



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

**ESQUEMAS DE CONOCIMIENTO Y CREENCIAS DE UNA PROFESORA
DE MATEMÁTICAS EN EL TEMA DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS
DE NÚMEROS NATURALES**

TESIS

**PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADA EN MATEMÁTICAS APLICADAS**

PRESENTA

WINNI EMILY ROMERO REYES

DIRECTOR DE TESIS

DRA. ESTELA DE LOURDES JUÁREZ RUIZ

08 de diciembre de 2025

Agradecimientos

A mi familia, quien con tanto esfuerzo me apoyó durante mis estudios y a mi hermano, quien me inspiró a estudiar ciencias exactas. A mi directora de tesis, quien con paciencia me guio para poder lograr este trabajo. A mis gatos, quienes me acompañaron en silencio durante el trayecto de la investigación y modificaron mi texto una y otra vez. Y especialmente a mi compañero de vida, quien es mi principal motivación, quien me abrazó cuando sentí dudas y me impulsó a crecer.

A los que están y a los que se fueron, porque cada uno de ellos me ha traído hasta este preciso momento.

Resumen

La tesis presenta un análisis del conocimiento especializado que una profesora de matemáticas pone en juego al trabajar problemas multiplicativos, así como de las creencias que manifiesta respecto a la enseñanza y el aprendizaje de este contenido. El estudio se apoya en el Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), en el Modelo de Concepciones sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas (CEAM) y en los esquemas de Piaget. Para ello, la profesora analizó dos planeaciones de clase diseñadas para la enseñanza de la multiplicación y la división, y participó en dos entrevistas semiestructuradas para profundizar en sus conocimientos. El estudio examina las creencias que orientan la práctica docente de la profesora y las conexiones entre los subdominios de su conocimiento especializado cuando ambos emergen por separado y en conjunto. Así mismo, se exponen los esquemas Intra, Inter y Trans entre conocimientos que manifiesta la docente.

Índice

INTRODUCCIÓN.....	1
Capítulo 1.....	3
ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN.....	3
1.1 Antecedentes.....	3
1.2 Planteamiento del problema.....	4
1.3 Objetivo y pregunta de investigación.....	5
1.3.1 <i>Objetivo general</i>	5
1.3.2 <i>Pregunta general</i>	5
1.4 Justificación.....	5
1.5 Viabilidad de la investigación.....	6
Capítulo 2.....	7
FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	7
2.1 Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK).....	7
2.1.1 <i>Subdominios del modelo MTSK</i>	8
2.2 Concepciones del maestro de Primaria sobre la enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática.....	10
2.3 Tipos de conexiones entre conocimientos.....	12
2.4 Esquemas Intra, Inter y Trans.....	12
Capítulo 3.....	14
METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN.....	14
Capítulo 4.....	16
ANÁLISIS Y RESULTADOS.....	16
4.1 Creencias que manifiesta la profesora Lucía.....	16
4.2 Conocimientos que presenta la profesora Lucía.....	27
4.3 Creencias y conocimientos que presenta la profesora Lucía.....	40
4.3.1 Creencias y conocimientos donde se establece un esquema Trans.....	51
CONCLUSIONES.....	57
Referencias.....	59
APÉNDICES.....	63
Apéndice A <i>Planeación de clase Propuesta por Julia</i>	63
Apéndice B <i>Planeación de clase Propuesta por Alan</i>	69

Apéndice C *Instrumentos CEAM* 83
Apéndice D *Descriptoros de conocimiento*..... 87

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Creencias y descriptores evidenciados sobre los EBC.....	17
Tabla 2. Creencias y descriptores evidenciados sobre los procesos inductivos.....	18
Tabla 3. Creencias y descriptores evidenciados sobre la finalidad de la asignatura.....	19
Tabla 4. Creencias y descriptores evidenciados sobre la orientación de la matemática escolar.....	21
Tabla 5. Creencias y descriptores evidenciados sobre la contextualización.....	22
Tabla 6. Creencias y descriptores evidenciados sobre las tareas.....	24
Tabla 7. Creencias y descriptores evidenciados sobre la diferenciación individual.....	24
Tabla 8. Indicio de creencia y descriptores evidenciados sobre el concepto de estimación.....	26
Tabla 9. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KMLS.....	28
Tabla 10. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KoT, KPM, KFLM y KMT.	30
Tabla 11. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KMLS y KMT.....	32
Tabla 12. Conocimientos evidenciados y sus categorías del subdominio KMT.....	33
Tabla 13. Conocimientos evidenciados y sus categorías del subdominio KoT.....	34
Tabla 14. Conocimientos evidenciados y sus categorías del subdominio KFLM.....	35
Tabla 15. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KMT y KFLM.....	36
Tabla 16. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KoT, KMT y KFLM.....	38
Tabla 17. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KMT y KFLM.....	40
Tabla 18. Creencia y descriptores evidenciados sobre el método inductivo.....	42

Tabla 19. Conocimientos evidenciados y sus categorías del subdominio KMT.....	42
Tabla 20. Indicio de creencia y descriptores evidenciados sobre la memorización.....	44
Tabla 21. Conocimientos evidenciados y sus categorías del subdominio KFLM	44
Tabla 22. Creencias y descriptores evidenciados sobre la metodología	46
Tabla 23. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KoT y KMT	47
Tabla 24. Creencias y descriptores evidenciados sobre las relaciones de tipo multiplicativo	49
Tabla 25. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KoT, KSM, KMT, KFLM y KMLS.....	50

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Mathematics Teacher Specialized Knowledge (Carrillo-Yáñez et al., 2018)	7
Figura 2. Aspectos generales del MTSK. Extraído de Delgado-Rebolledo y Espinoza-Vásquez (2021, p. 89)	10
Figura 3. Referentes de calidad de la planeación. Extraído de Tascón (2024, p. 149).....	16
Figura 4. Aprendizajes esperados. Extraído de Tascón (2024, p. 149)	18
Figura 5. Viajando a casa. Extraído de Tascón (2024, p. 149).....	22
Figura 6. Indicadores de desempeño. Extraído de Tascón (2024, p. 149).....	26
Figura 7. Estructura didáctica. Extraído de Tascón (2024, p. 149)	48

INTRODUCCIÓN

La educación matemática infantil es importante para el desarrollo de las competencias matemáticas del alumnado, ya que los primeros contenidos son los que ocuparán los estudiantes para desenvolverse en la sociedad (Alsina, 2015). No sólo es importante aprender estos temas de forma mecanizada, sino también comprender los conceptos para poder enfrentarse a problemas no rutinarios que requieren que el estudiante reflexione y explore distintas estrategias para resolverlos, y, sobre todo, dedique tiempo y esfuerzo en el proceso (Chaves et al., 2017). Reflexionar sobre lo que sucede en las clases reales es un buen punto de partida para que los profesores mejoren su conocimiento profesional, esto implica analizar la práctica diaria donde se ponen en juego sus conocimientos y creencias, y se evidencia la complejidad del proceso de enseñanza y aprendizaje (Zakaryan et al., 2018).

Para abordar esta necesidad, en esta investigación se presenta un análisis de las conexiones de conocimiento que evidencia una profesora de matemáticas y su grado de complejización basado en los esquemas de Piaget (1975). Para ello se considera el modelo de investigación del *Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK*, por sus siglas en inglés – *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*). Además, se presenta un análisis de las creencias que evidencia la profesora basados en las *Concepciones sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas* (de aquí en adelante *CEAM*) (Aguilar-González, 2016). Para realizar esto, la profesora analizó dos planeaciones de clase diseñadas para la enseñanza de problemas multiplicativos de números naturales, y se le realizaron dos entrevistas semiestructuradas. Las planeaciones de clase fueron realizadas por profesores participantes de la investigación de Tascón (2024). Para el diseño de las preguntas de la entrevista se consideró la tabla *Descriptorios generales de conocimiento de las operaciones de multiplicación y división en el MTSK*, presente en la tesis de maestría de Tascón (2024), en la cual se establecen preguntas específicas para cada descriptor.

Esta investigación se organiza en cuatro capítulos. En el primer capítulo, se presentan los aspectos generales del estudio. Se inicia con el planteamiento del problema, en el cual se expone una problemática actual sustentada en una revisión de la literatura especializada. Asimismo, se destaca que el conocimiento especializado del profesor de matemáticas debe ir más allá del dominio de los conceptos matemáticos y

de las formas de enseñanza que no se apoyan en una comprensión profunda de la disciplina. Más adelante, se formulan las preguntas de investigación junto con los objetivos generales y específicos que guían el estudio. Posteriormente, se incluye la justificación, en la que se argumenta la pertinencia y relevancia de la investigación. Finalmente, se expone la viabilidad del estudio, con la cual concluye este primer capítulo.

En el segundo capítulo se desarrollan los fundamentos teóricos que sustentan la investigación. En primer lugar, se abordan las bases del modelo MTSK tomando como referencia los aportes de Shulman (1987) y Ball et al. (2008). Posteriormente, se describe la estructura del modelo MTSK propuesta por Carrillo-Yáñez et al. (2018), considerando sus dominios, subdominios y categorías de conocimiento. Posteriormente, se analiza la manera en que se establecen los esquemas de conocimiento Intra, Inter y Trans, de acuerdo con la perspectiva de Piaget y García (1989). Finalmente, se revisan las literaturas sobre las concepciones de los profesores de matemáticas, basadas en los aportes de Abelson (1979) y Thompson (1992) citados en Aguilar (2016).

En el tercer capítulo se presenta la metodología de la investigación, en la cual se aborda el paradigma interpretativo que orienta el estudio. Asimismo, se realiza una caracterización del estudio de caso y se describe el diseño de la investigación. Se detallan las técnicas e instrumentos de recolección de datos, que incluyen dos entrevistas semiestructuradas y dos planeaciones de clase. Posteriormente, se explica el procedimiento de análisis de la información, llevado a cabo mediante la técnica de análisis de contenido cualitativo. Este análisis se desarrolló con un enfoque deductivo, sustentado en los dominios del modelo MTSK para la identificación del conocimiento especializado, y en el modelo CEAM para el reconocimiento de las creencias docentes. Finalmente, se realiza una descripción de la informante, una profesora de matemáticas con experiencia en educación básica.

En el cuarto capítulo se presenta el análisis de la información recolectada de la informante y los resultados de la investigación. En primer lugar, se establecen las relaciones entre los subdominios de su conocimiento especializado. Posteriormente, se analizan las creencias manifestadas por la docente y, finalmente, se examinan los conocimientos y creencias que emergen de manera conjunta en una misma respuesta. Además, se muestran los esquemas que surgen en el análisis: Intra, Inter o Trans.

Finalmente se presentan las conclusiones del trabajo donde se expone una síntesis de la investigación, los principales aportes y sugerencias para la formación de profesores o estudiantes para profesor.

Capítulo 1

ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN

1.1 Antecedentes

La matemática se enseña mayormente a través del método tradicional, donde el profesor expone un tema, seguido de un ejemplo para después finalizar con una lista de ejercicios que se resuelven mediante el método expuesto por el profesor (Valero y González, 2020). De esta forma, se crea una forma de enseñanza basada en la repetición de procesos y no en la comprensión de los conceptos fundamentales. Sin embargo, el avance de la sociedad y la incorporación de nuevas tecnologías y metodologías en el aula invitan a reflexionar sobre la idoneidad de continuar aplicando el enfoque tradicional en la enseñanza de las matemáticas en el contexto actual (Valero y González, 2020). Cuando el alumno es expuesto a ejercicios que requieren nuevos planteamientos, se genera confusión en él, llevándolo a la frustración y generando emociones negativas hacia las matemáticas. Esto puede implicar que el alumno desarrolle la creencia de que es incapaz de aprender y resolver problemas, lo que puede dar lugar a bloqueos irreversibles, pánico, actitudes negativas y dudar de su capacidad intelectual (Vázquez et al., 2014).

Es importante que el conocimiento del profesor de matemáticas vaya más allá del conocimiento matemático (Scheiner, 2019), es decir, también debe conocer los contextos sociales en los que los contenidos puedan aplicarse y cobrar sentido, además de tener conocimientos didácticos de cómo enseñar, incluyendo, por ejemplo, el uso de recursos virtuales y físicos, conocer estrategias, tareas y ejercicios para enseñar determinado contenido matemático, conocer cómo los estudiantes aprenden mejor y considerar los estándares escolares y nacionales de los contenidos curriculares. El conocimiento matemático no inicia con formalidad y rigor, sino que los alcanza tras un proceso complejo; por ello, su enseñanza también debe tomar en cuenta cómo se construye, no solo su estructura final (Godino et al., 2004). De esta manera, el profesor podrá estructurar y organizar la materia de tal forma que los alumnos puedan adquirir con éxito el conocimiento que se les ha sido explicado (Carrillo Yáñez et al., 2018). El modelo MTSK considera que el conocimiento que un profesor de matemáticas requiere para enseñar es diferente al conocimiento de cualquier otro profesional de la enseñanza, por eso lo consideran como especializado (Scheiner et al., 2019).

Los elementos de conocimiento que se consideran en este modelo deben cumplir con las siguientes dos

características:

1. Ser útil para enseñar matemáticas.
2. Estar relacionado con el contenido matemático.

De esta manera, el modelo MTSK garantiza que los elementos de conocimiento seleccionados sean relevantes y efectivos para la enseñanza de la matemática, y que estén estrechamente vinculados con el contenido matemático que se busca enseñar (Carrillo Yáñez et al., 2022).

1.2 Planteamiento del problema

Los investigadores que desarrollaron el modelo MTSK, aunque han descrito sus subdominios de conocimientos separados, consideran que el conocimiento está interconectado. Muchos estudios han explorado esas relaciones entre conocimientos que los profesores evidencian (Carrillo Yáñez et al., 2017; Otero y Juárez, 2023; Tascón y Juárez 2024, etc.). En estos estudios no se profundizó en cómo se establecen estas relaciones, pero en el trabajo de Juárez-Ruíz et al. (2025), los autores dan una respuesta a esta cuestión a través de los esquemas de Piaget y García (1989), proporcionando en sus resultados ejemplos de esquemas Intra, Inter y Trans. A través de estos, se puede observar el nivel de complejización que poseen los conocimientos del profesor de matemáticas. En este trabajo se realiza un estudio para profundizar en los esquemas que pueden evidenciar los profesores, sobre todo estudiar más a fondo los esquemas Trans.

Esta investigación se sustentó en el modelo MTSK, en los constructos de *no-conexión*, *conexión secuencial*, *conexión direccional* y *conexión interaccional*, los Esquemas de Piaget y García (1989) y en el modelo CEAM desde la perspectiva de Aguilar-González (2016), llamado *Concepciones del Maestro de Primaria sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática*, ya que nos permitirán analizar y comprender a detalle la información.

1.3 Objetivo y pregunta de investigación

1.3.1 Objetivo general

Analizar el nivel de complejización que evidencia en sus esquemas de conocimiento una profesora de matemáticas de nivel básico cuando analiza dos planeaciones de clase del tema problemas multiplicativos de números naturales para niños de tercer grado de primaria.

1.3.2 Pregunta general

¿Qué nivel de complejización evidencia en sus esquemas de conocimiento una profesora de matemáticas de nivel básico cuando analiza dos planeaciones de clase del tema problemas multiplicativos de números naturales para niños de tercer grado de primaria?

1.4 Justificación

Los profesores de matemáticas de nivel básico, específicamente los de los primeros grados de primaria, desempeñan un papel muy importante en la enseñanza de las matemáticas, ya que son los encargados de introducir a los alumnos en los conceptos fundamentales formando las bases para la comprensión y desarrollo futuro de la materia (Martínez-Artero y Checa, 2017). En este nivel educativo, los profesores deben ser capaces de presentar las matemáticas de manera accesible, usando recursos y estrategias didácticas, que permitan establecer una base sólida para el aprendizaje de conceptos más abstractos y complejos a medida que el alumno avanza de nivel educativo. El conocimiento del profesor de matemáticas debe ser un conjunto de saberes interconectados, donde la práctica del docente da sentido a la relación entre conocimientos matemáticos, didácticos, curriculares y epistémicos, entre otros (Godino et al., 2004).

Este trabajo se centra en comprender cómo los conocimientos del profesor de matemáticas se estructuran y se van complejizando a través de su desarrollo (Juárez-Ruiz et al., 2025). El objetivo de analizar las concepciones y las relaciones entre los subdominios del MTSK es comprender la complejidad y la interconexión de cada subdominio del conocimiento del profesor en los tipos de esquemas Intra, Inter o Trans, lo que permitirá identificar distintas maneras de interpretar un mismo contenido matemático y emplearlo como un recurso para la enseñanza, lo cual constituye al conocimiento que debe poseer el profesorado de matemáticas (Escudero-Ávila et al., 2017).

1.5 Viabilidad de la investigación

Esta investigación es viable puesto que se cuenta con los recursos materiales y humanos para realizarla, además de que la profesora seleccionada tiene conocimientos de educación matemática y cuenta con experiencia docente, lo cual favorece la realización de análisis significativos de los datos.

Capítulo 2

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

A continuación, se presentan con mayor detalle las teorías en la que se encuentra inmerso este trabajo, las cuales permiten abordar la investigación de manera efectiva.

2.1 Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)

El Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (*MTSK*) fue desarrollado y propuesto por José Carrillo e investigadores de la Universidad de Huelva. La investigación inició a partir del año 1996; para el año 2013, Carrillo y sus colaboradores presentaron una primera versión del modelo. Finalmente, tras la realización de dos proyectos relacionados con el trabajo en cuestión se logró desarrollar una versión más actualizada en el año 2022 (Carrillo-Yáñez et al., 2022).

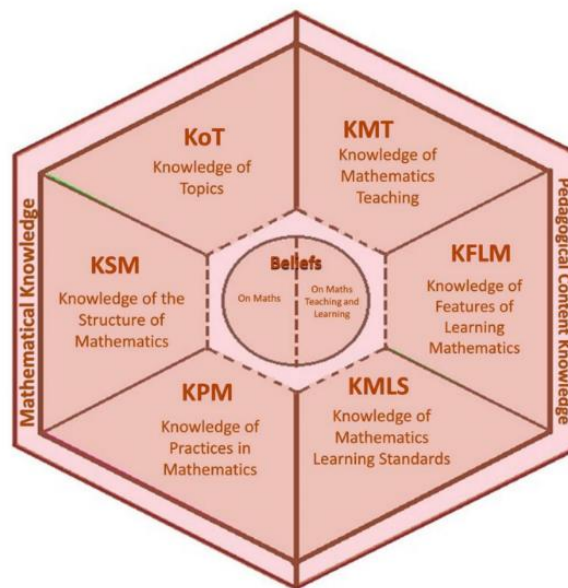


Figura 1. Mathematics Teacher Specialized Knowledge (Carrillo-Yáñez et al., 2018)

De este modo, el modelo MTSK se compone por tres dominios principales: el dominio del Conocimiento Matemático, el dominio del Conocimiento Didáctico del Contenido, los cuales, a su vez, se conforman por una serie de subdominios y categorías específicas que permiten una comprensión más precisa y profunda y un tercer dominio de Creencias acerca de las Matemáticas, su Enseñanza y Aprendizaje. (Ver Figura 1).

2.1.1 *Subdominios del modelo MTSK*

En el dominio del Conocimiento Matemático (*MK* por sus siglas en inglés) se consideran los conocimientos que posee un profesor de matemáticas en términos de una disciplina científica dentro de un contexto educativo, de modo que las características de las matemáticas se consideran como disciplina científica, y al mismo tiempo se reconoce una diferencia entre las Matemáticas *per se* y las Matemáticas Escolares. Este dominio se compone de tres subdominios: el Conocimiento de los Temas (*KoT* por sus siglas en inglés) se refiere a la comprensión y dominio que tiene el profesor sobre los conceptos y procedimientos que enseña, es decir, describe qué y de qué manera el profesor de matemáticas conoce los temas que imparte (Carrillo-Yáñez et al., 2018). Está constituido por cuatro categorías: Fenomenología y aplicaciones; Definiciones, propiedades y sus fundamentos; Registros de representación; y Procedimientos (Vasco y Moriel, 2022).

Este dominio también contempla el subdominio de Conocimiento de la Estructura Matemática (*KSM* por sus siglas en inglés), que implica la comprensión del profesor de las conexiones entre los contenidos matemáticos. Está constituido por las relaciones que existen entre los conocimientos más avanzados y también más elementales que le permiten vincular los contenidos anteriores y posteriores en la construcción de conocimiento. Incluye cuatro categorías: Conexiones de complejización; Conexiones de simplificación; Conexiones auxiliares; y Conexiones transversales (Carrillo-Yáñez et al., 2018; Flores-Medrano, 2014; Flores Medrano, 2022).

