



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

RESISTENCIA A LA REINTRUSIÓN EN UN MEDIO
GRANULAR SECO, SUMERGIDO O HÚMEDO

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA

por

Carlos Arturo García Gómez

Asesorado por

Dr. Felipe Pacheco Vázquez

Dr. Roberto Ramírez Sánchez

Puebla Pue.
26 de octubre de 2023



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

RESISTENCIA A LA REINTRUSIÓN EN UN MEDIO
GRANULAR SECO, SUMERGIDO O HÚMEDO

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA

por

Carlos Arturo García Gómez

Asesorado por

Dr. Felipe Pacheco Vázquez

Dr. Roberto Ramírez Sánchez

Puebla Pue.
26 de octubre de 2023

Título: RESISTENCIA A LA REINTRUSIÓN EN UN MEDIO GRANULAR SECO, SUMERGIDO O HÚMEDO

Estudiante: CARLOS ARTURO GARCÍA GÓMEZ

COMITÉ

Dra. Beatriz Capilla Padilla
Presidenta

Dra. Patricia Mendoza Méndez
Secretaria

Dra. Alexandra Deriabina
Vocal

Dr. Maximino Luis Arroyo Carrasco
Vocal

Dr. Felipe Pacheco Vázquez
Asesor

Dr. Roberto Ramírez Sánchez
Co-Asesor

Índice general

1. CONCEPTOS FUNDAMENTALES Y ANTECEDENTES	5
1.1. Materia granular.	5
1.2. Propiedades de la materia granular.	6
1.2.1. Ángulo de reposo y fricción	6
1.2.2. Factor de empaquetamiento de las partículas.	6
1.2.3. Formación de arcos y cadenas de fuerza	7
1.2.4. Efecto Janssen.	9
1.3. Fuerza de arrastre en materia granular	10
1.4. Penetración de barras en medio secos.	11
1.5. Efectos del confinamiento en medios granulares.	12
1.6. Relevancia del empaquetamiento en sistemas granulares.	16
1.7. Materia granular húmeda	17
1.7.1. Fuerza de atracción entre dos partículas	17
1.7.2. Ángulo de reposo en materia granular húmeda	17
1.7.3. Efecto del agua en la fuerza de arrastre	18
1.7.4. Puentes capilares	19
2. EXPERIMENTOS DE REINTRUSIÓN EN SISTEMAS GRANULARES SE- COS, SUMERGIDOS Y HÚMEDOS	21
2.1. Protocolo experimental	21
2.2. Preparación del sistema en seco	22
2.3. Preparación del sistema sumergido	24
2.4. Preparación del sistema húmedo: Caso 1.	25
2.5. Preparación del sistema húmedo: Caso 2.	26
2.5.1. Cálculo del porcentaje de humedad en el Caso 2.	26
3. SISTEMA GRANULAR SECO	29
3.1. Resultados experimentales.	29
3.2. Modelo logarítmico para la penetración.	30
3.3. Fuerza máxima en función del número de reintrusiones.	31
4. SISTEMA GRANULAR SUMERGIDO	35
4.1. Resultados experimentales.	35
4.1.1. Aportación del empuje hidrostático en la fuerza final medida.	36
4.2. Modelo logarítmico para la penetración.	36
4.3. Fuerza máxima en función del número de reintrusiones.	38

5. SISTEMA GRANULAR PARCIALMENTE SATURADO	41
5.1. Resultados experimentales.	41
5.2. Análisis cualitativo de resultados.	42
5.3. Ajuste para la primera penetración.	44
5.4. Sistema granular parcialmente saturado: Caso 2.	45
5.4.1. Resultados experimentales.	45
5.4.2. Análisis cualitativo de resultados.	46
5.4.3. Ajuste para la primera penetración.	46
6. COMPARACIÓN DE SISTEMAS SECO VS SUMERGIDO.	47
6.1. Comparación de resultados experimentales.	47
6.2. Comparación de las fuerzas máximas en función del número de reintrusiones.	48
6.3. Análisis cualitativo de los resultados de las comparaciones.	50
7. CONCLUSIONES	51

RESUMEN

En la presente tesis, se estudió experimentalmente la fuerza que opone un medio granular ante la reintrusión sucesiva vertical de una barra. Se usó un sistema granular en tres regímenes: seco, sumergido y húmedo o parcialmente saturado. Se diseñó un arreglo experimental que permitió registrar la fuerza que experimenta la barra al penetrar a velocidad constante en el medio hasta cierta profundidad, así como también registrar la que experimenta al ser extraída completamente. La fuerza se registró durante diez penetraciones-extracciones sucesivas, y para cada uno de los tres tipos de sistemas antes mencionados. Se encontró que, en los dos primeros regímenes, la fuerza F_{max}^N necesaria para reinsertar la barra a la misma profundidad aumenta con el número N de reintrusiones como $F_{max}^N \approx \sqrt{N} F_{max}^{N=1}$, donde $F_{max}^{N=1}$ es el valor de la fuerza máxima registrada en la primera penetración. En el caso húmedo, se observó una saturación de la fuerza de resistencia durante la primera penetración, debido a la existencia de líquido intersticial entre los granos del fluido; además, se planteó una ecuación que describe este comportamiento teniendo en cuenta, al igual que en los otros dos casos, la fuerza máxima registrada, es decir, la fuerza a la que se registra la saturación del sistema, dicha expresión fue $F = F_{max}[1 - \exp(-z/\lambda_h)]$. Finalmente, se comparó el caso del sistema seco con el sumergido, tanto del comportamiento de las reintrusiones como el comportamiento que sigue la fuerza máxima en función del número de penetraciones.

INTRODUCCIÓN

La resistencia a la penetración en medios granulares es un tema fundamental en las ciencias físicas, geológicas y en la ingeniería de suelos. Por ejemplo, para el desarrollo de nuevas técnicas de perforación que optimicen los procedimientos de ingeniería, es necesario comprender bien el comportamiento de los materiales granulares ante la presencia de intrusos dependiendo de la interacción con el medio y de la geometría del intruso. Por otro lado, el entendimiento de estos fenómenos nos ayuda a comprender los comportamientos de algunos animales, tales como lagartijas en el desierto, que penetran en la arena para cazar o para protegerse de la radiación solar; además de animales marinos que se ocultan bajo la arena en el fondo oceánico por supervivencia.

Anteriormente, se ha estudiado la penetración de intrusos esféricos con comportamiento balístico [9][11], tanto en dirección vertical como horizontal, así como de barras que penetran en sistemas secos [3][4]; sin embargo, el estudio de estas dinámicas en sistemas sumergidos no ha sido analizado como su análogo antes mencionado.

El presente trabajo se centra en el estudio de la reintrusión sucesiva de barras en medios granulares secos, sumergidos y húmedos, haciendo un análisis cualitativo y proponiendo modelos matemáticos que permitan explicar los comportamientos observados en cada caso, no sin antes presentar la teoría necesaria para comprender la materia granular y los estudios que se han hecho de la misma. En el *capítulo 1* se presentan los conceptos fundamentales en el área, además de estudios anteriores de intrusos en medios secos y húmedos, de la relevancia del confinamiento de los sistemas, del factor de empaquetamiento, etc. En el *capítulo 2* se explica el método experimental propuesto para cada uno de los tres casos, así como una descripción detallada de los instrumentos usados y detalles relevantes específicos de cada sistema, así como el procedimiento para la captura de datos. El *capítulo 3* presenta los resultados experimentales del sistema granular seco, se hace un análisis cualitativo de los mismos y se propone un modelo matemático para la resistencia a la penetración que describe adecuadamente los datos obtenidos. Además, se encuentra una relación importante entre la fuerza máxima registrada en cada una de las penetraciones en función del número de las mismas, para lo cual también se plantea una relación matemática. En el *capítulo 4* se presentan los resultados para el sistema sumergido, se hace un análisis cualitativo de los mismos y se propone un modelo matemático para modelar los datos, también se analiza el papel de la fuerza de empuje hidrostático en estos. Se encuentra una relación análoga a la del caso seco entre la fuerza máxima registrada en cada penetración en función del número de las mismas, diferenciándose únicamente por el cambio de fricción del sistema debido a la presencia de líquido. En el *capítulo 5* se exponen los resultados obtenidos para el sistema parcialmente saturado o húmedo, para dos casos con distinto método de preparación y distinto porcentaje de humedad. Se hace un análisis cualitativo de los datos, presentando los resultados obtenidos para cada una de las preparaciones. Al igual que en los casos anteriores, se propone un modelo matemático para predecir el comportamiento de las penetraciones. En el *capítulo 6* se hace una comparación entre el caso del sistema seco y el sumergido, se discuten y comparan ambos resultados experimentales y las similitudes y diferencias entre los modelos matemáticos para el ajuste de los mismos, así como de los modelos propuestos para la relación entre la fuerza máxima registrada en función del número de penetraciones. Por último, se finaliza esta tesis con un resumen de los resultados obtenidos y modelos propuestos para los tres casos estudiados.

Capítulo 1

CONCEPTOS FUNDAMENTALES Y ANTECEDENTES

A lo largo de este capítulo se presentan los conceptos fundamentales relacionados a la materia granular y su comportamiento, así como estudios precedentes de los mismos que serán de ayuda en el experimento desarrollado.

1.1. Materia granular.

La materia granular es aquella que está formada por partículas sólidas individuales de tamaño macroscópico, distinguibles a simple vista, con un tamaño suficiente para que la fricción tenga un papel relevante en el comportamiento de las mismas. El tamaño mínimo establecido de las partículas para que sean consideradas material granular es aquel en el cual las fluctuaciones térmicas no afectan a la dinámica conjunta de las partículas, esto sucede típicamente en el orden de micras. Ejemplos de materia granular incluyen desde polvos, arena y granos, hasta sistemas conformados por partículas del orden de metros, como icebergs o cúmulos de asteroides (Fig. 1.1)[7]. Una característica a resaltar de la materia granular es que, colectivamente, no se comporta como un sólido, a pesar de estar formado por partículas que lo son, ni tampoco como un líquido o un gas, sino que presenta características de estos tres estados de la materia dependiendo de las fuerzas a la que esta esté sometida. Por ejemplo, se pueden empaquetar partículas de tal modo que podemos caminar sobre ellas, como en la arena, pero los granos también pueden fluir como en un reloj de arena o en una avalancha. Finalmente, pueden ser arrastradas por corrientes de aire y formar un gas, o ser vibradas enérgicamente. Así mismo, es importante resaltar el carácter disipativo de la materia granular, es decir, cuando un cuerpo impacta o penetra en un medio granular, la energía se disipa rápidamente a través de todo el medio, esto debido a las colisiones inelásticas y fricción entre partículas[2].

El estudio de la materia granular tiene aplicaciones importantes en diversas áreas de la ingeniería y la física. En el ámbito de la ingeniería geotécnica, comprender las propiedades de la materia granular es fundamental para el diseño y la construcción de estructuras de suelo, la estabilidad de taludes, la fundación de cimentaciones y la evaluación de riesgos geológicos. En la física de materiales, el estudio de la materia granular contribuye al avance de la ciencia de los materiales y al desarrollo de nuevos materiales compuestos. Además, en la industria de alimentos y farmacéutica, el comportamiento de los productos granulares juega un papel crucial en la calidad, la textura y la estabilidad de los productos finales.

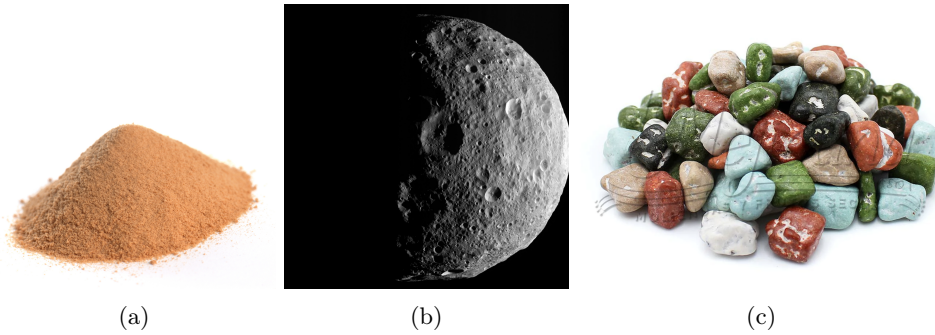


Figura 1.1: (a)Pila de tanino en polvo mostrando la típica estructura cónica que forman los medios granulares (Imagen extraída de Wikipedia). (b)Imagen del asteroide Vesta tomada por la sonda espacial Dawn (NASA,2011). (c)Dulces de chocolate conglomerados que forman un ejemplo de material granular (La Mejicana, <https://lamejicana.mx/products/chocopiedras>).

1.2. Propiedades de la materia granular.

Además de las características mencionadas anteriormente, otras de gran relevancia en el estudio de la materia granular son las siguientes:

1.2.1. Ángulo de reposo y fricción

Cuando la materia granular se vierte sobre una superficie, esta tiende a aglomerarse de una forma específica, con aspecto cónico, generando un ángulo θ_r con la horizontal llamado "ángulo de reposo", el cual es medido desde la línea de la superficie libre de la pendiente que forma la materia granular (Fig. 1.2). Este ángulo depende de factores como la rugosidad del las partículas del material, y debido a esto, cambia según la cantidad de material agrupado, así como por el peso de las partículas que lo conforman, pues microscópicamente, la estructura está sostenida por la interacción de cada una de ellas. Este describe la pendiente máxima que pueden tener las partículas antes del punto en el que se precipitan formando una avalancha, y la expresión que lo determina es:

$$\theta_r = \tan^{-1} \mu_s, \quad (1.1)$$

donde μ_s es el coeficiente de fricción estática del material en cuestión. La ecuación constitutiva para determinar la fuerza de fricción es la ley de fricción de Coulomb:

$$\sigma_s \leq \mu_s p, \quad (1.2)$$

donde σ_s es el estrés de corte y p es el estrés normal a la superficie, la cual nos dice que cuando se viola la relación ocurre el deslizamiento del material, es decir, el efecto de avalancha antes mencionado. Este es llamado el criterio de falla de Coulomb[2].

1.2.2. Factor de empaquetamiento de las partículas.

Debido a que la materia granular se encuentra formada por partículas individuales, estas pueden aglomerarse de distintas maneras según su forma y tamaño. En un aglomerado granular, una parte del volumen ocupado por el material corresponde a sus partículas y otra al espacio intersticial que queda entre las mismas, el cociente entre el volumen ocupado por las partículas y el volumen total del material se le denomina factor de empaquetamiento, el cual es una cantidad adimensional, representado normalmente por la letra griega ϕ , es decir:

$$\phi = \frac{\text{Volumen de los granos}}{\text{Volumen total del material}}, \quad (1.3)$$

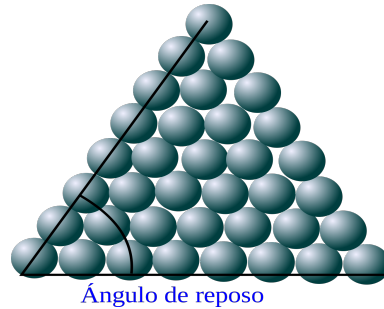


Figura 1.2: Partículas de material granular formando el ángulo de reposo. (Imagen extraída de Wikipedia)

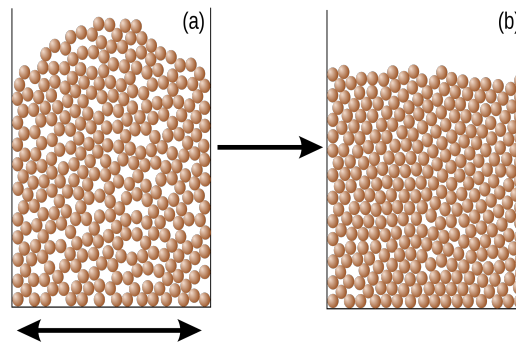


Figura 1.3: Efectos del aumento en el factor de empaquetamiento. La figura del inciso a) recibe una compresión hasta llegar al estado del inciso b). (Imagen extraída de Wikipedia)

de donde notamos que $0 \leq \phi \leq 1$. De la ecuación notamos que si existe mucho espacio entre los granos, el factor de empaquetamiento será cercano a 0, por el contrario, si entre los mismos existe poco espacio, dicho factor de acercará a uno, correspondiendo a un arreglo mas denso del material granular (Fig. 1.3).

En el caso de materiales compuestos por partículas esféricas monodisperas, es decir, en los cuales el tamaño de las esferas es el mismo, se ha encontrado que al agruparse estas debido únicamente al efecto de la gravedad presentan un factor de empaquetamiento de aproximadamente 0,56, al golpetear el recipiente en donde el material se almacena, el empaquetamiento aumenta, pudiendo llegar a un valor máximo de alrededor de 0,74, en el cual el arreglo entre granos es hexagonal, siendo esta la mejor manera de optimización del espacio para el caso de partículas esféricas. Se han realizado experimentos en los que se analiza el efecto del factor de empaquetamiento en la fuerza que opone un sistema granular a la penetración de un intruso, así como el estudio de los regimenes de fuerza presentes en un proceso de penetración. Se ha encontrado que, dependiendo del factor de empaquetamiento, el comportamiendo de la fuerza observada en función de la distancia de penetración sufre cambios significativos, por lo que, para un mismo procedimiento experimental, se encontrarán diferencias según el factor de empaquetamiento[4][8].

1.2.3. Formación de arcos y cadenas de fuerza

Un material granular se encuentra en reposo únicamente cuando la suma de las fuerzas experimentadas por cada una de las partículas que lo conforman es igual a cero, lo cual acontece cuando la fuerza normal y la fricción entre partículas se encuentran en equilibrio, es decir, los

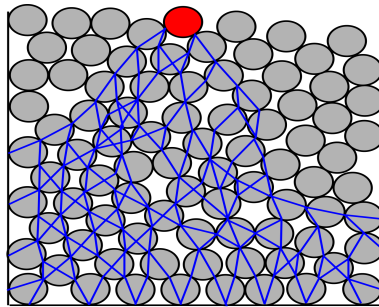


Figura 1.4: Representación de la cadena de esfuerzos experimentada por un grupo de partículas de material granular. (Imagen extraída de Wikipedia)

granos se sostienen a si mismos para no caer y producir deslizamiento. Al tratarse comunmente de partículas esféricas (como se comentó anteriormente), la forma en que estas pueden generar ese sostén es mediante las cadenas de fuerzas y formaciones de arcos, como se muestra en las Fig. 1.4 y 1.5[1].

La cadena de esfuerzos se refiere a que cada partícula del sistema está sostenida por las fuerzas que se transmiten en cada partícula hasta llegar el fondo del contenedor, esto con las que están directamente debajo de ella y con las que están debajo de las de debajo y así sucesivamente. Este comportamiento se da también cuando un objeto es colocado sobre la superficie del material, un ejemplo de esto lo podemos ver al caminar en la playa, donde, a pesar del gran peso que se pone sobre los granos de arena, estos son capaces de soportarlo debido a que la fuerza experimentada se transmite entre muchos granos de arena.

