



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE
PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

**PRESIÓN DE RADIACIÓN DE UN MODO
LOCALIZADO SOBRE UN CF 3D.**

TESIS

Presentada al

Posgrado de Física

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

MAESTRÍA EN FÍSICA APLICADA

P R E S E N T A :

ERICK YIBRIEL MÉNDEZ HERNÁNDEZ

ASESORES

DR. MILLER TOLEDO SOLANO

DRA. MARTHA ALICIA PALOMINO OVANDO

PUEBLA, PUE. ENERO DEL 2024

-Cos'è questo?
-Questo si tratta di un tentativo
d'estrarre la verità
all'incirca

A. Turner & M. Kane, 2016.

Resumen

Esta tesis se enfoca en el análisis teórico y el desarrollo experimental de cristales fotónicos dieléctricos tridimensionales (CF 3D) con el objetivo de incrementar las fuerzas electromagnéticas para inducir auto-oscilaciones en estas estructuras. El estudio se centra en el modo localizado presente entre dos cristales fotónicos dieléctricos 3D, que genera campos electromagnéticos intensos alrededor de la posición del defecto. Estos campos fuertes resultan en un aumento significativo de la fuerza normal en la placa dieléctrica, es decir, en el propio cristal 3D.

Los resultados obtenidos en esta investigación sugieren la posibilidad de utilizar estas estructuras como una nueva clase de micro-máquinas impulsadas por ondas electromagnéticas, como la luz solar. Estas micro-máquinas podrían tener la capacidad de generar tanto energía eléctrica como mecánica, abriendo así nuevas perspectivas en el campo de la generación de energía renovable y la conversión de energía.

A través de un enfoque teórico y experimental, esta tesis proporciona un mayor entendimiento de los cristales fotónicos dieléctricos 3D y su potencial para incrementar las fuerzas electromagnéticas. Los hallazgos obtenidos no solo contribuyen al avance del conocimiento científico en este campo, sino que también ofrecen oportunidades emocionantes para la aplicación de estas estructuras en tecnologías emergentes.

Índice general

Resumen	I
Introducción	IV
1. Reflexión y Transmisión para Medios Dieléctricos Mixtos.	1
1.1. Ondas armónicas en medios materiales.	1
1.2. Condiciones de continuidad en un medio mixto.	2
1.3. Propagación de una onda plana a través de un medio mixto.	4
1.4. Propagación de una onda plana a través de una capa dieléctrica con grosor d	6
1.5. Propagación de una onda plana a través de un sistema multicapa no magnético.	10
2. Reflexión y Transmisión para Cristales Fotónicos 1D y 3D.	13
2.1. Cristal Fotónico Unidimensional.	14
2.2. Cristal Fotónico 1D con un defecto en el centro.	16
2.3. Cristal Fotónico Tridimensional.	20
2.4. Cristal Fotónico 3D con un defecto en el centro.	28
3. Presión de Radiación sobre cristales Fotónicos 1D Y 3D.	34
3.1. Fuerza Electromagnética Sobre Sistema Multicapa 1D.	35
3.1.1. Densidad de fuerza volumétrica.	35
3.1.2. Cálculos utilizando Mathematica 11.	38
3.2. Fuerza electromagnética sobre un fotodino 3D.	41
3.2.1. Cálculo de la fuerza electromagnética mediante el tensor de esfuerzos de Maxwell.	41
3.2.2. Cálculo de la fuerza electromagnética mediante la ecuación de Lorentz.	44
3.2.3. Comparación de la fuerza electromagnética obtenida mediante el tensor de Maxwell y la ecuación de Lorentz.	46
3.3. Deducción de la presión de radiación debido a un láser con cierta área de contacto.	48
Conclusiones	50
Bibliografía	51

Introducción

La presente tesis tiene como objetivo principal el estudio de la presión de radiación localizada sobre un cristal fotónico tridimensional (CF 3D) en el ámbito de la física aplicada. Los cristales fotónicos son estructuras ópticas con propiedades únicas que permiten la manipulación y control de la radiación electromagnética a nivel nanoscópico. El CF 3D, en particular, posee bandas de energía prohibidas y la capacidad de soportar modos localizados, lo que lo convierte en una plataforma prometedora para el diseño de dispositivos ópticos avanzados.

Aunque los espejos de Bragg han sido ampliamente estudiados en las últimas décadas y se comprenden bien sus propiedades ópticas [1], es en la extensión de la periodicidad a tres dimensiones (3D) del espacio donde se encuentra todo el potencial de estas estructuras. Los primeros cristales fotónicos tridimensionales con gap completo se obtuvieron en el rango de microondas en 1990 [2]. Este rango es tecnológicamente accesible, ya que la periodicidad dieléctrica requerida es del orden de milímetros. Desde entonces, se ha logrado reducir el periodo de la constante dieléctrica, logrando gaps completos en el infrarrojo medio y lejano [3,4], y más recientemente, en el infrarrojo cercano [5,6]. Para lograr esto, se han utilizado técnicas litográficas sofisticadas y costosas que permiten construir solo unas pocas celdas.

También existen cristales fotónicos en el rango visible e infrarrojo cercano cuya obtención es relativamente sencilla y económica. Estos son los cristales coloidales, que se forman mediante la auto-organización en suspensión de partículas esféricas de tamaño micrométrico, generalmente de látex o sílice. Estos cristales, que han sido conocidos desde hace tiempo [7], han despertado interés desde el punto de vista fundamental debido a la presencia de pseudogaps fotónicos en un rango de frecuencias de difícil acceso [8,9]. Sin embargo, su principal desventaja es que su contraste dieléctrico suele ser muy bajo debido a la cercanía de los índices de refracción de las partículas y el medio circundante, lo que impide la formación de un gap completo. Además, no son fáciles de manejar y tienden a desestabilizarse fácilmente.

No obstante, existen otros materiales estrechamente relacionados con los cristales coloidales que presentan características estructurales que los convierten en una alternativa interesante para desarrollar cristales fotónicos, tanto con gap completo como con pseudogap. Estos materiales son los ópalos artificiales, que reciben su nombre debido a la similitud estructural que presentan con los ópalos naturales. La obten-

ción de ópalos artificiales de SiO₂ implica dos procesos distintos. En primer lugar, se deben sintetizar partículas esféricas de SiO₂ con una distribución de tamaños estrecha. En segundo lugar, estas partículas deben ordenarse en una estructura periódica tridimensional. La calidad del ópalo dependerá tanto de la esfericidad y uniformidad de las partículas como de su adecuada ubicación en la estructura cristalina.

Basándonos en la experiencia adquirida en la síntesis y caracterización de ópalos de SiO₂ en nuestro grupo de trabajo [9,10], esta tesis plantea un análisis sistemático de la inducción de fuerzas electromagnéticas sobre estas estructuras dieléctricas bajo la radiación de luz modulada. El incremento de las fuerzas electromagnéticas en estas estructuras puede ser utilizado para posibles aplicaciones en la generación de energía mecánica y eléctrica que podrían aprovechar la energía solar como fuente.

Con el fin de establecer los principios para mejorar la fuerza electromagnética, analizaremos la presión de radiación en cada capa de un cristal fotónico unidimensional (1-D) compuesto por aire y medios sin pérdidas con defectos. El cálculo de la fuerza revela que la presión de radiación sobre las capas cercanas a los defectos aumenta a cierta frecuencia, siendo las capas a ambos lados de los defectos las que experimentan la mayor fuerza. Independientemente del ángulo de incidencia, se ejerce una fuerza normal en cada capa, y la máxima fuerza normal es muy sensible a los cambios en la frecuencia de la onda y los parámetros estructurales. El análisis mencionado se extenderá a un sistema 3D para un cristal de SiO₂, dentro de la aproximación de onda escalar.

El objetivo principal de esta investigación es comprender y cuantificar la presión de radiación ejercida sobre un modo localizado en un CF 3D, así como analizar cómo esta presión puede ser manipulada y controlada mediante la modificación de las propiedades estructurales del cristal. Para lograr estos objetivos, se utilizarán herramientas teóricas y computacionales, junto con técnicas de simulación numérica y modelado matemático. Además, se llevarán a cabo experimentos para validar los resultados obtenidos.

En esta tesis se presentarán los fundamentos teóricos y conceptuales relacionados con los CF 3D, la presión de radiación y los modos localizados. Se discutirán los métodos y técnicas utilizados para el estudio de la presión de radiación, y se presentarán los resultados obtenidos en diferentes configuraciones de CF 3D. Asimismo, se analizarán las implicaciones y posibles aplicaciones de estos hallazgos en el campo de la nanofotónica.

Los resultados obtenidos contribuyen al avance en la comprensión de la presión de radiación en los CF 3D y ofrecen nuevas perspectivas para el diseño de dispositivos ópticos avanzados. Estos avances abren nuevas oportunidades en áreas como la óptica cuántica, la energía solar y la comunicación óptica.

Capítulo 1

Reflexión y Transmisión para Medios Dieléctricos Mixtos.

1.1. Ondas armónicas en medios materiales.

Hasta ahora, muchos fenómenos físicos han sido descritos mediante modelos basados en ondas armónicas debido a la utilidad del Teorema de Fourier. Este teorema establece que cualquier movimiento ondulatorio periódico puede descomponerse en una superposición de ondas armónicas [11].

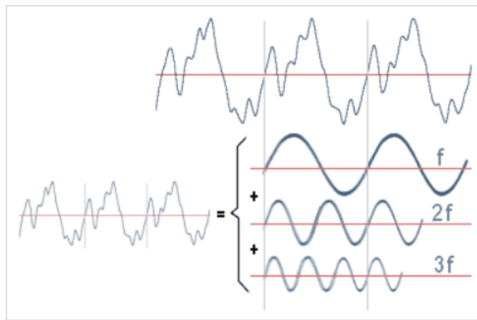


Figura 1.1: Ondas armónicas.

Un fenómeno en particular que puede describirse utilizando este tipo de ondas es la propagación de la luz a través de diferentes medios, incluso el vacío. James Clerk Maxwell dedujo varias ecuaciones teóricas y las validó experimentalmente, creando un conjunto de ecuaciones conocidas hoy en día como las ecuaciones de Maxwell. Estas ecuaciones tienen una solución teórica en forma de onda periódica que se propaga desde una fuente [12].

Basándose en esta solución, se postuló que la luz se comporta como una radiación electromagnética, que es una combinación de campos eléctricos y magnéticos oscilantes que transportan energía de un lugar a otro. En la física de la propagación de ondas, existen diferentes representaciones armónicas, las cuales se definen de acuerdo con la geometría del sistema que se está analizando. La representación más común para una onda electromagnética propagándose en el espacio es una **onda plana** con una frecuencia constante (monocromática) cuyos frentes de onda son planos paralelos de amplitud constante y perpendiculares al vector de onda \mathbf{k} , el cual indica la dirección de propagación de la onda [13].

Matemáticamente, esta onda plana se representa comúnmente de la siguiente manera:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} \hat{\mathbf{k}}, \quad (1.1)$$

donde Ψ es una función que depende tanto del espacio como del tiempo, A es la amplitud (la cual puede ser compleja), i es la unidad imaginaria, \mathbf{k} es el vector de onda, ω es la frecuencia temporal, y $\hat{\mathbf{k}}$ es el vector unitario de la dirección de propagación [13].

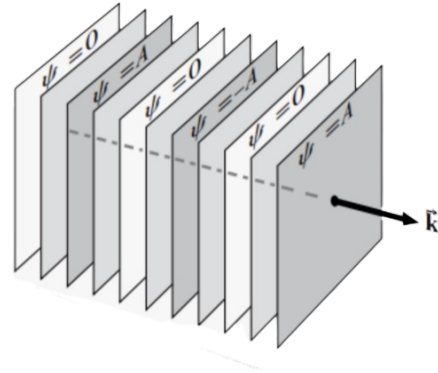


Figura 1.2: Onda plana.

En el caso de medios materiales homogéneos, lineales e isotrópicos, la magnitud del vector de onda (comúnmente llamado número de onda) está dado por:

$$k = n \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (1.2)$$

donde n es el índice de refracción del medio por el cual se propaga la onda [14].

1.2. Condiciones de continuidad en un medio mixto.

Para analizar la reflexión y transmisión de una onda electromagnética al encontrarse con un cambio en el medio de propagación, es importante conocer las condiciones de continuidad en la interfaz entre ambos medios. Estas condiciones relacionan las componentes de los campos eléctrico (\mathbf{E}) y magnético (\mathbf{H}) en ambos lados de la interfaz [14].

Estas condiciones de continuidad pueden derivarse directamente de las ecuaciones de Maxwell. Para obtenerlas, consideramos una región cilíndrica con caras paralelas a la interfaz entre los medios. Luego, aplicamos el teorema de Gauss y el teorema de Stokes a los campos eléctrico y magnético, respectivamente, teniendo en cuenta que el grosor del cilindro es infinitesimal. Las condiciones de continuidad resultantes son las siguientes:

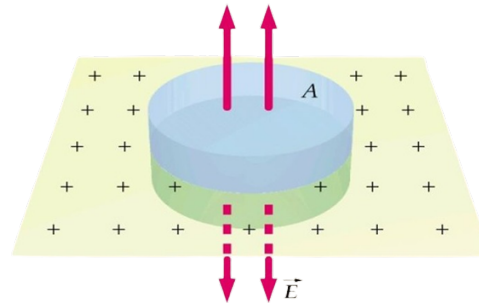


Figura 1.3: Región Gaussiana cilíndrica.

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) &= 0, & \mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) &= \sigma, \\ \mathbf{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) &= 0, & \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) &= \mathbf{K}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

1.2. CONDICIONES DE CONTINUIDAD EN UN MEDIO MIXTO.

En estas ecuaciones, \mathbf{n} es un vector normal a la superficie, σ es la densidad de carga superficial, \mathbf{K} es la densidad de corriente superficial, y los subíndices (1, 2) indican los medios en los que se propaga la onda. Al descomponer los productos vectoriales, podemos expresar las condiciones de continuidad en términos de las componentes de los campos:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{2n} - \mathbf{B}_{1n} &= 0, & \mathbf{D}_{2n} - \mathbf{D}_{1n} &= \sigma, \\ \mathbf{E}_{2t} - \mathbf{E}_{1t} &= 0, & \mathbf{H}_{2t} - \mathbf{H}_{1t} &= \mathbf{K}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

En estas expresiones, las componentes normales están indicadas con el subíndice n y las componentes tangenciales a la superficie están indicadas con el subíndice t . Además, podemos observar que tanto la componente tangencial del campo eléctrico como la componente normal del campo magnético se conservan en la interfaz [14].

En esta tesis, se analiza la interacción de ondas planas con medios materiales no magnéticos en casos de incidencia normal. En estas situaciones, solo existen componentes tangenciales del campo eléctrico y magnético en la interfaz. Por lo tanto, es conveniente definir el sistema de referencia de la siguiente manera:

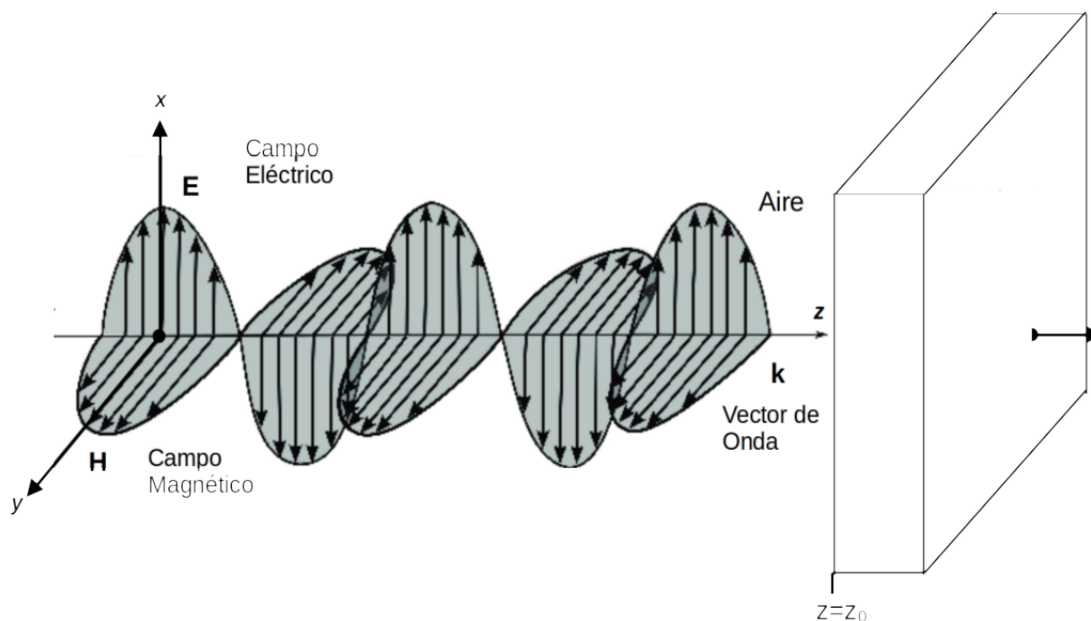


Figura 1.4: Onda electromagnética propagándose a lo largo del eje z , con un cambio en el medio en $z = z_0$.

El campo eléctrico (\mathbf{E}) se propaga a lo largo del eje x , el campo magnético (\mathbf{H}) se propaga a lo largo del eje y y el vector de onda (\mathbf{k}) se propaga a lo largo del eje z .

Debido a esta configuración, las condiciones de continuidad en términos de las componentes normales se anulan, y solo se deben considerar las condiciones en términos de las componentes tangenciales a la superficie. Además, al considerar un medio

1.3. PROPAGACIÓN DE UNA ONDA PLANA A TRAVÉS DE UN MEDIO MIXTO.

no magnético ($\mu = \mu_0$), la densidad de corriente superficial (\mathbf{K}) se anula, lo que resulta en la conservación de las componentes tangenciales para ambos campos:

$$\mathbf{E}_{1t} = \mathbf{E}_{2t}, \quad \mathbf{H}_{1t} = \mathbf{H}_{2t}. \quad (1.5)$$

Considerando que los campos se representan como ondas planas monocromáticas con la forma convencional $\mathbf{E} = E_0 e^{i\omega t} e^{-ikz} \hat{\mathbf{x}}$, y utilizando las ecuaciones de Maxwell para relacionar el campo magnético con el campo eléctrico, podemos obtener las condiciones de continuidad que dependen únicamente del campo eléctrico y su primera derivada, evaluadas en $z = z_0$:

$$\mathbf{E}_{1t}(z = z_0) = \mathbf{E}_{2t}(z = z_0), \quad (1.6)$$

$$\left. \frac{d\mathbf{E}_{1t}}{dz} \right|_{(z=z_0)} = \left. \frac{d\mathbf{E}_{2t}}{dz} \right|_{(z=z_0)}. \quad (1.7)$$

1.3. Propagación de una onda plana a través de un medio mixto.

En este estudio, consideramos la reflexión y transmisión de una onda electromagnética plana que incide de forma normal sobre una superficie plana que separa dos medios homogéneos no magnéticos. La incidencia ocurre desde un medio 0 hacia un medio 1, como se muestra en la figura a continuación:

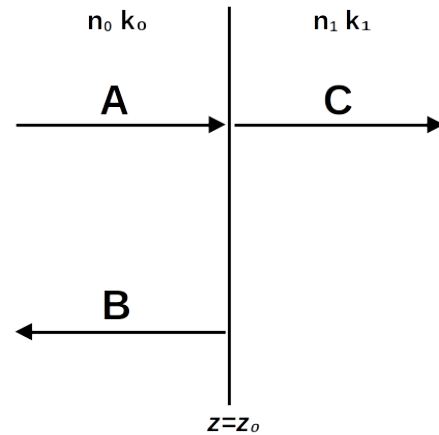


Figura 1.5: Onda propagándose en dos regiones dieléctricas diferentes.

Para describir de manera conveniente nuestro campo eléctrico \mathbf{E} , podemos dividirlo en tres partes. En la región 0, lo podemos describir como una onda viajando hacia la derecha (onda incidente) más una onda viajando hacia la izquierda (onda reflejada). Por otro lado, en la región 1, basta con describirlo con una onda viajando hacia la derecha (onda transmitida). Por lo tanto, podemos definir el campo eléctrico como: [15]

$$E(z) = \begin{cases} A e^{-ik_0(z-z_0)} + B e^{ik_0(z-z_0)}, & (z < z_0), \\ C e^{-ik_1(z-z_0)}, & (z_0 < z). \end{cases} \quad (1.8)$$

1.3. PROPAGACIÓN DE UNA ONDA PLANA A TRAVÉS DE UN MEDIO MIXTO.

Al considerar el campo \mathbf{E} de esta manera y aplicar las condiciones de continuidad en $z = z_0$ (Ecs. 1.6, 1.7), obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} A + B = C, \\ (A - B)k_0 = Ck_1. \end{cases} \quad (1.9)$$

Este sistema puede escribirse en forma matricial de la siguiente manera:

$$\mathbf{D}_0 \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \mathbf{D}_1 \begin{pmatrix} C \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{D}_1 \begin{pmatrix} C \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$

Con este sistema de ecuaciones podemos obtener la matriz de transferencia \mathbf{M} , la cual se obtiene realizando el producto de las matrices \mathbf{D}_0^{-1} y \mathbf{D}_1 , que representan las matrices dinámicas de la onda para los medios 0 y 1, respectivamente. Estas matrices se definen como:

$$\mathbf{D}_i \equiv \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k_i & -k_i \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{D}_i^{-1} = \frac{1}{2k_i} \begin{pmatrix} k_i & 1 \\ k_i & -1 \end{pmatrix}, \quad (1.11)$$

donde k_i es el vector de onda en el medio $i = 0, 1$.