Y, por último, contiene el subdominio de Conocimiento de las Prácticas en Matemáticas (*KPM* por sus siglas en inglés), este subdominio se centra específicamente en el conocimiento del profesor sobre el funcionamiento interno de las matemáticas, priorizando la comprensión de los procesos matemáticos en sí mismos, más que en los procesos didácticos para enseñarlos. Está conformado por cuatro categorías: Demostrar; Definir; Resolver problemas; y El papel del lenguaje matemático (Delgado-Rebolledo y Zakaryan, 2020; Delgado Rebolledo et al., 2022).

Finalmente, el dominio del *Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)*, se enfoca específicamente en el conocimiento vinculado directamente con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es decir, al conocimiento didáctico que se vincula con el contenido matemático a enseñar. Este dominio contempla únicamente el conocimiento didáctico en el que el contenido matemático guía y determina los procesos

de enseñanza y aprendizaje. No se refiere al conocimiento didáctico general, sino solo a aquel que está directamente relacionado con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, es decir, los profesores deben combinar su conocimiento matemático con el conocimiento sobre la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes para planificar clases accesibles que brinden igualdad de oportunidades para todos (Carrillo-Yáñez et al., 2018). El PCK se encuentra dividido en tres subdominios; Conocimiento de las Características del Aprendizaje de Matemáticas (*KFLM*) se enfoca en que el profesor conozca cómo los estudiantes piensan, aprenden y construyen el conocimiento matemático, considerando teorías, dificultades, formas de interacción con el contenido matemático y aspectos emocionales relacionados con el aprendizaje de este.

Consta de cuatro categorías: Teorías de aprendizaje matemático, Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas, Formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático y Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas (Zakaryan et al., 2018).

El subdominio del Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (*KMT*) abarca el conocimiento teórico específico para enseñar matemáticas, considerando estrategias, recursos y posibles dificultades, tanto personales como institucionales, excluyendo el conocimiento pedagógico general. Este subdominio considera el conocimiento y teorías de la enseñanza matemática, así como teorías personales, la comprensión del potencial didáctico de actividades, tareas, técnicas, ejemplos y estrategias de enseñanza, así como el uso de diversos recursos de enseñanza, tanto físicos como virtuales (Carrillo-Yáñez et al., 2018).

Finalmente, el subdominio del Conocimiento de los Estándares del Aprendizaje de las Matemáticas (*KMLS*) incluye el conocimiento del docente sobre los contenidos a enseñar y su secuencia, guiado por el currículo o habilidades específicas requeridas en cada grado escolar. Considera el dominio conceptual y procedimental esperado de los estudiantes en matemáticas en distintos niveles escolares. Para obtener una comprensión más precisa de los dominios y subdominios que componen el MTSK, en la Figura 2 se puede apreciar de manera clara y resumida la estructura del modelo.

	Dominios y subdominios	Categorías de conocimiento	
Conocimiento Matemático (MK)	Conocimiento de los temas (KoT)	Procedimientos	
		Definiciones, propiedades y sus fundamentos	
		Registros de representación Fenomenología y aplicaciones	
Conocimiento de la estructura matemática (KSM)	Conocimiento de la estructura matemática (KSM)	Conexiones de complejización	
		Conexiones de simplificación	
		Conexiones transversales	
		Conexiones auxiliares	
Conocimiento de la práctica matemática (KPM)	Conocimiento de la práctica matemática (KPM)	La práctica de demostrar	
		La práctica de definir	
		La práctica de resolver problemas	
		El papel del lenguaje matemático	
Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)	Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM)	Teorías de aprendizaje de las matemáticas	
		Fortalezas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas	
		Formas de interacción con un contenido matemático	
		Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas	
	Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)	Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)	Teorías de enseñanza de las matemáticas
			Recursos de enseñanza Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos
Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)	Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)	Expectativas de aprendizaje	
		Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado Secuenciación de temas	

Figura 2. Aspectos generales del MTSK. Extraído de Delgado-Rebolledo y Espinoza-Vásquez (2021, p. 89)

2.2 Concepciones del maestro de Primaria sobre la enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática

Este apartado está fundamentado en la investigación realizada por Aguilar-González (2016) menciona que, diversos estudios han señalado que las concepciones del profesor sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas están estrechamente relacionadas con su conocimiento profesional, pues influyen en

la forma en que interpreta, planifica y desarrolla su práctica docente. La literatura coincide en que las concepciones constituyen un aspecto fundamental en la formación del profesorado, dado que condicionan sus decisiones instruccionales y pueden facilitar o limitar la implementación de enfoques didácticos más complejos (Thompson, 1984, 1992; Ernest, 1988; Ponte, 1992; Wilkins y Brand, 2004). Aunque las creencias suelen ser relativamente estables y difíciles de modificar (Pajares, 1992), existen investigaciones que muestran que pueden transformarse a partir de experiencias formativas significativas.

En cuanto a cómo se conciben estas concepciones, se identifican distintas posturas. Algunos autores las consideran parte del conocimiento, mientras que otros establecen una distinción explícita entre conocimiento y creencias, señalando que estas últimas se caracterizan por su naturaleza subjetiva, su grado variable de convicción y la falta de validación compartida (Aguilar-González, 2016). Este contraste permite entender que las creencias pueden coexistir con el conocimiento, pero no se rigen necesariamente por los mismos criterios de justificación o acuerdo disciplinar.

La influencia de las creencias en la práctica docente ha sido ampliamente documentada, ya que orientan la manera en que los profesores conciben la naturaleza de las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje (Aguilar-González, 2016). Por ejemplo, creencias centradas en una visión estática y procedimental de la disciplina suelen asociarse con prácticas tradicionales, mientras que una concepción más dinámica y orientada a la resolución de problemas favorece enfoques que promueven la construcción activa del conocimiento. Asimismo, las creencias del profesor sobre cómo aprenden los estudiantes tienen efectos directos en la selección de tareas, la organización del aula y la forma de evaluar.

En este estudio, entendemos las *creencias* como sinónimo de *concepciones*, siguiendo el planteamiento de Aguilar (2016) sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas como el conjunto de ideas, interpretaciones y posicionamientos que el docente manifiesta a través de su discurso, de sus decisiones didácticas y de la manera en que describe su práctica.

El instrumento CEAM (Aguilar-González, 2016) se utiliza en este trabajo para analizar las creencias que evidencia la docente tras analizar las planeaciones de clase. Este instrumento está compuesto por los dominios: *Concepción de la Metodología*, *Concepción de la Matemática Escolar*, *Concepción del Aprendizaje*, *Papel del Alumno* y *Papel del Profesor*, los cuales se identificarán en esta investigación como categorías. Cada categoría se organiza en las subcategorías que la conforman, así como la manera

en que se definen en relación con cada una de las tendencias, las cuales denominamos indicadores (ver Apéndice C).

2.3 Tipos de conexiones entre conocimientos

Esta investigación está fundamentada en el trabajo de Juárez-Ruíz et al. (2025), en donde se describen las conexiones entre conocimientos del MTSK, ya que son más flexibles que las relaciones propuestas por Spencer et al. (2014). A continuación, se describe cada una de ellas:

Una *no-conexión* ocurre cuando los conocimientos surgen de manera aislada, es decir, el sujeto no establece una conexión consciente con otros conocimientos. Una *conexión secuencial* surge cuando los conocimientos surgen uno después de otro, describiendo algún objeto o evento. Su conexión es muy débil. Un ejemplo de una conexión secuencial es la descripción de un suceso que ocurrió en el tiempo o que ha sido prescrito por otra persona o instancia. Una *conexión direccional* ocurre cuando un subdominio implica la presencia de otros subdominios en un contexto particular. Una *conexión interaccional* surge en un discurso continuo del profesor en un contexto particular. Consiste en la aparición interrelacionada de dos o más conocimientos, por ejemplo, partiendo de un conocimiento se llega a otro y regresa al primero, etc.

2.4 Esquemas Intra, Inter y Trans

El constructo de *Esquema*, propuesto por Piaget (1975), se refiere a los procesos mentales que ocurren en un individuo y que pueden clasificarse en tres etapas, según su nivel de desarrollo. Piaget y García en su obra *Psicogénesis e historia de la ciencia* (1989) abordan el significado de los esquemas de conocimiento. Según estos autores, los esquemas no son estáticos, sino que se desarrollan a lo largo del tiempo, pudiendo identificarse tres fases o etapas que se diferencian por el nivel de integración y relaciones establecidas entre los distintos elementos que componen el esquema (Trigueros, 2005). En este estudio se entiende que un esquema constituye el conjunto de conocimientos del profesor que se encuentran interrelacionados, de manera consciente o inconsciente, con un tema específico de las matemáticas; en este caso, relacionado con la resolución de problemas multiplicativos de números naturales a nivel básico. Se considera que el conocimiento matemático puede manifestarse en distintos niveles de relación que a continuación se describen.

En este estudio, un Esquema *Intra* se considera como aquel en el que los conocimientos que lo conforman no presentan conexiones entre sí. En esta fase, el docente se centra en aspectos específicos de un conocimiento y ofrece explicaciones particulares sobre él. Aunque puedan aparecer otros conocimientos relacionados, el profesor no establece vínculos conscientes entre ellos, describiéndolos únicamente como un conjunto de características de un objeto o situación, sin integrar sus relaciones (Juárez-Ruiz, et al., 2025).

En el Esquema *Inter* del MTSK, los conocimientos comienzan a establecerse de manera contigua, generando conexiones que pueden ser secuenciales, direccionales o interaccionales. Esto refleja que el docente no solo domina conocimientos aislados, sino que comienza a integrarlos, mostrando una comprensión más estructurada y articulada (Juárez-Ruiz, et al., 2025). En esta etapa, las relaciones entre los conceptos permiten que el profesor explique fenómenos o problemas de manera más coherente, identificando cómo un conocimiento puede influir o interactuar con otro. Estas conexiones se observan en un fragmento continuo del discurso del docente

Finalmente, en el esquema *Trans* el profesor logra organizar sus conocimientos de manera coherente y es capaz de identificar cuándo y cómo aplicar esas relaciones en diferentes contextos. Es en este esquema es donde puede justificar las razones de las conexiones que ha establecido entre los conocimientos y estas razones pueden sustentarse en creencias que surgen de forma consciente (Juárez-Ruiz, et al., 2025).

Capítulo 3

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación se sustenta en un paradigma interpretativo donde lo que interesa es profundizar en el conocimiento del docente para comprender sus esquemas de conocimiento, sin buscar cuantificarlo o medirlo. Según Carr y Kemmis (1988), el paradigma interpretativo busca comprender los significados subjetivos que los actores sociales atribuyen a sus propias acciones, es decir, no existe una realidad objetiva y ajena a la interpretación humana; en su lugar, se reconocen múltiples realidades. Su objetivo es desentrañar la estructura de comprensión que permite entender por qué esas acciones resultan significativas para quienes las realizan. Con base en este paradigma, la investigación tiene un carácter cualitativo, ya que nos interesa analizar y profundizar en el conocimiento del docente, por lo que este enfoque resulta adecuado, ya que permite identificar elementos clave para explorar, comprender y describir cómo los participantes viven los fenómenos a su alrededor, considerando sus perspectivas, interpretaciones y significados (Hernández-Sampieri y Mendoza, 2018).

La metodología fue un estudio de caso instrumental, donde el fenómeno de estudio fue el conocimiento especializado de la profesora de matemáticas (Stake, 1998). El caso está conformado por una profesora egresada en 2017 de la Licenciatura en Educación Secundaria con especialidad en Telesecundaria, cursada en el Benemérito Instituto Normal del Estado “General Juan Crisóstomo Bonilla”, del estado de Puebla. Al momento de la entrevista, la docente había concluido el tercer semestre de la Maestría en Educación Matemática y contaba con cinco años de experiencia profesional en una escuela telesecundaria rural del mismo estado, donde se encontraba en servicio activo impartiendo clases a estudiantes de segundo grado.

Los instrumentos de recolección de datos consistieron en dos planeaciones de clase realizadas por dos profesores colombianos, resultado de otra investigación (Tascón, 2024), así como de dos entrevistas semiestructuradas, las cuales fueron realizadas en dos momentos distintos.

El procedimiento realizado para la recolección de datos se describe a continuación. Primero se firmó un formato de consentimiento informado por la profesora participante en el proyecto, donde se le informó que sus datos personales serían resguardados. Después, se le proporcionaron las planeaciones de clase solicitando su revisión y análisis previo a la primera entrevista. A continuación, se realizó la entrevista por videoconferencia Google Meet Institucional con la participación de la directora de tesis y la tesista, la

cual tuvo una duración de 1 hora, 32 minutos y 30 segundos. Durante la primera entrevista se mostraba cada fragmento de la planeación de clase, preguntando sobre su acuerdo o desacuerdo con él mismo o cómo ella lo haría y porqué. Una vez realizada la entrevista se hizo la transcripción inmediatamente para proceder al análisis. Una vez se tuvo el primer análisis, se realizó la segunda entrevista revisando aspectos de la primera entrevista que no habían quedado del todo claros, y se procedió a su transcripción y análisis. Esta segunda entrevista tuvo una duración de 27 minutos con 29 segundos.

El procedimiento para el análisis de la información se realizó con la técnica del análisis de contenido cualitativo, puesto que permite identificar si una característica está presente o no y se realiza un recuento de datos secundarios relacionados con fenómenos que siempre pueden ser mencionados o referenciados (Porta y Silva, 2003). El análisis fue deductivo porque se sustentó en las categorías del modelo MTSK para identificar el conocimiento especializado y en los instrumentos CEAM para la identificación de creencias, ambos descritos en el marco teórico. Una vez identificado el conocimiento especializado y las creencias de la informante en los fragmentos de entrevista, se buscó aquellos donde solo emergen creencias y se diferenciaron de los fragmentos donde aparecen creencias y conocimientos para identificar las conexiones entre creencias y conocimientos y en qué tipo de esquemas surgieron.

Capítulo 4

ANÁLISIS Y RESULTADOS

Para el análisis de la entrevista semiestructurada se utilizó el modelo MTSK como herramienta analítica, el cual permite describir de manera detallada el conocimiento especializado que el docente de matemáticas pone en juego al enseñar la estructura multiplicativa mediante la resolución de problemas (Tascón, 2024). Además, se utilizaron los Instrumentos CEAM (I), (II), (III), (IV) y (V) (Aguilar-González, 2016) para analizar las creencias de la profesora.

A continuación, se describen algunas de las relaciones identificadas entre las categorías de conocimiento del modelo MTSK (Apéndice D) y las creencias descritas en el modelo CEAM que se muestran en el Apéndice C (Aguilar-González, 2016). Cabe señalar que, en el primer análisis de la entrevista, se identificaron relaciones entre los conocimientos de los distintos subdominios del modelo MTSK. No obstante, tras una revisión posterior, se detectaron creencias expresadas por la profesora, lo que motivó un análisis más profundo de la entrevista para confirmar la existencia de dichas creencias.

4.1 Creencias que manifiesta la profesora Lucía

En la primera parte de la entrevista, tras analizar la primera planeación (Apéndice A), se observa que la profesora Lucía presenta creencias del dominio de Metodología cuando se le pregunta acerca de los Estándares Básicos de Competencia (EBC en adelante) y Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA en adelante), que se muestran en la Figura 3.

REFERENTES DE CALIDAD	
ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS.	DERECHOS BASICOS DE APRENDIZAJE (DBA).
<ul style="list-style-type: none">• Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.• Identifico en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.	<ul style="list-style-type: none">• Puede estimar el resultado de un cálculo sin necesidad de calcularlo con exactitud.• Resuelve problemas que involucran sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con números naturales• Resuelve problemas de proporcionalidad directa.

Figura 3. Referentes de calidad de la planeación. Extraído de Tascón (2024, p. 149)

La primera creencia identificada en la entrevista es sobre las delimitantes para el docente al momento de trabajar con objetivos. Enseguida se muestra el fragmento de entrevista donde se identifica la creencia.

Tabla 1. Creencias y descriptores evidenciados sobre los EBC.

PREGUNTA	CREENCIA	DESCRIPTOR	SUBCATEGORIA	CATEGORIA
Respecto a los estándares básicos de competencias, me gustaría saber qué opina usted de los que están aquí.	[...] <i>más que estándares, bueno, creo que son unos objetivos que van delimitando bastante el trabajo del docente, porque ya nos va diciendo qué se va a hacer, qué queremos lograr, hasta qué punto de una taxonomía podemos llegar, por medio de qué y qué es lo que vamos a evaluar. Entonces considero que están bien.</i>	La profesora cree que los objetivos definen un marco genérico de actuación (carácter orientativo).	Objetivos	Metodología

Cuando se le preguntó a la profesora Lucía su opinión sobre los EBC que se incluyen en la planeación, ella dio una valoración positiva. Estos estándares, propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en Colombia tienen como finalidad unificar los objetivos de aprendizaje en las distintas instituciones educativas del país, asegurando que todos los estudiantes desarrollen las mismas competencias clave. Desde la perspectiva de la profesora, los EBC son útiles porque ayudan a organizar el trabajo del docente al ofrecer una guía clara, al delimitar los aprendizajes esperados y establecer los referentes sobre las habilidades y conocimientos que deben alcanzar los alumnos en cada ciclo escolar. De este modo, los estándares no solo orientan la planificación, sino que también contribuyen a estructurar el proceso de enseñanza con base en metas comunes y medibles. De esta manera, la profesora manifiesta una creencia referente a la metodología, ya que se habla sobre el proceso y los estándares que se deben considerar al momento de planear, además, se habla de objetivos claros (de tipo orientativo) que guían tanto la enseñanza como el aprendizaje, pues indican lo que los estudiantes deben alcanzar durante el ciclo escolar.

En la Tabla 2 se presenta un fragmento de la entrevista en el que Lucía expresa otra creencia acerca de cómo debería desarrollarse el aprendizaje en los estudiantes, la cual surgió a partir de la pregunta sobre los aprendizajes esperados mostrados en la Figura 4.

APRENDIZAJES ESPERADOS:	Se espera que los estudiantes resuelvan situaciones que implican la multiplicación y la división con el fin de determinar la aplicación en situaciones cotidianas. Para esta actividad, se evalúa el análisis que los estudiantes hicieron con respecto a las situaciones y las estrategias de resolución que plantean.
--------------------------------	---

Figura 4. Aprendizajes esperados. Extraído de Tascón (2024, p. 149)

Tabla 2. Creencias y descriptores evidenciados sobre los procesos inductivos.

PREGUNTA	CREENCIA	DESCRIPTOR	SUBCATEGORIA	CATEGORIA
En la parte de aprendizajes esperados, dice que se espera que los estudiantes resuelvan situaciones de tipo que implican la multiplicación y la división. Para esta actividad se evalúa el análisis que los estudiantes hicieron con respecto a las situaciones y las estrategias de resolución que plantean, ¿qué opina de estos aprendizajes esperados y si cambiaría algo?	Sí, bueno, yo no tengo la experiencia, por ejemplo, con este aprendizaje esperado, no sé en qué punto del trabajo lo pondría, algo podría resultar desastroso, pero analizándolo con mi poca experiencia, es que bueno, creo que quieren ir como de lo avanzado al que se deduzca el aprendizaje como tal , porque <i>creo que lo natural sería que los estudiantes, como mencionaba, quisieran sumar y después encontrarán un camino que a lo mejor va a facilitar el trabajo, a que a ese trabajo difícil le encuentren caminos fáciles.</i>	La profesora cree que el aprendizaje se produce a partir de la participación del alumno en procesos inductivos.	Tipo y forma	Concepción del aprendizaje

<p>[...] Y regresando aquí al tema este de los aprendizajes esperados, entonces, como tú bien nos indicas, pues lo harías de otra manera, ¿no?</p>	<p>[...] Sí, creo que este va de una forma deductiva donde ellos tienen que ser. Y bueno, <i>yo creo que lo correcto, bueno, no sé si lo correcto, pero lo que se ve que da más resultados y de lo que más maestros comentan, por ejemplo, en consejos técnicos por experiencias, pues es con un método inductivo.</i></p>			
--	---	--	--	--

Como se puede observar en la Tabla 2, el entrevistador le solicita a la profesora dar su opinión respecto a los aprendizajes esperados relacionados con la multiplicación y la división que se muestran en la Figura 5. En la respuesta de Lucía, en el fragmento resaltado en gris, la docente realiza una inferencia sobre el enfoque planteado en dicha planeación, el cual identificamos de tipo deductivo. Por otro lado, en el fragmento resaltado en cursiva se evidencia una creencia personal, donde expresa que le parece más natural que los estudiantes inicien con conceptos sencillos y que, progresivamente, se incremente la dificultad. Esta creencia se vincula con una concepción del aprendizaje y se clasifica dentro de la categoría tipo y forma, ya que la profesora considera que el aprendizaje se facilita cuando se aborda desde un enfoque inductivo.