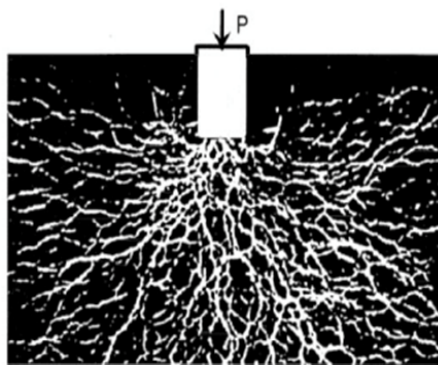


Figura 1.5: Representación de la cadena de esfuerzos en un experimento. (Tomada de Herminghaus, Wet granular matter: a truly complex fluid. Soft Matter, 8(32) [1])

La distribución del esfuerzo en un sistema granular depende del empaquetamiento de los granos, pues las cadenas de fuerza únicamente se forman en los puntos en que los granos tienen contacto entre sí, es decir, si existe espacio vacío entre ellos, la fuerza no podrá ser disipada, es por eso que a menores factores de empaquetamiento, las cadenas de fuerza son menos eficientes, contrariamente, entre mayor sea el empaquetamiento del sistema, la disipación de la fuerza será más eficiente.

La formación de arcos ocurre cuando se ejerce una presión suficiente en el medio como para que los granos que lo componen adquieran la forma de arcos o, dicho de mejor manera, de concatenaria invertida, siendo esta estructura la que le permite tener una mayor sustentación[2].

1.2.4. Efecto Janssen.

En la mecánica de materiales granulares, el estudio de la distribución de presiones y el comportamiento de las partículas del sistema en confinamiento es de gran importancia para distintos procesos industriales, en áreas como el de la ingeniería civil. El efecto Janssen, descubierto por Diederich Janssen, es un fenómeno que describe la variación de las presiones en las columnas de material granular confinados.

El efecto Janssen se manifiesta cuando un material granular es confinado verticalmente en un recipiente de forma cilíndrica o prismática. A medida que se añade carga a la columna de material granular, se observa que la presión ejercida sobre las paredes laterales disminuye progresivamente hacia arriba. Este comportamiento contrasta con la intuición inicial de que la presión se mantendría constante a lo largo de la columna.

La explicación del efecto Janssen se encuentra en la interacción de las partículas granulares y la fricción interna del sistema. A medida que se aplica carga, las partículas transmiten esta fuerza a través de la fricción entre sí, generando una red de cadenas de fuerza que redistribuye la presión. A medida que la carga se transmite de partícula en partícula, la presión en la columna se reduce gradualmente hacia arriba. Debido a esta característica, encontramos un comportamiento distinto al de la hidrostática. Debido a que parte de la fuerza es distribuida a las paredes del contenedor, y otra parte al resto del material, Janssen desarrolló una relación asumiendo una proporcionalidad entre la presión vertical y la horizontal, dada por la ecuación:

$$P_h = \kappa P_v, \quad (1.4)$$

donde κ se encuentra entre valores de 0 y 1. El término P_h actúa sobre las paredes del recipiente, por lo que estas generan una fuerza de soporte debido a la fricción, μP_h , donde μ es el coeficiente de fricción entre los granos y las paredes del recipiente; mientras que P_v actúa sobre los granos debajo del nivel observado, generando una fuerza de soporte debido a la normal.

De acuerdo a la Ecuación 1.4 y observando la Figura 1.6b, la ecuación para el equilibrio de las fuerzas experimentadas por un elemento de volumen es:

$$(P_v + dP_v)A - P_v A - \rho g A dz + \mu P_h A = 0, \quad (1.5)$$

donde el último término corresponde a la Ecuación 1.2, es decir, la fuerza de fricción de Coulomb, A corresponde a un área intersticial, es decir, a un elemento de volumen correspondiente al área lateral del cilindro, que en el caso específico de la Figura 1.6b es Ldz , y al escribir P_h en términos de P_v obtenemos:

$$AdP_v = dz(\rho g A - \mu \kappa P_v L), \quad (1.6)$$

la cual, al reescribir de manera diferencial, queda como:

$$\frac{dP_v}{dz} + \frac{\mu \kappa L}{A} P_v = \rho g, \quad (1.7)$$

la cual es transformada al multiplicarla por un factor $\exp(\mu \kappa Lz/A)$ obteniendo:

$$\frac{d}{dz} [P_v \exp(\frac{\mu \kappa Lz}{A})] = \rho g \exp(\frac{\mu \kappa Lz}{A}) \quad (1.8)$$

Al integrar y usar la condición de frontera $P_v(z=0) = 0$ obtenemos finalmente:

$$P_v = \frac{\rho g R}{2\mu \kappa} [1 - \exp(\frac{-2\mu \kappa z}{R})], \quad (1.9)$$

donde R es el radio del contenedor y está relacionado con A de la siguiente forma: $A/L = R/2$. De esta ecuación podemos observar dos casos límite. El primero es el caso en que $z \ll A/\mu \kappa L$, en este caso la ecuación obtenida se desarrolla mediante series de Taylor, al final quedando una

relación hidrostática $P_v = \rho gz$, es decir, para el caso de columnas relativamente pequeñas, se tiene un comportamiento hidrostático en la presión medida verticalmente; el segundo caso es para $z \gg A/\mu\kappa L$, para este caso, el valor del exponente será diminuto, por lo que la ecuación alcanza un punto de saturación:

$$P_s = \frac{\rho g A}{\mu\kappa L}, \quad (1.10)$$

lo cual nos dice que, aunque se agregase más material por encima del contenedor, no se experimentaría un cambio en la presión del fondo[2].

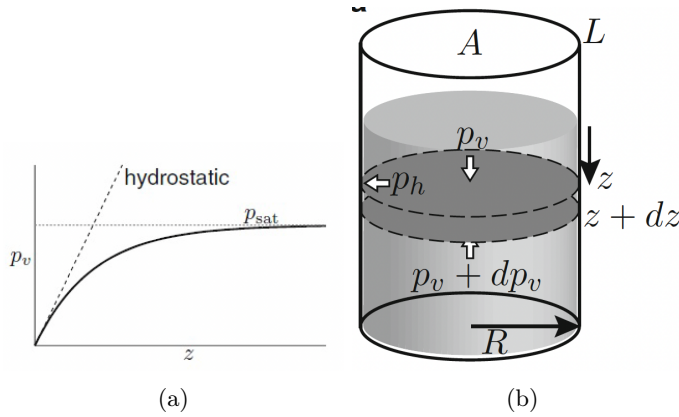


Figura 1.6: (a) Presión vertical en función de z obtenida de la relación del efecto Janssen $p_h = \kappa p_v$. (b) Esquema la presión y profundidad de la columna de granos en un recipiente. (Tomadas de Katsuragi, Physics of Soft Impact and Cratering, Lecture Notes on Physics [2]).

1.3. Fuerza de arrastre en materia granular

La fuerza de arrastre es un parámetro muy relevante en el estudio de la dinámica de materiales granulares. Se refiere a la resistencia experimentada por un intruso al desplazarse a través de un medio granular o líquido, debido a la fricción que sufre el intruso debido al movimiento relativo a las partículas del medio.

En el contexto de materia granular, la fuerza de arrastre surge debido al avance de un intruso en el medio, y la magnitud de la misma dependerá de las características tanto de los granos, como el diámetro, el material del que están compuestos y su empaquetamiento; así como del intruso. Entre las características del intruso es especialmente relevante su velocidad relativa al medio, ya que conforme aumenta, también lo hace la resistencia que oponen los granos, lo que puede llevar a una mayor dispersión y agitación del medio granular. Esta resistencia es especialmente relevante en penetraciones de alta velocidad o en condiciones de agitación intensa, donde la fuerza de arrastre puede tener un impacto significativo en el comportamiento y la estabilidad del intruso.

Otro factor que influye en la fuerza de arrastre es la forma y tamaño del intruso. Intrusos más grandes o con formas irregulares tienden a experimentar una mayor resistencia al movimiento debido a la interacción con los granos, así como la distribución de la fuerza de arrastre, ya que pueden generar una mayor turbulencia en el medio.

Debido a que, dependiendo las características del sistema, la fuerza de arrastre puede presentar diferencias significativas, se desarrolló un modelo unificado para la fuerza de arrastre, en el que se combina la fuerza inercial y la fuerza de fricción. Para el caso de esferas que impactan en el medio granular, la ecuación de movimiento es:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = mg - \frac{m}{\lambda} v^2 - kz, \quad (1.11)$$

la cual sigue el modelo de la segunda ley de Newton, donde λ es la longitud de escala característica, la cual es supuesta independiente de z , y k es independiente de la velocidad del intruso. La fuerza inercial de arrastre ha sido considerada en el estudio de penetraciones balísticas, tanto en el caso de esferas como el de barras[3][5].

Es importante tener en cuenta que la fuerza de arrastre en materia granular puede tener efectos significativos en diversas aplicaciones, como la erosión de suelos, la sedimentación en ríos o la transportación de materiales en la industria. Por lo tanto, comprender y cuantificar la fuerza de arrastre en estas situaciones es esencial para el diseño y la gestión adecuada de los sistemas granulares.

1.4. Penetración de barras en medio secos.

La penetración de barras en medios granulares secos es un tema de gran relevancia en diversas áreas de la ingeniería, como la geotecnia y la mecánica de suelos. Se refiere al proceso en el cual una barra o elemento cilíndrico penetra en un medio compuesto por partículas granulares sin la presencia de agua u otros fluidos. El estudio de este fenómeno es fundamental para comprender el comportamiento de estructuras como cimentaciones, pilotes o elementos de contención en suelos granulares. Para la realización del presente trabajo de investigación, se estudiaron casos similares en donde una barra era intruducida en un sistema granular con características específicas, tales como el factor de empaquetamiento, el tamaño de los granos, la velocidad de penetración, etc.

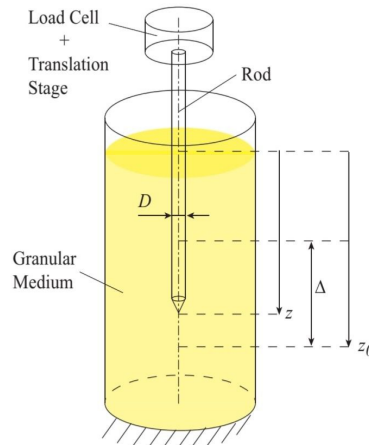


Figura 1.7: Arreglo experimental del estudio de la fuerza opuesta por un medio granular a la penetración sucesiva de una barra que se extrae parcialmente. (Imagen tomada de Successive reintrusions in a granular medium, Physical Review E, 106(1) (2022) [3]).

En un estudio reciente de Texier y Seguin [3], se analizó el caso de penetraciones sucesivas de una barra, con la particularidad de que la misma no era extraída en su totalidad. En este, se tenía un sistema tal que los efectos del fondo del contenedor era despreciable, así como un proceso en el régimen cuasiestático, con un empaquetamiento de $\phi \approx 0,63$. La barra en cuestión era intruducida hasta una profundidad z_0 , para luego ser extraída una distancia Δ y, finalmente, volver a la profundidad z (véase Fig. 1.7). Se encontró que la fuerza necesaria para las reintrusiones era significativamente menor a la registrada en la primera penetración hasta llegar a la profundidad z_0 , en donde se alcanzó el valor nominal de la primera penetración, esto debido a un reajuste en la estructura interna del sistema, es decir, al acoplamiento de los granos tras la extracción parcial de la barra. Además, la fuerza registrada en las extracciones se encontró insignificante comparada con las anteriores descritas, atribuyendo esto a que durante la extracción solo se encontraba actuando

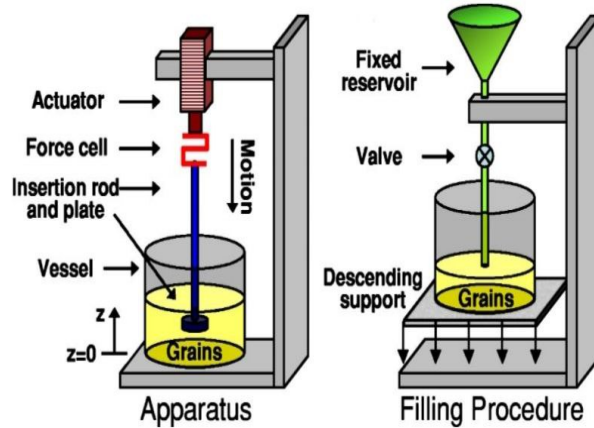


Figura 1.9: Esquema experimental. En la izquierda, actuador lineal con el plato en el extremo inferior, estando z_0 en el fondo del recipiente cilíndrico. En la derecha, método de preparación experimental, el soporte debajo del cilindro desciende conforme se llena el contenedor. (Imagen tomada de Local jamming via penetration of a granular medium, Physical Review E, 70(4)[9]).

silo de material granular y , al fondo del mismo, se observa que la fuerza aumenta abruptamente, siendo esto debido al efecto del fondo. Los distintos colores representan las distintas alturas que se emplearon, en las últimas tres no se llegó al fondo del recipiente debido a la longitud del actuador lineal.

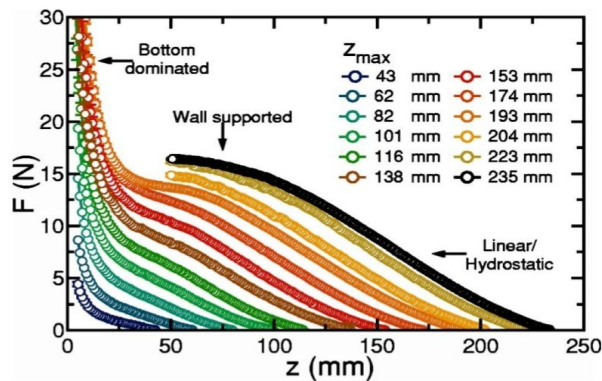


Figura 1.10: Fuerza de penetración en función de z , se observan los tres regímenes de fuerza en una penetración en un medio granular, en z_0 la fuerza incrementa debido al efecto del confinamiento inferior (Imagen tomada de Local jamming via penetration of a granular medium, Physical Review E, 70(4)[9]).

En la Fig. 1.11 se observa el efecto que tienen las paredes del contenedor en las mediciones. Para determinar esto se varía el diámetro del contenedor entre 54 y 213 mm, y se llevan a cabo penetraciones para una altura de 112 y 230 mm, y se nota que, tras cierto diámetro, los efectos de las paredes son despreciables.

Se concluyó entonces que el confinamiento tiene un efecto directo en la fuerza necesaria para que un intruso penetre un medio granular, pero que, bajo ciertas características del sistema, estos efectos son despreciables.

En 2008, Seguin, Bertho y Gondret[11] analizaron también los efectos del confinamiento, en particular la relación que existe entre el diámetro del recipiente y el del intruso para que los efectos

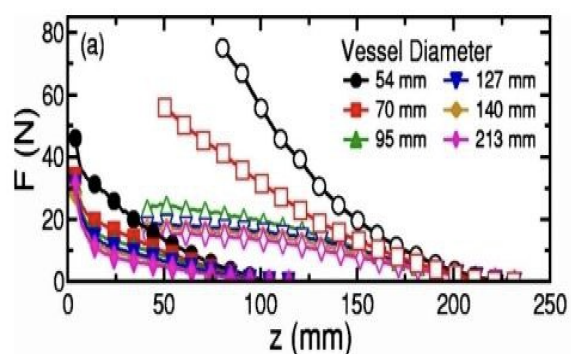


Figura 1.11: $F(z)$ para distintos diámetros de contenedor, con dos grupos de alturas de 112 (figuras cerradas) y 230mm (figuras abiertas). (Imagen tomada de Local jamming via penetration of a granular medium, Physical Review E, 70(4)[9]).

sean irrelevantes, así como la distancia que debe separa al intruso del fondo para inhibir también estos efectos.

Su sistema experimental consistió en dejar caer una esfera rígida en medio de un cilindro lleno de material granular (véase Fig. 1.12), en el cual el diámetro de los granos es de alrededor de $300 - 400 \mu\text{m}$, lo que es varias veces más pequeño que el diámetro de la esfera, pudiendo considerar el medio como uno continuo. La distancia a la que penetra el proyectil en el medio está representada por la letra δ , la distancia total, es decir, δ más la altura a la que se deja caer h se representa por H , mientras que el diámetro del intruso y del contenedor son representados por d y D respectivamente.

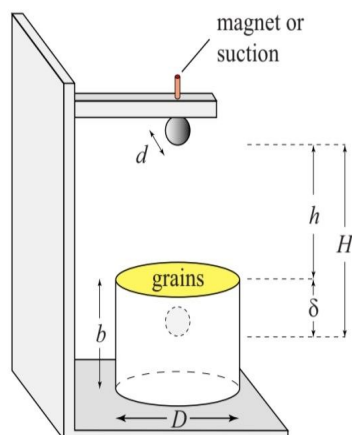


Figura 1.12: Esquema experimental (Imagen tomada de Influence of confinement on granular penetration by impact, Physical Review E, 78(1)[11])

En la Fig. 1.13 se presenta una gráfica en base logarítmica, se observa la profundidad de penetración normalizada por el diámetro del proyectil en función de la distancia total normalizada respecto al mismo factor. Esto va desde un diámetro $D = 24 \text{ mm}$ a uno de 190 mm . En los dos más grandes se puede observar que siguen el mismo camino, lo cual nos indica que a esos valores los efectos de los bordes son despreciables.

Después, se varió el grosor de la cama de material granular b (Fig. 1.14), el cual va desde 23 hasta 300 mm. Se observa ue el fondo también tiene un efecto en las mediciones (como es de esperarse), solo que su rango es mucho más corto que el del confinamiento lateral.