Realizando el producto de las matrices \mathbf{D}_0^{-1} y \mathbf{D}_1 , obtenemos:

$$\mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{D}_1 = \frac{1}{2k_0} \begin{pmatrix} k_0 & 1 \\ k_0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k_1 & -k_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2k_0} \begin{pmatrix} k_0 + k_1 & k_0 - k_1 \\ k_0 - k_1 & k_0 + k_1 \end{pmatrix} = \mathbf{M}. \quad (1.12)$$

La matriz de transferencia \mathbf{M} relaciona los valores de A y B con C , y sus componentes están relacionadas con los coeficientes de reflexión y transmisión de Fresnel de la siguiente forma: [16]

$$\mathbf{M} \equiv \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \equiv \frac{1}{t} \begin{pmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.13)$$

Entonces los coeficientes de reflexión y transmisión de Fresnel son:

$$t = \frac{1}{M_{11}}, \quad (1.14)$$

$$r = \frac{M_{21}}{M_{11}}. \quad (1.15)$$

Utilizando estas ecuaciones, podemos expresar los coeficientes de reflexión y transmisión de Fresnel en términos de los vectores de onda k_i de la siguiente manera:

$$t = \frac{2k_0}{k_0 + k_1}, \quad (1.16)$$

$$r = \frac{k_0 - k_1}{k_0 + k_1}. \quad (1.17)$$

1.4. PROPAGACIÓN DE UNA ONDA PLANA A TRAVÉS DE UNA CAPA DIELECTRICA CON GROSOR d .

Estas expresiones revelan que si $k_1 = k_0$, el coeficiente de reflexión r se anula y el coeficiente de transmisión t toma el valor unitario, lo cual es consistente con la ausencia de cambio de medio. Si recordamos que nuestros medios son homogéneos e isotrópicos, podemos escribir una fórmula general en términos únicamente de los índices de refracción n_i de ambas regiones (Ec. (1.2)), de la siguiente manera:

$$t = \frac{2n_0}{n_0 + n_1}, \quad (1.18)$$

$$r = \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1}. \quad (1.19)$$

Aquí, los subíndices en n indican los índices de refracción correspondientes a cada región. Es importante tener en cuenta que estas fórmulas solo son aplicables en el caso de incidencia normal sobre medios no magnéticos, homogéneos, lineales e isotrópicos.

1.4. Propagación de una onda plana a través de una capa dieléctrica con grosor d .

En el caso anterior sólo consideramos una onda reflejada debido a un cambio en el medio por el cual se propaga, el siguiente ejercicio es analizar el comportamiento de una onda ante la presencia de una capa dieléctrica finita, para esto podemos definir tres regiones, donde la región central tenga un grosor d .

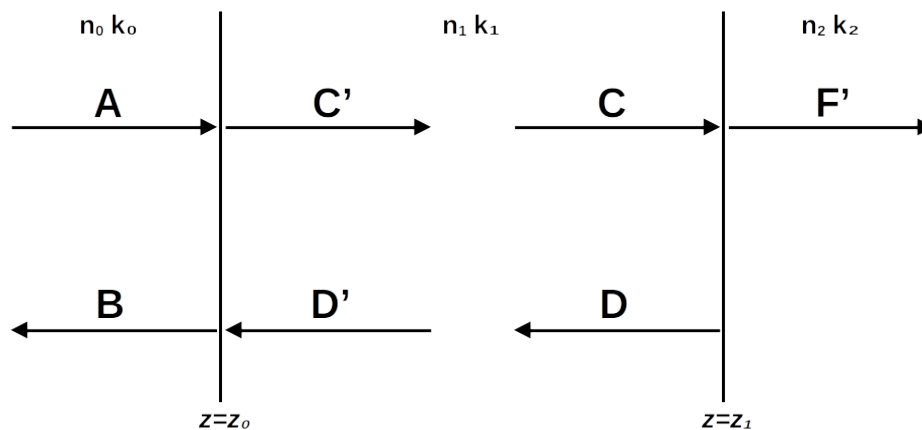


Figura 1.6: Onda Electromagnética propagándose en un medio mixto con región central de grosor $d = z_1 - z_0$.

El campo eléctrico puede ser descrito de forma separada en cada región. En la región cero (izquierda), se puede describir mediante una onda incidente más una onda reflejada viajando en dirección contraria. Para el caso de la región uno (centro), la descripción será similar, con una onda transmitida viajando a la derecha y una onda reflejada debido al cambio de medio en $z = z_1$. Finalmente, para la región dos

1.4. PROPAGACIÓN DE UNA ONDA PLANA A TRAVÉS DE UNA CAPA DIELECTRICA CON GROSOR d .

(derecha), basta con usar una onda viajando a la derecha correspondiente a la onda transmitida. Esto es:

$$E(z) = \begin{cases} A e^{-ik_0(z-z_0)} + B e^{ik_0(z-z_0)} & (z < z_0), \\ C e^{-ik_1(z-z_1)} + D e^{ik_1(z-z_1)} & (z_0 < z < z_1), \\ F' e^{-ik_2(z-z_1)} & (z_1 < z). \end{cases} \quad (1.20)$$

Es importante mencionar que la representación para el campo en la región central es una aproximación, ya que solo estamos considerando la reflexión producida en $z = z_1$, pero la onda D' vuelve a realizar una reflexión en $z = z_0$, provocando un fenómeno denominado reflexiones internas multiples, dichos coeficientes decaen de forma exponencial debido a que son proporcionales a r^n para la n -ésima reflexión interna (con $0 \leq r \leq 1$), por lo tanto basta con tomar solo la primera reflexión dominante.

De igual forma que el caso anterior, usando las condiciones de continuidad Ecs. (1.6 y 1.7) tanto para $z = z_0$ como para $z = z_1$, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} A + B = C e^{ik_1 d} + D e^{-ik_1 d}, \\ (A - B) k_0 = (C e^{ik_1 d} + D e^{-ik_1 d}) k_1, \\ C + D = F', \\ (C - D) k_1 = F' k_2. \end{cases} \quad (1.21)$$

Debido a que la región central es un medio homogéneo y continuo, los coeficientes C y D varían de forma periódica a través del medio, por lo tanto los coeficientes C' y D' están relacionados con los C y D (no primados) por un cambio de fase en la parte espacial dependiente del valor del grosor d esto es

$$C' = C e^{ik_1 d}, \quad D' = D e^{-ik_1 d}, \quad (1.22)$$

o bien escrito de forma matricial

$$\begin{pmatrix} C' \\ D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{ik_1 d} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1 d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}. \quad (1.23)$$

De manera general podemos definir a la matriz de propagación \mathbf{P}_i para el medio i -ésimo con grosor d de la forma:

$$\mathbf{P}_i \equiv \begin{pmatrix} e^{ik_i d_i} & 0 \\ 0 & e^{-ik_i d_i} \end{pmatrix}. \quad (1.24)$$

de esta forma los coeficientes primados están relacionados con los coeficientes no primados mediante la matriz de propagación \mathbf{P}_1 de la forma

$$\begin{pmatrix} C' \\ D' \end{pmatrix} = \mathbf{P}_1 \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}. \quad (1.25)$$

Haciendo uso de las matrices dinámicas (1.11) y sustituyendo las igualdades de (1.22) en el sistema de ecuaciones (1.21), nuevamente podemos escribir en forma matricial el sistema (1.21) de la forma

$$\mathbf{D}_0 \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \mathbf{D}_1 \begin{pmatrix} C' \\ D' \end{pmatrix} \quad y \quad \mathbf{D}_1 \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \mathbf{D}_2 \begin{pmatrix} F' \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.26)$$

1.4. PROPAGACIÓN DE UNA ONDA PLANA A TRAVÉS DE UNA CAPA DIELECTRICA CON GROSOR d .

Usando las últimas tres representaciones matriciales podemos construir un sistema de dos ecuaciones que relacionan los coeficientes A , B y F' , dicho sistema resulta

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{D}_1 \mathbf{P}_1 \mathbf{D}_1^{-1} \mathbf{D}_2 \begin{pmatrix} F' \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.27)$$

donde nuevamente al producto total de matrices se le puede relacionar con la matriz de transferencia \mathbf{M} entre los coeficientes A y B con F'

$$\mathbf{M} = \mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{D}_1 \mathbf{P}_1 \mathbf{D}_1^{-1} \mathbf{D}_2. \quad (1.28)$$

De esta forma, recordando que los elementos de la matriz \mathbf{M} están relacionados con los coeficientes r y t Ec. (1.13) basta con realizar el producto total de las matrices para finalmente obtener los coeficientes r y t en términos de los vectores de onda k_i , lo cuales resultan

$$t = \frac{2k_0k_1}{k_1(k_0 + k_2) \cos(k_1d) + \mathbf{i}(k_1^2 + k_0k_2) \text{sen}(k_1d)}, \quad (1.29)$$

$$r = \frac{k_1(k_0 - k_2) \cos(k_1d) + \mathbf{i}(k_0k_2 - k_1^2) \text{sen}(k_1d)}{k_1(k_0 + k_2) \cos(k_1d) + \mathbf{i}(k_1^2 + k_0k_2) \text{sen}(k_1d)}. \quad (1.30)$$

Donde de forma general la región cero y la región dos se suponen diferentes, pero en el caso particular cuando son el mismo medio es decir $k_2 = k_0$ entonces las ecuaciones se reducen a

$$t = \frac{2k_0k_1}{2k_0k_1 \cos(k_1d) + \mathbf{i}(k_0^2 + k_1^2) \text{sen}(k_1d)}, \quad (1.31)$$

$$r = \frac{\mathbf{i}(k_0^2 - k_1^2) \text{sen}(k_1d)}{2k_0k_1 \cos(k_1d) + \mathbf{i}(k_0^2 + k_1^2) \text{sen}(k_1d)}. \quad (1.32)$$

En este caso existirán dos ondas reflejadas debido a los cambios del medio en $z = z_0$ y $z = z_1$. La amplitud y la fase de cada una de estas ondas darán como resultado una interferencia constructiva (o destructiva), es decir un aumento (o disminución) del valor de la transmitancia de la estructura, donde los valores extremos de la transmitancia dependen del espesor de la capa.

Para poder observar de mejor forma este fenómeno podemos graficar la transmitancia dependiente del espesor d de la capa escribiendo de forma conveniente el espesor en términos de la longitud de onda y del índice de refracción de la forma $d = \lambda/4n$. Suponiendo que tanto la región cero como la región dos son aire ($n_0 = n_2 \approx 1$) y la capa central tiene un índice de refracción $n_1 = n$, obtenemos la siguiente gráfica:

1.4. PROPAGACIÓN DE UNA ONDA PLANA A TRAVÉS DE UNA CAPA DIELECTRICA CON GROSOR d .

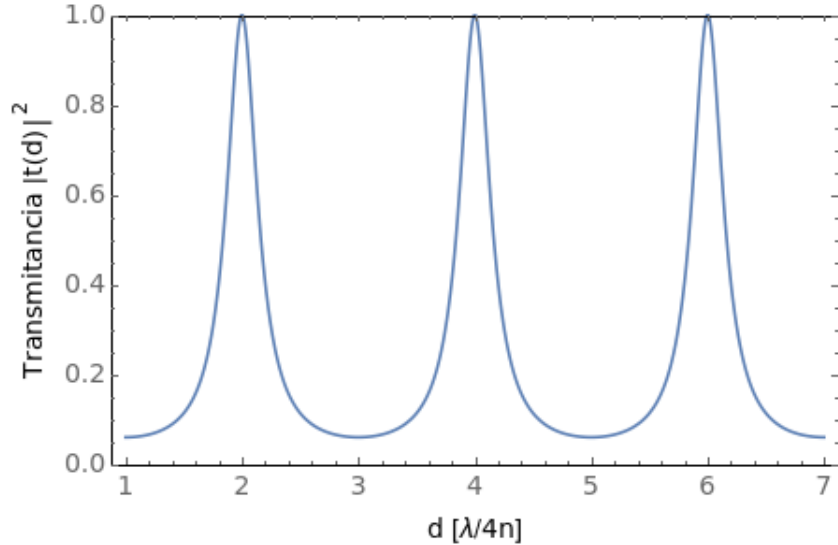


Figura 1.7: Transmitancia de una capa dieléctrica dependiente de su grosor d .

Podemos observar que existe cierta periodicidad dada en múltiplos de $\lambda/4n$, esto se debe a que el espesor óptico de la capa, dado por $d \cdot n$, juega un papel crucial en la interferencia constructiva o destructiva de las ondas reflejadas.

Si el espesor óptico es un múltiplo par de un cuarto de longitud de onda, se produce una interferencia constructiva y se obtienen valores máximos para la transmitancia. Por otro lado, si el espesor óptico es un múltiplo impar de un cuarto de longitud de onda, se produce una interferencia destructiva y se obtienen valores mínimos para la transmitancia.

$$d \cdot n = (2m + 1) \frac{\lambda}{4}; \quad m = 0, 1, 2, 3... \quad (\text{Valores Mínimos para T}), \quad (1.33)$$

$$d \cdot n = (2m) \frac{\lambda}{4}; \quad m = 1, 2, 3... \quad (\text{Valores Máximos para T}). \quad (1.34)$$

Estas condiciones se conocen como las condiciones de mínimos y máximos para la transmitancia en estructuras dieléctricas. Los cristales que cumplen alguna de estas condiciones se denominan "cristales de cuarto de longitud de onda". Estos cristales exhiben propiedades ópticas particulares debido a la interferencia de las ondas reflejadas en la capa dieléctrica.

El análisis de la propagación de una onda plana a través de una capa dieléctrica nos permite entender cómo la interferencia de las ondas reflejadas afecta la transmitancia de la estructura. La relación entre el espesor de la capa, el índice de refracción y la longitud de onda determina las condiciones de mínimos y máximos para la transmitancia. Estas condiciones son de gran importancia en la fabricación y diseño de dispositivos ópticos y cristales de cuarto de longitud de onda.

1.5. Propagación de una onda plana a través de un sistema multicapa no magnético.

En los casos anteriores revisamos el comportamiento tanto de una onda ante la presencia de un solo cambio en el medio como el caso de dos cambios. Ahora analizaremos que pasa con un sistema multicapa de N regiones diferentes, para esto definiremos nuestros cambios en el medio como se muestra a continuación:

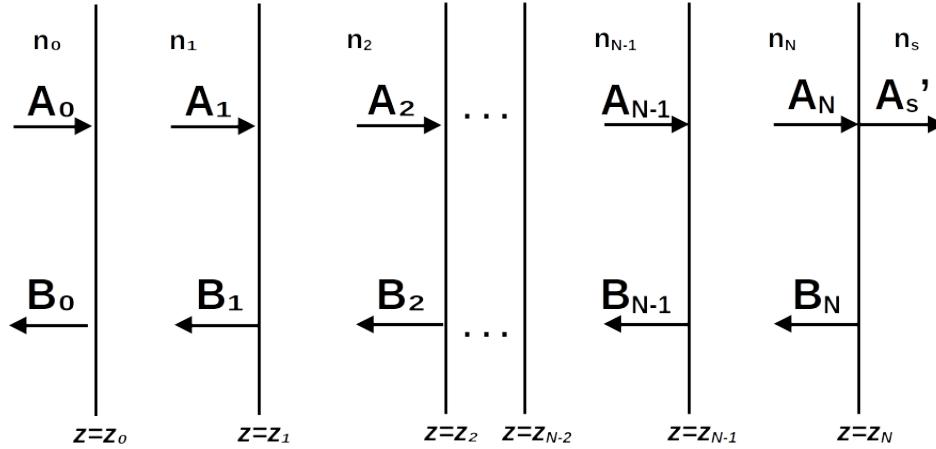


Figura 1.8: Sistema multicapa conformado por N regiones centrales con grosor d_i e índice de refracción n_i y dos regiones laterales con índices de refracción n_0 y n_s .

Donde los grosores de cada capa van a estar dados por

$$d_l = z_l - z_{l-1}; \quad l = 1, 2, \dots, N. \quad (1.35)$$

De igual forma que los casos anteriores podemos definir el campo Eléctrico en cada una de las regiones mediante la suma de dos ondas que se propagan en sentidos opuestos, donde tendremos $N + 2$ regiones diferentes (N capas y dos medios laterales) para las cuales debemos definir al campo Eléctrico. En forma compacta, se expresa de la siguiente manera:

$$E(z) = \begin{cases} A_0 e^{-ik_0(z-z_0)} + B_0 e^{ik_0(z-z_0)} & (z < z_0), \\ A_l e^{-ik_l(z-z_l)} + B_l e^{ik_l(z-z_l)} & (z_{l-1} < z < z_l); \quad l = 1, 2, \dots, N, \\ A'_s e^{-ik_s(z-z_N)} & (z_N < z). \end{cases} \quad (1.36)$$

Utilizando las condiciones de continuidad en cada cambio de interfaz para $z = z_l$ ($l = 0, 1, 2, \dots, N$), obtenemos un sistema de $2(N + 1)$ ecuaciones. De manera similar a los casos anteriores, podemos utilizar las matrices dinámicas D_i Ec. (1.11) y las matrices de propagación P_i Ec. (1.24) para representar matricialmente las ecuaciones que relacionan los coeficientes A_l, B_l con A_{l-1}, B_{l-1} de la siguiente manera:

$$\mathbf{D}_{l-1} \begin{pmatrix} A_{l-1} \\ B_{l-1} \end{pmatrix} = \mathbf{D}_l \begin{pmatrix} A'_l \\ B'_l \end{pmatrix} \quad y \quad \begin{pmatrix} A'_l \\ B'_l \end{pmatrix} = \mathbf{P}_l \begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix}; \quad l = 1, 2, \dots, N.$$

1.5. PROPAGACIÓN DE UNA ONDA PLANA A TRAVÉS DE UN SISTEMA MULTICAPA NO MAGNÉTICO.

También para el último cambio de interfaz en $z = z_N$ tenemos la relación entre los coeficientes con sus respectivas matrices dinámicas de la forma

$$\mathbf{D}_N \begin{pmatrix} A_N \\ B_N \end{pmatrix} = \mathbf{D}_s \begin{pmatrix} A'_s \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.37)$$

De esta forma la relación entre los coeficientes A_l , B_l y A_{l-1} , B_{l-1} estará dado por un producto de matrices

$$\begin{pmatrix} A_{l-1} \\ B_{l-1} \end{pmatrix} = \mathbf{D}_{1-l}^{-1} \mathbf{D}_1 \mathbf{P}_1 \begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix}.$$

Tomando los valores para $l = 1, 2$, obtenemos

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{D}_1 \mathbf{P}_1 \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad y \quad \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = \mathbf{D}_1^{-1} \mathbf{D}_2 \mathbf{P}_2 \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix}.$$

Por lo tanto podemos relacionar los coeficientes A_0 y B_0 con los coeficientes A_2 y B_2 de la forma

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{D}_1 \mathbf{P}_1 \mathbf{D}_1^{-1} \mathbf{D}_2 \mathbf{P}_2 \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix},$$

donde es fácil deducir que la relación entre los coeficientes A_0 y B_0 con los coeficientes A_N y B_N estará dado por:

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{D}_1 \mathbf{P}_1 \mathbf{D}_1^{-1} \mathbf{D}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{D}_2^{-1} \dots \mathbf{D}_{N-1} \mathbf{P}_{N-1} \mathbf{D}_{N-1}^{-1} \mathbf{D}_N \mathbf{P}_N \begin{pmatrix} A_N \\ B_N \end{pmatrix}.$$

Finalmente usando la Ec. 1.37, podemos obtener que los coeficientes A_0 y B_0 con el coeficiente A'_s están relacionados mediante un producto total de matrices

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{D}_1 \mathbf{P}_1 \mathbf{D}_1^{-1} \mathbf{D}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{D}_2^{-1} \dots \mathbf{D}_{N-1} \mathbf{P}_{N-1} \mathbf{D}_{N-1}^{-1} \mathbf{D}_N \mathbf{P}_N \mathbf{D}_N^{-1} \mathbf{D}_s \begin{pmatrix} A'_s \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Es fácil ver que se repite el producto de matrices $\mathbf{D}_i \mathbf{P}_i \mathbf{D}_i^{-1}$, el cual puede ser utilizado para escribir de forma compacta la relación entre los coeficientes como

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \mathbf{D}_0^{-1} \prod_{i=1}^N (\mathbf{D}_i \mathbf{P}_i \mathbf{D}_i^{-1}) \mathbf{D}_s \begin{pmatrix} A'_s \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.38)$$

donde podemos relacionar al producto de las matrices con la matriz de propagación \mathbf{M} para obtener los coeficientes r y t de Fresnel. Podemos utilizar los coeficientes de amplitud A_0 y B_0 para calcular la reflectancia R y la transmitancia T del sistema multicapa. La reflectancia se define como la relación entre la potencia de la onda reflejada y la potencia de la onda incidente, mientras que la transmitancia se define como la relación entre la potencia de la onda transmitida y la potencia de la onda incidente.

