cuhe, Pierre Marquet, and Christian Depeursinge. Spatial filtering for zero-order and twin-image elimination in digital off-axis holography. *Applied Optics*, 39:4070, 8 2000. [1](#)

- [9] Cruz Meneses-Fabian, Gustavo Rodriguez-Zurita, Jose F. Vazquez-Castillo, Carlos Robledo-Sanchez, and Víctor Arrizón. Common-path phase-shifting interferometer with binary grating. *Optics Communications*, 264:13–17, 8 2006. [1](#)
- [10] Cruz Meneses-Fabian, Gustavo Rodriguez-Zurita, Maria del Carmen Encarnacion-Gutierrez, and Noel I. Toto-Arellano. Phase-shifting interferometry with four interferograms using linear polarization modulation and a ronchi grating displaced by only a small unknown amount. *Optics Communications*, 282:3063–3068, 8 2009. [1](#)
- [11] Yuanyuan Xu, Yu Liang, Yang Zou, Qibao Shen, Shuangshuang Xue, Yawei Wang, and Shining Zhu. Derivative method for dual-wavelength three-frame phase-shifting interferometry. *Optik*, 226:165953, 1 2021. [1](#)
- [12] Cruz Meneses-Fabian and Gustavo Rodriguez-Zurita. Carrier fringes in the two-aperture common-path interferometer. *Optics Letters*, 36:642, 3 2011. [1](#), [41](#)
- [13] Cruz Meneses-Fabian and Uriel Rivera-Ortega. Phase-shifting interferometry by wave amplitude modulation: General case. *Optics and Lasers in Engineering*, 50:905–909, 7 2012.
- [14] Uriel Rivera-Ortega and Cruz Meneses-Fabian. Non-quadrature amplitude modulation: a novel interferometric method for phase retrieval. *European Journal of Physics*, 36:045016, 7 2015. [1](#)
- [15] J. E. Greivenkamp. Generalized data reduction for heterodyne interferometry. *Optical Engineering*, 23, 8 1984. [1](#), [43](#)
- [16] Guanming Lai and Toyohiko Yatagai. Generalized phase-shifting interferometry. *JOSA A*, 8(5):822–827, 1991. [1](#)
- [17] Kieran G Larkin. A self-calibrating phase-shifting algorithm based on the natural demodulation of two-dimensional fringe patterns. *Optics Express*, 9(5):236–253, 2001. [1](#)
- [18] K. Creath. Dynamic phase imaging for in vitro process monitoring and cell tracking. pages 5977–5980. *IEEE*, 8 2011. [2](#)
- [19] Dalip Singh Mehta and Vishal Srivastava. Quantitative phase imaging of human red blood cells using phase-shifting white light interference microscopy with colour fringe analysis. *Applied Physics Letters*, 101, 11 2012. [2](#)

- 
- [20] Giancarlo Pedrini and Hans J. Tiziani. Double-pulse electronic speckle interferometry for vibration analysis. *Applied Optics*, 33:7857, 12 1994. 2
- [21] Zili Lei, Xiaojun Liu, Li Zhao, Liangzhou Chen, Qian Li, Tengfei Yuan, and Wenlong Lu. A novel 3d stitching method for wli based large range surface topography measurement. *Optics Communications*, 359:435–447, 1 2016. 2
- [22] James E. Millerd, Neal J. Brock, John B. Hayes, Michael B. North-Morris, Matt Novak, and James C. Wyant. Pixelated phase-mask dynamic interferometer. volume 5531, page 304. SPIE, 8 2004. 2
- [23] Daichi Kando, Satoshi Tomioka, Naoki Miyamoto, and Ryosuke Ueda. Phase extraction from single interferogram including closed-fringe using deep learning. *Applied Sciences (Switzerland)*, 9, 9 2019. 2
- [24] Qinnan Zhang, Shengyu Lu, Jiaosheng Li, Dong Li, Xiaoxu Lu, Liyun Zhong, and Jindong Tian. Phase-shifting interferometry from single frame in-line interferogram using deep learning phase-shifting technology. *Optics Communications*, 498, 11 2021. 2
- [25] C. J. Morgan. Least-squares estimation in phase-measurement interferometry. *Opt. Lett.*, 7(8):368–370, Aug 1982. 2, 43
- [26] D. G. Abdelsalam, Baoli Yao, Peng Gao, Junwei Min, and Rongli Guo. Single-shot parallel four-step phase shifting using on-axis fizeau interferometry. *Appl. Opt.*, 51(20):4891–4895, Jul 2012. 2
- [27] P. Hariharan. *Basics of interferometry*. Academic Press, 2 edition, 2007. 6
- [28] Eugene Hecht. *Optics*. Pearson Education, 5; global edition, 2016. 6, 9
- [29] G. R. Fowles. *Introduction to Modern Optics*. Dover Publications, 2 edition, 1989. 7
- [30] Emil Wolf. *Introduction to the Theory of Coherence and Polarization of Light*. Cambridge University Press, 2007. 8
- [31] et al. (eds.) Bass M. *OSA Handbook of Optics*, volume Volume 1. MGH, 1994. 8
- [32] G. Landsberg. *Optica I*. Mir, 1976. 8
- [33] Dennis H Goldstein; Edward Collett. *Polarized light*. Optical engineering (Marcel Dekker, Inc.), v. 83. Marcel Dekker, 2nd ed., rev. and expanded edition, 2003. 13

- [34] Dennis C. Ghiglia and Louis A. Romero. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods. *Journal of the Optical Society of America A*, 11:107, 1 1994. [30](#), [48](#), [76](#)
- [35] Semyon G. Rabinovich. *Measurement Errors and Uncertainties: Theory and Practice*. Springer, 2006. [33](#), [51](#)
- [36] Leslie Deck. Vibration-resistant phase-shifting interferometry. *Applied optics*, 35(34):6655–6662, 1996. [33](#), [51](#)
- [37] Victor Arrizón and David Sánchez de-la Llave. Common-path interferometry with one-dimensional periodic filters. *Optics Letters*, 29:141, 1 2004. [41](#)
- [38] D. Malacara. *Optical Shop Testing*. Wiley series in pure and applied optics. Wiley-Interscience, 3rd ed edition, 2007. [51](#)
- [39] W.T Welford. *Aberrations of optical systems*. Series in Optics and Optoelectronics. Taylor & Francis, 1 edition, 1986. [51](#)