



**BENEMÉRITA UNIVERSIDAD  
AUTÓNOMA DE PUEBLA**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA  
COLEGIO DE INGENIERÍA CIVIL**

**OPTIMIZACIÓN DE LOSAS  
ARTESONADAS EN DOS DIRECCIONES  
CON ALGORITMOS GENÉTICOS**

**T E S I S**

Que para obtener el título de:  
**LICENCIADO EN INGENIERÍA CIVIL**

Presenta:

**ALEJANDRO VALENCIA ALVAREZ**

Asesor:

**M. I. EDGAR IRAM VILLAGRÁN ARROYO**

Co asesor:

**M. I. ANA ELENA POSADA SÁNCHEZ**

**Puebla, Puebla**

**Noviembre, 2023**



**BUAP**

Oficio No. SAC/0931/2023

**C. Alejandro Valencia Álvarez -201744528-  
Pasante de la Licenciatura en Ingeniería  
Civil  
Presente.**

En atención al Tema de Tesis que puso Usted a consideración de la Coordinación de Área y de esta Secretaría Académica en coordinación con la Dirección de ésta Facultad de Ingeniería, dentro del marco de Titulación por Examen Profesional, como medio de Titulación se dio revisión y se ha autorizado el tema denominado:

**“OPTIMIZACIÓN DE LOSAS ARTESONADAS EN DOS DIRECCIONES CON ALGORITMOS GENÉTICOS.”**

Por lo anterior hago de su conocimiento que se asigna como asesor de tema al Mtro. Edgar Iram Villagrán Arroyo y como Co Asesora a la Mtra. Ana Elena Posada Sánchez.

Sin más por el momento, le envío la seguridad de mi consideración más distinguida.

Atentamente  
“Pensar bien para vivir mejor”

H. Puebla de Z. a 22 de mayo de 2023

M. I. Angel Cecilio Guerrero Zamora  
Director



M. I. Ángel Cecilio Guerrero Zamora  
Director de la Facultad de Ingeniería  
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla  
P r e s e n t e.

El que suscribe: M. en I. Edgar Iram Villagrán Arroyo, asesor del tema de tesis:

“OPTIMIZACIÓN DE LOSAS ARTESONADAS EN DOS DIRECCIONES CON ALGORITMOS GENÉTICOS.”

Desarrollado por el C. Alejandro Valencia Álvarez -201744528-, pasante del Colegio de Ingeniería Civil, y en atención al oficio No. SAC/0931/2023 con fecha de emisión 22 de mayo de 2023, me permito informar a Usted que después de haber revisado cuidadosamente el contenido temático, metodología, redacción y ortografía de la tesis correspondiente, no tengo inconveniente en autorizar la impresión del mismo.

Sin otro particular, le reitero la seguridad de mi más atenta y distinguida consideración.

A t e n t a m e n t e  
“Pensar bien, para vivir mejor”  
H. Puebla de Z. a de 15 de noviembre de 2023



M. en I. Edgar Iram Villagrán Arroyo  
Asesor de Tema

M'EIVA/BARV  
C.c.p. Archivo

## **DEDICATORIA**

A quien me lo ha dado todo y siempre ha creído en mí: mi madre.

A quien me ha cuidado y visto crecer: mi abuela.

A quien me ha acompañado en los momentos más importantes de mi vida: mi hermana.

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero expresar mi profundo agradecimiento al M.I. Edgar Iram Villagrán Arroyo, así como a la M.I. Ana Elena Posada Sánchez por acompañarme en este gran proyecto, que sin duda me ha dado muchos aprendizajes. Gracias por su paciencia, su orientación tan valiosa y por brindarme este tema que me ha apasionado tanto.

De la misma manera agradezco a mis amigos que he hecho durante mis años de estudios en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. A mis amigos los ingenieros Josue, Bryan, Marcos y Adrián, con quienes he pasado gratos momentos. Y desde luego a los ingenieros Saul, Paulina y Hade, por haber sido ese equipo incondicional, con los que las noches de proyectos se volvían más amenas.

Agradezco también a mi familia: mi madre Maricela, mi abuela María Elena y mi hermana Valeria por su comprensión, apoyo y esfuerzo que han puesto en mí para que yo salga a delante. Este logro es de ustedes.

## ÍNDICE

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	I
JUSTIFICACIÓN.....	III
OBJETIVOS.....	V
Objetivo general .....	V
Objetivos específicos.....	V
ANTECEDENTES.....	VI
PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	VIII
Pregunta general .....	VIII
Preguntas específicas .....	VIII
CAPÍTULO I. MARCO TEÓRICO .....	1
1.1 Diseño de losas aligeradas en dos direcciones.....	1
1.1.1 Acciones de diseño .....	1
1.1.2 Geometría de las losas aligeradas en dos dimensiones .....	2
1.1.3 Factores de resistencia .....	2
1.1.4 Recubrimiento .....	2
1.1.5 Peralte efectivo.....	2
1.1.6 Análisis y diseño a flexión de losas encasetonadas.....	3
1.1.6.1 Hipótesis .....	3
1.1.6.2 Momentos últimos .....	4
1.1.6.3 Resistencia a flexión .....	4
1.1.6.4 Refuerzo a flexión .....	6
1.1.6.5 Ancho de la sección .....	7
1.1.7 Análisis y diseño por cortante para losas aligeradas.....	7
1.1.7.1 Cortante último.....	8
1.1.7.2 Cortante resistente.....	8
1.1.8 Consideraciones para el predimensionamiento.....	8
1.1.8.1 Peralte.....	8
1.1.8.2 Relación de esbeltez.....	9
1.1.8.3 Separación entre nervaduras.....	9

1.2 Algoritmos genéticos .....	10
1.2.1 Definición.....	10
1.2.2 Tamaño de la población .....	12
1.2.3 Número de generaciones .....	12
1.2.4 Cálculos.....	12
1.2.5 Función objetivo .....	13
1.2.6 Selección.....	13
1.2.6.1 Método de ruleta .....	14
1.2.6.2 Selección por torneo .....	14
1.2.7 Cruce.....	15
1.2.7.1 Cruzamiento a partir de un solo punto .....	15
1.2.7.2 Cruzamiento a partir de múltiples puntos .....	16
1.2.7.3 Cruzamiento uniforme.....	17
1.2.8 Mutación.....	17
CAPÍTULO II. ASPECTOS GENERALES DE LAS LOSAS OPTIMIZADAS .....	19
2.1 Dimensiones de los tableros.....	19
2.2 Características de losas aligeradas en dos direcciones .....	20
2.3 Cargas .....	22
2.3.1 Carga permanente.....	22
2.3.2 Carga variable .....	24
2.4 Factores de carga.....	24
2.5 Coeficientes de momentos .....	25
CAPÍTULO III. OPTIMIZACIÓN DE LOSAS ALIGERADAS EN DOS DIRECCIONES CON ALGORITMOS GENÉTICOS .....	27
3.1 Constantes globales .....	27
3.2 Clase: <i>Individuo</i> .....	28
3.2.1 Función inicial.....	28
3.2.2 Cálculos.....	28
3.2.3 Función objetivo .....	34
3.2.4 Conversión a número binario .....	35
3.2.5 Mutación.....	38
3.3 Clase: <i>Población</i> .....	39

3.3.1 Función inicial.....	39
3.3.2 Selección.....	39
3.3.3 Cruce.....	40
3.3.4 Evaluación.....	42
3.3.5 Creación de generaciones.....	42
CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	48
4.1 Resultados con carga viva máxima = 190 kg/m <sup>2</sup> .....	49
4.2 Resultados con carga viva máxima = 250 kg/m <sup>2</sup> .....	52
4.3 Resultados con carga viva = 350 kg/m <sup>2</sup> .....	55
4.4 Análisis de las características óptimas .....	58
CAPÍTULO V. EXPRESIONES SIMPLIFICADAS DE DISEÑO Y EJEMPLOS .....	59
5.1 Desarrollo de expresiones para el predimensionamiento .....	59
5.2 Predimensionamiento de losas aligeradas en dos direcciones a través de expresiones .....	65
5.2.1 Ejemplo 1 .....	65
5.2.2 Ejemplo 2 .....	72
CAPÍTULO VI. VIBRACIÓN DE LOSAS ALIGERADAS OPTIMIZADAS .....	79
6.1 Modelado de losas aligeradas .....	80
6.2 Acciones para el análisis por vibración de losas aligeradas en dos direcciones .....	82
6.3 Modos de vibración y frecuencias resultantes .....	83
6.4 Frecuencia recomendada por la norma .....	84
CONCLUSIONES .....	86
BIBLIOGRAFÍA.....	89
ANEXOS .....	92

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La optimización es un concepto que nos hace pensar que todo se puede mejorar, y estamos en una eterna búsqueda de encontrar la manera de hacer que las cosas funcionen de manera eficiente, con menos recursos, grandes beneficios y que cubran las necesidades para las que se diseñaron. En el ámbito de la construcción encaja perfectamente este tema. Con el avance tecnológico, la creación del cemento en 1824, la industrialización del acero en 1856 y la invención del concreto armado en el año 1867, se han resuelto problemas que han surgido con el paso del tiempo, como, por ejemplo: librar claros cada vez más largos o edificar rascacielos que alberguen a los residentes de una ciudad densamente poblada, dando así, un paso en la evolución de la infraestructura, llegando a la que tenemos hasta el día de hoy; sin embargo, con grandes inventos también se han perjudicado otros factores, trayendo nuevos problemas y grandes retos que enfrentar.

“Hay que construir tanto, y hay tan pocos recursos que yo pienso que hay que construir ligero” (Schlaich, 2020), fue una frase dicha por un ingeniero especializado en estructuras ligeras, en una entrevista sobre uno de los puentes peatonales más finos del mundo. Aunque en su frase “construir ligero”, probablemente se puede tomar como, construir de manera eficiente, es cierto que en la actualidad nuestros recursos materiales son limitados; aun así, los recursos virtuales como, la programación, los métodos de optimización, entre otros, han abierto una ventana de posibilidades para seguir mejorando.

Los algoritmos genéticos corresponden a uno de los sistemas de búsqueda y optimización, que toman como referencia la evolución biológica a través de la selección natural descrita por Charles Darwin (1859) en su obra *El origen de las especies*. Fueron desarrollados por John Holland en el año 1975, imitando los procesos adaptativos en sistemas artificiales, dando soluciones a problemas del mundo real (Londoño, 2006).

En el mundo, la elaboración del concreto ha revolucionado la manera de construir, convirtiéndolo en uno de los materiales más utilizados a nivel global

debido a su resistencia a la compresión y sus propiedades, combinándolas con el acero, hacen de este un material ideal en construcción en la mayoría de los casos, pues brinda durabilidad, resistencia y seguridad, en cualquier obra civil que se le coloque siempre y cuando se siga la normativa correspondiente. No obstante, la revista *The Guardian* publicó un artículo sobre lo perjudicial que es la producción del hormigón, teniendo un impacto en la salud y en el medio ambiente (Watts, 2019).

La losa aligerada o encasetonada nace como una mejora de la losa maciza, debido a que funciona como vigas “T” se permite colocar elementos aligerantes entre nervaduras, reduciendo el peso del elemento y evidentemente el de la estructura en general. Elaboradas principalmente de concreto hecho *in situ*, la losa aligerada en dos direcciones es uno de los sistemas de entrepiso utilizada de manera común en edificaciones de mediana y gran altura, convenientemente por su ligereza permite considerar reducir el tamaño de las columnas, utilizando menos concreto y con suerte disminuyendo el costo de la obra. Es así como este elemento tiene grandes beneficios, que pueden ser mayores si se optimizase, imitando la metodología de la mejora continua.

El predimensionamiento de estas losas se basa en la experiencia, recomendaciones y medidas estándar de los ladrillos y casetones de poliestireno, sin embargo, en estos últimos el proveedor tiene la capacidad de proporcionar las medidas deseadas por el solicitante, así teniendo más variaciones de diseño, por lo que lo hace un elemento factible para optimizar por métodos heurísticos como los algoritmos genéticos, encontrando así, las medidas óptimas para una losa aligerada en dos direcciones bajo diferentes cargas vivas y distintos claros.

## JUSTIFICACIÓN

El diseño en la ingeniería se define como:

*Proceso para concebir un artefacto, proceso o sistema que debe satisfacer requerimientos. Es un proceso de toma de decisiones, a menudo iterativo, en el cual las ciencias básicas, las matemáticas y la ciencia de la ingeniería se aplican para transformar de forma óptima recursos con el fin de satisfacer requerimientos en el marco de un conjunto de restricciones (Camacho, et al., 2012).*

De lo anterior se puede inferir que un buen diseño cumple con las normativas correspondientes, además de ser funcional que satisface las necesidades de un proyecto de manera adecuada, en donde cada parte que conforma al sistema trabaja eficientemente, sin elementos innecesarios que, en lugar de ayudar, pueden perjudican a la estructura en general.

Entonces, al diseñar una losa de entrepiso se debe tener en cuenta las eficiencias que desempeñan los materiales ante cargas aplicadas, de acuerdo con el fin que se destinara el elemento. En este sistema actúan dos esfuerzos principales: flexión y cortante, que su resistencia estará dada por el trabajo conjunto del acero y el concreto. Al optimizar la relación entre esfuerzo actuante y el esfuerzo resistente, estaremos garantizando un correcto uso de nuestros recursos, aprovechando sus propiedades, sin un sobredimensionamiento innecesario que indirectamente se puede traducir en términos monetarios. Desde luego, es preciso considerar la característica que distingue a este elemento, es decir, su “ligereza”; por lo tanto, se tendrá en cuenta su peso propio como un factor más a optimizar.

Como se mencionó el diseño al ser un proceso iterativo, requiere evaluar varias alternativas que cumpla con lo antes descrito, consumiendo tiempo para encontrar una opción que podría o no, ser la óptima. Jaime Cervera dice: “La experiencia del proyectista puede acortar el camino de prueba y error permitiéndole producir rápidamente diseños válidos y razonables en cuanto a

coste, pero por el contrario limita la búsqueda de soluciones alternativas” (1993, p. 5).

En el presente trabajo se desea brindar sugerencias de predimensionamiento, que han sido valoradas previamente por un algoritmo genético desarrollado durante esta investigación, buscando entre diversas alternativas, una opción eficiente en un tiempo considerable y desde luego, siempre contemplando las recomendaciones de diseño de las Normas Técnicas Complementarias de la Ciudad de México (NTC-2017).

## OBJETIVOS

### Objetivo general

Optimizar en un tiempo razonable una losa aligerada monolítica con sus apoyos, de tablero aislado en dos direcciones, con un concreto  $f'c= 250 \text{ kg/cm}^2$  elaborado *in situ*, a través de algoritmos genéticos.

### Objetivos específicos

- Programar el algoritmo genético en Python evaluando las eficiencias de flexión y cortante.
- Diseñar bajo la normativa de la Ciudad de México, las NTC-2017.
- Analizar los resultados dados por el programa observando su comportamiento ante distintas cargas y diferentes tamaños del tablero.
- Comparar que el tiempo de ejecución del algoritmo sea mucho menor que el tiempo que tarda la capacidad humana en encontrar un resultado favorable.

## ANTECEDENTES

Desde el comienzo de la humanidad, la necesidad básica de un refugio ha venido progresando y evolucionando a viviendas cada vez más dignas, seguras y resistentes; sin embargo, el requerimiento de un desarrollo económico crea conciencia sobre los recursos con los que se cuenta, tratándolos de aprovechar lo más posible. Con el avance de los siglos y el conocimiento, comienza la curiosidad por explicar las propiedades de los materiales y su comportamiento ante cargas, creando teoremas y leyes. Galileo Galilei estableció la ley del cubo-cuadrado, donde explica que, mientras la masa de un elemento se incrementa al cubo, sus propiedades mecánicas lo hacen al cuadrado, siendo uno de los primeros en hablar sobre esta relación, cambiando así las reglas de proporción que se usaban desde la época de los romanos.

Otros trabajos como los de Maxwell (1870) y Mitchell (1904), fueron trascendentes en esta cuestión, hablando sobre arcos y cerchas metálicas expuestas a diferentes fuerzas, analizando su comportamiento y encontrando el método para obtener la cantidad mínima de una estructura. Despertando el interés de diversos investigadores quienes hicieron sus propias aportaciones, con el fin de encontrar una esbeltez óptima de los elementos, algunos de ellos con fines económicos y otros por tema de peso.

En 1939 se desencadenó uno de los conflictos más importantes de la historia, que daría lugar a un gran desarrollo científico en diferentes campos. La planeación de recursos jugó un papel muy importante, para hacer cara a la crisis que venía. Por suerte, la optimización de los gastos y alimentos por métodos de programación lineal, fueron de gran ayuda. Las investigaciones de Heyman (1958), así como las de Prager (1968) fueron basadas precisamente en esta metodología, abriendo paso a la optimización de marcos estructurales con métodos encaminados a la computación.

Con la aparición de los algoritmos genéticos en 1975, se propone dar mejores soluciones a problemas a través de la evolución biológica. En el año de 1986, (Goldberg & Samtani), se aventuraron por primera vez a tratar cuestiones

estructurales con estos algoritmos, a pesar de la complejidad lograron tener éxito, ampliando más las aplicaciones de esta técnica.

Unos años más tarde, Jenkis (1991) comienza a describir la aplicación de los algoritmos genéticos en la optimización del diseño estructural. Y que desde entonces este procedimiento ha tenido un auge en las últimas décadas, siendo uno de los principales modos de optimizar estructuras según lo marca (Sanchez, et al., 2012).

## **PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN**

### **Pregunta general**

¿Cuáles son las medidas óptimas para unas losas aligeradas en dos direcciones monolítica con sus apoyos, bajo diferentes cargas vivas y distintos claros, de estructuras tipo B con un concreto  $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$  elaborado in situ?

### **Preguntas específicas**

- ¿Cuánto es el tiempo que tardó el algoritmo en llegar a una solución óptima? y ¿esta solución cumple con la normativa vigente además de satisfacer la necesidad del problema?
- ¿Cuáles fueron los parámetros del algoritmo genético (número de individuos, número de generaciones, función objetivo, método de selección, cruce y mutación) que obtuvieron resultados congruentes y óptimos?
- ¿Cuál es la tendencia que siguen los valores óptimos de cada losa con respecto a la relación claro corto entre claro largo?
- ¿Qué tipo de recurso gráfico se utilizó para compartir los resultados de las medidas óptimas de la losa? y ¿Por qué se definió así?

## **CAPÍTULO I. MARCO TEÓRICO**

Para conseguir optimizar losas aligeradas en dos direcciones, es imprescindible contar con las expresiones para el diseño de éstas siguiendo un código de construcción, que en la presente investigación está basada en las Normas Técnicas Complementarias de la Ciudad de México 2017. La herramienta utilizada para llegar a dicho fin son los algoritmos genéticos, donde será importante conocer cada uno de sus procesos con sus respectivas variaciones, entre las cuales se elegirán las más adecuadas a favor de encontrar la mejor opción.

### **1.1 Diseño de losas aligeradas en dos direcciones**

#### **1.1.1 Acciones de diseño**

Las acciones que se utilizan para el diseño de losas son principalmente dos, carga muerta ( $C_M$ ) y carga viva ( $C_V$ ), las cuales aparecen en las Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones (NTCCADEE, 2017) en el apartado 5.1 y 6.1 respectivamente.

Dichas normas mencionan que, las cargas muertas son acciones de la gravedad que no cambian sustancialmente con el tiempo. Algunos ejemplos son los acabados, el peso propio y todo elemento que ocupa una posición permanente (sección 5.1.1).

Además, en el apartado 5.1.2 hacen mención especial al peso muerto de las losas de concreto, aconsejando adicionar  $20 \text{ kg/m}^2$  a una losa de concreto de peso normal colada en el lugar. Así también, se debe incrementar otros  $20 \text{ kg/m}^2$  si el mortero de peso normal es colado en obra.

Las cargas vivas son aquellas que varían significativamente en un corto tiempo, y se pueden clasificar en carga viva máxima, instantánea y media, siendo la carga viva máxima usada para diseño por fuerzas gravitatorias, como es el caso de las losas. Los valores que pueden tomar dichas cargas están en virtud del destino que se le dará a la edificación, y se encuentran establecidos en la tabla 6.1.1 de las NTCCADEE.

Los factores de carga que multiplican a las acciones mencionadas se encuentran en el apartado 3.4, donde el inciso “a” está relacionado a losas. Dependiendo del grupo de edificación al que pertenezcan, se consideran ciertos coeficientes, siendo para el Grupo B un factor de carga muerta ( $F_{CM}$ ) de 1.3 y 1.5 como factor de carga viva ( $F_{CV}$ ), y para el Grupo A será igual a 1.5 y 1.7 respectivamente (NTCCADEE, 2017).

### **1.1.2 Geometría de las losas aligeradas en dos dimensiones**

Una losa en dos direcciones está apoyada sobre su perímetro, creando un tablero en forma de rectángulo o cuadrado. De acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCDyCEC, 2017), las dimensiones del tablero serán representadas como  $a_1$  para el claro corto y  $a_2$  para el claro largo, y la relación de ambos claros está dada por la siguiente ecuación:

$$m = \frac{a_1}{a_2} \quad (1.1)$$

### **1.1.3 Factores de resistencia**

Los factores implicados en los cálculos para esfuerzos resistentes a flexión y cortante, que son los que afectan en gran medida a las losas de entrepiso, se encuentran en la sección 3.7, NTCDyCEC 2017, considerando un factor de reducción ( $F_R$ ) de 0.9 para flexión y de 0.75 para cortante.

### **1.1.4 Recubrimiento**

El recubrimiento le brinda al acero de refuerzo durabilidad y protección ante agentes externos que puedan dañarlo, por lo cual, se sugiere un recubrimiento libre ( $r$ ) de 15 mm para losas (NTCDyCEC, 2017, sección 4.9.2).

### **1.1.5 Peralte efectivo**

Se considera peralte efectivo ( $d$ ) a la distancia media entre la fibra extrema a compresión y el centroide del refuerzo longitudinal sometido a tensión, y dicha distancia se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$d = h - r - \frac{\phi}{2} \quad (1.2)$$

donde:

$h$  = peralte total;

$r$  = recubrimiento libre;

$\phi$  = diámetro de la varilla de refuerzo a tensión.

## 1.1.6 Análisis y diseño a flexión de losas encasetonadas

### 1.1.6.1 Hipótesis

Dentro de las hipótesis para la obtención de resistencias de diseño a flexión, se pueden considerar las siguientes:

- a) La distribución de deformaciones unitarias longitudinales en la sección transversal de un elemento es plana;
- b) Existe adherencia entre el concreto y el acero de tal manera que la deformación unitaria del acero es igual a la del concreto adyacente;
- c) El concreto no resiste esfuerzos de tensión;
- d) La deformación unitaria del concreto en compresión cuando se alcanza la resistencia de la sección es 0.003;
- e) La distribución de esfuerzos de compresión en el concreto, cuando se alcanza la resistencia de la sección, es uniforme con un valor  $f_c''$  igual a  $0.85 f_c'$  hasta una profundidad de la zona de compresión igual a  $\beta_1 c$  (NTCDyCEC, 2017, apartado 3.5).

donde:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 0.85 & \text{Si } f_c' \leq 280 \text{ kg/cm}^2 \\ \beta_1 &= 1.05 - \frac{f_c'}{1400} \leq 0.65 & \text{Si } f_c' > 280 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned} \quad (1.3)$$

### 1.1.6.2 Momentos últimos

Los coeficientes para la determinación de los momentos últimos se encuentran establecidos en la tabla 3.3.1 de las normas, siempre y cuando se satisfagan las limitaciones de la sección 3.3.2. Dichos coeficientes se interpolan linealmente para valores de  $m$  que no estén en la tabla (NTCDyCEC, 2017).

Una vez obtenidos los coeficientes, estos serán multiplicados por una constante (ecuación 1.4) dando como resultado momentos últimos por ancho unitario, que deben ser multiplicados por el ancho del patín para obtener los momentos últimos que se aplican en cada dirección ( $M_U$ ).

$$constante = 10^{-4} W_U a_1^2 \quad (1.4)$$

donde:

$W_U$  = carga última uniformemente distribuida con factores de carga.

$$W_U = F_{CM} W_{CM} + F_{CV} W_{CV} \quad (1.5)$$

$W_{CM}$  = peso por carga muerta en unidades de kgf/m<sup>2</sup>;

$W_{CV}$  = peso por carga viva en unidades de kgf/m<sup>2</sup>.

### 1.1.6.3 Resistencia a flexión

La determinación de la resistencia a flexión de una losa aligerada está en función a dos condiciones, las cuales son: a) cuando se analizan momentos negativos o cuando en los momentos positivos el área a compresión se encuentra dentro del patín, se ocupa la ecuación 1.7, b) cuando en los momentos positivos la profundidad del bloque equivalente de esfuerzos es mayor al patín, se utiliza la ecuación 1.10.

El bloque equivalente ( $a$ ) está dada por la siguiente ecuación:

$$a = \frac{A_s f_y}{f_c'' b} \quad (1.6)$$

Si  $a$  es menor que el patín ( $t$ ) o el análisis es para momentos negativos, entonces el momento resistente será:

$$M_R = F_R b d^2 f_c'' q (1 - 0.5q) \quad (1.7)$$

donde:

$$q = \frac{p f_y}{f_c''} \quad (1.8)$$

$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (1.9)$$

$b$  = ancho de la sección;

$d$  = peralte efectivo;

$A_s$  = área de refuerzo a tensión.

Si  $a$  es mayor que  $t$  y el análisis es para momentos positivos, entonces el momento resistente será:

$$M_R = F_R \left[ A_{sp} f_y \left( d - \frac{t}{2} \right) + (A_s - A_{sp}) f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \right] \quad (1.10)$$

donde:

$$A_{sp} = \frac{f_c'' (b - b') t}{f_y} \quad (1.11)$$

$$a = \frac{(A_s - A_{sp}) f_y}{f_c'' b'} \quad (1.12)$$

$b$  = ancho del patín;

$b'$  = ancho del alma.

La ecuación 1.10 es válida cuando el acero fluye, es decir, cuando se cumple la siguiente condición:

$$p - p_{sp} \leq \frac{6000 \beta_1}{6000 + f_y} \frac{f_c''}{f_y} \quad (1.13)$$

donde:

$$p = \frac{A_s}{b'd} \quad (1.14)$$

$$p_{sp} = \frac{A_{sp}}{b'd} \quad (1.15)$$

#### 1.1.6.4 Refuerzo a flexión

El área de acero de refuerzo para las condiciones a) y b), se puede calcular de diversas formas. Una de ellas es proponiendo varillas comerciales, y utilizando su área se calcula el momento resistente ( $M_R$ ) con las ecuaciones anteriores según sea el caso. Este proceso se iterará hasta que el  $M_R$  sea mayor que el  $M_U$ .

Otra manera para calcular el refuerzo a flexión, y que solo puede ser aplicada cuando se cumpla la primera condición, es sustituyendo la ecuación 1.8 en la 1.7 y despejando  $p$ , dando como resultado la fórmula siguiente:

$$p = \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_u}{F_R b d^2 f_c''}} \right) \frac{f_c''}{f_y} \quad (1.16)$$

Este valor será considerado como porcentaje de acero necesario ( $p_{nec}$ ), y el área de acero correspondiente se obtendrá con base en la ecuación 1.9, tomándola como referencia a la hora de proponer las varillas.

Las áreas propuestas deben cumplir con las restricciones de las NTCDyCEC establecidas en el apartado 5.1.4.1 para el refuerzo mínimo y 5.1.4.2 para el refuerzo máximo, cuyas ecuaciones se presentan a continuación:

$$A_{s,mín} = \frac{0.7\sqrt{f_c'}}{f_y} b d \quad (1.17)$$

$$A_{s,máx} = 0.9 A_{s,bal} \quad (1.18)$$

donde:

$A_{s,bal}$  = área de acero para falla balanceada (NTCDyCEC, 2017, sección 5.1.1.1)

$$A_{s,bal} = \frac{f_c''}{f_y} \frac{6000 \beta_1}{f_y + 6000} b d \quad (1.19)$$

Con respecto al área de acero mínimo la norma sugiere suministrar 1.5 veces el momento de agrietamiento, con excepción en losas apoyadas en su perímetro. También, propone suministrar 1.33 veces el requerido; sin embargo, no es necesario. Para fines de esta investigación como la primera recomendación no es aplicable, entonces se tomará la última para darle una mayor confiabilidad al análisis. Además, cada vez que se pueda se utilizará la ecuación 1.16, con el fin de ahorrar iteraciones.

#### 1.1.6.5 Ancho de la sección

La expresión  $b$  utilizada en las ecuaciones 1.17 y 1.19 se considerará como el ancho del nervio ( $b'$ ) en cualquier condición, mientras que, para las ecuaciones del apartado 1.1.6.3 de esta tesis (a excepción de la 1.11) y para la ecuación 1.16,  $b$  será considerada como el ancho efectivo de la sección ( $b_{efec}$ ) para momentos positivos que cumplan la condición,  $a$  menor que  $t$ , y para momentos negativos  $b$  será igual a  $b'$ .

El ancho efectivo del patín que se encuentre trabajando a compresión a cada lado del alma será el menor de los tres valores siguientes:

- a) La octava parte del claro menos la mitad del ancho del alma;
- b) La mitad de la distancia al paño del alma del miembro más cercano;
- c) Ocho veces el espesor del patín (NTCDyCEC, 2017, sección 5.1.1.2).

#### 1.1.7 Análisis y diseño por cortante para losas aligeradas

Las ecuaciones en este apartado se encuentran en la sección 7.5.2 de las NTCDyCEC 2017.

### 1.1.7.1 Cortante último

El cortante último ( $V_U$ ) se calculará con la siguiente ecuación, para un ancho unitario.

$$V_U = \left( \frac{a_1}{2} - d \right) \left( 0.95 - 0.5 \frac{a_1}{a_2} \right) W_U \quad (1.20)$$

A este resultado se le incrementará un 15 por ciento cuando haya bordes continuos y discontinuos.

### 1.1.7.2 Cortante resistente

La resistencia a cortante de una losa está dada por la siguiente ecuación:

$$V_{CR} = 0.5 F_R b' d \sqrt{f_c'} \quad (1.21)$$

Cuando  $V_U$  sea menor que  $V_{CR}$ , no será necesario cumplir con el refuerzo mínimo por tensión diagonal que marca la norma (NTCDyCEC, 2017, sección 7.5.4).