1.5. PROPAGACIÓN DE UNA ONDA PLANA A TRAVÉS DE UN SISTEMA MULTICAPA NO MAGNÉTICO.

Usando la Ec. 1.38, podemos lograr deducir los dos resultados obtenidos anteriormente para uno y dos cambios en el medio, pero a diferencia de los casos anteriores para un sistema multicapa es difícil obtener una solución analítica para nuestros coeficientes de Fresnel, ya que el producto matricial hace que cada vez existan más términos de los cuales dependen, en este caso suponiendo que cada capa tiene índices de refracción diferentes y grosores diferentes, entonces nuestros coeficientes de Fresnel dependen de $N + 2$ vectores de onda k_i y N grosores d_i de cada capa. Para este tipo de cálculos se recomienda hacer uso de diferentes software computacionales capaces de realizar dicho producto matricial total, para así obtener un el valor de nuestros coeficientes r y t de Fresnel, estos métodos numéricos proporcionan soluciones aproximadas, pero altamente precisas, para sistemas multicapa.

Capítulo 2

Reflexión y Transmisión para Cristales Fotónicos 1D y 3D.

Una estructura cristalina (EC) se refiere a un material cuya disposición consiste en una repetición periódica de una base elemental de átomos, lo que genera un potencial periódico capaz de afectar la propagación de electrones. Esta descripción se basa en los principios de la mecánica cuántica de potenciales periódicos, que constituyen la base teórica de la física del estado sólido [17].

Por otro lado, un cristal fotónico (CF) es un material en el cual la constante dieléctrica está modulada periódicamente en una, dos o las tres dimensiones del espacio, en una escala de longitud comparable a la longitud de onda de la radiación visible. Esto da lugar a los cristales fotónicos unidimensionales (1D), bidimensionales (2D) y tridimensionales (3D) [1]. El estudio principal de los cristales fotónicos se centra en la propagación de ondas electromagnéticas en estos medios dieléctricos periódicos [18].

La principal diferencia entre las estructuras cristalinas y los cristales fotónicos radica en la escala de longitud. Mientras que las estructuras cristalinas se encuentran en el orden de los ángstroms, los cristales fotónicos están en el rango de los nanómetros. A pesar de esto, existe una fuerte analogía entre el estudio de ambos, ya que las partículas, como los electrones, exhiben propiedades ondulatorias, como la interferencia y la falta de localización. Por lo tanto, la mecánica cuántica proporciona un marco teórico adecuado para estudiar la propagación de ondas en ambos casos, aunque las ondas en los cristales fotónicos son de naturaleza más abstracta. La descripción matemática de la partícula en estos sistemas se basa en la ecuación de Schrödinger [19].

En consecuencia, no es sorprendente que el estudio de la mecánica cuántica en un potencial periódico tenga paralelismos directos con el estudio de la teoría electromagnética en dieléctricos periódicos. Esto conlleva la herencia de algunos teoremas y terminología de la física del estado sólido, aunque con algunas modificaciones [20].

2.1. Cristal Fotónico Unidimensional.

El cristal fotónico más simple es el cristal fotónico unidimensional (CF-1D). Consiste en capas alternas con grosores d_1 y d_2 e índices de refracción n_1 y n_2 , formando un sistema periódico multicapa.

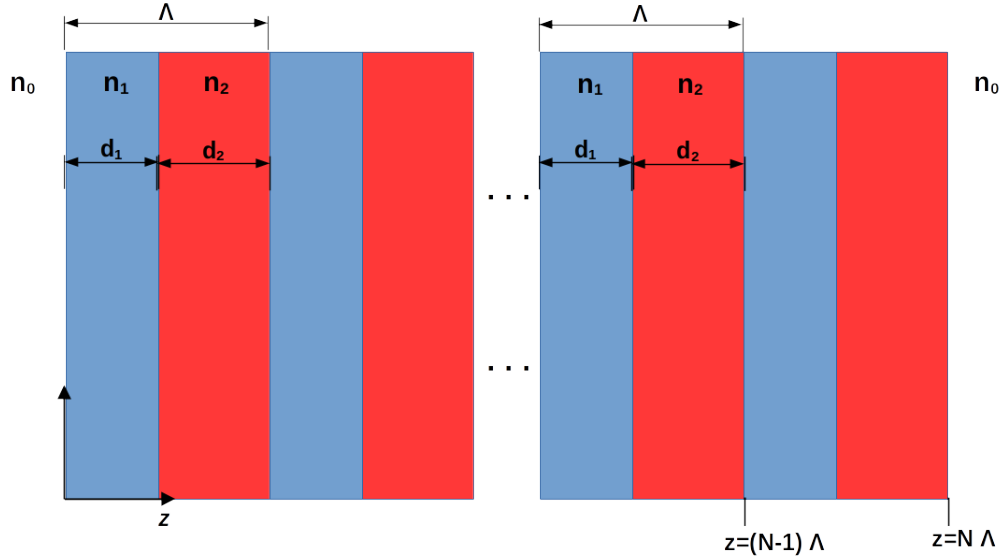


Figura 2.1: Cristal fotónico 1D. El sistema consta de capas alternas de diferentes materiales (azul y rojo) con grosores (d_1, d_2) e índices de refracción (n_1, n_2). Con un periodo espacial $\Lambda = d_1 + d_2$ conformado por N periodos.

Este tipo de cristal fotónico puede actuar como un espejo de alta reflectancia o transmitancia para la luz en un rango específico de frecuencias, dependiendo de los grosores de las capas.

Para analizar la reflexión y transmisión en el cristal fotónico unidimensional, se utiliza el método de matriz de transferencia para sistemas multicapa. En este caso, a diferencia de las capas con diferentes índices de refracción, en el CF-1D se tiene una repetición periódica de índices de refracción, lo que hace que la multiplicación de matrices también sea periódica.

Consideremos las primeras capas azul y roja del CF-1D. El producto de matrices para estas capas sería:

$$\Pi_{i=1}^2(\mathbf{D}_i, \mathbf{P}_i \mathbf{D}_i^{-1}) = \mathbf{D}_1, \mathbf{P}_1 \mathbf{D}_1^{-1}, \mathbf{D}_2, \mathbf{P}_2 \mathbf{D}_2^{-1}. \quad (2.1)$$

Para la tercera capa ($i = 3$), las propiedades son las mismas que las de la primera capa. De manera similar, para la cuarta capa ($i = 4$), se repiten las propiedades de la capa azul. Por lo tanto, para las primeras cuatro capas, el producto de matrices sería:

$$\Pi_{i=1}^4(\mathbf{D}_i \mathbf{P}_i \mathbf{D}_i^{-1}) = \underbrace{\mathbf{D}_1 \mathbf{P}_1 \mathbf{D}_1^{-1} \mathbf{D}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{D}_2^{-1}}_{i=1,2} \underbrace{\mathbf{D}_1 \mathbf{P}_1 \mathbf{D}_1^{-1} \mathbf{D}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{D}_2^{-1}}_{i=3,4}. \quad (2.2)$$

Podemos generalizar este patrón y deducir que para los N periodos, simplemente repetimos N veces el producto de las 6 matrices $(\mathbf{D}_1, \mathbf{P}_1 \mathbf{D}_1^{-1}, \mathbf{D}_2, \mathbf{P}_2 \mathbf{D}_2^{-1})$. Por lo tanto, el producto total será:

$$\prod_{i=1}^N (\mathbf{D}_i, \mathbf{P}_i \mathbf{D}_i^{-1}) = \underbrace{(\mathbf{D}_1, \mathbf{P}_1 \mathbf{D}_1^{-1}, \mathbf{D}_2, \mathbf{P}_2 \mathbf{D}_2^{-1})^N}_{N \text{ veces}}. \quad (2.3)$$

Para facilitar el análisis, podemos definir las matrices \mathbf{Q}_i como:

$$\mathbf{Q}_i = \mathbf{D}_i, \mathbf{P}_i \mathbf{D}_i^{-1}; \quad i = 1, 2. \quad (2.4)$$

Estas matrices \mathbf{Q}_i , para incidencia normal y medios homogéneos, se pueden expresar como:

$$\mathbf{Q}_i = \begin{pmatrix} \cos(k_i d_i) & \frac{i}{n_i} \sin(k_i d_i) \\ i n_i \sin(k_i d_i) & \cos(k_i d_i) \end{pmatrix}; \quad i = 1, 2. \quad (2.5)$$

Finalmente considerando que los medios laterales a nuestro CF son aire, tendremos que la matriz de transferencia total \mathbf{M} para nuestro CF 1D de N periodos estará dada por

$$\mathbf{M} = \mathbf{D}_0^{-1} (\mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2)^N \mathbf{D}_0. \quad (2.6)$$

Donde las componentes de la matriz están directamente relacionada con los coeficientes r y t de Fresnel Ecs. (1.14 y 1.15). Como se mencionó al final del capítulo anterior, realizar el producto total de las matrices puede ser una tarea tediosa, por suerte podemos hacer uso de programas computacionales que realicen dicho producto total y así obtener el valor de los coeficientes r y t de Fresnel.

Tomando en cuenta un CF conformado por $N = 15$ periodos, con índices de refracción $n_0 = 1$ (aire), $n_1 = 1.45$ (SiO_2), $n_2 = 2$ (ZnO) y que los espesores ópticos de cada capa satisfacen la condición de un cuarto de longitud de onda para una alta reflectancia (Ec. 1.34), es decir

$$d_1 = \frac{\lambda_r}{4 n_1}, \quad (2.7)$$

$$d_2 = \frac{\lambda_r}{4 n_2}. \quad (2.8)$$

donde la longitud de onda λ_r es donde estará centrado el rango de frecuencias para las cuales el cristal presenta una alta reflectancia (de forma conveniente establecemos $\lambda_r = 630$ correspondiente al color Rojo). Tomando en cuenta estos parámetros y haciendo uso del software *Mathematica 11* obtenemos el siguiente espectro de reflectancia para nuestro CF-1D.

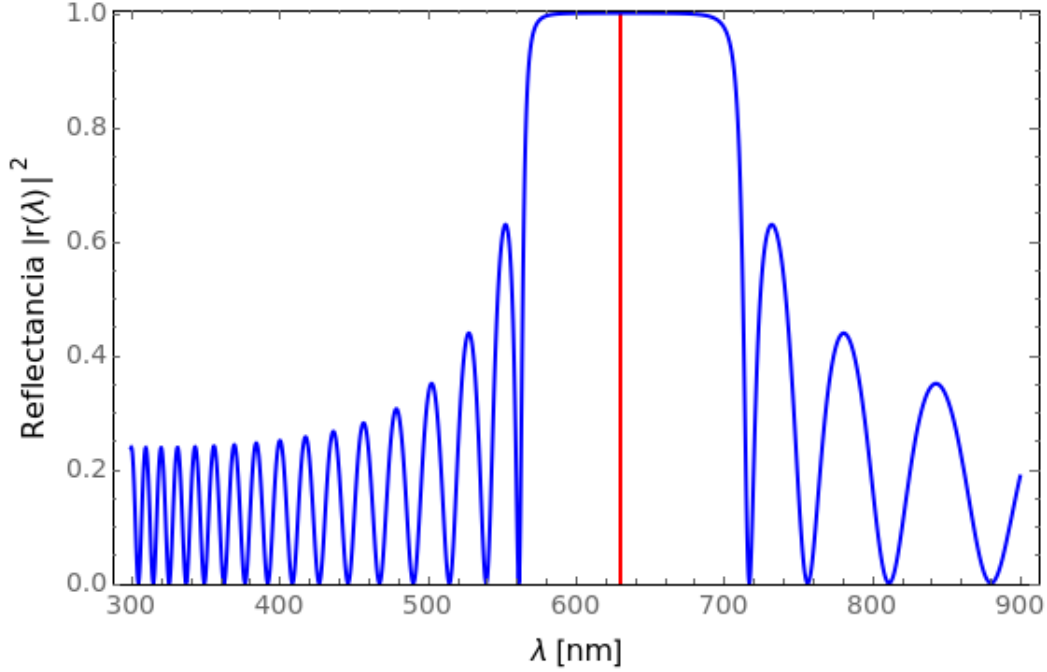


Figura 2.2: Espectro de Reflectancia para un CF-1D conformado por 15 periodos, la línea roja está colocada en $\lambda_r = 630 \text{ nm}$ correspondiente al centro de longitudes de onda de alta reflectancia.

2.2. Cristal Fotónico 1D con un defecto en el centro.

Así como se pueden construir cristales fotónicos con una estructura ordenada, también se pueden construir cristales fotónicos cuasi periódicos con algún defecto que afecte dicha periodicidad completa. El caso más sencillo es el arreglo constituido por dos cristales fotónicos unidimensionales separados una distancia d_a uno del otro, dicho arreglo se muestra a continuación:

Para determinar los coeficientes r y t de un Fotodino, basta con aplicar el método de matriz de transferencia para un cristal fotónico unidimensional dos veces ya que sabemos que los coeficientes A_0 , B_0 están relacionados con los coeficientes α' , β' mediante una matriz de propagación \mathbf{M}

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/t & r^*/t^* \\ r/t & 1/t^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

siendo r^* y t^* los complejos conjugados de los coeficientes de Fresnel y de igual forma los coeficientes α y β están relacionados con el coeficiente A'_s mediante una matriz de transferencia \mathbf{M} , dicha matriz puede ser diferente que la primera dependiendo de la estructura del CF, en el caso de que ambos cristales tengan las mismas características en grosores, índices de refracción y número de capas, entonces las matrices \mathbf{M} serán iguales para ambos materiales, por lo tanto se puede escribir de forma similar la ecuación

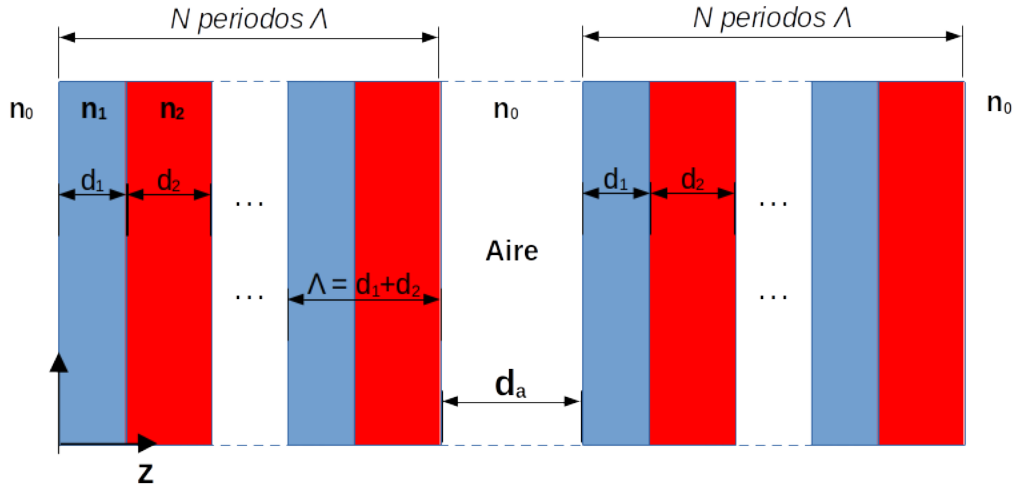


Figura 2.3: Fotodino: cristal fotónico conformado por dos cristales fotónicos 1D los cuales están separados de forma paralela una distancia d_a .

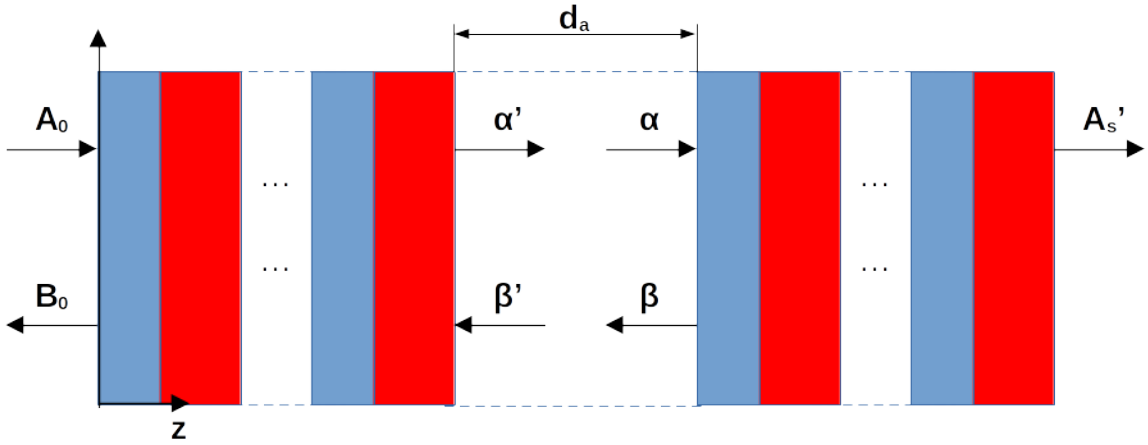


Figura 2.4: Coeficientes del campo Eléctrico que se propaga a través de un fotodino.

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} A_s \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/t & r^*/t^* \\ r/t & 1/t^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_s \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

De esta forma podemos conocer cómo se propaga la onda a través de ambos cristales, solo falta conocer cómo se propaga en el centro, pero considerando que el medio es aire, basta con usar una matriz de propagación \mathbf{P}_a de tal forma que podemos relacionar los coeficientes α' y β' con los no primados mediante la siguiente ecuación

$$\begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{pmatrix} = \mathbf{P}_a \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i k_0 d_a} & 0 \\ 0 & e^{-i k_0 d_a} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

con $k_0 = 2\pi/\lambda$ y d_a la distancia que separa a ambos cristales fotónicos.

2.2. CRISTAL FOTÓNICO 1D CON UN DEFECTO EN EL CENTRO.

Usando estas últimas ecuaciones, podemos relacionar los coeficientes A_0 , B_0 con A'_s mediante el producto de 3 matrices de la forma

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \mathbf{P}_a \mathbf{M} \begin{pmatrix} A'_s \\ 0' \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Donde el producto total de estas matrices se puede relacionar a una matriz de transferencia total donde las componentes están directamente relacionadas con los coeficientes r y t de Fresnel para el sistema completo.

Para poder observar como influye la distancia que separa a los cristales fotónicos es conveniente graficar el espectro de transmitancia dependiente de la distancia d_a , la cual será escrita en proporción de $\lambda_r/4$.

Es importante observar que las matrices \mathbf{M} que aparecen en la ecuación 2.12 se obtiene mediante la ecuación 2.6 la cual es un producto complicado de varias matrices, por lo que para calcular la reflectancia para nuestro sistema es conveniente hacer uso de recursos computacionales. Tomando en cuenta que los CF- 1D están conformados por $N = 15$ periodos, con índices de refracción $n_1 = 1.45$ (SiO_2), $n_2 = 2$ (ZnO), un valor $\lambda_r = 630 \text{ nm}$ y que los espesores ópticos de las capas satisfacen la condición de un cuarto de longitud de onda para una alta reflectancia, obtenemos la siguiente gráfica:

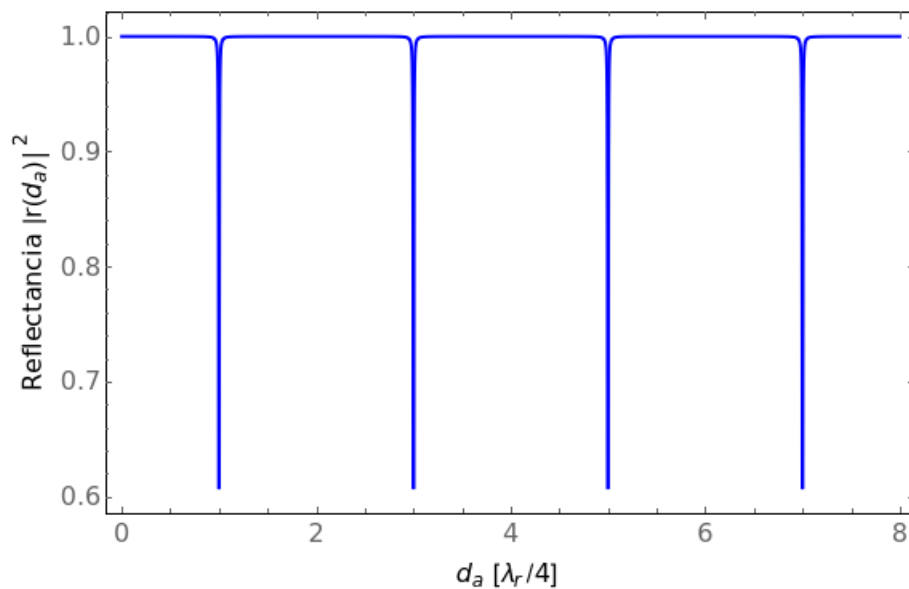


Figura 2.5: Espectro de Reflectancia dependiente de la distancia d_a para un Fotodiodo conformado por dos CF-1D de 15 periodos cada uno, la distancia d_a está escrita en términos de $\lambda_r/4$.

