

Aplanatismo en lentes gruesas con objeto lejano y cercano mediante superficies cónicas



Lic. Fis. Maria Teresa Chávez García



Asesores:

Dr. Jorge Castro Ramos (INAOE),
Dr. Erwin Martí Panameño (FCFM)

Tesis Presentada a la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas
de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
como requerimiento para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS (OPTOELECTRÓNICA)

PUEBLA, PUE.
2004

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Jorge Castro Ramos, por sus enseñanzas, dedicación, apoyo económico, y sobre todo por la confianza que depositó en mí para la realización de este trabajo de tesis.

Al Dr. Erwin Martí Panameño, por su tiempo, comprensión y apoyo económico, durante la maestría.

A los miembros del jurado, Dr. Carlos Robledo Sánchez, Dr. Sergio Vázquez y Montiel, Dr. Alberto Cordero Dávila, y al Dr. Gilberto Camacho Basilio, por su paciencia y sugerencias en la revisión de este trabajo de tesis.

A mi madre Cecilia, a mi hermana Caro, a mis abuelos Leonor y Juan, a mis tías Inés y Lucía, a mi novio Julián, a Claudia y a Julianita, por el apoyo incondicional que me brindaron; sin ellos no hubiese tenido la oportunidad de realizar una maestría.

A la BUAP y a la Coordinación de Óptica del INAOE por la oportunidad y el apoyo que me brindaron para ingresar en el mundo de la ciencia.

ÍNDICE GENERAL

	Page
ÍNDICE DE FIGURAS	VI
RESUMEN	X
PREFACIO	XI
CAPÍTULO	
1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	1
1.1. INTRODUCCIÓN	1
1.2. ÓPTICA GEOMÉTRICA	1
1.3. ÓPTICA PARAXIAL	8
1.4. LENTES	11
1.5. TRAZO ANALÍTICO DE RAYOS EN UNALENTE	13
1.6. ABERRACIONES	17
1.7. DEFORMACIONES DEL FRENTE DE ONDA	21
1.8. CONCLUSIÓN	24
2. APLANATISMO EN LENTES GRUESAS PARA OBJETO LEJANO	25
2.1. INTRODUCCIÓN	25
2.2. PARÁMETROS PARAXIALES	25
2.3. CORRECCIÓN DE ABERRACIÓN ESFÉRICA: DISEÑO EXACTO	26
2.4. CORRECCIÓN DE COMA: DISEÑO EXACTO	31
2.5. SISTEMA APLANÁTICO	32
2.6. CONCLUSIÓN	33
3. APLANATISMO EN LENTES GRUESAS PARA OBJETO CERCANO	34
3.1. INTRODUCCIÓN	34
3.2. PARÁMETROS PARAXIALES	34
3.3. CORRECCIÓN DE ABERRACIÓN ESFÉRICA: DISEÑO EXACTO	35
3.4. CORRECCIÓN DE COMA: DISEÑO EXACTO	39
3.5. SISTEMA APLANÁTICO	40
3.6. CONCLUSIÓN	40

4. APLICACIONES	41
4.1. INTRODUCCIÓN	41
4.2. EJEMPLOS DE CORRECCIÓN DE ABERRACIÓN ESFÉRICA EN LENTES GRUESAS PARA EL CASO DE OBJETO LEJANO	41
4.3. EJEMPLOS DE CORRECCIÓN DE ABERRACIÓN ESFÉRICA EN LENTES GRUESAS PARA EL CASO DE OBJETO CERCANO	49
4.4. CASO APLANÁTICO	54
4.5. CONCLUSIÓN	54
5. CONCLUSIONES	55
APÉNDICE	
A. CONVENCION DE SIGNOS	56
B. CONDICIONES DE ABERRACION ESFERICA NULA EN SUPERFICIES ESFERICAS .	58
C. CONDICIONES DE ABERRACION ESFERICA NULA EN SUPERFICIES CONICAS . .	59
D. TEOREMA OPTICO DEL SENOS	61
E. FUNCION DE TRANSFERENCIA DE MODULACION	63
F. PROGRAMA PARA CORREGIR LA ABERRACION ESFERICA EN UNALENTE GRUESA (CONICA)-TRAZO EXACTO	64
G. PROGRAMA PARA LA SOLUCION DE LA ECUACION APLANATICA [13]	66
BIBLIOGRAFIA	69

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1.	<i>Sistema Coordinado; se toma al eje z de un sistema coordinado cartesiano a derechas como el eje de revolución de un sistema óptico simétrico.</i>	2
1.2.	<i>Diagrama que ilustra la ley de Snell, cuando un rayo que viaja en un medio n, incide sobre una superficie n' y forma un ángulo I respecto de la normal N en el punto de incidencia, al transmitirse se refracta formando, con la normal, el ángulo de refracción I</i>	3
1.3.	<i>En el diagrama se muestra un simple sistema de lentes con sus respectivos diafragmas, pupilas, así como los rayos que normalmente se trazan a través de un sistema óptico.</i>	4
1.4.	<i>La sagita z, se puede obtener apartir de un punto de intersección en una superficie esférica.</i>	5
1.5.	<i>Elipsoide</i>	7
1.6.	<i>Ilustrando la localización de los puntos focales, puntos conjugados y puntos y planos principales de un sistema óptico.</i>	9
1.7.	<i>Puntos nodales</i>	10
1.8.	<i>Factor de forma para diferentes tipos de lentes, con la misma potencia o longitud focal; 4 para una lente equiconvexa, 3 y 5 para una lente doble convexa, 2 y 6 para una lente plano convexa y por último 1 y 7 para meniscos.</i>	12
1.9.	<i>Notación y Coordenadas para la Transferencia de un rayo Finito o Skew a partir de una superficie óptica previa, hasta la próxima superficie refractante.</i>	14
1.10.	<i>La aberración esférica esta dada por la diferencia entre el punto de convergencia de un haz paraxial M'' con el punto de convergencia de una haz marginal M'. a) Objeto cercano b) Objeto Lejano</i>	18
1.11.	<i>Variación de la aberración esférica de tercer orden con el factor de forma de la lente.</i>	19

1.12. a) De los rayos meridionales, solamente el que cruza por el centro de la lente, A forma una imagen A'; y los dos rayos B que cruzan por el margen forman la imagen B'. b) Cada uno de los círculos representa una imagen de una zona diferente de la lente, imagen llamada círculo cromático. Los rayos 1, que corresponden a los rayos tangenciales B del inciso a, cruzan en 1 al círculo cromático; mientras que los rayos 3, llamados rayos sagitales, cruzan el borde del círculo. c) Forma final de la imagen cromática, donde C_s es la coma sagital y C_t la coma tangencial.	20
1.13. Aberración Transversal, Longitudinal y del Frente de Onda.	22
1.14. a) Función de Aberración de Onda, en presencia unicamente de la AE, la cual está dada por: $A(x^2 + y^2)^2$. b) Contorno de la función de aberración de onda, para la AE. c) Patrón de intersección de los rayos, dado por: $x_1 = 4ARx(x^2 + y^2)$, $y_1 = 4ARy(x^2 + y^2)$	23
1.15. a) Forma del frente de Onda aberrado para la Coma, dado por: $By(x^2 + y^2)$. b) Contorno del frente de onda aberrado, en presencia de Coma. c) Patrones de intersección de los rayos.	23
1.16. a) Gráfica de la Función de Aberración de Onda, para el astigmatismo, dada por: $W(x, y) = C(x^2 + 3y^2)$. b) Contorno del frente de onda, en presencia de astigmatismo. c) Patrón de intersección de rayos: $x_1 = BRx(x^2 + y^2)$, $y_1 = BRy(x^2 + y^2)$	24
2.1. Diagrama que muestra una lente gruesa libre de Aberración Esférica, para rayos paralelos al eje, y los correspondientes parámetros de los caminos ópticos para un rayo paraxial y uno marginal.	26
2.2. Ángulos de Incidencia y Cosenos Directores	28
2.3. Parámetros para calcular las constantes de conicidad de una lente gruesa.	29
3.1. Diagrama que muestra los rayos, marginal y paraxial, provenientes de un objeto a una distancia d_0 de la primera superficie; convergiendo en un mismo punto, así como los parámetros de los caminos ópticos de cada rayo.	35
3.2. Ángulos de incidencia y Cosenos Directores	37
3.3. Parámetros para realizar el diseño de una lente gruesa libre de aberración Esférica (A. E.).	38
4.1. Datos obtenidos para una lente cónica cuya constante de conicidad que corrige la aberración esférica es $k_2 = -2,300676$	42
4.2. Caso particular analizado por Kinstlake. Al realizar el trazo de rayos a través de la lente diseñada, se puede observar que la aberración esférica se corrige.	43

- 4.3. *OPD de la lente diseñada; comprobación para el caso de Kingslake; como podemos observar aquí la diferencia de caminos ópticos es cero, es decir, la aberración esférica es nula.* 43
- 4.4. *Datos obtenidos mediante las ecuaciones exactas, para una lente cuya constante de conicidad que corrige la aberración esférica es $k_2 = -7,320891$* 44
- 4.5. *Al trazar rayos a través de la lente diseñada, podemos observar que la aberración esférica realmente se corrige.* 45
- 4.6. *OPD de la lente diseñada; el eje horizontal representa la abertura de la lente, el eje vertical el OPD cuya escala es de 2×10^{-4} mm. Como se observa en la gráfica, para los puntos que se analizaron, rayo marginal (extremos) y rayo paraxial (parte central), la A.E es cero.* 45
- 4.7. *MTF- Parte izquierda de la gráfica: la línea punteada nos describe un sistema óptico ideal, para los parámetros de inicio que se introdujeron; y la línea continua representa el sistema óptico real, de lo que se puede concluir, que nuestro sistema óptico es aceptable. Parte derecha de la gráfica: se observa que se obtiene una concentración de energía del 90%, similar a la función de Airy* 46
- 4.8. *Datos obtenidos para una lente cónica cuya constante de conicidad que corrige la aberración esférica es $k_2 = -7,263678$* 47
- 4.9. *Al trazar rayos a través de la lente es posible observar que la aberración esférica es nula* 47
- 4.10. *OPD de la lente diseñada, donde el diámetro de la lente está definido por el eje horizontal; y el eje vertical define a la aberración, con una escala de 5×10^{-4} milímetros.* 48
- 4.11. *MTF- Como se puede observar en la parte izquierda de la gráfica hay una línea punteada, que representa al sistema óptico ideal y la línea continua que representa el sistema óptico real, están superpuestas, de lo cual concluye que nuestro sistema óptico es aceptable, obteniéndose una concentración de energía del 98%, similar a la función de Airy, parte derecha de la gráfica.* 48
- 4.12. *Datos obtenidos para una lente cónica cuya constante de conicidad que corrige la aberración esférica es $k_2 = -4,74766$* 50
- 4.13. *Se trazan rayos para comprobar que la AE sea nula, en el sistema óptico propuesto.* 50
- 4.14. *OPD - Siendo que el eje horizontal representa a toda la abertura de la lente, y el eje vertical define al con una escala $= 5 \times 10^{-5}$ mm. Podemos observar en la gráfica, ambos rayos, marginal y paraxial convergen en un mismo punto.* 51

4.15. MTF- Función de Modulación de Transferencia. Se puede observar en parte izquierda, que la línea continua que define el sistema real no esta muy alejada de la línea punteada que es la que define al sistema ideal, considerandose con esto, que el sistema real es aceptable. En la parte derecha observamos una concentración de energía del 90 %.	51
4.16. Datos obtenidos para una lente cónica cuya constante de conicidad que corrige la aberración esférica es $k_2 = -5,0150964$.	52
4.17. Como se puede observar en el esquema, al trazar rayos se comprueba que la aberración esférica esa nula, para los puntos que se analizan, marginal y paraxial	53
4.18. OPD- Con una escala de $8 \times 10^{-5} \text{mm}$, para el eje vertical, que es el que define al OPD; por lo que se comprueba que se esta corrigiendo la AE.	53
4.19. MTF- Observamos en la parte izquierda, que la línea continua (define al sistema real) se superpone con la línea punteada (define al sistema ideal), considerandose con esto, que el sistema real es aceptable. En la parte derecha observamos una concentración de energía del 90 %.	54
A.1. Lente Esférica	56
C.1. Elipsoide (El objeto y la imagen están en uno de los focos)	59
C.2. Hiperboloide (El objeto y la imagen están en uno de los focos)	59
C.3. Superficie Frontal-Convexa y Superficie Frontal-Plana	59
D.1. Refracción de un rayo en superficie esférica	61

RESUMEN

El diseñar un sistema óptico completamente desprovisto de aberraciones es un problema relevante y la meta ideal al diseñar un sistema óptico es la de corregir las aberraciones monocromáticas y las cromáticas, para toda la abertura de la lente y todo el campo de la imagen: el problema al corregir las aberraciones es que los sistemas ópticos se vuelven muy complejos debido a que se emplean muchas componentes, lo cual los hace muy caros.

Son conocidas las soluciones de diseño para corregir las aberraciones esférica y coma en un sistema óptico conformado por dos espejos cónicos [1], [2]. Basados en esto, en los marcos del presente trabajo de tesis, se obtienen las expresiones matemáticas necesarias que nos permitan diseñar un sistema óptico aplanático, compuesto por dos superficies refractoras. Mediante las constantes de conicidad. Dos casos son analizados: objeto lejano y cercano, demostrándose que las aberraciones mencionadas son corregidas, lo que anteriormente era posible realizar mediante sistemas ópticos más complejos.

PREFACIO

El diseño de un sistema óptico completamente desprovisto de aberraciones es un problema relevante. La meta ideal al diseñar un sistema óptico sería la de corregir las aberraciones monocromáticas y las cromáticas, pero esto se tiene que hacer para toda la abertura de la lente y todo el campo de la imagen.

El proceso clásico de diseño de lentes consiste en escoger el tipo de sistema que se desea y después calcular los valores de sus parámetros (*radios de curvatura, diámetros y separaciones*) por medio de la teoría de primer orden y tercer orden. Después se trazan algunos rayos luminosos a través del sistema por medio de las ecuaciones exactas para el trazo de rayos.

El pionero del diseño óptico fue *A. E. Conrady (1866-1944)*, quien estableció la teoría de tercer orden y pudo diseñar muchos sistemas de excepcional calidad [3]. Pero en realidad el primero en definir un sistema óptico aplanático fue *Ernesto Abbe* de acuerdo con él, un sistema óptico se dice aplanático si esta libre de las aberraciones esférica y coma- a esta definición nos ceñiremos en el presente trabajo.

Apartir de Abbe, han surgido trabajos donde se analiza este problema. De acuerdo con la teoría de Chrétien, [4], para un telescopio aplanático, se sugiere que la teoría para una sola lente aplanática puede ser encontrada de una manera similar [4]. De este trabajo se obtiene una ecuación polar para una lente donde cada una de las superficies cónicas están dadas por una expansión en serie de la condición aplanática. Lo que representa que es sólo una aproximación a la verdadera forma aplanática de la lente, la cual solo se encuentra para grandes ángulos.

En el caso de un elemento óptico simple formador de imágenes, hecho de una sola pieza de vidrio, la posibilidad de corrección aplanática es importante y tal corrección puede ser obtenida por el empleo de una sola holo-lente grabada en una superficie esférica. Desde el punto de vista tecnológico, la combinación de lentes esféricas clásicas con una estructura difractiva de frecuencia espacial baja es mucho más conveniente, tal lente híbrida es un solo elemento consistente de una superficie refractora y difractora, aun sí una de las superficies es plana es posible obtener la corrección aplanática para selectas posiciones del objeto; pero la desventaja de este procedimiento es que es difícil construirlas.

Lentes en forma de meniscos (*cóncavos o convexos*) pueden ser deformados para que adquirieran diferentes formas aplanáticas, con tal de obtener una eliminación de las aberraciones esférica y coma en los sistemas ópticos. Es posible alcanzar la forma aplanática solamente cuando las lentes operan con amplificaciones que son numéricamente iguales al recíproco del índice de refracción del material.

Actualmente se encuentran en el mercado lentes aplanáticas que consisten de dos lentes plano convexas. Los lados convexos son arreglados cara a cara. La imagen completa es claramente definida y libre de distorsión para amplificaciones hasta $20X$.

Con el fin de disminuir costos y hacer más fácil la construcción de lentes aplanáticas y basados en algunos trabajos en los que las aberraciones esférica y coma han sido corregidas para sistemas ópticos compuestos por dos espejos cónicos, cuando el objeto se encuentra lejos [1] y cerca [2] del sistema óptico a diseñar. En los marcos del presente trabajo de tesis de maestría, nos proponemos analizar un modelo basado en superficies cónicas para determinar bajo que condiciones es posible diseñar un sistema óptico aplanático. Con esta meta, planteamos los siguientes objetivos:

- Diseñar una lente Gruesa en principio, Libre de Aberración Esférica, y como segundo paso Libre de Aberración de Coma, utilizando superficies cónicas.
- Desarrollar la formulación básica de los casos especiales de aplanatismo en sistemas con superficies esféricas.
- Desarrollar un método de diseño exacto para lentes gruesas en los casos con objeto lejano y cercano.
- Realizar ejemplos de diseño óptico en los que se emplee la metodología desarrollada.

Por lo que la estructura del trabajo es la siguiente: en el CAPÍTULO 1 se presenta los fundamentos del diseño óptico que nos permiten alcanzar la meta propuesta, como son los conceptos de lente gruesa, aberraciones en lentes, puntos aplanáticos de una superficie esférica, teorema del seno óptico, diagramas de manchas; en el CAPÍTULO 2 se realiza el análisis para el caso de objeto lejano, en el CAPÍTULO 3 se analiza el caso para objeto cercano, en el CAPÍTULO 4 se presentan ejemplos donde se emplea el formulismo descrito en el CAPÍTULO 2 y CAPÍTULO 3; por último se presenta las conclusiones de este trabajo, dentro del CAPÍTULO 4.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

1.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se analiza de manera simple y concisa los fundamentos teóricos del diseño óptico, empezando con los conceptos básicos empleados en la óptica geométrica los cuales son descritos en la SECCIÓN 1.2 y SECCIÓN 1.3; además se consideran las propiedades de un sistema óptico en la región paraxial, introduciéndose en la SECCIÓN 1.4 los conceptos de lente y sus aplicaciones principales, así como el trazo analítico de rayos, se presenta en la SECCIÓN 1.5; en la SECCIÓN 1.6 se analizan los efectos llamados aberraciones que hacen que la calidad de las imágenes no sean tan buenas como se desearía, una manera económica y conveniente de evaluar lentes antes de su fabricación es mediante el uso de los diagramas de manchas, tema que se analiza en la SECCIÓN 1.7; por último se presenta una conclusión de este capítulo.

1.2. ÓPTICA GEOMÉTRICA

En el límite conceptual cuando la longitud de onda de la luz es cero, $\lambda_0 \rightarrow 0$, se obtiene propagación rectilínea en medios homogéneos, tenemos así el dominio idealizado de la óptica geométrica; en este caso el comportamiento atribuible a la naturaleza ondulatoria de la luz (interferencia y difracción) no se considera.

La óptica geométrica describe con un alto grado de precisión, las propiedades de las lentes, por lo que actualmente, en la mayoría de los casos, las lentes son diseñadas utilizando los métodos de la óptica geométrica.

SISTEMA COORDENADO

En primer lugar analizaremos el diseño de un sistema óptico centrado. Definimos al eje z como el eje óptico de una lente, con el eje y en el plano del sistema, ver *fig. 1.1*. Siendo el eje x perpendicular a los ejes y, z ; dentro del sistema coordinado, los valores a la derecha del eje x son positivos. En el caso de lentes centradas, el eje z representa el eje óptico común de las superficies refractantes y reflectantes. En muchas ecuaciones dentro de la óptica geométrica, nos interesamos en cantidades que son afectadas por la refracción o reflexión en una superficie o lente.

En estos casos, se representan las cantidades después de la refracción o reflexión como cantidades primadas.

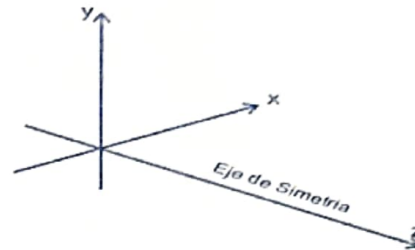


Figura 1.1: Sistema Coordinado; se toma al eje z de un sistema coordenado cartesiano a derechas como el eje de revolución de un sistema óptico simétrico.

RAYO DE LUZ

Una de las propiedades más obvias de la luz, la cual podemos observar claramente en el camino de un haz láser, es que se propaga en línea recta. En realidad esta es una aproximación. Como la óptica física predice, y los experimentos confirman, cualquier haz de luz diverge en un rango determinado por la anchura del haz y su longitud de onda.

