

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas



Tema de Tesis

*“ Corrimientos de fase fuera de rango  $(0, 2\pi)$  en tiempo-real de interferogramas dinámicos mediante algoritmos de autocomprobación”*

para obtener el título de  
**Doctor en Física Aplicada**

Tesista: **M.C. Juan Carlos Gómez Conde**

Director de Tesis: **Dr. Cruz Meneses Fabián**

Primavera 2020

# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>v</b>
<b>Objetivos</b>	<b>vii</b>
0.1. Objetivo General . . . . .	vii
0.2. Objetivos Particulares . . . . .	vii
<b>Justificación</b>	<b>ix</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Interferometría . . . . .	1
<b>2. Interferómetros Básicos</b>	<b>5</b>
2.1. Tipos de interferómetros en pruebas ópticas . . . . .	5
2.2. Interferómetro de Newton . . . . .	6
2.3. Interferómetro de Twyman-Green . . . . .	6
2.4. Interferómetro de Fizeau . . . . .	7
2.5. Interferómetro de Michelson . . . . .	9
2.6. Interferómetro Mach-Zhender . . . . .	10
2.7. Interferometría AM . . . . .	11
2.8. Interferometría PVMi) . . . . .	14
2.8.1. Modelo Teórico . . . . .	15
2.8.2. Principio . . . . .	15
2.8.3. Conclusiones . . . . .	20
<b>3. Análisis de ruido en la técnica <i>PVMi</i> y <i>PSI</i>(Simulaciones en Matlab).</b>	<b>23</b>
3.0.4. Ruido en Matlab . . . . .	23
3.0.5. Función AWGN . . . . .	24
3.0.6. Descripción de las Etapas . . . . .	25
3.0.7. Interferometría PSI . . . . .	36
3.0.8. Análisis de ruido en PVMi y PSI . . . . .	38
3.0.9. Análisis de ruido en PSI . . . . .	38
3.0.10. Análisis de ruido AWGN en PVMi . . . . .	44
3.0.11. Análisis de ruido en PSI vs PVMi misma condición . . . . .	47
3.0.12. Nuevo promedio de fases envueltas . . . . .	49
3.0.13. Conclusiones . . . . .	53

<b>4. Recuperación de Fase Método VES (Volumen Encerrado por una Superficie)</b>	<b>55</b>
4.0.14. Modelo Teórico . . . . .	55
4.0.15. Conclusiones . . . . .	59
<b>5. Cálculo de los corrimientos de fase por VES</b>	<b>61</b>
5.1. Factores que afectan al algoritmo VES . . . . .	61
5.2. Automatización y análisis en tiempo real del método VES . . . . .	71
5.3. Recuperación de los corrimientos de fase por DVES . . . . .	74
5.4. Resultados experimentales por DVES . . . . .	77
5.5. Algoritmo ODVES . . . . .	89
5.6. Algoritmo ODVES en tiempo real . . . . .	92
5.6.1. Conclusiones . . . . .	94
5.6.2. Conclusiones . . . . .	95
Referencias . . . . .	99

## AGRADECIMIENTOS:

Deseo agradecer la valiosa ayuda, orientación y paciencia del Dr. Cruz Meneses Fabian, todos estos años fue un gran apoyo para concluir mis estudios, no tengo con que pagarle todas las enseñanzas que recibí este tiempo. Su constancia y tenacidad para enfrentar los difíciles retos que se nos presentaron fueron de mucha ayuda y de gran enseñanza para mí.

A mis compañeros del Laboratorio de Luz Estructurada (LLE), han sido de gran ayuda contar con su amistad y apoyo todo este tiempo, nos acompañamos en nuestras actividades diarias formando una amistad valiosa.

Estoy muy agradecido a la Facultad de Ciencias Física-Matemáticas (BUAP) por haberme permitido hacer uso de sus instalaciones y formarme en mi vida profesional todos estos años.

A los Sinodales (Dr. Carlos Robledo Sánchez, Dr. Juan Castillo Mixcóatl, Dr. Alberto Jaramillo Núñez) muchas gracias por su orientación y consejos recibidos en cada avance de tesis que nos encontramos.

Un enorme agradecimiento a mi mamá Teresa Conde Hernández, que todos estos años me ha apoyado y orientado en mi camino, así como mis hermanos Mary Carmen y Alejandro Gómez Conde, que me acompañaron todo este tiempo con su apoyo incondicional. A mi cuñado Raúl Cortes Maldonado y a mi sobrino Emmanuel Cortes Gómez que con sus alegrías y juegos me ayudaron a superar muchos obstáculos.

# Resumen

Con el propósito de continuar con el desarrollo del nuevo método de extracción de fase introducido recientemente llamado "Interferometría de modulación de fase y visibilidad" (PVMI), de sus siglas en inglés, Phase-Visibility Modulating Interferometry, realizado en la tesis doctoral del ahora Dr. Uriel Rivera Ortega). En la presente tesis doctoral se presenta las simulaciones realizadas utilizando el método *PVMI* pero en presencia de ruido, este análisis se lleva a cabo tomando diversos criterios, como lo fue ruido en amplitud, ruido en fase, y ruido en amplitud y fase, los resultados se compararon con el método convencional de PSI (Interferometría de Corrimiento de Fase, por sus siglas en inglés), utilizando el algoritmo de 4 pasos, se encontró que el valor de recuperación de la fase simulada es significativamente mejor en la técnica *PVMI* respecto a PSI. Sin embargo, gracias a estas simulaciones realizadas, encontramos que es muy difícil y se requiere de técnicas más sofisticadas para recuperar el valor deseado en presencia de ruido de amplitud y fase juntos.

Como consecuencia de este hallazgo nos vimos en la necesidad de hacer un estudio de forma independiente para cada caso, decidiendo en primera instancia hacer el estudio del ruido de fase y suponer que la amplitud es constante. Para realizar este estudio, nos ayudamos de dos interferómetros: el interferómetro de Michelson y posteriormente el interferómetro Mach-Zhender debido a las dificultades presentes en el primero. Se desarrollaron diversas técnicas para la evaluación de los interferogramas presentes en cada interferómetro, siendo una tarea principal en esta etapa el cálculo correcto de los corrimientos de fase producidos por los factores externos que afectan la estabilidad de un interferómetro Mach-Zhender sobre una mesa óptica, para poder calcular los corrimientos de fase se utilizó el algoritmo VES (Volume Enclose by a Surface), el cual esta basado en el volumen encerrado por una superficie, sin embargo este algoritmo presenta condiciones de operación específicas, las cuales no se cumplen cuando los interferogramas son evaluados con corrimientos aleatorios producidos por las perturbaciones presentes que afectan la estabilidad del arreglo interferómetro.

Esta problemática constituyo un desafío importante, la cual tuvo como consecuencia la implementación de varias técnicas propuestas para tratar de resolver este problema (no presentaremos todas) y además consumió una gran parte del tiempo disponible dentro del doctorado, sin embargo, con la experiencia adquirida durante este tiempo y con los métodos y análisis realizados, se resolvió el problema satisfactoriamente generando una publicación, en ella se presenta una técnica para medición de corrimiento aleatorios de fase usando el algoritmo VES en tiempo real en tres tipos de mesas ópticas que presentan condiciones de perturbaciones distintas entre cada una en un rango de  $(0 \text{ a } 2\pi)$ , adicionalmente a este logro, gracias a las diversas pruebas realizadas, también se desarrolló una técnica para ampliar el rango de medición mayor a  $(2\pi)$  utilizando el mismo algoritmo VES en tiempo real, el cual ha generado resultados satisfactorios que están siendo usados para generar una nueva publicación del método propuesto. El análisis de ruido fase suponiendo que existe una amplitud estacionaria de los campos nos ha dado la oportunidad de obtener datos para generar dos

publicaciones, una ya obtenida y la otra en proceso de publicación.

No obstante, por el plazo de tiempo consumido para resolver la problemática encontrada en el estudio de ruido de fase, se plantea como trabajo futuro poder realizar y cuantificar el ruido de amplitud y fase pero de forma espacial y en tiempo real, esto gracias a trabajos realizados en el Laboratorio de Luz Estructurada (*LLE*) que muestran un avance en la realización de este objetivo, y posteriormente poder comparar los dos métodos *PVMI* vs *PSI* en presencia de las mismas circunstancias de ruido, es decir implementarlos a la par, una vez desarrollado las técnicas para cuantificar el ruido de amplitud y de fase por separado y conjuntamente. Esta es la razón por la cual se presenta la estructura de esta Tesis Doctoral de esta forma, comenzando con las simulaciones de ruido en *PVMI* en amplitud, fase, amplitud y fase, y posteriormente realizando el mismo procedimiento para *PSI* para al final generar una comparación en ambos métodos, y se realiza posteriormente el cambio al análisis de ruido de fase enfocándose al cálculo exacto de los corrimientos de fase aleatorios presentes en un interferómetro Mach-Zhender, generando dos publicaciones, y consumiendo gran parte del tiempo disponible en el Doctorado para poder regresar a la implementación del análisis *PVMI* vs *PSI* en presencia de ruido.

# Objetivos

## 0.1. Objetivo General

Realizar un estudio de ruido en las técnicas PVMI y PSI, bajo simulaciones numéricas en Matlab, para observar el comportamiento de ambas técnicas en presencia de ruido, y poder cuantificar cual técnica tiene mejor desempeño.

## 0.2. Objetivos Particulares

Como objetivos particulares de este trabajo orientados al estudio de error, se destacan los siguientes puntos:

1. Realizar el estudio de error con simulaciones numéricas:
  - a) Análisis de ruido en Amplitud en PVMI y PSI
  - b) Análisis de ruido en Fase en PVMI y PSI
  - c) Análisis de ruido en Amplitud y Fase en PVMI y PSI
  - d) Realizar una comparación del análisis de ruido en ambos métodos PVMI vs PSI
2. Debido a las dificultades encontradas con el análisis de ruido de amplitud y fase juntos, se decidió realizar el estudio de fase considerando la amplitud constante, este estudio se llevo acabo utilizando dos tipos de interferómetros:
  - a) Interferometro de Michelson
  - b) Interferometro de Mach-Zhender
3. Publicar los resultados originales obtenidos con el estudio de análisis de ruido de fase:
  - a) Artículos en revistas indexadas
  - b) Memorias de congresos nacionales e internacionales
4. Obtener el grado de Doctor en Ciencias Física Aplicada (Óptica)

# Justificación

En estos últimos años se ha desarrollado una propuesta interferométrica original que permitió desarrollar una nueva técnica para modular un campo óptico, inexplorada totalmente, llamada modulación de amplitud en cuadratura (QAM) y no-cuadratura (NQAM), aplicándola de manera exitosa en interferometría de corrimiento de fase (PSI), y en la creación de luz polarizada (PL). Así como en la creación de una nueva técnica de extracción de fase, más general que PSI, llamada "Interferometría de modulación de fase y visibilidad" (PVMI).

Sin embargo, esta técnica no ha sido totalmente explotada para mostrar su potencial, es necesario hacer un estudio para cuantificar el error que se presente en la recuperación de la fase en diversas circunstancias, como hacer un análisis de ruido en amplitud, en fase, en amplitud y fase y hacer una comparación con la técnica convencionalmente usada en la actualidad como lo es PSI, para mostrar las ventajas que puede tener la implementación de la técnica PVMI. En la literatura internacional se presentan muy pocos trabajos en los cuales se realice un estudio del ruido que afecta la técnica PSI, solo se asume que las técnicas propuestas no se ven afectadas por la presencia de ruido o perturbaciones externas, para superar los errores generados por la presencia de ruido, se han propuesto técnicas en la cual solo se captura la información de los interferogramas en una sola toma, como puede ser la técnica one-shot, sin embargo esta técnica genera nuevos factores de error que afectan la resolución espacial de la información procesada en el instante de captura, entre otros factores más. Adicionalmente a la problemática del análisis del ruido presente durante las mediciones ópticas, existen muy pocas técnicas que utilicen corrimientos de fase aleatorios, la mayoría de los métodos tienden a utilizar interferogramas con un determinado valor de corrimiento o múltiplo de corrimiento para poder tener las condiciones de operación correctas y obtener valores de fase confiables. Estos métodos no pueden ser utilizados en un ambiente en el cual no se tenga control de los corrimientos de fase generados y se presente una aleatoriedad en su comportamiento, por lo que es necesario el desarrollo de algoritmos que puedan medir de forma exacta esta aleatoriedad que se presenta en la estabilidad de un arreglo interferométrico.

Otro factor que puede ser de gran ayuda en la realización de las mediciones ópticas, es la implementación de técnicas que desplieguen la información de interés en tiempo real, por lo que es de vital importancia desarrollar algoritmos que permitan el cálculo y procesamiento de la información en tiempo-real.

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Interferometría.

Hoy en día, la interferometría óptica es una de las áreas más importantes en el terreno de la metrología, debido principalmente a su alta precisión en las mediciones del orden de la longitud de onda y aún más del orden de una milésima de ella como lo han mostrado reportes que emplean técnicas de extracción de fase y técnicas heterodinas[1]. Las técnicas adaptadas actualmente dan rapidez en adquisición de información y facilidad de interpretación[2, 3, 4, 5]. Actualmente han aparecido nuevos detectores, nuevas computadoras con mayor velocidad de procesamiento[6]. Sin embargo, para realizar el proceso de pruebas ópticas es fundamental conocer las bases teóricas del funcionamiento de los interferómetros y en la interpretación de resultados.

Los interferómetros que comúnmente son utilizados en el son: El interferómetro de Newton, el interferómetro de Fizeau y el interferómetro de Tyman-Green, entre otros; estos interferómetros son los que dan información directa del frente de onda. Otro tipo de interferómetro conocido como de desplazamiento lateral arroja información sobre la derivada del frente de onda. Resultados cuantitativos en este último tipo de instrumento requiere realizar un proceso de integración numérica para conocer la información del frente de onda[7].

Por esta razón, la aplicación de la interferometría como un instrumento de medición ha sido usada con éxito en diferentes ámbitos de la ciencia y la tecnología, tales como análisis de vibraciones, medición de contorno 3D, pruebas ópticas, tomografía óptica, caracterización de muestras en termodinámica, estudio de muestras líquidas o fluidos, medición de densidad, deformación, tensión o presión de estructuras, etc. Sin embargo, el proceso de aplicación de la interferometría a diferentes áreas como las citadas, requiere de elegir un interferómetro apropiado y de una técnica de extracción de fase adecuada[8]. Los interferómetros de dos haces han resultado ser uno de los más extensamente empleados para estos propósitos, los cuales han sido adaptados adecuadamente para la extracción de fase, como son la técnica de interferometría de corrimiento de fase y la interferometría de franjas portadoras, principalmente. La generación de corrimientos de fase se realiza por medio de piezoeléctricos, en los cuales se sujeta la superficie de referencia. Estos piezoeléctricos requieren de una calibración, de tal manera que, con determinado voltaje se tenga el desplazamiento deseado de la superficie de referencia[9]. El desplazamiento del piezoeléctrico necesita el desarrollo de electrónica

de control. Aun cuando, este es el método de mayor uso, los piezoeléctricos introducen importantes errores.

Otras técnicas para generar corrimientos de fase se basan en el control de la polarización del haz o haces, que están presentes en el arreglo interferométrico; esta manipulación se lleva a cabo mediante la utilización de placas retardadoras, polarizadores, cubos divisores polarizadores, u otros[10, 11, 12, 13].

Dependiendo del número de corrimientos se conocen varios algoritmos para procesar la información de uno o varios interferogramas[14, 15]. El de cuatro interferogramas es de los más comunes se le conoce como método de cuatro corrimientos o cuatro pasos. Las operaciones que se realizan en la PC son operaciones punto a punto y la forma en que arroja la información procesada está en función de una  $\tan^{-1}$ . Debido a la naturaleza o características de esta función, la información que se obtiene está *cortada o trozada* en los límites donde está definida esta función. Comúnmente a esta característica se le llama envolvimiento y se dice que la fase está envuelta. Existen diversos algoritmos que pueden ser aplicados para *desenvolver* la fase envuelta. Esto no significa que la fase envuelta, como tal, no es de utilidad, por lo que debe buscarse la forma de poder desenvolver esta información y así obtener la fase real que se requiere decodificar. Un algoritmo muy conocido para desenvolver la fase es el Algoritmo de Desenvolvimiento de Itoh[16]. Aun con la proliferación de algoritmos de varios corrimientos se sigue usando la recuperación de fase de un solo interferograma, este método fue publicado por Takeda [17].

En estos últimos años se ha desarrollado una propuesta interferométrica original que permitió desarrollar una nueva técnica para modular un campo óptico, inexplorada totalmente, llamada modulación de amplitud en cuadratura (QAM) y no-cuadratura (NQAM) [18, 19], aplicándola de manera exitosa en interferometría de corrimiento de fase (PSI), y en la creación de luz polarizada (PL). Así como en la creación de una nueva técnica de extracción de fase, más general que PSI, llamada Interferometría de modulación de fase y visibilidad” (PVMI)[20].

El PVMI fue implementado experimentalmente en dos interferómetros de tres brazos, donde un brazo fue usado como haz de prueba y los otros dos fueron usados para implementar el método NQAM con el fin de modular el haz de referencia[21]. Uno de ellos fue un interferómetro Mach-Zehnder (MZI), donde NQAM fue implementado para el caso encendido-apagado mediante hojas negras para obstruir los haces y en modo binario mediante filtros de densidad neutra. El otro fue el interferómetro de trayectoria común de triple apertura (TACPI) que consiste de un sistema  $4f$  con 3 aperturas en el plano de entrada y una rejilla cuadrada en el plano de Fourier[22, 23].

La estabilidad mecánica del TACPI y la triple función que realiza la rejilla tales como divisor de haz, generador de la diferencia de fase entre componentes y como modulador de amplitud de manera simultánea hicieron posible la implementación de PVMI en una sola toma y poder observar variaciones de fase de objetos que cambian con el tiempo.

En esta Tesis Doctoral se hace la contribución en los siguientes campos, se realiza el replicado de la técnica PVMI en presencia de ruido, pero en presencia de ruido aditivo blanco gaussiano, este análisis no se llevó a cabo en la publicación de la técnica mencionada, por lo que se realiza el análisis del comportamiento de esta técnica en un rango propuesto de ruido y con 1000 ciclos en su análisis,

esto para observar el comportamiento en la recuperación de la información simulada. También, se lleva a cabo una comparación de la técnica PVMI respecto a la técnica PSI, en primera instancia se realiza un análisis separado de ambas técnicas para posteriormente concluir con un análisis en conjunto de ambas técnicas que compartan las mismas circunstancias de ruido.

También se llevó a cabo el análisis de las condiciones que afectan la correcta recuperación de los corrimientos de fase en la técnica VES, estos factores se desconocían en el momento de la publicación de esta técnica, la identificación de estos factores permitió desarrollar una metodología que convirtió la técnica VES de un proceso estático a un proceso dinámico con la capacidad de realizar los cálculos de los corrimientos de fase en tiempo real generando la técnica denominada DVES.

Otra contribución realizada se derivó de las diversas pruebas realizadas al algoritmo VES, además de generar el proceso DVES, se encontró que es posible realizar mediciones de corrimientos de fase fuera de rango  $(0, 2\pi)$ , esto principalmente a que el algoritmo VES tiende a *envolver* los valores de corrimiento que sobrepasan el límite establecido, por consiguiente se propuso la manera de corregir esta información y obtener mediciones de forma correcta fuera del rango inicial propuesto, este proceso pudo ser implementado en interferogramas almacenados en un arreglo multidimensional en Matlab para posteriormente lograr la aplicación de este proceso en interferogramas dinámicos y en tiempo real y así generar la técnica ODVES.

# Capítulo 2

## Interferómetros Básicos

### 2.1. Tipos de interferómetros en pruebas ópticas

Los métodos que emplean los técnicos en los Talleres de óptica poco han cambiado desde hace unos cien años. La prueba de Foucault inventada a mediados de 1800, se sigue realizando de la forma como se propuso originalmente. Es tan simple que con solo elementos como una hoja de afeitar y una lámpara se convierte en un método excelente para alcanzar buenas precisiones, con estos elementos simples se realzan las imperfecciones de las superficies de prueba por miles de veces[24].

En los últimos treinta años se han visto grandes avances en las técnicas sobre pruebas ópticas. La introducción del laser y las computadoras modernas han revolucionado el campo de la interferometría. La interferometría ofrece muchas ventajas sobre la prueba clásica de Foucault o de Ronchi[25, 26, 27]. Aunque se ha dicho que estas pruebas son solo cualitativas lo cierto que en la actualidad se emplean para obtener datos cuantitativos. Quizá sin temor a equivocarnos es que las pruebas interferométricas gozan de una mejor precisión que las pruebas geométricas, aunque cada tipo de prueba tiene sus rangos de validez y aplicaciones. En un patrón de interferencia la distorsión de una franja está relacionada a la magnitud de la aberración.

Un inconveniente que tiene las pruebas geométricas es la variabilidad en la sensibilidad con respecto a la distancia focal de la óptica que se estudia. Cuanto mayor es la distancia focal mayor es la sensibilidad. Un error de un cuarto de longitud de onda en un espejo  $F\#/8$  es más aparente que en un espejo  $F\#/2$ . Sin embargo, en interferometría la sensibilidad es constante con respecto al Número F[28].

La interferometría es más difícil de aplicar que las pruebas geométricas, requiriendo que la óptica usada en el arreglo experimental este firmemente amarrada a una mesa libre de vibraciones mecánicas; si existen vibraciones es a veces imposible obtener un patrón de interferencia discernible.

Mientras que en las pruebas geométricas se usa un solo haz para iluminar la superficie de prueba, en la interferometría se requieren dos haces. La luz reflejada de la Superficie de Prueba (SP) es comparada con la luz reflejada por la Superficie de Referencia (SR) de calidad conocida[29]. Cuando los Frentes de Onda de referencia y Prueba son combinados producen un patrón de interferencia cuya forma da

un indicativo de la calidad óptica del espejo de prueba. Mientras más rectas sean las franjas mejor es la calidad de la superficie. El patrón de interferencia contiene información cuantitativa entre el espaciado de las franjas. Si la distorsión de una franja es del orden de la separación entre las franjas esto significa que la superficie tiene un error de  $1/2$  longitud de onda. Cualquier distorsión de una franja puede ser medido en función de una fracción de  $1/2$  longitud de onda. Lo importante en la interferometría es que la escala de medición es la longitud de onda de la luz usada. Por lo cual se requiere tener bien medida esta cantidad. Esto no es problema, la precisión en la medición de una longitud de onda en el rango visible es de alrededor de 0.5 nanómetros para el laser de He-Ne. Y quizá sea mejor la precisión que se pueda ser alcanzada.

Para lograr obtener patrones de interferencia de excelente calidad la fuente de iluminación debe ser monocromática asegurando buena calidad en la visibilidad del patrón. Si la superficie de prueba debe ser colocada en contacto con la de referencia es posible usar luz cuasi monocromática como de una lámpara de descarga. Pero si se requiere realizar interferencia de no contacto la iluminación debe ser de un laser. La luz de un láser por su naturaleza monocromática permite largas separaciones entre las superficies de prueba y referencia, es decir podemos tener grandes diferencias de camino óptico con la consiguiente necesidad de tener monturas ópticas que reduzcan las vibraciones y ambientes sin corrientes de aire. Estos inconvenientes de la interferometría han provocado el desarrollo de nuevos métodos y técnicas apropiadas para ambientes ruidosos[30, 31, 32, 33].

## 2.2. Interferómetro de Newton

Muchos tipos de interferómetros han sido propuestos para abarcar algunas de las aplicaciones en pruebas ópticas. Uno de los interferómetros más simples es quizá el Interferómetro de Newton (IN), el cual por la época en que fue inventado no empleó luz coherente, lo cual significó un excelente entendimiento para lograr obtener un patrón de interferencia casi con luz blanca; que es muy difícil de obtener. En este interferómetro las SP y la SR están en contacto. Las franjas de interferencia se forman entre la estrecha cuña de aire que existe entre las superficies. El patrón es visto con el ojo. Con este interferómetro solo se pueden probar superficies ópticas individuales una por una y requiere de una SR diseñada en cada caso[34].

## 2.3. Interferómetro de Twyman-Green

Otro interferómetro moderno modificado del original interferómetro de Michelson es el Twyman-Green. Es necesario en este tipo de arreglo, luz monocromática colimada por una lente y dividida por un divisor de haz para formar el haz de referencia y el haz de prueba, Figura 2.1. El HP y el HR se juntan después de reflejarse en la SP y la SR para originar el patrón de interferencia. Las franjas son vistas en el foco de la lente. Este tipo de interferómetro es capaz de producir franjas de interferencia de superficies sin contacto. Las pruebas de superficies sin contacto en este interferómetro requiere que la trayectoria óptica sea acopladas entre el HP y el HR. Una dificultad importante es requerir de óptica adicional de buena calidad en el HP [35].

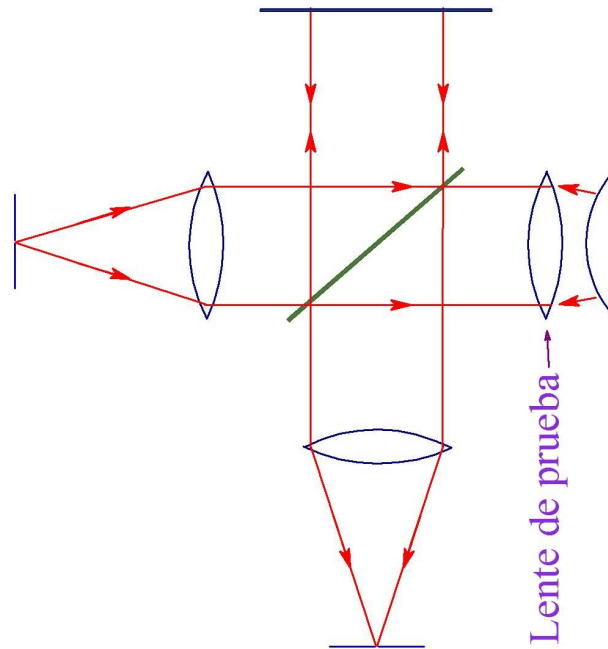


Figura 2.1: Interferómetro de Twyman-Green para probar una lente.

De los muchos tipos de interferómetros que han sido aplicados en pruebas ópticas uno que es fácil de construir es el de Fizeau.

## 2.4. Interferómetro de Fizeau

A diferencia del interferómetro de Newton el Interferómetro de Fizeau (IF) emplea luz colimada. En el IN las superficies siempre están en contacto mientras que en el IF se encuentran separadas.

En el IF la diferencia de camino óptico (DCO) entre la superficie de prueba (SP) y la superficie de referencia (SR) no es cero por lo que el arreglo es conveniente iluminarlo con luz coherente como la de un laser, aunque luz de baja coherencia puede también ser aprovechada. Realmente el IF no es de trayectoria común, por lo que los haces de prueba y referencia viajan trayectorias distintas siendo afectadas por inhomogeneidades del medio, claro está que mecánicamente en el IF los haces de referencia y prueba tienen un tramo de trayectoria común hasta donde llega el haz de referencia es reflejado, separándose el haz de prueba por una trayectoria ahora distinta. Las aberraciones montadas al haz de prueba y al de referencia son las mismas ya que los dos cruzan por los mismos elementos ópticos.

Una típica configuración para este propósito (Interferómetro de Fizeau) se muestra a continuación.

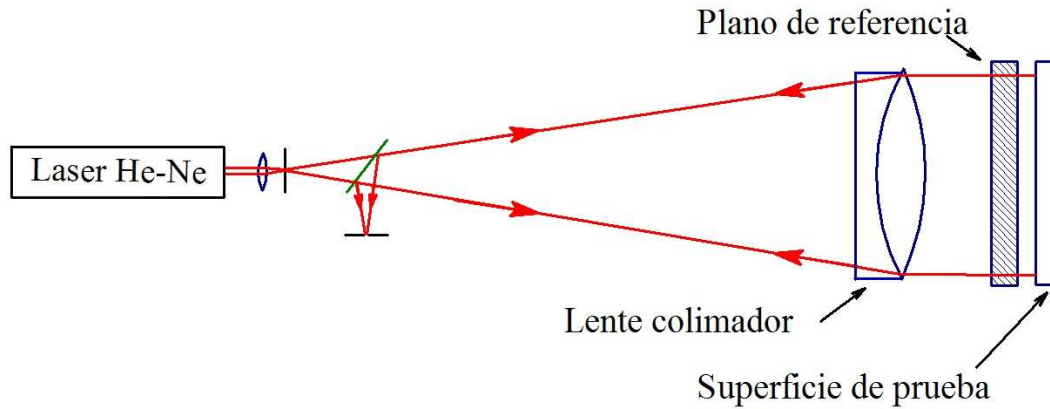


Figura 2.2: Interferómetro de Fizeau para probar superficies planas.

La interferometría de corrimientos de fase (PSI) es la técnica más explotada en el IF, tanto en los equipos comerciales como en los de laboratorio es la técnica de mejor precisión cuantitativa para la evaluación de superficies ópticas. La técnica PSI más explotada usa transductores piezoeléctricos basados en corrimientos mecánicos. La principal desventaja de la PSI es que los desplazamientos generados no presentan comportamiento lineal. Adicionalmente existe una alternativa que utiliza polarización de haces.

En el corrimiento de fase mediante polarización (PPS) generalmente, los haces de referencia y de prueba con polarizaciones lineales ortogonales son transformados en polarizaciones circulares opuestas y posteriormente son dirigidas hacia un polarizador lineal. EL corrimiento de fase es entonces producido tan solo con la variación del eje de polarización del polarizador mediante el giro de este. El PPS ha sido utilizado en diferentes configuraciones interferométricas. La ventaja principal en el PPS es que es posible capturar todos los interferogramas recorridos necesarios simultáneamente, por consiguiente reduciendo la susceptibilidad de vibraciones a un mínimo y extendiendo el alcance de las mediciones a la interferometría dinámica.

A diferencia de los interferómetros de Twyman-Green y Fizeau que son afectados por las alteraciones del medio, existe el interferómetro de desplazamiento lateral el cual es considerado de trayectoria común, este tipo de interferómetro es bastante estable mecánicamente y a las alteraciones del medio. En este interferómetro compara el frente de onda con una reproducción del mismo, pero ligeramente desplazado lateralmente con respecto a él. De esta manera se evita tener que generar un frente de onda perfecto, por lo que el interferómetro tiene la ventaja de que no requiere una superficie de referencia, este sistema simple y compacto puede ser usado para probar superficies ópticas.

Otra variación de trayectoria común para lograr estabilidad de un patrón de interferencia es el interferómetro cíclico. Este interferómetro ha sido de poca difusión para pruebas de componentes ópticos. Actualmente este arreglo puede ser adaptado con corrimientos de fase usando polarización[36].

## 2.5. Interferómetro de Michelson

En la Fig.2.3 se muestra el interferómetro de Michelson (una versión moderna), es uno de los instrumentos de interferencia más conocido, tanto por sus múltiples aplicaciones como por su uso en el desarrollo de nuestro entendimiento del mundo físico. Usando este dispositivo, Michelson y Morley pusieron en evidencia la inconsistencia de la teoría del éter un medio hipotético en el cual se suponía que se propagaba la luz. El haz luminoso emitido por el laser de He-Ne incide sobre el separador de haces, el cual refleja el 50 % de la onda incidente y transmite el otro 50 %. Uno de los haces se transmite hacia el espejo móvil M1 y el otro se refleja hacia el espejo fijo M2. Ambos espejos reflejan la luz hacia el separador de haces, de forma que los haces transmitido y reflejado por este último se recombinan sobre la pantalla de observación[37].

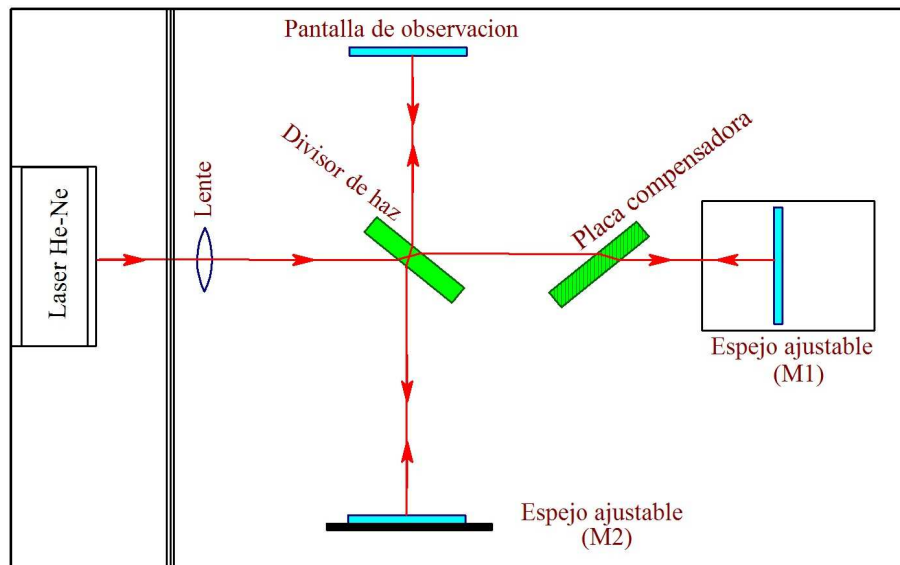


Figura 2.3: Diagrama del interferómetro de Michelson.

Como los dos haces que interfieren sobre la pantalla provienen de la misma fuente luminosa, la diferencia de fase se mantiene constante y depende sólo de la diferencia de camino óptico recorrido por cada uno. Por lo tanto, las franjas generadas por el interferómetro se pueden visualizar sobre la pantalla mediante la colocación de una lente convergente de corta distancia focal entre el laser y el separador de haces. El sistema de franjas de interferencia producido es similar al que se muestra en la Fig.2.4. Es posible observar este patrón siempre y cuando la diferencia de camino óptico sea diferente de cero.

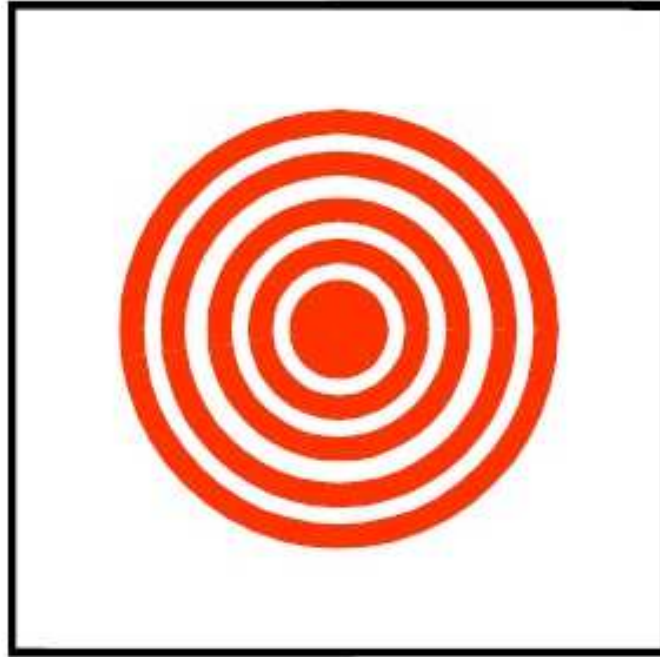


Figura 2.4: Franjas obtenidas en el interferómetro de Michelson.

El camino óptico de uno de los haces se puede variar desplazando el espejo M1. Si dicho espejo se desplaza en  $\lambda/4$  alejándose del separador de haces, el camino óptico de ese haz aumentará en  $\lambda/2$ . Las franjas de interferencia cambiarán de modo que el radio de los máximos aumentará y ocupará la posición de los mínimos iniciales. Si el espejo M1 se desplaza en una distancia adicional de  $\lambda/4$ , el nuevo sistema de franjas producido será indistinguible del original.

## 2.6. Interferómetro Mach-Zhender

Entre 1981 y 1982 Ludwing Mach y Ludwin Zhender propusieron su interferómetro, el interferómetro Mach-Zhender es otro dispositivo de división de amplitud. Como lo muestra la Fig.2.5. este consiste de dos divisores de haz y dos espejos de reflexión total. Las dos ondas dentro de este arreglo interferométrico viajan a lo largo de caminos separados. Una diferencia entre los caminos ópticos puede ser introducida por una pequeña inclinación de uno de los divisores de haz. Ya que los dos caminos están separados, el interferómetro es relativamente difícil de alinear. Por esta misma razón, sin embargo, el interferómetro tiene innumerables aplicaciones, Ha sido usado, de forma alterada pero conceptualmente similar para obtener franjas de interferencia electrónicas. Un objeto interpuesto en uno de los brazos del interferómetro alterara la diferencia de longitud de camino óptico, de este modo se cambia el patrón de franjas. Una aplicación común de este interferómetro es observar la variación de la densidad en el flujo de gas dentro de cámaras de investigación entre muchas otras aplicaciones más[38].

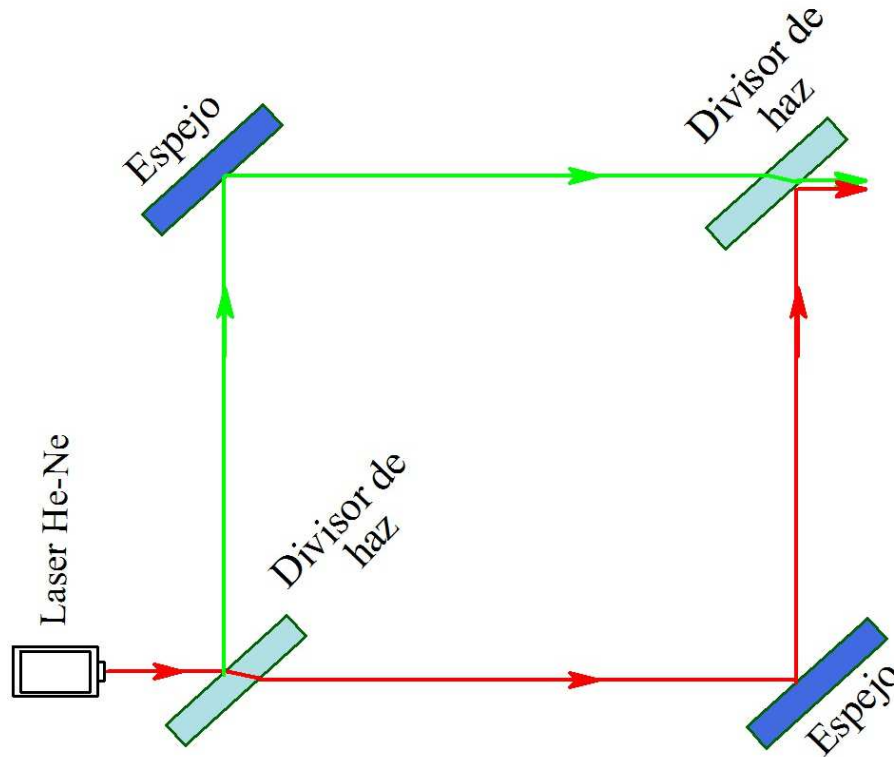


Figura 2.5: Interferómetro Mach-Zehnder.

## 2.7. Interferometría de corrimiento de fase por modulación de amplitud de onda

En interferometría de corrimiento de fase (PSI) un patrón de franjas debido a la interferencia de dos ondas esta modelado mediante

$$I_k(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos [\phi(x, y) + \alpha_k], \quad (2.1)$$

donde  $a(x, y)$  y  $b(x, y)$  son respectivamente, la luz de fondo y la luz de modulación,  $\phi(x, y)$  es atribuido a la fase del objeto, y  $\alpha_k$  con  $k = 0, 1, \dots, N - 1$  son los corrimientos de fase generados para obtener  $N$  intergerogramas. Es importante mencionar que  $a(x, y)$ ,  $b(x, y)$  y  $\phi(x, y)$  son desconocidos y son considerados que permanecen sin cambio durante el corrimiento de fase. De esta forma, un sistema de  $N \times 3$  es obtenido y una solución para la fase del objeto es obtenida si  $N \geq 3$ .

Muchos métodos para generar  $\alpha_k$  han sido propuestos, incluyendo, por ejemplo, cambiar el camino óptico por el desplazamiento de espejos con un transductor piezoeléctrico o cambiando el índice de

refracción por medio de la inclinación de una placa de cristal. Otra forma de generar  $\alpha_k$  es llevada a cabo por medio del cambio de la frecuencia entre los dos haces usando el efecto Zeeman, o por el cambio de la longitud de onda con el efecto Doppler; con respecto a la naturaleza vectorial de la luz, esto es realizado por el cambio del estado de polarización; y con respecto a la difracción de la luz, este corrimiento de fase es también realizado por el desplazamiento de una rejilla.

En resumen, el corrimiento de fase ha sido realizado mediante el cambio de algún parámetro en particular dentro de la fase de la onda, y también por polarización o efectos difractivos, pero hasta donde se sabe, el corrimiento de fase no ha sido realizado aun por el cambio de la amplitud de oscilación de las ondas. Por lo que se ha introducido una nueva técnica para generar corrimiento de fase basado en la variación del módulo del campo eléctrico o de la amplitud de oscilación de la onda de luz. Esta técnica está basada en la interferencia de tres ondas, donde la variación de amplitud se lleva a cabo en dos de ellas, consideradas las ondas de referencia, mientras que la otra onda restante es considerada como la onda de prueba que lleva la información de objeto bajo estudio.

Si tenemos tres ondas polarizadas linealmente en el mismo plano viajando en la dirección  $z$ , con componentes espaciales que tienen la forma

$$E_n(x, y) = A_n(x, y) \exp[i\phi_n(x, y)], \quad (2.2)$$

Con  $n = 1, 2, 3$ , donde  $A_n(x, y)$  es la amplitud, la cual se asume que no es negativa y es real,  $\phi_n(x, y)$  es la fase donde el frente de onda es contenido, e  $i = \sqrt{-1}$  es la unidad imaginaria. La superposición de estas ondas en cualquier punto  $(x, y)$  es la suma de los tres campos, y su respectiva irradiancia puede ser expresada como

$$I(x, y) = | E_1(x, y) + E_2(x, y) + E_3(x, y) |^2, \quad (2.3)$$

Sustituyendo Ec.2.2 para  $n = 1, 2, 3$  en la Ec.2.3 y omitiendo las coordenadas  $(x, y)$ , obtenemos

$$I = A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + 2A_1A_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) + 2A_1A_3 \cos(\phi_1 - \phi_3) + 2A_2A_3 \cos(\phi_2 - \phi_3), \quad (2.4)$$

donde ambas, una luz de fondo y otra luz de modulación dada por la suma de las intensidades de cada onda y tres términos de interferencia están presentes. Ahora, consideremos la segunda onda como la onda de prueba y la primera y tercera onda como las ondas de referencia, donde sus amplitudes  $A_1$  y  $A_3$  son consideradas parámetros. Por simplicidad, escogemos

$$\phi_1 = 0, \quad \phi_2 = \phi, \quad \phi_3 = \frac{\pi}{2} \quad (2.5)$$

Donde ha sido implicado que  $E_1$  y  $E_3$  no son onda planas con inclinación homogénea fuera de fase por  $\frac{\pi}{2}$  y  $\phi$  es la fase del objeto llevada por la segunda onda. Sustituyendo Ec.2.5 en la Ec.2.4, podemos obtener

$$I = A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + 2A_1A_2 \cos \phi + 2A_2A_3 \sin \phi, \quad (2.6)$$

Donde uno de los tres términos de interferencia ha sido eliminado, y los otros dos términos han sido puestos en cuadratura. Por lo que, aplicando identidades trigonométricas Ec.2.6 puede reducirse a

$$I = A_r^2 + A_2^2 + 2A_rA_2 \cos(\phi - \psi), \quad (2.7)$$

Una expresión para un patrón de franjas de dos haces como el descrito por la Ec.2.1 ha sido deducido, donde  $A_r$  es similar a una amplitud de referencia y  $\psi$  es una fase adicional. Estas son dadas por

$$A_r^2 = A_1^2 + A_3^2, \quad \tan \psi = \frac{A_3}{A_1}, \quad (2.8)$$

Indicando que ambos  $A_r$  y  $\psi$  dependen de la variación de la amplitud de las ondas 1 y 3. Por lo que un importante efecto ha sido alcanzado: los corrimientos de fase han sido llevados a cabo por la variación de la amplitud, como es deseado. Sin embargo, estas amplitudes también pueden cambiar a  $A_r$  y por lo tanto, la visibilidad del patrón de interferencia también puede cambiar. A pesar de esto, PSI puede ser aplicado para la extracción de fase si la amplitud  $A_r$  es mantenida constante y  $\psi$  se mantiene variante cuando  $A_1$  y  $A_3$  son variados. Para ver más claro lo mencionado anteriormente, de acuerdo con la Ec.2.8, los valores de  $A_1$  y  $A_3$  pueden ser escritos como pares ordenados  $(A_1, A_3)$  en un sistema de coordenadas de referencia como lo muestra la Fig 2.6, donde las amplitudes son representadas solo en primer cuadrante debido a que son consideradas positivas, y la fase adicional  $\psi$  estará solo dentro del rango  $[0, \frac{\pi}{2}]$ . Adicionalmente, para mantener constante la visibilidad del patrón de interferencia, el par  $(A_1, A_3)$  debe estar en el arco de una circunferencia el cual tiene radio  $A_r$ . En este caso, las amplitudes pueden ser dadas por

$$A_1 = A_r \cos \phi, \quad A_3 = A_r \sin \phi, \quad (2.9)$$

Por lo que los valores de las amplitudes deben ser puestos en cuadratura respecto al corrimiento de fase  $\phi$ .

En una posible implementación experimental de este arreglo propuesto, la diferencia de fase de  $\pi/2$  entre la primera y la tercera onda puede alcanzarse por medio de una placa retardadora de un cuarto de longitud de onda. Las variaciones de amplitud pueden llevarse a cabo mediante filtros de densidad neutra o por el uso de los órdenes de difracción de una rejilla, por ejemplo una rejilla de Ronchi, donde cada orden es atenuado de acuerdo con la función sinc.

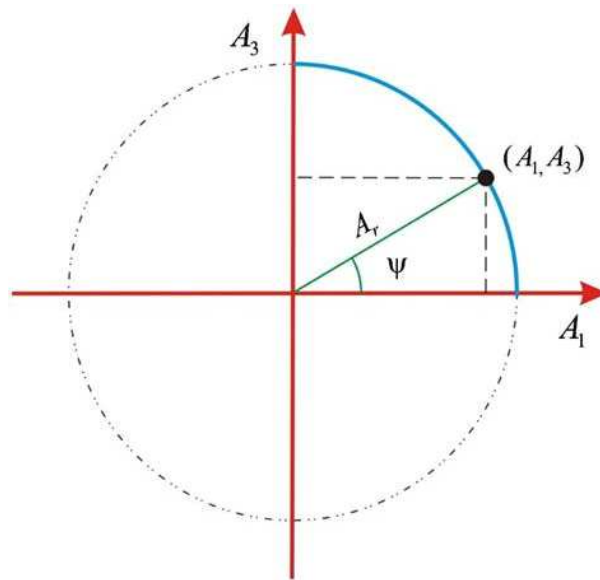


Figura 2.6: Amplitudes de las ondas 1 y 3 puestas en un sistema de referencia. Cualquier punto sobre el arco mantiene constante  $A_r$ , y  $\psi$  se varía como se requiera para PSI.

## 2.8. Interferometría de modulación de visibilidad de fase por modulación de amplitud binaria en no cuadratura con filtros de densidad neutra (PVMI)

Muchos métodos experimentales y algoritmos para recuperación de fase en interferometría de dos haces han sido propuestos y extensamente desarrollados. La interferometría de corrimiento de fase (PSI) es uno de métodos más ampliamente usados, el cual consiste en generar varios corrimientos de fase conocidos entre dos haces para formar un sistema de ecuaciones resoluble. Recientemente se ha propuesto generar corrimientos de fase mediante la variación de amplitud del campo eléctrico mediante las técnicas de Quadrature Amplitude Modulation (QAM) y Non-Quadrature Amplitude Modulation (NQAM).

### 2.8.1. Modelo Teórico

En esta sección se demuestra analíticamente la utilidad del método NQAM para el caso de modulación *on-off* en la modalidad de AM no homogéneo para la interferometría de recuperación de la fase del objeto, la cual implica que el método PSI no puede ser aplicado aquí, porque el método PAM no homogéneo modifica la visibilidad y el corrimiento de fase en vez de solo el corrimiento de fase como es apropiado para PSI. En el experimento, un interferómetro Mach-Zehnder es empleado, donde uno de los brazos es escogido para ser usado como de prueba y los otros son usados como brazos de referencia. La diferencia de fase de estas referencias es considerada que es espacialmente variable dentro del rango  $(0, \pi)$  en vez de constante. Esto es alcanzado por el ajuste de la diferencia de camino óptico. Por otro lado, la modulación *on-off* en los haces es hecha por el bloqueo y desbloqueo de ellos, así, las amplitudes toman el valor cero o máximo valor.