De la misma pregunta de la Tabla anterior, surgen dos creencias diferentes.

Tabla 3. Creencias y descriptores evidenciados sobre la finalidad de la asignatura.

PREGUNTA	CREENCIA	DESCRIPTOR	SUBCATEGORIA	CATEGORIA
	<p><i>Creo que entonces ya no están valorando la utilidad que le están dando a la multiplicación y a la división.</i></p>	<p>La profesora cree que la asignatura ha de tener un carácter práctico y</p>	<p>Finalidad</p>	<p>Concepción de la matemática escolar</p>

	<i>Se está viendo el contenido como un tanto falta de significado, hablando de aprendizaje, aprendizaje significativo, porque entonces si analizan de esta forma, por ejemplo, la multiplicación, de que ya vi que la multiplicación significa las sumas, la suma abreviada,</i>	significativo que permita su aplicación utilitaria en la vida cotidiana.		
	entonces ahí se queda, es solamente un conocimiento, vamos a llamarlo, para llenar el cuaderno, [...], <i>siento que no le tendría como un significado.</i>	Se aprende cuando el objeto de aprendizaje, que surge aleatoriamente del contexto, posee un significado para el alumno.	Aprendizaje	Concepción del aprendizaje

La profesora manifiesta que, en la planeación que analizó, no se valoran adecuadamente la utilidad ni el significado de las multiplicaciones y divisiones desde la perspectiva del estudiante. A partir de esta observación, se infiere que su creencia sobre la enseñanza de las matemáticas escolares está orientada hacia una visión funcional y contextualizada del conocimiento matemático. Considera que los contenidos deben ser prácticos y estar vinculados con situaciones de la vida cotidiana del alumnado. En este sentido, su concepción de la matemática escolar está centrada en que el aprendizaje debe tener una finalidad clara para los estudiantes. Esta postura refleja una orientación hacia un enfoque educativo que busca la relevancia del saber matemático en contextos reales, alejándose de una enseñanza basa solamente en contenidos abstractos y/o descontextualizados.

Además, la docente manifiesta que cuando un tema, como en este caso las multiplicaciones con números naturales, no tiene un significado claro para el alumno, este contenido se percibe como un requisito sin sentido. La profesora Lucía cree es fundamental que el estudiante sea capaz de otorgar significado a lo que aprende, es decir, que comprenda el contenido dentro de un contexto que le resulte

relevante y que, al mismo tiempo, le permita construir conocimiento de manera activa. Esta creencia se enmarca en la categoría referida a la concepción del aprendizaje.

En la Tabla 4 se presenta otra creencia de Lucía respecto a la concepción de la matemática escolar, pues señala que la forma de evaluación reflejada en la primera planeación que analizó es exclusivamente cuantitativa y no cualitativa.

Tabla 4. Creencias y descriptores evidenciados sobre la orientación de la matemática escolar.

PREGUNTA	CREENCIA	DESCRIPTOR	SUBCATEGORIA	CATEGORIA
Empezando por esta parte de ruta de aprendizaje, nos pone ya una actividad de un problema, y en primera me gustaría saber si ¿usted presentaría un problema de este tipo como tal, como inicio de una planeación de clase?	Sí lo encontraría. [...], básicamente estamos haciendo más fácil que el estudiante lea y escriba a que realmente interactúe, [...]. <i>Yo creo que, para una actividad de inicio, bueno, si evidentemente estamos hablando de calidad aquí, por ejemplo, pues la maestra o el maestro, el diagnóstico que tendría, pues es un número, así que veamos que hay una evaluación informativa o que la maestra puede decir ah, tienen problemas a lo mejor en el problema tal porque se redactó de esta forma.</i>	La profesora cree que interesan tanto la adquisición de conceptos como el desarrollo de procedimientos al momento de evaluar.	Orientación	Concepción de la matemática escolar

En esta parte de la entrevista, se le preguntó a Lucía si tendría alguna dificultad para trabajar con sus alumnos un problema elaborado con un programa interactivo en la computadora, en el cual la actividad se evalúa de manera simultánea. El problema plantea la historia de una persona que compra cierta cantidad

de panes para repartirlos entre su familia y que debe tomar tres autobuses con un costo determinado, así como se muestra en la Figura 5. Posteriormente, se presentan preguntas que deben responderse en la computadora.

INICIO.	<p>Se muestra la historia de un sujeto que está comprando una cantidad de panes para repartirlos entre su familia, él compra 30 panes y en su familia, contándolo a él son 6 personas, además debe tomar tres buses donde el pasaje cuesta cada uno \$1750. Al final se deben hacer las preguntas.</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuántos panes le corresponden a cada familiar? ¿Cómo lo podemos determinar? • ¿Cuánto dinero gastó en el transporte, si cada uno de los tres pasajes costó \$1.750? y ¿qué debo hacer para saberlo? <p>Posteriormente, los estudiantes discutirán posibles formas de solucionar las situaciones.</p>
----------------	---

Figura 5. Viajando a casa. Extraído de Tascón (2024, p. 149)

Lucía comenta que sí tendría dificultades para trabajar con una actividad de este tipo, debido a que no siempre se dispone de los recursos tecnológicos necesarios en las escuelas. Además, considera que el alumno no tendría una interacción significativa con el recurso interactivo, lo que impediría una adecuada retroalimentación.

En el fragmento señalado en cursivas, la docente menciona que el diseño de la actividad permite obtener información cuantitativa sobre los conocimientos del alumno; sin embargo, no posibilita un diagnóstico acerca de los problemas o dificultades que este pueda presentar. A partir de lo anterior, la profesora expresa una creencia relacionada con la orientación de la matemática escolar, ya que considera importante evaluar tanto la adquisición de conceptos como el desarrollo de procedimientos.

A continuación, en la Tabla 5 se presentan un indicio de creencia y una creencia, respectivamente, sobre la importancia de la contextualización de los problemas presentados en la primera planeación, ya que, como se había mencionado antes, fue realizada por una profesora colombiana.

Tabla 5. Creencias y descriptores evidenciados sobre la contextualización.

PREGUNTA	CREENCIA	DESCRIPTOR	SUBCATEGORIA	CATEGORIA
----------	----------	------------	--------------	-----------

<p>Ok, como usted ha mencionado mucho, el contexto es muy importante. Entonces a lo mejor un alumno aquí en México puede leer esto y sacarse de onda con el precio, por ejemplo, que pone acá y porque diría los panes no creo que valgan tanto. ¿Entonces, si tomamos un problema así externo, <i>qué tan importante cree que sea contextualizarlo con respecto al entorno donde se vive?</i></p>	<p><i>Sí, sí, es bastante importante.</i> Bueno, ya yéndonos, por ejemplo, al contenido del recurso. Sí, hasta yo dije ¿qué onda no? Pero bueno, también tenía la duda porque, por ejemplo, ahí dice que debe tomar tres autobuses donde el pasaje cuesta tanto. ¿Y yo dije, bueno, tres autobuses de ida, tres autobuses de ida y vuelta ¿o cómo? ¿Cómo se viaja? <i>Creo que también hacían falta unas precisiones en el problema.</i></p>	<p>La profesora cree que la matemática escolar tiene su punto de partida en la etnomatemática de los alumnos y recoge las necesidades sociopolíticas, culturales... “Hacer matemáticas” con un carácter más formal (con la formalidad que tiene sentido alcanzar en esta etapa educativa) proviene del análisis de lo concreto.</p>	<p>Contenido</p>	<p>Concepción de la matemática escolar</p>
--	--	---	------------------	--

A la profesora Lucía se le preguntó qué tan importante considera la contextualización de los problemas externos. Ella respondió con el indicio de creencia resaltado en gris afirmando que sí la considera relevante, poniendo como ejemplo el ejercicio planteado en la planeación (mencionado en el análisis de la Tabla 4 sobre la compra de panes) y añadió que, además, es necesario precisar la información que se presenta en el enunciado del problema, pues encontró algunas ambigüedades en el mismo. En su respuesta, Lucía expresa una creencia relacionada con el contenido de la matemática escolar, ya que cree que dicha materia debe partir de la *etnomatemática* de los estudiantes y atender sus necesidades.

A continuación, en la Tabla 6 se muestra otra creencia vinculada con las tareas escolares, la cual ofrece información sobre cómo la profesora concibe su propósito en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas.

Tabla 6. Creencias y descriptores evidenciados sobre las tareas.

PREGUNTA	CREENCIA	DESCRIPTOR	SUBCATEGORIA	CATEGORIA
Ok, para la parte del cierre se dice que finalmente se deja una tarea en la que se encuentran ejercicios donde deben utilizar la multiplicación o la división para determinar la solución. ¿Qué opina usted acerca de dejar tarea?	Entonces, <i>creo que si la tarea tiene un objetivo y ese objetivo es evaluable o tiene un propósito importante, es válido siempre y cuando el maestro evalúe lo que está pidiendo.</i>	La profesora cree que se deben perseguir objetivos terminales y funcionales, poniéndose más énfasis en objetivos procedimentales locales.	Objetivos	Metodología

En la fase de *cierre* de la planeación se asignan ejercicios como tarea, en los cuales los alumnos deben emplear multiplicaciones y divisiones. Ante ello, el entrevistador le pregunta a Lucía su opinión sobre la asignación de tareas. Ella expone una creencia al señalar que está de acuerdo con dejar tareas, siempre y cuando estas tengan un propósito claro y dicho propósito sea evaluado por el profesor. Esta respuesta permite identificar una creencia vinculada con los objetivos de la *metodología*, pues considera que deben perseguirse objetivos terminales y funcionales, con un énfasis particular en los objetivos procedimentales de carácter local.

En la Tabla 7 se muestra una creencia de Lucía vinculada con su concepción sobre las teorías de enseñanza de las matemáticas.

Tabla 7. Creencias y descriptores evidenciados sobre la diferenciación individual.

PREGUNTA	CREENCIA	DESCRIPTOR	SUBCATEGORIA	CATEGORIA
----------	----------	------------	--------------	-----------

<p>Ya antes de terminar con esta planeación, me gustaría saber si usted conoce alguna teoría de enseñanza que pudiera aplicar para dar un tipo de clase así de multiplicación y división, por ejemplo. [...] ¿Y específicamente de alguna teoría matemática? De la educación matemática, Lucía.</p>	<p>Es que dependería de demasiados factores, [...] <i>tendría que encajar con la forma de mis estudiantes, con la forma de mi enseñanza, con los recursos que tenga. Podría trabajarlo con diferentes cosas. Yo creo que lo más básico y lo más, pues sí, lo más fácil, no quiero decir fácil, lo más accesible que he visto que se presta para demasiados temas, pues es la teoría de tarea auténtica.</i> No sé si es teoría, no recuerdo bien el término, pero son tareas auténticas. <i>Entonces considero que eso sería como la columna vertebral.</i></p>	<p>La profesora cree que debe atenderse explícitamente a la diferenciación individual mediante el planteamiento de actividades que permiten el trabajo en distintos niveles y con actividades específicas para cada necesidad.</p>	<p>Diferenciación individual</p>	<p>Metodología</p>
---	---	--	----------------------------------	--------------------

Para concluir el análisis de la primera planeación, se le preguntó a Lucía si conocía alguna teoría de enseñanza de las matemáticas que pudiera aplicar en sus clases. La docente respondió que la elección de una teoría depende de diversos factores, tales como las características de aprendizaje de sus estudiantes, su propio estilo de enseñanza y los recursos disponibles en el aula. Según su experiencia, no todas las teorías son igualmente aplicables en cualquier contexto; por ello, considera que la más accesible y práctica para su situación es la *Teoría de Tareas Auténticas*. En este sentido, Lucía manifiesta una creencia clara en relación con la diferenciación individual dentro de la *metodología*, ya que considera que es fundamental atender explícitamente las necesidades particulares de cada alumno mediante actividades que permitan el trabajo en distintos niveles.

A continuación, se presenta un indicio de creencia que expresó la profesora Lucía sobre la concepción de la matemática escolar tras analizar el fragmento de la Figura 6 de la segunda planeación de clase (Apéndice B).

Indicadores de desempeño

Características de pensar y trabajar en matemáticas

Especialización

Números naturales

- Comprender las propiedades conmutativas y asociativas de la suma y usarlas para simplificar los cálculos.
- Reconocer complementos de 100 y complementos de múltiplos de 10 o de 100 (hasta 1000).

Generalización

- Estimar, sumar y restar números naturales de hasta tres cifras (reagrupación de unidades o decenas).
- Comprender y explicar la relación entre multiplicación y división.

Figura 6. Indicadores de desempeño. Extraído de Tascón (2024, p. 149)

Tabla 8. Indicio de creencia y descriptores evidenciados sobre el concepto de estimación.

PREGUNTA	CREENCIA	DESCRIPTOR	SUBCATEGORIA	CATEGORIA
Hay una parte que en la parte de generalización nos menciona tres: estimar, sumar y restar números naturales, específicamente estimar. ¿Cree usted que es importante que los alumnos trabajen con ese concepto? ¿Con el concepto de estimación?	<i>Claro que sí. Esto no viene normal, no recuerdo el título o cómo se llamaban, pero eran habilidades básicas de las matemáticas, medir, contar, estimar. Entonces sí, sí es importante también para generar o para fomentar un pensamiento pues lógico matemático.</i>	La profesora cree que la matemática escolar muestra su doble perspectiva de exactitud/aproximación dependiendo del contexto.	¿Cómo es?	Concepción de la matemática escolar

En el fragmento anterior se le pregunta a la profesora si considera importante que los alumnos trabajen

con el concepto de *estimar*, a lo que ella responde afirmativamente. Aunque no utiliza de manera explícita la palabra “*creo*”, su respuesta se deriva directamente de la pregunta planteada en negritas. Además, señala que medir, contar y estimar son habilidades básicas de las matemáticas, por lo que la docente expresa una creencia vinculada con la naturaleza de la matemática escolar, al reconocer en ella una doble perspectiva de aproximación y exactitud, la cual depende del contexto en el que se apliquen dichos conceptos.

4.2 Conocimientos que presenta la profesora Lucía

En la entrevista se hallaron indicios y evidencias de conocimiento que presenta la profesora Lucía, a continuación, se describen detalladamente.

A la profesora Lucía se le mostró la Figura 3 y se le hicieron preguntas correspondientes a los DBA como se muestra a continuación.

Investigador: Tenemos dos apartados que son Estándares básicos de competencia y Derechos Básicos de aprendizaje. Si bien tengo entendido los derechos básicos de aprendizaje los dan los ministerios o Secretarías de Educación de cada país. Entonces quería saber ¿qué relación tienen estos derechos con los que se presentan en la SEP?

Lucía: De lo que leí, pude encontrar mucha similitud con el plan de estudios 2011. Este plan de estudios lo daba la SEP, iba dividido en ejes, se llaman ejes. Entonces se hablaba de operaciones, se hablaba de geometría y se hablaba de probabilidad. Y bueno, se dividían de esa forma. Entonces yo encontré mucha relación con esa parte, porque actualmente la Nueva Escuela Mexicana no los considera de esta forma o no son tan estandarizados, solamente son propuestas que ya podríamos modificar dependiendo de las problemáticas que se abordan y de los diagnósticos que se hacen a los estudiantes.

Como tal, no nos basamos en un derecho básico de aprendizaje, simplemente son propuestas y de ahí se van modificando, incluso llegan a verse muy diferentes. Esa es la relación que encontré en esa parte. En la otra parte, desde el título de referentes de calidad, para la SEP, pues la calidad ya no es como un adjetivo que se utilice, porque bueno, a partir de esta palabra se dieron algunas situaciones laborales con las que dieron también muchos despidos y cosas

así. Entonces, como tal, esa palabra de calidad ya no la había encontrado desde el 2018. Pero bueno, eso es lo más parecido a los derechos básicos de aprendizaje con la Nueva Escuela Mexicana y el Plan de Estudios 2011.

Del fragmento citado, fue posible identificar y profundizar en el conocimiento que posee Lucía respecto a los referentes curriculares del Plan de Estudios 2011 (RIEB) y de la Nueva Escuela Mexicana, ambos propuestos por la Secretaría de Educación Pública (SEP) en México, y los EBCM y los DBA del Ministerio de Educación Nacional (MEN) de Colombia. A través de la entrevista, Lucía demuestra tener conocimiento sobre las competencias que los estudiantes deben alcanzar a lo largo del ciclo escolar correspondiente a dichos planes de estudio. Asimismo, manifiesta conocimiento sobre los aprendizajes esperados en el grado específico de interés, correspondientes a las Expectativas de Aprendizaje (KMLS). De este, la profesora manifiesta un único conocimiento del subdominio KMLS donde se da una *no-conexión*, lo que permite establecer un esquema Intra. En la Tabla 9 se muestra el descriptor creado con base en el análisis de la entrevista

Tabla 9. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KMLS.

DOMINIO	SUBDOMINIO	CATEGORIA	DESCRIPTOR
PCK	KMLS	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce los referentes de calidad de los planes de estudio de la SEP 2011 y 2018 y su relación con los Estándares básicos de competencia y Derechos Básicos de aprendizaje del MEN.
Esquema:		Intra	

Al preguntarle a la profesora Lucía sobre las limitaciones que se presentan al trabajar con estándares, ella manifestó diferentes conocimientos que se muestran en el siguiente fragmento de entrevista.

Investigador: Ahorita usted mencionó que puede tener ciertas limitaciones el poner unos estándares ¿cómo qué limitaciones cree que pueda presentar?

Lucía: La forma en que se redactan es como la autonomía de los docentes. Por ejemplo, aquí estamos hablando de que el aprendizaje era que los estudiantes aprendieran el algoritmo o el proceso de la multiplicación y la división. [...] Cuando hablaba, por ejemplo, de que nos limitan, o sea, ya no me están dando como el tiempo para poder generar ese proceso, para poder llegar a esos pasos, sino que me está pidiendo el estándar como tal, pues que tienen que resolver y que tienen que formular problemas ¿a través de qué? Bueno, de relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. Pero ya, por ejemplo, en la práctica, en esta planeación, sí es como que un poco abrupto el choque entre los conocimientos que tiene el estudiante y el problema que se le está poniendo encima.

Investigador: ¿Te refieres a todo ese proceso que conlleva la resolución de un problema?

Lucía: Me refiero justo a la planeación, porque, por ejemplo, entre los [videos] interactivos pedía que el estudiante como tal hiciera la multiplicación, pero no se visualiza, falta esa parte donde el estudiante observa qué es lo que sucede.

Por ejemplo, si se habla de sumas y de restas, que aquí en la planeación también lo puso en los conocimientos previos, sumas y restas, yo no encontré, por ejemplo, en el material didáctico, bueno, en los recursos, que el alumno viera cómo se va transformando la suma en una multiplicación o cómo puede abreviar una suma en una multiplicación. Le está pidiendo que se vaya enseguida a la operación de la multiplicación, le pide que multiplique, pero no le da como un énfasis en ese proceso, que el estudiante tenga que asimilar esa información.

En la entrevista, se le pregunta a la docente qué limitaciones considera pueden surgir al trabajar con estándares. A partir de su respuesta emergen dos tipos de conocimiento. En primer lugar, hay un indicio de conocimiento de procedimientos (KoT), en el fragmento resaltado en verde claro, donde identifica en la planeación que los estudiantes deben aprender el algoritmo o proceso de la multiplicación y la división. Es un indicio porque no explica en qué consiste cada uno de ellos. En segundo lugar, en el texto resaltado en verde oscuro, hace referencia a las definiciones y propiedades (KoT) de los números naturales y sus

operaciones, lo cual incluye ambas operaciones mencionadas, donde se da una *no-conexión*. También se trata de un indicio de conocimiento porque no profundiza en ello.