Podemos observar que dependiendo de si la distancia d_a es múltiplo par (o impar) de un cuarto de la longitud de onda ($\lambda_r/4$), se producen valores máximos (o mínimos)

2.2. CRISTAL FOTÓNICO 1D CON UN DEFECTO EN EL CENTRO.

para nuestra reflectancia. Considerando que el espesor puede tomar estos valores, podemos obtener dos gráficas para la reflectancia de nuestro sistema completo.

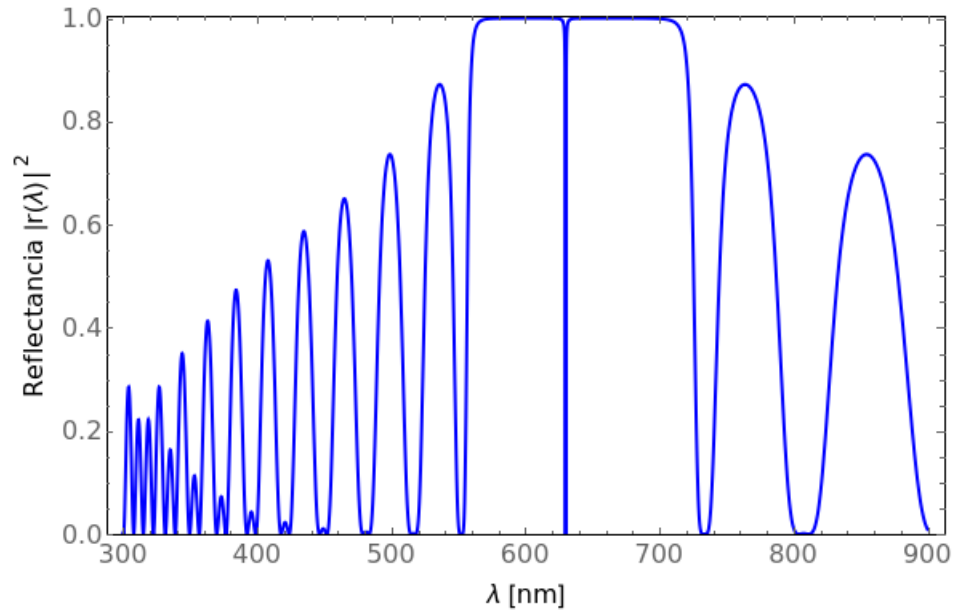


Figura 2.6: Espectro de Reflectancia para un Fotodino conformado por dos CF-1D de 15 periodos, para esta gráfica se consideró la distancia d_a un múltiplo par de $\lambda_r/4$.

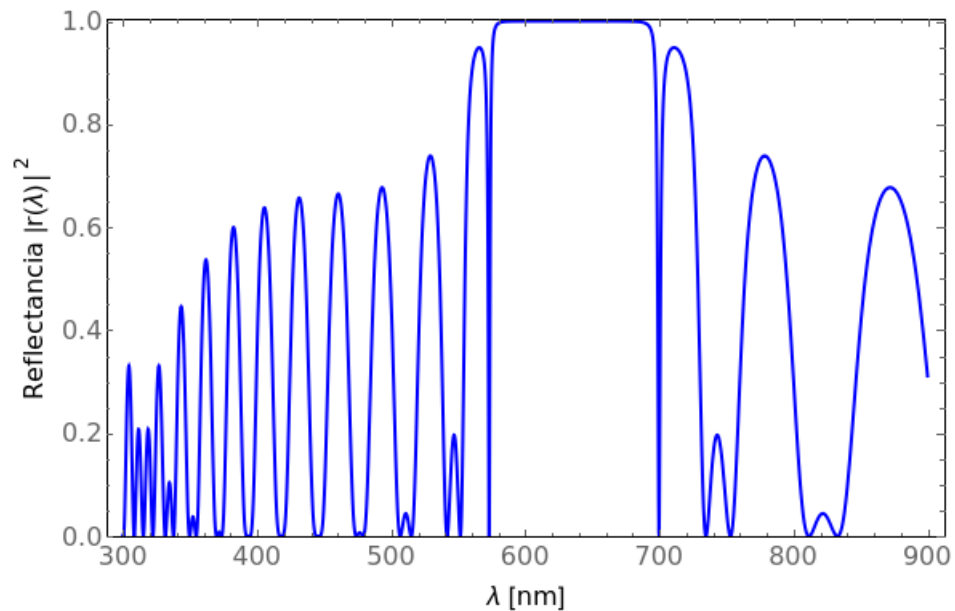


Figura 2.7: Espectro de Reflectancia para un fotodino conformado por dos CF-1D de 15 periodos, para esta gráfica se consideró la distancia d_a un múltiplo impar de $\lambda_r/4$.

El fenómeno principal que se observa es la creación de brechas en donde la transmitancia se vuelve máxima dentro de la brecha de alta reflectancia, la diferencia es

la posición del pico. Para valores pares el pico se encuentra justo en el centro, para valores impares aparecen en los puntos laterales máximos de la reflectancia, a este tipo de fenómenos se les denomina modos localizados.

2.3. Cristal Fotónico Tridimensional.

Hasta el momento, todos los casos anteriores se refieren a sistemas unidimensionales, siendo los sistemas tridimensionales de gran interés. Sin embargo, el estudio de cristales fotónicos tridimensionales puede ser bastante complicado, ya que muchos de ellos son muy complejos y requieren un considerable procesamiento computacional. Por lo tanto, es necesario buscar enfoques simples que proporcionen resultados cuantitativos. Una opción para esto es la aproximación de onda escalar (AOE).

La aproximación de onda escalar se basa en considerar que las ondas electromagnéticas se comportan como ondas de energía en el medio, sin tener en cuenta su naturaleza vectorial. Esto conduce a una simplificación de las ecuaciones de Maxwell, reduciéndose a una única ecuación de onda escalar. Esta aproximación simplifica enormemente los cálculos y permite obtener resultados útiles para comprender las propiedades de los materiales.

En el contexto de esta tesis, nos enfocaremos exclusivamente en el estudio de la propagación electromagnética en la dirección $[111]$ de un cristal fotónico con estructura FCC. Esta elección se debe a que muchos cristales fotónicos sintetizados en el laboratorio exhiben un crecimiento preferencial en esa dirección. Por lo tanto, reduciremos el análisis de la propagación del campo electromagnético a un problema escalar, considerando únicamente la dirección $[111]$ como nuestra principal dirección de estudio.

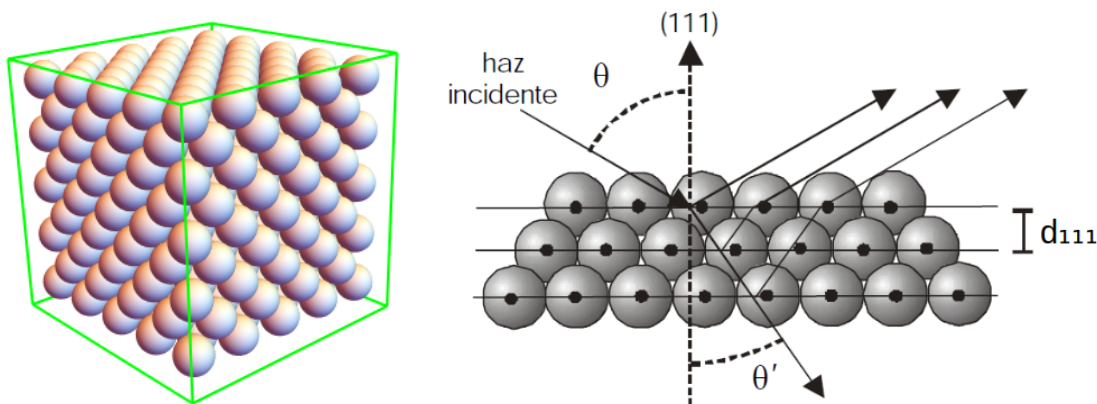


Figura 2.8: (Izq) Ópalo 3D con estructura FCC. (Der) Vista lateral de un ópalo 3D de los planos perpendiculares a la dirección $[111]$.

Aunque esta descripción simplificada no captura todos los detalles y complejidades del cristal, proporciona una forma intuitiva de visualizar la disposición espacial

2.3. CRISTAL FOTÓNICO TRIDIMENSIONAL.

de los átomos en la estructura cristalina y comprender la periodicidad del material. Esta representación visual de capas de esferas apiladas nos permite comprender la estructura tridimensional del cristal en una vista bidimensional.

Además, podemos proponer que nuestra onda electromagnética incide de forma normal a los planos formados por el material. Al hacerlo, estamos reduciendo nuestro problema de estudio de tres dimensiones a solo una dimensión. Esta simplificación nos permite abordar el análisis y los cálculos con mayor facilidad, ya que se reduce la complejidad del sistema al considerar la propagación de la onda en una única dirección.

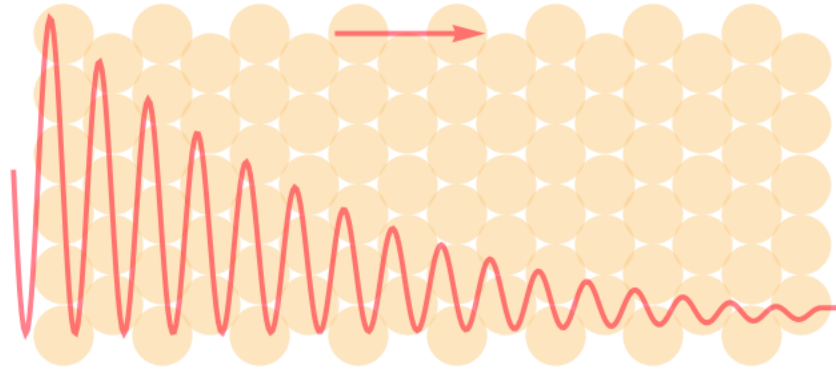


Figura 2.9: Una onda evanescente propagándose en la dirección $[111]$, de forma perpendicular a los planos formados por las esferas en la estructura periódica.

Es fundamental destacar que la aproximación unidimensional asume la uniformidad de la estructura cristalina a lo largo de la dirección de propagación de la onda. Debido a esta propiedad de periodicidad en la estructura del material, podemos considerar que la constante dieléctrica del mismo también es periódica. Por lo tanto, podemos utilizar el análisis de Fourier para descomponer la constante dieléctrica en una serie de funciones periódicas, de la forma:

$$\epsilon(z) = \sum_{\mathbf{G}'} U_{\mathbf{G}'} \exp[-i \mathbf{G}' z], \quad (2.13)$$

donde \mathbf{G}' está asociado a los vectores de la red recíproca, $U_{\mathbf{G}'}$ son los coeficientes de Fourier de la serie y además se está considerando que la propagación de la onda es a lo largo del eje z como se propuso en el diagrama 1.4.

Para obtener los coeficientes de Fresnel (r y t) en un cristal fotónico 3D (CF-3D), es necesario conocer la relación de dispersión del material. La relación de dispersión describe cómo varía la energía de las ondas electromagnéticas en función de su vector de onda en el CF-3D.

La determinación de la relación de dispersión en un cristal fotónico se puede lograr mediante el uso de la ecuación de onda y la aplicación del análisis de Fourier a

funciones periódicas. Este enfoque teórico permite obtener una descripción detallada del análisis de la estructura de bandas fotónicas del material. Estas bandas fotónicas corresponden a las regiones en el espacio recíproco donde existen modos de propagación permitidos para las ondas electromagnéticas en el cristal fotónico. Las bandas fotónicas están separadas por bandas prohibidas o brechas fotónicas, donde no hay estados permitidos de propagación para ciertos rangos de energía y vector de onda.

La ecuación de onda para los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} , que rige el comportamiento de las ondas electromagnéticas en un medio periódico (obtenidas de las ecuaciones de Maxwell), se pueden expresar como

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r})) = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (2.14)$$

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right) = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}(\mathbf{r}), \quad (2.15)$$

donde \mathbf{E} y \mathbf{H} son los campos eléctrico y magnético, $\epsilon(\mathbf{r})$ es la constante dieléctrica que depende de la posición y ω la frecuencia angular.

Para resolver esta ecuación en un cristal fotónico, se asume que la solución tiene una forma periódica en el espacio y se utiliza el análisis de Fourier para descomponer tanto el campo eléctrico como magnético en una serie de funciones periódicas. Mediante esta descomposición, ambos campos se pueden expresar como una suma ponderada de exponenciales complejas, donde los coeficientes de Fourier están asociados a los vectores de onda recíprocos del cristal.

$$\mathbf{E}(z) = \sum_{\mathbf{G}} E_{\mathbf{G}} \exp[i(k_0 - G)z] \hat{x}, \quad (2.16)$$

$$\mathbf{H}(z) = \sum_{\mathbf{G}} H_{\mathbf{G}} \exp[i(k_0 - G)z] \hat{y}. \quad (2.17)$$

Considerando el sistema de referencia como se propuso en el diagrama 1.4 el campo eléctrico se extiende sobre el eje x , mientras que el magnético sobre el eje y . Al sustituir estas expansiones en la ecuación de onda correspondiente y llevar a cabo los cálculos necesarios, se obtiene un conjunto de ecuaciones algebraicas para los coeficientes de Fourier donde solo se necesitan mantener los términos

$$|\vec{k} - \vec{G}| \approx |\vec{k}| \text{ y } |\vec{G}| = \left[\frac{2\pi}{d_{111}} \right]. \quad (2.18)$$

Esto se puede justificar notando que la probabilidad de dispersión está determinada por los coeficientes de Fourier de $U_{\vec{G}}$, los cuales decrecen con el incremento de $|\vec{G}|$. Así, únicamente los valores más pequeños de los vectores de la red recíproca contribuyen fuertemente para la incidencia a 0° .

2.3. CRISTAL FOTÓNICO TRIDIMENSIONAL.

Usando la ecuación de onda para el campo eléctrico obtenemos las ecuaciones:

$$\begin{cases} U_G k^2 E_G + [U_0 (k - G)^2 - \omega_k^2] E_0 = 0 \\ [U_0 k^2 - \omega_k^2] E_G + U_G (k - G)^2 E_0 = 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

Por otro lado, usando la ecuación de onda para el campo magnético obtenemos las ecuaciones:

$$\begin{cases} U_G k(k - G) H_G + [U_0 (k - G)^2 - \omega_k^2] H_0 = 0 \\ [U_0 k^2 - \omega_k^2] H_G + U_G k(k - G) H_0 = 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

La solución de estas ecuaciones proporciona los valores permitidos de la frecuencia angular ω , los cuales definen la relación de dispersión del cristal fotónico.

Si bien ambos sistemas de ecuaciones son similares, estos nos llevan a soluciones ligeramente diferentes, para tener una idea más clara de su comportamiento podemos visualizarlas mediante un gráfico, para esto consideraremos un ópalo de SiO_2 con estructura FCC, índice de refracción $n = 1.44$ y un valor para el centro de la brecha $\lambda_B = 633 \text{ nm}$ obtenemos el siguiente gráfico:

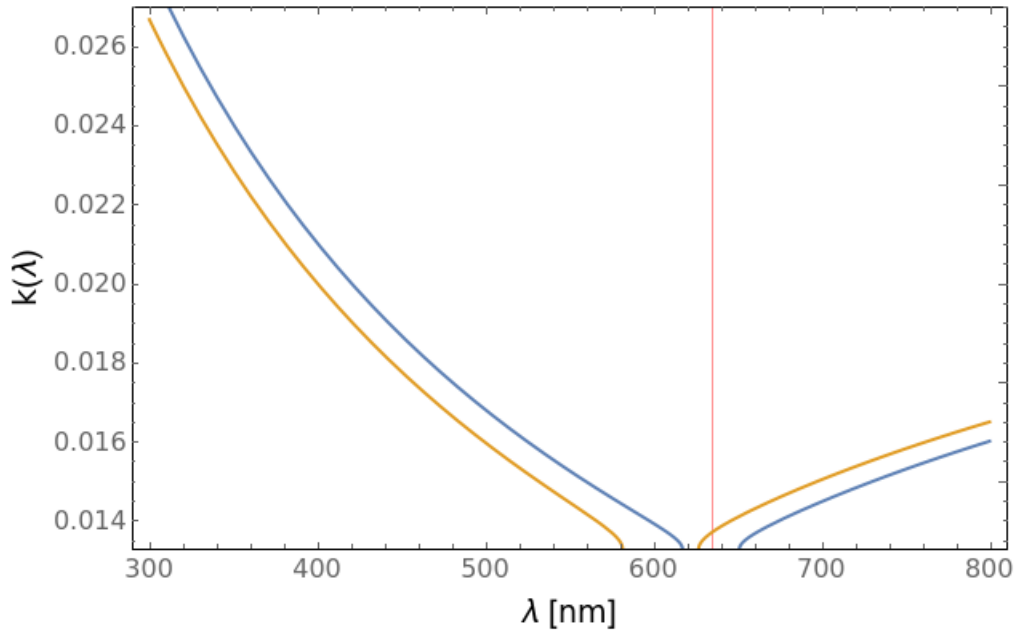


Figura 2.10: Relación de dispersión para un ópalo FCC de SiO_2 . La línea amarilla muestra los valores obtenidos usando la ecuación de onda para el campo \mathbf{H} , mientras que la azul los obtenidos con la ecuación de onda para el campo \mathbf{E} .

En el gráfico se puede observar que los resultados obtenidos mediante la ecuación de onda para el campo magnético \mathbf{H} están ligeramente desplazados con respecto al centro de la brecha representada por la línea roja. Por otro lado, los resultados obtenidos mediante la ecuación del campo eléctrico están centrados en el centro de la

brecha determinada, que corresponde a una longitud de onda de 633 *nm*. Este desplazamiento puede ser atribuido a los valores de los coeficientes de Fourier utilizados en cada una de las ecuaciones. En el caso de la ecuación del campo eléctrico, se considera una expansión directa para la función de la constante dieléctrica, mientras que para el campo magnético se utiliza una expansión para el inverso de la función de la constante dieléctrica, dando como resultado una variación significativa para cada coeficiente. Por lo tanto, en los cálculos futuros de esta tesis, se tomará en consideración únicamente la relación de dispersión obtenida mediante la ecuación de onda para el campo eléctrico. Esta relación de dispersión se expresa en términos de la longitud de onda λ como sigue:

$$k(\lambda) = 2\pi\sqrt{\epsilon_p} \left[\frac{1}{\lambda_B} \pm \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda_B^2} - \sqrt{\frac{U_G^2}{\epsilon_p^2 \lambda^4} + \frac{4}{\lambda^2 \lambda_B^2}}} \right], \quad (2.21)$$

donde ϵ_p es el valor promedio de la constante dieléctrica, λ_B la longitud de onda que satisface la condición de Bragg para la estructura y U_G los coeficientes de Fourier para la constante dieléctrica. Con esta función podremos visualizar las bandas permitidas y prohibidas, que corresponden a regiones donde las ondas electromagnéticas pueden o no propagarse en el cristal.

Para determinar los límites de validez para la aproximación de ondas escalares, es necesario calcular el espectro de transmisión y poder compararlo con los datos experimentales. Para el caso en consideración, una buena aproximación establece la continuidad en las condiciones de frontera, tanto del campo eléctrico como en su primera derivada. Usando análisis de Fourier para descomponer el campo eléctrico como un escalar en el caso de incidencia normal, el campo puede ser escrito de la forma:

$$E(z) = \begin{cases} A e^{-i k_0 z} + B e^{i k_0 z} & (z < 0), \\ C \frac{e^{-i k(z - N d_{111})} + \Sigma e^{-i(k-G)(z - N d_{111})}}{1 + \Sigma} + \dots & \\ \dots + D \frac{e^{i k(z - N d_{111})} + \Sigma e^{i(k-G)(z - N d_{111})}}{1 + \Sigma} & (0 < z < N d_{111}), \\ F' e^{-i k_0(z - N d_{111})} & (N d_{111} < z). \end{cases} \quad (2.22)$$

Dentro del material fotónico, el campo eléctrico puede ser escrito desde la ecuación 2.16 expandida en función de vectores de Bloch, la cual consiste en una onda viajando hacia la derecha y una viajando hacia la izquierda, donde k es el vector recíproco correspondiente al cristal el cual está dada por la ecuación 2.21, k_0 es el vector de onda en el aire y C , D son coeficientes constantes de este material.