### 2.8.2. Principio

El arreglo mostrado en la Fig 2.7 muestra un interferómetro Mach-Zehnder de tres haces. El haz de que sale del láser es filtrado, expandido, y colimado para obtener una onda idealmente una onda sin inclinación, la cual es dividida en dos haces por el divisor de haz  $BS_1$ . Uno de estos dos haces es referido como el haz de referencia 1 ( $E_1$ ). El otro haz es subdividido por otro divisor de haz,  $BS_2$ , en otros dos haces, uno de estos es llamado “haz de referencia 3” ( $E_3$ ), mientras que el haz restante es llamado “haz de prueba” ( $E_2$ ). El haz de referencia  $E_1$  y  $E_3$  son sumados por  $BS_5$ , y el haz resultante es llamado “el haz de referencia” ( $E_r$ ). Finalmente  $E_r = E_1 + E_3$  es sumado con  $E_2$  por medio de  $BS_6$  y así, la suma  $E = E_1 + E_2 + E_3$  (o equivalentemente  $E = (E_r + E_2)$ ) es obtenido. Note que  $BS_3$  y  $BS_4$  pueden ser espejos, pero son escogidos como divisores de haz para compensar la pérdida de amplitud en los haces en la salida del interferómetro. Con esta idea, cada haz cruza cuatro divisores de haz, y de esta forma, los tres haces tienen similar amplitudes. Dejemos que  $AF_k = 0, 1$  con  $k = 1, 2, 3$ , representen la acción de un filtro de amplitud binario. Así,  $A_k$  toma solo valores cero y valores de amplitud máxima  $A_{kM}$ . Entonces, cada campo en la suma saliendo de  $BS_6$  puede ser expresado como

$$E_k(x, y, z, t) = A_k(x, y)e^{i[k_z z - \omega t + \phi_k(x, y)]} = AF_k A_{kM}(x, y)e^{i[k_z z - \omega t + \phi_k(x, y)]}, \quad (2.10)$$

donde cada campo es considerado que es coherente, linealmente polarizado, y viaja principalmente en la dirección  $z$  como una onda plana,  $k_z$  es el número de onda y  $\omega$  es la frecuencia temporal.  $A_k$  representa la variación espacial de las amplitudes debido a la iluminación no uniforme, la no linealidad del detector, o algún defecto en los componentes ópticos.  $\phi_k$  indica la variación de fase debido a el camino óptico, la aberración del sistema óptico, cambios en la temperatura, turbulencia atmosférica, vibraciones mecánicas, objeto bajo prueba, entre otros, y  $i = \sqrt{-1}$  es la unidad imaginaria.

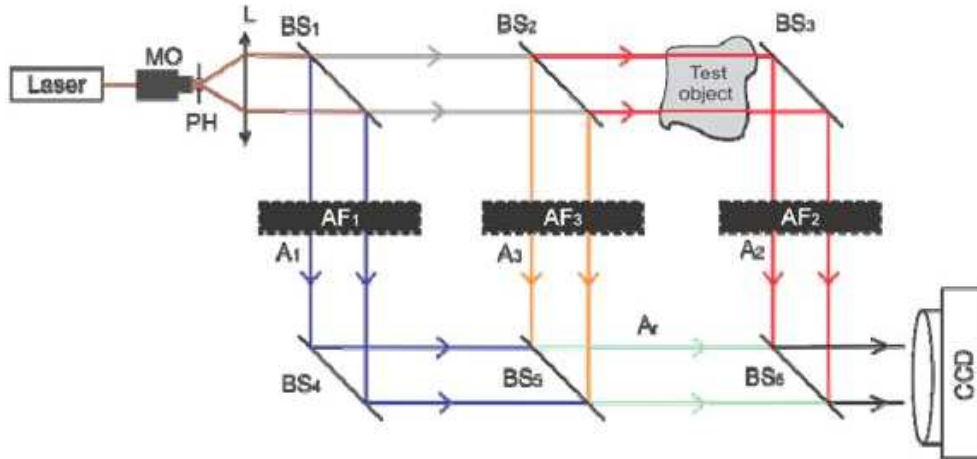


Figura 2.7: Interferómetro de Mach-Zehnder de tres haces. MO Objetivo de Microscopio, PH Pinhole, L Lente Convergente, BS Divisor de Haz, AF Filtro de Amplitud *on-off*, A Amplitud del Haz, y CCD

Consideremos la suma  $E_r = E_1 + E_3$  saliendo del divisor de haz  $BS_5$  o de  $BS_6$  pero con  $AF_2 = 0$ , cuya descripción usando Ec 2.10 puede ser simplemente escrita como

$$E_r(x, y) = A_r(x, y) \exp\{i[k_z z - \omega t + \phi_r(x, y)]\}, \quad (2.11)$$

donde,

$$A_r^2(x, y) = A_1^2(x, y) + A_3^2(x, y) + 2A_1(x, y)A_3(x, y) \cos \Delta\phi_{31}(x, y), \quad (2.12)$$

con  $\Delta\phi_{31}(x, y) = \phi_3(x, y) - \phi_1(x, y)$  y

$$\tan \phi_r(x, y) = \frac{A_1(x, y) \sin \phi_1(x, y) + A_3(x, y) \sin \phi_3(x, y)}{A_1(x, y) \cos \phi_1(x, y) + A_3(x, y) \cos \phi_3(x, y)}, \quad (2.13)$$

o, por considerar la diferencia de fase  $\Delta\phi_{31}(x, y)$ , y  $\Delta\phi_r(x, y) = \phi_r(x, y) - \phi_1(x, y)$ ,

$$\tan \Delta\phi_{r1}(x, y) = \frac{A_3(x, y) \sin \Delta\phi_{31}(x, y)}{A_1(x, y) + A_3(x, y) \cos \Delta\phi_{31}(x, y)}, \quad (2.14)$$

Esto indica que ambos  $A_r$  y  $\phi_r$  depende de las amplitudes  $A_1$  y  $A_3$  y las fases  $\phi_1$  y  $\phi_3$  (o su diferencia de fase  $\Delta\phi_{31}$ ). De la Ec. 2.14 es fácil demostrar que  $\Delta\phi_{r1} = \Delta\phi_{31}/2$  cuando  $A_1 = A_3$ .

En este arreglo, consideraremos  $\phi_1$  y  $\phi_3$  espacialmente variable y temporalmente constante, pero su diferencia  $\Delta\phi_{31}$  tiene que estar en el rango  $(0, \pi)$ . Así que, una vez establecido  $\phi_1$  y  $\phi_3$  (o  $\Delta\phi_{31}$ , entonces los valores respectivos de  $A_r$  y  $\phi_r$  (o  $\Delta\phi_{r1}$  solo dependerán de las amplitudes  $A_1$  y  $A_3$ . Note que, mientras  $\Delta\phi_{31}$  está restringido dentro del valor  $(0, \pi)$ ,  $\Delta\phi_{r1}$  puede tomar cualquier valor dentro del rango  $[0, 2\pi]$ , pero las amplitudes tienen que tomar valores negativos también. Esto se logra por un cambio de fase por  $\pi$  radianes en el campo.

Una descripción de interés práctico ocurre cuando  $A_1$  y  $A_3$  son expresados en términos de  $A_r$  y  $\Delta\phi_{r1}$

$$A_1(x, y) = \frac{A_r(x, y)}{\sin \Delta\phi_{31}(x, y)} \sin[\Delta\phi_{31}(x, y) - \Delta\phi_{r1}(x, y)]; \quad \Delta\phi_{31} \neq 0, \pi \quad (2.15)$$

$$A_3(x, y) = \frac{A_r(x, y)}{\sin \Delta\phi_{31}(x, y)} \sin \Delta\phi_{r1}(x, r), \quad (2.16)$$

Ya que para una fase deseada y un valor de amplitud, las amplitudes de referencia son obtenidas directamente de la Ec. 2.15 y 2.16. Sin embargo, las inconsistencias que aparecen cuando  $\Delta\phi_{31}(x, y) = 0, \pi$ . Por ejemplo, si  $A_r$  permanece constante  $\Delta\phi_{r1}$  no lo hace, las amplitudes de referencia en la Ec. 2.15 y 2.16 tienen que obedecer la ecuación de una elipse, como lo expresa en las Ec. 2.12, 2.13, 2.14. En tales ecuaciones, las amplitudes de referencia son vistas como puntos en el plano, una situación conocida como el caso de modulación solo-fase (PM). Por el contrario, si  $\Delta\phi_{r1}$  permanece constante y  $A_r$  no lo hace, decimos que tenemos el caso de modulación solo-amplitud (AM). Si  $A_r$  y  $\Delta\phi_{r1}$  son simultáneamente variables, el caso correspondiente es nombrado como el caso de modulación de amplitud y fase (PAM). La Fig 2.8 muestra estos tres casos para  $\Delta\phi_{31} = \frac{3\pi}{4}$ , donde los valores de  $A_r = 0.4, 0.7, 1.0, 1.3, 1.6$  y  $\Delta\phi_{r1} = \frac{2\pi n}{N}$  con  $n = 0, \dots, N - 1$  para  $N = 16$  han sido escogidos para ilustrar estos casos de modulación. En PM las amplitudes de referencia  $A_1$  y  $A_3$  son encontradas como puntos sobre el perímetro de las elipses para cada valor de  $A_r$  con  $\Delta\phi_{r1}$  como parámetros, mientras que en AM las ondas de referencia están dentro de una línea recta donde cada par de puntos es equivalente a estar en otro elemento de la misma familia de elipses que obedecen a  $A_1 \sin \Delta\phi_{r1} + A_3 \sin(\Delta\phi_{r1} - \Delta\phi_{31}) = 0$  con  $\Delta\phi_{r1}$  constante. Esta relación puede ser deducida de la Ec. 2.15, 2.16. En ambos casos, estas líneas son trazadas con líneas sólidas. Finalmente, el caso de PAM las amplitudes están en ambos, diferentes elipses y líneas rectas, las cuales están indicadas por líneas punteadas. En una situación experimental, el último caso sería el predominante debido a los defectos del sistema óptico y especialmente por los filtros de amplitud que son usados.

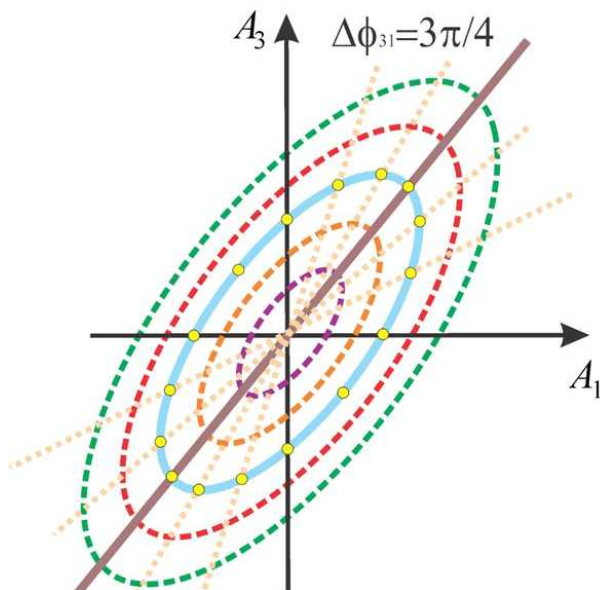


Figura 2.8: Modulación de Fase, Amplitud, y modulación de fase y amplitud

Ahora, consideremos el campo óptico total  $E$  saliendo de  $BS_6$  dado por la suma de los tres campos  $E_1 + E_2 + E_3$ , cuya intensidad, observada por un detector óptico (omitiendo coordenadas), esta descrita por

$$I(A_1, A_2, A_3) = A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + 2A_1A_2 \cos \phi + 2A_1A_3 \cos \Delta\phi_{31} + 2A_2A_3 \cos(\phi - \Delta\phi_{31}), \quad (2.17)$$

o, interpretado como la suma de solo dos campos  $E_r + E_2$ , la intensidad es descrita como,

$$I(A_1, A_2, A_3) = A_r^2(A_1, A_3) + A_2^2 + 2A_r(A_1, A_3)A_2 \cos(\phi - \Delta\phi_{r1}), \quad (2.18)$$

donde  $\phi = \phi_2 - \phi_1$  representa la fase del objeto como es comúnmente hecho en un interferómetro de dos haces.  $\Delta\phi_{r1}$  se convierte en un término de fase adicional dado por la Ec. 2.14, la cual depende de las amplitudes  $A_1$  y  $A_3$  y la diferencia de fase  $\Delta\phi_{31}$ .

Para una demostración experimental, la deducción analítica debe ser realizada de la medición de las intensidades, como sucedería si un detector óptico observa los campos salientes de  $BS_6$ . Entonces, para el caso de modulación *on-off* y tomando en cuenta la Ec 2.10, las siguientes intensidades pueden ser capturadas

$$I(A_1, 0, 0) = A_{1M}^2 = I_1, \quad (2.19)$$

$$I(0, A_2, 0) = A_{2M}^2 = I_2, \quad (2.20)$$

$$I(0, 0, A_3) = A_{3M}^2 = I_3, \quad (2.21)$$

$$I(A_1, A_2, 0) = A_{1M}^2 + A_{2M}^2 + 2A_{1M}A_{2M} \cos \phi = I_{12}, \quad (2.22)$$

$$I(A_1, 0, A_3) = A_{1M}^2 + A_{3M}^2 + 2A_{1M}A_{3M} \cos \Delta\phi_{31} = I_r, \quad (2.23)$$

$$I(0, A_2, A_3) = A_{2M}^2 + A_{3M}^2 + 2A_{2M}A_{3M} \cos(\phi - \Delta\phi_{31}) = I_{23}, \quad (2.24)$$

$$I(A_1, A_2, A_3) = A_r^2(A_{1M}, A_{3M}) + A_{2M}^2 + 2A_r(A_{1M}, A_{3M})A_{2M} \cos(\phi - \Delta\phi_{r1}) = I, \quad (2.25)$$

donde se ha asumido solo dos valores para  $AF_k$ , 0 o 1. El caso trivial  $I(0, 0, 0) = 0$  ha sido omitido. De las Ecs 2.19, 2.21 y 2.23 la diferencia de fase  $\Delta\phi_{31}$  es fácilmente calculada como

$$\cos \Delta\phi_{31} = \frac{I_r - I_1 - I_3}{2\sqrt{I_1 I_3}}; \quad \Delta\phi_{31} \in (0, \pi), \quad (2.26)$$

con  $I_1, I_3 \neq 0$  y sustituyendo este resultado en la Ec. 2.19 y 2.21 en la Ec. 2.14, es posible reescribir  $\Delta\phi_{r1}$  como

$$\tan \Delta\phi_{r1} = \frac{\sqrt{4I_1 I_3 - (I_r - I_1 - I_3)^2}}{I_r + I_1 - I_3}, \quad (2.27)$$

Aquí, si  $I_1 = 0$ , de la Ec. 2.12,  $I_r = I_3$ . Por lo tanto, la Ec.2.27 es indefinida, pero de la Ec.2.14 la solución dada por  $\Delta\phi_{r1} = \Delta\phi_{31}$ , y para  $I_3 = 0$ , de la Ec. 2.12  $I_r = I_1$ . Por lo tanto, de la Ec. 2.27  $\Delta\phi_{r1} = 0$ , como lo es esperado. Alternativamente, una expresión más simple para  $\Delta\phi_{r1}$  puede ser deducida de la Ec. 2.14 y utilizando las Ecs. 2.19 y 2.21

$$\cos \Delta\phi_{r1} = \frac{I_r + I_1 - I_3}{2\sqrt{I_r I_3}}; \quad \Delta\phi_{r1} \in [0, \Delta\phi_{31}], \quad (2.28)$$

Por lo tanto los cambios de fase pueden ser calculados de las intensidades medidas. De la Ec 2.19 etc, los siguientes interferogramas normalizados pueden ser fácilmente deducidos como

$$\overline{I_{12}} = \cos \phi = \frac{I_{12} - I_1 - I_2}{2\sqrt{I_r I_2}}, \quad (2.29)$$

$$\overline{I} = \cos(\phi - \Delta\phi_{r1}) = \frac{I - I_r - I_2}{2\sqrt{I_r I_2}}, \quad (2.30)$$

$$\overline{I_{23}} = \cos(\phi - \Delta\phi_{31}) = \frac{I_{23} - I_2 - I_3}{2\sqrt{I_2 I_3}}, \quad (2.31)$$

Estos patrones tiene la fase adicional,  $0, \Delta\phi_{r1}, \Delta\phi_{31}$  que pueden ser conocidos mediante la Ec. 2.26, 2.27, 2.28. Notese que, cuando  $A_3 = 0$  de la Ec 2.27 o 2.28,  $\Delta\phi_{r1} = 0$ , la cual es el caso de Ec 2.29. Similarmente,  $\Delta\phi_{r1} = \Delta\phi_{31}$  toma lugar cuando  $A_1 = 0$ , la cual es el caso de la Ec 2.31. Por lo que, estos dos valores de  $\Delta\phi_{r1}$  son casos especiales de modulación de amplitud que son localizados en el eje positivo de la Fig 2.8, siendo el caso genera (Ec 2.30) cuando  $A_1$  y  $A_3$  son diferentes de cero. Con estos patrones, la fase deseada  $\phi$  puede ser obtenida de la Ec.2.26-2.27-2.28 Ec. 2.30 y Ec.2.31, es posible expresarlo como

$$\tan \phi = \frac{\overline{I} \cos \Delta\phi_{31} - \overline{I_{23}} \cos \Delta\phi_{r1}}{\overline{I} \sin \Delta\phi_{31} - \overline{I_{23}} \sin \Delta\phi_{r1}}, \quad (2.32)$$

### 2.8.3. Conclusiones

Se presenta los interferómetros mas comunes que han sido creados, así como las características básicas del interferómetro por mudulación de amplitud que ha sido desarrollado en los últimos años en el

---

Laboratorio de Luz estructurada este ultimo trabajo realizado por el Dr. Uriel Rivera Ortega, en su Tesis Doctoral que sera analizado en los capítulos posteriores en presencia de ruido.

## Capítulo 3

# Análisis de ruido en la técnica *PVMI* y *PSI* (Simulaciones en Matlab).

En la siguiente sección se describe el trabajo realizado en Matlab, en donde se genera ruido blanco aditivo gaussiano AWGN en decibeles (dB), y se le aplica a las amplitudes y fases del arreglo propuesto como PVMI, además se hace una descripción de la implementación del algoritmo de corrimiento de fase (PSI) de cuatro pasos, en el cual, se aplicaron las mismas condiciones para generar ruido AWGN también en este método, para posteriormente comparar ambos métodos PSI y PVMI en presencia de las mismas condiciones de ruido y se realiza una comparación de la desviación estándar de un punto común para ambos métodos en sus fases envueltas.

Se llevó a cabo simulaciones numéricas en Matlab, para el análisis de ruido, lo que se hizo inicialmente fue replicar el algoritmo PVMI para posteriormente realizar el análisis de ruido, lo que se propuso inicialmente fue generar diferentes funciones para los valores de amplitud y fase iniciales, es decir: los valores de  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , junto con las fases  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\phi_3$ , y a estas funciones generadas, agregarles ruido.

### 3.0.4. Forma en la que se generó Ruido en Matlab (AWGN)

La forma en la cual se implementó ruido fue del tipo aditivo blanco gaussiano (AWGN), en Matlab mediante la función llamada *awgn()*, con la cual uno puede agregar un ruido aditivo blanco gaussiano para obtener la relación deseada Señal a Ruido (Signal to Noise Ratio) SNR, el principal uso de esta función es agregar AWGN a una señal limpia (con un SNR infinito), para conseguir una señal resultante con un SNR en particular (usualmente especificada en *dB*).

La función  $y = \text{awgn}(x, \text{SNR}, 'measured')$ , primero mide la potencia del vector de la señal  $x$  y entonces agrega ruido blanco gaussiano a  $x$  para el nivel de SNR dado en dB. La señal resultante  $y$  está garantizada que contiene el SNR especificado.

### 3.0.5. Función Personalizada para agregar ruido AWGN

La forma en que la función AWGN genera el ruido puede comprenderse mediante el siguiente proceso que se describe a continuación:

- 1) Asuma que cuenta con un vector  $x$  al cual se necesita agregarle ruido AWGN para un SNR dado (especificado en dB).
- 2) Se mide la potencia del vector  $x$  mediante

$$E_s = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} |x(i)|^2 \quad (3.1)$$

Donde  $L$  = longitud de ( $x$ )

- 3) Se convierte el SNR dado en dB a escala lineal ( $SNR_{lin}$ ) y se encuentra el vector de ruido (de una distribución Gaussiana de variancia especifica de ruido) usando la siguiente ecuación

$$ruido = \sqrt{\frac{E_s}{SNR_{lin}}} * rand(1, L) \quad (3.2)$$

- 4) Finalmente se agrega el vector generado con ruido a la señal  $x$   
 $y = x + ruido$

Considerando esta forma de implementar ruido AWGN se utilizó en los datos de entrada de amplitud y fase que hemos venido manejando en la simulación de PVMI. Para este caso se dividió el análisis en tres etapas:

#### **Caso 1**

- Funciones de Amplitudes  $A_1, A_2, A_3$  con ruido en dB.
- Funciones de Fase  $\phi_1, \phi_3$  sin ruido.

---

### *Caso 2*

- Funciones de Amplitudes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  sin ruido.
- Funciones de Fase  $\phi_1$ ,  $\phi_3$  con ruido en dB.

### *Caso 3*

- Funciones de Amplitudes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  con ruido en dB.
- Funciones de Fase  $\phi_1$ ,  $\phi_3$  con ruido en dB.

## 3.0.6. Descripción de las Etapas

### *Caso 1:*

Esta etapa consiste en la generación de ruido en dB en las amplitudes de entrada las cuales son  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , manteniendo las fases  $\phi_1$ ,  $\phi_3$  como funciones constantes, se llevó a cabo un análisis del comportamiento del método PVMI en los rangos de (1 – 60 dB), en el caso de 1 dB de ruido en la amplitud de entrada, la potencia del ruido es casi igual a la potencia de la amplitud  $A_1$ , por lo que la cantidad de ruido es muy grande en los datos de entrada. La Fig 3.1 muestra este hecho, en donde Fig 3.1 (a) se muestra el aspecto de la función de amplitud  $A_1$  sin ruido, en la Fig 3.1 (b) se muestra la misma función con ruido *AWGN* a 1 dB.

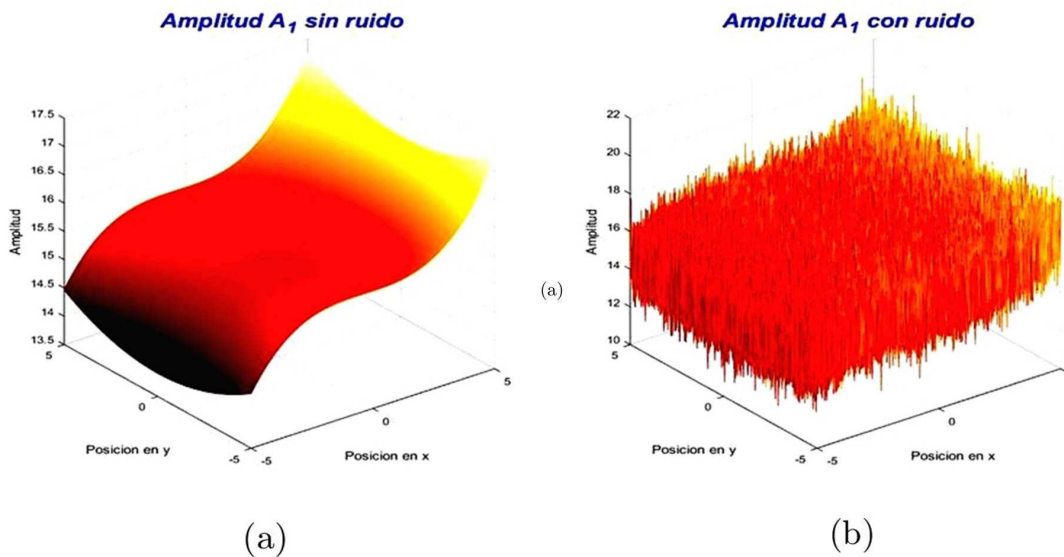


Figura 3.1: Se presenta la generación de ruido *AWGN* en la amplitud de entrada  $A_1$ , (a) Amplitud  $A_1$  sin ruido, (b) Amplitud  $A_1$  con ruido a  $1dB$ .

El valor de  $1\text{ dB}$  en la amplitud  $A_1$  hace irreconocible la forma original de la función de entrada  $A_1$ , sin embargo a medida que se incrementa el valor de  $\text{dB}$ s la amplitud del ruido va disminuyendo permitiendo que se vaya reconociendo de mejor forma la información original, en la Fig 3.2 se muestra la misma información de la amplitud de entrada  $A_1$  pero ahora con ruido *AGWN* a  $20\text{ dB}$ , por consiguiente una función de entrada  $A_1$  sin ruido consistiría en un valor  $\text{dB}$  muy grande (infinito).

Este método fue implementado para las tres amplitudes de entrada  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  en donde el análisis se llevó a cabo para valores en el rango de 1 – 60 dB, siendo el valor de 1 dB el que presenta mayor cantidad en la amplitud del ruido, sin embargo las fases de entrada  $\phi_1$  y  $\phi_3$  se definieron como funciones constantes en las cuales no fueron superiores al valor a  $\pi$ , esta condición también está presente para la diferencia de la fase  $\Delta\phi_{31} = \phi_3 - \phi_1$ .

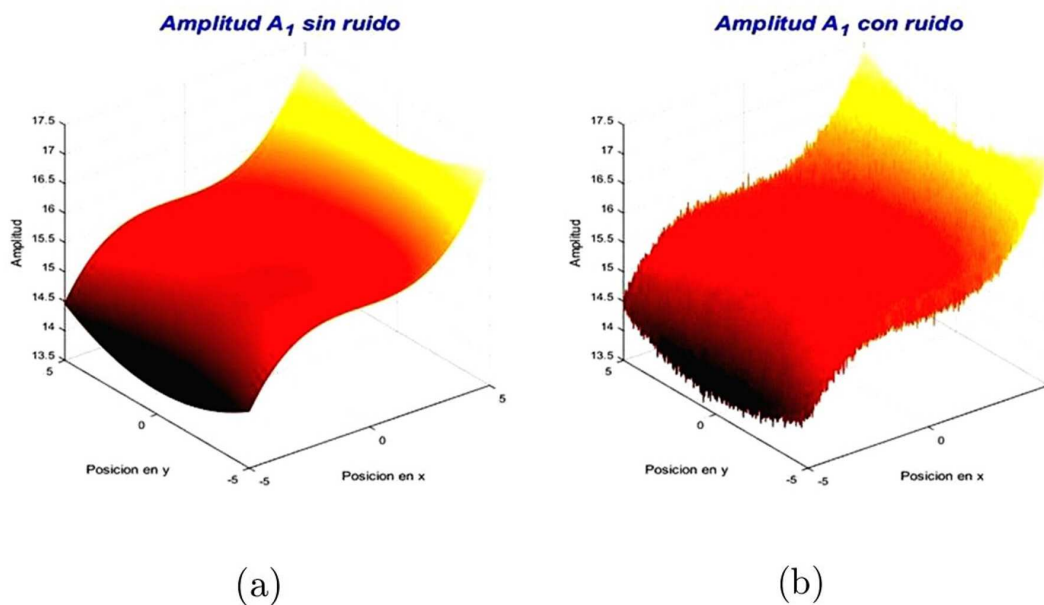


Figura 3.2: Se presenta la generación de ruido *AWGN* en la amplitud de entrada  $A_1$ , (a) Amplitud  $A_1$  sin ruido, (b) Amplitud  $A_1$  con ruido a 20 dB.

La Fig 3.3 muestra las funciones de entrada de amplitud  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , las cuales cuentan con ruido *AWGN* a 1 dB mientras que las funciones constantes de fase  $\phi_1$  y  $\phi_3$  no cuentan con ruido. En las graficas mostradas en este capitulo el eje  $x$  corresponde a los datos en la posición  $x$ , los datos en el eje  $y$  corresponden a los datos en la posición  $y$  y los datos en el eje  $z$  corresponden a la *amplitud de la función*, estos datos se omiten para simplificar la visualización ya que lo importante en este momento es observar la forma de la función en su totalidad.

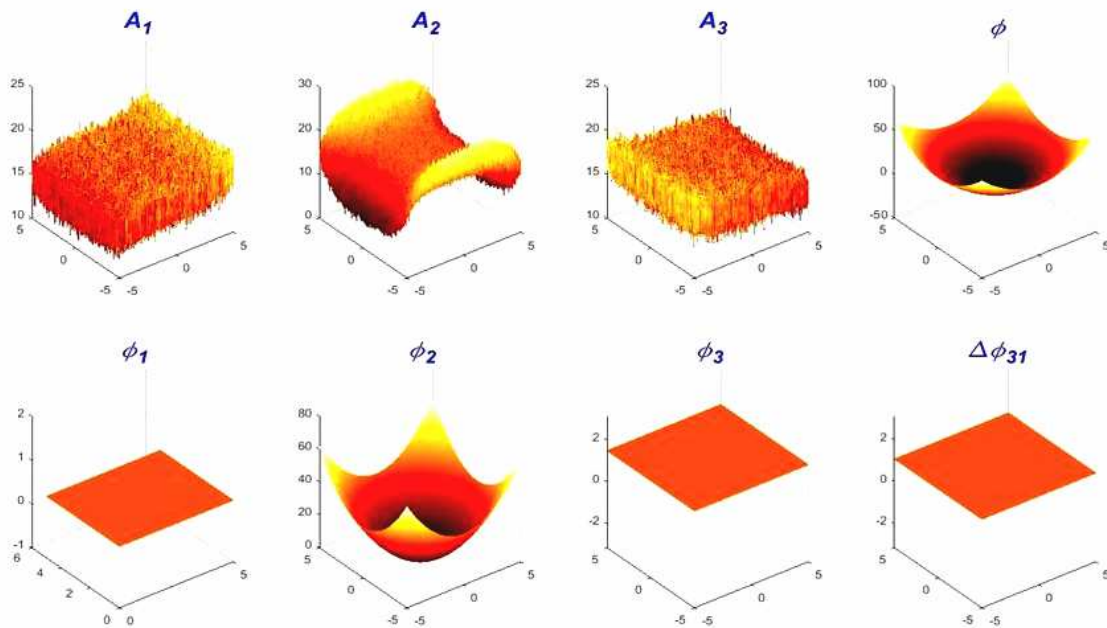


Figura 3.3: Funciones de Amplitud  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  con ruido *AWGN* a 1 dB, fases de entrada  $\phi_1$  y  $\phi_3$  como funciones constantes sin ruido, así como diferencias de fase  $\Delta\phi_{31} = \phi_3 - \phi_2$  y  $\phi = \phi_2 - \phi_1$ .

Los patrones de interferencia observados en la salida del interferómetro son calculados usando los campos utilizando las amplitudes y las fases mostradas en la Fig 3.3, por lo que se obtienen las intensidades mostradas en la Fig3.4.

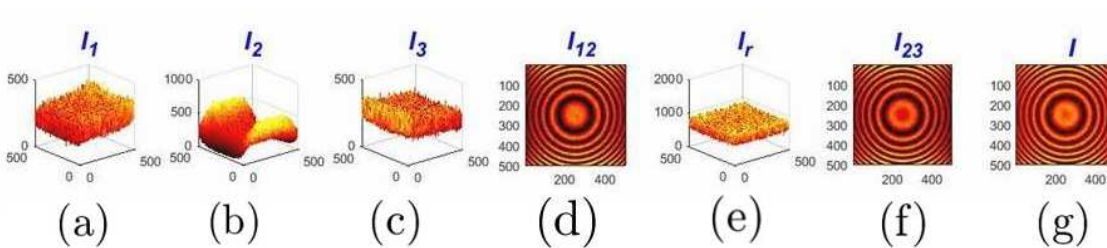


Figura 3.4: Intensidades obtenidas en la salida del interferómetro para todos los casos de *on-off* en modulación de amplitud.

Los interferogramas Normalizados y sus variaciones de fase se muestran en la Fig3.5 y Fig 3.6 respectivamente.

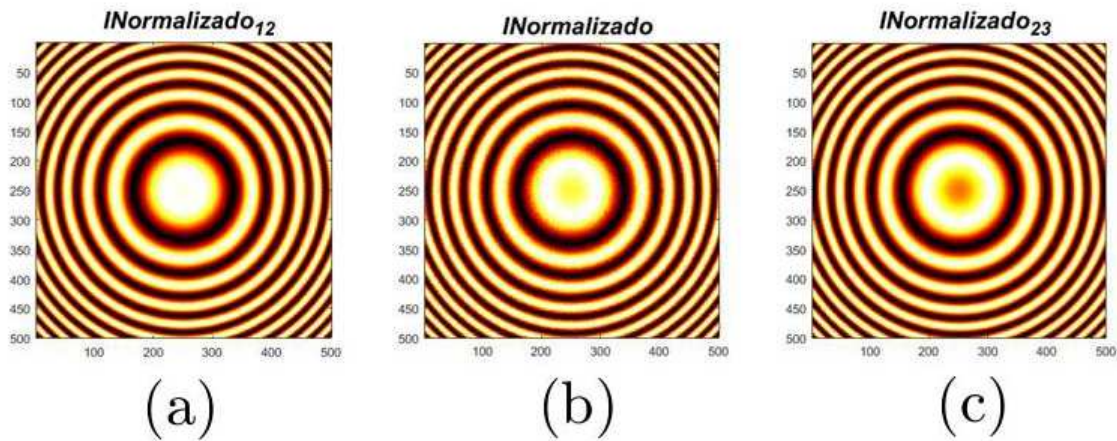


Figura 3.5: Interferogramas Normalizados.

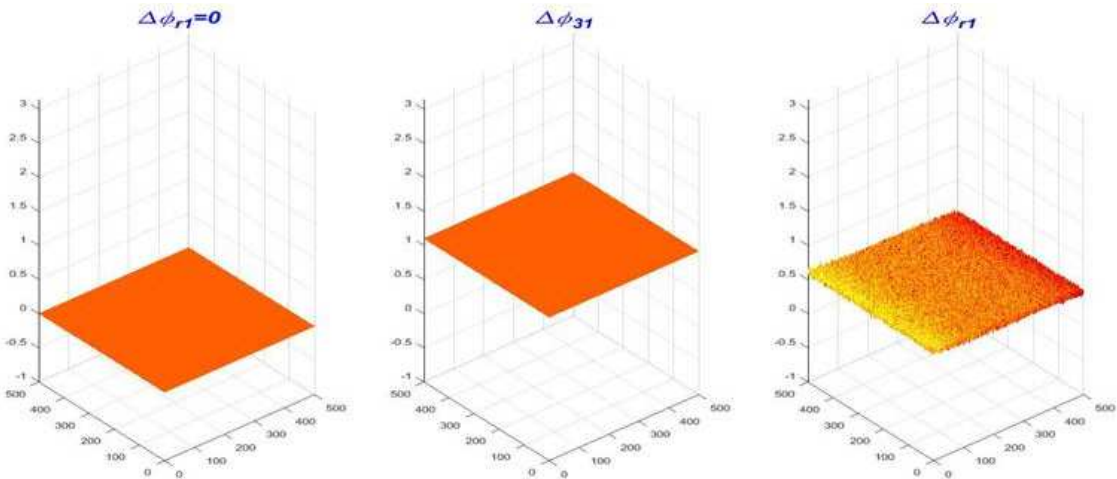


Figura 3.6: Variaciones espaciales de fase para cada interferograma como resultado de *on-off* en *NQAM*.

Posteriormente se calcula la fase envuelta como lo muestra la Fig 3.7 (a), en el cual se muestra el aspecto general de la fase envuelta en el rango de  $-\pi$  a  $\pi$ , en Fig 3.7 (b) muestra una línea central de la fase envuelta previamente mencionada, se observa que el aspecto de esta línea central es casi ideal y no existen rastros de ruido dentro de esta fase envuelta, al desenvolver la fase envuelta mediante el algoritmos de Itoh es posible desenvolver la información sin ningún problema como lo muestra la Fig 3.7 (c), en la Fig 3.7 (d) se muestra la línea central de la fase desenvuelta, en Fig 3.7 (e) se presenta la fase  $\phi$  que es la fase del objeto que se desea recuperar y en la Fig 3.7 (f) se presenta la línea central

de la fase del objeto  $\phi$ , se observa que la información recuperada de la fase envuelta es la misma que la fase del objeto, por lo que la recuperación de la fase del objeto puede llevarse a cabo cuando las amplitudes de entrada cuentan con ruido *AWGN* a 1 dB.

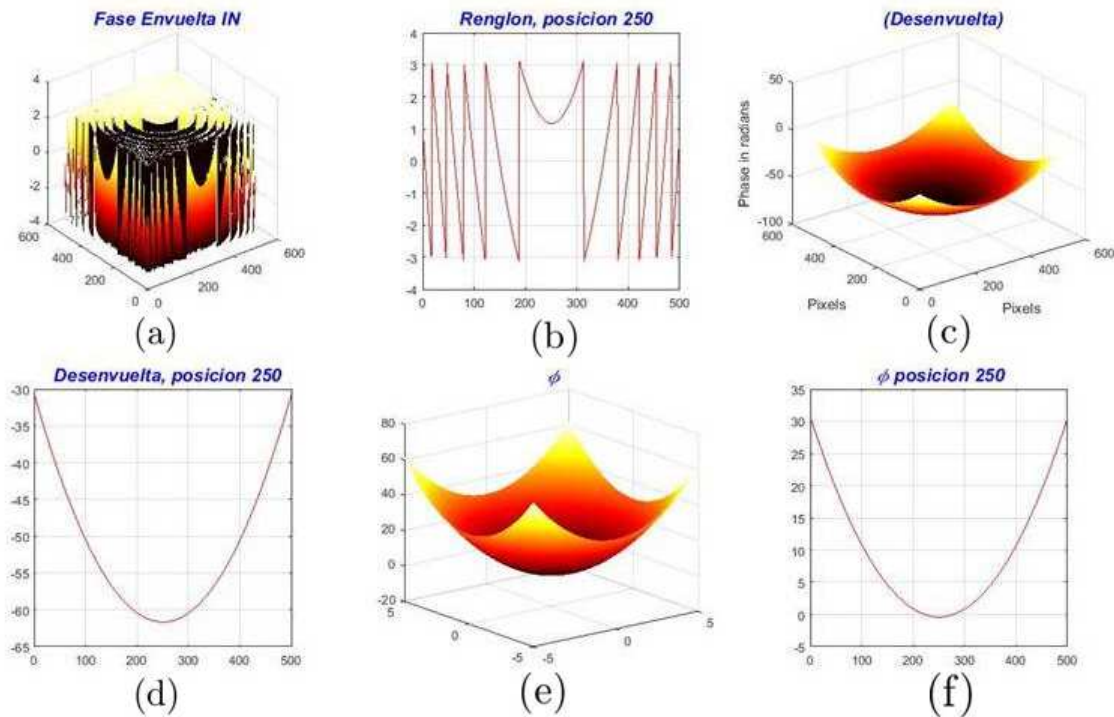


Figura 3.7: (a) Cálculo de la fase envuelta, (b) se presenta una línea centra de la fase envuelta, (c) se desenvuelve la información, (d) línea central de la fase desenvuelta, (e)  $\phi$  fase del objeto a recuperar, (f) línea central de la fase del objeto  $\phi$ .

Este hecho es importante ya que, de ser posible de mantener las fases constantes como las presentadas en la Fig 3.3 no importa el nivel de ruido existente en las amplitudes de entrada la recuperación de la fase del objeto  $\phi$  puede llevarse a cabo sin ningun problema, siendo esta una característica de la técnica *PVMI* que muestra que es inmune al ruido de amplitud.

### Caso 2:

El caso dos consiste en la utilización de funciones de amplitud de entrada sin ruido y las funciones constantes de fase ahora con ruido, como lo muestra la Fig. 3.8.

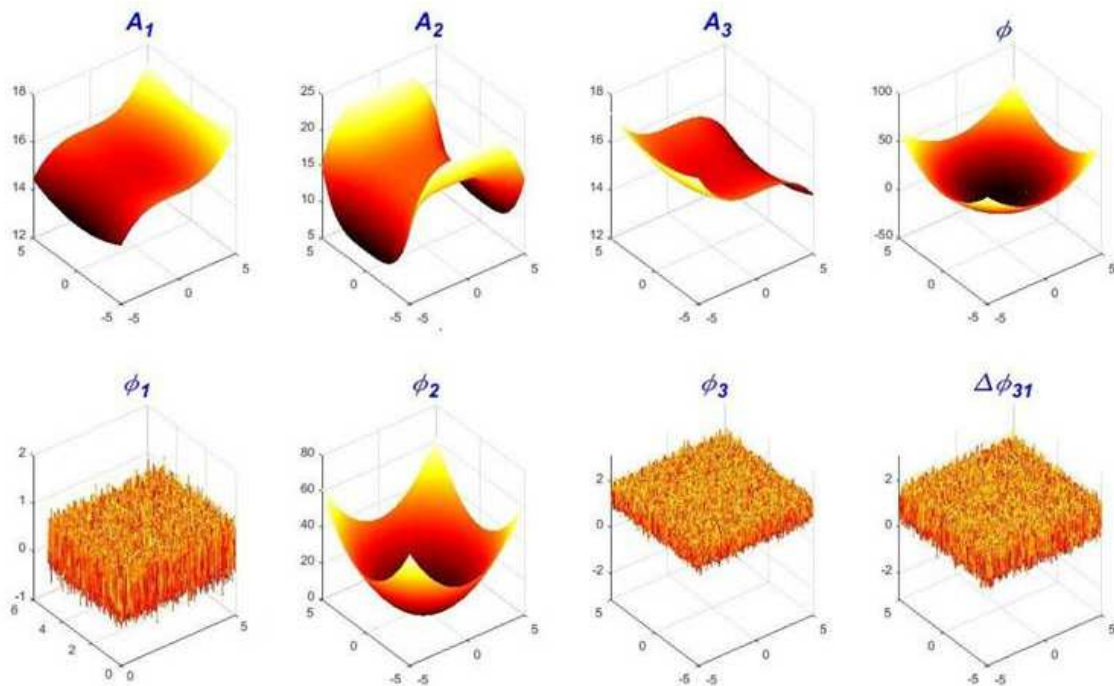


Figura 3.8: Funciones de Amplitud  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  sin ruido, fases de entrada  $\phi_1$  y  $\phi_3$  con ruido *AWGN* a 13 dB, así como diferencias de fase  $\Delta\phi_{31} = \phi_3 - \phi_1$  y  $\phi = \phi_2 - \phi_1$ .

Se realizó el análisis en donde se observó el comportamiento del arreglo de 1 – 60 dB, cabe mencionar que la condición de que las fases así como su diferencia estén en el rango de  $-\pi$  a  $\pi$  debe cumplirse para un óptimo funcionamiento y recuperación de la fase del objeto  $\phi$ , sin embargo con estas características no es posible mantener esta condición ya que a mayor ruido por ejemplo a 1 dB se sobre pasa por mucho el rango de operación mencionado, siendo los valores de fase una parte critica importante para este arreglo. Se observa que a partir de valores menores a 13 dB el ruido puede afectar de manera considerable la fase envuelta, siendo este un inconveniente para poder desenvolver la información de manera correcta, ya que los errores que se propagan en el desenvolvimiento no permite recuperar de manera correcta la fase del objeto  $\phi$ . Este hecho se muestra e la Fig 3.9. en donde en la parte Fig 3.9 (b) se observa una línea central de la fase envuelta, la cual cuenta con ciertas alteraciones en el perfil, característica muy diferente encontrada en el caso 1, a partir de 13 dB es posible observar la recuperación de la fase del objeto  $\phi$ , pero todavía con ciertos errores, sin embargo esta característica se supera a medida que se incrementan los decibeles en las fases de entrada  $\phi_1$ ,  $\phi_3$  condición que hace posible que estas fases de entrada permanezcan en el rango de operación de  $-\pi$  a  $\pi$ .

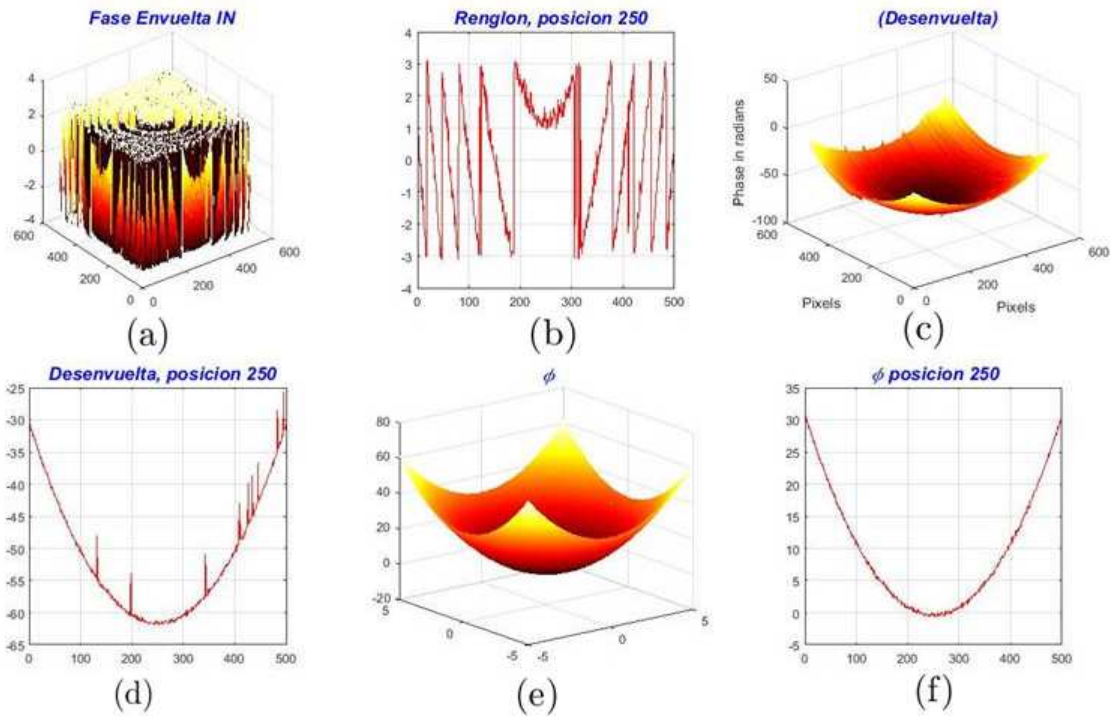


Figura 3.9: (a) Cálculo de la fase envuelta, (b) se presenta una línea centra de la fase envuelta, (c) se desenvuelve la información, (d) línea central de la fase desenvuelta, (e)  $\phi$  fase del objeto a recuperar, (f) línea central de la fase del objeto  $\phi$ .

### Caso 3:

Este caso consiste en la generación de ruido *AWGN* en las amplitudes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  y en las fases  $\phi_1$ ,  $\phi_3$ , como lo muestra la Fig 3.10. Con estas características se calcularon las intensidades a la salida del interferómetro como lo muestra la Fig 3.11, así como los interferogramas normalizados mostrados en la Fig 3.12 para continuar con los corrimientos de fase mostrados en la Fig. 3.13, lo que se puede observar es que la incorporación de ruido *AWGN* en amplitudes y fases de entrada, limita en gran medida la recuperación de la fase del objeto  $\phi$ , especialmente en los datos de fase, ya que no importando el nivel de ruido en amplitudes es posible recuperar la fase del objeto  $\phi$  si se mantienen las fases dentro del rango de operación mencionado, sin embargo en esta etapa se considera el mismo nivel de ruido *AWGN* en dB para ambos casos, amplitud y fase, por lo que se encontró que a partir de los 13 dB se comienza a observar que después de desenvolver la fase envuelta calculada se va acercando a los valores de la fase del objeto  $\phi$ .