Como se observa en el fragmento, el entrevistador formula una pregunta para precisar lo que Lucía expresa. En la parte resaltada en amarillo se identifica un conocimiento de recursos de enseñanza (KMT), ya que menciona los videos interactivos presentes en la Planeación 1; de inmediato señala la necesidad de mayor interacción del alumno con el contenido, pero no especifica cómo interactúa con el contenido, lo que evidencia un indicio de conocimiento sobre las formas de interacción con un contenido matemático (KFLM), en la que surge una *conexión secuencial*. Más adelante, la docente introduce otro tipo de conocimiento al señalar que la suma “se convierte” en una multiplicación, lo cual remite a la práctica de definir (KPM), donde surge una *no-conexión*.

En conjunto, la profesora Lucía expresa tres conocimientos que no logra articular entre sí. Esto permite identificar un esquema Intra dentro del dominio MK, y un esquema Inter dentro del dominio PCK entre los subdominios KMT y KFLM, tal y como se muestra en la Tabla 10.

Tabla 10. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KoT, KPM, KFLM y KMT.

DOMINIO	SUBDOMINIO	CATEGORIA	DESCRIPTOR
MK	KPM	Practica de definir	Conoce las características y atributos que deben cumplir las definiciones de los conceptos de multiplicación.
	KFLM	Formas de interacción con un contenido matemático	Conoce las estrategias convencionales o no convencionales que utilizan los estudiantes en el aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división.

PCK	KMT	Recursos de enseñanza materiales y virtuales	Conoce recursos didácticos tanto virtuales como físicos para la enseñanza de las operaciones de multiplicación y división.
	KoT	Procedimientos	Conoce los elementos de los algoritmos de la multiplicación y división y técnicas del cálculo en el campo numérico de los números naturales.
		Definiciones, propiedades y fundamentos	Conoce la definición del concepto de multiplicación y división en el campo numérico de los números naturales.
Esquema:		Intra e Inter	

En el siguiente fragmento de entrevista se sigue hablando de las limitaciones que surgen al trabajar con los EBC.

Investigador: Por eso entonces tú estás como un poco en contra de estos estándares porque de alguna manera limitan el trabajo del docente.

Lucía: Efectivamente, es lo que justamente pasaba con el Plan de Estudios 2011, nos pedían resultados, nos ponían, por ejemplo, exámenes basados en estos estándares, en los Aprendizajes Esperados por Ejes y entonces nos íbamos a ejercitar más esa parte de los resultados, más que a la comprensión y enfocarnos en el proceso del estudiante. No había más una evaluación formativa, no teníamos tiempo de.

En la entrevista se logra visualizar que la docente manifiesta un conocimiento de los Resultados de aprendizajes esperados (KMLS) al mencionar la forma de trabajo del Plan de Estudios 2011 y de forma contigua expresa que se enfocaban más en los resultados que en el proceso, por lo que se identifica un

conocimiento de Estrategia, técnicas, tareas y ejemplos (KMT). Por lo anterior se establece un esquema Inter con una *conexión direccional* entre los subdominios KMLS y KMT en el interior del dominio PCK.

Tabla 11. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KMLS y KMT.

DOMINIO	SUBDOMINIO	CATEGORIA	DESCRIPTOR
PCK	KMLS	Resultados de aprendizajes esperados	Conoce los Aprendizajes Esperados por Ejes del Plan de Estudios 2011 de la SEP que deben alcanzar los estudiantes en el proceso de aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división y todo lo relacionado con documentos de política pública.
	KMT	Estrategia, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce ejemplos y contraejemplos que pueda utilizar en la enseñanza de las operaciones de multiplicación y división, así como sus posibles limitaciones y obstáculos.
Esquema:		Inter	

En el siguiente fragmento de entrevista se logra evidenciar un conocimiento aislado.

Investigador: Y ahora puedes trabajar más ese proceso de aprendizaje del estudiante, todo ese proceso de transformación, por ejemplo, de la suma en una multiplicación.

Lucía: Actualmente nos piden que vayamos trabajando por proyectos y nos piden que sea experiencial el aprendizaje. Por lo tanto, los instrumentos que llegamos a elaborar tienen que basarse en el proceso. Tenemos que partir de eso.

La docente señala que el plan de estudios vigente promueve el trabajo por proyectos, en el cual se incorpora el aprendizaje experiencial. A partir de esta idea, evidencia un conocimiento relacionado con las Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (KMT). En este fragmento de la entrevista se identifica un esquema Intra, tal como se resume en la Tabla 12.

Tabla 12. *Conocimientos evidenciados y sus categorías del subdominio KMT.*

DOMINIO	SUBDOMINIO	CATEGORIA	DESCRIPTOR
PCK	KMT	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, KMT	Conoce la forma en la que la estrategia de enseñanza por proyectos fomenta el aprendizaje experiencial.
Esquema:		Intra	

A continuación, se muestra un fragmento de entrevista en el que la docente expresa el uso de la contextualización de los contenidos matemáticos.

Investigador: [...] parece que tú sí trabajas, como mencionaste hace rato, con el contexto de los estudiantes y esencialmente también trabajas con situaciones cotidianas e incluso qué tanto trabajas con objetos, con manipulativos, con objetos reales.

Lucía: [...] en esas comunidades muchas veces nos falta la luz, nos faltan computadoras, nos falta señal, entonces, pues hay que trabajar con lo que se tiene a la mano, entonces **se hace uso de lo que tienen, por ejemplo, en los campos, se trabaja a lo mejor con recetas de gastronomía, cosas muy básicas.** Entonces ese más que nada, pues es el material, lo que se da **y buscar en qué situación cabe el contenido que me están pidiendo desarrollar, a lo mejor en la cocina, a lo mejor en el campo, a lo mejor con alguna manualidad.**

La profesora Lucía hace referencia a diversas situaciones en las que pueden aplicarse la multiplicación y la división; en su caso, menciona ejemplos relacionados con el ámbito rural, dado que trabaja en este

tipo de contextos. Con ello, evidencia un conocimiento vinculado a la Fenomenología y aplicaciones del contenido (KoT). A partir de esta manifestación, se identifica un esquema Intra.

Tabla 13. Conocimientos evidenciados y sus categorías del subdominio KoT.

DOMINIO	SUBDOMINIO	CATEGORIA	DESCRIPTOR
MK	KoT	Fenomenología y aplicaciones	Conoce diferentes situaciones en las que se puede aplicar los conceptos de multiplicación y división.
Esquema:		Intra	

En el siguiente fragmento de entrevista se sigue tratando el tema de motivación.

Investigador: ¿Y por qué consideras que es importante la motivación de los estudiantes? Hablaste de motivación.

Lucía: Sí, porque necesita, bueno, por ejemplo, para el aprendizaje significativo, casi todos los trabajos de investigación se basaban en la motivación, porque si el estudiante no quiere aprender, no va a aprender. Entonces, si un alumno se encuentra motivado de manera intrínseca o extrínseca, va a tener, vamos a decir, hay una lucecita que lo va a ir guiando para que él siga el camino y entonces avance, avance, avance. Pero si el alumno no tiene esa motivación, entonces pues no le va a encontrar sentido, no se va a comprometer, no lo va a hacer y no va a aprender.

A la docente se le pregunta si *considera* importante la motivación, aunque pudiera aparentar ser un indicio de creencia al ser un sinónimo de *creer*, la profesora responde con el conocimiento Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) resaltado en rosa, expresando que el alumno necesita motivación para comprometerse y encontrar sentido a lo que está aprendiendo. De lo anterior, se establece un esquema Intra en el subdominio KFLM.

Tabla 14. Conocimientos evidenciados y sus categorías del subdominio KFLM.

DOMINIO	SUBDOMINIO	CATEGORIA	DESCRIPTOR
PCK	KFLM	Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas	Conoce aspectos emocionales de los estudiantes que pueden influir en el aprendizaje de la estructura multiplicativa y de las matemáticas.
Esquema:		Intra	

Otros conocimientos emergen en el siguiente fragmento de entrevista.

Investigador: ¿Y tú *crees* que ponerles videos los ayuda, los motiva? ¿O ponerles situaciones que a ellos les impacten es una forma también de motivarlos, como mencionaste?

Lucía: Sí, porque el aprendizaje situado nos pide ahora, más que motivación, nos exige que el estudiante se encuentre interesado, más que motivado, que él tenga la necesidad de aprender, entonces, pero lo haga de una forma pues natural, en donde él pueda observar que sí puede hacer algo. Ya no es tanto como motivación, evidentemente hay que atender, por ejemplo, con vídeos, con actividades lúdicas, con material, etc. la parte de los canales de aprendizaje, pero para motivación ahora se busca más que el alumno esté interesado, que se muestre disponible y se muestre entusiasta y comprometido a tener que terminar ese proyecto.

Como se observa en la primera pregunta que realiza la entrevistadora, se emplea la palabra *crees* para interrogar, sin embargo, no emergen creencias, sino conocimientos. En la parte resaltada en oliva la docente menciona el aprendizaje situado el cual es parte del Plan de Estudios 2022 de la SEP, por lo que evidencia un conocimiento de Teorías de la enseñanza de las matemáticas (KMT), después, de forma inmediata, en el texto resaltado en rosa Lucía expone que en el Plan de Estudios se solicita que el estudiante esté interesado o tenga la necesidad de aprender, por lo que evidencia un conocimiento de Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) con una *conexión interaccional*. Después, en el texto resaltado en amarillo manifiesta un conocimiento de Recursos de enseñanza

materiales y virtuales (KMT) seguido del texto resaltado en rosa mencionando nuevamente que el alumno debe estar interesado, en donde se evidencia un conocimiento de Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas (KFLM), donde se evidencia una *conexión interaccional*. De lo anterior se establece un esquema Inter en los subdominios KMT y KFLM en el interior del dominio MK. De esta forma, evidencia un esquema Inter.

Tabla 15. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KMT y KFLM.

DOMINIO	SUBDOMINIO	CATEGORIA	DESCRIPTOR
MK	KMT	Teorías de la enseñanza de las matemáticas	Conoce el modelo educativo de la Institución donde labora y lo articula en el proceso de enseñanza de las operaciones de multiplicación y división.
		Recursos de enseñanza materiales y virtuales	Conoce recursos didácticos tanto virtuales como físicos para la enseñanza de las operaciones de multiplicación y división.
	KFLM	Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas	Conoce aspectos de la vida cotidiana que tienen influencia en el interés, la motivación y las expectativas en los estudiantes para aprender las operaciones de multiplicación y división.
Esquema:		Inter	

En el siguiente fragmento de entrevista se le pregunta a la docente Lucía como resolvería un problema planteado en la primera planeación analizada, el cual se muestra en la Figura 5.

Investigador: Si usted llegara a presentar un problema de este tipo, en concreto, este, el primero, ¿qué pasos utilizaría para resolverlo y que los alumnos vayan entendiendo? ¿cómo lo resolvería?

Lucía: Bueno, se los plantearía de manera, por ejemplo, si aquí me habla de que hay seis personas en la familia, entonces serían equipos de seis y entonces reparto, a lo mejor no son panes, son, no sé, semillitas, a lo mejor son huesitos, a lo mejor lo que tenga a la mano y les reparto 30. O dibujen ustedes sus panes, en total van a ser 30, a lo mejor va a haber un alumno que le encanta dibujar y va a hacer 10, y a los otros les da una flojera o no se les da y nada más hace uno o dos, pero pues entre todos ya son 30 y además se trabaja en el trabajo colaborativo. A partir de ello les pido que recorten o que dividan esos panes, que lo dividan para tales personas y que les toque lo mismo, porque aquí no especificamos que les diera lo mismo. Entonces ya ellos van a ir viendo, ah, pues si junto tantos cachitos, junto un pan y tantos cachitos, entonces tengo tantos panes, tengo cinco panes, eso ya quedó. ¿Ahora cómo lo hicieron? ¿Qué problemas encontraron? De manera que no nos centremos únicamente en un resultado, sino reflexionemos esa parte del proceso. Después hablarles de que esta persona, bueno, viaja, viaja demasiado y toma tres autobuses para irse, 3 autobuses para regresar. ¿Y entonces en total, si cada uno cuesta \$1750, cómo vamos a, por ejemplo, a saber, cuánto va a gastar? No, pues gasta tanto dinero, gasta 5250, por ejemplo. ¿Ok, de esos 5250, supongamos que tienen billetes de 100, cuántos billetes van a usar? O sea, ir jugando con ese mismo planteamiento, de manera que si estoy trabajando las sumas de verdad ejercité las sumas, de que, si estoy trabajando con las restas, de verdad estemos trabajando con restas y, no que queramos englobar todo ese conocimiento únicamente en una respuesta. Vamos a jugar con el contenido, vamos a pensar con ese contenido.

Como se puede observar en el fragmento anterior, primero se evidencia un conocimiento de Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (KMT), ya que menciona una estrategia personal al dividir en equipos de seis estudiantes, después expresa otros ejemplos que no sean panes, por lo que emerge un conocimiento de Fenomenología y aplicaciones (KoT), donde se establece una *conexión interaccional*. De inmediato expone que otra forma de realizar la actividad es que los alumnos realicen sus propios panes con dibujos, por lo que manifiesta un conocimiento de Formas de interacción con un contenido matemático (KFLM), entre estos dos conocimientos existe una *conexión interaccional*. Enseguida la profesora Lucía vuelve a manifestar un conocimiento de Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (KMT) cuando habla sobre dividir y repartir los panes en partes iguales, donde se establece una *conexión interaccional*. Después, la docente manifiesta un conocimiento Formas de interacción con un contenido matemático (KFLM). Continúa expresando un conocimiento de Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (KMT) cuando realiza preguntas

dirigidas y reflexiona sobre el proceso que se realizó, aquí se plantea una *conexión interaccional*. De inmediato manifiesta un conocimiento de Fenomenología y aplicaciones (KoT) al mencionar que el sujeto viaja en los autobuses y debe pagar cierta cantidad, donde se plantea una *conexión interaccional*. Después, en el último fragmento resaltado en amarillo vuelve a manifestar un conocimiento de Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (KMT), del cual se da una no-conexión con el conocimiento anterior. Para finalizar, la docente expresa un conocimiento de Recursos de enseñanza materiales y virtuales (KMT) donde se plantea una *conexión interaccional*. De lo anterior se establece un esquema Inter entre los subdominios MK y PCK, como se muestra en la Tabla 16. La profesora evidencia un Esquema Inter.

Tabla 16. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KoT, KMT y KFLM.

DOMINIO	SUBDOMINIO	CATEGORIA	DESCRIPTOR
MK	KoT	Fenomenología y aplicaciones	Conoce diferentes situaciones en las que se puede aplicar los conceptos de multiplicación y división.
PCK	KMT	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce y aplica diferentes estrategias y técnicas en el proceso de enseñanza de las operaciones de multiplicación y división a través de la resolución de problemas.
		Recursos de enseñanza materiales y virtuales	Conoce la forma en la que influyen los recursos físicos como virtuales en el proceso de enseñanza de estructura multiplicativa.
	KFLM	Formas de interacción con un contenido matemático	Conoce las estrategias convencionales o no convencionales que utilizan los estudiantes en el aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división.

Esquema:	Inter
----------	-------

Otra evidencia de conocimientos emerge en el siguiente fragmento de entrevista.

Investigador: Me gustaría preguntarle ¿usted qué situaciones o qué estrategias utiliza para que en ciertos temas los alumnos se concentren más o pongan más atención con respecto a lo que se está explicando?

Lucía: Bueno, básicamente pues **mi estrategia es estructurar el conocimiento de manera que a ellos les llame la atención**, por ejemplo, es que cada grupo es diferente, entonces como tal, una misma no te va a funcionar con todos los estudiantes en diversos contextos. Para empezar, bueno, como marca la metodología, **es llamar la atención, bueno, mostrarles situaciones que les atraigan, ahora por el método de proyectos, de buscar algún problema que a ellos les preocupe para que se muestren pues comprometidos con la solución, motivarlos, mostrar los videos y demás. Considero que son situaciones, bueno, son recursos para atender a los canales de aprendizaje de los estudiantes**. Hay alumnos visuales, kinestésicos, auditivos, etc. **Entonces ahí es donde nosotros vamos a ver de qué forma o en qué lenguaje vamos a dar ese conocimiento o esos conocimientos para después contrastarlos, esa sería como la estrategia.**

A la docente Lucía se le pregunta qué estrategias usa para que los estudiantes pongan más atención en clase, a lo que ella expone que sus técnicas personales (Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos- KMT) es que lo que se les está enseñando les llame la atención (Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas- KFLM). Estos dos conocimientos parecen inseparables, lo que da lugar a una *conexión interaccional*. Después, en la frase resaltada en rosa la docente expresa que se les debe presentar una situación que resulte atractiva para los alumnos (Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas- KFLM), seguida de una estrategia para el proceso de enseñanza (Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos- KMT) y continúa exponiendo que el problema que se les presente algún problema que los motive (Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas- KFLM). De lo anterior, también aparece una *conexión interaccional* entre tres subdominios de conocimiento, de la cual la parte resaltada en rosa motiva en una *conexión interaccional*, el conocimiento de los recursos de enseñanza resaltada en oliva. Finalmente, la profesora concluye hablando de la forma de transmitir el conocimiento, por lo que

manifiesta un conocimiento de Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (KMT). Por lo anterior, se establece un Esquema Inter entre los subdominios KMT y KFLM, tal y como se muestra en la tabla.

Tabla 17. *Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KMT y KFLM.*

DOMINIO	SUBDOMINIO	CATEGORIA	DESCRIPTOR
MK	KMT	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce y aplica diferentes estrategias y técnicas en el proceso de enseñanza de las operaciones de multiplicación y división a través de la resolución de problemas
		Recursos de enseñanza materiales y virtuales	Conoce la forma en la que influyen los recursos físicos como virtuales en el proceso de enseñanza de estructura multiplicativa
	KFLM	Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas	Conoce aspectos de la vida cotidiana que tienen influencia en el interés, la motivación y las expectativas en los estudiantes para aprender las operaciones de multiplicación y división.
Esquema:		Inter	

4.3 Creencias y conocimientos que presenta la profesora Lucía

En este apartado se examinan las creencias y conocimientos que se manifiestan de manera conjunta en una misma respuesta. El proceso de análisis sigue la misma metodología empleada en los apartados 4.1 y 4.2. En esta sección, las creencias se presentarán en letra cursiva y los conocimientos -igual que en las otras secciones- con ressaltados.

En el análisis de la parte final del *inicio* de la primera planeación, la profesora Lucía manifestó otra creencia seguida de un conocimiento respecto al momento en que debería llevarse a cabo una discusión grupal, como se muestra en el fragmento de entrevista.

Investigador: En la última parte dice: posteriormente los estudiantes discutieron posibles formas de solucionar las situaciones. ¿Qué opina respecto a esta actividad de que los estudiantes discutan sobre formas de solucionar un problema?

Lucía: Sí, bueno, *yo creo que los estudiantes pueden tener mayores oportunidades de aprendizaje mientras se confrontan al momento de tener que hacer la situación posterior, porque considero que ese refuerzo o esa retroalimentación tiene que ser inmediata. Después de eso ya no tiene el mismo impacto que, por ejemplo, hasta el final. Es como de que si, ejemplo, si trabajan en parejas, un alumno va a tener una opinión diferente al otro. ¿Entonces, qué sucede si nosotros les decimos al final me van a explicar cómo lo hicieron? ¿Qué va a suceder? Puede que un alumno lo haga y el otro lo explique si es que entendieron los dos, o puede que uno haga todo el trabajo o puede a lo mejor que ninguno de los dos lo haga y copien a otro equipo. Entonces eso es lo que pasaría si nos esperamos al final, al momento de medir resultados, considero que es más interesante hacer esta retroalimentación y esta evaluación informativa en el momento en que se tiene el proceso de resolución.*

En este momento de la entrevista, se le pregunta a la profesora su opinión respecto a que los alumnos discutan las distintas formas de resolver un problema, tal como se propone en la parte final de la planeación. Ella responde que considera más apropiado que dicha discusión se realice mientras los estudiantes enfrentan el problema, ya que en ese momento se generan mayores oportunidades de aprendizaje al producirse una retroalimentación o refuerzo inmediato. En este sentido, puede observarse que Lucía expresa una creencia relacionada con la validación de la información, dentro de la categoría del papel del profesor, pues considera que la información que se moviliza en el aula puede ser validada por el grupo, por el docente o por el propio alumno, lo cual favorece la reflexión de los estudiantes y el desarrollo de estrategias para su autocorrección, así como se muestra en la Tabla 18.