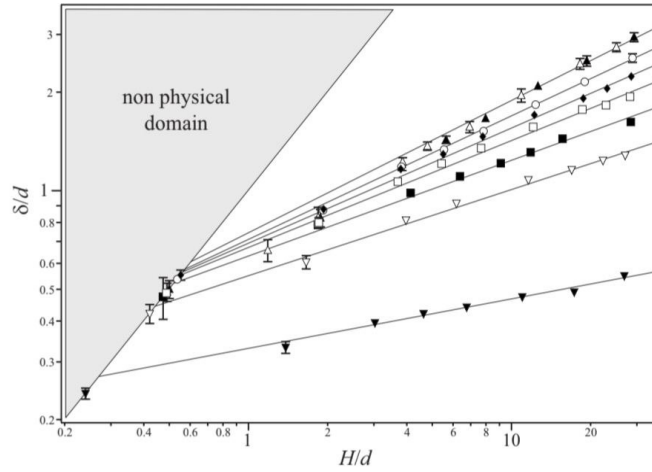


Figura 1.13: Profundidad de penetración normalizada δ/d como función de la distancia total normalizada H/d para distintos diámetros del contenedor, desde (\blacktriangledown) $D = 24mm$ hasta (\blacktriangle) $D = 128mm$ y (\triangle) $D = 190mm$ (Imagen tomada de Influence of confinement on granular penetration by impact, Physical Review E, 78(1)[11])

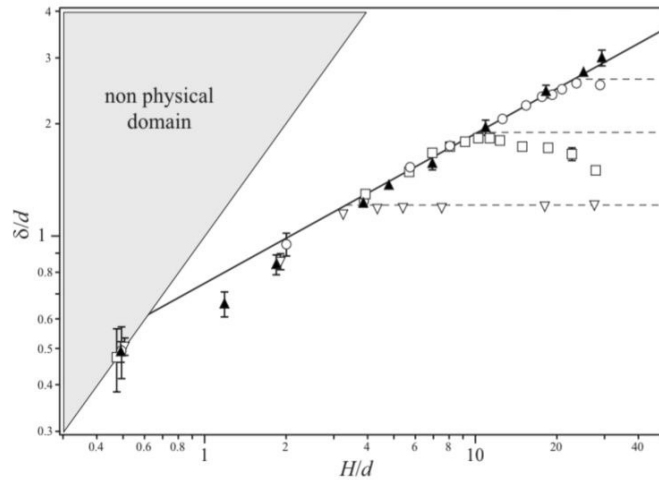


Figura 1.14: Profundidad de penetración normalizada δ/d en función de la distancia total normalizada H/d para distintos grosores de la cama granular b , desde (∇) $b/d = 1,2$ hasta (\blacktriangle) $b/d = 15,8$. (Imagen tomada de Influence of confinement on granular penetration by impact, Physical Review E, 78(1)[11])

Se concluyó que los efectos del fondo tienen un rango corto, el intruso es afectado únicamente cuando se encuentra a una distancia equivalente a algunos diámetros de granos del fondo; mientras que las paredes laterales tienen un rango mayor, para $D \lesssim 5d$ las paredes tienen una influencia en la penetración, para $D \gtrsim 5d$ su efecto es despreciable.

1.6. Relevancia del empaquetamiento en sistemas granulares.

El comportamiento de la materia granular ante los impactos o penetraciones depende de su factor de empaquetamiento. La fuerza de arrastre es significativamente afectada por dicho factor[2]. Se han hecho análisis que demuestran como cambia la fuerza experimentada por un intruso en un medio granular debido al factor de empaquetamiento.

En 2017, López Rodríguez y Pacheco Vázquez[8] analizaron los distintos regímenes de fuerza de fricción y las condiciones para la penetración infinita. De este estudio se obtuvo información de la dependencia de la fuerza de fricción con respecto al factor de empaquetamiento.

El experimento consistió en la penetración de esferas de distintos diámetros y masas a velocidad constante en un silo de $3m$ de altura, lleno de esferas de poliestireno expandido de $2mm$ de diámetro, con distinto empaquetamiento según el caso. El intruso en cuestión se encontraba conectado a un medidor de fuerza, que mostraba dicha cantidad en función de la profundidad de penetración (véase Imagen 1.15).

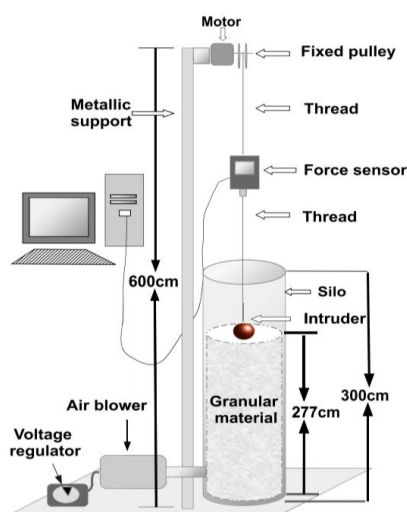


Figura 1.15: Diagrama del arreglo experimental (Imagen tomada de Infinite Penetration of a Projectile into a Granular Medium, Physical Review Letters, 106(21)[4])

En el artículo se analizan el comportamiento de los diferentes regímenes de fuerza, la penetración de intrusos de distintos tamaños y el efecto del empaquetamiento en el sistema, siendo este último caso el concerniente al presente trabajo.

Para esta parte del experimento se usó una esfera de $m = 600$ g y $d = 4,8$ cm, y el sistema se estableció con valores de empaquetamiento $0,566 \leq \phi \leq 0,603$. De la Imagen 1.16 se puede observar que, para $\phi \leq 0,589$, la esfera alcanza la zona de saturación, situada entre los 80 y los 230 cm aproximadamente, y penetra más en el material hasta detenerse cerca del fondo del silo, en donde, debido a los efectos del mismo, la fuerza crece exponencialmente. Cuando $\phi > 0,589$, solo se observa el régimen casi lineal, en el que la fuerza de resistencia crece rápidamente, y la esfera se detiene cuando su peso se encuentra equilibrado con una fuerza medida de 5,88 N. Esto nos dice que, conforme el factor de empaquetamiento aumenta, también lo hace la fuerza experimentada por el intruso, es decir, encuentra mayor dificultad en desplazar los granos del material para poder penetrar en el medio, siendo esta propiedad relevante al analizar el comportamiento de un sistema.

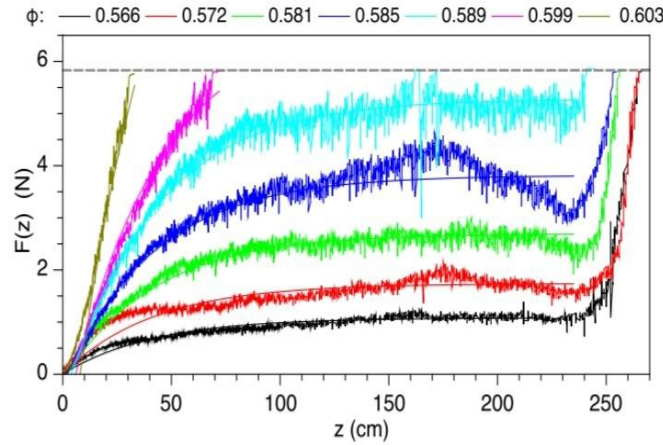


Figura 1.16: Fuerza en función de la profundidad de penetración para masa $m = 600g$ ($W = 5,88N$) y diámetro $d_b = 4,8cm$ con distintos empaquetamientos. (Imagen tomada de Infinite Penetration of a Projectile into a Granular Medium, Physical Review Letters, 106(21)[4])

1.7. Materia granular húmeda

Lo discutido hasta ahora ha involucrado el estudio de materiales granulares secos, en donde la principal fuerza actuando entre las partículas es la fricción. Además, la presencia del fluido intersticial, el aire, se desprecia. No obstante cuando se tiene presencia de tres fases en el sistema, los granos (sólido), algún líquido (agua por ejemplo) y gas (aire), se generan puentes capilares que inducen fuerzas de cohesión entre los granos y modifican la dinámica del sistema.

1.7.1. Fuerza de atracción entre dos partículas

Uno de los fenómenos más importantes es el de la fuerza de atracción entre dos esferas debido al líquido intersticial, la cual es la suma de la tensión superficial y la succión, y está dada por la expresión:

$$F_b = 2\pi r_2 \gamma + \pi r_2^2 \Delta P, \quad (1.12)$$

donde γ es la tensión superficial entre el líquido y el aire y $\Delta P = \gamma \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right]$ es la diferencia de presión en el cuello del menisco formado (Fig. 1.17). En la práctica, la simplificación del puente de líquido entre esferas idénticas no suele ser suficiente para describir la interacción entre partículas, aún así, es un hecho que la presencia de líquido provoca un efecto de succión y fuerzas de cohesión entre las partículas del material[13].

1.7.2. Ángulo de reposo en materia granular húmeda

El ángulo de reposo θ_r y el ángulo crítico θ_c son cantidades susceptibles a la cohesión, por lo que al tratar con materia granular húmeda estos cambian significativamente. Se ha encontrado que para este caso, el ángulo crítico depende del tiempo t , esta relación se ha propuesto como:

$$(\tan \theta_c - \tan \theta_0) \propto \log(t) / \cos \theta_c \quad (1.13)$$

donde θ_0 es una constante. También se encontró que la dependencia de θ_c respecto a t varía respecto a la humedad del sistema. La dependencia se ha analizado en base a la condensación capilar, que resulta de la presión del vapor de equilibrio en un espacio estrecho donde se permite una succión

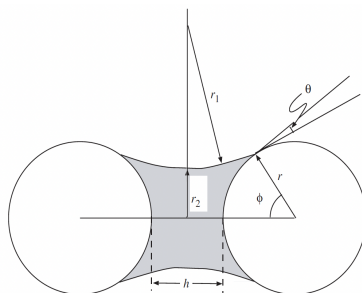


Figura 1.17: Representación de un puente capilar entre dos esferas idénticas. (Imagen extraída de Wet granular materials, Advances in Physics, 55:1-45[13])

distinta de cero, ΔP es menor que en el volumen total. Debido a este efecto el vapor se puede condensar para pequeñas presiones en espacios estrechos, como el punto en que las partículas están en contacto, que resulta en los puentes de líquido intersticial descritos en la subsección anterior. El ángulo crítico aumenta con la cohesión de estos puentes, lo que a la vez aumenta con el tiempo pues se crean más de estos. La relación que existe entre el ángulo de superficie y la cohesión no ha sido ampliamente estudiada.

El análisis que describe mejor este comportamiento es una adición a la ley de fricción de Coulomb, que en el caso de materia granular considera una presión normal ejercida por la cohesión de los granos p_w , lo que da como resultado una modificación en la ley de fricción de Coulomb (Ec. 1.2), quedando esta como:

$$\sigma_s \leq \mu_s(p + p_w), \quad (1.14)$$

este es llamado el criterio de Mohr-Coulomb, en donde se observa que para el caso en que la presión debido a la cohesión es cero, es decir, el caso de materia granular seca, la ecuación 1.14 se reduce a la ecuación 1.2[13].

1.7.3. Efecto del agua en la fuerza de arrastre

En 2019, Artoni, et. al.[12], estudiaron experimentalmente el efecto del agua en la fuerza de arrastre de un sistema de materia granular. El experimento consistió en un contenedor cilíndrico y brazos que se mueven circularmente dentro de este a diferente distancia desde el eje, con un sensor de fuerza instalado en uno de los brazos que fue modificado para que en su extremo tuviese una esfera de 10 cm de diámetro, suspendida a 5 cm del fondo del recipiente para evitar los efectos del confinamiento, todos los brazos se movieron a velocidad constante; usaron dos grupos de partículas denominadas TS y FS, de 690 y 250 μm respectivamente (véase Fig. 1.18). Se midió el momento de la esfera de prueba en función del porcentaje de agua en el sistema granular para distintas masas de material, de 600, 800 y 1,000 kg, graficado en la Fig. 1.19.

Comprobaron que la fuerza de arrastre era independiente de la velocidad. Además, encontraron que para los regímenes no saturados, la adición de agua produce un aumento en la resistencia del movimiento, lo cuál es atribuido a la cohesión generada por las fuerza capilares y la tensión superficial; así mismo se dice que con forme la cohesión incrementa, disminuye la fuerza de fricción entre cada partícula, debido a que el agua actúa como un lubricante, pero esa disminución en la fricción es menor, en términos de la fuerza de arrastre experimentada por el intruso, que el aumento debido a la cohesión, excepto cuando se llega al nivel de saturación y y el sistema se vuelve heterogéneo. Por último, observaron una dilatación en la cama de material granular debido a la presencia de líquido intersticial, el cuál separa los granos entre sí debido a los puentes capilares que se forman entre las partículas.

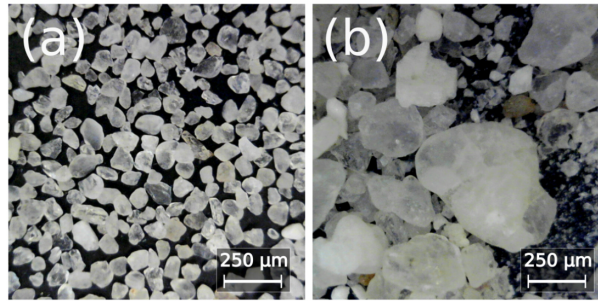


Figura 1.18: Grupos de arena usados en el experimento. FS (a) y TS (b), de 250 y 690 μm respectivamente. (Imagen tomada de Drag in wet granular materials, Powder Technology, 356: 231-239[12])

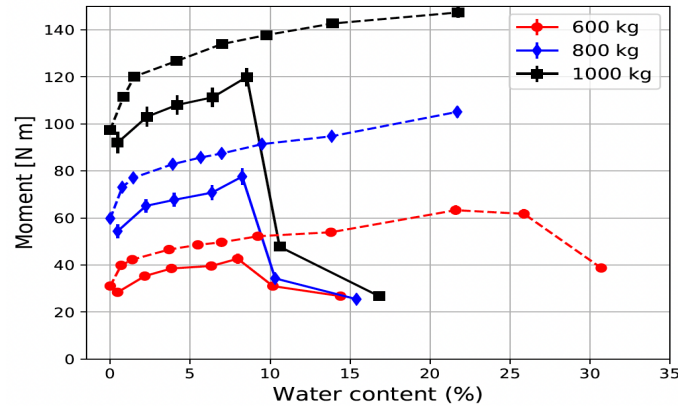


Figura 1.19: Momento promedio registrado como función del porcentaje promedio de agua para FS (líneas punteadas) y TS (líneas continuas) para una velocidad de prueba de 0.68 m/s. (Imagen tomada de Drag in wet granular materials, Powder Technology, 356: 231-239[12])

1.7.4. Puentes capilares

Los puentes capilares son fuerzas de cohesión que se generan entre partículas de materia granular debido a la presencia de fluidos intersticiales[1]. Estos puentes juegan un papel fundamental en el comportamiento y la estabilidad de los sistemas granulares, así como en diversas aplicaciones prácticas. Los puentes capilares se generan debido a la tensión superficial de los fluidos intersticiales presentes entre las partículas granulares. Cuando las partículas están lo suficientemente cerca, la tensión superficial del fluido causa una atracción entre ellas, formando estos puentes capilares, los cuales pueden ser temporales o permanentes, dependiendo de la naturaleza de los fluidos y de las características de las partículas.

Los puentes capilares tienen varias características que influyen en el comportamiento de los materiales granulares. En primer lugar, los puentes capilares aumentan la cohesión entre las partículas, lo que resulta en una mayor resistencia al corte y una mayor estabilidad del material. Además, los puentes capilares también afectan la permeabilidad del material, ya que pueden actuar como barreras para el flujo de fluidos a través del sistema granular. Según el porcentaje de humedad presente en el sistema granular, se puede clasificar en diferentes regímenes, los cuales se presentan en la Tabla 1.1.

El régimen seco se refiere a un estado en el cual las partículas sólidas no están en contacto directo con un fluido intersticial, como el agua. En este estado, el material granular se comporta como un sólido seco, donde las fuerzas de cohesión son principalmente el resultado de la fricción

CONCEPTOS FUNDAMENTALES Y ANTECEDENTES

1.7 Materia granular húmeda






Régimen	% Líquido Intersticial	Distribución	Representación gráfica
Seco	$\%W = 0$	No hay fuerzas cohesivas	
Pendular	$0 \lesssim \%W \lesssim 30$	Puentes capilares no conectados entre sí	
Funicular	$30 \lesssim \%W \lesssim 90$	Puentes capilares conectados entre sí	
Saturado	$90 \lesssim \%W \lesssim 100$	Casi saturado con succión del líquido	
Sobresaturado	$100 < \%W$	No hay fuerzas cohesivas	

Tabla 1.1: Regímenes de humedad en sistemas de materia granular.

entre las partículas.

El régimen pendular se refiere a un estado en el cual las partículas sólidas están unidas por puentes capilares formados por la tensión superficial de un fluido intersticial, como el agua. En este estado, el material granular exhibe un comportamiento caracterizado por la formación y rotura de estos puentes capilares, los cuales son el resultado de la atracción capilar entre las partículas y el fluido intersticial presente en los espacios intergranulares. El régimen pendular es particularmente relevante en materiales granulares con una distribución de tamaño de partícula amplia, donde los espacios intergranulares son lo suficientemente estrechos para permitir la formación de puentes capilares.

En el régimen funicular los espacios intergranulares están casi llenos del fluido intersticial. En este estado, las partículas granulares están suspendidas y soportadas por la tensión superficial del fluido, el cual forma una red coherente alrededor de las partículas, creando una fuerza de succión que las mantiene unidas y evita su separación. Este fenómeno se debe a la tensión superficial del fluido, que actúa como una fuerza de atracción entre las partículas y el agua. El régimen funicular es particularmente relevante en materiales granulares finos o con una distribución de tamaño de partícula estrecha.

En el régimen saturado los espacios intergranulares están completamente llenos de un fluido intersticial, como el agua, de manera que no hay presencia de aire. En este estado, todas las partículas granulares están completamente rodeadas por el fluido y no hay espacio vacío entre ellas, este ejerce presión hidrostática sobre las partículas y puede influir en su comportamiento mecánico. La presencia del fluido intersticial puede aumentar la cohesión entre las partículas, reducir la fricción y afectar la capacidad de transporte y compactación del material granular.

Por último, el régimen sobresaturado se refiere a un estado en el cual el fluido intersticial está presente en exceso, más allá de su capacidad de llenar los espacios intergranulares. En este estado, el fluido intersticial puede tener una presión mayor a la presión hidrostática esperada para ese nivel de saturación. El régimen sobresaturado puede ocurrir debido a fenómenos como la infiltración rápida de agua en un material granular o la aplicación de una presión externa sobre el material. Este estado puede conducir a la disminución de la resistencia y la estabilidad del material granular, ya que el exceso de fluido puede reducir la cohesión entre las partículas y provocar la pérdida de fuerza de fricción interna.

Capítulo 2

EXPERIMENTOS DE REINTRUSIÓN EN SISTEMAS GRANULARES SECOS, SUMERGIDOS Y HÚMEDOS

Como vimos en el capítulo anterior, la fuerza de arrastre que opone un medio granular al ser penetrado ha sido estudiada de manera sistemática para intrusos esféricos y barras, incluso se ha considerado ya el caso de la reintrusión de barras en medios granulares secos a velocidad constante. Muy recientemente se ha considerado el arrastre de objetos desplazándose en medios granulares húmedos[12]. No obstante, los trabajos existentes no permiten una comparación directa de resultados, ya que cada estudio considera protocolos de investigación muy distintos entre sí. Por ello, en esta tesis, el objetivo principal es estudiar usando el mismo protocolo de medición la reintrusión de barras en medios granulares en los tres escenarios: seco, sumergido y húmedo, y comparar las dinámicas observadas. En este capítulo, describimos las técnicas experimentales usadas para dicho estudio, y en los capítulos posteriores describimos los resultados obtenidos para cada escenario en particular, comparando finalmente los resultados obtenidos.