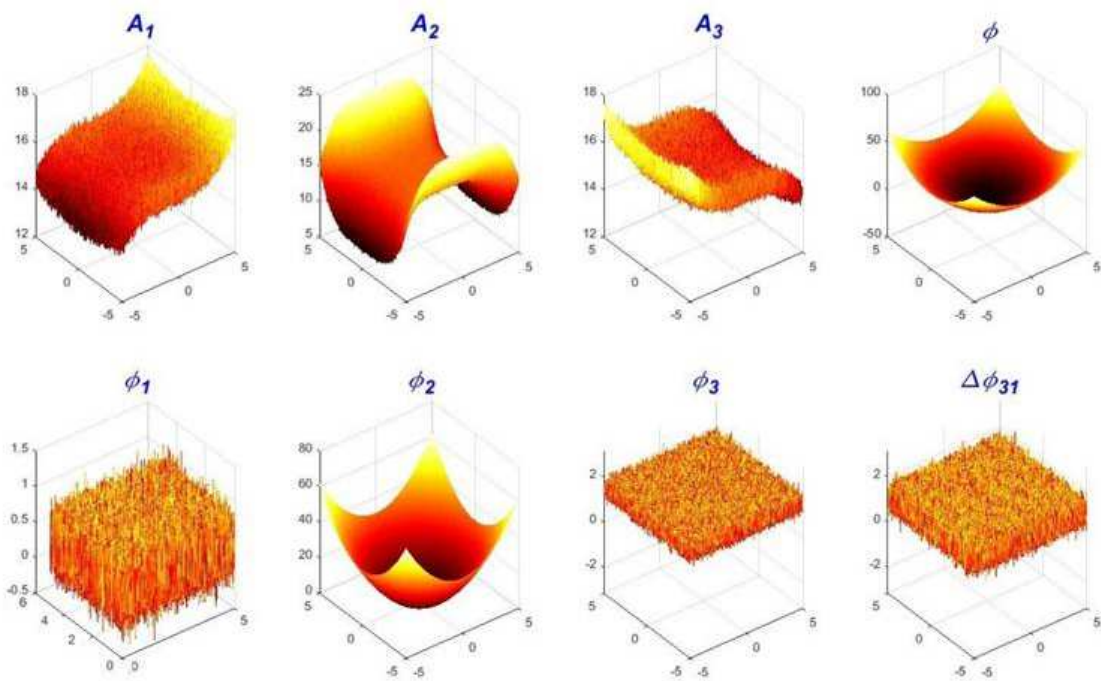


Figura 3.10: a) Funciones de Amplitud  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  con ruido *AWGN* a 13 dB, fases de entrada  $\phi_1$  y  $\phi_3$  como funciones constantes con ruido *AWGN* a 13 dB, así como diferencias de fase  $\Delta\phi_{31} = \phi_3 - \phi_1$  y  $\phi = \phi_2 - \phi_1$ .

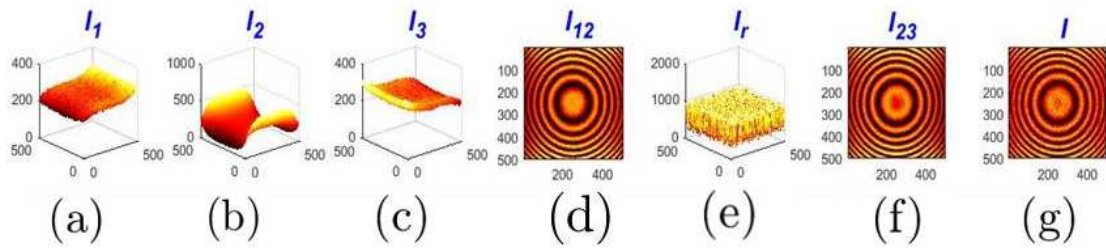


Figura 3.11: Intensidades obtenidas en la salida del interferómetro para todos los casos de *on-off* en modulación de amplitud.

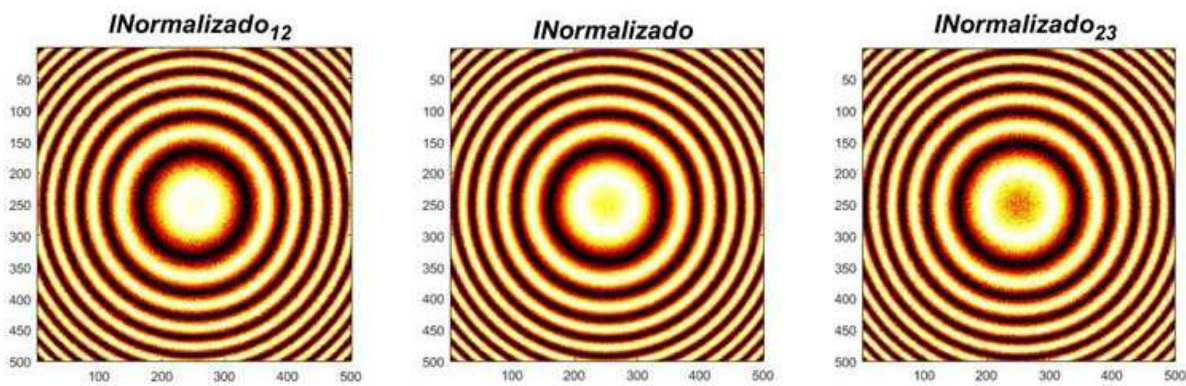


Figura 3.12: Interferogramas Normalizados.

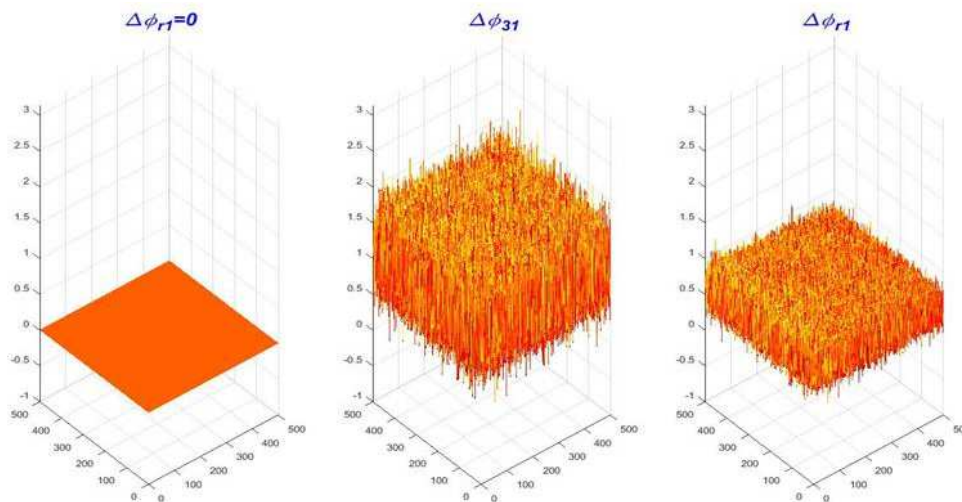


Figura 3.13: Variaciones espaciales de fase para cada interferograma como resultado de *on-off* en *NQAM*.

Para este caso, se dificulta mucho poder hacer una buena recuperación de la fase del objeto  $\phi$  debajo de valores de 13 dB, ya que existen muchos errores que se propagan en el desenvolvimiento de la fase calculada.

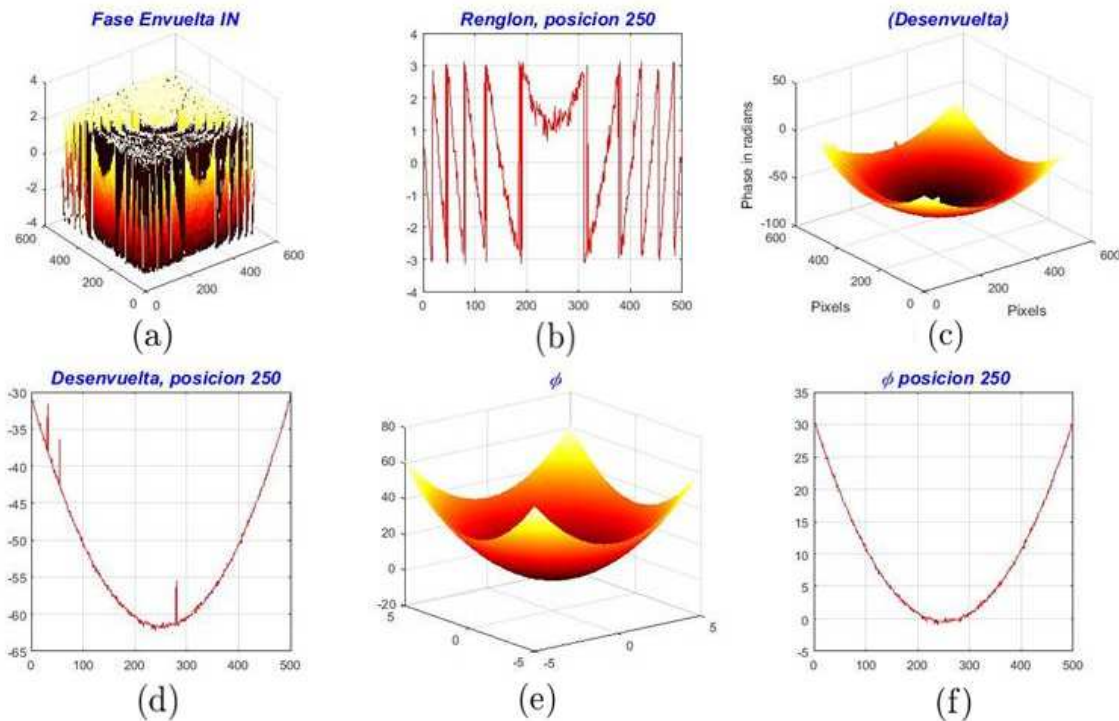


Figura 3.14: (a) Cálculo de la fase envuelta, (b) se presenta una línea centra de la fase envuelta, (c) se desenvuelve la información, (d) línea central de la fase desenvuelta, (e)  $\phi$  fase del objeto a recuperar, (f) línea central de la fase del objeto  $\phi$ .

En la Fig 3.14 a) se muestran las características de la fase envuelta calculada, en Fig 3.14 (b) se muestra el aspecto de una línea central de la fase envuelta, así como el desenvolvimiento Fig 3.14 (c) y (d).

En los casos 1 – 3 antes descritos dan una idea del comportamiento del arreglo propuesto PVMI en condiciones de ruido *AWGN*, muestran que el arreglo tiene una buena tolerancia al ruido en amplitud, sin embargo el ruido en la fase es de importancia extrema, ya que existe una tolerancia al ruido en fases, siempre y cuando este ruido existente no supere el rango de operación de  $-\pi$  a  $\pi$ , de lo contrario no es posible recuperar la fase del objeto  $\phi$  de manera satisfactoria.

La siguiente tarea que se realizó fue la implementación del algoritmo de Phase Shifting Interferometry (PSI) de 4 pasos o corrimientos para más adelante comparar los dos métodos *PVMI* vs *PSI* en las mismas circunstancias de ruido *AWGN*. Debido a que es de vital importancia conocer el comportamiento de *PVMI* así como de *PSI* en presencia de ruido, lo encontrado hasta este momento fue que es difícil llevar a cabo un desenvolvimiento satisfactorio de la fase envuelta calculada en presencia de mucho ruido, como lo podría ser de 1 – 10 dB, por lo que se consideró a partir de este punto solo trabajar con las fases envueltas calculadas y realizar la comparación entre estas fases envueltas en

ambos métodos sin llevar a cabo el desenvolvimiento de fase, por lo que los resultados mostrados a partir de este punto solo muestran las fases envueltas calculadas.

### 3.0.7. Interferometría de corrimiento de fase (PSI)

La implementación del algoritmo de *PSI* se realizó utilizando los mismos datos que se usaron en *PVMI* por lo que los datos de amplitud y fase fueron los mismos, al igual que el mismo método para la generación de ruido *AWGN* en la amplitud y en la fase requeridos.

La Fig 3.15 muestra el aspecto general de las amplitudes y fases utilizadas que corresponden a los mismos datos de *PVMI* pero ahora para generar el algoritmo de *PSI*, la fila de la parte superior corresponde a los datos de amplitud  $A_1$ ,  $A_2$ , y fases  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ , en la fila inferior se muestran los mismos datos pero ahora con 1 dB de ruido.

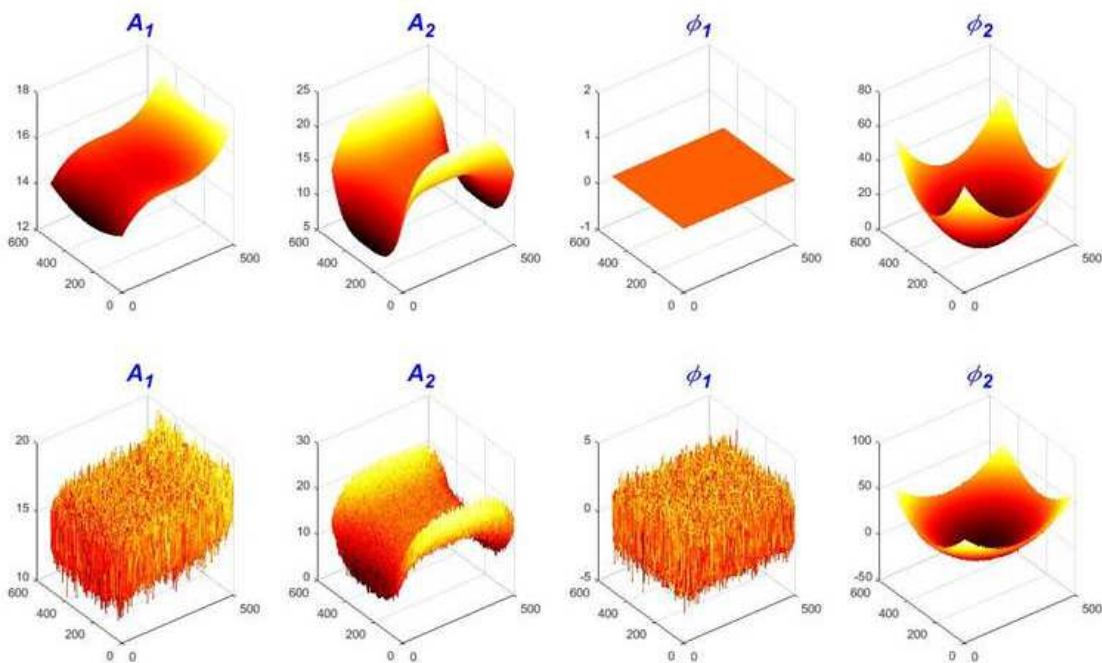


Figura 3.15: Muestra el aspecto general de amplitud  $A_1$ ,  $A_2$ , y fases  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  en la fila superior sin ruido y en la fila inferior con 1 dB de ruido.

Estos datos son utilizados para generar los 4 corrimientos de fase necesarios y posteriormente calcular la fase envuelta, en la Fig 3.16 se presenta el aspecto de los corrimientos generados, la fila superior representa los 4 corrimientos sin ruido, mientras la fila inferior representan los mismos corrimientos que la parte superior pero ahora con 1 dB de ruido *AWGN*. Por lo que cada columna corresponde al mismo corrimiento en ausencia de ruido en la parte superior y con ruido en la parte inferior.

El aspecto de la fase envuelta para el método de *PSI* en ausencia y en presencia de ruido se muestra en la Fig 3.17, nótese que en ausencia de ruido la información es fácilmente desmenuzable, sin embargo

en presencia de ruido la información no es tan fácil de trabajar, requiriendo algoritmos avanzados de desenvolvimiento para este tipo de información, es por ello que nos limitamos a trabajar solamente con fases envueltas.

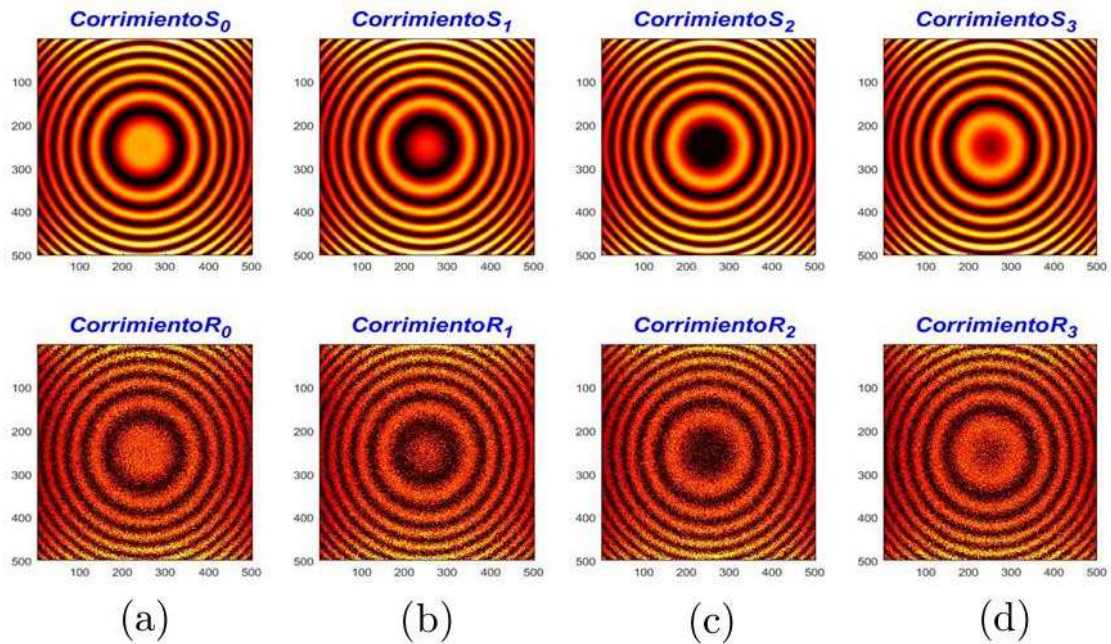


Figura 3.16: Columna (a) corrimiento  $0 = 0$ , Columna (b) corrimiento  $1 = \pi/2$ , Columna (c) corrimiento  $2 = \pi$ , Columna (d) corrimiento  $3 = 3\pi/2$

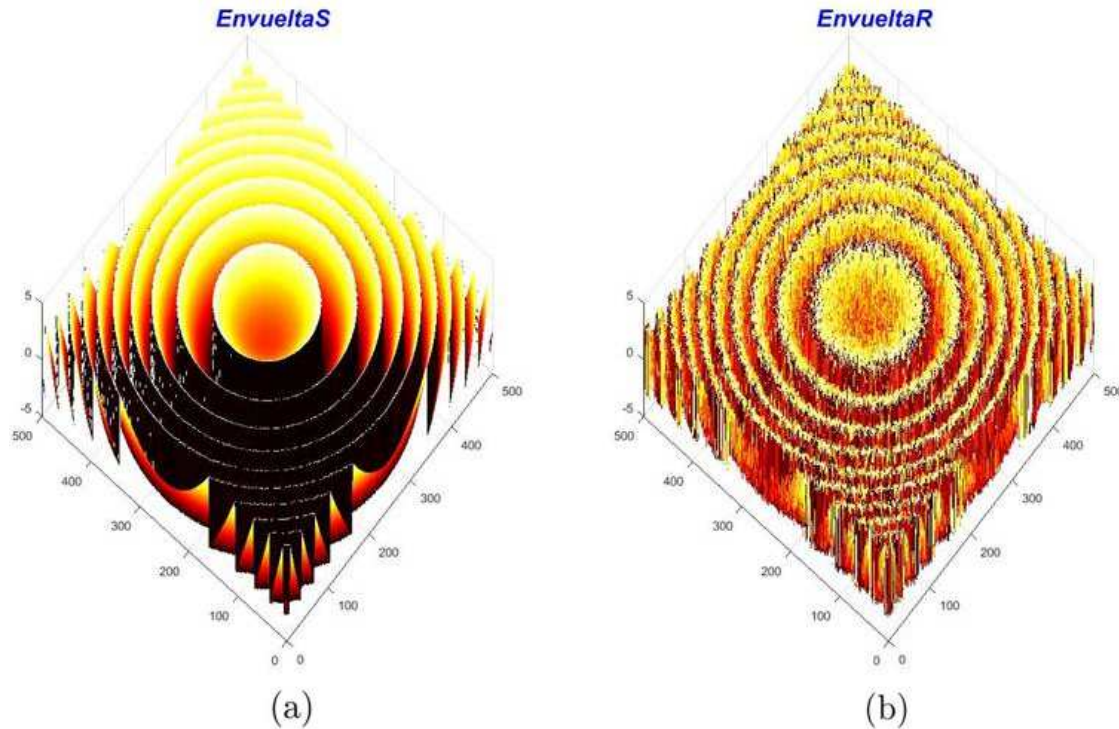


Figura 3.17: (a) Fase envuelta sin ruido, (b) Fase envuelta con ruido *AWGN* a 1 dB.

### 3.0.8. Análisis de ruido en *PVMI* y *PSI*

Se realizó el análisis de ruido *AWGN* para ambos métodos de manera separa en primera instancia y posteriormente los dos métodos corriendo al mismo tiempo con las mismas condiciones de ruido en amplitud y fase, que se mostrará más adelante, la primera descripción consiste en la forma en que se llevó a cabo el análisis de ruido *AWGN* para el método *PSI*.

### 3.0.9. Análisis de ruido en *PSI*

Esta primera etapa la cual consistió en el análisis de ruido *AWGN* para *PSI* se realizó mediante el análisis de ruido en los rangos de 1 – 60 dB, con incrementos de 5 dB para cada análisis, los datos mostrados en la Fig 3.15 fueron los utilizados conteniendo un determinado nivel de ruido como lo fueron 1, 5, 10, 15 hasta 60 dB, es decir, se generaron funciones de amplitudes y fases a 1 dB de ruido, resultando en una fase envuelta a 1 dB, este procedimiento se repitió para los valores de decibeles restantes. Sin embargo en cada corrida realizada con esta característica debido a la naturaleza de la función para generar el ruido *AWGN*, cada vez que se calcula la fase envuelta para 1 dB las condiciones de amplitud y fase son las mismas a 1 dB, pero dentro de esta información los puntos cambian, es decir, cada vez que se corre el algoritmo para 1 dB, los puntos generados para ruido a 1 dB, serán diferentes para cada corrida, por lo que el valor por ejemplo en la Amplitud  $A_1$  en un punto en específico cambiara en cada corrida respetando la condición de que este punto generado

corresponda a ruido a 1 dB.

Debido a la naturaleza cambiante del ruido *AWGN* generado entre cada corrida aun mismo valor de dB para las amplitudes, fases y fase envuelta generada se optó por generar un ciclo de 1000 repeticiones por cada decibel, para tratar de obtener un buen número de muestras para generar 1 fase envuelta distinta por cada repetición.

Por lo cual, fue necesario generar en Matlab un arreglo multidimensional como el mostrado en la Fig 3.18, en donde por cada repetición a 1dB de ruido en amplitudes y fases, se generaba la correspondiente fase envuelta la cual es colocada en una pagina o piso de un arreglo multidimensional en Matlab, por lo cual se generaron 1000 fases envueltas a 1 dB, y este mismo paso se repitió para los decibeles restantes.

Habiendo obtenido 1000 fases envueltas a 1 dB, se llevó a cabo el promedio de todas ellas y el resultado se comparó con la fase del objeto ideal previamente envuelta. La Fig 3.19 muestra las características de una fase envuelta a 1 dB en una corrida así como su vista lateral la cual indica que está envuelta en un rango de  $-\pi$  a  $\pi$ .

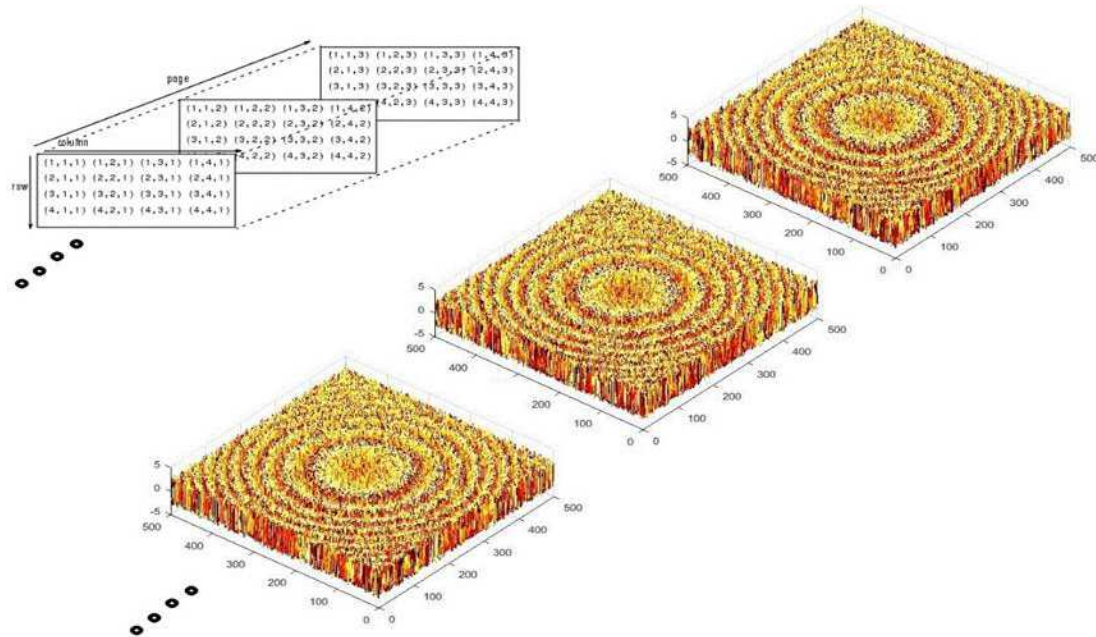


Figura 3.18: Ejemplo de arreglo multidimensional generado en Matlab en donde cada página o piso contiene una fase envuelta diferente a 1 dB de ruido *AWGN*.

A continuación en las Fig 3.20 - Fig 3.23 se presentan las fases envueltas calculadas después de haber promediado 1000 fases envueltas para los valores de 1, 10, 30 y 60 dB respectivamente.

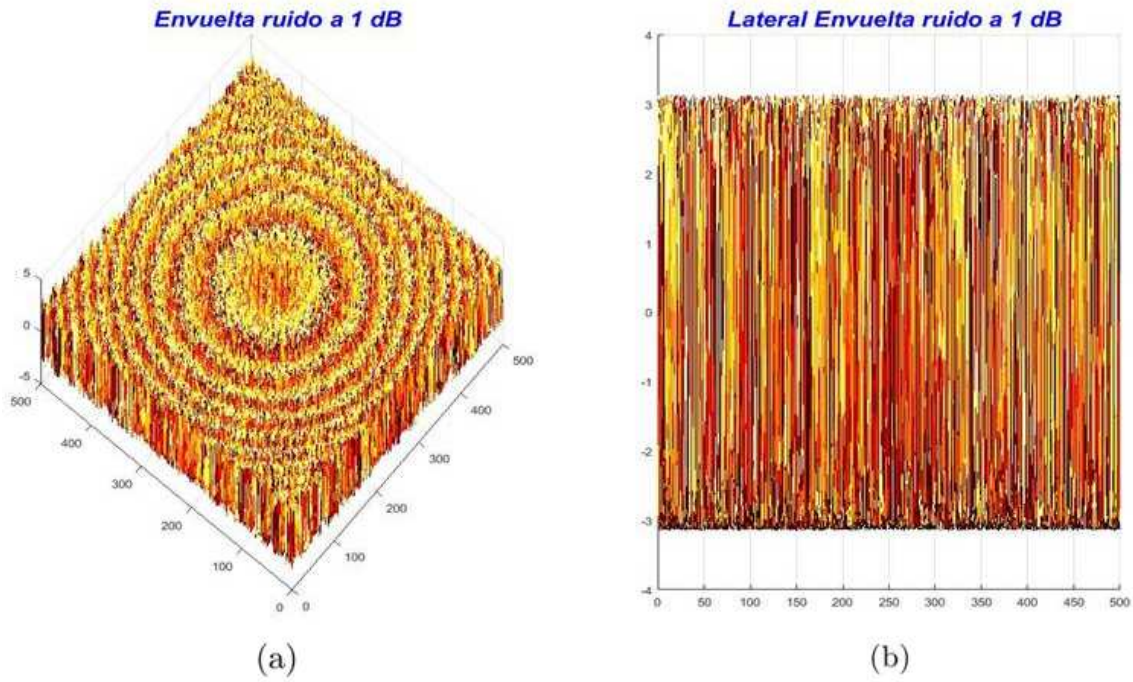


Figura 3.19: (a) Fase envuelta calculada a 1 dB de ruido *AWGN*, (b) vista lateral de la fase envuelta a 1 dB.

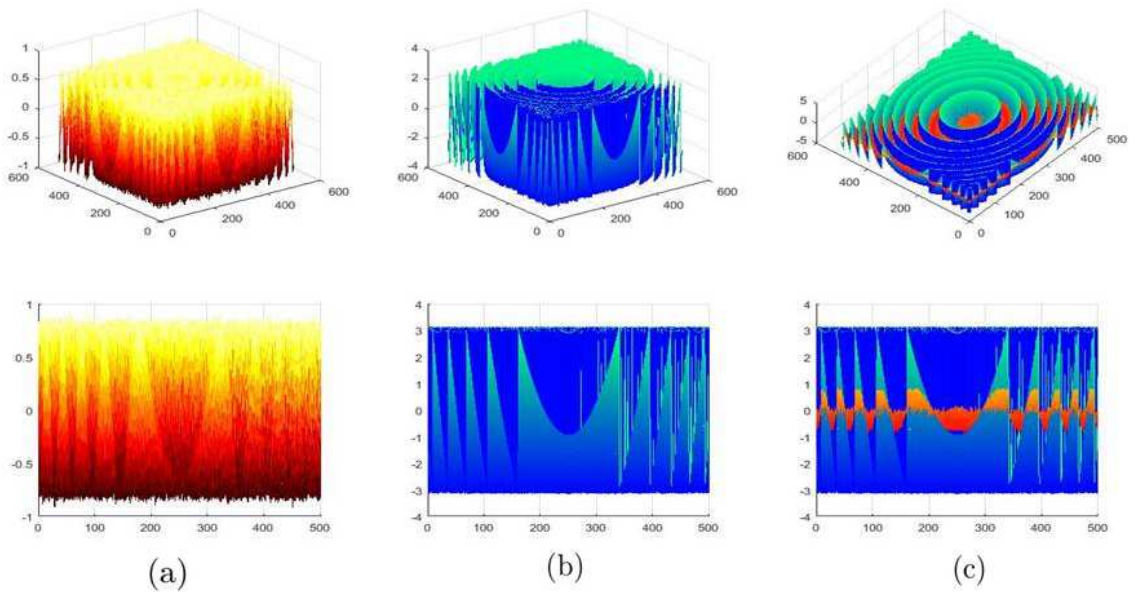


Figura 3.20: Columna (a) Fase envuelta promediada de 1000 Fases envueltas obtenidas a 1 dB de ruido *AWGN*, Columna (b) Fase envuelta del objeto ideal previamente envuelta, Columna (c) superposición de la fase envuelta promediada y la fase envuelta ideal.

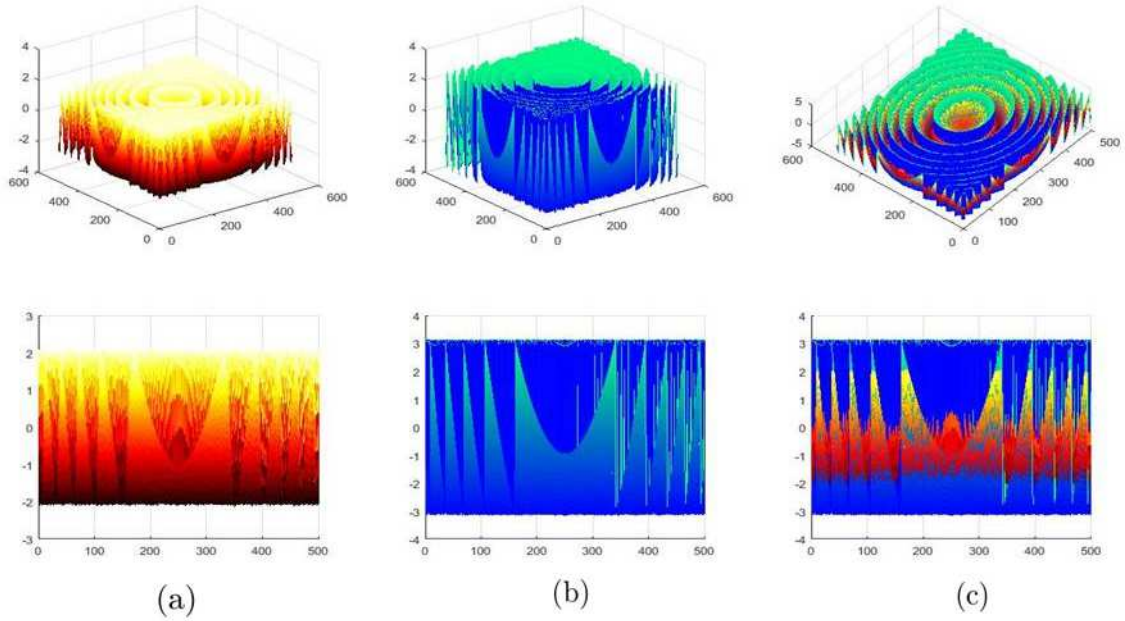


Figura 3.21: Columna (a) Fase envuelta promediada de 1000 Fases envueltas obtenidas a 10 dB de ruido *AWGN*, Columna (b) Fase envuelta del objeto ideal previamente envuelta, Columna (c) superposición de la fase envuelta promediada y la fase envuelta ideal.

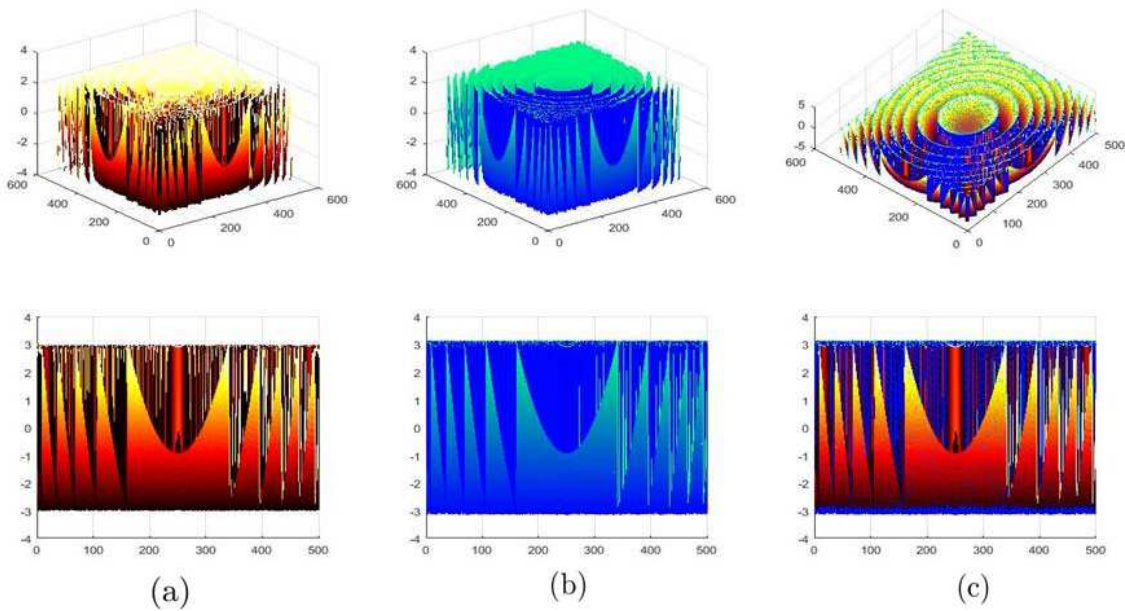


Figura 3.22: Columna (a) Fase envuelta promediada de 1000 Fases envueltas obtenidas a 30 dB de ruido *AWGN*, Columna (b) Fase envuelta del objeto ideal previamente envuelta, Columna (c) superposición de la fase envuelta promediada y la fase envuelta ideal.

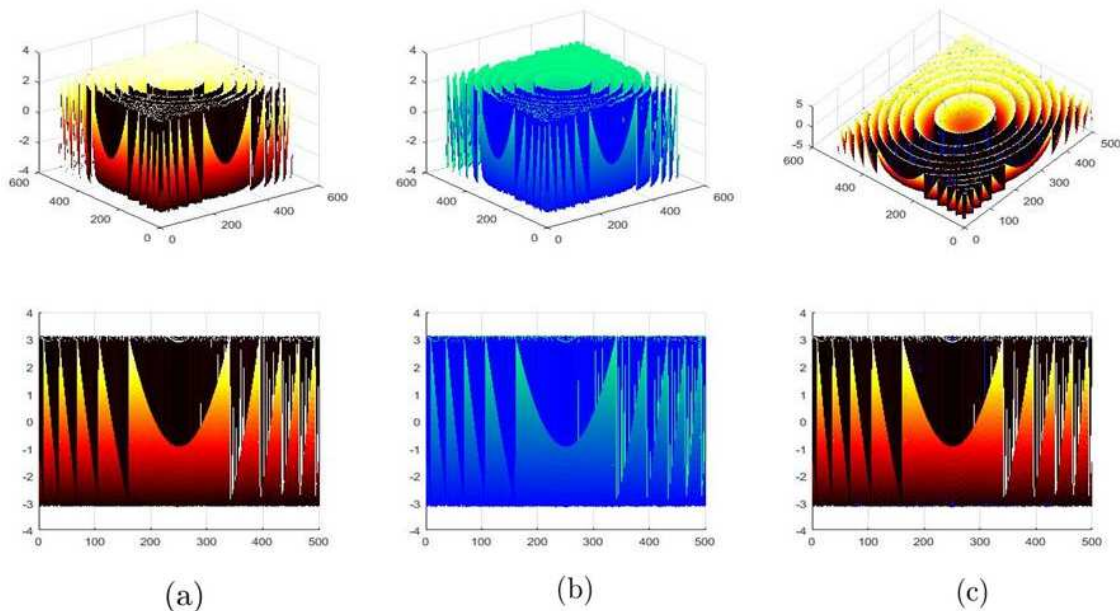


Figura 3.23: Columna (a) Fase envuelta promediada de 1000 Fases envueltas obtenidas a 60 dB de ruido *AWGN*, Columna (b) Fase envuelta del objeto ideal previamente envuelta, Columna (c) superposición de la fase envuelta promediada y la fase envuelta ideal.

Se observa que el promedio de las 1000 fases envueltas generadas para 1 dB no está en el rango comparado a la fase envuelta ideal, a medida que se incrementa los decibeles la amplitud del ruido que se genera va disminuyendo, esto provoca que el promedio de las fases envueltas para 10, 30 y 60 dB se vaya acercando cada vez más a la amplitud de la fase envuelta ideal.

Un punto o pixel en específico dentro de la fase envuelta promedio de las 1000 fases envueltas generadas a determinado nivel de ruido en dB se le denomina mejor medición denotado por  $\bar{x}$ , este valor obtenido después de haber promediado las 1000 fases envueltas permitió hacer un análisis del comportamiento de la desviación estándar en ese mismo punto a través de las 1000 fases envueltas generadas, en donde cada punto o pixel a través de las 1000 fases envueltas es el mismo y se denota mediante  $x_i$  de donde  $i = 1, 2, \dots, 1000$ . Como lo muestran las siguientes ecuaciones.

$$\bar{x}_{w\_pixel} = x_{w1\_pixel} + x_{w2\_pixel} + \dots + x_{w1000\_pixel} \quad (3.3)$$

$$\sigma_{x\_pixel} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{1000} (d_i)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{1000} (x_{wi\_pixel} - \bar{x}_{w\_pixel})^2} \quad (3.4)$$

La mejor medición con su desviación estándar se comparó con el valor de la fase ideal envuelto, y se realizó el análisis para los valores de 1, 5, 10, en incrementos de 5 dB hasta llegar al valor de 60 dB. El resultado de este análisis se muestra en la Fig 3.24 para el pixel (200, 133).

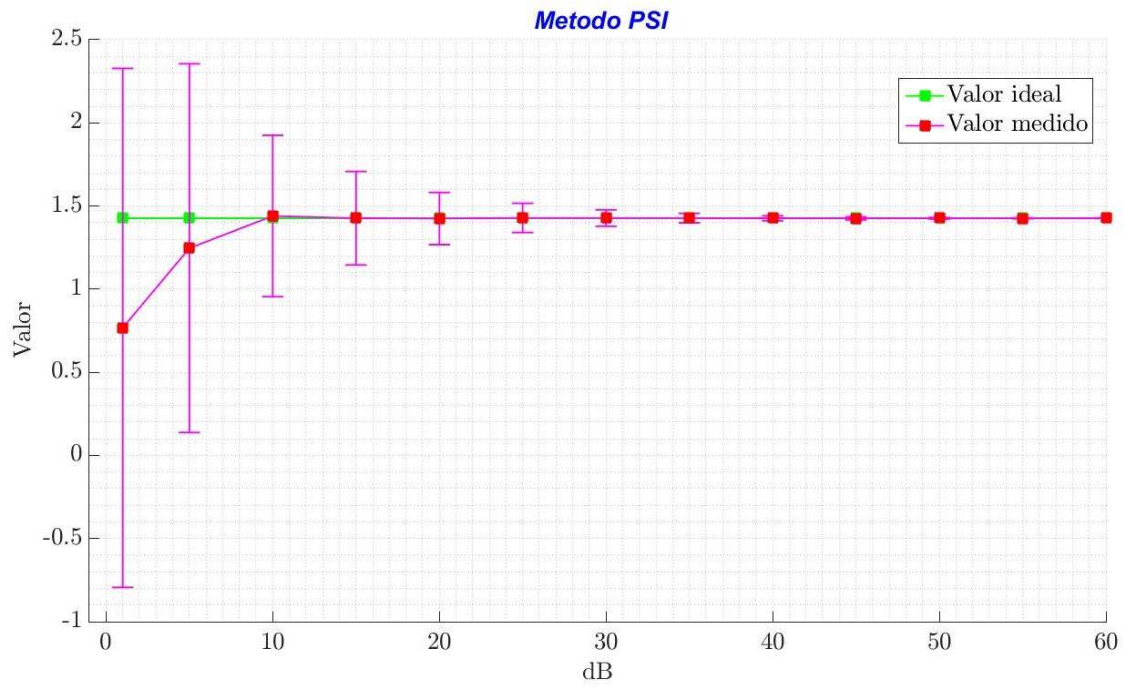


Figura 3.24: Se muestra el comportamiento de la desviación estándar a través del pixel (200, 133) a lo largo de los diferentes valores de ruido *AWGN* generados.

### 3.0.10. Análisis de ruido AWGN en PVMI

Un análisis similar a *PSI* se llevó a cabo para *PVMI* en donde las características mostradas en el caso 3 se usaron para generar el análisis de ruido *AWGN* para este método, con los datos de la Fig 3.10 se generaron 1000 repeticiones para cada decibel de ruido analizado, siendo nuevamente necesario generar un arreglo multidimensional para guardar las 1000 fases envueltas generadas por cada decibel, para fines demostrativos se presentan los resultados obtenidos para los valores de ruido *AWGN* de 1, 10, 30 y 60 dB en las Fig 3.25 - Fig 3.28.

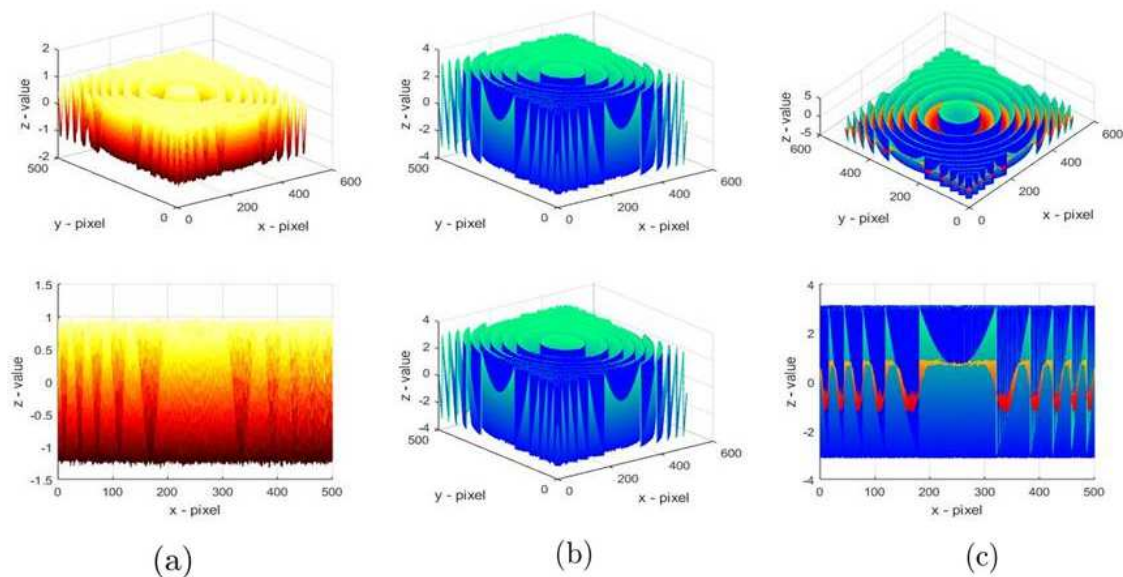


Figura 3.25: Columna (a) Fase envuelta promediada de 1000 Fases envueltas obtenidas a 1 dB de ruido *AWGN*, Columna (b) Fase envuelta del objeto ideal previamente envuelta, Columna (c) superposición de la fase envuelta promediada y la fase envuelta ideal.

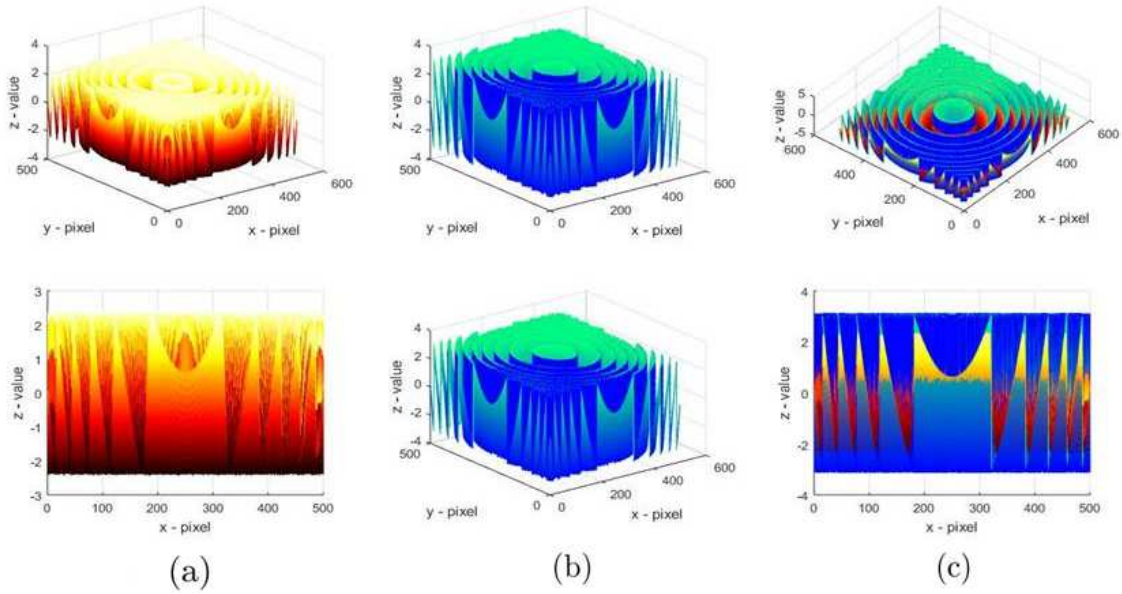


Figura 3.26: Columna (a) Fase envuelta promediada de 1000 Fases envueltas obtenidas a 10 dB de ruido *AWGN*, Columna (b) Fase envuelta del objeto ideal previamente envuelta, Columna (c) superposición de la fase envuelta promediada y la fase envuelta ideal.

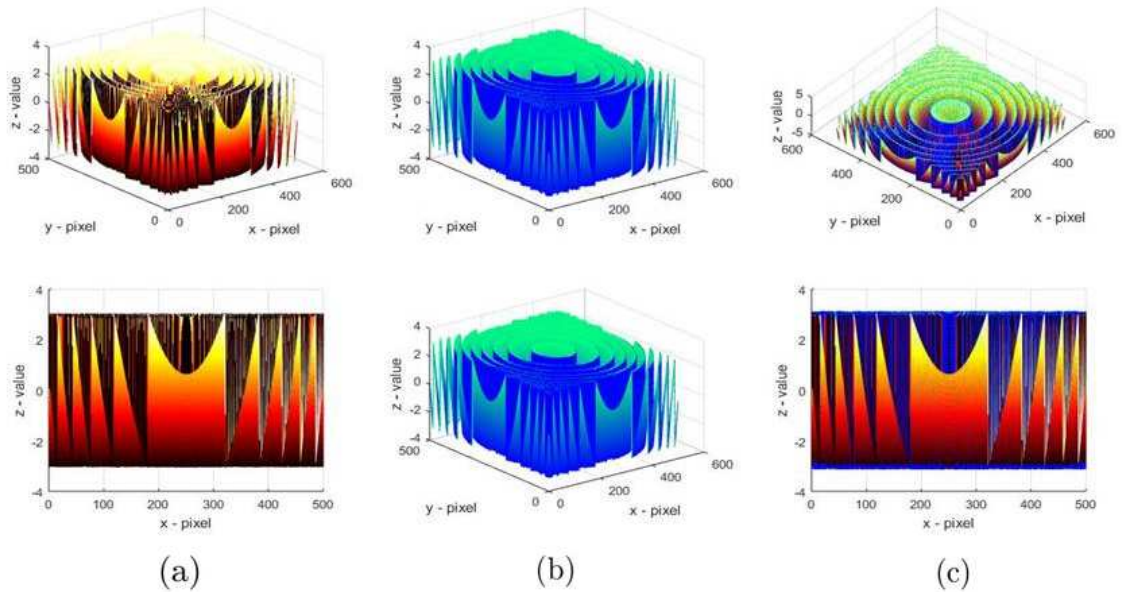


Figura 3.27: Columna (a) Fase envuelta promediada de 1000 Fases envueltas obtenidas a 30 dB de ruido *AWGN*, Columna (b) Fase envuelta del objeto ideal previamente envuelta, Columna (c) superposición de la fase envuelta promediada y la fase envuelta ideal.