Es más la propagación rectilínea de la luz depende de la uniformidad del medio a través del cual esta pasando.

Pese a estas condiciones, la óptica geométrica asume que la propagación rectilínea de la luz, incorpora el concepto de rayo de luz. Por definición un rayo de luz, es una línea en el espacio que corresponde a la dirección del flujo de la energía radiante [5]; es decir, representa la dirección en la energía de una onda de luz. Por lo que en la siguiente sección se analizan las propiedades que tiene un rayo de luz al pasar a través de una superficie.

1.2.1. LEY DE SNELL

Podría decirse que el comienzo del diseño óptico ocurrió a partir de la formulación de la ley de refracción por *Snell* en 1621, la cual define la relación entre los ángulos formados por el rayo incidente y la superficie normal al punto de incidencia, llamado ángulo de incidencia I , y al ángulo formado entre el rayo refractado y la normal, llamado ángulo de refracción I' ; los ángulos son relacionados por la siguiente ecuación [6]. La ecuación (1.1) se conoce como ley de Snell; además afirma que estos rayos y la normal a la superficie refractora en el punto de incidencia están en el mismo plano, *fig.1.2*.

$$n \operatorname{sen} I = n' \operatorname{sen} I'. \quad (1.1)$$

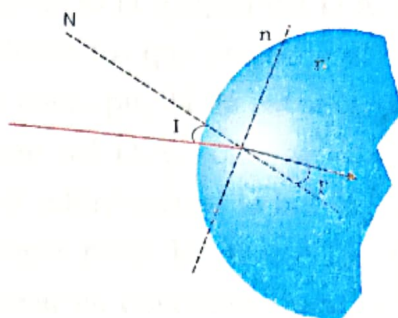


Figura 1.2: Diagrama que ilustra la ley de Snell, cuando un rayo que viaja en un medio n , incide sobre una superficie n' y forma un ángulo I respecto de la normal N en el punto de incidencia, al transmitirse se refracta formando, con la normal, el ángulo de refracción I'

Las cantidades n y n' son los índices de refracción de los dos medios.

1.2.2. PRINCIPIO DE FERMAT

La ley de la refracción y la manera en que la luz se propaga en general, se puede ver desde otro punto de vista completamente diferente e interesante, que viene del principio de Fermat. El principio de Fermat en su forma moderna dice: al ir un rayo de luz de un punto P_1 a otro punto P_2 , debe recorrer una *Longitud de Camino Óptico (L.C.O.)* que es estacionaria con respecto a variaciones de ese camino. Definiéndose como *L. C. O.*, al producto de la longitud de la trayectoria real entre dos puntos tomada por un rayo de luz por el índice de refracción del medio en que se propaga [5].

1.2.3. DIAFRAGMAS Y PUPILAS DE UN SISTEMA

Las lentes que forman un sistema óptico, son todas de diámetro finito y como consecuencia de ello, el haz luminoso que las atraviesa es también de extensión transversal finita. Cualquier elemento, sea el borde de la lente o un diafragma separado, que determina la cantidad de luz que llega a la imagen, se conoce como el *Diafragma de Abertura (D.A.)*, como se muestra en la *fig. 1.3*.

El elemento que limita el tamaño o la extensión angular del objeto cuya imagen puede formar el sistema se le llama *Diafragma de Campo (D. C.)*, el cual determina el campo de visión del sistema óptico, ver *fig. 1.3*.

La *pupila* es simplemente una imagen del diafragma de apertura, es muy útil para determinar si un rayo dado atraviesa o no el sistema óptico completo.

La *pupila de entrada* de un sistema es la imagen del D.A. como se ve desde un punto axial en el objeto a través de aquellos elementos que preceden al diafragma. Si no hay lentes entre el objeto y el D.A., el último sirve como pupila de entrada, *fig. 1.3*.

La *pupila de salida* es la imagen del D.A. como se ve desde un punto axial en el plano imagen a través de las lentes que se interponen si la hay, *fig. 1.3*.

A un sistema óptico pueden llegar rayos luminosos con diversas orientaciones. Según su dirección los rayos se pueden clasificar en diferentes tipos.

En la *fig. 1.3*, el rayo que sale de un punto en el objeto, situado en el eje óptico hasta el borde del diafragma de la lente, se le conoce como rayo marginal. De entre todos los rayos que parten de un punto fuera del eje en el objeto, hay uno que pasa por el centro del diafragma, al que se le llama rayo principal y hay uno para cada punto fuera del eje. Los rayos principales, son de particular importancia, cuando se están corrigiendo las aberraciones al diseñar una lente.

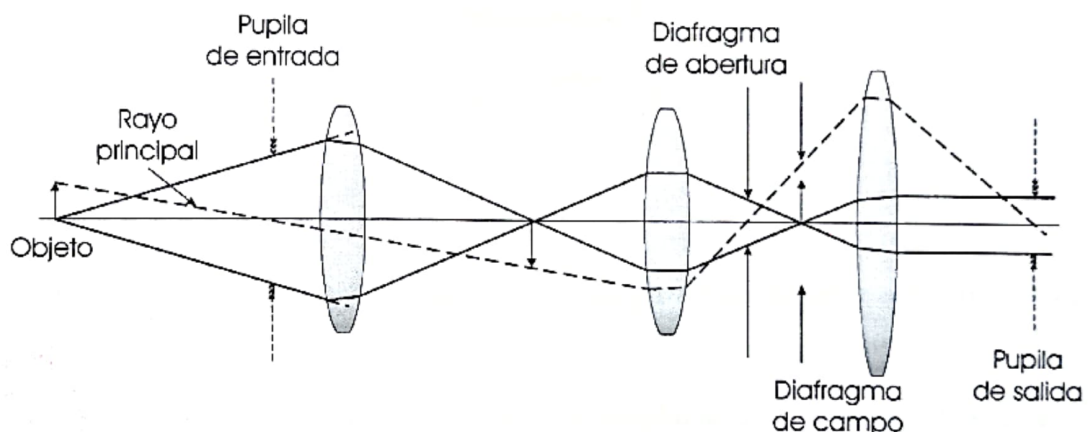


Figura 1.3: En el diagrama se muestra un simple sistema de lentes con sus respectivos diafragmas, pupilas, así como los rayos que normalmente se trazan a través de un sistema óptico.

Supongamos que se desea recoger la luz de una fuente extendida y formar una imagen de ella usando una lente. La cantidad de energía reunida por la lente de una pequeña región o fuente distante será directamente proporcional al área de la lente o más generalmente al área de la pupila de entrada, si el área es circular varía como el cuadrado de su radio y es por consiguiente proporcional al cuadrado de su diámetro $Diam$. La densidad de flujo en el plano de la imagen varía como $(Diam/f)^2$. La razón $Diam/f$ se conoce como la apertura relativa, mientras que su inverso se dice que es el número-F o $f/\#$, es decir:

$$f/\# = \frac{f}{Diam} \quad (1.2)$$

1.2.4. SUPERFICIES

Una de las herramientas importantes, que juega un papel muy importante en el diseño óptico, es obviamente la superficie óptica. Que es la interfase entre medios de distintos índices de refracción que puede ser descrita por diversas formas geométricas. Consideraremos en esta sección solo las más comunes [6].

ESFERA

Dado que muchas lentes son construidas a partir de superficies que son generalmente de forma esférica, es conveniente analizar las ecuaciones que pueden ser utilizadas para representar una superficie esférica.

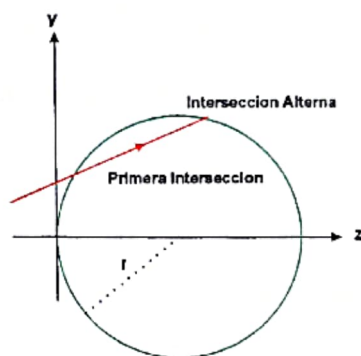


Figura 1.4: La sagita z , se puede obtener a partir de un punto de intersección en una superficie esférica.

La ecuación para una esfera donde el centro esta desplazado, sobre el eje z a una distancia r , esta dada por:

$$r^2 = x^2 + y^2 + (z - r)^2, \quad (1.3)$$

donde podemos escribir que $\rho^2 = x^2 + y^2$, de la cual obtenemos

$$r^2 = \rho^2 + (z - r)^2, \quad (1.4)$$

o

$$z^2 - 2rz + \rho^2 = 0, \quad (1.5)$$

resolviendo la ecuación (1.5) para z tenemos:

$$z = r \pm \sqrt{r^2 - \rho^2}. \quad (1.6)$$

Para el primer punto de intersección, ver *fig. 1.4.*, consideramos el signo negativo que antecede a la raíz, obteniendo:

$$z = r - \sqrt{r^2 - \rho^2}, \quad (1.7)$$

Ya que r es frecuentemente mas grande comparada con ρ , podemos determinar z de la diferencia entre estas dos cantidades. Factorizando r , la ecuación (1.6) se puede escribir de la siguiente manera:

$$z = r \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{r}\right)^2} \right], \quad (1.8)$$

cuya solución siempre esta dada como un valor cercano al vértice de la superficie, y si además se reemplaza el radio de curvatura de la superficie r , con $1/c$, donde $c = \frac{1}{r}$. tenemos entonces una relación de la forma

$$z = \frac{1 - \sqrt{1 - (c\rho)^2}}{c}. \quad (1.9)$$

Aplicando un poco de álgebra esta ecuación se puede escribir como

$$z = \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{1 - (c\rho)^2}}, \quad (1.10)$$

a esta ecuación se le conoce comúnmente como la sagita de la superficie.

De vez en cuando es útil tener una expresión para z en términos de una serie de potencias en ρ^2 . Regresando a la ecuación (1.9)

$$zc = 1 - \sqrt{1 - (c\rho)^2} = 1 - \left(1 - \frac{1}{2}c^2\rho^2 - \frac{1}{8}c^4\rho^4 - \frac{1}{16}c^6\rho^6 - \dots \right), \quad (1.11)$$

y por lo tanto

$$z = \frac{1}{2}c\rho^2 + \frac{1}{8}c^3\rho^4 - \frac{1}{16}c^5\rho^6 - \dots \quad (1.12)$$

Aunque no se calcule la coordenada z de la superficie de la ecuación (1.12), esta ecuación es útil para describir el tipo de superficie [6]

SUPERFICIES CÓNICAS

Consideramos ahora el caso para un elipsoide, ver *fig. 1.5*, como un ejemplo simple donde la ecuación que describe a dicha superficie esta dada de la siguiente manera

$$\frac{(z - a)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (1.13)$$

en donde a y b son los semiejes mayor y menor del elipsoide respectivamente, con

$$b^2 = a^2 (1 - e^2) = a^2 \varepsilon, \quad (1.14)$$

aquí, e es la excentricidad del elipsoide, y ε esta definida por $(1 - e^2)$. Claramente, se puede ver que $\varepsilon = \frac{b^2}{a^2}$. De manera similar a la ecuación (1.5), la ecuación (1.13) se puede escribir de la forma

$$\varepsilon z^2 - 2a\varepsilon z + \rho^2 = 0. \quad (1.15)$$

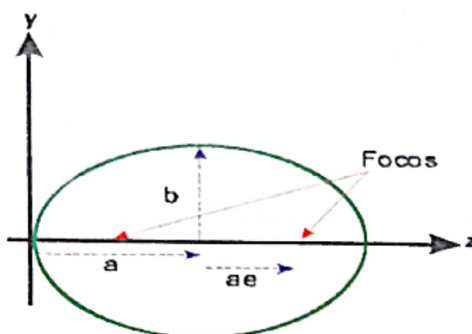


Figura 1.5: *Elipsoide*

Podemos ver que el radio r en el vértice de la superficie, es igual a $\varepsilon a = \frac{b^2}{a}$, siguiendo un procedimiento similar al caso de la esfera, la sagita esta dada de la forma siguiente

$$z = \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{1 - \varepsilon(c\rho)^2}}, \quad (1.16)$$

donde $c = \frac{1}{r} = \frac{1}{a\varepsilon}$

En la mayoría de los programas de diseño esta ecuación se puede encontrar como

$$z = \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{1 - (k+1)(c\rho)^2}}, \quad (1.17)$$

donde k es la constante de conicidad, la cual esta dada por

$$k = \varepsilon - 1 = \frac{b^2}{a^2} - 1 = -e^2. \quad (1.18)$$

Podemos notar que aunque partamos de un simple caso como el del elipsoide, el grado que describe a esta ecuación, está dentro de las ecuaciones (1.15) y (1.16), cuya forma generalmente describe a una superficie cónica. La importancia de e , ε y k , son por tanto como se muestra en la tabla 1.1. Si expandemos la ecuación (1.17) en una serie de potencias, es posible obtener un resultado similar al de la ecuación (1.12), pero con una pequeña diferencia debido a un término extra, ε :

$$z = \frac{1}{2}c\rho^2 + \frac{1}{8}(k+1)c^3\rho^4 - \frac{1}{16}(k+1)^2c^5\rho^6 - \dots \quad (1.19)$$

excentricidad e	Conicidad k	$1 - e^2$	
	> 0	> 1	Elipsoide- semieje mayor horizontal
0	0	1	Esfera
(0, 1)	(-1, 1)	(0, 1)	Elipsoide - semieje menor horizontal
1	-1	0	Paraboloide
> 1	< -1	< 0	Hiperboloide

Cuadro 1.1: *Secciones Cónicas*

Por lo tanto podemos observar que las diferencias entre una esfera y una cónica aparece como un termino proporcional a ρ^4, ρ^6, ρ^8 [6].

1.3. ÓPTICA PARAXIAL

En esta sección consideraremos las propiedades de los sistemas ópticos en la región limitada por el eje óptico, usualmente conocida como *región paraxial*. Al tratamiento de la luz en esta región es conocida como *óptica paraxial*.

La aproximación paraxial permite analizar algunas de las propiedades básicas de un sistema óptico con los mínimos cálculos. La necesidad del tratamiento paraxial es que provee al diseñador de una gran comprensión del funcionamiento del sistema.

REGIÓN PARAXIAL

Como se vio anteriormente, una superficie esférica puede ser descrita completamente por una serie de potencias cuya forma dada por la ecuación (1.12), nos permite precisar la definición de región paraxial, como la región donde alguna superficie refractante o reflectante puede ser descrita por el primer término de esta serie de potencias, o sea:

$$z = \frac{1}{2}c\rho^2. \quad (1.20)$$

En resumen, limitamos el dominio de la óptica paraxial o gaussiana, a una región lo suficientemente cercana al eje óptico del sistema que garantiza que los términos en la ecuación (1.12) de mayor grado a ρ^2 pueden ser despreciados. Bajo estas condiciones cada punto en el plano objeto tendrá una imagen puntual perfecta en el plano imagen [6].

1.3.1. PUNTOS CARDINALES

Los llamados puntos cardinales son los puntos focales, puntos principales y puntos nodales; cada par definido por dos rayos paraxiales viajando a través de la lente en dirección objeto imagen.

PUNTOS FOCALES

Los puntos focales son aquellos puntos donde convergen los rayos luminosos que llegan a la lente en un haz de rayos paralelos entre sí y paralelos también al eje de la lente. Los puntos focales primero y segundo; es decir, los focos objeto e imagen, f_o y f_i , pueden ser medidos convenientemente desde los dos vértices. En éste caso tendremos las longitudes focales frontal $d.f.f.$ y posterior $d.f.p.$ Se definen como planos focales a los planos normales al eje de simetría que pasan a través de los focos, *fig. 1.6.*

PUNTOS PRINCIPALES

Cuando el objeto está en el infinito, los rayos llegan a la lente en haces paralelos entre si; como es natural, la amplificación m es cero.

En la *fig. 1.6* se muestra un sistema óptico centrado separado por una distancia t (*grosor*) entre sus vértices, observamos que la distancia focal efectiva f , representa la distancia del foco a un plano imaginario, definido por las intersecciones de las prolongaciones de los rayos incidentes y los rayos refractados finales; estos planos imaginarios reciben el nombre de *planos principales del sistema*.

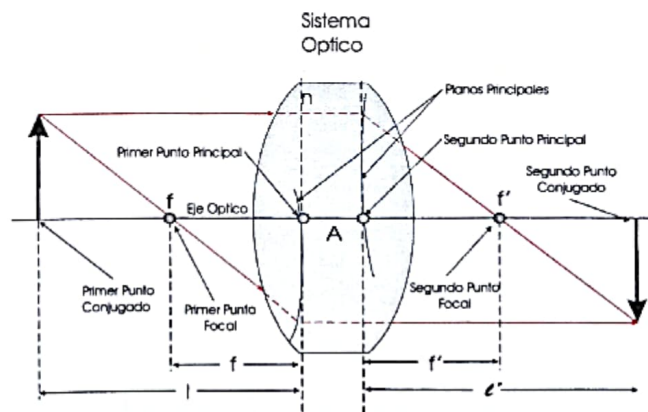


Figura 1.6: Ilustrando la localización de los puntos focales, puntos conjugados y puntos y planos principales de un sistema óptico.

Los puntos donde los planos principales primario y secundario cruzan el eje óptico son conocidos como primero y segundo *punto principal* H_1 y H_2 respectivamente.

Cualquier par de puntos objeto e imagen tal como l y l' en la *fig. 1.6* son llamados *puntos conjugados*, y los planos perpendiculares al eje que atraviesan a los puntos conjugados son llamados planos conjugados.

La expresión para los puntos conjugados puede, una vez más ser puesta en la forma Gaussiana [6]:

$$\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f}. \quad (1.21)$$

Siempre y cuando las distancias objeto e imagen estén medidas desde el primer y segundo plano principal, respectivamente. La distancia focal efectiva se mide con respecto a los planos principales, y estos están localizados a distancias

$$h_1 = \overline{V_1P_1}, \quad h_2 = \overline{V_2P_2}. \quad (1.22)$$

Los valores de h_1 y h_2 están dados por [2]:

$$h_1 = \frac{-f(n-1)t}{r_2n}, \quad h_2 = \frac{-f(n-1)t}{r_1n}. \quad (1.23)$$

Estas cantidades son positivas cuando los planos caen a la derecha de sus respectivos vértices.[5], [7].

PUNTOS NODALES

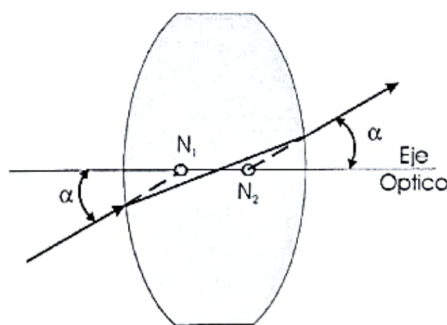


Figura 1.7: *Puntos nodales*

Si un rayo atraviesa a una lente por su centro óptico, este sale paralelo a su dirección de incidencia. Extendiendo ambos rayos de entrada y salida hasta cruzar el eje óptico, se localizan los llamados puntos nodales, N_1 y N_2 como se muestra en la *fig. 1.7*. Cuando la lente esta rodeada por ambos lados por el mismo medio, generalmente aire, los puntos nodal y principal coinciden.

1.4. LENTES

El sistema óptico mas utilizado es la lente, ya que estas se remontan hasta los vidrios quemadores de la antigüedad. La función primordial de una lente es formar imágenes [4].

Dicho de una manera mas rigurosa: Una *lente* es un sistema óptico formado por dos interfaces refractoras, inmersa en un medio de diferente índice de refracción; también sabemos que las lentes se pueden clasificar como *Lentes Simples*, que son aquellas que están formadas por un elemento, es decir, cuando tiene solo dos superficies refractoras, y en *Lentes Compuestas* que son aquellas que cuentan con la presencia de más de un elemento. Tanto las lentes simples como las lentes compuestas pueden ser Delgadas o Gruesas, y tomar una gran variedad de formas, ya sean divergentes o convergentes; ver APENDICE A.

LENTES DELGADAS

Se dice que una *lente delgada* es aquella donde su *grosor axial efectivo* es cero. El foco de una lente se define como el punto de convergencia de los rayos luminosos. La distancia focal de una lente delgada es la distancia de la lente al foco. La potencia ϕ de una lente se define como el reciproco de la distancia focal f :

$$\phi = \frac{1}{f}, \quad (1.24)$$

si la distancia focal se mide en metros, la potencia queda expresada en dioptrías.

Utilizando la fórmula de Gauss a ambas caras de la lente podemos encontrar la ecuación para lentes delgadas; considerándose el caso particular, en el que la lente esta rodeada de aire. En estas condiciones las distancias focales son idénticas ($f_2 = f_1 = f$) y por consiguiente podemos escribir:

$$\frac{1}{f} = (n' - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (1.25)$$

La ecuación (1.25), también llamada Fórmula del Fabricante de Lentes, es válida únicamente para una lente delgada rodeada de aire y considerando rayos paraxiales [7].