En la sección resaltada en amarillo, la docente hace referencia a las estrategias personales que emplea al trabajar con sus estudiantes en actividades colaborativas. Según su perspectiva, este enfoque promueve una retroalimentación más inmediata y significativa, ya que permite a los estudiantes contrastar ideas, aclarar dudas y ajustar sus procedimientos en el momento en que surgen las dificultades. Este planteamiento refleja un conocimiento sólido dentro del subdominio del KMT, específicamente en lo que respecta al uso de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos didácticos. La profesora demuestra ser consciente de la importancia de seleccionar y aplicar diversas estrategias de enseñanza que favorezcan la comprensión de las operaciones de multiplicación y división. Además, su decisión de propiciar el diálogo durante la resolución de problemas evidencia una intención pedagógica orientada al aprendizaje significativo, donde los estudiantes construyen su conocimiento de manera activa. Por lo anterior, se logra establecer un esquema Intra del subdominio KMT, tal como se observa en la Tabla 19.

Tabla 18. Creencia y descriptores evidenciados sobre el método inductivo.

CREENCIA EVIDENCIADA		
DESCRIPTOR	SUBCATEGORIA	CATEGORIA
La profesora cree que la información que se moviliza en el aula es validada por el grupo, el maestro o el propio alumno y se potencia la reflexión de los alumnos y el desarrollo de estrategias para su autocorrección.	Validación de la información	Papel del profesor

Tabla 19. Conocimientos evidenciados y sus categorías del subdominio KMT

DOMINIO	SUBDOMINIO	CATEGORIA	DESCRIPTOR
PCK	KMT	Estrategia, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce y aplica diferentes estrategias y técnicas en el proceso de enseñanza de las operaciones de multiplicación y división a través de la resolución de problemas

Esquema:	Intra
----------	-------

A continuación, se presenta un fragmento de la entrevista en el que emerge un indicio de creencia, dado que se le solicita a la profesora Lucía su *opinión* acerca de la memorización, además de evidenciarse un conocimiento de la docente.

Investigador: Sí, está ambiguo, yo también lo noté. Oye, Lucía, ¿y *qué opinas* de que los chicos memoricen las tablas de multiplicar? ¿Qué opinas de la memorización, en este caso de la multiplicación, por ejemplo, de las tablas?

Lucía: *Pues sí es importante, porque nos ayuda, por ejemplo, en este proceso de multiplicación. Ya no es nada más que el alumno ya si ya sabe hacer una multiplicación, ya sabe que dos por cinco son 10, porque si suma cinco veces el número dos, etc. Es más fácil que el estudiante después opere teniendo un bagaje de conocimientos. Entonces es importante la memorización. Sí, para que después haga uso de ese conocimiento y se pueda transformar en otros aprendizajes.*

Como se puede observar en la respuesta de Lucía, en primer lugar, emerge un indicio de creencia, seguido de la manifestación de un conocimiento, y finalmente concluye con un indicio de creencia que se relaciona con el inicial.

El entrevistador le solicita a la docente que exprese su opinión sobre la memorización, en particular respecto a las tablas de multiplicar. Ella responde que considera importante este proceso, ya que permite al estudiante utilizar ese conocimiento en el proceso de multiplicación. En otras palabras, la docente concibe que los objetos de aprendizaje pueden aplicarse en contextos distintos de aquellos en los que fueron aprendidos, adquiriendo así un carácter móvil dentro de una red conceptual. Por lo tanto, se evidencia en su discurso una creencia vinculada con una concepción escolar del aprendizaje.

Intermedio en el indicio de creencia analizado se evidencia un conocimiento de tipo KFLM, ya que la docente reconoce las fortalezas que el estudiante posee —en este caso, el dominio de las tablas de

multiplicar— al momento de construir nuevos aprendizajes relacionados con la multiplicación y la división. A partir de lo anterior, se establece un esquema Intra correspondiente al subdominio KFLM, tal como se presenta en la Tabla 21.

Tabla 20. *Indicio de creencia y descriptores evidenciados sobre la memorización*

DESCRIPTOR	SUBCATEGORIA	CATEGORIA
La profesora cree que los objetos de aprendizaje tienen la capacidad de ser aplicados en diferentes contextos de donde fueron aprendidos, adquiriendo un carácter móvil a través de una malla conceptual.	Aprendizaje	Concepción del aprendizaje

Tabla 21. *Conocimientos evidenciados y sus categorías del subdominio KFLM*

DOMINIO	SUBDOMINIO	CATEGORIA	DESCRIPTOR
PCK	KFLM	Fortalezas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas	Conoce las fortalezas que pueden presentar los estudiantes al momento del aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división.
Esquema:		Intra	

En el siguiente fragmento de entrevista se muestran los conocimientos evidenciados por la profesora Lucía y enseguida se muestra la creencia que surge de una misma respuesta.

Investigador: Usted como que siente que poner ciertos estándares limita un poco el proceso de aprendizaje, entonces, ¿cómo usted diseñaría o planearía una clase?, ¿con qué finalidad?, para que los alumnos entiendan como las bases de la multiplicación y la división, sin plantear como objetivos tan concretos como los que se pueden aquí, tan estandarizados, por ejemplo

Lucía: A mí lo que me gustaba mucho trabajar era con los libros del Plan 2010 de la Reforma 2016. En esa [reforma] se desarrollaba un tema y venía, se abarcaba en varias sesiones. Las sesiones son las clases, entonces había temas que tenían, por ejemplo, tres sesiones. En la primera sesión analizábamos todo lo que tenía que ver con los aprendizajes previos o conocimientos previos, por ejemplo, si es multiplicación, bueno, hablábamos de las sumas, hablábamos de las restas, hablábamos a lo mejor del valor posicional, etc. Pero ya para la segunda sesión metíamos la necesidad o enfrentar al alumno a problemas donde tuvieran que buscar -con las herramientas que ya se tienen- por ejemplo, la abreviación de suma, la abreviación de restas, etc., que en este caso nos va a dar la multiplicación o el reparto. Y ya para el final hablábamos de usar esto en la vida cotidiana o llevar este conocimiento más allá, expandirlo, buscar a lo mejor otras fuentes, buscar a lo mejor algún caso, no sé, que tuviera que ver con situaciones que les llamaran la atención, aunque no estuvieran en el contexto. Entonces *yo creo que lo trabajaría de esa forma. yo considero que un tema se puede abordar de mejor forma dividiéndolo por etapas, [...] yo creo que, por ejemplo, en 1 h o en 2 h que tenga la sesión, pues sí es demasiado limitante y es pedir demasiado, la verdad, para el desarrollo cognitivo que tienen los estudiantes.*

En este momento de la entrevista, se le plantea a Lucía la pregunta sobre cómo diseñaría una clase y con qué propósito, de modo que los alumnos alcancen el conocimiento esperado, pero sin recurrir a objetivos limitantes o estandarizados. Ante esta interrogante, la profesora explica que le agradaba trabajar con los libros de texto de la *Secretaría de Educación Pública (SEP)* correspondientes a la *Reforma Educativa de 2016*, ya que estos materiales permitían abordar un mismo tema a lo largo de varias sesiones, favoreciendo así una comprensión más gradual de los contenidos matemáticos, por lo que evidencia un conocimiento de Recursos de enseñanza (KMT). Posteriormente, la docente explica el proceso que seguía para desarrollar cada una de las sesiones de clase, en esta parte Lucía demuestra un manejo consciente y reflexivo de Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (KMT) que favorecen el aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división, entre estos dos conocimientos existe una *no-conexión*. Después, la docente explica que planteaba a los estudiantes un problema diseñado de manera intencional para que surja en ellos la necesidad de buscar una solución utilizando los conocimientos y estrategias que ya poseen, aquí emerge un conocimiento de Procedimientos (KoT), donde se establece una *conexión secuencial* entre los subdominios KMT y KoT. Finalmente, en la última parte de la sesión, la docente se

enfoca en contextualizar los problemas, promoviendo que los estudiantes pudieran trasladar lo aprendido a otros contextos que resultaran significativos y útiles para su vida cotidiana, donde se hace evidente la presencia de un conocimiento de Fenomenología y aplicaciones (KoT), aquí se establece una *conexión direccional* en el interior del subdominio KoT. Por lo anterior, se logra establecer un esquema Inter entre los subdominios KoT-KMT. Tal como se observa en la Tabla 23.

Inmediatamente, la docente expresa dos creencias que surgen de la misma pregunta del entrevistador sobre cómo diseñaría una clase. Como se observa en el fragmento de entrevista, en la primera creencia subrayada, Lucía señala que desarrollaría su práctica docente de manera similar a como se planteaba en la Reforma Educativa de 2016 de la SEP. En dicho enfoque, un tema se abordaba a lo largo de varias sesiones con el propósito de retomar conocimientos previos, enfrentar al estudiante a una situación problemática y contextualizar el contenido. De esta manera, la profesora considera que el docente es quien debe organizar el proceso de enseñanza que conduzca al alumno a adquirir conocimientos específicos. Esta concepción refleja una creencia relacionada con la praxis de la metodología, así como se muestra en la Tabla 22.

En la segunda creencia, la profesora menciona que una sesión con una duración máxima de dos horas resulta demasiado limitada para abordar un tema en su totalidad, debido al nivel de desarrollo cognitivo de los estudiantes, en este caso, de segundo y tercer grado de primaria. Esta afirmación evidencia una creencia vinculada con la programación de la metodología, ya que la docente considera que el maestro debe contar con una propuesta organizativa que integre los distintos elementos del programa. Asimismo, reconoce la existencia de una trama que articula y estructura el conocimiento, dentro de la cual el docente se mueve de acuerdo con los intereses y el nivel de sus alumnos.

Tabla 22. Creencias y descriptores evidenciados sobre la metodología

DESCRIPTOR	SUBCATEGORIA	CATEGORIA
La profesora cree que el maestro organiza el proceso que llevará al alumno a la adquisición de unos conocimientos determinados.	Praxis	Metodología

<p>La profesora cree que el maestro dispone de una propuesta organizativa de los elementos del programa, existe una trama que vincula y organiza el conocimiento por la que el maestro se mueve dependiendo de los intereses y el nivel de los alumnos.</p>	<p>Programación</p>	<p>Metodología</p>
---	---------------------	--------------------

Tabla 23. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KoT y KMT

DOMINIO	SUBDOMINIO	CATEGORIA	DESCRIPTOR
MK	KoT	Procedimientos	<p>Conoce los elementos de los algoritmos de la multiplicación y división y técnicas del cálculo en el campo numérico de los números naturales.</p>
		Fenomenología y aplicaciones	<p>Conoce diferentes situaciones en las que se puede aplicar los conceptos de multiplicación y división.</p>
PCK	KMT	Recursos de enseñanza	<p>Conoce las potencialidades y las limitaciones de los recursos didácticos tanto físicos como virtuales que se utilizan en la enseñanza de las operaciones de multiplicación y división</p>
		Estrategia, técnicas, tareas, ejemplos	<p>Conoce y aplica diferentes estrategias y técnicas en el proceso de enseñanza de las operaciones de multiplicación y división a través de la resolución de problemas</p>
Esquema:		Inter	

A continuación, se muestra otro fragmento de entrevista donde emergen distintos conocimientos y se concluye con una creencia al hablar sobre la estructura didáctica de la planeación analizada (Figura 7).

TEMAS Y SUBTEMAS:	Uso de las relaciones de tipo multiplicativo.
APRENDIZAJES ESPERADOS:	Se espera que los estudiantes resuelvan situaciones que implican la multiplicación y la división con el fin de determinar la aplicación en situaciones cotidianas. Para esta actividad, se evalúa el análisis que los estudiantes hicieron con respecto a las situaciones y las estrategias de resolución que plantean.
OBJETIVOS DE LA CLASE:	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar estructuras de comparación y producto de medidas en problemas de tipo multiplicativo. • Establecer estrategias para la resolución de problemas de tipo multiplicativo.
DESEMPEÑOS:	Propone estrategias para encontrar solución a situaciones problemas que involucran la multiplicación y la división.

Figura 7. Estructura didáctica. Extraído de Tascón (2024, p. 149)

Investigador: Pasando a la parte de estructura didáctica, nos presenta el nombre de la actividad, temas y subtemas y nos dice, nos lo presenta como uso de las relaciones de tipo multiplicativo. Me gustaría saber en el plan que hay aquí, por ejemplo, cómo se presenta este tema y si cree que es adecuado presentarlo de esta forma.

Lucía: No podría decir si es que funciona, pero desde mi experiencia, por ejemplo, lo que yo habría hecho primero es partir del contexto de los estudiantes, de situación o ponerles un problema, una tarea donde ellos tengan que buscar la forma de, a lo mejor, no sé, repartir 5 dulces a 10 niños y entonces ellos ya van viendo que, ah, tengo que sumar tantos montoncitos de dulces para que alcance para todos, etc. Y entonces ahí se vaya dando de manera natural como tal la suma y la resta, pero darse cuenta de que pues ese camino que se recorrió puede a lo mejor tener un atajo que se llama multiplicación y que se llama división. Entonces, por ejemplo, si el aprendizaje que se espera pues es que los alumnos aprendan primero cómo es la multiplicación y la división, yo creo que irse al uso de las relaciones de tipo multiplicativo, pues ya nos está dando o nos está pidiendo no que el alumno camine, sino que como que empieza a caminar más rapidito, a lo mejor sin poder dar un paso firme.

Primero, la docente expresa la forma en que ella abordaría el tema de problemas multiplicativos, por lo que manifiesta un conocimiento de Recursos de enseñanza materiales y virtuales (KMT),

inmediatamente expone que trabajaría con problemas contextualizados y da un ejemplo, aquí refleja un conocimiento Fenomenología y aplicaciones (KoT). Se observa que el primer conocimiento fomenta el surgimiento del otro, por lo que se establece una *conexión secuencial*. De forma contigua evidencia un conocimiento de las Formas de interacción con un contenido matemático (KFLM) al manipular los objetos que menciona en su ejemplo, como este conocimiento aparece a partir del anterior, se establece una *conexión direccional*. La profesora Lucía usa el conector *entonces* para continuar su idea inicial, aquí podemos identificar el conocimiento de Conexiones de simplificación (KSM), pues conoce los conceptos previos a la multiplicación y división, en este caso la suma y la resta de forma respectiva, se observa que emerge una *conexión direccional* cuando la docente habla de cómo los estudiantes van interactuando con el contenido matemático y como se construyen comprensivamente los conceptos de multiplicación y división. Finaliza su idea utilizando el conector *entonces* para concluir mencionando los aprendizajes esperados (Resultados de aprendizajes esperados- KMLS). De lo anterior, se logra establecer un esquema Inter entre los dominios MK y PCK, como se resume en la Tabla 25.

Para finalizar, la docente Lucía expresa una creencia al señalar que introducir relaciones de tipo multiplicativo implica conducir al estudiante de manera apresurada hacia un aprendizaje esperado. Según su perspectiva, el proceso debe comenzar con la observación de regularidades que permitan al alumno formular una conjetura; en este caso, relacionada con la multiplicación o la división. Es decir, cree que la generalización debe surgir de forma gradual y en la medida de lo posible, por lo que se da una creencia de tipo y forma de la concepción del aprendizaje, como se resume en la Tabla 24.

Tabla 24. Creencias y descriptores evidenciados sobre las relaciones de tipo multiplicativo

DESCRIPTOR	SUBCATEGORIA	CATEGORIA
El aprendizaje comienza, por la observación de regularidades que permiten aflorar una conjetura; pero a esta ha de seguir una comprobación razonable y, en la medida de lo posible, una generalización adecuada (adecuadas tanto la generalización como la comprobación al nivel de los alumnos).	Tipo y forma	Concepción del aprendizaje

Tabla 25. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KoT, KSM, KMT, KFLM y KMLS

DOMINIO	SUBDOMINIO	CATEGORIA	DESCRIPTOR
MK	KoT	Fenomenología y aplicaciones	Conoce diferentes situaciones en las que se puede aplicar los conceptos de multiplicación y división.
	KSM	Conexiones de simplificación	Conoce la relación de la estructura multiplicativa con contenidos de menor complejidad.
PCK	KMT	Recursos de enseñanza materiales y virtuales	Conoce la forma en la que influyen los recursos físicos como virtuales en el proceso de enseñanza de estructura multiplicativa.
	KFLM	Formas de interacción con un contenido matemático	Conoce los procedimientos convencionales o no convencionales que utilizan los estudiantes en el aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división.
	KMLS	Resultados de aprendizajes esperados	Conoce los estándares básicos de competencias en matemáticas que deben alcanzar los estudiantes en el proceso de aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división y todo lo relacionado con documentos de política pública.
Esquema:		Inter	

4.3.1 Creencias y conocimientos donde se establece un esquema Trans

En este apartado se muestran fragmentos de la segunda entrevista realizada a la profesora Lucía donde hace reflexión sobre opiniones y argumentos que dio en la primera entrevista.

En el siguiente fragmento de entrevista se le pregunta a la profesora Lucía sobre su propuesta con respecto a las situaciones o estrategias que utiliza para que en ciertos temas los alumnos se concentren más o pongan más atención con respecto a lo que se está explicando, relacionada al resumen de la tabla 17.

Investigador: ¿Cuáles son las razones de tu propuesta?

Lucía: En mi experiencia puedo decir que esa forma de trabajo [el método de proyectos] es más efectiva, es más entretenida para los estudiantes y pues es más eficiente a la hora de poner en práctica los conocimientos. *Yo trabajo por proyectos porque pues bueno, es la metodología que se está utilizando en la Nueva Escuela Mexicana y es muy interesante cuando no nos limitan, por decirlo así, a un formato o a tiempos. Entonces sí, lo he trabajado y definitivamente, pues el corazón de los proyectos es la motivación, es la motivación y el contexto.* Entonces en cualquier asignatura, principalmente en las de ciencias, pues sí es demasiado atractivo el descubrir cosas, el encontrar conceptos, el darle un significado, que solamente, por ejemplo, plantearles una serie de problemas que, pues no, no los involucran como tal. Más que para la actividad, pues cognitiva, es más interesante verlo, experimentarlo, ponerlo en práctica, comprobarlo. Entonces esta forma es como yo veo que los alumnos se muestran más comprometidos porque ya nace naturalmente una necesidad, no es algo que los haga ver obligados o pues hasta cierto punto sentenciados a que, si no lo hacen, pues se van a buscar alguna consecuencia negativa. Y bueno, ya se desencadenan otros efectos, ¿no? Entonces la parte de, por ejemplo, mostrar videos, de mostrar simuladores, siento que es más pues darles información de diferentes formas y está bien. Pero eso no puede ser todo el contenido. Definitivamente, si queremos que el alumno aprenda, pues tiene que experimentarlo. Tiene que vivirlo. De lo contrario, pues no tendría tanto caso poner más peso a un video que pues a un experimento o un problema real.

La profesora Lucía responde la pregunta hablando desde su experiencia personal, expresando en el texto de fuente azul que el método de proyectos de la Reforma 2022 de la SEP es más eficiente para que el alumno pueda aplicar sus conocimientos en su entorno, evidenciando una creencia de la finalidad de la concepción de la matemática escolar. Después, en el texto en cursiva expresa que le parece interesante trabajar con este Plan de Estudios ya que no limitan al docente a seguir una metodología estricta, por lo que manifiesta una creencia sobre la programación de la metodología. Después, en el texto en cursiva subrayado expone que la motivación es el eje central al trabajar con proyectos, considerando la necesidad del alumno como una motivación, por lo que evidencia una creencia de la Clave de transferencia del Aprendizaje-Enseñanza de la categoría del Papel del alumno. Otra creencia sobre la metodología de la actividad en el aula se hace evidente cuando la docente expresa en el fragmento en cursiva y negritas que el estudiante debe experimentar las actividades. Finalmente, la docente expresa que los videos y simuladores son una forma diferente de presentar la información con la que no pueden experimentar, lo que puede causar que el alumno no aprenda cierto contenido. En el texto resaltado en gris, Lucía da razones de las creencias que manifiesta con anticipación a dicho texto. En la Tabla 26 se muestra el resumen de las creencias que manifestó la docente.

En este fragmento de entrevista no se hicieron evidentes conocimientos, sin embargo, como realiza una reflexión sobre el esquema Inter que manifestó en la primera entrevista, se establece un Esquema Trans.

