



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

---

Impacto de proyectiles granulares

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**LICENCIADO EN FÍSICA**

por

Edgar Efrén Tomay Tiburcio

Asesorado por

Dr. Felipe Pacheco Vázquez  
Dr. Guillermo Tejeda Muñoz

Puebla Pue.  
Octubre 2022





Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

---

Impacto de Projectiles Granulares

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**LICENCIADO EN FÍSICA**

por

Edgar Efrén Tomay Tiburcio

Asesorado por

Dr. Felipe Pacheco Vázquez

Dr. Guillermo Tejeda Muñoz

Puebla Pue.  
Octubre 2022



**Título:** Impacto de proyectiles granulares  
**Estudiante:** EDGAR EFRÉN TOMAY TIBURCIO

COMITÉ

---

Dr. Mario Iván Martínez Hernández  
Presidente

---

Dr. Ricardo Agustín Serrano  
Secretario

---

Dr. Mario Rodríguez Cahuantzi  
Vocal

---

Dr. Severino Muñoz Aguirre  
Vocal

---

Dr. Felipe Pacheco Vázquez  
Dr. Guillermo Tejeda Muñoz  
Asesor

Dedicado a mi hermano, *Francisco*,  
donde quiera que se encuentre.

# Agradecimientos

Esta tesis representa la culminación de cuatro años altamente competitivos en mi formación académica como físico, pero también la consolidación y satisfacción personal de un sueño que comenzó hace muchos años en un modesto salón de clases de primaria. El proceso ha sido como caminar en un puente colgante, inestable, quizá por la incertidumbre de no saber si era lo suficientemente apto como para pertenecer a esta facultad o por aquellas cuestiones extra personales con las que he lidiado desde hace no mucho. Estos últimos años han sido de todo menos fáciles, ojalá los problemas de la vida real se resolvieran con una fórmula como en la física-matemática, pero no es así, es algo mucho más *complejo*. Sin embargo, hallé la manera de avanzar sin tambalear súbitamente (o al menos no caerme del puente) gracias a que he tenido la dicha de convivir y rodearme de gente muy asombrosa. Por esta razón, quiero agradecer en este espacio a todos aquellos seres que me han demostrado que nunca se está sólo en el camino, siempre hay alguien que vale la pena. Es un pequeño reconocimiento por la deuda que he adquirido gracias a todo su apoyo brindado.

En primera instancia, quiero hacer mención de las dos personas que me han enseñado lo complicada y valiosa que es la vida, mis padres, *Francisco* y *Rosalina*; en su mirada comprensiva crecí, gracias por todo su cariño, por sus valores transmitidos, por sus lecciones morales, por demostrarme que los límites nunca han tenido presencia en nuestra familia, por ser tan bondadosos y comprensivos conmigo, por enseñarme que lo esencial es invisible a los ojos, siempre confiaron en todo lo que soñé, me han apoyado en cada decisión y me guiaron hasta aquí. No bastan las palabras para agradecerles toda su dedicación. Siempre los llevaré conmigo y estaré también para ustedes. Tlazocamati.

A mis hermanos, *Emmanuel* y *Uriel*, mis compañeros de peleas, de celebraciones, aventuras, infortunios, alegrías, tristezas, trabajo y diversión, mis compañeros de vida. Gracias por su apoyo, su lealtad, su comprensión, su tolerancia, sus consejos, su empatía, su valentía, su esmero. Espero haber sido, hasta aquí, un ejemplo para ustedes pero que también ustedes alcancen sus propios sueños. Nunca hemos sido personas normales así que estaremos siempre dispuestos para quien lo necesite. Los amo.

A mis abuelos, tíos, primos y sobrinos; por mostrarme que la familia es primero. Gracias por su cariño, por su ejemplo, por sus consejos y valores transmitidos, por su disposición y apoyo incondicional. Trataré siempre de transmitir y mantener esa esencia con las futuras generaciones. Muchas gracias.

A mis amigos eternos: *Andrés*, *Edna* y *Oswaldo*, gracias por su amistad desde hace ya unos quince años, gracias por no dejarme sólo en aquellos tiempos oscuros y por adentrarme en el mundo rockero-literario. *Gabriel*, *Carolina*, *Alfredo*, *Jessica Romero*, *Gerardo* y *Janneth*, por su compañerismo durante esa etapa tan turbulenta que es la secundaria. Gracias por su cariño, su motivación y su admiración hasta el día de hoy. Siempre estaré dispuesto a apoyarlos sin importar el tiempo ni la distancia, como ya ustedes me lo han demostrado. *Elizabeth*, *Miguel*, *Edgar Cosme*, *Julio*, *Luis Ángel* y *Ezequiel* por aquellos episodios tan divertidos que hemos compartidos desde la preparatoria, por acompañarme en momentos difíciles y ser como esa bella inspiración que todo poema necesita.

A mis amigos de la FCFM: *Jorge*, *Mariana*, *Marco* y *Bogart*, por hacer de mi licenciatura una grata experiencia, por las clases compartidas, que de no haber sido por su compañía, la ansiedad

me hubiera llevado por el camino de la perdición, gracias por pasar sus ratos libres conmigo ya sea jugando una reta de básquet o mereciendo un rico desayuno de campeones, por acompañarme en la biblioteca durante una intensa sesión de estudio, por las fiestas y reuniones que compartimos al culminar un exitoso semestre y las inolvidables pláticas que manteníamos de regreso a casa. A *Andrés Yáñez, Roberto y Aarón*, por compartir su gusto por la física experimental y alentarme a estudiar algo relacionado mientras esperábamos nuestro autobús. A *Nelson*, por transmitirme su entusiasmo por la física, por sus palabras para no perder la cabeza en momentos no tan gratos, por su compañerismo, por ser tan ameno y por estar siempre allí cuando lo necesitaba. A *Marcos y Roberto Carlos*, por todas esas pláticas que ayudaron a motivarme cuando las cosas no resultaban como esperaba, por compartir su interpretación filosófica de la ciencia, por ser una inspiración para mí y una gran compañía durante aquellas noches en CU. También quiero agradecer a *Sergio, Dario, Zuriel, Carlos, Enoc, Leticia, Juan Carlos, Brisa, Jedy, Vanessa, Israel, Ivana, Jesús, Román, Nadia, Edgar Orlando, Iván, Brenda, Jocelyn, Martha, Jessica Luna, Sara, Karla y Diana* por todos los momentos tan agradables que hemos compartido en estos años de vida.

Agradezco a todos los profesores que me formaron durante la educación básica, especialmente a la profesora *Rufina Jiménez*, quien ha sido una guía para mí, fue quien me mostró el fascinante mundo de la ciencia, me alentó a ser curioso y a continuar alimentando esa pasión por el saber. Agradezco al profesor *Juan Aparicio* por su amistad, dedicación y labor docente al impartir una materia tan difícil como lo es física. También a los docentes de la FCFM, la *Dra. Areli Montes, M. C. Iván Fuentesilla, Dr. Gilberto Silva, Dr. Alberto Cordero, Dr. Jorge Velázquez, Dra. Ana Avilez*, por toda su valía tanto docente como científica, por su amabilidad y atención, por compartir su pasión por la física, por transmitirme el valor del trabajo duro, gracias por los conocimientos.

A mi asesor *Dr. Felipe Pacheco Vázquez*, quien me recibió cordialmente en cuanto le expresé mi interés en realizar esta tesis, por instruirme en el mundo de la investigación, por su tolerancia, por su apoyo con la beca CONACYT - Ciencia de Frontera 140604-2019; por su tiempo, sus charlas, sus consejos; agradezco a *Miriam Jiménez* por su ayuda, disposición y esmero en la realización de este trabajo a pesar de la pandemia. Así como a mi asesor interno *Dr. Guillermo Tejeda Muñoz* por su compromiso y disposición.

Finalmente, a ti, *Edgar Efrén*, por tu compañía en momentos difíciles y todo el esfuerzo que has realizado para llegar hasta este punto. Gracias por nunca perder la fe, por no claudicar a pesar de cometer errores, por decir que sí aunque te estuvieras muriendo de miedo, aunque después te arrepintieras. Gracias a ti, alcanzamos una meta más y estaremos preparados para lo que venga. *Hacia tantos años que no alzaba la cara que me olvidé del cielo... está tan alto.*

¡Gracias totales!

# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>XIII</b>
<b>Introducción</b>	<b>XV</b>
<b>1. Antecedentes</b>	<b>1</b>
1.1. Materia Granular . . . . .	1
1.2. Estructura Jerárquica de la Materia Granular . . . . .	4
1.3. Cráteres en la materia granular . . . . .	5
1.3.1. Cráteres de Impacto . . . . .	6
1.4. Impacto de un proyectil en materia granular . . . . .	8
1.4.1. Sistemas de rayos a escala de laboratorio . . . . .	11
1.5. Motivación y objetivos de esta tesis . . . . .	12
<b>2. Experimento 1:</b>	
<b>Sistemas de rayos producidos por proyectiles granulares</b>	<b>15</b>
2.1. Conglomerados granulares . . . . .	15
2.2. Metodología del experimento . . . . .	17
2.3. Resultados experimentales . . . . .	18
<b>3. Experimento 2:</b>	
<b>Impactos binarios de proyectiles granulares</b>	<b>31</b>
3.1. Cráteres tipo doblete . . . . .	31
3.2. Sistema experimental y metodología . . . . .	32
3.3. Discusión de resultados . . . . .	35
<b>4. Experimento 3:</b>	
<b>Diseño de un sistema de lanzamiento para el impacto de proyectil granular vs proyectil granular</b>	<b>39</b>
4.1. Motivación . . . . .	39
4.2. Sistema experimental . . . . .	40
4.3. Prueba preliminar . . . . .	41
4.4. Perspectivas del experimento . . . . .	45
<b>Conclusión</b>	<b>46</b>
<b>A. Análisis dimensional en el impacto de cúmulos granulares</b>	<b>49</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>51</b>



# Índice de figuras

1.1.	Clasificación de las partículas en función de su diámetro . . . . .	1
1.2.	Bocetos hechos por Chladni de los patrones observados . . . . .	2
1.3.	Comparación de empaquetamientos tipo cuadrado y hexagonal bidimensionales. . .	3
1.4.	Universalidad de la materia granular jerárquica. . . . .	5
1.5.	Ejemplos de estudios realizados desde la perspectiva de la materia granular jerárquica.	6
1.6.	Distintos cráteres terrestres. . . . .	7
1.7.	Cráteres simples. . . . .	8
1.8.	Cráteres complejos. . . . .	9
1.9.	Proceso de formación de un cráter a escala de laboratorio. . . . .	10
1.10.	Gráficas de la ley de potencia 1/4 para proyectiles sólidos y granulares . . . . .	11
1.11.	Sistemas de rayos generados a escala de laboratorio. . . . .	12
1.12.	Análisis de las dimensiones resultantes de los sistemas de rayos generados. . . . .	13
2.1.	Ensayo de compresión de un proyectil. . . . .	16
2.2.	Gráfica del esfuerzo de compresión en función de la deformación unitaria. . . . .	17
2.3.	Esquema del sistema montado para el primer experimento. . . . .	18
2.4.	Secuencia de un impacto sobre superficie sólida. . . . .	19
2.5.	Comparación de cuatro impactos individuales con distintas energías. . . . .	20
2.6.	Dimensiones generales del bulto y geometría considerada. . . . .	21
2.7.	Análisis de cada bulto resultante. . . . .	22
2.8.	Relación entre el ángulo de reposo $\alpha$ y la energía $E_k$ . . . . .	23
2.9.	Gráficas de la distribución de los fragmentos resultantes. . . . .	24
2.10.	Medida de la velocidad de esparcimiento con una distribución isotrópica a primeras instancias del impacto $I_6$ . . . . .	24
2.11.	Medida de la velocidad de esparcimiento $v_e$ considerando una distribución isotrópica durante primeras instancias del impacto $I_8$ . . . . .	25
2.12.	Análisis de la masa total eyectada $m_e$ y la del bulto $m_b$ . . . . .	25
2.13.	Relación entre energía de impacto $E_k$ y la energía transferida $E_e$ . . . . .	26
2.14.	Longitud máxima de los rayos $L$ como función del tiempo $t$ . . . . .	27
2.15.	Simetría considerada para conocer el perfil radial de un sistema de rayos. . . . .	28
2.16.	Comparación de dos impactos con energías similares pero sobre superficies distintas.	29
3.1.	Comparación cráteres dobletes . . . . .	32
3.2.	Morfología de un cráter tipo doblete obtenida en [28]. . . . .	33
3.3.	Arreglo experimental 2 . . . . .	34
3.4.	Instantáneas de cráteres tipo doblete producidos por dos proyectiles granulares de diámetro similares cayendo desde una misma altura pero con diferentes separaciones iniciales. . . . .	35

3.5. Instantáneas de cráteres tipo doblete producidos por dos proyectiles granulares de diámetro similares cayendo desde una misma altura pero con diferentes separaciones iniciales. . . . .	36
3.6. Comparación de cráteres dobles obtenidos. . . . .	37
4.1. Satélite Mimas . . . . .	40
4.2. Boceto del montaje 3. . . . .	41
4.3. Secuencia impacto G vs G. . . . .	42
4.4. Secuencia impacto S vs G. . . . .	42
4.5. Montaje con pistola de aire vertical para el tercer experimento. . . . .	43
4.6. Secuencia de un impacto vertical. . . . .	43
4.7. Secuencia impacto horizontal. . . . .	44
4.8. Secuencia impacto horizontal . . . . .	44

# Índice de tablas

2.1. Clasificación de proyectiles usados para experimento 1 por su masa, densidad y empaquetamiento . . . . .	16
2.2. Variables medidas para cada una de las pruebas realizadas del primer experimento.	19
3.1. Clasificación de proyectiles usados para el experimento 2 de acuerdo a su masa, densidad y empaquetamiento. . . . .	34
3.2. Energías obtenidas en el experimento 2; $\Delta x$ como la separación inicial y $\Delta t$ el desfase temporal. . . . .	35



# Resumen

Esta tesis se enfoca en experimentos que dan origen a diversas estructuras en materia granular generadas por el impacto de conglomerados granulares (esferas de arena). El experimento principal consiste en estudiar la formación de rayos producidos por el impacto de un conglomerado granular contra una superficie sólida, con el fin de comparar los patrones de eyección con aquellos reportados para el impacto de proyectiles no esféricos contra una superficie granular. Se calcula el porcentaje de energía cinética que es disipada tras el impacto del proyectil y su fragmentación, así como la dependencia del número de rayos con la energía de impacto. Adicionalmente, se desarrolla un segundo experimento para reproducir cráteres tipo doblete generados por el impacto simultáneo de dos conglomerados granulares, cuyos resultados se discuten y comparan con aquellos reportados recientemente para el impacto binario de proyectiles sólidos. Se propone además un tercer experimento para el estudio del impacto frontal entre dos conglomerados granulares. El estudio intenta simular a escala de laboratorio la colisión de meteoritos que dieron paso a distintas morfologías que se han observado en la superficie de cuerpos celestes, como los sistemas de rayos del cráter Tycho en la Luna, los cráteres binarios en Marte y el gran cráter Herschel en Mimas, una de las lunas de Saturno. Nuestros resultados muestran que es posible obtener información valiosa de estos experimentos a baja escala de energía sobre los eventos a escala planetaria.

**Palabras clave:** *Materia granular, Cráteres complejos, Impacto de conglomerados.*



# Introducción

Desde la perspectiva de la física de fluidos, los medios granulares se pueden definir como aquellos conjuntos de elementos macroscópicos independientes, que interactúan entre sí mediante fuerzas de contacto disipativas y restitutivas [1]. Pueden ser pequeños como la arena, tierra, sal, café; y tan grandes como planetas o asteroides. Dichos medios presentan muchos comportamientos dependientes de las fuerzas que se les aplica [2], por eso la importancia del papel que desempeñan en nuestra vida cotidiana. De hecho, se han realizado trabajos a nivel industrial para resolver aquellos problemas que surgen de su manipulación y también destacan aquellos de carácter científico. El comportamiento de este material bajo impactos a nivel macroscópico es motivo de estudios exhaustivos motivados principalmente desde el área de física de la materia blanda. Dado que para partículas finas ( $\sim 1\mu m$ ) las fuerzas cohesivas son lo suficientemente fuertes como para mantener estable una estructura porosa tal como un aglomerado de polvo, se tiene que el análisis de estos aglomerados es una herramienta fundamental en ciencias planetarias, pues las propiedades mecánicas de dichas partículas son una clave para entender el proceso de formación de estructuras astronómicas.

Durante las últimas décadas, se han reportado una gran cantidad de estudios de impactos de proyectiles contra conglomerados granulares para tratar de reproducir la morfología de estructuras observadas en las superficies granulares de planetas y lunas (cubiertas principalmente por arena y rocas). La mayoría de dichos estudios sobre impacto se han realizado usando proyectiles sólidos. En esta tesis, pretendemos estudiar impactos de proyectiles formados de un material granular compactado, esto es, esferas granulares impactando entre sí, contra una superficie rígida o contra un medio granular. Se estudia la formación de estructuras producidas por colisiones de esferas sólidas pero porosas (compuestas por una mezcla de arena y agua) que se impactan contra superficies planas a distintas velocidades. Las colisiones son filmadas desde distintos ángulos con cámaras de alta velocidad y, variando la energía de impacto inicial, se puede determinar cuáles son las condiciones en las que se forman estructuras complejas como en las superficies planetarias.

La estructura de esta tesis es la siguiente: En el capítulo 1 se enuncian los antecedentes que inspiraron nuestra investigación, se consideran los elementos básicos de la dinámica de fluidos. Se hace una breve introducción a la materia granular jerárquica, así como de la formación de cráteres en estos medios. En el capítulo 2 se describe la metodología del primer experimento, iniciando con la elaboración de los aglomerados y se presentan las medidas de los *bóolidos*, además de los detalles técnicos para cada prueba realizada, se describe el procedimiento llevado a cabo en el laboratorio, así como su montaje para después presentar un análisis de los resultados obtenidos basándose en el porcentaje de energía transferida y la formación de rayos conforme aumenta la energía de impacto. En el capítulo 3, se realiza la misma descripción que en el capítulo anterior pero esta vez del experimento de impactos binarios, se comparan los resultados con aquellos obtenidos en estudios previos de impactos de proyectiles sólidos para dar lugar a una descripción cualitativa de cráteres tipo doblete. Como una perspectiva de trabajo, se presenta en el capítulo 4, una propuesta experimental y resultados preliminares sobre el choque de dos proyectiles granulares entre sí. Finalmente, se dan las conclusiones derivadas del análisis y la discusión de los resultados de cada experimento.



# Capítulo 1

## Antecedentes

*En este capítulo presentamos algunos conceptos básicos de la física de la materia granular e introducimos el concepto de materia granular jerárquica. Hacemos énfasis en el proceso de formación de cráteres de impacto, lo cual nos permite comprender la morfología de estas estructuras. Mostramos, mediante estudios previos a escala de laboratorio, la clasificación de algunos cráteres y las leyes de escala que rigen sus dimensiones como función de la energía de impacto, y finalmente discutimos la producción de estructuras complejas usando conglomerados granulares.*

### 1.1. Materia Granular

Un material granular es un conglomerado de partículas lo suficientemente grandes como para que las fluctuaciones térmicas del medio sean despreciables (por lo que no se observa movimiento browniano) y esto ocurre para partículas mayores a micrómetros. De hecho, se han clasificado aquellas partículas macroscópicas sólidas en función de su diámetro como polvos o medios granulares [6] (ver fig. 1.1). La humanidad siempre ha experimentado con el complejo comportamiento de estos materiales dado que están presentes en la vida cotidiana, desde los alimentos que consumimos hasta en el polvo que está a nuestro alrededor. Un ejemplo de ello es que la arena y pequeñas rocas se utilizaban como un mecanismo de reducción de fricción para deslizar los grandes bloques de piedra sobre las pendientes de las pirámides de Egipto durante la construcción de estas maravillas arqueológicas [3]. Se cree también que en Alejandría surgió el reloj de arena, aunque la evidencia de estos artefactos para medir el transcurrir del tiempo data del Medievo [4]. Evidentemente, el consumo de alimentos en forma de granos a lo largo de la historia de la humanidad provocó que aprender a almacenarlos, transportarlos y manipularlos haya sido fundamental para la supervivencia de las civilizaciones. No obstante, salvo estudios esporádicos a lo largo de los siglos, un estudio sistemático de los materiales granulares comienza solo a finales del siglo pasado; llevamos solo décadas realizando un estudio serio y categorizado de la materia granular, por increíble que parezca.

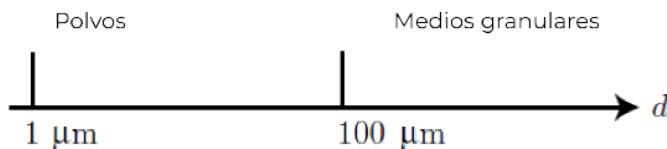


Figura 1.1: Clasificación de las partículas en función de su diámetro. [6].

La materia granular ha sido considerada por algunos como un estado más de la materia condensada [5], pues presentan características peculiares y distintas a los otros estados "ordinarios". Por

ejemplo, las partículas que la constituyen interactúan por fuerzas disipativas, tales como fricción y colisiones inelásticas cuando están en contacto unas con otras; esto los convierte en excelentes medios disipativos que rápidamente pueden alcanzar el reposo si no existe inyección continua de energía, por lo cual pueden yacer como un material sólido. Muestra de ello es la formación de pilas o “montones granulares” que se producen cuando se vierte un medio granular en una superficie plana; cuando los granos caen, disipan su energía para finalmente formar un montículo característico, cuyo ángulo de inclinación con respecto a la horizontal se denomina *ángulo de reposo*.

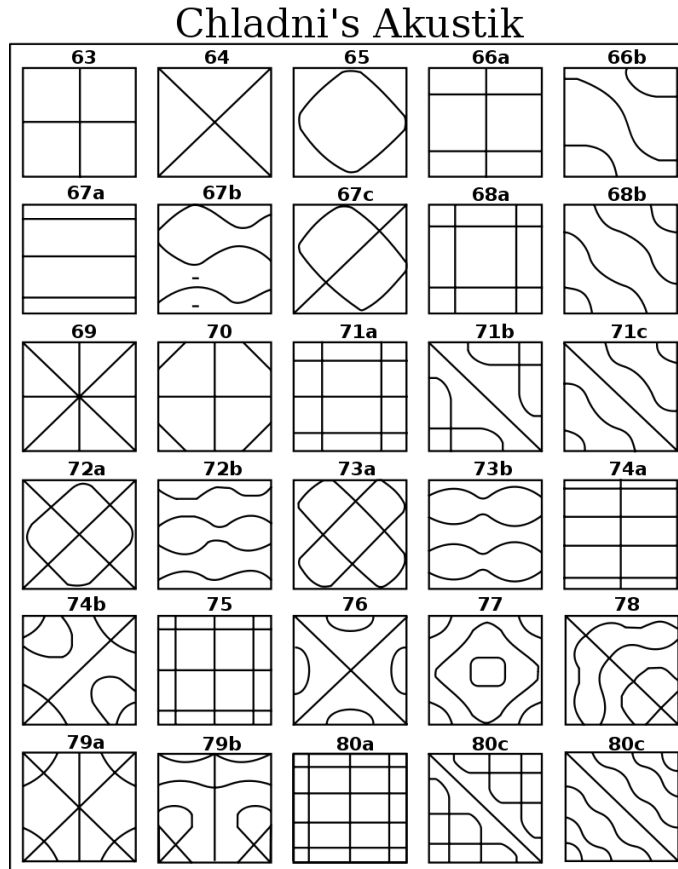


Figura 1.2: Bocetos hechos por Chladni de los patrones observados en arena sobre placas vibradas con distintos puntos de apoyo [7].