LENTES GRUESAS

Uno de los sistemas ópticos centrados no delgados más sencillos es el formado por una lente gruesa simple. *Lente Gruesa* es aquella donde su grueso efectivo no es cero. Para completar con el estudio de una lente de este tipo solo falta dar las expresiones para las distancias focales efectiva y posterior.

La distancia focal efectiva de una lente gruesa se puede encontrar con la fórmula del fabricante de lentes. Esta se mide con respecto a los planos principales y esta dada por:

$$\phi = \frac{1}{f} = (n' - 1) \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{t(n' - 1)}{r_1 r_2 n'} \right]. \quad (1.26)$$

Por definición la distancia focal posterior es la distancia que hay del vértice de la segunda superficie refractora a la imagen, la cual esta dada de la siguiente forma [7] :

$$\frac{1}{l'} = (n' - 1) \left[\frac{1}{r_1 \left[1 - \frac{(n' - 1)t}{r_1 n'} \right]} - \frac{1}{r_2} \right]. \quad (1.27)$$

1.4.1. FACTOR DE FORMA

Una de las herramientas más poderosas disponibles para el diseño de lentes es la curvatura; es decir cambiar la forma de un elemento sin cambiar su potencia.

En una lente simple, la distancia focal está dada por el índice de refracción y los radios de curvatura ecuación (1.25). Dado el índice de refracción, existe un número infinito de combinaciones de radios de curvatura que producen una distancia focal determinada. A una modificación de estos radios que mantengan la distancia focal constante se le llama flexión. Por lo que cada lente esta definida por un número q llamado *factor de forma*, fig. 1.8, dado por:

$$q = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1} = \frac{c_1 + c_2}{c_1 - c_2}. \quad (1.28)$$

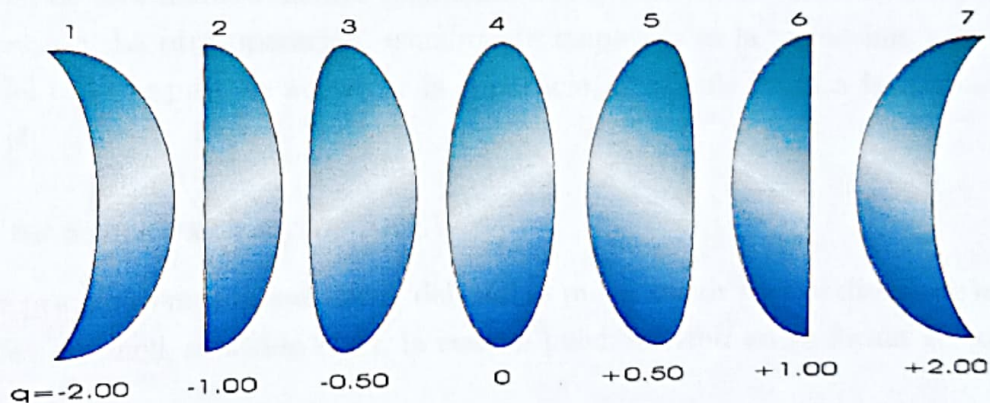


Figura 1.8: Factor de forma para diferentes tipos de lentes, con la misma potencia o longitud focal; 4 para una lente equiconvexa, 3 y 5 para una lente doble convexa, 2 y 6 para una lente plano convexa y por último 1 y 7 para meniscos.

Si tenemos f y q podemos obtener las curvaturas de una lente delgada dadas por:

$$c_1 = \frac{q+1}{2f(n'-1)}, \quad r_1 = \frac{2f(n'-1)}{q+1}, \quad (1.29)$$

$$c_2 = \frac{q-1}{2f(n'-1)}, \quad r_2 = \frac{2f(n'-1)}{q-1}. \quad (1.30)$$

Si la lente esta compuesta por un solo elemento grueso, podemos utilizar la notación de q para el factor de forma . Para una lente gruesa de longitud focal f , encontramos que:

$$r_1 = (n'-1) \frac{f \pm \sqrt{f^2 + \left(\frac{ft}{n'}\right)(q+1)(q-1)}}{q+1}, \quad (1.31)$$

para encontrar r_2 tenemos [8]

$$r_2 = r_1 \left(\frac{q+1}{q-1} \right). \quad (1.32)$$

1.5. TRAZO ANALÍTICO DE RAYOS EN UNALENTE

El trazo de rayos, es indudablemente, una de las principales herramientas para el diseñador. Al trazo de rayos realizado de una manera exacta es llamado trazo de rayos finito. Este trazo de rayos es esencialmente una secuencia iterativa de dos operaciones; una de estas, la transferencia, que se da simplemente tomando un rayo a partir de una superficie óptica hasta encontrarse con la próxima, de esta manera incluye solamente a la geometría de líneas rectas y superficies de forma adecuada. La otra operación, usualmente empleada es la refracción, que encuentra la dirección del rayo después de atravesar la superficie, el cálculo implica la utilización de la Ley de Snell [4].

1.5.1. LEY DE SNELL PARA RAYOS SKEW

Uno de los principios mas importantes, del cual se puede partir para el diseño de un sistema óptico, es la ley de Snell, ecuación (1.1), la cual se puede escribir en su forma vectorial de la siguiente manera:

$$n' \left(\widehat{S}_2 \times \widehat{\eta} \right) = n \left(\widehat{S}_1 \times \widehat{\eta} \right), \quad (1.33)$$

donde $\widehat{S}_1, \widehat{S}_2$ son vectores unitarios a lo largo de los rayos incidente y refractado, $\widehat{\eta}$ es un vector unitario normal a la superficie en el punto donde incide un rayo marginal, el cual se define como:

$$\widehat{\eta}(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{-\nabla f}{|\nabla f|} = \frac{-\left(\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}\right)}{\left[(-\partial_y z_1)^2 + (\partial_{z_1} z_1)^2\right]^{1/2}}, \quad (1.34)$$

con (α, β, γ) como sus componentes y z_1 como la sagita de la primera superficie. Si la ecuación (1.34) es multiplicada vectorialmente por $\hat{\eta}$ se obtiene:

$$n' \left(\hat{S}_2 - \hat{\eta} (\hat{S}_2 \cdot \hat{\eta}) \right) = n \left(\hat{S}_1 - \hat{\eta} (\hat{S}_1 \cdot \hat{\eta}) \right), \quad (1.35)$$

y despejando \hat{S}_2

$$\hat{S}_2 = \mu \hat{S}_1 + \hat{\eta} [\text{Cos}(I') - \mu \text{Cos}(I)], \quad (1.36)$$

donde:

$$\Gamma = \left(\cos I' - \frac{n}{n'} \cos I \right), \quad (1.37)$$

$$\mu = \frac{n}{n'}. \quad (1.38)$$

La ecuación (1.36) puede ser expandida en su forma escalar sustituyendo (L_0, M_0, N_0) , (L_1, M_1, N_1) y (α, β, γ) como componentes de \hat{S}_1 , \hat{S}_2 y $\hat{\eta}$ respectivamente, de manera que estas cantidades nos den los cosenos directores dados por:

$$\begin{aligned} n' L_1 - n L_0 &= \Gamma \alpha \\ n' M_1 - n M_0 &= \Gamma \beta, \\ n' N_1 - n N_0 &= \Gamma \gamma \end{aligned} \quad (1.39)$$

siendo I e I' los ángulos de incidencia y refracción respectivamente [9].

1.5.2. TRANSFERENCIA ENTRE SUPERFICIES ESFÉRICAS

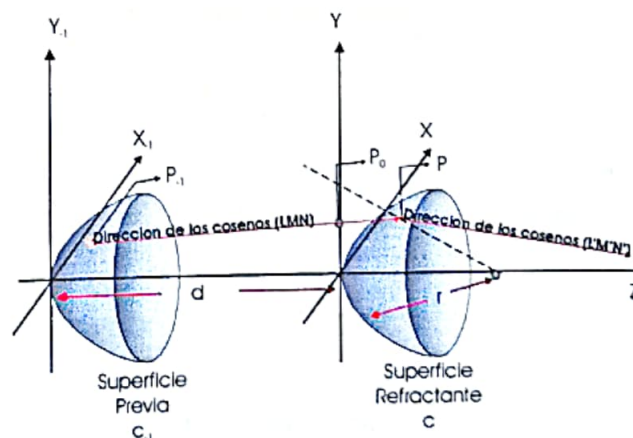


Figura 1.9: Notación y Coordenadas para la Transferencia de un rayo Finito o Skew a partir de una superficie óptica previa, hasta la próxima superficie refractante.

Cada rayo puede ser especificado en el espacio objeto de un sistema óptico por sus cosenos directores (L, M, N) , y las coordenadas (x_{-1}, y_{-1}, z_{-1}) del punto de incidencia P_{-1} sobre la primera superficie, en el sistema coordenado local, cuyo origen es el vértice de esta superficie. El problema de transferencia es determinar P , ver *fig. 1.9*, el punto del rayo incidente sobre la próxima superficie, asumimos que (L, M, N) y las coordenadas de P_{-1} son conocidas. Para un rayo que incide en un punto P cuyas coordenadas (x, y, z) , el coseno director N_0 es siempre positivo, al igual que en los cosenos directores de la normal a P , γ se toma siempre como positiva.

Dada c la curvatura de la superficie próxima y d la separación axial. Es conveniente realizar el cálculo en dos pasos; primero buscamos las coordenadas del punto P_0 donde el rayo se intersecta con el plano xy para la superficie próxima. Si las coordenadas del punto P_0 son $(x_0, y_0, 0)$, considerando las propiedades de los cosenos directores tenemos:

$$\begin{aligned} y_0 &= y_{-1} + \frac{M}{N} (d - z_{-1}), \\ x_0 &= x_{-1} + \frac{L}{N} (d - z_{-1}). \end{aligned} \quad (1.40)$$

Por lo que las coordenadas de $P(x, y, z)$ y la longitud del segmento de $\overline{P_0P}$, dada por Δ . Están dadas:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + L\Delta, \\ y &= y_0 + N\Delta, \\ z &= N\Delta. \end{aligned} \quad (1.41)$$

Una condición más, es que P este situado sobre una superficie de curvatura c cuyo origen es tangente al plano xy , la cual se presenta en la forma.

$$z = \frac{1}{2}c(x^2 + y^2 + z^2). \quad (1.42)$$

Sustituyendo las ecuaciones (1.41) dentro de la ecuación (1.42), se obtiene una ecuación para Δ , recordando que $L^2 + M^2 + N^2 = 1$. Entonces la solución para Δ esta dada como [4].

$$\Delta = \frac{F}{G + \sqrt{G^2 - cF}}, \quad (1.43)$$

con

$$F = c(x_0^2 + y_0^2), \quad (1.44)$$

$$G = N - c(Lx_0 + My_0). \quad (1.45)$$

REFRACCIÓN EN UNA SUPERFICIE ESFÉRICA

Por último, para finalizar con el trazo de rayos, necesitamos calcular los ángulos de incidencia I e I' , antes y después de la refracción respectivamente. A fin de poder calcular los cosenos directores $L', M', y N'$.

Primero que nada, necesitamos tener las expresiones para los cosenos directores de la normal a la superficie en el punto de incidencia P_{-1} . Es fácil observar que en una superficie esférica, estos cosenos directores están dados por la igualdad de la siguiente triada:

$$(\alpha, \beta, \gamma) = (-cx, -cy, 1 - cz), \quad (1.46)$$

donde (x, y, z) son el punto de incidencia y c la curvatura. Sustituyendo la ecuación (1.46) en la ecuación (1.39) tenemos como ecuaciones de refracción.

$$\begin{aligned} n'L_1 - nL_0 &= \Gamma\alpha, \\ n'M_1 - nM_0 &= \Gamma\beta, \\ n'N_1 - nN_0 &= \Gamma\gamma, \end{aligned} \quad (1.47)$$

así bien obtenemos los ángulos de incidencia [4].

$$\text{Cos}I = \hat{S}_1 \cdot \hat{\eta} \quad \text{Cos}I = \sqrt{G^2 - cF}, \quad (1.48)$$

$$\text{Cos}I' = \hat{S}_2 \cdot \hat{\eta} \quad \text{Cos}I' = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - (1 - \text{Cos}^2I)}. \quad (1.49)$$

1.5.3. TRAZO DE RAYOS EN UNA SUPERFICIE CÓNICA DE REVOLUCIÓN

Para proponer un trazo de rayos es conveniente representar de manera general a una superficie cónica, recurrimos a la ecuación (1.17), de la cual podemos obtener las ecuaciones de transferencia, realizando un procedimiento similar al de la SUB-SECCION 1.5.2, para encontrar el punto $P_0(x_0, y_0, 0)$ donde el rayo se intersecta con el plano xy para la superficie próxima. Entonces las coordenadas de $P(x, y, z)$ y la distancia de P_0P , esta dada por Δ , ecuación (1.41).

Sustituyendo las ecuaciones (1.17) dentro de la ecuación (1.41), se obtiene una ecuación para Δ , dada como:

$$\Delta = \frac{F}{G + \sqrt{G^2 - (1 + kN^2)cF}}. \quad (1.50)$$

Para el calculo de los ángulos de incidencia I e I' del rayo, antes y después de la refracción respectivamente; aplicando la ecuación (1.34) para una superficie cónica, estos cosenos directores están dados por.

$$(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{(-cx, -cy, 1 - cz)}{\sqrt{1 - 2c(\varepsilon - 1)z + c^2\varepsilon(\varepsilon - 1)z^2}}. \quad (1.51)$$

Así bien obtenemos el ángulo de incidencia para I de la manera siguiente [4]:

$$\text{Cos}I = \sqrt{\frac{G^2 - c(1 + kN^2)F}{1 - 2ckz + c^2z^2k(k + 1)}}, \quad (1.52)$$

con F y G dadas por las ecuaciones (1.44) y (1.45)

1.6. ABERRACIONES

Desde el punto de vista de la óptica geométrica, la presencia de aberraciones puede interpretarse como una desviación de las direcciones en las cuales viajan los rayos. Sucede entonces que el plano imagen en el cual se esperaba que los rayos, que se originan de una fuente puntual, sean convergentes a una imagen puntual (*caso ideal de un sistema óptico libre de aberraciones*) se encuentra un patrón de intersección de rayos que ya no es más un punto de convergencia [10]. De manera conceptual, las diferencias entre la teoría Paraxial, respecto a un trazo de rayos exacto o aproximado son conocidas como Aberraciones. Existen dos clasificaciones principales de ellas que son:

- **Aberraciones Cromáticas:** Las Aberraciones Cromáticas, surgen del hecho que el índice de refracción n es realmente función de la frecuencia o de la longitud de onda. A estas aberraciones también se les conoce como Axial y Transversal.[3]
- **Aberraciones Monocromáticas:** Estas aberraciones ocurren aún cuando la luz es altamente monocromática; se les conoce también como aberraciones de Seidel, que son la aberración esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo y distorsión.[3]

Como se había mencionado anteriormente, el objetivo principal es encontrar las ecuaciones exactas que nos permitan diseñar una lente libre de aberración esférica y coma; es por eso que en esta sección solo se analizan con detalle tales aberraciones, así como las condiciones necesarias para corregirlas; proporcionando solo simples conceptos para las demás aberraciones.

1. **Aberración Esférica** La aberración esférica es una desviación de los rayos, produciendo diversos puntos de convergencia, que se pueden observar cuando el objeto es un punto luminoso colocado sobre el eje óptico, lo mismo que la imagen. De hecho los rayos son enfocados a diferentes distancias respecto a la altura en que incida el rayo sobre la superficie.

La aberración Esférica [5] en una superficie, se presenta para los casos de objeto cercano y objeto lejano *fig.1.10*

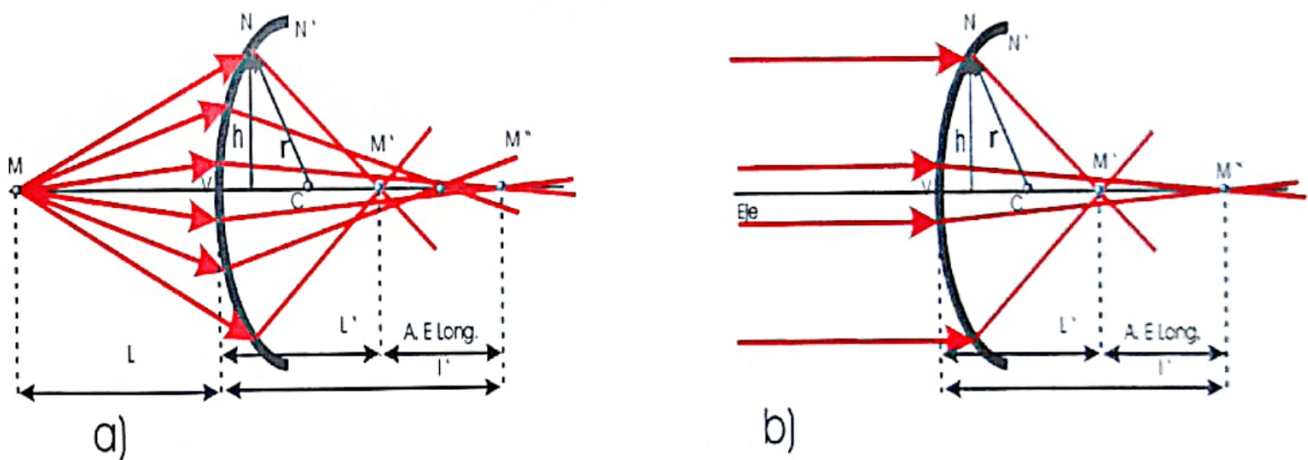


Figura 1.10: La aberración esférica esta dada por la diferencia entre el punto de convergencia de un haz paraxial M'' con el punto de convergencia de una haz marginal M' . a) Objeto cercano b) Objeto Lejano

La existencia de aberración esférica para una sola superficie indica que puede ocurrir en combinación de superficies semejantes o en lentes delgadas.

Ahora bien si recordamos, existe un número infinito de combinaciones de radios de curvatura, por lo que cada lente esta definida por el *factor de forma*, dado por la ecuación (1.28).

A través de una ecuación para la Aberración Esférica de la teoría de tercer orden, para lentes delgadas tenemos, que para cada lente con un factor de forma dado existe un valor para la aberración esférica, como se muestra en la *fig. 1.11*.

La razón principal al considerar la curvatura de la lente es encontrar la forma para la cual la Aberración Esférica sea mínima.

Así como existe una relación para las curvaturas de las lentes, también hay una relación respecto a la posición, llamada *factor de posición*, representada por la constante p .

$$p = \frac{l - l'}{l' + l} \quad (1.53)$$

Donde l y l' son las distancias objeto e imagen, respectivamente. La relación requerida entre el *factor de forma* y el *factor de posición* que produce una mínima aberración esférica es [12]:

$$q = -\frac{2(n'^2 - 1)p}{n' + 2}$$

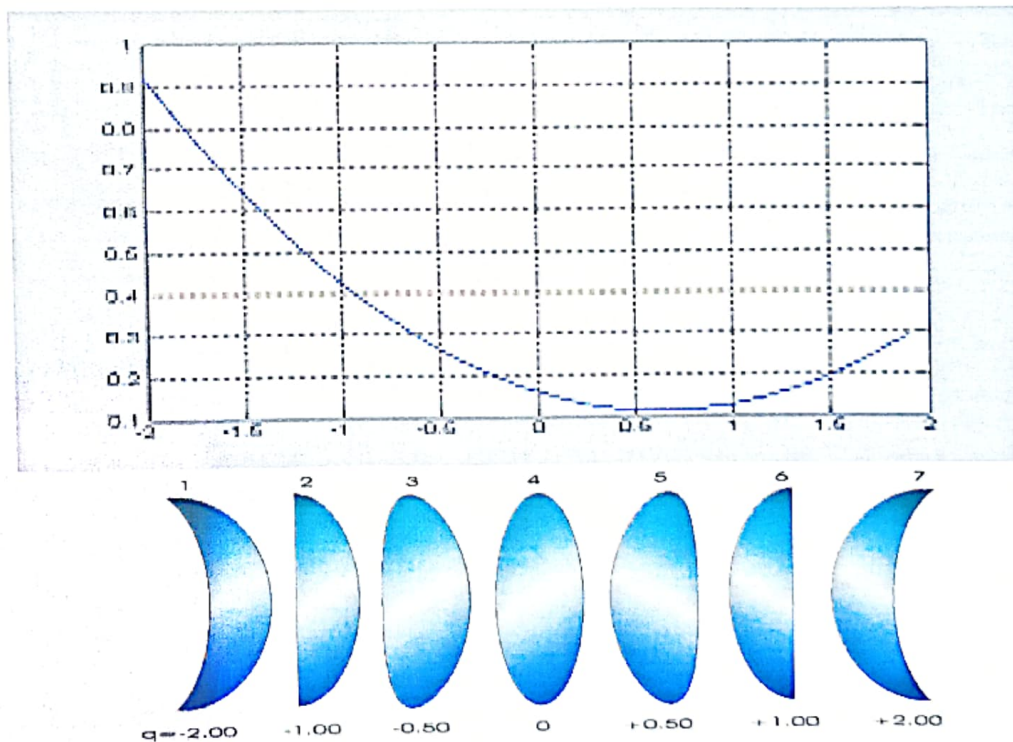


Figura 1.11: Variación de la aberración esférica de tercer orden con el factor de forma de la lente.