2.1. Protocolo experimental

El experimento consistió en penetraciones y extracciones sucesivas de una barra cilíndrica en un medio granular en tres distintas configuraciones de sistema: seco, sumergido y húmedo o parcialmente saturado. Como medio granular usamos microesferas de vidrio de tamaño polidisperso de entre 200 y 500 μm , con una densidad de $\rho_g = 2,6 \text{ g/cm}^3$, y como líquido intersticial para el caso húmedo y sumergido se usó agua pura (densidad $\rho_l = 1 \text{ g/cm}^3$). Para la preparación del lecho granular, en los tres casos (véase Fig. 2.1) se utilizaron tres contenedores: un contenedor cilíndrico principal de acrílico con una altura $h_{C_P} = 26 \text{ cm}$ y diámetro $D_{C_P} = 15 \text{ cm}$; un contenedor auxiliar de PVC con una altura $h_{C_A} = 76 \text{ cm}$ y diámetro $D_{C_A} = 10 \text{ cm}$; y una pecera de vidrio en donde se preparó todo el sistema, con medidas $27 \times 37 \times 50 \text{ cm}$. Para llevar a cabo las reinsertiones se usó un actuador lineal con una velocidad y fuerza de empuje máxima de 5,7 mm/s y 1500 N a 12 V DC y una longitud máxima de desplazamiento vertical de 250 mm; la resistencia a la penetración se midió con un sensor de fuerza OMEGA Mark-10 Model DFG35-5 con una capacidad máxima de 25 N y una resolución de $\pm 0,01 \text{ N}$, el cual fue ajustado en el extremo inferior del brazo mecánico; y una barra sólida de madera con un diámetro de $6,55 \pm 0,01 \text{ mm}$ medido en seco, con un extremo inferior maquinado en forma de cono con un ángulo de aproximadamente 20° y longitud efectiva

EXPERIMENTOS DE REINTRUSIÓN EN SISTEMAS GRANULARES SECOS, SUMERGIDOS Y HÚMEDOS

2.2 Preparación del sistema en seco

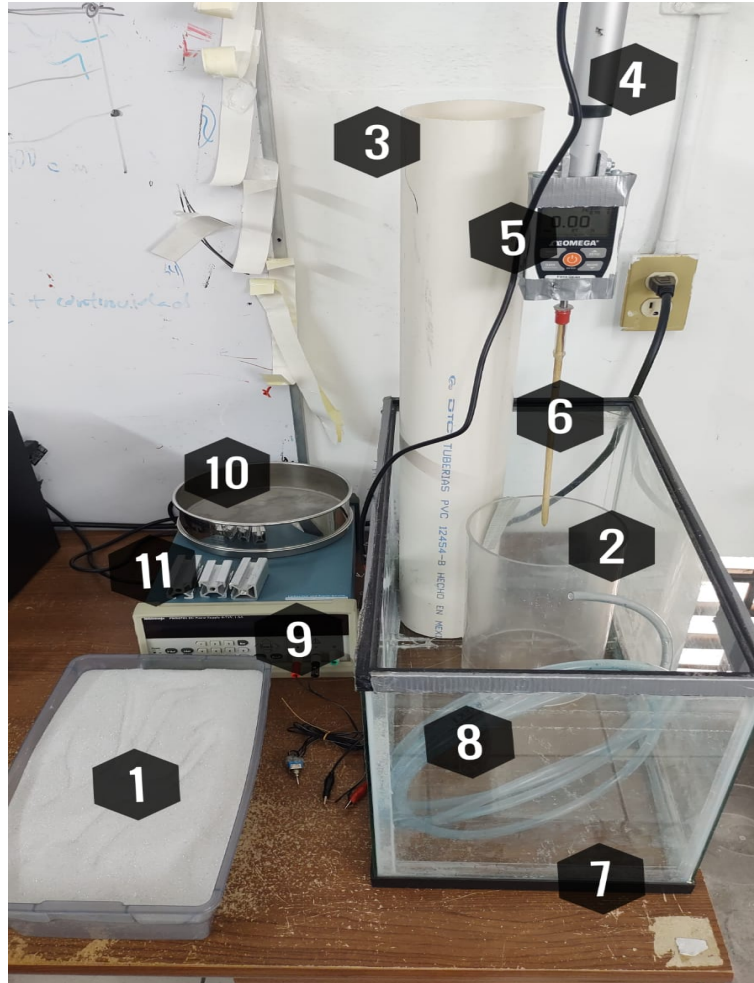


Figura 2.1: Elementos usados para los arreglos experimentales: 1. Materia granular; 2. Contenedor principal; 3. Contenedor auxiliar; 4. Actuador lineal; 5. Sensor de fuerza; 6. Barra de madera; 7. Pecera; 8. Manguera; 9. Fuente de poder; 10. Tamiz; 11. Base metálica.

de 20 cm, la cual fue colocada en dicho medidor, esta fue elegida para poder dejar una distancia mínima de 5 cm al fondo del contenedor y tener un diámetro más de 10 veces menor al del mismo, pudiendo despreciar así los efectos del fondo del recipiente y del confinamiento lateral[1][2].

La velocidad de intrusión de las barras fue de $0,613 \pm 0,008$ mm/s y la de extracción fue de $0,627 \pm 0,005$ mm/s, obtenidas a una potencia de 2 V, configurada esta en una fuente de poder Tektronix PWS2721 DC 0-72V 1.5 A. Es importante recalcar que se eligieron estas velocidades para mantener el experimento en un régimen cuasiestático, pudiendo así despreciar el arrastre inercial en los análisis de resultados. La recolección de datos se llevó a cabo usando el software MESUR Lite, con una frecuencia de 10 mediciones por segundo.

2.2. Preparación del sistema en seco

El cilindro auxiliar de menor diámetro se colocó dentro del de mayor diámetro de manera coaxial. Luego, se vertió todo el material granular dentro del primero, tras esto, se procedió a retirar el contenedor auxiliar, vertiendo así el material dentro del contenedor principal hasta acabar des-

EXPERIMENTOS DE REINTRUSIÓN EN SISTEMAS GRANULARES SECOS, SUMERGIDOS Y HÚMEDOS

2.2 Preparación del sistema en seco

bordándolo. Se usó una regla para eliminar el excedente de material al deslizarla sobre el recipiente principal y tirarlo por el borde, obteniendo así una superficie libre plana a la altura exacta del recipiente. Usando este protocolo se logró obtener un empaquetamiento reproducible.

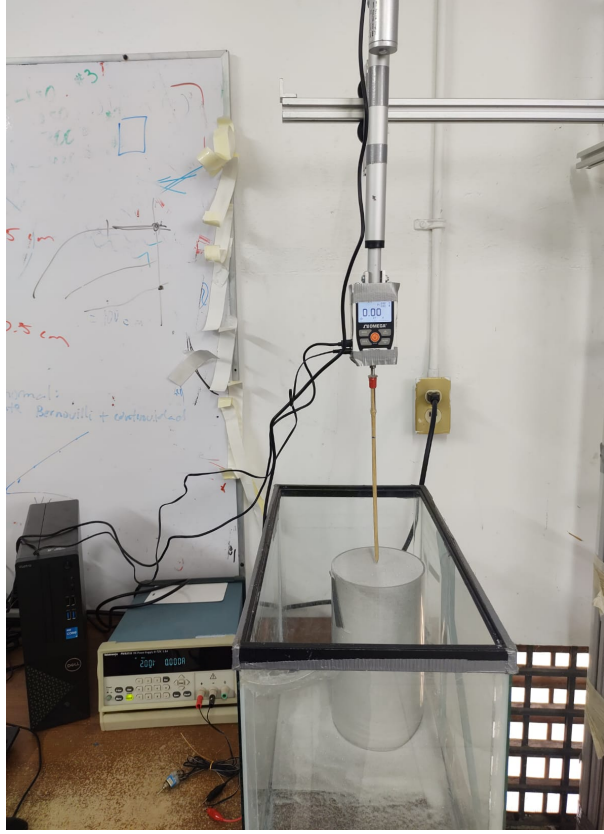


Figura 2.2: Preparación del sistema experimental para el caso en seco. Se llevaron a cabo diez intrusiones y extracciones seguidas para cada una de las tres preparaciones.

Para calcular el empaquetamiento del sistema se consideró que el volumen del recipiente principal era $V = 1040$ ml, el cual fue llenado en su totalidad con una masa de 1,804 kg del material granular. Entonces, se calculó la densidad aparente:

$$\rho_{ap} = \frac{m}{V} = \frac{1804g}{1040cm^3} = 1,73g/cm^3$$

Luego, el resultado obtenido se dividió sobre la densidad real conocida del material del granular, lo cual nos dio el empaquetamiento del sistema:

$$\phi = \frac{\rho_{ap}}{\rho_{re}} = \frac{1,73g/cm^3}{2,60g/cm^3} \approx 0,67 \quad (2.1)$$

Una vez preparado el lecho granular, se procedió a la intrusión controlada de la barra. Para ello, el brazo mecánico (actuador lineal-sensor-barra) fue colocado verticalmente alineado con el centro del contenedor de acrílico, de modo que la punta cónica de la barra quedase al nivel de la superficie libre del medio granular (véase Fig. 2.2). Posteriormente, se encendió la fuente de poder para comenzar la primera intrusión y al mismo tiempo se comenzaron a registrar los datos de la fuerza opuesta a la penetración medida por el sensor durante el descenso de la barra a través del medio granular. Al llegar a la profundidad de 20 cm se apagó la fuente y se detuvo el registro de

EXPERIMENTOS DE REINTRUSIÓN EN SISTEMAS GRANULARES SECOS, SUMERGIDOS Y HÚMEDOS

2.3 Preparación del sistema sumergido

datos sincronizadamente, estos últimos se exportaron a una base de datos. Tras esto, se invirtió la polaridad de la fuente de poder para que, en lugar de la penetración, tuviese lugar la extracción de la barra. Se encendió la fuente de poder y de manera sincronizada se reinició el registro de datos del sensor de fuerza, al extraer toda la barra se detuvo el registro y se apagó la fuente de poder, los datos fueron nuevamente exportados. Se repitió este proceso diez veces (sin modificar la cama granular), siendo $N = 1 - 10$ el número de reintrusiones y extracciones llevadas a cabo en el caso del sistema granular en seco.

2.3. Preparación del sistema sumergido

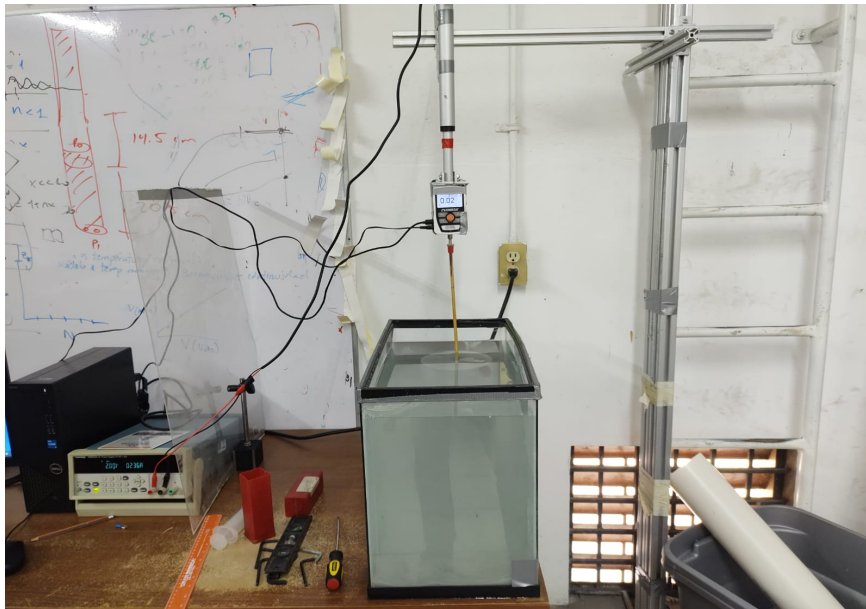


Figura 2.3: Preparación del sistema experimental para el caso sumergido. Se llevaron a cabo diez intrusiones y extracciones seguidas para cada una de las tres preparaciones.

La pecera se llenó de agua y posteriormente se vertió con cautela el material granular seco en el agua para evitar burbujas de aire. Luego, se colocó el contenedor principal dentro de la pecera, y se aumentó el nivel de agua hasta una altura de 4 cm por encima del borde superior del contenedor de acrílico. Después, el tubo de PVC se colocó coaxialmente como en el caso seco. Con un recipiente cualquiera se tomó arena del fondo y se vertió, junto con el agua tomada en el proceso, dentro del contenedor de PVC, este proceso se hizo auxiliándose con una jeringa llena de agua, la cual era expulsada contra la arena dentro del recipiente usado para verterla, evitando así la formación de burbujas de aire y logrando que el material no quedara unido a las paredes del mismo. Una vez que todo el material estuvo dentro del PVC, este se retiró, llenando así el contenedor principal hasta desbordarlo. Se usó una regla para retirar el excedente de material y obtener una superficie libre plana. Este procedimiento asegura obtener un factor de empaquetamiento muy cercano al que se obtuvo en el caso seco. Nuevamente se colocó el brazo mecánico como en el caso seco (ver Fig. 2.3), se encendió la fuente de poder para comenzar el descenso de la barra y al mismo tiempo que se inició el registro de datos con el sensor, siguiéndose el mismo procedimiento para obtención de datos durante las 10 penetraciones/extracciones sucesivas, tal como se hizo para el caso seco. Esto nos permitirá poder comparar los resultados obtenidos para el caso seco y totalmente sumergido.

2.4. Preparación del sistema húmedo: Caso 1.

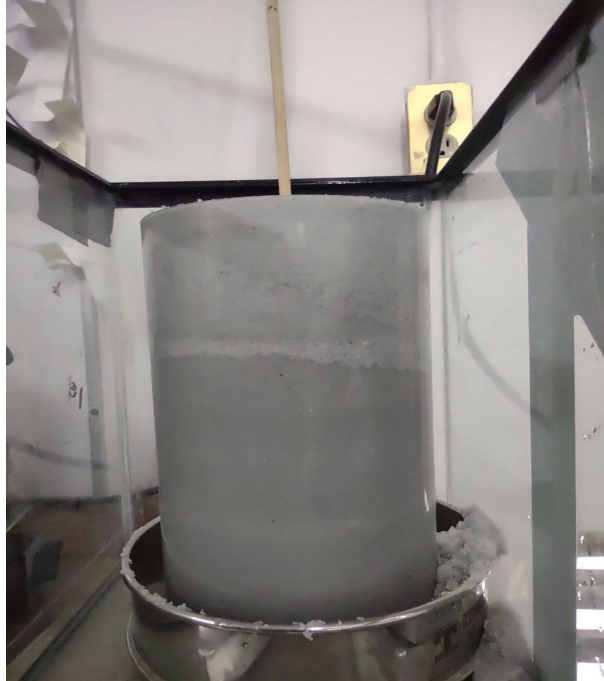


Figura 2.4: Preparación del sistema experimental para el caso húmedo o parcialmente saturado (Caso 1). Se llevaron a cabo diez intrusiones y extracciones seguidas para cada una de las tres preparaciones.

Para este sistema se usó, además de todo lo empleado con anterioridad, una base de metal de 2,5 cm de altura; un tamiz de un diámetro de orificio de $150 \mu\text{m}$, el cuál es menor al diámetro más pequeño de las partículas de vidrio; y una manguera de 7,42 mm de diámetro. Se colocó el material granular dentro de la pecera, al igual que el contenedor transparente, sin embargo, este último fue puesto sobre la base de metal, situándose en medio de estos el tamiz, con el fin de que, al terminar la preparación del sistema, se pudiese extraer el agua de la pecera sin alterar el material granular. La pecera se llenó de agua hasta una altura de 4 cm por encima del borde superior del contenedor principal, posteriormente se colocó el tubo de PVC dentro del mismo y, de la misma manera que en el caso sumergido, se usó un recipiente cualquiera para verter el material dentro, auxiliando el proceso con la jeringa, una vez hecho esto se retiró el tubo de PVC, vertiendo así el material en el contenedor principal hasta desbordarlo. Después se procedió a usar la manguera para drenar toda el agua del sistema, proceso que tomó 18 minutos en promedio, consiguiendo así que el proceso sea lento y el agua dentro de la arena pueda filtrarse lo más posible a través de la misma. Tras esto, usando una regla se eliminó el excedente de material, obteniendo así una superficie libre plana en el recipiente principal. El brazo mecánico fue colocado verticalmente sobre el contenedor principal, de modo que la punta inferior de la barra de madera quedase al nivel de la superficie libre (véase Fig. 2.4.). Se llevaron a cabo diez intrusiones y extracciones en cada una de las preparaciones del sistema, para cada uno de los tres arreglos experimentales, siguiendo el mismo método que el descrito para el caso en seco y sumergido.

2.5. Preparación del sistema húmedo: Caso 2.

Tras finalizar las mediciones para el caso húmedo según el protocolo experimental establecido, se procedió a secar la arena por medio de exposición al sol durante algunas horas, antes de que se secara por completo, se llevó a cabo un experimento para analizar los cambios que pudiese haber al reducir el porcentaje de humedad en la misma.



Figura 2.5: Preparación del sistema experimental para el caso húmedo o parcialmente saturado (Caso 2). Se llevaron a cabo cinco intrusiones y extracciones seguidas para una preparación.

Se colocó el recipiente principal en el general y se vertió la materia granular directamente en el mismo hasta desbordarlo. El excedente de material fue retirado con una regla metálica. En este método de preparación, el medio granular no queda distribuido homogéneamente, como se observa en la Fig. 2.5. No obstante, la humedad relativa del material es aproximadamente la misma en todos los puntos dentro de la cama granular. Para medir la fuerza, se procedió al mismo protocolo usando el brazo mecánico como en los casos anteriores.

2.5.1. Cálculo del porcentaje de humedad en el Caso 2.

En el segundo caso del sistema parcialmente saturado, se pudo calcular, debido a la uniformidad lograda en el material, el porcentaje de humedad presente en el mismo. Para esto se llenó en su totalidad un recipiente de 1,180 ml con el material húmedo. Se pesó con el sensor de fuerza usado en el experimento, restando el peso en seco del recipiente, y se encontró un valor W_T de 20,72 N, equivalente a 2,114 kg. Después, el material granular se expuso nuevamente al sol para ser secado en su totalidad.