## 1.1.8 Consideraciones para el predimensionamiento

### 1.1.8.1 Peralte

Una restricción que sugiere la norma si se ocupa la tabla 3.3.1 de las NTCDyCEC, para omitir el cálculo de deflexiones, es necesario cumplir con un peralte efectivo mínimo, el cual no debe ser menor al perímetro del tablero entre 250 para concreto clase 1. Sin embargo, al perímetro se le debe incrementar un 25 por ciento si la losa es monolítica con sus apoyos (NTCDyCEC, 2017, sección 7.5.1).

La limitación anterior es aplicable cuando  $f_s \leq 2520 \text{ kg/cm}^2$  y  $W_S \leq 380 \text{ kg/m}^2$ . Para otras condiciones el peralte efectivo mínimo será multiplicado por:

$$0.032 \sqrt[4]{f_s W_S} \quad (1.22)$$

donde:

$f_s$  = esfuerzo en el acero en condiciones de servicio, puede considerarse como:

$$f_s = 0.6 f_y \quad (1.23)$$

$W_S$  = carga uniformemente distribuida en condiciones de servicio.

$$W_S = W_{CM} + W_{CV} \quad (1.24)$$

### 1.1.8.2 Relación de esbeltez

La relación de esbeltez estará dada entre el peralte total y ancho del nervio, y no debe ser mayor a 6 (NTCDyCEC, 2017, sección 7.2.1).

$$\frac{h}{b'} \leq 6 \quad (1.25)$$

### 1.1.8.3 Separación entre nervaduras

La distancia entre nervio y nervio no será mayor a un sexto del claro de la losa paralelo a la dirección en que se mide la separación de las nervaduras (NTCDyCEC, 2017, sección 7.5.4). Cumplir con este inciso permite analizar la losa como si fuera maciza.

**\*\*Nota de actualización\*\***

Al momento de la realización de este trabajo, se encuentran en consulta pública las Normas Técnicas Complementarias de la Ciudad de México 2023 (NTC 2023), en las cuales se presentan algunos cambios con respecto a las NTC 2017, en donde en el apartado de losas en dos direcciones se agregaron algunas restricciones que se deben considerar, por ejemplo, en el apartado 6.7.8.1.4 se indica que la separación libre entre nervaduras no debe ser mayor que 800 mm ni que un sexto del claro de la losa paralelo a la dirección en que se mide la separación entre nervaduras (NTC 2023).

En esta investigación, existen algunas losas que no cumplen con este punto, debido a que en las NTC 2017, no se indica el límite de 800 mm. Además, hasta la fecha se queda en espera de la publicación de las normas oficiales actualizadas.

## 1.2 Algoritmos genéticos

### 1.2.1 Definición

Como se ha mencionado en la introducción de este trabajo, los algoritmos genéticos son un método de optimización utilizado en diversos ámbitos para maximizar o minimizar funciones con una o múltiples variables, que incluso pueden combinarse con otros métodos para obtener mejores resultados.

Se basan en la genética evolutiva a través de la selección, cruza y mutación de individuos para crear generaciones con seres cada vez mejores, donde los más aptos sobreviven y se reproducen, mientras los demás se van descartando con el paso del tiempo (Rodrigo, 2019).

En genética, los organismos están compuestos por pares de cromosomas que contienen genes quienes constituyen las características codificadas, a este conjunto de cromosomas encriptados se les denomina genotipo, representando la solución general al problema y a la solución decodificada se llama fenotipo (Genotipia, 2017).

Los algoritmos genéricos usan las mismas definiciones anteriores y se puede visualizar en la figura 1 que representa la composición de dichos individuos.

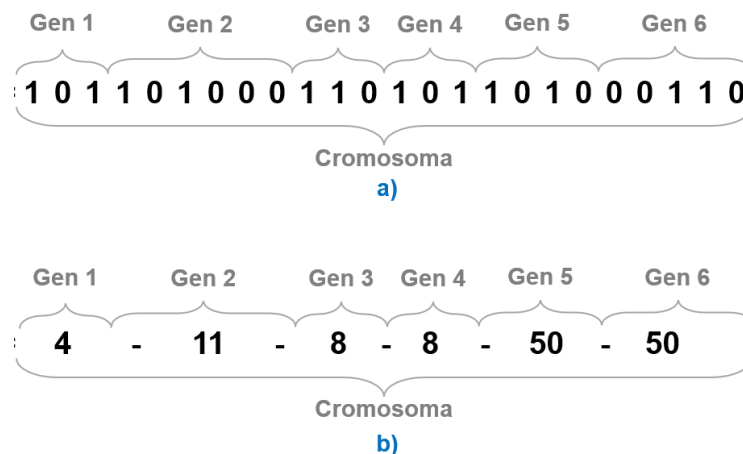


Figura 1. Composición de un individuo en algoritmos genéticos a) cromosoma codificado b) cromosoma decodificado. Adaptada de (Gestal, 2013).

INICIO

Generar población inicial aleatoriamente

Evaluar población

MIENTRAS Condición de parada no se cumpla HACER:

    PARA un tamaño de la población HACER:

        SI elite es mayor a 0 ENTONCES:

            Inserta el mejor individuo en la nueva generación

        FIN DEL SI

        Seleccionar dos individuos

        Cruzar los individuos

        SI Mutación es verdadera ENTONCES:

            Mutar descendiente

        FIN DEL SI

        Evaluar individuo nuevo

        Inserta sucesor en la nueva generación

    FIN DEL PARA

FIN DEL MIENTRAS

FIN

*Figura 2. Pseudocódigo del algoritmo genético, basado en (García, 2010).*

El funcionamiento de un algoritmo genético que se puede mostrar en el pseudocódigo de la figura 2, inicia con la creación de la población inicial, donde los individuos son creados de manera aleatoria tomando valores de forma uniforme dentro de un rango según su característica. El siguiente paso es evaluar cada sujeto con respecto a la función objetivo, buscando un máximo o mínimo según sea el caso. La selección de los padres que serán cruzados se basa en una probabilidad, misma que es proporcional a la función objetivo. Como resultado del cruce de los dos padres, es la obtención de uno o dos sucesores (dependiendo del tipo de cruce) que forman parte de la nueva generación, no sin antes valorar la posibilidad de una mutación que cambie algunos de sus rasgos pudiendo ser favorable o no, esto ayuda a ampliar el campo de búsqueda y evitar la homogeneidad de la población. Este proceso se repite indefinidas veces hasta

que se cumpla una condición de parada, creando y reemplazando generaciones por nuevas, provenientes de la mutación, cruce y de una elite conformada por los mejores individuos de la generación anterior.

### **1.2.2 Tamaño de la población**

Antes de la elaboración del algoritmo genético, el tamaño de la población es uno de los primeros problemas a considerar, pues definir este parámetro limita el mapa de búsqueda para encontrar una opción óptima, entre mayor población, el campo de alternativas crece, al igual que los recursos computacionales necesarios para llevar a cabo estas operaciones. Por otra parte, una población con pocos individuos puede converger en un mínimo o máximo local, sin haber explorado otras alternativas mejores. Algunos autores como Alander (1992) sugieren emplear un número de sujetos entre uno y dos veces  $l$ , siendo  $l$  la longitud de ristas de un individuo, es decir, el número de bits utilizado para representar al individuo.

Cabe recalcar que el tamaño de la población se debe mantener de principio a fin, sin tener ninguna variación entre generaciones, a pesar de tener cierta cantidad de elitismo, ésta se debe incluir dentro del volumen propuesto.

### **1.2.3 Número de generaciones**

A partir de la creación de la población inicial, los progenitores que surgen en ésta se cruzan y mutan, naciendo una descendencia que reemplazará a sus padres, solo quedándose con los mejores. Este proceso tiene un número de iteraciones, determinada por las necesidades del proyecto, considerando una condición de parada ya sea, con respecto a un tiempo máximo o un límite de generaciones (Londoño, 2006).

### **1.2.4 Cálculos**

Antes de establecer una función objetivo, se necesitan los parámetros por la que va a estar regida, desarrollando los cálculos correspondientes al problema tratado. Este proceso se hace cada que se creé un nuevo ser, tomando como

entrada las características que conforman al individuo y arrojando criterios con los que se evaluará.

### **1.2.5 Función objetivo**

Proponer una función objetivo o también llamada función de adaptación, es un punto crítico, pues los resultados finales de todo el algoritmo genético dependen de esta premisa.

Un integrante de la población es bueno, cuanto mayor o menor sea su calificación de la función objetivo con respecto a los demás habitantes, definiéndolo como uno de los más aptos para resolver el problema en cuestión y por ende sus rasgos se compartirán con otros a través de las generaciones creando individuos superiores, incluso mejores que sus propios padres. No obstante, se debe tener precaución de que la diferencia de la función de adaptación de un ente sobresalga del resto de la población, ya que se generan problemas de convergencia temprana, enfocándose en un máximo o mínimo local, perdiendo la oportunidad de llegar a uno global (Londoño, 2006).

También, se necesita cuidar de que toda hipótesis de solución expresada en los individuos sea una solución real y factible, pues de no ser así, se condicionará su función objetivo igualándola a cero, así invalidando al individuo para que no se cruce en próximas iteraciones o restando méritos de acuerdo con las restricciones violadas (García, 2010).

Las recomendaciones hechas por Lodoño y García se deben tomar en cuenta si se desea que el algoritmo tenga éxito y se evite problemas de convergencia temprana que, como se señaló, puede que caiga en máximos o mínimos locales, que impedirán un buen análisis de datos para dar sugerencias de predimensionamiento certeras.

### **1.2.6 Selección**

El operador de selección se encarga de reclutar a los padres que se cruzarán, entre mejor sea el individuo es más probable de ser seleccionado, para esto la selección debe ser proporcional a la función de adaptación. Ahora bien, los

individuos con una función objetivo poco favorable también tendrán participación en la cruce para dar más variantes de soluciones, permitiéndoles cruzarse una o más veces, dependiendo del método utilizado en este proceso, los cuales se describen a continuación.

### 1.2.6.1 Método de ruleta

Como su nombre lo dice, tiene un mecanismo igual al de una ruleta, que divide su área en proporciones según la función de adaptación (ver la figura 3). Se elige un valor al azar dentro de un rango designado y se le suma a la posición antes dada, teniendo la ventaja de que el mismo individuo no sea seleccionado dos veces seguidas (Gestal, 2013).

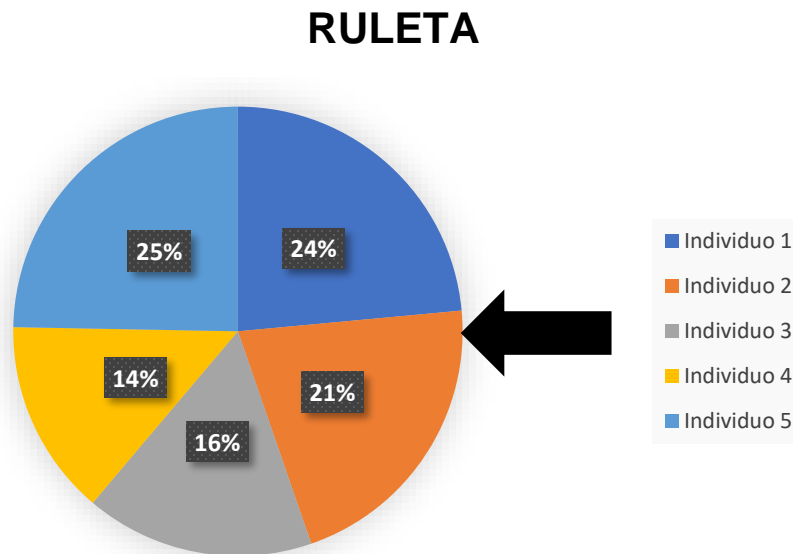


Figura 3. Método de ruleta. Adaptada de (García, 2010).

### 1.2.6.2 Selección por torneo

Este método tiene el beneficio de necesitar menos recursos computacionales para llevarse a cabo y consiste en poner a competir a sus participantes seleccionados de forma al azar, así como se muestra en la figura 4.

Este proceso consta de dos variantes, las cuales son:

- Determinística: donde el ganador del torneo siempre será el que tenga la función objetivo más favorable.
- Probabilística: aquí, se necesita una variable que tome valores de manera aleatoria entre un rango de 0 y 1, y compararla con otra variable fija con un valor entre 0.5 y 1, aunque por lo general se establece como 0.75. Si el valor de la variable móvil es menor que el umbral de 0.75, entonces el ganador será el de la función objetivo más apta, en caso contrario será el menos competente (Gestal, 2013).

## TORNEO

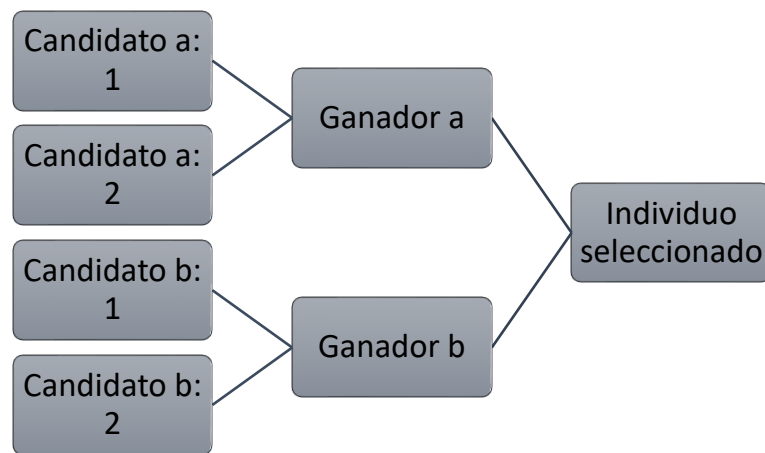


Figura 4. Selección por torneo. Adaptado de (Gestal, 2013).

### 1.2.7 Cruce

Una vez seleccionados los padres, estos entran a un proceso de combinación de características, creando la nueva descendencia que estará en la siguiente generación. En esta fase existen diferentes métodos de cruce, entre los cuales Amat (2019) describe los siguientes:

#### 1.2.7.1 Cruzamiento a partir de un solo punto

Esta técnica se realiza separando el cromosoma de un padre en dos fragmentos, no necesariamente iguales, si no que se designa un punto al azar en donde se dividirá. Lo mismo se hace con el otro padre, en el mismo punto que el anterior,

de esta manera intercambiarán parte de su cromosoma cediendo el tramo dividido, al otro progenitor. Al finalizar el cruce, los dos nuevos individuos se conservan para la siguiente generación y deben tener la misma longitud en el cromosoma, así como se representa en la figura 5.

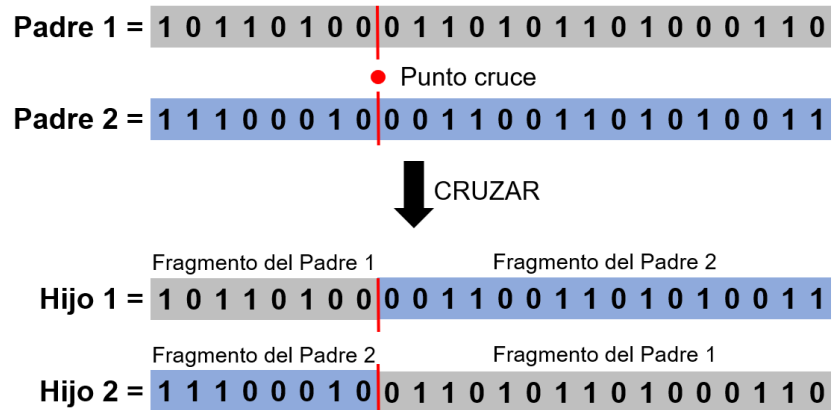


Figura 5. Cruce a partir de un solo punto. Adaptada de (Gestal, 2013).

### 1.2.7.2 Cruzamiento a partir de múltiples puntos

El método es similar al anterior pero ahora seleccionando múltiples puntos por los cuales se cortará el cromosoma. Ambos progenitores tendrán la misma cantidad de fragmentos cortados y la combinación de estos se generará al azar, resultando dos nuevos descendientes (ver imagen 6).

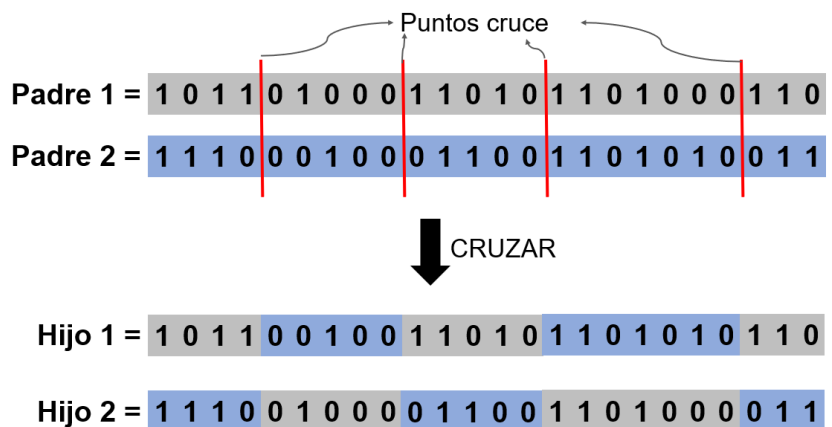


Figura 6. Cruce a partir de múltiples puntos. Adaptada de (Gestal, 2013).

Cruzar padres de esta manera puede resultar un poco controversial, pues algunos autores desaprueban esta técnica, debido a que no favorecen al

algoritmo, ya que muchos cruces pueden modificar algunas características del individuo que lo destacaban ante los demás. Por otro lado, esta práctica amplía la exploración de otras características abarcando más campo de soluciones.

### 1.2.7.3 Cruzamiento uniforme.

Este modo de combinación tiene el rasgo de separar a los participantes con respecto a sus genes, donde cada uno de ellos tiene la misma probabilidad de unirse al sucesor. Usando una “máscara de cruce” conformada con valores binarios, es decir ceros y unos, de una longitud igual al número de genes, es como se definirá la mezcla. Haciendo un recorrido por esta máscara, por cada 1 que se tenga, el gen del primer padre en esa posición será cedido al descendiente, en caso contrario, el gen en la posición donde está el 0, será dado por el segundo padre. De esta manera se obtiene un único sucesor (ver figura 7).

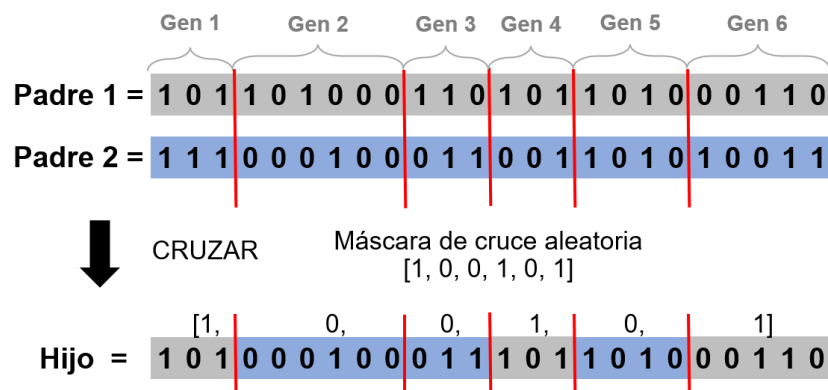


Figura 7. Cruce uniforme. Adaptada de (Gestal, 2013).

### 1.2.8 Mutación

En la naturaleza después de un cruce de individuos, en algunas ocasiones se suele presentar una anomalía en alguno de los genes, que no proviene de ninguno de los progenitores, a esto se refiere la mutación. En el algoritmo genético se propone lo mismo, dando unas pequeñas variaciones en unos cuantos individuos, esto sucede de acuerdo con una probabilidad muy pequeña (menor a un 1%), dando un toque de aleatoriedad planteando nuevas soluciones (Londoño, 2006).

Como se trabajará con una codificación binaria, sólo basta con negar el bit que se pretende mutar, para cambiar el valor del gen, así como se muestra en la imagen 8.

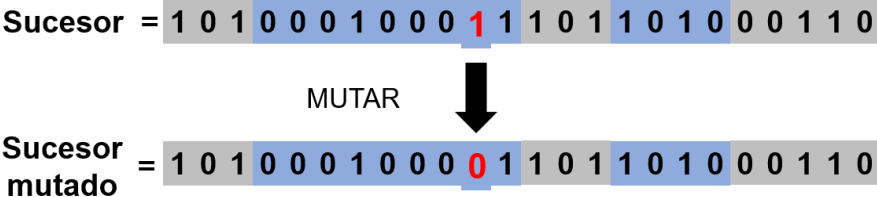


Figura 8. Mutación de un individuo. Adaptada de (Gestal, 2013).

## CAPÍTULO II. ASPECTOS GENERALES DE LAS LOSAS OPTIMIZADAS

Algunos parámetros de diseño de las losas que se optimizaron ya se plantearon dentro del objetivo de esta tesis; sin embargo, otros elementos indispensables para el diseño se encuentran dentro de este capítulo, tomando en cuenta que, algunos de estos aspectos son valores propuestos justificados en los comúnmente utilizados y pueden variar dependiendo de cada proyecto.

### 2.1 Dimensiones de los tableros

Los claros que se consideraron en esta investigación fueron de 3 a 6 metros abarcando intervalos de 50 centímetros, contemplando que la relación claro corto entre claro largo ( $m$ ) no fuera mayor que 1 ni menor que 0.5. Esto último debido a que, con menos de este límite el elemento se comporta como una losa en una dirección.

En la figura 9 se pueden observar los términos sentido del claro corto y sentido del claro largo, utilizados para marcar la dirección donde se generan los momentos. Estas expresiones no se deben confundir con  $a_1$  y  $a_2$ , haciendo hincapié en que el sentido del claro corto ( $S_C$ ) es paralelo al claro corto y el sentido del claro largo ( $S_L$ ) es paralelo al claro largo, así evitando malentendidos en la interpretación del presente documento.

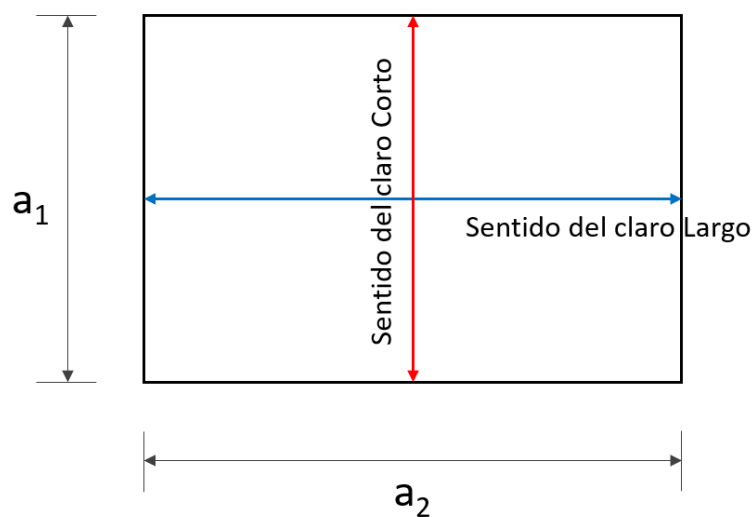


Figura 9. Representación de un tablero en dos direcciones

## 2.2 Características de losas aligeradas en dos direcciones

Las características que variaron con el fin de encontrar una opción óptima para las diferentes cargas, así como para las diferentes dimensiones de los tableros, son las siguientes: el espesor de la capa superior o también llamado patín ( $t$ ), el peralte total de la losa ( $h$ ), los anchos de los nervios en una y en la otra dirección ( $b'S_C$  y  $b'S_L$ , respectivamente), y la separación entre nervaduras en ambas direcciones ( $Sep.S_C$  y  $Sep.S_L$ ). Estas características se presentan en la figura 10.

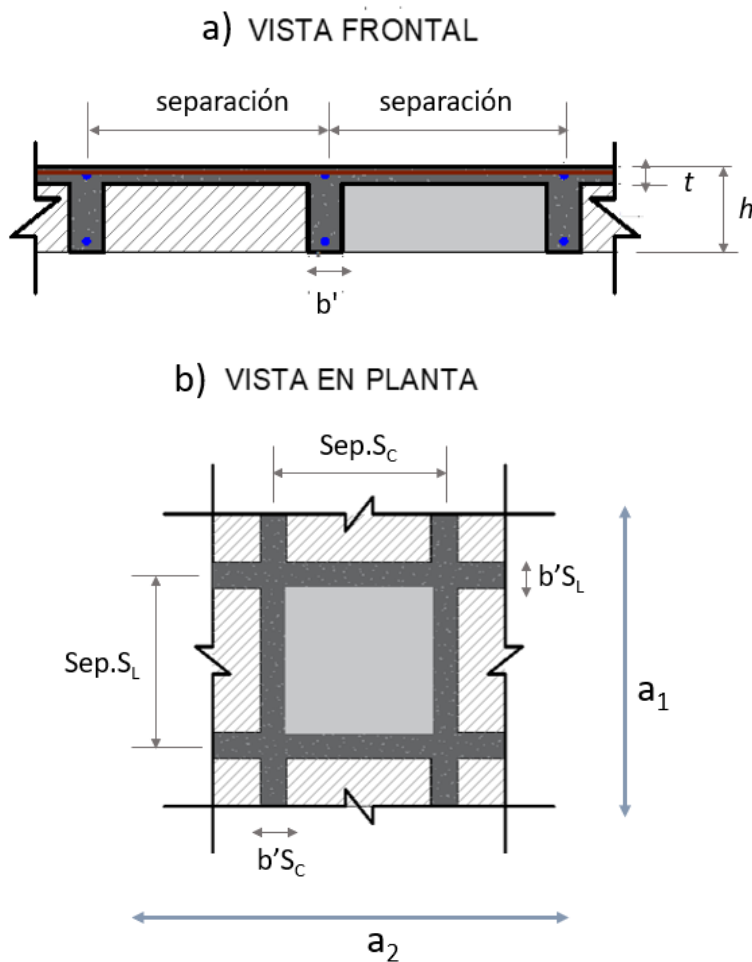


Figura 10. Características de las losas aligeradas en dos direcciones a) vista frontal b) vista en planta.

Cada uno de estos rasgos se eligió dentro de un rango determinado, siempre respetando las limitaciones de las NTCDyCEC, las cuales aparecen en el apartado 1.1.8 de esta tesis. Recapitulando, las restricciones que se tomaron en cuenta para cada característica fueron las siguientes:

- a) El peralte efectivo (d) no fue menor a lo señalado en la sección 7.5.1 de las normas, puesto que se utilizó la tabla 3.3.1, además de considerar que se ocupó un concreto clase 1 y la losa fue monolítica con sus apoyos;
- b) La separación entre nervaduras se contuvo menor que un sexto del claro paralelo a la dirección en que se midió la separación de las nervaduras, esta separación algunas veces fue mayor que el ancho efectivo del patín indicado en el apartado 5.1.1.2 de las normas;
- c) La relación de esbeltez siempre fue menor que 6, contemplando que los anchos de los nervios fueron mayores a 8 cm, debido a que en la práctica con un ancho menor a éste se tienen problemas al introducir el vibrador, teniendo como consecuencia un inadecuado colado de la losa;
- d) El espesor de la capa superior no cuenta con restricciones dentro de esta norma, sin embargo, algunos autores como Blanco (2014) mencionan que es común considerar 5 cm como mínimo, por lo cual se decidió utilizar un límite inferior de 4 cm para ofrecerle al programa la posibilidad de explorar más opciones.

Estos límites se encuentran en la tabla 1, donde también aparecen valores que no fueron señalados en los incisos anteriores, dichos valores se propusieron con base en los resultados que fue obteniendo el programa, ya que las dimensiones que se elegían fuera de estos límites perjudicaban a la calificación de la función objetivo, por lo que se supuso que no existe una opción óptima fuera de estas fronteras, enfocándose en estos márgenes así teniendo una mayor probabilidad de encontrar un mínimo global.

Tabla 1. Límites de las características de una losa.

Característica	Límite inferior (cm)	Límite superior (cm)
Espesor de capa	4	10
Peralte total	$d_{\min} + r + \varnothing/2$	45
Ancho del nervio SC	8	15
Ancho del nervio SL	8	15
Separación de nervios SC	35	$a_1 / 6$
Separación de nervios SL	35	$a_2 / 6$

Para el caso del límite inferior del peralte total,  $d_{\min}$  se tomó en cuenta al inicio del programa como si cumpliera las condiciones  $f_s \leq 2520 \text{ kg/cm}^2$  y  $W_s \leq 380 \text{ kg/m}^2$ ; no obstante, una vez calculados los pesos se corrigió dicho valor por el correspondiente. Además,  $\varnothing/2$  se consideró igual a 1, puesto que al instante de elegir valores al azar dentro de estos rangos se desconocía el diámetro de varilla que se utilizaba; sin embargo, este valor proviene de la mitad del diámetro de la varilla número 6 que fue, según lo observado en los resultados, la varilla más grande ocupada en esta investigación y no fue necesario corregir posteriormente, debido a que no representó una diferencia significativa en el análisis con respecto a la varilla real utilizada.

## 2.3 Cargas

### 2.3.1 Carga permanente

Se consideraron dos cargas permanentes uniformemente distribuidas sobre el área del tablero, la primera de ellas es generada por el peso de los acabados y la segunda es por el peso propio de la losa.

Para el cálculo del peso de los acabados, se propusieron materiales frecuentemente usados para sistemas de entepiso, los cuales son: piso cerámico (con peso volumétrico de  $2200 \text{ kg/m}^3$ ), mortero (P. vol.=  $2000 \text{ kg/m}^3$ ),

aplanado con yeso (P. vol.= 1500 kg/m<sup>3</sup>); cuyos espesores aproximados se presentan en la figura 11.