Aplicando las condiciones de que ambos, $E(z)$ y dE/dz , que deben de ser continuas en las fronteras $z = 0$ y $z = N d_{111}$, donde N es un número de planos del material,

2.3. CRISTAL FOTÓNICO TRIDIMENSIONAL.

d_{111} es la distancia entre planos del conjunto (111), $z = 0$ es el inicio del material y $z = N d_{111}$ es el final del material. Para $z = 0$ considerando la continuidad entre el campo E incidente y el campo E interno, obtenemos la ecuación:

$$\begin{aligned} A + B &= C \frac{e^{ik N d_{111}} + \Sigma e^{i(k-G)N d_{111}}}{1 + \Sigma} + D \frac{e^{-ik N d_{111}} + \Sigma e^{-i(k-G)N d_{111}}}{1 + \Sigma} \\ &= C e^{i\phi} + D e^{-i\phi}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

con $\phi = k N d_{111}$.

Considerando la continuidad de la primera derivada del campo $E(z)$ en $z = 0$, obtenemos la ecuación

$$\begin{aligned} -A i k_0 + B i k_0 &= C \frac{(-ik)e^{i\phi} + \Sigma(-i)(k-G)e^{i\phi}}{1 + \Sigma} + D \frac{(ik)e^{-i\phi} + \Sigma(i)(k-G)e^{-i\phi}}{1 + \Sigma} \\ &= -C \frac{k + \Sigma(k-G)}{1 + \Sigma} i e^{i\phi} + D \frac{k + \Sigma(k-G)}{1 + \Sigma} i e^{-i\phi}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

De igual forma la continuidad del campo \mathbf{E} en $z = N d_{111}$ resulta en la ecuación

$$C + D = F'. \quad (2.25)$$

Finalmente de la continuidad para la primera derivada del campo \mathbf{E} en $z = N d_{111}$, obtenemos la ecuación

$$C \frac{-ik - \Sigma i(k-G)}{1 + \Sigma} + D \frac{ik + \Sigma i(k-G)}{1 + \Sigma} = -F' i k_0. \quad (2.26)$$

A simple vista estas ecuaciones pueden aparentar ser muy complejas, pero solo hace falta notar que aparece un término en común el cual depende únicamente de otros valores k y G . Considerando:

$$k_c = \frac{k + \Sigma(k-G)}{1 + \Sigma}, \quad (2.27)$$

podemos reescribir de una forma más compacta las ecuaciones resultantes de las condiciones de frontera obteniendo el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} A + B = C e^{ik\phi} + D e^{-ik\phi}, \\ (A - B) k_0 = (C e^{ik\phi} + D e^{-ik\phi}) k_c, \\ C + D = F', \\ (C - D) k_c = F' k_0. \end{cases} \quad (2.28)$$

El cual es similar al sistema de ecuaciones (1.21) utilizado para el caso de una capa homogénea de grosor d , donde de forma similar a ese caso, podemos relacionar

2.3. CRISTAL FOTÓNICO TRIDIMENSIONAL.

los coeficientes C y D con los coeficientes primados C' y D' mediante un cambio de fase dependiente del grosor del material, es decir

$$C' = C e^{ik\phi}, \quad D' = D e^{-ik\phi},$$

o bien escrito de forma matricial

$$\begin{pmatrix} C' \\ D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\phi} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}.$$

Definiendo así a la matriz de propagación \mathbf{P}_{opalo} para el ópalo FCC formado por N capas con grosor $N d_{111}$ de la forma:

$$\mathbf{P}_{opalo} \equiv \begin{pmatrix} e^{i\phi} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi} \end{pmatrix}. \quad (2.29)$$

Usando el sistema de ecuaciones obtenido, podemos definir matrices siguientes

$$\mathbf{D}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k_0 & -k_0 \end{pmatrix} \quad y \quad \mathbf{D}_{opalo} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k_c & -k_c \end{pmatrix}. \quad (2.30)$$

De esta manera es fácil notar que la estructura del método de matriz es muy similar al caso de una capa homogénea, la diferencia radica en los valores que contienen la información de la estructura de nuestro material, por lo tanto de forma análoga podemos relacionar los coeficientes A y B con el coeficiente F' mediante el producto de matrices

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{D}_{opalo} \mathbf{P}_{opalo} \mathbf{D}_{opalo}^{-1} \mathbf{D}_0 \begin{pmatrix} F' \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.31)$$

donde el producto total de matrices está relacionado con la matriz M es la matriz de transferencia, de esta manera es fácil obtener una expresión analítica muy similar a la obtenida en el caso de la capa homogénea.

$$t(\lambda) = \frac{2k_0k_c}{2k_0k_c \cos(\phi) + \mathbf{i}(k_0^2 + k_c^2) \sen(\phi)}, \quad (2.32)$$

$$r(\lambda) = \frac{\mathbf{i}(k_0^2 - k_c^2) \sen(\phi)}{2k_0k_c \cos(\phi) + \mathbf{i}(k_0^2 + k_c^2) \sen(\phi)}. \quad (2.33)$$

Con estas soluciones analíticas para los coeficientes de Fresnel (r y t) y para el vector recíproco $k(\lambda)$ de nuestro cristal podemos determinar las longitudes de onda que no pueden atravesar el cristal. Para tener una mejor comprensión visual, podemos utilizar Mathematica 11 para graficar estas funciones. En este caso, consideraremos los siguientes valores: $\lambda_B = 633 \text{ nm}$ para el centro de la brecha, índice de refracción $n = 1.44$ (SiO_2) para las esferas del cristal y un total de 50 capas que conforman el cristal.

Debido a los valores seleccionados basados en la estructura del material, se obtienen resultados específicos. En primer lugar, en la gráfica de dispersión se puede

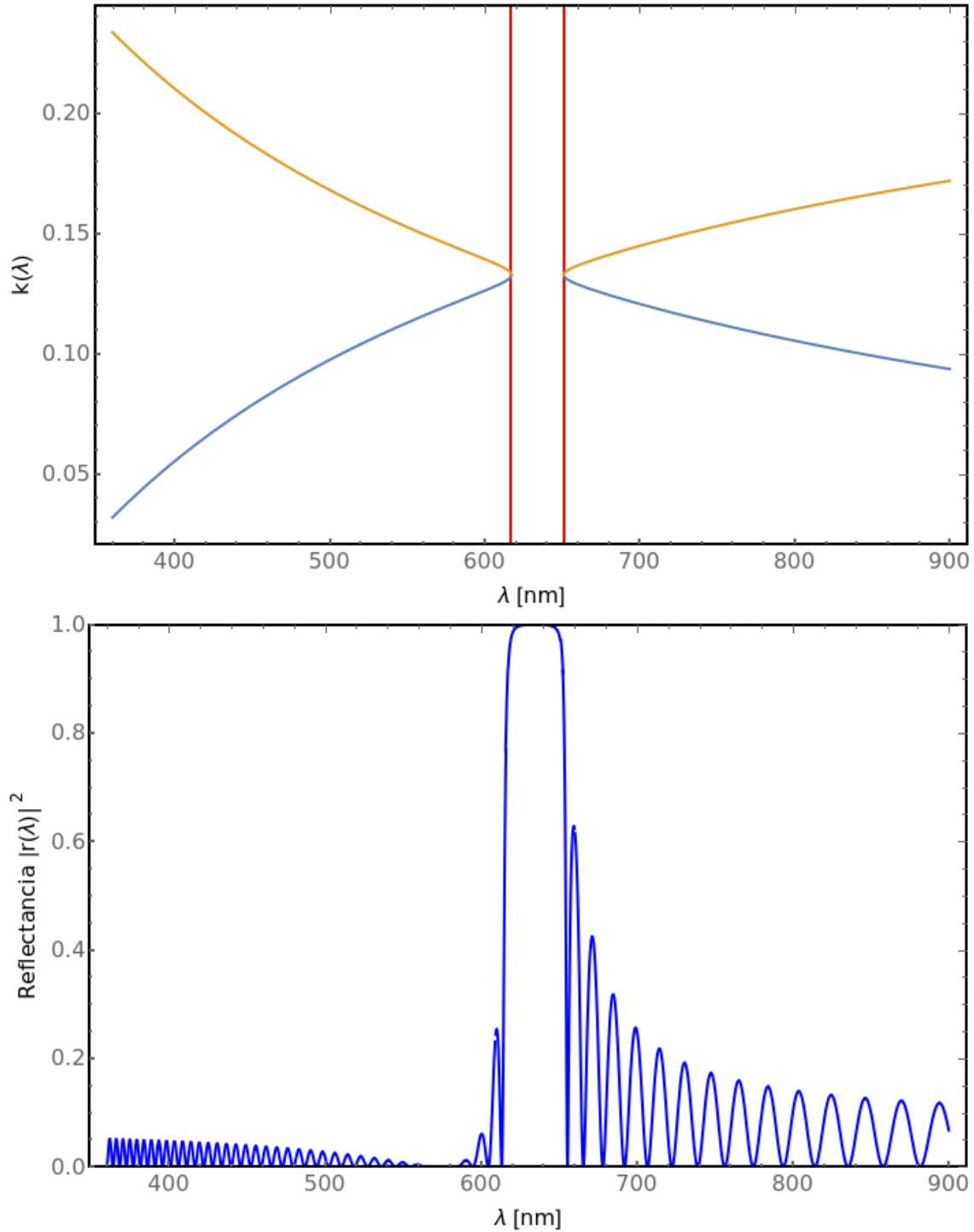


Figura 2.11: Gráficas de dispersión y reflectancia de un ópalo FCC de SiO_2 . Podemos notar como existe una relación directa entre el dominio de la dispersión con los valores de alta reflectancia del ópalo.

observar una brecha en su dominio que está centrada precisamente en λ_B , que es la longitud de onda que cumple la condición de Bragg. Esta brecha corresponde a

2.4. CRISTAL FOTÓNICO 3D CON UN DEFECTO EN EL CENTRO.

valores de reflectancia altos, lo cual indica una fuerte reflexión de la luz en esa región del espectro electromagnético entre las longitudes $617nm \leq \lambda \leq 651nm$.

Otra observación importante es que en el lado izquierdo de la banda de dispersión se produce un mayor crecimiento, mientras que en el lado derecho el crecimiento es más lento. Este resultado se refleja en la reflectancia, donde se observa una mayor transmitancia para valores más grandes de k y una transmitancia más baja para valores más pequeños de k . Esto indica que las ondas de alta frecuencia pueden atravesar fácilmente los materiales, mientras que las ondas más largas encuentran más resistencia en su propagación.

2.4. Cristal Fotónico 3D con un defecto en el centro.

Una vez estudiadas las propiedades ópticas de un cristal fotónico tridimensional, podemos avanzar hacia un estudio más rápido del comportamiento de estas propiedades al crear sistemas formados por varios ópalos. Para ello, basta con aplicar un procedimiento similar al utilizado hasta el momento.

Consideremos un sistema formado por dos ópalos separados de forma paralela uno al otro una distancia como se muestra a continuación:

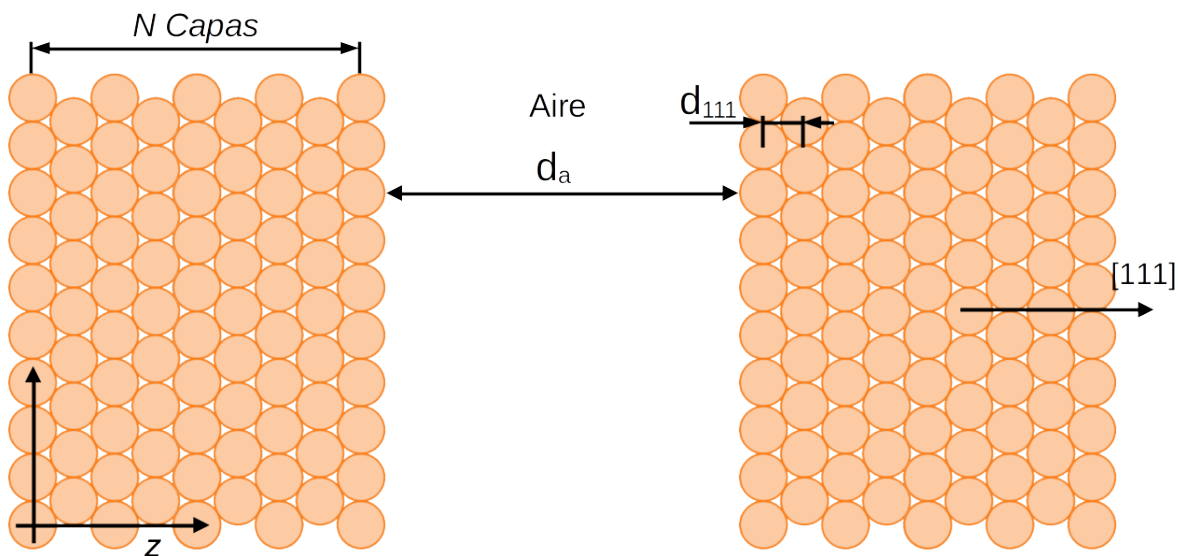


Figura 2.12: Fotodino 3D: Sistema conformado por dos ópalos de N capas cada uno, los cuales están separados una distancia d_a uno del otro. Las camaras formadas por las esferas del material correspondientes a la dirección $[111]$ son paralelos al eje z .

El análisis de la propagación de las ondas en el sistema propuesto puede ser una tarea ardua y compleja, que requiere realizar cálculos extensos y detallados. Pero con las aproximaciones propuestas y resultados obtenidos hasta el momento dicho análisis

no resulta tan engorroso. Partamos analizando las ondas que se propagan en nuestro sistema

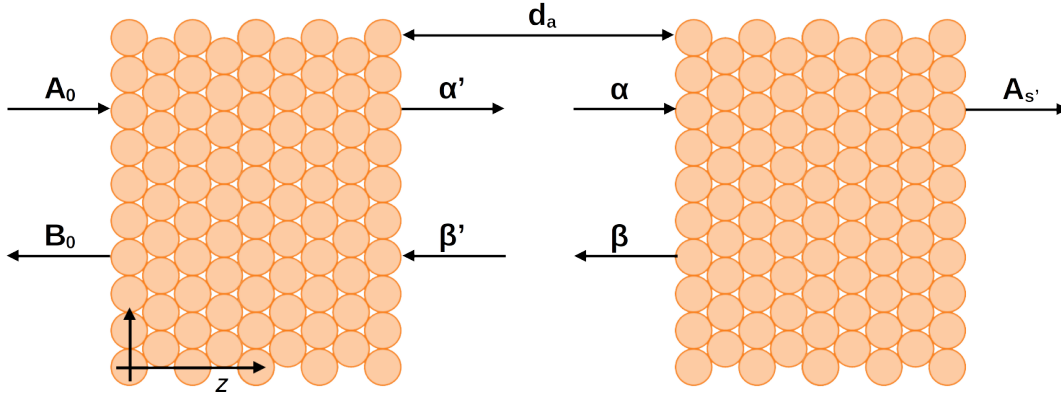


Figura 2.13: Coeficientes para un campo eléctrico propagándose a través de un fotodino 3D.

Observando el sistema, podemos notar como tiene bastante similitud al sistema del fotodino unidimensional fig. 2.3 y de forma análoga podemos encontrar la solución a este sistema simplemente aplicando dos veces el método de matriz de transferencia para cada ópalo por separado y después unir las matrices usando una matriz de propagación en el centro de aire. Para el primer ópalo podemos relacionar los coeficientes A_0 y B_0 con los coeficientes α' y β' mediante una matriz de propagación, usando el resultado obtenido en la sección anterior.

Observando el sistema, podemos notar que tiene una notable similitud con el sistema fotodino en una dimensión (Fig. 2.3). De manera análoga, podemos encontrar la solución para este sistema aplicando el método de la matriz de transferencia dos veces para cada ópalo por separado, y luego unir las matrices utilizando una matriz de propagación en el centro de aire.

Para el primer ópalo, podemos relacionar los coeficientes A_0 y B_0 con los coeficientes α' y β' mediante una matriz de propagación, utilizando el resultado obtenido en la sección anterior (Ec. 2.31). Esto nos permitirá obtener la ecuación

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{D}_{opalo} \mathbf{P}_{opalo} \mathbf{D}_{opalo}^{-1} \mathbf{D}_0 \begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{opalo} \begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{pmatrix}. \quad (2.34)$$

Dado que espacio entre nuestros cristales tiene aire presente, podemos usar una matriz de propagación \mathbf{P}_{aire} dando como resultado que los coeficientes α' y β' con los no primados están relacionados solo por un cambio de fase, es decir

$$\begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{pmatrix} = \mathbf{P}_{aire} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \quad (2.35)$$

en donde

$$\mathbf{P}_{aire} = \begin{pmatrix} e^{-i\phi} & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{pmatrix}; \quad \phi = k_0 d_a.$$

Por otro lado para pasar del estado α, β al estado A_s necesitamos volver a usar el método de matriz de transferencia para un CF-3D, esto es

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{D}_{opalo} \mathbf{P}_{opalo} \mathbf{D}_{opalo}^{-1} \mathbf{D}_0 \begin{pmatrix} A_s \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{opalo} \begin{pmatrix} A_s \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.36)$$

De esta forma, para relacionar los coeficientes A_0, B_0 con el coeficiente A_s se debe realizar el producto total de las matrices

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} &= \mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{D}_{opalo} \mathbf{P}_{opalo} \mathbf{D}_{opalo}^{-1} \mathbf{D}_0 \mathbf{P}_{aire} \mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{D}_{opalo} \mathbf{P}_{opalo} \mathbf{D}_{opalo}^{-1} \mathbf{D}_0 \begin{pmatrix} A_s \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{M}_{opalo} \mathbf{P}_{aire} \mathbf{M}_{opalo} \begin{pmatrix} A_s \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

donde el producto de matrices nos da la matriz de transferencia total de nuestro sistema, y está relacionado con los coeficientes de Fresnel r y t de la siguiente manera:

$$\mathbf{M}_{opalo} \mathbf{P}_{aire} \mathbf{M}_{opalo} = \mathbf{M}_{Total} = \begin{pmatrix} \frac{1}{t_{Total}} & \frac{r_{Total}^*}{t_{Total}^*} \\ \frac{r_{Total}^*}{t_{Total}} & \frac{1}{t_{Total}^*} \end{pmatrix}. \quad (2.38)$$

De esta manera, al realizar el producto de matrices, podemos determinar los coeficientes r y t de nuestro sistema, donde $t_{Total} = \frac{1}{M_{11}}$ y $r = \frac{M_{21}}{M_{11}}$. Esto nos proporciona las siguientes soluciones obtenidas.

$$t_{Total} = \frac{t_1^* t_1 t_2 e^{i\phi}}{t_1^* + t_1 r_1^* r_2 e^{i2\phi}}, \quad (2.39)$$

$$r_{Total} = \frac{t_1^* r_1 + t_1 r_2 e^{i2\phi}}{t_1^* + t_1 r_1^* r_2 e^{i2\phi}}. \quad (2.40)$$

Donde, en principio, cada ópalo puede tener diferentes propiedades estructurales, como tamaño de esferas o número de capas. Por lo tanto, a cada ópalo se le asignan coeficientes r y t distintos, los cuales fueron diferenciados con subíndices 1 y 2 para cada ópalo.

Un caso particular es cuando ambos ópalos tienen las mismas propiedades estructurales, como el mismo número de capas, tamaño de esferas iguales, índices de refracción, entre otros. En este caso, los coeficientes r y t para cada ópalo serán iguales:

$$r_1 = r_2 = \sqrt{R_1} e^{i\alpha}, \quad t_1 = t_2 = \sqrt{T_1} e^{i\delta}. \quad (2.41)$$

2.4. CRISTAL FOTÓNICO 3D CON UN DEFECTO EN EL CENTRO.

Considerando esto, podemos determinar el coeficiente de transmisión para el sistema bicapa simétrico:

$$t_{Total} = \frac{T_1 e^{2i\delta} e^{i\phi}}{1 + R_1 e^{2i\delta} e^{2i\phi}}, \quad (2.42)$$

o bien, su magnitud al cuadrado:

$$|t_{Total}|^2 = \frac{T_1^2}{1 + 2 R_1 \cos[2(\delta + \phi)] + R_1^2}. \quad (2.43)$$

Este resultado muestra que la reflectancia para un fotodino formado por dos ópalos depende solo de la diferencia de las fases δ y ϕ , las cuales a su vez están relacionadas con la distancia d_a y d_{111} respectivamente. Para comprender mejor cómo afecta la distancia d_a a la reflectancia, podemos utilizar una gráfica para visualizar esta relación.