Tras varias horas, ya con el material completamente seco, se procedió a pesarlo nuevamente, restando el peso del recipiente, y se obtuvo un valor de 17,68 N, equivalente a 1,804 kg. Debido a que el agua fue evaporada, el nivel al que llegó el material en el recipiente disminuyó. Después, se trazó una línea alrededor de la circunferencia del recipiente, a la altura a la que llegaba el material,

EXPERIMENTOS DE REINTRUSIÓN EN SISTEMAS GRANULARES SECOS, SUMERGIDOS Y HÚMEDOS

2.5 Preparación del sistema húmedo: Caso 2.

mismo que se vertió en otro recipiente.

El volumen se calculó llenando con agua el recipiente marcado hasta la altura de dicha marca. Para tener un control de la cantidad de agua utilizada, se utilizaron vasos de precipitado de 400, 100 y 40 ml. Se obtuvo un volumen V_s de 1040 ml.

Se procedió a calcular la masa de agua que hubo en un principio, así como su volumen:

$$m_a = m_T - m_s = 0,312kg = 312g$$

$$V_a = \frac{312g}{1g/cm^3} = 312cm^3,$$

luego, se calculó el volumen de los granos de material, es decir, el volumen encontrado tras secarlo, menos el volumen ocupado por el aire entre cada grano, esto usando el empaquetamiento encontrado en la Ecuación 2.1.

$$V_g = \phi V_s = (0,67)(1040ml) = 696,8cm^3,$$

este fue usado para encontrar el volumen intersticial del sistema.

$$V_{int} = V_T - V_g = 1180cm^3 - 696,8cm^3 = 483,2cm^3,$$

con esto, se calculó finamente el porcentaje de humedad $\%W$, dando un valor de 0,645.

$$\%W = \frac{V_a}{V_{int}} = \frac{312cm^3}{483,2cm^3} = 0,645 \quad (2.2)$$

Este porcentaje de líquido contenido corresponde al régimen funicular, como se discutió en el capítulo 1.

Capítulo 3

SISTEMA GRANULAR SECO

En este capítulo se presentan los resultados experimentales arrojados para el sistema granular en seco. Así mismo, estos son analizados para posteriormente hacer las comparaciones pertinentes entre los casos expuestos.

3.1. Resultados experimentales.

Al realizar las diez intrusiones y extracciones en el caso seco, se procedió a graficar la fuerza F opuesta por el medio granular a la penetración de la barra en función de la posición z de la punta de la barra durante la penetración o extracción, obteniendo los resultados de la Figura 3.1.

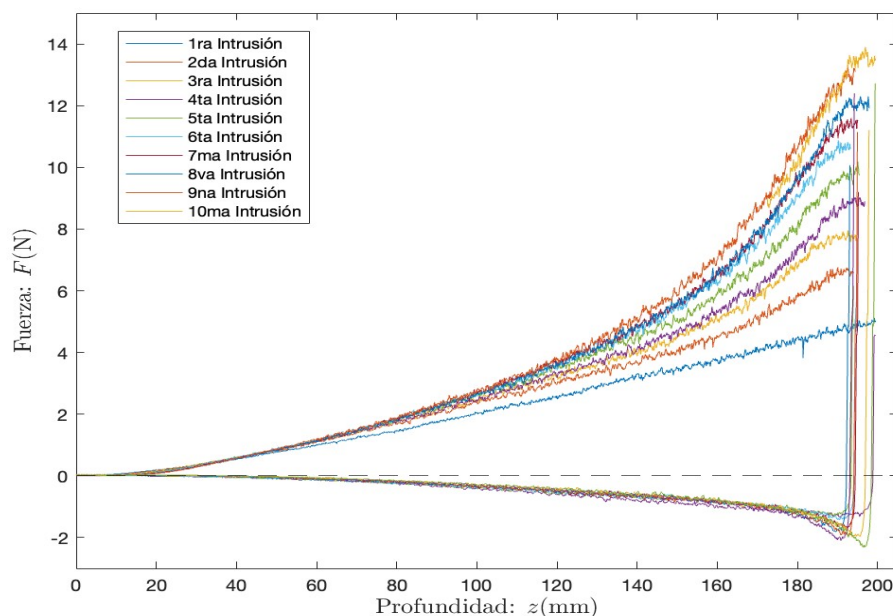


Figura 3.1: Fuerza opuesta por el medio granular al desplazamiento de la barra durante su penetración y extracción, durante diez procesos de medición consecutivos, para el sistema en seco.

La primera intrusión tuvo un comportamiento aparentemente lineal desde la superficie libre

hasta la profundidad de 200 mm, alcanzando un valor promedio máximo $F_{max}^{N=1} \approx 4,86$ N, y su correspondiente extracción experimentó una disminución abrupta de la fuerza medida, cayendo desde la fuerza máxima hasta aproximadamente $F = -2$ N. Note que la fuerza de resistencia se opone al desplazamiento de la barra y apunta verticalmente hacia arriba durante la penetración, siendo los valores positivos; durante la extracción, se dirige verticalmente hacia abajo por lo que se registran valores negativos. Durante la extracción de la barra, la fuerza registrada se fue acercando gradualmente a 0 conforme alcanza la superficie libre del material granular. Las siguientes intrusiones tuvieron una dependencia no-lineal con la profundidad, ya que conforme esta aumentaba, la fuerza medida incrementó con una mayor rapidez, alcanzando valores más grandes conforme aumentaba el número de penetraciones. En contraste, en las extracciones sucesivas solo se observaron pequeñas fluctuaciones respecto a la primera extracción, siendo los datos muy parecidos. Estos comportamientos fueron los mismos observados durante tres repeticiones del experimentos.

Podemos notar en la Fig.3.1 que todas las extracciones cuentan con un comportamiento parecido, y la primera es indistinguible de las siguientes. Este comportamiento se puede explicar debido a que la única fuerza actuando en las extracciones es la de fricción en el lateral de la barra, y en cada una de ellas se mantiene el mismo coeficiente de fricción y la misma velocidad. Analizando las intrusiones, podemos observar que la fuerza requerida para llegar a la misma profundidad aumenta con el número de reintrusión N . Lo cual se pudiese adjudicar a que en cada penetración la arena que está por debajo del nivel de la punta cónica de la barra se comprime por el empuje de esta, así mismo, durante la extracción, la arena va ocupando el lugar hueco dejado por la barra, teniendo así que comprimir más material en cada una de las siguientes penetraciones. La fuerza de fricción también está presente en la medición, sin embargo, al observar el comportamiento de las gráficas para las extracciones (véase Fig.3.1) y lo expuesto anteriormente, se puede notar que el aporte de dicha fuerza es minúsculo en comparación al de la fuerza normal ejercida por el material granular. En conclusión, la fuerza actuando sobre la barra es debido al material oponiéndose a ser comprimido por el empuje de la misma.

3.2. Modelo logarítmico para la penetración.

Como ya se discutió, la primera intrusión sigue un comportamiento lineal. Para las reintrusiones, debido al comportamiento aparentemente exponencial de F vs z , se procedió a graficar haciendo un ajuste logarítmico en ambos ejes coordenados, obteniéndose los resultados presentados en la Figura 3.2

Al analizar cualitativamente las curvas de las reintrusiones, se observó un punto de inflexión en donde cambia el comportamiento de las mismas. Anterior a dicho punto se observa un comportamiento logarítmico en la curva, y tras este, uno con tendencia exponencial. Debido a esto, se modeló la Ecuación 3.1, de modo que tuviese ambos tipos de expresiones para que pudiese describir el comportamiento de las curvas obtenidas.

$$F = a \exp \frac{z}{\lambda_s} + b \log \frac{z}{z_0}, \quad (3.1)$$

donde z es la profundidad de incursión de la barra; z_0 una constante para controlar el comportamiento del logaritmo, con un valor de 2,3, elegido este por ser un valor cercano al máximo registrado en la Figura 3.2; y a , λ_1 y b son parámetros obtenidos mediante el uso de Matlab, variando para cada una de las penetraciones, siendo los valores de los mismos los presentados en la Tabla 3.1

Tras obtener los ajustes para la Fig. 3.2, se procedió a comparar tanto el primer como el noveno de estos con las gráficas obtenidas experimentalmente (véase Fig. 3.3). Se puede observar que, si bien ambas tienen un ajuste bastante aproximado, la novena tiene una variación mayor a la primera penetración, lo cual es esperado dado el comportamiento casi lineal de esta última.

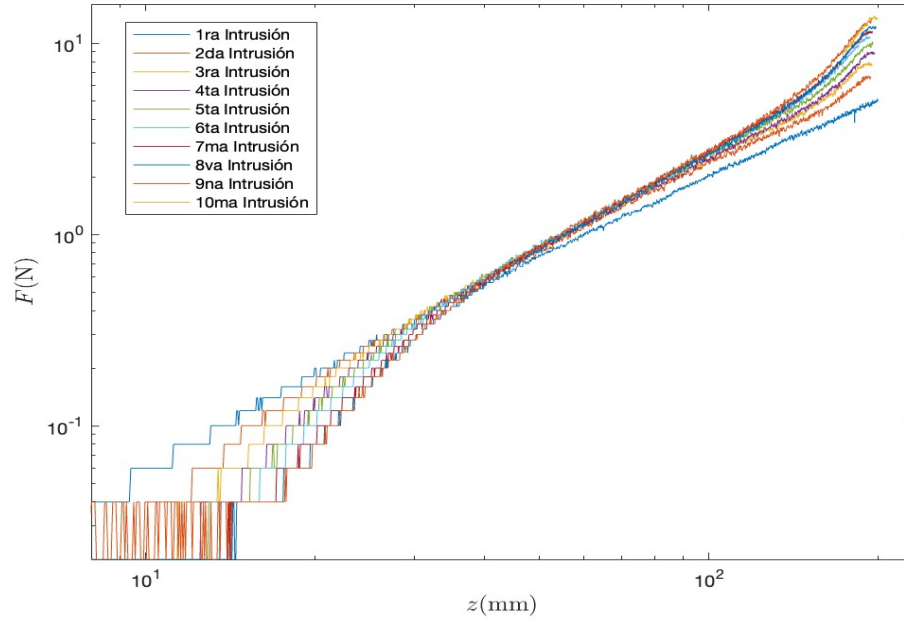


Figura 3.2: Sucesivas reintrusiones y extracciones llevadas a cabo en el sistema granular en seco, graficando la fuerza medida en función de la profundidad de penetración con un arreglo logarítmico.

N	a	λ_s	b
1	0.084	1.08	1.74
2	0.24	1.95	2.23
3	0.47	3.89	2.65
4	0.34	2.41	2.6
5	0.33	2.21	2.65
6	0.29	1.93	2.67
7	0.31	1.98	2.8
8	0.27	1.76	2.8
9	0.16	1.24	2.40

Tabla 3.1: Valores de los parámetros de la ecuación 3.1 para cada una de las penetraciones del sistema granular en seco. Los datos se muestran para $N = 9$ intrusiones sucesivas.

3.3. Fuerza máxima en función del número de reintrusiones.

Posteriormente, se registró en la Tabla 3.2 la fuerza máxima alcanzada al final de cada penetración en función del número de reintrusiones, lo cual se graficó en la Figura 3.4.

El comportamiento no lineal observado en la Fig. 3.4 sugiere una dependencia tipo ley de potencias de la forma $F_{max} = aN^b$, por lo que se modeló una ecuación de este tipo con el fin de encontrar el valor del exponente que rige el comportamiento de la misma, así como su coeficiente. Mediante el uso de Matlab, se encontró que la ecuación en cuestión que modela el comportamiento de la gráfica es:

$$F_{max} = 4,72N^{0,47}, \tag{3.2}$$

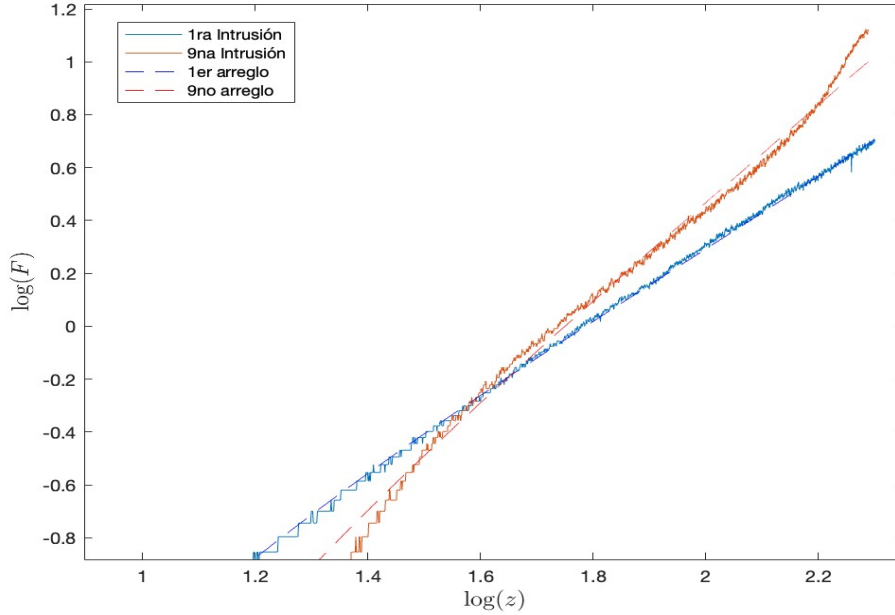


Figura 3.3: Primera y novena penetración del sistema en seco con arreglo logarítmico, comparadas estas con el ajuste dado por la Ecuación 3.1.

N	F_{max} (N)
1	4.86
2	6.33
3	8.10
4	9.11
5	10.37
6	11.04
7	12.05
8	12.52
9	13.62
10	14.20

Tabla 3.2: Fuerza máxima en función de N en el sistema granular seco.

siendo N el número de penetración, con un error en el exponente del $\pm 5\%$. Al tener en cuenta este margen de error se pudo notar que el comportamiento de la relación de la fuerza máxima en función del número de reintrusiones sigue la forma de una raíz cuadrática. Es importante también resaltar que el coeficiente de la misma es el valor de la fuerza máxima registrada para la primera penetración, por lo que la Ecuación 3.2 se puede reescribir como:

$$F_{max}^N \approx \sqrt{N} F_{max}^{N=1} \tag{3.3}$$

Vemos que la fuerza necesaria para llegar a cierta profundidad dependerá de la fuerza experimentada en la primera penetración, y este valor depende de aspectos tales como el diámetro y material de la barra empleada y el empaquetamiento de la arena, debido a que la fuerza normal aumentará conforme se aumente el área de contacto y el empaquetamiento de la arena sea mayor,

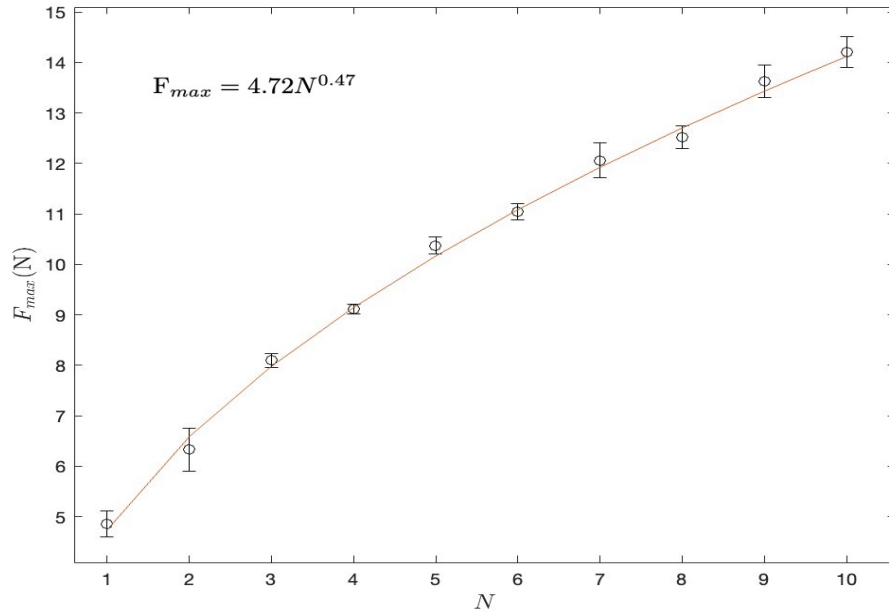


Figura 3.4: Fuerza máxima en relación al número de intrusiones para el sistema granular en seco.

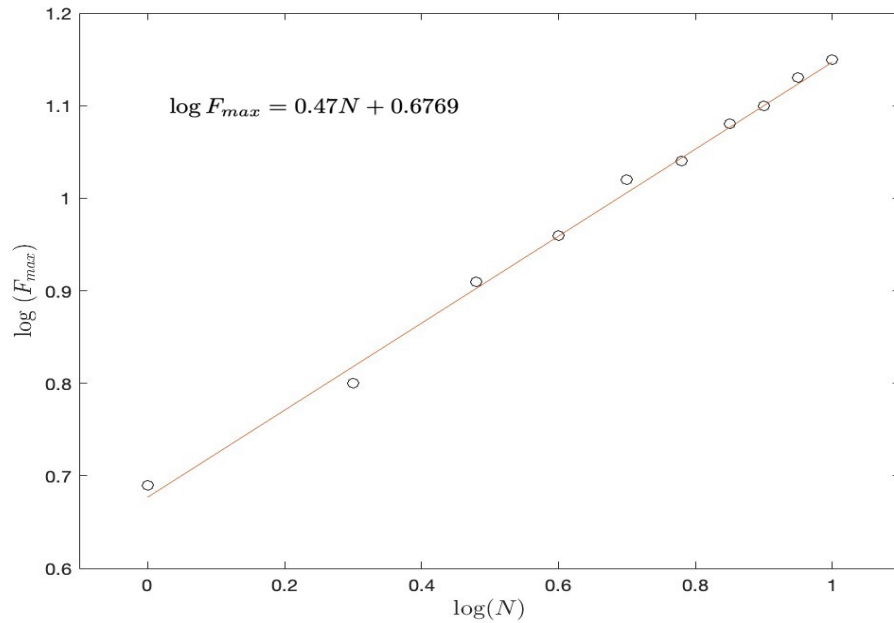


Figura 3.5: Gráfica Log-log de la fuerza máxima de penetración en relación al número de intrusiones para el sistema granular en seco.

y la fricción cambiará según la rugosidad de los materiales empleados. También se elaboró la gráfica de la fuerza máxima en función del número de intrusión, con un

ajuste logarítmico en ambos ejes coordenados, presentado esto en la Figura 3.5, con el fin de observar el comportamiento de la misma y comprobar que se trata de una ley de potencias, así como obtener una ecuación equivalente a la Ecuación 3.2, pero en forma lineal.

Capítulo 4

SISTEMA GRANULAR SUMERGIDO

4.1. Resultados experimentales.

Tras realizar las mediciones experimentales siguiendo el protocolo descrito con anterioridad para el caso del sistema sumergido, se procedió a graficar la fuerza opuesta por el medio granular en función de la profundidad de penetración o extracción, obteniendo los resultados de la Figura 4.1.