Como ya se dijo, uno de los objetivos principales en este trabajo de tesis está el de corregir la aberración esférica, por lo que son muy conocidos los casos donde la Aberración Esférica es nula, pero solamente en una superficie esférica y para determinadas posiciones del objeto APENDICE B. Esto mismo pasa en ciertas superficies refractoras cónicas analizadas por Kingslake APENDICE C.

2. Aberración de Coma

La Coma es un deterioro en la imagen asociada como aberración primaria monocromática para un *objeto puntual fuera del eje*, aún cuando la distancia sea pequeña *fig. 1.12*.

Aquí las distancias focales efectivas y por tanto las ampliaciones transversales variaran para rayos que cruzan la lente fuera del eje.

Los rayos meridionales que cruzan las orillas de la lente llegaran al plano imagen más cerca del eje que los rayos cercanos del plano principal [12]. Otro de los objetivos en este trabajo de Tesis, es corregir la Aberración de Coma.

De acuerdo con *Abbe*, la coma se puede corregir en una superficie, siempre y cuando este libre de aberración esférica. Para proponer esta condición, se utiliza el teorema óptico del seno ver APENDICE D.

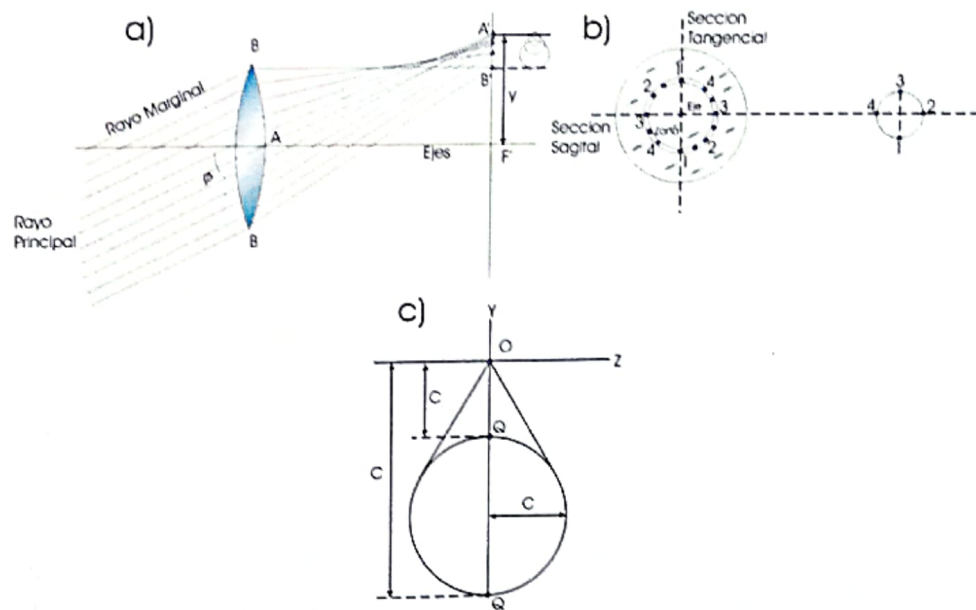


Figura 1.12: a) De los rayos meridionales, solamente el que cruza por el centro de la lente, A forma una imagen A'; y los dos rayos B que cruzan por el margen forman la imagen B'. b) Cada uno de los círculos representa una imagen de una zona diferente de la lente, llamada círculo cromático. Los rayos 1, que corresponden a los rayos tangenciales B del inciso a, cruzan en 1 al círculo cromático; mientras que los rayos 3, llamados rayos sagitales, cruzan el borde del círculo. c) Forma final de la imagen cromática, donde C_s es la coma sagital y C_t la coma tangencial.

3. Astigmatismo

Cuando un *objeto puntual* está situado a una distancia apreciable *fuera del eje óptico*, el cono de rayos incidentes sobre la lente será asimétrico, originando con ello la tercera aberración primaria conocida como *astigmatismo* [5]. Esta aberración contribuye a la degradación de la imagen fuera del eje; es la separación entre el punto de convergencia de los rayos meridionales y el punto de convergencia de los rayos sagitales. Dada una altura de la imagen, el astigmatismo es determinado por la separación entre las superficies tangencial y sagital.

4. Curvatura de Campo

Si se forma una imagen de un objeto plano por medio de una superficie refractora o lente, la imagen no será en general plana como el objeto, si no que tendrá por lo común una curvatura. Esta curvatura dependerá de varios factores, pero en un sistema complicado, si se desea, se pueden combinar a fin de que la imagen final sea plana.[5]

5. Distorsión

Aun si todos los rayos que parten de un punto en el objeto, llegaran a un solo punto en el plano focal, podría existir un tipo mas de aberración llamado distorsión. La distorsión puede ser positiva (llamada también de barril) o negativa. Si el objeto es cuadrado, la imagen tiene forma de barril cuando la distorsión es positiva, o los lados se curvan hacia adentro si la distorsión es negativa. La distorsión se manifiesta como una amplificación m no constante. La amplificación disminuye con la altura h' si la distorsión es positiva o aumenta si la distorsión es negativa.[5]

1.7. DEFORMACIONES DEL FRENTE DE ONDA

Las aberraciones en óptica geométrica se definen por los errores obtenidos al comparar los rayos a la salida de un sistema óptico real con los rayos a la salida de un sistema óptico ideal, o equivalentemente, por los errores obtenidos al comparar el frente de onda real con el de una superficie esférica (ideal).

Dependiendo cual concepto se utilice, las aberraciones se describen como aberraciones del frente de onda o desviaciones transversales y/o longitudinales de los rayos. Cuando se describe las aberraciones como desviaciones de los rayos, se piensa en los desplazamientos de los rayos a lo largo de un plano perpendicular al eje óptico (aberraciones transversales).

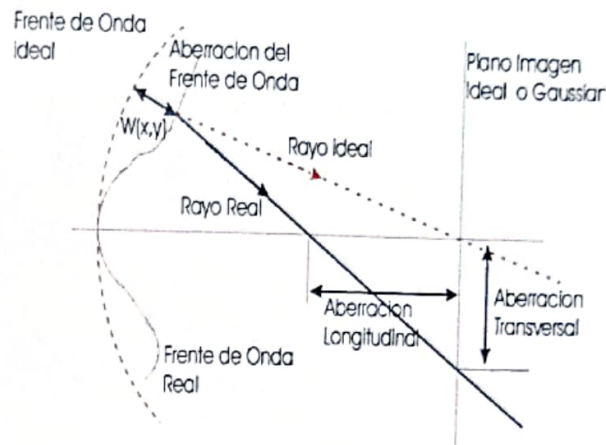


Figura 1.13: *Aberración Transversal, Longitudinal y del Frente de Onda.*

Los desplazamientos de las intersecciones a lo largo del eje óptico se conocen como aberraciones longitudinales *fig. 1.13*.

1.7.1. DIAGRAMAS DE MANCHAS

Un diagrama de manchas es una gráfica de puntos que representa las intersecciones de rayos provenientes de un punto en el plano objeto, con el plano imagen. Dichos diagramas proveen una representación de la distribución de la densidad de rayos que puede considerarse proporcional a la intensidad de la luz en la imagen de un objeto puntual luminoso; así como proveen medios económicos y convenientes de probar lentes antes de su fabricación [8].

Una forma de generar diagramas de manchas es determinando el polinomio de aberración transversal mediante la cual pueden ser obtenidos rápidamente cualquier número de puntos del diagrama de manchas.

Polinomio de Aberración y Patrón de Intersección.

El polinomio de aberración de una superficie óptica, para el caso particular de aberraciones primarias, está definido de la siguiente manera [9], [10], [11].

$$W(x, y) = A(x^2 + y^2)^2 + Bx(x^2 + y^2) + C(x^2 + 3y^2) + D(x^2 + y^2) + Ex + Fy, \quad (1.54)$$

donde:

A	Coficiente de Aberración Esférica
B	Coficiente de Coma
C	Coficiente de Astigmatismo
D	Coficiente de Defoco
E y F	Coficientes de Inclinación

Siendo unidas de longitud, para x , y . Para clarificar la ecuación (1.54), consideramos solo ejemplos para los primeros tres coeficientes.

Supóngase que solamente está presente un tipo de aberración, y que ésta es la aberración esférica, entonces, de la ecuación (1.54), tenemos:

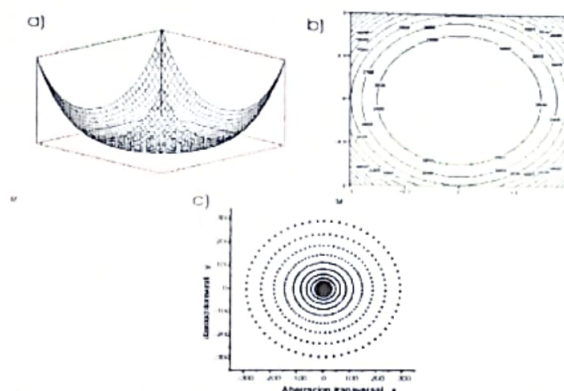


Figura 1.14: a) *Función de Aberración de Onda, en presencia únicamente de la AE, la cual está dada por: $A(x^2 + y^2)^2$.* b) *Contorno de la función de aberración de onda, para la AE.* c) *Patrón de intersección de los rayos, dado por: $x_1 = 4ARx(x^2 + y^2)$, $y_1 = 4ARy(x^2 + y^2)$.*

En el caso de encontrarse presente únicamente la aberración de coma, se tiene que:

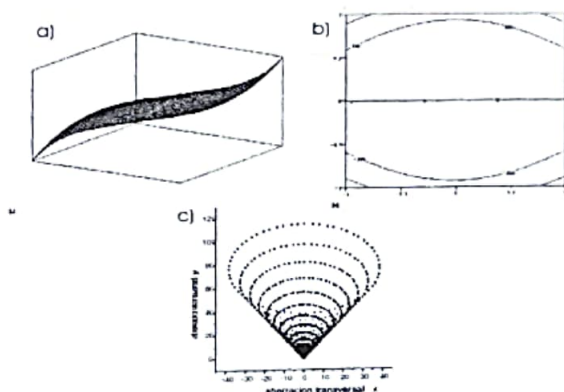


Figura 1.15: a) *Forma del frente de Onda aberrado para la Coma, dado por: $By(x^2 + y^2)$.* b) *Contorno del frente de onda aberrado, en presencia de Coma.* c) *Patrones de intersección de los rayos.*

Como tercer y último ejemplo, considérese el caso en el que se encuentra presente solo el astigmatismo:

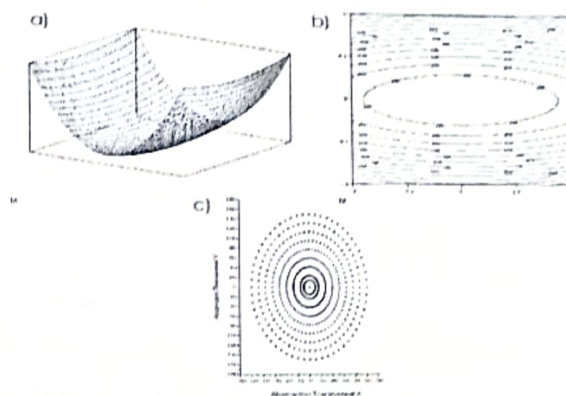


Figura 1.16: a) Gráfica de la Función de Aberración de Onda, para el astigmatismo, dada por: $W(x, y) = C(x^2 + 3y^2)$. b) Contorno del frente de onda, en presencia de astigmatismo. c) Patrón de intersección de rayos: $x_1 = BRx(x^2 + y^2)$, $y_1 = BRy(x^2 + y^2)$.

1.8. CONCLUSIÓN

A manera de conclusión mencionamos que a lo largo del presente CAPÍTULO se obtuvieron los elementos teóricos necesarios para realizar el diseño de una lente aplanática.

CAPÍTULO 2

APLANATISMO EN LENTES GRUESAS PARA OBJETO LEJANO

2.1. INTRODUCCIÓN

En base a los conceptos teóricos presentados en el capítulo anterior, nos disponemos a realizar el diseño de una lente gruesa, aplanática.

Partiendo del hecho que conocemos los parámetros paraxiales de una lente gruesa, iniciamos el análisis con superficies esféricas y luego emplearemos la constante de conicidad de cada una de las superficies como el grado de libertad para corregir las aberraciones esférica y coma.

2.2. PARÁMETROS PARAXIALES

A continuación se describe el diseño de una lente gruesa con una superficie cónica libre de aberración esférica cuando el objeto esta en el infinito; iniciándose el calculo con los parámetros paraxiales.

Supóngase que se desea diseñar una lente con una longitud focal f , un número-F $F/\#$, y se propone emplear un vidrio con índice de refracción n' .

Siendo que el número-F $\# / F$ y la longitud focal f están relacionadas por la ecuación (1.2), podemos obtener el tamaño de la lente, esto es:

$$Diam = \frac{f}{F/\#}, \quad (2.1)$$

y con el diámetro encontramos la altura máxima a la que puede incidir el rayo marginal

$$y_1 = \frac{Diam}{2}. \quad (2.2)$$

Con estos datos, comenzamos los cálculos, considerando en primer lugar una lente delgada.

Como sabemos cada lente esta definida por un número q llamado *factor de forma*; y la razón principal al considerar la curvatura de la lente es encontrar la forma para la cual la aberración esférica sea mínima. En nuestro caso tomaremos el factor de forma para $q = 0$, que corresponde a una lente equiconvexa; deducimos entonces los radios de curvatura para nuestra lente a partir de las ecuaciones (1.29) y (1.30), con esto podemos definir el mínimo espesor de nuestra lente.

Como se desea diseñar una lente gruesa, proponemos un espesor mínimo en el borde e de tal manera que el grueso axial d_1 está dado por:

$$d_1 = e + z_1 - z_2, \quad (2.3)$$

donde z_1 y z_2 son las sagitas de la superficie, dadas por la ecuación (1.17). Proponiendo la primera superficie esférica, $k_1 = 0$, entonces:

$$z_1 = \frac{C_1 y_1^2}{1 + \sqrt{1 - C_1^2 y_1^2}}. \quad (2.4)$$

Sabemos que para una lente gruesa la curvatura cambia, por lo que los nuevos radios se obtienen mediante las ecuaciones (1.31) y (1.32). Obteniendo los radios óptimos procedemos a realizar un análisis exacto.

2.3. CORRECCIÓN DE ABERRACIÓN ESFÉRICA: DISEÑO EXACTO

Para diseñar una lente gruesa libre de aberración esférica, como se muestra en la *fig. 2.1*; se propone utilizar como grado de libertad la constante de conicidad de la segunda superficie.

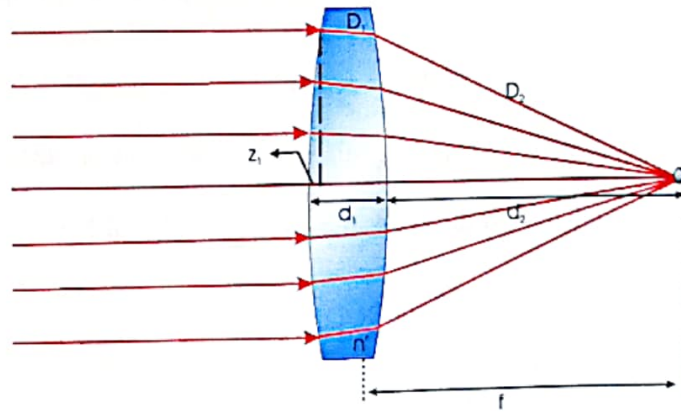


Figura 2.1: Diagrama que muestra una lente gruesa libre de Aberración Esférica, para rayos paralelos al eje, y los correspondientes parámetros de los caminos ópticos para un rayo paraxial y uno marginal.

Podemos observar, *fig. 2.1*, que la longitud de camino óptico recorrido por un rayo marginal está descrito de la siguiente manera:

$$z_1 + n'D_1 + D_2, \quad (2.5)$$

y que la longitud de camino óptico recorrido por un rayo axial esta dada:

$$n'd_1 + d_2. \quad (2.6)$$

Consideramos entonces que la condición necesaria, para que la lente este libre de aberración esférica, sea que ambos caminos ópticos sean iguales; es decir:

$$z_1 + n'D_1 + D_2 = n'd_1 + d_2. \quad (2.7)$$

El diseño inicia con la propuesta de los siguientes parámetros:

- r_1, r_2 —Los radios de curvatura de la primera y segunda superficie de la lente respectivamente.
- d_1 —La separación axial entre ambas superficies.
- *Diam.*—El diámetro de la lente.
- n' —El índice de refracción de la lente.
- L_0, M_0, N_0 —Los cosenos directores de inicio del rayo marginal.

Con los parámetros de inicio se calculan los parámetros paraxiales tales como:

- y_1 —La altura de incidencia sobre la primera superficie dada por la ecuación (2.2).
- c_1, c_2 —Las curvaturas de la primera y segunda superficie, respectivamente.
- La potencia y la longitud focal paraxial de la lente se pueden calcular con las ecuaciones (1.24) y (1.26).

Con los parámetros de inicio también es posible obtener la posición paraxial de la imagen d_2 , al emplear la fórmula de Gauss; no debemos olvidar que la posición del objeto d_0 , es el infinito.

Definimos entonces la relación entre los caminos ópticos axial y marginal:

- Utilizando la fórmula de Gauss, ecuación (1.21), recordando que n' = índice de refracción de la lente y $d_0 = l \rightarrow \infty$; para la primera superficie, el análisis esta dado por:

$$\frac{n'}{l'_p} = \frac{1}{f_1} = \phi_1, \quad (2.8)$$

$$l''_{2p} = l'_{1p} - d_1, \quad (2.9)$$

para la segunda superficie, el análisis es dado por:

$$\frac{n''}{l''_2} - \frac{n'}{l''_{2p}} = \frac{1}{f_2} = \phi_2. \quad (2.10)$$

No olvidando que $n = n'' = 1$. Sustituyendo las ecuaciones (2.8) a (2.10), la posición paraxial de la imagen d_2 es:

$$\frac{l''_{2p}}{l''_{2p}\phi_2 + n'} = l_2 = d_2. \quad (2.11)$$

Otros parámetros que pueden ser calculados mediante los parámetros paraxiales, son las constantes de *Welford* F y G , cuyas ecuaciones son (1.44) y (1.45). Mediante las constantes de *Welford* se puede conocer los ángulos de incidencia y refracción en la primera superficie, ver *fig. 2.2*, los cuales están definidos por las ecuaciones (1.49) y (1.52).

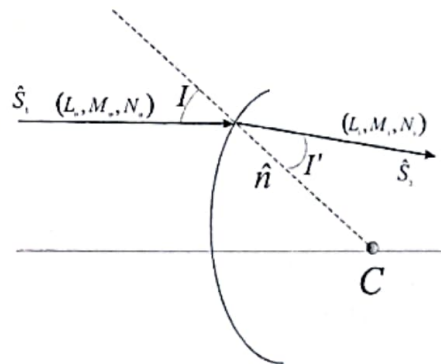


Figura 2.2: Ángulos de Incidencia y Cosenos Directores

De la *fig. 2.3*, observamos que utilizando el teorema de Pitágoras, podemos definir la distancia D_2 a lo largo del rayo marginal, la cual esta dada como:

$$D_2 = \sqrt{y_2^2 + (d_2 - z_2)^2}. \quad (2.12)$$

Sabemos que conociendo las coordenadas de inicio (y_1, z_1) del rayo incidente \hat{S}_1 , podemos conocer las coordenadas del rayo refractado \hat{S}_2 ; para lo cual se utiliza la ley de la refracción en su forma vectorial.