Si consideramos que el centro de la brecha fotónica está ubicado en $\lambda_B = 633$ nm y expresamos la distancia d_a en términos de un cuarto de la longitud de Bragg, podemos determinar la reflectancia para el sistema de dos ópalos.

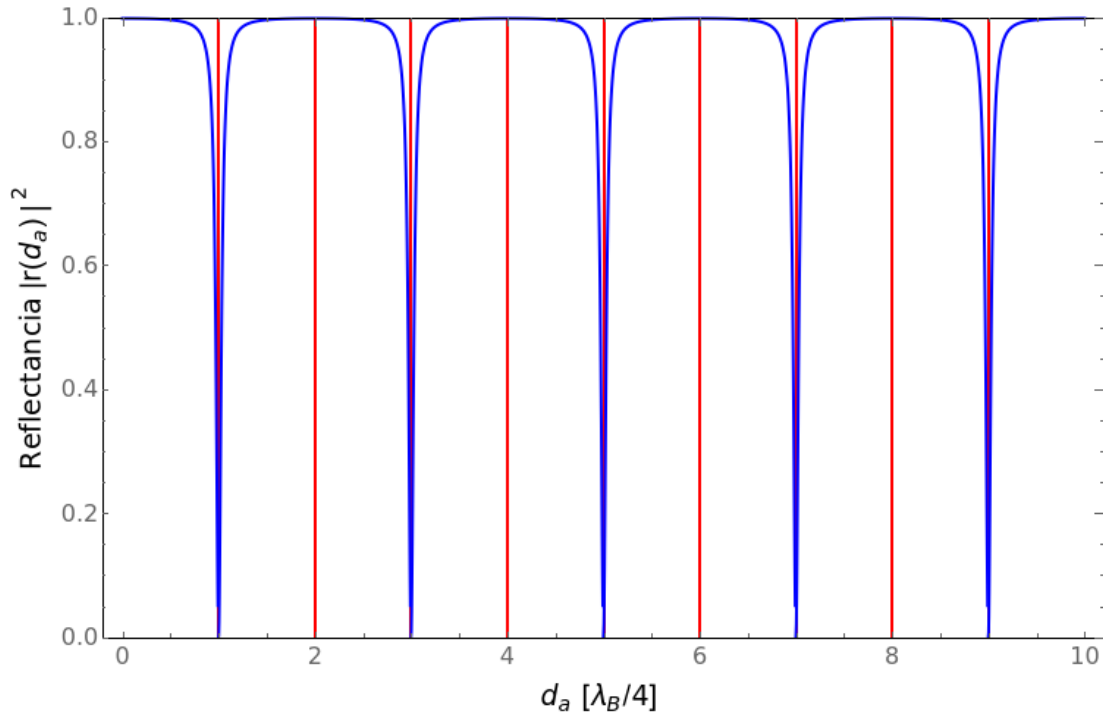


Figura 2.14: Muestra como la transmitancia de un fotodino formado por dos ópalos varía en función de la distancia d_a .

De esta forma, los valores permitidos para la distancia entre los ópalos estarán dados por:

Para valores mínimos de transmitancia

$$d_a = (4m + 1)d_{111}; \quad m = 0, 1, 2, 3... \quad (2.44)$$

2.4. CRISTAL FOTÓNICO 3D CON UN DEFECTO EN EL CENTRO.

Para valores máximos de transmitancia

$$d_a = (4m - 1)d_{111}; \quad m = 1, 2, 3... \quad (2.45)$$

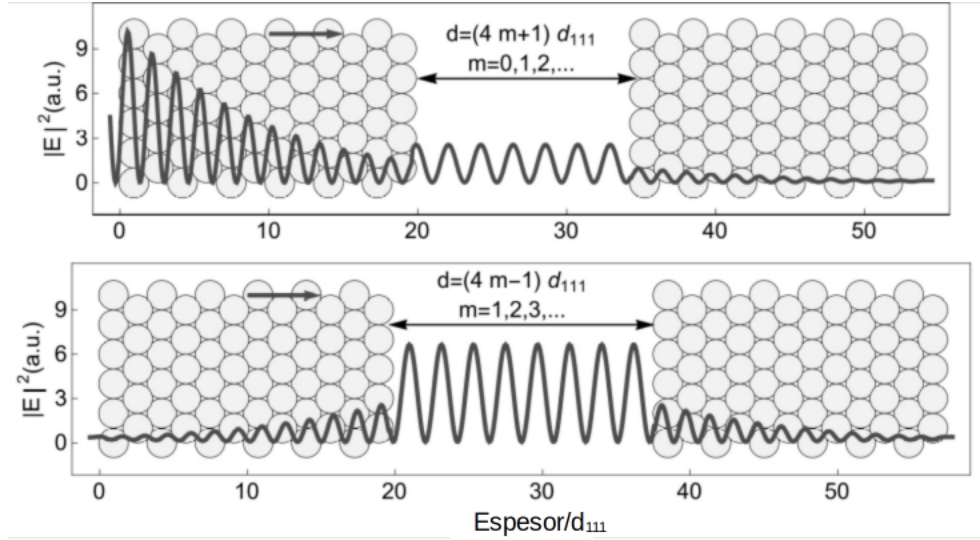


Figura 2.15: Muestra cómo se distribuye y se propaga el campo eléctrico en el sistema fotónico tridimensional, y cómo varía en función de la distancia d_a .

Tomando en cuenta estas dos condiciones podemos graficar la reflectancia de nuestro material y observar sus comportamientos. Para esto consideramos un ópalo FCC de SiO_2 conformado por $N = 40$ capas, con $\lambda_B = 633$ nm.

Podemos observar que se obtienen resultados análogos a los obtenidos en el estudio del fotodino formado por CF unidimensionales. Para valores de d_a correspondientes a valores máximos en la reflectancia (Fig. 2.4), nuevamente se crean dos modos de alta transmitancia, uno antes y otro después del centro de la brecha λ_B . Por otro lado, para valores correspondientes a mínimos en la reflectancia (alta transmitancia), podemos observar cómo se crea un modo localizado de alta transmitancia en nuestro material justo en el centro de la brecha λ_B .

Estos resultados proporcionan una comprensión fundamental sobre las propiedades de transmisión y reflectancia en función de la longitud de onda incidente, la distancia interplanar d_a y la estructura del cristal. Estos hallazgos sientan las bases para el análisis de las fuerzas y las interacciones dentro del cristal, que se abordarán en la siguiente sección.

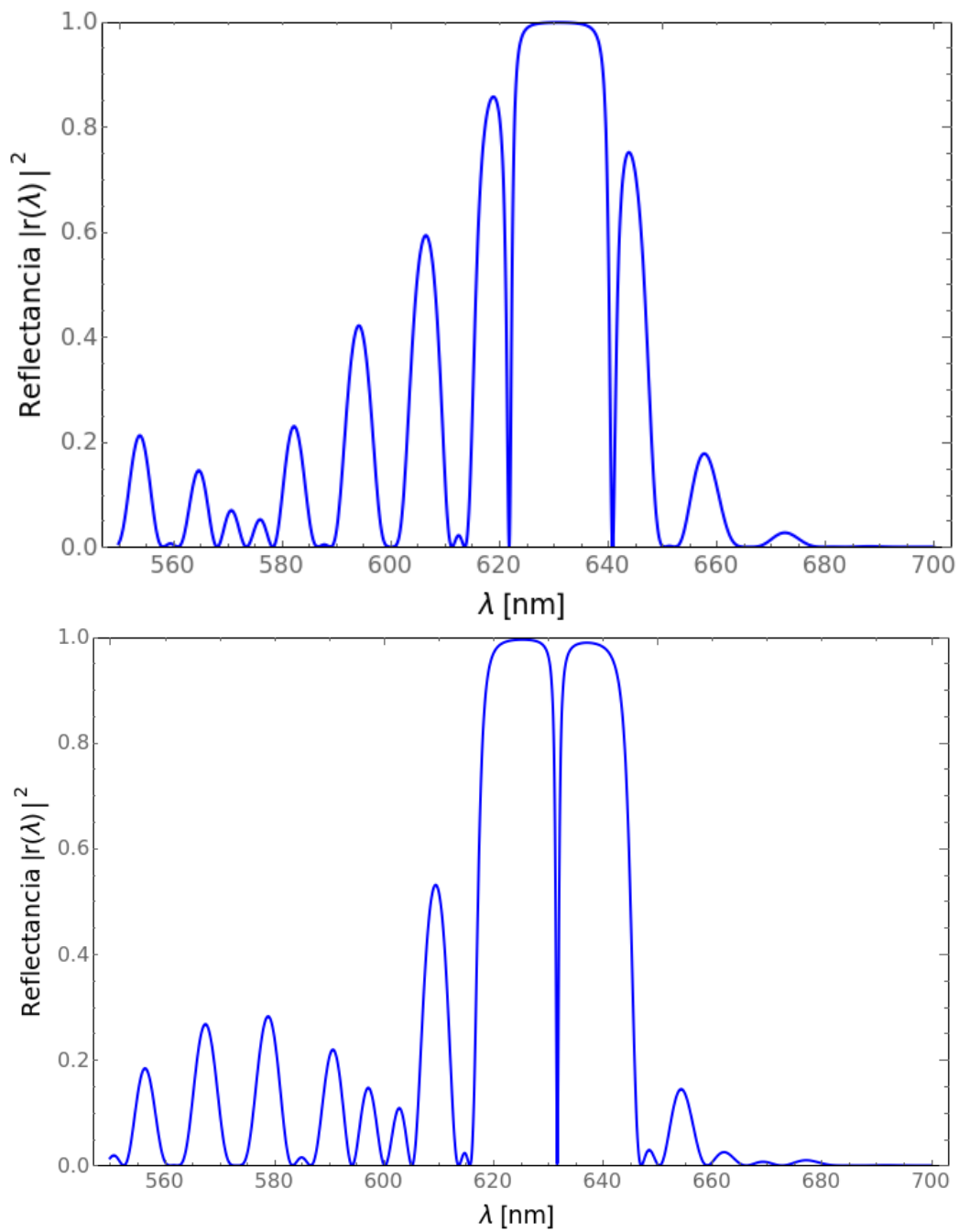


Figura 2.16: Reflectancia para un sistema biópalo considerando una distancia d_a con valores máximos (gráfica superior) o mínimos (gráfica inferior) para la reflectancia.

Capítulo 3

Presión de Radiación sobre cristales Fotónicos 1D Y 3D.

Para determinar la presión ejercida sobre un cristal fotónico debido a la radiación, se pueden utilizar dos métodos. El primero consiste en emplear el tensor de esfuerzos de Maxwell aplicado a sistemas unidimensionales, el cual ha sido objeto de estudio en la tesis de licenciatura titulada "Presión de radiación en un ópalo 3D". No obstante, este método se considera una aproximación simplificada, ya que no tiene en cuenta una gran cantidad de información relevante.

Por otro lado, se puede utilizar directamente la ecuación de Lorentz para la fuerza electromagnética, lo que permite obtener un resultado más completo ya que considera el cambio en el medio de forma tridimensional (Estructura FCC). Este enfoque considera de manera más precisa los efectos electromagnéticos, teniendo en cuenta tanto la interacción de la radiación con el cristal como las propiedades del campo electromagnético. Al utilizar la ecuación de Lorentz, es posible obtener resultados más detallados y precisos acerca de la presión ejercida por la radiación sobre el cristal fotónico.

Cabe mencionar que ambos métodos presentan ventajas y limitaciones, y la elección del método a utilizar dependerá de la complejidad del sistema, los objetivos del estudio y la disponibilidad de recursos computacionales. En cualquier caso, estos enfoques proporcionan herramientas valiosas para comprender y cuantificar la interacción entre la radiación y el cristal fotónico, lo que contribuye al análisis y diseño de dispositivos ópticos avanzados.

3.1. Fuerza Electromagnética Sobre Sistema Multicapa 1D.

3.1.1. Densidad de fuerza volumétrica.

Para realizar el análisis de la densidad de fuerza volumétrica, que se refiere a la propagación de una onda a lo largo de cada capa, utilizamos la ecuación de Lorentz:

$$\mathbf{f} = \rho \mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (3.1)$$

En el caso de un material dieléctrico sin cargas libres, la densidad de carga ρ se anula, lo que simplifica la ecuación a:

$$\mathbf{f} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (3.2)$$

En un material polarizable, la densidad de carga ρ se relaciona con la polarización \mathbf{P} a través de la expresión:

$$\rho = -\nabla \cdot \mathbf{P}. \quad (3.3)$$

Además, la variación temporal de la densidad de carga ρ está relacionada con la corriente \mathbf{J} mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}. \quad (3.4)$$

Por lo tanto, podemos expresar la corriente \mathbf{J} en términos de la polarización \mathbf{P} como:

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}. \quad (3.5)$$

La polarización \mathbf{P} está relacionada con el campo eléctrico \mathbf{E} a través de la ecuación:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}, \quad (3.6)$$

donde ϵ_0 es la permitividad del vacío y ϵ es la permitividad relativa del material.

Podemos expresar la polarización \mathbf{P} en función del campo eléctrico \mathbf{E} como:

$$\mathbf{P} = (\epsilon - 1)\epsilon_0 \mathbf{E}, \quad (3.7)$$

sustituyendo esta expresión en la ecuación de la corriente \mathbf{J} , obtenemos:

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = (\epsilon - 1)\epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (3.8)$$

Sustituyendo estas relaciones en la ecuación de la densidad de fuerza \mathbf{f} y considerando $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$, obtenemos la densidad de fuerza electromagnética:

$$\mathbf{f} = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \times \mathbf{H}. \quad (3.9)$$

Si consideramos campos armónicos \mathbf{E} y \mathbf{H} , podemos escribir la densidad de fuerza como:

$$\mathbf{f} = -i\omega\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\mu_0\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}. \quad (3.10)$$

La densidad de fuerza promediada en el tiempo $\langle \mathbf{f} \rangle$ se obtiene como:

$$\langle \mathbf{f} \rangle = \frac{1}{2}\Re[-i\omega\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\mu_0\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}]. \quad (3.11)$$

Considerando una polarización TE, y utilizando la Ley de Faraday, se puede observar que el campo magnético \mathbf{H} solo tendrá componentes en las direcciones \hat{y} y \hat{z} , dadas por:

$$H_y = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_x}{\partial z}, \quad H_z = -\frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_x}{\partial y}, \quad (3.12)$$

por lo tanto, el producto cruz entre \mathbf{E}^* y \mathbf{H} se puede escribir como:

$$\mathbf{E}^* \times \mathbf{H} = -E_x^* H_z \hat{y} + E_x^* H_y \hat{z}. \quad (3.13)$$

De este modo, la densidad de fuerza tendrá componentes tanto en \hat{y} como en \hat{z} , dadas por:

$$\langle \mathbf{f}_y \rangle = \frac{1}{2}\Re[i\omega\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\mu_0 E_x^* H_z] \hat{y}, \quad (3.14)$$

$$\langle \mathbf{f}_z \rangle = \frac{1}{2}\Re[-i\omega\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\mu_0 E_x^* H_y] \hat{z}. \quad (3.15)$$

Si consideramos un material con una estructura de capas, donde el campo eléctrico $E(z)$ se puede expresar de la siguiente manera:

$$E(z) = \begin{cases} A_0 e^{-ik_0(z-z_0)} + B_0 e^{ik_0(z-z_0)}; & z < z_0, \\ A_l e^{-ik_l(z-z_l)} + B_l e^{ik_l(z-z_l)}; & z_{l-1} < z < z_l, \\ A_s e^{-ik_0(z-z_N)} + B_s e^{ik_s(z-z_N)}; & z_N < z, \end{cases} \quad (3.16)$$

donde $A_0, B_0, A_l, B_l, A_s, B_s$ son constantes, k_0, k_l, k_s son los números de onda correspondientes y z_0, z_l, z_N son las interfaces entre las capas. Podemos relacionar H_z con E_x de la siguiente manera:

$$H_z \propto E_x. \quad (3.17)$$

Por lo tanto, la componente $\langle \mathbf{f}_x \rangle$ de la densidad de fuerza será proporcional a $\Re[iE_x^* H_z]$. Sin embargo, podemos observar que $\langle \mathbf{f}_x \rangle$ es proporcional a $[iE_x^* E_x]$, y dado que E_x es real, esto se reduce a $[i|E_x|^2]$, que es igual a cero. Por lo tanto, la densidad de fuerza solo tendrá componente en la dirección \hat{z} :

$$\langle \mathbf{f} \rangle = \frac{1}{2}\Re[-i\omega\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\mu_0 E_x^* H_y] \hat{z}. \quad (3.18)$$

Además, si consideramos una de las capas, por ejemplo, la capa l , y utilizamos la ecuación para el campo eléctrico (Ec. 3.16) en dicha capa, podemos obtener una expresión para $\Re[-iE_x^*, H_y]$:

$$\begin{aligned} \Re[-iE_x^* H_y] &= \Re \left[-i (A_l^* e^{ik_l(z-z_l)} + B_l^* e^{-ik_l(z-z_l)}) * \frac{-i k_l}{i\omega\mu_0} (A_l e^{-ik_l(z-z_l)} - B_l e^{ik_l(z-z_l)}) \right] \\ &= \Re \left[\frac{i k_l}{\omega\mu_0} (A_l^* e^{ik_l(z-z_l)} + B_l^* e^{-ik_l(z-z_l)}) * (A_l e^{-ik_l(z-z_l)} - B_l e^{ik_l(z-z_l)}) \right] \\ &\propto \Re \left[i (A_l^* e^{i\phi_l} + B_l^* e^{-i\phi_l}) * (A_l e^{-i\phi_l} - B_l e^{i\phi_l}) \right], \end{aligned} \quad (3.19)$$

donde $\phi_l = k_l(z - z_l)$. Simplificando la expresión, llegamos a:

$$\Re[-iE_y^*, H_z] \propto 2(A_{l,1}B_{l,2} - A_{l,2}B_{l,1}) \cos(2\phi_l) + 2(A_{l,1}B_{l,1} + A_{l,2}B_{l,2}) \sin(2\phi_l), \quad (3.20)$$

donde $A_{l,1}$, $B_{l,1}$, $A_{l,2}$, $B_{l,2}$ son componentes reales y complejas de A_l y B_l en coordenadas cartesianas. Por lo tanto, usando algunas identidades trigonométricas, podemos simplificar la expresión:

$$\Re[-iE_x^* H_y] \propto 2|A_l||B_l| \sin(\phi_{A,l} - \phi_{B,l} - 2\phi_l). \quad (3.21)$$

Así, la densidad de fuerza resulta:

$$\langle \mathbf{f} \rangle = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)k_l|A_l||B_l| \sin(\phi_{A,l} - \phi_{B,l} - 2\phi_l)\hat{z}. \quad (3.22)$$

Para obtener la contribución total de la fuerza sobre todo el material, debemos integrar a lo largo de la capa l :

$$\int_{z_{l-1}}^{z_l} dx \langle \mathbf{f}(x) \rangle = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)k_l|A_l||B_l| \int_{z_{l-1}}^{z_l} \sin(\phi_{A,l} - \phi_{B,l} - 2\phi_l) dx, \quad (3.23)$$

dicha integral resulta en:

$$\int_{z_{l-1}}^{z_l} dx \langle \mathbf{f}(z) \rangle = \frac{\epsilon_0}{2}(\epsilon_r - 1)|A_l||B_l| [\cos(\phi_{A,l} - \phi_{B,l}) - \cos(2k_l d_l + \phi_{A,l} - \phi_{B,l})]. \quad (3.24)$$

Este resultado representa la fuerza volumétrica debido a la propagación de la onda a través de la capa l -ésima, donde para obtener la densidad de fuerza total, es necesario considerar todas las contribuciones debidas a la propagación por cada una de las capas. Por lo tanto, tenemos:

$$\langle F_{z,T} \rangle = \sum_{l=1} \left(\int_{z_{l-1}}^{z_l} dz \langle \mathbf{f}(x) \rangle \right). \quad (3.25)$$

Sustituyendo los resultados obtenidos anteriormente, la densidad de fuerza total se expresa como:

$$\langle F_{z,T} \rangle = \sum_{l=1}^N \frac{\epsilon_0}{2} (n_l^2 - 1) |A_l| |B_l| [\cos(\phi_{A,l} - \phi_{B,l}) - \cos(2k_l d_l + \phi_{A,l} - \phi_{B,l})], \quad (3.26)$$

en esta expresión, cada término representa la contribución a la fuerza debida a cada capa.

3.1.2. Cálculos utilizando Mathematica 11.

En este estudio, se llevaron a cabo cálculos utilizando el software Mathematica 11 para determinar la fuerza electromagnética ejercida por la luz en estructuras fotónicas unidimensionales a capas bajo incidencia normal. Se analizaron los espectros de reflexión y se determinaron las densidades de fuerza dentro de la estructura fotónica.