Los medios granulares también pueden asemejarse a un líquido. El poeta romano Lucrecio (55 A. C.) escribió: “Uno puede recoger semillas de amapola con una cuchara con la misma facilidad con que se recoge el agua y, al inclinar la cuchara, éstas fluyen de forma continua”[2]. Sin embargo, su estudio es más complejo, ya que las ecuaciones que rigen la dinámica de los fluidos no son válidas para medios granulares por ser medios altamente disipativos, i.e., sistemas fuera del equilibrio. Desde un punto de vista fenomenológico se han hecho varios estudios en sus implicaciones a lo largo de la historia, uno de ellos fue el que realizó Ernst Chladni (1756-1827) donde depositó una fina capa de arena sobre una placa de vidrio, la cual vibraba a diferentes frecuencias para estudiar sus modos de vibración. Entonces descubrió a lo que hoy se le conoce como “figuras sonoras de Chladni”(ver fig.1.2)[7]. La capacidad de la arena de fluir sobre las placas y acumularse en ciertas regiones refleja tanto características de sólidos como de fluidos en estos materiales. Otro ejemplo interesante es la formación de inestabilidades convectivas en polvos vibrados verticalmente estudiado por Michael Faraday (1791-1867)[8]. La convección es un fenómeno térmico que típicamente se asocia a la

dinámica de fluidos. Hablemos ahora de un fenómeno físico estudiado por Rosato, et. al. (1987) que ocurre cuando un medio granular confinado es agitado, los granos se separan por tamaño yendo aparentemente en contra de nuestra intuición. A este fenómeno se le conoce como *el efecto de las nueces del Brasil* y fue el origen de una intensa línea de investigación en física sobre fenómenos de segregación en medios granulares. Finalmente, una tormenta de arena es un ejemplo claro de un material granular que asemeja la dinámica de un gas. De hecho, la más extensa investigación sistemática en medios granulares se enfocó en sus inicios al comportamiento de lo que se denominó *gases granulares*.

El comportamiento como sólido, líquido o gas de un medio granular depende principalmente de la energía inyectada al sistema y del número de partículas en el material granular que ocupan un volumen determinado, por ello es importante definir el concepto de factor de empaquetamiento. Cuando un medio granular es confinado dentro de un recipiente ocupa un volumen aparente  $V_a$ , que es mayor a su volumen real  $V_r$  que es el resultado de multiplicar el volumen de sólo un grano por el número total de granos, sin considerar los huecos entre ellos que surgen por efectos de volumen excluido. En la vida cotidiana los medios granulares son un medio desordenado, en contraste con los sólidos comunes donde las fuerzas de cohesión hacen que sus átomos se unan de manera ordenada formando estructuras cristalinas.

La fracción de compactación o factor de empaquetamiento  $\phi$  es un número adimensional que nos indica la relación entre el volumen real ocupado por los granos  $V_r$  y el volumen aparente total ocupado por el material  $V_a$  (granos más espacio intersticial); es decir:

$$\phi = \frac{V_r}{V_a} \quad (1.1)$$

Como se puede apreciar, el factor de empaquetamiento es acotado por los valores  $0 < \phi < 1$ , donde los valores cercanos a 0 son alcanzados por medios poco densos (como gases) mientras que los valores cercanos a 1 son logrados por sistemas más densos. Se ha encontrado que la forma del empaquetamiento del medio repercute en el valor de  $\phi$ . Por ejemplo, véase la fig. (1.3) donde se comparan un empaque de tipo cuadrado y uno de tipo hexagonal bidimensionales. Claramente se obtiene un mayor valor de  $\phi$  con el de tipo hexagonal bajo efectos de la gravedad  $\vec{g}$ . Lo mismo ocurre en el caso tridimensional.

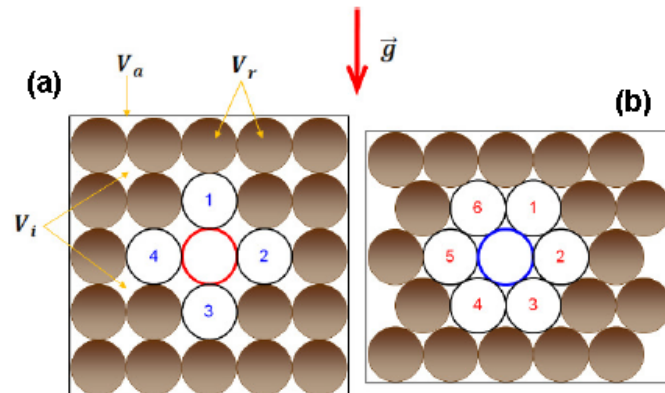


Figura 1.3: (a) Empaquetamiento tipo cuadrado con  $\phi = 0.79$ . (b) Empaquetamiento tipo hexagonal con  $\phi = 0.91$ . En ambos casos, los círculos centrales (rojo y azul) están en contacto directo con algunos granos vecinos.  $\vec{g}$  es la gravedad y  $V_i$  el volumen intersticial (de los huecos). Imagen tomada de [6].

Dado lo anterior, podemos definir a la densidad aparente  $\rho_a$  de la materia granular como:

$$\rho_a = \frac{M}{V_a} \quad (1.2)$$

donde  $M$  es la masa total de granos y  $V_a$  el volumen aparente. También se puede relacionar la densidad aparente con la densidad  $\rho$  de los granos, pues:

$$\rho_a = \phi\rho \quad (1.3)$$

Dado lo anterior, los materiales granulares con muy baja densidad aparente (bajo factor de empaquetamiento) se comportan como gases ( $\phi < 0.3$ ), pero también pueden fluir ( $\phi < 0.5$ ) y finalmente sufrir un arresto dinámico para comportarse como un sólido a mayores fracciones de empaquetamiento.

## 1.2. Estructura Jerárquica de la Materia Granular

Probablemente, el material granular más común es la arena, que está presente en una gran cantidad de escenarios naturales como en el fondo del mar, dunas desérticas, playas, montañas e incluso fuera de nuestro planeta, pues gracias a múltiples exploraciones espaciales se han conseguido imágenes de alta calidad las cuales nos permiten apreciar que también se encuentra en la superficie de planetas como Marte, satélites como la Luna y de algunos asteroides. Por ello, el estudio de su comportamiento ha sido fundamental para explicar fenómenos y estructuras que han sido observadas a distintas escalas, desde su flujo en un reloj de arena, hasta la formación de cráteres en los cuerpos celestes.

Los medios granulares forman sistemas colectivos que exhiben comportamientos peculiares debido a su estructura; que va desde partículas finas ( $\sim 1\mu m$ ), aglomerados porosos ( $\sim 1mm$ ) hasta cúmulos o conglomerados ( $> 10cm$ ). En otras palabras, las interacciones de corto alcance entre las partículas finas determinan lo que sucede con todo un sistema. Cuando pequeñas partículas de un material granular se unen a través de fuerzas cohesivas, inducidas ya sea por capilaridad, electrostática o débiles fuerzas gravitatorias, se forman partículas más grandes. Varias de estas partículas unidas forman en sí un sistema granular a mayor escala. La *materia granular jerárquica* se define entonces como aglomerados (partículas finas) que forman conglomerados debido a fuerzas cohesivas que son fuertes a escalas pequeñas. De esta manera, se tiene otra perspectiva de entender su comportamiento a escala de grano individual, pero además, a escala del conglomerado (hay dos escalas de longitud características: la escala de longitud de monómeros diminutos que constituyen las partículas porosas y la escala de longitud dada por el tamaño de los aglomerados). Dado que la aglomeración de partículas es un proceso fundamental en la formación planetaria, dicho mecanismo ha motivado estudios desde el contexto de ciencias planetarias considerando la física de la materia granular, puesto que como ya se mencionó, la mayoría de los cuerpos celestes (planetas, asteroides, cometas) están formados de materiales granulares. Por ejemplo, la mayoría de los asteroides son cúmulos granulares porosos con factores de empaquetamiento bastante bajos ( $\phi \approx 0.55$ ).

De lo anterior, podemos notar que la materia granular jerárquica se encuentra a distintas escalas en la naturaleza: desde la formación de cuerpos en el sistema solar, como asteroides y planetas, hasta en la formación de minerales, copos de nieve o incluso pequeños terrones de azúcar o bolas de arena húmeda (Fig. 1.4). Dado que estas partículas pueden ser sometidas a algún tipo de estrés (compresión o cizallamiento) por el medio que los rodea, llegan a deformarse o fracturarse, formando cúmulos del mismo material de menor tamaño, pero con las mismas propiedades físicas. Esto ha motivado estudios de objetos celestes vistos como cúmulos granulares. Recientemente se ha estudiado la forma de algunos asteroides (Bennu y Ryugu) que se asemeja a la de un diamante considerando su naturaleza granular y el deslizamiento de los granos desde los polos hacia el ecuador del cuerpo debido a la competencia entre efectos de rotación y pequeñas fuerzas gravitatorias [9]. Otro ejemplo claro en donde se tomó en cuenta la naturaleza jerárquica de la materia granular fue en el estudio de los fenómenos de segregación observados en el asteroide Itokawa [10]; en dicho



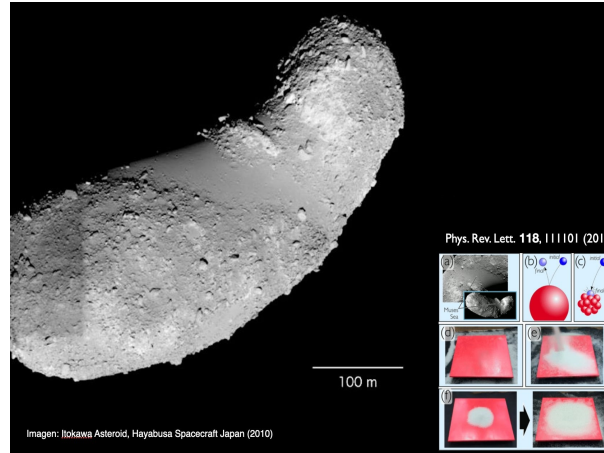
Figura 1.4: La materia granular jerárquica se puede encontrar en todas las escalas de tamaño, en un rango que va desde la formación de planetas y asteroides, hasta pequeños copos de nieve o terrones de azúcar. También son relevantes en procesos industriales. Imágenes de dominio público.

asteroide, las partículas pequeñas se vieron separadas de las grandes durante el proceso de formación del cuerpo, debido a la diferente capacidad disipativa de las partículas. Esto es, partículas pequeñas que se agregaban al aglomerado y colisionaban con partículas pequeñas, disipaban toda su energía al instante formando una zona de partículas pequeñas, mientras que las partículas grandes podían rebotar hacia zonas más alejadas, formando zonas de partículas grandes. Véase fig. (1.5).

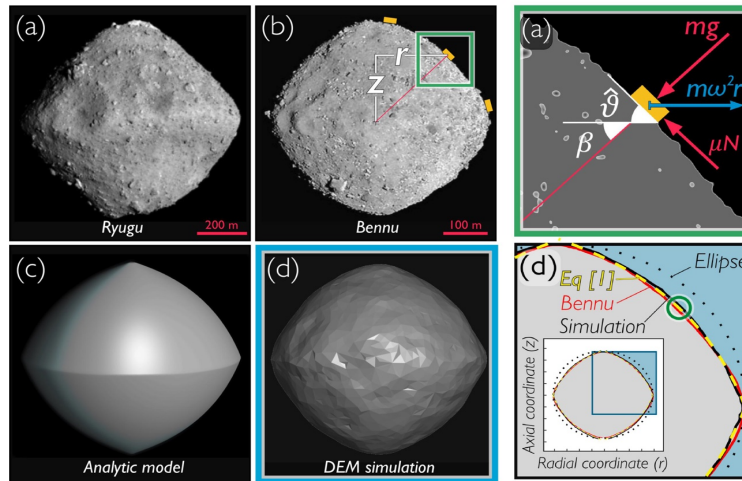
### 1.3. Cráteres en la materia granular

Probablemente, los cráteres son las estructuras planetarias que más han recibido atención por el ser humano desde siglos atrás. Todo inició con la observación pionera en la superficie de la Luna hecha a distancia por Galileo Galilei con su telescopio en 1609, hasta la llegada del hombre mismo al satélite en 1969. Un cráter es una depresión con bordes circulares sobre la superficie de planetas o satélites. Se clasifican de acuerdo con su origen, tamaño y geometría. En cuanto a su origen, suelen distinguirse aquellos creados por el impacto de proyectiles, actividad volcánica, explosiones, colapso de cavidades subterráneas, etc. (fig. 1.6).

Los cráteres de impacto son, en general, generados por el impacto de un proyectil con energía suficiente como para deformar la superficie y dejar elevaciones rodeando la depresión generada por la colisión, ejemplo de ella es la fig. (1.6.c). Los cráteres volcánicos son generados por actividad



(a) Segregación en el satélite Itokawa. JAXA, 2010.



(b) Asteroides Ryugu y Bennu con forma de diamante. Ryugu: JAXA, Bennu: NASA.

Figura 1.5: Estructuras estudiadas considerando la naturaleza jerárquica de la materia granular. Imágenes tomadas de [10] y [9], respectivamente.

geológica y erupciones de magma que rompen la superficie [11]. Las explosiones también pueden generar un cráter si logran una energía suficiente para perforar la superficie y eyectar el material, por ejemplo, en las pruebas con armas nucleares [12]. Además, cuando cavidades subterráneas explotan o colapsan, expulsan material hacia la superficie depositándolo a sus costados y dejando bordes elevados; por ejemplo, cuando el magma entra en contacto con cuerpos freáticos [13] puede ocurrir una explosión de vapor de agua formando un "maar"[14], o cuando una cámara viscosa de magma rica en silicio explota formando una "caldera"[15].

A partir de aquí, nos enfocaremos en el proceso de formación de cráteres por impacto, además de presentar un análisis acerca de su morfología.

### 1.3.1. Cráteres de Impacto

Los primeros cráteres de impacto en ser contemplados por el hombre fueron quizá los generados por meteoritos hace millones de años, cuando el tránsito de remanentes de asteroides en el sistema



Figura 1.6: **Distintos cráteres terrestres.** (a) Laguna de Aljojuca, Pue. Mex. (b) Socavón de Zacatepec, Pue. Mex. (c) Cráter Barringer, Arizona, EUA. Imágenes de dominio público.

solar era mucho más violento. Uno de los más estudiados es el cráter Barringer en Arizona, EUA. (1.6.c), pues hasta principios del siglo XX se creía que su origen era volcánico. No fue hasta 1995 que el geólogo estadounidense Gene Shoemaker (1928-1997) notó similitudes en el tamaño y estructura con aquellos generados por explosiones de pruebas atómicas en Nevada, EUA. Cinco años después, en 1960, identificó coesita ( $SiO_2$ ) en el interior del cráter la cual es un mineral bastante denso que sólo se halla en lugares donde han impactado meteoros e incluso presente en pruebas de rocas lunares. Posteriormente se probó que el cráter fue creado hace aproximadamente 50 mil años por el meteorito Holsinger [16].

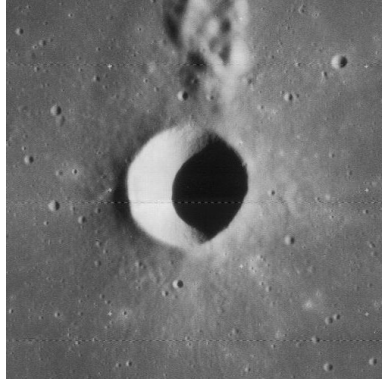
En cuanto a los cráteres localizados en otros planetas y satélites del Sistema Solar, los primeros en ser observados detalladamente fueron los lunares en 1609 por Galileo Galilei quien publicó sus observaciones en el libro "Sidereus Nuncius o el Mensajero Sideral"[17]. Sin embargo, no dio una explicación acerca del origen de estas estructuras. Tiempo después, en 1665, Robert Hooke propuso dos posibles orígenes: uno por actividad volcánica y otro por impacto de proyectiles [18]. Pero en aquella época se creía que el espacio entre planetas estaba vacío por lo que no habría proyectiles que le impactasen. Durante siglos posteriores se siguió la hipótesis de que los cráteres lunares eran de origen volcánico y no se consideraron las investigaciones que apuntaban a un origen de impacto. No fue hasta mediados del siglo XX que, habiendo comparado su diámetro y profundidad con los cráteres de impacto terrestres [19] además de haberse postulado que los impactos de proyectiles a hipervelocidad generan cráteres circulares como en una explosión sin importar el ángulo de incidencia [20], la comunidad astronómica finalmente aceptó la hipótesis de que estos cráteres fueron formados por impactos.

Los cráteres de impacto suelen presentar distintas formas y estructuras dependiendo de variables como la energía de impacto, el ángulo de incidencia y la forma original del proyectil. Pero también dependerá de factores ambientales como la aceleración de la gravedad, presión atmosférica, la compactación de la superficie, entre otros. Por esta razón, se suele clasificar a los cráteres de impacto por su morfología final, formando dos grandes grupos:

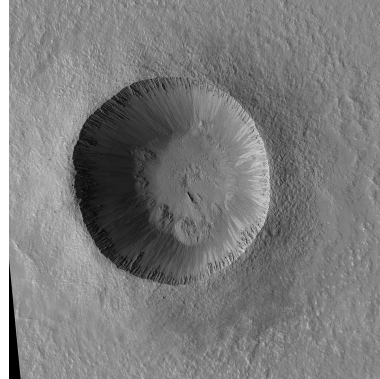
**i) Cráteres simples:** Son aquellos que exhiben una forma circular con bordes elevados por la eyección de material. A simple vista pareciera que son semiesféricos como en la fig. (1.7), pero su interior es cuasi-parabólico. Son producidos por impactos a bajas energías, es decir, a velocidades de unos pocos kilómetros por segundo. Se ha encontrado que el diámetro del cráter  $D$  es proporcional a su profundidad  $z$  tal que:

$$\frac{D}{z} \simeq \frac{1}{5} \quad (1.4)$$

Como ya se mencionó anteriormente, la mayoría de los impactos generan cráteres circulares para cualquier ángulo de incidencia, aunque la probabilidad de que se originen por un impacto vertical es casi nula. La circularidad solo se ve comprometida para impactos considerablemente oblicuos (ángulos menores a  $15^\circ$  con respecto a la horizontal).



(a) Cráter lunar Wichmann. Lunar Orbiter Photo Gallery. Mission 4, NASA.



(b) Cráter Zumba, situado en la superficie marciana. HiRISE, NASA/JPL/University of Arizona.

Figura 1.7: Cráteres simples.

**ii) Cráteres complejos:** Conformado por cráteres cuya morfología presenta estructuras adicionales a las comúnmente observadas. Como se puede apreciar de la fig. (1.8) algunos presentan un pico en el interior, otros poseen anillos o terrazas concéntricas y también se han observado cráteres que formaron un sistema de rayos de material a su alrededor. Los sistemas de rayos son unas de las estructuras más enigmáticas que rodean a los cráteres. Recientemente, se han hecho estudios en materia granular para tratar de explicar el mecanismo de su formación. Los cráteres complejos son menos profundos que los simples pues se ha encontrado que la relación entre su diámetro y profundidad es:

$$\frac{D}{z} \simeq 8 \quad (1.5)$$

Aunque existen también cráteres complejos con estructuras aún más extrañas, por ejemplo, los cráteres binarios, que son producidos por el impacto simultáneo de dos fracciones de un meteorito que se fragmentó momentos antes de la colisión.

## 1.4. Impacto de un proyectil en materia granular

Dado que, por su naturaleza, los procesos que dan origen a la formación de enorme cráteres son irreproducibles, durante las últimas décadas se han explorado dichos procesos desarrollando experimentos en el rango de bajas energías, o con estudios de simulaciones numéricas considerando al medio impactado como un medio continuo. Se ha estudiado el impacto de proyectiles en medios granulares que dejan como remanente un cráter simple o complejo, y se analiza el proceso de formación mediante el análisis dimensional como se hace en la dinámica de fluidos (ver Apéndice). Derivado de estos trabajos, se encontró que la forma de un cráter planetario es determinada por el colapso de la cavidad inestable excavada por el meteorito [21], entonces se ha podido reproducir la morfología de cráteres planetarios a bajas energías, es decir, a escala de laboratorio; pues este fenómeno físico es similar a dejar caer un proyectil sólido desde una altura finita sobre una cama de arena.



(a) Cráter Eddie, Marte. NASA- PILOT, Planetary Image Locator Marte. Mars Orbiter Camera, NASA- Messenger, ESA-NASA, 2008. Tool, USGS Astrogeology Science SA/JPL/MSSS, 2000. Center.

Figura 1.8: Cráteres complejos.

Un aspecto importante a considerar durante un impacto es la transferencia y disipación energética, pues se halló que una simple escala de energía explica su transferencia hacia partículas suaves y duras [22]. La energía cinética de impacto es transferida isotrópicamente desde el punto de contacto y es aproximadamente 2% - 7% de la energía cinética inicial del proyectil. Para conocer la energía de impacto consideremos un sistema aislado. Se debe cumplir el principio de conservación de la energía, es decir, una forma de energía se transforma en otra; de esta manera, si al situarse una masa  $m$  a una distancia finita  $h$  sobre el origen de nuestro sistema de referencia, ya posee una energía potencial  $U$ , pero al permanecer en reposo su energía cinética  $E_k$  es nula, entonces en ese instante

$$U = mgh \quad E_k = 0$$

con  $g$  la aceleración de la gravedad. Sin embargo, al caer la masa hasta el origen del marco de referencia, su energía potencial disminuye y la cinética aparece, es decir que, en el instante final:

$$U = 0 \quad E_k = \frac{1}{2}mv^2,$$

donde  $v$  es la velocidad de caída de la masa. Es importante considerar que en un instante durante la caída libre del proyectil, se cumple que  $U = E_k$ , de esta manera:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2.$$

Notemos ahora que, si despejamos  $v$  de la ec. anterior, nos queda que:

$$v = \sqrt{2hg}. \quad (1.6)$$

En este análisis, evidentemente se han despreciado los efectos de rozamiento del aire en el proyectil, ya que normalmente los impactos se realizan a baja velocidad. No obstante, en experimentos de impactos normalmente la velocidad calculada por la ecuación anterior se compara con la velocidad medida directamente con cámaras de alta velocidad enfocadas en el punto de colisión.

Como se mencionó anteriormente, al dejar caer un proyectil sólido desde una altura finita sobre una cama granular ocurre un proceso físico similar al que da origen a estructuras planetarias complejas. En trabajos previos ha sido posible conseguir cráteres de impacto con esferas a bajas velocidades en medios granulares sueltos, secos y no cohesivos [23], donde se dedujo la siguiente ley de potencia:

$$D \sim (\rho_p D_p^3 h)^{\frac{1}{4}} \tag{1.7}$$

con  $\rho_p$  como la densidad del proyectil,  $D_p$  su diámetro y  $h$  la altura inicial de caída (para pruebas con proyectiles de densidad y diámetros similares se encuentra que  $D \sim h^{\frac{1}{4}}$ ). Por otro lado, también se encontró una ley de potencias para la profundidad del cráter pero con dependencia a la 1/3, dada por la ecuación:

$$z \sim \left(\rho_p^{\frac{3}{2}} D_p^2 h\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{1.8}$$

Se han logrado reproducir tanto cráteres simples como complejos cuando el proyectil no es un sólido inquebrantable sino utilizando esferas granulares que se asemejan más a un asteroide real y que se fragmentan parcial o totalmente después de la colisión; todo esto dependiendo del empaquetamiento de las bolas [24]. En la fig. (1.9) se muestra el proceso de formación de estos cráteres, dividiéndolo en tres etapas transitorias: contacto y compresión, crecimiento de la cavidad y colapso del cráter. Se usaron tres proyectiles con diferente empaquetamiento, a)  $\phi = 0.54$ , b)  $\phi = 0.66$  y c) una esfera sólida. En los tres casos la altura de caída y el diámetro de las esferas fueron idénticos. Podemos notar que los proyectiles con bajo empaquetamiento se pulverizan totalmente quedando el material rodeado por la depresión, además generan cráteres simples mientras que aquellos con un empaquetamiento grande producen cráteres con un pico central dentro de la depresión, es decir, un cráter complejo como en la fig. (1.8a).