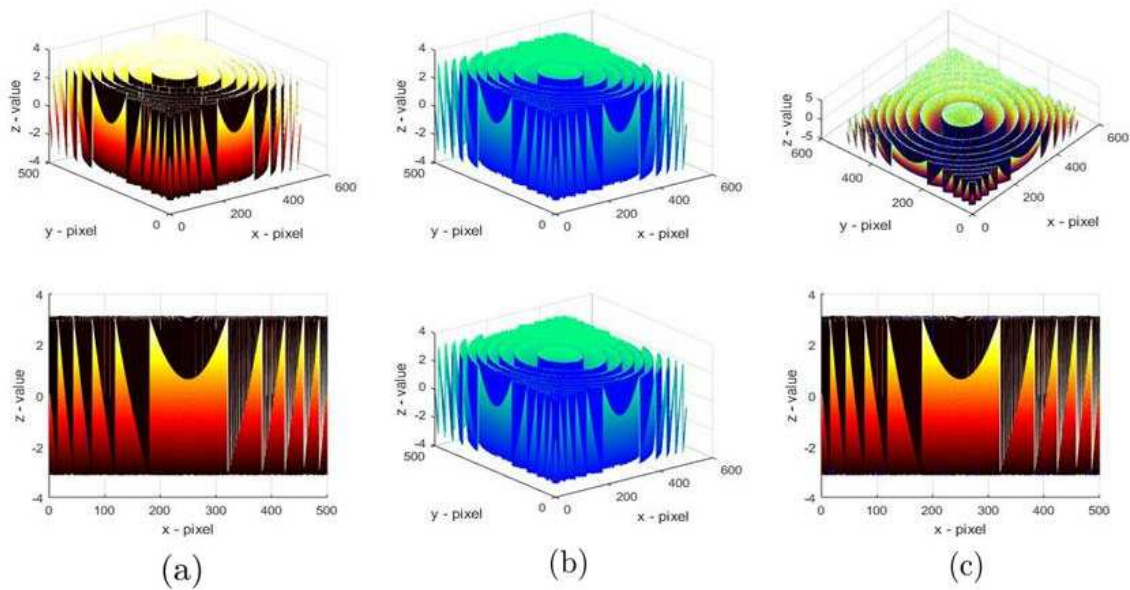


Figura 3.28: Columna (a) Fase envuelta promediada de 1000 Fases envueltas obtenidas a 60 dB de ruido *AWGN*, Columna (b) Fase envuelta del objeto ideal previamente envuelta, Columna (c) superposición de la fase envuelta promediada y la fase envuelta ideal.

De igual forma se llevó a cabo el análisis de la desviación estándar de un mismo pixel o punto, a través de las 1000 fases envueltas generadas para cada valor de ruido, utilizando también el promedio de estas 1000 fases envueltas como la mejor medición, como se mostró para el método *PSI*. El resultado para el método *PVMI* fue el que se muestra en la Fig 3.29.

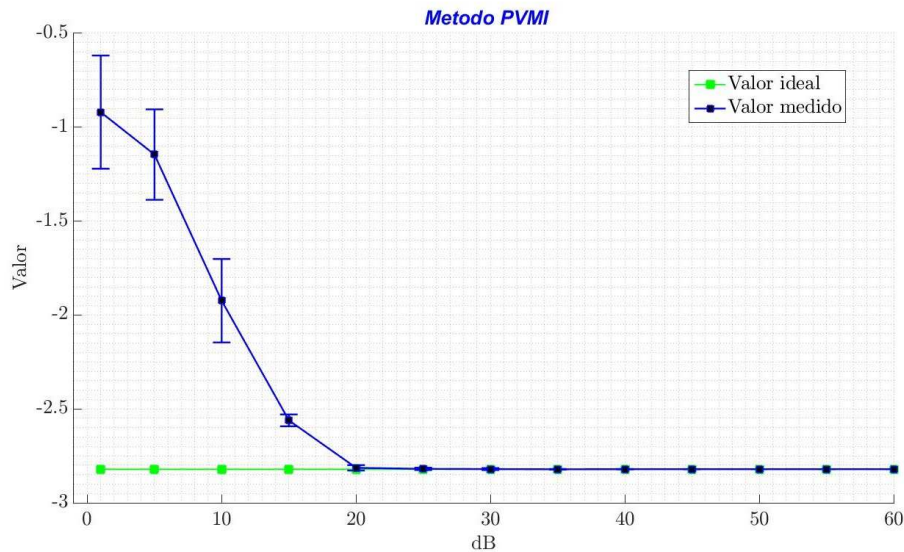


Figura 3.29: Se muestra el comportamiento de la desviación estándar a través del pixel (100, 233) a lo largo de los diferentes valores de ruido *AWGN* generados.

Se observa que el comportamiento de la varianza para el método *PVMI* es menor que respecto al método *PSI*, sin embargo estos análisis se realizaron de manera independiente para cada método, por lo que, las circunstancias de ruido como por ejemplo para las amplitud  $A_1$  para todas las etapas en que se agregó ruido *AWGN* en el método *PSI* fueron completamente distintas respecto la amplitud  $A_1$  en todas las etapas que se agregó ruido para el método *PVMI* aun cuando el análisis se lleva a cabo para el mismo nivel de ruido *AWGN* en dB para ambos métodos.

### 3.0.11. Análisis de ruido en *PSI* vs *PVMI* en las mismas condiciones

Se prosiguió a llevar a cabo una simulación en la cual estuvieras los dos métodos mencionados *PVMI* y *PSI* en un mismo algoritmo, por lo cual se pretendió usar las mismas funciones de amplitud y fase, así como las mismas condiciones de ruido para los dos métodos, es decir, en el momento  $t_1$  que se usa la amplitud  $A_1$  con su respectivo ruido en dB para *PVMI* se usa también en *PSI*, si se requiere nuevamente la amplitud  $A_1$  en  $t_2$  con distribuciones diferentes de ruido respecto a  $t_1$  pero con el mismo número de dB para *PVMI* se usa también *PSI* en el momento  $t_2$  que es requerido este método y así sucesivamente, esto para garantizar que ambos métodos en el mismos instante comparten las mismas distribuciones de ruido para amplitud y fase respectivamente.

Se generaron ahora dos arreglos multidimensionales de 1000 pisos o páginas cada uno, en los cuales se fueron almacenando las fases envueltas de cada método *PVMI* y *PSI* que se calculaban en cada ciclo del algoritmo, por lo que se obtuvieron 1000 fases envueltas para *PVMI* y 1000 para *PSI*, todo este análisis se repitió para cada valor de ruido *AWGN* en dB que se deseó analizar, es decir, se calculó para 1, 5, 10, 15, en incrementos de 5 dB hasta el valor de 60 dB. Nuevamente se llevó a cabo

el análisis de la desviación estándar para un mismo punto o pixel en ambos métodos, y se compararon ahora las desviaciones estándar teniendo ya las mismas distribuciones de ruido para ambos métodos, los valores de mejor medición para ambos métodos se compararon con el valor ideal de la fase del objeto previamente envuelta para el mismo punto o pixel requerido. Los resultados encontrados se muestran en la Fig 3.30- Fig. 3.31.

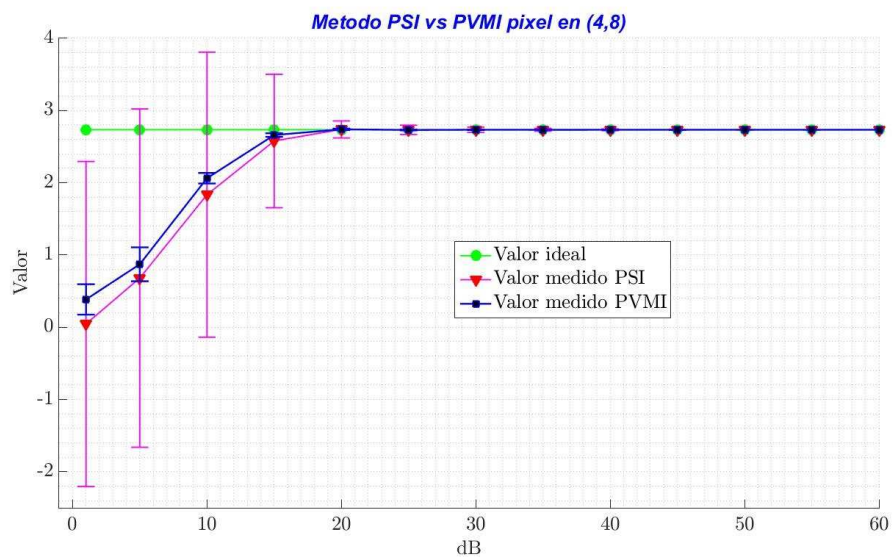


Figura 3.30: Se muestra el comportamiento de la desviación estándar a través del pixel (4,8) a lo largo de los diferentes valores de ruido *AWGN* en dB generados para ambos métodos *PVMI* y *PSI*

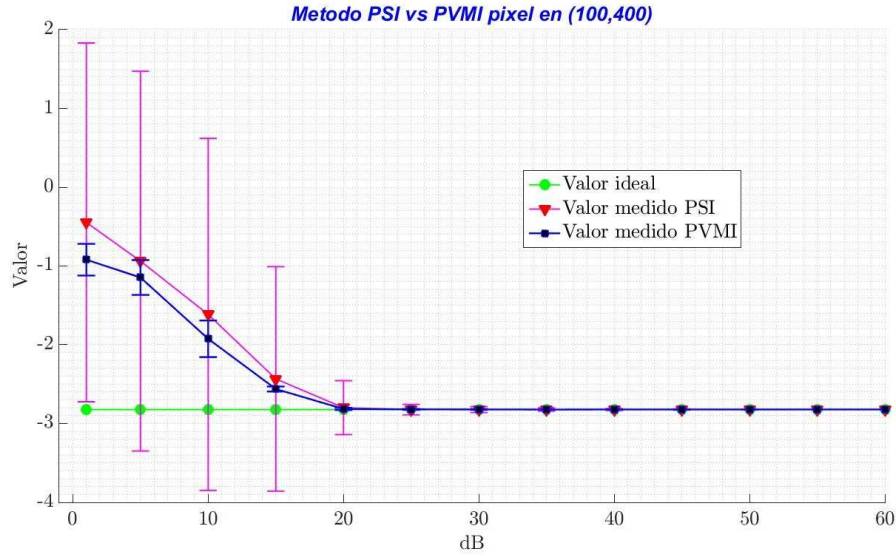


Figura 3.31: Se muestra el comportamiento de la desviación estándar a través del píxel (100,400) a lo largo de los diferentes valores de ruido *AWGN* en dB generados para ambos métodos *PVMI* y *PSI*

Se puede observar de las dos gráficas anteriores, que el valor obtenido después de haber promediado 1000 fases envueltas para cada método denominado como mejor medición, en presencia de ruido con un valor considerable como lo es para 1 dB, en ambos métodos está muy por abajo respecto al valor ideal en ese punto, estas condiciones son muy extremas para ambos métodos, sin embargo se observa que el valor obtenido para *PVMI* está más cerca del valor ideal que el punto obtenido para *PSI* para cada valor de ruido *AWGN* calculado, además existe una desviación estándar menor en *PVMI*, que la que se calculó para el método *PSI*.

### 3.0.12. Nuevo promedio realizado para las fases envueltas en las técnicas *PVMI* y *PSI*

Debido a las características presentadas en la sección anterior, en las cuales se muestra que a medida que existe un mayor nivel de ruido al realizar el promedio de las 1000 fase envueltas, la amplitud de la resultante es menor que la amplitud individual de una fase envuelta simulada y la amplitud promedio se va a acercando a la amplitud individual a medida que el ruido va disminuyendo, esto genero la necesidad de buscar una técnica alternativa de generar un promedio que superara esta limitante, por lo tanto se implementó un nuevo procedimiento para generar el promedio deseado, que nos permitiera contar con la información dentro del rango  $(-\pi$  a  $\pi)$ , esto se logró mediante la siguiente ecuación:

$$\phi = \arctan \left( \frac{\sum \sin \phi_{i,j}}{\sum \cos \phi_{i,j}} \right) \quad (3.5)$$

Este método consiste en separar de manera independiente las componentes seno y coseno dentro de nuestra simulación, por lo que de igual forma en dos arreglos multidimensionales se llevó a cabo el almacenamiento de la información de los componentes senos y en el restante se almaceno los componentes coseno de la simulación, para posteriormente sumar ambos componentes de forma independiente y así calcular la fase envuelta deseada. Este proceso se llevó a cabo en los rangos de 1dB en incrementos de 5 dB hasta 60 dB tanto para los métodos *PVMI* y *PSI*, a continuación se muestran los resultados obtenidos con este nuevo promedio.

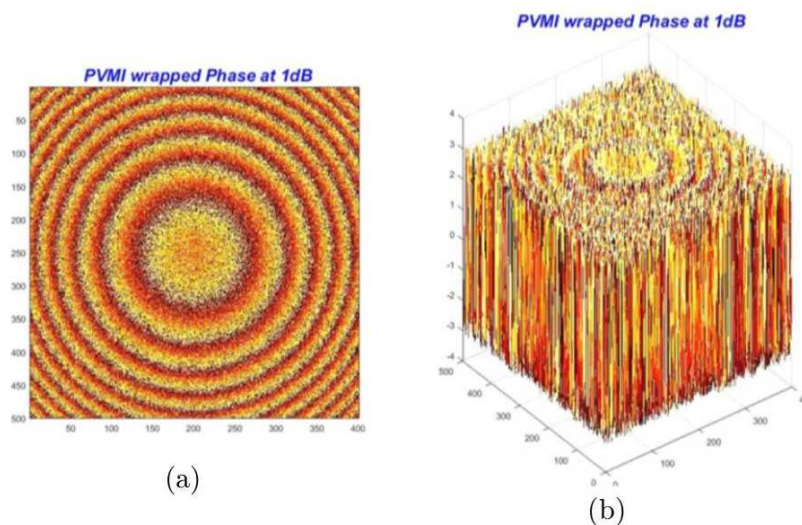


Figura 3.32: (a) Cálculo de la fase envuelta, (b) se presenta en 3D la fase envuelta promedio a 1 dB.

La Fig.3.32 muestra el aspecto de una fase envuelta de las 1000 fases envueltas simuladas, con un valor de 1 dB de ruido para el método de *PVMI*, a continuación se implementó la nueva forma de promediar, en la Fig. 3.33 se observa que esta nueva forma de promediar permite obtener una fase envuelta promedio en el rango de  $(-\pi$  a  $\pi)$ , superando así la limitante del proceso anterior, sin embargo otro aspecto importante a resaltar es que, esta nueva forma de promediar es más eficiente que el promedio convencional, ya que si se observa en la línea central de la fase envuelta promediada, Fig. 3.33 (b) esta línea central aparece casi sin ruido a partir de 1 dB, un aspecto que no es así en la forma tradicional de promediar. Como se comentó anteriormente este mismo proceso se realizó en el rango de 1dB en incrementos de 5 dB hasta 60 dB para ambos métodos *PVMI* y *PSI*, encontrando características similares.

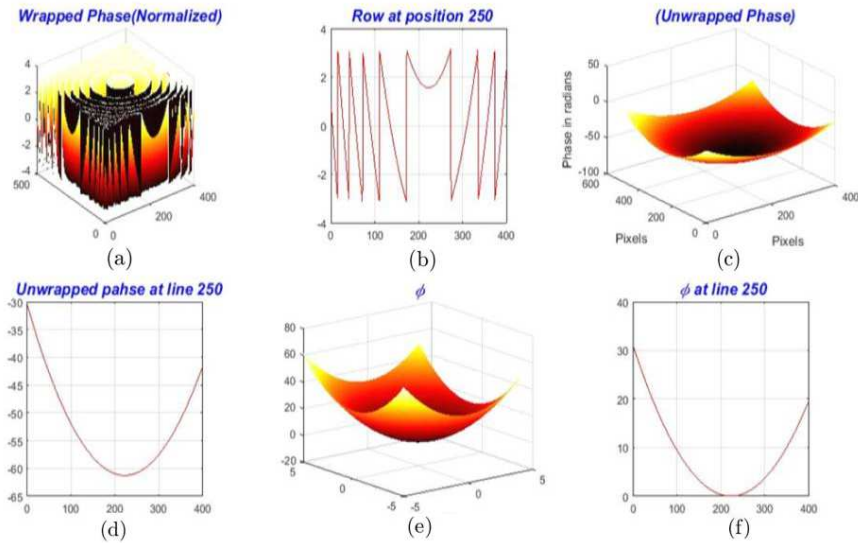


Figura 3.33: (a) Cálculo de la fase envuelta, (b) se presenta una línea centra de la fase envuelta, (c) se desenvuelve la información, (d) línea central de la fase desenvuelta, (e)  $\phi$  fase del objeto a recuperar, (f) línea central de la fase del objeto  $\phi$ .

En la Fig. 3.34 se presenta los resultados obtenidos comparando ambos métodos *PVMI* y *PSI* para esta nueva forma de promediar, en la cual *PVMI* y *PSI* presentan características casi similares, las cuales pueden notarse en la desviación estándar en ambos métodos, ligeramente *PVMI* tiene un menor valor que *PSI*, sin embargo a simple vista ambos métodos parecen alcanzar el valor ideal al mismo tiempo.

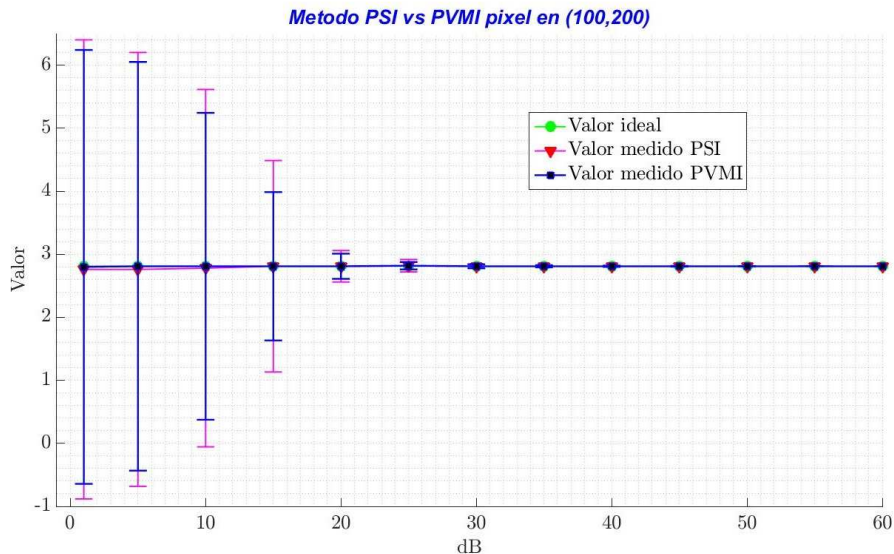


Figura 3.34: Presentación del ambos métodos *PVMI* vs *PSI*, compartiendo ambos las mismas características, en un rango de 1 dB a 60 dB.

La Fig. 3.35 muestra un acercamiento de la Fig. 3.34 en los rangos de 1 dB a 15 dB para observar mejor el comportamiento de ambos métodos. Se observa que el método *PVMI* alcanza más rápido el valor ideal respecto al método *PSI*, en 5 dB *PVMI* ya alcanza el valor ideal mientras que *PSI* aun no lo hace, requiriendo así una menor cantidad de ruido en *PSI* para alcanzar el valor ideal.

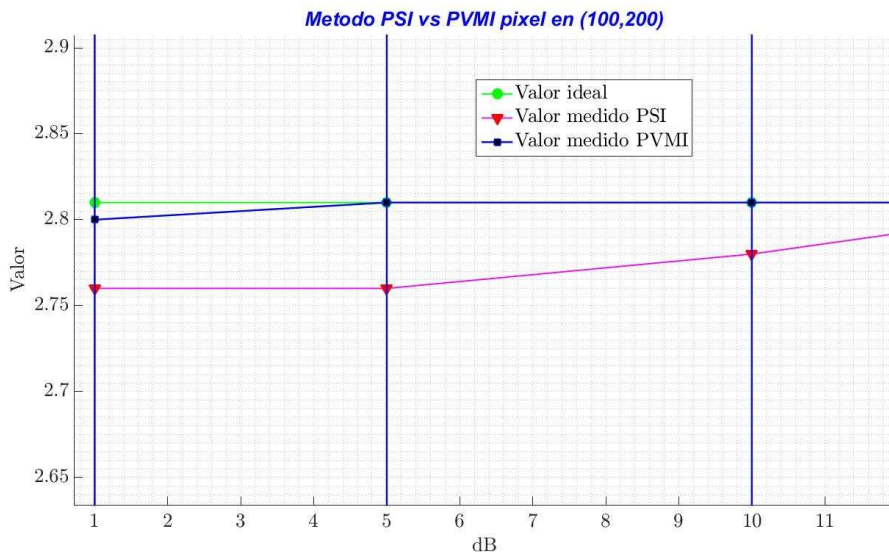


Figura 3.35: Presentación del ambos métodos *PVMI* vs *PSI*, acercamiento en la gráfica de la Fig. 3.34 de 1 dB a 15 dB.

La Fig. 3.36 muestra que para *PSI* se requiere trabajar en el rango de los 20 dB para alcanzar el

valor ideal propuesto.

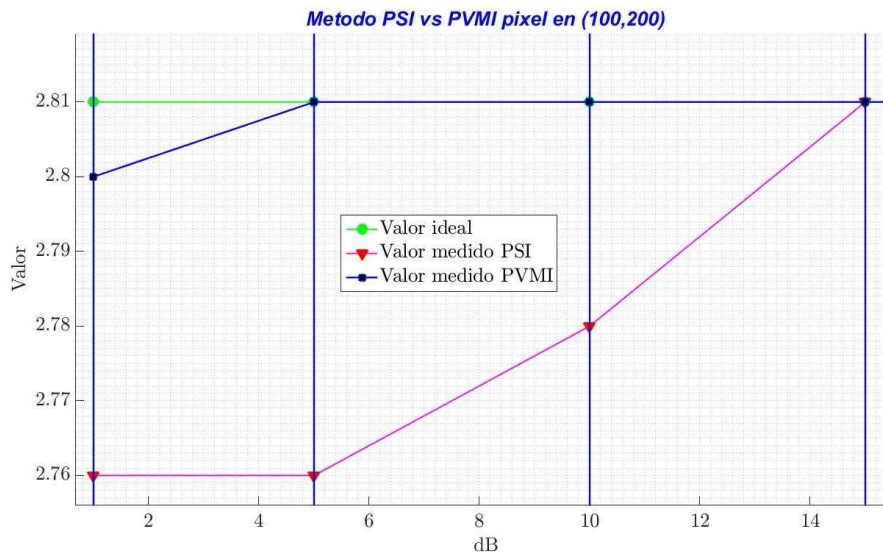


Figura 3.36: Presentación de ambos métodos PVMI vs PSI, PSI alcanza el valor hasta los 20 dB de ruido mientras que en PVMI ya lo alcanza en 5 dB de ruido.

Esta nueva forma de promediar tiene efectos importantes en los datos procesados, se encontró que es una forma muy eficiente de remover el ruido en ambas técnicas ya que, aunque exista ruido de 1 dB que es un ruido considerado esto no refleja una problemática al realizar el promedio utilizado, ya que cuando se analiza la información después de haber aplicado este proceso se observa que solo existen rastros mínimos de ruido que casi es imperceptible, como consecuencia el método PSI que presentaba desventajas respecto a la técnica PVMI con el método tradicional de promedio recibe una gran ayuda con esta técnica.

### 3.0.13. Conclusiones

Se presenta las simulaciones realizadas en Matlab en donde se muestra el desempeño de las técnicas PVMI vs PSI en presencia de ruido, se observa de este análisis que la técnica PVMI es inmune al ruido de amplitud y tiene un buen desempeño para la recuperación de la fase siempre y cuando la diferencia de fase este dentro de un rango de  $(-\pi$  a  $\pi)$ , sin embargo la técnica PSI presenta un comportamiento mas sensible en presencia de ruido, esto quiere decir que en presencia de ruido de amplitud y de ruido de fase afectan considerablemente la recuperación del objeto simulado, siendo la técnica PVMI la que recupera el valor ideal simulado de forma más rápida dentro de los rangos de 1 – 60 dB. Otro factor a resaltar es la importancia de dividir la información en senos y cosenos para posteriormente sumarlas de forma independiente y realizar su promedio, este promedio mantiene la fases envueltas en el rango de involucramiento deseado adicionalmente a esta característica, este proceso resulto en una técnica muy eficiente para remover el ruido incluso si este es muy grande como lo es de un valor de 1 dB, se presentan solo las simulaciones numéricas del análisis de ruido en las técnicas *PVMI* y *PSI*, se observa además que trabajar con ruido de amplitud y de fase es un proceso complicado

que requiere la utilización de técnicas avanzadas para poder procesar los datos interferométricos en estas circunstancias, la implementación física en el laboratorio no fue posible debido a que el tiempo disponible en el Doctorado se enfocó en el análisis de ruido de fase, dejando el estudio de ruido de amplitud y de amplitud y fase juntamente para un trabajo a futuro.

# Capítulo 4

## Recuperación de Fase Método VES (Volumen Encerrado por una Superficie)

En este capítulo se describe el modelo matemático del método VES, este método fue propuesto por el Dr. Cruz Meneses Fabian, esta basado en el concepto de un volumen encerrado por una superficie, este algoritmo es la base central de los métodos desarrollados DVES y ODVES que se muestran en el siguiente capítulo. El método VES usa la información de tres interferogramas y calcula la diferencia de fase entre dos pares de interferogramas, es un algoritmo eficiente, rápido y no iterativo, soporta altas variaciones de iluminación no uniforme, altamente preciso y de una implementación matemática simple, el método es capaz de medir los corrimientos de fase dentro del rango  $(0, 2\pi)$ .

### 4.0.14. Modelo Teórico

El algoritmo consiste en considerar tres interferogramas de la forma:

$$I_k = a + b \cos(\phi + \alpha_k), \quad (4.0)$$

donde  $k = 0, 1, 2$ ,  $I_k$  es una matriz de  $m \times n$  que denota el  $k$ -ésimo interferograma capturado mediante una cámara CCD.  $\phi$  es expresada en radianes y denota la fase del objeto a ser recuperada,  $a$  y  $b$  es la luz de fondo y luz de modulación respectivamente,  $\alpha_k$  es expresado en radianes y representa el corrimiento desconocido y arbitrario, pero cumpliendo con la restricción  $\alpha_0 = 0$ ,  $\alpha_1 \in (0, \pi)$  y  $\alpha_2 - \alpha_1 \in (0, \pi)$ , como primer paso  $a$  es eliminada por la sustracción de dos interferogramas, llamados patrones secundarios,

$$p = I_0 - I_1 = 2 \sin(\alpha_u) b \sin(\phi + \alpha_u),$$

$$q = I_1 - I_2 = 2 \sin(\alpha_w - \alpha_u) b \sin(\phi + \alpha_v), \quad (4.1)$$

$$r = I_0 - I_2 = 2 \sin(\alpha_w) b \sin(\phi + \alpha_w),$$

donde  $2\alpha_u = \alpha_1$ ,  $2\alpha_v = \alpha_1 + \alpha_2$ , y  $2\alpha_w = \alpha_2$ , a continuación se reescribe cada expresión dada en ecuación 4.0.14 en tres diferentes formas, para los cuales  $p$ ,  $q$ ,  $r$ , son renombrados por  $p_h$ ,  $q_h$  y  $r_h$  para  $h = u, v, w$ , hará establecer

$$p_h = h_1 s_h + h_2 c_h$$

$$q_h = h_3 s_h + h_4 c_h \quad (4.-3)$$

$$p_h = h_5 s_h + h_6 c_h$$

donde  $h_l$  es una constante desconocida, para  $l = 1, \dots, 6$  están expresadas:

$$\begin{aligned} u_1 &= 2 \sin \frac{\alpha_1}{2}; & u_3 &= 2 \cos \frac{\alpha_2}{2} \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \\ u_4 &= 2 \sin \frac{\alpha_2}{2} \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}; & u_3 &= 2 \sin \frac{\alpha_2}{2} \cos \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \\ v_1 &= 2 \sin \frac{\alpha_1}{2} \cos \frac{\alpha_2}{2}; & v_2 &= -2 \cos \frac{\alpha_1}{2} \sin \frac{\alpha_2}{2} \\ v_3 &= 2 \sin \frac{\alpha_1}{2} \cos \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}; & v_5 &= 2 \cos \frac{\alpha_1}{2} \sin \frac{\alpha_2}{2} \\ w_1 &= 2 \sin \frac{\alpha_1}{2} \cos \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}; & w_2 &= -2 \sin \frac{\alpha_1}{2} \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \\ w_3 &= 2 \cos \frac{\alpha_1}{2} \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}; & w_5 &= 2 \sin \frac{\alpha_2}{2}, \end{aligned} \quad (4.-6)$$

con  $u_2 = v_4 = w_6 = 0$ ,  $u_6 = u_4$ ,  $v_6 = v_2$  y  $w_4 = -w_2$  y las funciones  $s_h$  y  $c_h$ , también desconocidas son relacionadas por medio de

$$s_h = b \sin(\phi + \alpha_h),$$

$$c_h = b \cos(\phi + \alpha_h), \quad (4.-10)$$

Ahora detonamos

$$V_{f,g} = \iint_D f(x,y)g(x,y)dx dy$$

como *VES* (Volumen Enclosed by a Surface) [39] definido por el producto de las funciones  $f$  y  $g$ ;  $dx dy$  es el diferencial de área y  $D$  es el dominio. Numéricamente, este volumen puede calcularse mediante

$$V_{f,g} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f, g = f : g = Tr(f^T g), \quad (4.-10)$$

donde  $\cdot$  denota el producto interno de dos matrices,  $(\cdot)^T$  y  $Tr(\cdot)$  denota respectivamente la transpuesta y el operador de traza. Esta ecuación cumple la propiedad conmutativa, así,  $V_{f,g} = V_{g,f}$ . Para describir el método *VES*,  $f$  y  $g$  son sustituidas por  $p_h, q_h, r_h$

$$\begin{aligned} V_{p_u, r_u} &= u_1 u_5 S_u + u_1 u_4 T_u; & V_{p_u, p_u} &= u_1^2 S_u \\ V_{q_v, r_v} &= v_1 v_5 S_v + v_2 v_3 T_v; & V_{q_v, q_v} &= u_3^2 S_v \end{aligned} \quad (4.-11)$$

$$V_{r_w, p_w} = w_1 w_5 S_w + w_2 w_5 T_w; \quad V_{r_w, r_w} = w_1^2 S_w$$

$$V_{r_w, q_w} = w_3 w_5 S_w - w_2 w_5 T_w,$$

donde  $S_h$  y  $T_h$  están dadas por

$$S_h = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n S_h^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n b^2 \sin^2(\phi + \alpha_h), \quad (4.-13)$$

$$T_h = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n S_h C_h = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n b^2 \sin^2(\phi + \alpha_h) \cos(\phi + \alpha_h),$$

Se observa que  $S_h^2$  es siempre positiva; por lo tanto  $S_h$  se incrementa rápidamente debido al factor mientras que  $S_h C_h$ , puede ser negativo o positivo. Por lo tanto tomando ciertas consideraciones las ecuaciones 4.0.14 pueden transformarse en

$$\begin{aligned} V_{p_u, r_u} &= u_1 u_5 S_u; & V_{p_u, p_u} &= u_1^2 S_u \\ V_{q_v, r_v} &= v_1 v_5 S_v; & V_{q_v, q_v} &= u_3^2 S_v \\ V_{r_w, p_w} &= w_1 w_5 S_w; & V_{r_w, r_w} &= w_1^2 S_w \\ V_{r_w, q_w} &= w_3 w_5 S_w; & V_{r_w, r_w} &= w_5^2 S_w, \end{aligned} \quad (4.-15)$$

Así, es posible eliminar  $S_h$  y por lo tanto las siguientes expresiones pueden ser obtenidas

$$\frac{V_{p_u, r_u}}{V_{p_u, p_u}} = \frac{u_5}{u_1} = \frac{\cos \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \sin \frac{\alpha_2}{2}}{\sin \frac{\alpha_1}{2}},$$

$$\frac{V_{qv,rv}}{V_{qv,qv}} = \frac{v_5}{v_3} = \frac{\cos \frac{\alpha_1}{2} \sin \frac{\alpha_2}{2}}{\sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}}, \quad (4.18)$$

$$\frac{V_{rw,pw}}{V_{rw,rw}} = \frac{w_1}{w_5} = \frac{\sin \frac{\alpha_1}{2} \cos \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}}{\sin \frac{\alpha_2}{2}},$$

$$\frac{V_{rw,qw}}{V_{rw,rw}} = \frac{ww_3}{w_5} = \frac{\cos \frac{\alpha_1}{2} \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}}{\sin \frac{\alpha_2}{2}},$$

Por lo tanto aplicando la propiedad conmutativa, y removiendo los subíndices  $u, v$  y  $w$  los corrimientos de fase pueden ser obtenidos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \cos \frac{\alpha_1}{2} &= \frac{V_{q,r}}{\sqrt{V_{q,q}V_{r,r}}} = \frac{Tr(q^T r)}{\sqrt{Tr(q^T q)Tr(r^T r)}}, \\ \cos \frac{\alpha_2}{2} &= \frac{V_{p,q}}{\sqrt{V_{p,p}V_{q,q}}} = \frac{Tr(p^T q)}{\sqrt{Tr(p^T p)Tr(q^T q)}}, \\ \cos \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} &= \frac{V_{p,r}}{\sqrt{V_{p,p}V_{r,r}}} = \frac{Tr(p^T r)}{\sqrt{Tr(p^T p)Tr(r^T r)}}, \end{aligned} \quad (4.22)$$

Los valores recuperados por el algoritmo *VES*, como lo es  $\alpha_1$  representa la diferencia de fase que se calcula de los interferogramas  $I_0 - I_1$ , de igual forma, el valor recuperado  $\alpha_2$  es interpretado como la diferencia de fase entre los interferogramas  $I_0 - I_2$ , por ultimo, el valor recuperado por el algoritmo *VES* denotado por  $\alpha_2 - \alpha_1$  consiste en la diferencia de fase entre los interferogramas  $I_1$  e  $I_2$ .

Este algoritmo fue implementado en Matlab, con el cual se realizó un extenso estudio y numerosas pruebas con interferogramas simulados y con un numero de arreglos multidimensionales conteniendo 500, 1000, 1500 y 2000 interferogramas reales, para poder caracterizarlo con corrimientos de fase aleatorios producidos por las diversas perturbaciones externas que afectan la estabilidad de un arreglo interferométrico, estas condiciones presentan una problemática para el correcto funcionamiento del algoritmo *VES* y como consecuencia no se puede confiar en los valores recuperados por este algoritmo bajo estas circunstancias ya que debido a la naturaleza aleatoria del comportamiento de los corrimientos, no se tiene un control absoluto de la dirección y el valor de corrimiento en cada instante de tiempo, como consecuencia las restricciones de operación se cumplen o no se respetan de forma aleatoria, esto constituyó un reto importante, el cual llevo un tiempo considerable para encontrar la configuración correcta para su operación adecuada con interferogramas que presentan un corrimiento aleatorio, junto con esta problemática que pudo resolverse, se desarrollaron los algoritmos requeridos para pasar de la evaluación de los arreglos multidimensionales a la medición de los corrimientos de fase en tiempo real, este hecho permitió conocer y medir las perturbaciones que están presentes en tres distintas mesas ópticas con características distintas entre ellas, generando así los datos requeridos para una publicación, sin embargo, con el análisis realizado a este algoritmo, se encontró también la forma de realizar mediciones fuera de su rango de operación ( $0$  a  $\pi$ ), esto generó los datos para otra publicación que está siendo realizada.

#### 4.0.15. Conclusiones

El algoritmo *VES* ofrece varias ventajas sobre otros, es eficiente, exacto, es rápido, no iterativo, soporta altas variaciones de iluminación no uniforme, y de una implementación numérica simple y es basado en el concepto del volumen encerrado por una superficie. El algoritmo hace uso de la integración numérica de una superficie como herramienta principal además puede ser utilizado para medir los corrimientos de fase aleatorios y de valor desconocido en tiempo real, su facilidad de implementación hace que sea un algoritmo confiable y eficiente.

# Capítulo 5

## Cálculo de los corrimientos de fase utilizando el algoritmo *VES* (Desarrollo de la Técnica)

### 5.1. Factores que afectan al algoritmo *VES*

En esta etapa se llevaron numeras pruebas para poder resolver el correcto funcionamiento de la obtención de los valores de corrimiento con la ayuda del algoritmo *VES*, además de que se logró la automatización de la toma de imágenes con ayuda del Toolbox de Matlab de *Images Adquicition*, se llevó a cabo la captura de distintos números de patrones de interferencia , 50, 10, 500, 1000, 1500, con estos patrones guardados se desarrollaron las técnicas necesarias para obtener un algoritmo que pudiera hacer el cálculo de corrimientos en tiempo real, para esto como primer instancia se aplicó el análisis a las imágenes guardadas en los arreglos multidimensionales, como primer intento, la primera toma era la considerada como el corrimiento  $I_0$  y el siguiente piso del arreglo multidimensional era el considerado como el corrimiento  $I_1$ , el tercer piso era el corrimiento  $I_2$ , para la siguiente corrida se mantenía el primero corrimiento  $I_0$  fijo pero ahora el tercer piso era el corrimiento  $I_1$  y el cuarto piso ahora era el nuevo corrimiento  $I_2$  y así sucesivamente cambiando los corrimientos  $I_1$  y  $I_2$  con los pisos correspondientes recorridos, también nos apoyamos del despliegue gráfico del comportamiento de los corrimientos analizados juntamente con nuestra referencia para observar si el resultados obtenido por *VES* concordaba con la representación gráfica obtenida en esos corrimientos, observamos que hubieron tres factores que alteraban el resultado del algoritmo *VES*.

- **Factor 1:** Si la diferencia de fase entre la referencia  $I_0$  y el interferograma  $I_1$  es muy pequeña, además de que gráficamente es imposible acertar cual sería el valor correcto para esta diferencia, si es posible tener una idea de que seria un valor muy pequeño, debido a que la comprobación gráfica así lo muestra, como lo indica la Figura 5.1.

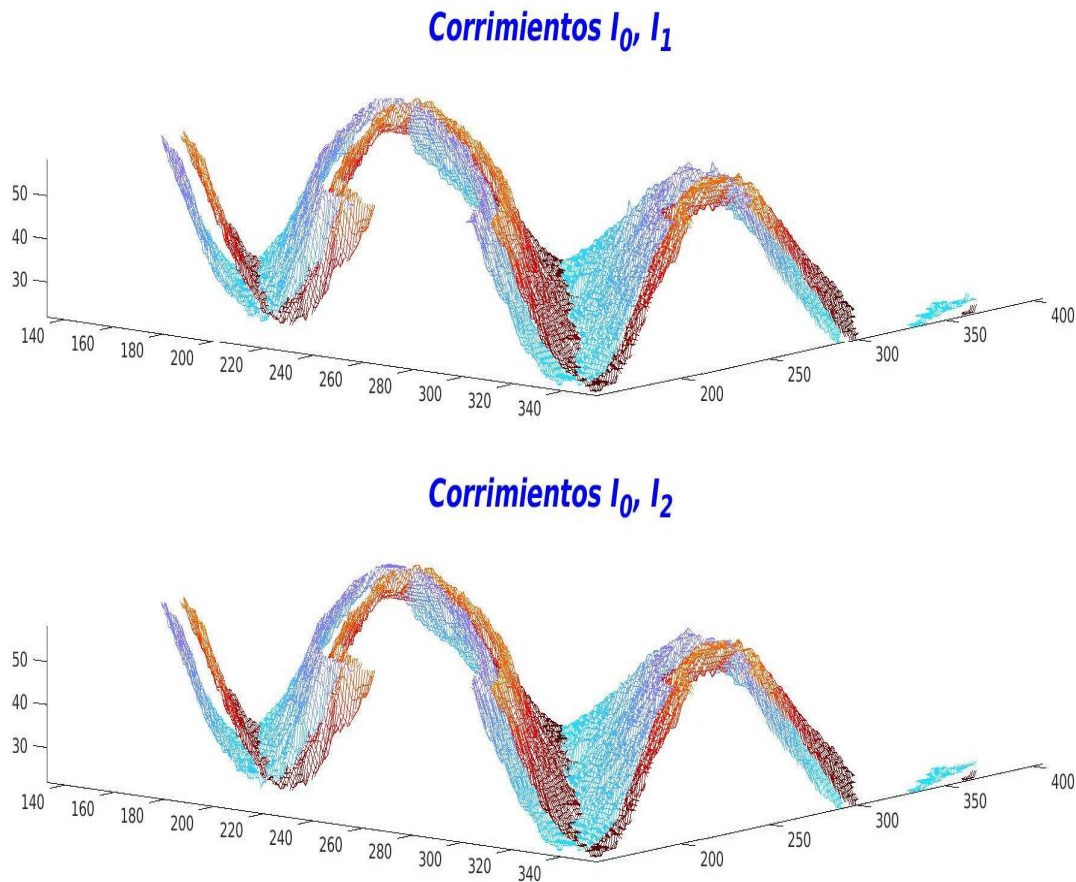


Figura 5.1: Se muestra la representación gráfica de los corrimientos respecto a nuestra referencia (pintada en rojo), (a) corrimiento  $I_0$  con corrimiento  $I_1$ , (b) corrimiento  $I_0$  con corrimiento  $I_2$ .

Estas características provocan que el algoritmo *VES*, arroje valores como  $\alpha_1 = 1,78$  radianes y  $\alpha_2 = 1,93$  radianes lo cual como puede observarse en la parte gráfica, no corresponden con los valores reales observados. Por lo que en estas condiciones es muy difícil que se puedan resolver corrimientos muy pequeños respecto a la referencia.

- **Factor 2:** Si la diferencia de fase calculada por el valor  $\alpha_2$ , no es suficientemente grande respecto a la diferencia de fase calculada por el valor  $\alpha_1$ , existe la posibilidad de que la medición para el corrimiento  $\alpha_1$  no sea la correcta, esto debido a que el corrimiento  $\alpha_1$  puede ser mayor que  $\alpha_2$  esto como consecuencia provoca tener una incorrecta medición de ambos corrimientos, como lo muestra la Figura 5.2, esto debido a que no se respeta la restricción de operación del algoritmo *VES* por lo que los valores que recupera este algoritmo no corresponden a lo que se observa gráficamente entre los corrimientos.

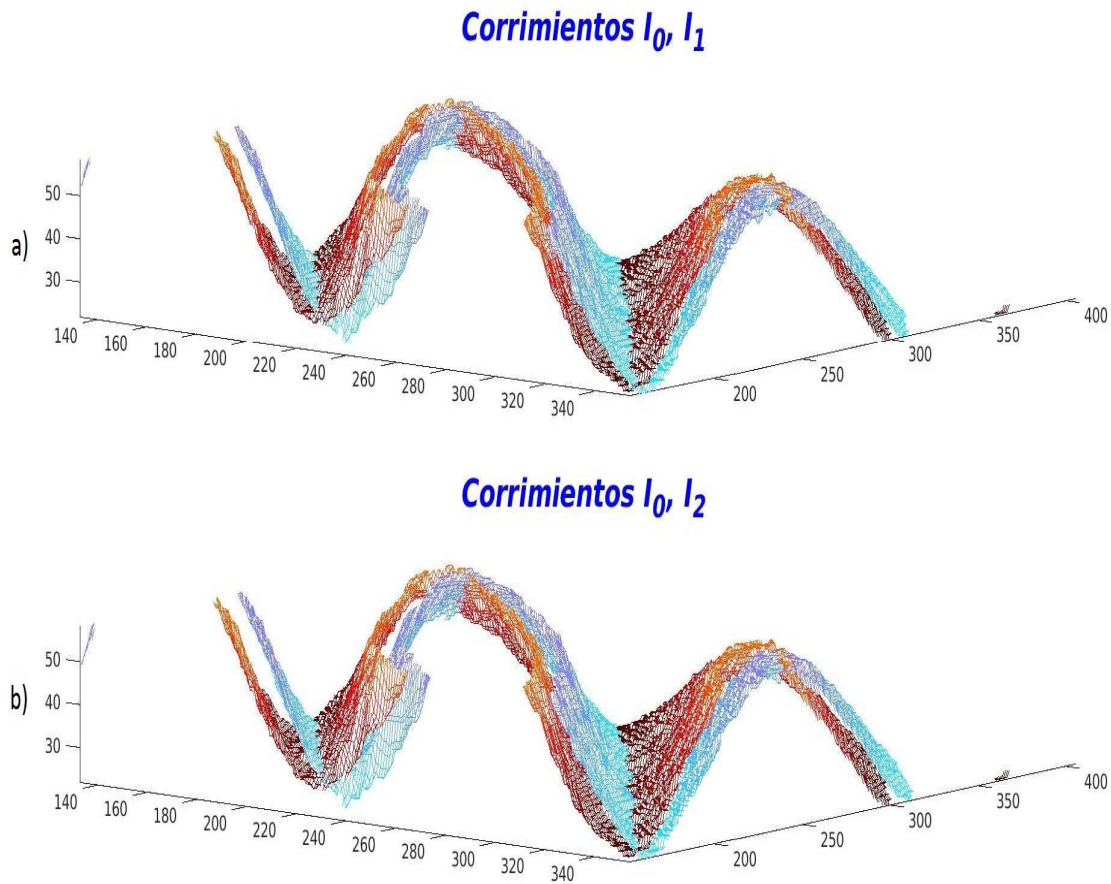


Figura 5.2: Valores recuperado por el algoritmo *VES* que no corresponden a la parte gráfica observada entre los corrimientos. Patrón de referencia  $I_0$  pintado de color rojo.

Esto es tomando en cuenta que ambos corrimientos se encuentran en la misma dirección que nuestro patrón de referencia (rojo), sin embargo, si alguno de los corrimientos cambia de signo es decir se traslada al otro lado del patrón de referencia en este caso hacia la derecha, no es posible obtener un correcto valor en los corrimientos.

- **Factor 3:** Como se comentó en el factor anterior, si existe un cambio de signo que provoque que el patrón de interferencia se traslade en sentido apuesto al patrón de referencia  $I_0$  no podrá el algoritmo distinguir ese cambio de signo, por lo que el algoritmo *VES* dará un valor erróneo al calcular los corrimientos.

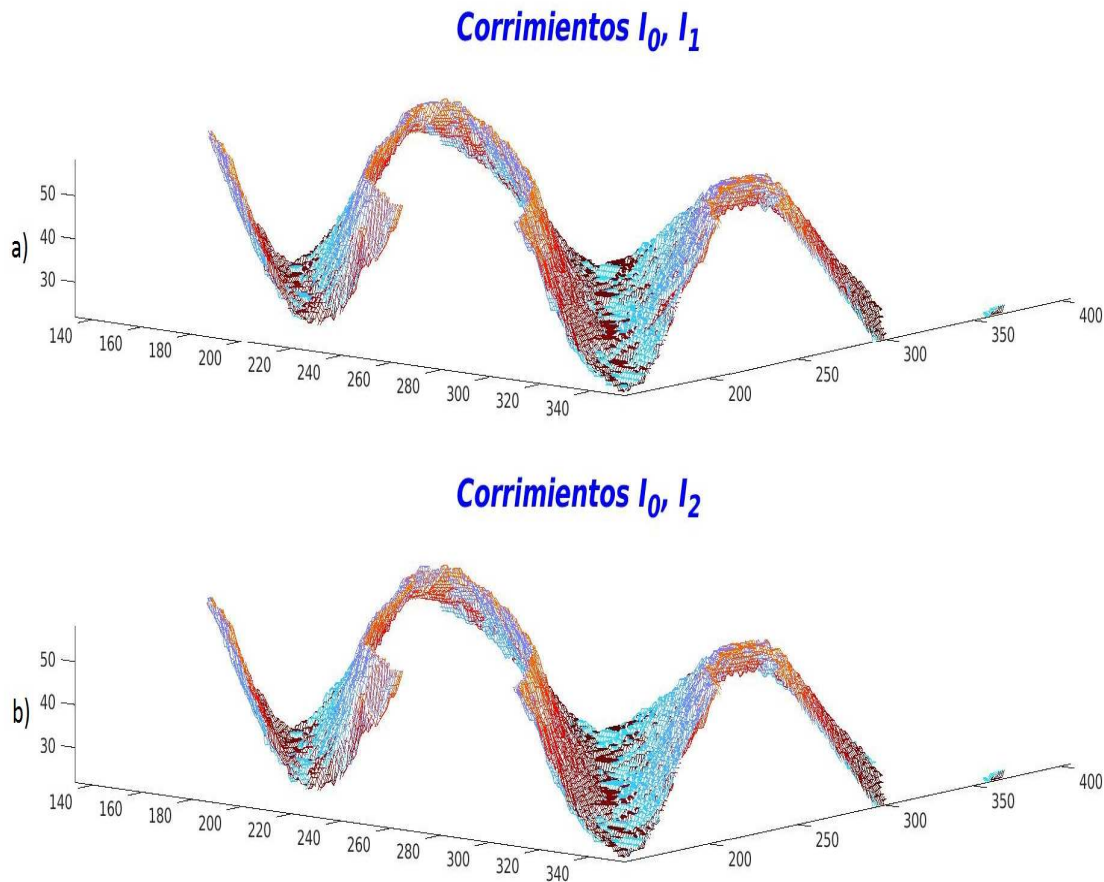


Figura 5.3: Se muestra la representación gráfica de los corrimientos respecto a nuestra referencia (pintada en rojo), cambio de signo, movimiento hacia la derecha del patrón de referencia, (a) corrimiento  $I_0$  con corrimiento  $I_1$ , (b) corrimiento  $I_0$  con corrimiento  $I_2$ .