Se consideró un CF 1D con un defecto en el centro, el cual es un sistema formado por dos cristales fotónicos unidimensional de un cuarto de longitud de onda compuestos por 20 capas intercaladas, con índices de refracción $n_1 = 2$ y $n_2 = 1.1$. Los espesores ópticos de cada capa satisfacen el criterio de un cuarto de longitud de onda.

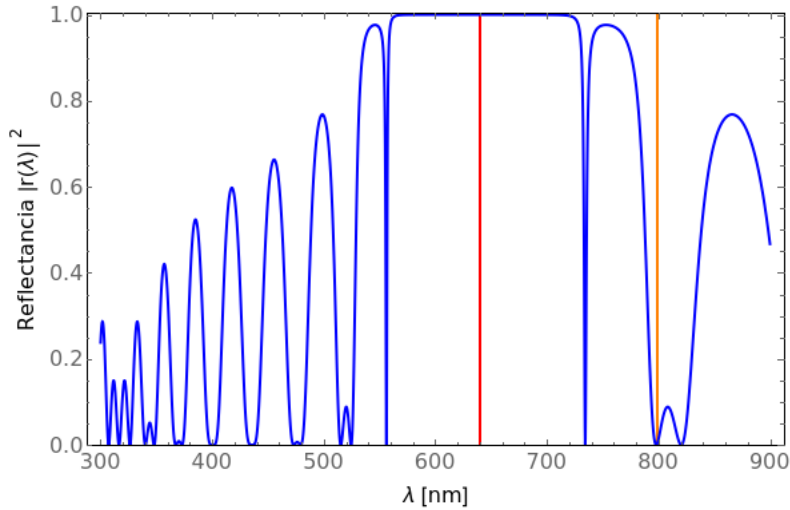


Figura 3.1: Espectro de Reflectancia para un fotodino conformado por dos CF-1D de 10 periodos.

La Figura 3.1 muestra el espectro de reflectancia del cristal fotónico con un defecto en el centro. En la gráfica, se destaca una amplia región de alta reflectancia centrado en una longitud $\lambda = 633$ nm (línea roja), así como la presencia de dos brechas de alta transmitancia en los extremos y una mas en una longitud $\lambda = 797$ nm (línea naranja), que corresponden a modos localizados.

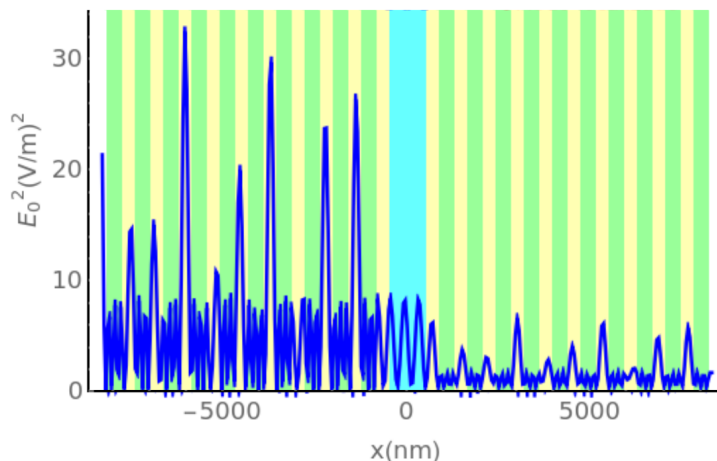


Figura 3.2: Amplitud del campo eléctrico dentro del cristal para un modo localizado correspondiente a una longitud de onda de 633 nm .

La figura 3.2 muestra la magnitud del campo eléctrico $|E(x)|$ correspondiente al modo de alta reflectancia en el centro de la brecha con una longitud de onda de $\lambda = 633 \text{ nm}$. Se observa que la amplitud de este modo se concentra principalmente antes del defecto del CF, pero finalmente una parte logra atravesar la estructura y comportarse como un modo extendido.

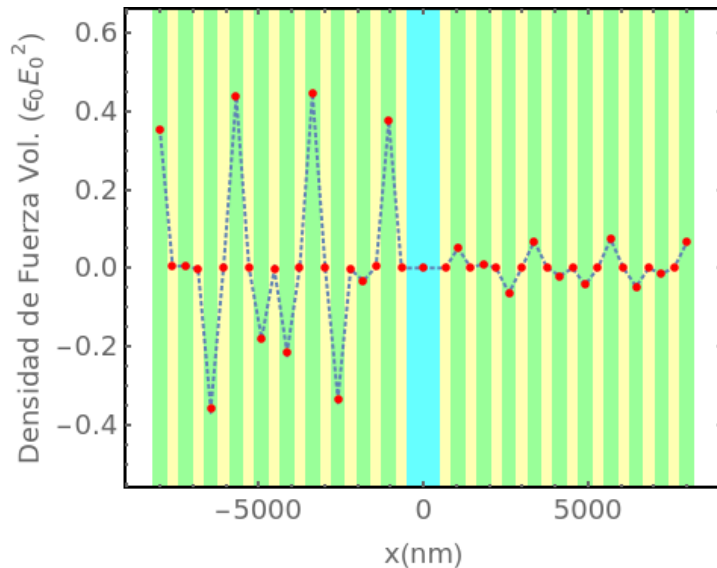


Figura 3.3: Densidad de fuerza volumétrica dentro de un sistema multicapa con un defecto en el centro para un modo $\lambda = 633 \text{ nm}$.

La figura 3.3 muestra las densidades de fuerza superficial y volumétrica dentro del CF multicapa con el defecto. Se puede observar que las fuerzas se concentran principalmente en las regiones de mayor amplitud del campo eléctrico, especialmente en la región anterior al defecto.

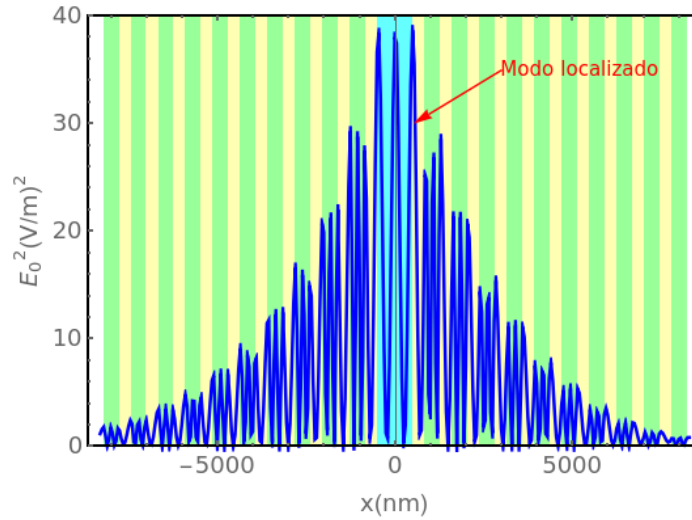


Figura 3.4: Amplitud del campo eléctrico dentro del cristal para un modo localizado correspondiente a una longitud de onda de 797 nm .

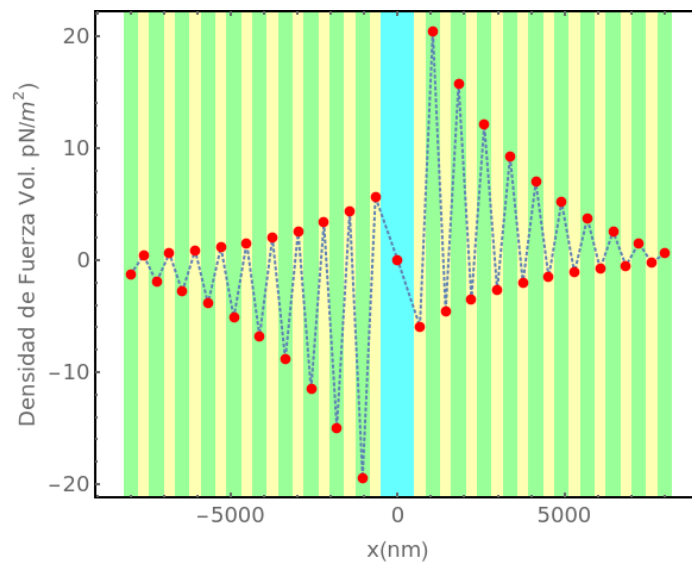


Figura 3.5: Densidad de fuerza volumétrica dentro de un sistema multicapa compuesto con un defecto en el centro para un modo localizado correspondiente a una longitud de onda de 797 nm .

La figura 3.7 muestra la amplitud de este modo, que aumenta exponencialmente a medida que entra en el centro del cristal, alcanzando su máximo en el defecto del cristal y luego comportándose como una onda evanescente.

La figura 3.5 muestra las densidades de fuerza volumétrica dentro del CF multicapa para el modo localizado correspondiente a la longitud de onda $\lambda = 797 \text{ nm}$. Nuevamente, se puede observar que las fuerzas se concentran principalmente en las regiones de mayor amplitud del campo eléctrico.

3.2. Fuerza electromagnética sobre un fotodino 3D.

A lo largo del texto, se ha desarrollado la teoría necesaria para comprender la fuerza a la que está sometido un medio material formado por un sistema fotónico dieléctrico (fotodino) debido a la radiación de una onda electromagnética. En esta sección, presentaremos un método de cálculo de las fuerzas ejercidas sobre nuestro sistema bicapa utilizando dos enfoques diferentes.

En primer lugar, utilizaremos la expresión para la fuerza en términos del tensor de esfuerzos de Maxwell para deducir la fuerza superficial en nuestro opalo. Consideraremos que la superficie de contacto entre el láser y el opalo (compuesto por capas de esferas apiladas) es plana. Luego, emplearemos la expresión de la fuerza de Lorentz aplicada directamente a nuestro campo eléctrico y la constante dieléctrica para determinar la fuerza volumétrica debido a la propagación de la onda a través del material.

3.2.1. Cálculo de la fuerza electromagnética mediante el tensor de esfuerzos de Maxwell.

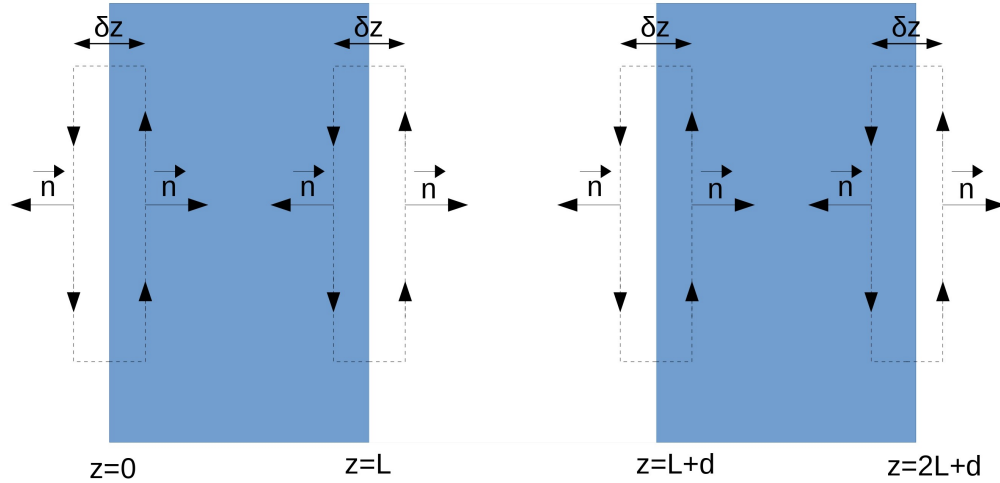


Figura 3.6: Ruta de integración utilizada para aplicar el tensor de esfuerzo de Maxwell en un sistema fotónico dieléctrico (fotodino).

En la Figura 3.6, se muestra la ruta de integración utilizada para aplicar el tensor de esfuerzo de Maxwell y calcular la fuerza sobre el cristal. La ruta de integración se reduce hasta que δz tiende a cero, y la integración se realiza a lo largo de la superficie en ambos lados de los límites. La expresión resultante para la fuerza electromagnética es:

$$\begin{aligned}
 \vec{F} = \frac{1}{2}Re[\hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = 0^-) - \hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = 0^+) + \hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = L^-) \dots \\
 \dots - \hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = L^+) + \hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = (L + d)^-) - \hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = (L + d)^+) \dots \\
 \dots + \hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = (2L + d)^-) - \hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = (2L + d)^+)]. \tag{3.27}
 \end{aligned}$$

Sin embargo, debido al teorema de Bloch, los términos internos al material se contrarrestan, lo que nos lleva a los términos iguales:

$$\hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = 0^+) = \hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = L^-), \tag{3.28}$$

$$\hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = L^+) = \hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = (L + d)^-), \tag{3.29}$$

$$\hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = (L + d)^+) = \hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = (2L + d)^-). \tag{3.30}$$

Como resultado, la expresión de la fuerza se simplifica a:

$$\vec{F} = \frac{1}{2}Re \left\{ \hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = 0^-) - \hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = (2L + d)^+) \right\}. \tag{3.31}$$

A continuación, realizamos el cálculo de los términos del tensor de esfuerzos de Maxwell en las regiones inicial y final del material, utilizando las expresiones del campo eléctrico y la constante dieléctrica. Suponemos incidencia normal con:

$$\mathbf{E} = (0, E, 0), \tag{3.32}$$

y obtenemos:

$$\mathbf{H} = \left(0, 0, \frac{-1}{c} E \right). \tag{3.33}$$

Utilizando las ecuaciones constitutivas:

$$\mathbf{D} = \epsilon, \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu, \mathbf{H}, \tag{3.34}$$

y la expresión del tensor de esfuerzos de Maxwell:

$$\overleftrightarrow{T}(\vec{r}) = \vec{D}\vec{E}^* + \vec{B}^*\vec{H} - \frac{1}{2}(\vec{D} \cdot \vec{E}^* + \vec{B}^* \cdot \vec{H})\vec{I}, \tag{3.35}$$

obtenemos:

$$\begin{aligned}
 \hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T} &= \hat{z} \cdot [\epsilon(0, E, 0)(0, E^*, 0) + \frac{\mu}{c^2}(0, 0, E^*)(0, 0, E) \\
 &\quad - \frac{1}{2} [\epsilon(0, E, 0) \cdot (0, E^*, 0) + \frac{\mu}{c^2}(0, 0, E^*) \cdot (0, 0, E)] \hat{I} \\
 &= \epsilon EE^* \hat{z} \cdot \hat{y}\hat{y} + \frac{\mu}{c^2} EE^* \hat{z} \cdot \hat{z}\hat{z} - \frac{1}{2} [\epsilon EE^* + \frac{\mu}{c^2} EE^*] \hat{z} \cdot \hat{I} \\
 &= \frac{\mu}{c^2} EE^* \hat{z} - \frac{1}{2} [\epsilon EE^* + \frac{\mu}{c^2} EE^*] \hat{z} \\
 &\propto \epsilon |E|^2 \hat{z}. \tag{3.36}
 \end{aligned}$$

El resultado más relevante aquí es que las fuerzas en dirección perpendicular a la propagación son nulas, y solo tenemos fuerzas en la dirección de la propagación, proporcionales al cuadrado de la magnitud del campo eléctrico incidente.

Finalmente, para obtener la fuerza total en incidencia normal, evaluamos el campo eléctrico al cuadrado en las regiones inicial y final del material. Esto simplemente implica considerar los valores de los coeficientes $a_0 = 1$, $b_0 = r$, $a_s = t$ y $b_s = 0$. Por lo tanto, la expresión se reduce a:

$$\begin{aligned}
 \vec{F} &= \frac{1}{2} Re \left\{ \hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = 0^-) - \hat{z} \cdot \overleftrightarrow{T}(z = (2L + d)^+) \right\} \\
 &= \frac{\epsilon}{2} Re \left\{ |E|^2(z = 0^-) - |E|^2(z = (2L + d)^+) \right\} \\
 &= \frac{\epsilon}{2} Re \left\{ a_0^2 + b_0^2 - a_s^2 - b_s^2 \right\} \\
 &= \frac{\epsilon}{2} |E|^2 Re \left\{ 1 + |r|^2 - |t|^2 \right\}. \tag{3.37}
 \end{aligned}$$

Así, la expresión para la fuerza total puede ser escrita de una forma simple, compacta y elegante:

$$\vec{F} = \frac{1}{2} |E_0|^2 \epsilon (1 + |r|^2 - |t|^2). \tag{3.38}$$

En incidencia normal, la ecuación (3.53) se puede expresar simplemente como la suma de los componentes de la fuerza debido a la conservación del momento:

$$\vec{F}_i = \frac{\epsilon_0}{2} |E_0|^2 \hat{z}, \tag{3.39}$$

$$\vec{F}_r = \frac{\epsilon_0}{2} |E_0|^2 |r|^2 \hat{z}, \tag{3.40}$$

$$\vec{F}_T = -\frac{\epsilon_0}{2} |E_0|^2 |t|^2 \hat{z}, \tag{3.41}$$

donde \vec{F}_i , \vec{F}_r y \vec{F}_T son las fuerzas debidas a los momentos de la onda incidente, reflejada y transmitida, respectivamente.

La figura 3.7 muestra la fuerza sobre una capa dieléctrica sin pérdidas con $\epsilon_r = 4$ y $\mu_r = 1$. Los máximos o mínimos en la fuerza se deben a la dependencia periódica de la reflectancia y transmitancia en el espesor de la capa. El mínimo de la fuerza se observa para espesores iguales o múltiplos de la mitad de la longitud de onda $n\frac{\lambda}{2}$, mientras que la fuerza máxima se observa para espesores iguales a múltiplos impares de un cuarto de la longitud de onda $(2n + 1)\frac{\lambda}{2}$, donde λ_1 es la longitud de la luz dentro de la capa y $n \in [0, 1, 2, \dots]$.

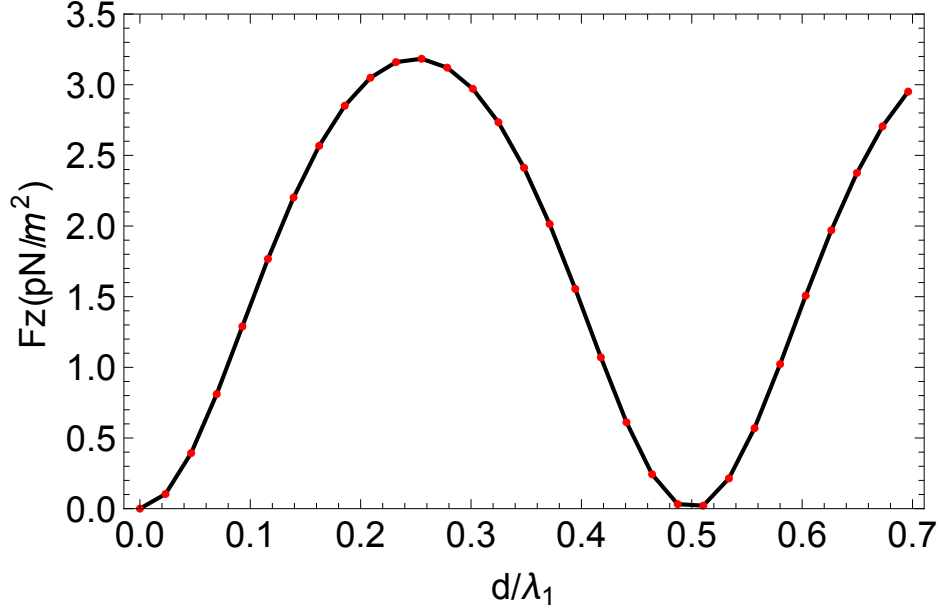


Figura 3.7: Densidad de fuerza para una onda que incide normal a una capa dieléctrica sin pérdida como una función de ancho del espesor d . La longitud de onda en el espacio libre es $\lambda = 430$ nm y $\epsilon_r = 4$, $\mu_r = 1$ y el campo incidente es $E_i = 1\text{V/m}$.

3.2.2. Cálculo de la fuerza electromagnética mediante la ecuación de Lorentz.

En la sección anterior, se presentó una descripción simplificada de la fuerza electromagnética en términos del tensor de esfuerzos de Maxwell para determinar la fuerza superficial sobre el cristal. Sin embargo, ahora vamos a realizar un análisis más detallado utilizando directamente la ecuación de Lorentz y considerando el comportamiento del campo eléctrico en todo el cristal.