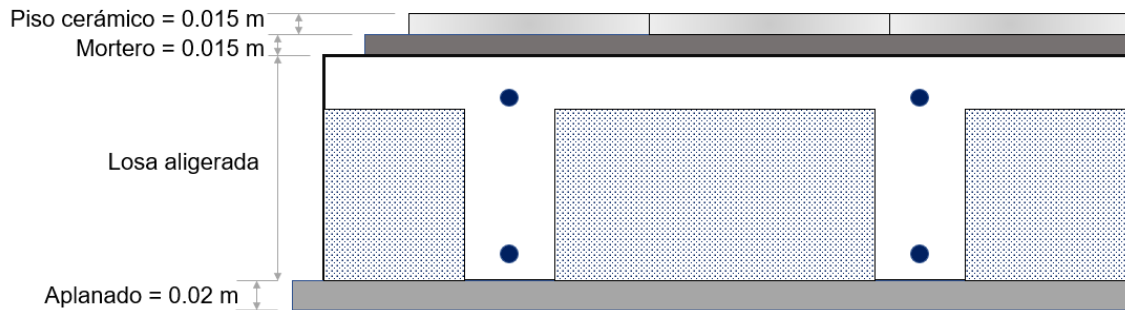


Figura 11. Representación en corte de losa aligerada con acabados y sus espesores, no a escala.

El cálculo del peso de los acabados ( $W_{acab}$ ) se encuentra en la tabla 2:

Tabla 2. Peso de los acabados.

Material	Espesor (m)	P. Vol. (kg/m <sup>3</sup> )	Peso (kg/m <sup>2</sup> )
<b>Piso cerámico</b>	0.015	2200	33
<b>Mortero</b>	0.015	2000	30
<b>Aplanado</b>	0.02	1500	30
<b><math>W_{acab}</math></b>			<b>93</b>

Para el peso propio de la losa artesonada en dos direcciones, se desagrupó al sistema en diferentes elementos (ver figura 12), el primero de ellos fue la capa superior de la losa, que al considerarse como concreto simple, su peso volumétrico fue de 2200 kg/m<sup>3</sup>; el segundo y tercer elemento correspondieron a los nervios en una y en la otra dirección, puesto que no necesariamente fueron iguales, y al estar elaborados con concreto reforzado su peso volumétrico fue de 2400 kg/m<sup>3</sup>. Ahora bien, el casetón de poliestireno también representó una carga, por lo que se le consideró con una densidad de 20 kg/m<sup>3</sup>.

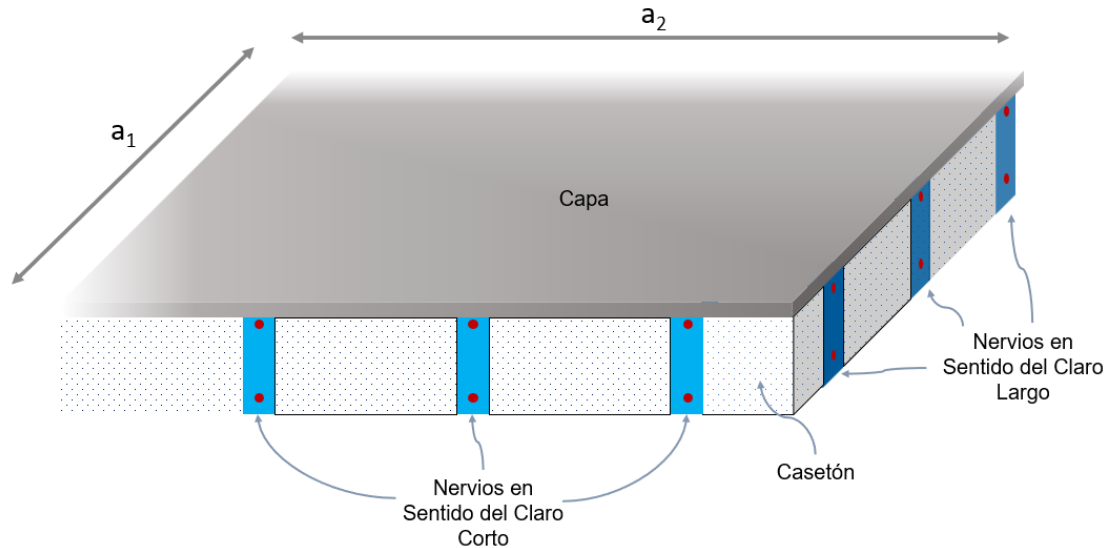


Figura 12. Detalle de la composición de una losa aligerada en dos direcciones. No a escala.

Como el algoritmo varía las dimensiones de individuo a individuo, entonces se calculó el peso para cada uno de ellos, y los detalles de dichos cálculos se presentan más adelante en el apartado 3.2.2.1 de este documento.

Además, siguiendo las NTCCADEE (sección 5.1.2) se agregaron  $40 \text{ kg/m}^2$  a la suma del peso de los acabados más el peso propio, ya que se consideró tanto al concreto como al mortero elaborados en el sitio.

### 2.3.2 Carga variable

Las cargas vivas máximas que se manejaron en el diseño de estas losas aligeradas fueron:  $190 \text{ kg/m}^2$ ,  $250 \text{ kg/m}^2$  y  $350 \text{ kg/m}^2$  (casa-habitación, oficinas y centros comerciales, respectivamente); estas cargas corresponden a elementos de entrepiso de las edificaciones más usuales. En total se diseñaron 28 tableros para cada carga, variando las dimensiones de acuerdo con lo señalado en el apartado 2.1 del presente capítulo.

### 2.4 Factores de carga

El tipo de estructuras para las que se diseñaron las losas fueron pertenecientes al Grupo B, cuyos factores fueron: para carga permanente ( $F_{CM}$ ) de 1.3 y 1.5 para carga variable ( $F_{CV}$ ).

## 2.5 Coeficientes de momentos

En la investigación se estudiaron tableros aislados monolíticos con sus apoyos, por lo tanto, se asumieron los coeficientes correspondientes que se encuentran en la tabla 3.3.1 de las normas, ya que para el análisis se cumplieron las limitaciones de la sección 3.3.2 (NTCDyCEC, 2017).

Para simplificar el proceso de interpolación y el manejo de los valores de la tabla, se graficaron los coeficientes en una hoja electrónica, realizando un ajuste polinomial, generando ecuaciones para los diferentes momentos, como se muestra en la figura 13.

También, se puede observar en la figura 13 que, el coeficiente de correlación ( $R^2$ ) de las ecuaciones polinomiales son cercanas a 1, lo que indica que la diferencia entre los coeficientes para los diferentes momentos y sus respectivas ecuaciones no es significativa, por lo que fueron utilizadas obteniendo resultados muy aproximados a los coeficientes de las NTCDyCEC.

Entonces, las ecuaciones ajustadas para representar los coeficientes para los momentos positivos (coef.  $M_{pos}$ ) fueron las siguientes:

$$\begin{aligned} \text{coef. } M_{pos} \text{ para } S_C &= -1424.2 m^6 + 7859.2 m^5 - 13258 m^4 \\ &+ 9029.9 m^3 - 2476.4 m^2 - 329.32 m + 1099.2 \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\text{coef. } M_{pos} \text{ para } S_L = 600 m + 200 \quad \text{Si } m < 0.5 \quad (2.2)$$

$$\text{coef. } M_{pos} \text{ para } S_L = 500 \quad \text{Si } m \geq 0.5$$

Y para representar los coeficientes para los momentos negativos (coef.  $M_{neg}$ ) fueron:

$$\begin{aligned} \text{coef. } M_{neg} \text{ para } S_C &= -9673.8 m^6 + 30382 m^5 - 34918 m^4 \\ &+ 17469 m^3 - 3721.3 m^2 - 222.15 m + 569.43 \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\text{coef. } M_{neg} \text{ para } S_L = 330 \quad (2.4)$$

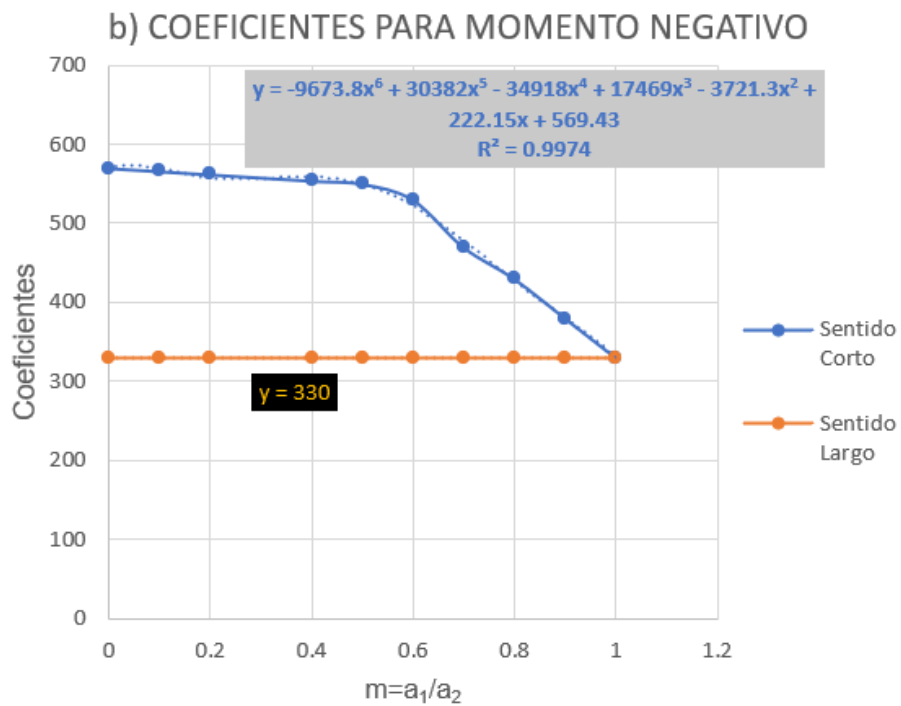
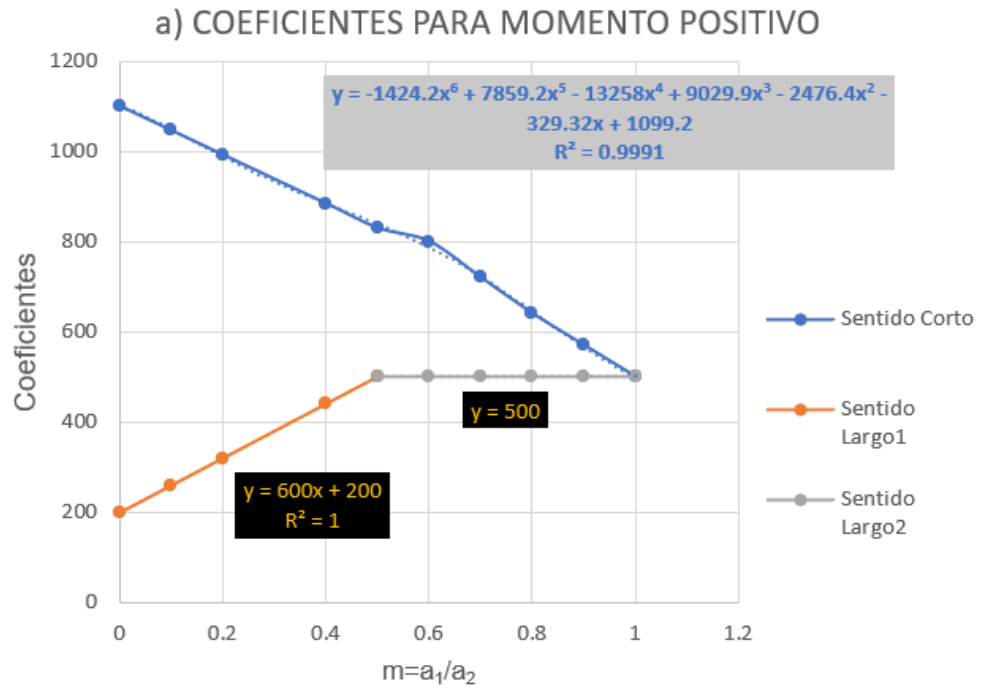


Figura 13. Gráficas de los coeficientes con líneas de tendencia para el momento a) positivo b) negativo. Elaboradas con hoja electrónica.

## **CAPÍTULO III. OPTIMIZACIÓN DE LOSAS ALIGERADAS EN DOS DIRECCIONES CON ALGORITMOS GENÉTICOS**

En el marco teórico, se expusieron los criterios fundamentales para el diseño de losas aligeradas en dos direcciones y se describieron cada uno de los procesos que componen a un algoritmo genético. En esta investigación, se llevó a cabo la implementación práctica de estos aspectos, con el objetivo de buscar opciones que permitan realizar un predimensionamiento óptimo en un tiempo razonable. Así que, siguiendo todas las recomendaciones y mediante el uso de un lenguaje de programación, se desarrolló el algoritmo genético, cuyo código se encuentra en la sección de Anexo 1. Asimismo, se describió la estructura del programa en este apartado, lo que permite una mejor comprensión de su funcionamiento y de los resultados obtenidos.

### **3.1 Constantes globales**

Los parámetros necesarios para la realización del diseño estructural se encontraron al inicio de todo el programa, donde no sufrieron cambios, además de que se pudieron utilizar en cualquier parte del algoritmo. Dichos parámetros fueron:  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $m$ ,  $r$ ,  $f_c'$ ,  $f_c''$ ,  $\beta_1$ ,  $f_y$ ,  $C_V$ ,  $W_{acab}$ ,  $F_R$ ,  $F_{CM}$ ,  $F_{CV}$  y las ecuaciones de los coeficientes para cada uno de los momentos.

Además, en este punto se estableció el tamaño de la población, es decir, el número de individuos que interactuaron entre sí para buscar una solución óptima. Según Alander (1992) el tamaño de la población debería estar entre uno y dos veces el número de bits. Dado que en este caso se utilizaron alrededor de 29 bits, esto sugeriría una población de 29 a 58 individuos; sin embargo, se decidió emplear un tamaño de población ligeramente mayor, de 70 individuos, con el fin de explorar más alternativas de búsqueda.

También, se definió el número de generaciones el cual fue de 100 para una adecuada evolución de los individuos, tratando de explorar diferentes características en beneficio de la función de adaptación.

### 3.2 Clase: *Individuo*

El algoritmo se catalogó en dos clases, siendo *Individuo* la primera de ellas. Lo que se le atribuyó a este apartado, fue el análisis de las características de los individuos por separado, evaluando su función objetivo y su aportación al problema antes de que interactuará con los demás residentes de la población.

#### 3.2.1 Función inicial

Recapitulando la composición de un individuo, éste se conformó por genes los cuales representaron las características que formaron parte de la solución. Para las losas aligeradas en dos direcciones, dichas características ya fueron mencionadas en el apartado 2.2 de esta tesis.

Entonces, dentro de esta primera función se establecieron los valores de los rasgos de cada individuo, eligiéndolos de manera aleatoria con una distribución uniforme entre los límites de la tabla 1 que se encuentra en el capítulo anterior. Cada uno de estos valores representa un gen del individuo, la concatenación de todos sus genes se denomina cromosoma.

#### 3.2.2 Cálculos

Una vez designadas cada una de las características del individuo, se sometió a un análisis donde se calculó el peso propio, la fuerza a flexión y su refuerzo, así como la fuerza cortante siguiendo todas las recomendaciones y ecuaciones de las NTCDyCEC que se describieron en la sección 1.1 del presente documento.

A continuación, se describen a detalle cada uno los pasos que se siguieron:

1. Para el cálculo del peso propio de la losa aligerada en dos direcciones, primero se calculó el volumen de cada uno de los elementos que la componen siguiendo las siguientes ecuaciones:

$$V_{capa} = Sep.S_C \cdot Sep.S_L \cdot t \quad (3.1)$$

$$V_{nervios} = (b'S_C \cdot Sep.S_L + b'S_L \cdot Sep.S_C - b'S_C \cdot b'S_L) \cdot (h - t) \quad (3.2)$$

$$V_{casetón} = (Sep.S_C - b'S_C) \cdot (Sep.S_L - b'S_L) \cdot (h - t) \quad (3.3)$$

donde:

$V_{capa}$  = volumen de la capa;

$V_{nervios}$  = volumen de los nervios;

$V_{casetón}$  = volumen del casetón.

Posteriormente se multiplicó cada volumen por su peso volumétrico o su densidad correspondiente para obtener el peso de cada elemento. Como las dimensiones se manejaron en centímetros, para ser congruentes con las unidades del peso volumétrico, entonces el volumen se dividió entre  $10^6$  para convertirlos a metros.

La suma de los pesos de todos estos elementos fue equivalente al peso de la losa por módulo ( $W_{módulo}$ ), donde el módulo fue igual al área que ocupó un casetón más la mitad del ancho del alma a cada lado de éste, o lo que es lo mismo a lo que se presenta en la figura 14.

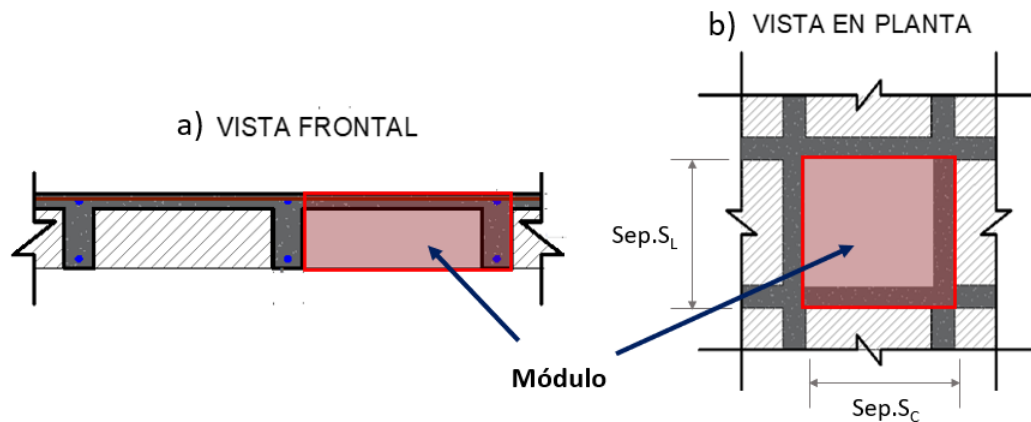


Figura 14. Representación de un módulo de una losa aligerada en dos direcciones a) vista frontal b) vista en planta.

Como se puede observar el área del módulo fue igual al producto de  $Sep.S_C$  por  $Sep.S_L$ , por lo cual fue necesario transformarla a peso por metro cuadrado unitario ( $W_{losa}$ ), utilizando la siguiente fórmula, deducida por “regla de tres”:

$$W_{losa} = \frac{W_{módulo}}{Sep.S_C \cdot Sep.S_L} \quad (3.4)$$

2. Una vez que se calculó el peso de la losa por metro cuadrado, se le sumó el peso de los acabados más los  $40 \text{ kg/m}^2$  de la norma, para obtener el peso por carga muerta ( $W_{CM}$ ). Además, se utilizó la ecuación 1.24 para calcular la carga en condiciones de servicio y corroborar si el peralte efectivo mínimo empleado era el adecuado, en caso de que no, entonces el programa eligió un peralte nuevo mayor al mínimo, por lo que se tuvo que repetir el paso anterior y comprobar nuevamente si se cumplía la condición del peralte mínimo (NTCDyCEC, 2017, sección 7.5.1).

3. Los momentos últimos se determinaron como se indicó en el apartado 1.1.6.2, obteniendo así 4 momentos últimos, 2 en cada dirección, los cuales se multiplicaron por la separación entre nervaduras de la dirección correspondiente, para así obtener el momento último negativo en el sentido corto ( $M_{U,Neg,SC}$ ), el momento último negativo en el sentido largo ( $M_{U,Neg,SL}$ ), el momento último positivo en el sentido corto ( $M_{U,Pos,SC}$ ) y el momento último positivo en el sentido largo ( $M_{U,Pos,SL}$ ), tal como se muestran en la figura 15.

4. Los anchos efectivos ( $b_{efec}$ ) se calcularon para aplicarlos en los pasos posteriores a éste, dichos anchos aparecen en la sección 5.1.1.2 de las normas. Así, como se mencionó en el marco teórico, apartado 1.1.6.5, los anchos efectivos fueron utilizados para momentos positivos en el caso de que la zona a compresión se encontrará dentro del patín, pero para calcular la profundidad del bloque a compresión se necesitó un área de acero, misma que fue calculada con el porcentaje de acero necesario descrito en los siguientes pasos.

5. Antes de que se calculara el porcentaje de acero necesario ( $p_{nec}$ ) con la ecuación 1.16, fue imprescindible evaluar que, la expresión dentro de la raíz fuera mayor o igual a cero para cada  $M_U$ , debido a que el programa producía un error al calcular la raíz cuadrada de un número negativo. En caso de que dicho valor fuera menor a cero, entonces se incrementó el peralte y se repitieron todos los pasos anteriores, con excepción del 4, hasta obtener un valor positivo dentro de la raíz.

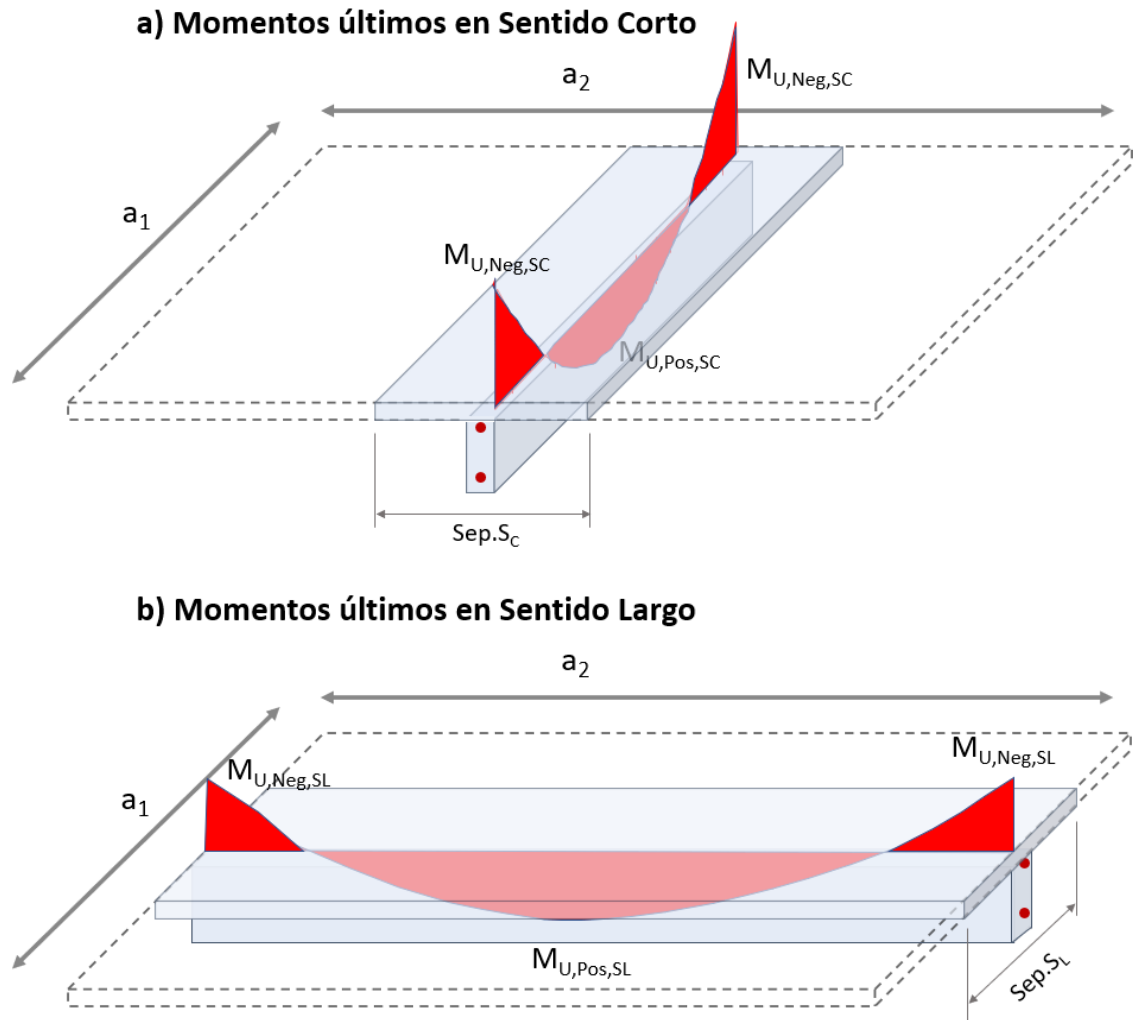


Figura 15. Momentos últimos a) en sentido del claro corto b) en sentido del claro largo.

6. Comprobada que la condición anterior se cumplió, entonces se procedió a calcular el porcentaje de acero necesario para cada uno de los momentos últimos con la ecuación antes mencionada. Sin embargo, para los diferentes momentos, el ancho ( $b$ ) varió, tal como se muestra en la tabla 3, donde se observa el momento y el ancho a utilizar en las ecuaciones 1.6, 1.7, 1.9 y 1.16.

7. Después, se calcularon las áreas de acero mínimo y máximo, tanto para el sentido corto como para el sentido largo, utilizando las ecuaciones 1.17 y 1.18 donde el valor de  $b$  fue igual al ancho del alma en el sentido que se analizó, es decir, para el sentido de lado corto se ocupó  $b'S_C$  y para el sentido de lado largo fue  $b'S_L$ , independientemente de si el momento fue positivo o negativo.

Tabla 3. Los diferentes momentos y sus anchos correspondientes.

Momentos	$b$ fue igual a
Negativo, Sentido Corto	$b'S_C$
Negativo, Sentido Largo	$b'S_L$
Positivo, Sentido Corto	$b_{efec, SC}$
Positivo, Sentido Largo	$b_{efec, SL}$

8. Obtenido el  $p_{nec}$ , se calculó el área de acero necesaria para cada momento despejando la ecuación 1.9, donde  $b$  fue el correspondiente al mostrado en la tabla 3. Esta área fue multiplicada por 1.33 con base en lo mencionado en el último párrafo del apartado 1.1.6.4 de esta tesis y fue comparada con el área de acero mínimo, eligiendo el mayor de estos dos valores para designarla como el área de acero necesaria ( $A_{s,nec}$ ).

9. Para calcular el área de acero propuesta ( $A_{s,prop}$ ) se consideró que, en cada nervio solo existe una varilla y ésta fue elegida dentro de las que son comerciales en México (ver Anexo 2); sin embargo, aquí entra el criterio del diseñador al proponer las varillas que más le convenga.

El programa seleccionó la primera varilla con un área de acero superior al  $A_{s,nec}$  de cada uno de los momentos, así obteniendo 4 varillas seleccionadas, cuyas áreas se consideraron como el  $A_{s,prop}$  para cada momento. Luego, esta área de acero propuesta fue comparada con el área de acero máxima. En dado caso que el  $A_{s,prop}$  de cualquier momento fuese mayor que el  $A_{s,máx}$ , entonces el algoritmo aumentó el peralte total para disminuir el área de la varilla a utilizar, por lo que una vez más, se volvieron a calcular los pasos anteriores con excepción del 4.

10. Una vez obtenida el área de acero propuesta, se ocupó la ecuación 1.6 con la que se calculó la profundidad del bloque a compresión, para definir las condiciones en las que se encontraba trabajando el patín y así poder utilizar ya sea, la ecuación 1.7 o 1.10 que corresponden al cálculo del  $M_R$ , donde los valores de  $b$  fueron los indicados en la tabla 3. Este paso es solamente para momentos

positivos, ya que para el cálculo de  $M_R$  para los momentos negativos se utilizó únicamente la ecuación 1.10.

11. El cortante último fue calculado con la ecuación 1.20 incrementándole un 15 por ciento debido a la existencia de bordes discontinuos, obteniendo así un cortante último unitario, es decir, por un metro de ancho; no obstante, se multiplicó por la separación en cada sentido para conocer la fuerza cortante por nervio, dando como resultado dos cortantes últimos (ver figura 16). Se realizó de esta forma para poder comparar los resultados obtenidos con los de la ecuación 1.21, donde de igual manera se calcularon dos cortantes resistentes, uno para cada sentido donde el valor de  $b'$  fue el ancho del nervio del sentido correspondiente.

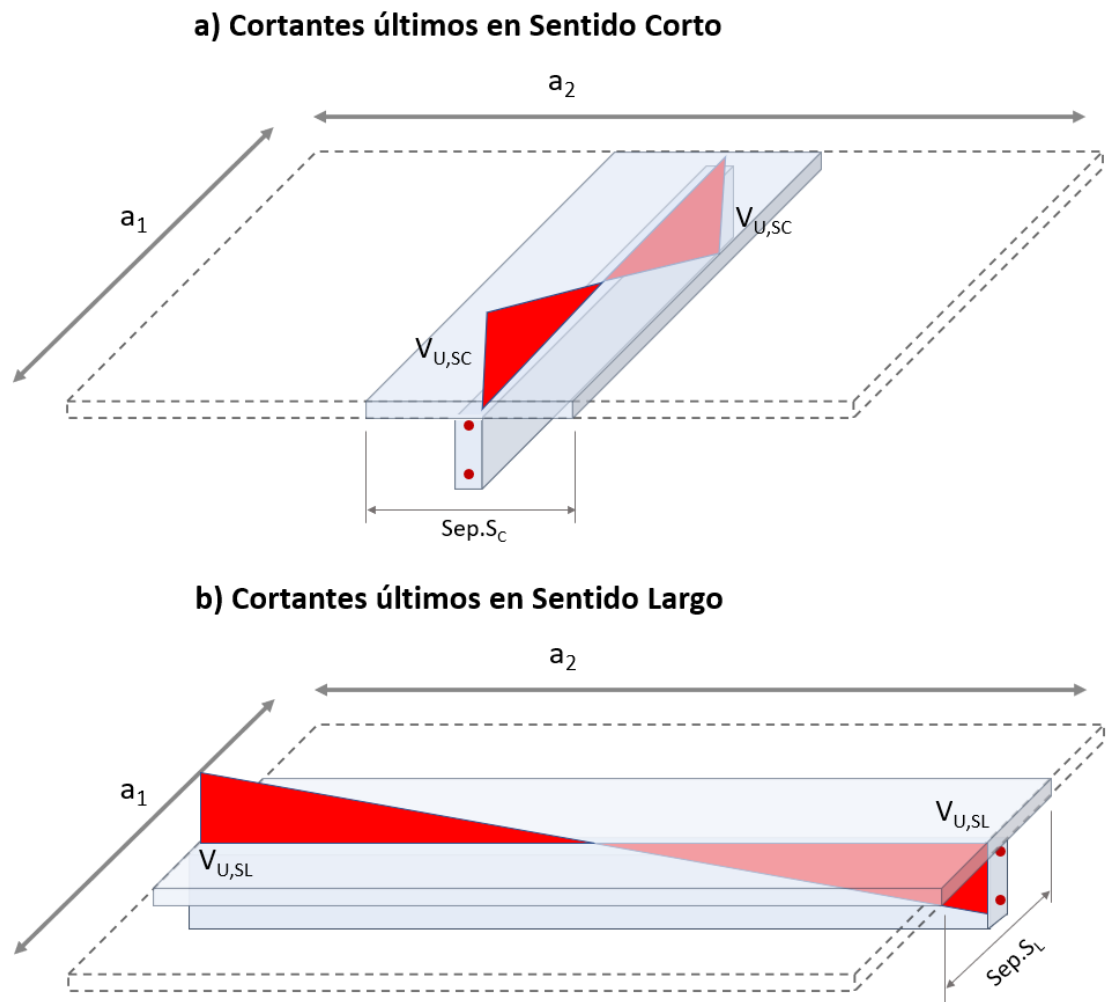


Figura 16. Cortantes últimos a) en sentido largo b) en sentido corto.