Tabla 26. Creencias y descriptores evidenciados tras analizar su esquema Inter

CREENCIA EVIDENCIADA		
DESCRIPTOR	SUBCATEGORIA	CATEGORIA
El maestro dispone de una propuesta organizativa de los elementos del programa, pero no está vinculado a un recorrido concreto. Existe una trama que vincula y organiza el conocimiento por la que el	Programación	Metodología

maestro se mueve dependiendo de los intereses, nivel... de los alumnos.		
La profesora cree que los ejercicios deben ser sustituidos por una actividad experimental.	La actividad en el aula	
La profesora cree que la motivación proveniente de la propia acción es la clave de los buenos resultados del aprendizaje.	Clave de transferencia del Aprendizaje-Enseñanza	Papel del alumno
La finalidad última de la asignatura es favorecer el desarrollo de una forma de pensamiento (matemático) que permita al alumno organizar, interpretar y comprender la realidad que le rodea, dotándolo de unos instrumentos que le posibiliten el aprendizaje autónomo.	Finalidad	Concepción de la matemática escolar
Esquema:	Trans	

En el siguiente fragmento de entrevista a la docente Lucía se le preguntan las razones de su propuesta planteada al analizar la estructura didáctica de la primera planeación.

Investigador: Dices aquí: “desde mi *experiencia* lo que yo haría sería esto”. Entonces decirte cuál es en tu experiencia y tu conocimiento. ¿Cuáles son las razones de esta propuesta o por qué haces esta propuesta?

Lucía: *Esta propuesta surge en mi caso porque los alumnos no se comprometen o no ponen tanto interés en una actividad que les parece, pues de cierta forma, insignificante. No digo que el problema esté mal, solo que pues hay modificaciones que se pueden realizar. A lo mejor no con esa situación, a lo mejor con otra situación, que a ellos les parezca más una necesidad y que, en consecuencia, pues tengan el compromiso por dar solución, por ejemplo, si nosotros les decimos tienes que dar respuesta a este problema, pues les parece tedioso. Y llega el punto en el que a lo mejor no entienden el planteamiento o no se comprende por qué tiene que pagar*

*pasajes para comprar unos panes, si a lo mejor hay una panadería más cerca [...]. Yo he visto que, si les planteamos una actividad que favorezca no nada más la parte cognitiva, sino también que ponga en juego sus habilidades y sus destrezas, esta les parece más interesante y divertida. Es más ameno de esta forma poner las actividades que realmente sean actividades y que no les planteemos solamente una respuesta, sino que vayan viviendo la experiencia, **que a través de esa actividad jueguen, aprendan, lo disfruten**, encuentren la necesidad de solucionar un problema o simplemente, pues experimenten y de esta manera vayan descubriendo los aprendizajes que hay inmersos aquí. [...] en el caso de, por ejemplo, las tablas de multiplicar, o si hablamos de división, pues los múltiplos de los números, las sumas y las restas, entonces lo van a encontrar, van a proponer o pueden llegar a este conocimiento. Y ellos van a encontrar entonces que hay otra forma, que de cierta manera les va a exigir un poco más de trabajo cognitivo, pero no los va a obligar a hacerlo. A eso me refiero con que sea natural, que, si ellos encuentran ciertos atajos o descubren cierto conocimiento, se emocionan y se entusiasman y quieren compartirlo por naturaleza, quieren comprobar en las situaciones, quieren volver a experimentarlo.*

Del fragmento anterior, se hace evidente la creencia del texto en cursiva donde la docente expresa que el estudiante no se compromete cuando la actividad le parece insignificante y que se pueden realizar modificaciones a la planeación, de aquí surge una creencia relacionada al aprendizaje. Después, en el texto subrayado y en cursiva expresa una creencia sobre el dinamizador, ya que menciona que la situación que se les plantea debe ser una necesidad del alumno, debe ser más interesante y divertida. Estas dos creencias están la categoría de la concepción escolar. En el texto subrayado, la docente habla sobre la actividad en el aula, ya que menciona que no solo se deben poner actividades para hallar respuestas, sino que experimenten y descubran el aprendizaje, esta creencia pertenece a la categoría de la metodología. La última creencia que evidencia Lucía es el texto resaltado en negritas, donde expresa que los estudiantes deben jugar, disfrutar y aprender con las actividades, por lo que evidencia una creencia sobre la orientación de la concepción de la matemática escolar. Las creencias anteriores no son conocimientos, ya que la docente habla desde su experiencia y no desde conocimientos que ella manifiesta, así como se muestra en la Tabla 27.

Después, en el texto resaltado en azul, la docente manifiesta una evidencia de conocimiento de Conexiones de simplificación (KSM), ya que conoce los contenidos de menor complejidad de la

multiplicación y la división, en este caso las sumas y restas. Después, en el texto resaltado en rosa, manifiesta un conocimiento de Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) cuando habla sobre lo que entusiasma al alumno cuando descubren algún conocimiento. El resumen de los conocimientos se muestra en la Tabla 27.

De lo anterior, podemos observar que emergen creencias y conocimientos juntos cuando la docente hace reflexión del esquema Inter que evidenció antes, por lo que se establece un Esquema Trans, así como se muestra en la Tabla 28.

Tabla 27. Creencias y descriptores evidenciados tras analizar su esquema Inter

DESCRIPTOR	SUBCATEGORIA	CATEGORIA
La profesora cree que se aprende mejor cuando el objeto de aprendizaje, que surge del contexto, posee un significado para el alumno.	Aprendizaje	Concepción del aprendizaje
La profesora cree que el motor del aprendizaje son los intereses de los alumnos.	Dinamizador	Concepción del aprendizaje
La profesora cree que interesan tanto la adquisición de conceptos, como el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia la propia materia	Orientación	Concepción de la matemática escolar.
Los alumnos se enfrentan habitualmente a situaciones para las que no poseen procesos de resolución dados (situaciones problemáticas, ya sean problemas o investigaciones, frecuentemente contextualizadas en problemáticas reales)	La actividad en el aula	Metodología

Tabla 28. Conocimientos evidenciados y sus categorías de los subdominios KSM y KFLM

DOMINIO	SUBDOMINIO	CATEGORIA	DESCRIPTOR
MK	KSM	Conexiones de simplificación	Conoce la relación de la estructura multiplicativa con contenidos de menor complejidad.
PCK	KFLM	Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas	Conoce aspectos de la vida cotidiana que tienen influencia en el interés, la motivación y las expectativas en los estudiantes para aprender las operaciones de multiplicación y división.
Esquema:		Trans	

CONCLUSIONES

En esta investigación se analizó el nivel de complejización que evidenció en sus esquemas de conocimiento una profesora de matemáticas de nivel básica primaria. En los resultados se pueden observar diferentes creencias y conocimientos y los esquemas que se establecen.

En los resultados se observa que las creencias que más emergieron son las relacionadas con la categoría de Metodología, seguidas por las de Concepción del aprendizaje y Concepción de la matemática escolar. También se obtuvo que estas creencias no solo emergen de forma aislada al interrogar a la docente, sino que pueden manifestarse junto con los conocimientos del MTSK.

Damos como resultado que los conocimientos que más manifestó Lucía son del subdominio KMT del cual muestra mayor dominio, como son los recursos de enseñanza materiales y virtuales y de las estrategias, técnicas, tareas y ejemplos. La docente también presentó numerosos conocimientos de los aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas y de las formas de interacción con un contenido matemático del subdominio KFLM, y de fenomenología y aplicaciones del subdominio KoT, por lo que Lucía muestra tendencias hacia la experimentación y contextualización del contenido, lo cual se relaciona más con el dominio de Conocimiento Didáctico del Contenido. Cabe recordar que las planeaciones fueron realizadas por profesores colombianos y que Lucía trabaja en una zona rural de México, por lo que la contextualización adquiere más significado para Lucía.

Otro resultado que se obtuvo es que la conexión que más surge entre conocimientos es la conexión interaccional. Gracias a las relaciones entre conocimientos se pudieron identificar los esquemas Inter que presentó Lucía, y las no-conexiones permitieron identificar los esquemas Intra.

Este estudio contribuye a la investigación de Juárez-Ruiz et al. (2025) al profundizar en el análisis del esquema Trans, donde la docente reflexiona sobre sus esquemas Inter previamente evidenciados. Se observó que, aunque las creencias emergen de manera más clara en el esquema Trans, también pueden manifestarse en los esquemas Intra e Inter, lo que sugiere que la formación de creencias es un proceso que ocurre de distintas maneras y en varios niveles dentro de la organización cognitiva del docente. La implicación didáctica de este hallazgo es significativa: comprender que las creencias pueden surgir en diferentes esquemas permite a los futuros profesores y a los propios docentes diseñar estrategias de enseñanza más reflexivas, dirigidas a confrontar o adaptar estas creencias en contextos de aula. Asimismo,

esta evidencia complementa y amplía el trabajo de Juárez-Ruiz (2025), al mostrar que el análisis del esquema Trans no solo permite identificar relaciones entre conocimientos, sino que también constituye un momento clave para reconocer y explorar las creencias del profesorado, aportando un marco más completo para futuros estudios sobre conocimientos, creencias y esquemas en docentes de matemáticas.

Referencias

- Aguilar-González, A. (2016). *El conocimiento especializado de una maestra sobre la clasificación de las figuras planas. Un estudio de caso.* (Tesis doctoral). Universidad de Huelva.
- Alsina, Á. (2015). Panorama internacional contemporáneo sobre la educación matemática infantil. *UNIÓN-REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, 11(42).
- Carr, W., y Kemmis, S. (1988). La investigación-acción en la formación del profesorado. *Teoría crítica de la enseñanza.*
- Carrillo-Yáñez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-Gonzales, A., Ribeiro, M., y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK). *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>.
- Carrillo-Yáñez, J., Montes Navarro, M., y Climent Rodríguez, N. (2022). *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino.* Dykinson, S. L.
- Chaves Salas, L., Quirós, A. H., y Mora, F. M. (2017). Ejercicios de la Olimpiada Costarricense de Matemática como Herramienta para Abordar la Resolución de Problemas en Secundaria. *Memorias del VI encuentro provincial de Educación Matemática.* <https://dx.doi.org/10.15359/epem.6.19>
- Delgado-Rebolledo, R., y Zakaryan, D. (2020). Relationships between the knowledge of practices in mathematics and the pedagogical content knowledge of a mathematics lecturer. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(3), 567- 587. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09977-0>
- Delgado-Rebolledo, R., y Espinoza-Vásquez, G. (2021). ¿Cómo se relacionan los subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas? [conferencia], (pp. 288-295). *V Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas.* Brasil.
- Delgado-Rebolledo, R., Zakaryan, D. y Alfaro, C. (2022). El Conocimiento de la Práctica Matemática. En J. Carrillo, M. Montes y N. Climent (Eds.). *Investigación sobre el conocimiento especializado del*

profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino (pp. 27-34). DYKINSON.

Escudero-Ávila, D., Vasco, D., y Aguilar-González, Á. (2017). Relaciones entre los dominios y subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (Eds.). *Actas del VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, 83-91. <http://funes.uniandes.edu.co/19810/>

Flores-Medrano, E. (2022). Conocimiento de la estructura de las matemáticas. En J. Carrillo, M. Montes y N. Climent (Eds.). *Investigación sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 47-57). DYKINSON.

Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Montes, M., Aguilar, Á., y Carrillo, J. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. En Á. Aguilar, E. Carmona, J. Carrillo, L. C. Contreras, N. Climent, D. Escudero-Ávila, E. Flores-Medrano, P. Flores, J. L. Huitrado, M. Montes, M. MuñozCatalán, N. Rojas, L. Sosa, D. Vasco, y D. Zakaryan (Eds.), *Un marco teórico para el Conocimiento especializado del Profesor de Matemáticas* (1st ed., pp. 71–93). Universidad de Huelva. <https://doi.org/10.13140/2.1.3107.4246>

García, G. S. M., Blanco, M. G., y Ciscar, S. L. (2006). El desarrollo del esquema de derivada. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 85-98.

Godino, J. D., Batanero, C., Cid, E., Font, V., Roa Guzmán, R., y Ruiz, F. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. (pp. 87-122). Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada.

Hernández-Sampieri, R. y Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación*. McGraw Hill Interamericana Editores.

Juárez-Ruiz, E., Flores-Medrano, E., Otero-Valega, K., y Tascón-Cardona, L. (2025). Levels of Complexity in Mathematics Teachers' Knowledge Connections: An Approach Based on MTSK and Piaget's Schemas. *Education Sciences*, 15(6), 641. <https://doi.org/10.3390/educsci1506064>

Martínez-Artero, R. N., y Checa, A. N. (2017). Matemáticas escolares en futuros maestros: Un estudio necesario. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 21(1), 368-386.

- Piaget, J., & García, R. (1989). *Psychogenesis and the history of science* (H. Feider, Trans.). Columbia University Press. (Original work published 1983).
- Porta, L., y Silva, M. (2003). La investigación cualitativa: El Análisis de Contenido en la investigación educativa. *Anuario digital de investigación educativa*, (14).
- Scheiner, T., Montes, M. A., Godino, J. D., Carrillo-Yáñez, J., y Pino-Fan, L. R. (2019). What makes mathematics teacher knowledge specialized? Offering alternative views. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(1), 153-172. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9859-6>
- Secretaría de Educación Pública. (2011). Plan de Estudios.
- Secretaría de Educación Pública. (2016). Modelo Educativo.
- Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Ediciones Morata.
- Vasco, D. y Moriel, J. (2022). Conocimiento de los Temas. En J. Carrillo, M. Montes y N. Climent (Eds.). *Investigación sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 35-46). DYKINSON.
- Tascón Cardona, L. M. (2024). *Relaciones entre subdominios del conocimiento especializado de dos profesores de matemáticas. Un acercamiento desde la resolución de problemas multiplicativos*. (Tesis de maestría). Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Trigueros, M. (2005). La noción de esquema en la investigación en matemática educativa a nivel superior. *Educación matemática*, 17(1), 5-31.
- Valero Rodrigo, N., y González Fernández, J. L. (2020). Análisis comparativo entre la enseñanza tradicional matemática y el método ABN en Educación Infantil. [10.24197/edmain.1.2020.40-61](https://doi.org/10.24197/edmain.1.2020.40-61)
- Vázquez, M. D. M., Bellón, E. E., y Fernández, R. C. (2014). Dimensión afectiva hacia la matemática: resultados de un análisis en educación primaria. *Revista de investigación educativa*, 32(1), 57-72. <https://doi.org/10.6018/rie.32.1.164921>
- Zakaryan, D. y Ribeiro, M. (2016). Conocimiento de la enseñanza de los números racionales: una

ejemplificación de relaciones. *Zetetiké*, 24(3), 301-321.

Zakaryan, D., Estrella Romero, M. S., Espinoza-Vásquez, G., Morales, S., Olfos, R., Flores Medrano, E., y Carrillo-Yáñez, J. (2018). Relaciones entre el conocimiento de la enseñanza y el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas: caso de una profesora de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(2), 0105-123. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.226>

APÉNDICES

Apéndice A *Planeación de clase Propuesta por Julia*

Extraído de Tascón (2024, pp. 149-153)


PROPUESTA BÁSICA DE FORMATO PARA PLAN DE AULA

DESARROLLO DE ACTIVIDADES DE CLASE, UNIDAD O SECUENCIA PARA EL LOGRO DE METAS DE APRENDIZAJE

(El orden en que se desarrollen estas etapas este sujeto a las decisiones didácticas del docente).

PROFESOR (A): Julia	ÁREA: MATEMÁTICAS.	FECHA: 24/04/2022
PERIODO:	COLEGIO: Baháí Simmons	LUGAR: Jamundí
REFERENTES DE CALIDAD		
ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS.		DERECHOS BASICOS DE APRENDIZAJE (DBA).
<ul style="list-style-type: none"> • Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. • Identifico en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos. 		<ul style="list-style-type: none"> • Puede estimar el resultado de un cálculo sin necesidad de calcularlo con exactitud. • Resuelve problemas que involucran sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con números naturales. • Resuelve problemas de proporcionalidad directa.
ESTRUCTURA DIDÁCTICA		
NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:		

TEMAS Y SUBTEMAS:	Uso de las relaciones de tipo multiplicativo.	
APRENDIZAJES ESPERADOS:	Se espera que los estudiantes resuelvan situaciones que implican la multiplicación y la división con el fin de determinar la aplicación en situaciones cotidianas. Para esta actividad, se evalúa el análisis que los estudiantes hicieron con respecto a las situaciones y las estrategias de resolución que plantean.	
OBJETIVOS DE LA CLASE:	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar estructuras de comparación y producto de medidas en problemas de tipo multiplicativo. • Establecer estrategias para la resolución de problemas de tipo multiplicativo. 	
DESEMPEÑOS:	Propone estrategias para encontrar solución a situaciones problemas que involucran la multiplicación y la división.	
	RUTA DE APRENDIZAJE.	
MOMENTOS (En cada uno de los siguientes puntos se le solicita ser lo mas detallado y claro posible, incluir evidencia de cada una de las	ACTIVIDAD	TIEMPO (Opcional)

<p>actividades o tareas que se propongan).</p>		
<p>INICIO.</p>	<p>Se muestra la historia de un sujeto que está comprando una cantidad de panes para repartirlos entre su familia, él compra 30 panes y en su familia, contándolo a él son 6 personas, además debe tomar tres buses donde el pasaje cuesta cada uno \$1750. Al final se deben hacer las preguntas.</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuántos panes le corresponden a cada familiar? ¿Cómo lo podemos determinar? • ¿Cuánto dinero gastó en el transporte, si cada uno de los tres pasajes costó \$1.750? y ¿qué debo hacer para saberlo? <p>Posteriormente, los estudiantes discutirán posibles formas de solucionar las situaciones.</p> 	
<p>DESARROLLO.</p>	<p>El docente muestra un recurso interactivo por medio del cual se resuelven situaciones problemas que implican multiplicación y división.</p>	

En el recurso interactivo se muestra a un chef que está preparando macarrones para sus invitados que son 540, al finalizar de cocinar se da cuenta que 12 Kg de macarrones alcanza para 180 platos. Se hace la siguiente pregunta:

1. ¿Para cuántos platos alcanzaría si preparara 36 Kg de macarrones?
540 platos



Siguiendo el recurso interactivo, se muestran problemas donde el estudiante deba utilizar la multiplicación o la división para resolverlos.

2. ¿Cuántas hojas se deben repartir por igual a 54 niños si hay 486 hojas?
Respuesta: 9
3. Si Camilo empacó 35 kg de dulces en una bolsa. ¿Cuántos kg de dulces empacará en 8 bolsas? Respuesta: 280
4. ¿Cuántas bolsas se necesitan para empacar 8640 canicas, si en cada bolsa caben 96 canicas? Respuesta: 90
5. ¿Cuánto habría que pagar por 9 kg de galletas, si cada kilogramo vale 3.900 pesos? Respuesta: 35.100

CIERRE.

Finalmente se deja una tarea, en la que se encuentran con ejercicios donde deben utilizar la multiplicación o la división para determinar la solución.

<p>MATERIALES Y RECURSOS UTILIZADOS (FISICOS Y DIGITALES).</p>	<p>Recurso interactivo viajando a casa https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_5/M/M_G05_U01_L03/M_G05_U01_L03_01_01.html Recurso interactivo cocinando con Arturo. https://www.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/files_public/contenidosaprender/G_5/M/M_G05_U01_L03/M_G05_U01_L03_03_02.html# Tv, internet, marcadores, tablero y computador.</p>
<p>CONOCIMIENTOS PREVIOS.</p>	<p>Sumas y restas.</p>

Apéndice B Planeación de clase Propuesta por Alan

Extraído de Tascón (2024, pp. 154-166)

NOMBRE DEL DOCENTE: ALAN	ÁREA: MATEMÁTICAS	FECHA: Marzo	GRADO: Tercero
NIVEL: PRIMARIA	PERÍODO ACADÉMICO: Segundo y tercero.	PAÍS: COLOMBIA	TIEMPO TOTAL ESTIMADO EN HORAS: 6.75
Estándares de aprendizaje		Desempeños	
<ol style="list-style-type: none"> 1) Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con distintas representaciones. 2) Utilizo representaciones principales concretas y pictóricas para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal. 3) Reconozco las propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y las relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) 4) Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de descomposición y transformación. 5) Utilizo diferentes estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. 6) Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes herramientas de cálculo (calculadora, ábaco, bloques múltiples). 		<p>Resuelve situaciones problemáticas en las que utilice diferentes estrategias para calcular el resultado de multiplicaciones o repartos equitativos.</p>	

Indicadores de desempeño

Características de pensar y trabajar en matemáticas

Especialización

Números naturales

- Comprender las propiedades conmutativas y asociativas de la suma y usarlas para simplificar los cálculos.
- Reconocer complementos de 100 y complementos de múltiplos de 10 o de 100 (hasta 1000).