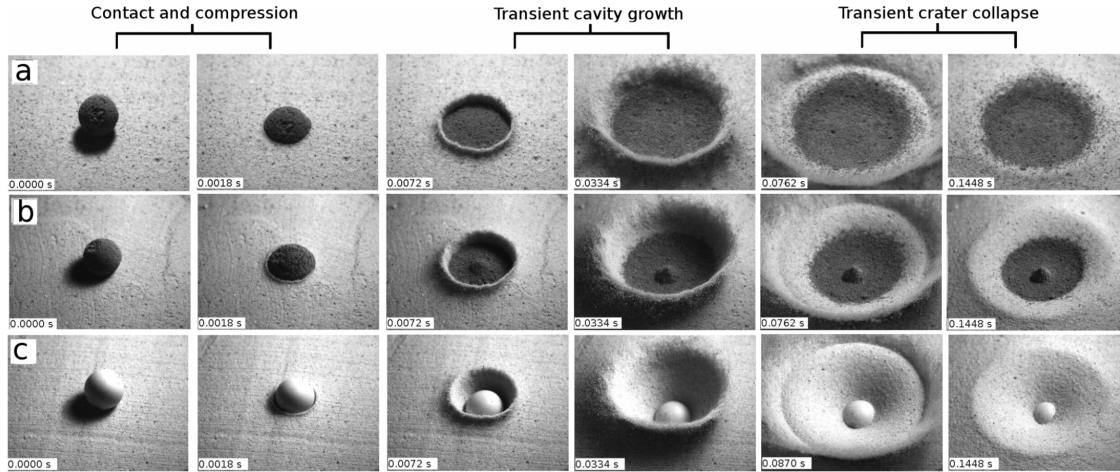


Figura 1.9: Cráteres simples (a) y complejos (b) producidos a escala de laboratorio por el impacto de proyectiles granulares, en comparación con el proceso de craterización generado por un proyectil sólido (c). Imagen tomada de [24].

No está demás señalar que se analizó el diámetro  $D$  y profundidad  $z$  de los cráteres como función de la altura  $h$  y se encontró la misma ley de potencias a la 1/4 tanto para esferas granulares como sólidas, pero con una ligera discontinuidad para proyectiles granulares debido a la energía cohesiva de las bolas; y, contraintuitivamente, se obedece la ley (1.8) para la profundidad del cráter  $z$ , pero hasta una cierta altura crítica  $h_f$ , después  $z$  decrece hasta permanecer básicamente constante. De la fig. (1.10) podemos notar en (a) que si  $h < h_f \approx 1.5$  m, los cráteres producidos por ambos tipos de proyectiles poseen el mismo diámetro, pero luego comienza a hacerse más grande  $D$  en el caso granular, aunque mantiene una diferencia  $\Delta D$  constante con el caso sólido. En (b) se observa un comportamiento similar pero el  $\Delta D$  aparece más abruptamente.

De todo lo anterior, podemos especular que los conglomerados granulares interactúan de distintas maneras al impactarse contra un medio de su misma naturaleza, dependiendo de sus em-

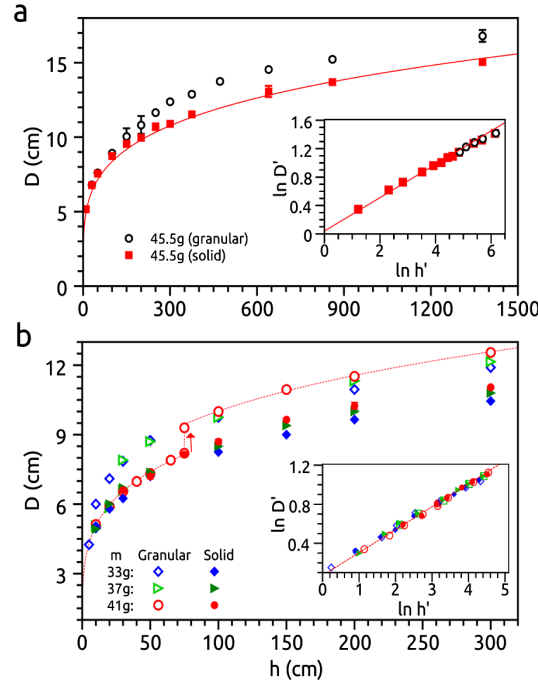


Figura 1.10: (a) Diámetro del cráter  $D$  como función de la energía de impacto  $h$ , con proyectiles granulares de empaquetamiento  $\phi = 0.66$  y proyectiles sólidos con igual diámetro  $d_p$  y masa. (b) Un comportamiento similar se observa con proyectiles de distintos empaquetamientos  $\phi = 0.48, 0.54, 0.6$ . Los recuadros muestran gráficas log-log que revelan comportamientos tipo ley de potencias. Gráficas tomadas de [24].

paquetamientos es como logramos distinguir aquellas morfologías peculiares observadas en distintas superficies del sistema solar.

### 1.4.1. Sistemas de rayos a escala de laboratorio

Como se mencionó anteriormente, algunos cráteres se caracterizan por eyecciones radiales que salen del punto de impacto, los cuales se denominan *sistemas de rayos*. Recientemente, T. Sabuwala, et. al., reportaron que una manera de generar cráteres con sistema de rayos alrededor (como en la fig. 1.8c) es impactando una esfera metálica sobre una superficie granulada con ondulaciones [25]. En dicha investigación se encontró que el número  $N$  de rayos o *líneas radiales de eyección* obedece una proporcionalidad dada por:

$$N \propto \frac{D_p}{\lambda}, \quad (1.9)$$

con  $\lambda$  como la longitud de onda de las ondulaciones. En dicha propuesta, se muestra que el material eyectado es desviado por las ondulaciones de la superficie, provocando direcciones preferenciales de eyección que dan origen a los rayos.

En 2019, F. Pacheco-Vázquez reportó otra manera de generar estos patrones radiales: impactando proyectiles no esféricos contra una cama granular aplanada, lo cual es una explicación razonable dado que la mayoría de meteoritos no poseen simetría esférica [26]. Aquí, se usaron proyectiles sólidos con cierto número  $N_p$  de protuberancias incrustadas para formar un cierto número  $N_r$  de rayos. Centrémonos en la fig. (1.11): en (a) se muestra el proceso de formación de un sistema producido con un proyectil de  $N_p = 12$  protuberancias, en (b) se demuestra que si para un proyectil normal con  $N_p = 0$  la cantidad de rayos  $N_r = 0$ , de (c)-(e) con  $N_p = 2, 4, 8$  se obtuvieron  $N_r = 4, 8, 16$  respectivamente, sin embargo en (f) se encontró que  $N_p = N_r = 16$  pues rayos adyacentes convergen

en uno solo, y en (g) de un proyectil con  $N_p = 22$  se obtuvieron  $N_r = 12$ , esto porque alrededor de la circunferencia del proyectil hay incrustadas 12 protuberancias, entonces, la forma de la sección transversal es lo que determina la distribución eyectada final.

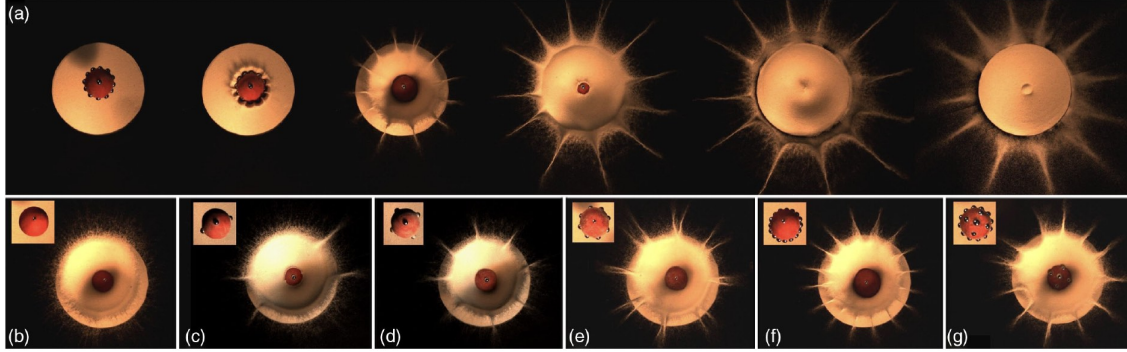


Figura 1.11: Sistemas de rayos generados a escala de laboratorio por el impacto de proyectiles con diferente número de protuberancias. Estos experimentos fueron realizados en 2019 en nuestro grupo de investigación. Imagen tomada de [26].

Además, se cuantificaron las dimensiones de la eyección como función de la  $E_k$ . La fig. (1.12.a) representa como se midió la longitud máxima de los rayos  $L_{rays}$ , su altura máxima  $H_{rays}$ , el radio de la cortina eyectada  $R_{curt}$  y el ángulo de eyección  $\alpha$  cuando la cortina alcanza su altura máxima  $H_{curt}$ . (b) Es una gráfica log-log que muestra como la eyección se expande en etapas tempranas tal que  $R_{curt} - R \sim t^{0.62}$  donde  $t$  es el tiempo. c) Gráfica log-log de  $H_{max}$  como función de  $h$ , en ambos casos  $H_{rays}$  y  $H_{curt}$  obedecen una ley de potencia  $H_{max} \propto h^{0.73}$ . En (d) se estima  $L_{rays}$  como función de  $h$  considerando y despreciando la resistencia del aire. También se demostró que para proyectiles con geometrías distintas, el diámetro del cráter cumple la ley de potencia (1.7) como sucede con los que son esféricos.

Otros cráteres complejos se han logrado reproducir en el laboratorio, como aquellos generados por el colapso de cavidades subterráneas con terrazas o un pico central. Esto se logró al explotar una cavidad de aire presurizado dentro de una cama de arena produciendo una violenta erupción y dejando como remanente un cráter [27]. Además, para cavidades esféricas poco profundas, emerge un chorro de material que converge concéntricamente en el fondo de la depresión.

## 1.5. Motivación y objetivos de esta tesis

Los trabajos citados anteriormente demuestran que es posible estudiar procesos de gran escala, como los impactos de meteoritos en cuerpos celestes, a escala de laboratorio usando materia granular. Ha sido posible comprender a grandes rasgos el proceso de formación de cráteres, demostrando que las leyes de escalamiento que determinan las dimensiones de los cráteres planetarios siguen las mismas leyes de potencia que a escala de laboratorio. Además, se han logrado proponer mecanismos que explican la generación de los sistemas de rayos a escala de laboratorio, por undulaciones en la superficie o por impacto de proyectiles no esféricos. En este último caso, los experimentos fueron desarrollados con proyectiles sólidos que permanecen intactos tras el impacto. Claramente, esta no es una situación completamente cercana a lo que ocurre en un impacto de meteorito, donde el objeto impactante se fragmenta y pulveriza tras la colisión. De lo anterior, los objetivos de esta tesis son los siguientes:

- Desarrollar experimentos de impacto a escala de laboratorio con proyectiles granulares, con la suficiente energía de impacto para fragmentar el proyectil y luego determinar si es posible observar formación de rayos bajo este esquema de materia granular jerárquica.

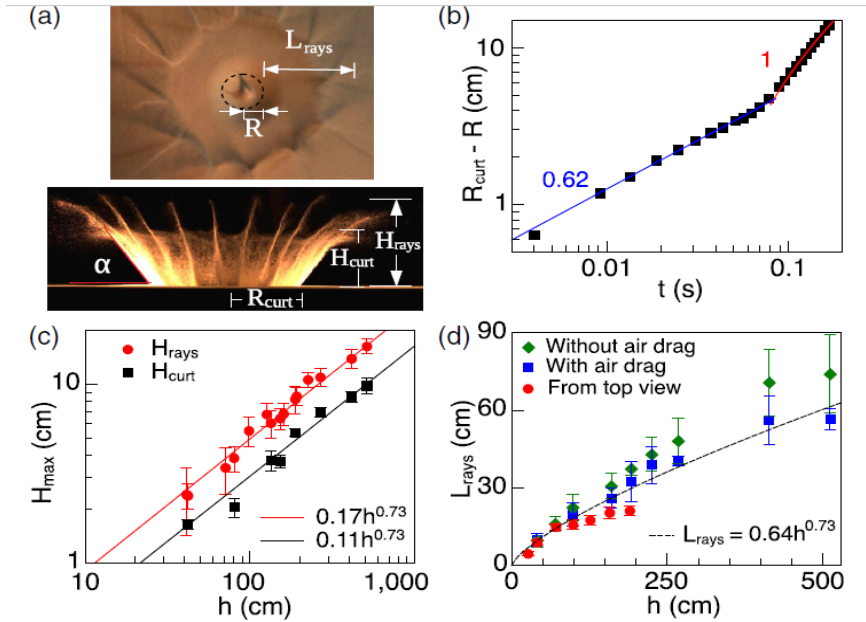


Figura 1.12: (a) Vista lateral y superior de la eyección indicando los parámetros medidos  $L_{rays}$ ,  $\alpha$ ,  $R_{curt}$ ,  $H_{rays}$  y  $H_{curt}$ . (b) Gráfica log-log de  $(R_{curt} - R)$  vs  $t$ . (c) Gráfica log-log de  $H_{max}$  para los rayos y la cortina como función de  $h$ . (d) Gráfica de  $L_{rays}$  vs  $h$  considerando una ley de potencia. Imagen tomada de [26].

- Estudiar el proceso de formación de cráteres binarios usando dos proyectiles granulares (esferas de arena) y comparar los resultados con los recientemente reportados por nuestro grupo de investigación para impacto binario de proyectiles sólidos (esferas de acero).
- Simular el impacto de dos asteroides de diámetros distintos, uno contra el otro en colisión frontal, y así encontrar las condiciones necesarias para que el mayor sea fracturado por el menor, esto con el fin de determinar si es posible obtener una estructura como la del cráter Herschel en Mimas, luna de Saturno.

En los siguientes capítulos, abordamos cada uno de los puntos anteriores



## Capítulo 2

# Experimento 1: Sistemas de rayos producidos por proyectiles granulares

*En este capítulo se describe cómo se fabricaron nuestros conglomerados granulares y se mide su resistencia a compresión; luego se hace una presentación del montaje experimental utilizado para el estudio de los impactos que producen sistemas de rayos. Después se muestran los resultados experimentales considerando la energía de impacto y el análisis de los datos.*

### 2.1. Conglomerados granulares

Se ha observado que, a bajas energías, los cráteres de impacto simples o complejos se forman en superficies con durezas pequeñas pero, a escala planetaria es muy difícil encontrar una superficie tan suave como para ser deformada por un impacto tan violento como el de un asteroide o meteorito. En cambio, a escala de laboratorio esto es muy fácil de estudiar y ser reproducible. Considerando que los materiales granulares son una herramienta eficiente en el estudio de morfología planetaria a bajas energías, a continuación, se describe el procedimiento para elaborar proyectiles granulares, así como una caracterización de su resistencia a las fracturas.

En este trabajo se utilizó arena gris de construcción común con densidad  $\rho_s = 2.72 \text{ g/cm}^3$ . Aproximadamente 250 g de arena se mezcló con 13 ml de agua hasta obtener una pasta lodosa homogénea. Después se insertó una pequeña porción de la mezcla entre dos moldes hemisféricos de 3 cm de diámetro, uniendo uno contra el otro bajo compresión para formar el conglomerado granular esférico. Se repitió este procedimiento con la mezcla restante para hacer varios proyectiles de distintos diámetros. Posteriormente, los proyectiles se secaron en un horno para inducirles rigidez a 200°C. Una vez secos, los proyectiles soportan manipulación para ser caracterizados y medidos, así que fueron pesados con una báscula analítica (resolución de 0.01 g) para obtener las masas mostradas en la tabla 2.1 para el experimento 1 y la tabla 3.1 para el experimento 2.

En estas tablas, el factor de empaquetamiento fue calculado como se describió en la sección 1.1, usando  $\phi = V_r/V_a$ . Para ello, el volumen aparente fue el de una esfera ( $V_a = 4\pi r^3/3$ ), donde  $r$  es el radio interno del molde hemisférico, mientras que el volumen real  $V_r$  se calculó de la masa del proyectil dividida entre la densidad de la arena. De igual modo, se obtuvo la densidad aparente al multiplicar el factor de empaquetamiento por la densidad de la arena. Note de las tablas que hay una dispersión de los datos con proyectiles que van desde 22.9 g hasta 29.4 g. Esto se debe a que la compresión de los moldes se realizó de manera manual y la cantidad de masa de mezcla usada en cada compresión fue variada, generando distintos empaquetamientos. Los proyectiles con

**Experimento 1:**  
**Sistemas de rayos producidos por proyectiles granulares**  
2.1 Conglomerados granulares

---

menor empaquetamiento se caracterizan por una mayor susceptibilidad a la deformación, por lo que se requiere menor energía para fracturarlos, mientras que, como veremos, proyectiles más densos requieren mayor energía de impacto para fracturarse.

Tabla 2.1: Clasificación de proyectiles usados para experimento 1 por su masa, densidad y empaquetamiento

Proyectil	$m$ (g)	$\rho$ ( $\frac{g}{cm^3}$ )	$\phi$
1	22.9	1.40	0.51
2	22.9	1.40	0.51
3	25.0	1.53	0.56
4	26.1	1.60	0.59
5	26.6	1.63	0.60
6	27.5	1.68	0.62
7	27.9	1.70	0.63
8	27.9	1.70	0.63
9	28.0	1.71	0.63
10	28.1	1.72	0.63
11	28.3	1.73	0.64
12	28.5	1.74	0.64
13	29.4	1.80	0.66

Se montó un arreglo experimental para conocer la resistencia a compresión que el material puede soportar bajo compresión con una celda de carga vertical, esto es, con un actuador lineal se comprimió el esférico con un esfuerzo axial de compresión a una velocidad constante igual a 0.2586 mm/s hasta que se produce la fractura de este (véase fig.2.1). El pistón mide 5.87 mm de diámetro y la fuerza de compresión se midió con una celda de carga ©Omega Engineering GF-355. Los datos son grabados a 10 Hz con una resolución de  $\pm 0.01$  N. En nuestro caso, se hicieron pruebas con proyectiles de 30 y 100 mm de diámetro que usaremos más adelante en nuestros experimentos.

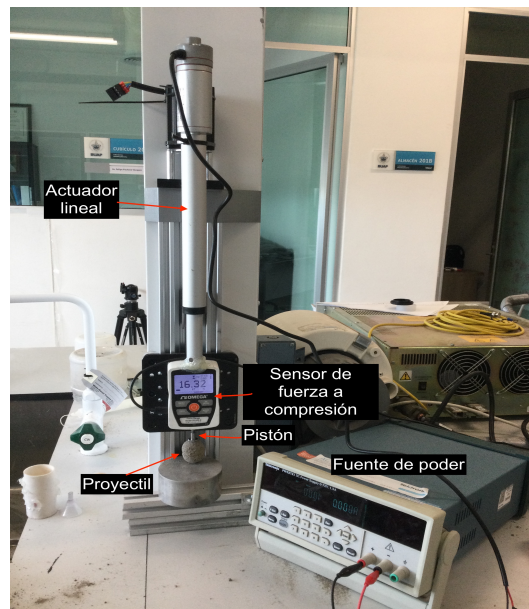


Figura 2.1: Ensayo de compresión para conocer la tensión de rotura de los proyectiles.

**Experimento 1:**  
**Sistemas de rayos producidos por proyectiles granulares**  
2.2 Metodología del experimento

---

En la fig. (2.2) se muestran los datos recabados para ambos diámetros  $D_p$ . El esfuerzo de compresión se obtuvo de dividir la fuerza medida  $F$  con el sensor entre el área del pistón  $A$ , y esto se graficó como función de la deformación  $\Delta z$  normalizada con  $D_p$ . Note de la figura una relación prácticamente lineal hasta el momento de la fractura, caracterizado por un descenso marcado del esfuerzo  $F/A$ . Esta caída abrupta indica cuando el proyectil se ha fracturado. De esta relación lineal y, considerando el área circular del pistón  $A$ , se puede seguir una relación con la penetración  $\Delta z$  dada por:

$$\frac{F}{A} = Y \frac{\Delta z}{D},$$

donde  $Y$  es el módulo de Young y corresponde a la pendiente del régimen lineal de dicha gráfica. Notamos que, aunque la resistencia máxima a compresión depende de cada proyectil por factores tales como la preparación, la presencia de defectos superficiales o la temperatura del medio ambiente y del materia, el valor de  $Y$  dado por la pendiente es casi el mismo del orden de  $Y \approx 18$  MPa. Note además que el esfuerzo máximo de fractura es del orden de 800 kPa.

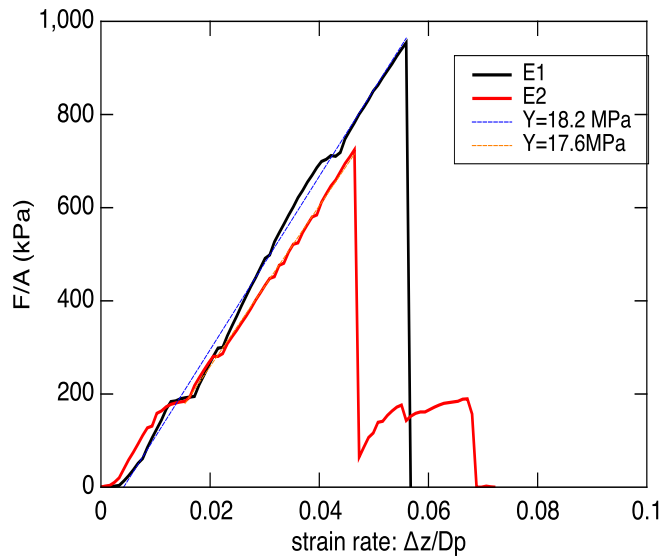


Figura 2.2: Gráfica del esfuerzo de compresión vs deformación unitaria para los proyectiles granulares. Las líneas a trazos corresponden a ajustes lineales de los datos antes de la fractura.

Una vez caracterizados los proyectiles, procedemos a realizar los experimentos de impacto.

## 2.2. Metodología del experimento

El primer experimento consiste en el estudio de la eyección del material granular tras la pulverización del proyectil contra una superficie lisa y dura (piso de concreto). Esta se considera infinitamente dura dado que su módulo de Young es del orden de 1 GPa, tres órdenes de magnitud mayor que el de nuestros proyectiles.

El experimento se realiza de la siguiente manera:

-Sobre el piso se coloca una cartulina negra de opalina de  $0.58 \times 0.65$  m adherida perfectamente a la superficie. Esta permitirá visualizar bien la eyección del material por el contraste con el color

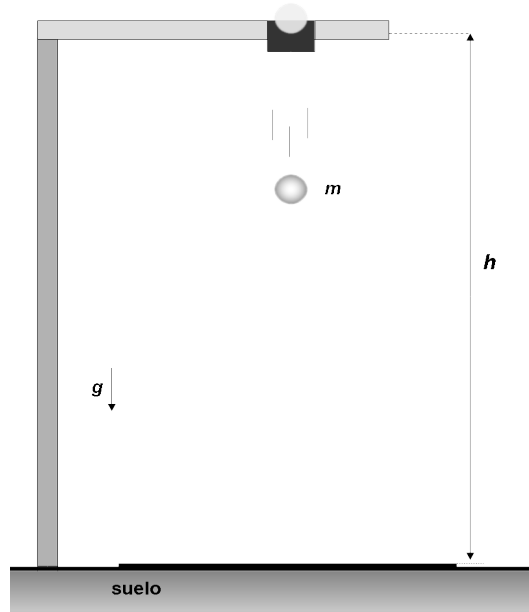


Figura 2.3: Arreglo del primer experimento. Siendo  $m$  la masa del proyectil,  $h$  la altura de caída y  $g$  la aceleración debido a la gravedad.

de la arena.