La ecuación de Lorentz para la fuerza electromagnética se expresa como:

$$\vec{f} = \rho \mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (3.42)$$

En nuestro sistema, no hay cargas libres, por lo que el término de densidad de carga ρ es nulo, y solo el segundo término contribuye a la fuerza:

$$\vec{f} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (3.43)$$

La densidad de corriente eléctrica \mathbf{J} puede expresarse como la derivada temporal de la polarización \mathbf{P} :

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}. \quad (3.44)$$

La polarización \mathbf{P} se relaciona con el campo eléctrico \mathbf{E} mediante la ecuación:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\mathbf{E}. \quad (3.45)$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación de Lorentz, obtenemos:

$$\vec{f} = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \times \mu_0 \mathbf{H}. \quad (3.46)$$

Considerando que los campos eléctricos son ondas armónicas, podemos diferenciar directamente respecto al tiempo, lo que nos lleva a:

$$\vec{f} = i\omega \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\mu_0 \mathbf{E}^* \times \mathbf{H}. \quad (3.47)$$

La fuerza promediada en el tiempo es de mayor interés, ya que nuestro material está expuesto a una radiación continua. Por lo tanto, al promediar la fuerza obtenemos:

$$\langle \vec{f} \rangle = \frac{1}{2} \Re \{ i\omega \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\mu_0 \mathbf{E}^* \times \mathbf{H} \}. \quad (3.48)$$

En nuestro caso, asumimos que la onda incide normalmente al cristal, por lo que el campo magnético solo tiene componentes en la dirección z . Por lo tanto, podemos escribir la fuerza como:

$$\langle \vec{f} \rangle = \frac{1}{2} \Re \{ i\omega \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\mu_0 E_y^* \times H_x \} \hat{z}. \quad (3.49)$$

Utilizando las ecuaciones de Maxwell, podemos expresar el campo magnético en términos del campo eléctrico. Así, la fuerza total se puede escribir como:

$$\langle \vec{f} \rangle = \frac{1}{2} \Re \left\{ \epsilon_0(\epsilon_{opal}(z) - 1) E^*(z) \frac{\partial E(z)}{\partial z} \right\} \hat{z}. \quad (3.50)$$

Esta es la expresión más importante para el cálculo de la fuerza total considerando una constante dieléctrica periódica y un campo eléctrico armónico.

Ahora, para obtener la fuerza total sobre nuestro cristal, debemos integrar a lo largo de todo el material:

$$\langle F_{z,T}^{\vec{}} \rangle = \int_0^{N d_{111}} \langle \vec{f} \rangle dz. \quad (3.51)$$

En el caso de nuestro arreglo bicapa, debemos realizar la integral a lo largo del espesor de ambas capas:

$$\langle F_{z,T}^{\vec{}} \rangle = \int_0^{N d_{111}} \langle \vec{f} \rangle dz + \int_{N d_{111}+d}^{2N d_{111}} \langle \vec{f} \rangle dz. \quad (3.52)$$

Por lo tanto, para obtener la fuerza total sobre nuestro sistema, debemos realizar las siguientes integrales:

$$\begin{aligned} \langle \vec{F}_{z,T} \rangle &= \int_0^{N d_{111}} \frac{1}{2} \Re \left\{ \epsilon_0 (\epsilon_{opal}(z) - 1) E^*(z) \frac{\partial E(z)}{\partial z} \right\} dz \\ &\quad + \int_{N d_{111}+d}^{2N d_{111}} \frac{1}{2} \Re \left\{ \epsilon_0 (\epsilon_{opal}(z) - 1) E^*(z) \frac{\partial E(z)}{\partial z} \right\} dz. \end{aligned}$$

3.2.3. Comparación de la fuerza electromagnética obtenida mediante el tensor de Maxwell y la ecuación de Lorentz.

En este estudio, se realizaron diversas consideraciones y se emplearon métodos computacionales para obtener resultados relevantes sobre las fuerzas electromagnéticas en un sistema bipalo compuesto por 12 capas. A continuación, se presentan las gráficas obtenidas.

La primera gráfica Fig. 3.2.3 muestra la fuerza de densidad volumétrica obtenida mediante la ecuación de Lorentz. Esta representación visual nos permite visualizar la distribución espacial de la fuerza en el sistema. Cabe destacar que se consideraron todas las consideraciones previas realizadas a lo largo de esta tesis.

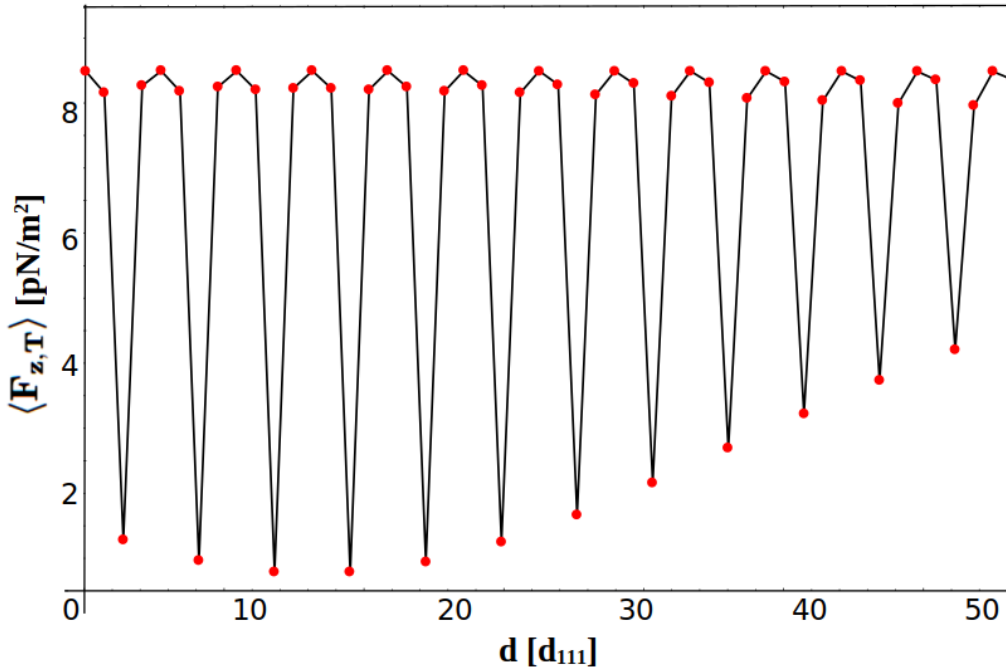


Figura 3.8: En la figura se muestra la densidad fuerza usando el método de Lorentz sobre un sistema fotodino compuesto por 12 capas.

Por otro lado, también se utilizó la expresión de la fuerza en términos del tensor de esfuerzos de Maxwell, que nos proporciona una forma alternativa de calcular la fuerza electromagnética. Esta expresión tiene la ventaja de ser computacionalmente más eficiente. La ecuación empleada para obtener esta fuerza es la siguiente:

$$\vec{F} = \frac{1}{2} |E_0|^2 \epsilon (1 + |r|^2 - |t|^2). \quad (3.53)$$

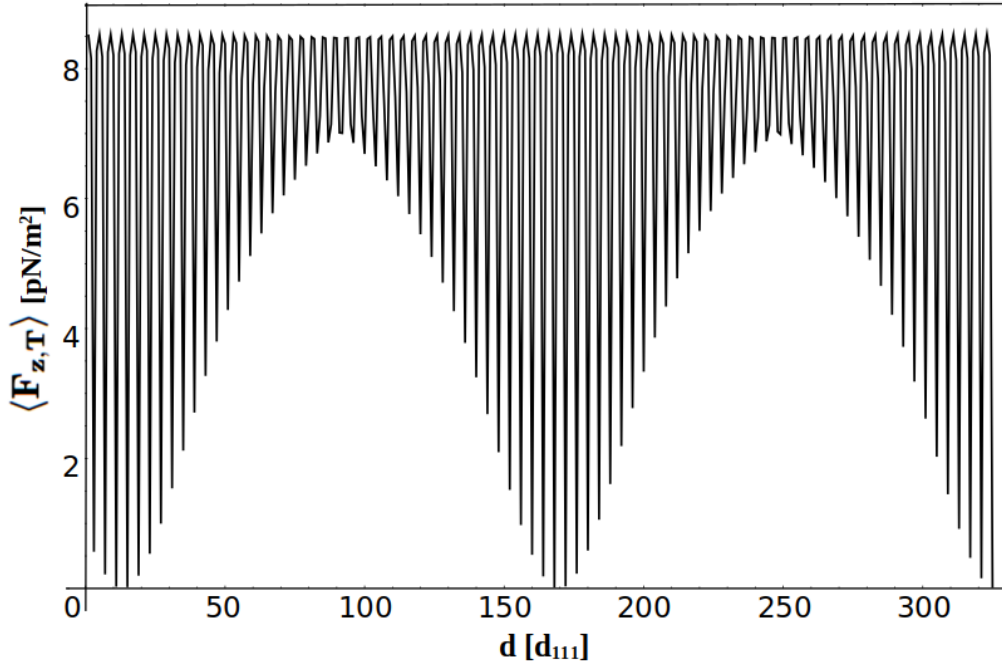


Figura 3.9: La gráfica muestra la fuerza de densidad volumétrica obtenida mediante el tensor de esfuerzos de Maxwell. Al utilizar este enfoque, se puede apreciar cómo la fuerza se distribuye en el sistema biopalo de 12 capas.

Finalmente, se presenta una tercera gráfica Fig. 3.2.3 que compara las densidades volumétricas de fuerza obtenidas mediante los métodos de Lorentz y el tensor de esfuerzos de Maxwell. Esta comparación nos permite evaluar la concordancia entre ambos métodos y analizar posibles diferencias significativas en las fuerzas calculadas.

Mediante el análisis y la implementación de métodos computacionales, se obtuvieron gráficas que representan la fuerza electromagnética en un sistema bipalo compuesto por 12 capas. Estas gráficas proporcionan información importante sobre la distribución espacial de la fuerza y permiten comparar los resultados obtenidos mediante el tensor de esfuerzos de Maxwell y la ecuación de Lorentz.

3.3. DEDUCCIÓN DE LA PRESIÓN DE RADIACIÓN DEBIDO A UN LÁSER CON CIERTA ÁREA DE CONTACTO.

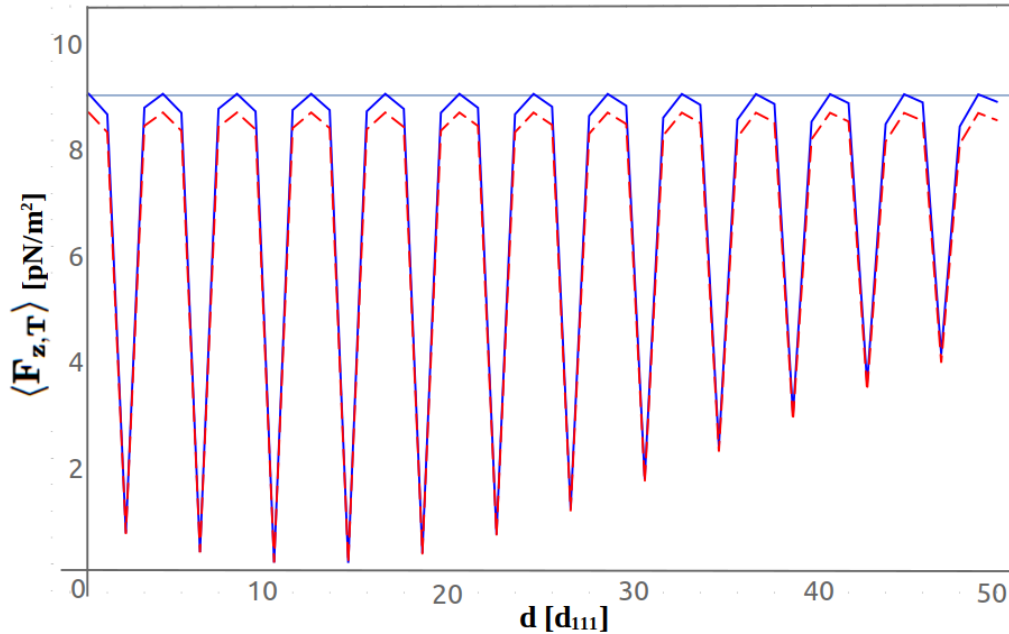


Figura 3.10: En la figura se muestra la comparación de las densidades volumétricas de fuerza usando el método de Lorentz y el tensor de esfuerzos de Maxwell sobre un sistema biópalo.

3.3. Dedución de la presión de radiación debido a un láser con cierta área de contacto.

La presión de radiación es una fuerza ejercida sobre un objeto debido a la interacción con la radiación electromagnética, y puede tener aplicaciones importantes en diversos campos, como la óptica, la propulsión espacial y la manipulación de partículas microscópicas. A continuación, se presenta una deducción de la presión de radiación que surge cuando un láser incide sobre un objeto con una determinada área de contacto.

Consideremos un objeto plano y opaco que es iluminado por un haz láser de potencia P . Supongamos que el láser incide normalmente sobre el objeto y tiene un área de contacto A . La radiación electromagnética transporta una cantidad de momento dado por la relación de dispersión $p = \frac{E}{c}$, donde E es la energía y c es la velocidad de la luz en el vacío.

La potencia incidente del láser se puede expresar como la energía por unidad de tiempo:

$$P = \frac{E}{\Delta t}, \quad (3.54)$$

donde Δt es el intervalo de tiempo considerado. Asumiendo que la energía inci-

3.3. DEDUCCIÓN DE LA PRESIÓN DE RADIACIÓN DEBIDO A UN LÁSER CON CIERTA ÁREA DE CONTACTO.

dente se absorbe completamente por el objeto, la variación de momento causada por la radiación en un intervalo de tiempo Δt es:

$$\Delta p = \frac{E}{c}. \quad (3.55)$$

Por lo tanto, la variación de momento por unidad de tiempo (la fuerza) ejercida por la radiación es:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{E}{c \cdot \Delta t}. \quad (3.56)$$

Ahora, considerando el área de contacto A del láser con el objeto, la fuerza ejercida sobre el objeto se distribuye en el área A . Por lo tanto, la presión de radiación P_r se define como la fuerza por unidad de área:

$$P_r = \frac{F}{A} = \frac{E}{c \cdot \Delta t \cdot A}. \quad (3.57)$$

Dado que P_r es una medida de presión, podemos reescribir la expresión en términos de la potencia P y la velocidad de la luz c :

$$P_r = \frac{P}{c \cdot A}. \quad (3.58)$$

Esta expresión nos permite deducir la presión de radiación que se ejerce sobre un objeto cuando un láser incide sobre él con una cierta área de contacto. Es importante destacar que esta deducción se basa en suposiciones ideales y simplificaciones, y en aplicaciones reales pueden haber otros factores a considerar, como la reflectividad del objeto y los efectos de dispersión de la radiación. Sin embargo, esta deducción proporciona una aproximación útil para entender el concepto de presión de radiación en el contexto de la interacción láser-objeto.

Conclusiones

- En este estudio, hemos explorado diversos aspectos relacionados con la reflexión, transmisión y presión de radiación en medios dieléctricos mixtos y cristales fotónicos. A través del análisis de ondas armónicas en medios materiales, hemos establecido las condiciones de continuidad tanto en medios mixtos como en medios no magnéticos para ondas planas incidentes de forma normal.
- Hemos examinado la propagación de ondas planas a través de capas dieléctricas con diferentes grosores y sistemas multicapa no magnéticos. Además, hemos estudiado las propiedades de los cristales fotónicos unidimensionales y tridimensionales, tanto en su forma regular como con defectos en el centro.
- Uno de los aspectos destacados de este estudio ha sido la investigación de la presión de radiación sobre los cristales fotónicos. Mediante cálculos utilizando Mathematica 11, hemos analizado la fuerza electromagnética sobre sistemas multicapa 1D, incluyendo la densidad de fuerza superficial y volumétrica, así como la contribución de todas las fuerzas involucradas. Además, hemos realizado el cálculo de la fuerza electromagnética utilizando el tensor de esfuerzos de Maxwell y la ecuación de Lorentz, comparando los resultados obtenidos.
- Estos hallazgos y análisis nos permiten comprender mejor las propiedades de reflexión, transmisión y presión de radiación en medios dieléctricos mixtos y cristales fotónicos. Los conocimientos adquiridos en este estudio tienen aplicaciones potenciales en el diseño y desarrollo de dispositivos ópticos y fotónicos avanzados, así como en la manipulación de la luz y la interacción con materiales dieléctricos.
- Este estudio nos ha proporcionado una visión profunda de los fenómenos electromagnéticos en medios dieléctricos mixtos y cristales fotónicos. Los resultados obtenidos y las conclusiones extraídas son fundamentales para avanzar en el campo de la óptica y la fotónica, abriendo nuevas posibilidades para la investigación y la innovación en estas áreas de estudio.

Bibliografía

- [1] J.D. Joannopoulos, R.D. Meade, J.N. Winn, “Photonic Crystals: Molding the Flow of Light “, Princeton University Press, Princeton 1995.
- [2] E. Yablonovitch, T.J. Gmitter, K.M. Leung. Phys. Rev. Lett. 67, 2295 (1991).
- [3] C. C. Cheng, A. Scherer. J. Vac. Sci. Technol. B 13, 2696 (1995)
- [4] S.Y. Lin et al. Nature 394, 251 (1998).
- [5] J.G. Fleming, S.Y. Lin. Optics Lett. 24, 49 (1999); J.G. Fleming, S.Y. Lin. IEEE J. Lightwave Technol. 17, 1944 (1999).
- [6] S. Noda et al. Appl. Phys. Lett. 75, 905 (1999); S. Noda et al. IEEE J. Lightwave Technol. 17, 1948 (1999). 7. P. A. Hiltner, I. M. Krieger. J. Phys. Chem. 73, 2386 (1969).
- [7] I. I. Tarhan, G.H. Watson. Phys. Rev. Lett. 76, 315 (1996).
- [8] A. Imhof et al. Phys. Rev. Lett. 83, 2942 (1999).
- [9] A. J. Carmona-Carmona, M.A. Palomino-Ovando, Orlando Hernández-Cristobal, E. Sánchez-Mora, M. Toledo-Solano, Journal of Crystal Growth 462, 6 (2017).
- [10] L. A. Romero-Cruz, A. Santos-Gómez, M. A. Palomino-Ovando, Orlando Hernández-Cristobal, E. Sánchez-Mora, A. L. González, M. Toledo-Solano, Superlattices and Microstructures 123, 71, (2018).
- [11] Fourier, J. B. J. (1822). Théorie analytique de la chaleur. Firmin Didot.
- [12] Maxwell, J. C. (1865). A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field. Royal Society.
- [13] Jackson, J. D. (1999). Classical Electrodynamics (3rd ed.). Wiley.
- [14] Hecht, E. (2002). Optics (4th ed.). Pearson Education
- [15] L. Allen and J.H. Eberly, Optical Resonance and Two-Level Atoms, Wiley, USA, 1975.

- [16] Born and E. Wolf, "Principles of Optics", *Cambridge University Press*, UK, 1999.
- [17] Ashcroft, N. W., Mermin, N. D. *Solid State Physics*. Cengage Learning, Estados Unidos, 1976.
- [18] Yablonovitch, E. "Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics". *Physical Review Letters*, Estados Unidos, 1987.
- [19] Sakurai, J. J., Napolitano, J. *Modern Quantum Mechanics*. Cambridge University Press, Reino Unido, 2014.
- [20] Pertsch, T., Lederer, F. "Photonic Crystals: Periodicity Unleashes the Potential of Light". *Physics World*, Reino Unido, 2006.
- [21] Lončar, M., Yoshie, T., Scherer, A., & Qiu, Y. (2000). Low-threshold photonic crystal laser. *Applied Physics Letters*, 77(13), 1932-1934.
- [22] Joannopoulos, J. D., Johnson, S. G., & Winn, J. N. (2008). Photonic crystals: putting a new twist on light. *Nature*, 423(6940), 861-862.
- [23] Fan, S., & Joannopoulos, J. D. (2003). Analysis of guided resonances in photonic crystal slabs. *Physical Review B*, 65(23), 235112.
- [24] Notomi, M. (2003). Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals: Refractionlike behavior in the vicinity of the photonic band gap. *Physical Review B*, 62(16), 10696.
- [25] John, S., & Wang, J. (2004). Quantum optics of localized light in a photonic crystal. *Physical Review B*, 70(21), 214658.
- [26] Yeh, P. (2008). *Optical Waves in Layered Media*. John Wiley & Sons.
- [27] Joannopoulos, J. D., Johnson, S. G., Winn, J. N., & Meade, R. D. (2008). *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light* (2nd ed.). Princeton University Press.
- [28] Kittel, C. "Introduction to Solid State Physics", Wiley, USA, 20051.
- [29] P. Y. Yu and M. Cardona, "Fundamentals of Semiconductors: Physics and Materials Properties", Springer, Germany, 20047.
- [30] R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, "The Feynman Lectures on Physics, Vol. I: The New Millennium Edition: Mainly Mechanics, Radiation, and Heat", Basic Books, USA, 201112.
- [31] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, and L. P. Pitaevskii, "Electrodynamics of Continuous Media", Butterworth-Heinemann, UK, 198413.
- [32] J. F. Nye, "Physical Properties of Crystals: Their Representation by Tensors and Matrices", Oxford University Press, UK, 19858.