Generalización

- Estimar, sumar y restar números naturales de hasta tres cifras (reagrupación de unidades o decenas).
- Comprender y explicar la relación entre multiplicación y división.

Convencimiento

- Comprender y explicar las propiedades conmutativa y distributiva de la multiplicación y utilizarlas para simplificar los cálculos.
- Conocer las tablas de multiplicar del 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 y 10.
- Estimar y multiplicar números naturales mayores que 100 por 2, 3, 4 y 5

Crítico

- Estimar y dividir números naturales mayores que 100 por 2, 3, 4 y 5.
- Reconocer los múltiplos de 2, 5 y 10 (hasta 1000).

Temas	SECUENCIAS DE ACTIVIDADES SIGNIFICATIVAS (Actividades de apertura, actividades de desarrollo y actividades de evaluación)	Tiempo	Recursos
<p>Unidad 3.6</p> <p>Multiplicación y división</p>	<p>INICIO DEL CURSO ACADÉMICO: 2022-2023</p> <p>Semana N° 22: lunes 13 de marzo - viernes 17 de marzo /2023</p> <p>OBJETIVO DE APRENDIZAJE:</p> <p>Especialización</p> <ul style="list-style-type: none"> Al final de la clase los alumnos serán capaces de: Comprender y explicar la relación entre multiplicación y división. <p>Crítica</p> <ul style="list-style-type: none"> Comparar y evaluar ideas matemáticas, representaciones o soluciones para identificar ventajas e inconvenientes. <p>CONTENIDOS: Multiplicación y división</p> <p>COGNICIÓN: Comparar y contrastar, analizar, memorizar, ilustrar.</p> <p>COMUNICACIÓN:</p> <p>lenguaje de:</p> <p>Multiplicación</p> <p>Factor</p> <p>Multiplicando</p> <p>Multiplicador</p> <p>Producto o múltiplo</p>	<p>2 horas y 15 minutos</p>	<p>Internet</p> <p>Computador</p> <p>Video beam</p> <p>Cuaderno</p> <p>sólo-matemáticas.com</p>

División

lenguaje para

El producto es...

El múltiplo es...

4 multiplicado por 3 es igual a 12.

el cociente es...

12 dividido 4 es igual a 3...

Multiplication and its Components

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 3 \\ \hline 18 \end{array}$$

Multiplicand The number to be multiplied is called multiplicand.

Multiplier The number with which we multiply is called multiplier.

Product or Multiple The result obtained is called product or multiple.

$$\begin{array}{ccc} \text{dividend} & \text{divisor} & \text{quotient} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 20 & \div & 4 = 5 \\ \uparrow & \uparrow & \\ & \text{division sign} & \text{equals} \end{array}$$

Calentamiento:

En un momento inicial, realizaremos un repaso de las tablas de multiplicar con situaciones de la vida cotidiana. El estudiante podrá dar su respuesta y decir si su compañero da una respuesta incorrecta o hay un error en su proceso.

Actividades:

Muestre a los alumnos esta matriz:

Pida a los alumnos que escriban expresiones de multiplicación y división para describir este rectángulo. Por ejemplo, $3 \times 9 = 27$, $27 = 9 \times 3$ o $27 \div 3 = 9$, $27 \div 9 = 3$

Pregunte a los alumnos:

¿Qué notas acerca de las expresiones numéricas?

Dé a los estudiantes otras matrices y pídale que escriban oraciones de multiplicación y división para describirlas.

	<p>Hay algunos ejercicios como los siguientes:</p> <p>https://www.math-only-math.com/relationship-between-multiplication-and-division.html</p> <p>Recapitulación:</p> <p>Por último, se proponen otros ejercicios y actividades en los que los alumnos pueden establecer relaciones entre multiplicaciones y divisiones. Se proponen ejercicios similares a la actividad donde se presentan grupos de elementos y se crean frases que expresan multiplicaciones y divisiones.</p> <p>Semana N° 23: lunes 20 de marzo - viernes 24 de marzo /2023</p> <p>OBJETIVO DE APRENDIZAJE:</p> <p>Comprender y explicar las propiedades conmutativa y distributiva de la multiplicación y utilizarlas para simplificar los cálculos.</p> <p>Convencer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Presentar pruebas para justificar o rebatir una idea o solución matemática. <p>CONTENIDOS: Multiplicación y división</p> <p>COGNICIÓN: Comparar y contrastar, analizar, memorizar, ilustrar.</p> <p>COMUNICACIÓN:</p> <p>Lenguaje de:</p> <p>Multiplicación</p> <p>Factor</p> <p>Multiplicando</p>		
--	---	--	--

Multiplicador

Producto o múltiplo

División

Lenguaje para

56 dividido 8 es igual a 7, significa 8 multiplicado 7 es igual a 56.

12 multiplicado 2 es igual a 24 significa que 24 dividido 12 es igual a 2

Desarrollo:

En un momento inicial, el profesor conversará con los alumnos sobre el tema aprendido en la última semana: Multiplicación y división de naturales. Con esa información, el profesor hará un repaso de los temas y presentará dos vídeos sobre la multiplicación, la división y su relación.

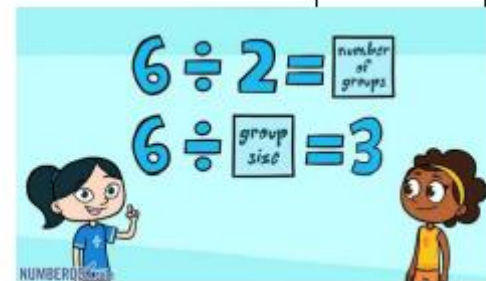
Video 1. <https://youtu.be/gzFbUZ8VjEg>

<https://youtu.be/oF2ftTujB4c>

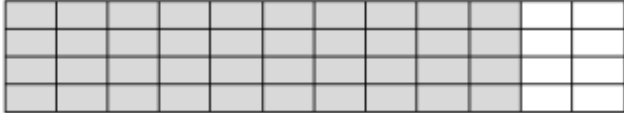
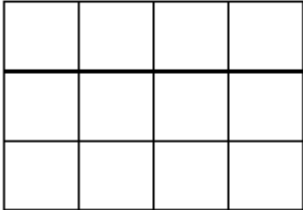


Actividad:

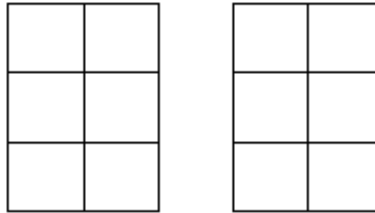
Video 2.



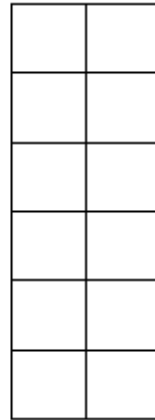
Internet

	<p>Explica que la propiedad conmutativa de la multiplicación significa que algunas partes de una oración numérica pueden reordenarse y seguirán dando la misma respuesta (producto).</p> <p>Dé a los alumnos algunas preguntas de multiplicación para completar.</p> <p>Por ejemplo:</p> $? \times 6 = 48$ $6 \times ? = 48$ <p>Muestra a los alumnos esta matriz, $12 \times 4 = 48$:</p>  <p>Explica que 12×4 es lo mismo que $10 + 2$ multiplicado por 4 y que esto es lo mismo que el total de 10 multiplicado por 4 y después 2 multiplicado por 4.</p> <p>Explica la ley distributiva.</p> <p>Muestra a los alumnos la siguiente matriz, que representa $3 \times 4 = 12$:</p> 	<p>2 horas y 15 minutos</p>	<p>Computador Video beam Cuaderno Cuaderno, de trabajo Videos</p>
--	---	-----------------------------	---

Esta matriz son dos rectángulos de 3×2 que es lo mismo que $6 + 6 = 12$



Esta matriz es el único rectángulo de $6 \times 2 = 12$:



$3 \times 4 = 6 \times 2$ ¿Verdadero o falso?

Recapitulación:

2 horas y
15 minutos

Internet
Computador
Video beam
Cuaderno
Bloque

	<p>En un momento final, se preguntará a los alumnos sobre lo que han aprendido en clase. También se les pedirá que expliquen la ley conmutativa con sus propias palabras.</p> <p>Semana n° 24: lunes 27 de marzo - viernes 31 de marzo /2023</p> <p>OBJETIVO DE APRENDIZAJE:</p> <p>Conocer las tablas de multiplicar del 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 y 10.</p> <p>Crítica</p> <p>Comparar y evaluar ideas, representaciones o soluciones matemáticas para identificar ventajas y desventajas.</p> <p>Al final de la clase los alumnos serán capaces de: comprender y explicar la relación entre multiplicación y división.</p> <p>CONTENIDOS: Multiplicación y división</p> <p>COGNICIÓN: Comparar y contrastar, analizar, memorizar, ilustrar.</p> <p>COMMUNICACIÓN</p> <p>Lenguaje de:</p> <p>Multiplicación</p> <p>Factor</p> <p>Multiplicando</p> <p>Multiplicador</p> <p>Producto o múltiplo</p> <p>División</p> <p>Lenguaje para:</p>		
--	--	--	--

56 dividido 8 es igual a 7 significa 8 multiplicado 7 es igual a 56.

12 multiplicado 2 es igual a 24 significa que 24 dividido 12 es igual a 2.

Calentamiento:

En un momento inicial, el profesor realizará una actividad de repaso. En esta actividad los alumnos dirán cuáles son los conceptos aprendidos en clase. También hablarán sobre los problemas presentados en clase y sus respuestas.

Actividad:

Se presentan los siguientes problemas a los alumnos:

Problema 1.

Tienes cuatro bolsas de cinco canicas. ¿Cuántas canicas tienes en total?



- Pero ¿qué pasaría si otro amigo también quisiera canicas?

Ahora, esto significa que necesitamos tener cinco grupos.

Problema 2.

Si tienes 12 trozos de chocolate que quieres repartir entre tres personas.

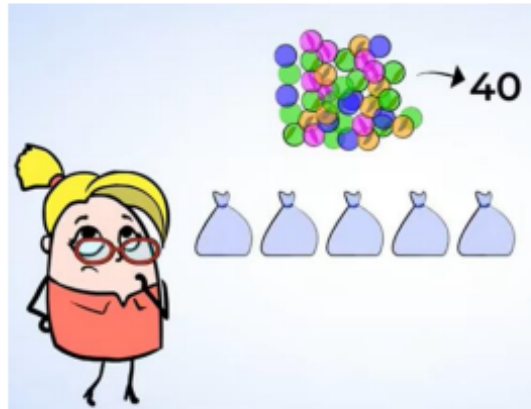
- *¿Cuántos trozos puede tomar cada persona?*



- - Ahora, hay cuatro personas que quieren compartir los doce trozos. ¿Cuántas trozos puede tener cada persona?

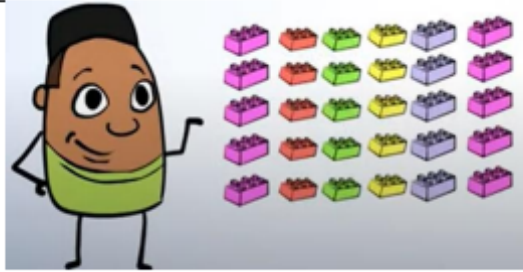
Problema 3.

Hay 40 canicas, y tienes que ponerlas equitativamente en cinco bolsas.
¿Cuántas canicas habrá en cada bolsa?



Problema 4.

Hay treinta bloques en un montón. Cinco niños quieren utilizarlos para construir una torre. Si el montón se divide en partes iguales, ¿cuántos bloques puede coger cada niño?



Para dar solución a este problema, en el aula el profesor formará 3 grupos de cinco alumnos en cada grupo. Los alumnos resolverán este problema utilizando bloques reales.

Problema 5.

Dentro de unos días es el cumpleaños de Nico y está preparando unas bolsas de regalos para sus amigos. Vamos a ayudarlo a saber cuántas pegatinas debe colocar en las bolsas de regalo. Tiene 80 pegatinas para poner en 20 bolsas de regalo. ¿Cuántas pegatinas recibirá cada invitado a la fiesta?

Todas las respuestas de los problemas se presentarán como una relación entre multiplicación y división.

Recapitulación:

En un momento final, el profesor preguntará a los alumnos sobre lo que han aprendido durante la clase. Pero lo más importante, preguntará a los alumnos sola relación entre la multiplicación y la división.

Apéndice C Instrumentos CEAM

Extraído de Aguilar-González (2016, pp. 67-70)

Tabla 1. Instrumento CEAM (I)

Metodología	La actividad en el aula	TR1: La actividad del aula se caracteriza por la repetición iterada de ejercicios tipo.
		TE1: La actividad del aula se caracteriza por la repetición de ejercicios que intentan reproducir los procesos lógicos y, coherentemente, el estudio de los errores por parte de los alumnos.
		E1: Los ejercicios son sustituidos por una actividad experimental no reflexiva. Hay cierta tendencia a poner en juego métodos, recursos, etc.
		I1: Los alumnos se enfrentan habitualmente a situaciones para las que no poseen procesos de resolución dados (situaciones problemáticas, ya sean problemas o investigaciones, frecuentemente contextualizadas en problemáticas reales).
	Praxis	TR2: Explicación del maestro, a menudo siguiendo la presentación del libro de texto, como técnica habitual.
		TE2: El maestro expone los contenidos pero no en su fase final, sino simulando su proceso de construcción, apoyado en estrategias expositivas (uso de ejemplos, cuestiones a los alumnos, uso de material para ejemplificar...).
		E2: El maestro propone actividades de manipulación de modelos (propiciando, a menudo, el uso de materiales manipulativos), a través de los cuales se producirá, eventualmente, un conocimiento no organizado.
		I2: El maestro tiene organizado el proceso que llevará al alumno a la adquisición de unos conocimientos determinados, a través de su investigación.
	Fuentes de información	TR3: La principal fuente de información para el alumno la constituyen el maestro y el libro de texto.
		TE3: El libro de texto se ve ampliado por otros materiales donde se encuentra el "conocimiento establecido" (enciclopedias, libros especializados...). Se mantiene el papel del maestro como principal fuente de información.
		E3/ I3: La información que se moviliza en el aula puede provenir del maestro, de los alumnos, de otras personas que intervengan, de situaciones cotidianas...
	Diferenciación individual	TR/TE4: El maestro "enseña" para un alumno ficticio que identifica con el alumno "medio" del grupo-clase, homogeneizando el grupo. No se realiza diferenciación individual en el proceso de enseñanza
		E4: La actividad que se genera en el aula permite que cada alumno la realice según sus posibilidades, contando con la ayuda de sus compañeros. Se atiende implícitamente (no planificado) a la diferenciación individual.
		I4: Se atiende explícitamente a la diferenciación individual mediante el planteamiento de actividades que permiten el trabajo en distintos niveles y con actividades específicas para cada necesidad.
	Uso de materiales manipulativos	TR5: No se usan materiales manipulativos.
		TE5: Se usan materiales manipulativos para reforzar, explicar o dar utilidad a la teoría, de manera aislada (Se usan para ejemplificar contenidos concretos, sin ampliar la posibilidad de los recursos más que a esos tópicos concretos.)
		E5: Se usan asiduamente materiales variados sobre todo para motivar a los alumnos y facilitar su comunicación. Es fundamental que éstos los manipulen.
		I5: Se usan materiales como apoyo a y detonante de la investigación matemática del alumno, y para apoyar el paso del pensamiento concreto al abstracto.
Objetivos	TR6: Los contenidos se identifican con los conceptos, enunciados como objetivos de carácter terminal. El propio tratamiento de contenidos que podrían ser procedimentales los convierte en conceptuales	
	TE6: Se persiguen objetivos terminales y funcionales, poniéndose más énfasis en objetivos procedimentales locales (De los contenidos procedimentales de la matemática de Primaria se consideran los específicos de tópicos concretos (como por ejemplo la suma de fracciones) más que los procedimientos generales como heurísticos o establecer conjeturas.)	
	E6: Los objetivos definen un marco genérico de actuación (carácter orientativo) y están sujetos a modificaciones en cuanto a consecución (flexibles)	
	I6: Los objetivos marcan claramente las intenciones educativas, pero están sujetos a reformulaciones bien fundamentadas.	
Programación	TR7: El maestro sigue una programación prescrita de antemano, externa a él y rígida, sin plantearse relaciones entre las unidades.	
	TE7: Para el maestro la programación es un documento cerrado, que elabora previamente en función de sus conocimientos (de la materia escolar, de sus alumnos, de su experiencia previa en la enseñanza de esos contenidos...).	
	E8: La programación es un documento vivo que, por basarse en los intereses que, en cada momento, manifiestan los alumnos y en la negociación con ellos, no dispone de una organización inicial.	
	I8: El maestro dispone de una propuesta organizativa de los elementos del programa, pero no está vinculado a un recorrido concreto. Existe una trama que vincula y organiza el conocimiento por la que el maestro se mueve dependiendo de los intereses, nivel... de los alumnos.	

Tabla 2. Instrumento CEAM (II)

Concepción de la Matemática Escolar	Orientación	TR9: La asignatura está orientada, exclusivamente, hacia la adquisición de conceptos y reglas.
		TE9: Interesan tanto los conceptos y reglas como los procesos lógicos que los sustentan.
		E9: No interesan tanto los conceptos como los procedimientos y el fomento de actitudes positivas (hacia el trabajo escolar y como ciudadano).
		I9: Interesan tanto la adquisición de conceptos, como el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia la propia materia, el trabajo escolar en general y como ciudadano, siendo la materia y el trabajo escolar los que determinan el peso específico de cada una de las componentes citadas.
	Contenido	TR10/TE10: La matemática escolar coincide con la que se muestra básicamente en los libros de texto. Se identifica con contenidos matemáticos escolares y dentro de éstos se suelen considerar casi exclusivamente las normas del sistema de numeración decimal (números naturales, decimales, enteros y fraccionarios) y sus operaciones, poniendo énfasis en estas últimas. No se suelen considerar contenidos geométricos y si se hace consiste en un listado de nombres (de figuras, de unidades de medida...) y fórmulas. No se establecen relaciones entre los contenidos.
		E10: La matemática inmersa en la problemática real es el único referente de los conocimientos a movilizar en el aula. (Se trata de la matemática del entorno sociocultural, que no se circunscribe en principio a los números y sus operaciones (tiene cabida, por ejemplo, la geometría del entorno o la organización de la información)
		I10: La matemática escolar tiene su punto de partida en la etnomatemática de los alumnos y recoge las necesidades socio-políticas, culturales... “Hacer matemáticas” con un carácter más formal (con la formalidad que tiene sentido alcanzar en esta etapa educativa) proviene del análisis de lo concreto. Como contenidos matemáticos escolares se consideran tanto los numéricos propios de la etapa, como los geométricos, la medida, el tratamiento de la información y la resolución de problemas, destacando este último.
	¿Cómo es?	TR11/TE11: La matemática escolar es exacta y se concibe acabada.
		E11: Se potencia la estimación y la aproximación, ligadas a contextos reales, y se concibe en construcción (se construye en el propio contexto escolar por parte de los alumnos).
		I11: La matemática escolar muestra su doble perspectiva de exactitud/aproximación dependiendo del contexto y se concibe en construcción.
	Finalidad	TR12: La finalidad de la asignatura es poner en conocimiento de los alumnos un cierto “panorama matemático” que se espera que aprendan y dotarles de las destrezas básicas para la vida diaria (desde un punto de vista muy restringido, casi de las aplicaciones numéricas básicas) y para el estudio tanto de otras disciplinas como el estudio futuro de la propia matemática (por los conocimientos que aporta).
		TE12: La asignatura ha de tener un carácter práctico que permita su aplicación utilitaria en la vida cotidiana y como instrumento para el estudio tanto de otras disciplinas como el estudio futuro de la propia matemática (tanto por los conocimientos que aporta como por contribuir al desarrollo del razonamiento en el alumno).
E12: La asignatura posee un carácter formativo, con objeto de servir de instrumento para un cambio actitudinal del alumno (con respecto al aprendizaje y a la vida), así como para la adquisición de los valores racionales que le permitan conformar una actitud lógica ante los problemas cotidianos.		
I12: La finalidad última de la asignatura es favorecer el desarrollo de una forma de pensamiento (matemático) que permita al alumno organizar, interpretar y comprender la realidad que le rodea, dotándolo de unos instrumentos que le posibiliten el aprendizaje autónomo.		