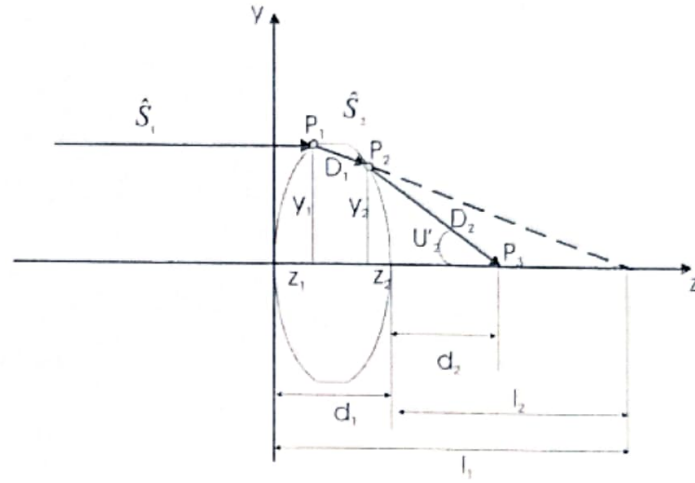


Figura 2.3: Parámetros para calcular las constantes de conicidad de una lente gruesa.

Además, de que la dirección y el sentido del rayo incidente se especifica por los cosenos directores iniciales (L_0, M_0, N_0) como se puede observar en la *fig. 2.2*. Los cuales están dados de la siguiente manera:

$$L_0 = 0 \quad M_0 = 0 \quad N_0 = 1 \quad . \quad (2.13)$$

Siendo $\hat{\eta}$ un vector normal a la superficie en el punto donde incide el rayo marginal, de la ecuación (1.34), se define como:

$$\hat{\eta}(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{-\partial_y z_1 \hat{j} + \hat{k}}{[(-\partial_y z_1)^2 + 1]^{1/2}}, \quad (2.14)$$

donde

$$\begin{aligned} \alpha &= 0 \\ \beta &= \frac{-\partial_y z_1}{[(-\partial_y z_1)^2 + 1]^{1/2}} \\ \gamma &= \frac{1}{[(-\partial_y z_1)^2 + 1]^{1/2}} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Siendo z_y la derivada de la sagita.

$$\partial_y z_1 = z_y = \frac{c_1 y_1}{\sqrt{1 - (k+1) c_1^2 y_1^2}} = \frac{z_1 C_1 y_1}{C_1 y_1^2 - z_1} \quad (2.16)$$

Dados los ángulos de incidencia I y refracción I' de las ecuaciones (1.49) (1.52), y aplicando la ley de Snell en su forma vectorial de la ecuación (1.36) Obtenemos los cosenos directores del rayo refractado; utilizando las ecuaciones (1.47).

Al sustituir las ecuaciones (2.15) en las ecuaciones (1.47) obtenemos los cosenos directores (L_1, M_1, N_1) del rayo refractado en la primera superficie de la lente dados por

$$\begin{aligned} L_1 &= 0 \\ M_1 &= -\frac{\Gamma z_y}{\sqrt{1+z_y^2}} \\ N_1 &= \mu + \frac{\Gamma z_y}{\sqrt{1+z_y^2}} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Notamos que con conocer los parámetros paraxiales podemos conocer los cosenos directores. Por otro lado de la *fig. 2.3*, podemos calcular las coordenadas del punto $P_2(y_2, z_2)$ del rayo marginal sobre la segunda superficie, así tenemos que:

$$y_2 = y_1 + M_1 D_1, \quad (2.18)$$

$$z_2 = z_1 - d_1 + N_1 D_1, \quad (2.19)$$

al sustituir las ecuaciones (2.18) y (2.19) en la ecuación (2.12) se tiene:

$$D_2 = \sqrt{(y_1 + M_1 D_1)^2 + (d_2 - z_1 + d_1 - N_1 D_1)^2}. \quad (2.20)$$

Al sustituir la ecuación (2.20) en la ecuación (2.7) y elevando al cuadrado, obtenemos una ecuación de segundo grado para D_1 de la forma

$$aD_1^2 + bD_1 + c = 0, \quad (2.21)$$

donde

$$\begin{aligned} a &= (1 - n'^2) \\ b &= 2[y_1 M_1 - (d_2 - z_1 + d_1) N_1 + (n' d_1 + d_2 - z_1) n'] , \\ c &= [y_1^2 + (d_2 - z_1 + d_1)^2 - (n' d_1 + d_2 - z_1)^2] \end{aligned}$$

la ecuación (2.21), tiene dos soluciones a saber

$$D_1 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Dependiendo del valor del discriminante $b^2 - 4ac$, existirán o no soluciones o bien serán soluciones complejas. Por ejercicios prácticos, se sabe que el signo adecuado es el que antecede a la raíz positiva.

$$D_1 = \frac{-(2[y_1 M_1 - (d_2 - z_1 + d_1)N_1 + (n'd_1 + d_2 - z_1)n'])}{2(1-n'^2)} + \frac{\sqrt{(2[y_1 M_1 - (d_2 - z_1 + d_1)N_1 + (n'd_1 + d_2 - z_1)n'])^2 - 4(1-n'^2)[y_1^2 + (d_2 - z_1 + d_1)^2 - (n'd_1 + d_2 - z_1)^2]}}{2(1-n'^2)} \quad (2.22)$$

Al resolver esta ecuación para D_1 , es posible tener una lente gruesa libre de aberración esférica, si para ello se proporciona z_1 de la ecuación (2.4), si las distancias d_1 y d_2 se calculan en forma paraxial y si M_1 , N_1 se calculan mediante la ecuación (2.17), entonces se puede calcular D_1 de la ecuación (2.22); con ella conocida se puede calcular y_2 y z_2 de las ecuación (2.18) y (2.19), conocidas (y_2 , z_2) se puede calcular la constante de conicidad k_2 de la segunda superficie al emplear la ecuación

$$k_2 = \frac{z_2 - c_2 (y_2^2 + z_2^2)}{c_2 z_2^2} \quad (2.23)$$

2.4. CORRECCIÓN DE COMA: DISEÑO EXACTO

Sabemos que esta aberración se manifiesta únicamente para puntos fuera del eje óptico. La coma se debe, a que las longitudes focales para distintos rayos que parten de un solo punto, no son iguales; es decir, las longitudes focales, tanto para un rayo paraxial como para uno marginal deben ser iguales

$$f = F, \quad (2.24)$$

con

$$F = \frac{y_1}{\text{sen}(u'_2)}, \quad (2.25)$$

de la *fig. 2.3* podemos observar que:

$$\text{sen}(u'_2) = -\frac{y_2}{D_2}, \quad (2.26)$$

sustituyendo la ecuación (2.26) en la ecuación (2.25) y estas en (2.24) obtenemos:

$$f = -\frac{y_1 D_2}{y_2} \quad (2.27)$$

Recurriendo a la ecuación (2.20) y sustituyendo en la ecuación (2.27) tenemos que f se puede definir de la manera siguiente

$$f = -\frac{y_1 \sqrt{(y_1 + M_1 D_1)^2 + (d_2 - z_1 + d_1 - N_1 D_1)^2}}{y_2}, \quad (2.28)$$

despejando la raíz tenemos:

$$f y_2 = -\left(\sqrt{y_1^2 (y_1 + M_1 D_1)^2 + y_1^2 (d_2 - z_1 + d_1 - N_1 D_1)^2} \right), \quad (2.29)$$

sustituyendo la ecuación (2.18) en el lado izquierdo de (2.29) tenemos la siguiente relación para f :

$$f (y_1 + M_1 D_1) = -\left(\sqrt{y_1^2 (y_1 + M_1 D_1)^2 + y_1^2 (d_2 - z_1 + d_1 - N_1 D_1)^2} \right), \quad (2.30)$$

elevando al cuadrado

$$f (y_1 + M_1 D_1)^2 = y_1^2 (y_1 + M_1 D_1)^2 + y_1^2 (d_2 - z_1 + d_1 - N_1 D_1)^2, \quad (2.31)$$

desarrollamos hasta obtener una ecuación de Segundo orden para D_1 :

$$(f^2 M_1^2 - y_1^2) D_1^2 + 2y_1 [(f^2 - y_1^2) M_1 + y_1 (d_2 - z_1 + d_1) N_1] D_1 + y_1^2 [f^2 - y_1^2 - (d_2 - z_1 + d_1)^2]. \quad (2.32)$$

Hemos obtenido la condición necesaria para que un sistema óptico este libre de coma, ecuación (2.32); considerando en principio que el sistema esta libre de aberración esférica.

2.5. SISTEMA APLANÁTICO

Para obtener un sistema óptico aplanático, se realiza el siguiente análisis, donde se utilizan las dos expresiones exactas que obtuvimos en las SECCIONES anteriores, para corregir la aberración esférica, ecuación (2.22) y corregir la coma, ecuación (2.32); por lo que si sustituimos la ecuación (2.22) dentro de la ecuación (2.32), obtenemos:

$$\begin{aligned} & (f^2 M_1^2 - y_1^2) \\ & \left[\frac{-2[y_1 M_1 - (d_2 - z_1 + d_1) N_1 + (n' d_1 + d_2 - z_1) n']}{2(1 - n'^2)} + \right. \\ & \left. \frac{\sqrt{(2[y_1 M_1 - (d_2 - z_1 + d_1) N_1 + (n' d_1 + d_2 - z_1) n']^2 - 4(1 - n'^2)[y_1^2 + (d_2 - z_1 + d_1)^2 - (n' d_1 + d_2 - z_1)^2]}}{2(1 - n'^2)} \right]^2 + \\ & 2y_1 [(f^2 - y_1^2) M_1 + y_1 (d_2 - z_1 + d_1) N_1] \\ & \left[\frac{-2[y_1 M_1 - (d_2 - z_1 + d_1) N_1 + (n' d_1 + d_2 - z_1) n']}{2(1 - n'^2)} + \right. \\ & \left. \frac{\sqrt{(2[y_1 M_1 - (d_2 - z_1 + d_1) N_1 + (n' d_1 + d_2 - z_1) n']^2 - 4(1 - n'^2)[y_1^2 + (d_2 - z_1 + d_1)^2 - (n' d_1 + d_2 - z_1)^2]}}{2(1 - n'^2)} \right]^2 + \\ & y_1^2 [f^2 - y_1^2 - (d_2 - z_1 + d_1)^2] \end{aligned} \quad (2.33)$$

Donde M_1 y N_1 son los cosenos directores del rayo refractado dados por las ecuaciones (2.17). La ecuación aplanática (2.33), es un sistema de ecuaciones no lineal, con dos incógnitas, k_1 y k_2 , las cuales son posibles obtener al despejarse de z_1 y z_2 . Soluciones que son posibles obtener resolviendo numéricamente la ecuación (2.33).

2.6. CONCLUSIÓN

En este capítulo se encontraron las condiciones necesarias para corregir las aberraciones esférica, ecuación (2.22) y coma, ecuación (2.32). Este capítulo es de gran relevancia por que con estas condiciones podemos obtener un sistema óptico aplanático de una sola lente, hecho del cual no se tenía conocimiento; lo que reduce en gran medida los costos ,ya que como sabemos tales aberraciones pueden corregirse mediante sistemas ópticos compuestos por varios elementos, lo que los hace pesados y costosos.

CAPÍTULO 3

APLANATISMO EN LENTES GRUESAS PARA OBJETO CERCANO

3.1. INTRODUCCIÓN

De una manera similar al capítulo anterior, para el caso del objeto lejano, en este capítulo para el caso de objeto cercano, se realiza un análisis que nos permita encontrar los cálculos, que satisfagan las condiciones necesarias para diseñar una lente gruesa aplanática. Se inicia con los parámetros paraxiales conocidos, proponiendo la primera superficie esférica, para obtener así la constante de conicidad de la segunda superficie, la que nos permitiera como primer paso corregir la aberración esférica, una vez corregida esta aberración, aplicamos el teorema óptico del seno para corregir la coma.

3.2. PARÁMETROS PARAXIALES

Para diseñar una lente gruesa libre de Aberración Esférica, cuyo objeto se encuentra a una distancia d_0 del vértice de la superficie, con una amplificación m , un número-F $F/\#$, proponiéndose un vidrio con un índice de refracción n' .

Dada la relación entre la amplificación m , y la distancia objeto d_0

$$m = \frac{d_2}{d_0}, \quad (3.1)$$

podemos conocer la distancia imagen dada como:

$$d_2 = md_0, \quad (3.2)$$

utilizando la fórmula de Gauss podemos conocer su longitud focal

$$f = \frac{(d_0 d_2)}{d_0 - d_2}. \quad (3.3)$$

El diámetro de la lente esta dado por la ecuación (2.1), y con el diámetro encontramos la altura máxima a la que incide el rayo marginal dada por la ecuación (2.2).

Con estos datos, comenzamos el análisis exacto, considerando una *lente delgada*.

Tomando el factor de forma q , se deducen los radios de curvatura para una lente delgada a partir de las ecuaciones (1.29) y (1.30), definiendo así el mínimo espesor de la lente.

Como se desea diseñar una lente gruesa, proponemos un espesor mínimo en el borde e de tal manera que el grueso axial d_1 esta dado por la ecuación (2.3).

Con la primera superficie esférica, $k_1 = 0$, la sagita z_1 , esta dada por la ecuación (2.4).

La curvatura de una lente gruesa cambia, por lo que los nuevos radios se obtienen mediante las ecuaciones (1.31) y (1.32). Obteniendo los radios óptimos procedemos a realizar el análisis exacto.

3.3. CORRECCIÓN DE ABERRACIÓN ESFÉRICA: DISEÑO EXACTO

El objetivo como se menciona anteriormente, es diseñar una lente gruesa libre de aberración esférica *fig. 3.1*;

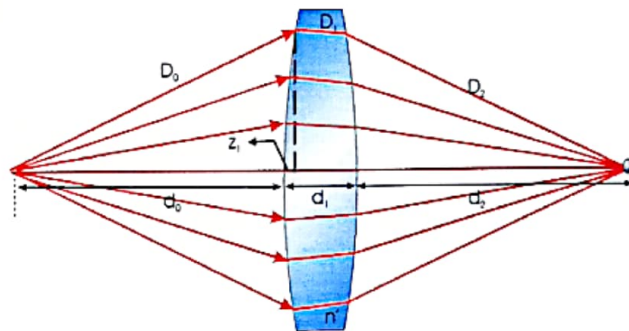


Figura 3.1: Diagrama que muestra los rayos, marginal y paraxial, provenientes de un objeto a una distancia d_0 de la primera superficie; convergiendo en un mismo punto, así como los parámetros de los caminos ópticos de cada rayo.

De la *fig. 3.1* observamos que la longitud de camino óptico recorrido por un rayo marginal esta descrito por:

$$D_0 + n'D_1 + D_2, \quad (3.4)$$

y la longitud de camino óptico recorrido por un rayo axial esta dada por:

$$-d_0 + n'd_1 + d_2, \quad (3.5)$$

utilizando la convención de signos [APÉNDICE A].

Como podemos observar la condición necesaria para que en la lente no exista aberración esférica, es que los caminos ópticos, de los rayos marginal y paraxial, sean iguales; es decir:

$$D_0 + n'D_1 + D_2 = d_0 + n'd_1 + d_2. \quad (3.6)$$

Con la propuesta de los siguientes parámetros, se inicia el diseño.

- r_1, r_2 —Los Radios de curvatura de la primera y de la segunda superficie de la lente.
- d_0 —La posición del objeto.
- m —La amplificación.
- d_1 —La separación axial entre ambas superficies.
- $Diam$ —El diámetro de la lente.
- n' —El índice de refracción de la lente.
- L_0, M_0, N_0 —Los cosenos directores de inicio del rayo marginal.

Los parámetros paraxiales se calculan con los parámetros de inicio donde:

- y_1 —Altura de incidencia sobre la primera superficie.
- c_1, c_2 —Curvaturas de la primera y segunda superficie.
- h_1 y h_2 —Planos principales dados por las ecuaciones (1.22) y (1.23).
- La potencia y la longitud focal paraxial de la lente se pueden calcular con las ecuaciones (1.24) y (1.26).

También es posible calcular los ángulos de incidencia y refracción en la primera superficie

fig. 3.1:

Del teorema de Pitágoras definimos el camino marginal

$$D_0 = \sqrt{y_1^2 + (z_1 - d_0)^2}, \quad (3.7)$$

de la misma manera definimos D_2

$$D_2 = \sqrt{y_2^2 + (d_2 - z_2)^2}. \quad (3.8)$$

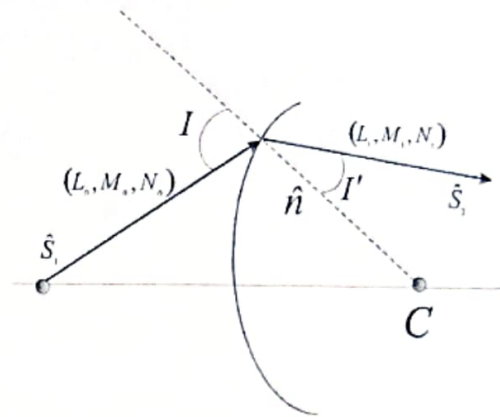


Figura 3.2: Ángulos de incidencia y Cosenos Directores

Con las coordenadas de inicio (y_1, z_1) del rayo incidente \hat{S}_1 , podemos conocer las coordenadas del rayo refractado \hat{S}_2 ; utilizando la ley de la refracción en su forma vectorial, ecuación (1.36).

De manera vectorial tenemos que el camino óptico D_0 representa un vector \hat{S}_1 , D_0 a \hat{S}_2 y D_2 a \hat{S}_3 , por lo que el vector \hat{S}_1 está especificado entonces

$$\hat{S}_1 = y_1 \hat{j} + (z_1 - d_0) \hat{k}. \quad (3.9)$$

Donde la dirección y el sentido del rayo incidente se especifica por los cosenos directores (L_0, M_0, N_0) , *fig. (3.2)*, dados de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} L_0 &= 0 \\ M_0 &= \frac{y_1}{\sqrt{y_1^2 + (z_1 - d_0)^2}}, \\ N_0 &= \frac{(z_1 - d_0)}{\sqrt{y_1^2 + (z_1 - d_0)^2}} \end{aligned} \quad (3.10)$$

de la *fig. (2.2)* podemos observar que el ángulo de incidencia está dado por las ecuaciones (1.50) y (1.51).

Donde $\hat{\eta}$ el vector unitario normal a la superficie en el punto donde incide el rayo marginal, está definido por la ecuación (2.14). Con z_y la derivada de la sagita, dada por la ecuación (2.16).

Dados los ángulos de incidencia I y refracción I' de las ecuaciones (1.49) y (1.52), aplicando la *ley de Snell* de la ecuación (1.36), obtenemos los cosenos directores del rayo refractado; utilizando las ecuaciones (1.46).

Al sustituir las ecuaciones (2.14) y (2.15) en las ecuaciones (1.47), para este caso, obtenemos los cosenos directores (L_1, M_1, N_1) del rayo refractado en la primera superficie de la lente dados por:

$$M_1 = \frac{\mu y_1}{\sqrt{y_1^2 + (z_1 - d_0)^2}} - \frac{\Gamma z_y}{\sqrt{1 + z_y^2}}, \quad (3.11)$$

$$N_1 = \frac{\mu (z_1 - d_0)}{\sqrt{y_1^2 + (z_1 - d_0)^2}} - \frac{\Gamma}{\sqrt{1 + z_y^2}}. \quad (3.12)$$

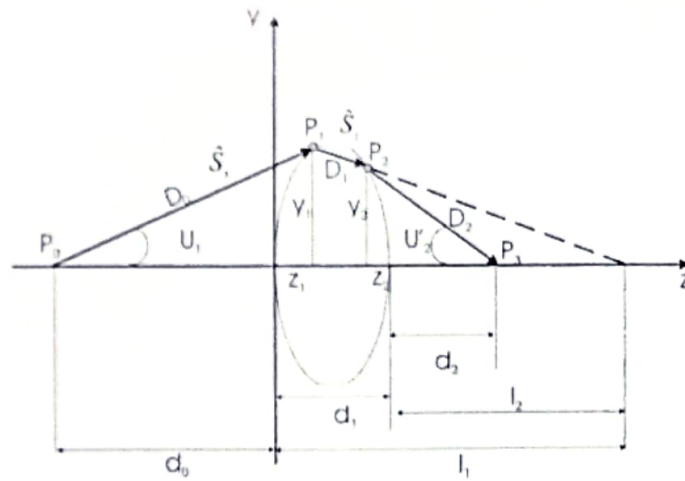


Figura 3.3: Parámetros para realizar el diseño de una lente gruesa libre de aberración Esférica (A. E.).