12. Finalmente se calcularon las eficiencias, dividiendo las fuerzas últimas sobre las fuerzas resistentes. Para el caso de los momentos se realizó un promedio de las cuatro eficiencias, mientras que para las eficiencias de los cortantes se consideró por separado, debido a lo que se explicará en el siguiente apartado. Además, se contempló una eficiencia por peso para mantener la propiedad de las losas aligeradas, esta eficiencia se propuso como, el peso propio de la losa por metro cuadrado entre el peso propio por metro cuadrado de una losa maciza del mismo peralte.

### 3.2.3 Función objetivo

Aquí, se tomaron en cuenta las eficiencias a optimizar, donde la eficiencia por momento y la eficiencia por cortante se consideraron como óptimos entre más cercanos estaban del 100 por ciento, mientras que, para la eficiencia por peso, entre menor era, mejor fue su función objetivo. Sin embargo, a cada una de las eficiencias se les agregó un coeficiente de importancia de acuerdo con su jerarquía, ya que fue prácticamente imposible que todos los parámetros llegaran al valor óptimo simultáneamente. Por lo tanto, la ecuación de la función objetivo (*Fun\_obj*) quedo de la siguiente forma:

$$Fun\_obj = C_1 \left( 1 - \frac{\overline{M_U}}{\overline{M_R}} \right) + C_2 \left| 1 - \frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}} \right| + C_2 \left| 1 - \frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}} \right| + C_3 \frac{W_{losa}}{W_{losa\ macz}} \quad (3.5)$$

donde:

$C_1$  = coeficiente de importancia para la eficiencia del momento, igual a 2;

$C_2$  = coeficiente de importancia para la eficiencia del cortante, igual a 1.5;

$C_3$  = coeficiente de importancia para la eficiencia del peso, igual a 2;

$\overline{M_U}$  = momento último promedio;

$\overline{M_R}$  = momento resistente promedio;

$W_{losa\ macz}$  = peso de una losa maciza con peralte igual al de la losa aligerada.

En la ecuación 3.5, mientras la relación de la fuerza última entre la fuerza resistente se acercó a 1 y la relación de pesos fue cada vez menor, la función objetivo se redujo, por lo cual, se estuvo en búsqueda de un mínimo global.

Como la eficiencia del cortante en algunas ocasiones alcanzaba valores superiores al 100 por ciento, se decidió separarlas por la dirección en que actuaban, debido a que, cuando se tomó el promedio de ambas eficiencias existieron casos en que la eficiencia en un sentido era mucho menor al 100 por ciento, mientras que en el otro sentido era muy superior, pero al promediarlas alcanzaban la eficiencia máxima, por lo que el algoritmo lo consideraba como óptimo. Además, dichas eficiencias se establecieron como valores absolutos, debido al mismo problema, ya que considerarlo sin valor absoluto al restarle al 1 una relación superior a la máxima, la función objetivo decrementaba haciendo que el algoritmo siguiera, durante todos los procesos, la tendencia de suponer que el mejor individuo era el que tenía la relación,  $V_U$  entre  $V_{CR}$ , más grande.

En la presente investigación, en la relación de cortantes se optó como criterio máximo un 3 por ciento por arriba del límite, debido a que, siendo demasiado rigoristas con este criterio, algunos individuos con buenas características, pero con una eficiencia por cortante ligeramente superior a la máxima, eran descartados, por lo que se elegía un individuo con menores eficiencias. Además, para hacer un mejor balance de estas relaciones, se propuso que los valores de los coeficientes  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  fueran los indicados en la ecuación, los cuales hicieron que se consiguiera un individuo con aspectos óptimos y no se sobrepasará este 3 por ciento para cortante.

#### **3.2.4 Conversión a número binario**

Convertir las características del individuo a un sistema binario, presentó grandes ventajas a la hora de cruzar y mutar individuos, debido a que de esta forma fue sencillo realizar estos procesos y combinar diferentes métodos.

En primera instancia, se determinó el número de bits que necesitó cada característica para abarcar todo el campo de búsqueda, evitando dejar algún valor sin cubrir, para lo cual se ocupó la siguiente ecuación:

$$n\acute{u}m\_bits_i = \log_2( lim\_sup_i - lim\_inf_i ) + 1 \quad (3.6)$$

donde:

$n\acute{u}m\_bits_i$  = número de bits de la característica  $i$  redondeado al entero inmediato inferior;

$lim\_sup_i$  = límite superior de la característica  $i$ ;

$lim\_inf_i$  = límite inferior de la característica  $i$ ;

Con dicha ecuación se obtuvieron los resultados de la tabla 4.

*Tabla 4. Número de bits para cada característica.*

Característica	Número de bits
Espesor de capa	3
Peralte total	6
Ancho del nervio SC	3
Ancho del nervio SL	3
Separación de nervaduras SC	4 – 7
Separación de nervaduras SL	4 – 7

El número de bits de las separaciones entre nervaduras variaron, de acuerdo con las dimensiones del tablero que se analizó; sin embargo, la ecuación 3.6 se programó dentro del algoritmo para calcular automáticamente el número de bits.

En el programa se manejó un valor equivalente binario (ecuación 3.7), el cual se utilizó para convertir el valor de la característica al sistema binario, donde el límite inferior de la característica fue igual a cero para este valor equivalente binario, mientras que para el límite superior de la característica fue igual a  $(2^{n\acute{u}m\_bits} + 1) - 1$ . Con este mecanismo se evitó que cuando el individuo mutara, el valor quedase

fuera de los límites de la tabla 1. Para entender mejor dicho concepto se sugiere observar la tabla 5, que toma como ejemplo la característica del espesor de capa.

$$valor\_equiv\_bin_i = \frac{2^{n\acute{u}m\_bits_i} - 1}{lim\_sup_i - lim\_inf_i} \cdot (valor\_carac_i - lim\_inf_i) \quad (3.7)$$

donde:

$valor\_equiv\_bin_i$  = valor equivalente binario de la característica en número entero;

$valor\_carac_i$  = valor real de la característica.

Tabla 5. Ejemplo del sistema binario de los valores para el espesor de capa.

Valor del espesor de la capa (cm)	Valor equivalente binario	Sistema binario
4	0	000
5	1	001
6	2	010
7	4	100
8	5	101
9	6	110
10	7	111

Como se puede apreciar en la tabla anterior, el número de bits del espesor de capa es 3, por lo cual el sistema binario contempló ese número de espacios para el sistema binario. También, se puede observar que faltó un valor equivalente binario, el cual fue el 3 que corresponde al “011” en sistema binario; sin embargo, este valor se consideró como espesor de capa igual a 7cm, ya que despejando el valor de la característica de la ecuación 3.7, se obtuvo que este valor fue igual a 6.5714cm. Aunque, existieron este tipo de detalles, se garantizó que los valores estuvieran dentro de los rangos propuestos.

### 3.2.5 Mutación

Se utilizaron tres variantes de mutación para diferentes puntos de la ejecución del programa, dichos puntos se explicarán en el apartado 4.3.5. Aunque la mutación se realizó después del cruce, el individuo nuevo que se generó y que se pretendió mutar, ya no dependió de más individuos para hacerlo, por esta razón, se colocó en esta clase y posteriormente se utilizó después del cruce.

La primera variante consistió en agrupar los genes codificados del individuo y se recorrió bit por bit para evaluar la posibilidad de cambiar alguno de ellos, esto de acuerdo con la probabilidad de mutación, la cual fue del 2 por ciento. De esta forma, el individuo tenía la oportunidad de modificar más de un bit (ver figura 17), incluso de manera consecutiva o simplemente no mutar, siendo esta última la más probable.

**Sucesor** = 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 1 0

¿Muta?

no no no no no no no no no no SI no no SI no no no no no no no no no no

**Sucesor mutado** = 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 0

Figura 17. Ejemplo de la primera variante de mutación. Adaptada de (Gestal, 2013).

La segunda variante de mutación evaluó la posibilidad de modificar todos los genes de un mismo individuo, es decir, con la probabilidad de mutación del 5 por ciento se decidió si el individuo mutaba, en caso de que fuera así, entonces, el individuo tuvo que mutar un bit por cada gen. La posición mutada fue elegida al azar por el algoritmo entre 1 y el número de bits de la característica, esta variante de mutación se puede observar en la figura 18.

La tercera variante fue igual a la primera, la única diferencia fue la probabilidad de mutación, la cual fue de un 3 por ciento, ofreciendo una mayor variación para evitar caer en mínimos locales.

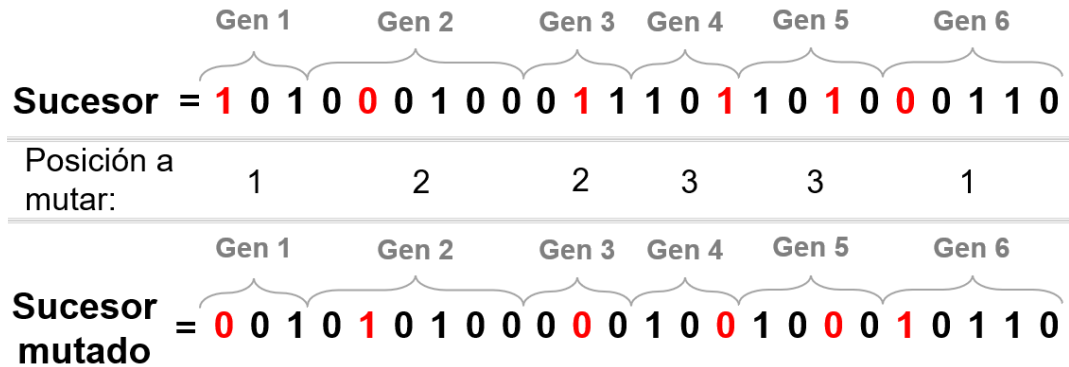


Figura 18. Ejemplo de la segunda variante de mutación. Adaptada de (Gestal, 2013).

### 3.3 Clase: *Población*

Dentro de esta clase se contemplan todos los procesos que dependen del trabajo de todos los individuos en conjunto, comparándolos unos con otros para conseguir la supervivencia del más apto.

#### 3.3.1 Función inicial

Para comenzar, se creó la población inicial con un número de individuos de 70, como se indicó en la sección 4.1. Esto se realizó repitiendo la función inicial de la clase Individuo hasta este tamaño de población. Estos individuos fueron guardados hasta la siguiente generación, ya que se remplazaron en cada iteración.

#### 3.3.2 Selección

Recordando los métodos de selección en el apartado 1.2.6, los más utilizados y los que se ocuparon en esta investigación fueron los métodos de ruleta y torneo de manera determinística, empleados de manera conjunta en diferentes generaciones, que se explicarán más adelante en la sección 3.3.5.

Para el método de ruleta, se seleccionaron los individuos con base en una probabilidad de selección para cada individuo de la población (*Prob\_selec*), misma que está relacionada con la calificación de la función objetivo (*Calificación*). Dicha probabilidad de selección fue calculada con la siguiente ecuación:

$$Prob\_selec_i = \frac{Calificación_i}{\sum Calificación_i} \quad (3.8)$$

donde:

$$Calificación_i = 10 - Fun\_obj_i \quad (3.9)$$

Esta calificación de la función objetivo solo fue ocupada para este apartado, donde se requería que el mejor individuo tuviera el valor más alto para ser seleccionado, ya que con la función objetivo el mejor individuo tenía un valor bajo.

En el método de torneo, se seleccionó 4 individuos de la población de manera al azar, los cuales compitieron entre ellos quedando como ganador el individuo con la mejor función objetivo.

En un principio, se analizaron ambos métodos por separado para elegir el más conveniente para el problema; sin embargo, se observó que con el método de torneo el mejor individuo se seleccionaba con mayor frecuencia, por lo que convergía de forma prematura, es decir, se caía en un mínimo local en poco tiempo, lo cual ya no permitía explorar más opciones. En el caso del método de ruleta fue todo lo contrario, ya que se necesitaba un tiempo relativamente largo para encontrar un valor cercano al óptimo global, resultando así contraproducente.

Es por ello que se consideraron ambos métodos en diferentes instantes de tiempo en la ejecución del programa, para evitar caer en mínimos locales y obtener una propuesta óptima en un tiempo razonable. Además, para el cruce se necesitaba de dos individuos, entonces se ejecutó dos veces el método correspondiente para cumplir con lo requerido.

### **3.3.3 Cruce**

De los dos individuos seleccionados con anterioridad, los cuales se llamaron padres, se extrajeron sus características en sistema binario para una mayor facilidad en la aplicación de los métodos.

Aunque los métodos del marco teórico para este apartado fueron bastante claros, se decidió emplear una combinación de ellos, pues se consideró que era extenso el campo de opciones que se necesitaba explorar, con alrededor de 29 ristas o bits, es decir, que existían un poco menos de  $2^{29}$  posibles soluciones. Entonces se sugirió dividir a cada gen por un punto cruce (quiasma), que observándolo como un individuo completo se tuvieron múltiples cruces, uno por cada característica y la combinación se realizó a través de una máscara de cruce, resultando así un único sucesor, tal como se muestra en la figura 19.

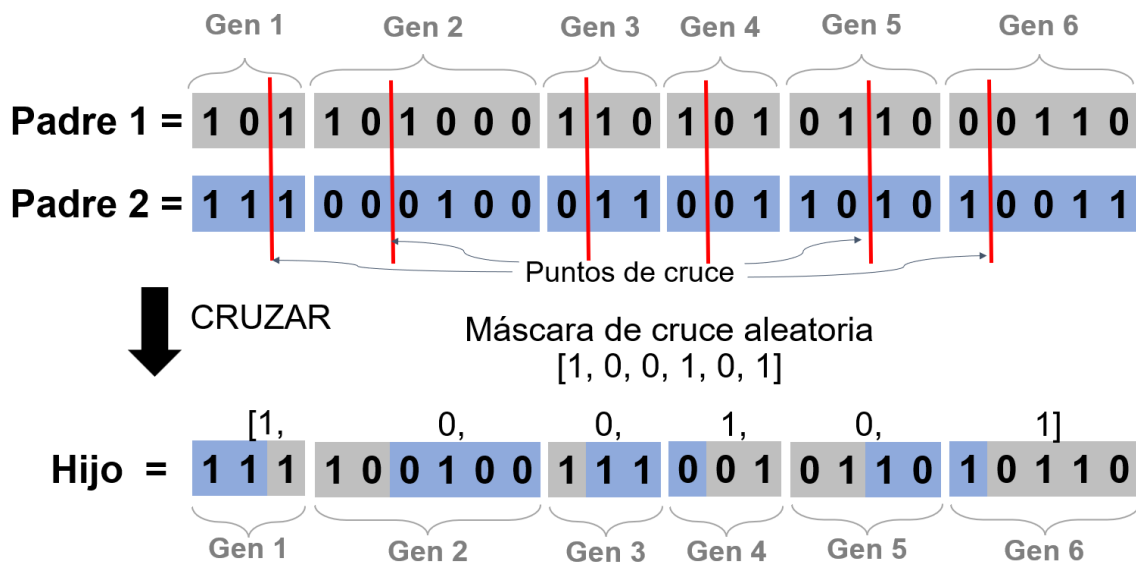


Figura 19. Ejemplo del cruce de dos padres. Adaptada de (Gestal, 2013).

Si bien, se comentó en el marco teórico que cruzar individuos de esta forma causaba que se perdieran algunas características, se decidió combatir esta desventaja con una elite, es decir, un pequeño grupo de los mejores individuos de la generación anterior que pasa a la siguiente sin hacerles modificaciones. Además, con la mutación llegaron a resurgir algunas características que en su momento estaban combinadas con propiedades que la perjudicaban, pero con el arreglo adecuado resultaron ser óptimas.

### **3.3.4 Evaluación**

Cada que se creó una nueva generación, los individuos entraron al proceso de comparación, evaluando su función objetivo y obteniendo como salida el mejor de los individuos de cada generación.

### **3.3.5 Creación de generaciones**

En este apartado se retomó la condición de parada establecido al inicio del programa, la cual fue de 100 generaciones. Además, se definió una elite de 2 individuos, los cuales se introdujeron en la siguiente generación con sus características inmutables, con el único requisito de que estos no fueran los mismos; no obstante, estos individuos también tenían la posibilidad de cruzarse con algunos otros para poblar la generación restante. Los demás lugares fueron completados a base en la selección, cruce y mutación de los individuos de la generación anterior, empleando los métodos que se mencionaron en sus respectivos apartados.

Para visualizar el comportamiento del algoritmo genético, se realizaron algunas gráficas que permitieron conocer el progreso en cada generación, las cuales muestran la distribución de los valores de cada característica durante la ejecución del programa, también se graficó el valor de la calificación del mejor individuo junto a los métodos de selección y mutación utilizados. Las gráficas de algunos ejemplos se encuentran en el apartado de Anexo 3; sin embargo, se retoman algunas ampliaciones de la última gráfica mencionada para explicar a continuación los procesos realizados.

En primer lugar, el método de selección de los individuos fue a través del torneo de manera determinística y la mutación se realizó con la primera variante. Como se puede observar en la figura 20, con esta combinación, en la mayoría de los casos la función objetivo del mejor individuo en las primeras generaciones cayó sustancialmente, posteriormente los “escalones” que se generaron fueron cada vez de menor altura hasta llegar a un punto en donde se estancaba por más de 3 generaciones, lo cual se denominó como “meseta”. Sin embargo, antes de caer

en alguna meseta y a su vez en óptimos locales, el algoritmo intervino cambiando el método de selección por el de ruleta y si después de esta intervención el individuo mejoró en la siguiente generación, entonces se volvió a la combinación inicial. No obstante, si de nuevo se llegara a formar una meseta, el programa combinó el método de ruleta y la segunda variante de mutación por 3 generaciones. Después de esto, entró en ejecución la tercera variante de mutación, aunque el algoritmo siguió conservando el método de ruleta por una generación más y posteriormente se utilizó el de torneo.

### Proceso del algoritmo genético

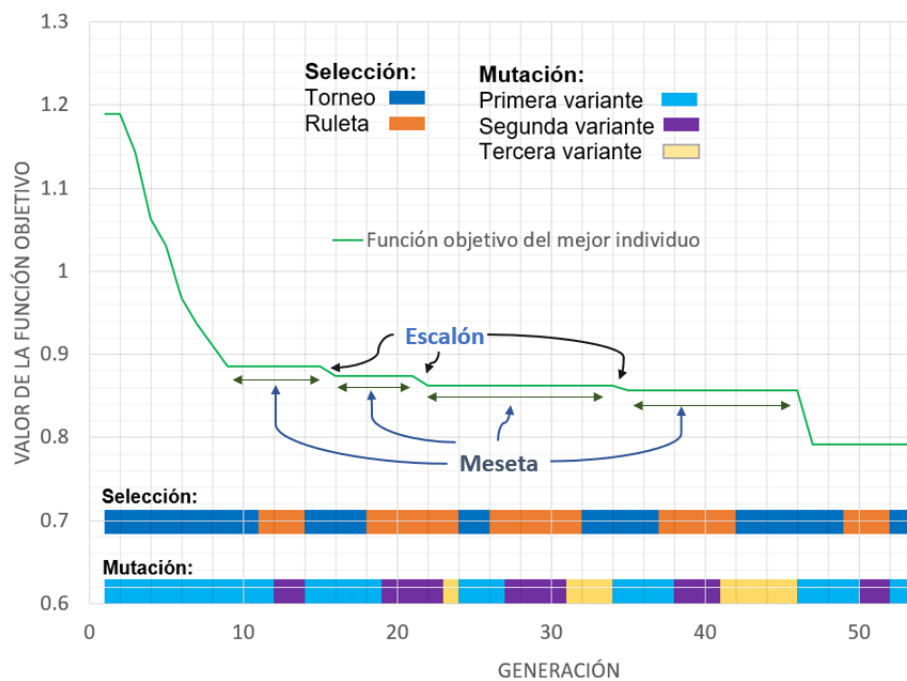


Figura 20. Gráfica del proceso del algoritmo genético durante las primeras 50 generaciones y sus componentes. Elaborada con hoja electrónica.

El proceso descrito se complementó con un contador de mesetas, que sirvió para ciclar el programa con el fin de buscar nuevas opciones, pero sin dejar de explorar valores cercanos al mínimo encontrado, para lo cual se decidió repetir el proceso del párrafo anterior de la siguiente manera:

Cuando se encontró la primera meseta superior a 3 generaciones, el algoritmo contó otras 2 antes de repetir procedimiento anterior, es decir, antes de iniciar de nuevo con la primera combinación (ver figura 21).

## Proceso del algoritmo genético

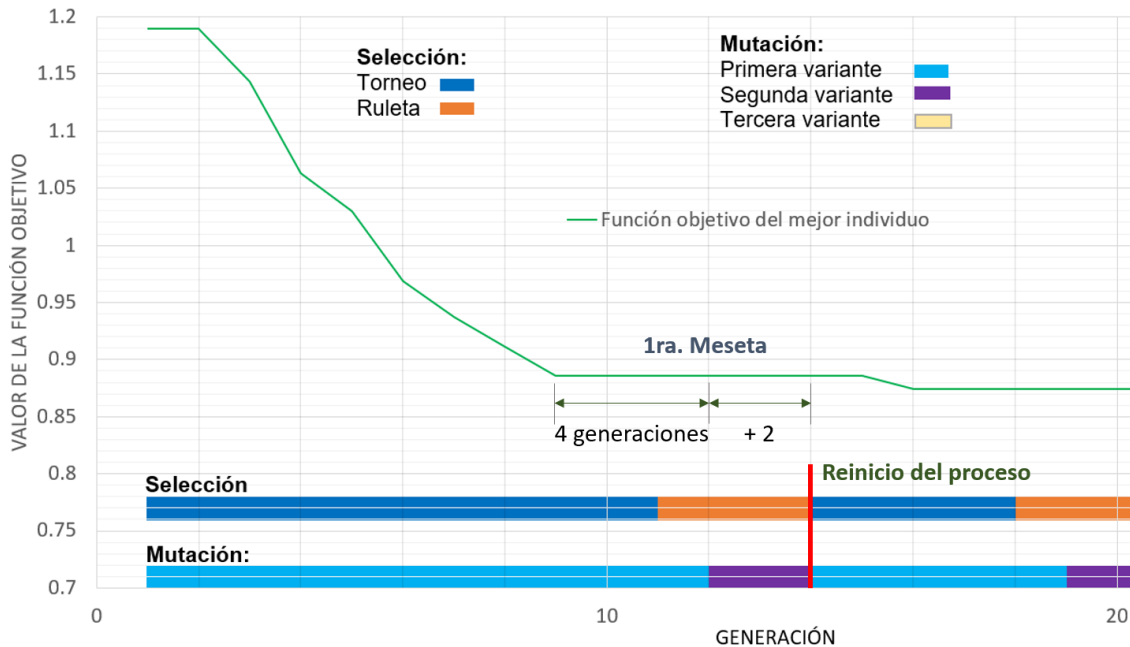


Figura 21. Gráfica del proceso del algoritmo genético durante la primera meseta. Elaborada con hoja electrónica.

En la segunda meseta, ahora el algoritmo sumó 4 generaciones más antes de repetir el proceso. De esta manera, se siguió aumentando de 2 en 2 el número de generaciones en cada meseta hasta llegar a la 4 con 8 generaciones sumadas, después de esta se reinició el conteo de mesetas.

Cuando dentro de estas generaciones sumadas se encontraba un mejor individuo que el de la generación anterior, entonces se incrementaba una generación más, pues indicaba que la combinación de métodos en ese instante era favorable para el algoritmo. Lo cual en la gráfica podemos decir que, por cada escalón se incrementaba una generación a las sumadas, en lugar de 4, ahora fueron 5 (ver figura 22).

Cabe mencionar que se consideró como una meseta distinta después del reinicio, aunque ambas mesetas conserven el mismo valor, tal como se muestra en la figura 23.

## Proceso del algoritmo genético

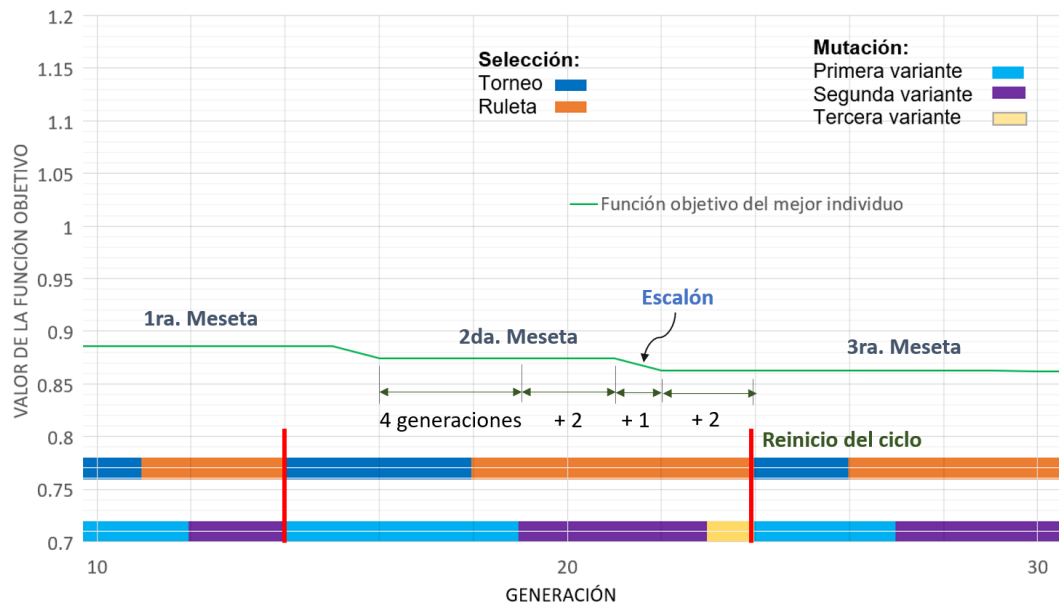


Figura 22. Gráfica del proceso del algoritmo genético durante una meseta con escalón. Elaborada con hoja electrónica.

## Proceso del algoritmo genético

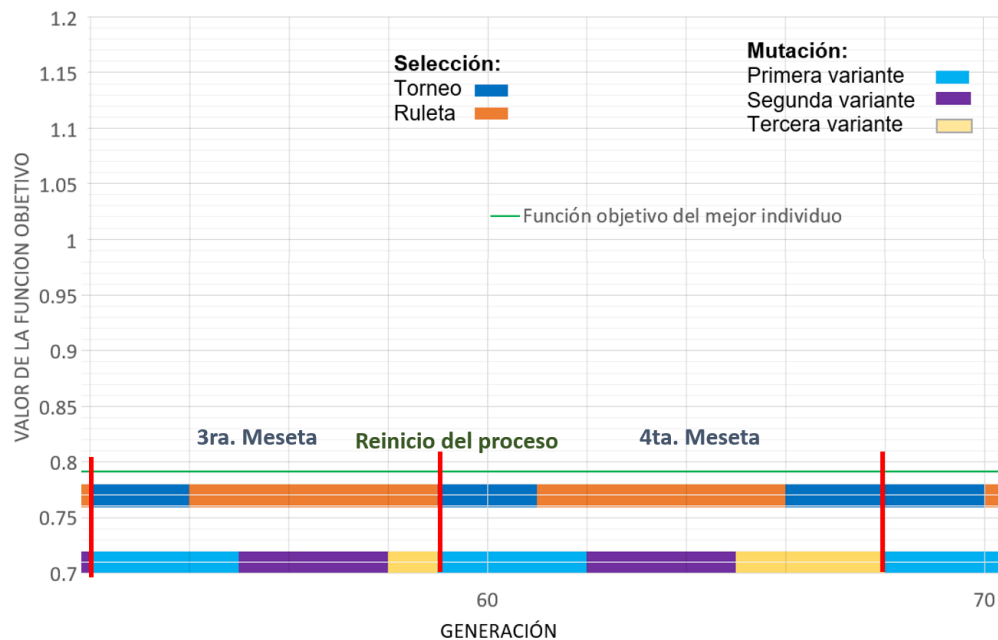


Figura 23. Gráfica del proceso del algoritmo genético durante dos mesetas diferentes, pero con el mismo valor. Elaborada con hoja electrónica.

Asimismo, se graficó la función objetivo promedio de la población en cada generación, para visualizar el comportamiento de cada uno de los ciclos y su relación con la función de adaptación del mejor individuo. En la figura 24 se observa que en algunos instantes la función objetivo promedio se acercaba a la función de adaptación del mejor individuo, lo que indicaba que la población en ese punto se volvió homogénea, por lo que el algoritmo cambiaba la combinación de métodos para evitar esta situación.