- Desde una altura  $h$  del centro de la cartulina, como se muestra en la figura (2.3), se coloca un soporte formado por brazos metálicos de aluminio que sujetan un cilindro hueco de diámetro ligeramente mayor al de los proyectiles. Esto constituye la torre de lanzamiento.

-Una cámara de alta velocidad ©Photron SA3 se utiliza para filmar el impacto y posterior desintegración a 2000 cuadros por segundo (fps), tanto desde una vista superior como una lateral. Dentro del cilindro se coloca un proyectil y se mantiene en la torre de lanzamiento para delimitar los movimientos bruscos y asegurar una caída totalmente vertical.

-Posteriormente, el proyectil se libera y sale del cilindro viajando en caída libre hasta impactarse con el suelo para posteriormente fragmentarse y eyectar el material radialmente, como se aprecia en la fig. (2.4). Note en la figura que el tiempo desde impacto hasta eyección del material es de décimas de segundo.

-El experimento se repite con distintos proyectiles y con distintas alturas en un rango  $h = 0.15 - 8.62$  m para variar la energía de impacto.

-Los videos resultantes se analizan usando ©ImageJ para obtener la velocidad y distribución del material eyectado.

## 2.3. Resultados experimentales

La fig. (2.4) muestra un ejemplo de impacto de un proyectil granular contra una superficie sólida. El momento del contacto inicia en el instante  $t = 0$  (a). Rápidamente, el proyectil comienza a fracturarse, siendo totalmente pulverizado por el frente de onda de choque en unos pocos milisegundos en (b). Tras la fragmentación, el momento vertical al tiempo de la colisión se transfiere en momento horizontal porque la parte superior del proyectil pulverizado comienza a deslizarse sobre los escombros de la parte inferior del proyectil que forma un montículo dinámicamente confinado, extendiéndose horizontal y radialmente como se observa en (c). Puede notarse una distribución de

**Experimento 1:**  
**Sistemas de rayos producidos por proyectiles granulares**  
2.3 Resultados experimentales

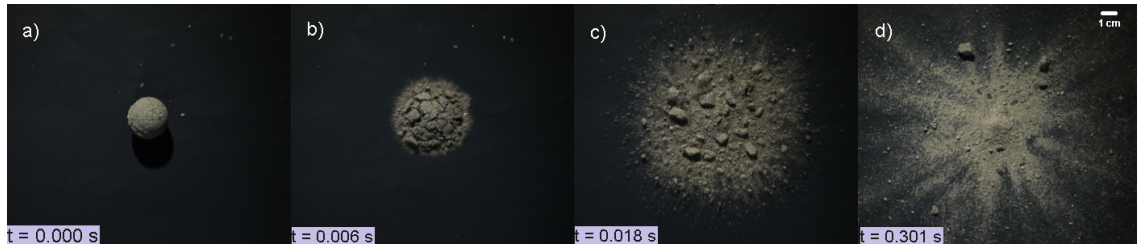


Figura 2.4: Secuencia de un impacto con  $m = 22.9$  g desde  $h = 2.18$  m en un tiempo total  $t = 0.301$ s.

tamaños de los fragmentos generados tras la pulverización. El tamaño de dichos fragmentos depende de la energía del impacto. Finalmente, en menos de un segundo, el material eyectado forma un patrón de escombros como se muestra en (d). Puede notarse que la distribución no es totalmente simétrica, sino que hay presencia de algunas líneas marcadas que dan indicio de la formación de un sistema de rayos.

Para determinar las condiciones requeridas para la producción de rayos, se realizaron trece pruebas de impacto considerando un amplio rango de energías, como se describe en la tabla (2.2). La energía fue calculada de acuerdo con

$$E_k = m_p g h, \quad (2.1)$$

donde  $m_p$  denota la masa del proyectil, y recordemos la velocidad de impacto dada por la ec. (1.6). Cabe destacar que el arrastre del aire ha sido despreciado en estos experimentos, aun cuando se han realizado pruebas desde  $h = 8.62$  m de altura. En tales circunstancias, el orden del número de Reynolds es  $Re = \rho v D / \mu \approx 1600$ , donde  $\rho$  y  $\mu$  son la densidad del aire y su viscosidad respectivamente, lo cual supone que existe un arrastre en el régimen de Stokes, i. e., lineal con la velocidad. Para las alturas usadas, la diferencia entre la velocidad calculada y la real es menor al 5%.

Tabla 2.2: Variables obtenidas en cada una de las pruebas realizadas.

Impacto	$m$ (g)	$h$ (m)	$v$ (m/s)	$E_k$ (J)
$I_1$	26.1	0.15	1.72	0.038
$I_2$	26.6	0.35	2.62	0.091
$I_3$	28	0.35	2.62	0.096
$I_4$	28.3	0.72	3.76	0.2
$I_5$	27.5	1.5	5.42	0.4
$I_6$	28.1	1.5	5.42	0.41
$I_7$	22.9	2.18	6.54	0.49
$I_8$	22.9	2.18	6.54	0.49
$I_9$	27.9	2.18	6.54	0.6
$I_{10}$	27.9	2.85	7.48	0.78
$I_{11}$	28.5	2.85	7.48	0.8
$I_{12}$	25	8.62	13	2
$I_{13}$	29.4	8.62	13	2.3

Una comparación del proceso de impacto para cuatro distintas energías se muestra en la fig. (2.5). Podemos distinguir la fragmentación del proyectil al entrar en contacto con la superficie, la eyección radial de material y la morfología compleja resultante de la deformación de la capa de granos eyectada. Cuando la energía de impacto de los proyectiles aumenta, la estructura resultante

**Experimento 1:**  
**Sistemas de rayos producidos por proyectiles granulares**  
 2.3 Resultados experimentales

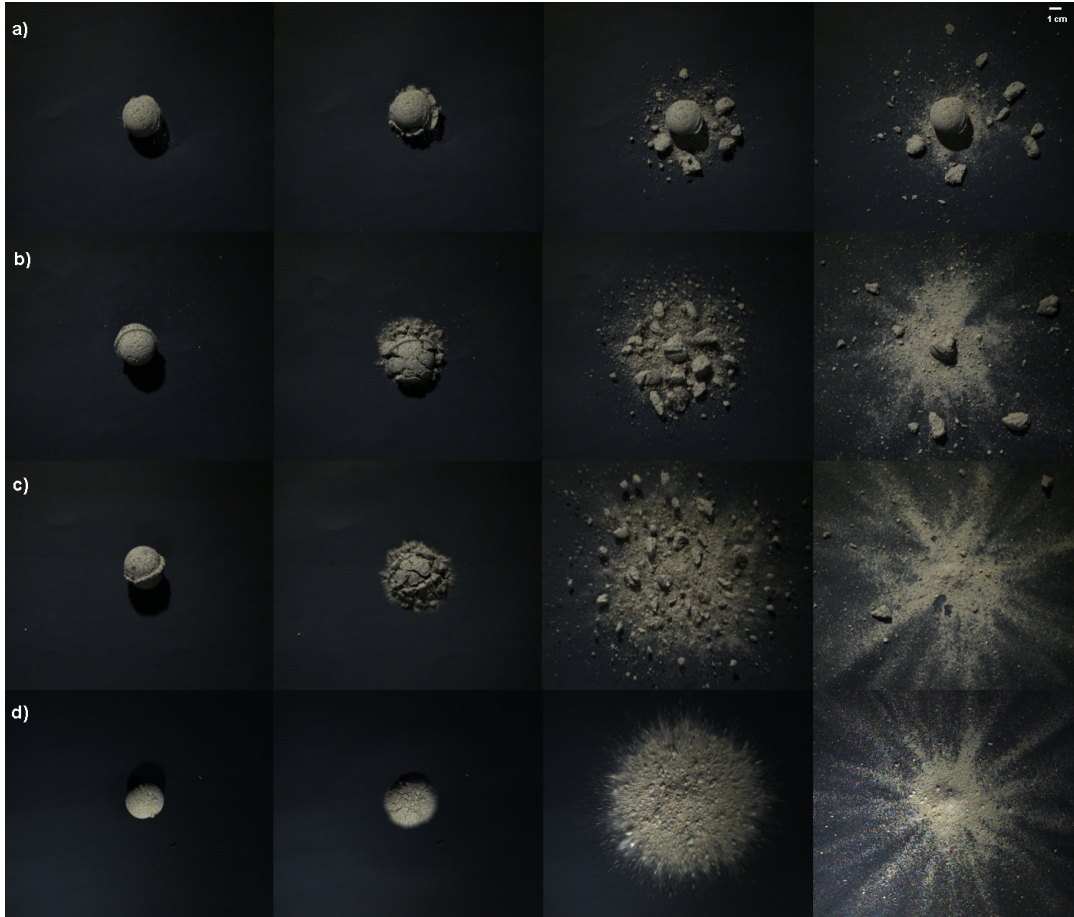
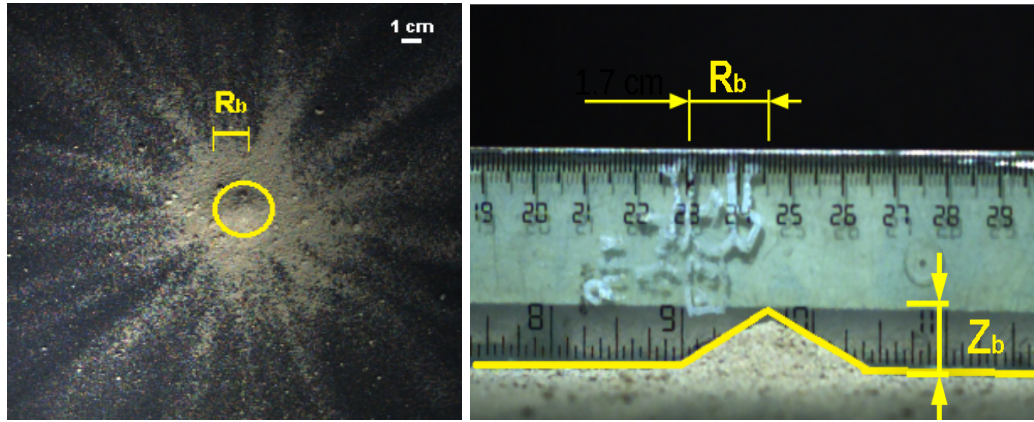


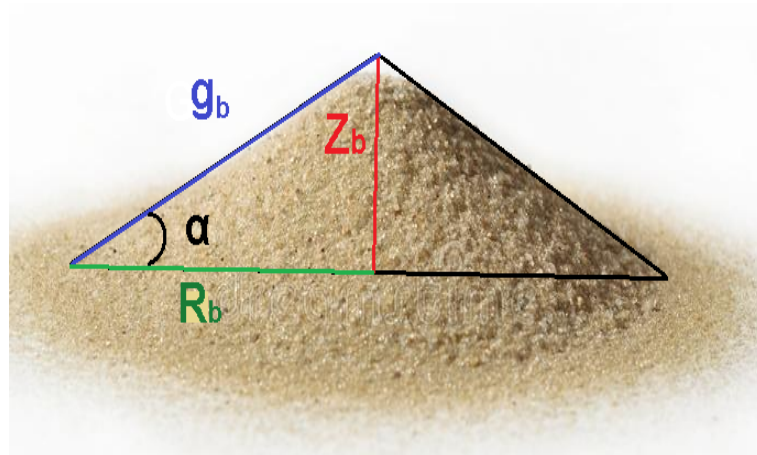
Figura 2.5: Secuencia temporal donde (a) corresponde al impacto con la energía más baja,  $I_1$ , b)  $I_4$ , c)  $I_{10}$  y d)  $I_{13}$ ; de acuerdo con la tabla 2.2. En los cuatro casos  $d_p = 0.03$  m.

tiene una forma más similar a aquellos sistemas de rayos reportados en la literatura. También podemos visualizar que, para los cuatro casos presentados en la imagen, la fragmentación del proyectil es distinta debido a que dicho proceso incrementa a medida que la energía también lo hace. El instante  $t = 0$  se considera cuando la parte inferior del conglomerado entra en contacto con la superficie. En (a) el proyectil casi resulta intacto, dado que la energía de impacto es pequeña y no suficiente para vencer las fuerzas cohesivas del aglomerado granular. En (b) el proyectil se fragmenta tras el impacto, pero los escombros resultantes siguen siendo visibles a simple vista y no son de tamaño comparable con el de los granos de arena. Note que al final del proceso siguen existiendo escombros cercanos al punto de la colisión. En (c) los escombros reducen considerablemente su tamaño, la dispersión del material es mayor y comienzan a exhibirse direcciones principales de eyección de material. En (d) prácticamente todo el proyectil se pulveriza, formando escombros menores a un milímetro, y lo más notorio es que en la dispersión final puede claramente observarse un sistema de rayos, esto es, líneas radiales que emergen del punto de impacto. Por lo observado en la figura 2.5a), el proyectil permaneció prácticamente intacto después del choque, es debido a esto que no se realizaron pruebas a alturas menores.

Un parámetro que puede caracterizarse de la distribución final es el tamaño del bulto central de escombros que yace en el punto de impacto. Una vez que los fragmentos pararon de moverse, definimos el radio del bulto  $R_b$  como se aprecia en la fig. (2.6) debido a su simetría cónica,  $z_b$



(a) Vista superior del radio  $R_b$  del bulbo central. (b) Sección transversal del bulto con  $z_b$  como la altura.



(c) Geometría del montículo, donde  $\alpha$  es el ángulo de reposo y  $g_b$  la generatriz.

Figura 2.6: Dimensiones generales del bulto y geometría considerada.

la altura,  $\alpha$  el ángulo de reposo del montículo y, con ayuda de estos, calculamos  $g_b$  mediante el Teorema de Pitágoras:

$$g_b = \sqrt{R_b^2 + z_b^2} \quad (2.2)$$

De todas las pruebas realizadas, notamos que  $R_b$  es aproximadamente igual al radio del proyectil, es decir,  $R_b = r_p \pm 0.3 \text{ mm}$  (fig.2.7a). Esto confirma que el montículo resulta del arresto dinámico del material del hemisferio inferior del proyectil entre el piso y el hemisferio superior, como fue reportado anteriormente en Ref. [24]. Además, en la fig. 2.7b se muestra  $z_b$  vs  $E$ , considerando una energía de impacto crítica  $E_f \approx 0.4 \text{ J}$  notamos que para el régimen  $E < E_f$ , la altura de los bultos crece como una ley de potencia dada por

$$z_b = 0.013E^{0.3}, \quad (2.3)$$

pero en  $E = E_f$  el bulto parece preservar sus dimensiones. Contrainitivamente, ocurre que para  $E > E_f$  el valor de  $z_b$  permanece constante en todo el rango estudiado ( $0.4 < E < 2.3 \text{ J}$ ). Aproximadamente 1 cm es el valor al cual tiende  $z_b$  con este rango de empaquetamientos

**Experimento 1:**  
**Sistemas de rayos producidos por proyectiles granulares**  
2.3 Resultados experimentales

( $0.51 < \phi < 0.66$ ), por esta razón, analizamos detalladamente las dimensiones del abultamiento a medida que incrementamos la energía.

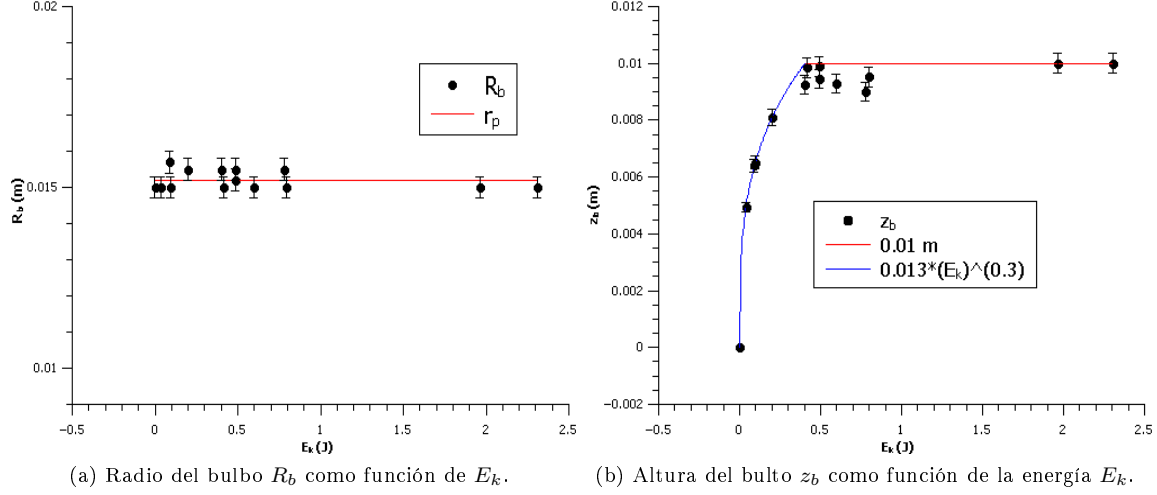


Figura 2.7: Análisis de cada bulto resultante. Note de (a): que  $R_b$  se aproxima a una constante  $r_p = 1.52$  cm desde los primeros impactos. Y de (b): que se cumple una ley de potencia  $z_b = 0.013E_k^{0.3}$  hasta llegar a  $E_f$ , luego,  $z_b \approx 1$  cm.

Para conocer el ángulo de reposo en cada impacto, nos apoyamos de la geometría del bulto, tratando su sección transversal aplicamos trigonometría, de la fig.2.6c decimos que:

$$\alpha = \arccos \frac{R_b}{g_b}; \quad (2.4)$$

realizamos este cálculo en cada prueba y como ya se esperaba,  $\alpha$  se comporta de la misma manera que  $z_b$ , es decir, crece con la energía como una ley de potencia hasta  $E_f = 0.4$  J, a partir de ahí, tiende a un valor constante de  $34^\circ$  respecto de la horizontal (veáse fig.2.8). Esto sucede porque en los primeros impactos ( $E < E_f$ ,  $\phi < 0.6$ ) la energía no fue lo suficiente como para que el material superior del proyectil se deslizara sobre el inferior, en cambio, sólo se desintegraba una parte mínima del mismo (principalmente de los bordes), haciendo que la altura fuera de unos cuantos milímetros. Pero a medida que asciende la energía, se genera el abultamiento por un confinamiento dinámico durante el crecimiento transitorio hacia el sistema de rayos. Esto es, es en estos valores de energía donde el proyectil se pulveriza en los que los sistemas de rayos emergen.

La fig. 2.9.a) muestra las dimensiones de los 10 fragmentos más prominentes como función de la energía en cada impacto. Para obtener estos datos, la masa de los 10 fragmentos mayores fue pesada con precisión para cada valor de  $E_k$ . Siendo  $m_f$  la masa del fragmento en cuestión. Note que para  $E_k = 0$  se considera la masa del proyectil ( $\sim 27$  g), tal que este permanece intacto; conforme aumenta la energía, la distribución de masas disminuye considerablemente y decae rápidamente hacia valores menores a 1 g. Hemos ajustado una curva con un decaimiento exponencial que corresponde a la línea naranja, en donde se considera debe satisfacer que  $m_f(E = 0) = 27$  g. Tal función se ajusta como:  $m_f = m_p e^{-2.5E_k^{0.37}}$ . En la figura 2.9.b) la masa del fragmento más grande en cada impacto fue normalizada con la masa del proyectil intacto  $m_p$ , lo cual nos ayuda a notar que las masas de los escombros rápidamente decaen a una fracción muy pequeña de la masa original conforme aumentamos la energía de impacto; también agregamos la función  $m_f/m_p = e^{-2.5E_k^{0.37}}$  y se ajusta como se esperaba.

Basándonos en los resultados presentados en [22], nos inspiramos a estudiar de manera cuantitativa la transferencia y disipación de energía en conglomerados granulares, pues nuestros proyectiles

**Experimento 1:**  
**Sistemas de rayos producidos por proyectiles granulares**  
2.3 Resultados experimentales

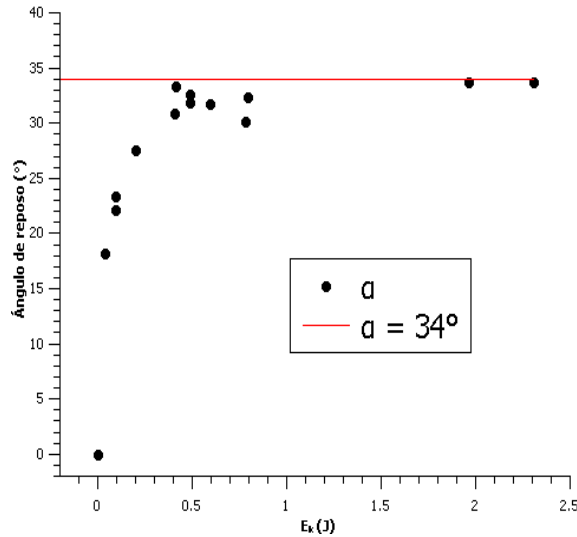


Figura 2.8: Medida del ángulo de reposo  $\alpha$  en  $^{\circ}$  grados como función de la energía  $E_k$ .

forman parte de la materia granular jerárquica. Sabemos que a partir del planteamiento englobado en la ec. (1.6) podemos conocer las energías iniciales con las cuales una bola penetra contra una superficie; basándonos en la fig.(2.4) la energía se transfiere desde el punto de contacto hacia el resto del proyectil como energía cinética, logrando así que se fracture desde las regiones más cercanas hasta las más lejanas. Este se fragmentará hasta llegar a dimensiones de aglomerados ( $\approx 1\mu m$ ) en algunas regiones, dependiendo de la cantidad de energía inicial, del empaquetamiento y de la superficie. La propia inercia del sistema hace que la mitad inferior de la esfera se fracture y sea cubierta por los fragmentos de la mitad superior generando una avalancha de material eyectado de manera radial e isotrópica alejándose del bulto central.

Como se observa en las figs. (2.10) y (2.11), consideramos un radio isotrópico de material en los primeros instantes después del choque; etiquetamos la posición relativa del *disco de escombros* eyectados desde el punto de contacto durante un intervalo de tiempo  $\Delta t$ . A la razón de cambio la definimos como velocidad de eyección o esparcimiento  $v_e$ .