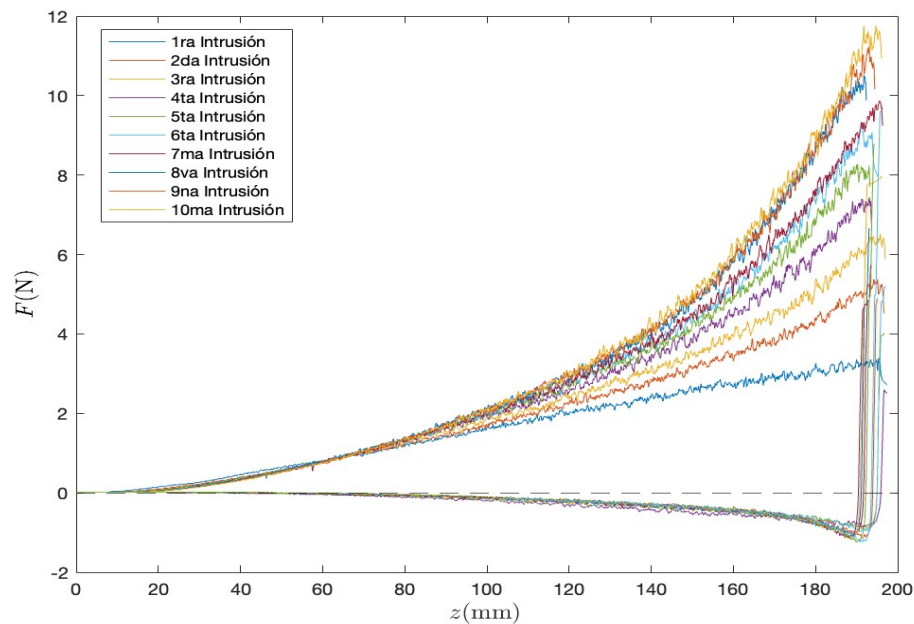


Figura 4.1: Fuerza opuesta por el medio granular al desplazamiento de la barra durante su penetración y extracción para el caso sumergido, durante diez procesos de medición consecutivos.

Se encontró que, al igual que en el caso del sistema granular en seco, la primera intrusión tuvo un comportamiento aparentemente lineal desde la superficie libre hasta la profundidad de 200 mm,

registrando una fuerza máxima promedio de 3.51 N. Su correspondiente extracción registró una caída abrupta en la fuerza, desde los 3.51 N hasta aproximadamente -1.5 N, siendo esta negativa por las mismas razones expuestas para el caso del sistema granular seco. Posteriormente, durante la extracción de la barra, la fuerza registrada se fue acercando gradualmente a 0, alcanzando este valor al estar a pocos centímetros por debajo de la superficie libre. Las siguientes penetraciones tuvieron un comportamiento distinto a la primera: dejaron de tener la forma lineal; pues conforme aumentó la profundidad, la fuerza registrada incrementó con mayor rapidez. Así mismo, la fuerza máxima registrada aumentó con el número de intrusiones siguientes, llegando a registrar un valor máximo en la décima penetración, con un valor de 11.95 N. Sin embargo, las extracciones sucesivas de la barra no registraron cambio importante respecto a la primera. Estos comportamientos fueron los mismos para cada una de las tres repeticiones llevadas a cabo para el caso del sistema sumergido.

Los resultados que se obtuvieron para el sistema sumergido fueron muy similares a los del sistema en seco: el comportamiento de la primera penetración fue lineal, y el de las sucesivas fue exponencial, y en las extracciones se presentó una caída abrupta de la fuerza registrada, siendo indistintas la una de la otra; sin embargo, se encuentra una diferencia en las fuerzas medidas a lo largo de todas las reintrusiones, pues vemos que la fuerza máxima para la primera penetración disminuye en más de 1 N, y la fuerza durante las extracciones también alcanza un valor absoluto menor, esto se repite para las sucesivas penetraciones llevadas a cabo, desde la segunda hasta la décima presentan un valor menor a sus análogas.

La explicación atribuida a esta disminución de la fuerza requerida para las reintrusiones es que, al tratarse de un procedimiento llevado a cabo bajo el agua, el sistema se encuentra con una mayor lubricación en comparación con el procedimiento llevado en seco, esto hace que, al introducirse en el medio granular, este pueda desplazarse lateralmente con mayor facilidad, evitando así la misma compresión que la sucedida para el caso anterior, debido a esto, la fuerza que opone dicho material a la penetración es menor. Durante la extracción, al solo verse afectada la barra por la fricción, la fuerza disminuye debido a la lubricación de los granos. Sin embargo, al tratarse de un sistema inmerso en un líquido, una de las fuerzas actuando es la del empuje hidrostático, por lo que se procedió a analizar su importancia en los resultados obtenidos.

4.1.1. Aportación del empuje hidrostático en la fuerza final medida.

Al tratarse de un sistema inmerso en un fluido, una de las fuerzas a considerar es la del empuje hidrostático, misma que se obtuvo mediante la Ecuación 4.1 y se presentó en la Figura 4.2.

$$E = \rho_l g \pi R^2 z, \quad (4.1)$$

donde ρ_l es la densidad del fluido, g la gravedad, R el radio de la barra de madera y z la profundidad a la que esta se encuentra, por lo que el volumen sumergido de la barra es $\pi R^2 z$. De la Figura 4.2, podemos notar que el efecto de la fuerza de empuje hidrostático es despreciable en comparación a la fuerza normal ejercida por el material granular, es decir, la fuerza medida corresponde a la opuesta por el material a su compactación.

4.2. Modelo logarítmico para la penetración.

En este caso se notó también un comportamiento exponencial tras la segunda intrusión, por lo que se procedió a graficar nuevamente la fuerza medida en función de la profundidad de penetración, haciendo un ajuste logarítmico en los ejes coordenados, obteniendo la Figura 4.3

Al analizar las curvas obtenidas se observó un comportamiento similar al visto en el caso seco, es decir, con curvas con un comportamiento logarítmico hasta alcanzar un punto de inflexión, tras el cual se presenta un comportamiento exponencial. Debido a esto se usó nuevamente la Ecuación 3.1, así como sus parámetros y la constante $z_0 = 2,3$, para modelar el comportamiento de las curvas. Los valores obtenidos mediante software para a, b y λ_{sm} se registraron en la Tabla 4.1

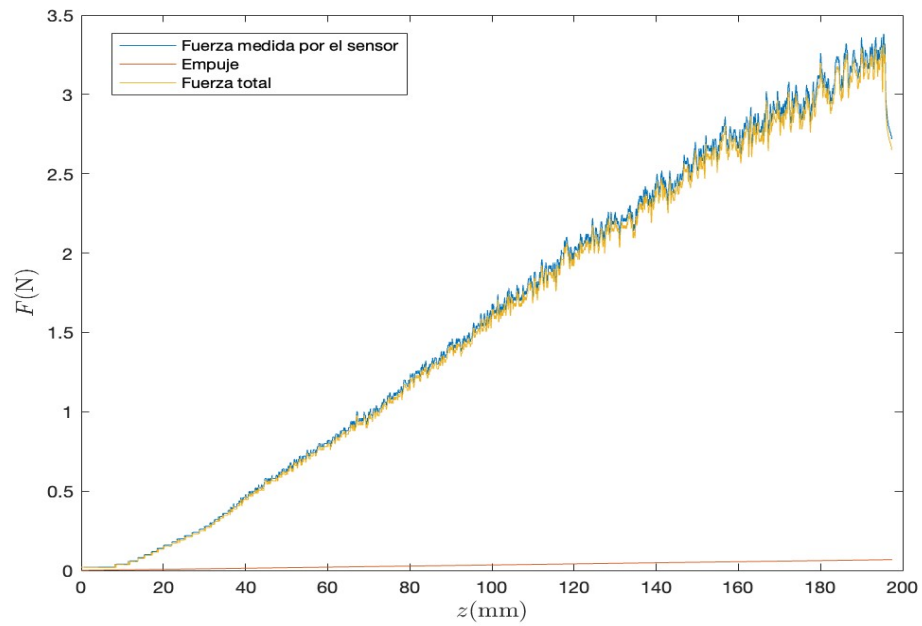


Figura 4.2: Fuerza medida en la primera penetración del sistema sumergido y empuje hidrostático experimentado por la barra, comparadas para obtener la fuerza normal.

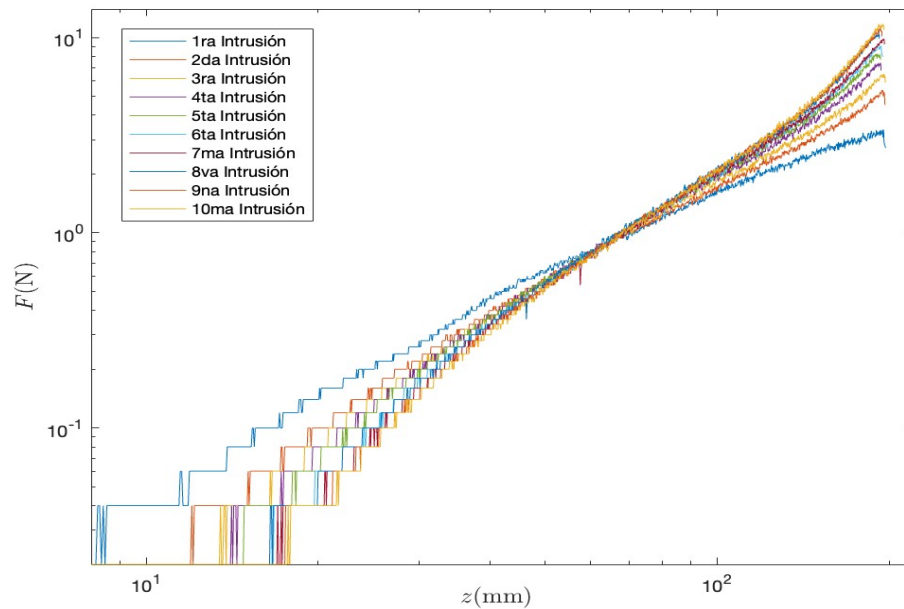


Figura 4.3: Sucesivas reintrusiones y extracciones en el sistema granular sumergido, graficando la fuerza medida en función de la profundidad de penetración con un arreglo logarítmico en los ejes coordenados.

SISTEMA GRANULAR SUMERGIDO

4.3 Fuerza máxima en función del número de reintrusiones.

N	a	λ_{sm}	b
1	0.27	3.26	2.16
2	0.19	1.75	2.45
3	0.18	1.62	2.62
4	0.16	1.40	2.66
5	0.13	1.18	2.66
6	0.14	1.23	2.85
7	0.16	1.30	2.97
8	0.10	1.01	2.77
9	0.12	1.09	2.95
10	0.10	1.00	2.93

Tabla 4.1: Valores de las constantes de la ecuación 3.1 para cada una de las penetraciones para el arreglo experimental sumergido.

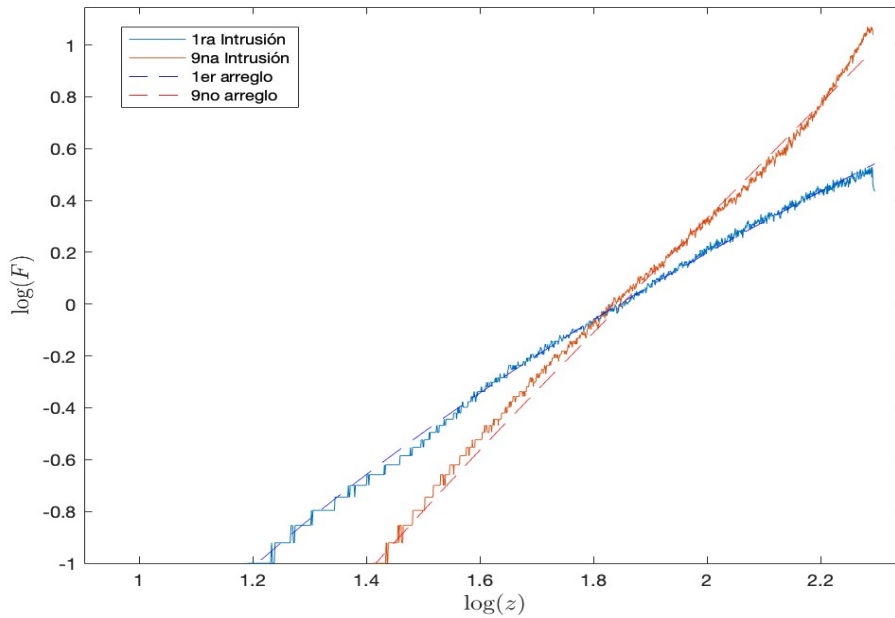


Figura 4.4: Primera y novena penetración en el sistema sumergido, comparadas con su respectivo ajuste logarítmico.

Empleando los parámetros obtenidos, se procedió a comparar tanto el primer como el décimo ajuste con los resultados experimentales. Se puede observar que los ajustes son bastante precisos con el comportamiento real de la gráfica.

4.3. Fuerza máxima en función del número de reintrusiones.

Posteriormente, se registró en la Tabla 4.2 la fuerza máxima a la profundidad de 200 mm en función del número de penetraciones, lo cual se graficó en la Figura 4.5

Al igual que para el sistema en seco, se observó que el comportamiento de las mediciones registradas en la Figura 4.5 seguía una forma exponencial, por lo que se modeló de la misma forma,

SISTEMA GRANULAR SUMERGIDO

4.3 Fuerza máxima en función del número de reintrusiones.

N	F_{max} (N)
1	3.51
2	5.44
3	6.57
4	7.65
5	8.43
6	9.39
7	10.02
8	10.63
9	11.33
10	11.95

Tabla 4.2: Fuerza máxima en función de N en el sistema granular sumergido.

como una ley de potencias para encontrar el exponente y el coeficiente que rige el comportamiento del fenómeno experimental.

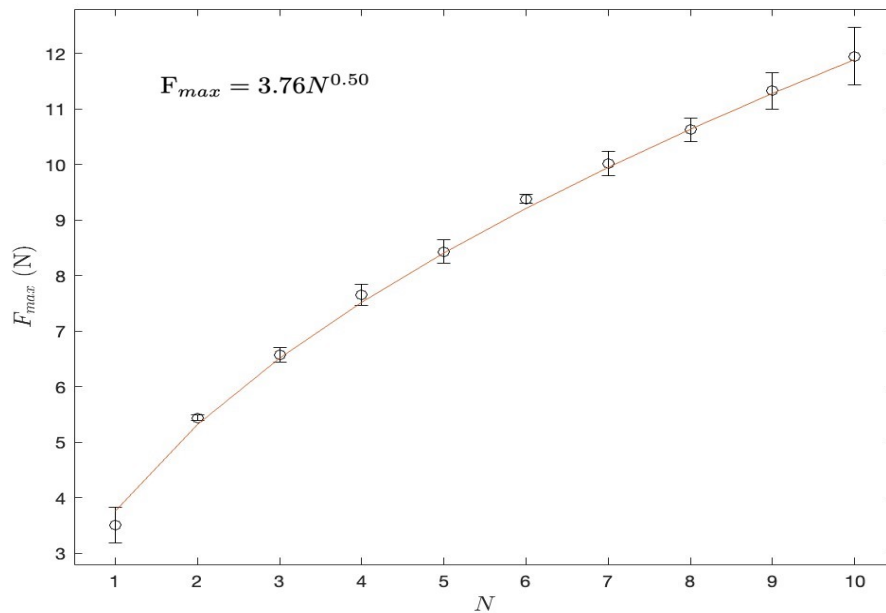


Figura 4.5: Fuerza máxima de intrusión en relación al número de intrusiones para el sistema granular sumergido.

Usando Matlab, se encontró que la ecuación que modela el comportamiento del fenómeno es:

$$F_{max} = 3,76N^{0,50}, \quad (4.2)$$

siendo N el número de reintrusiones, con un error del $\pm 5\%$ en la exactitud del exponente. Al igual que en el caso anterior, al tener en cuenta el margen de error en el valor del exponente, se notó que el comportamiento de la relación de la fuerza máxima en función del número de reintrusiones sigue la forma de una raíz cuadrática. Al igual que en el caso en seco, el resultado a destacar es que el coeficiente de la ecuación obtenida es el valor máximo de la primera penetración, por lo que

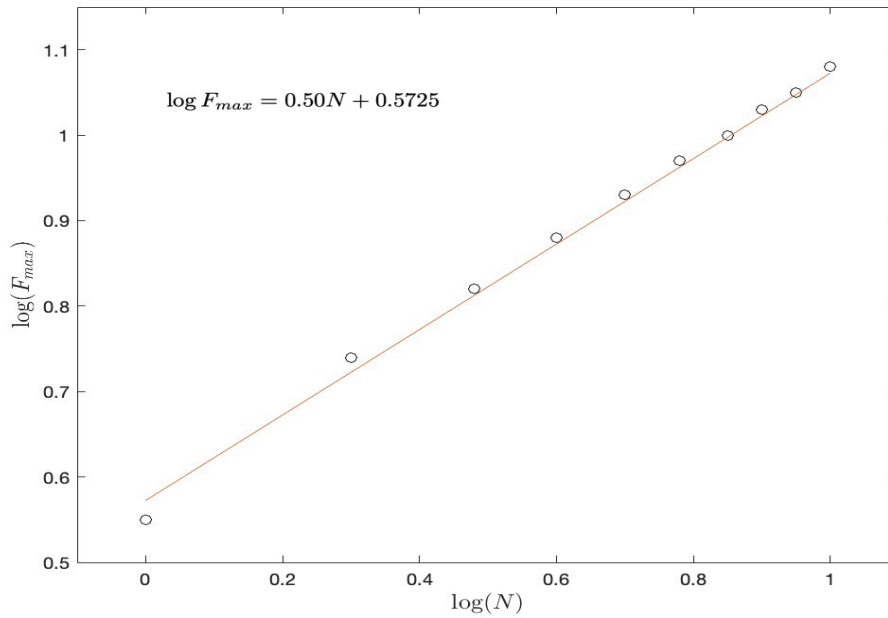


Figura 4.6: Fuerza máxima de intrusión en relación al número de intrusiones para el sistema granular sumergido con ajuste logarítmico.

se puede reescribir de la siguiente forma:

$$F_{max}^N = \sqrt{N} F_{max}^{N=1} \quad (4.3)$$

Vemos que la fuerza máxima de las consecuentes penetraciones dependerá de la que experimente la barra en la primera, misma que dependerá de aspectos como el diámetro del intruso, el material del mismo, el empaquetamiento del material granular y la lubricación presente en las reintrusiones. Se llevó a cabo el ajuste logarítmico para la relación entre la fuerza máxima y el número de reintrusiones, presentado esto en la Figura 4.6, con el fin de obtener su gráfica lineal y comprobar que se trata de una ley de potencias, así como una expresión equivalente a la Ecuación 4.2.