## Proceso del algoritmo genético

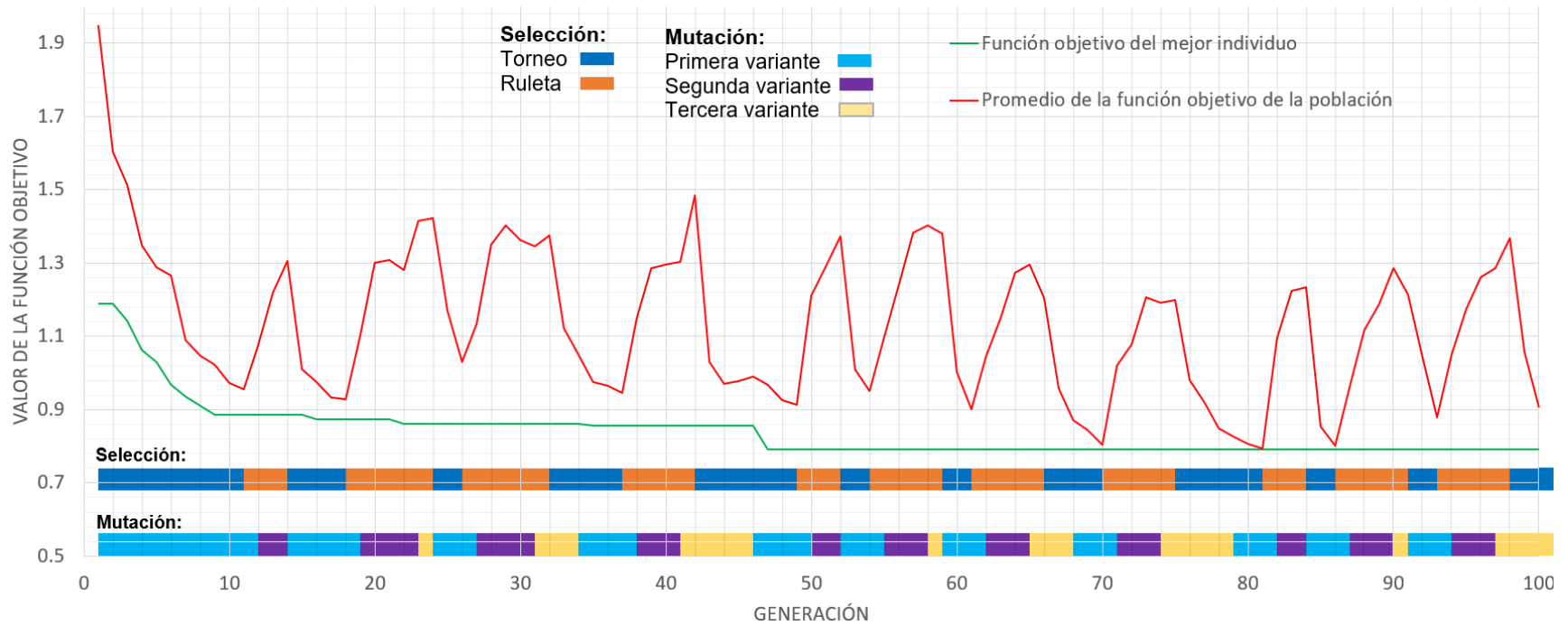


Figura 24. Gráfica del proceso del algoritmo genético con el promedio de la función objetivo de la población. Elaborada con hoja electrónica.

## CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para considerar las diferentes cargas y dimensiones de los tableros, el algoritmo se ejecutó múltiples veces, consiguiendo propuestas óptimas para cada uno de estos escenarios con las cuales se elaboraron tablas que facilitaron la comprensión y el análisis de los datos. Con los resultados obtenidos, se buscaron tendencias que simplificaran el proceso de predimensionamiento para hallar opciones óptimas en un tiempo razonable.

En los apartados del 4.1 al 4.3, se muestran las tablas de los resultados correspondientes a las diferentes cargas analizadas, organizando la información de acuerdo con la dimensión del tablero en el lado corto, denominada  $a_1$ .

En la primera columna de estas tablas, se encuentran los valores de  $a_2$  que varían desde un tablero cuadrado hasta un límite de 6 metros incrementándose cada 50 cm. La segunda columna indica la relación  $m$ , calculada mediante la ecuación 1.1, la cual establece la relación entre  $a_1$  y  $a_2$ .

En las siguientes 6 columnas, están las características óptimas de la losa aligerada obtenidas con ayuda del algoritmo genético. El área de acero necesario para los diferentes momentos se representa desde la columna 9 a la 11. Asimismo, de la columna 12 a la 14 está el armado de la losa propuesto por el programa, el cual se basa únicamente en el uso de una varilla por momento. Finalmente, están las eficiencias máximas logradas tomando en cuenta las restricciones de la norma.

#### 4.1 Resultados con carga viva máxima = 190 kg/m<sup>2</sup>

Tabla 6. Resultados de los tableros analizados con carga viva de 190 kg/m<sup>2</sup>.

<b>a<sub>1</sub> = 3.0 m</b>																			
a <sub>2</sub>	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>S</sub> necesario				A <sub>S</sub> propuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa\ macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)		(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
3.0	1.00	4	10	8	8	50	50	0.46	0.46	0.67	0.67	3	3	3	3	81%	65%	65%	55%
3.5	0.86	4	10	8	8	50	53	0.57	0.49	0.81	0.71	3	3	4	3	79%	75%	80%	54%
4.0	0.75	4	10	8	9	50	67	0.65	0.63	0.92	0.90	3	3	4	4	81%	83%	99%	53%
4.5	0.67	4	11	8	9	50	72	0.62	0.59	0.89	0.86	3	3	4	4	78%	79%	101%	51%
5.0	0.60	4	11	8	11	50	83	0.66	0.68	0.94	0.99	3	3	4	4	86%	83%	100%	51%
5.5	0.55	4	12	8	11	50	89	0.61	0.66	0.88	0.96	3	3	4	4	81%	78%	101%	49%
6.0	0.50	4	12	8	12	50	94	0.63	0.69	0.91	1.01	3	3	4	4	82%	80%	101%	49%

<b>a<sub>1</sub> = 3.5 m</b>																			
a <sub>2</sub>	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>S</sub> necesario				A <sub>S</sub> propuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa\ macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)		(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
3.5	1.00	4	10	8	8	54	54	0.70	0.70	0.99	0.99	3	3	4	4	88%	82%	82%	53%
4.0	0.88	4	11	8	8	58	61	0.79	0.69	1.10	0.99	4	3	4	4	82%	89%	93%	50%
4.5	0.78	4	11	8	8	57	59	0.88	0.67	1.23	0.96	4	3	4	4	85%	96%	99%	50%
5.0	0.70	4	12	8	9	58	69	0.87	0.70	1.23	1.01	4	3	4	4	87%	94%	99%	48%
5.5	0.64	4	13	8	9	58	73	0.84	0.67	1.19	0.97	4	3	4	4	84%	89%	100%	46%
6.0	0.58	4	13	8	10	58	76	0.88	0.70	1.24	1.02	4	3	4	4	87%	93%	98%	46%

<b>a<sub>1</sub> = 4.0 m</b>																			
a <sub>2</sub>	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>S</sub> necesario				A <sub>S</sub> propuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa\ macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)		(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
4.0	1.00	4	12	8	8	65	65	0.88	0.88	1.24	1.23	4	4	4	4	85%	90%	90%	46%
4.5	0.89	4	13	8	8	63	71	0.90	0.87	1.25	1.23	4	4	4	4	85%	89%	100%	44%
5.0	0.80	4	14	8	9	67	79	0.98	0.88	1.38	1.26	4	4	5	4	80%	94%	99%	42%
5.5	0.73	4	13	9	12	67	89	1.18	1.08	1.66	1.56	4	4	5	5	86%	98%	98%	46%
6.0	0.67	4	14	8	8	63	63	1.08	0.70	1.51	1.01	4	3	5	4	86%	100%	100%	44%

Tabla 6. Resultados de los tableros analizados con carga viva de 190 kg/m<sup>2</sup> (continuación).

<b>a<sub>1</sub> = 4.5 m</b>																			
a2	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>S</sub> necesario				A <sub>S</sub> propropuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa\ macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
4.5	1.00	4	14	8	8	75	75	1.07	1.07	1.50	1.50	4	4	5	5	81%	97%	97%	41%
5.0	0.90	4	14	9	10	74	83	1.23	1.19	1.70	1.68	4	4	5	5	91%	96%	96%	43%
5.5	0.82	4	15	8	11	73	92	1.17	1.20	1.64	1.73	4	4	5	5	90%	100%	97%	41%
6.0	0.75	4	15	8	11	64	94	1.19	1.16	1.68	1.68	4	4	5	5	89%	100%	100%	42%

<b>a<sub>1</sub> = 5.0 m</b>																			
a2	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>S</sub> necesario				A <sub>S</sub> propropuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa\ macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
5.0	1.00	4	16	8	8	80	80	1.21	1.21	1.71	1.71	4	4	5	5	91%	99%	99%	38%
5.5	0.91	4	18	8	9	83	92	1.25	1.21	1.74	1.73	4	4	5	5	93%	99%	97%	35%
6.0	0.83	4	19	8	9	81	93	1.26	1.15	1.79	1.66	4	4	5	5	91%	98%	100%	35%

<b>a<sub>1</sub> = 5.5 m</b>																			
a2	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>S</sub> necesario				A <sub>S</sub> propropuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa\ macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
5.5	1.00	4	20	8	8	89	89	1.26	1.27	1.81	1.81	4	4	5	5	96%	95%	95%	33%
6.0	0.92	4	21	8	8	90	90	1.38	1.21	1.93	1.74	5	4	5	5	88%	99%	99%	32%

<b>a<sub>1</sub> = 6.0 m</b>																			
a2	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>S</sub> necesario				A <sub>S</sub> propropuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa\ macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
6.0	1.00	4	18	11	11	99	99	1.94	1.95	2.75	2.75	5	5	6	6	97%	96%	96%	37%

Dentro de la tabla 6 se puede observar que, algunas de las características de la losa, como lo es la altura total, el ancho del alma en el sentido del claro largo y la separación entre nervaduras en la misma dirección, incrementan a medida que la relación  $m$  disminuye, en cambio las demás características apenas experimentan cambios significativos. Un ejemplo de esto último se encontró en el  $b'S_C$  y en la  $Sep.S_C$ , donde en la mayoría de los casos, el ancho del alma en el sentido del claro corto se mantiene constante en 8 cm y la separación entre nervaduras en el mismo sentido se acercaba al límite que la norma establece.

El área de acero necesario se mantuvo dentro de los límites mínimos y máximos. Con esta área se buscó que se aproximará a un área de acero de alguna varilla comercial, comenzando con la varilla del número 3. Debido a las diferencias significativas en el área de acero entre las varillas comerciales, resultó difícil lograr una coincidencia exacta entre el  $A_{s,nec}$  de cada momento y una varilla comercial específica, teniendo como consecuencia que la relación  $M_U$  sobre  $M_R$ , en la mayor parte de los tableros no superen el 90%.

En las relaciones de  $V_U$  sobre  $V_{CR}$  en ambos sentidos, se localizaron las mayores eficiencias, logrando obtener hasta un 100%. Sin embargo, en algunos tableros esta relación resultó ser demasiado baja, puesto que la separación máxima establecida por la norma (NTCDyCEC, 2017, sección 7.5.4) restringe que se alcance una eficiencia superior. En dicha restricción se toma en cuenta la dimensión del claro en el sentido en que se mide la separación entre nervaduras, lo que implica que, en los tableros con dimensiones de 3 m en el lado corto, por ejemplo, la separación máxima en ese sentido fuera de 50 cm, aunque el cortante requería una mayor separación para lograr la eficiencia deseada.

## 4.2 Resultados con carga viva máxima = 250 kg/m<sup>2</sup>

Tabla 7. Resultados de los tableros analizados con carga viva de 250 kg/m<sup>2</sup>.

<b>a<sub>1</sub> = 3.0 m</b>																			
a <sub>2</sub>	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>s</sub> necesario				A <sub>s</sub> propuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)		(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
3.0	1.00	4	11	8	8	50	50	0.47	0.47	0.69	0.69	3	3	3	3	82%	66%	66%	52%
3.5	0.86	4	10	8	8	50	58	0.66	0.63	0.92	0.89	3	3	4	4	81%	86%	100%	54%
4.0	0.75	4	11	8	9	50	67	0.66	0.63	0.94	0.91	3	3	4	4	82%	84%	100%	51%
4.5	0.67	4	11	8	11	48	74	0.69	0.70	0.99	1.01	3	3	4	4	89%	87%	97%	52%
5.0	0.60	4	12	8	11	50	80	0.68	0.68	0.98	0.99	3	3	4	4	87%	85%	99%	49%
5.5	0.55	4	12	8	12	50	84	0.71	0.71	1.01	1.04	3	3	4	4	90%	89%	100%	50%
6.0	0.50	4	13	8	11	50	83	0.65	0.64	0.95	0.93	3	3	4	4	83%	83%	101%	47%

<b>a<sub>1</sub> = 3.5 m</b>																			
a <sub>2</sub>	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>s</sub> necesario				A <sub>s</sub> propuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)		(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
3.5	1.00	4	11	8	8	54	54	0.71	0.71	1.01	1.01	3	3	4	4	90%	83%	83%	51%
4.0	0.88	4	11	8	9	56	63	0.85	0.83	1.18	1.17	4	4	4	4	81%	95%	98%	51%
4.5	0.78	4	12	8	8	55	57	0.87	0.67	1.23	0.96	4	3	4	4	85%	95%	99%	49%
5.0	0.70	4	13	8	9	56	66	0.88	0.70	1.24	1.01	4	3	4	4	87%	94%	99%	47%
5.5	0.64	4	14	8	9	57	69	0.87	0.67	1.23	0.97	4	3	4	4	85%	92%	99%	45%
6.0	0.58	4	14	8	10	55	72	0.87	0.70	1.24	1.02	4	3	4	4	87%	93%	98%	45%

<b>a<sub>1</sub> = 4.0 m</b>																			
a <sub>2</sub>	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>s</sub> necesario				A <sub>s</sub> propuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)		(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
4.0	1.00	4	14	8	8	67	67	0.85	0.85	1.22	1.22	4	4	4	4	83%	88%	88%	43%
4.5	0.89	4	12	10	11	67	75	1.24	1.17	1.70	1.66	4	4	5	5	90%	96%	98%	49%
5.0	0.80	4	13	9	12	63	83	1.17	1.17	1.64	1.67	4	4	5	5	88%	100%	98%	47%
5.5	0.73	4	14	9	13	64	92	1.19	1.18	1.67	1.70	4	4	5	5	90%	99%	98%	45%
6.0	0.67	4	14	9	14	61	94	1.21	1.21	1.70	1.75	4	4	5	5	92%	100%	99%	46%

Tabla 7. Resultados de los tableros analizados con carga viva de 250 kg/m<sup>2</sup> (continuación).

<b>a<sub>1</sub> = 4.5 m</b>																			
a2	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>S</sub> necesario				A <sub>S</sub> propuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)		(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
4.5	1.00	4	14	9	9	75	75	1.23	1.24	1.73	1.73	4	4	5	5	93%	99%	99%	43%
5.0	0.90	4	16	8	10	69	88	1.12	1.23	1.55	1.75	4	4	5	5	88%	98%	100%	40%
5.5	0.82	4	16	9	11	69	88	1.24	1.23	1.76	1.77	4	4	5	5	94%	95%	99%	41%
6.0	0.75	4	19	8	11	74	100	1.18	1.14	1.69	1.66	4	4	5	5	88%	99%	98%	36%

<b>a<sub>1</sub> = 5.0 m</b>																			
a2	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>S</sub> necesario				A <sub>S</sub> propuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)		(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
5.0	1.00	4	18	8	8	81	81	1.22	1.22	1.74	1.74	4	4	5	5	92%	100%	100%	36%
5.5	0.91	4	20	8	9	82	92	1.26	1.23	1.76	1.77	4	4	5	5	94%	99%	99%	34%
6.0	0.83	4	19	8	10	70	88	1.26	1.26	1.79	1.82	4	4	5	5	95%	98%	99%	37%

<b>a<sub>1</sub> = 5.5 m</b>																			
a2	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>S</sub> necesario				A <sub>S</sub> propuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)		(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
5.5	1.00	4	16	11	11	87	87	1.88	1.88	2.64	2.63	5	5	6	6	94%	101%	101%	41%
6.0	0.92	4	18	11	11	90	90	1.92	1.68	2.66	2.40	5	5	6	6	90%	100%	100%	39%

<b>a<sub>1</sub> = 6.0 m</b>																			
a2	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>S</sub> necesario				A <sub>S</sub> propuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)		(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
6.0	1.00	4	20	11	11	99	99	1.97	1.97	2.81	2.80	5	5	6	6	99%	98%	98%	36%

Al incrementar la carga viva máxima a  $250 \text{ kg/m}^2$ , se observaron comportamientos similares al de la carga viva máxima de  $190 \text{ kg/m}^2$ . Por ejemplo, se presentó el incremento de algunas características en función de  $m$ , como el peralte total de la losa, la separación entre nervaduras en  $S_L$  y el ancho del alma en  $S_L$ . Sin embargo, también se observó una mayor variación en el ancho del alma en  $S_C$ , logrando obtener una medida de hasta 11 cm, lo cual permite la colocación de más de una varilla.

Al comparar los resultados obtenidos en las dos cargas vivas máximas, mostrados en las tablas 6 y 7, se puede apreciar que, para un mismo tablero con diferentes cargas, hubo un aumento en la altura total de la losa de aproximadamente 1 cm en la mayoría de los casos. No obstante, en algunos tableros la altura se mantuvo igual debido a que, con la carga viva máxima de  $190 \text{ kg/m}^2$ , la relación  $M_U$  sobre  $M_R$  era cercana o menor al 80%, lo que indica que el peralte propuesto en dicha carga pudo resistir un margen de carga adicional sin la necesidad de aumentarlo o de incrementar el área de acero necesaria.

En algunos casos, se notó una disminución en el peralte entre las dos cargas. Por ejemplo, en el tablero de 5.5 por 5.5 m, con carga viva máxima igual a  $190 \text{ kg/m}^2$ , el peralte óptimo obtenido fue de 20 cm, en cambio con una carga viva máxima de  $250 \text{ kg/m}^2$  para el mismo tablero se obtuvo un peralte de 16 cm, esto se debió a que, si se hubiera incrementado la altura de la losa de la primera carga, también se hubiera tenido que aumentar la separación entre nervaduras sobrepasando los límites establecidos por la norma, esto con el fin de obtener una eficiencia a cortante óptima. Por lo que el algoritmo evaluó aumentar el área de acero propuesto y disminuir el peralte para ajustarse a este, cumpliendo así con la eficiencia a cortante máxima y con las restricciones de la norma.

### 4.3 Resultados con carga viva = 350 kg/m<sup>2</sup>

Tabla 8. Resultados de los tableros analizados con carga viva de 350 kg/m<sup>2</sup>.

<b>a<sub>1</sub> = 3.0 m</b>																			
a <sub>2</sub> (m)	m	t (cm)	h (cm)	b'S <sub>C</sub> (cm)	b'S <sub>L</sub> (cm)	Sep. S <sub>C</sub> (cm)	Sep. S <sub>L</sub> (cm)	A <sub>S</sub> necesario				A <sub>S</sub> propropuesto				$\frac{\overline{M_U}}{\overline{M_R}}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa macz}}$
								Neg. S <sub>C</sub> (cm <sup>2</sup> )	Neg. S <sub>L</sub> (cm <sup>2</sup> )	Pos. S <sub>C</sub> (cm <sup>2</sup> )	Pos. S <sub>L</sub> (cm <sup>2</sup> )	Neg. S <sub>C</sub> Varilla #	Neg. S <sub>L</sub> Varilla #	Pos. S <sub>C</sub> Varilla #	Pos. S <sub>L</sub> Varilla #				
3.0	1.00	4	10	8	8	50	50	0.66	0.66	0.93	0.93	3	3	4	4	84%	90%	90%	55%
3.5	0.86	4	10	8	9	43	53	0.69	0.70	0.97	1.00	3	3	4	4	88%	90%	99%	56%
4.0	0.75	4	12	8	10	49	67	0.70	0.69	1.01	1.00	3	3	4	4	89%	89%	98%	50%
4.5	0.67	4	12	8	11	50	68	0.79	0.70	1.12	1.02	4	3	4	4	83%	98%	97%	51%
5.0	0.60	4	12	8	11	48	66	0.81	0.68	1.14	0.99	4	3	4	4	83%	100%	100%	51%
5.5	0.55	4	14	8	11	50	78	0.71	0.66	1.03	0.98	3	3	4	4	88%	89%	101%	47%
6.0	0.50	4	13	8	12	49	74	0.78	0.69	1.13	1.01	4	3	4	4	83%	99%	100%	49%

<b>a<sub>1</sub> = 3.5 m</b>																			
a <sub>2</sub> (m)	m	t (cm)	h (cm)	b'S <sub>C</sub> (cm)	b'S <sub>L</sub> (cm)	Sep. S <sub>C</sub> (cm)	Sep. S <sub>L</sub> (cm)	A <sub>S</sub> necesario				A <sub>S</sub> propropuesto				$\frac{\overline{M_U}}{\overline{M_R}}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa macz}}$
								Neg. S <sub>C</sub> (cm <sup>2</sup> )	Neg. S <sub>L</sub> (cm <sup>2</sup> )	Pos. S <sub>C</sub> (cm <sup>2</sup> )	Pos. S <sub>L</sub> (cm <sup>2</sup> )	Neg. S <sub>C</sub> Varilla #	Neg. S <sub>L</sub> Varilla #	Pos. S <sub>C</sub> Varilla #	Pos. S <sub>L</sub> Varilla #				
3.5	1.00	4	11	8	8	54	54	0.87	0.87	1.22	1.22	4	4	4	4	84%	101%	101%	51%
4.0	0.88	4	13	8	8	58	55	0.90	0.71	1.26	1.02	4	3	4	4	88%	100%	95%	47%
4.5	0.78	4	14	8	8	56	58	0.89	0.68	1.27	0.98	4	3	4	4	86%	97%	100%	45%
5.0	0.70	4	16	8	9	58	71	0.85	0.71	1.23	1.04	4	3	4	4	87%	92%	100%	42%
5.5	0.64	4	16	8	9	56	68	0.88	0.68	1.26	1.00	4	3	4	4	86%	93%	101%	43%
6.0	0.58	4	17	8	10	57	76	0.87	0.71	1.25	1.04	4	3	4	4	88%	92%	99%	41%

<b>a<sub>1</sub> = 4.0 m</b>																			
a <sub>2</sub> (m)	m	t (cm)	h (cm)	b'S <sub>C</sub> (cm)	b'S <sub>L</sub> (cm)	Sep. S <sub>C</sub> (cm)	Sep. S <sub>L</sub> (cm)	A <sub>S</sub> necesario				A <sub>S</sub> propropuesto				$\frac{\overline{M_U}}{\overline{M_R}}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa macz}}$
								Neg. S <sub>C</sub> (cm <sup>2</sup> )	Neg. S <sub>L</sub> (cm <sup>2</sup> )	Pos. S <sub>C</sub> (cm <sup>2</sup> )	Pos. S <sub>L</sub> (cm <sup>2</sup> )	Neg. S <sub>C</sub> Varilla #	Neg. S <sub>L</sub> Varilla #	Pos. S <sub>C</sub> Varilla #	Pos. S <sub>L</sub> Varilla #				
4.0	1.00	4	13	9	9	64	64	1.10	1.10	1.55	1.55	4	4	5	5	83%	99%	99%	47%
4.5	0.89	4	14	10	11	67	75	1.23	1.17	1.72	1.68	4	4	5	5	91%	97%	99%	46%
5.0	0.80	4	15	9	12	63	82	1.19	1.17	1.69	1.70	4	4	5	5	90%	102%	99%	45%
5.5	0.73	4	16	9	13	63	90	1.20	1.19	1.71	1.74	4	4	5	5	91%	101%	99%	43%
6.0	0.67	4	17	9	14	64	100	1.20	1.21	1.71	1.78	4	4	5	5	92%	99%	99%	42%

Tabla 8. Resultados de los tableros analizados con carga viva de 350 kg/m<sup>2</sup> (continuación).

<b>a<sub>1</sub> = 4.5 m</b>																			
a <sub>2</sub>	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>s</sub> necesario				A <sub>s</sub> propuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa\ macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
4.5	1.00	4	16	9	9	72	72	1.22	1.22	1.74	1.74	4	4	5	5	92%	99%	99%	41%
5.0	0.90	4	18	9	10	73	83	1.25	1.22	1.76	1.77	4	4	5	5	93%	97%	100%	39%
5.5	0.82	4	19	9	11	70	89	1.25	1.24	1.79	1.80	4	4	5	5	94%	95%	99%	38%
6.0	0.75	4	20	8	12	65	96	1.19	1.26	1.71	1.84	4	4	5	5	93%	100%	99%	37%

<b>a<sub>1</sub> = 5.0 m</b>																			
a <sub>2</sub>	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>s</sub> necesario				A <sub>s</sub> propuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa\ macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
5.0	1.00	4	22	8	8	83	83	1.20	1.20	1.74	1.74	4	4	5	5	92%	98%	98%	32%
5.5	0.91	4	23	8	9	78	89	1.24	1.23	1.75	1.79	4	4	5	5	94%	98%	99%	32%
6.0	0.83	4	26	8	9	83	94	1.27	1.14	1.83	1.67	4	4	5	5	92%	97%	98%	30%

<b>a<sub>1</sub> = 5.5 m</b>																			
a <sub>2</sub>	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>s</sub> necesario				A <sub>s</sub> propuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa\ macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
5.5	1.00	4	19	11	11	87	87	1.85	1.86	2.64	2.64	5	5	6	6	94%	100%	100%	39%
6.0	0.92	4	28	8	8	90	91	1.39	1.24	1.98	1.81	5	4	5	5	90%	99%	100%	28%

<b>a<sub>1</sub> = 6.0 m</b>																			
a <sub>2</sub>	m	t	h	b'S <sub>C</sub>	b'S <sub>L</sub>	Sep. S <sub>C</sub>	Sep. S <sub>L</sub>	A <sub>s</sub> necesario				A <sub>s</sub> propuesto				$\frac{\overline{M}_U}{\overline{M}_R}$	$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}}$	$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}}$	$\frac{W_{losa}}{W_{losa\ macz}}$
								Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>	Neg, S <sub>C</sub>	Neg, S <sub>L</sub>	Pos, S <sub>C</sub>	Pos, S <sub>L</sub>				
(m)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	Varilla #	Varilla #	Varilla #	Varilla #				
6.0	1.00	4	22	11	11	91	91	1.97	1.98	2.83	2.83	5	5	6	6	100%	98%	98%	36%

En esta carga viva máxima (tabla 8), se observaron algunas diferencias con respecto a las demás cargas. Una de ellas es la separación de nervaduras en el sentido corto, la cual tiende a acercarse al límite establecido por la norma en la mayoría de los casos, sin embargo, en algunos tableros se presentó una diferencia de hasta 7 cm con respecto a dicho límite.

En la mayoría de los tableros se notó un incremento en los peraltes en comparación con los obtenidos para la carga viva máxima de 250 kg/m<sup>2</sup>. No obstante, existió una particularidad en los tableros con el lado corto igual a los 5.5 m. Al pasar de un tablero con lado largo de 5.5 m a uno de 6 m, el peralte incrementó 9 cm entre uno y otro, mientras que, en los demás casos, el incremento máximo de peralte entre dos tableros con la misma dimensión en el lado corto era de 3 cm.

Este patrón de 3 cm se rompe mostrando un punto de quiebre, por lo que se realizó un análisis detallado de estos tableros. En este análisis se encontraron otras características óptimas para el tablero de 5.5 por 6 m, que presentaron eficiencias similares a las obtenidas. Sin embargo, la diferencia entre los resultados obtenidos por el algoritmo y la encontrada de forma manual, se apreció en la relación de  $W_{losa}$  sobre  $W_{losa\ macz}$ , donde la más favorable fue la que tuvo el menor valor en este factor, el cual al estar en relación con el peralte supone que entre mayor sea el peralte menor será esta relación, por lo que el algoritmo eligió el de mayor peralte en este caso.

Esto indica que, a pesar de que existan opciones con eficiencias similares y el mismo peso, el resultado óptimo siempre fue el de mayor peralte, lo cual tiene el beneficio de necesitar una menor cantidad de acero, que en términos económicos representa una gran ventaja.

Con esto se observa que el algoritmo ha demostrado una correcta optimización tanto en los factores directos que son: momento, cortante y peso; así como en factores indirectos como es el caso del área de acero.

#### 4.4 Análisis de las características óptimas

En las tablas correspondientes a las secciones 4.1 a 4.3, se observó que el espesor de capa se mantuvo en el mínimo en todos los tableros, ya que el programa lo consideró como óptimo. A pesar de que en la mayoría de los casos rige como ancho efectivo el valor de ocho veces  $t$ , esto no fue suficiente para incrementar el espesor del patín y, por el contrario, un aumento en la capa también conlleva un aumento en el peso de la losa, lo cual no fue conveniente para el algoritmo. Además, la norma no ofrece más criterios para evaluar esta característica, por esta razón, este rasgo se deja a criterio de cada diseñador, utilizando lo que se considere adecuado para las características de cada proyecto.

Para tableros con la relación  $m$  igual a 1, es decir, con lados iguales, las características en ambos sentidos resultaron ser las mismas; no obstante, a medida que la relación  $m$  disminuía, las dimensiones de las características en el sentido largo en la mayoría de los casos incrementaban, mientras que el ancho de nervadura y la separación entre ellas en el sentido corto se mantenían en valores cercanos a un sexto del claro corto, el cual es el límite establecido por la norma.

De igual manera, el peralte total de la losa aumentó con base en la relación  $m$ , debido a los requerimientos de los cálculos y en algunos casos para cumplir con el peralte efectivo mínimo, puesto que  $d_{min}$  está en función del perímetro del tablero al igual que de la carga.

Para una visualización clara que ayudara al análisis de los resultados, se realizaron gráficos donde se mostraron los valores de las características de las losas para cada carga viva máxima y para cada  $a_1$  (ver Anexo 4), estableciendo en el eje Y el valor de la característica y en el eje X la relación  $m$ , con el propósito de conocer el comportamiento de las losas en función de estos parámetros; no obstante, al analizar los datos obtenidos no se encontraron relaciones proporcionales o tendencias significativas que permitieran realizar propuestas en función de estos parámetros.

## CAPÍTULO V. EXPRESIONES SIMPLIFICADAS DE DISEÑO Y EJEMPLOS

A pesar de la falta de correlación entre las características obtenidas por el programa, se lograron identificar algunas relaciones significativas que permitieron establecer expresiones a través del desarrollo de despejes algebraicos los cuales se encuentran en el apartado de Anexo 5.