El material acumulado dentro del radio  $R_b$  fue pesado con una báscula analítica para conocer la masa del bulto  $m_b$ , además, del material que quedó fuera pesamos los fragmentos más grandes para determinar aproximadamente la masa eyectada  $m_e$ , tal que

$$m_e \approx m_p - m_b \quad (2.5)$$

Por ejemplo, en la prueba  $I_{11}$  se obtuvo que:  $m_{p11} = 28.5$  g,  $m_{b11} = 10.2$  g, para darnos que:

$$m_{e11} = 18.3g,$$

aunque la que nosotros pesamos fue de 8.5 g. Entonces, aproximadamente 9.8 g del proyectil quedó adherido a la superficie y/o superó las limitaciones de nuestro experimento. Las medidas tomadas en  $I_{11}$  y los resultados obtenidos en cada prueba se muestran en la fig. (2.12), donde se consideró que todos los proyectiles poseían una misma masa de 27 g, de esta manera, sustituyendo y despejando la ec. (2.1), obtuvimos distintas alturas iniciales, esto no alteró los resultados pues lo que nos interesa es la energía de impacto. Nótese de la fig. 2.12.b), que en las primeras tres pruebas se observa un comportamiento extraño, esto sucede porque la energía es muy pequeña comparada con  $E_f$  y se considera al bulto como el conjunto de material desprendido principalmente de los bordes del proyectil, pero es importante para darnos una idea de la energía mínima requerida para fragmentar un aglomerado. Además, el modelo sugiere que para alguna cantidad de energía

**Experimento 1:**  
**Sistemas de rayos producidos por proyectiles granulares**  
 2.3 Resultados experimentales

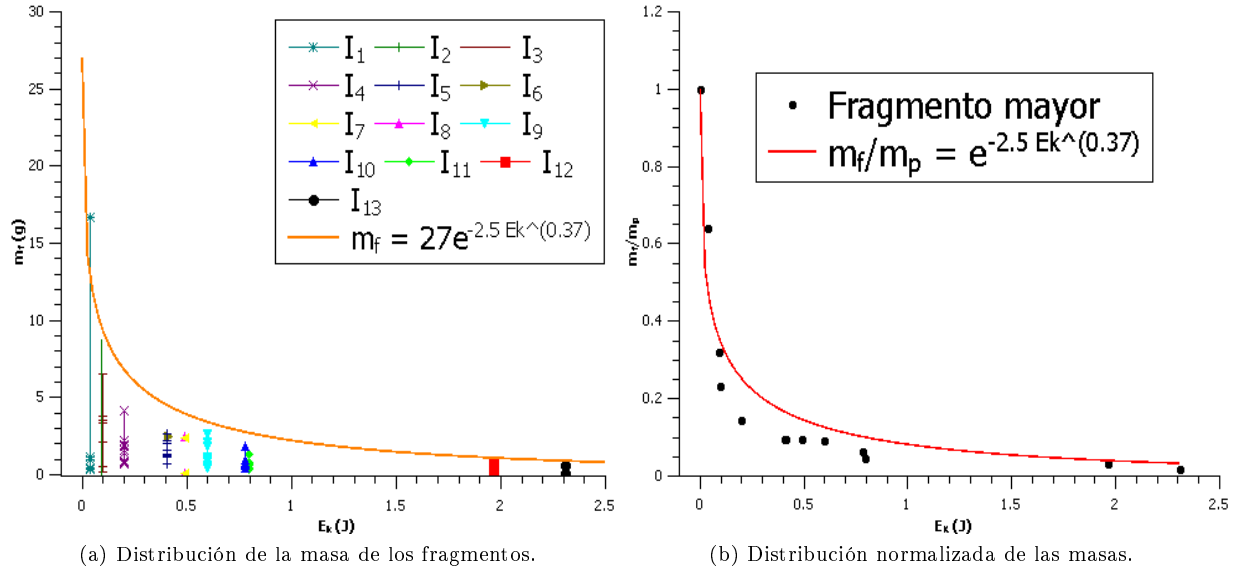


Figura 2.9: Análisis de la distribución de los fragmentos resultantes para cada impacto.

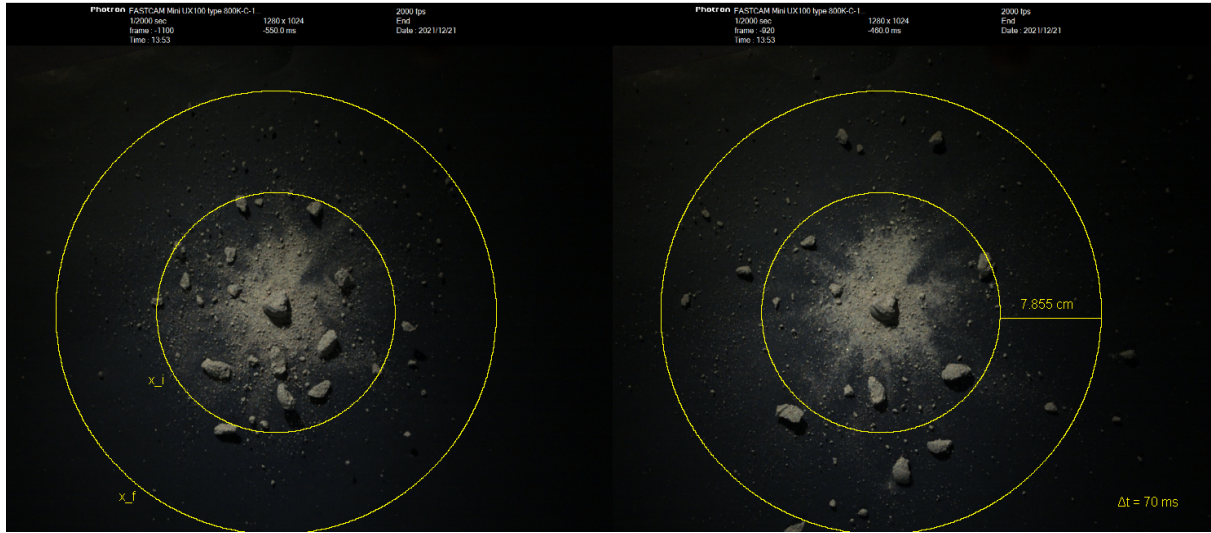


Figura 2.10: Medida de la velocidad de esparcimiento considerando una distribución isotrópica en las primeras instancias del impacto  $I_6$ .

(aprox. 0.4 J) sucede que  $m_b = m_e$ , luego abruptamente comienza un régimen donde  $m_b < m_e$  con tendencia a igualarse nuevamente, después para cierta energía que no exploramos debería ocurrir que  $m_b = m_e$  y en seguida comienza un nuevo régimen donde  $m_b > m_e$  donde parece incrementar esta discrepancia hasta la energía máxima explorada.

Ahora, dado que ya conocemos la  $v_e$  o puede ser medida, definimos ahora la energía cinética transferida  $E_e$  como:

$$E_e = \frac{1}{2} m_e v_e^2, \quad (2.6)$$

**Experimento 1:**  
**Sistemas de rayos producidos por proyectiles granulares**  
 2.3 Resultados experimentales

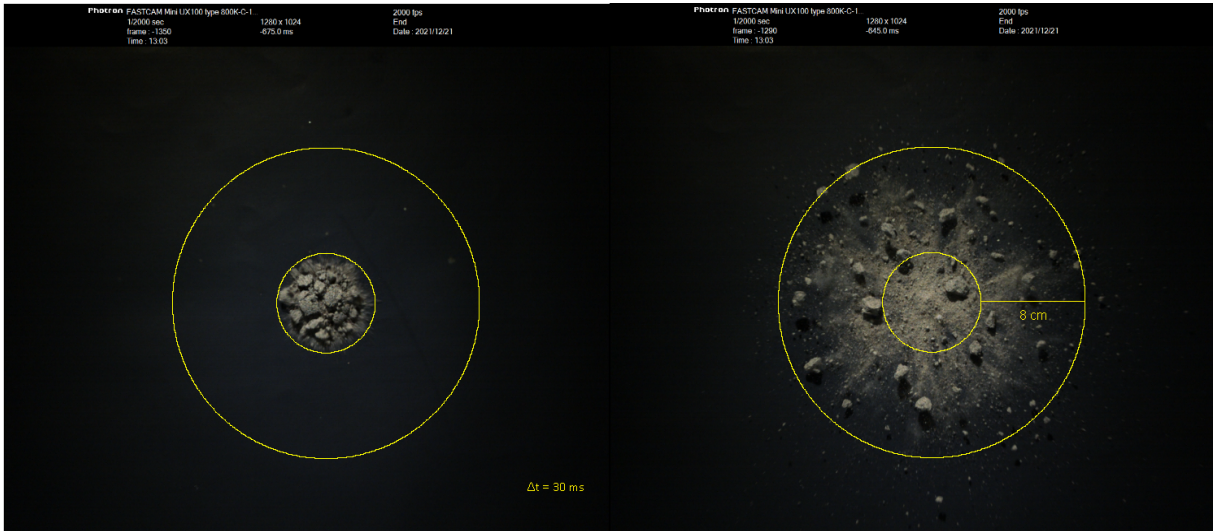


Figura 2.11: Medida de la velocidad de esparcimiento en una distribución isotrópica a primeras instancias del impacto  $I_8$ .

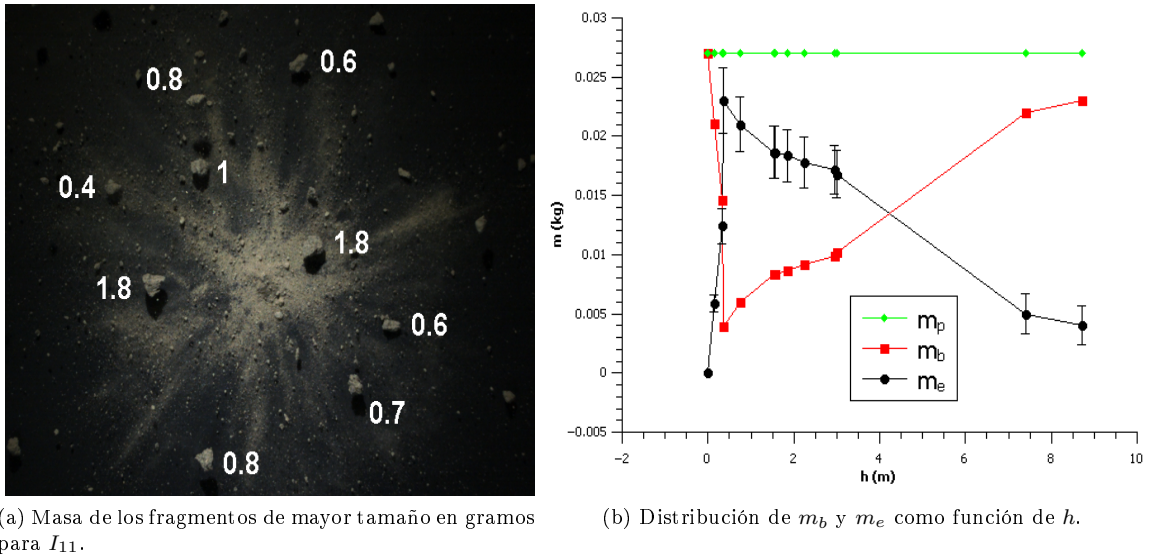


Figura 2.12: Análisis de la masa total eyectada  $m_e$  y la del bulto  $m_b$ .

para así, realizar un análisis del porcentaje de energía transferida en el impacto del proyectil hacia los escombros eyectados (véase fig. 2.13), para así determinar la cantidad de energía que es disipada durante la colisión. Notamos que con los impactos menos energéticos  $E_e \approx 3\%E_k$  aunque este porcentaje va incrementando hasta llegar a un máximo de 7% con una  $E_k \approx 0.4$  J. A partir de aquí, el porcentaje va decreciendo y, por tanto, coincide con lo reportado en [22]. En el inset se muestra un reescalamiento de 0 a 1 del porcentaje de energía, donde 1 es el 100%, aquí, se indica con la línea roja  $E_e/E_k = 0.05$  que aproximadamente sólo el 5% de la energía de impacto se transfiere al medio. Estos resultados nos indican que más del 90% de la energía cinética del proyectil es disipada durante la colisión, principalmente en la deformación y fragmentación del

**Experimento 1:**  
**Sistemas de rayos producidos por proyectiles granulares**  
2.3 Resultados experimentales

mismo, así como por fricción entre las partículas.

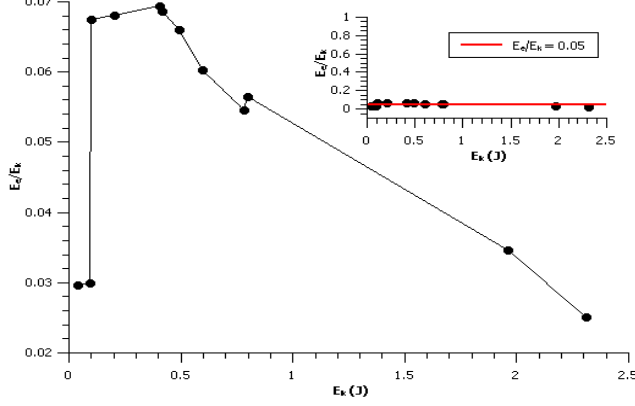


Figura 2.13: Relación entre energía de impacto y la energía transferida. Inset: Porcentaje de energía transferida en una escala de 0 - 1, mostrando con la línea roja que es alrededor del 5% del total.

Aparte de esto, con la ayuda de las filmaciones de alta velocidad logramos determinar el recorrido seguido por aquellos fragmentos con masas muy distintas unas de otras cuando el radio isotrópico comienza a separarse ( $t \geq 0.01$  s) en impactos donde esta diferencia es notoria ( $I_1 - I_{10}$ ), esto porque la energía no fue lo suficiente como para homogeneizar el material eyectado.

Sea  $x(t)$  la posición relativa en función del tiempo de un conjunto de fragmentos desde el punto de origen. Notamos que existe una discrepancia en sus recorridos y por ende, en sus alcances finales  $L$ . En la fig. (2.14) se muestra el recorrido y alcance para tres distribuciones de masas en  $I_7$  durante un intervalo de tiempo de 0.35 s. Como puede apreciarse, se consideraron tres distintas distribuciones de granos: finos ( $\sim 0.1$  g),  $g_1$  ( $\sim 0.6$  g) y  $g_2$  ( $\sim 1$  g). Antes de que comenzara a hacerse notoria la segregación de los granos, se observó un desplazamiento homogéneo casi constante con el tiempo, donde  $L = 260.524t$ . Después, la posición del fragmento  $g_2$  aumentaría como una ley de potencia:

$$x_{g2}(t) = 21.21t^{0.5}, \quad (2.7)$$

lo mismo se observa para las otras dos distribuciones:  $x_{g1}(t) = 31.21t^{0.5}$  y  $x_{finos}(t) = 91.21t^{0.5}$ . Esto ocurre porque la masa de cada grano juega un papel importante en la velocidad de eyección, pues si despejamos la ec. (2.6) nos queda que

$$v_e = \sqrt{\frac{2E_e}{m_e}}, \quad (2.8)$$

siendo las de menor masa las que poseen mayor velocidad de eyección y por ende mayor alcance final.

Para conocer el número aproximado de rayos que se forman al finalizar el proceso, primero en la imagen de la estructura final de  $I_{13}$  definimos una circunferencia centrada en el origen de radio  $r \approx 0.08$  m tal que cada segmento de arco  $s$  pase por la zona donde es más notoria esta distribución (véase fig.2.15a).

Luego, se utilizó un filtrado especial de ©ImageJ para atenuar el realce de blancos de la fotografía tomada, de esta manera se consiguió hacer más notorio el sistema de rayos como se aprecia en la fig. (2.15b). Con esto, y considerando que  $s(\theta) = r\theta$ , se midió la intensidad a lo largo de toda la circunferencia ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ) para conocer el perfil aproximado del sistema. Ajustando como valor mínimo  $\text{Int} = 95$ , se observa en el gráfico (2.15c) un aproximado de  $N = 13 \pm 1$  rayos distribuidos radialmente, semejantes entre sí pero que no son uniformes ni homogéneos como se han

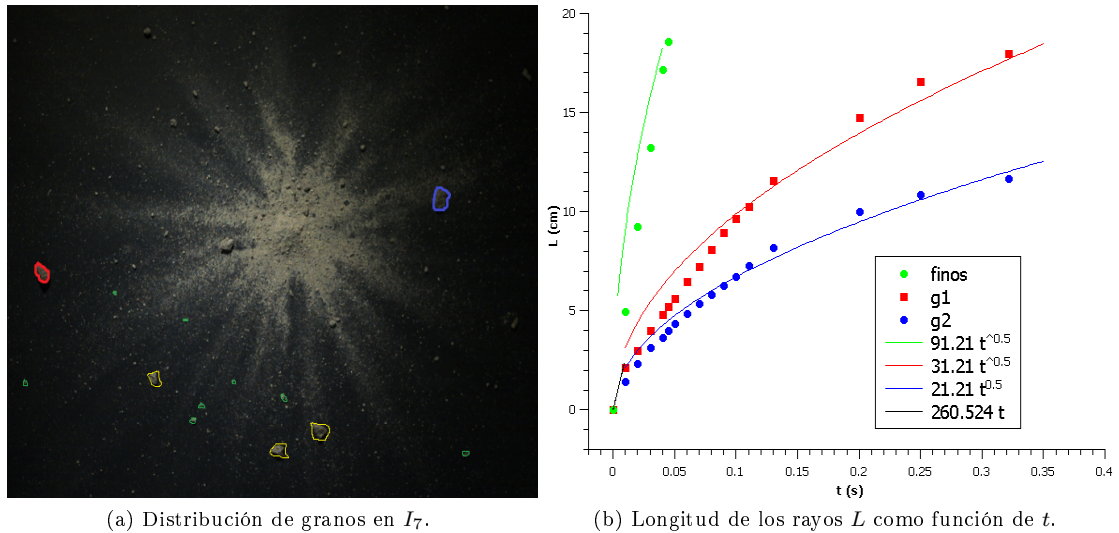


Figura 2.14: Longitud máxima de los rayos  $L$  como función del tiempo  $t$ .

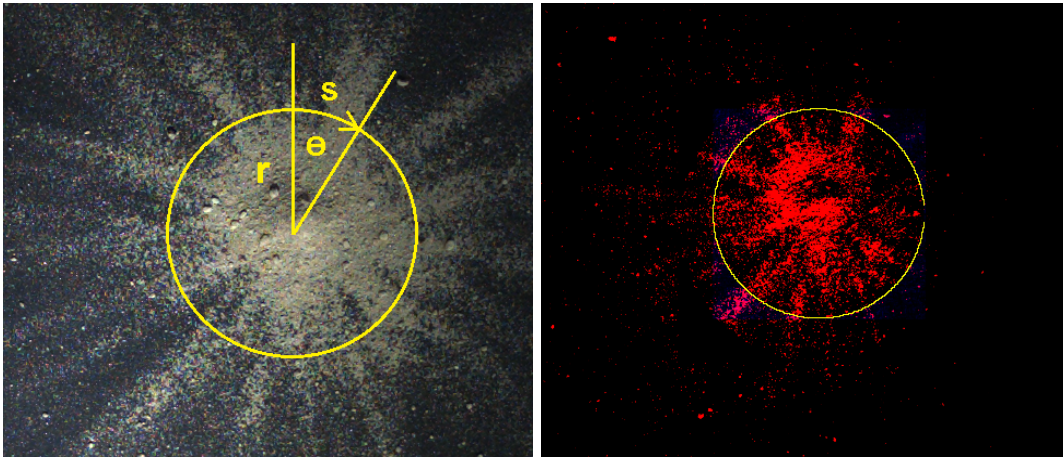
logrado observar en cuerpos celestes. Del gráfico (2.15d), notamos que  $N$  es difícil de cuantificar en las primeras pruebas pues la energía no es la suficiente como para fragmentar todo el aglomerado por lo que no se eyecta el material para formar un sistema de rayos bien definido, sin embargo, estos están mejor definidos a medida que aumenta  $E_k$  aunque sigue siendo difícil de distinguirlos por estar tan dispersos. De hecho, se nota que la cantidad de granos en un rayo decrece con la distancia  $r$  desde el origen, esto es,

$$\rho_{Ray}(r) \propto \frac{\rho_s}{r}.$$

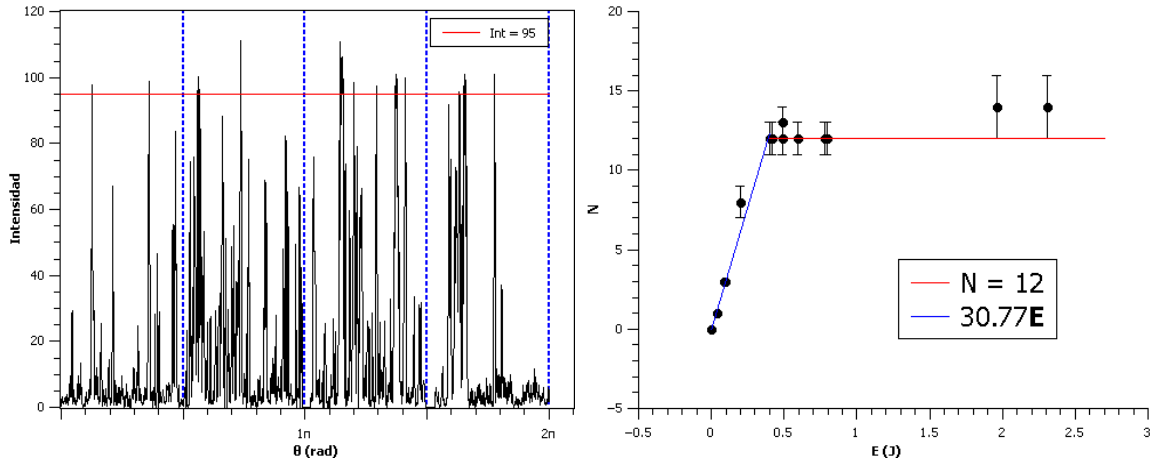
Finalmente, con el propósito de comparar lo que ocurre cuando en lugar de una superficie sólida y rígida como el suelo se penetra una cama granular, realizamos un impacto como aquellos llevados a cabo en [24], esto es, un impacto granular individual sobre una cama de arena aplanada con bajo empaquetamiento (fig.2.16.a). En este impacto se obtuvo una energía  $E_k \approx 0.78\text{J}$  por lo que es pertinente comparar la secuencia con la prueba  $I_{10}$  mostrada anteriormente en fig.2.5.c). Podemos notar que el proyectil en el caso a), prácticamente permaneció intacto durante todo el proceso y genera un cráter simple de diámetro  $D \approx 8.8\text{cm}$ , lo cual concuerda con lo esperado de la ec.(1.7). Sin embargo, en la fig. 2.16.b), el aglomerado se fragmenta casi instantáneamente al entrar en contacto con la superficie, se forma un disco isotrópico de escombros pero rápidamente comienza a descomponerse pues los escombros se separan entre sí y el proceso termina mucho después que en el caso granular; además de formarse un sistema de rayos como los reportados anteriormente. Por lo tanto, es evidente que las propiedades de la superficie juegan un papel importante en la morfología de escalas planetarias.

**Experimento 1:**  
**Sistemas de rayos producidos por proyectiles granulares**  
 2.3 Resultados experimentales

---



(a) Fotografía final de  $I_{13}$  y geometría considerada. (b) Imagen filtrada al rojo para notar las eyecciones radiales.



(c) Perfil radial de intensidad en función de  $\theta$ . (d) Número de rayos observados en función de la energía.

Figura 2.15: Simetría considerada para conocer el perfil radial de un sistema de rayos.

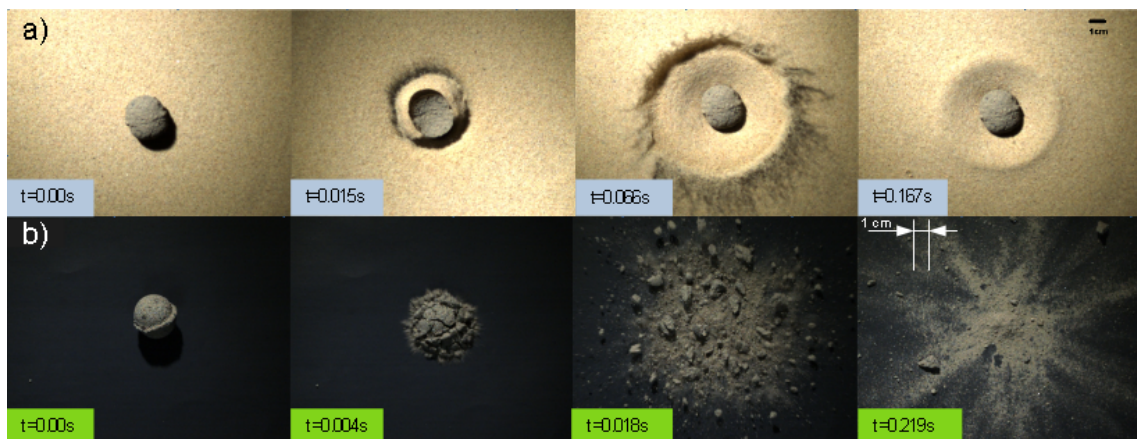


Figura 2.16: a) Caso granular: formación de un cráter por un proyectil granular individual de  $m_p = 29.1$  g,  $d_p = 3$  cm desde una  $h = 2.72$  m. b) Caso sólido: impacto con las mismas características que en a) pero contra una superficie rígida.