Por otro lado, de la *fig. (3.3)* podemos calcular las coordenadas del punto $P_2(y_2, z_2)$ del rayo marginal que incide sobre la segunda superficie, así tenemos que:

$$y_2 = y_1 + M_1 D_1, \quad (3.13)$$

$$z_2 = z_1 - d_1 + N_1 D_1, \quad (3.14)$$

al sustituir las ecuaciones (3.13) y (3.14) en la ecuación (3.8) se tiene:

$$D_2 = \sqrt{(y_1 + M_1 D_1)^2 + (d_2 - z_1 + d_1 - N_1 D_1)^2}. \quad (3.15)$$

Si se sustituye la ecuación (3.15) dentro de la ecuación (3.6) y elevamos al cuadrado, obtenemos una ecuación de segundo grado para D_1 de la siguiente forma:

$$eD_1^2 + gD_1 + h = 0, \quad (3.16)$$

donde:

$$\begin{aligned} e &= (1 - n^2) \\ g &= 2[y_1 M_1 - (d_2 - z_1 + d_1) N_1 + (n'd_1 + d_2 - d_0 - D_0) n'] . \\ h &= [y_1^2 + (d_2 - z_1 + d_1)^2 - (n'd_1 + d_2 - d_0 - D_0)^2] \end{aligned} \quad (3.17)$$

Como es sabido una ecuación cuadrática, tiene dos soluciones a saber

$$D_1 = \frac{-g \pm \sqrt{g^2 - 4eh}}{2e} . \quad (3.18)$$

Como sabemos dependiendo del valor del discriminante $g^2 - 4eh$, en la ecuación (3.18), existirán o no soluciones o bien serán soluciones complejas. Tomando en cuenta el signo positivo es el que antecede a la raíz.

$$D_1 = \frac{-(2[y_1 M_1 - (d_2 - z_1 + d_1) N_1 + (nd_1 + d_2 - d_0 - D_0) n])}{2(1 - n^2)} + \frac{\sqrt{(2[y_1 M_1 - (d_2 - z_1 + d_1) N_1 + (nd_1 + d_2 - d_0 - D_0) n])^2 - 4(1 - n^2)[y_1^2 + (d_2 - z_1 + d_1)^2 - (nd_1 + d_2 - d_0 - D_0)^2]}}{2(1 - n^2)} . \quad (3.19)$$

Resolviendo para D_1 , es posible obtener una lente gruesa cuya aberración esférica sea nula, proporcionando z_1 de la ecuación (2.4), las distancias d_1 y d_2 calculadas en forma paraxial y calculando M_1 , N_1 mediante la ecuación (3.11) y (3.12), entonces podemos calcular el valor para D_1 de la ecuación (3.16); con D_1 conocida se puede calcular y_2 y z_2 de las ecuación (3.13) y (3.14), conocidas (y_2, z_2) se puede calcular la constante de conicidad k_2 de la segunda superficie al emplear la ecuación (2.23).

3.4. CORRECCIÓN DE COMA: DISEÑO EXACTO

La coma en este caso, se debe a que la amplificación paraxial m es diferente de la amplificación marginal M . La condición necesaria para que la coma sea nula es:

$$m = M, \quad (3.20)$$

donde

$$M = \frac{\text{Sen}U_1}{\text{Sen}U_2}, \quad (3.21)$$

de la *fig. 3.3* observamos que:

$$\begin{aligned} \text{Sen}U_1 &= \frac{y_1}{D_0} \\ \text{Sen}U_2 &= -\frac{y_2}{D_2} \end{aligned} \quad (3.22)$$

sustituyendo las ecuaciones (3.22) en (3.21) y a su vez en (3.20), tenemos:

$$m = -\frac{y_1 D_2}{y_2 D_0}, \quad (3.23)$$

sustituyendo las ecuaciones (3.7), (3.8), y (3.19) en (3.23); y después elevamos al cuadrado, obtenemos una ecuación de segundo grado para D_1 :

$$(m^2 D_0^2 M_1^2 - y_1^2) D_1^2 + 2y_1 [(m^2 D_0^2 - y_1^2) M_1 + y_1 (d_2 - z_1 + d_1) N_1] D_1 + y_1^2 [m^2 D_0^2 - y_1^2 - (d_2 - z_1 + d_1)^2] = 0. \quad (3.24)$$

Considerando que el sistema esta corregido de Aberración esférica, la ecuación (3.24) nos proporciona la condición necesaria para que el sistema este corregido de coma.

3.5. SISTEMA APLANÁTICO

Sustituyendo la ecuación (3.19) dentro de la ecuación (3.24), expresiones exactas que se obtuvieron en las SECCIONES anteriores de este capítulo para corregir la aberración esférica y coma, obtenemos un sistema óptico aplanático:

$$\begin{aligned} & (m^2 D_0^2 M_1^2 - y_1^2) \left\{ \frac{-(2[y_1 M_1 - (d_2 - z_1 + d_1) N_1 + (n' d_1 + d_2 - d_0 - D_0) n'])}{2(1-n'^2)} \right. \\ & \quad \left. + \frac{\sqrt{(2[y_1 M_1 - (d_2 - z_1 + d_1) N_1 + (n' d_1 + d_2 - d_0 - D_0) n'])^2 - 4(1-n'^2)[y_1^2 + (d_2 - z_1 + d_1)^2 - (n' d_1 + d_2 - d_0 - D_0)^2]}}{2(1-n'^2)} \right\}^2 \\ & + 2y_1 [(m^2 D_0^2 - y_1^2) M_1 + y_1 (d_2 - z_1 + d_1) N_1] \left\{ \frac{-(2[y_1 M_1 - (d_2 - z_1 + d_1) N_1 + (n' d_1 + d_2 - d_0 - D_0) n'])}{2(1-n'^2)} \right. \\ & \quad \left. + \frac{\sqrt{(2[y_1 M_1 - (d_2 - z_1 + d_1) N_1 + (n' d_1 + d_2 - d_0 - D_0) n'])^2 - 4(1-n'^2)[y_1^2 + (d_2 - z_1 + d_1)^2 - (n' d_1 + d_2 - d_0 - D_0)^2]}}{2(1-n'^2)} \right\} \\ & \quad + y_1^2 [m^2 D_0^2 - y_1^2 - (d_2 - z_1 + d_1)^2] = 0. \quad (3.25) \end{aligned}$$

Con M_1 y N_1 como los cosenos directores del rayo refractado dados por las ecuaciones (3.16) y (3.17). Para obtener un sistema aplanático es necesario saber k_1 y k_2 , despejando de z_1 y z_2 respectivamente, las cuales se obtienen resolviendo numéricamente el sistema de ecuaciones no lineal, dado por la ecuación (3.25).

3.6. CONCLUSIÓN

En este capítulo se definieron las condiciones necesarias para corregir las aberraciones esférica y coma; así también se encontraron las expresiones matemáticas exactas con las que se puede realizar el diseño de una lente gruesa aplanática para el caso del objeto cercano. Ecuaciones de gran importancia ya que nos permiten diseñar una lente gruesa aplanática cuyo objeto se encuentra a cierta distancia.

CAPÍTULO 4

APLICACIONES

4.1. INTRODUCCIÓN

Se ha obtenido en los CAPÍTULOS 2 y 3 un conjunto de expresiones analíticas exactas, con las cuales, podemos lograr el diseño de una lente gruesa aplánatica. De manera adicional en este capítulo se presentan diseños particulares, en los que el objeto se encuentra lejos o cerca de la lente, para los cuales se corrige la aberración esférica.

Partiendo del diseño de una lente delgada, para el caso de objeto lejano y cercano se presentan algunos ejemplos de lentes gruesas libres de aberración esférica.

El diseño se realiza empleando el formalismo descrito en los CAPÍTULOS 2 y 3; calculándose las constantes de conicidad.

4.2. EJEMPLOS DE CORRECCIÓN DE ABERRACIÓN ESFÉRICA EN LENTES GRUESAS PARA EL CASO DE OBJETO LEJANO

Del análisis realizado en el CAPÍTULO 2, para el caso de objeto lejano, encontramos las ecuaciones que nos permiten realizar los cálculos para el diseño de una lente aplanática. Con estas ecuaciones se realizó un programa en lenguaje de programación Q - Basic45, ver APÉNDICE F, con el cual se calculan los parámetros óptimos para obtener una lente libre de aberración esférica.

Como parámetros de inicio se proporciona la longitud focal f arbitraria de la lente, así como también se da arbitrariamente el número-F, $F/\#$. Para diseñar la lente se propone el empleo del vidrio más común, como lo es el BK7, con índice de refracción $n' = 1,516798$; si bien recordamos, de lo que se trata al diseñar una sola lente aplanática es en parte reducir costos al fabricar la lente; es importante hacer notar que se puede utilizar cualquier otro material de diferente índice de refracción dependiente del rango en que se trabaje, del infrarojo al ultravioleta, ya que las ecuaciones que se encontraron están generalizadas para cualquier tipo de material con el que se desee construir la lente.

Dados los valores de los parámetros de inicio dentro del programa, se obtienen: el diámetro de la lente, los radios de curvatura de ambas superficies, el espesor axial de la lente y sobre

todo la constante de conicidad k_2 para la segunda superficie, parámetro con el que es posible corregir la aberración esférica.

Con el fin de corroborar nuestros cálculos, los parámetros obtenidos para el diseño de una sola lente, se introducen en el programa de diseño SIGMA58 de Kidger Optics, el cual realiza la simulación de un trazo de rayos sobre el sistema óptico, hecho que nos permite evaluar la calidad del sistema mediante el análisis de las gráficas como: las gráficas de la Diferencia de Caminos Ópticos (*OPD*), las gráficas de la Función de Modulación de Transferencia (*MTF*) APÉNDICE E, los diagramas de manchas, el esquema de la forma de la lente, etc. Para nosotros es importante analizar las gráficas del *OPD*, ya que el *OPD* compara los caminos ópticos entre todos los rayos que inciden en la apertura de la lente respecto del rayo paraxial.

E J E M P L O 1 (OBJETO LEJANO)

Corroboramos nuestras ecuaciones para un caso muy conocido analizado por Kingslake APÉNDICE C. Consideramos el diseño para una lente gruesa con una longitud focal de $f = 40$ mm, un número-F $F/\# = 1$. Donde la primera superficie es plana, por lo que el radio de esta superficie es infinito, la segunda superficie es cónica con un radio de curvatura de $r_2 = -20,6719$ mm, separadas por una distancia axial $d_1 = 17,444$ mm, el diámetro de la lente es de 40 mm, la distancia paraxial de la imagen es 40 mm respecto de la segunda superficie, después aplicamos el formalismo descrito en la SECCIÓN 2.3 para encontrar la constante de conicidad de la segunda superficie, $k_2 = -2,300676$, la cual corrige la aberración esférica. En la *fig. 4.1* se muestran los parámetros de diseño que se introducen en el programa SIGMA58.

Sfc#	SURF	SPAC	SF V	SP V	RADIUSmm	SEPN mm	Index 1	DISP	GLASS	CLRAD mm
1	S				INFINITE	0.000	1.000000	0.000000	air	20.000
2	E				-20.6719	17.444	1.516798	0.008057	BK7	20.000
3	S				INFINITE	40.000	1.000000	0.000000	air	0.000

Figura 4.1: Datos obtenidos para una lente cónica cuya constante de conicidad que corrige la aberración esférica es $k_2 = -2,300676$.

En la *fig. 4.2* podemos observar la forma que adquiere nuestra lente, con los parámetros obtenidos.

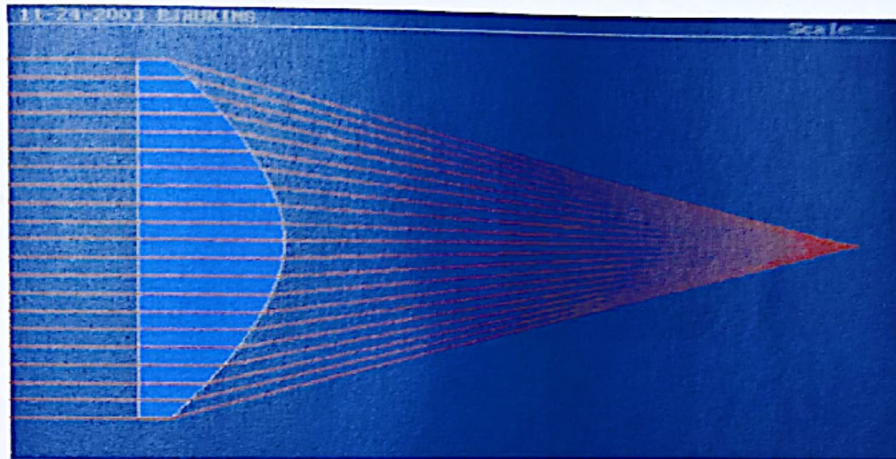


Figura 4.2: Caso particular analizado por Kingslake. Al realizar el trazo de rayos a través de la lente diseñada, se puede observar que la aberración esférica se corrige.

De igual manera, observamos en la *fig. 4.3* la gráfica del *OPD*.

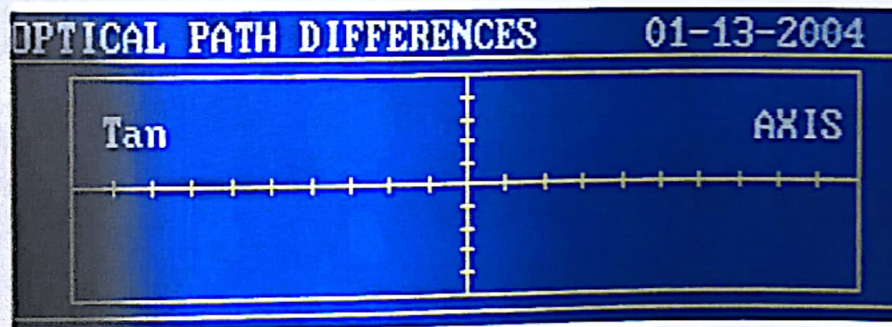


Figura 4.3: *OPD* de la lente diseñada; comprobación para el caso de Kingslake; como podemos observar aquí la diferencia de caminos ópticos es cero, es decir, la aberración esférica es nula.

EJEMPLO 2

Aplicando las ecuaciones de la SECCIÓN 2.3, consideramos el diseño de una lente gruesa con una longitud focal $f = 60 \text{ mm}$, un número $F/\# = 2,5$, se propone emplear un vidrio BK7. Los radios de la primera y segunda superficie son $r_1 = 61,266 \text{ mm}$ y $r_2 = -61,266 \text{ mm}$, su grosor axial $d_1 = 4,344 \text{ mm}$, el diámetro de la lente es de 24 mm , la distancia paraxial de la imagen es de $58,550 \text{ mm}$, respecto de la segunda superficie, y aplicando la ecuación (2.23) se obtiene la constante de conicidad para la segunda superficie, la que corrige la aberración esférica, $k_2 = -7,320891$. Estos parámetros se introducen en el programa comercial SIGMA58, ver *fig. 4.4*.

En la *fig. 4.5* se puede observar rayos incidiendo a distintas alturas sobre la lente, los que convergen en un mismo punto, hecho que demuestra que se está corrigiendo la aberración esférica, en la *fig. 4.6* se muestra la gráfica del *OPD*, en la *fig. 4.7* se muestra la MTF de la lente.

STC#	SURF	SPAC	SF v	SP v	RADIUSmm	SEPN mm	Index 1	DISP	GLASS	CLRAD mm
Cfg 1										
1	S				61.2666	0.000	1.000000	0.000000	air	12.000
2	E				-61.2666	4.344	1.516798	0.008057	BK7	12.000
3	S				INFINITE	58.550	1.000000	0.000000	air	0.002

Figura 4.4: Datos obtenidos mediante las ecuaciones exactas, para una lente cuya constante de conicidad que corrige la aberración esférica es $k_2 = -7,320891$.

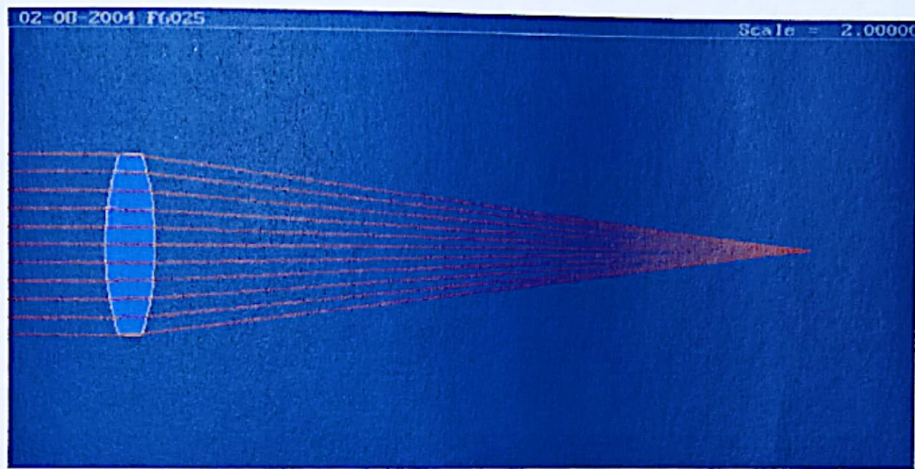


Figura 4.5: Al trazar rayos a través de la lente diseñada, podemos observar que la aberración esférica realmente se corrige.

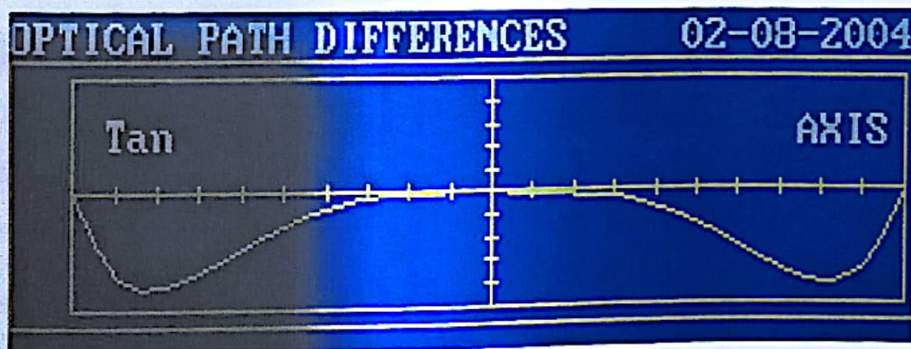


Figura 4.6: OPD de la lente diseñada; el eje horizontal representa la abertura de la lente, el eje vertical el OPD cuya escala es de $2 \times 10^{-4} \text{ mm}$. Como se observa en la gráfica, para los puntos que se analizaron, rayo marginal (extremos) y rayo paraxial (parte central), la A.E es cero.

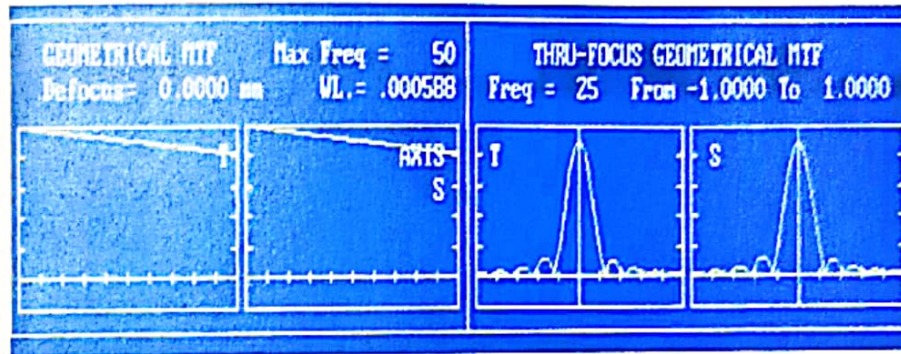


Figura 4.7: MTF- Parte izquierda de la gráfica: la línea punteada nos describe un sistema óptico ideal, para los parámetros de inicio que se introdujeron; y la línea continua representa el sistema óptico real, de lo que se puede concluir, que nuestro sistema óptico es aceptable. Parte derecha de la gráfica: se observa que se obtiene una concentración de energía del 90%, similar a la función de Airy .

E J E M P L O 3

Se presenta otro ejemplo para una longitud focal y un número-F diferentes. Consideramos el diseño de una lente gruesa con una longitud focal $f = 150 \text{ mm}$, un número-F $F/\# = 2,5$, se propone emplear un vidrio BK7. El radio de la primera superficie es $r_1 = 153,688 \text{ mm}$, el radio para la segunda superficie es $r_2 = -153,688 \text{ mm}$, separadas por una distancia axial $d_1 = 7,360 \text{ mm}$, el diámetro $Diam$ de la lente es de 60 mm , la distancia paraxial de la imagen es $147,385 \text{ mm}$, respecto de la segunda superficie, y la constante de conicidad para la segunda superficie que corrige la aberración esférica es $k_2 = -7,263678$. En la *fig. 4.8* se puede observar los datos introducidos en el programa SIGMA58, en la *fig. 4.9* se muestra de manera esquemática la forma de la lente diseñada, incidiendo rayos a distintas alturas. En la *fig. 4.10* se muestra la gráfica del OPD , y por último en la *fig. 4.11* se muestra la gráfica de la MTF para la lente diseñada.