También, se elaboró una hoja de cálculo con la que se analizaron diferentes tableros, para corroborar tanto los resultados obtenidos por medio de las ecuaciones presentadas en este capítulo, como los obtenidos por el programa, además de demostrar el cumplimiento de las NTCDyCEC 2017. Dicha hoja de cálculo se presenta en Anexo 6 con algunos ejemplos de los casos resueltos.

### 5.1 Desarrollo de expresiones para el predimensionamiento

Contemplando las relaciones utilizadas en la función objetivo, se notó que las eficiencias de los esfuerzos no llegaban al 100 por ciento simultáneamente, ya que las normas y las varillas comerciales restringen que esto se cumpla. Sin embargo, se identificaron algunos rangos en la relación  $W_{losa}$  entre  $W_{losa macz}$  que estaban en función del peralte de la losa (tabla 9), lo que permitió obtener un promedio para cada caso y graficarlos (figura 25).

Como se puede observar en la figura 25, se encontró una función exponencial casi precisa, con una correlación de 0.9843, con la que se logró hallar una eficiencia de peso óptima para cada peralte. Sin embargo, como  $W_{losa macz}$  es el peso de una losa maciza con un peralte igual al de la losa aligerada en cuestión, se logró despejar  $W_{losa}$  de la relación de pesos, tal como se muestra en la expresión 5.1, la cual representa el peso óptimo aproximado de una losa de peralte  $h$ , en unidades de kilogramo por metro cuadrado.

$$W_{losa} = 2.4377 h^{0.354} \cdot \gamma_{crr} \quad (5.1)$$

donde:

$\gamma_{crr}$  = peso volumétrico del concreto reforzado.

Tabla 9. Relación  $W_{losa} / W_{losa\ macz}$  en función del peralte.

Peralte total (cm)	Rangos de los valores de $W_{losa} / W_{losa\ macz}$	Promedio de $W_{losa} / W_{losa\ macz}$
10	0.53 – 0.56	0.545
11	0.50 – 0.52	0.510
12	0.46 – 0.51	0.485
13	0.46 – 0.49	0.475
14	0.41 – 0.47	0.440
15	0.41 – 0.45	0.430
16	0.38 – 0.43	0.405
17	0.41 – 0.42	0.415
18	0.35 – 0.39	0.370
19	0.35 – 0.39	0.370
20	0.33 – 0.37	0.350
21	0.32 – 0.32	0.320
22	0.32 – 0.36	0.340
23	0.32 – 0.32	0.320
26	0.30 – 0.30	0.300
28	0.28 – 0.28	0.280

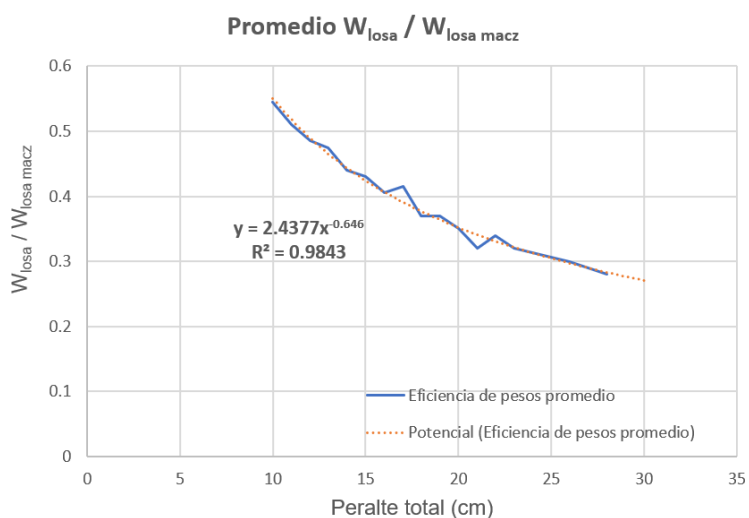


Figura 25. Gráfica del promedio de  $W_{losa} / W_{losa\ macz}$  con la ecuación que lo representa.

Posteriormente, se despejo  $W_{módulo}$  de la ecuación 3.5 y se igualó con el peso del módulo calculado con la suma de los pesos individuales de cada elemento, esto con el fin de encontrar expresiones para obtener valores para las demás características, llegando así a la ecuación 5.2, que, para simplificar los procesos algebraicos de despeje, el peso del casetón se supuso igual a 1 kg/m<sup>2</sup>.

$$W_{losa} = 4 \cdot \gamma_{crs} + \left( \frac{b'S_C}{Sep.S_C} + \frac{b'S_L}{Sep.S_L} - \frac{b'S_C \cdot b'S_L}{Sep.S_C \cdot Sep.S_L} \right) \cdot (h - 4) \cdot \gamma_{crr} + 1 \quad (5.2)$$

donde:

$\gamma_{crs}$  = peso volumétrico del concreto simple.

También, se consideró una condición ideal en la que las eficiencias de cortante para el lado corto y el lado largo se asumen iguales, ya que la relación  $V_U$  sobre  $V_{CR}$  debería ser igual al 100 por ciento para ambos sentidos. Por lo tanto, al desarrollar el equilibrio de las ecuaciones correspondientes, se obtuvo la expresión 5.3.

$$\frac{b'S_C}{Sep.S_C} = \frac{b'S_L}{Sep.S_L} \quad (5.3)$$

Con esta igualdad, se pudo sustituir una de estas relaciones por la otra en la ecuación 5.2, logrando obtener como resultado una ecuación cuadrática que se resolvió con fórmulas generales de álgebra, donde la relación del ancho de las nervaduras entre su separación quedo en términos de  $h$  (ecuación 5.4). Además, se sustituyó  $W_{losa}$  con la ecuación 5.1, donde cabe mencionar que como la ecuación 5.1 fue hallada con losas que tenían un espesor de capa igual a 4 cm, entonces  $t$  se sustituyó por dicho valor.

$$\frac{b'S_C}{Sep.S_C} = \frac{b'S_L}{Sep.S_L} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2.4377 h^{0.354} \cdot \gamma_{crr} - 4 \cdot \gamma_{crs} - 1}{(h - 4) \cdot \gamma_{crr}}} \quad (5.4)$$

Con el propósito de facilitar el cálculo de esta expresión, se desarrollaron los resultados correspondientes a cada peralte, considerando como constantes los valores de los pesos volumétricos, 2400 kg/m<sup>3</sup> para el concreto reforzado y 2200 kg/m<sup>3</sup> para el concreto simple. Dichos resultados se presentan en la tabla 10.

Asimismo, se graficaron los datos para obtener una ecuación más simple, tal como se muestra en la figura 26.

Tabla 10. Relación  $b'$  sobre  $Sep.$  para distintos peraltes obtenidas a través de la ecuación 5.4.

$h$ (cm)	$b' / Sep$ (cm)
10	0.163
11	0.154
12	0.146
13	0.139
14	0.134
15	0.129
16	0.124
17	0.120
18	0.117
19	0.113
20	0.110
21	0.107
22	0.105
23	0.102
24	0.100
25	0.098
26	0.096

En la figura 26 se muestra la expresión equivalente a la ecuación 5.4, logrando encontrar una ecuación más simple, con una correlación de 0.9993, lo que indicó que no existe una diferencia significativa entre la ecuación 5.4 y la ecuación 5.5.

$$\frac{b'S_C}{Sep.S_C} = \frac{b'S_L}{Sep.S_L} = 0.5755h^{-0.551} \quad (5.5)$$

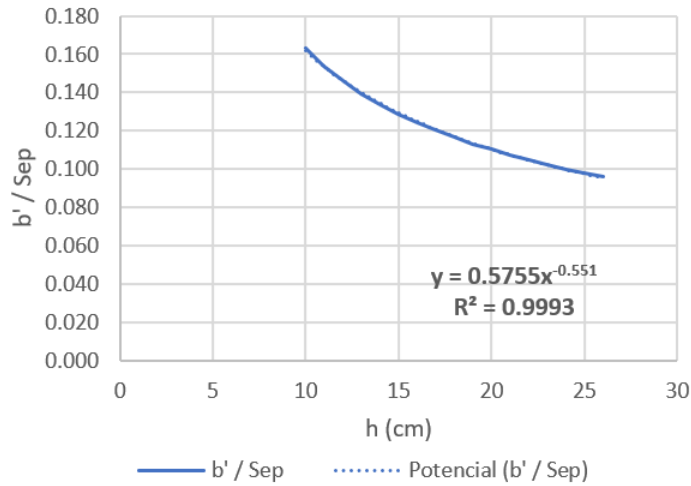


Figura 26. Gráfica de la relación  $b'$  sobre  $Sep.$  para distintos peraltes y su función exponencial.

Finalmente, tras llevar a cabo estos procesos, se observó que en las ecuaciones que describen la relación entre  $V_U$  y  $V_{CR}$  era posible sustituir algunas expresiones por las encontradas en este capítulo, de forma que quedara dicha relación en función del peralte de la losa, donde además se consideró que  $V_U$  entre  $V_{CR}$  cumpliera con lo esperado, es decir, que alcanzara el 100 por ciento de eficiencia.

De este modo, se obtuvo una ecuación donde se podía hallar el valor del peralte. Aunque no se pudo despejar de forma directa, se aislaron en un lado de la igualdad los términos que contenían  $h$ , mientras que en el otro se incluyeron aquellos datos conocidos que no guardaban relación proporcional con  $h$ , obteniendo así la expresión 5.6, donde el  $F_R$  fue igual a 0.75, debido a que esta ecuación provino de la ecuación de cortante.

$$\frac{0.5 F_R \sqrt{f'_c}}{1.15 \left( 0.95 - 0.5 \frac{a_1}{a_2} \right)} \cdot 100 \% = \frac{1}{\left( \frac{b' S_c}{Sep \cdot S_c} \right)} \cdot \frac{W_U}{d} \cdot \left( \frac{a_1}{2} - d \right) \quad (5.6)$$

donde:

$$W_U = F_{CM} W_{CM} + F_{CV} W_{CV} \quad (5.7)$$

$$W_{CM} = 2.4377 h^{0.354} \cdot \gamma_{crr} + (t - 4) \gamma_{crs} + W_{acab} + 40 \frac{kg}{m^2} \quad (5.8)$$

El término  $(t-4) \gamma_{crs}$ , se propuso en caso de que el espesor del patín fuera mayor a los 4 cm, ya que como se mencionó, la expresión 5.1 fue propuesta con espesores de capa igual a esta dimensión, por lo cual la carga muerta se incrementa  $22 \text{ kg/m}^2$  por cada centímetro de más en el patín.

Además, la relación  $b'S_C$  sobre  $Sep.S_C$  de la ecuación 5.6 se contempló igual a la expresión 5.5. De esta manera, con la ecuación 5.6 se logró encontrar un peralte cercano al óptimo, simplemente proponiendo el valor de  $h$  hasta hallar un valor próximo al primer miembro de la ecuación, donde se supuso que se alcanzaba la eficiencia máxima a cortante en ambos sentidos, es decir el 100% el cual se expresa en dicha ecuación.

Por lo tanto, la ecuación 5.6 pretende describir el comportamiento de los resultados, así como ofrecer una opción de predimensionamiento óptimo en cuanto a peralte, debido a que tanto la separación como el ancho del nervio dependen del área de acero de la varilla a utilizar.

Por esta razón, se intentó deducir una expresión con base en la relación  $M_U$  sobre  $M_R$ , consiguiendo obtener la ecuación 5.9, la cual representa el porcentaje de acero necesario, que es la misma a la ecuación 1.16, pero en este caso de manera detallada.

$$p_{nec} = \left( 1 - \sqrt{1 - 2 \left( \frac{Sep}{b} \right) \left( \frac{\text{coef. } M \cdot \text{constante}}{F_R d^2 f_c''} \right)} \right) \cdot \frac{f_c''}{f_y} \quad (5.9)$$

El valor de  $b$  de la ecuación 5.9, es el indicado en la tabla 3 correspondiente al momento que se esté analizando. Sin embargo, en el caso de los momentos negativos la relación entre la separación entre nervios y el ancho del alma, fue igual a la obtenida mediante la ecuación 5.6, donde está representada como 1 entre la relación  $b'$  sobre  $Sep$ .

Una observación relevante, que parece cumplirse en tableros aislados, es que existió una relación casi constante entre el  $A_{s,nec}$  del momento negativo y el  $A_{s,nec}$  del momento positivo (ecuación 5.10), dicha relación esta alrededor de  $0.70 \pm$

0.03, lo cual sugiere una ayuda de predimensionamiento, de modo que calculando el área de acero para un momento ya sea positivo o negativo, se puede obtener el área de acero aproximado para el momento opuesto, pero en el mismo sentido. Con este procedimiento se evaluaría qué tan cerca se encuentran las áreas de acero calculadas con respecto a una varilla comercial para tomar una decisión ahorrando algunos pasos.

$$\frac{A_{s,nec} \text{ para } M_{neg}}{A_{s,nec} \text{ para } M_{pos}} \approx 0.7 \quad (5.10)$$

## 5.2 Predimensionamiento de losas aligeras en dos direcciones a través de expresiones

Con el propósito de comprobar las expresiones presentadas en este capítulo, se decidió realizar dos ejemplos de predimensionamientos basándose en algunos tableros de los que analizaron con el algoritmo y hacer una comparación con los resultados obtenidos con dichas ecuaciones.

### 5.2.1 Ejemplo 1

Para el primer ejemplo se desarrolló el predimensionamiento de un tablero con dimensiones de 5.5 por 5.5 m con una carga viva máxima de 350 kg/m<sup>2</sup> y un concreto con el  $f_c'$  igual a 250 kg/cm<sup>2</sup>, además de considerar un espesor de capa igual a 4 cm.

Como primer paso, se calculó el primer miembro de la ecuación 5.6, como se presenta en la expresión 5.11.

$$\frac{0.5 \cdot 0.75 \cdot \sqrt{250}}{1.15 \left( 0.95 - 0.5 \cdot \frac{5.5}{5.5} \right)} \cdot 100 \% = 11.4575 \quad (5.11)$$

Posteriormente, se procedió a determinar cada uno de los términos del segundo miembro de la expresión 5.6 variando el valor de  $h$ , hasta obtener un resultado aproximado a 11.4575. Este procedimiento se realizó a través de una hoja electrónica; sin embargo, cualquier otro medio puede ser válido con el fin de encontrar el valor del peralte total.

En esta hoja electrónica se realizó la tabla 11, donde en la primera columna se colocaron los distintos peraltes a evaluar. En la segunda columna se encuentra el valor de  $d$  obtenida de la ecuación 1.2, donde el recubrimiento fue de 1.5 mientras que el diámetro de la varilla se propuso de 2 cm por lo que al peralte total se le restaron 2.5 cm. La relación entre el ancho del alma y la separación entre nervios se calculó empleando la expresión 5.5. Así también el valor  $W_U$  se determinó con la ecuación 5.7. En la quinta columna se realizó una operación sencilla restando la mitad del claro corto menos el peralte efectivo. Finalmente, en la última columna se multiplicó cada uno de los términos para determinar el segundo miembro de la ecuación 5.6.

Tabla 11. Desarrollo del segundo miembro de la ecuación 5.6 con distintos peraltes para el ejemplo 1, elaborada con hoja electrónica.

$h$ (cm)	$d$ (cm)	$\frac{1}{\left(\frac{b'S_c}{Sep.S_c}\right)}$	$\frac{W_U}{d}$	$\left(\frac{a_1}{2} - d\right)$	$\frac{1}{\left(\frac{b'S_c}{Sep.S_c}\right)} \cdot \frac{W_U}{d} \cdot \left(\frac{a_1}{2} - d\right)$
10	7.5	6.124	0.0116	267.5	18.9975
11	8.5	6.499	0.0103	266.5	17.8418
12	9.5	6.845	0.0093	265.5	16.8576
13	10.5	7.169	0.0084	264.5	16.0099
14	11.5	7.476	0.0078	263.5	15.2716
15	12.5	7.769	0.0072	262.5	14.6220
16	13.5	8.049	0.0067	261.5	14.0452
17	14.5	8.319	0.0062	260.5	13.5289
18	15.5	8.579	0.0059	259.5	13.0633
19	16.5	8.832	0.0055	258.5	12.6406
20	17.5	9.077	0.0052	257.5	12.2547
21	18.5	9.316	0.0050	256.5	11.9004
22	19.5	9.549	0.0047	255.5	11.5736
23	20.5	9.776	0.0045	254.5	11.2709
24	21.5	9.998	0.0043	253.5	10.9894

Como se observó, el valor de 11.4575 se encontró entre el peralte de 22 y 23 cm, por lo que se decidió utilizar el mayor, es decir 23 cm cuyo peralte efectivo fue de 21.5 cm, el cual se comparó con el peralte efectivo mínimo descrito por la norma en el apartado 7.5.1 ((NTCDyCEC, 2017). En este apartado el concreto que se consideró fue clase 1 y la losa fue monolítica con sus apoyos. Además de que,

para evaluar la carga en condiciones de servicio, se aplicó la ecuación 5.8 para obtener el peso de la losa y poder calcular la carga muerta aproximada, agregándole el peso de los acabados y los 40 kg/m<sup>2</sup> que sugiere la norma. El resultado obtenido del peralte efectivo mínimo fue de 12.63 cm, tal como se muestra en la ecuación 5.12.

$$d_{min} = \frac{(4 \cdot 550cm) \cdot 1.25}{250} \cdot 0.032 \sqrt[4]{2520 \frac{kg}{cm^2} \cdot 658 \frac{kg}{m^2}} = 12.63cm \quad (5.12)$$

Como se aprecia, el peralte efectivo que se propuso fue superior al mínimo, por lo tanto, se cumplió con esta condición para evitar el cálculo de deflexiones.

También se pudo notar en la tabla 11 que para un peralte de 23 cm le correspondió una relación entre la separación de nervaduras y el ancho del alma de 9.776, la cual se debió cumplir para encontrar una opción óptima para este peralte.

Para encontrar los valores óptimos de los anchos de los nervios y la separación entre estos, se consideraron algunas restricciones. Por ejemplo, la separación entre nervios no debió ser mayor a un sexto del claro en el sentido en que se mide la separación, por lo que las opciones ideales para el ancho del alma y para la separación entre nervaduras de este tablero se encuentran en la tabla 12, donde estos resultados fueron obtenidos por medio de los intervalos descritos en las expresiones 5.13 y 5.14.

$$b' = \left[ 8 \text{ cm} , \frac{a}{6} \cdot \frac{b'}{Sep} \right] \quad (5.13)$$

$$Sep = \left[ 8 \text{ cm} \cdot \frac{Sep}{b'} , \frac{a}{6} \right] \quad (5.14)$$

Otra restricción que se tomó en cuenta fue con respecto al área de acero mínimo y máximo que establece la norma en los apartados 5.1.4.1 y 5.1.4.2, respectivamente, que al estar en función de  $b'$ , entre mayor fuera  $b'$  mayor sería el área de acero permitida.

Tabla 12. Límites de  $b'$  y  $Sep.$  para el ejemplo 1.

	Límite inferior	Límite superior
<b><math>b'S_c</math></b>	8 cm	9 cm
<b><math>b'S_L</math></b>	8 cm	9 cm
<b><math>Sep.S_c</math></b>	78 cm	92 cm
<b><math>Sep.S_L</math></b>	78 cm	92 cm

Para calcular las áreas de acero requeridas, primero se calcularon los porcentajes de acero para los momentos negativos en ambos sentidos. Esto debido a que, con los momentos negativos se pudo obtener un valor aproximado al área de acero requerido para los momentos positivos, de acuerdo con la observación indicada en la expresión 5.10.

Los porcentajes de acero requerido para los momentos últimos negativos en el sentido corto y en el sentido largo (ecuaciones 5.15 y 5.16, respectivamente), se calcularon con la ecuación 5.9 considerando la relación  $Sep$  sobre  $b'$  como la obtenida en la tabla 11.

$$p_{nec} \text{ para } M_{U,Neg,SC} = 0.006 \quad (5.15)$$

$$p_{nec} \text{ para } M_{U,Neg,SL} = 0.006 \quad (5.16)$$

Con este porcentaje se calculó el área de acero requerida por medio de la ecuación 1.9, donde  $b$  es igual a lo indicado en la tabla 3. Adicionalmente, se multiplicó este resultado por 1.33, con base en lo mencionado en el último párrafo del apartado 1.1.6.4 de esta tesis.

Con el fin de observar las diferentes  $A_{s,nec}$  para la losa en función de los intervalos del ancho del alma, se realizaron las tablas 13 y 14, donde se varía el valor de  $b'$  para ambos sentidos, comenzando en 8 cm hasta llegar al límite indicado, tal como se muestra en la primera columna. En la segunda columna se encuentra el área de acero necesaria, mientras que en la tercera se colocó un aproximado del área de acero que necesita el momento positivo. Además, también está el área de acero mínimo y máximo para cada  $b'$ .

Tabla 13. Áreas de acero necesarias para el  $S_C$  en función de  $b'$  para el ejemplo 1.

$b'$	$A_{s,nec}$		$A_{s,mín}$	$A_{s,máx}$
	$MU_{Neg,SC}$	$MU_{Pos,SC}$		
<b>(cm)</b>	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )
<b>8</b>	1.31	1.87	0.43	3.73
<b>9</b>	1.47	2.10	0.49	4.20

Tabla 14. Áreas de acero necesarias para el  $S_L$  en función de  $b'$  para el ejemplo 1.

$b'$	$A_{s,nec}$		$A_{s,mín}$	$A_{s,máx}$
	$MU_{Neg,SL}$	$MU_{Pos,SL}$		
<b>(cm)</b>	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )
<b>8</b>	1.31	1.87	0.43	3.73
<b>9</b>	1.47	2.10	0.49	4.20

Como se observó, en las tablas 13 y 14 se presentan valores iguales, debido a que el tablero es cuadrado, lo que indica que su armado será el mismo en ambos sentidos.

Con base en estas áreas de acero necesarias, se pudo dar una propuesta del armado que podría contener la losa. Para los momentos negativos para cualquier ancho  $b'$ , la varilla que fue recomendable utilizar fue la número 5, cuya área de acero es 1.98 cm<sup>2</sup>, la cual cumplió con el  $A_{s,mín}$  y el  $A_{s,máx}$ . Por otro lado, en el momento último positivo con un  $b'$  de 8 cm, la varilla propuesta fue la número 5, mientras que para un  $b'$  igual a 9 cm fue una varilla del número 6.

Para poder decidir qué ancho utilizar, se desarrolló un promedio de las eficiencias en función de las áreas de acero necesarias y las áreas de acero propuestas, tal como se muestra en las tablas 15 y 16.

Tabla 15. Relación entre  $A_{s,nec}$  y  $A_{s,prop}$  con  $b'$  igual a 8 cm, para ambos sentidos. Ejemplo 1

	$A_{s,nec}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,prop}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,nec} / A_{s,prop}$ (%)
<b>MU,Neg,SC</b>	1.31	1.98	66.16
<b>MU,Pos,SC</b>	1.87	1.98	94.94
<b>MU,Neg,SL</b>	1.31	1.98	66.16
<b>MU,Pos,SL</b>	1.87	1.98	94.94

Suma= 321.20 %

÷ 4

Promedio= 80.30 %

Tabla 16. Relación entre  $A_{s,nec}$  y  $A_{s,prop}$  con  $b'$  igual a 9 cm, para ambos sentidos. Ejemplo 1

	$A_{s,nec}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,prop}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,nec} / A_{s,prop}$ (%)
<b>MU,Neg,SC</b>	1.47	1.98	74.24
<b>MU,Pos,SC</b>	2.10	2.85	73.68
<b>MU,Neg,SL</b>	1.47	1.98	74.24
<b>MU,Pos,SL</b>	2.10	2.85	73.68

Suma= 295.84 %

÷ 4

Promedio= 73.96 %

Según lo mostrado en las tablas 15 y 16, lo más eficiente fue utilizar un  $b'$  igual a 8 cm en ambos sentidos, puesto que su promedio de la eficiencia del acero fue mayor que la obtenida por las áreas de acero necesario con un ancho de 9 cm.

Una vez definido el ancho del alma, se procedió a calcular la separación entre nervaduras a través de la relación obtenida en la columna 3 de la tabla 11. Despejando dicha relación se obtiene una separación en ambos sentidos de 78 cm como se indica en la ecuación 5.17.

$$Sep.S_C = Sep.S_L = 9.776 \cdot 8 \text{ cm} \approx 78 \text{ cm} \quad (5.17)$$

Con este predimensionamiento, se evaluó en una hoja electrónica para conocer los valores reales y comprobar los resultados obtenidos con estas ecuaciones.

En la figura 27 se observan los resultados obtenidos a través de la hoja electrónica elaborada con el fin de corroborar los datos. En dicha figura se aprecia que, con las características propuestas se alcanzan eficiencias aproximadas a lo óptimo.

### Dimensiones

$t$ (cm)	$h$ (cm)	$b'S_C$ (cm)	$b'S_L$ (cm)	$Sep.S_C$ (cm)	$Sep.S_L$ (cm)
4	23	8	8	78	78

### Refuerzo a flexión

	$A_{s,nec}$ (cm <sup>2</sup> )	Varilla propuesta #	$M_U$ (kg·m/nervio)	$M_R$ (kg·m/nervio)	$M_U/M_R$ (%)
$M_{U,Neg,SC}$	1.322	5	724.27	1049.80	69%
$M_{U,Neg,SL}$	1.325	5	725.41	1049.80	69%
$M_{U,Pos,SC}$	1.906	5	1099.94	1141.73	96%
$M_{U,Pos,SL}$	1.905	5	1099.11	1141.73	96%

### Cortante

	$V_U$ (kg/nervio)	$V_{CR}$ (kg/nervio)	$V_U/V_{CR}$ (%)
$S_C$	957.07	972.40	98%
$S_L$	957.07	972.40	98%

### Relación de pesos

$W_{losa}$ (kg/m <sup>2</sup> )	$W_{losa\ macz}$ (kg/m <sup>2</sup> )	$\frac{W_{losa}}{W_{losa\ macz}}$
179.80	552.00	33%

Figura 27. Resultados del predimensionamiento del ejemplo 1, analizadas por una hoja electrónica.

Comparando estos resultados con los obtenidos por medio del algoritmo, los cuales se presentan en la tabla 8, se nota que las secciones son diferentes, por un lado, tenemos que a través de las ecuaciones, el peralte total resultó mayor

que el peralte obtenido por el algoritmo; no obstante, la sección propuesta por el programa ofrece un mayor ancho del alma, así como una mayor separación entre nervaduras. Con respecto al área de acero, con un peralte de 23 cm se requirió menos acero manteniendo todas las varillas del número 5, tanto para momentos positivos como negativos, mientras que para el peralte de 19 cm se necesitó emplear varillas del número 6 para los momentos positivos.

Las eficiencias de momento y cortante, resultaron ser mejores en la sección dada por el algoritmo; no obstante, la relación de pesos probó ser mejor la obtenida a través de las expresiones. Al tener 3 eficiencias superiores, la opción ofrecida por el programa resulta ser la óptima; sin embargo, ambas opciones pueden ser válidas de acuerdo con lo que busque cada diseñador.

### 5.2.2 Ejemplo 2

Para este ejemplo se analizó un tablero de 3 por 6 m con una carga viva máxima de 190 kg/m<sup>2</sup>, así como un concreto con  $f_c'$  igual a 250 kg/cm<sup>2</sup>, considerando un espesor de capa de 4 cm.

Como en el ejemplo anterior, se comenzó calculando el primer miembro de la ecuación 5.6, obteniendo el resultado presentado en la siguiente expresión:

$$\frac{0.5 \cdot 0.75 \cdot \sqrt{250}}{1.15 \left( 0.95 - 0.5 \cdot \frac{3.0}{6.0} \right)} \cdot 100 \% = 7.3656 \quad (5.18)$$

Posteriormente, se desarrolló la tabla 17, donde se observa que el valor obtenido en el primer miembro de la ecuación, el cual es de 7.3656, se encuentra entre un peralte de 9 y 10 cm, por lo cual se eligió 10 cm. No obstante, se comparó el peralte efectivo contra el peralte efectivo mínimo establecido por la norma, considerando las mismas condiciones del primer ejemplo.

$$d_{min} = \frac{(1800cm) \cdot 1.25}{250} \cdot 0.032 \sqrt[4]{2520 \frac{kg}{cm^2} \cdot 455 \frac{kg}{m^2}} = 9.42cm \quad (5.19)$$

Tabla 17. Desarrollo del segundo miembro de la ecuación 5.6 con distintos peraltes para el ejemplo 2, elaborada con hoja electrónica.

$h$ (cm)	$d$ (cm)	$\frac{1}{\left(\frac{b'S_c}{Sep.S_c}\right)}$	$\frac{W_U}{d}$	$\left(\frac{a_1}{2} - d\right)$	$\frac{1}{\left(\frac{b'S_c}{Sep.S_c}\right)} \cdot \frac{W_U}{d} \cdot \left(\frac{a_1}{2} - d\right)$
9	6.5	5.710	0.0096	143.5	7.8598
10	7.5	6.124	0.0084	142.5	7.3276
11	8.5	6.499	0.0075	141.5	6.8768
12	9.5	6.845	0.0067	140.5	6.4912
13	10.5	7.169	0.0062	139.5	6.1577
14	11.5	7.476	0.0057	138.5	5.8660

Al seguir las operaciones correspondientes, se observó que el peralte efectivo mínimo (ecuación 5.19) es superior al peralte efectivo generado por los 10 cm por lo que, para cumplir con esta condición el peralte total se incrementó a 12 cm. Una vez más se calculó el  $d_{min}$  (ecuación 5.20) puesto que, al incrementarse el peralte, el peso óptimo calculado con la ecuación 4.1 varió. Esto se debió a que la ecuación está directamente relacionada con el peralte.

$$d_{min} = \frac{(1800cm) \cdot 1.25}{250} \cdot 0.032 \sqrt[4]{2520 \frac{kg}{cm^2} \cdot 464 \frac{kg}{m^2}} = 9.47cm \quad (5.20)$$

El resultado del peralte mínimo calculado con la corrección del peralte a los 12 cm fue de 9.47 cm, notando que la diferencia entre este  $d_{min}$  y el calculado con 10 cm no fue significativa, por lo cual se decidió mantener un peralte de 12 cm.