Esto es tomando en cuenta que ambos corrimientos se encuentran en la misma dirección que el patrón de referencia (rojo), sin embargo, si alguno de los corrimientos cambia de signo es decir se traslada al otro lado de nuestro patrón de referencia en este caso hacia la derecha, no es posible obtener un correcto valor en los corrimientos.

Debido a estas circunstancias, no puede aplicarse el algoritmo de *VES* en condiciones donde no se tenga control de los corrimientos analizados, como lo puede ser en un ambiente donde existan varias perturbaciones que afecten la estabilidad del arreglo interferométrico, la aleatoriedad del valor de corrimiento así como su dirección de corrimiento, constituyen una limitante importante para una obtención de los valores de corrimiento de fase correctos.

Se trabajó de forma independiente con los patrones de referencia capturados en un archivo “\*.mat” (arreglo multidimensional) con 1500 corrimientos para encontrar la solución a este problema, con

ayuda del despliegue gráfico automático en 3D de una sección de los corrimientos en secuencia, se observó como el corrimiento contenido en  $I_1$  y el corrimiento contenido en  $I_2$  se desplazaban con respecto al patrón de referencia  $I_0$  ya sea hacia la izquierda o a la derecha del patrón de referencia, por lo tanto, se observó que para el arreglo multidimensional de 1500 corrimientos existieron dos extremos, un corrimiento máximo que se posicionó hacia la derecha del patrón de referencia  $I_0$  y otro corrimiento máximo que se dirigió hacia la derecha del patrón de referencia  $I_0$ , se analizaron diferentes archivos “\*.mat” los cuales contenían diferentes patrones de interferencia reales almacenados para observar de manera gráfica su comportamiento respecto a una referencia fija, estos archivos “\*.mat” contenían de 500, 1000, 1500 y 2000 corrimientos almacenados, se concluyó que en cada uno de los archivos “\*.mat” que contienen los corrimientos almacenados, existieron dos extremos en los cuales los patrones restantes oscilaban entre esos límites, por lo que había un corrimiento máximo hacia la derecha del patrón de referencia  $I_0$  y otro corrimiento máximo que se desplazó hacia la izquierda del patrón de referencia  $I_0$ . Esto se muestra de manera gráfica en la Figura 5.4 y Figura 5.5 las cuales representan el corrimiento máximo hacia la izquierda y el corrimiento máximo hacia la derecha.

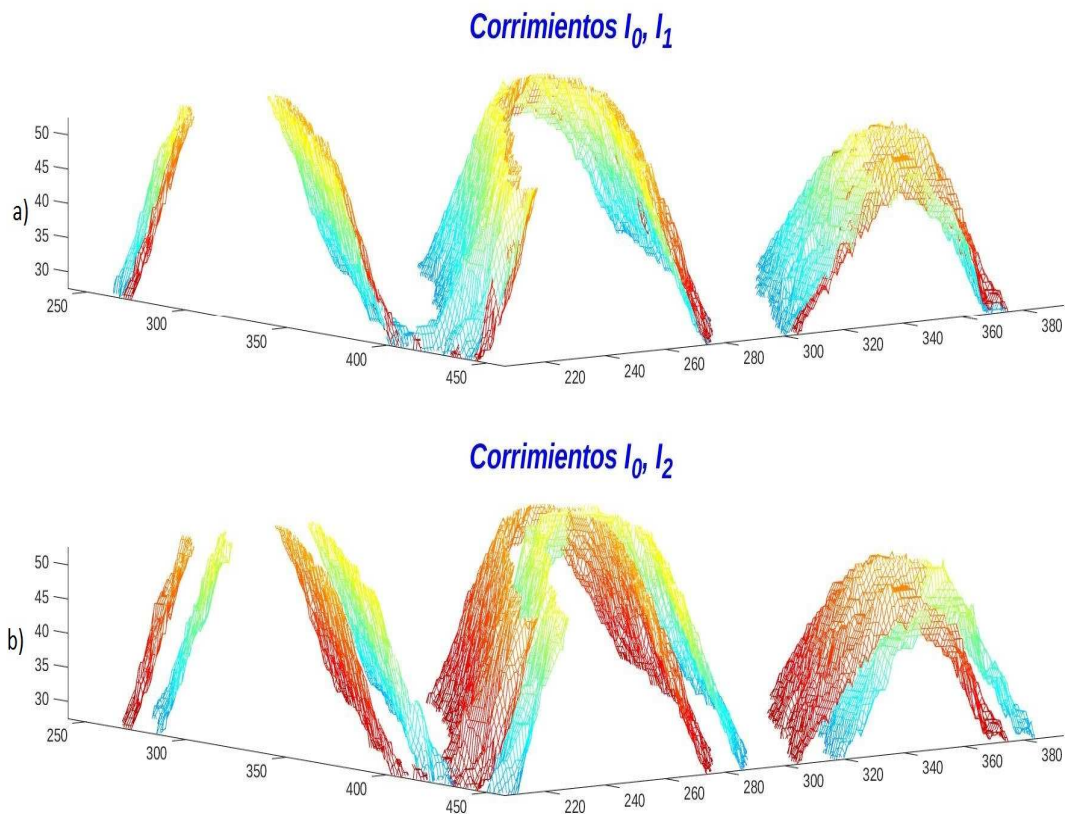


Figura 5.4: (a) Corrimiento  $\alpha_1$  hacia la izquierda respecto a la referencia (roja), (b) Corrimiento  $\alpha_2$  máximo hacia la izquierda respecto a la referencia (roja) registrado.

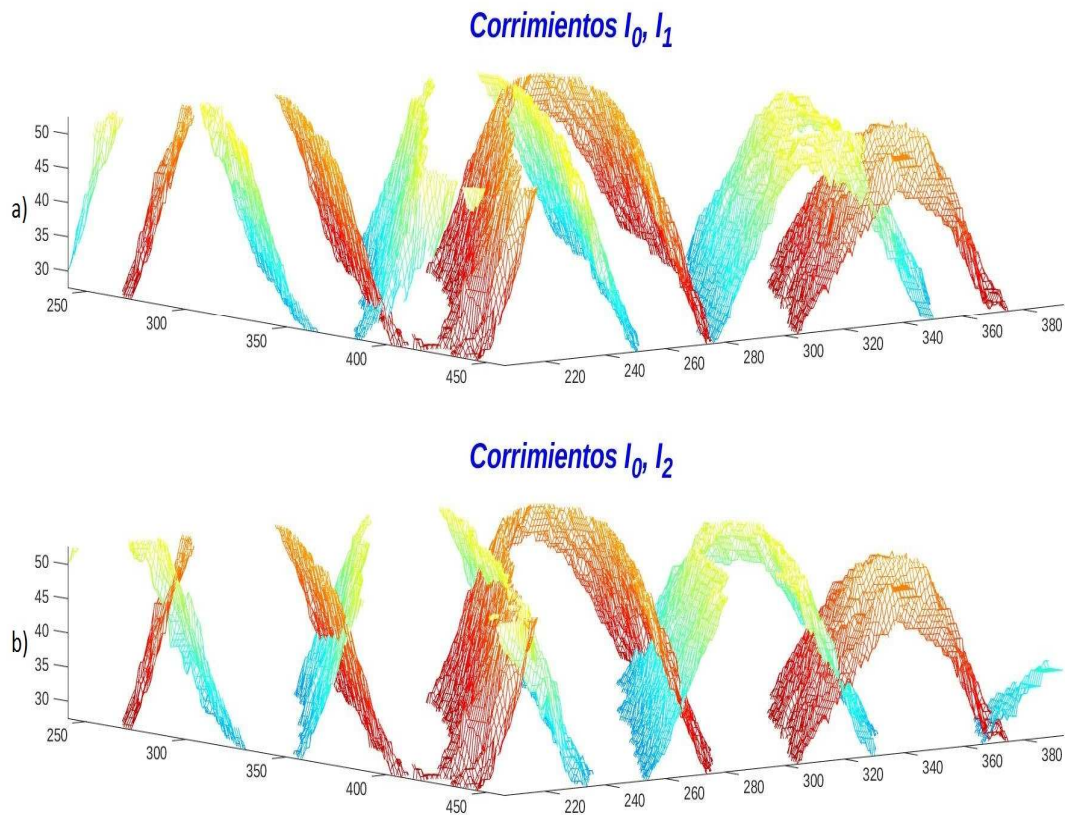


Figura 5.5: (a) Corrimiento  $\alpha_1$  hacia la derecha respecto a la referencia (roja), (b) Corrimiento  $\alpha_2$  máximo hacia la derecha respecto a la referencia (roja) registrado.

Con este análisis, se encontró que, si tomamos el máximo corrimiento que se desplazó hacia la izquierda como el patrón  $I_0$  y el otro extremo, es decir el corrimiento máximo que se desplazó hacia la derecha como el corrimiento  $I_2$  y ahora si  $I_1$  toma los valores de los corrimientos almacenados en el archivo “\*.mat” haciendo una animación del comportamiento de esta nueva configuración, se observa que los corrimientos leídos en secuencia están limitados entre los patrones  $I_0$  e  $I_2$  debido a que el corrimiento existente entre estos dos patrones es constante no importando cual sea el valor que tome  $I_1$ , las posibilidades para  $I_1$  indican que puede el corrimiento dirigirse hacia la izquierda en dirección a  $I_2$  Figura 5.6 o en sentido contrario hacia la derecha en sentido a  $I_0$  Figura 5.7, con este nuevo análisis,  $I_1$  toma los valores de todos los corrimientos almacenados y puede suceder que el valor de  $I_1$  llegue a la posición de  $I_0$  o  $I_2$  por la lectura secuencial de todos los patrones almacenados, pero en ningún momento  $I_1$  quedara fuera del rango contenido por el limite contenido entre los interferogramas  $I_0$  e  $I_2$ . Con este nuevo criterio propuesto se llevo acabo la lectura de varios corrimientos de forma automática para obtener su valor, aplicando el algoritmo *VES*.

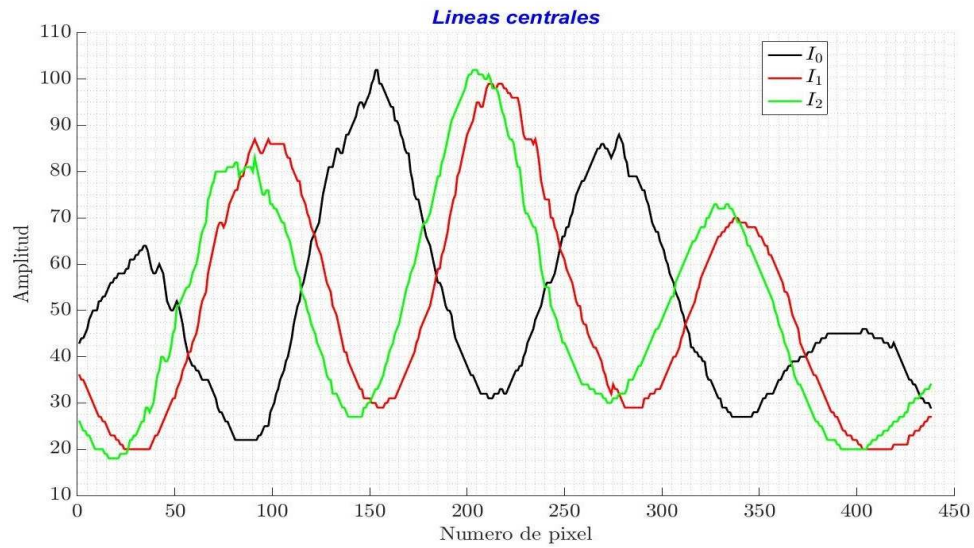


Figura 5.6: Líneas centrales de los patrones  $I_0$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ , el patrón  $I_1$  se dirige hacia la izquierda en dirección al patrón  $I_2$ .

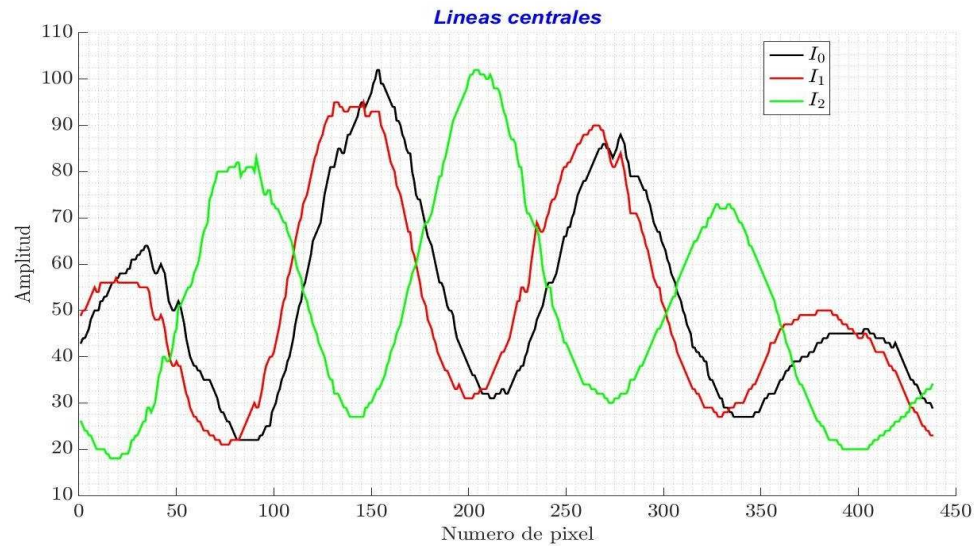


Figura 5.7: Líneas centrales de los patrones  $I_0$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ , el patrón  $I_1$  se dirige hacia la derecha en en dirección patrón  $I_2$ .

Para observar el comportamiento de este nuevo criterio sobre los valores de corrimientos obtenidos con el algoritmo *VES*, se presenta en la Figura 5.8 los datos de los valores de los corrimientos cuando este criterio no es aplicado, es decir cuando los valores que toma  $I_1$  no están correctamente limitados por el valor máximo de corrimiento hacia la izquierda y el valor máximo a la derecha, intencionalmente se

tomo un valor arbitrario para  $I_0$  por lo tanto, en algún momento  $I_1$  estará fuera del intervalo limitado por  $I_0$  e  $I_2$ . El resultado que se encontró es el siguiente.

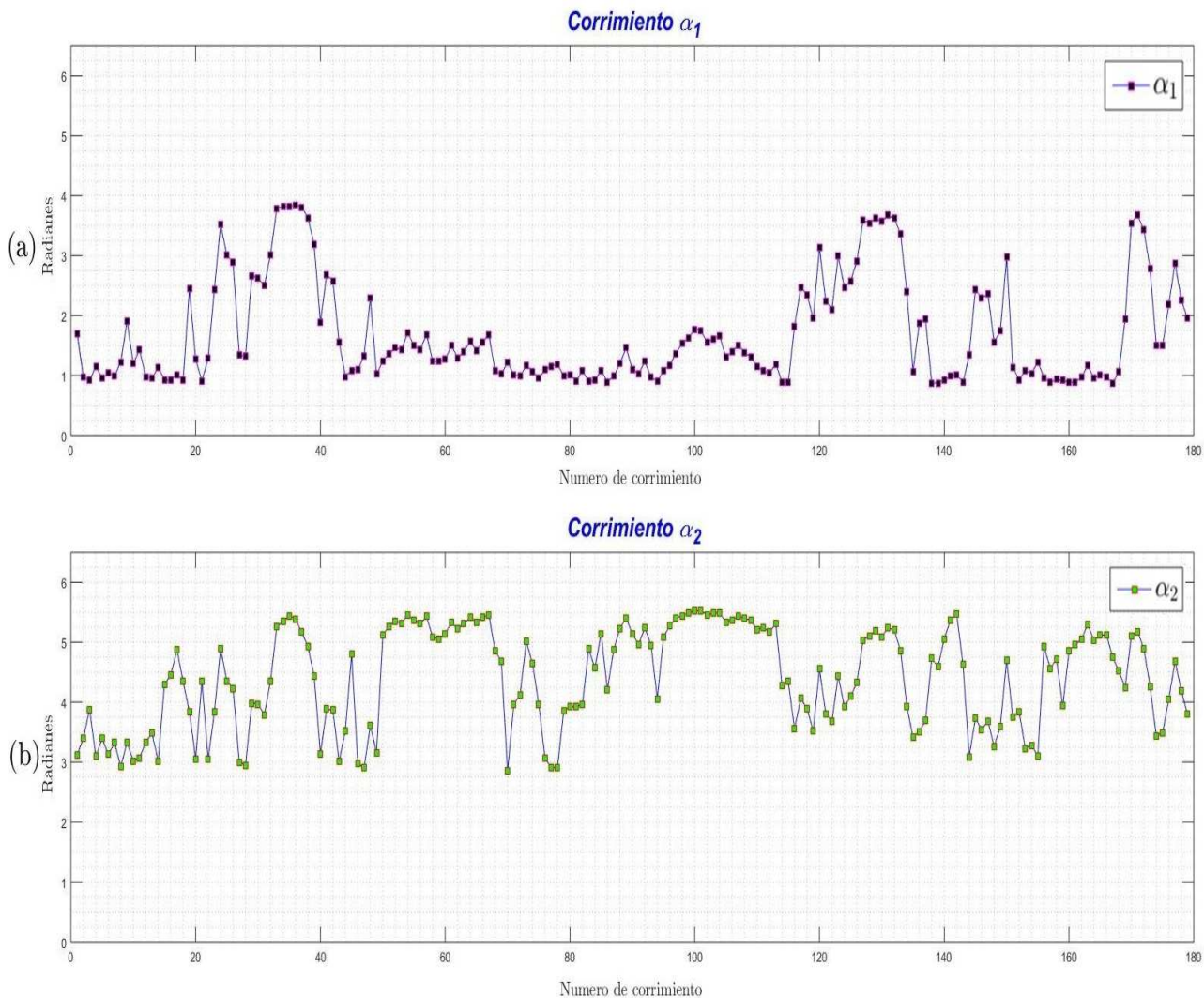


Figura 5.8: Valores obtenidos para los corrimientos (a)  $\alpha_1$  y (b)  $\alpha_2$ .

En términos generales los valores mostrados en la Figura 5.8 no son 100 % confiables, ya que en algunos valores las condiciones de operación no cumplen la condición  $\alpha_1$  ;b)  $\alpha_2$  , condición necesaria para un correcto funcionamiento del algoritmo *VES*, es decir  $I_1$  no se encuentra siempre contenido entre  $I_0$  e  $I_2$  por lo tanto, este valor sobre pasa ya sea por el limite inferior o por el limite superior a los patrones de referencia.

A continuación, se muestran los valores obtenidos de otros corrimientos almacenados ahora aplicando el criterio de limitar  $I_1$  por el valor máximo de corrimiento hacia la izquierda  $I_0$  y el valor máximo a

la derecha  $I_2$  pero además conteniendo valores que se acercan a ambos límites. La Figura 5.9 muestra el comportamiento de los valores obtenidos para los corrimientos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  calculados por el algoritmo *VES*.

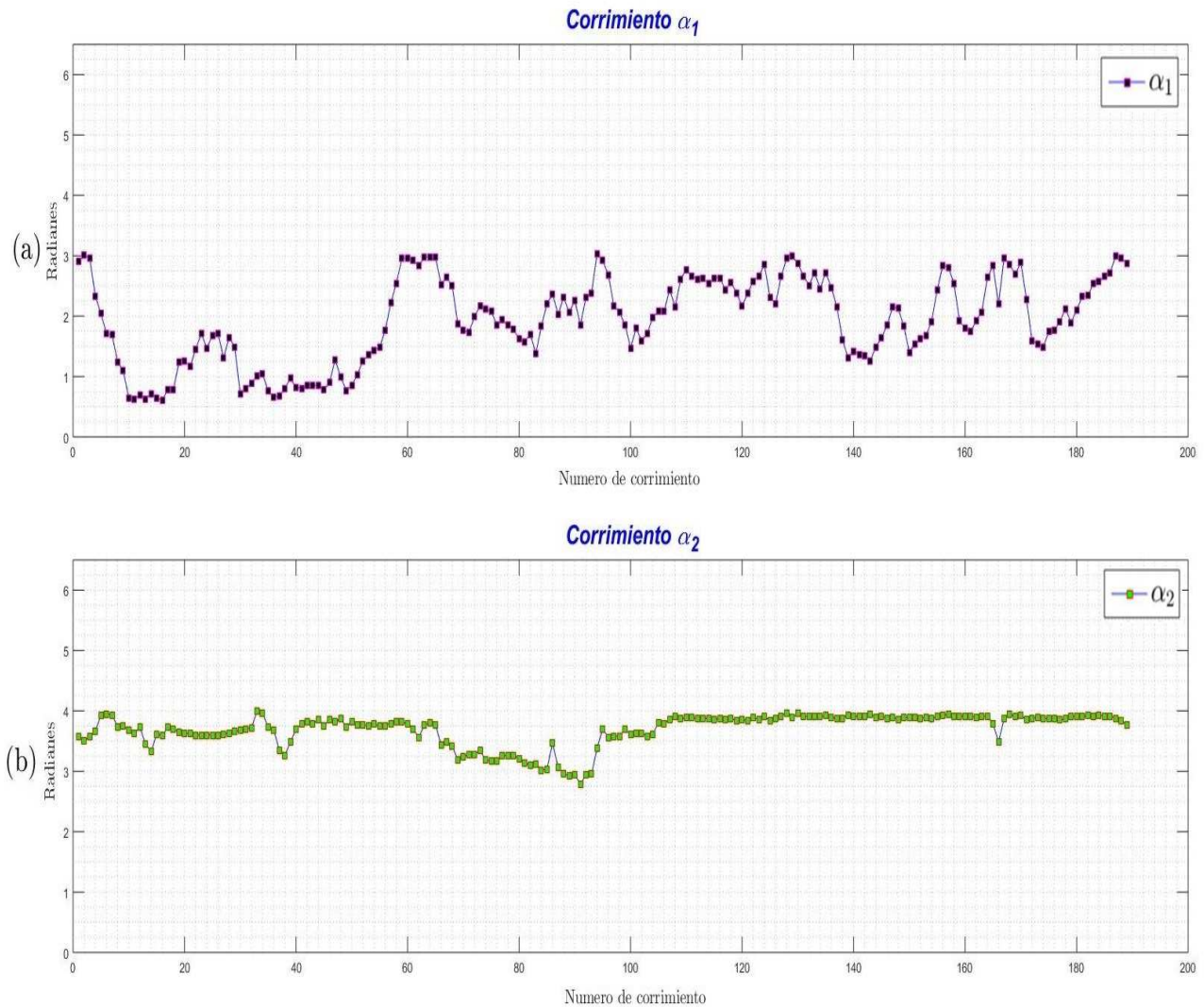


Figura 5.9: Valores obtenidos para los corrimientos (a)  $\alpha_1$  y (b)  $\alpha_2$  , se observa que al limitar  $I_1$  se obtiene un nuevo comportamiento para los valores  $\alpha_2$ .

Se observa que con este nuevo criterio  $\alpha_2$  tiende por segmentos a tener un valor similar o *constante* en cada corrida, esto es, debido a que el corrimiento contenido entre  $I_0$  y  $I_2$  permanece fijo y por lo tanto deberíamos ser capaces de recuperar este valor constante en cada corrida por lo tanto nos acercamos a una solución satisfactoria para confiar en los valores que el algoritmo *VES* calcula para el valor  $\alpha_1$ .

Ahora nuevamente analizamos nuevos corrimientos de fase reales almacenados en otro arreglo multidimensional en los cuales los valores que toma  $I_1$  no se acerca de los valores limitados entre los interferogramas  $I_0$  e  $I_2$ , la Figura 5.10 muestra los resultados encontrados.

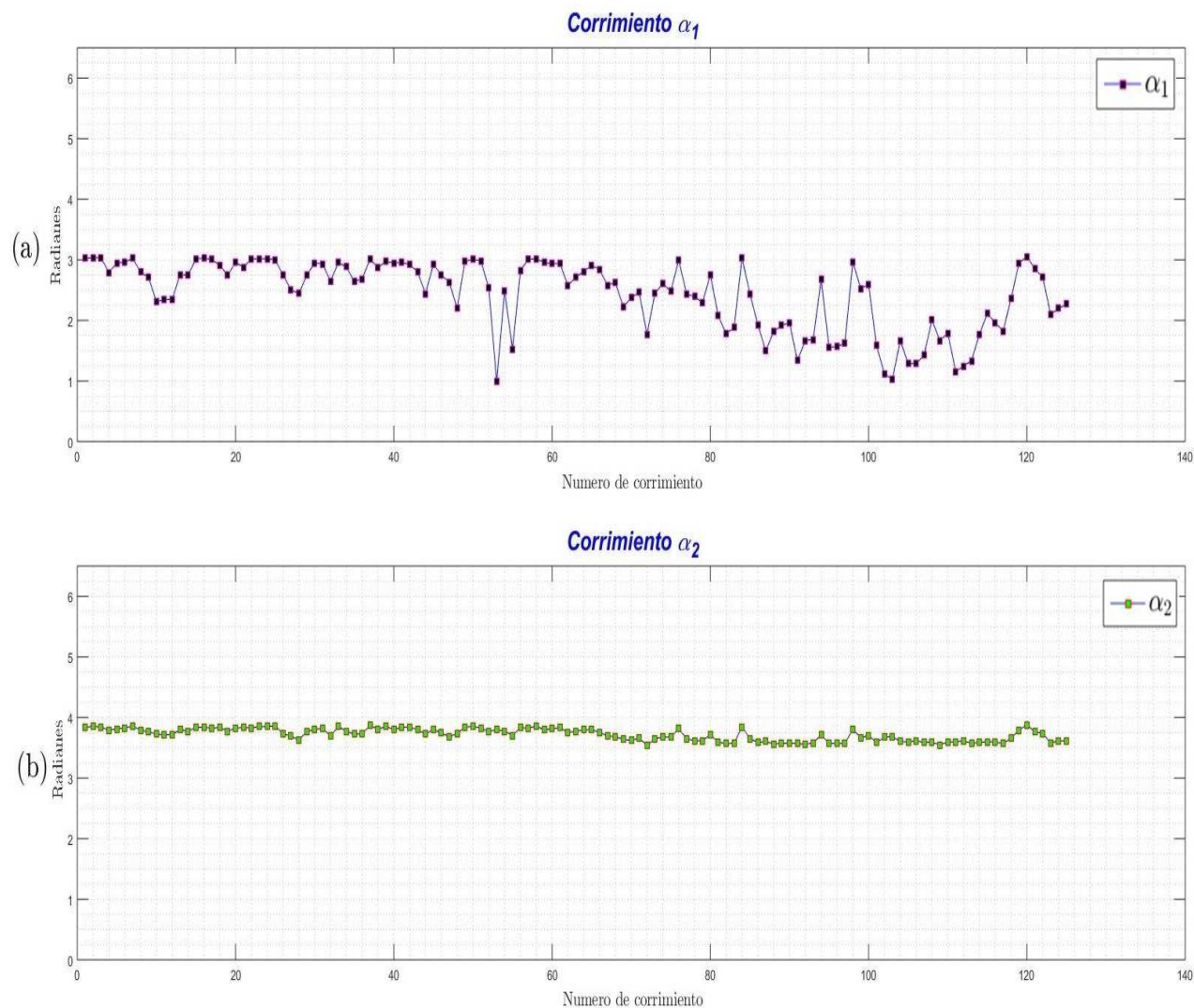


Figura 5.10: Valores obtenidos para los corrimientos (a)  $\alpha_1$  y (b)  $\alpha_2$ , se observa que al limitar  $I_1$  y cuando los valores no se acercan a los límites contenidos por  $I_0$  e  $I_2$  se comienza a observar un comportamiento constante para el valor obtenido de  $\alpha_2$ .

En la gráfica anterior existe una propiedad importante que encontramos con este tipo de procedimiento propuesto, debido a que hemos limitado los patrones  $I_1$  e  $I_2$ , los cuales toman valores de los corrimientos extremos en cada arreglo multidimensional, observamos que, si el valor del interferograma  $I_1$ , que es el que, es leído en secuencia para hacer un barrido de todos los interferogramas almacenados en el arreglo multidimensional, si este valor no está cerca de los valores extremos fijos  $I_1$  e  $I_2$ , el algoritmo *VES* calcula en cada corrida los tres interferogramas necesarios requeridos, como consecuencia arrojará un valor constante para  $\alpha_2$ , esto es razonable debido a que nunca cambian la diferencia de fase de los interferogramas  $I_0$  e  $I_2$ , esta es la razón por la cual  $\alpha_2$  tomara siempre el mismo valor, sin embargo, si existe un cambio entre la diferencia de fase entre los patrones  $I_0$  e  $I_1$ , esta diferencia cambiará con el tiempo dependiendo del valor contenido en ese instante. Como consecuencia, a la propiedad de obtener el valor  $\alpha_2$  constante la llamamos propiedad de *autocomprobación*, si este valor constante no es recuperado indica que el valor calculado por el método *VES* para el valor  $\alpha_1$ , se ha pegado o acercado a alguna de nuestras referencias fijas o ha salido del rango que esta limitado por estos patrones fijos  $I_0$  e  $I_2$ .

## 5.2. Automatización y análisis en tiempo real para calcular los corrimientos producidos por un interferómetro Mach-Zhender utilizando el método VES.

Se llevo a cabo la automatización de la captura de corrimientos en tiempo real obtenidos del interferómetro de **Mach-Zhender** en Matlab tomando en cuenta el nuevo criterio descrito anteriormente y utilizando el algoritmo *VES*, para los valores de  $I_0$  y  $I_2$  se capturo un corrimiento con desplazamiento hacia la izquierda  $I_0$  con valor cercano a  $\pi$  haciendo un desplazamiento de un brazo del interferómetro y posteriormente se llevo la captura del corrimiento restante  $I_2$  este con un desplazamiento cercano a  $\pi$  en sentido derecho respecto a un punto de referencia, los valores para  $I_1$  serán las tomas obtenidas en tiempo real de los corrimientos registrados en ese instante de tiempo, en la Figura 5.11 se muestran las características del patrón registrado así como los valores de algunas corrimientos obtenidos.

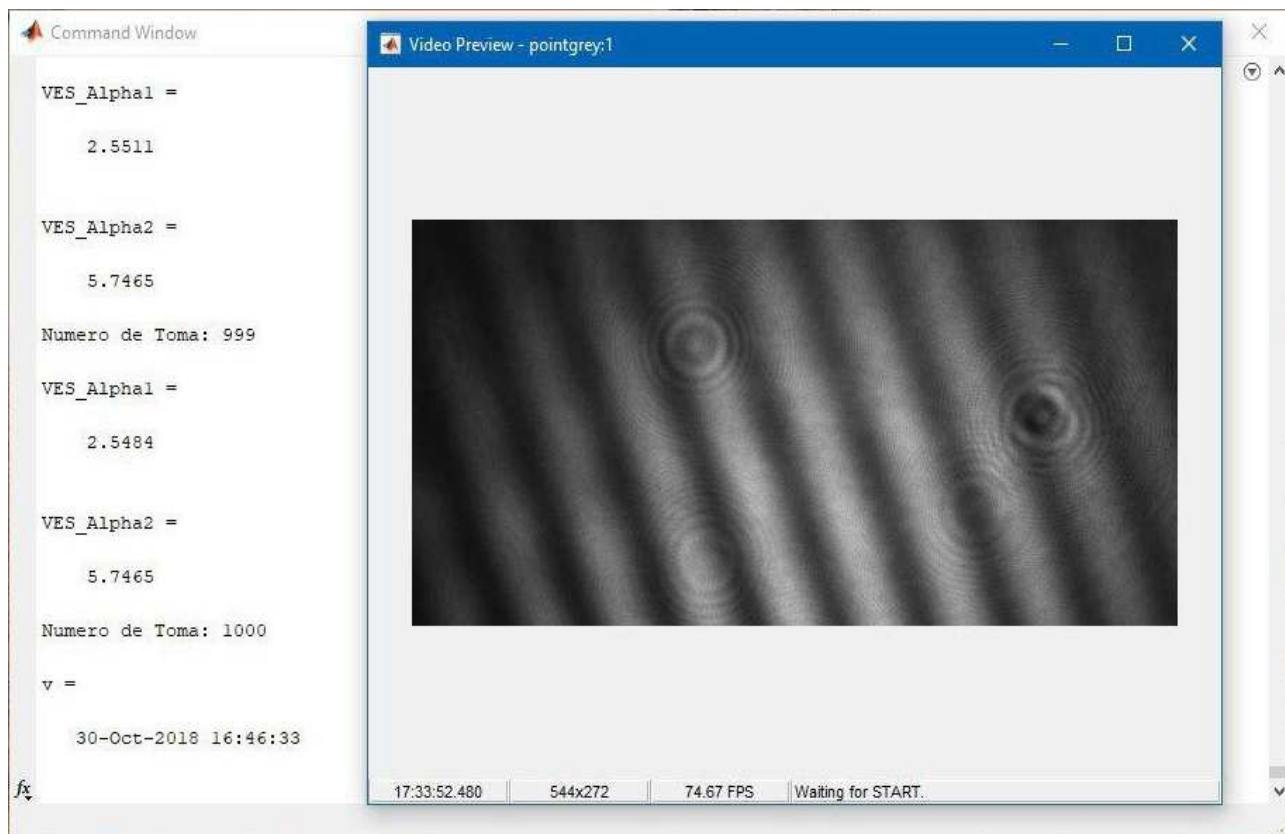


Figura 5.11: Aspecto de los patrones de interferencia producidos por el interferómetro **Mach-Zhender** así como el valor de algunos corrimientos en instantes de tiempo diferentes.

Lo que se observó al aplicar este método es que si se tiene una diferencia de fase suficientemente grande en el rango de 5–6 radianes entre los interferogramas  $I_0$  e  $I_2$ , es posible obtener valores para el corrimiento  $\alpha_2$  de forma constante, con los correctos valores para los corrimientos  $\alpha_1$ . Esto se muestra en la Figura 5.12 en la cual se leyeron más de 2000 corrimientos obtenidos en tiempo real, la gráfica muestra los primeros 1600 corrimientos en los cuales se corrobora el comportamiento del corrimiento  $\alpha_2$  como casi una constante (propiedad de *autocomprobación*) además de los correctos valores para los corrimientos  $\alpha_1$ . Como se observa en la Figura 5.12 existe un comportamiento constante para el corrimiento  $\alpha_2$  situación que se espera debido a que el corrimiento existente entre los patrones  $I_0$  e  $I_2$  no cambia en ningún momento. Este mismo comportamiento se mantuvo en las mediciones siguientes, y provocando vibraciones de manera intencional sobre la mesa óptica se observaron valores que iban cambiando para el corrimiento  $\alpha_1$  a medida que las vibraciones se aplicaban, sin embargo, se mantenía el valor constante para  $\alpha_2$  sin ningún problema. Las mediciones se pudieron realizar con un determinado lapso de tiempo o con un número de tomas determinado.

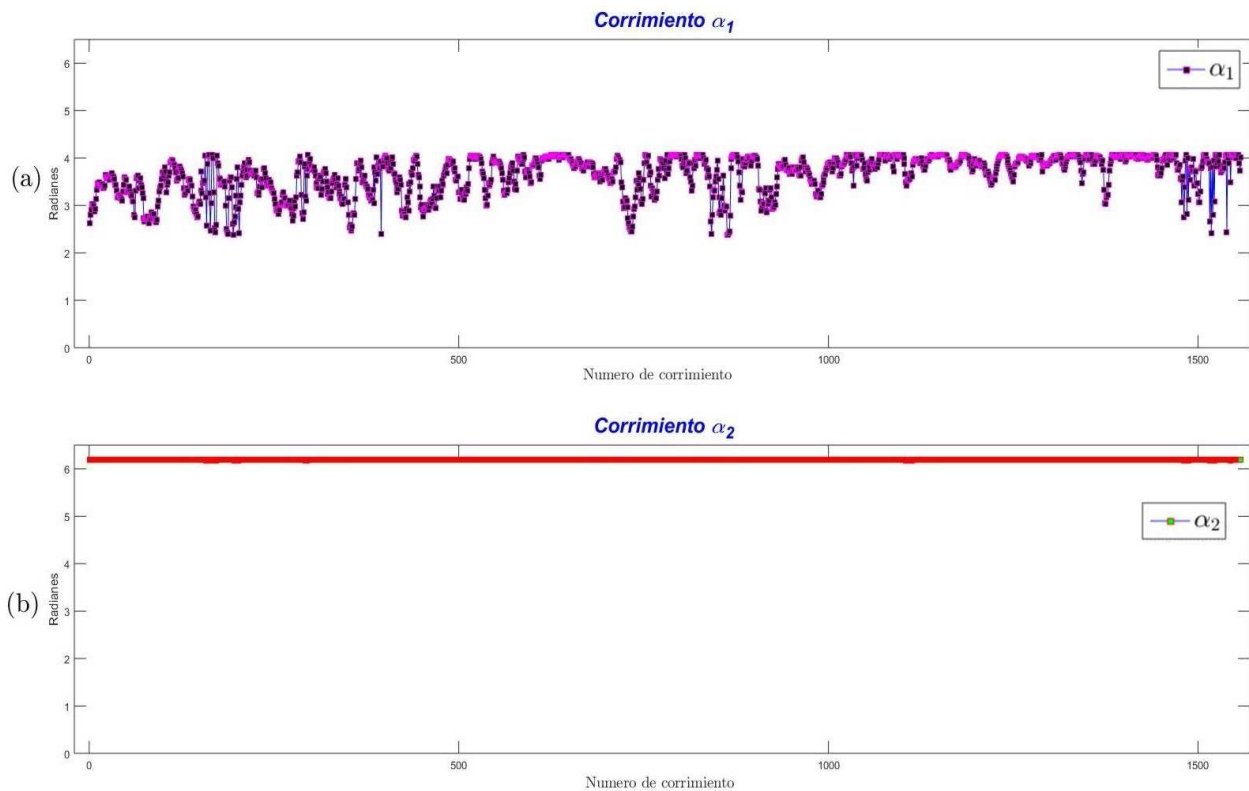


Figura 5.12: (a) valores obtenidos para el corrimiento  $\alpha_1$ , (b) valores obtenidos para el corrimiento  $\alpha_2$ .

### 5.3. Recuperación de los corrimientos de fase utilizando el algoritmo VES en un proceso dinámico (DVES)

Gracias a las numerosas pruebas realizadas y a la identificación de los factores que afectan el correcto funcionamiento del algoritmo VES que se describieron en la sección anterior, se pudo realizar una mejor caracterización del algoritmo, dando como resultado una metodología propuesta que permite no solo medir los corrimientos de fase contenidos dentro de los arreglos multidimensionales de forma correcta, sino que también fue posible medir de forma correcta corrimientos de fase que presentaban un cambio en tiempo real debido a perturbaciones que afectaban la estabilidad del arreglo interferométrico. Ya que con esta metodología desarrollada pudo medirse patrones de interferencia dinámicos utilizando el algoritmo VES, se llamó DVES (VES Dinámico) quien es capaz de medir corrimientos en tiempo real, para mostrar la metodología utilizada, a continuación, se presentan los aspectos fundamentales del algoritmo DVES [40].

Las condiciones de operación del algoritmo VES establecen que es necesario respetar la condición de operación, esto implica que en todo momento se debe de tener cuidado que  $\alpha_0 = 0 < \alpha_1 < \alpha_2$  para confiar en los valores recuperados. Sin embargo, en una aplicación en tiempo real en donde se desea medir corrimientos debido al ruido presente, no se puede asegurar que la condición de operación siempre se cumpla, puede suceder que se presente una segunda condición que implicara que  $\alpha_1 > \alpha_2$ , se debe evitar este caso ya que los valores que recupera el algoritmo VES no son los correctos. Cuando existe una tercera condición,  $\alpha_1 = \alpha_2$ , este proceso genera un error en la obtención de algún valor para ambos corrimientos, debido a que el término  $q = I_1 - I_2$  se convierte en valor 0 y este valor indefine las operaciones realizadas, ésta es una condición no deseada. Con las numerosas pruebas realizadas con interferogramas reales utilizando el algoritmo VES, los factores que afectan su correcto funcionamiento son:

- Si los corrimientos son muy pequeños entre la diferencia de fase en ambos patrones  $I_1$  e  $I_2$  respecto a la referencia  $I_0$ .
- Si existe un cambio de signo en el corrimiento de fase en cualquiera de los patrones extremos  $I_1$  e  $I_2$  respecto a la referencia  $I_0$ . Este proceso no cumple la condición de operación.
- Si existe un corrimiento de fase muy pequeño entre la diferencia de fase de los patrones  $I_1$  e  $I_2$ .

Los factores antes mencionados generan la obtención de corrimientos incorrectos en algunos casos, o se recuperan valores de corrimientos absolutos con la pérdida de signo, o una combinación de ambos dependiendo de la circunstancia. Para superar las limitantes presentadas por los factores anteriores, se propone un nuevo enfoque, este consiste en utilizar dos patrones de referencia que permanecen fijos para los interferogramas  $I_0$  e  $I_2$ , es decir, en tiempo real, el primer patrón presente se considera como patrón de referencia inicial a partir del cual se genera un corrimiento de fase de un valor  $-\pi$  radianes para el interferograma  $I_0$  respecto a este patrón de referencia inicial, para capturarlo y almacenarlo para después regresar al patrón de referencia inicial, de igual forma, para el interferograma  $I_2$ , se genera un corrimiento ahora de  $\pi$  radianes respecto al mismo patrón de referencia el cual se captura

y almacena, el interferograma restante  $I_1$ , es el que se analizara en tiempo real y es el que estará cambiando de acuerdo a las condiciones presentes en la estabilidad del arreglo interferométrico.

En este momento contamos con tres patrones de interferencia que cumplen la condición de operación, dos patrones de referencia fijos y uno que es analizado en tiempo real, estos tres patrones son analizados con el algoritmo VES en una primera etapa, los resultados que podemos esperar con esta configuración es que, estimamos un valor que este dentro del rango de  $\alpha_1 \in (0, 2\pi)$  radianes esto calculado por la diferencia de fase de los interferogramas  $I_0$  e  $I_1$ , este valor depende del corrimiento que se está procesando en tiempo real, sin embargo por el método propuesto en la diferencia de fase de los interferogramas  $I_0$  e  $I_2$  se espera recuperar un valor contenido en el rango  $\alpha_2 \approx < 2\pi$  radianes el cual permanece fijo.

Como ejemplo podemos recuperar en un primer intento valores de  $\alpha_{1,t1} = 1,75$  radianes y  $\alpha_{2,t1} = 6$  radianes, si dejamos correr el proceso unas dos veces mas podemos recuperar los valores  $\alpha_{1,t2} = 2,01$  radianes,  $\alpha_{2,t2} = 6$  radianes,  $\alpha_{1,t3} = 2,34$  radianes,  $\alpha_{2,t3} = 6$  radianes, observamos que el valor para  $\alpha_2$  es un valor constante de 6 radianes y si continuamos con la medición de los corrimientos, fluctuará el valor de  $\alpha_1$  en el rango antes mencionado, pero para el valor de  $\alpha_2$  se recuperara un valor fijo de 6 radianes para todo el número de mediciones que se quiera realizar, a esta propiedad se le llamó como propiedad de *autocomprobación*, esta propiedad indica que las mediciones se están llevando a cabo de manera correcta, y podemos confiar en los datos obtenidos por el método VES, esto debido a que la diferencia de fase entre los interferogramas  $I_0$  e  $I_2$  recuperada por  $\alpha_2$  es una diferencia constante que no cambia y es la que se recuperará siempre con el mismo valor, y ya que el valor del corrimiento  $\alpha_1$  contenido por la diferencia de fase entres los interferogramas  $I_0$  e  $I_1$  oscilara entre los corrimientos contenidos por la diferencia de fase de los interferogramas  $I_0$  e  $I_2$  por lo tanto la condición de operación será respetada.

Para mostrar el comportamiento de la propiedad de *autocomprobación* en la Figura 5.13 se presenta el cálculo de los corrimientos obtenidos por el algoritmo VES  $\alpha_1 = \alpha_{10} = \alpha_1 - \alpha_0$  y  $\alpha_2 = \alpha_{20} = \alpha_2 - \alpha_0$  durante una medición de 1000 interferogramas en tiempo real, en ella se muestra que se recupera el valor de corrimiento para  $\alpha_2 = 6$  radianes del primero y hasta el último interferograma analizado, por lo tanto podemos confiar en el valor recuperado para  $\alpha_1$  durante el resto de todo el proceso. Por lo tanto, el comportamiento de  $\alpha_2$  denota una constante, mientras que  $\alpha_1$  mide el corrimiento en tiempo real de las perturbaciones que afectan la estabilidad del arreglo interferométrico.

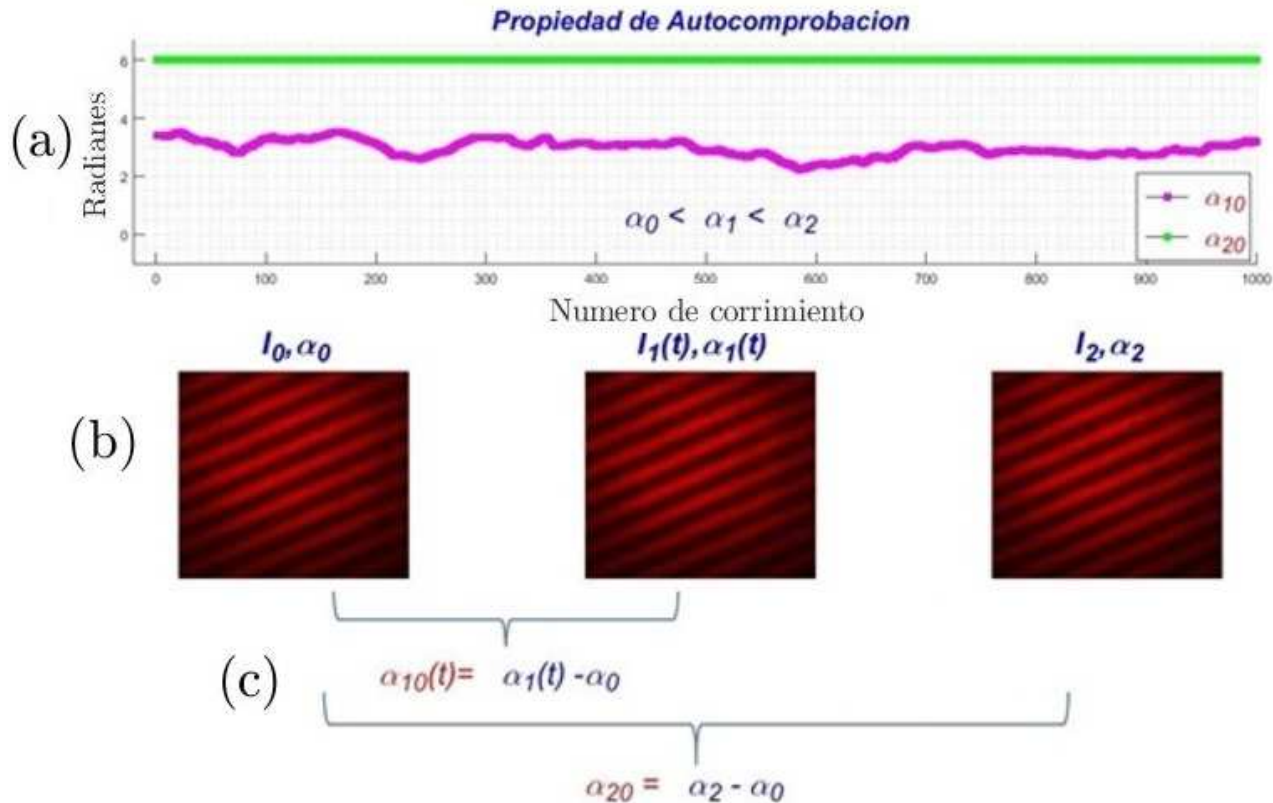


Figura 5.13: (a) Propiedad de *autocomprobación* en la cual  $\alpha_2$  permanece constante, (b) Corrimientos contenidos en los interferogramas utilizados  $I_0$ ,  $I_1$  y  $I_2$ , (c) Corrimientos  $\alpha_1 = \alpha_{10} = \alpha_1 - \alpha_0$  y  $\alpha_2 = \alpha_{20} = \alpha_2 - \alpha_0$  obtenidos por el algoritmo VES el cual indica las diferencias de fases entre par de interferogramas

Si las condiciones mencionadas anteriormente no son respetadas esto principalmente por la presencia de una mayor cantidad de fluctuación en la estabilidad del arreglo interferométrico, provoca una mayor variación en el corrimiento contenido en el interferograma  $I_1$ , éste puede tener un valor que esté muy cercano al valor del corrimiento contenido en el interferograma  $I_0$  o al interferograma  $I_2$  los cuales son interferogramas que limitan el rango en el cual se llevaran las mediciones o en su defecto puede salirse del rango contenido por la diferencia de fase entre los interferogramas  $I_0$  e  $I_2$ , por cualquiera de los dos lados, la condición de *autocomprobación* presenta un comportamiento constante cuando la condición de operación  $\alpha_1 < \alpha_2$  se cumple, sin embargo esta deja de ser constante cuando se tiene la condición a  $\alpha_1 > \alpha_2$ , como consecuencia los valores recuperados por el método VES para  $\alpha_2$  comienzan a oscilar contradiciendo el hecho de que la diferencia de fase entre los interferogramas  $I_0$  e  $I_2$  es fija, como consecuencia estas mediciones son consideradas mediciones no válidas, y es el caso que se desea evitar, la Figura 5.14 muestra el comportamiento de la condición de *autocomprobación* en donde por secciones es constante y cuando comienza a variar.