Sfc#	SURF	SPAC	SF	V	SP	V	RADIUSmm	SEPN mm	Index 1	DISP	GLASS	CLRAD mm
Cfg 1												
1	S						153.688	0.000	1.000000	0.000000	air	30.000
2	E						-153.688	7.860	1.516798	0.008057	BK7	30.000
3	S						INFINITE	147.386	1.000000	0.000000	air	0.005

Figura 4.8: Datos obtenidos para una lente cónica cuya constante de conicidad que corrige la aberración esférica es $k_2 = -7,263678$.

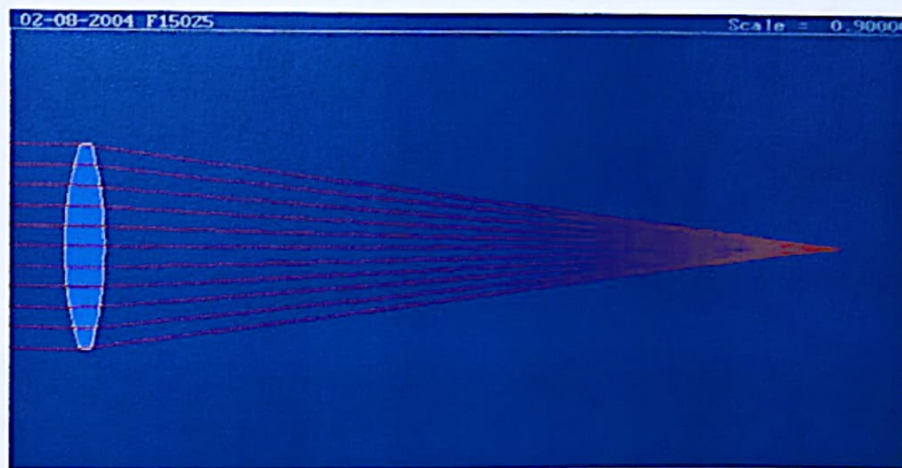


Figura 4.9: Al trazar rayos a través de la lente es posible observar que la aberración esférica es nula.

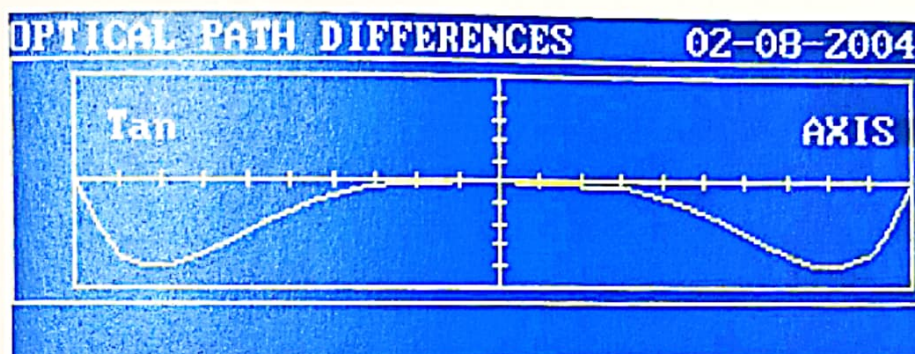


Figura 4.10: OPD de la lente diseñada, donde el diámetro de la lente está definido por el eje horizontal; y el eje vertical define a la aberración, con una escala de 5×10^{-4} milímetros.

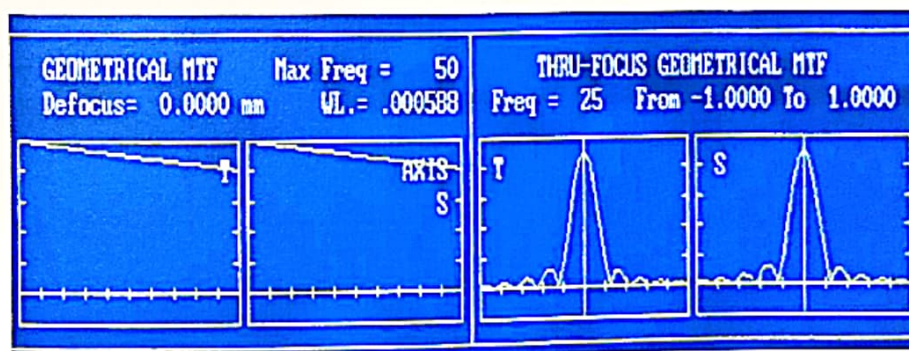


Figura 4.11: MTF- Como se puede observar en la parte izquierda de la gráfica hay una línea punteada, que representa al sistema óptico ideal y la línea continua que representa el sistema óptico real, están superpuestas, de lo cual concluye que nuestro sistema óptico es aceptable, obteniéndose una concentración de energía del 98%, similar a la función de Airy, parte derecha de la gráfica.

Como se pudo observar, de los ejemplos anteriores, los resultados obtenidos son los esperados; como se predijo en las ecuaciones (2.22), (3.19). Esta afirmación es posible ya que los cálculos obtenidos del programa que se realizó en Q - Basic45, con las ecuaciones exactas para la corrección de la AE, al ser introducidos en el programa de simulación SIGMA58 mediante las gráficas del OPD, y la MTF, nos muestran que la AE es aceptable.

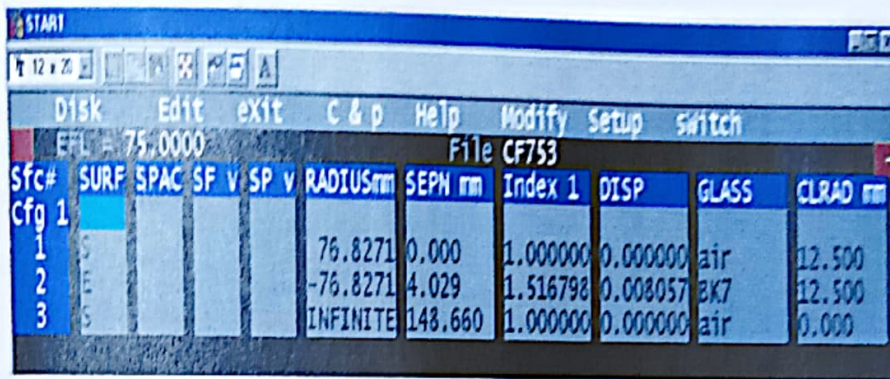
4.3. EJEMPLOS DE CORRECCIÓN DE ABERRACIÓN ESFÉRICA EN LENTES GRUESAS PARA EL CASO DE OBJETO CERCANO

En base a los cálculos realizados en el Capítulo 3, para el caso de objeto cercano, se obtuvieron las ecuaciones necesarias para diseñar una lente aplanática; con dichas ecuaciones se realizó un programa en Basic, el cual nos permitiese obtener los parámetros con los que es posible obtener una lente aplanática.

Para este caso, dentro del programa en lenguaje de programación Q-Basic45, ver APÉNDICE F, como parámetros de inicio, se considera la distancia objeto L_0 respecto del primer plano principal de nuestra lente, un número-F arbitrario, también consideramos la amplificación de la imagen; se propone emplear el vidrio BK7. Con estos valores iniciales dentro del programa en Basic se obtienen: El diámetro de la lente, los radios de curvatura, el grosor axial, la distancia que hay la lente a la imagen, la apertura numérica, y sobre todo la forma geométrica de la segunda superficie, mediante la constante de conicidad k_2 . Parámetros que son introducidos en el programa SIGMA58 a manera de comprobación. Se presentan, ejemplos donde la aberración esférica es corregida, dentro de estos ejemplos se presenta la forma esquemática de la lente así como las gráficas del *OPD* y la *MTF*.

EJEMPLO 4

Consideramos el diseño de una lente gruesa con una amplificación $m = -1$, un número-F $F/\# = 3$, a una distancia $L_0 = -150 \text{ mm}$ desde su primer plano principal al objeto, se propone emplear un vidrio BK7. El radio de la primera superficie es $r_1 = 76,82716 \text{ mm}$, el radio para la segunda superficie es $r_2 = -76,82716 \text{ mm}$, separadas por una distancia $d_1 = 4,02889 \text{ mm}$, el diámetro *Diam* de la lente de 25 mm , la apertura numérica de $N.A = 0,08322$, la distancia paraxial de la imagen de $d_2 = 148,660 \text{ mm}$, respecto de la segunda superficie, y la constante de conicidad para la segunda superficie que corrige la aberración esférica es $k_2 = -4,74766$. En la *fig. 4.12* se muestran los datos introducidos en el programa de simulación SIGMA58, en la *fig. 4.13* se representa esquemáticamente la forma de la lente diseñada, incidiendo sobre ella rayos a distintas alturas. En la *fig. 4.14* se podemos ver la diferencia de caminos ópticos, entre los rayos marginal y paraxial, y por último en la *fig. 4.15* observamos la gráfica de la *MTF* para la lente diseñada.



Sfc#	SURF	SPAC	SF v	SP v	RADIUSmm	SEPN mm	Index 1	DISP	GLASS	CLRAD mm
Cfg 1										
1	S				76.8271	0.000	1.000000	0.000000	air	12.500
2	E				-76.8271	4.029	1.516798	0.008057	BK7	12.500
3	S				INFINITE	148.660	1.000000	0.000000	air	0.000

Figura 4.12: Datos obtenidos para una lente cónica cuya constante de conicidad que corrige la aberración esférica es $k_2 = -4,74766$.

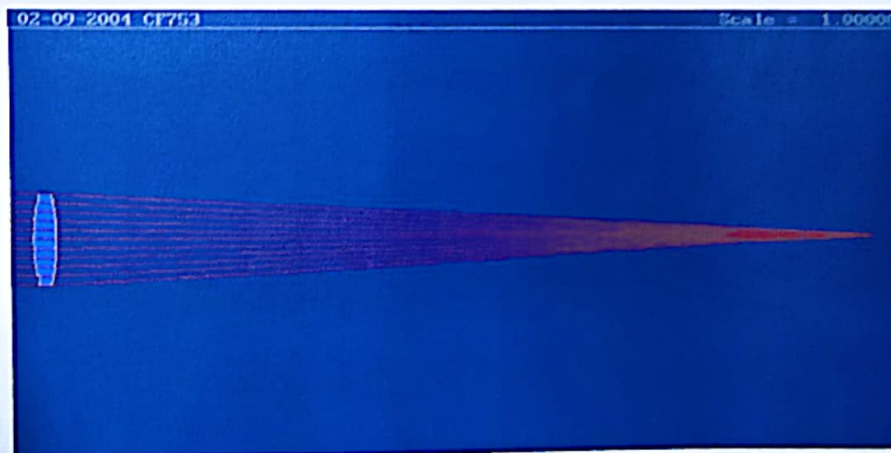


Figura 4.13: Se trazan rayos para comprobar que la AE sea nula, en el sistema óptico propuesto.

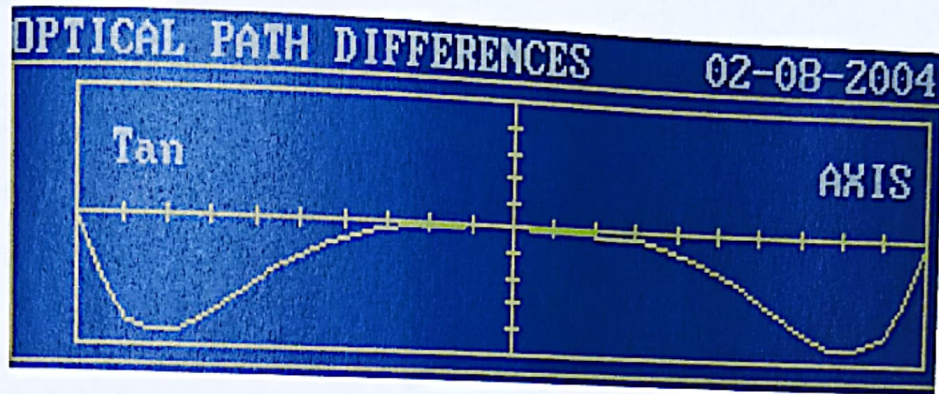


Figura 4.14: OPD - Siendo que el eje horizontal representa a toda la abertura de la lente, y el eje vertical define al con una escala $=5 \times 10^{-5} \text{mm}$. Podemos observar en la gráfica, ambos rayos, marginal y paraxial convergen en un mismo punto.

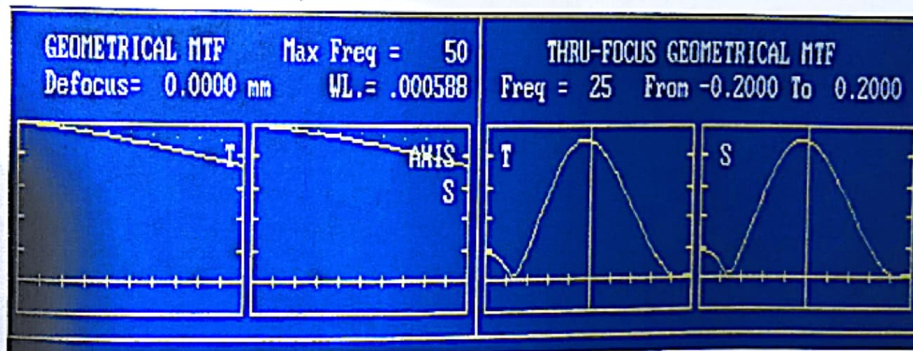


Figura 4.15: MTF- Función de Modulación de Transferencia. Se puede observar en parte izquierda, que la línea continua que define el sistema real no está muy alejada de la línea punteada que es la que define al sistema ideal, considerándose con esto, que el sistema real es aceptable. En la parte derecha observamos una concentración de energía del 90 %.

EJEMPLO 5

Consideramos ahora otro ejemplo, para el diseño de una lente gruesa, variando la ampliación, el número-F, así como la posición del objeto. Los parámetros de inicio son: Amplificación $m = -0,5$, Número-F $F/\# = 3$, distancia al objeto $L_0 = -240 \text{ mm}$ desde su primer plano principal, empleando el vidrio BK7. Mediante el empleo de las ecuaciones exactas, es posible obtener: Los radios de curvatura son $r_1 = 181,97209 \text{ mm}$ y $r_2 = -181,97209 \text{ mm}$ para la primera y segunda superficie respectivamente; separadas una distancia axial $d_1 = 4,164151 \text{ mm}$, con un diámetro de $26,6666 \text{ mm}$, una abertura numérica de $N.A = 0,055537$, la distancia paraxial de la imagen es $118,615 \text{ mm}$ respecto de la segunda superficie, y la constante de conicidad para la segunda superficie que corrige la aberración esférica es $k_2 = -5,015096$. En la *fig. 4.16* se muestran los parámetros de diseño introducidos en el programa de simulación SIGMA58, en la *fig. 4.17* observamos la forma de la lente diseñada, incidiendole rayos a distintas alturas. En la *fig. 4.18* podemos ver el OPD entre ambos rayos, marginal y paraxial; y por último en la *fig. 4.19* observamos la gráfica de la MTF para la lente diseñada.

Sfc#	SURF	SPAC	SF	SP	RADIUSmm	SEPN mm	Index 1	DISP	GLASS	CLRAD mm
1	S				81.9720	0.000	1.000000	0.000000	air	13.333
2	E				-81.9720	4.164	1.516798	0.008057	BK7	13.333
3	S				INFINITE	118.615	1.000000	0.000000	air	0.000

Figura 4.16: Datos obtenidos para una lente cónica cuya constante de conicidad que corrige la aberración esférica es $k_2 = -5,0150964$.

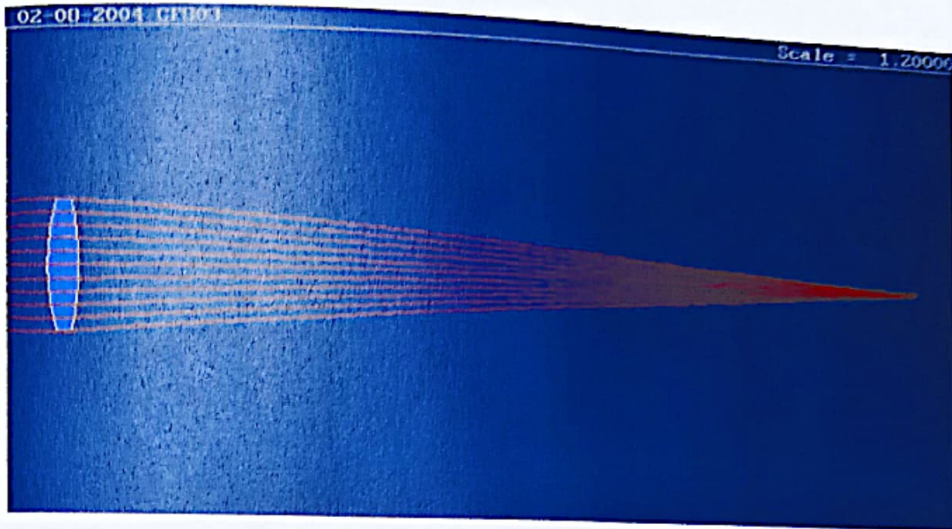


Figura 4.17: Como se puede observar en el esquema, al trazar rayos se comprueba que la aberración esférica es nula, para los puntos que se analizan, marginal y paraxial

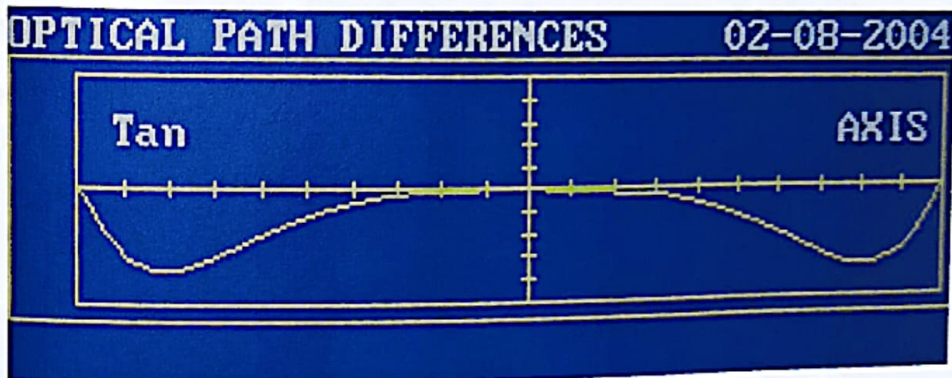


Figura 4.18: OPD- Con una escala de $8 \times 10^{-5} \text{ mm}$, para el eje vertical, que es el que define al OPD; por lo que se comprueba que se está corrigiendo la AE.

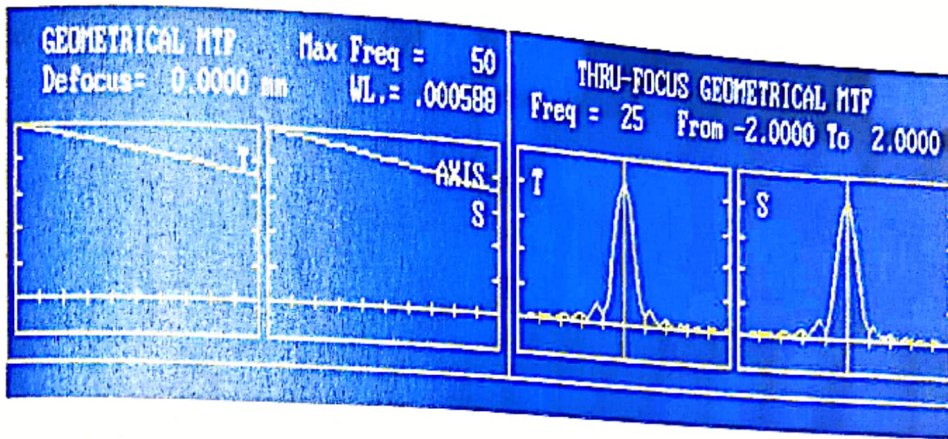


Figura 4.19: *MTF*- Observamos en la parte izquierda, que la línea continua (define al sistema real) se superpone con la línea punteada (define al sistema ideal), considerándose con esto, que el sistema real es aceptable. En la parte derecha observamos una concentración de energía del 90 %.

4.4. CASO APLANÁTICO

Es importante remarcar que sería muy interesante realizar la corroboración de las ecuaciones para el caso aplanático, en ese sentido hemos realizado una serie de programas en Fortran, pero los resultados no han sido los adecuados, el principal problema es que se desconoce el grado de las ecuaciones (2.33) y (3.25) aplanáticas para los casos de objeto lejano y cercano respectivamente, por lo que no se ha encontrado el método numérico adecuado que resuelva estas ecuaciones; planteándose resolver en un futuro cercano estas limitantes.