Al analizar el resultado del segundo miembro de la ecuación 5.6 en la tabla 17 para un peralte de 12 cm, el cual es 6.4912, se observó que no se cumplía la igualdad establecida en la ecuación 5.6. Para corregir esta discrepancia y lograr el cumplimiento de la igualdad, fue necesario ajustar la relación entre la separación de nervaduras y el ancho del alma. Esto se logró despejando la relación de dicha ecuación y sustituyendo los términos por los valores obtenidos en la tabla 17, tal como se muestra en la ecuación 5.21.

$$\frac{Sep}{b'} = \frac{7.3656}{0.0067 \cdot 140.5} = 7.82 \quad (5.21)$$

De igual forma que el ejemplo 1, se establecieron los rangos ideales utilizando las mismas expresiones presentadas en dicho ejemplo, con las que se encontraron valores cercanos a lo óptimo. Sin embargo, se calculó que, para la separación entre nervaduras en el sentido corto, la mínima dimensión para obtener una eficiencia óptima a cortante debió ser de 62.56 cm, lo que sobrepasa la separación máxima establecida por la norma, que no debe ser mayor a un sexto del claro en el sentido en que se mide la separación, es decir, 50 cm como máximo para el sentido del claro corto. Por lo tanto, se utilizó esta dimensión para la separación entre nervaduras en dicho sentido, así como un ancho de alma igual a 8 cm, debido a que con esto se acerca a la relación óptima, así como se presenta en la ecuación 5.22. Obteniendo como límites los mostrados en la tabla 18.

$$\frac{Sep.S_C}{b'S_C} = \frac{50cm}{8cm} = 6.25 \quad (5.22)$$

Tabla 18. Límites de  $b'$  y  $Sep.$  para el ejemplo 2.

	Límite inferior	Límite superior
<b><math>b'S_C</math></b>	8 cm	8 cm
<b><math>b'S_L</math></b>	8 cm	12 cm
<b><math>Sep.S_C</math></b>	50 cm	50 cm
<b><math>Sep.S_L</math></b>	63 cm	100 cm

Para obtener el porcentaje de acero para los momentos negativos se empleó la ecuación 5.9; no obstante, la relación entre la separación entre nervaduras y el ancho del alma fue diferente para los dos sentidos, mientras que en el sentido corto se utilizó 6.25, en el sentido largo la relación que se ocupó fue de 7.82, obteniendo así los siguientes resultados presentados en las ecuaciones 5.23 y 5.24.

$$p_{nec} \text{ para } M_{U,Neg,SC} = 0.0061 \quad (5.23)$$

$$p_{nec} \text{ para } M_{U,Neg,SL} = 0.0045 \quad (5.24)$$

Al igual que el ejemplo anterior, se realizaron las tablas 19 y 20 con las áreas de acero necesarias calculadas con la ecuación 1.9, que se multiplicaron por 1.33. Asimismo, se calculó el área de acero máximo y mínimo. En el caso del  $A_{s,nec}$  para los momentos positivos se siguió calculando con la ecuación 5.10, a pesar de que la relación  $Se_p$  entre  $b'$  en el sentido corto no fuera la óptima.

Tabla 19. Áreas de acero necesarias para el  $S_C$  en función de  $b'$  para el ejemplo 2.

$b'$	$A_{s,nec}$		$A_{s,mín}$	$A_{s,máx}$
	$MU_{Neg,SC}$	$MU_{Pos,SC}$		
(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )
8	0.62	0.88	0.20	1.73

Tabla 20. Áreas de acero necesarias para el  $S_L$  en función de  $b'$  para el ejemplo 2.

$b'$	$A_{s,nec}$		$A_{s,mín}$	$A_{s,máx}$
	$MU_{Neg,SL}$	$MU_{Pos,SL}$		
(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )
8	0.46	0.66	0.2	1.73
9	0.52	0.74	0.23	1.95
10	0.57	0.82	0.25	2.16
11	0.63	0.90	0.28	2.38
12	0.69	0.98	0.30	2.60

Como se observó en la tabla 19, el área de acero necesaria para el momento negativo en el sentido corto se ajusta a una varilla del número 3, mientras que, para el momento positivo, la varilla a utilizar fue la del número 4 cuya área es de 1.27 cm<sup>2</sup>, lo que está dentro de los límites permitidos.

En el caso del sentido largo, se presentaron diferentes opciones a tomar en cuenta, tal como se muestra en la tabla 20; sin embargo, se descartaron automáticamente tres alternativas, debido a que cuatro opciones compartían la misma configuración de varillas, pero la última de ellas se ajustaba mejor a las

varillas propuestas, por lo que se analizaron las eficiencias de las dos soluciones restantes, siendo estas:  $b'$  igual a 8 cm y  $b'$  igual a 12 cm.

Observando las tablas 21 y 22, se llegó a la conclusión de que lo más eficiente era proponer un ancho de alma en el sentido corto igual a 8 cm y un ancho de alma en el sentido largo de 12 cm. Así como una separación entre nervaduras en el sentido corto igual a 50 cm.

Tabla 21. Relación entre  $A_{s,nec}$  y  $A_{s,prop}$  con  $b'$  igual a 8 cm para ambos sentidos. Ejemplo 2

	$A_{s,nec}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,prop}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,nec} / A_{s,prop}$ (%)
<b>MU,Neg,SC</b>	0.62	0.71	87.32
<b>MU,Pos,SC</b>	0.88	1.27	69.29
<b>MU,Neg,SL</b>	0.46	0.71	64.79
<b>MU,Pos,SL</b>	0.66	0.71	92.96

Suma= 314.36 %

÷ 4

Promedio= 78.59 %

Tabla 22. Relación entre  $A_{s,nec}$  y  $A_{s,prop}$  con  $b'$  igual a 8 cm para SC y 12 cm para SL. Ejemplo 2

	$A_{s,nec}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,prop}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,nec} / A_{s,prop}$ (%)
<b>MU,Neg,SC</b>	0.62	0.71	87.32
<b>MU,Pos,SC</b>	0.88	1.27	69.29
<b>MU,Neg,SL</b>	0.69	0.71	97.18
<b>MU,Pos,SL</b>	0.98	1.27	77.16

Suma= 330.95 %

÷ 4

Promedio= 82.74 %

Para obtener la separación entre nervaduras en el sentido largo, se utilizó la relación  $Sep.S_L$  entre  $b'S_L$  la cual fue igual a 7.82, por lo que dicha separación correspondió a indicado en la ecuación 5.25.

$$Sep.S_L = 7.82 \cdot 12 \text{ cm} \approx 94 \text{ cm} \quad (5.25)$$

Finalmente, se empleó la hoja electrónica, para evaluar este predimensionamiento, comprobar y comparar los resultados obtenidos, consiguiendo así la figura 28.

### Dimensiones

$t$ (cm)	$h$ (cm)	$b'S_C$ (cm)	$b'S_L$ (cm)	$Sep.S_C$ (cm)	$Sep.S_L$ (cm)
4	12	8	12	50	94

### Refuerzo a flexión

	$A_{s,nec}$ (cm <sup>2</sup> )	Varilla propuesta #	$M_U$ (kg·m/nervio)	$M_R$ (kg·m/nervio)	$M_U/M_R$ (%)
$M_{U,Neg,SC}$	0.625	3	158.45	178.99	89%
$M_{U,Neg,SL}$	0.694	3	178.82	183.46	97%
$M_{U,Pos,SC}$	0.908	4	241.80	335.25	72%
$M_{U,Pos,SL}$	1.014	4	270.94	337.57	80%

### Cortante

	$V_U$ (kg/nervio)	$V_{CR}$ (kg/nervio)	$V_U/V_{CR}$ (%)
$S_C$	362.23	450.62	80%
$S_L$	680.98	675.94	101%

### Relación de pesos

$W_{losa}$ (kg/m <sup>2</sup> )	$W_{losa macz}$ (kg/m <sup>2</sup> )	$\frac{W_{losa}}{W_{losa macz}}$
140.48	288.00	49%

Figura 28. Resultados del predimensionamiento del ejemplo 2, analizadas por una hoja electrónica.

En la figura 28, se demostró que se alcanzaron eficiencias óptimas y se obtuvieron valores cercanos a los datos calculados a través de las ecuaciones

presentadas en este capítulo. Además, se observó que se lograron obtener las mismas dimensiones que fueron obtenidas por el algoritmo, las cuales se presentaron en la tabla 6.

Al igual que en este ejemplo, se encontraron algunos tableros en los que se utilizó el  $d_{min}$  y la separación máxima entre nervaduras, debido a las restricciones establecidas por la norma, teniendo como consecuencia eficiencias bajas en estos casos.

## **CAPÍTULO VI. VIBRACIÓN DE LOSAS ALIGERADAS OPTIMIZADAS**

Los sistemas de entrepiso son susceptibles a vibraciones generadas principalmente por el tránsito de las personas o maquinas. Al entrar en vibración, la estructura puede llegar a la resonancia, lo que puede provocar daños estructurales. Por esta razón es recomendable realizar un análisis donde se compruebe que los elementos no presentan este fenómeno.

En losas, comúnmente este análisis se emplea para conocer la respuesta a vibración en sistemas de losacero, donde se llegan a presentar vibraciones considerables. Sin embargo, al proponer losas aligeradas con un peso propio menor a lo usualmente utilizado, puede ser pertinente desarrollar este tipo de análisis para estas losas aligeradas con características óptimas obtenidas por el algoritmo genético.

Las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Acero 2017 (NTCDyCEA, 2017), apartado 11.5, hacen una mención más amplia sobre el tema que en cualquier otra sección de las normas, dando las características dinámicas del sistema de piso, las cuales son: frecuencia natural, amortiguamiento, masa y rigidez. Como se mencionó, al proponer losas con una masa y rigidez menor a lo acostumbrado, las características dinámicas del sistema cambian, dando un punto a favor de verificar este parámetro.

En el mismo apartado, la norma sugiere algunas ecuaciones que pueden llegar a utilizarse para el cálculo de la frecuencia natural; no obstante, determinar alguna de esas expresiones puede resultar complejo por todos los elementos del piso a considerar. Por esta razón, se decidió realizar el análisis de vibraciones de estas losas aligeradas con ayuda de un programa de análisis estructural, obteniendo como resultado los modos de vibración que afectan a la losa, así como sus respectivas frecuencias y periodos, con los que se pretende verificar que se cumplan con lo recomendado por la normativa.

## 6.1 Modelado de losas aligeradas

Se analizaron algunos tableros con diferentes dimensiones, que se consideraron que contenían las condiciones más desfavorables para este análisis. El tablero de 3 por 3 metros fue uno de estos, pues tiene uno de los menores peraltes de losa. También, se analizó el tablero de 6 por 6 metros, por ser el de mayor dimensión. Por último, se consideró el tablero de 4 por 6 metros, cuya relación  $m$  es menor que 1, para conocer que tanto afecta la forma del tablero a la vibración de este.

Las características de estos tableros son las propuestas bajo las cargas vivas máximas ( $C_{V_{máx}}$ ) de 190 y 350 kg/m<sup>2</sup>, debido a que son las condiciones de borde, donde en la carga viva máxima de 190 kg/m<sup>2</sup> se tienen los menores espesores de losas, por lo tanto, menor rigidez. Por otro lado, los tableros con  $C_{V_{máx}}$  de 350 kg/m<sup>2</sup> tienen una mayor rigidez al contemplar mayores espesores de losa.

Se definió a las nervaduras como secciones rectangulares elaboradas con concreto reforzado, con dimensiones propuestas por el algoritmo genético, las cuales se encuentran en las tablas 6 y 8. En el caso de la capa de compresión, se modeló como una sección de área de 4 cm de espesor, asumida como concreto simple, colocándola en cada módulo creado por la separación entre nervaduras en las dos direcciones, así como se observa en la figura 29.

Para el modelado de los tableros se consideraron bajo la condición de un grado de libertad. Al ser tableros aislados, se crearon vigas perimetrales que soportaron las acciones que actuaron sobre la losa, adicionalmente se ajustó el factor de torsión de dichas vigas a un coeficiente del 0.5, para así poder conservar un grado de congruencia con los valores obtenidos en tabla 3.3.1 de las NTCDyCEC 2017, que, aunque no se obtuvieron los mismos momentos, si se cumplió con la condición de que los momentos positivos sean mayores que los negativos.

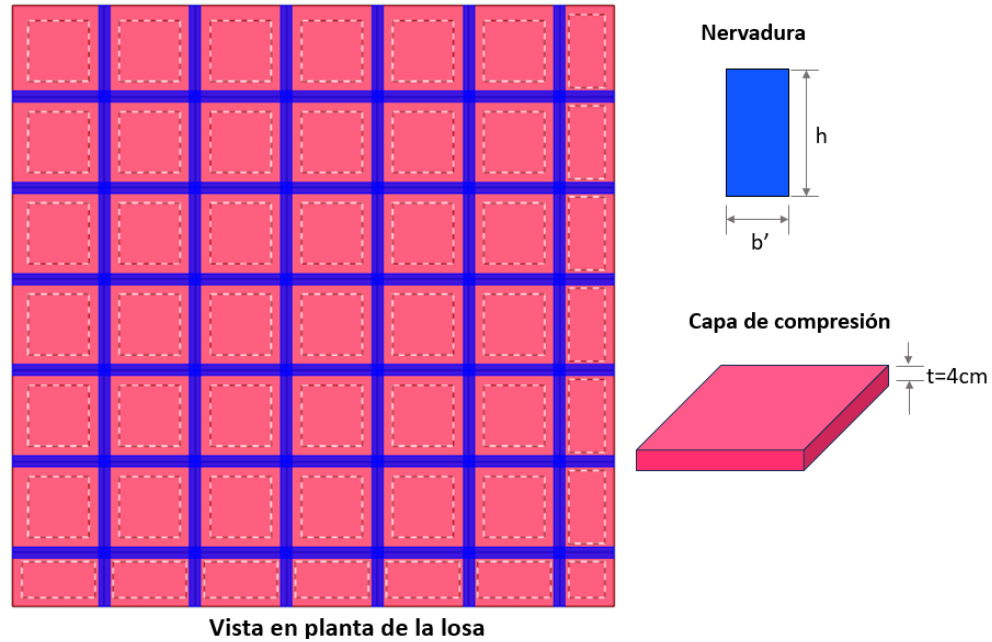


Figura 29. Modelado de nervaduras y capa de compresión de una losa aligerada en dos direcciones. Elaborado por un programa de análisis estructural.

Asimismo, se colocaron columnas cuadradas en cada vértice con una altura de 3 m con apoyos empotrados en sus extremos, tal como se muestra en la figura 30. Cabe mencionar que todos los elementos modelados (vigas, columnas y losa), fueron asumidos como concreto clase 1 con un  $f_c'$  de 250 kg/cm<sup>2</sup>.

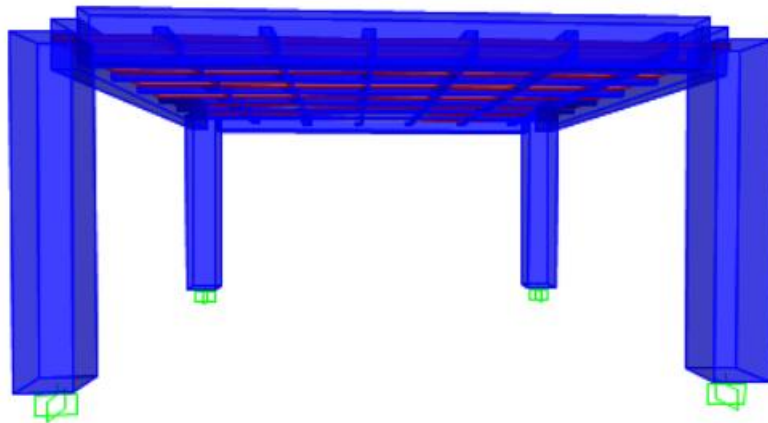


Figura 30. Modelado de tablero en condición de un grado de libertad. Elaborado por un programa de análisis estructural.

Las dimensiones tanto para columnas como para vigas se propusieron con base en las NTCDyCEC 2017, requisitos geométricos mínimos de diseño para estructuras de alta ductilidad. Además, se siguieron algunos criterios de diseño que aparecen en el libro de Blanco (2014), como el mostrado en la expresión 6.1, que fue utilizada para el predimensionamiento del peralte de las vigas. En la tabla 23 se muestran los peraltes y anchos de las vigas perimetrales para cada tablero, así como su ancho de columnas.

$$h_{viga} \approx \frac{L}{12} \quad (6.1)$$

donde:

$h_{viga}$  = peralte de la viga;

$L$  = longitud del claro libre.

Tabla 23. Dimensiones de vigas y columnas para el análisis de losas aligeradas.

Dimensiones del tablero (m)	Peralte de viga en $a_1$ (cm)	Peralte de viga en $a_2$ (cm)	Ancho de viga (cm)	Ancho de columnas cuadradas (cm)
3m x 3m	25	25	25	30
4m x 6m	35	50		
6m x 6m	50	50		

## 6.2 Acciones para el análisis por vibración de losas aligeradas en dos direcciones

Para la evaluación de la vibración de losas aligeradas en dos direcciones, se realizaron diferentes análisis con diferentes combinaciones de acciones de carga que actuaron con fuente de masa, a fin de encontrar la opción con la que la frecuencia fuera la más desfavorable para este análisis.

Entre las combinaciones de acciones de carga consideradas para la fuente de masa se obtuvieron las siguientes:

- a) Peso propio de los elementos estructurales ( $PP$ ).
- b) Carga muerta ( $C_M$ ), es decir, peso propio de los elementos estructurales más el peso por acabados.
- c) Carga muerta más carga viva media ( $C_M + C_{Vmed}$ ).
- d) Carga muerta más carga viva instantánea ( $C_M + C_{Vins}$ ).

### 6.3 Modos de vibración y frecuencias resultantes

En el programa de análisis se simularon diferentes modos de vibración que afectan a toda la estructura; sin embargo, unos pocos influyen directamente a la losa. En la figura 31, se muestran los modos de vibración contemplados por el software en uno de los ejemplos analizados, en la columna UZ se encuentran sus factores de participación ( $FP$ ) los cuales representan la influencia que tienen en el sentido de Z, es decir, en el sentido donde la losa es afectada por la vibración.

StepType Text	StepNum Unitless	Period Sec	UX Unitless	UY Unitless	UZ Unitless
Mode	1	0.10655	0	0	0.38
Mode	2	0.05126	0	0	0.000412
Mode	3	0.051257	0	0	1.77E-18
Mode	4	0.038168	0	0	5.279E-16
Mode	5	0.036628	0	0	0.3
Mode	6	0.029767	0	0	0.0003021
Mode	7	0.029762	0	0	2.557E-17
Mode	8	0.028656	0	0	7.502E-07
Mode	9	0.019654	0	0	8.586E-15
Mode	10	0.019635	0	0	0.009094
Mode	11	0.018823	0	0	3.018E-05
Mode	12	0.018818	0	0	3.278E-20

Figura 31. Captura obtenida por un programa de análisis estructural de un ejemplo de los modos de vibración y masas de participación modal para una losa aligerada de 6 por 6 metros.

En este ejemplo, entre los modos de vibración que se observa que afectan en mayor medida al sistema de entre piso están: el modo 1, cuyo factor de participación es de 0.38, así como el modo de vibración 5 con factor de participación igual a 0.3. Los demás *FP* de UZ son cercanos a cero por lo que no representan un modo real de vibración que afecte directamente a la losa. También en la figura 31 del ejemplo, no se observan *FP* en los otros ejes, puesto que se designó en la configuración del programa que no se tomaran en cuenta el análisis en estas direcciones para ahorrar recursos computacionales.

En todos los casos analizados el modo de vibración que rigió fue el número 1, siendo este uno de los modos con un factor de participación considerable y el que contiene la frecuencia más baja de estos. Por esta razón se utilizó la frecuencia del modo 1 para cada tablero con las cargas vivas máximas mencionadas al inicio de este capítulo. Las frecuencias para cada caso se encuentran en la tabla 23, y posteriormente se compararon con la frecuencia recomendada por la norma.

Tabla 23. Frecuencias de los diferentes casos analizados.

Dimension es del tablero (m)	Carga viva máxima (kg/m <sup>2</sup> )	Frecuencia (Hz)			
		Peso propio	$C_M$	$C_M + C_{Vmed}$	$C_M + C_{Vins}$
3m x 3m	190	22.62	16.95	15.07	14.70
	350	22.62	16.95	15.93	12.55
4m x 6m	190	11.37	8.68	7.75	7.57
	350	12.03	9.51	9.01	7.27
6m x 6m	190	8.31	6.36	6.00	5.56
	350	8.90	7.07	6.70	5.42

#### 6.4 Frecuencia recomendada por la norma

Aunque las NTC 2017, no contiene alguna restricción con respecto a las frecuencias, lo que sí indica a manera de nota es lo siguiente:

*Muchas actividades humanas comunes aplican a los pisos fuerzas dinámicas con frecuencia (o armónicos) comprendidos entre 2 y 6 Hz. Si la frecuencia fundamental de vibración del sistema de piso está dentro de esos límites y la actividad es rítmica, puede haber amplificaciones por resonancia; para evitarlas, la frecuencia natural del sistema debe ser del orden de dos veces la de la excitación o sus armónicos, a menos que se coloquen aisladores (NTCDyCEA, 2017, apartado 11.5).*

Tomando en cuenta esta nota y los resultados mostrados en la tabla 23, se puede apreciar que las frecuencias más cercanas a estos límites que indica la norma, en cada caso son en los que se consideró la carga viva instantánea. No obstante, entre mayor fueron las dimensiones del tablero, menores fueron las frecuencias, incluso el tablero de 6 por 6 metros llegó a estar dentro de los límites que pueden provocar resonancia.

Cualquiera que sea la combinación de cargas a considerar, es recomendable cumplir con la nota de la norma. En caso de que se requiera incrementar la frecuencia para alejarse de estos parámetros, se pueden sugerir algunos cambios con respecto al peralte de las vigas, ancho de las columnas e incluso utilizar concreto más resistente, tal como menciona Caballero (2020), que analiza estos aspectos en losas macizas y obtiene la influencia en la estructura al modificarlos.

Esto demuestra que la vibración en losas de entrepiso no solo depende de las características de esta, sino también de todo el sistema en general y se debe evaluar cuál de las opciones es más viable modificar para evitar el efecto de amplificación por resonancia.

## CONCLUSIONES

La investigación realizada a fin de encontrar características óptimas para losas aligeradas en dos direcciones en función del esfuerzo a cortante y a flexión, demuestra que los algoritmos genéticos son una gran herramienta de búsqueda y optimización en cuestión de tiempo y resultados, puesto que se encontraron propuestas de predimensionamiento para cada uno de los tableros analizados, en un tiempo aproximado de 2 minutos por cada tablero.

Además, todas estas propuestas presentadas cumplen con cada una de las recomendaciones presentadas por las NTC 2017, debido a que dentro de la programación del algoritmo se toma en consideración estas recomendaciones como restricciones, descartando automáticamente aquellas propuestas que no las cumplen y se puede ver al momento de comprobar con una hoja electrónica donde quedan implícitas las secciones utilizadas de la norma.

En la función objetivo se establecen los criterios de optimización con lo que trabajó el algoritmo evaluando las eficiencias de cortante, flexión y peso para obtener propuestas óptimas de acuerdo con estos tres aspectos, dándoles factores de importancia a cada uno de ellos, puesto que no fue posible optimizar todos al mismo tiempo.

Para obtener un tiempo de ejecución relativamente corto, se siguieron algunas de las recomendaciones planteadas en la teoría, por ejemplo, el número de individuos fue aproximadamente igual a dos veces la cantidad de bits que conforman cada individuo. Asimismo, la condición de parada o el número de generaciones fue elegida en función de una cantidad determinada de generaciones, donde se observó que se conseguía una opción de predimensionamiento óptima global o muy cercana a esta.

Con respecto a los métodos de selección, cruce y mutación se utilizó como base las herramientas expuestas en la teoría, pero se lograron optimizar estos métodos combinando cada una de sus variantes.

Los dos métodos de selección (torneo y ruleta) fueron usados en diferentes generaciones, aprovechando los aspectos de cada uno. El método de torneo fue ocupado para obtener de manera rápida una opción óptima, mientras que el de ruleta añadió más variabilidad, ya que da más oportunidad a los individuos de probabilidad baja de cruzarse y evitar caer en óptimos locales, que se generaron con el método de torneo.

De la misma manera, las variantes de mutación se desempeñaron en diferentes generaciones, consiguiendo cambiar las características de los individuos de acuerdo con las necesidades y como complemento para los métodos de selección.

Todo este proceso de combinación de métodos se desarrolló aprovechando las generaciones para explorar el mayor campo de opciones posible desde dos enfoques: el primero, creando una mayor diversidad en la población cuando esta se esté haciendo homogénea; y el segundo, forzando a crear poblaciones homogéneas para explorar opciones que estuvieran alrededor de una propuesta óptima. Este proceso fue cíclico en función del número de generaciones en las que se repetía el mejor individuo consecutivamente, también llamadas “mesetas” representadas de una manera visual graficando el mejor individuo de cada generación (figura 21).

Desde luego, para poder explorar diferentes opciones sin perder lo logrado en generaciones anteriores, se decidió proponer una elite de dos individuos, los cuales fueron los mejores de la generación anterior y fueron añadidos a la población para obtener un total de 70 individuos. Con esta cantidad de elite y de individuos, se observó un buen comportamiento del algoritmo, desarrollando un número suficiente de cruces para buscar soluciones sin consumir demasiado tiempo.

A pesar de graficar los resultados obtenidos de cada tablero, no se logró identificar alguna tendencia confiable con la que se pudiera llegar a un predimensionamiento óptimo. Sin embargo, se apreció una correlación entre la altura total de la losa y el peso de la losa que se puede considerar como óptimo

para esa altura. Con esto se dio paso al desarrollo de expresiones que describieran el comportamiento optado por el algoritmo para obtener los resultados presentados. Utilizando y despejando las ecuaciones correspondientes, extraídas de las NTC 2017 se establecieron las expresiones presentadas en el capítulo 5.

Con estas ecuaciones se pretende dar una aportación a la ayuda del predimensionamiento óptimo de losas aligeradas en dos direcciones para distintos tableros, ahorrando la evaluación de múltiples propuestas que el diseñador pudiera dar de acuerdo con su experiencia, la cual puede incluso tener un papel en contra, limitando al diseñador a buscar nuevas alternativas de diseño.

Por último, es importante destacar que esta investigación logró alcanzar cada uno de los propósitos propuestos, presentado diferentes alternativas de diseño para losas aligeradas en dos direcciones, junto con las herramientas para lograr llegar a estas propuestas.

Además, estas losas cumplen con la normatividad correspondiente, añadiendo también un análisis de vibraciones con el que se comprueba que, para evitar el factor de resonancia en el elemento, se pueden ajustar las dimensiones de los elementos que componen al sistema de entrepiso, como la altura de la losa, el peralte de las vigas perimetrales e incluso el ancho de las columnas; sin embargo, esta decisión requiere un análisis más detallado.

Por esta razón, se pueden tomar estas opciones de diseño en cuenta, proporcionando un grado de confianza. Asimismo, se pueden modificar las características que el diseñador considere necesarias para obtener una opción viable, óptima y segura, de acuerdo con el proyecto que se esté desarrollando.

## BIBLIOGRAFÍA

Alander, J. T., 1992. *On optimal population size of genetic algorithms*. Países Bajos, CompEuro 1992 Proceedings Computer Systems and Software Engineering.

Blanco, A., 2014. *Estructuración y Diseño de Edificaciones de Concreto Armado*. Lima: Capítulo de Ingeniería Civil Consejo Departamental de Lima.

Caballero, O., 2020. *UAM Azcapotzalco*. [En línea] Disponible en: <http://zaloamati.azc.uam.mx/handle/11191/9471> [Último acceso: 25 Junio 2023].

Camacho, A., Arenas, A. & Duque, M., 2012. *Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería*. [En línea] Disponible en: [https://www.acofi.edu.co/wp-content/uploads/2014/03/Diseno\\_en\\_ingenieria\\_V12.pdf](https://www.acofi.edu.co/wp-content/uploads/2014/03/Diseno_en_ingenieria_V12.pdf) [Último acceso: Febrero 2023].

Cervera, J., 1993. *Diseño de estructuras en edificación*. Madrid: Departamento de Estructuras de Edificación Universidad Politécnica de Madrid.

Darwin, C., 1859. *The Origin of Species*. s.l.:s.n.

García, A. F., 2010. *sc.ech*. [En línea] Disponible en: <http://www.sc.ehu.es/ccwbayes/docencia/mmcc/docs/temageneticos.pdf> [Último acceso: 28 Febrero 2023].

Genotipia, 2017. *El blog de Genotipia*. [En línea] Disponible en: <https://genotipia.com/conceptos-genetica/> [Último acceso: febrero 2023].

Gestal, M., 2013. *ResearchGate*. [En línea] Disponible en: <https://www.researchgate.net/publication/237812449> Introducción a los Algorit

mos Geneticos

[Último acceso: 1 Marzo 2023].

Goldberg, D. & Samtani, M., 1986. *Engineering optimization via genetic algorithms*. s.l.:Computer Science.

Heyman, J. & Prager, W., 1958. Automatic minimum weight design of steel frames. *Journal of the Franklin Institute*, 266(5), pp. 339-364.

Jenkis, W. M., 1991. Towards structural optimization via the genetic algorithm. *Computers & Structures*, 40(5), pp. 1321-1327.

Londoño, N. G., 2006. *monografias*. [En línea] Disponible en: <https://www.monografias.com/trabajos-pdf/algoritmos-geneticos/algoritmos-geneticos.pdf>

[Último acceso: 18 Enero 2023].

Maxwell, J. C., 1870. *On Reciprocal Figures, Frames and Diagrams of Forces*. New York: Earth and Environmental Science Transactions of the Royal Society of Edinburgh.

Prager, W., 1968. Optimality Criteria in Structural Design. *National Academy of Sciences of the United States of America*, 61(3), pp. 794-796.

Rodrigo, J. A., 2019. *Ciencia de datos*. [En línea] Disponible en: [https://www.cienciadedatos.net/documentos/py01\\_optimizacion\\_ga](https://www.cienciadedatos.net/documentos/py01_optimizacion_ga)

[Último acceso: Enero 2023].

Sanchez, S., Sellés, M. Á., Peydró, M. Á. & Pla-Ferrando, R., 2012. *Nuevas técnicas de optimización de estructuras*. [En línea] Disponible en: <https://www.3ciencias.com/articulos/articulo/nuevas-tecnicas-para-la-optimizacion-de-estructuras/>

[Último acceso: Febrero 2023].