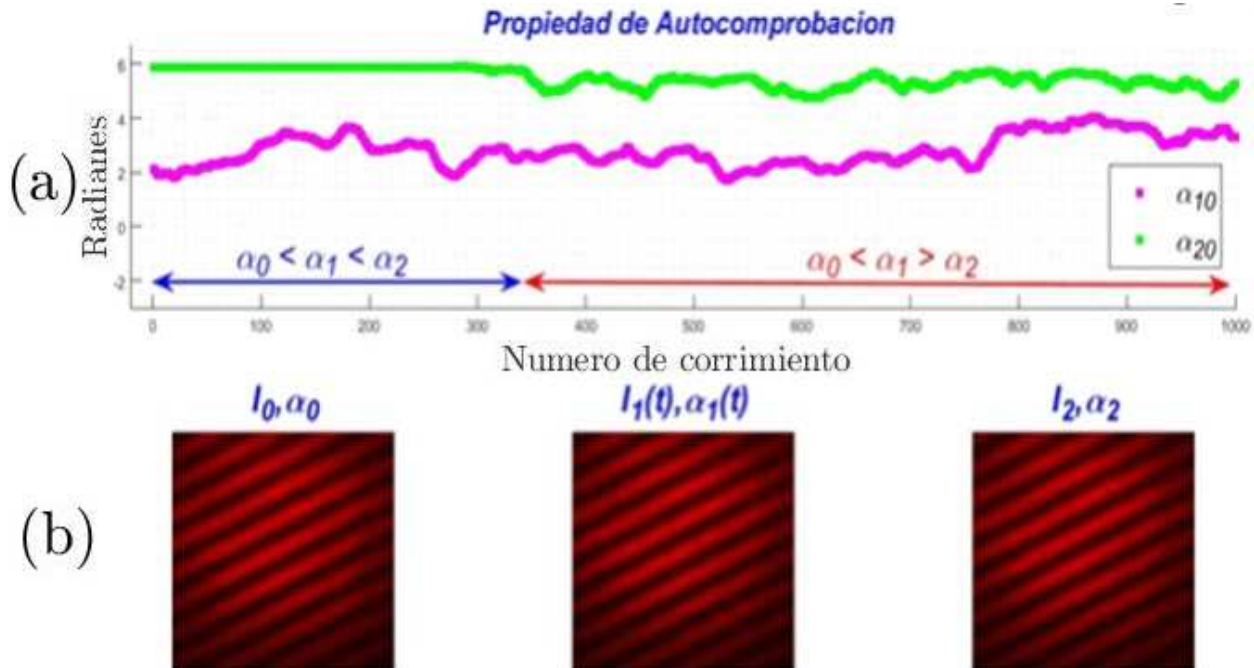


Figura 5.14: (a) Propiedad de *autocomprobación* en el primer tramo se cumple la condición de operación y en el segundo tramo se deja de cumplir la condición de operación

## 5.4. Resultados Experimentales - Medición de corrimientos en tiempo real utilizando el método DVES

Después de haber implementado la automatización de los corrimientos en tiempo real en Matlab, se realizó la medición de las perturbaciones presentes en una mesa óptica en donde se implemento el arreglo interferométrico Mach-Zhender en un día hábil y se utilizó el algoritmo DVES, esta mesa no cuenta con aislamiento contra vibraciones ni se cuenta con un bloqueo total de la luz que entra en el cubículo, por lo que existe variación de intensidad de la luz a lo largo del día, variación de la temperatura dentro del cubículo debido a la variación de la cantidad de luz que esta presente, así como presencia de alumnos y docentes que realizan actividades en los cubículos contiguos. Se realizaron mediciones cada hora durante 24 horas para observar como los factores antes mencionado afectan la estabilidad de la mesa óptica en este cubículo. En cada hora se proceso la medición de 1000 corrimientos con un tiempo de computo de 2.20 minutos para analizar el total de los 1000 corrimientos requeridos, se evito estar presente cerca del arreglo para no perturbar la medición de manera directa. Este cálculo se realizó en forma automática y se guardaron los valores de los corrimientos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , por cada hora, para su posterior graficado, los resultados obtenidos se muestran en la Figura 5.15.

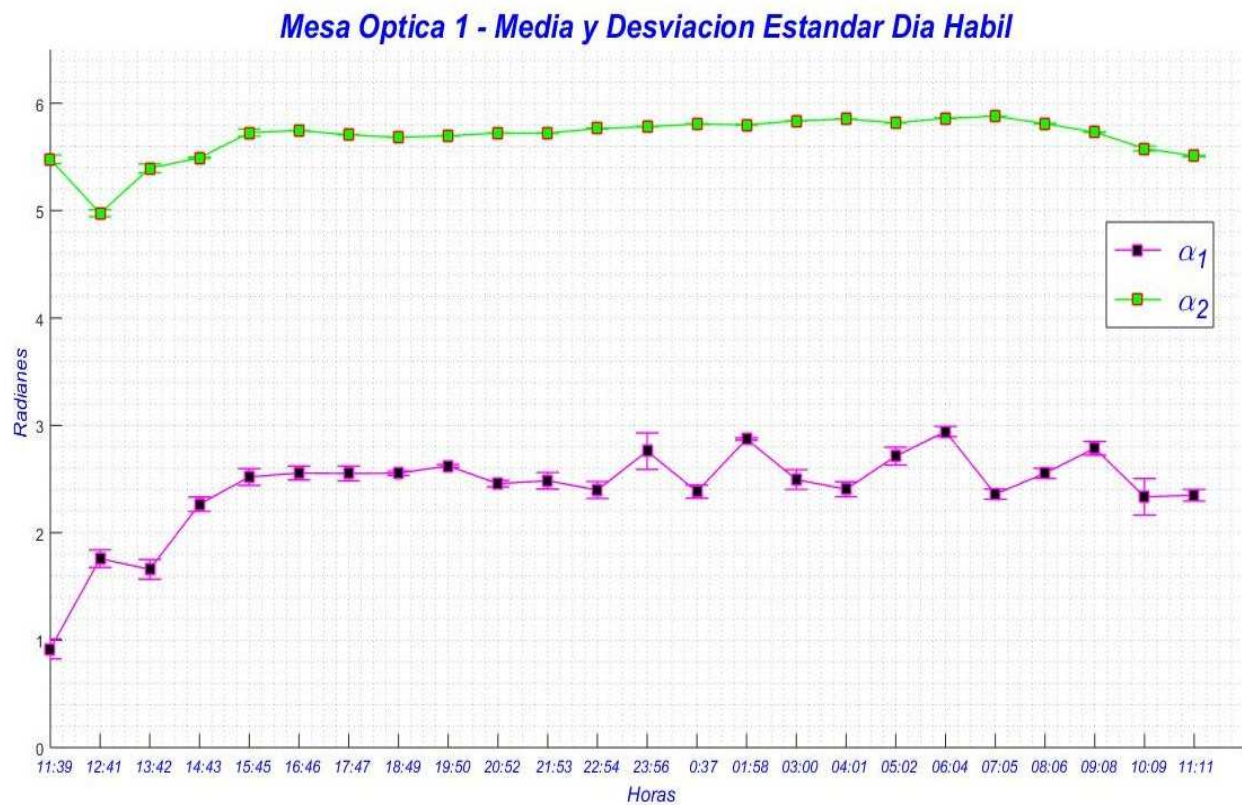


Figura 5.15: Corrimientos obtenidos en una medición de 24 horas.

El análisis de la gráfica presente en la Figura 5.15 indica que la medición para el corrimiento  $\alpha_2$  se ve afectada por las características presentes en el patrón  $I_1$  en ese instante, se presenta la media de los 1000 corrimientos de fase procesados así como su desviación estándar de ellos calculada para cada hora.

Posteriormente se realizó una medición en un día no hábil, en el cual no esta presente el factor que puede contribuir debido a personal presente cerca del lugar donde se realizaron las mediciones. Sin embargo, se contó con la presencia de lluvia en tres ocasiones durante la medición, esto incrementa los factores que alteran la estabilidad de la mesa y los corrimientos, como puede ser, vibraciones mecánicas provocadas por la lluvia al chocar en el piso, en el edificio donde se está llevando a cabo la medición, decremento en la temperatura, cambios en la humedad, perturbaciones atmosféricas, entre otras. Como resultado de todos estos factores se obtuvo la siguiente gráfica que se muestra en la Figura 5.16.

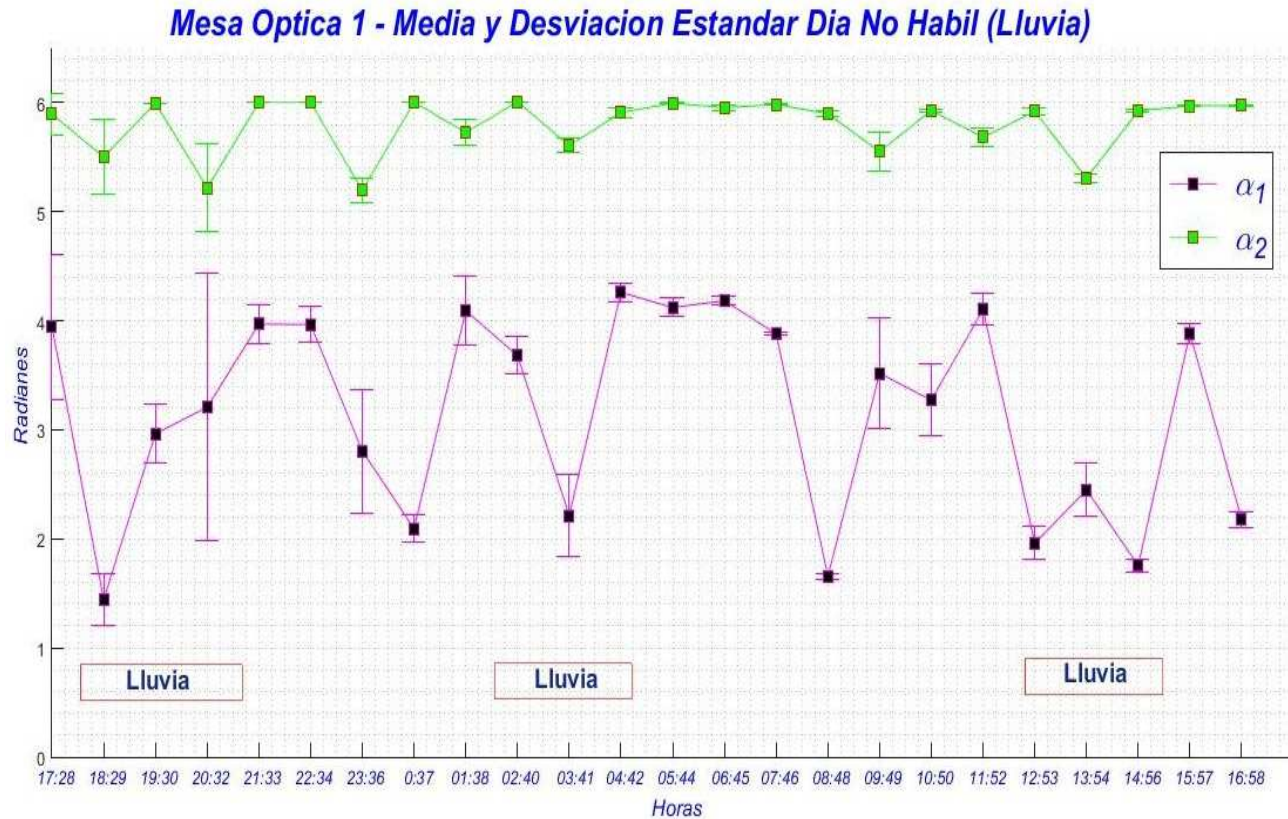


Figura 5.16: Corrimientos obtenidos en una medición de 24 horas en presencia de lluvia.

Como resultado se observa que, en algunas horas, como puedes ser 18:29, 20:32, 23:36, entre otras, los factores existentes en esos instantes hicieron que la medición del corrimiento  $\alpha_2$  no fueran las correctas, ya que este debe ser constante por consiguiente debería tener una desviación estándar muy pequeña además los valores promedios en cada hora para el valor procesado  $\alpha_2$  tendrían que ser constantes, ya que para ese día en cuestión se utilizaron los mismos patrones de referencia para toda la jornada. Debido a las perturbaciones existentes, existen ciertas horas en las cuales el valor promedio de  $\alpha_2$  baja considerablemente y en estas horas se cuenta con una desviación estándar perceptible, esto tiene como resultado considerar las mediciones  $\alpha_1$  como mediciones no confiables, debido a que no se presentó la propiedad de *autocomprobación* de forma satisfactoria.

Posteriormente se llevó a cabo la medición de los corrimientos de fase debido a las perturbaciones presentes en la mesa óptica del cubículo, en un día no hábil, sin la presencia de lluvia, los resultados encontrados se muestran en la Figura 5.15. Como se muestra en la Figura 5.17 la media del corrimiento  $\alpha_2$  así como su desviación estándar, tienen un mejor comportamiento respecto a la misma medición en un día hábil mostrado en la Figura 5.15, por lo que los valores medidos en las 24 horas caen en el rango de medidas validas, la mínima variación en el promedio del valor para el corrimiento  $\alpha_2$  así como su casi nula variación estándar, nos indica que los valores calculados para el corrimiento de fase  $\alpha_1$ , se encuentran en el rango de mediciones validas.

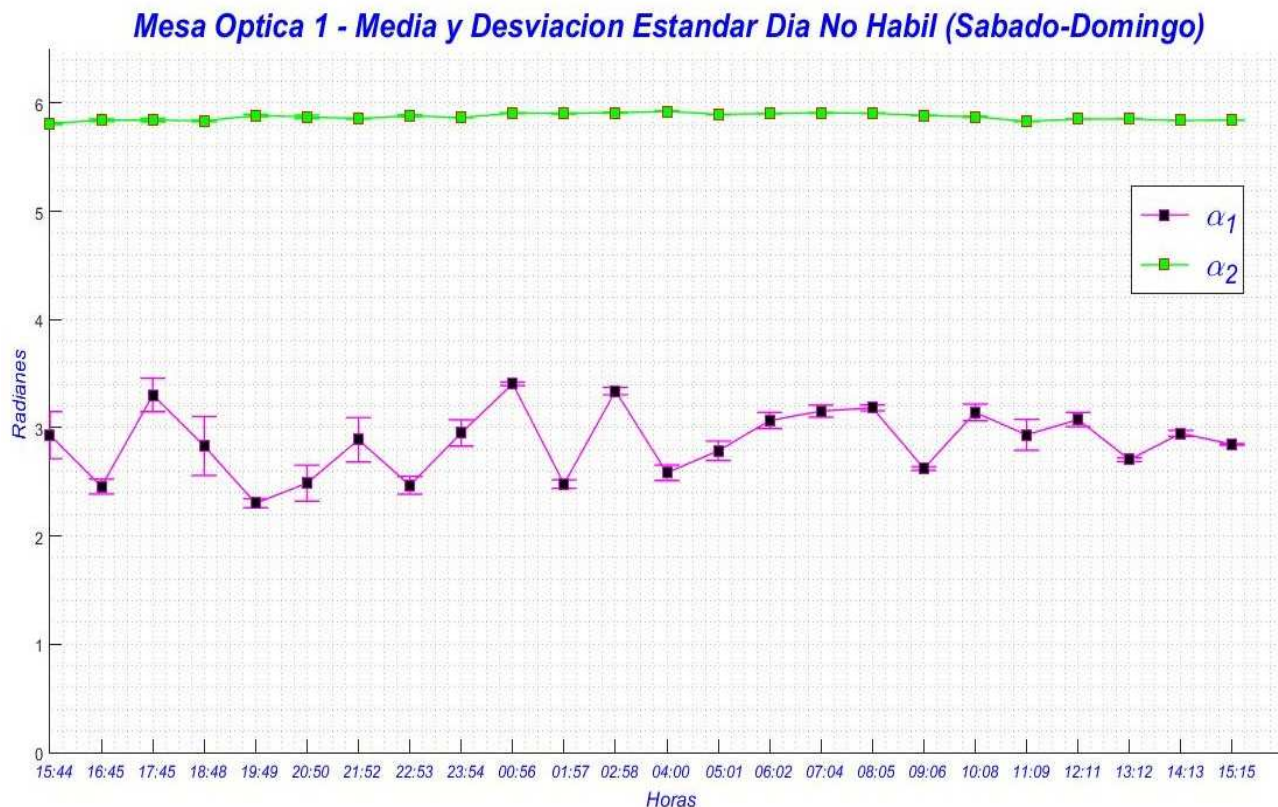


Figura 5.17: Media y desviación estándar en una medición de 24 horas en un día no hábil.

Con los resultados encontrados en esta mesa óptica se observa, como afectan diferentes condiciones a los corrimientos de los patrones de interferencia producidos por el interferómetro Mach - Zhender, con este procedimiento desarrollado nuestra siguiente etapa fue hacer las mismas mediciones ahora en otra mesa óptica con características diferentes a la mesa del cubículo.

## ■ MESA ÓPTICA 2

Se implemento el mismo arreglo interferométrico **Mach-Zhender** que se armó en la mesa del cubículo, pero ahora en una mesa óptica encontrada en el Laboratorio de Luz Estructurada (LLE), esta mesa presenta diferentes características en comparación con la primera mesa donde se realizaron las primeras mediciones, como lo pueden ser: es una mesa de mayores dimensiones, por lo que el área de trabajo es mayor, con postes más robustos que sujetan la placa metálica de esta mesa, el grosor es casi lo doble respecto a la primera, estas características se muestran en la Fig5.18.

Se realizaron nuevamente mediciones de 1000 patrones de interferencia para calcular los corrimientos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  en tiempo real, las primeras condiciones encontradas fueron que las mediciones que se llevaron acabo debido al clima fue en presencia de lluvia.

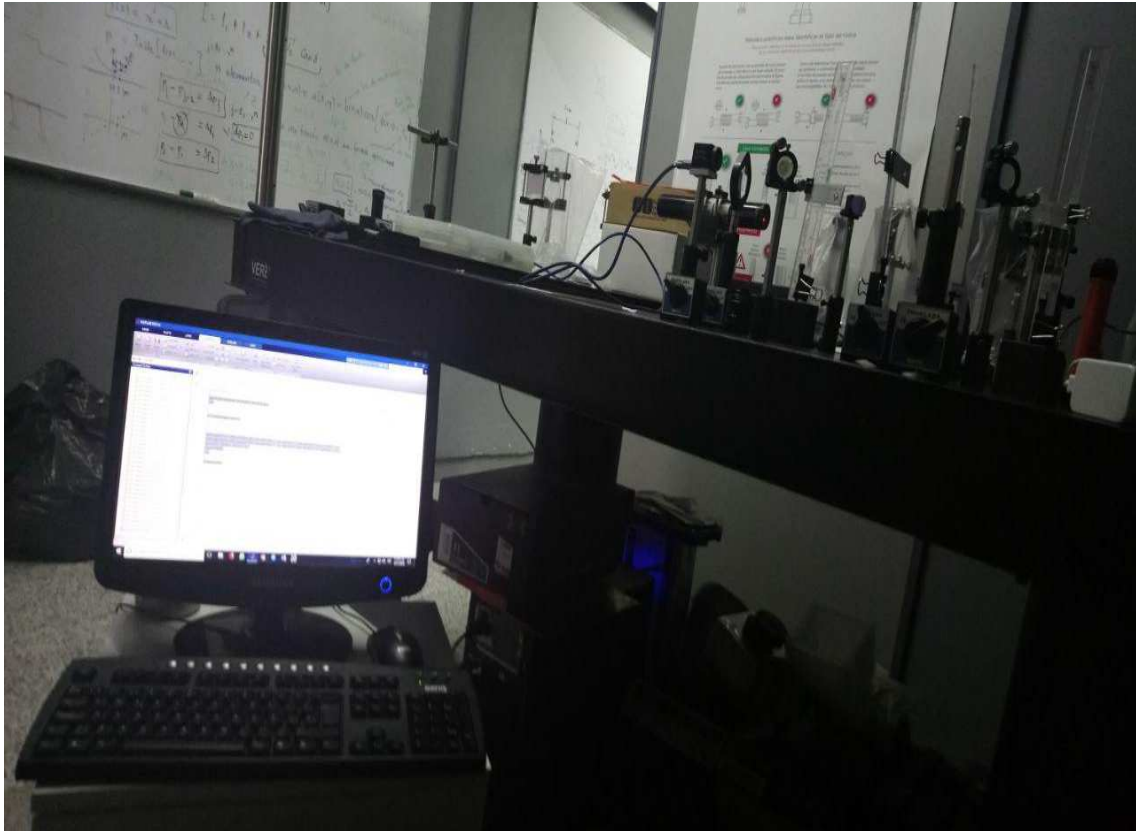


Figura 5.18: Características de la mesa óptica numero 2 encontrada en LLE donde se implementó el interferómetro **Mach-Zhender** para la medición de los corrimientos en tiempo real.

Lo encontrado con estas características de clima se muestran en la Figura 5.19, como se observa, existen perturbaciones que afectan la medición, algunas horas podrían considerarse como medidas no confiables porque ha existido una considerable variación en el valor promedio para el corrimiento  $\alpha_2$ , estos promedios presentan también una desviación estándar menor respecto por ejemplo a la mesa óptica del cubículo en condiciones de lluvia, otro factor importante a resaltar es que las características de los corrimientos  $\alpha_1$ , la desviación estándar y su media, tiene valores mas pequeños que en comparación de la mesa del cubículo, esto podría interpretarse a que pese a que esta mesa no cuenta con aislamiento contra vibraciones, si tienden a estabilizar un poco mejor y más rápido los patrones de interferencia, respecto a la mesa del cubículo.

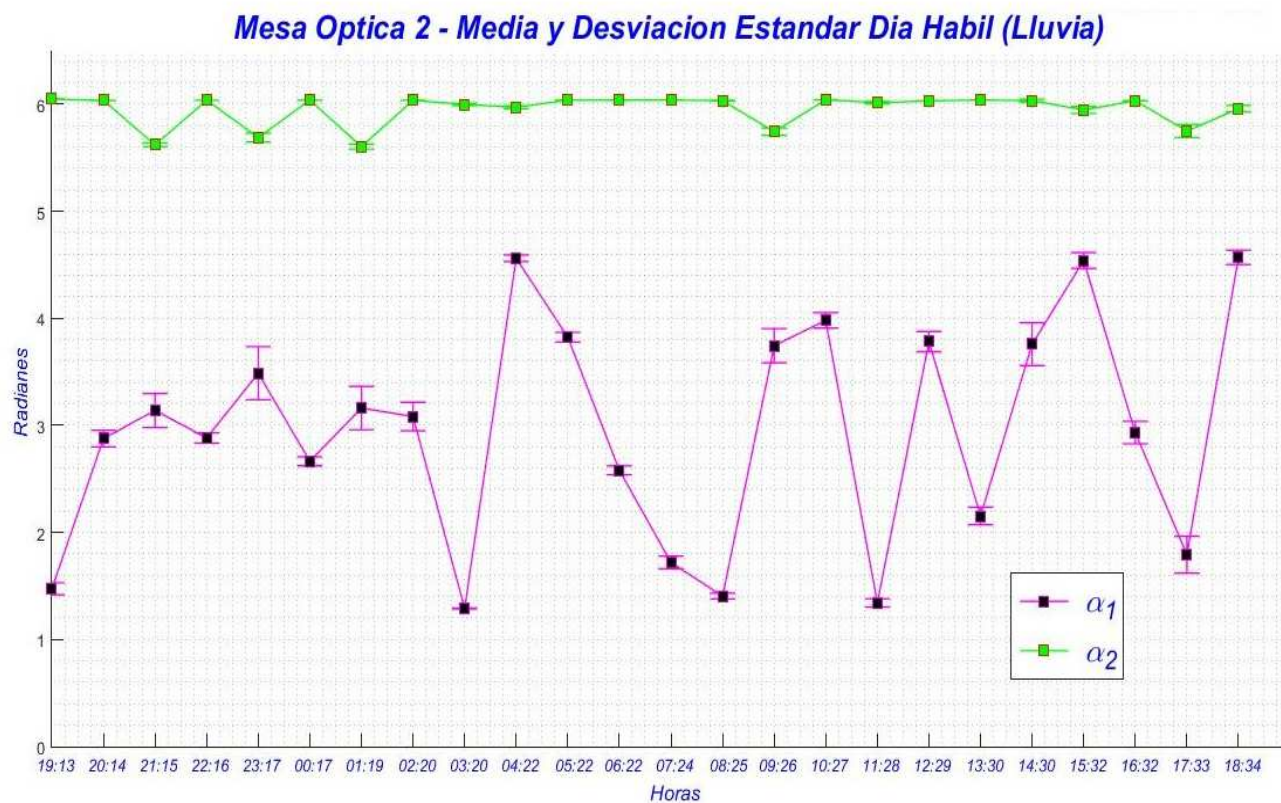


Figura 5.19: Media y desviación estándar en una medición de 24 horas en un día hábil con lluvia en la mesa óptica de LLE.

■ MESA ÓPTICA 2- Día hábil (sin lluvia)

Se realizaron las correspondientes mediciones en un día hábil en el cual no se vio afectado por la lluvia en la Mesa Óptica 2, en esta ocasión tenemos un mejor comportamiento en el corrimiento  $\alpha_2$  el cual presenta una menor variación respecto a esta misma mesa en presencia de la lluvia, esto muestra que contamos con un amplio rango de variaciones confiables, por lo tanto podemos confiar en los valores que se han recuperado para el corrimiento  $\alpha_1$ . Los resultados obtenidos en este día de medición se muestran en la siguiente Figura 5.20

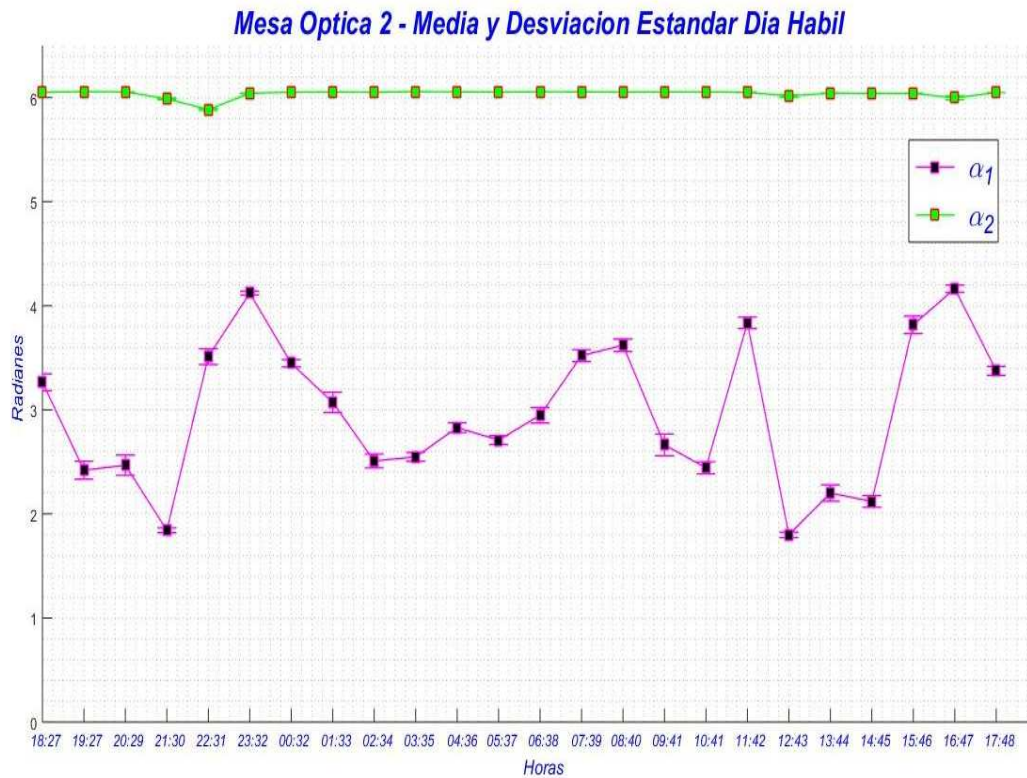


Figura 5.20: Variaciones de los corrimientos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  calculados para la Mesa Óptica 2 en Día Hábil sin lluvia, se muestra un mejor comportamiento en el corrimiento  $\alpha_2$  por lo tanto las mediciones obtenidas para el corrimiento  $\alpha_1$  son confiables.

- MESA ÓPTICA 2- Día no hábil

Se llevaron a cabo mediciones en la Mesa Óptica 2 en un día hábil, en este día no se contó con presencia de alguna actividad académica cerca del Laboratorio, tampoco hubo presencia de lluvia, por lo tanto, es de esperarse que el comportamiento para el corrimiento  $\alpha_2$  fuera aun mejor con la mínima variación, si tomamos en cuenta el comportamiento en un día hábil, ya que esta mesa es mas robusta y tiene un mejor comportamiento para aislar las vibraciones mecánicas, por lo tanto los resultados obtenidos se muestran en la siguiente Figura 5.21.

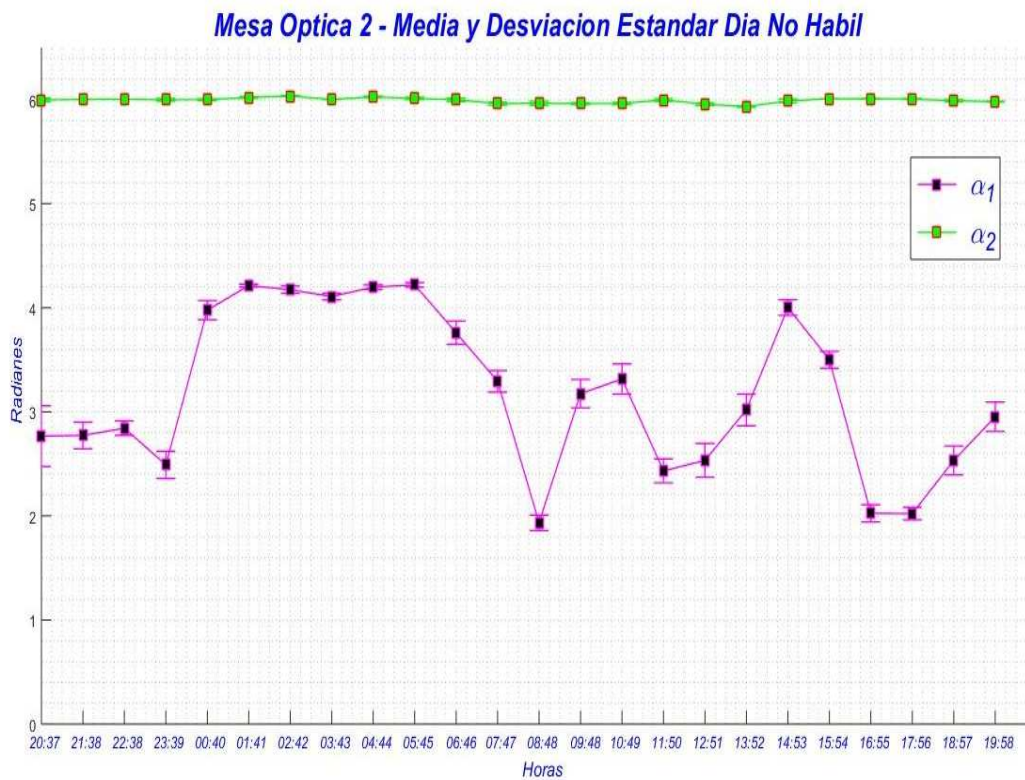


Figura 5.21: Variaciones de los corrimientos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  calculados para la Mesa Óptica 2 en Día no Hábil, el comportamiento para el corrimiento  $\alpha_2$  es casi una constante por lo que las mediciones para  $\alpha_1$  son confiables.

#### ■ MESA ÓPTICA 3 - SMART TABLE

La característica principal de esta Mesa Óptica es que además de ser de mayores dimensiones que la Mesa Óptica 2, cuenta con un sistema inteligente y especial, que aísla las vibraciones mecánicas que puedan inducirse sobre ella. Sus características se muestran en la siguiente Figura 5.22.



Figura 5.22: Mesa Óptica 3 - Smart Table, cuenta con un sistema de aislamiento de vibraciones mecánicas diseñado para impedir que perturbaciones externas afecten las mediciones realizadas sobre ella.

■ MESA ÓPTICA 3 - Día con Hábil con lluvia

Se presentan las mediciones realizadas sobre la Mesa Óptica 3 en presencia de lluvia, en ella se muestra que el sistema de aislamiento es muy efectivo, ya que el corrimiento obtenido para  $\alpha_2$  es una constante, ya que en todas las mediciones realizadas sobre las distintas mesas ópticas el día con lluvia representa un día en el cual las vibraciones encontradas en los alrededores son lo suficientemente grandes para hacer variar el comportamiento del corrimiento  $\alpha_2$  sin embargo para esta mesa óptica el sistema de aislamiento no permite que las vibraciones se induzcan en la mesa óptica, por lo que además de contar con una media de valor contante para  $\alpha_2$  encontramos también que el comportamiento para  $\alpha_1$  su desviación estándar es pequeña así como su media tiende a varias más suavemente respecto a las otras mediciones realizadas en las otras dos mesas anteriores. Los resultados se presentan en la Figura 5.23.

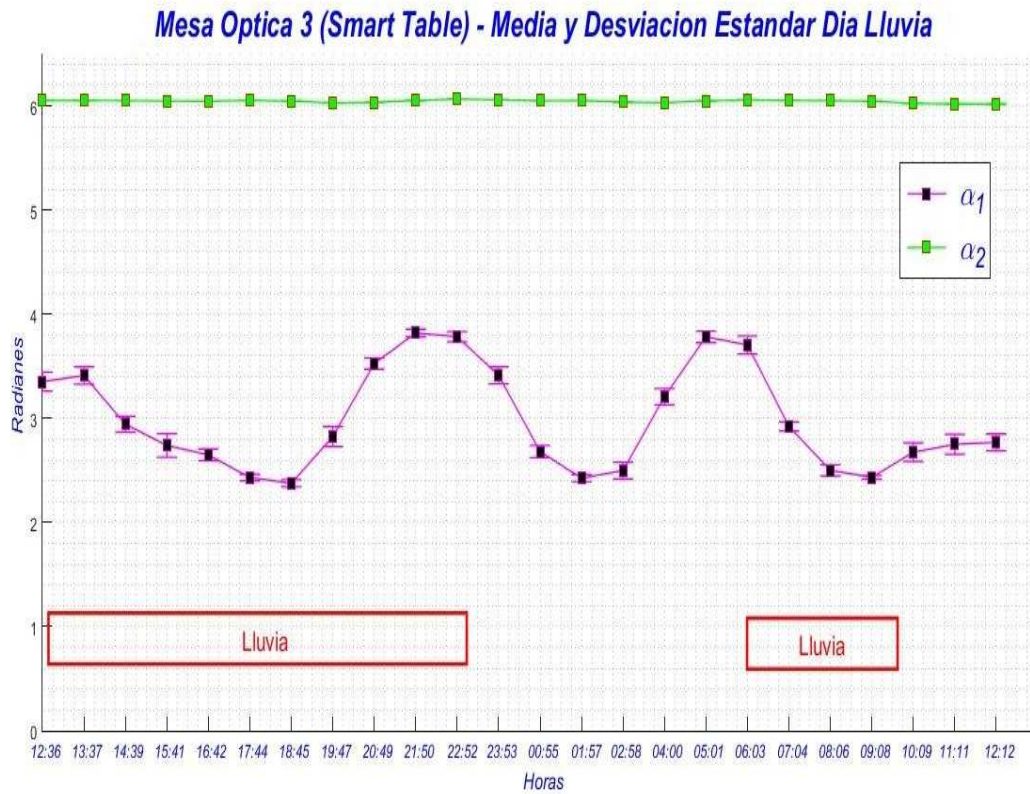


Figura 5.23: Variaciones de los corrimientos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  calculados para la Mesa Óptica 3 presencia de lluvia, no se ve afectado el corrimiento  $\alpha_2$  por lo que se recupera un valor constante, y se cuenta con mediciones confiables para  $\alpha_1$  y estas cuentan con una pequeña desviación estándar.

■ MESA ÓPTICA 3 - Día Hábil

Se presentan los resultados medidos en un día hábil sin presencia de lluvia para la mesa óptica 3, en la Figura 5.24 se muestra el comportamiento encontrado para los corrimientos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , en ella se muestra que nuevamente se obtiene una constante para  $\alpha_2$  y la variación de la media para  $\alpha_1$  es suave así como su desviación estándar es pequeña.

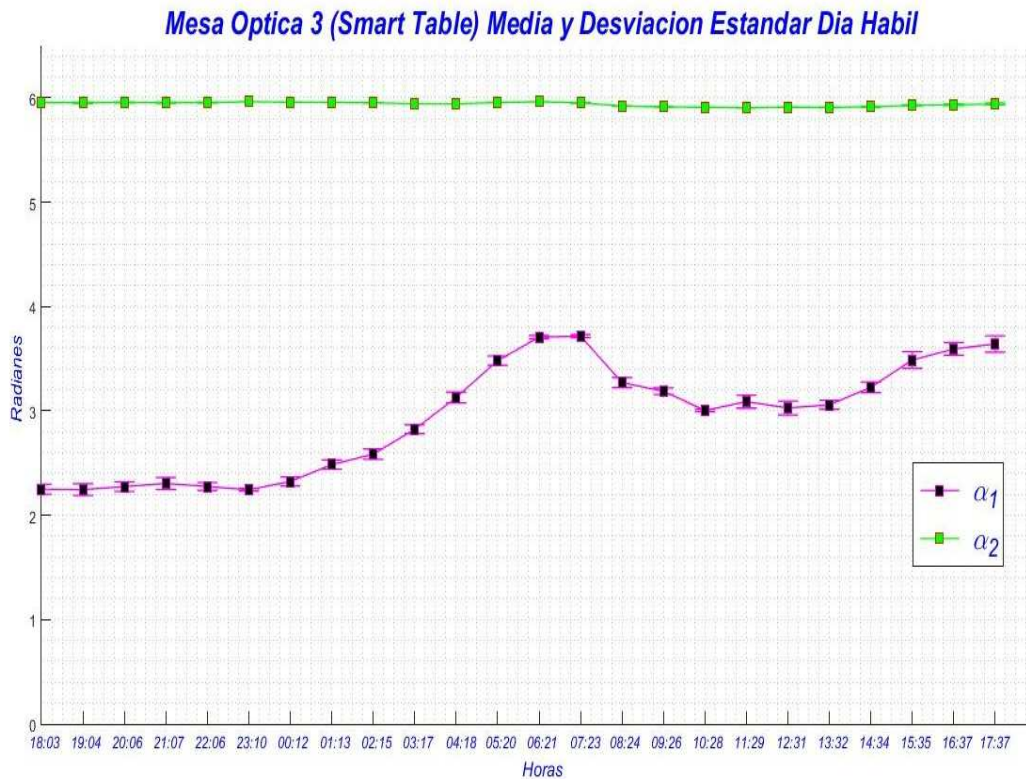


Figura 5.24: Variaciones de los corrimientos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  calculados para la Mesa Óptica 3 día hábil. Se presenta un comportamiento en el cual  $\alpha_2$  es una constante y la media para el corrimiento  $\alpha_1$  tiene una variación suave, así como se continua con una desviación estándar pequeña.

■ MESA ÓPTICA 3 - Día no hábil

Por último, se presenta la variación encontrada para los corrimientos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  en la Mesa Óptica 3 en un día no hábil, ya que en este día no hay actividad académica cerca del lugar de medición y ya que en el día hábil tuvo un buen comportamiento para el corrimiento  $\alpha_2$ , se espera que en día no hábil se tenga un comportamiento similar, estos resultados se muestran en la Figura 5.25

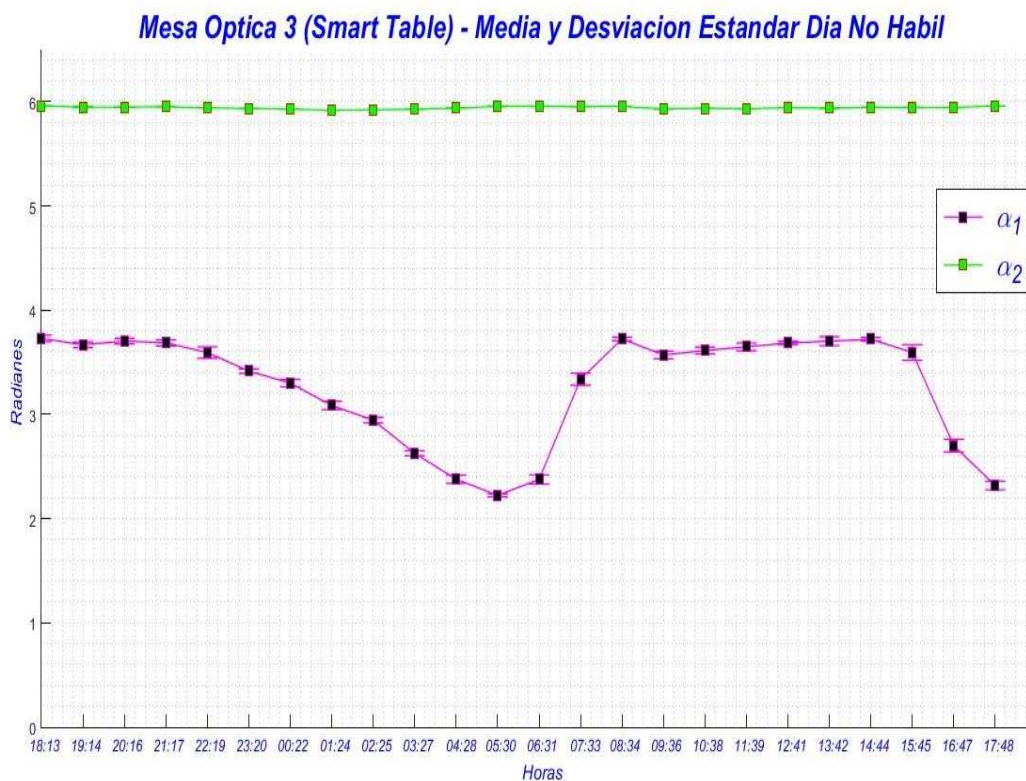


Figura 5.25: Variaciones de los corrimientos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  calculados para la Mesa Óptica 3 día no hábil. Se presenta un comportamiento en el cual  $\alpha_2$  es una constante y la media para el corrimiento  $\alpha_1$  tiene una variación suave, así como se continua con una desviación estándar pequeña.

Como se muestran en estos últimos tres resultados, el sistema con el que cuenta la Mesa Óptica 3 para aislamiento de vibraciones mecánicas es muy efectivo, ya que por esta característica las mediciones realizadas sobre esta mesa no se ven afectadas, por efecto de lluvia o actividad académica.

En la actualidad se está trabajando en la escritura del artículo correspondiente para presentar estos datos encontrados, así como en simulaciones numéricas para comprender que es lo que pasa cuando se tiene vibraciones que hacen que el patrón analizado en tiempo real llegue a alguno de los límites entre los interferogramas  $I_0$  y  $I_2$  o incluso salga del rango, se está analizando cuáles son los factores que afectan al algoritmo VES en estas circunstancias.

## 5.5. Implementación del Algoritmo DVES fuera de rango (ODVES)

Con la experiencia adquirida en la implementación del método DVES para medir corrimientos de fase dinámicos que están cambiando en tiempo real, en las tres mesas ópticas que cuentan con distintos factores que afectan la estabilidad de cada una de ellas de forma distinta, se realizó un análisis de los datos en donde no se respetó la condición de *autocomprobación* de forma separada, esto con la finalidad de poder corregir los datos obtenidos y presentar una medición confiable, por ejemplo en las horas que hubo lluvia en las mesas ópticas 1 y 2 por citar un ejemplo. Para poder corregir esta información de los corrimientos reales que no respetaron la condición de *autocomprobación* de forma independiente, se realizaron simulación en Matlab, en la cual, se generó amplitudes y fases con un nivel de ruido y esta información fue utilizada para calcular sus corrimientos con el algoritmo VES, en términos generales, se encontró un método para compensar y corregir de forma correcta los datos que fueron afectados con ruido de fase, sin embargo, aquellos datos generados que fueron afectados con ruido de amplitud, fue muy difícil llegar a un método satisfactorio para poder compensar y corregir esta información y obtener mediciones correctas. Como consecuencia de este estudio adicional que se realizó, se encontró una nueva propiedad del método VES, esta propiedad consiste en un involucramiento de la información de fase recuperada, la cual, cuando es compensada y corregida de manera correcta permite realizar mediciones ahora en un rango mayor a  $2\pi$ , a esta nueva metodología desarrollada se le llamó ODVES la cual hace referencia a mediciones fuera de rango utilizando interferogramas dinámicos, con esta nueva metodología desarrollada se requieren condiciones diferentes a las mostradas en la medición de los corrimiento de un arreglo interferométrico Mach-Zhender en tres diferentes mesas ópticas. A continuación, se da una descripción de la metodología ODVES desarrollada la cual nos ha dado resultados satisfactorios que han generado una nueva publicación.

Para esta metodología se realizaron simulaciones numéricas en Matlab, en la cual, se proponen la utilización de corrimientos fijos como los usados en el método DVES, para los corrimientos  $\alpha_0$  y  $\alpha_2$  contenidos en los interferogramas  $I_0$  e  $I_2$  con los valores 1 y 5 radianes respectivamente, sin embargo,  $\alpha_1$  tomará el valor de una función, dicha función sobrepasará los valores limitados por  $\alpha_0$  y  $\alpha_2$  por sus extremos, como consecuencia de este comportamiento para  $\alpha_1$  se observa que el algoritmo VES tiende a recuperar los valores de  $\alpha_1$  pero en una forma *envuelta*, esto quiere decir, que la información no se recupera de forma continua, sino que existe una especie de involucramiento que genera el algoritmo VES al sobrepasar los límites de  $\alpha_0$ ,  $-2\pi$  y  $-3\pi$  por un extremo y por el otro cuando se sobrepasa el límite de  $\alpha_2$ ,  $2\pi$  y  $3\pi$ , la Figura 5.26 muestra lo antes comentado, en ella se observan los valores recuperados por el algoritmo VES para  $\alpha_1$  de forma envuelta y  $\alpha_2$  toma una comportamiento semejante a un pulso, la propiedad de *autocomprobación* es contante por segmentos.