4.5. CONCLUSIÓN

En este CAPÍTULO se presentaron ejemplos concretos de lentes gruesas, que corroboran nuestros cálculos obtenidos en los CAPÍTULOS 2 y 3 mediante la comparación entre el programa realizado en Basic y el programa comercial SIGMA58 haciendo notar que los ejemplos de coma se postergan para un trabajo posterior, ya que se cuentan con una serie de programas en Fortran (ver APÉNDICE G) con los que podemos encontrar soluciones numéricas.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES

- El objetivo principal de este trabajo de tesis, era obtener las ecuaciones (2.22), (3.19) para la corrección de la aberración esférica, así también las ecuaciones (2.32) y (3.24), para la corrección de coma en una sola lente gruesa con superficies cónicas, para los casos de objeto lejano y cercano, respectivamente; lo cual se ha cumplido.
- Hemos realizado un desarrollo analítico novedoso con el cual se han encontrado ecuaciones exactas (2.33) y (3.25) las cuales nos garantizan un sistema aplanático, que nos permiten calcular las constantes de conicidad para una lente gruesa; analizando dos casos: cuando el objeto se encuentra en infinito, y cuando el objeto esta cerca de la lente
- El método propuesto por nosotros tiene ventajas sobre las técnicas existentes, ya que facilita el diseño de lentes gruesas libres de aberración esférica y coma; debido a esto, es posible reducir el tiempo de diseño y el número de componentes y con ello el tamaño, peso y costo de tales dispositivos, y de esa manera obtener sistemas ópticos con las mismas características como longitud focal, amplificación, abertura y calidad.
- Nuestros calculos se comprueban a partir del programa comercial de diseño óptico SIGMA58, a traves de ejemplos específicos realizados en el CAPÍTULO 4, tanto para objeto en infinito como para un objeto cerca de la lente.
- Hemos dejado para un trabajo posterior la verificación de las ecuaciones obtenidas para la corrección de la aberración de coma, con lo cual se obtendra un método completo para diseñar lentes gruesas aplánaticas.

APÉNDICE A
CONVENCIÓN DE SIGNOS

La superficie esférica refractora es la más común y la más útil en óptica, después de la plana. En una superficie refractora como la que se muestra en la *fig. (A.1)* podemos definir los siguientes parámetros [5]:

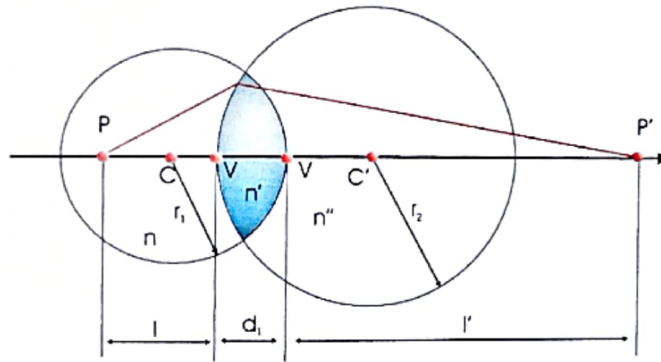


Figura A.1: *Lente Esférica*

Convención de Signos [7]

En óptica, para apreciar las magnitudes de diferentes segmentos y ángulos es necesario adoptar determinadas reglas de signos que se utilizan en el trabajo. Se utiliza un sistema de coordenadas rectangulares de mano derecha, con la luz propagándose a lo largo del eje z y el eje y se elige en la dirección vertical.

r_1, r_2 = radios de curvatura

C, C' = centro de curvatura

V, V' = vértice

P, P' = puntos conjugados

n, n' = índice de refracción del medio

d_1 = separación axial entre las superficies

l = distancia objeto

l' = distancia imagen

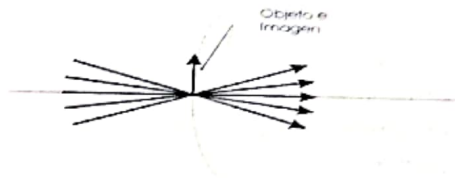
- La luz viaja de izquierda a derecha.
- El radio es positivo si el centro de curvatura esta situado a la derecha del vértice de la superficie; y es negativo si C esta situado a la izquierda del vértice.

- Las distancias a la derecha del vértice V , de la superficie son positivas; y a la izquierda de V , son negativas.
- Las alturas en el eje óptico son positivas hacia arriba y negativas hacia abajo.
- La distancia focal de un elemento convergente será positiva, para elementos divergentes será negativa.
- Los ángulos de incidencia I_1 y de refracción I_2 son positivos si el rayo es rotado a favor de las manecillas del reloj a partir de la normal.
- Los ángulos de inclinación U_1 y U_2 son positivos si el rayo es rotado a favor de las manecillas del reloj a partir del eje.

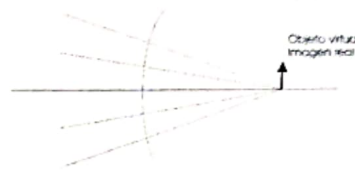
APÉNDICE B

CONDICIONES DE ABERRACIÓN ESFÉRICA NULA EN SUPERFICIES ESFÉRICAS

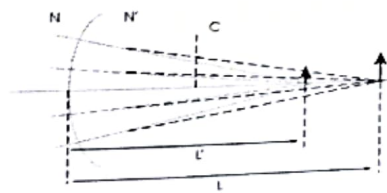
De acuerdo con *Conrady* y *Kingslake*, hay tres casos bien analizados en los cuales una superficie esférica tiene una aberración esférica nula [5]:



Cuando el objeto esta en el Vértice de la superficie; $L = 0$



Cuando el objeto y la imagen están en el centro de curvatura de la Superficie



Cuando el objeto esta en los puntos aplanaticos de Abbe, dados por la relación entre la distancia objeto L y su correspondiente distancia imagen L'

APÉNDICE C

CONDICIONES DE ABERRACIÓN ESPÉRICA NULA EN SUPERFICIES CÓNICAS

En la *fig. (C.1)*, alrededor del eje óptico se encuentran S y P , que serán los puntos conjugados; es decir, una fuente puntual en cualquiera de las dos ubicaciones tendrá una imagen perfecta de la otra [5].

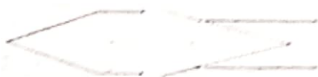


Figura C.1: *Elipsoide (El objeto y la imagen están en uno de los focos)*



Figura C.2: *Hiperboloide (El objeto y la imagen están en uno de los focos)*

El conocimiento que se tiene sobre estas superficies refractoras, se utiliza para la construcción de lentes con estas características tales como *fig. (C.2)* [4]. La formación de imágenes libres de Aberración Esférica en superficies refractoras cónicas analizadas por *Kingslake* son para los siguientes casos [8]:



Figura C.3: *Superficie Frontal-Concava y Superficie Frontal-Plana*

Lente Superficie Frontal-Concava: En este caso la superficie cónica curvada está frente al objeto distante; la imagen es considerada al incidir en el material *fig. C.3*. Por ecuación del camino entre un rayo finito y uno paraxial, encontramos:

$$Bn = X + n [(B - X^2) + X^2]^{1/2}, \quad (C.1)$$

$$\frac{\left[X + \frac{Bn}{(n+1)}\right]^2}{\left[\frac{Bn}{(n+1)}\right]^2} + \frac{Y^2}{B^2 \frac{(n-1)}{n+1}} = 1. \quad (C.2)$$

Que representa una elipse con:

$$\begin{aligned} \text{Semieje mayor a} & \quad \frac{Bn}{(n+1)} \\ \text{Semieje menor b} & \quad B \left[\frac{n-1}{n+1}\right]^{1/2} \\ \text{La excentricidad esta dada como: } e & = \left[1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2\right]^{1/2} = \frac{1}{n} \end{aligned} \quad (C.3)$$

Lente Superficie Frontal-Plana: En este caso la superficie cónica plana esta frente al objeto distante; la imagen es considerada al incidir en el material *fig. C.3*. Por ecuación del camino entre un rayo finito y uno paraxial, encontramos:

$$Bn + nX = [(B + X)^2 + Y^2]^{1/2}, \quad (C.4)$$

$$\frac{\left[X + \frac{B}{(n+1)}\right]^2}{\left[\frac{B}{(n+1)}\right]^2} - \frac{Y^2}{B^2 \frac{(n-1)}{n+1}} = 1. \quad (C.5)$$

Que representa una Hipérbola con:

$$\begin{aligned} \text{Semieje mayor a} & \quad \frac{B}{(n+1)}, \\ \text{Semieje menor b} & \quad B \left[\frac{n-1}{n+1}\right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (C.6)$$

Como podemos notar estos dos casos para superficies cónicas libres de aberración esférica, solo son para cuando el objeto se encuentra en el infinito. Y sobre todo, una cosa que es muy importante hacer notar, es que para ambos casos la aberración esférica se corrige utilizando una superficie cónica.

APÉNDICE D

TEOREMA ÓPTICO DEL SENO

El teorema óptico del seno establece una relación entre el tamaño de la imagen y el grado de convergencia o divergencia de los rayos en el plano imagen. El teorema se deduce del análisis de [5].

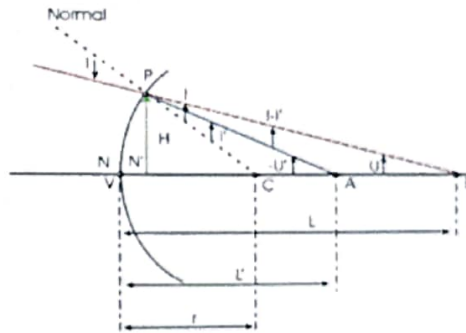


Figura D.1: Refracción de un rayo en superficie esférica

$$L - r = r \frac{\text{Sen} I}{\text{Sen} U}, \quad (\text{D.1})$$

$$L' - r = r \frac{\text{Sen} I'}{\text{Sen} U'}, \quad (\text{D.2})$$

$$n \text{Sen} I = n' \text{Sen} I'. \quad (\text{D.3})$$

Suponiendo que el campo es muy pequeño, es decir, $H \gg L$

$$\frac{H}{H'} = \frac{L' - r}{L - r} = \frac{n}{n'} \frac{\text{Sen} U}{\text{Sen} U'}, \quad (\text{D.4})$$

por lo tanto

$$n H \text{Sen} U = n' H' \text{Sen} U' \quad \text{Teorema Óptico del Seno}, \quad (\text{D.5})$$

$$nHU = n'H'U' \text{ Invariante de Lagrange.} \quad (\text{D.6})$$

La amplificación lateral de un sistema óptico esta definida como:

$$M = \frac{H}{H'}. \quad (\text{D.7})$$

Utilizando el teorema óptico del seno

$$M = \frac{H}{H'} = \frac{n \text{ Sen}U}{n' \text{ Sen}U'}. \quad (\text{D.8})$$

La amplificación lateral en su aproximación paraxial es:

$$m = \frac{h}{h'} = \frac{nu}{n'u'}. \quad (\text{D.9})$$

Debido a que la coma se debe a que la amplificación paraxial es distinta de la amplificación marginal, la condición necesaria para que la coma sea nula es:

$$m = M, \quad (\text{D.10})$$

$$\frac{n \text{ Sen}U}{n' \text{ Sen}U'} = \frac{nu}{n'u'}. \quad (\text{D.11})$$

Por lo tanto la Condición del seno o condición de *Abbe* es:

$$\frac{\text{Sen}U}{u} = \frac{\text{Sen}U'}{u'}. \quad (\text{D.12})$$

Cuando el *objeto esta al infinito* la amplificación no es lo que nos interesa, si no su longitud focal; es decir, las longitudes focales, tanto para un rayo paraxial como para uno marginal deben ser iguales. Siendo la condición necesaria para que la coma sea nula, de la siguiente manera:

$$f = F. \quad (\text{D.13})$$

APÉNDICE E

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE MODULACIÓN

Si una lente no tiene aberraciones de ningún tipo, su poder resolutor, el cual determina el menor detalle que se puede observar al formar una imagen, está determinado por el tamaño del patrón de difracción producido por una abertura finita de la lente y un objeto puntual. Se puede probar un sistema óptico en la resolución de un patrón consistente, por ejemplo de una serie de barras rectangulares paralelas blancas y negras alternadas. La imagen de un objeto puntual puede resultar en una mancha de luz descrita por la función de punto extendida.

Como un sistema perfecto ideal está limitado por efectos de difracción, la imagen de un patrón de resolución estará algo borrosa. Por lo tanto, conforme el ancho de las barras en el patrón se hace más angosto, se alcanzará un límite donde no se distinguirá la estructura de las líneas finas (rayado de Ronchi) éste entonces será el límite de resolución del sistema. Podemos considerar que lo anterior es la frecuencia espacial de corte donde cada par de barras blanca y negra constituyen un ciclo sobre el objeto (una medida común de aquella son los pares de líneas por milímetros).

La *MTF* es un criterio extensamente utilizado para especificar el desempeño de todo tipo de elementos, condiciones y sistemas, que van desde lentes, cintas magnéticas y películas, hasta telescopios. Conceptualmente la *MTF* es una medida de la reducción en contraste del objeto a la imagen sobre todo el espectro. De hecho la *MTF* es la razón de la modulación imagen objeto para senoides de frecuencia espacial variable; el uso de las gráficas de *MTF* contra frecuencia es muy común en el diseño de lentes. La función de transferencia óptica *OTF* está definida como [5], [6]:

$$OTF = \frac{\text{Modulación de Imagen}}{\text{Modulación de Objeto}},$$

$$\text{Modulación} = \frac{I_{Max} - I_{Min}}{I_{Max} + I_{Min}}.$$

Estrictamente debemos distinguir entre la *OTF* y la *MTF*. La *OTF* es una cantidad compleja dependiente de la frecuencia espacial cuyo módulo es la *MTF*.

APÉNDICE F

PROGRAMA PARA CORREGIR LA ABERRACIÓN ESFÉRICA EN UNALENTE GRUESA (CÓNICA)-TRAZO EXACTO

OBJETO LEJANO

```

DEFDEL A-Z
'PARAMETROS INICIALES
INPUT "Longitud focal de la lente";f
INPUT "NumeroF de la lente"; NumerF
INPUT "indice de Refraccion";indice
INPUT "Espesor Minimo de la Lente en el borde";e
INPUT "Factor de forma (0 equiconvexa a 0.714 doble convexa)";q
K1=0

'PARAMETROS PARAXIALESLENTE DELGADA
Diam = f / NumerF; y1 = Diam / 2
q1 = q + 1; q2 = q - 1
r1d = (2 * f * (indice - 1)) / q1; c1d = 1 / r1d
r2d = (2 * f * (indice - 1)) / q2; c2d = 1 / r2d
s1d = (c1d * y1 ^ 2) / (1 + SQR(1 - ((c1d ^ 2) * (y1 ^ 2))))
s2d = (c2d * y1 ^ 2) / (1 + SQR(1 - ((c2d ^ 2) * (y1 ^ 2))))
d11 = e + s1d - s2d

'LENTE GRUESA
ftn = (f * d11) / indice; raizfq = SQR((f ^ 2) - ftn * q1 * q2)
r1 = (indice - 1) * ((f + raizfq) / q1); c1 = 1 / r1
r2 = r1 * (q1 / q2); c2 = 1 / r2

'PLANOS PRINCIPALES
Numh = -f * (indice - 1) * d11; h1 = Numh / (r2 * indice); h2 = Numh / (r1 * indice)
'posicion paraxial de la imagen
d12 = f + h2

'COSENOS DIRECTORES INICIALES
miu = 1 / indice; L0 = 0; M0 = 0; N0 = 1; x0 = 0
Fw = c1 * ((x0 ^ 2) + (y1 ^ 2)); Gw = N0 - (c1 * ((x0 * L0) + (y1 * M0)))

'CALCULO DE LOS ANGULOS DE INCIDENCIA ANTES Y DESPUES DE LA REFRACCIÓN
z1 = (c1 * y1 ^ 2) / (1 + SQR(1 - (k1 + 1) * c1 ^ 2 * y1 ^ 2))
raizk = SQR(1 - ((k1 + 1) * (c1 ^ 2) * (y1 ^ 2))); zy = (c1 * y1) / raizk
raizy = SQR(zy ^ 2 + 1); denI = SQR(1 - 2*c1*k1*z1 + c1^2 * z1^2*k1*(k1 + 1))
CosI = (SQR((Gw ^ 2) - (c1 * (1 + (k1 * (N0 ^ 2))) * Fw))) / (denI)
CosIp = miu * (SQR(((indice) ^ 2) + ((CosI) ^ 2) - 1))
GammaM = CosIp - (miu * CosI); Beta = zy / raizy; gama2 = 1 / raizy
M1 = (miu * M0) - (GammaM * Beta); N1 = (miu * N0) + (GammaM * gama2)
M12N12 = (M1 ^ 2) + (N1 ^ 2)

'CALCULO PARA D1
a1 = 1 - (indice) ^ 2
b1 = 2*((M1 * y1) - (N1 * (d12 + d11 - z1))) + (indice * ((indice * d11) + d12 - z1))
c1 = (y1 ^ 2) + ((d12 + d11 - z1) ^ 2) - ((d12 + (indice * d11) - z1) ^ 2)
D1m = (-b1 + SQR(b1 ^ 2 - 4 * a1 * c1)) / (2 * a1)

'CALCULO DE LAS COORDENADAS y2, z2
y2 = y1 + M1 * D1m; z2 = N1 * D1m + z1 - d11; k2 = (2 * z2 - c2 * (y2 ^ 2 + z2 ^ 2)) / c2 * z2 ^ 2
D2m = SQR((y2 ^ 2) + ((d12 - z2) ^ 2)); N2 = -y2 / D2m; N2 = (d12 - z2) / D2m
M22N22 = (M2 ^ 2) + (N2 ^ 2)

'COMPARACION ENTRE LOS CAMINOS OPTICOS MARGINAL Y PARAXIAL
LCOP = indice * d11 + d12; LCOM = z1 + indice * D1m + D2m; A.E = LCOP - LCOM

'RESUMEN DE LOS PARÁMETROS
PRINT "OBJETO EN EL INFINITO"
PRINT "LCOP="; LCOP; "LCOM="; LCOM; PRINT "A.E="; A.E
PRINT "f="; f; "NumerF="; NumerF; "Diam="; Diam
PRINT "r1="; r1; "r2="; r2
PRINT "d11="; d11; "d12="; d12
PRINT "M12N12="; M12N12
PRINT "y1="; y1; "y2="; y2
PRINT "D1="; D1m
PRINT "k1="; k1; "k2="; k2

```

BIBLIOGRAFÍA

- [1] A. Cordero-Dávila, S. Vazquez-Montiel, A. Cornejo-Rodriguez, and O. Cardona Nuñez,^s "relation between the conic constants of two conics mirrors telescopes", in *16th Congress of the International Commission for Optics: Optics as a Key to High Technology*, G. Akos, T. Lippenyi, G. Lupkovics, and A. Podmaniczky, eds., Proc. SPIE 1983, 159-160 (1993).
- [2] J. Castro-Ramos, A. Cordero-Dávila, S. Vazquez-Montiel, and D. Gale, "Exact design of aplanatic microscope objectives consisting of two conic mirrors", *Applied Optics*, Vol. 37, No. 22, pp.5192-5197, (1998).
- [3] A. E. Conrady, "Applied Óptica and Optical Design", Part I and part II. Dover Publications, Inc. New York 1960.
- [4] L.C Martin, "Wide-Aperture Aplanatic single Lenses", *Proc. Phys. Soc* 56 (1 Marzo 1944), 104-113.
- [5] E. Hecht y A. Zajac "Óptica", Addison Wesley Iberoamericana, Wilmington USA, 1986.
- [6] M. J. Kidger, "Fundamental optical Design", SPIE PRESS, 2002
- [7] W. J. Smith, "Modern Optical Engineering", Mc Graw-Hill, Inc, N. Y. 1990.
- [8] R. Kingslake, "Lens Design Fundamentals", Academic Press, N.Y. 1978.
- [9] WT Wellford FRS, "Aberrations of Optical Systems", Adam Hilger, Bristol, Great Britain, 1991.
- [10] B. Bermúdez – J. Ojeda- L. R. Berriel, "Diagramas de Manchas para Aberraciones de Seidel", Reporte Técnico No.39.
- [11] D. Malacara, Z. Malacara, "Handbook of Lens Design", Marcel Dekker, New York , 1994.
- [12] F. A. Jenkins – H. E. White, "Fundamentals of Optics", Fourth Edition, McGraw-Hill, 1981.
- [13] W. T. Vetterling, W. H. Press, S. A. Tekolsky, B. P. Flannery, "Numerical Recipes in Fortran The Art of Scientific Computing"; Second edition.