Tabla 3. Instrumento CEAM (III)

Concepción del aprendizaje	Aprendizaje	TR13: Se presupone que el aprendizaje se realiza, utilizando la memoria como principal recurso, por superposición de unidades de información.
		TE13: El aprendizaje se sigue concibiendo como memorístico, organizándose internamente según la lógica estructural de la materia.
		E13: Se aprende cuando el objeto de aprendizaje, que surge aleatoriamente del contexto, posee un significado para el alumno.
	Tipo y forma	I13: Los objetos de aprendizaje no sólo tienen significado, sino también la capacidad de ser aplicados en contextos diferentes de donde fueron aprendidos, adquiriendo así un carácter móvil a través de una malla conceptual.
		TR14: El único aprendizaje efectivo y correcto es el que proviene de un proceso deductivo (regla general-aplicación a casos particulares).
		TE14: Aunque el aprendizaje pueda comenzar por la observación de un proceso inductivo (de hecho es así como suele presentar el maestro los contenidos en la simulación de su construcción), el verdadero aprendizaje ha de apoyarse en un proceso deductivo.
		E14: El aprendizaje se produce a partir de la participación activa del alumno en procesos inductivos.
	Procesos	I14: El aprendizaje comienza, por la observación de regularidades que permiten aflorar una conjetura; pero a ésta ha de seguir una comprobación razonable y, en la medida de lo posible, una generalización adecuada (adecuadas tanto la generalización como la comprobación al nivel de los alumnos).
		TR15: El alumno se hace con los conocimientos por el simple hecho de que el maestro se los presente.
		TE15: Para aprender, al alumno le basta entender, asimilar el conocimiento que proviene del exterior.
		E15: El aprendizaje se produce, de manera espontánea, cuando el alumno está inmerso en situaciones que propician el descubrimiento.
	Importancia argumentativa	I15: El aprendizaje se produce a través de investigaciones que han sido planificadas por el maestro. Además, para que se produzca aprendizaje éste debe institucionalizarse.
		TR16: El maestro desea que el alumno explicito lo aprendido con la expresión usada por él. No le interesa la idea sino la mecánica. De ahí que no conceda especial importancia a que el alumno argumente sus conclusiones.
		TE16: Es importante que el alumno explicito la comprensión de los contenidos (se trata de una verbalización para comprobar que se está produciendo el aprendizaje deseado). La expresión de lo aprendido, con las palabras del alumno, muestra el resultado del aprendizaje.
E16: Es importante que el alumno comunique (más que argumente de un modo más o menos justificado) sus conclusiones.		
Interacción maestro-alumnos-materia	I16: La expresión de lo que aprende por parte del alumno es una parte importante del propio proceso de aprendizaje. Es importante, además, que el alumno argumente sus conclusiones.	
	TR17/TE17: El alumno interactúa con la materia y el maestro, siendo el último el intermediario entre ésta y el alumno. La interacción que se produce entre el profesor y el alumno no es equilibrada, siendo más fuerte el flujo en la dirección profesor alumno que la inversa.	
	E17: El alumno interactúa con la materia, el maestro y sus compañeros, pero el énfasis se coloca en la interacción con los compañeros y el maestro.	
Tipo de agrupamiento	I17: Los principales elementos del entorno de aprendizaje interactúan entre sí (el alumno interactúa con la materia, el maestro y sus compañeros) de manera equilibrada.	
	TR18/TE18: La única forma de agrupamiento que permite un verdadero aprendizaje es el trabajo individual.	
	E18: La forma ideal de agrupamiento que propicia el aprendizaje es el trabajo en grupo, con sus correspondientes debates.	
Dinamizador	I18: La forma de agrupamiento aconsejable para la producción de aprendizaje depende de la actividad a desarrollar.	
	TR19: La estructura de la propia asignatura, plasmada en la programación, es el dinamizador ideal del aprendizaje.	
	TE19: El dinamizador ideal del aprendizaje es la lógica subyacente a los contenidos matemáticos escolares.	
	E19: El motor del aprendizaje son los intereses de los alumnos.	
Aptitud	I19: El dinamizador ideal del aprendizaje es el equilibrio entre los intereses y estructura mental de los alumnos y los de la matemática.	
	TR20/TE20: La capacitación del alumno es inalterable y justifica en gran medida los resultados del aprendizaje.	
Actitud	E21/I21: La capacitación del alumno puede ser modificada.	
	TR22: La actitud del alumno hacia el aprendizaje es raramente transformable.	
	TE22: En la actitud del alumno hacia el aprendizaje hay aspectos que pueden sufrir cambios.	
	E22/I22: La actitud del alumno puede ser modificada.	

Tabla 4. Instrumento CEAM (IV)

Papel del alumno	Participación en el diseño didáctico	TR23/TE23: El alumno no condiciona ni directa ni indirectamente el diseño de las actividades, programación, etc.
		E23: El alumno condiciona indirectamente la selección y/o secuenciación de contenidos y objetivos (a través de la negociación de intereses), y en el diseño didáctico (a través de sus intervenciones en el quehacer del aula).
		I23: El alumno condiciona directa e indirectamente el diseño didáctico.
	Clave de transferencia E-A	TR24: En los casos en que exista una “buena enseñanza”, la responsabilidad de los resultados del aprendizaje (que dependen del grado de sumisión) es exclusiva del alumno.
		TE24: Cuando los procesos de enseñanza se realizan en un contexto adecuado, la responsabilidad del aprendizaje recae en el alumno.
		E24: La motivación proveniente de la propia acción es la clave de los buenos resultados del aprendizaje.
		I24: Para que se dé aprendizaje es necesario que el alumno otorgue significado a lo que aprende, siendo consciente de su propio proceso de aprendizaje. La responsabilidad del aprendizaje recae en la marcha del proceso completo (con todos los elementos y factores que intervienen en éste).
	¿Qué hace?	TR25: El alumno escucha la explicación del maestro para poder repetir posteriormente el proceso explicado.
		TE25: El alumno, al enfrentarse a cada una de sus tareas educativas, reproduce el proceso lógico mostrado por el maestro, imitando así su estilo cognitivo.
		E25: El alumno pasa de actividad en actividad, participando intensamente en cada una de ellas.
		I25: La actividad del alumno está organizada (interna o externamente) hacia la búsqueda de respuestas a determinados interrogantes.
		TR26/TE26: Al ser el maestro el que proporciona la clave para la repetición/reproducción posterior, es fundamental la atención a éste
		E26: La actividad del alumno no incluye un tiempo para la reflexión sobre su propia acción.
		I26: El alumno toma conciencia de qué hace y para qué lo hace.
		TR27: El alumno no se plantea procesar la información que proviene del maestro, ni en forma ni en fondo.
TE27: La confianza del alumno en lo expuesto por el maestro, inducida por la técnica empleada, le impide cuestionarse sobre el fondo del contenido.		
E27: El ambiente dinámico que se propicia en la clase, permite que el alumno comunique sus experiencias y sentimientos con el maestro y los demás compañeros.		
I27: El alumno mantiene una actitud crítica ante las informaciones que se movilizan en el aula.		

Tabla 5. Instrumento CEAM (V)

Papel del profesor	¿Qué y cómo hace?	TR28: El maestro transmite verbalmente los contenidos de aprendizaje, mediante explicación de lo reflejado en el libro de texto, realizando una reproducción literal de éste. Actúa como un especialista en el contenido.
		TE28: El maestro organiza los contenidos de aprendizaje, los cuales transmite mediante exposición, utilizando estrategias organizativas/expositivas que procuran ser atractivas. Actúa como un técnico del contenido y del diseño didáctico.
		E28: Por su marcado carácter humanista y especialista en dinámica de grupos, induce al alumno a participar en las actividades que promueve, analizando las reacciones y respuestas a sus propuestas.
		I29 El maestro provoca la curiosidad del alumno conduciendo su investigación hacia la consecución de aprendizajes. Su carácter de experimentador interactivo del contenido y de los métodos le obliga a analizar los procesos en el contexto del aula (investigación-acción).
	Validación de la información	TR30: El maestro (y/o el libro de texto) es el que valida las ideas que se movilizan en el aula, corrigiendo a los alumnos en caso de errores y aportando él mismo la información correcta.
		TE30: El maestro es el que valida las ideas que se movilizan en el aula, planteando interrogantes a los alumnos cuyas respuestas llevan a la “autocorrección” (en verdad es una corrección enmascarada del maestro).
		E30: La información que se moviliza en el aula es validada por el grupo (grupo-clase o pequeños grupos de trabajo). En ocasiones se sustituye el papel de la corrección que en TR/TE juega el maestro por los compañeros, pero no se potencia que los alumnos “se paren a reflexionar” sobre sus ideas ni que desarrollen estrategias de autovalidación de las mismas.
I30: La información que se moviliza en el aula es validada por el grupo, por el maestro o por el propio alumno. En cualquier caso, se potencia la reflexión de los alumnos y el desarrollo de estrategias para su autocorrección, propiciándose que los estudiantes asuman responsabilidad a la hora de juzgar la adecuación de sus ideas.		

Apéndice D Descriptores de conocimiento

Extraído de Tascón (2024, pp. 138-148)

DOMINIO DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO			
MK			
Subdominio	Categoría	Descriptor General	Preguntas
CONOCIMIENTO DE LOS TEMAS. (KoT)	Definiciones, propiedades y fundamentos.	Conoce la definición del concepto de multiplicación y división en el campo numérico de los números naturales.	¿Qué es una operación de multiplicación? ¿Qué es una operación división?
		Conoce las propiedades de la estructura multiplicativa en el campo numérico de los números naturales.	¿Cuáles son las propiedades de la operación de multiplicación? ¿Cuáles son las propiedades de la operación de división? ¿Qué relación existe entre las operaciones de multiplicación y división?
		Conoce los tipos de problemas multiplicativos: razón, comparación y combinación.	¿Qué es una situación problemática? ¿Qué tipo de problemas multiplicativos conoce? ¿Cuáles son sus características?

	Fenomenología y aplicaciones.	Conoce diferentes situaciones en las que se puede aplicar los conceptos de multiplicación y división.	¿En qué situaciones de vida cotidiana los estudiantes pueden aplicar la resolución de problemas multiplicativos?
	Registros de representación.	Conoce distintas representaciones que se pueden utilizar para representar los objetos matemáticos de multiplicación y división en el campo numérico de los números naturales.	¿Qué registros de representación se puede emplear al momento de representar los objetos matemáticos de multiplicación y división en la enseñanza de la estructura multiplicativa a través de la resolución de problemas?
	Procedimientos.	Conoce los elementos de los algoritmos de la multiplicación y división y técnicas del cálculo en el campo numérico de los números naturales.	¿Conoce el algoritmo tradicional de la multiplicación? ¿Cuáles son sus elementos? ¿Conoce el algoritmo tradicional de la división? ¿Cuáles son sus elementos? ¿Cuáles son sus técnicas de cálculo?
CONOCIMIENTO DE LA	Conexiones de simplificación.	Conoce la relación de la estructura multiplicativa con contenidos de menor complejidad.	¿Qué conocimientos previos se articulan con el aprendizaje de la estructura multiplicativa? ¿Cuáles son los conocimientos previos que deben tener los estudiantes para lograr darle solución a los problemas planteados?

ESTRUCTURA MATEMÁTICA. (KSM)	Conexiones de complejización.	Conoce la relación de la estructura multiplicativa con contenidos de mayor complejidad.	¿Cuáles son los contenidos para los que la resolución de problemas multiplicativos servirá de base en su aprendizaje? ¿Cuáles son los conocimientos posteriores con los que se articulan con el aprendizaje de la estructura multiplicativa?
	Conexiones transversales.	Conoce diferentes elementos o contenidos matemáticos con características en común que se relacionen con la estructura multiplicativa.	¿Qué elementos matemáticos son transversales o se relacionan en el proceso de enseñanza aprendizaje de la estructura multiplicativa a través de la resolución de problemas?
	Conexiones auxiliares.	Conoce conexiones auxiliares o elementos matemáticos útiles para el aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división.	¿Qué elementos u objetos matemáticos son útiles o se relacionan con los conceptos de multiplicación y división?
Conocimiento de la practica KPM	La práctica de demostrar.	Conoce los métodos y las formas en las que se pueden realizar demostraciones relacionadas con el tema de interés.	¿Realiza verificaciones, explicaciones y/o comunicación de demostraciones? ¿Considera importante trabajar la demostración con estudiantes de nivel primaria?
	La práctica de definir.	Conoce las características y atributos que deben cumplir las definiciones de los conceptos de multiplicación y división: jerarquía, no circularidad, no	¿De qué forma define el concepto de multiplicación de números naturales? ¿De qué forma define el concepto de división de números naturales?

		ambigüedad, no contradicción, equivalencia y elegancia.	¿Considera importante trabajar la definición con estudiantes de nivel primaria?
	La práctica de resolver problemas.	Conoce que una de las formas de producir en matemáticas es a través de la resolución y formulación de problemas.	¿Conoce las estrategias que se utilizan en la resolución de problemas? ¿Conoce procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir en matemáticas? ¿Conoce diferentes heurísticas que se utilizan en la resolución de problemas?
	Conocimiento del papel del lenguaje matemático.	Conoce el papel del lenguaje matemático y el papel de los símbolos en la enseñanza de la multiplicación y división a través de la resolución de problemas.	¿Qué importancia tiene el uso de un lenguaje matemático en la enseñanza de las operaciones de multiplicación y división de números naturales? ¿Qué importancia tiene el uso de símbolos en las matemáticas y su aprendizaje?
DOMINIO DEL CONOCIMIENTO DIDACTICO DEL CONTENIDO (PCK)			
Subdominio	Categoría	Descriptor General	Preguntas

<p>CONOCIMIENTO DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS (KFLM)</p>	<p>Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas.</p>	<p>Conoce aspectos emocionales de los estudiantes que pueden influir en el aprendizaje de la estructura multiplicativa y de las matemáticas.</p>	<p>¿Qué aspectos emocionales pueden influir en el aprendizaje de la estructura multiplicativa? ¿Cómo los toma en cuenta en el proceso de enseñanza de la estructura multiplicativa a través de la resolución de problemas?</p> <p>¿Cómo involucra esos aspectos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estructura multiplicativa a través de la resolución de problemas?</p>
		<p>Conoce aspectos de la vida cotidiana que tienen influencia en el interés, la motivación y las expectativas en los estudiantes para aprender las operaciones de multiplicación y división.</p>	<p>¿Qué aspectos de la vida cotidiana despiertan el interés, la motivación y las expectativas de los estudiantes al momento de aprender las operaciones de multiplicación y división a través de la resolución de problemas?</p> <p>¿Cómo involucra esos aspectos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estructura multiplicativa a través de la resolución de problemas?</p>
	<p>Fortalezas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.</p>	<p>Conoce las dificultades que pueden presentar los estudiantes al momento del aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división.</p>	<p>¿Qué dificultades considera que podrían presentar sus estudiantes al momento de resolver problemas multiplicativos?</p> <p>¿Qué estrategias utilizaría para disminuir esas dificultades?</p>
		<p>Conoce las fortalezas que pueden presentar los estudiantes al momento</p>	<p>¿Qué fortalezas pueden presentar los estudiantes al momento del aprendizaje</p>

		del aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división.	de la resolución de problemas multiplicativos? ¿Qué estrategias utiliza para potencializar las fortalezas que presentan los estudiantes en el aprendizaje de la estructura multiplicativa a través de la resolución de problemas?
		Conoce los errores que pueden presentar los estudiantes al momento de aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división.	¿Cuáles son los posibles errores que pueden cometer los estudiantes al momento del aprendizaje de la resolución de problemas multiplicativos? ¿Qué estrategias utilizaría para disminuir esos errores?
	Formas de interacción con un contenido matemático	Conoce los procedimientos convencionales o no convencionales que utilizan los estudiantes en el aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división.	¿Conoce los procedimientos convencionales o no convencionales que utilizan los estudiantes al momento del aprendizaje de la resolución de problemas multiplicativos? ¿Cómo los utiliza en la enseñanza de la resolución de problemas multiplicativos? ¿Cuál es la forma en la que crees que tus estudiantes abordarán las tareas?

		<p>Conoce las estrategias convencionales o no convencionales que utilizan los estudiantes en el aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división</p>	<p>¿Conoce las estrategias convencionales o no convencionales que utilizan los estudiantes al momento del aprendizaje a través de la resolución de problemas multiplicativos?</p> <p>¿Cómo las utiliza en el proceso de enseñanza de la resolución de problemas multiplicativos?</p> <p>¿Cuáles son las estrategias convencionales o no convencionales que considera llegarían a utilizar los estudiantes al momento de resolver problemas multiplicativos?</p>
	Teorías de aprendizaje de las matemáticas	<p>Conoce teorías formales en Educación Matemática o de la Resolución de Problemas que se puedan utilizar en el diseño de oportunidades para el aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división.</p>	<p>¿En el diseño de la planeación tuvo en cuenta alguna teoría de aprendizaje de las matemáticas?</p> <p>¿Por qué le pareció relevante utilizar esa teoría?</p>
		<p>Conoce formas de enseñanza que provengan de la intuición o experiencia y cómo pueden aplicarse en el diseño de oportunidades en el aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división.</p>	<p>¿En su planeación de clase utilizó alguna teoría o método personal que potencialice la enseñanza de la estructura multiplicativa a través de la resolución de problemas?</p>

<p>CONOCIMIENTO DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.</p> <p>(KMT)</p>	Teorías de la enseñanza de las matemáticas.	<p>Conoce teorías formales de enseñanza en Educación Matemática que se pueden utilizar en el proceso de enseñanza de las operaciones de multiplicación y división a través de la resolución de problemas.</p>	<p>¿En su planeación de clase tuvo en cuenta alguna teoría de enseñanza de las matemáticas?</p> <p>¿Por qué le pareció relevante utilizar esa teoría?</p>
		<p>Conoce el modelo educativo de la Institución donde labora y lo articula en el proceso de enseñanza de las operaciones de multiplicación y división.</p>	<p>¿Cuál es el modelo educativo de la institución donde labora?</p> <p>¿Cómo utiliza dicho modelo educativo en la enseñanza de la resolución de problemas de tipo multiplicativo?</p>
	Recursos de enseñanza materiales y virtuales.	<p>Conoce recursos didácticos tanto virtuales como físicos para la enseñanza de las operaciones de multiplicación y división.</p>	<p>¿Cuáles recursos didácticos, tanto virtuales como físicos utiliza para la enseñanza de la estructura multiplicativa a través de la resolución de problemas?</p>
		<p>Conoce las potencialidades y las limitaciones de los recursos didácticos tanto físicos como virtuales que se utilizan en la enseñanza de las operaciones de multiplicación y división</p>	<p>¿Qué potencialidades o limitaciones pueden llegar a presentar los recursos didácticos que utiliza?</p>
		<p>Conoce la forma en la que influyen los recursos físicos como virtuales en el proceso de enseñanza de estructura multiplicativa.</p>	<p>¿Cómo influyen en sus estudiantes y en su aprendizaje los recursos didácticos que utiliza en la enseñanza de la estructura multiplicativa a través de la resolución de problemas?</p>

	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos.	<p>Conoce y aplica diferentes estrategias y técnicas en el proceso de enseñanza de las operaciones de multiplicación y división a través de la resolución de problemas</p>	<p>¿Qué estrategias utiliza para la enseñanza de la resolución de problemas multiplicativos?</p> <p>¿Qué técnicas utiliza para la enseñanza de la resolución de problemas multiplicativos?</p> <p>¿Por qué considera importante utilizar dichas estrategias y técnicas?</p>
		<p>Conoce tareas matemáticas en la enseñanza de las operaciones de multiplicación y división que potencializan el aprendizaje de los estudiantes.</p>	<p>¿Qué tipo de tareas implementa en la enseñanza de la estructura multiplicativa a través de la resolución de problemas?</p> <p>¿Los problemas planteados les permitirán a los estudiantes construir nuevos conocimientos o solo aplicarán conocimientos adquiridos?</p> <p>¿Consideras que esos problemas son interesantes para tus estudiantes? ¿Por qué?</p> <p>¿Qué le hizo decidirse por esas situaciones problemas?</p>