## Capítulo 3

# Experimento 2: Impactos binarios de proyectiles granulares

*En este capítulo se presentan los resultados obtenidos para impactos binarios de proyectiles granulares penetrando en superficies granulares. Primero una breve presentación de los cráteres binarios, después se enlistan las propiedades de los proyectiles usados, luego se describe el sistema experimental, la metodología seguida y finalizando con el análisis de resultados.*

### 3.1. Cráteres tipo doblete

Como se mencionó en la sección (1.3), existen cráteres complejos con estructuras muy extrañas comparadas con las comúnmente observadas, algunos ejemplos se mostraron en la fig. (1.8) aunque existen otros poco comunes en la Tierra ( $\sim 10\%$ ) que son los cráteres binarios, dobles o del tipo doblete (véase fig. 3.1.a) [28].

Estos son cráteres de impacto que se caracterizan por poseer una doble depresión generada posiblemente por el impacto simultáneo de dos meteoritos distintos que giran alrededor de un centro de masa común, o por un objeto que en algún instante antes del choque se fragmentó debido a condiciones atmosféricas o gravitacionales dando lugar a su peculiar morfología. Se han observado principalmente en superficies planetarias como la Tierra, Venus y Marte. La fig.3.1a) muestra un ejemplo de cráter doble observado en Marte. Como se observa, posee una línea recta simétrica partiendo del centro de las depresiones, lo cual nos indica que el impacto fue prácticamente simultáneo, generando ondas de impacto que chocan en la línea central para producir esta elevación característica. Se han realizado estudios estadísticos donde se ha encontrado que alrededor del 10 % de los cráteres conocidos en la Tierra son dobles al igual que en Venus [29]. Además, se han hecho simulaciones numéricas para estimar la proporción de estos cráteres generados por asteroides dobles obteniendo porcentajes interesantes [30]. En [31], [32] se realizaron experimentos para tratar de reproducir tales estructuras a bajas energías y se demostró que es la interferencia de las ondas de choque lo que genera ese levantamiento central característico.

Recientemente, en [28] se estudió el proceso de formación y morfología de cráteres de este tipo generados por el impacto de dos proyectiles sólidos cayendo uno al lado del otro contra una cama de arena. Fue posible reproducir las principales características de aquellos observados a escala planetaria: depresiones superpuestas, el levantamiento recto interior y la eyección lateral, ver fig. 3.1 b). En este trabajo, se estudiaron impactos simultáneos disminuyendo la separación inicial  $\Delta x$  entre los centros de los dos proyectiles idénticos, obteniendo así desde cráteres individuales hasta

**Experimento 2:**  
**Impactos binarios de proyectiles granulares**  
3.2 Sistema experimental y metodología

---

dobletes. Cuando los proyectiles están prácticamente en contacto lateral ( $\Delta x = D_p$ ), sus impactos producen un solo cráter simple, de tamaño igual al que se esperaría de un proyectil con energía de impacto equivalente (con el doble de masa o doble de altura). Además, controlando el tiempo de caída o desfase  $\Delta t$  entre los dos impactos, se demostró que la línea eyectada lateralmente es simétrica sólo para eventos completamente simultáneos ( $\Delta t = 0$ ). Los trazos curvos de eyección son el resultado de impactos desfasados. Si  $\Delta t$  es mayor que el tiempo tomado por los granos para colapsar sobre la superficie ( $\approx 1s$ ), el trazo eyectado desaparece y un cráter es superpuesto sobre el otro (véase fig. 3.2). Otro aspecto importante es que se analizó detalladamente la profundidad final alcanzada por los proyectiles en la cama granular, y se halló que cuando existe un desfase entre cada proyectil, el segundo logra penetrar más dentro de la cama, alcanzando mayor penetración en comparación con el primero, esto debido a la fluidización de la cama originada por el primer impacto además del material desplazado por este. Esto se hacía más evidente conforme la separación inicial  $\Delta x$  iba disminuyendo.

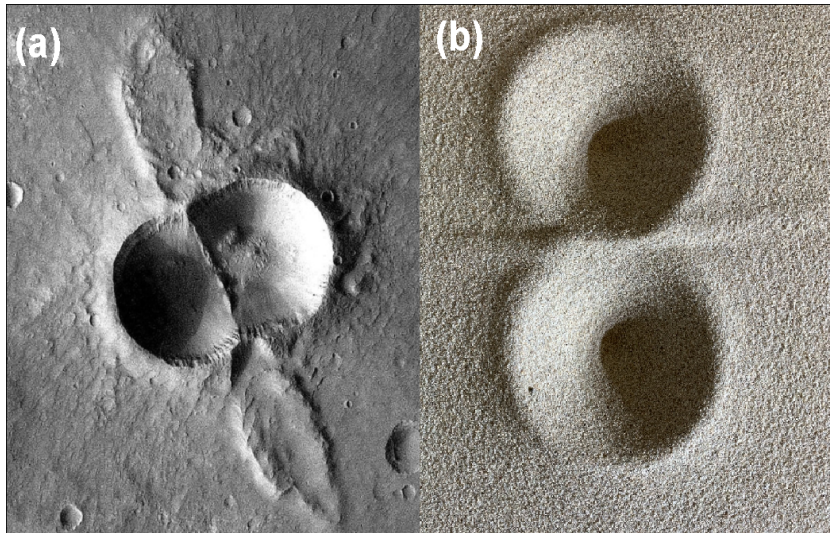


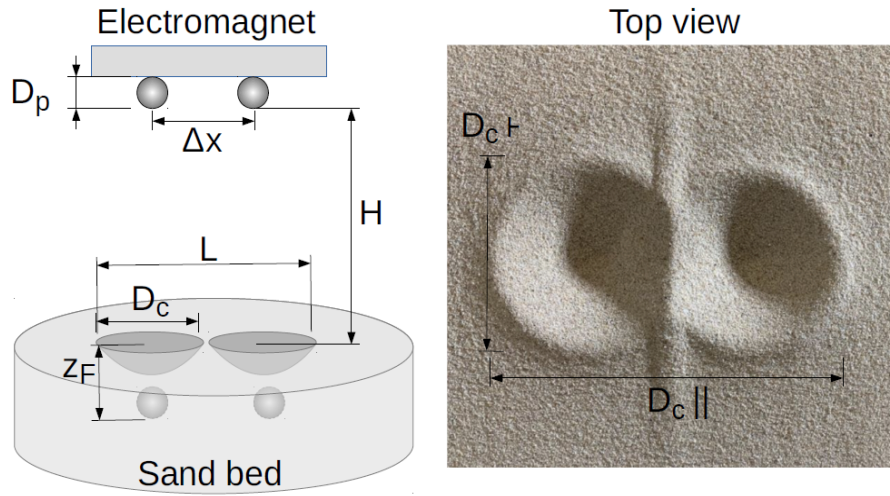
Figura 3.1: a) Cráter doblete ubicado en Utopia Planitia, Marte. Imagen tomada de 2001 Mars Odyssey Mission, NASA/JPL-Caltech/ASU. b) Fotografía de un cráter doblete generado en GranisLab-IFUAP.

Entonces, en dicho estudio se ha logrado reproducir a escala de laboratorio el mecanismo que explica la generación de los cráteres tipo doblete mediante experimentos desarrollados con proyectiles sólidos (esferas de acero) que permanecen intactos tras el impacto. Claramente, esta no es una situación cercana a lo que ocurre tras impacto de meteorito real, donde el proyectil se fragmenta y pulveriza tras la colisión. Por esta razón, la motivación de este segundo experimento es estudiar el proceso de formación de cráteres binarios usando dos proyectiles granulares esféricos para tratar de reproducir tales estructuras y discutir las principales diferencias morfológicas resultantes que se puedan encontrar.

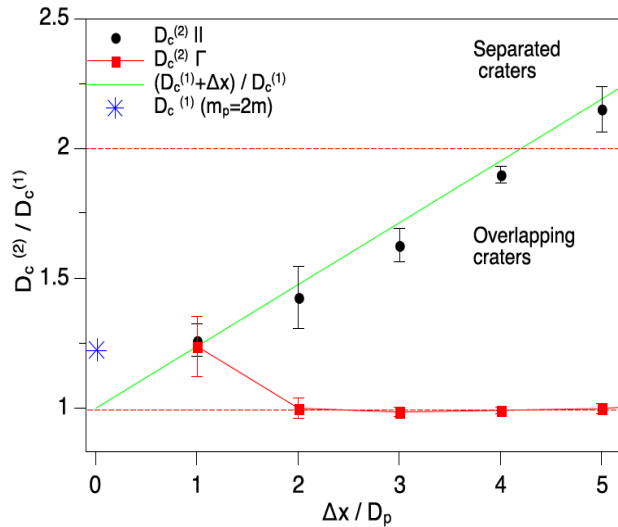
### 3.2. Sistema experimental y metodología

El proceso para crear los aglomerados granulares fue el mismo que se siguió en el primer experimento (secc. 2.1). Se prepararon un total de 28 esferas granulares; todas las bolas se catalogaron por parejas (14 pares) para los fines deseados, los detalles en la tabla (3.1).

El experimento se realiza de la siguiente manera: una tina rectangular plástica de  $0.5 \times 0.3 \times 0.12$  m ( $V = 0.018 \text{ m}^3$ ) es llenada totalmente con arena blanca ( $\rho_{ws} = 2650 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ) y es aleatorizada



(a) Sistema experimental utilizado: dos proyectiles metálicos de diámetro  $D_p$  separados por una distancia  $\Delta x$  medida de centro a centro, son sujetados por un electroimán y liberados desde una altura  $H$  sobre una cama de arena para conocer la profundidad final del proyectil  $Z_F$ . Y vista superior de un cráter doblete indicando cómo se midieron los diámetros finales paralelo y perpendicular de los cráteres. Diagramas obtenidos de [28].



(b) Dimensión del cráter doblete como función de su separación  $\Delta x / D_p$ , normalizada con el diámetro de cráter individual  $D_c^{(1)}$  obtenido con una misma energía de impacto.

Figura 3.2: Morfología de un cráter tipo doblete obtenida en [28].

revolviendo la arena con una varilla metálica delgada hasta el fondo. La varilla es extraída y el material excedente es removido con una barra horizontal para obtener una superficie plana. El empaquetamiento conseguido con este método es  $\phi_{ws} \approx 0.55 \pm 0.01$ . Después, desde una altura  $h$  del centro de la cama se coloca un soporte formado por brazos metálicos que sujetan dos cilindros huecos de diámetros  $d$  (idénticos al de los proyectiles) separados por una distancia  $\Delta x$  uno del otro, las bolas son suspendidas por una compuerta mecánica como se muestra en la fig. (3.3).

La compuerta es removida y los proyectiles caen verticalmente mientras las cámaras de alta velocidad ©Photron UX-100 Mini filman el proceso (a 2000 fps) hasta que se impactan contra el

**Experimento 2:**  
**Impactos binarios de proyectiles granulares**  
 3.2 Sistema experimental y metodología

Tabla 3.1: Clasificación de proyectiles usados para el experimento 2 de acuerdo a su masa, densidad y empaquetamiento.

Par	$m_1$ (g)	$m_2$ (g)	$\rho_1$ ( $\frac{kg}{m^3}$ )	$\rho_2$ ( $\frac{kg}{m^3}$ )	$\phi_1$	$\phi_2$
1	26.7	26.7	1630	1630	0.60	0.60
2	19.3	19.3	1180	1180	0.45	0.45
3	18	18	1100	1100	0.40	0.40
4	18.2	18.2	1110	1110	0.41	0.41
5	20.7	20.7	1260	1260	0.47	0.47
6	21	21	1280	1280	0.47	0.47
7	19.3	19.3	1180	1180	0.43	0.43
8	21	18	1290	1100	0.47	0.40
9	27	27	1650	1650	0.61	0.61
10	27.1	273	1660	1670	0.61	0.61
11	28.7	28	1750	1710	0.64	0.63
12	24	25.7	1470	1570	0.54	0.58
13	25.2	26.8	1540	1640	0.59	0.62
14	27.5	27	1680	1650	0.62	0.61

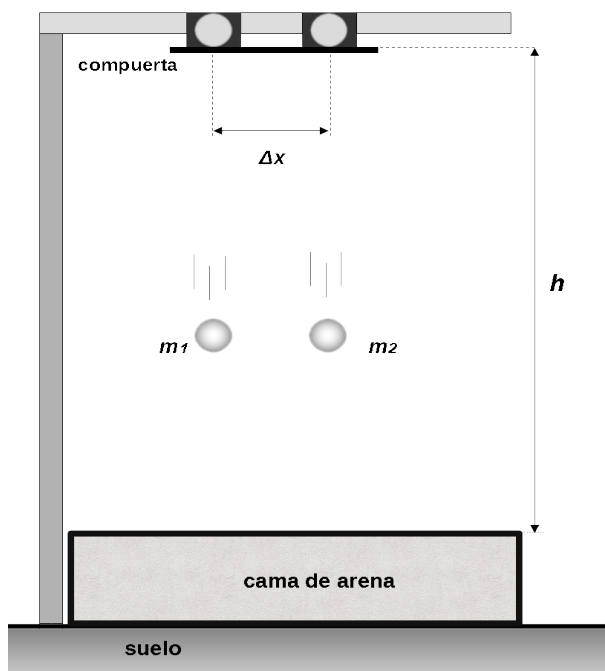


Figura 3.3: Esquema del arreglo para el segundo experimento. Dos proyectiles de diámetros similares con masa  $m_1$  y  $m_2$  separados por una distancia  $\Delta x$  son sujetos por una compuerta mecánica deslizable y soltados desde una altura  $h$  sobre la cama de arena.

centro de la cama para finalmente fragmentarse (o no) como se aprecia en la fig.(3.4). Todos los pares de proyectiles de la tabla 3.1 fueron soltados libremente desde un rango de  $h = 2.18 - 8.5$  m.

### 3.3. Discusión de resultados

Con el fin de determinar bajo qué condiciones se genera un cráter tipo doblete con proyectiles granulares, se realizó un total de 14 pruebas considerando un amplio rango de energías de impacto como se detalla en la tabla (3.2). Además, aquí se especifica la separación inicial  $\Delta x$  y el desfase temporal  $\Delta t$  medido con ayuda de las filmaciones, para cada impacto.

Tabla 3.2: Energías obtenidas en el experimento 2;  $\Delta x$  como la separación inicial y  $\Delta t$  el desfase temporal.

Impacto	$E_1$ (J)	$E_2$ (J)	$\Delta x$ (cm)	$\Delta t$ (ms)
$I_1$	0.515	0.515	8.6	6
$I_2$	0.571	0.571	9.3	3
$I_3$	1.501	1.501	5	13
$I_4$	1.518	1.518	6.1	10
$I_5$	1.61	1.61	9.2	2
$I_6$	1.726	1.726	13.6	4
$I_7$	1.751	1.751	11.3	13
$I_8$	1.751	1.501	11.5	13.5
$I_9$	2.001	2.143	3	5
$I_{10}$	2.101	2.235	8.7	1.5
$I_{11}$	2.251	2.251	14.7	0
$I_{12}$	2.26	2.276	7.4	17
$I_{13}$	2.293	2.251	14.2	3
$I_{14}$	2.4	2.335	3	9

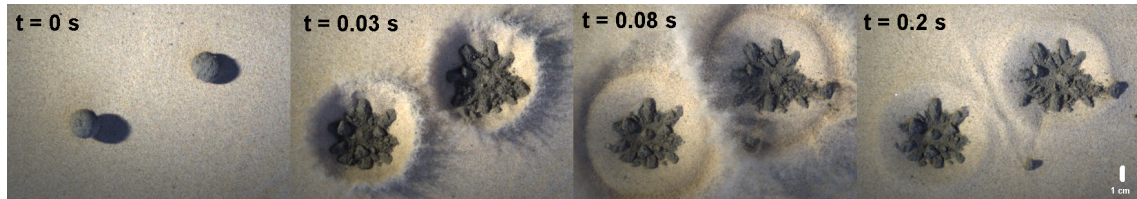


Figura 3.4: Secuencia temporal del impacto doble simultáneo  $I_{11}$  de acuerdo con la tabla 3.2, donde  $m_1 = m_2$ .

Como se aprecia de la fig. (3.4), el proceso inicia cuando los proyectiles entran en contacto con la cama  $t = 0$ s, luego comienzan a fracturarse total o parcialmente por la transferencia de momento haciendo que el material de los proyectiles se expulse radialmente a través de la onda de impacto generadas por sí mismos, y de esta manera, se genera una cortina de eyección de arena de la cama partiendo radialmente desde cada punto de impacto. Dependiendo del desfase temporal entre impactos o *delay*,  $\Delta t$ , es como será la distribución final de escombros de cada proyectil, así como del cráter. Es decir, si los proyectiles penetran simultáneamente ( $\Delta t = 0$ ) las dos cortinas de eyección se expanden simétricamente entre los dos cráteres hasta colisionar entre sí mismas generando un levantamiento recto como se aprecia en la fig. (3.4). Pero si no es el caso, la cortina de eyección del proyectil desfasado se desvía causando que el levantamiento también se desvíe hacia su cráter como recientemente se reportó en [28].

En [24] se demostró que los cráteres producidos por esferas sólidas y de arena con la misma energía de impacto eran similares en diámetro pero diferentes en morfología en función del factor de empaquetamiento  $\phi$  de los aglomerados. Por lo tanto, nos enfocamos en la morfología de los cráteres dobles generados por proyectiles esféricos con diferentes valores de  $\phi$ . Valores mayores

**Experimento 2:**  
**Impactos binarios de proyectiles granulares**  
 3.3 Discusión de resultados

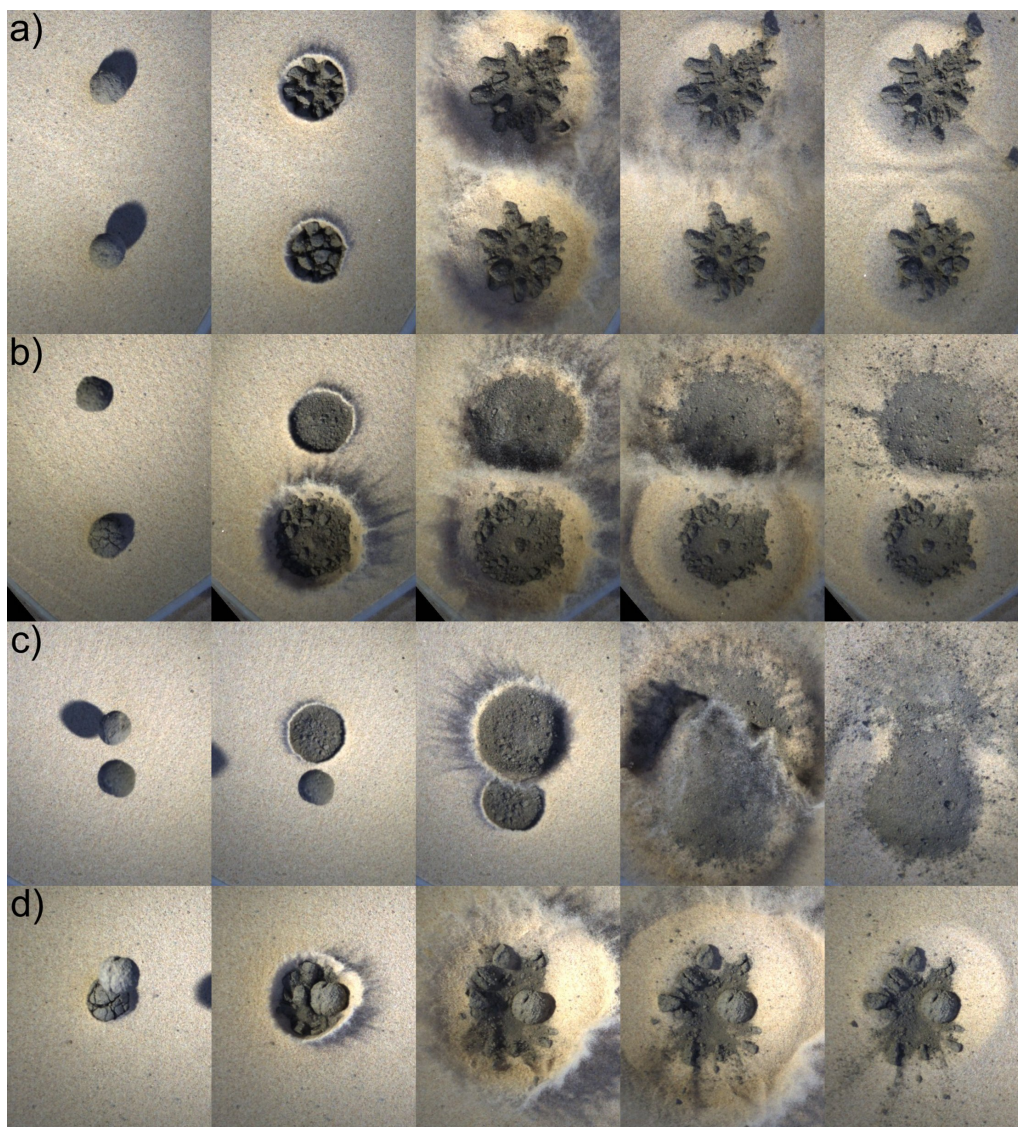


Figura 3.5: Secuencia de cráteres dobletes producidos por dos proyectiles granulares de diámetro  $d_p = 3$  cm cayendo desde  $h = 8.50$  m para diferentes separaciones iniciales  $\Delta x = 15, 12, 6, 3$  cm. Para cada caso, las distintas separaciones y pequeños desfases entre ambos impactos resultan en diferentes patrones de eyección.

a  $\phi = 0.6$  corresponden a proyectiles más rígidos. La fig. 3.5a) muestra el impacto binario para  $\Delta x = 15$  cm con  $\phi = 0.61$  para ambos proyectiles. Este caso resulta en dos cráteres separados por una cresta recta simétrica producida por la colisión de los dos frentes de onda generados por los impactos concordando con la gráfica mostrada en la fig. (3.2b) a pesar de que los restos del proyectil son diferentes entre sí (unos grandes y otros pequeños) además de que permanecen en el interior de sus respectivos cráteres. En la fig. 3.5b), el proyectil que yace en la parte superior de la imagen con  $\phi = 0.4$  es pulverizado por el impacto (notemos que aquí ya se observan escombros fuera de la depresión simulando un sistema de rayos), mientras que el proyectil de la parte inferior  $\phi = 0.47$  genera escombros de mayor tamaño, pero como el desfase  $\Delta t = 2$  ms es pequeño, el levantamiento es prácticamente simétrica. En la fig. 3.5c), el proyectil inferior penetra después de  $\Delta t = 6$  ms, y

**Experimento 2:**  
**Impactos binarios de proyectiles granulares**  
3.3 Discusión de resultados

los escombros del cráter secundario se superponen a los producidos por el cráter primario. Para estos impactos,  $\phi = 0.41$  por lo que ambos proyectiles se pulverizan y sus fragmentos son pequeños, más homogéneos y terminan fuera de sus depresiones. Es importante considerar que el  $\Delta x = 6$  cm, por tanto, ya se esperaba un cráter doble superpuesto de acuerdo a la gráfica mostrada en la fig. (3.2b), también notemos como el levantamiento se desvía hacia el cráter secundario indicando que los desechos pueden modificar considerablemente el patrón final de la cortina de eyección. Por último, vemos que la fig. 3.5d) nos muestra el impacto de dos proyectiles de  $\phi = 0.64$ , con una  $\Delta x = 3$  cm, es decir, pegados lateralmente uno del otro y con un desfase  $\Delta t = 7$  ms, por lo que el cráter resultante es uno individual superpuesto y de mayor tamaño comparado con aquellos observados para otras separaciones (similar al que se obtendría con un proyectil con el doble de masa). El hecho de que el cráter sea esférico independientemente de la forma del proyectil es porque las depresiones de impacto comienzan a hacerse redondas a medida que incrementa la energía, como se reportó en [26]. Además, se observó que el segundo proyectil queda casi intacto después de la colisión, esto sucede posiblemente porque la primera colisión *fluidiza* el lecho de arena, produciendo un impacto suave para el segundo proyectil.