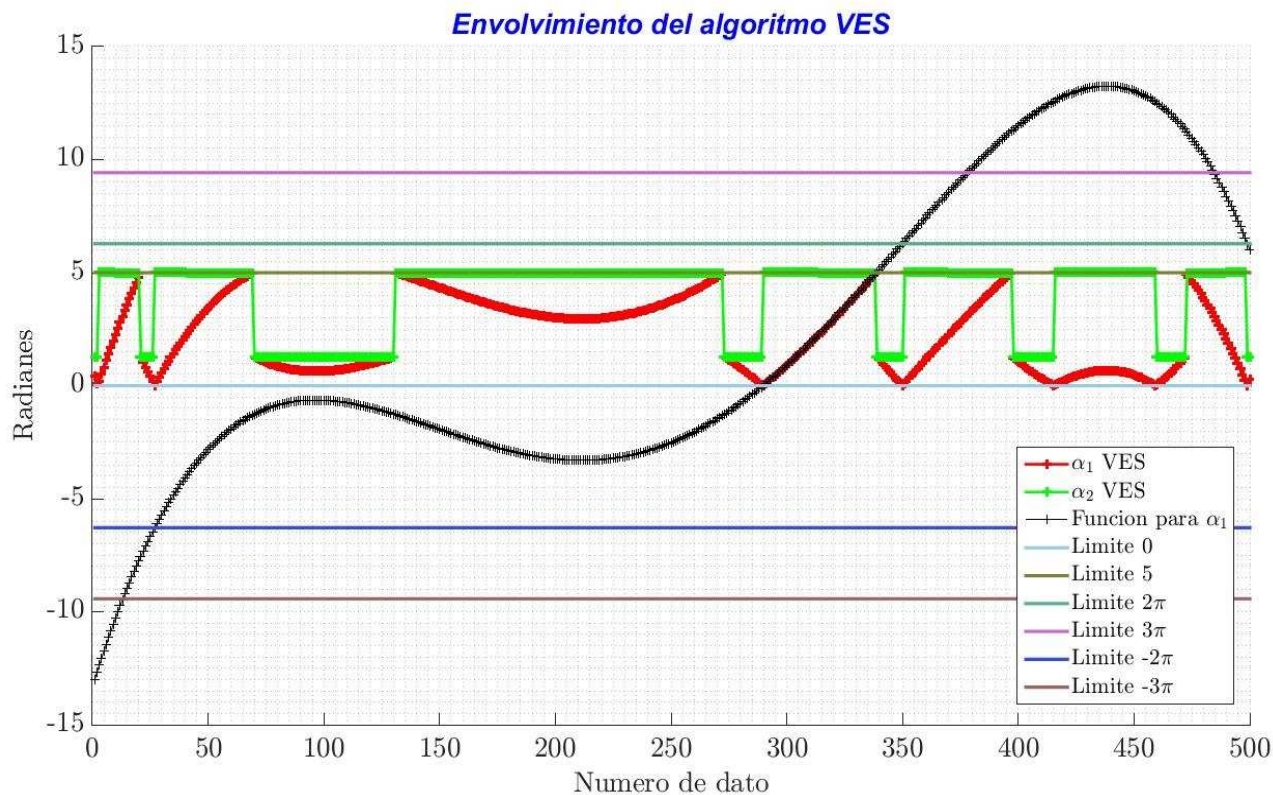


Figura 5.26: Recuperación de los valores  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  cuando el corrimiento  $\alpha_1$  toma el valor de una función, y esta función excede los valores limitados por  $\alpha_0$  y  $\alpha_2$ .

Se observa como la función propuesta para el corrimiento  $\alpha_1$  supera los valores limitados por  $\alpha_0$  y  $\alpha_2$  y como el algoritmo VES realiza un envolvimiento de la información recuperada. La Figura 5.27 muestra un mejor detalle de la información recuperada por VES, se observa que el corrimiento  $\alpha_1$  esta trozado e invertido en algunas zonas, generando el envolvimiento antes mencionado, sin embargo para el valor recuperado  $\alpha_2$  por VES presenta una característica también importante, esta información presenta una comportamiento de *pulso*, en la cual, en la amplitud de 5 radianes la información perteneciente a  $\alpha_1$  que se encuentra en el tramo  $\alpha_2$  con el valor mencionado, concuerda en la forma original de la función propuesta para el corrimiento  $\alpha_1$  mostrada en negro en la Figura 5.26 y esta es subida hasta el valor limite  $\alpha_2$  o bajada hasta  $\alpha_1$  pero conservando el sentido original de la función, sin embargo para la sección de  $\alpha_2$  que tiene un valor de 1 radian, la información correspondiente para  $\alpha_1$  se encuentra trozada e invertida, esta parte corresponde a la información que supera el valor de 5 radianes hasta  $2\pi$  en la función original para  $\alpha_1$ .

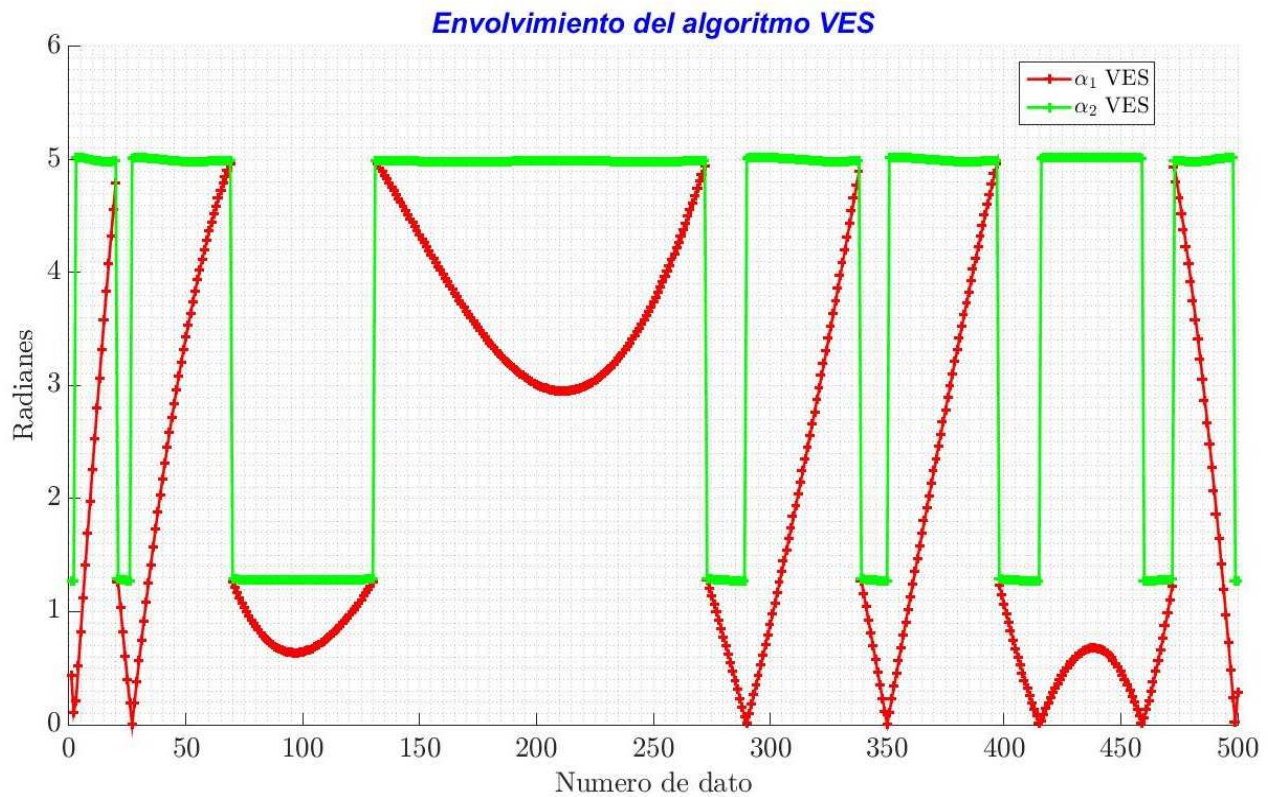


Figura 5.27: Valores  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  recuperados por el algoritmo VES.

Como consecuencia de este análisis, se observa que las características de  $\alpha_2$  pueden ser usadas para corregir de forma correcta la información recuperada para  $\alpha_1$  por el método VES. Esto mediante la transformación de  $\alpha_2$  a un *tren de pulsos* que llamamos señal de control, con las características de  $\alpha_2$  pero distribuido en las amplitudes de  $-1$  a  $1$ , que genera la siguiente expresión matemática:

$$s(n) = \text{sign}[\alpha_{2V}(n) - \pi], \quad (5.1)$$

$$\alpha_{1W}(n) = \pi [1 - s(n)] + s(n)\alpha_{1V}(n), \quad (5.2)$$

$$\alpha_{2W}(n) = \pi [1 - s(n)] + s(n)\alpha_{2V}(n), \quad (5.3)$$

Como resultado de estas correcciones, se cuenta con  $\alpha_{2W}$  con un comportamiento constante, y  $\alpha_{1W}$  es compensada y corregida de forma correcta la cual esta trozada en un intervalo de  $0$  a  $2\pi$  esto genera que ahora  $\alpha_{1W}$  se encuentre envuelta de forma correcta, y al aplicar un desenvolvimiento como el desenvolvimiento de Itoh se recupera la forma de la función propuesta original para  $\alpha_1$  lo cual nos permite medir los corrimientos de fase de forma correcta y en un rango superior a los  $2\pi$ .

## 5.6. Aplicación del método ODVES para medir corrimientos fuera de rango $(0, 2\pi)$ en tiempo real

Debido a las características encontradas en el método DVES utilizando un arreglo interferométrico Mach-Zhender, es imposible aplicar la metodología ODVES, debido a que no se cuenta con un control adecuado de los corrimientos de fase necesarios para aplicar esta técnica propuesta. Razón por la cual tuvo que ser necesario la implementación de un nuevo arreglo interferométrico y la utilización de una placa porta objetos, con un motor a pasos para producir los corrimientos necesarios y realizar las mediciones más allá del rango 0 a  $2\pi$ , el proceso realizado se describe a continuación.

Se realizaron mediciones experimentales de corrimientos de fase de una placa plano paralela respecto a su posición angular la cual fue rotada en determinado incremento de pasos, de interferogramas producidos por un interferómetro de trayectoria común de doble apertura (DACPI)[22, 41]. El cual esta basado en un sistema óptico  $4f$  como en la Figura 5.28.

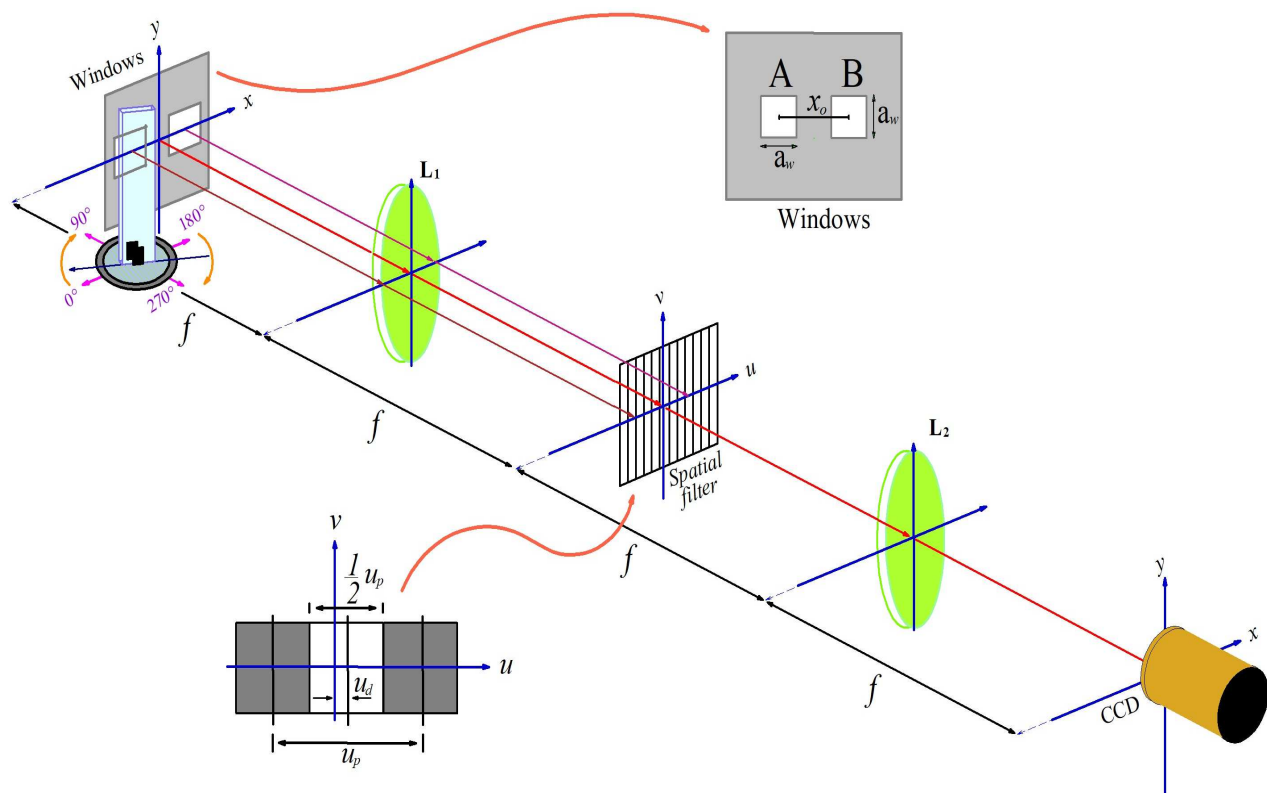


Figura 5.28: Arreglo interferométrico de doble apertura implementado.

En el plano de salida, se capturaron los interferogramas mediante una cámara, el objeto bajo estudio, como lo fue la placa plano paralela considerada como una placa plano paralela homogénea de un diámetro de 1,1 mm de grosor y un índice de difracción de 1.523 fue colocada en una de las ventanas a un ángulo aproximado a 0, esta placa fue montada en un controlador MicroMini controller MC-4B servo 2000, el cual giraba a un paso de 0.1226 mrad, cada 3 segundos, generando un total de 25623

pasos e interferogramas para barrer  $180^\circ$  respecto a su posición original, consumiendo un tiempo de 21.35 horas para realizar el barrido requerido.

Como resultado en la Figura 5.29 se muestra una los datos generados por el método ODVES debido a este nuevo método propuesto renombramos las variables  $\alpha_1$  por  $\beta_1$  y  $\alpha_2$  por  $\beta_2$ , los sufijos W y V refieren a la información corregida y la recuperada por VES respectivamente, el sufijo U representa la información desenvuelta en 5.29 (a) se muestra el aspecto de los corrimientos obtenidos por el algoritmo VES al procesar los 25623 interferogramas requeridos, en 5.29 (b) se muestra  $\beta_2$ , obtenida por VES y la corregida por el método en una sección determinada, 5.29 (c) muestra el tren de pulsos generado a partir de la información de  $\beta_2$ , 5.29 (d) muestra la información de  $\beta_1$  recuperada por VES, la corregida por el método y posteriormente desenvuelta.

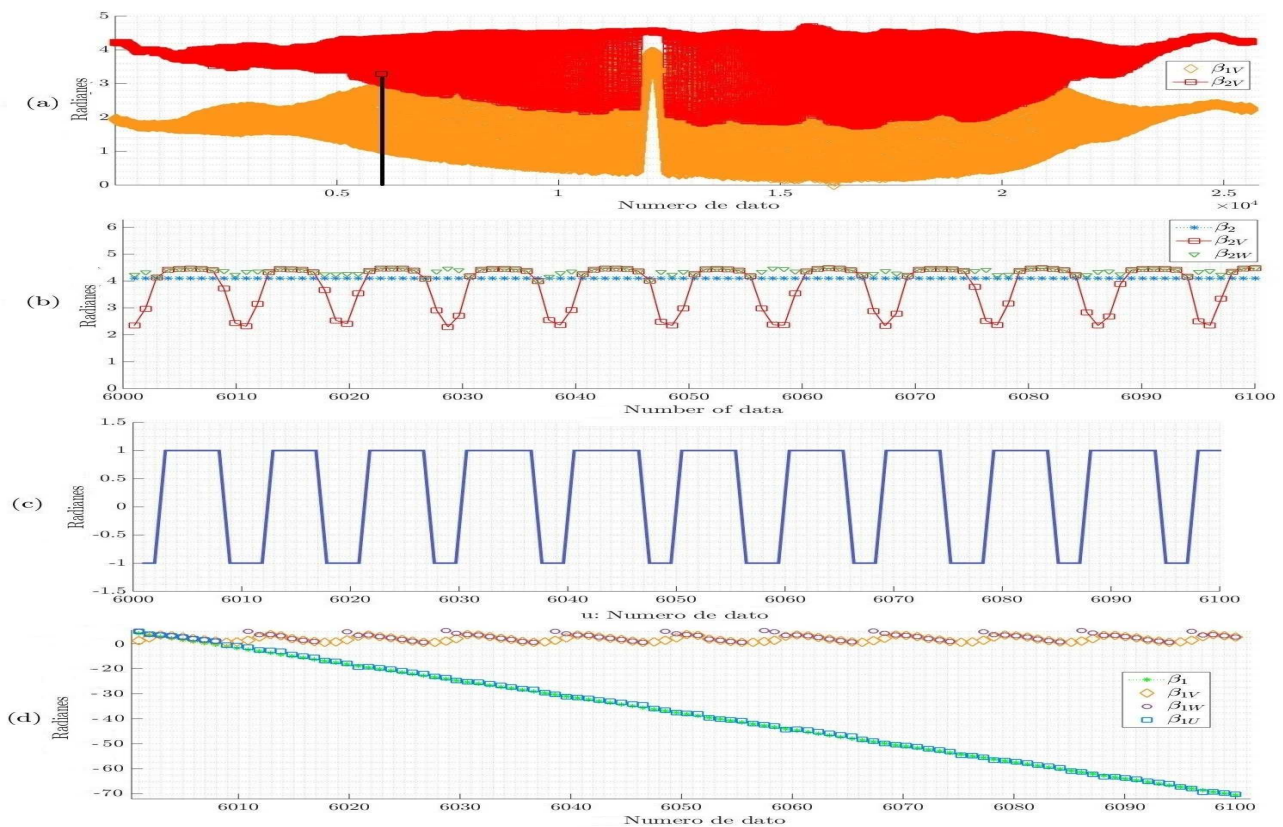


Figura 5.29: Arreglo interferométrico de doble apertura implementado.

Por último, se realiza una comparación de la información corregida y desenvuelta por el método ODVES y la obtenida de la simulación ideal la placa plano paralela, la Figura 5.30 muestra esta comparación entre los datos experimentales obtenidos en el arreglo interferométrico y los datos simulados,  $\beta_1$  representa la gráfica ideal de la placa plano paralela [42, 43, 44],  $\beta_{1W}$  corresponde a los datos corregidos por el método ODVES y finalmente  $\beta_{1U}$  representa el desenvolvimiento de  $\beta_{1W}$ , se observa que las gráficas ideal y experimental coinciden una con otra en una determinada sección, para hacer coincidir ambas gráficas en su totalidad o en su mayoría de datos, se requeriría generar corrimientos con un incremento mucho menor al utilizado, situación que si dificulta en parte por las

características del servo motor utilizado.

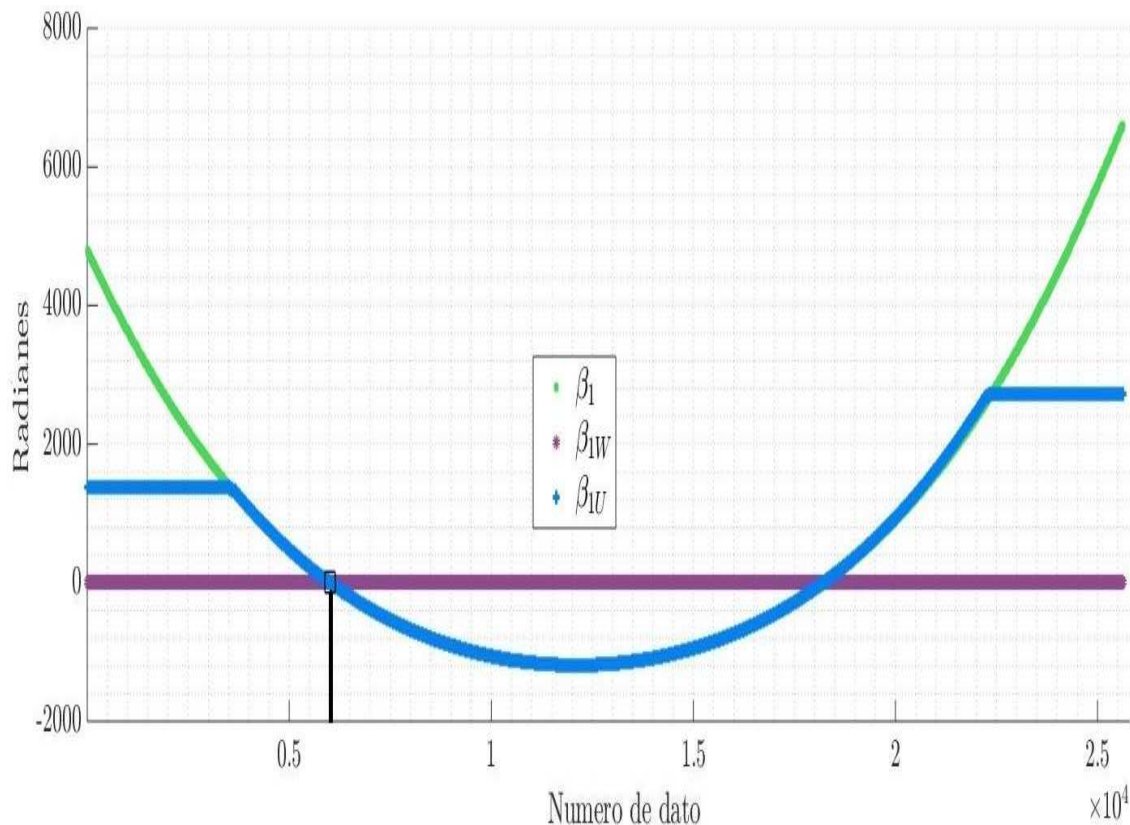


Figura 5.30: Arreglo interferométrico de doble apertura implementado.

Como resultado se observa que con el método ODVES, es posible corregir la información obtenida por el algoritmo VES cuando esta sale de su rango óptimo de operación y realizar mediciones más allá del rango de  $2\pi$ , sin embargo este método se ve severamente afectado si existe una cantidad de ruido de amplitud considerable, con este ultimo trabajo realizado, se observa que este tipo de interferómetro no presenta variaciones de amplitud, por lo que su comportamiento es el deseado para llevar acabo el método propuesto.

### 5.6.1. Conclusiones

En esta sección se mostró una aplicación del algoritmo *VES* para medir las perturbaciones que afectan la estabilidad de un interferómetro Mach-Zhender en tres distintas Mesas Ópticas, cada mesa presenta características diferentes, y factores que afectan de cierto modo la estabilidad del arreglo interferométrico, se presenta una nueva técnica la cual consiste en producir y almacenar corrimientos de  $-\pi$  y  $\pi$  para los interferogramas  $I_0$  e  $I_2$  respectivamente, esto genera la característica de *autocomprobación* debido a que esta diferencia entre estos patrones es constante y no cambia por lo que para confiar en la medición obtenida para el corrimiento  $\alpha_1$  la obtención del valor para el corrimiento  $\alpha_2$  tiene que ser constante.

Las diversas pruebas realizadas al algoritmo VES muestran que si el corrimiento contenido en el interferograma  $I_1$  se acerca al valor del interferograma  $I_0$  o al interferograma  $I_2$  o inclusive si sobrepasa el rango entre la diferencia de los interferogramas  $I_0$  e  $I_2$  la característica de *autocomprobación* se ve afectada y las mediciones obtenidas no pueden considerarse como mediciones confiables, además del ruido de fase presente otro de los factores que pueden afectar el correcto funcionamiento de la propiedad de *autocomprobación* es la presencia del ruido de amplitud de los campos presentes siendo este difícil de compensar si sobrepasa las condiciones de operación del algoritmo VES y así lograr la característica de *autocomprobación*.

Se muestra que puede hacerse mediciones en cualquier tipo de mesa óptica, sin embargo, hay que escoger un día no hábil si es que no se cuenta con un sistema que aislé las vibraciones mecánicas que se producen por las diversas actividades que se llevan a cabo alrededor de la zona de medicación, así como el correcto control de la iluminación, temperatura y variaciones de corrientes de aire que pudieran afectar la medición. El algoritmo VES ayuda a encontrar la hora y el día correcto para obtener los mejores resultados posibles.

### 5.6.2. Conclusiones Generales

En la primera parte de la tesis se muestra el análisis de ruido *awgn* en la técnica PVMI la cual fue desarrollada por el ahora Dr. Uriel Rivera Ortega y por el Dr. Cruz Menese Fabián, esta técnica muestra en las simulaciones que a pesar del ruido presente, es capaz de recuperar un valor de fase envuelta de un valor ideal de referencia mas rápidamente que la técnica PSI, el análisis realizado se llevo a cabo utilizando solo las fases envueltas de ambos métodos debido principalmente a que el ruido en el proceso inicial no permite realizar un desenvolvimiento satisfactorio y no se pueden comparar las fases en estas circunstancias, se encontró que para poder comparar ambos procesos utilizando las fases ya desenvueltas el ruido debe de ser mayor a los 13 dB, sin embargo este proceso puede omitirse si solo se trabaja con las fases envueltas. Se muestra que la técnica propuesta tiene un mejor desempeño que la técnica PSI en un ambiente en presencia de ruido, por lo cual debería ser explotada y utilizada de forma mas frecuente que la técnica PSI.

En la actualidad la mayoría de algoritmos que existen para calcular los corrimientos de fase lo realizan mediante interferogramas estáticos y estos no pueden ser aplicados a procesos dinámicos lo que representa una seria limitante en ellos. Se mostró además que es posible realizar una adaptación de la técnica VES a DVES para obtener los valores de corrimiento de fase no solo en interferogramas estáticos sino también en interferogramas que están cambiando en tiempo real y obtener estos valores de forma rápida y confiable, gracias a su propiedad de *autocomprobación* es posible validar los valores recuperados en ese instante de tiempo, característica que la mayoría de algoritmos de recuperación de corrimientos de fase no tiene, este proceso puede combinarse para aplicarlo en un determinado número de interferogramas capturados en tiempo real o en su defecto aplicarlo por un determinado tiempo establecido por el operador, generando en ambos casos un proceso que no requiere la intervención del operador solo en su etapa de inicio (calibración), otra característica importante a mencionar es que este algoritmo además de ser rápido, confiable y no iterativo, tiene la capacidad de medir corrimientos de fase en un rango estimado de  $(0, 2\pi)$  característica que muy pocos algoritmos pueden realizar, ya que la mayoría de los algoritmos actuales propuestos tienden a recuperar los corrimientos

de fase en un rango de  $(0, \pi)$ .

Con las diversas pruebas realizadas al método DVES se encontró que otra característica importante de este algoritmo surge cuando el corrimiento calculado está fuera del rango de operación, la información recuperada por DVES se encuentra *envuelta*, por lo que se propuso un método para corregir esta información *envuelta* y obtener el corrimiento de fase de forma correcta para posteriormente desarrollarla y así poder extender el rango de medición de corrimiento de fase más allá del rango  $(0, 2\pi)$  generando el método ODVES, este proceso también pudo aplicarse en interferogramas almacenados en un arreglo multidimensional pero además pudo aplicarse a un proceso en tiempo real en el cual, se va corrigiendo la información del corrimiento, y de va desarrollando todo en tiempo real, generando así cálculos de corrimientos continuos más allá del rango  $(0, 2\pi)$  inicial situación que pone en ventaja al método propuesto ODVES respecto a los contados métodos que realizan la recuperación de los corrimientos de fase solo en el rango  $(0, 2\pi)$ . Se innovó el algoritmo VES para generar los métodos DVES, ODVES y dejar de analizar la información de forma estática, a un proceso dinámico y en tiempo real.

## Dificultades Generales

Los problemas encontrados con el método *VES* para su correcto funcionamiento en un ambiente donde no se tiene control del valor y el sentido del corrimiento de fase, presento un reto importante para su posible solución, se realizaron numerosas pruebas que ya no fue posible anexar todas en esta tesis doctoral, esto con el propósito de resolver la problemática de una erróneo calculo en la diferencia de fase para los corrimientos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , esto como consecuencia consumió un tiempo considerable para encontrar la configuración correcta para poder aplicar el algoritmo *VES* en un ambiente donde se presentan corrimientos aleatorios producidos por un interferómetro Mach-Zhender, en los datos reales en las mesas ópticas donde las mediciones no fueron confiables, se intentó compensar la información para convertir las mediciones no confiables en mediciones confiables, para esto, se realizo simulaciones en donde se introdujo ruido de fase, ruido de amplitud y ruido de fase y amplitud, se encontró que es posible compensar de forma satisfactoria el ruido de fase, con un método de corrección propuesto que ya no se describe en esta tesis, y además este método ayudo a realizar mediciones mayores al rango de 0 a  $2\pi$ , sin embargo, el ruido de amplitud es muy difícil de compensar, y requiere mas tiempo para planear algoritmos que puedan compensar de forma satisfactoria ese tipo de ruido. La dificultad del análisis de los interferogramas que contienen conjuntamente ruido de amplitud y de fase es sumamente alta, como consecuencia de nuestros intentos para resolver este problema consumimos tiempo del plazo disponible en el Doctorado y solo pudimos resolver la problemática de forma parcial, esta es también la razón por la cual solo pudimos realizar las simulaciones de ruido en los métodos *PVMI* vs *PSI* y no llegamos a la implementación física para comprobar lo que encontramos con las simulaciones. Es por eso que se dividió el análisis de ruido fase y de amplitud para ser estudiados de forma separada, concentrándonos en el ruido de fase, y resolver el análisis de los corrimientos de fase aleatorios producidos por las perturbaciones que provocan la inestabilidad de un arreglo interferométrico Mach-Zhender. Se desea tener la posibilidad de seguir colaborando en un futuro cercano en el Laboratorio de Luz estructurada (LLE) y con la dirección del Dr. Cruz Meneses Fabián para llevar a cabo el análisis de ruido de las técnicas *PVMI* vs *PSI*, medir los valores de amplitud y fase en forma espacial y en tiempo real, estas etapas están siendo trabajadas de forma independiente por otros compañeros en LLE, y se esta adquiriendo experiencia para poder resolver el objetivo de comparar las técnicas *PVMI* vs *PSI* en presencia de las mismas circunstancias de ruido [24].

## Congresos asistidos y publicación de trabajos

Se presentó en el congreso *IX Reunión Iberoamericana de Óptica y XII Reunión Iberoamericana de Óptica, Láseres y Aplicaciones (RIAO/OPTILAS)* realizado en Chile en la ciudad de Pucón el 25 de Noviembre del 2016 el trabajo con el título *IMMUNE TO NOISE PHASE VISIBILITY MODULATING INTERFEROMETRY*", concerniente a la simulaciones del ruido realizadas en la técnica PVMI.

Presentación en el congreso *The 24th Congress of the International Commission for Optics* realizado en Japón en la ciudad de Tóquio el 21 de Agosto del 2017 el trabajo con el título *Noise Analysis in Phase Visibility Modulating Interferometry*", concerniente a la simulaciones del ruido realizadas en la técnica PVMI con el nuevo criterio de promediación.

Presentación en el congreso *II-CILCA SEGUNDO CONGRESO INTERNACIONAL LUZ CIENCIA ART* realizado en Puebla en Ciudad Universitaria 7 de Octubre del 2018 el trabajo con el título - *ECUPERACION DE LOS VALORES DE CORRIMIENTO SIN AMBIGÜEDAD DE SIGNO EN PATRONES DE INTERFERENCIA*", concerniente a la Técnica VES.

Presentación en el congreso *LXI CONGRESO NACIONAL DE FÍSICA* realizado en Puebla en Complejo Cultural Universitario el 13 de Mayo del 2019 el trabajo con el título *Additive White Gaussian Noise Implemented in the Technique Phase Visibility Modulating Interferometry*", concerniente a la simulaciones del ruido aditivo blanco gaussiano realizadas en la técnica PVMI.

Se realizó la publicación del artículo con los autores Juan Carlos Gómez Conde y Cruz Meneses-Fabian en la revista *Measurement* el trabajo que lleva por título *Real-time phase step measurement using the volume enclosed by a surface algorithm in self-calibrating phase-shifting interferometry*" en el 2020.

Se encuentra en proceso de publicación el artículo con autores Juan Carlos Gómez Conde y Cruz Meneses-Fabian en la revista *Optics and Lasers in Engineering* el trabajo que lleva por título - *real-time measurement of phase steps out-of-range  $(0, 2\pi)$  by a self-calibrating dynamic algorithm in generalized phase-shifting interferometry*" en el 2020.

# Bibliografía

- [1] J E Greivenkamp. Generalized data reduction for heterodyne interferometry. *Opt. Eng.*, 23(4):350–352, 1984.
- [2] Zhaoyang Wang and Bongtae Han. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms. *Opt. Lett.*, 29(14):1671–1673, 2004.
- [3] Jiancheng Xu, Weimin Jin, Liqun Chai, and Qiao Xu. Phase extraction from randomly phase-shifted interferograms by combining principal component analysis and least squares method. *Opt. Express*, 19(21):20483–20492, Oct 2011.
- [4] Friedhelm Becker, Gerd EA Meier, and Horst Wegner. Automatic evaluation of interferograms. In *Applications of Digital Image Processing IV*, volume 359, pages 386–393. International Society for Optics and Photonics, 1983.
- [5] M Hipp, J Woisetschläger, P Reiterer, and T Neger. Digital evaluation of interferograms. *Measurement*, 36(1):53–66, 2004.
- [6] H-H Bartels-Lehnhoff, PH Baumann, B Bretthauer, and GEA Meier. Computer aided evaluation of interferograms. *Experiments in fluids*, 16(1):46–53, 1993.
- [7] Danial Malacara. *Optical Shop Testing: Third Edition*. Wiley-Blackwell, jun 2006.
- [8] Javier Vargas, J Antonio Quiroga, and T Belenguer. Phase-shifting interferometry based on principal component analysis. *Optics letters*, 36(8):1326–1328, 2011.
- [9] A. Albertazzi, M. R. Viotti, C. L. N. Veiga, and A. V. Fantin. A non-linear piezoelectric actuator calibration using n-dimensional lissajous figure, 2016.
- [10] Mahendra P Kothiyal and Claude Delisle. Shearing interferometer for phase shifting interferometry with polarization phase shifter. *Applied Optics*, 24(24):4439–4442, 1985.
- [11] Gustavo Rodriguez-Zurita, Cruz Meneses-Fabian, Noel-Ivan Toto-Arellano, José F Vázquez-Castillo, and Carlos Robledo-Sánchez. One-shot phase-shifting phase-grating interferometry with modulation of polarization: case of four interferograms. *Optics express*, 16(11):7806–7817, 2008.
- [12] MP Kothiyal and C Delisle. Polarization component phase shifters in phase shifting interferometry: error analysis. *Optica Acta: International Journal of Optics*, 33(6):787–793, 1986.

- 
- [13] Matt Novak, James Millerd, Neal Brock, Michael North-Morris, John Hayes, and James Wyant. Analysis of a micropolarizer array-based simultaneous phase-shifting interferometer. *Applied Optics*, 44(32):6861–6868, 2005.
- [14] Katherine Creath. V Phase-Measurement Interferometry Techniques. *Progress in Optics*, 26(C):349–393, 1988.
- [15] C T Farrell and M A Player. Phase-step insensitive algorithms for phase-shifting interferometry. *Meas. Sci. Technol.*, 5(6):648–654, jun 1994.
- [16] Kazuyoshi Itoh. Analysis of the phase unwrapping algorithm. *Applied optics*, 21(14):2470–2470, 1982.
- [17] Mitsuo Takeda, Hideki Ina, and Seiji Kobayashi. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *JosA*, 72(1):156–160, 1982.
- [18] Cruz Meneses-Fabian and Uriel Rivera-Ortega. Phase-shifting interferometry by wave amplitude modulation. *Optics letters*, 36(13):2417–2419, 2011.
- [19] Cruz Meneses-Fabian and Uriel Rivera-Ortega. Phase-shifting interferometry by wave amplitude modulation: General case. *Optics and Lasers in Engineering*, 50(7):905–909, 2012.
- [20] Uriel Rivera-Ortega, Cruz Meneses-Fabian, Gustavo Rodriguez-Zurita, and Carlos Robledo-Sanchez. Phase-visibility modulating interferometry by binary non-quadrature amplitude modulation with neutral density filters. *Optics and Lasers in Engineering*, 55:226–231, 2014.
- [21] Uriel Rivera-Ortega and Cruz Meneses-Fabian. Non-quadrature amplitude modulation: a novel interferometric method for phase retrieval. *European Journal of Physics*, 36(4):045016, 2015.
- [22] Victor Arrizón and David Sánchez-de La-Llave. Common-path interferometry with one-dimensional periodic filters. *Optics letters*, 29(2):141–143, 2004.
- [23] Cruz Meneses-Fabian, Gustavo Rodriguez-Zurita, and Víctor Arrizón. Optical tomography of transparent objects with phase-shifting interferometry and stepwise-shifted ronchi ruling. *JOSA A*, 23(2):298–305, 2006.
- [24] J H Bruning, D R Herriott, J E Gallagher, D P Rosenfeld, a D White, and D J Brangaccio. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses. *Appl. Opt.*, 13(11):2693–2703, 1974.
- [25] A Cornejo and D Malacara. Ronchi test of aspherical surfaces, analysis, and accuracy. *Applied optics*, 9(8):1897–1901, 1970.
- [26] Alberto Cordero-Davila, Alejandro Cornejo-Rodriguez, and Octavio Cardona-Nuñez. Ronchi and hartmann tests with the same mathematical theory. *Applied optics*, 31(13):2370–2376, 1992.
- [27] D Malacara and A Cornejo. Null ronchi test for aspherical surfaces. *Applied optics*, 13(8):1778–1780, 1974.
- [28] Joseph M Geary. *Introduction to optical testing*, volume 15. SPIE Press, 1993.

- [29] Zacarias Malacara and Manuel Servin. *Interferogram analysis for optical testing*. CRC press, 2018.
- [30] Pek Loo Teoh, Bijan Shirinzadeh, Chee Wei Foong, and Gürsel Alici. The measurement uncertainties in the laser interferometry-based sensing and tracking technique. *Measurement*, 32(2):135–150, 2002.
- [31] P Hariharan, BF Oreb, and Tomoaki Eiju. Digital phase-shifting interferometry: a simple error-compensating phase calculation algorithm. *Applied optics*, 26(13):2504–2506, 1987.
- [32] Chris L Koliopoulos. Simultaneous phase-shift interferometer. In *Advanced Optical Manufacturing and Testing II*, volume 1531, pages 119–127. International Society for Optics and Photonics, 1992.
- [33] Ichirou Yamaguchi, Ji-yuan Liu, and Jun-ichi Kato. Active phase-shifting interferometers for shape and deformation measurements. *Optical Engineering*, 35, 1996.
- [34] MV Mantravadi and D Malacara. Newton, fizeau, and haidinger interferometers. *Optical shop testing*, 59:1–45, 1992.
- [35] D Malacara. Twyman–green interferometer. *Optical shop testing*, 67, 1992.
- [36] R Bünnagel, H-A Oehring, and K Steiner. Fizeau interferometer for measuring the flatness of optical surfaces. *Applied optics*, 7(2):331–335, 1968.
- [37] Masroor Ikram and Ghazanfar Hussain. Michelson interferometer for precision angle measurement. *Applied optics*, 38(1):113–120, 1999.
- [38] KP Zetie, SF Adams, and RM Tocknell. How does a mach-zehnder interferometer work? *Physics Education*, 35(1):46, 2000.
- [39] Cruz Meneses-Fabian. Self-calibrating generalized phase-shifting interferometry of three phase-steps based on geometric concept of volume enclosed by a surface. *J. Opt.*, 18(12):125703, 2016.
- [40] Juan Carlos Gomez-Conde and Cruz Meneses-Fabian. Real-time phase step measurement using the volume enclosed by a surface algorithm in self-calibrating phase-shifting interferometry. *Measurement*, 153:107412, 2020.
- [41] Cruz Meneses-Fabian, Gustavo Rodriguez-Zurita, Jose F Vazquez-Castillo, Carlos Robledo-Sanchez, and Víctor Arrizón. Common-path phase-shifting interferometer with binary grating. *Opt. Commun.*, 264(1):13–17, 2006.
- [42] Glen D Gillen and Shekhar Guha. Refractive-index measurements of zinc germanium diphosphide at 300 and 77 k by use of a modified michelson interferometer. *Applied optics*, 43(10):2054–2058, 2004.
- [43] G Rodriguez-Zurita, R Pastrana-Sanchez, and J Vazquez-Castillo. Simultaneous measure of refractive index and thickness of dielectric plane parallel plates by fringe counting: a case for generalized regression. *Revista Mexicana de Física*, 45(5):490–495, 1999.

- [44] Y Pavan Kumar and Sanjib Chatterjee. Simultaneous determination of refractive index and thickness of moderately thick plane-parallel transparent glass plates using cyclic path optical configuration setup and a lateral shearing interferometer. *Applied optics*, 51(16):3533–3537, 2012.



# Real-time phase step measurement using the volume enclosed by a surface algorithm in self-calibrating phase-shifting interferometry



Juan Carlos Gomez-Conde, Cruz Meneses-Fabian \*

Laboratorio de Luz Estructurada, Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Av. San Claudio y 18 Sur, Col. San Manuel, Apdo. Postal 165, C.P. 72570 Puebla, Pue, Mexico

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 5 November 2019  
Received in revised form 3 December 2019  
Accepted 14 December 2019  
Available online 20 December 2019

### Keywords:

Interferometry  
Phase step  
Real-time  
Dynamic interferogram

## ABSTRACT

This manuscript presents a simple, and very efficient method capable of measuring in real-time the phase steps from an interferogram varying with the time. Within a range  $(0, 2\pi)$  given by the phase steps of two fixed reference interferograms. The phase differences among the dynamic and reference interferograms are computed by an algorithm of type self-calibrating generalized phase-shifting interferometry based on geometric concept of volume enclosed by a surface. This proposal has the property to accept or reject the measured data, and its calibration process is very easy, which are very important advantages, so it is a very practical method. Theoretical model is described, verified with a numerical simulation, and applied to measure experimentally the phase steps in three optical tables with different conditions.

© 2019 Elsevier Ltd. All rights reserved.

## 1. Introduction

Phase-shifting interferometry (PSI) retrieves the object phase by solving a  $N \times 3$  system of equations, where  $N \geq 3$  is the number of known and equal phase-steps [1–4]. Whereas, generalized phase-shifting interferometry (GPSI) solves the problem with known and unequal phase-steps [5–9]. Nevertheless, to carry out PSI or GPSI it is necessary to exhaustively calibrate a phase shifter. Self-calibrating generalized phase-shifting interferometry (SGPSI) [10–14] offered an alternative to the calibration needed with PSI or GPSI, where the unknown and unequal phase-steps are considered. These techniques allow static measurements of the optical phase widely used for measuring of surface deformation and displacements as well as of the object refractivity, from which related quantities like density, temperature, magnetic fields and air refractive index can be determined, among others [15,16]. On the other hand, it is also necessary to develop techniques that allow performing dynamics measurements [17,18].

The precision of interferometry using so-called real-time testing technology is better than  $\lambda/100$  routinely [19]. But the techniques developed to work with real-time phase shifts are affected by environmental vibrations and atmospheric turbulence, especially unequal path interferometers. A conventional approach to this problem is to build a massive and expensive isolator as a base of the interferometer. But it will be costly and even fail in large optics testing [20].

During the last years a great deal of efforts has been involved in solving this problem, these efforts have focused on minimizing the systematic and random errors that may arise during measurements. Hence, there is a need to propose an approach that allows the arbitrary phase steps and also minimizes the random sources of errors. In the literature, few algorithms have been proposed that allow the use of arbitrary phase steps, but they exhibit limitations during their implementation [21].

A simple proposed way consists in increase the sampling speed of fringe pattern by a CCD camera with electronic shutter or by high frame rate CCD camera [22]. However, this technique is limited to the use of single fringe pattern and not suitable for phase-shifting interferometry. Koliopoulos reported a “simultaneous phase shift interferometer” in 1991, in which four fringe frames with  $90^\circ$  apart in relative phase were generated by polarization and grabbed by four identical CCD cameras simultaneously [23]. Another technique proposed by Deck in 1996 [24], and is called spatial-temporal compensation method. In which the interference field is divided into two parts by a beam splitter, one part is detected by a high temporal but low spatial resolution array detector, and the other is detected by a low temporal and high spatial resolution array detector. The first detector is used to measure the phase step increment with high temporal resolution and accuracy. The second one is used to generate surface maps of tested optics by using the measured phase step increments. In this way the two detectors benefit each other. As the system is operated in open loop mode, so it still suffers from environmental vibrations and its performance is affected by these conditions. Yamaguchi in 1996 [25], proposed the use of a special linear and spatial filtering

\* Corresponding author.

E-mail addresses: [cmeneses@fcfm.buap.mx](mailto:cmeneses@fcfm.buap.mx), [cruz.meneses@correo.buap.mx](mailto:cruz.meneses@correo.buap.mx) (C. Meneses-Fabian).

detector array to detect fringe's movement caused by environmental vibrations, and then the output signal of the detector is fed back to a PZT-driven reference mirror to change the optical path difference between the interfering beams in order to compensate impact introduced by the vibrations. The system is further extended to phase shifting interferometer with good results. But it is limited to only certain fringe spacing restricted by the detector array.

One-shot or simultaneous phase-shifting technique succeeded in reducing time varying noises by capturing the interferograms at the same time with different parts of the same detector [26]. However, complicated phase modulators are needed, and the spatial resolution will be limited with only one detector, so they require accurate phase shifts. An anti-vibration phase-shifting interferometry was developed to use vibration as the only phase shifter to measure large-aperture mirrors [27]. Five frames with the required  $90^\circ$  phase shifts are picked up from a large number of images for calculation. This method is accurate but very time consuming because the vibration is uncontrollable.

Other proposed algorithms are computationally exhaustive and requires a previous preprocessing stage in which different types of filters are applied for smoothing interferometric data and a large number of data frames [28–30], these algorithms have a low performance in the presence of disturbances and its real-time performance is limited by these circumstances. The algorithm based on iterative least-square estimations proposed by Han and Kim requires the initial guess of the phase step estimates [31].

Recently, a very efficient algorithm based on the geometric concept of volume enclosed by a surface (VES) [32] of kind SGPSI for extracting the unknown unequal phase steps from three interferograms was presented, which is fast, non-iterative, supports high variations of non-uniformity in illumination, highly accurate, and simple mathematical implementation, but as reported in [32] the range is limited to  $(0, \pi)$ , and besides it considers stationary interferograms. In this manuscript, we apply this range to  $(0, 2\pi)$ , and we adapt it to make dynamic measurements. Thus, a method for measuring in real-time the phase steps from a dynamic interferogram is presented. Two additional reference interferograms are needed to achieve the measurements successfully, which are fixed during all the measurement process, whose phase difference is introduced accordingly to reach  $2\pi$ . The present proposal considers stationary the object phase, background, and modulation light, since the main interest is to measure the phase steps, caused by atmospheric turbulence, mechanical vibrations, gradients of temperature, among others, so this proposal could be useful for knowing the experimental conditions under which measurements are done. On the other hand, it also could be applied to characterize a phase shifter for PSI or GPSI. Additionally, it could be used to measure the phase steps of a parallel-plane plate with respect to its rotation angle, in order to measure its refractive index, and thickness [33–35]. The feasibility of the proposed method is presented through simulation and experimental analysis and reveals that the phase steps can be estimated reliably in a range of  $(0, 2\pi)$ . Section 2 explains the mathematical model and the VES algorithm adaptation process for real-time analysis of phase shifts. Section 3 shows the numerical simulations. Section 4 presents experimental verification of the method proposed by estimating phase steps in 3 optical tables that are affected by different disturbances in each one. Section 5 presents our conclusions and remarks on the proposed algorithm.

## 2. Mathematical model

### 2.1. Preliminaries

Let us assume that two optical fields monochromatic, coherent, linearly polarized, traveling on  $z$ -axis, symbolized by  $E_r$  and  $E_p$  are described by,

$$E_{rk}(x, y) = A_r(x, y) \exp\{i[\phi_r(x, y) - \alpha_k]\}, \quad (1a)$$

$$E_p(x, y) = A_p(x, y) \exp[i\phi_p(x, y)], \quad (1b)$$

where the subscripts  $r$  and  $p$  denote respectively reference and probe,  $i = \sqrt{-1}$  is the imaginary unity,  $\phi_r$  and  $\phi_p$  are the phase functions that contain the wave-fronts,  $A_r$  and  $A_p$  denote the field amplitudes. Furthermore,  $E_r$  has associated an additional subscript  $k$ , which is related with a current phase step  $\alpha_k$  for  $k = 0, \dots, K-1$ , with  $K$  integer indicating the total number of steps.