Capítulo 5

SISTEMA GRANULAR PARCIALMENTE SATURADO

5.1. Resultados experimentales.

Una vez realizadas las mediciones experimentales del primer caso del sistema granular parcialmente saturado, se graficó la fuerza opuesta por el medio granular en función de la profundidad de penetración o extracción para cada uno de los tres arreglos experimentales (véase las Figuras 5.1, 5.2 y 5.3).

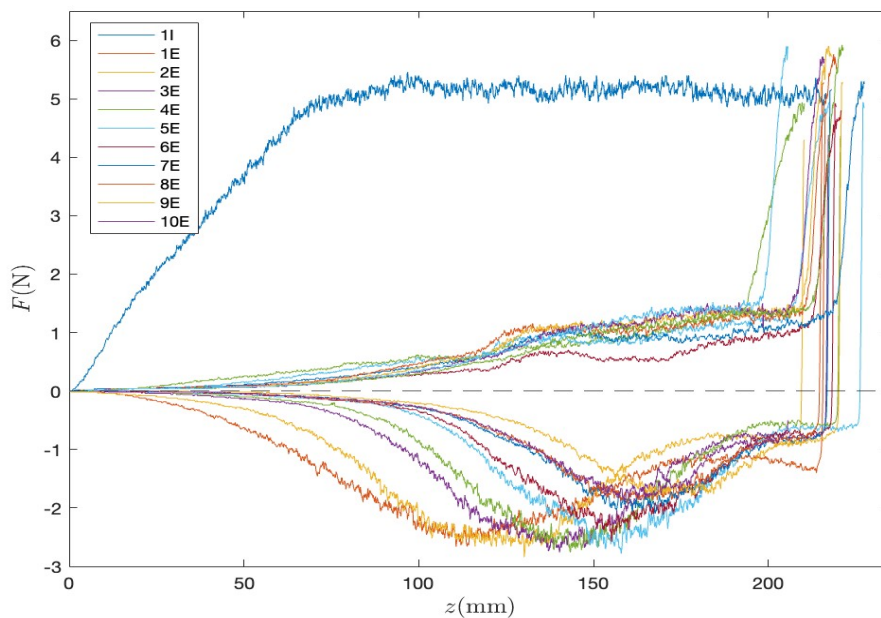


Figura 5.1: Fuerza opuesta por el medio granular al desplazamiento de la barra durante su penetración (I) y extracción (E) para el primer caso del sistema húmedo, durante diez procesos de medición consecutivos, para el primer arreglo experimental.

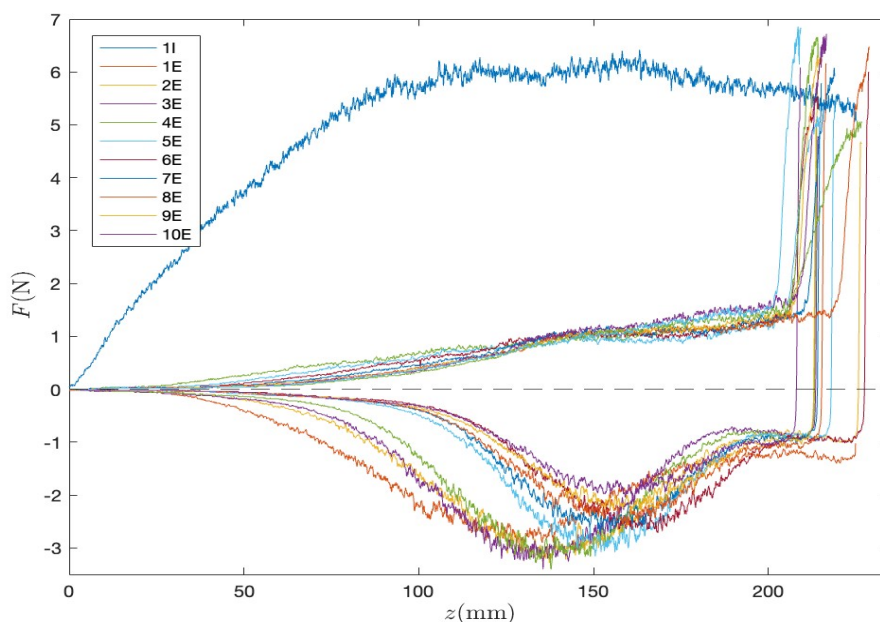


Figura 5.2: Fuerza opuesta por el medio granular al desplazamiento de la barra durante su penetración (I) y extracción (E) para el primer caso del sistema húmedo, durante diez procesos de medición consecutivos, para el segundo arreglo experimental.

Se encontró que el comportamiento de este arreglo experimental no siguió la tendencia de los otros dos. En la primera penetración la fuerza registrada sigue un comportamiento lineal hasta cierta profundidad alcanzando un valor determinado, el cual permanece constante a lo largo del resto de la penetración. En las siguientes, la fuerza se mantiene en valores relativamente bajos durante casi todo el proceso, cambiando únicamente al final del mismo, cuando la barra se acerca a la máxima profundidad, en donde la fuerza crece rápidamente hasta llegar a valores cercanos al de la constante registrada en la primera penetración. Por otra parte, en la primera extracción la fuerza cae abruptamente hasta un valor negativo de la misma, de aproximadamente -1.5 N, siendo un valor negativo por las mismas razones expuestas para el caso seco y el sumergido, tras esto, la fuerza sigue disminuyendo conforme la barra se extrae, llegando a una profundidad en la que se registra su valor mínimo, tras lo cual regresa paulatinamente a 0 conforme la barra llega a la superficie libre, creando una parábola en la gráfica de la extracción. En las siguientes extracciones se repite lo observado, cambiando únicamente la profundidad a la que se alcanza el valor mínimo de la fuerza registrada, es decir, la parábola observada se va desplazando hacia el fondo conforme se repiten las extracciones. Este comportamiento en las reintrusiones se observó en los tres arreglos experimentales, sin embargo, la constante que se obtuvo a cierta profundidad cambió en cada uno de estos, es decir, la fuerza a la que esta se registró fue distinta en los tres experimentos.

5.2. Análisis cualitativo de resultados.

El comportamiento más interesante en los resultados de este sistema experimental se encuentra en la primera penetración, seguido de las extracciones llevadas a cabo. Para la primera intrusión, se supuso que el comportamiento observado se debe a una especie de falso efecto Janssen, es decir que debido a la existencia de líquido intersticial entre los granos,

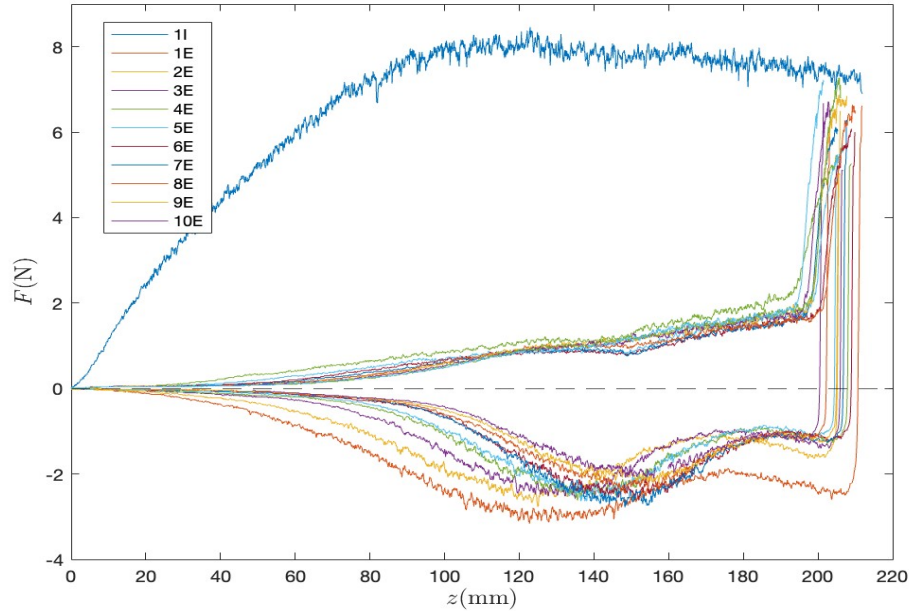


Figura 5.3: Fuerza opuesta por el medio granular al desplazamiento de la barra durante su penetración (I) y extracción (E) para el primer caso del sistema húmedo, durante diez procesos de medición consecutivos, para el tercer arreglo experimental.

se alcanza a experimentar la saturación del sistema a una profundidad mucho menor a la que se requeriría si se tratase de granos secos. A medida que la barra penetra en el medio, las partículas sólidas se desplazan y reorganizan ante la presencia del intruso. Sin embargo, debido a la presencia del agua, se introducen cambios en la interacción entre partículas y afecta la transmisión de fuerzas. El líquido actúa creando puentes capilares que aumentan la fricción entre las partículas del medio consigo mismas y con la barra. Como resultado, las fuerzas ejercidas por la barra se distribuyen de manera menos uniforme a medida que penetra más profundamente en el material. La presión no se acumula de manera tan efectiva como en un sistema seco, además, debido a la capilaridad, se crean arcos de fuerza entre las partículas, y estos se extienden hasta las paredes del recipiente, las cuales sirven como soporte de los mismos, provocando que los granos estén aparentemente suspendidos a cierta profundidad, por lo que no ejercen presión a los que se encuentren por debajo de esa profundidad, siendo esta a la que aparece el falso efecto Janssen.

En las siguientes penetraciones el comportamiento se explica debido a que, por los puentes capilares formados entre los granos, al extraerse la barra la materia granular no cae en el espacio que esta va dejando, por lo que al extraerla completamente la primera vez queda un túnel, y es debido a este que en las siguientes penetraciones no se experimenta un aumento importante de la fuerza hasta el fondo de dicho túnel, donde encuentra la materia granular compactada por la primer penetración. La fuerza antes de esto se explica debido a que, en las extracciones, queda adherida a la barra una pequeña cantidad de materia granular, la cual, al volver a penetrar, experimenta una fuerza de fricción con las paredes del túnel. El comportamiento de las extracciones puede ser explicado debido a fuerzas de adhesión y un efecto de succión. Cuando se comienza a extraer la barra, partículas del material granular se adhieren a la barra al mismo tiempo que estas están unidas mediante puentes capilares con las de su alrededor, lo que produce una fuerza que se opone a la extracción en dos fases. Además, al extraer la barra, el espacio que hay debajo de ella no es llenado con partículas que caen en el mismo, contrario a los dos casos anteriores en los que esto

sí sucede, por lo tanto, ese espacio queda vacío, lo que provoca un efecto de succión, mismo que contribuye también con la fuerza total que se registra. Esto es lo que se cree que causa las curvas de tipo parabólico que se observan, mismas que se van desplazando al fondo debido a que, con las siguientes penetraciones el hueco se hace ligeramente mayor (esto atribuido a las partículas que quedan en la barra y que vuelven a penetrar) y los efectos tanto de adhesión, capilares y de succión disminuyen en consecuencia.

5.3. Ajuste para la primera penetración.

Teniendo en cuenta lo descrito en el subcapítulo anterior, se modeló una ecuación similar a la Ecuación 1.9, para intentar ajustar el comportamiento de las gráficas de la sección anterior.

$$F = F_{max}[1 - \exp(-z/\lambda_h)], \quad (5.1)$$

mediante el uso de software, se encontraron los valores tanto de la fuerza máxima en cada una de las tres primeras penetraciones, así como el valor de λ_h , siendo estos registrados en la Tabla 5.1

N° de Prep.	F_{max}	λ_h
1	5.46	42.85
2	6.42	53.88
3	8.46	50.04

Tabla 5.1: Fuerza máxima registrada y valor de λ para la primera penetración de los tres arreglos experimentales.

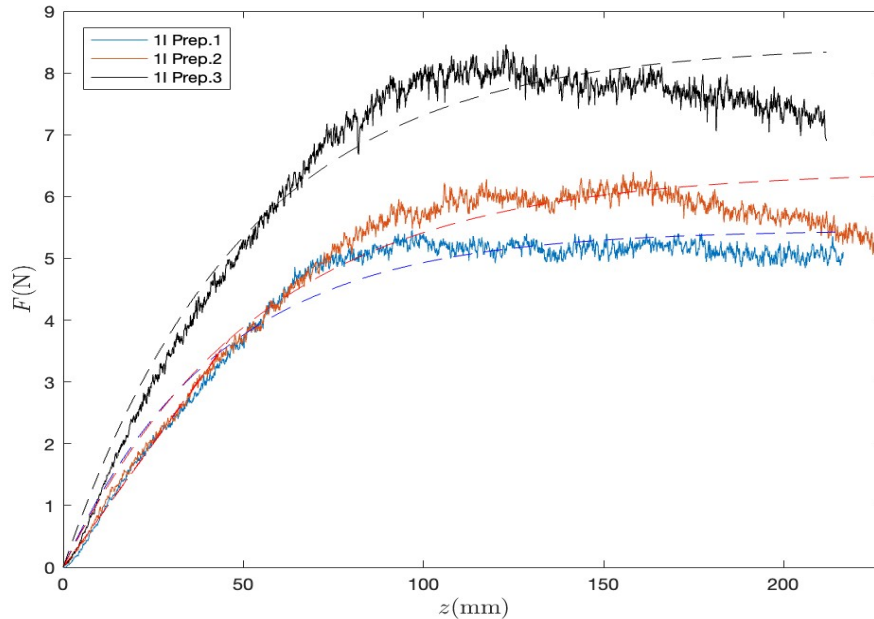


Figura 5.4: Ajuste para la primer penetración de los tres arreglos experimentales del primer caso, usando la Ecuación 5.1.

Podemos observar que, a pesar de que ambos valores cambian en los distintos arreglos experimentales, tienen un comportamiento muy parecido, y la Ecuación 1.9 se ajusta de manera satisfactoria para los tres casos. Esto nos dice que, ciertamente, la penetración en el sistema parcialmente saturado presenta un falso efecto Janssen por las razones expuestas anteriormente. Estos ajustes se observan en la Fig. 5.4

5.4. Sistema granular parcialmente saturado: Caso 2.

En esta sección se presentan los resultados experimentales obtenidos para el Caso 2, además, se hace un análisis de estos y se da una interpretación física de los mismos, además de hacer un ajuste para la primer penetración, de manera idéntica al primer caso parcialmente saturado.

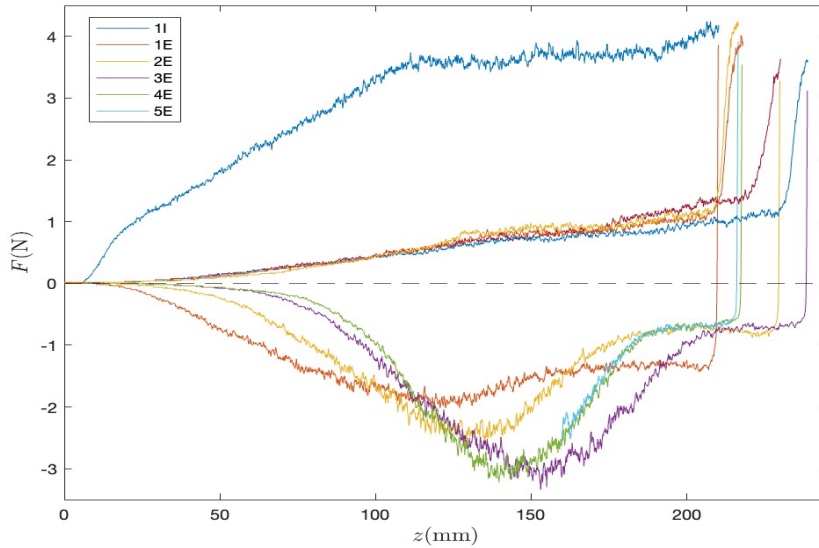


Figura 5.5: Fuerza opuesta por el medio granular al desplazamiento de la barra durante el proceso de penetración y extracción para el segundo caso del sistema húmedo, durante cinco procesos de medición consecutivos.

5.4.1. Resultados experimentales.

A diferencia del primer caso, se hizo únicamente un arreglo experimental, y el número de reentrusiones se redujo a cinco (véase Fig. 5.5).

En la primera penetración se encontró un comportamiento parecido al primer caso, sin embargo, al tratarse de un experimento sin un protocolo experimental estricto, no se obtuvo un comportamiento tan ideal como anteriormente, pero la primera parte comprendida por una línea recta y la segunda comprendida por la saturación del sistema, aun son observadas en este caso, a una fuerza menor que la registrada en cada uno de los tres casos anteriores.

Así mismo, las extracciones presentan el mismo comportamiento observado con anterioridad, siendo una diferencia lo pronunciado de la concavidad observada en las mismas, pero estas se siguen recorriendo en dirección de la extracción en cada una de las mismas. Las siguientes penetraciones mantuvieron el mismo comportamiento que en el caso anterior, manteniéndose cercanas a 0 y 1 N hasta llegar a una profundidad cercana a la máxima de la primer penetración, en donde el valor registrado llegó abruptamente hasta la parte saturada de la misma.

5.4.2. Análisis cualitativo de resultados.

Al igual que en el primer caso, se trata de un sistema granular parcialmente saturado, por lo que la explicación del comportamiento de la primera penetración se debe también a un falso efecto Janssen debido a la presencia de líquido intersticial. En este caso podemos observar que la profundidad a la que este efecto aparece es mayor, pasando de un promedio de 80 a alrededor de 100 mm, siendo esto debido a la diferencia en el proceso del arreglo experimental, es decir, debido al cambio en el empaquetamiento de los granos. Las consecuentes penetraciones registran una fuerza pequeña a lo largo de casi todo el proceso debido al túnel dejado por la primera extracción de la barra, al llegar al fondo del mismo la fuerza sube abruptamente ya que encuentran la materia compactada por la primer penetración. En las extracciones se registran las curvas parabólicas debido al efecto de adhesión, formación de puentes capilares y succión que se explicó en la respectiva sección del caso uno. La única diferencia encontrada en este caso es la variación en la fuerza mínima registrada, atribuida a la forma irregular en la que se preparó el sistema.

5.4.3. Ajuste para la primera penetración.

Se usó la misma ecuación empleada para los ajustes del primer caso para modelar el comportamiento de la primera penetración de este arreglo experimental. Encontrándose los siguientes valores para la fuerza máxima y para λ_h :

N° de Prep.	F_{max}	λ_h
1	4.24	77.75

Tabla 5.2: Fuerza máxima registrada y valor de λ para la primer penetración del Caso 2.

El ajuste se presentó en la Figura 5.6, en la que observamos que, a pesar de que no se siguió un protocolo de preparación estricto, se encontró un ajuste adecuado para el comportamiento observado.