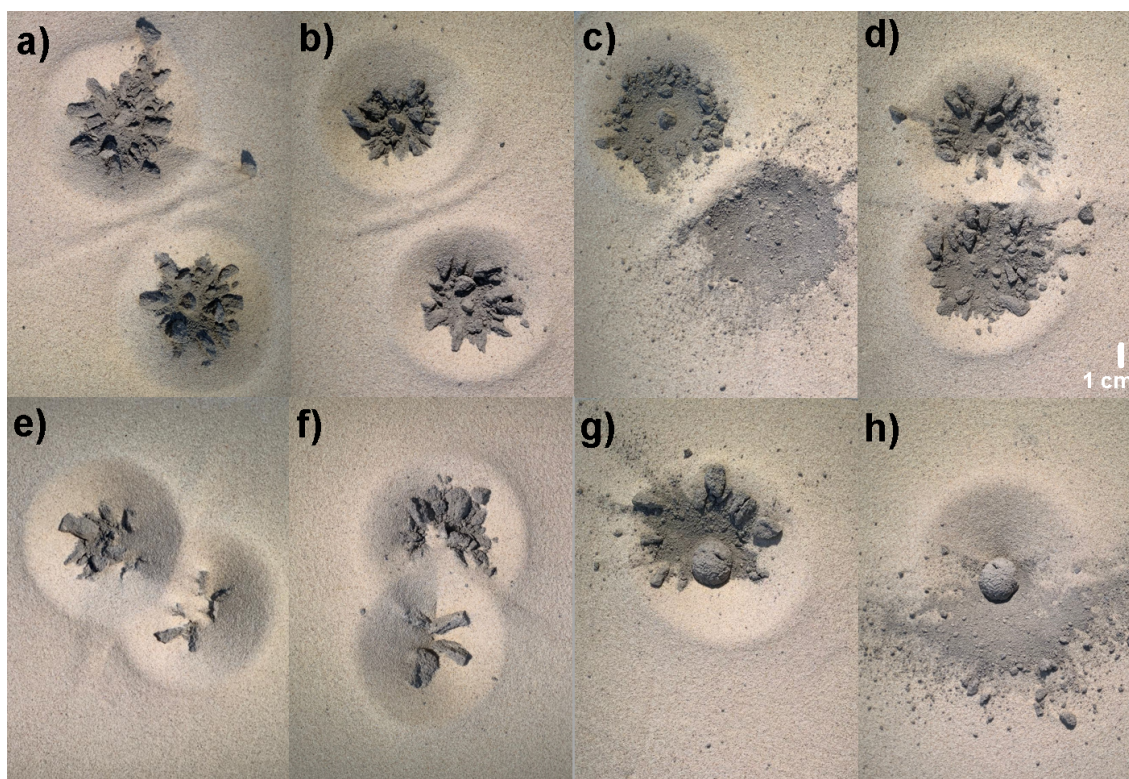


Figura 3.6: Comparación de cráteres dobletes obtenidos por dos proyectiles granulares de diámetro similares cayendo desde una misma altura, pero con diferentes separaciones iniciales  $\Delta x = 15, 12, 6, 3$  cm. En a) - d), los impactos fueron simultáneos resultando en cráteres separados y superpuestos a medida que se acercaban. En e) - h) se observaron distintos desfases  $\Delta t$  y se observa el paso de cráteres superpuestos, uno singular elíptico y circular.

Para finalizar, comparamos en la fig. (3.6) la morfología obtenida en ocho impactos: a)  $I_{11}$ , b)  $I_{13}$ , c)  $I_8$ , d)  $I_{10}$ , e)  $I_1$ , f)  $I_{12}$ , g)  $I_{14}$ , h)  $I_9$  de acuerdo con la tabla (3.2). Podemos notar que en a) - d) los impactos fueron prácticamente simultáneos por lo que se genera un levantamiento recto simétrico entre las depresiones y lo que determina qué tan alejado se encuentra éste es la separación inicial de los proyectiles. En e) - h) los impactos estuvieron desfasados temporalmente

**Experimento 2:**  
**Impactos binarios de proyectiles granulares**  
3.3 Discusión de resultados

---

por lo que resultan estructuras superpuestas, elípticas y circulares, dependiendo también de su separación inicial.

## Capítulo 4

# Experimento 3: Diseño de un sistema de lanzamiento para el impacto de proyectil granular vs proyectil granular

*En este capítulo describimos un sistema experimental que se preparó para el estudio de proyectiles granulares impactando contra otro proyectil de naturaleza semejante. Primero se describe la motivación de dicho experimento, luego el montaje experimental que se ha preparado. Aunque por limitaciones debido a la contingencia COVID-19, dichos experimentos no alcanzaron a realizarse en el tiempo planeado de esta tesis, se presentan los avances logrados y se describen las perspectivas de este experimento.*

### 4.1. Motivación

Mimas es una luna de Saturno descubierta en 1979 por William Herschel. Es uno de los más pequeños cuerpos esféricos que se conocen en el sistema solar [33]. Orbita a un poco menos de 200 000 km de Saturno y mide alrededor de 400 km de diámetro. El periodo orbital de Mimas es extremadamente corto (0.942 días), del orden de 22h30m, gira a toda velocidad alrededor de Saturno. Es un cuerpo helado de baja densidad,  $1190 \frac{kg}{m^3}$ , pues está compuesto principalmente por hielo de agua mezclado con restos de rocas. Tiene un diámetro de aproximadamente 397km y como se observa en la fig. (4.1), posee un enorme cráter de impacto de unos 139km de diámetro llamado Herschel, aproximadamente un tercio del diámetro de Mimas.

El impacto que produjo el enorme cráter fue tan violento que causó fracturas visibles en el lado opuesto del satélite. Posiblemente un impacto ligeramente más energético podría destruir un cuerpo del tamaño de Mimas. Se trata del segundo cráter más grande en relación con su cuerpo principal de cualquier luna planetaria en equilibrio en el sistema solar [34]. Es tan grande que la comunidad astronómica ha expresado su asombro de que Mimas no se haya destruido por el impacto. Sus paredes miden aproximadamente 5km de altura, partes de su suelo tienen entre 10 – 12km de profundidad y su pico central se eleva entre 6 – 8km sobre el suelo del cráter. Mimas tiene tantos cráteres que los nuevos solo pueden ocurrir dentro de cráteres viejos, lo que se denomina *saturación*. Se ha observado que algunos de los cráteres más elevados (con paredes de hasta 4 km de altura) tienen material polvoriento por dentro, esto pudo haber sido causado por material que se desprende de las paredes de los cráteres existentes cuando ocurre algún impacto

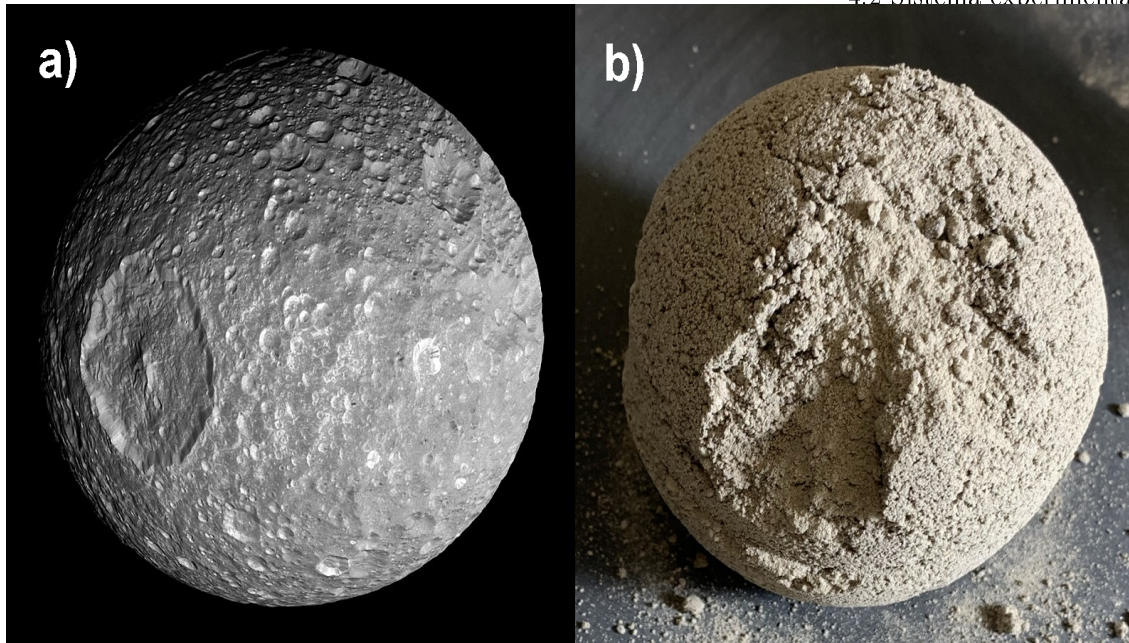


Figura 4.1: a) Satélite Mimas, Saturno. Imagen capturada por la nave espacial Cassini, NASA/JPL-Caltech/ESA/ISA, 2010. b) Morfología obtenida sobre un aglomerado granular en una prueba preliminar de nuestro experimento inspirado en Mimas.

energético en otros puntos de Mimas [35]. En el lado opuesto de Mimas, se ha observado chasmata (fisuras) que pueden ser fracturas por estrés debido a las ondas de choque del impacto que viajan a través de él y se concentran allí. También se sospecha que el impacto tiene algo que ver con el actual patrón de temperatura en forma de *Pac-Man* en el infrarrojo [36]. Herschel tiene una edad estimada de 4100 millones de años.

Con el fin de simular a escala de laboratorio un impacto entre cuerpos de tamaños en el mismo orden de magnitud, en este experimento se estudia la composición de cráteres producidos por colisiones granulares, el cual consiste en dos esferas compuestas por una mezcla de arena y agua, con diferente razón de aspecto entre sus diámetros, que colisionan simultáneamente a distintas velocidades. La colisión será filmada lateralmente con dos cámaras de alta velocidad ©Photron y, variando el diámetro de las esferas, se puede determinar cuáles son las condiciones en las cuales se observan fracturas en el proyectil de mayor tamaño. Esto nos dará una idea de la relación entre la energía de impacto respecto al centro de masa y los tamaños de los proyectiles para que la fractura suceda.

## 4.2. Sistema experimental

El experimento comienza con la producción de esferas granulares de distintos diámetros mezclando una pequeña cantidad de agua con arena como se hizo en los experimentos 1 y 2; posteriormente fueron secados en el horno para inducirles rigidez. Luego, se diseñó una torre de lanzamiento de altura ajustable que consta de dos compuertas como se observa en la fig. (4.2), éstas son controladas por un sistema electrónico ©Raspberry Pi que funciona de la siguiente manera:

Se decidió que las compuertas constaran de dos pares de actuadores eléctricos de 6 Volts con 15 Amperes cada uno para sostener los proyectiles añadiéndoles unos meniscos en la punta. Mediante cables se unieron en dos pares sujetándolos a la torre con ayuda de barras metálicas para formar la compuerta 1 y 2 separadas paralelamente por una altura  $h$ ; luego son conectadas a una fuente de

**Experimento 3:**  
**Diseño de un sistema de lanzamiento para el impacto de proyectil granular vs**  
**proyectil granular**  
4.3 Prueba preliminar

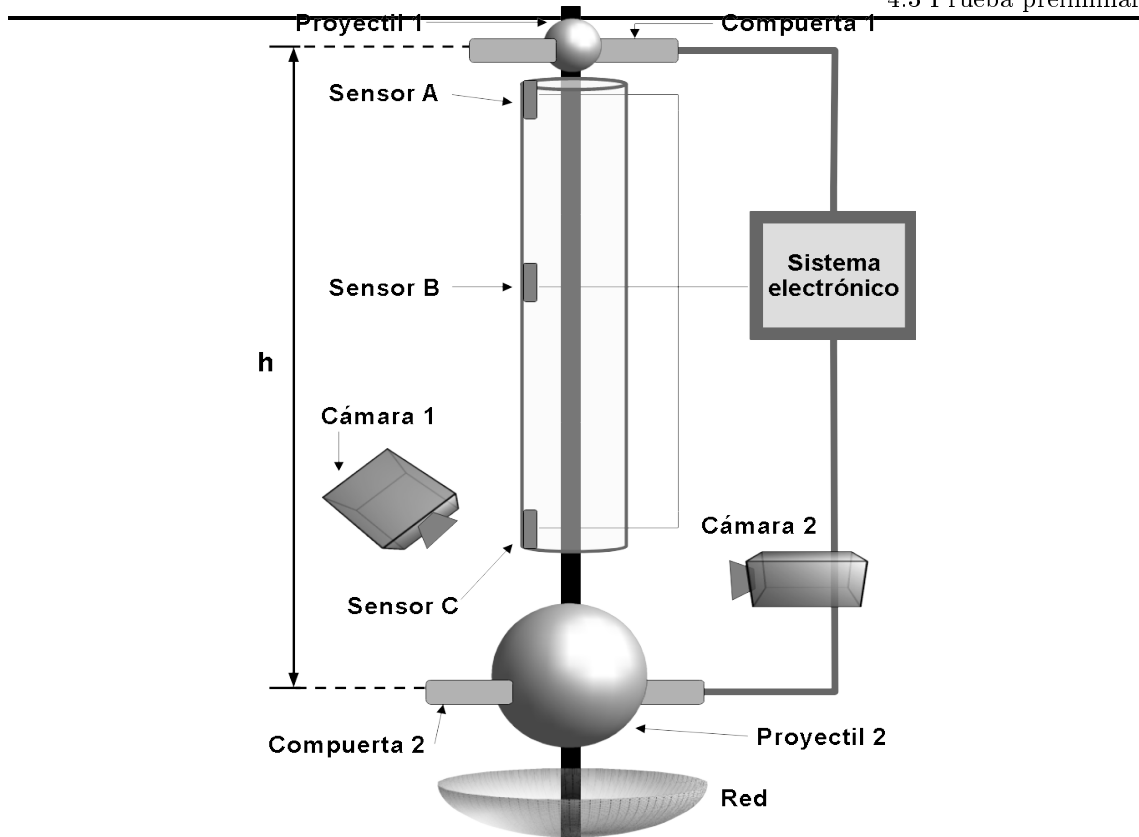


Figura 4.2: Esquema de la configuración experimental.

poder ©Rigol para completar el circuito. Las compuertas se abren cuando se activan los actuadores y se cierran cuando son desenergizados pues constan de resortes que al activarse se retraen y al desenergizarse vuelven a su posición inicial. Además, se colocó un tubo cilíndrico PVC de diámetro mayor al del proyectil 1 para que transite libremente sin tocar las paredes internas, dentro de éste se colocaron tres sensores IR conectados a corriente (como se observa en la fig. 4.2) para etiquetar la distancia recorrida por el proyectil 1 así como el tiempo transcurrido desde su liberación. De este modo, conocemos experimentalmente la velocidad de caída  $v_1$ , pero además apoyándose de los sensores en conjunto con la tarjeta, se sincroniza la des/activación de las compuertas: Primero se activa una corriente deseada con la fuente de poder haciendo que se libere la compuerta 1, el proyectil cae dentro del tubo por delante del sensor A, éste al detectar su presencia hace que la compuerta 1 vuelva a activarse para futuras pruebas. Cuando pasa por el sensor B, se registra el tiempo transcurrido gracias al *timer* del microcontrolador con el fin de conocer su velocidad. Finalmente, cuando está por salir del tubo, se activa el sensor C que, en consecuencia, libera la segunda compuerta, dejando libre y levitante el proyectil 2. Mientras sucede la colisión, las dos cámaras de alta velocidad situadas oblicua y lateralmente filman toda la zona de impacto a 2000 fps. Los conglomerados son capturados al final del proceso por una red para detallar sus características post-colisión (velocidad, cohesión, razón de diámetros finales, densidad, etc.).

### 4.3. Prueba preliminar

Inicialmente se realizó un impacto con dos proyectiles granulares de diámetros distintos desde una altura finita, pero sin la torre de lanzamiento y con el segundo proyectil situado en el suelo.

### Experimento 3:

#### Diseño de un sistema de lanzamiento para el impacto de proyectil granular vs proyectil granular

##### 4.3 Prueba preliminar

Vease fig. (4.3). El funcionamiento de este tipo de sistema se vio afectado debido a la fuerza normal de la segunda bola ejercida por el suelo. Es posible notar que surge una enorme grieta en el segundo proyectil que prácticamente lo divide en dos partes y el primer proyectil se fractura completamente y no es posible medir el cráter resultante.



Figura 4.3: Secuencia del impacto granular vs granular sobre el suelo.

En la fig. (4.4) se realizó la misma prueba, pero esta vez con un proyectil sólido (esfera metálica) y otro granular de diámetros distintos desde una altura finita, con el segundo proyectil situado en el suelo. El proceso nuevamente se vio afectado debido a la fuerza normal de la segunda bola ejercida por el suelo. Aunque esta vez no fue tan notoria, pues se nota que el proyectil 1 penetra en el segundo sin problemas, deja como remanente un cráter y después sigue su camino. En el segundo proyectil surge un diminuto cráter situado en el hemisferio superior y no se observan fisuras en ningún otro punto del mismo. También es posible observar una eyección de material y escombros desprendidos del aglomerado.



Figura 4.4: Secuencia del impacto sólido vs granular sobre el suelo.

Por esta razón, y para poder asegurar mayor reproducibilidad en los experimentos se diseñó la torre de lanzamiento programable. Además, se modificó el soporte de los proyectiles por meniscos de igual tamaño, esta última modificación permite que las bolas no se tambaleen al ser liberadas. Otro diseño consta de una pistola de aire que impulsa a los proyectiles dándole al proyectil de  $m_1$  una velocidad inicial (ver fig. 4.5). Posicionada verticalmente, la pistola fue puesta sobre el objetivo,  $m_2$  se activó y liberó un proyectil de masa  $m_1 = 27$  g cayendo a una velocidad de 10.131 m/s hasta impactarse contra el proyectil objetivo de masa idéntica que se encuentra suspendido en el aire gracias a la tensión de dos extremos de hilo de masa despreciable (ver fig. 4.6. (a)). Aquí puede apreciarse que los dos proyectiles se fragmentan similarmente y prácticamente en su totalidad. Posteriormente se realizó otra prueba, en la fig. 4.6. b) Se intentó el mismo procedimiento, pero con  $m_1 = 27$  g;  $m_2 = 738$  g;  $D_1 = 3$  cm;  $D_2 = 10$  cm a una velocidad de 17.0533 m/s, entonces  $D_1/D_2 \approx 1/3$  por lo que es de esperarse que el cráter generado sea aproximadamente 1/3 parte del bólido mayor (como sucede con Mimas) aunque, el mayor es fragmentado en dos partes prácticamente iguales y no fue posible cuantificar exactamente las dimensiones del cráter.

Por último, se diseñó un arreglo parecido al descrito anteriormente, pero esta vez, el impacto sería lateral y horizontal pues el bólido objetivo está situado sobre una delgada base. En la fig.

**Experimento 3:**  
**Diseño de un sistema de lanzamiento para el impacto de proyectil granular vs**  
**proyectil granular**  
 4.3 Prueba preliminar

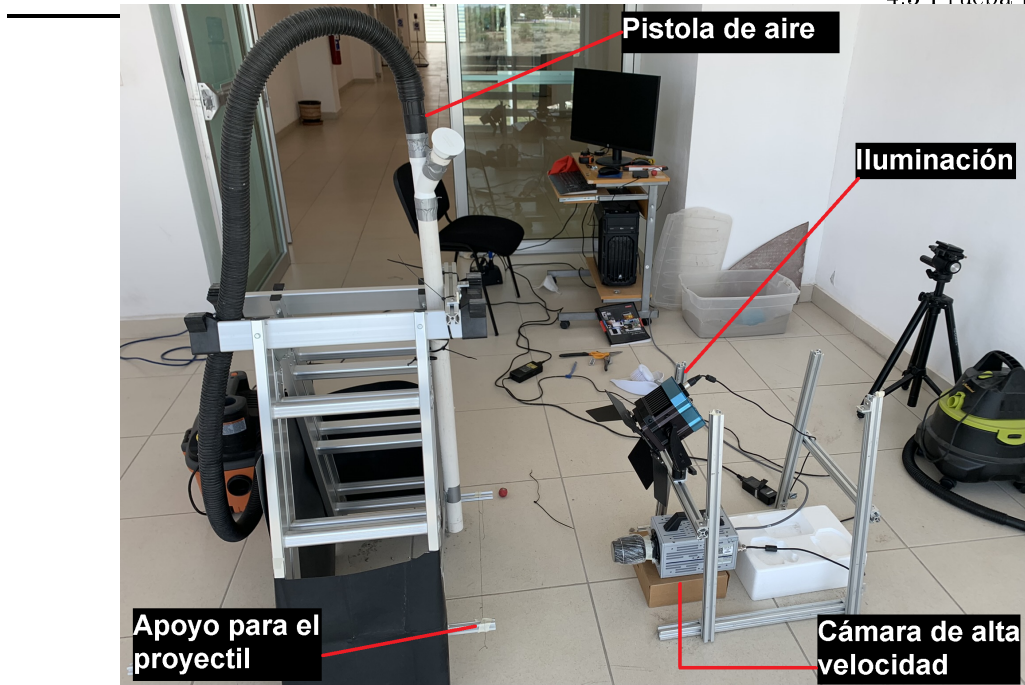


Figura 4.5: Arreglo experimental utilizado para impactar verticalmente un proyectil granular de masa  $m_1$  contra otro de  $m_2$  impulsándolo con una pistola de aire para adquirir una velocidad inicial. El evento fue filmado lateralmente en su totalidad.

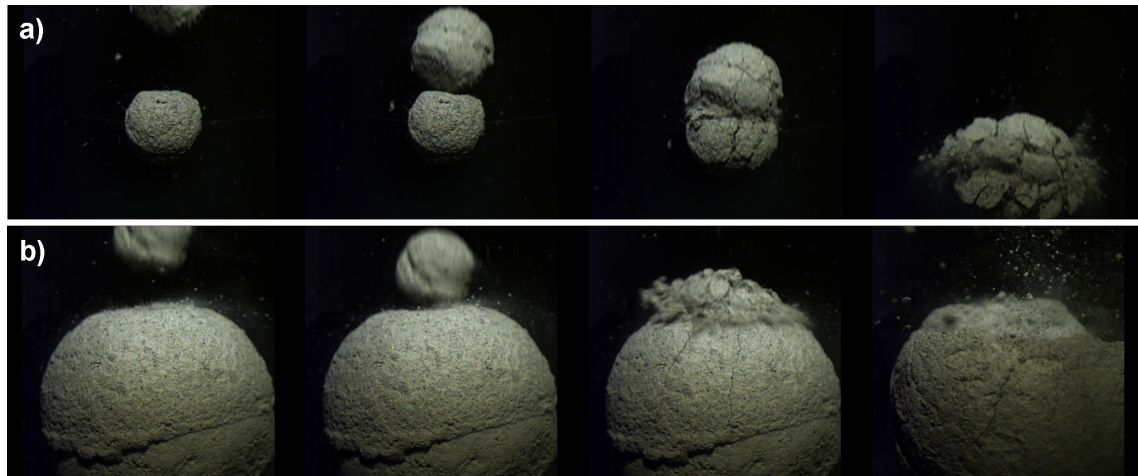


Figura 4.6: Secuencia del impacto vertical de proyectiles granular vs granular: a)  $m_1 = m_2$ ,  $D_1 = D_2$  y b)  $m_1 < m_2$ ,  $D_2 \approx 3D_1$ .