The superposition of these two fields is carried out with a Mach-Zehnder interferometer, and observed by an optical detector such as a CCD camera. In general the observed pattern is given by  $I_{kij} = a_{ij} + b_{ij} \cos(\phi_{ij} + \alpha_k)$ , then for  $K = 3$ , we have

$$I_{0ij} = a_{ij} + b_{ij} \cos(\phi_{ij} + \alpha_0), \quad (2a)$$

$$I_{1ij} = a_{ij} + b_{ij} \cos(\phi_{ij} + \alpha_1), \quad (2b)$$

$$I_{2ij} = a_{ij} + b_{ij} \cos(\phi_{ij} + \alpha_2). \quad (2c)$$

where  $I_{kij}$  is an element of a  $m \times n$  intensity matrix  $I_k$ , that represents the  $k$ -th interferogram associated to  $\alpha_k$  considered to be unknown and unequal;  $i, j$  is the position of a pixel on the CCD camera;  $\phi = \phi_p - \phi_r$  is expressed in radians and denotes the object phase;  $a = A_r^2 + A_p^2$  and  $b = 2A_r A_p$  are the background and modulation light.

Recently, it has been demonstrated, the phase steps can be estimated from Eq. (2) with high accuracy and fast enough by using the VES method [32] in a very simple way

$$\cos \frac{1}{2} \alpha_1 = \frac{\text{tr}(q^T r)}{\sqrt{\text{tr}(q^T q) \text{tr}(r^T r)}}, \quad (3a)$$

$$\cos \frac{1}{2} (\alpha_2 - \alpha_1) = \frac{\text{tr}(p^T r)}{\sqrt{\text{tr}(p^T p) \text{tr}(r^T r)}}, \quad (3b)$$

where the restrictions:  $\alpha_0 = 0, \alpha_1 \in (0, \pi)$ , and  $\alpha_2 - \alpha_1 \in (0, \pi)$  were considered and presented;  $\text{tr}(\cdot)$  and  $(\cdot)^T$  denoted respectively the trace and transpose operator;  $p = I_0 - I_1, q = I_1 - I_2$ , and  $r = I_0 - I_2$  are also  $m \times n$  matrices.

### 2.2. Modified VES method

It is clear that,  $\alpha_2$  can be easily calculated by combining Eqs. (3a), and (3b), however it could need more computing time, which makes it inconvenient for application in real-time. To overcome this drawback, we have derived a more direct additional expression,

$$\cos \frac{1}{2} \alpha_2 = \frac{\text{tr}(p^T q)}{\sqrt{\text{tr}(p^T p) \text{tr}(q^T q)}}, \quad (4)$$

which also depends directly on the interferograms, and therefore it is independent to Eq. (3). Furthermore, we have explored with more detail and we have found that,  $0 < \alpha_1 < \alpha_2$ , and  $\alpha_k$  is within the range  $(0, 2\pi)$  because it is computed via the half of angle in the cosine, so we establish the restrictions in a more precise fashion than the ones published in [32]:  $\alpha_0 = 0, \alpha_1 \in (0, \alpha_2)$ , and  $\alpha_2 \in (0, 2\pi)$ , which is a wider range than many algorithms published in the literature [10–14], and it is an important advantage of the present proposal.

In discussion above  $\alpha_0 = 0$  was considered, nevertheless in a dynamic event its value could be arbitrary. For this reason, in this work let's consider  $\alpha_0$  having an arbitrary value not necessary

equal to zero, which implies to actualize the restrictions, named VES Conditions:

- VES Condition 1:  $\alpha_0 < \alpha_1 < \alpha_2$ , or  $0 < \beta_1 < \beta_2$ , hence  $\beta_1 \in (0, \beta_2)$ ,
- VES Condition 2:  $\alpha_0 < \alpha_2 < \alpha_0 + 2\pi$ , or  $0 < \beta_2 < 2\pi$ , hence  $\beta_2 \in (0, 2\pi)$ ,

where  $\beta_1 = \alpha_1 - \alpha_0$ , and  $\beta_2 = \alpha_2 - \alpha_0$ . Under these conditions Eqs. (3a), and (4) could be also modified,

$$\cos \frac{1}{2} \beta_1 = \frac{\text{tr}(q^T r)}{\sqrt{\text{tr}(q^T q) \text{tr}(r^T r)}}, \tag{5a}$$

$$\cos \frac{1}{2} \beta_2 = \frac{\text{tr}(p^T q)}{\sqrt{\text{tr}(p^T p) \text{tr}(q^T q)}}, \tag{5b}$$

which are two simple and easy formulas for computing the phase steps from the measured intensities, mediated by the secondary patterns  $p, q$ , and  $r$ . Note that  $\beta_1$  and  $\beta_2$  are the measured values, and represent respectively the phase shifts of  $I_1$  and  $I_2$  with respect to  $I_0$ , so in general the present proposal does not measure  $\alpha_k$ .

### 2.3. Dynamic measurements

In order to observe in real-time the phase step variations present in an experimental setup. We propose to hold  $I_0$  and  $I_2$  during the experiment, named the reference interferograms, and consider  $I_1 = I_1(t) = a + b \cos[\phi + \alpha_1(t)]$  a dynamic interferogram with its phase step varying with the time, denoted by  $\alpha_1(t)$ . Thus, in each time  $t$ , three interferograms are evaluated with the VES method assuming  $a, b$ , and  $\phi$  be constants with the time.

#### 2.3.1. Calibrating

In first stage, at time  $t_0, I_1(t_0)$  is captured by using a CCD camera, with  $\alpha_1(t_0)$  your current phase step. In second stage, a reference unknown phase shift  $-\Delta\alpha_0$  is introduced, generating  $\alpha_0 = \alpha_1(t_0) - \Delta\alpha_0$ , then  $I_0$  is captured, and after  $-\Delta\alpha_0$  is missed. Next, a second reference unknown phase shift  $+\Delta\alpha_2$  is introduced, generating  $\alpha_2 = \alpha_1(t_0) + \Delta\alpha_2$ , then  $I_2$  is captured, and after  $+\Delta\alpha_2$  is missed. With these assumptions, the interferograms are given by

$$I_{0ij} = a_{ij} + b_{ij} \cos(\varphi_{ij}), \tag{6a}$$

$$I_{1ij}(t) = a_{ij} + b_{ij} \cos[\varphi_{ij} + \beta_1(t)], \tag{6b}$$

$$I_{2ij} = a_{ij} + b_{ij} \cos(\varphi_{ij} + \beta_2), \tag{6c}$$

where  $\varphi = \phi + \alpha_1(t_0) - \Delta\alpha_0, \beta_1(t) = \alpha_1(t) - \alpha_1(t_0) + \Delta\alpha_0$ , in particular  $\beta_1(t_0) = \Delta\alpha_0$ , and  $\beta_2 = \Delta\alpha_0 + \Delta\alpha_2$ . The reference phase steps must be introduced taking into account the VES Conditions, so  $0 < \Delta\alpha_0 + \Delta\alpha_2 < 2\pi$ , and  $\beta_1(t)$  is varying within the range  $(0, \Delta\alpha_0 + \Delta\alpha_2)$ .

#### 2.3.2. Properties

By substituting Eq. (6) into Eq. (5),  $\beta_{1V}(t)$  and  $\beta_{2V}(t)$  can be computed in each capture time  $t$ , for this reason its dependence on  $\beta_2$  has been added, and the subscript  $V$  represents the value obtained with the VES method. Thus, if the VES Conditions are always satisfied, the value of  $\beta_{2V}(t) = \beta_{2V}(t_0) = \Delta\alpha_0 + \Delta\alpha_2$  must be a constant with  $t$ , and therefore the value of  $\beta_1(t)$  is assumed to be a valid data. On the contrary, if the VES Conditions are not always satisfied,  $\beta_{2V}(t)$  is not a constant with  $t$ , then the value of  $\beta_1(t)$  is not always assumed to be a valid data. These two situations allow to do reliable measurements, which are named the self-verification properties of the VES method, and it can be resumed of the following form:

VES Property 1: If  $\beta_{2V}(t) = \Delta\alpha_0 + \Delta\alpha_2$  in the time  $t$ , then  $\beta_1(t)$  is valid.

VES Property 2: If  $\beta_{2V}(t) \neq \Delta\alpha_0 + \Delta\alpha_2$  in the time  $t$ , then  $\beta_1(t)$  is not valid.

## 3. Verification

In order to verify the model explained above, an algorithm was implemented in a computer of 2.6 GHz Intel Core i7 Processor with 8 GB at 1600 MHz in RAM, for the evaluation of synthetical and experimental interferograms.

### 3.1. Numerical verification

For the synthetical part, the interferograms described in Eq. (2), or Eq. (6) for  $t_0 = 0$  were numerically simulated by using phase steps keeping the VES Conditions:  $\alpha_{0T} = 1$  rad,  $\alpha_{1T}(t_0) = 4.11$  rad, and  $\alpha_{2T} = 6$  rad, with which  $\beta_{1T}(t_0) = 3.11$  rad, and  $\beta_{2T} = 5$  rad, the subscript  $T$  indicates the theoretical o reference value;  $\phi(x, y) = x^2 + y^2 + 15(x + y)$  rad, while  $a = A_r^2 + A_p^2$  and  $b = 2A_r A_p$  are computed by using  $A_r = 15 + x + 2y + 2(x^2 + y^2)$ , and  $A_p = 20 + 3x^2 + 2y^2$ . These functions were evaluated within the range  $x \in (-1, 1)$ , and  $y \in (-1.5, 1.5)$ , with  $m = 400$  and  $n = 300$ , obtaining the synthetical interferograms as shown in Fig. 1(a)-(c).

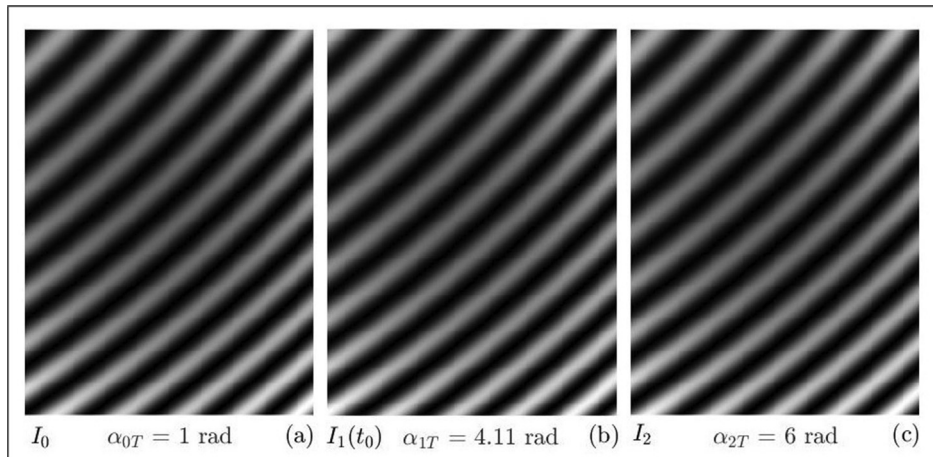


Fig. 1. (a)-(c) Interferograms  $I_0, I_1(t_0), I_2$  with  $\alpha_{0T} = 1$  rad,  $\alpha_{1T}(t_0) = 4.11$  rad, and  $\alpha_{2T} = 6$  rad.

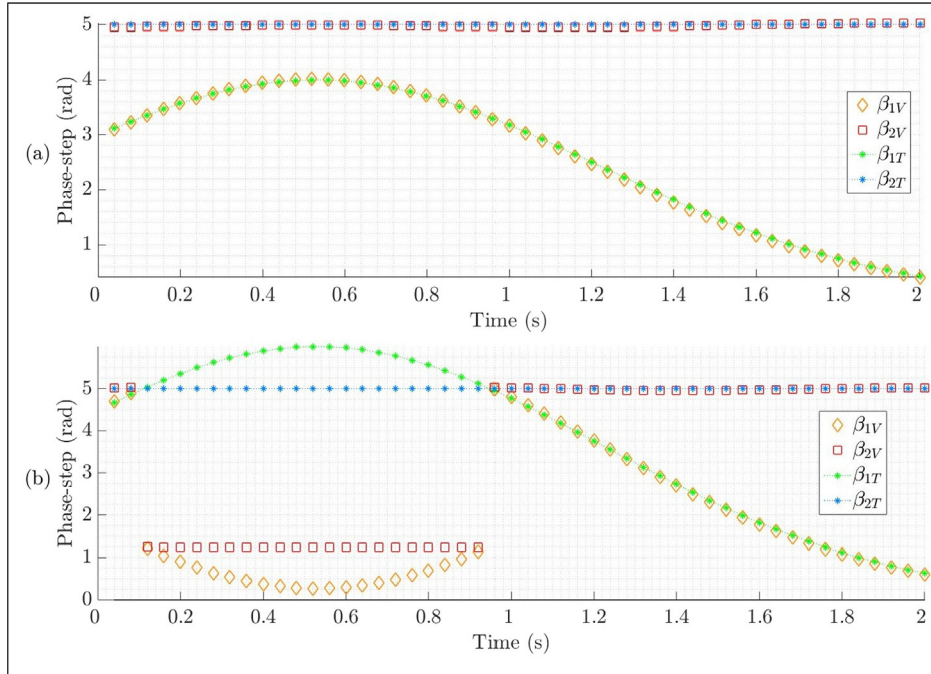


Fig. 2. Numerical simulation, theoretical values  $\beta_{1T}(t) = A_1 e^{-(t-0.5)^2}$ , and  $\beta_{2T} = 5$  rad: cases (a)  $A_1 = 4$ , VES Condition 1 is met; (b)  $A_1 = 6$ , VES Condition 1 is not always met.

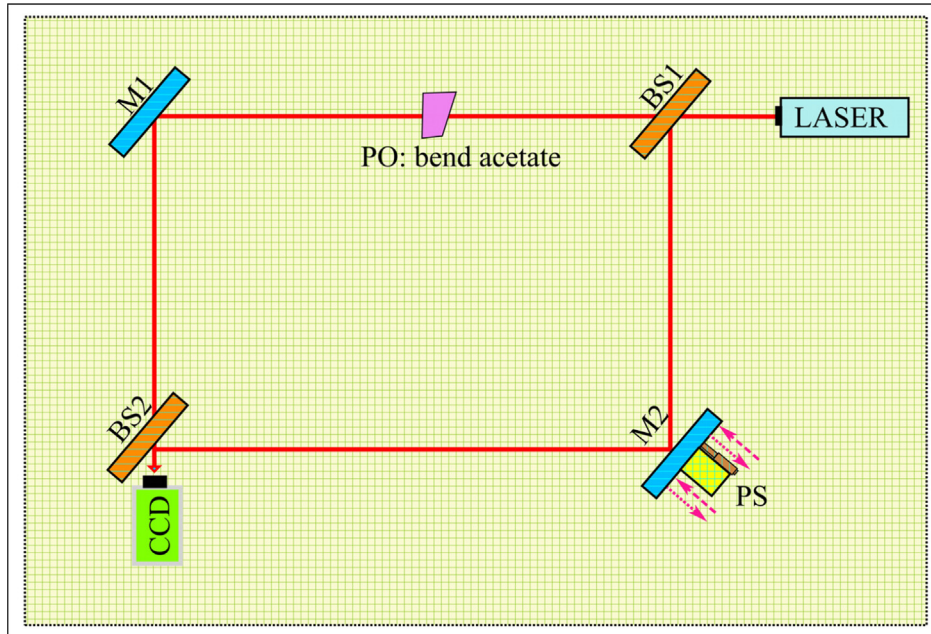


Fig. 3. Experimental scheme Mach-Zehnder interferometer: LASER illumination source; BS1, BS2 beam splitter; M1, M2 mirror; PO phase object; PS positioning stage.

The phase steps were retrieved from these interferograms by implementing the modified formulas given in Eq. (5), obtaining  $\beta_{1V}(t_0) = 3.1114$  rad, and  $\beta_{2V}(t_0) = 4.9993$  rad having a deviation respectively of  $\beta_{1T} - \beta_{1V}(t_0) = -0.0014$  rad, and  $\beta_{2T} - \beta_{2V}(t_0) = 0.0007$  rad. In this numerical verification, the reference interferograms  $I_0$ , and  $I_2$  are kept stationary, while the phase step of the dynamic interferogram  $I_1(t)$  is changing with the time in a Gaussian form  $\alpha_{1T}(t) = 1 + A_1 e^{-(t-0.5)^2}$ , therefore the phase step difference between  $I_0$ , and  $I_1(t)$  is  $\beta_{1T}(t) = A_1 e^{-(t-0.5)^2}$ , which is evaluated in the interval  $t \in (0, 2)$  s in increments of  $1/25$  s as depicted in Fig. 2(a), and Fig. 2(b) respectively for  $A_1 = 4$ , and  $A_1 = 6$  with

green asterisks; while  $\beta_{2T}$  is a constant with the time as shown in Fig. 2 with blue asterisks. Then, in each time  $t$ , a new interferogram  $I_1(t)$  is generated, and the present method obtains then  $\beta_{1V}(t)$ , and  $\beta_{2V}(t)$  as depicted respectively for cases  $A_1 = 4$ , and  $A_1 = 6$  with orange diamonds, and red squares in Fig. 2(a), and (b). Note that in Fig. 2(a) the VES Conditions are satisfied for each  $t$  in the interval  $(0, 2)$  s, what implies the VES Property 1 is present, and therefore the values of  $\beta_{1V}(t)$  are obtained correctly. In Fig. 2(b) is shown the situation when the VES Conditions are not always satisfied, so the VES Property 2 in this case is present, and therefore the values of  $\beta_{1V}(t)$  are not always obtained correctly for each  $t$  in the interval

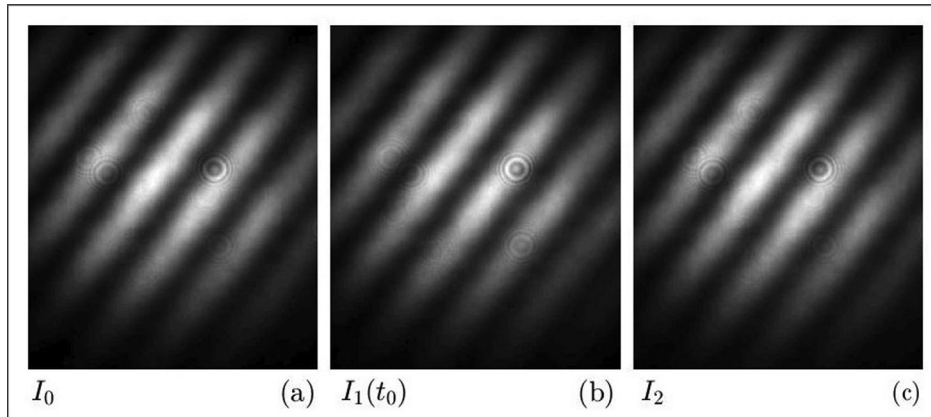


Fig. 4. Experimental interferograms (a)  $I_0$ , (b)  $I_1(t_0)$ , and (c)  $I_2$ , for calibrating procedure.

**Table 1**  
Calibrating values of  $\beta_{2V}(t_0)$  [rad] for each optical table (OT) and observation day (OD).

$\beta_{2V}(t_0)$	OD <sub>W</sub>	OD <sub>R</sub>	OD <sub>N</sub>
OT <sub>1</sub>	5.87	5.92	5.98
OT <sub>2</sub>	6.05	6.03	6.04
OT <sub>3</sub>	5.95	5.95	6.06

(0, 2) s. In this way, we have an important argument to know when a measured phase step must be accepted and when it must be rejected.

#### 4. Experimental results

The numerical verification shows the viability for carrying out reliable phase step measurements from a dynamic interferogram.

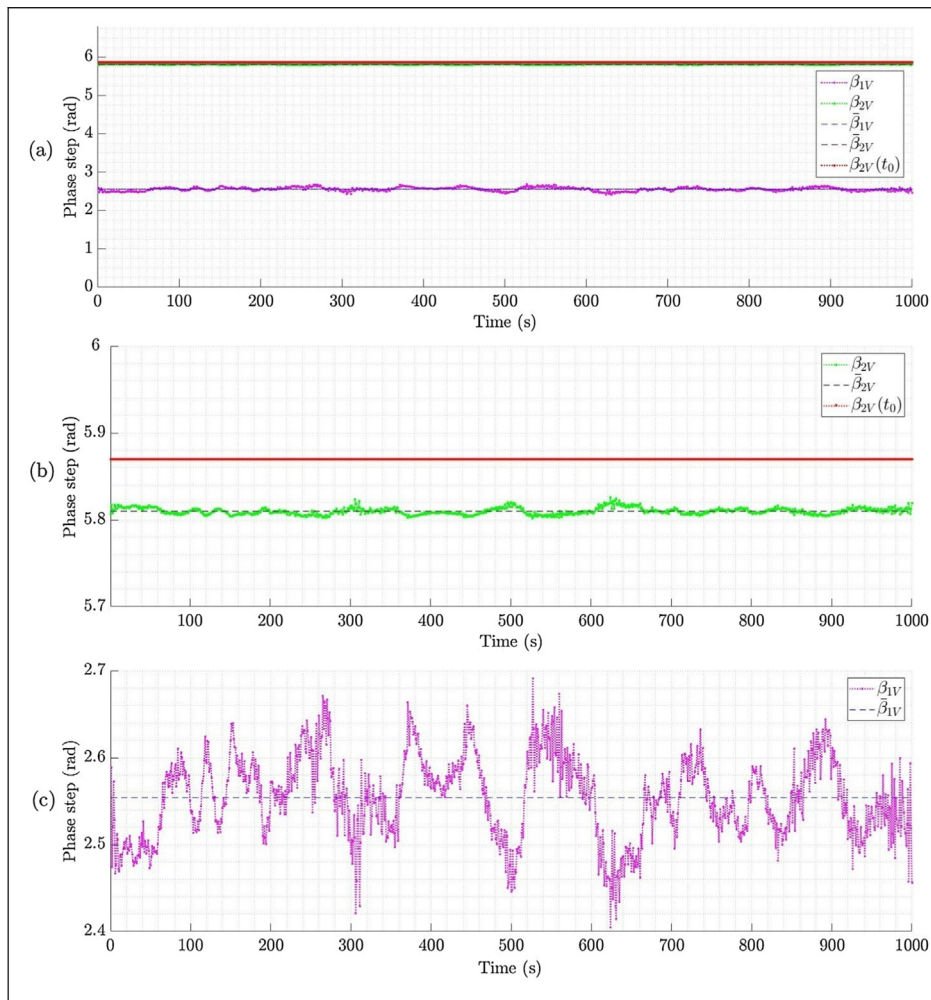


Fig. 5. The first 1000 experimental phase step measurements for 00:00 h in OT<sub>1</sub> and OD<sub>W</sub>. (a) Show together  $\beta_1, \beta_2$ , (b)  $\beta_2$ , and (c)  $\beta_1$ .

In this section, let's apply this method for achieving measurements in an interferogram obtained from a Mach-Zehnder interferometer mounted in three different optical tables, subjected to diverse conditions of noise caused by mechanical vibrations, atmospheric turbulence, temperature gradients, among others.

#### 4.1. Experimental setup

The experiment is based on the scheme shown in Fig. 3, the illumination source is a He-Ne laser of  $\lambda = 632.8$  nm in wavelength, two beam splitters BS1 and BS2, and two conventional mirrors M1 and M2. A bend acetate was used as a phase object (PO), and a CCD camera Point Gray Grasshopper model GS3-U3-23S6M-C was used to capture and digitize the interferograms in the computer. One of the mirrors, M2, is mounted on a positioning stage Melles Griot model 07TSC007 to introduce manually the phase steps  $-\Delta\alpha_0$ , and  $\Delta\alpha_2$ , so these values are unknown and unequal. First, this scheme was mounted on an ultra light weight optical table 1 (OT<sub>1</sub>) VERE model 212040-3 of  $36 \times 48 \times 2$  in<sup>3</sup> in size, mounted on a metallic base without vibration isolator, and installed on second floor under non-favorable experimental conditions. In this place, there are some big windows semi-open and covered partially, and during a day there are temperature changes because of sun position, so that is a source of atmospheric turbulence in presence of temperature gradients. Additionally this place is part of a building where there are many students and professors, which is a source of mechanical vibrations out of control. Second, it

was mounted on an ultra light weight optical table (OT<sub>2</sub>) VERE model 515770 of  $48 \times 72 \times 4$  in<sup>3</sup> in size, mounted on a metallic base without vibration isolator, and installed on first floor under favorable experimental conditions. This place is Structured Light Laboratory (LLE) which is isolated of air turbulence and temperature gradients because of the open windows and sun, but LLE is part of a building where there are many students and professors, which is a source of mechanical vibrations out of control. Third, it also was mounted on a smart table (OT<sub>3</sub>) Newport model M-ST-48-12 of  $1200 \times 2400 \times 305$  mm<sup>3</sup> in size, mounted on four isolated pneumatic legs, and installed also in LLE, so in this case the experiment is isolated of atmospheric turbulence, temperature gradients, and mechanical vibrations.

#### 4.2. Experimental calibration

The current interferogram is captured as shown in Fig. 4(b), and named  $I_1(t_0)$ , here  $t_0$  is a time for calibrating before the measurement process. Next, by turning the vernier micrometer screw to reduce the optical path difference,  $-\Delta\alpha_0$  is introduced within the range  $(-\pi, 0)$  rad, which is easy to achieve experimentally by observing the fringes do not shift more than a half fringe, then  $I_0$  is captured as shown in Fig. 4(a), and  $-\Delta\alpha_0$  is removed by turning the screw at its original position. After, by turning the screw to increase the optical path difference,  $\Delta\alpha_2$  is introduced within the range  $(0, \pi)$  rad by observing the fringes do not shift more than a half fringe, then  $I_2$  is captured as shown in Fig. 4(c), and  $\Delta\alpha_2$  is

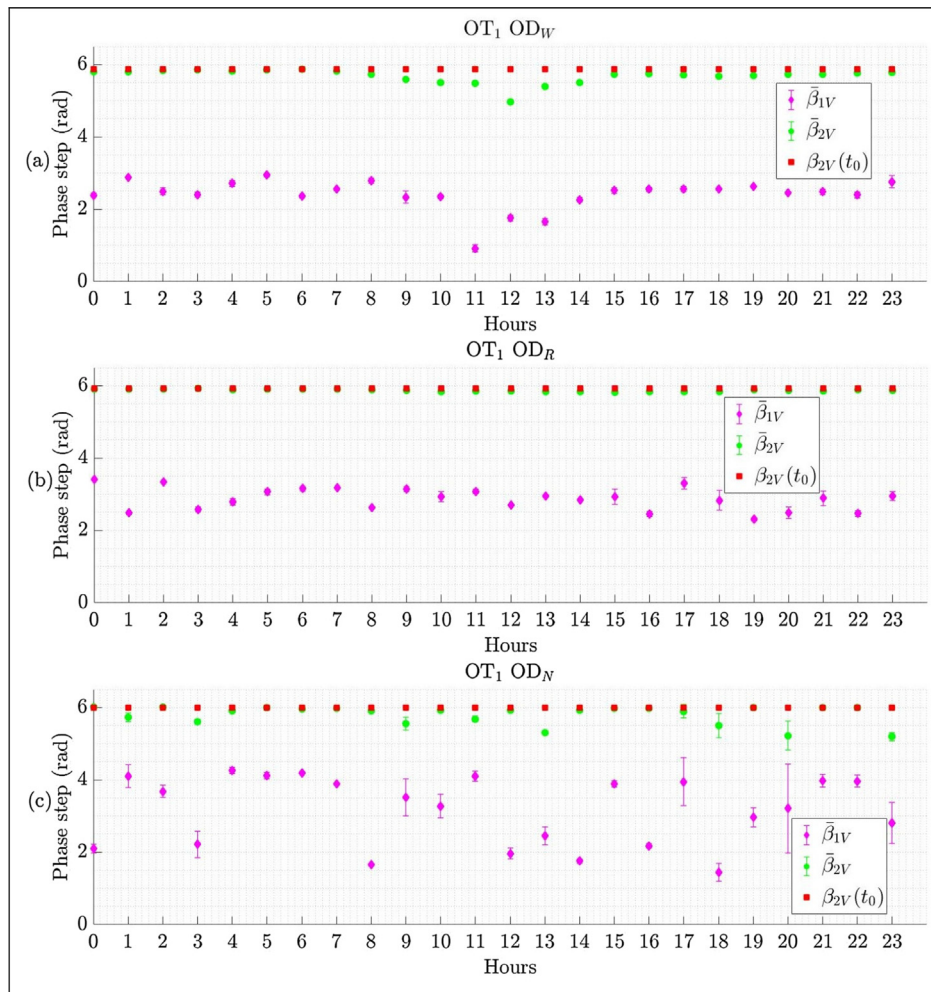


Fig. 6. Mean values of  $\beta_1(t)$  and  $\beta_2(t)$  from the 1000 experimental phase step measurements per hour during a full day in OT<sub>1</sub>, (a) OD<sub>w</sub>, (b) OD<sub>R</sub>, and (c) OD<sub>N</sub>.

removed by turning the screw at its original position. Note that, the possible errors due to hysteresis or parallax, among others, when the screw is returned to initial position are unimportant, since the present method measures with high precision the current value, so it is very practical method. These three interferograms are of  $638 \times 524$  in size, and changed in unknown and unequal phase steps under the VES Conditions, the values extracted are  $\beta_{1V}(t_0) = 2.59$  rad and  $\beta_{2V}(t_0) = 5.87$  rad, this last will be a reference value and will be useful to establish the self-verification property for dynamic measurements of phase step in  $I_1(t)$ .

### 4.3. Dynamic measurements

The phase steps are measured in each OT for three different observation days (OD), chosen in the following way: Work day ( $OD_W$ ) a weekday when there are too many students and professors in the building; Rest day ( $OD_R$ ) a weekend day when there are no people in the building; and in a Raining day ( $OD_N$ ). First, in each OT and OD the calibrating process is carried out to obtain the value of  $\beta_{2V}(t_0)$  as shown in Table 1. Second, the algorithm is automatized to measure in each OT and OD 1000 phase steps each one hour during 24 h, the processing time per data is of 132 ms. This time depends on the capture time of CCD camera; the processing time of VES method which depends mainly on image size; and speed of computer data bus. If reduce this time were necessary, it could be done by using a faster camera, a smaller image size, and a faster bus.

The interferograms shown in Fig. 4 correspond to  $OT_1$  in a  $OD_W$ , the obtained value of  $\beta_{2V}(t_0) = 5.87$  rad is a reference value depicted with a red line in Fig. 5 and is compared with the in real-time measured values  $\beta_{2V}(t)$  depicted with a green line to verify the VES Properties and therefore to valid the measurements of  $\beta_{1V}(t)$  shown with a magenta line for the first 1000 measurements corresponding to 00:00 h.  $\beta_{2V}(t)$  has a mean of  $\bar{\beta}_{2V} = 5.81$  rad indicated with a dashed black line, a standard deviation of  $\sigma_{\beta_2} = 0.004$ rad and a bias of  $\epsilon_{\beta_2} = \beta_{2V}(t_0) - \bar{\beta}_{2V} = 0.06$ rad, whereas  $\bar{\beta}_{1V} = 2.55$  rad is the mean of  $\beta_{1V}(t)$  indicated with a dashed dark blue line, and a standard deviation of  $\sigma_{\beta_1} = 0.047$ rad. In practice,  $\beta_{2V}(t) \neq \beta_{2V}(t_0)$  as appreciated with more detail in Fig. 5(b), these deviations could be caused by small variations in  $a, b$  and  $\phi$  because the illumination fluctuations, temperature variations in the phase object, among many others, so the VES condition 1 are not met, and strictly the measurements  $\beta_{1V}(t)$  are not valid, nevertheless it is possible to define a tolerance criteria to accept  $\beta_{1V}(t)$  in function on the mean deviation  $|\epsilon_{\beta_2}| \leq \epsilon_{\beta_M}$ , where  $\epsilon_{\beta_M}$  is the maximum to be accepted, whose choice depends on a particular problem. Here, we use the criteria of 1% of  $2\pi$ , then we have  $\epsilon_{\beta_M} = 0.063$ rad, and therefore the measured values  $\beta_{1V}(t)$  are accepted as valid, which are shown in more detail in Fig. 5(c).

These measurements are repeated each hour during a full day, the mean values  $\bar{\beta}_{1V}$ , and  $\bar{\beta}_{2V}$  are plotted respectively with magenta diamond, and green circles in Fig. 6(a), with the bars indicating the standard deviations. This process is repeated in  $OD_R$ , and  $OD_N$  as

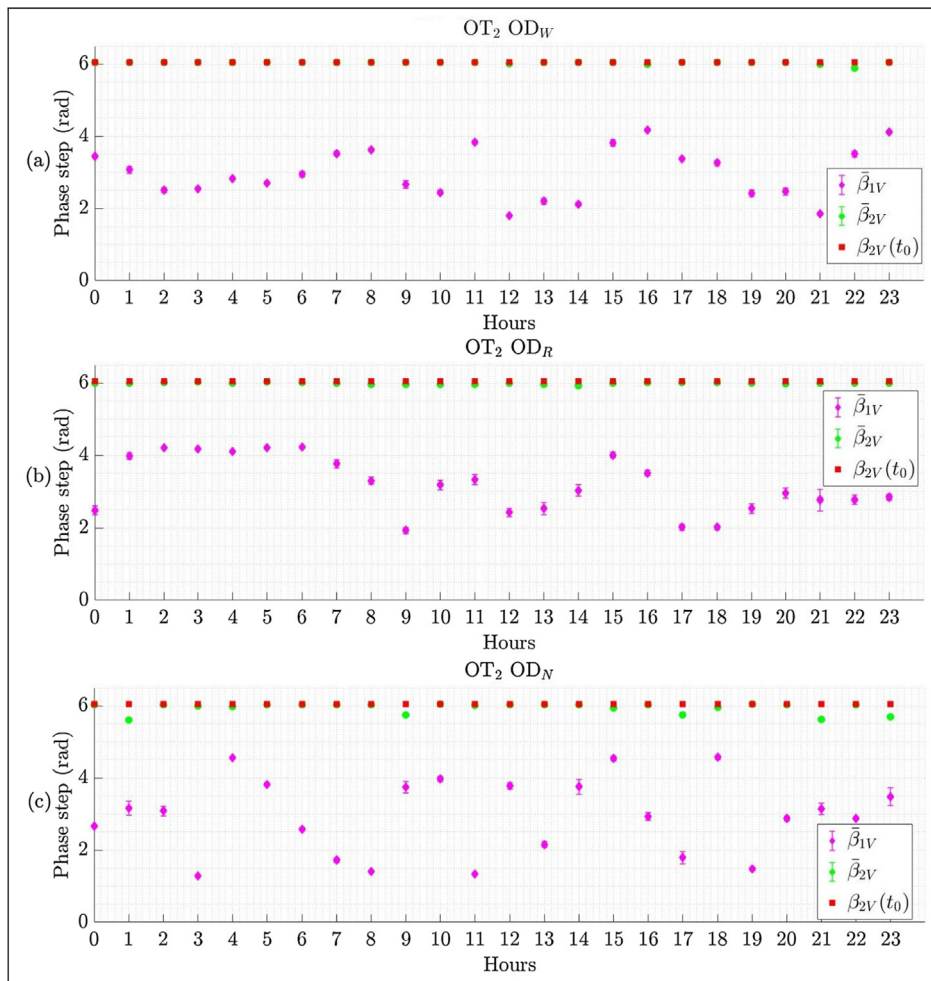
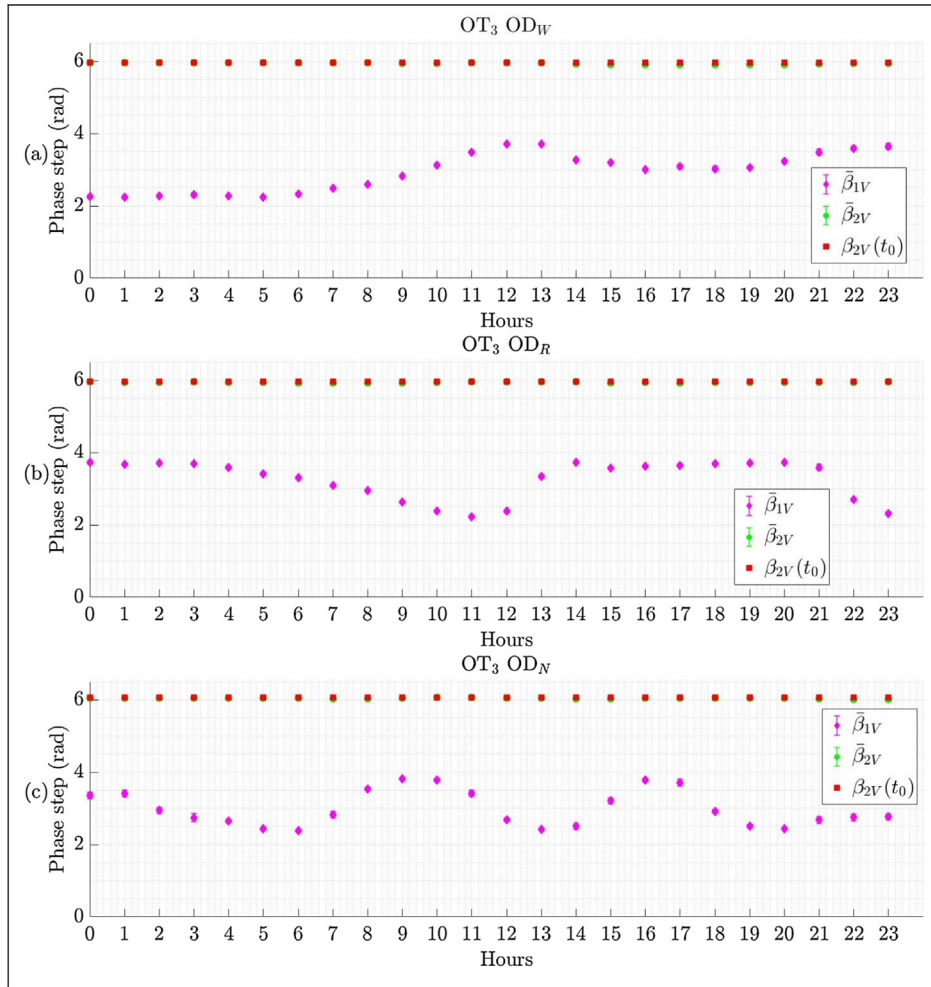


Fig. 7. Mean values of  $\beta_1(t)$  and  $\beta_2(t)$  from the 1000 experimental phase step measurements per hour during a full day in  $OT_2$ , (a)  $OD_W$ , (b)  $OD_R$ , and (c)  $OD_N$ .



**Fig. 8.** Mean values of  $\beta_1(t)$  and  $\beta_2(t)$  from the 1000 experimental phase step measurements per hour during a full day in OT<sub>3</sub>, (a) OD<sub>W</sub>, (b) OD<sub>R</sub>, and (c) OD<sub>N</sub>.

plotted respectively in Fig. 6(b), and Fig. 6(c) using the same marks and colors than Fig. 6(a). Furthermore, the measurements are repeated in OT<sub>2</sub>, and OT<sub>3</sub> as shown respectively in Fig. 7, and Fig. 8 using the same marks and colors than Fig. 6.

## 5. Conclusion and remarks

### 5.1. Discussion and remarks

The experimental measurements shown in Figs. 6–8 are phase steps measured in real-time from two reference interferograms, and a dynamic interferogram, assuming  $a$ ,  $b$  and  $\phi$  be constant with the time. In this proposal, the interferograms were gotten from the Mach-Zehnder interferometer exposed to different conditions of operation. Because of the self-verification VES property the obtained measurements are reliable, since  $\beta_{1V}(t)$  was possible to be accepted or rejected. For example, in OT<sub>1</sub> (see Fig. 6) overnight in OD<sub>W</sub>, and OD<sub>R</sub>,  $\beta_{1V}(t)$  is accepted, but in OD<sub>N</sub> is rejected; and in general OD<sub>R</sub> is accepted, and OD<sub>N</sub> is rejected. With respect to OT<sub>2</sub> (see Fig. 7) in OD<sub>W</sub>, and OD<sub>R</sub>,  $\beta_{1V}(t)$  is accepted, but in some hours in OD<sub>R</sub> is rejected. Finally, in OT<sub>3</sub> (see Fig. 8)  $\beta_{1V}(t)$  is accepted at any OD.

On the other hand,  $\beta_1(t)$  represents the phase step fluctuations under the conditions given in an OT, as it can be noted always there are variations still in the best conditions (OT<sub>3</sub> in OD<sub>R</sub>). It could be caused mainly by fluctuations during a full day in the temperature,

pressure, humidity, and also due to mechanical vibrations, air turbulence, among others. The influence of these factors depends on the OT quality and the place where it is placed. As noted, OT<sub>1</sub> has the worst quality, so only is possible to work at night, but not in OD<sub>N</sub> (see Fig. 6); OT<sub>2</sub> is of better quality, in this table you can measure at any hour in OD<sub>W</sub>, and OD<sub>R</sub>, but not in OD<sub>N</sub> (see Fig. 7)); and OT<sub>3</sub> has the best quality, in this table you can measure at any OD (see Fig. 8). The results of these measurements are as expected, so the present proposal is experimentally probed.

### 5.2. Conclusion

In this paper, a method capable of measuring in real-time the phase shifts from an interferogram was analytically presented and experimentally probed. It was based on the VES method, which is fast, non-iterative, accurate, supports high spatial variation in the illumination, and without loss of spatial resolution, so it was appropriated to observe, *in situ*, phase steps changing with the time. It consisted of keeping two reference interferograms, and a dynamic interferogram, whose phase steps meeting the VES Conditions having a range of  $2\pi$ , and the measurements were validated by the so called self-verification VES property, which is a very important characteristic of the present proposal that allows to do reliable measurements. Other important advantages is its practical calibration since it does not need a sophisticated system, just turning the screw by hand keeping the phase step does not change more than a half fringe. The experimental results demonstrated the

effectiveness of the present method, since as known the external agents have more influence in the optical table of low quality, so the phase step measurements were totally accepted in OT<sub>3</sub> and these had loss dispersion. As noted, the present proposal was achieved basically by expanded and adapted the VES method to measure in real-time, so it could be called Dynamic Volume Enclosed by a Surface (DVES).

### Declaration of Competing Interest

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

### Funding information

Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) grant (257853).

Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado (VIEP) of Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP) grant (100425744-VIEP2019).

### References

- [1] J.H. Bruning, D.R. Herriott, J. Gallagher, D. Rosenfeld, A. White, D. Brangaccio, Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses, *Appl. Opt.* 13 (11) (1974) 2693–2703.
- [2] J. Schwider, IV advanced evaluation techniques in interferometry, in: *Progress in Optics*, Elsevier, 1990, pp. 271–359, [https://doi.org/10.1016/s0079-6638\(08\)70291-9](https://doi.org/10.1016/s0079-6638(08)70291-9).
- [3] K. Creath, V phase-measurement interferometry techniques, in: *Progress in Optics*, Elsevier, 1988, pp. 349–393, [https://doi.org/10.1016/s0079-6638\(08\)70178-1](https://doi.org/10.1016/s0079-6638(08)70178-1).
- [4] M. Hipp, J. Woisetschläger, P. Reiterer, T. Neger, Digital evaluation of interferograms, *Measurement* 36 (1) (2004) 53–66.
- [5] C. Morgan, Least-squares estimation in phase-measurement interferometry, *Opt. Lett.* 7 (8) (1982) 368–370.
- [6] J.E. Greivenkamp, Generalized data reduction for heterodyne interferometry, *Opt. Eng.* 23 (4) (1984), 234350.
- [7] G. Lai, T. Yatagai, Generalized phase-shifting interferometry, *JOSA A* 8 (5) (1991) 822–827.
- [8] C. Farrell, M. Player, Phase step measurement and variable step algorithms in phase-shifting interferometry, *Meas. Sci. Technol.* 3 (10) (1992) 953.
- [9] K. Hibino, B.F. Oreb, D.I. Farrant, K.G. Larkin, Phase-shifting algorithms for nonlinear and spatially nonuniform phase shifts, *JOSA A* 14 (4) (1997) 918–930.
- [10] K. Freischlad, C.L. Koliopoulos, Fourier description of digital phase-measuring interferometry, *Josa a* 7 (4) (1990) 542–551.
- [11] Z. Wang, B. Han, Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms, *Opt. Lett.* 29 (14) (2004) 1671–1673.
- [12] K.G. Larkin, A self-calibrating phase-shifting algorithm based on the natural demodulation of two-dimensional fringe patterns, *Opt. Express* 9 (5) (2001) 236–253.
- [13] J. Vargas, J.A. Quiroga, T. Belenguer, Phase-shifting interferometry based on principal component analysis, *Opt. Lett.* 36 (8) (2011) 1326–1328.
- [14] K. Qian, S.H. Soon, A. Asundi, Phase-shifting windowed fourier ridges for determination of phase derivatives, *Opt. Lett.* 28 (18) (2003) 1657–1659.
- [15] B. Chen, Y. Yang, L. Yan, Y. Lou, C. Zhou, S. Zhang, J. Cui, Precision measurement of the refractive index of air using a phase modulated homodyne interferometer with a variable length vacuum cavity, *Meas. Sci. Technol.* 30 (7) (2019), <https://doi.org/10.1088/1361-6501/ab1230>, 075010.
- [16] M. Pisani, M. Astrua, M. Zucco, An acoustic thermometer for air refractive index estimation in long distance interferometric measurements, *Metrologia* 55 (1) (2017) 67.
- [17] P.L. Teoh, B. Shirinzadeh, C.W. Foong, G. Alici, The measurement uncertainties in the laser interferometry-based sensing and tracking technique, *Measurement* 32 (2) (2002) 135–150.
- [18] A. Safrani, I. Abdulhalim, Real-time phase shift interference microscopy, *Opt. Lett.* 39 (17) (2014) 5220–5223.
- [19] W. Zhao, G. Cao, A real-time adaptive phase-shifting interferometry, in: *Interferometry XVI: Techniques and Analysis*, International Society for Optics and Photonics, vol. 8493, 2012, p. 849313.
- [20] P. Hariharan, B. Oreb, T. Eiju, Digital phase-shifting interferometry: a simple error-compensating phase calculation algorithm, *Appl. Opt.* 26 (13) (1987) 2504–2506.
- [21] C. Rathjen, Statistical properties of phase-shift algorithms, *JOSA A* 12 (9) (1995) 1997–2008.
- [22] D.A.G. Hernández, C.P. López, F.M. Santoyo, Application of the carré algorithm and high speed interferometer technique for fast surface profile measurement, *Optoelectron. Adv. Mater., Rapid Commun.* 8 (3–4) (2014) 185–191.
- [23] C.L. Koliopoulos, Simultaneous phase-shift interferometer, in: *Advanced Optical Manufacturing and Testing II*, International Society for Optics and Photonics, vol. 1531, 1992, pp. 119–127.
- [24] L. Deck, Vibration-resistant phase-shifting interferometry, *Appl. Optics* 35 (34) (1996) 6655–6662.
- [25] I. Yamaguchi, J.-Y. Liu, J.-I. Kato, Active phase-shifting interferometers for shape and deformation measurements, *Optical Eng.* 35..
- [26] N. Brock, J. Hayes, B. Kimbrough, J. Millerd, M. North-Morris, M. Novak, J.C. Wyant, Dynamic interferometry, in: *Novel Optical Systems Design and Optimization VIII*, International Society for Optics and Photonics, vol. 5875, 2005, p. 58750F.
- [27] J. Hayes, Dynamic interferometry handles vibration, *Laser Focus World* 38 (3) (2002) 109–116.
- [28] K.A. Goldberg, J. Bokor, Fourier-transform method of phase-shift determination, *Appl. Optics* 40 (17) (2001) 2886–2894.
- [29] L. Cai, Q. Liu, X. Yang, Phase-shift extraction and wave-front reconstruction in phase-shifting interferometry with arbitrary phase steps, *Opt. Lett.* 28 (19) (2003) 1808–1810.
- [30] X. Chen, M. Gramaglia, J.A. Yeazell, Phase-shifting interferometry with uncalibrated phase shifts, *Appl. Opt.* 39 (4) (2000) 585, <https://doi.org/10.1364/ao.39.000585>.
- [31] G.-S. Han, S.-W. Kim, Numerical correction of reference phases in phase-shifting interferometry by iterative least-squares fitting, *Appl. Opt.* 33 (31) (1994) 7321–7325.
- [32] C. Meneses-Fabian, Self-calibrating generalized phase-shifting interferometry of three phase-steps based on geometric concept of volume enclosed by a surface, *J. Opt.* 18 (12) (2016), 125703.
- [33] G. Rodríguez-Zurita, R. Pastrana-Sánchez, J.F. Vázquez-Castillo, Simultaneous measure of refractive index and thickness of dielectric plane parallel plates by fringe counting: a case for generalized regression, *REVISTA MEXICANA DE FÍSICA* 45 (5) (1999) 490–495.
- [34] G.D. Gillen, S. Guha, Refractive-index measurements of zinc germanium diphosphide at 300 and 77 k by use of a modified michelson interferometer, *Appl. Opt.* 43 (10) (2004) 2054, <https://doi.org/10.1364/ao.43.002054>.
- [35] Y.P. Kumar, S. Chatterjee, Simultaneous determination of refractive index and thickness of moderately thick plane-parallel transparent glass plates using cyclic path optical configuration setup and a lateral shearing interferometer, *Appl. Opt.* 51 (16) (2012) 3533, <https://doi.org/10.1364/ao.51.003533>.