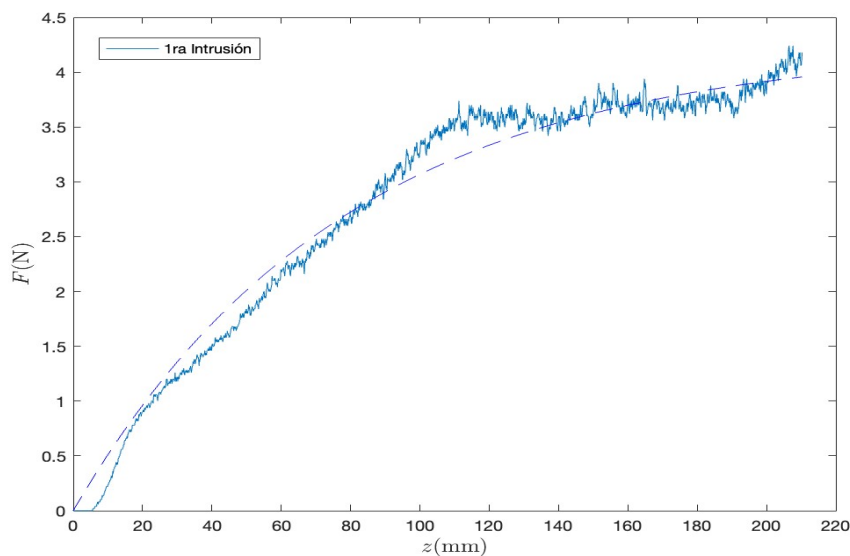


Figura 5.6: Ajuste para la primera penetración del segundo caso, usando la Ecuación 5.1.

Capítulo 6

COMPARACIÓN DE SISTEMAS SECO VS SUMERGIDO.

En este capítulo se comparan, tanto de manera cualitativa como cuantitativa, los resultados obtenidos para el sistema granular seco y el sistema granular sumergido, excluyendo los del sistema parcialmente saturado debido a la diferencia en la tendencia de los mismos.

6.1. Comparación de resultados experimentales.

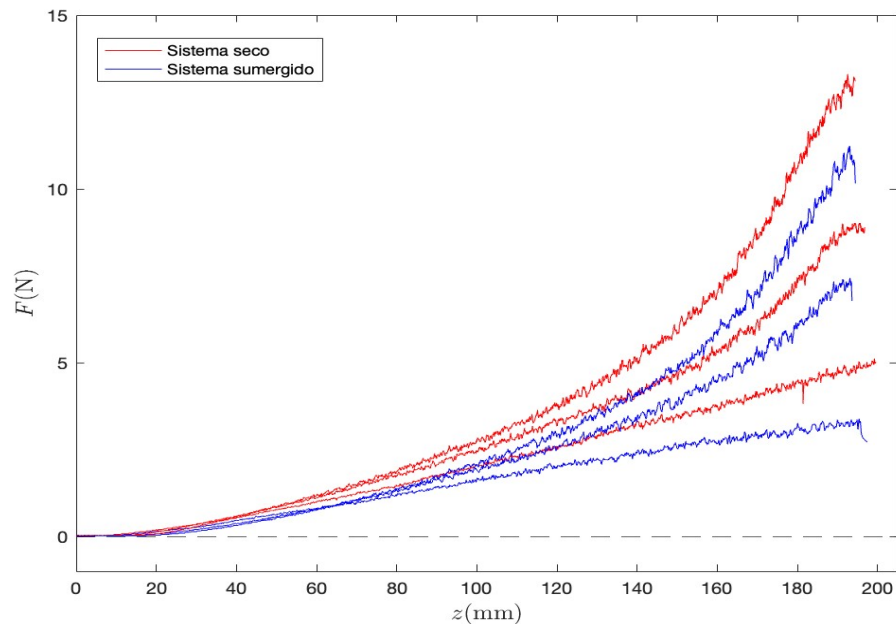


Figura 6.1: Comparación de la primera, cuarta y novena penetración de los casos seco y saturado.

Debido a la similitud en los resultados experimentales del caso seco y sumergido se hizo una comparación entre las fuerzas de los mismos en tres de las penetraciones. En la Figura 6.1 se presenta la fuerza en función de la profundidad de penetración, para la primera, cuarta y novena.

COMPARACIÓN DE SISTEMAS SECO VS SUMERGIDO.

6.2 Comparación de las fuerzas máximas en función del número de reintrusiones.

Se observó que, en todas las penetraciones, la fuerza a lo largo de todo el proceso es mayor en el caso del sistema granular seco. Al comienzo de la primera penetración, a poca profundidad, se observa que la separación es pequeña, pero esta aumenta conforme continúa la penetración de la barra. Sin embargo, en la cuarta y novena penetración se alcanza cierta separación que luego parece permanecer constante hasta el final del proceso.

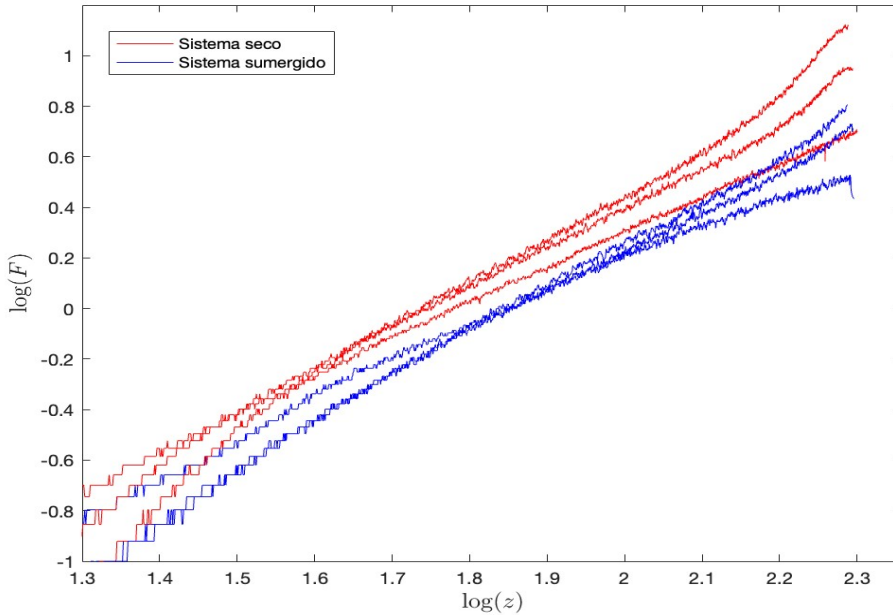


Figura 6.2: Comparación de la primera, cuarta y novena penetración del sistema seco y sumergido con un arreglo logarítmico en los ejes coordenados.

Así mismo, se hizo también la comparación con un arreglo logarítmico en los ejes coordenados, presentado en la Figura 6.2, en esta se observó, como era de esperarse, que las gráficas de las penetraciones en el caso seco se encuentran a mayor fuerza en prácticamente todo el recorrido de cada una de ellas.

6.2. Comparación de las fuerzas máximas en función del número de reintrusiones.

Tras comparar el comportamiento a lo largo de las penetraciones, se graficó la fuerza máxima en función del número de penetración de ambos sistemas, mostrado esto en la Figura 6.3, y para cada curva se colocó la expresión que la rige. Notamos aquí que el exponente de las ecuaciones es, para ambos casos, el concerniente a una raíz cuadrática, cambiando únicamente el coeficiente el cual, como se mencionó en capítulos anteriores, corresponde a la fuerza máxima registrada para la primer penetración. También se comparó la forma lineal de ambos sistemas, presentado esto en la Figura 6.4. Debido a que se trata de dos ecuaciones con un exponente similar, al presentarlas en forma lineal tienen prácticamente la misma pendiente, siendo así paralelas entre ellas.

COMPARACIÓN DE SISTEMAS SECO VS SUMERGIDO.

6.2 Comparación de las fuerzas máximas en función del número de reintrusiones.

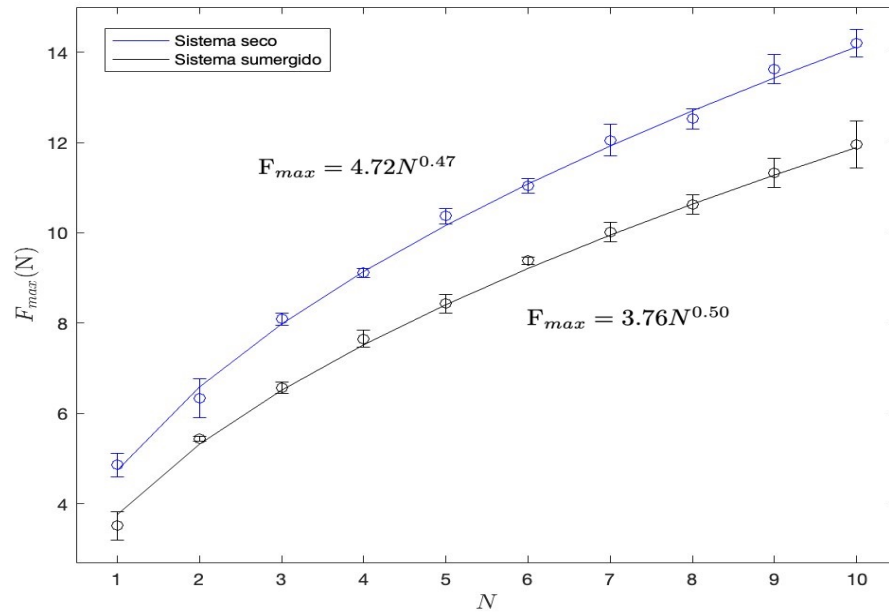


Figura 6.3: Comparación de las fuerzas máximas en función del número de penetraciones entre el caso seco y sumergido.

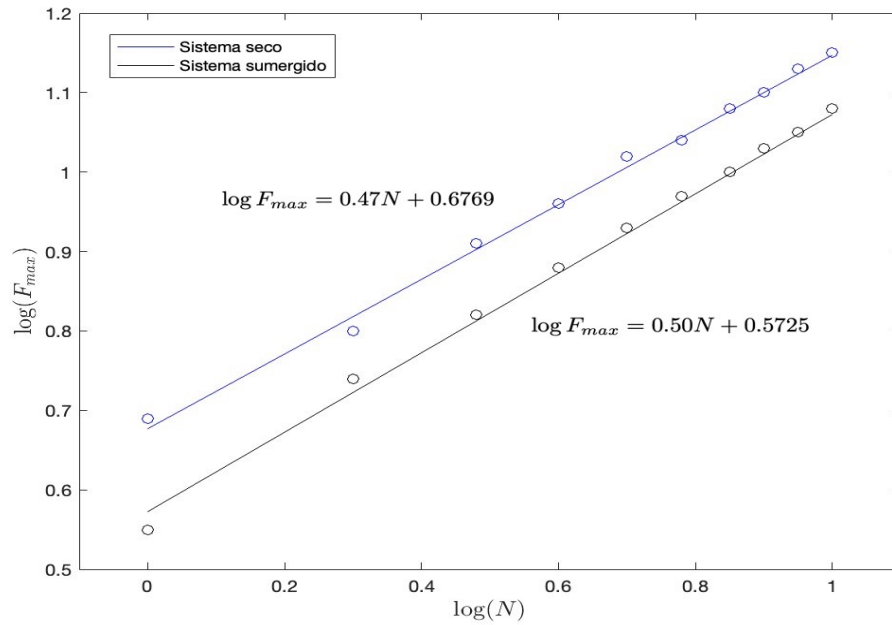


Figura 6.4: Comparación de las fuerzas máximas en función del número de penetraciones entre el caso seco y sumergido con un arreglo logarítmico en los ejes coordenados.

6.3. Análisis cualitativo de los resultados de las comparaciones.

La diferencia en la fuerza registrada durante las reentrusiones, así como la que se encontró en las fuerzas máximas, radica en las condiciones físicas del sistema, más precisamente en la fuerza de fricción y fuerza normal presentes en cada caso.

Para el sistema sumergido se encontró una menor resistencia del medio a las penetraciones, esto es así debido a que, al estar inmerso en un fluido, las partículas del material granular se encuentran lubricadas por el agua, por lo que la fuerza con la que interactúan tanto entre ellas mismas como con la barra de madera disminuye. Es debido a esto que la fuerza de fricción del material a los costados de la barra es menor, al igual la fuerza normal, pues mientras la barra avanza, va separando el material que se encuentra bajo ella, el cual por la lubricación presenta menor resistencia a esto.

Si bien esto explica esa diferencia de fuerzas, lo realmente importante e interesante en lo expuesto tanto en los capítulos anteriores, como en lo previo durante este, es que en ambos casos se presenta un comportamiento regido por la fuerza máxima de la primer penetración y por un exponente de 0,5, es decir, se encuentra una raíz cuadrática actuando sobre el número de penetración N . Lo cual es el resultado principal en los casos del sistema seco y sumergido.

Capítulo 7

CONCLUSIONES

Al analizar el comportamiento de la fuerza para el caso seco, se observó un comportamiento lineal en la primera penetración, y uno exponencial para las siguientes, mientras que la registrada durante las extracciones cae precipitadamente hasta un valor cercano a cero, el cual permanece constante durante toda la extracción y es igual en cada una de ellas. La fuerza requerida para llegar a la profundidad $z = 200$ mm aumentó conforme el número de penetraciones. Se encontró que la relación entre la fuerza máxima registrada y el número de penetraciones se rige por $F_{max}^N = F_{max}^{N=1} \sqrt{N}$, es decir, que el exponencial en este caso es 0,5, y el coeficiente de la ecuación es la fuerza máxima de la primera penetración, misma que depende del factor de empaquetamiento del sistema, así como de las propiedades del intruso.

Para el caso del sistema sumergido se encontró el mismo comportamiento en las reintrusiones, además, la relación entre la fuerza máxima y el número de penetraciones se rige por la misma ecuación que en el caso seco. La única diferencia es el valor de la fuerza máxima necesaria en cada penetración, lo cual se puede explicar considerando que el líquido actúa como un lubricante, es decir, reduce la fuerza de fricción entre los granos consigo mismos y con la barra. Además, el peso aparente del material granular dentro del líquido disminuye, lo cual sería equivalente a considerar el caso sumergido como un material granular seco de menor densidad a la de las esferas de vidrio.

Para el caso uno del sistema parcialmente saturado, se encontró que durante la primera penetración y al alcanzar cierta profundidad, el sistema se satura y la fuerza necesaria para seguir penetrando el medio se vuelve constante, se observa un falso efecto Janssen debido a la existencia de líquido intersticial que crea puentes capilares entre los granos, los cuales crean una distribución de fuerzas distinta a los dos casos anteriores, en los cuales estos puentes no existían. Se modeló el comportamiento de la primera penetración con la ecuación $F = F_{max}[1 - \exp(-z/\lambda_h)]$, en la cual se observa de nuevo un papel relevante de la fuerza máxima, que en este caso es aproximadamente el valor al que se alcanza la saturación. Las extracciones presentan una curva parabólica, comportamiento que es atribuido a las fuerzas de adhesión presentes en la extracción de la barra, así como a un efecto de succión debido a que, por las fuerzas cohesivas, los granos no caen al espacio que va dejando la barra, mismo que queda vacío. Para el segundo caso del sistema húmedo, se encontró el mismo comportamiento, pero de manera más irregular debido a la preparación del mismo. Aún así, la ecuación usada para el primer caso siguió sirviendo para modelar este.

Por último, cabe señalar que los seguimientos posibles a esta investigación pudiesen enfocarse en el posible cambio de valor del exponente si el diámetro del intruso cambia de tamaño, así como el cambio que puede existir en el caso parcialmente saturado según el porcentaje de humedad del sistema y las propiedades del intruso.

Bibliografía

- [1] STRAUCH, S., & HERMINGHAUS, S. (2004). *Wet granular matter: a truly complex fluid*. *Soft Matter*, 8(32), 8271. <https://doi.org/10.1039/c2sm25883h>.
- [2] KATSURAGI, H. (2016). *Physics of Soft Impact and Cratering*. En *Lecture Notes in Physics*. Springer Science+Business Media. <https://doi.org/10.1007/978-4-431-55648-0>
- [3] TEXIER, B. D., & SEGUIN, A. (2022). *Successive reintrusions in a granular medium*. *Physical Review E*, 106(1). <https://doi.org/10.1103/physreve.106.014906>
- [4] PACHECO-VÁZQUEZ, F., CABALLERO-ROBLEDO, G. A., SOLANO-ALTAMIRANO, J. M., ALTSHULER, E., BATISTA-LEYVA, A. J., & RUIZ-SUÁREZ, J. C. (2011). *Infinite Penetration of a Projectile into a Granular Medium*. *Physical Review Letters*, 106(21). <https://doi.org/10.1103/physrevlett.106.218001>
- [5] SEGUIN, A., BERTHO, Y., & TEXIER, B. D. (2022). *Penetrating a granular medium by successive impacts*. *Physical Review E*, 106(5). <https://doi.org/10.1103/physreve.106.054904>
- [6] CHANG, B., & KUDROLLI, A. (2022). *Nonadditive drag of tandem rods drafting in granular sediments*. *Physical review*, 105(3). <https://doi.org/10.1103/physreve.105.034901>
- [7] SABUWALA, T., CHAKRABORTY, P., & SHINBROT, T. (2021). *Bennu and Ryugu: diamonds in the sky*. *Granular Matter*, 23(4). <https://doi.org/10.1007/s10035-021-01152-z>
- [8] LÓPEZ-RODRÍGUEZ LA, PACHECO-VÁZQUEZ F. *Friction force regimes and the conditions for endless penetration of an intruder into a granular medium*. *Physical review*. 2017;96(3). doi:10.1103/physreve.96.030901.
- [9] STONE, M.B, BARRY, R., BERNSTEIN, D. P., PELC, M. D., TSUI, Y. K. & SCHIFFER, P. (2004). *Local jamming via penetration of a granular medium*. *Physical Review E*, 70(4). <https://doi.org/10.1103/physreve.70.041301>
- [10] NELSON, E. L., KATSURAGI, H., MAYOR, P., & DURIAN, D. J. (2008). *Projectile interactions in granular impact cratering*. *Physical Review Letters*, 101(6). <https://doi.org/10.1103/physrevlett.101.068001>
- [11] SEGUIN, A., BERTHO, Y., & GONDRET, P. (2008). *Influence of confinement on granular penetration by impact*. *Physical Review E*, 78(1). <https://doi.org/10.1103/physreve.78.010301>
- [12] ARTONI R., LORO G., GABRIELI F., & SANTOMASO AC. (2019). *Drag in wet granular materials*. *Powder Technology*, 356:231-239. doi:10.1016/j.powtec.2019.08.016
- [13] MITARAI N., & NORI F. (2006). *Wet granular materials*. *Advances in Physics*, 55:1-2, 1-45, DOI: 10.1080/00018730600626065