(4.7.a) se muestra la secuencia de impacto para dos proyectiles granulares  $m_1 = 0.026$  kg;  $D_1 = 0.03$  m;  $m_2 = 0.5$  kg;  $D_2 = 0.1$  m con una velocidad de 14.3 m/s, se nota que el primer bólido logra penetrar, fragmentar parcialmente y deslizar al segundo de su posición inicial. Repetimos este impacto con un proyectil sólido de diámetro y masa idénticos, pero rigidez distinta con el propósito de comparar el proceso de deformación del impactante y notamos que se pulveriza totalmente al chocar con la superficie.

**Experimento 3:**  
**Diseño de un sistema de lanzamiento para el impacto de proyectil granular vs**  
**proyectil granular**  
 4.3 Prueba preliminar

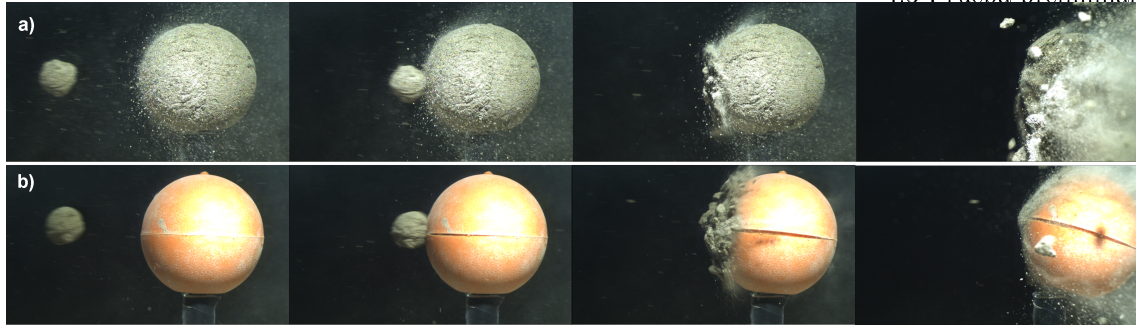


Figura 4.7: Secuencia del impacto horizontal de proyectiles con  $m_1 < m_2$  a) granular vs granular y b) granular vs sólido.

En la fig. (4.8) se muestra la morfología obtenida con el proyectil objetivo del impacto que se presentó en la fig. 4.7.a). Consideremos que  $D_1/D_2 \approx 1/3$  por lo que era pertinente esperar que el cráter resultante midiera aproximadamente  $1/3$  parte del proyectil objetivo; esta vez, el proyectil impactado fue rescatado después del choque para ser analizado además no presentó ninguna otra anomalía. Por lo tanto, esta última propuesta de experimento nos podría brindar información valiosa de cómo es que puede generarse un cráter sobre un aglomerado granular.



Figura 4.8: Secuencia del impacto horizontal de proyectiles con  $m_1 < m_2$  a) granular vs granular y b) granular vs sólido. En la parte inferior se encuentran los escombros del proyectil impactante, así como del impactado.

#### ~~4.4. Perspectivas del experimento~~

Debido a las limitaciones de nuestro experimento, así como de los tiempos de elaboración alterados por los motivos expuestos previamente, se espera con la sistematización de las pruebas, los siguientes puntos:

1. Estudiar el impacto de dos conglomerados granulares de diámetros distintos  $D_1$  y  $D_2$  y conocer el cociente de fractura  $\frac{D_1}{D_2}$  necesario para que el cuerpo más grande sea fracturado por el menor.
2. Determinar cuáles son las condiciones extremas en las cuales Mimas se hubiese fragmentado tras la colisión.

Posteriormente se desarrollarán simulaciones numéricas para tratar de explicar la dinámica observada. La razón de diámetros será comparada con la observada en el cráter Herschel en Mimas, para determinar si nuestro experimento puede brindarnos información valiosa sobre las condiciones en las que dicho cráter surgió.



# Conclusiones

En esta tesis se presentó un estudio detallado y exhaustivo sobre el impacto y fragmentación de conglomerados granulares contra superficies rígidas o de su misma naturaleza, capaz de acceder a la dinámica completa de la formación de estructuras complejas como un sistema de rayos o cráteres tipo doblete. Con el propósito de obtener resultados más profundos y certeros sobre la formación de estas estructuras en la materia granular jerárquica, nos ocupamos en estudiar sus mecanismos de formación, y pusimos de manifiesto el gran alcance que tiene estudiar tales materiales.

Entre los aspectos más importantes de nuestro trabajo, destaca en el capítulo 2, el hecho de que cuando una esfera granular impacta una superficie rígida se observa la formación de un sistema de rayos producto de la fragmentación de su hemisferio inferior debido a la transferencia de momento vertical a horizontal y la formación de un montículo o bulto en la parte central debido al reordenamiento de los granos. Se detallaron cuantitativamente las propiedades de la estructura final para cada prueba mediante los parámetros geométricos definidos. A través del análisis de estos resultados se encontró que el sistema de rayos es más prominente a medida que aumenta la energía de impacto  $E_k$  o disminuye el factor de empaquetamiento  $\phi$  del proyectil. El número de rayos  $N_R$  sigue un comportamiento lineal con  $E_k$  debido a que así son menos significativas las fuerzas de arrastre que frenan el movimiento de los granos. De las condiciones expuestas, recuperamos curiosamente, como se encontró en [24], que el pico remanente central crece como una ley de potencia a medida que lo hace  $E_k$  hasta conseguir una cierta altura crítica  $z_f \approx 0.01\text{m}$ . Por otro lado, en la descripción del bulto, se encontró que su diámetro  $d_b$  es idéntico al del proyectil. Un aspecto curioso es que su ángulo de reposo  $\alpha$  crece también como una ley de potencia en función de la energía hasta permanecer constante en un valor crítico  $\alpha_f = 34^\circ$ . El alcance final de los rayos  $L_R$  crece rápidamente en función de  $E_k$  y luego es imposible de medir debido a las limitaciones de nuestro sistema. Por lo tanto, podemos decir que se ha presentado un tercer método para generar un sistema de rayos con impactos de proyectiles sobre medios granulares, el primero fue reportado por Sabuwala et. al. [25] donde se modificó la superficie de impacto con ondulaciones, el segundo fue reportado por Pacheco-Vázquez [26] donde lo que se modificó fueron los proyectiles añadiéndoles protuberancias y en esta tesis se ha discutido el papel que desempeñan el empaquetamiento de los proyectiles y el incremento de la energía de impacto para formar una estructura compleja.

Al momento del impacto, la superficie rígida disipa energía del proyectil. Para poder realizar un tratamiento completo de la transferencia de energía se midió la energía cinética transferida  $E_e$  del aglomerado granular, para ello se consideró que la bola al momento del choque desplaza una avalancha de granos proporcional a la energía inicial con una velocidad constante en las primeras etapas de la eyección generando así un disco isotrópico de escombros aunque se observó que para un tiempo posterior, la propagación del material comienza a decrecer y el tamaño de los granos determina su desplazamiento. Con esto considerado, y a través del teorema de conservación de la energía entre la bola y la superficie, se encontró que la cantidad de energía cinética que entrega la esfera al momento de la colisión está relacionada con un coeficiente de restitución  $\frac{E_e}{E_k}$  que aumenta a medida que lo hace la altura  $h$ , decrece cuando  $m_p = m_e$  y lo mismo ocurre a medida que aumenta la energía inicial. Como se reportó en [22], la porción de energía cinética entregada por la bola es aproximadamente entre el 2 – 7% de la energía cinética inicial, entonces alrededor del 95% de la energía de impacto es disipada por el medio y sólo el 5% actúa en el medio granular.

### Experimento 3:

## Diseño de un sistema de lanzamiento para el impacto de proyectil granular vs proyectil granular

### 4.4 Perspectivas del experimento

---

Siguiendo el estudio con el capítulo 3, se buscó responder la siguiente pregunta ¿Qué ocurre si en lugar de impactar una superficie rígida, penetra en una cama granular? Haciendo una analogía con los trabajos realizados en [28] y [24], se realizó el experimento con dos proyectiles esféricos granulares impactando contra una superficie granular. Se encontró que la presencia de un *delay*  $\Delta t$  entre cada impacto fue fundamental en la morfología del cráter resultante. La forma en que se eyectan los granos cambia debido a la presencia del otro cráter y que la profundidad del mismo también se ve afectada. A medida que la energía de impacto aumenta se observa que el diámetro del cráter se comporta como en aquellos generados por proyectiles sólidos aunque su morfología sí que depende de su  $\phi$ . Considerando eso, fue visible que con proyectiles más rígidos se observan escombros más grandes y menos alejados del origen, como los dos cráteres están separados, se genera una cresta recta producida por la colisión de los dos frentes de onda causados por los impactos. Cuando el  $\Delta t$  disminuye, la cresta se hace más simétrica pero a medida que aumenta, ésta se desvía hacia el lado del primer cráter. Con proyectiles menos rígidos, sucede que ambos se pulverizan aunque no sucede esto si  $\Delta t$  es muy grande, pues los escombros del cráter secundario se superponen con los del primario. Esto sucede porque la primera colisión fluidiza la cama granular, originando un impacto más suave para el proyectil secundario. Entonces, con los resultados obtenidos del primer y segundo experimento, podemos decir que la relación  $\phi_s/\phi_p$  (donde  $\phi_s$  es el factor de empaquetamiento de la superficie y  $\phi_p$  el del proyectil) también determina el patrón de eyección y por ende la morfología final, sea simple o compleja, por lo que no únicamente depende la energía de impacto sino también la jerarquía de los medios granulares.

Por último, en el capítulo 4 se presentó una manera distinta de estudiar el comportamiento de materia granular jerárquica, esta vez impactando dos conglomerados entre sí de una misma naturaleza. Para poder realizar un tratamiento completo de su compresión debido al impacto, se propuso una torre de lanzamiento controlado electrónicamente para conocer las velocidades de impacto y hacer que la colisión no tenga ninguna condición de borde. También, se presentaron aquellas pruebas preliminares donde fue evidente la presencia de una fuerza normal actuando al momento del choque, pues cuando el proyectil objetivo estaba en el suelo, la fractura ocurría más drásticamente, para reducir este efecto se probó con otro método que consistía en posicionar el objetivo suspendido por dos hilos delgados y también se probó impactando de manera lateral y no vertical. Es de esperar que si  $D_1 \leq D_2$ , exista una relación de aspecto  $\frac{D_1}{D_2}$  entre ambos proyectiles para que se fragmente el mayor y deje como remanente un cráter. Con esto, podemos determinar cuáles fueron las condiciones que dieron origen al cráter Herschel y con estos resultados, podemos obtener nuevas pistas para entender el mecanismo físico envuelto en estos fenómenos astronómicos.

Desde luego que el tratamiento del factor de empaquetamiento es una tarea no trivial, en la literatura podemos encontrar una gran variedad de estudios enfocados al comportamiento de la materia granular ante inyecciones de energía, pero son escasos aquellos donde  $\phi$  determina la morfología de un cráter de impacto. Una manera diferente para entender estos procesos es desde la perspectiva de la materia granular jerárquica, este mecanismo ha sido empleado de manera satisfactoria para extender los efectos de las condiciones de borde a configuraciones menos elaboradas como sucede en situaciones reales. Queda como trabajo a futuro aplicar este mecanismo a nuestro último experimento.

## Apéndice A

# Análisis dimensional en el impacto de cúmulos granulares

El análisis dimensional es el estudio algebraico de similitudes entre las unidades de distintas magnitudes físicas en un mismo sistema, identificando sus variables relevantes (energía, presión, densidad) y sus dimensiones fundamentales (masa, longitud, tiempo).

Es una herramienta muy poderosa y de amplia aplicación en ciencia e ingeniería pues ayuda a que las mediciones hechas en un sistema puedan ser usadas para describir el comportamiento de otros sistemas similares. Esto es posible porque las leyes de la naturaleza funcionan independientemente del sistema de unidades que sea empleado. En consecuencia, todas las relaciones físicas se pueden establecer en forma adimensional y, de esta manera, desarrollar leyes de escala, interpretar datos experimentales, incluso simplificar problemas en dinámica de fluidos [37]. Una consecuencia importante es la *homogeneidad dimensional*, la cual implica que cualquier ley significativa debe ser una ecuación homogénea en sus dimensiones fundamentales. Una de las primeras contribuciones la hizo Joseph Fourier en 1822, al postular que leyes físicas como la segunda ley de Newton  $F = ma$  deberían cumplirse independientemente de qué unidades son empleadas para medir las variables relevantes [38].

Dentro de los diversos métodos formales de la homogeneidad dimensional, el teorema fundamental del análisis dimensional es el *Teorema II de Buckingham*: "Si una ecuación que involucra  $n$  variables es dimensionalmente homogénea, se puede reducir a una relación entre  $n - k$  números adimensionales independientes, donde  $k$  es el número mínimo de dimensiones de referencia requeridas para describir las variables relevantes del sistema"[39].

Asumamos que existe una función  $f$  dimensionalmente homogénea que depende de  $n$  variables relevantes  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , las cuales pueden no ser independientes entre ellas, i. e., las verdaderas variables independientes podrían ser menos que  $n$ . Entonces

$$f(q_1, q_2, \dots, q_n) = 0. \quad (\text{A.1})$$

Todas las dimensiones de un sistema pueden expresarse por una ley de potencias que depende de las dimensiones fundamentales, tal que

$$[q_1^{a_1} q_2^{a_2} \cdot \dots \cdot q_n^{a_n}] = 1. \quad (\text{A.2})$$

Ahora, sea  $m$  el número total de números adimensionales independientes y  $\Pi_i$  el  $i$ -ésimo número adimensional, entonces podemos decir que

$$\Pi_i = q_1^{a_{1i}} q_2^{a_{2i}} \cdot \dots \cdot q_n^{a_{ni}} \quad (\text{A.3})$$

donde los exponentes  $(a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{ni})$  son números racionales. Sea  $m = n - k$ , tal que  $1 \leq i \leq m$ .

$$(q_1, q_2, \dots, q_n) = [(q_1^{a_{11}} q_2^{a_{21}} \cdot \dots \cdot q_n^{a_{n1}}), \dots, (q_1^{a_{1i}} q_2^{a_{2i}} \cdot \dots \cdot q_n^{a_{ni}}), \dots, (q_1^{a_{1m}} q_2^{a_{2m}} \cdot \dots \cdot q_n^{a_{nm}})] \quad (\text{A.4})$$

y, por la ec. (A.3), tenemos que

$$(q_1, q_2, \dots, q_n) = (\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_i, \dots, \Pi_m). \quad (\text{A.5})$$

Finalmente, podemos reescribir la ec. (A.1) por cierta función  $\phi$  tal que

$$\phi(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_i, \dots, \Pi_m) = 0, \quad (\text{A.6})$$

que también puede ser escrita como

$$\Pi_i = \Phi(\Pi_1, \dots, \Pi_{i-1}, \Pi_{i+1}, \dots, \Pi_m) \quad (\text{A.7})$$

donde  $\Phi$  es la solución funcional de la ec. (A.6). Así se pueden construir relaciones de escala para problemas donde no se conoce la ecuación que gobierne el sistema, por ejemplo, en la propagación de una onda de impacto en la formación de un cráter.

Supongamos ahora el impacto de un proyectil esférico sobre una cama granular aplanada que deja como remanente un cráter de diámetro  $D$ . Despreciemos efectos del medio (temperatura, viscosidad, presión atmosférica, etc.) para considerarlo como un impacto a baja energía. Entonces, habiendo considerado esto, tenemos que  $D$  dependerá de las variables restantes del evento: energía de impacto  $E$ , diámetro del proyectil  $d$ , la densidad de la superficie granular  $\rho$  y  $g$  como el valor de la aceleración de la gravedad. Como se planteó en [40], tomando ventaja del teorema  $\Pi$ -Buckingham se pueden reducir estos parámetros a  $5 - 3 = 2$  grupos adimensionales pues sólo se necesitan tres unidades fundamentales (masa, longitud y tiempo). Considerando  $D$  como el parámetro dependiente que tiene unidades de longitud, podemos denotar a  $D/d$  como el primer grupo adimensional. Para los parámetros restantes  $E$ ,  $\rho$  y  $g$  podemos hacer un cociente  $E/\rho g$  donde aquí se han cancelado las unidades de tiempo y masa, sin embargo, aún se cuenta con unidades de longitud<sup>4</sup> por lo que sigue es dividir esta relación por  $d^4$  y de esta manera, formar el segundo grupo adimensional:  $E/\rho g d^4$ .

Con estos dos grupos adimensionales se puede escribir una ecuación funcional para  $D$ ;

$$\frac{D}{d} = f\left(\frac{E}{\rho g d^4}\right) \quad (\text{A.8})$$

tal que  $f$  es una función desconocida que corresponde a la solución funcional de la ec. (A.8). En el trabajo realizado por Dowling, et. al. [40], se determinó el valor de esta función a partir de experimentos de formación de cráteres a escala de laboratorio: se midió el diámetro del cráter resultante para cada impacto con diferentes proyectiles, los datos fueron graficados y se les ajustó una pendiente tal que  $D/d = 0.97(E/\rho g d^4)^{\frac{1}{4}}$  o más convenientemente,  $D = 0.97(E/\rho g)^{\frac{1}{4}}$ . Entonces los datos demuestran que se cumple la ley de potencia 1/4 presentada en la introducción de esta tesis.

# Bibliografía

- [1] J. R. DARIAS, *Los materiales granulares: Una mirada al interior del pimentero*. Acta Científica Venezolana, 65(1), 62 - 72.
- [2] J. DURAN, *Sands, Powders and Grains*. Springer-Verlag, New York.
- [3] H. GARDNER, H. DE LA CROIX and R. G. TANSEY. *Gardner's Art trough the age*, 7th Edition, Harcourt Brace Jovanovich, USA, 1980.
- [4] A. A. MILLS, S. DAY and S. PARKES. *Mechanics of the sandglass*. Eur. J. Phys. 17, 97, 1996.
- [5] H. M. JAEGER, *Granular solids, liquids and gases*. Rev. Mod. Phys. 68, 1259, 1996.
- [6] C. VILLALOBOS, *Formación de un cráter en una capa granular que levita*, Instituto de Física. Pontificia Universidad Católica de Chile.
- [7] T. D. ROSSING, *Chladni's Law for Vibrating Plates*. American Journal of Physics, 50, 3, 1982.
- [8] M. FARADAY. *On a Peculiar Class of Acoustic figures, and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating*. Phyllos. Trans. Roy. Soc. London. 52, 229, 1831.
- [9] T. SABUWALA, P. CHAKRABORTY and T. SHINBROT. *Bennu and Ryugu: diamonds in the sky*. Granular Matter, 23, 81, 2021.
- [10] T. SHINBROT et. al. *Size Sorting on the Rubble-Pile Asteroid Itokawa*. Phys. Rev. Lett. 118, 111101, 2017.
- [11] W. K. HARTMANN, *Evidence for Recent volcanism on Mars from Crater Counts*. Nature, 397, 586, 1999.
- [12] S. GLASSTONE, *The Effects of Nuclear Weapons*. U.S. Department of Defence, 3rd Edition, 1977.
- [13] H. SATO, *Relationship between Crater Size and Ejecta Volume of Recent Magmatic and Phreato-Magmatic Eruptions: Implications for Energy Partitioning*. Geophysical Research Letters, 24, 205, 1997.
- [14] J. D. L. WHITE, *Maar-diatreme Volcanoes: a Review*. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 201, 1-29, 2011.
- [15] L. PARFITT y L. WILSON, *Fundamentals of Physical Volcanology*, 1st Edition, Blackwell Publishing, USA, 2008.
- [16] D. LEVY, *Shoemaker by Levy: The Man who Made an Impact*. Princeton University Press, , 59-100, 2002.
- [17] G. GALILEI, *Sidereus Nuncios or The Sidereal Messenger*, 2nd Edition, The University of Chicago Press, USA, 2016.

- [18] R. HOOKE, *Micrographia*, 1st Edition, The Royal Society, GB, 1665.
- [19] G. K. GILBERT, *The Moon's Face: A Study of the Origin of Its Features*, Bulletin of the Philosophical Society of Washington, 12, 240-292, 1892.
- [20] E. J. OPIK. *Remarque sur le théorie météorique des cirques lunaires*, Bull. Soc. Russe Amis Etude Univers, 3(21), 125-134, 1916.
- [21] H. J. MELOSH and B. A. IVANOV. *Annu. Rev. Earth Planet Sci.* 27, 385, 1999.
- [22] H. KATSURAGI and J. BLUM. *Impact-Induced Energy Transfer and Dissipation in Granular Clusters under Microgravity Conditions*. *Phys. Rev. Lett.* 121, 208001, 2018
- [23] J. S. UEHARA, M. A. AMBROSO, R.P. OJHA and D. J. DURIAN. *Phys. Rev. Lett.* 90, 194301, 2003.
- [24] F. PACHECO-VÁZQUEZ and J. C. RUÍZ-SUÁREZ. *Phys. Rev. Lett.* 107, 218001, 2011.
- [25] T. SABUWALA, C. BUTCHER, G. GIOIA and P. CHAKRABORTY. *Phys. Rev. Lett.* 120, 264501, 2018.
- [26] F. PACHECO-VÁZQUEZ. *Phys. Rev. Lett.* 122, 164501, 2019.
- [27] F. E. LORANCA-RAMOS, J. L. CARRILLO-ESTRADA and F. PACHECO-VÁZQUEZ. *Phys. Rev. Lett.* 115, 028001, 2015.
- [28] M. JIMÉNEZ-VALDEZ, E. TOMAY, J. O. MARSTON and F. PACHECO-VÁZQUEZ. *Doublet Craters Originated by Low Speed Impact Experiments in Granular Matter*. *Granular Matter*, 24, 116, 2022.
- [29] H. J. MELOSH and J. STANBERRY. *Doublet Craters and the Tidal Disruption of Binary Asteroids*. *Icarus*, 94, 171-179, 1991.
- [30] K. MILJKOVIC, G. S. COLLINS, S. MANNICK and P. A. BLAND. *Morphology and Population of Binary Asteroid Impact Crater*. *Earth and Planetary Science Letters*, 363, 121-132, 2013.
- [31] V. R. OBERBECK and M. AOYAGI. *Martian Doublet Craters*. *Journal of Geophysical Research*, 77, 2419-2432, 1972.
- [32] V. R. OBERBECK. *Simultaneous impact and lunar craters*. *The Moon* 6, 83-92, 1973.
- [33] MIMAS, [www.astronoo.com/Mimas](http://www.astronoo.com/Mimas), 2013.
- [34] HERSHEL, *Gazetteer of Planetary Nomenclature*, USGS Astrogeology Research Program.
- [35] R. A. JACOBSON, J. SPITALE, et. al. *The GM values of Mimas and Tethys and the libration of Methone*, *Astronomical Journal*. 132 (2), 711, 2006.
- [36] SATURN MOON LOOKS LIKE PAC-MAN IN IMAGE TAKEN BY NASA SPACECRAFT, [www.telegraph.co.uk/science/space/7537170/Saturn-moon-looks-like-Pac-Man-in-image-taken-by-Nasa-spacecraft/](http://www.telegraph.co.uk/science/space/7537170/Saturn-moon-looks-like-Pac-Man-in-image-taken-by-Nasa-spacecraft/) 30 de marzo del 2010.
- [37] P. K. KUNDU, *Fluid Mechanics*, 5th Edition, Elsevier Academic Press, UK, 2012.
- [38] J. FOURIER, *Theorie Analytique de la Chaleur*, 1st Edition, Firmin Didot, Paris, 1822.
- [39] B. R. MUNSON y D. F. YOUNG, *Fundamentals of Fluid Mechanics*, 6th Edition, Wiley, USA, 2009.
- [40] D. R. DOWLING and T. R. DOWLING. *Scaling of Impact Craters in Unconsolidated Granular Materials*. *American Journal of Physics*, 81, 875, 2013.