Schlaich, M., 2020. *Un puente más fino que una cascara de huevo* [Entrevista] (23 Marzo 2020).

Watts, J., 2019. *The Guardian*. [En línea]  
Disponible en: <https://www.theguardian.com/cities/2019/feb/25/concrete-the-most-destructive-material-on-earth>  
[Último acceso: 10 Febrero 2023].

## ANEXO 1: CÓDIGO EN PYTHON DEL ALGORITMO GENÉTICO PARA LOSAS ALIGERADAS EN DOS DIRECCIONES

```
import copy
import math
import random
import time
import numpy as np
import pandas as pd
from matplotlib import pyplot as plt

# Preguntas para saber el número de individuos y el número de generaciones
n_ind = input("Número de individuos de la población: ")
n_gen = int(input("Número de generaciones: "))

# el siguiente comando inicia con el conteo del tiempo de ejecución del programa
start = time.time()
hora = ""

# DEFINIR PARAMETROS PARA EL CALCULO DE LA LOSA
# Claro corto
a1 = 400
# Claro largo
a2 = 800
# Relación de claros
m = a1 / a2

# Recubrimiento
r = 1.5

# Propiedades de los materiales
fc = 250
fy = 4200
# pesos volumetricos
pVCrr = 2400
pVCrs = 2200

# Cv máxima
CVmax = 190
# Peso de acabados kg por metro cuadrado
Wacab = 93
# Agregar 40 kg/m2 si el concreto es colado en sitio
norma = 40

# f'c
fcc = 0.85 * fc
# beta 1
if fc > 280:
    beta1 = 1.05 - (fc / 1400)
else:
```

```

beta1 = 0.85

# Factores de resistencia a cortante y a flexión
frcor = 0.75
frfle = 0.9
# Factores de carga para una estructura tipo B
Fcm = 1.3
Fcv = 1.5

E = 14000 * math.sqrt(fc)
v = 0.18
esfuerzoconcreto = 2 * math.sqrt(fc) * 0.8

# Porcentaje minimo, balanceado y maximo
pmin = 0.7 * math.sqrt(fc) / fy
pbal = (fcc * 6000 * beta1) / (fy * (fy + 6000))
pmax = 0.90 * pbal

# COEFICIENTES DE MOMENTO
coefnegSC = -9673.8 * m ** 6 + 30382 * m ** 5 - 34918 * m ** 4 + 17469 * m ** 3 - 3721.3 *
m ** 2 + 222.15 * m + 569.43
coefnegSL = 330
coefposSC = -1424.2 * m ** 6 + 7859.2 * m ** 5 - 13258 * m ** 4 + 9029.9 * m ** 3 - 2476.4 *
m ** 2 - 329.32 * m + 1099.2
if m < 0.5:
    coefposSL = 600 * m + 200
else:
    coefposSL = 500

# CLASE INDIVIDUO
class Individuo:
    # Constructor
    def __init__(self, nVariables=6):

        self.dmin = (2 * a1 + 2 * a2) * 1.25 / 250

        # Cada indice representa una caracteristica
        # [t , h, b'SC, b'SL, Sep.SC, Sep.SL]
        # Indices de las listas [0, 1, 2, 3, 4, 5]
        self.limite_inf = [4, max(10, self.dmin + r + 1), 8, 8, 35, 35]
        self.limite_sup = [10, 45, 15, 15, round(a1 / 6), round(a2 / 6)]
        self.nVariables = nVariables
        # la funcion "np.repeat" crea una lista vacia
        self.caracteristicas = np.repeat(None, nVariables)
        self.Wlosa = None
        self.d = None
        self.momentosPorNervio = None
        self.Vu = None
        self.Vcr = None

```

```

self.Mcr = None
self.AsPropuestas = None
self.pnec = None
self.num_bits = None
self.caracteristicasBinario = None

# Crear individuo
for i in np.arange(nVariables):
    self.caracteristicas[i] = round(random.uniform(self.limite_inf[i], self.limite_sup[i]))

# Corrección del peralte total en caso de que la Relación de esbeltez no se cumpla
if self.caracteristicas[1] / min(self.caracteristicas[2], self.caracteristicas[3]) > 6:
    if min(self.caracteristicas[2], self.caracteristicas[3]) == self.limite_sup[2]:
        self.caracteristicas[1] = round(random.uniform(self.limite_sup[2] * 6,
self.limite_sup[1]))
        print(str(self.caracteristicas[1]) + "  H min")
    else:
        if self.caracteristicas[2] == min(self.caracteristicas[2], self.caracteristicas[3]):
            self.caracteristicas[2] = round(random.uniform(self.caracteristicas[1] / 6,
self.limite_sup[2]))
        if self.caracteristicas[3] == min(self.caracteristicas[2], self.caracteristicas[3]):
            self.caracteristicas[3] = round(random.uniform(self.caracteristicas[1] / 6,
self.limite_sup[3]))

# CALCULOS
def calculoCargas(self, peralteT):

    CM = None
    comprobarPeralte = True
    while comprobarPeralte:
        self.d = peralteT - r - 1
        ppCapa = self.caracteristicas[0] * self.caracteristicas[4] * self.caracteristicas[5] *
pVCrs / 1000000
        ppNervios = (self.caracteristicas[2] * (self.caracteristicas[5] - self.caracteristicas[3])
+
            self.caracteristicas[3] * (self.caracteristicas[4] - self.caracteristicas[2]) +
            self.caracteristicas[3] * self.caracteristicas[2]) * (
                peralteT - self.caracteristicas[0]) * pVCrr / 1000000
        ppCaseton = (peralteT - self.caracteristicas[0]) * (self.caracteristicas[4] -
self.caracteristicas[2]) * (
            self.caracteristicas[5] - self.caracteristicas[3]) * 20 / 1000000

        pModulo = ppCapa + ppCaseton + ppNervios
        self.Wlosa = pModulo * 10000 / (self.caracteristicas[4] * self.caracteristicas[5])

    CM = self.Wlosa + Wacab + norma
    Wservicio = CM + CVmax

# Comprobación del peralte minimo (7.5.2 NTC 2017)

```

```

if Wservicio > 380:
    fs = 0.6 * fy
    dminNorma = self.dmin * 0.032 * (fs * Wservicio) ** (1 / 4)

    # Si el peralte minimo no se cumple entonces obtener otro peralte
    if self.d < dminNorma:
        cambioPeralte = random.choices([True, False], [0.6, 0.4])
        if cambioPeralte == "True":
            peralteT = round(dminNorma + r + 1)
        else:
            peralteT = round(random.uniform(dminNorma + r + 1, self.limite_sup[1]))
        comprobarPeralte = True
    else:
        comprobarPeralte = False
    else:
        comprobarPeralte = False
self.d = peralteT - r - 1
self.Wultimo = Fcm * CM + Fcv * CVmax
self.caracteristicas[1] = peralteT

def calculoMomentos(self,peralte):
    self.calculoCargas(peralte)
    # MOMENTOS
    constante = 0.0001 * self.Wultimo * (a1 / 100) ** 2
    MnegSC = constante * coefnegSC
    MnegSL = constante * coefnegSL
    MposSC = constante * coefposSC
    MposSL = constante * coefposSL

    # Momentos por nervio
    MnegSCNervio = MnegSC * self.caracteristicas[4] / 100
    MnegSLNervio = MnegSL * self.caracteristicas[5] / 100
    MposSCNervio = MposSC * self.caracteristicas[4] / 100
    MposSLNervio = MposSL * self.caracteristicas[5] / 100
    self.momentosPorNervio = [MnegSCNervio, MnegSLNervio, MposSCNervio,
MposSLNervio]

def calculoPorcentajeAcero(self, anchos):

    self.calculoMomentos(self.caracteristicas[1])

    # en caso de que salga valor negativo en la raiz del porcentaje de acero, incrementara el
    peralte para evitar errores
    comprobarRaiz = []
    for indice, momento in enumerate(self.momentosPorNervio):
        comprobarRaiz.append(1 - (2 * momento) / (frfle * anchos[indice] / 100 * fcc *
(self.d) ** 2))

```

```

while min(comprobarRaiz) < 0:

    cambiarD = random.choices([True, False], [0.6, 0.4])
    if cambiarD == True:
        self.d = self.d + 1
    else:
        self.d = round(random.uniform(self.d + 1, self.limite_sup[1] - r - 1))
        # Se vuelve a calcular el peso del elemento y todo lo correspondiente con el peralte incrementado
        self.caracteristicas[1] = self.d + r + 1
        self.calculoMomentos(self.caracteristicas[1])
        for indice, momento in self.momentosPorNervio:
            comprobarRaiz[indice] = 1 - (2 * momento) / (frfle * anchos[indice] / 100 * fcc * (self.d) ** 2)

    # REFUERZO
    self.pnec = []
    for indice, momento in enumerate(self.momentosPorNervio):
        self.pnec.append(
            ((1 - math.sqrt(
                1 - (2 * momento) / (frfle * anchos[indice] / 100 * fcc * (self.d) ** 2))) * fcc / fy) *
1.33)

def calculosGenerales(self, ):
    # Calcular los anchos efectivos en dos direcciones (5.1.1.2 NTC)
    self.bw2efec = min(self.caracteristicas[5] / 2 - self.caracteristicas[3] / 2,
        a2 / 8 - self.caracteristicas[3] / 2,
        8 * self.caracteristicas[0] * 2 + self.caracteristicas[3])

    self.bw1efec = min(self.caracteristicas[4] / 2 - self.caracteristicas[2] / 2,
        a1 / 8 - self.caracteristicas[2] / 2,
        8 * self.caracteristicas[0] * 2 + self.caracteristicas[2])
    anchos = [self.caracteristicas[2], self.caracteristicas[3], self.bw1efec, self.bw2efec]

    self.calculoPorcentajeAcero(anchos)

    # Acero minimo y maximo para sección en sentido Corto
    AsminSC = pmin * self.caracteristicas[2] * self.d
    AsmaxSC = pmax * self.caracteristicas[2] * self.d

    # Acero minimo y maximo para sección en sentido Largo
    AsminSL = pmin * self.caracteristicas[3] * self.d
    AsmaxSL = pmax * self.caracteristicas[3] * self.d

    # Vectores de As
    Asmin = [AsminSC, AsminSL, AsminSC, AsminSL]
    Asmax = [AsmaxSC, AsmaxSL, AsmaxSC, AsmaxSL]

    # Area de acero necesario
    self.Asnec = []

```

```

for indice, porcentajeNec in enumerate(self.pnec):
    self.Asnec.append(max(porcentajeNec * self.d * anchos[indice], Asmin[indice]))

# Area de acero de varillas
AsVarillas = []
for diametroPulg in range(2, 13, 1):
    if diametroPulg != 7 and diametroPulg != 9:
        diametroCm = diametroPulg / 8 * 2.54
        areaVarilla = 3.1416 * (diametroCm ** 2) / 4
        AsVarillas.append(areaVarilla)

# Obtener el As propuesto
self.AsPropuestas = []
AsPropuesta = 0.32
for asnec in self.Asnec:
    i = 0
    while AsVarillas[i] < asnec and i != len(AsVarillas) - 1:
        i += 1
        AsPropuesta = AsVarillas[i]
    self.AsPropuestas.append(AsPropuesta)

# Comprobar si AsPropuestas es menor al Asmax, si no, aumentar peralte
diferenciasAs = []
for indice, asmax in enumerate(Asmax):
    diferenciasAs.append(asmax - self.AsPropuestas[indice])

altura = 0
alturas = np.repeat(self.caracteristicas[1], 4)
while min(diferenciasAs) < 0:
    cambiarD = random.choices([True, False], [0.6, 0.4])
    if cambiarD == True:
        for indice, asmax in enumerate(Asmax):
            if self.AsPropuestas[indice] >= asmax:
                d = round(math.sqrt(2 * self.momentosPorNervio[indice] / (
                    (1 - (1 - fy / fcc * pmax / 1.33) ** 2) * frfle * anchos[indice] / 100 * fcc)))
                alturas[indice] = d + r + 1
    else:
        altura = round(random.uniform(self.caracteristicas[1], self.limite_sup[1]))

self.caracteristicas[1] = max(altura, max(alturas))
self.d = self.caracteristicas[1] - r - 1
self.calculoPorcentajeAcero(anchos)

# Area de acero necesario
for indice, porcentajeNec in enumerate(self.pnec):
    self.Asnec[indice] = max(porcentajeNec * self.d * anchos[indice], Asmin[indice])

# Obtener el As propuesto
AsPropuesta = 0.32

```

```

self.AsPropuestas=[]
for asnec in self.Asnec:
    i = 0
    while AsVarillas[i] < asnec and i != len(AsVarillas) - 1:
        i += 1
        AsPropuesta = AsVarillas[i]
        self.AsPropuestas.append(AsPropuesta)

for indice, asmax in enumerate(Asmax):
    diferenciasAs[indice] = asmax - self.AsPropuestas[indice]

# MOMENTO RESISTENTE

Mcr = []

# Para momentos Negativos
for i in range(0, 2, 1):
    Ppropuesto = self.AsPropuestas[i] / (self.d * anchos[i])
    q = Ppropuesto * fy / fcc
    auxmcr = (frfle * self.AsPropuestas[i] / 1.33 * fy * self.d * (1 - 0.5 * q / 1.33)) / 100
    Mcr.append(auxmcr)

# Para momentos Positivos
for i in range(2, 4, 1):

    # calculo de la capa de compresión
    a = (self.AsPropuestas[i] * fy) / (fcc * anchos[i])

    # en el caso que a sea menor que t
    if a < self.caracteristicas[0]:
        Ppropuesto = self.AsPropuestas[i] / (self.d * anchos[i])
        q = Ppropuesto * fy / fcc
        auxmcr = (frfle * self.AsPropuestas[i] / 1.33 * fy * self.d * (1 - 0.5 * q / 1.33)) / 100
        Mcr.append(auxmcr)

    # en caso que a sea mayor que t
    else:
        Asp = (fcc * (anchos[i] - anchos[i - 2]) * self.caracteristicas[0]) / fy
        Psp = Asp / (anchos[i - 2] * self.d)
        j = 0
        auxmcr = 0
        while auxmcr < self.momentosPorNervio[i]:
            P = AsVarillas[j] / (anchos[i - 2] * self.d)
            if P - Psp <= (6000 * beta1) / (6000 + fy) * (fcc / fy):
                a = (AsVarillas[j] / 1.33 - Asp) * fy / (fcc * anchos[i - 2])
                auxmcr = (frfle * (Asp * fy * (self.d - self.caracteristicas[0] / 2) + (
                    AsVarillas[j] / 1.33 - Asp) * fy * (self.d - a / 2))) / 100
            self.AsPropuestas[i] = AsVarillas[j]
        Mcr.append(auxmcr)

```

```

# Eficiencias del momento
self.Mcr = Mcr
self.eficienciaProm = 0
for indice, momento in enumerate(self.momentosPorNervio):
    self.eficienciaProm = self.eficienciaProm + (momento / Mcr[indice]) / 4
    self.sumaAspro = self.AsPropuestas[0] * (a1 / self.caracteristicas[4]) + \
        self.caracteristicas[1] * (a2 / self.caracteristicas[5]) + self.AsPropuestas[2] *
(
    a1 / self.caracteristicas[4]) \
    + self.AsPropuestas[3] * (a2 / self.caracteristicas[5])

# Peso de la losa si fuera maciza
self.Wxm2_losamaciza = self.caracteristicas[1] / 100 * 1 * 1 * 2400

# CORTANTE
# Cortante ultimo
self.Vu = (a1 / (2 * 100) - self.d / 100) * (0.95 - 0.5 * m) * self.Wultimo * 1.15
# Cortante por ancho
self.Vu_por_bw1 = self.Vu * self.caracteristicas[4] / 100
self.Vu_por_bw2 = self.Vu * self.caracteristicas[5] / 100

# Cortante resistente en ambas direcciones (SC y SL)
self.Vcr = [0.5 * frcor * (self.caracteristicas[2] * self.d) * math.sqrt(fc),
            0.5 * frcor * (self.caracteristicas[3] * self.d) * math.sqrt(fc)]

# Eficiencia del cortante
self.efc_cort = [self.Vu_por_bw1 / self.Vcr[0], self.Vu_por_bw2 / self.Vcr[1]]

# FUNCIÓN OBJETIVO
def funcionObjetivo(self):
    self.calculosGenerales()

    # Factores de importancia
    C1 = 2
    C2 = 1.5
    C3 = 2

    # Calificación
    self.funObjet = C1 * abs(1 - self.eficienciaProm) + C2 * abs(1 - self.Vu_por_bw1 /
self.Vcr[0]) + \
        C2 * abs(1 - self.Vu_por_bw2 / self.Vcr[1]) + C3 * (self.Wlosa /
self.Wxm2_losamaciza)

    return (round(self.funObjet, 6))

# PROBABILIDAD DE SELECCIÓN
def probabilidadDeSelecion(self):
    self.funcionObjetivo()
    self.probabilidad = round(10 - self.funObjet, 4)

```

```

    return (self.probabilidad)

# CONVERTIR DE DECIMALES A BINARIOS
def deci_a_bin(self):

    # Calcular el número de bits de cada característica con respecto a su rango
    self.num_bits = []
    self.diferenciaLimites = []
    i = 0
    while i < self.nVariables:
        self.diferenciaLimites.append(self.limite_sup[i] - self.limite_inf[i])
        self.num_bits.append(int(math.log(self.diferenciaLimites[i], 2) / 1) + 1)
        i += 1

    valor_equiv_bin = [] # Valor equivalente para evitar salir del rango
    self.caracteristicasBinario = []

    # Calcular valor equivalente de número binario
    i = 0
    while i < self.nVariables:
        valor_equiv_bin.append(round(
            (((2 ** self.num_bits[i]) - 1) / self.diferenciaLimites[i]) * (
                self.caracteristicas[i] - self.limite_inf[i])))
        self.caracteristicasBinario.append(bin(valor_equiv_bin[i])[2:])

        faltante = ""

        # a completar los números binarios
        h = 0
        while self.num_bits[i] != len(self.caracteristicasBinario[i]) + h:
            faltante = faltante + '0'
            h += 1
        binarioCompleto = faltante + self.caracteristicasBinario[i]
        self.caracteristicasBinario[i] = binarioCompleto
        i += 1
    return self.caracteristicasBinario

# MUTACIÓN
def mutar1(self):
    self.deci_a_bin()
    self.binariosMutados = np.repeat(None, self.nVariables)
    self.valores_mutados = [self.caracteristicas[0], self.caracteristicas[1],
self.caracteristicas[2],
                        self.caracteristicas[3], self.caracteristicas[4], self.caracteristicas[5]]
    i = 0
    while i < self.nVariables:
        posicion_mutada = random.randint(1, self.num_bits[i])
        binarioInicio = self.caracteristicasBinario[i][:posicion_mutada - 1]
        binarioIntermedio = self.caracteristicasBinario[i][posicion_mutada -
1:posicion_mutada]

```

```

binarioFinal = self.caracteristicasBinario[i][posicion_mutada:]
if binarioIntermedio == "0":
    binarioIntermedio = "1"
else:
    binarioIntermedio = "0"
self.binariosMutados[i] = binarioInicio + binarioIntermedio + binarioFinal
self.valores_mutados[i] = round(
    int(self.binariosMutados[i], 2) * self.diferenciaLimites[i] / ((2 ** self.num_bits[i]) -
1) +
    self.limite_inf[i])

i += 1

# MUTACIÓN 2

def mutar2(self):
    self.deci_a_bin()
    self.binariosMutados2 = np.repeat(None, self.nVariables)
    self.valores_mutados2 = [self.caracteristicas[0], self.caracteristicas[1],
self.caracteristicas[2],
        self.caracteristicas[3], self.caracteristicas[4], self.caracteristicas[5]]
    concatenados = self.caracteristicasBinario[0] + self.caracteristicasBinario[1] +
self.caracteristicasBinario[
        2] + self.caracteristicasBinario[3] + self.caracteristicasBinario[4] +
self.caracteristicasBinario[5]
    probabilidad_de_mutacion = 0.02

    for indice, bite in enumerate(concatenados):
        muta = np.random.choice([True, False], 1, True,
            [probabilidad_de_mutacion, 1 - probabilidad_de_mutacion])
        if muta == True:

            binarioInicio = concatenados[:indice - 1]

            binarioFinal = concatenados[indice:]
            if bite == "0":
                bite = "1"
            else:
                bite = "0"
            concatenados = binarioInicio + bite + binarioFinal

j = 0
while j < self.nVariables:
    self.binariosMutados2[j] = concatenados[:self.num_bits[j]]

    self.valores_mutados2[j] = round(
        int(self.binariosMutados2[j], 2) * self.diferenciaLimites[j] / ((2 ** self.num_bits[j])
- 1) +
        self.limite_inf[j])
    concatenados = concatenados[self.num_bits[j]:]

```

```

    j = j + 1

# MUTACIÓN 3

def mutar3(self):
    self.deci_a_bin()
    self.binariosMutados3 = np.repeat(None, self.nVariables)
    self.valores_mutados3 = [self.caracteristicas[0], self.caracteristicas[1],
self.caracteristicas[2],
                            self.caracteristicas[3], self.caracteristicas[4], self.caracteristicas[5]]
    concatenados = self.caracteristicasBinario[0] + self.caracteristicasBinario[1] +
self.caracteristicasBinario[
        2] + self.caracteristicasBinario[3] + self.caracteristicasBinario[4] +
self.caracteristicasBinario[5]
    probabilidad_de_mutacion = 0.03

    for indice, bite in enumerate(concatenados):
        muta = np.random.choice([True, False], 1, True,
                                [probabilidad_de_mutacion, 1 - probabilidad_de_mutacion])
        if muta == True:

            binarioInicio = concatenados[:indice - 1]

            binarioFinal = concatenados[indice:]
            if bite == "0":
                bite = "1"
            else:
                bite = "0"
            concatenados = binarioInicio + bite + binarioFinal

    j = 0
    while j < self.nVariables:
        self.binariosMutados3[j] = concatenados[:self.num_bits[j]]

        self.valores_mutados3[j] = round(
            int(self.binariosMutados3[j], 2) * self.diferenciaLimites[j] / ((2 ** self.num_bits[j])
- 1) +
            self.limite_inf[j])
        concatenados = concatenados[self.num_bits[j]:]
        j = j + 1

# Función para imprimir las propiedades del individuo

#####
##### CLASE POBLACIÓN #####
#####

class Poblacion:
    def __init__(self):
        self.numeroIndividuos = int(n_ind)

```

```

self.individuos = []

# Creacion de la población
for i in range(1, self.numeroIndividuos + 1, 1):
    self.individuos.append(Individuo())

# Evaluación de la población
def evaluacion(self):
    self.mejorIndividuo = copy.deepcopy(self.individuos[0])

    for individuo_i in self.individuos:
        if individuo_i.funcionObjetivo() <= self.mejorIndividuo.funcionObjetivo():
            self.mejorIndividuo = copy.deepcopy(individuo_i)

# imprimir
print("Mejor individuo ")
print("-----")
print("Función Objetivo: " + str(self.mejorIndividuo.funcionObjetivo()))
print("Probabilidad: " + str(self.mejorIndividuo.probabilidadDeSelecion()))
print("Espesor de losa (hlosa) cm: "
      + str(self.mejorIndividuo.caracteristicas[0]))
print("Altura total (h) cm: "
      + str(self.mejorIndividuo.caracteristicas[1]))
print("Base del nervio cm (SC y SL): "
      + str(self.mejorIndividuo.caracteristicas[2]) + " " +
str(self.mejorIndividuo.caracteristicas[3]))
print("Espacio entre nervaduras sentido corto cm: "
      + str(self.mejorIndividuo.caracteristicas[4]))
print("Espacio entre nervaduras sentido largo cm: "
      + str(self.mejorIndividuo.caracteristicas[5]))
print("bw1 efectivo en el sentido corto: " + str(self.mejorIndividuo.bw1efec))
print("bw2 efectivo en el sentido largo: " + str(self.mejorIndividuo.bw2efec))
print("")
print("Eficiencia promedio de Mu/Mr: "
      + str(self.mejorIndividuo.eficienciaProm * 100))
print("Eficiencia promedio de Mcr: "
      + str(self.mejorIndividuo.Mcr))
print("Eficiencia promedio de Mu: "
      + str(self.mejorIndividuo.momentosPorNervio))
print("Eficiencia promedio de Vu/Vcr: "
      + str(self.mejorIndividuo.efc_cort))
print(
    "Relación de pesos del concreto: " + str(self.mejorIndividuo.Wlosa /
self.mejorIndividuo.Wxm2_losamaciza))
print("Peso por m2 del concreto: "
      + str(self.mejorIndividuo.Wlosa))

print("Areas de acero necesarias en sentido corto: negativo "
      + str(self.mejorIndividuo.As nec[0]) + " Positivo: " +
str(self.mejorIndividuo.As nec[2]))

```

```

    print("Areas de acero necesarias en sentido largo: negativo "
          + str(self.mejorIndividuo.Asnec[1]) + " Positivo: " +
          str(self.mejorIndividuo.Asnec[3]))
    print("Areas de acero sentido corto: negativo "
          + str(self.mejorIndividuo.AsPropuestas[0]) + " Positivo: " +
          str(self.mejorIndividuo.AsPropuestas[2]))
    print("Areas de acero sentido largo: negativo "
          + str(self.mejorIndividuo.AsPropuestas[1]) + " Positivo: " +
          str(self.mejorIndividuo.AsPropuestas[3]))

# SELECCIÓN DE INDIVIDUOS
def seleccionar_individuos(self, metodo_seleccion):
    array_probabilidad = np.repeat(None, self.numeroIndividuos)

    for i in np.arange(self.numeroIndividuos):
        array_probabilidad[i] = copy.copy(self.individuos[i].probabilidadDeSeleccion())

    ind_seleccionados = None
    # Metodo de Ruleta
    if metodo_seleccion == "ruleta":
        probabilidad_seleccion = array_probabilidad / np.sum(array_probabilidad)
        ind_seleccionados = np.random.choice(np.arange(self.numeroIndividuos), 2, True,
                                             list(probabilidad_seleccion))

    # Metodo de Torneo
    elif metodo_seleccion == "tournament":
        numeroSeleccionados = 2
        ind_seleccionados = np.repeat(None, numeroSeleccionados)
        for i in np.arange(numeroSeleccionados):
            # Se seleccionan aleatoriamente dos parejas de individuos.
            candidatos_a = np.random.choice(
                a=np.arange(self.numeroIndividuos),
                size=2,
                replace=False
            )
            candidatos_b = np.random.choice(
                a=np.arange(self.numeroIndividuos),
                size=2,
                replace=False
            )
            # De cada pareja se selecciona el de mayor fitness.
            if array_probabilidad[candidatos_a[0]] > array_probabilidad[candidatos_a[1]]:
                ganador_a = candidatos_a[0]
            else:
                ganador_a = candidatos_a[1]

            if array_probabilidad[candidatos_b[0]] > array_probabilidad[candidatos_b[1]]:
                ganador_b = candidatos_b[0]
            else:
                ganador_b = candidatos_b[1]

```

```

        # Se comparan los dos ganadores de cada pareja.
        if array_probabilidad[ganador_a] > array_probabilidad[ganador_b]:
            ind_final = ganador_a
        else:
            ind_final = ganador_b
        ind_seleccionados[i] = ind_final

    return ind_seleccionados

# Cruzar Individuos
def cruzar_individuos(self, nn):

    individuosSeleccionados = None
    # Elegir un metodo de selección de acuerdo con la meseta
    if 2 < nn < 8:
        individuosSeleccionados = self.seleccionar_individuos("ruleta")
    else:
        individuosSeleccionados = self.seleccionar_individuos("tournament")

    # Establecer los padres
    padre_1 = copy.deepcopy(self.individuos[individuosSeleccionados[0]])
    padre_2 = copy.deepcopy(self.individuos[individuosSeleccionados[1]])
    padre_1_bin = padre_1.deci_a_bin()
    padre_2_bin = padre_2.deci_a_bin()

    self.descendencia = copy.deepcopy(padre_1)
    self.descendencia.caracteristicas = np.repeat(None, self.descendencia.nVariables)

    i = 0

    # Realizar el cruce con números binarios
    posiciones = np.random.randint(0, 6, 6)
    while i < self.descendencia.nVariables:
        n = int(random.randint(1, self.descendencia.num_bits[i]) - 1)
        n2 = np.random.choice([1, 0], 1, True, [0.5, 0.5])
        if i == posiciones[0] or i == posiciones[1] or i == posiciones[2] or i == posiciones[3]
or i == posiciones[
        4] or i == posiciones[5] or i != 8:
            if n2 == 1:
                self.descendencia.caracteristicas[i] = round(
                    int(padre_2_bin[i][:n] + padre_1_bin[i][n:], 2) *
self.descendencia.diferenciaLimites[i] / (
                    (2 ** self.descendencia.num_bits[i]) - 1) + self.descendencia.limite_inf[i])
            else:
                self.descendencia.caracteristicas[i] = round(
                    int(padre_1_bin[i][:n] + padre_2_bin[i][n:], 2) *
self.descendencia.diferenciaLimites[i] / (
                    (2 ** self.descendencia.num_bits[i]) - 1) + self.descendencia.limite_inf[i])

```

```

else:
    if n2 == 1:
        self.descendencia.caracteristicas[i] = padre_1.caracteristicas[i]
    else:
        self.descendencia.caracteristicas[i] = padre_2.caracteristicas[i]

i = i + 1

# Verificar que el nuevo individuo este dentro de los límites
for i in range(0, 4, 1):
    if self.descendencia.caracteristicas[i] < self.descendencia.limite_inf[i]:
        self.descendencia.caracteristicas[i] = self.descendencia.limite_inf[i]
    if self.descendencia.caracteristicas[i] > self.descendencia.limite_sup[i]:
        self.descendencia.caracteristicas[i] = self.descendencia.limite_sup[i]

# Definir el descendiente y someterlo a mutación
self.descendencia = copy.deepcopy(self.descendencia)
self.descendencia.mutar2()
self.desc_valores_mutados2 = self.descendencia.valores_mutados2
self.descendencia.mutar1()
self.desc_valores_mutados = self.descendencia.valores_mutados
self.descendencia.mutar3()
self.desc_valores_mutados3 = self.descendencia.valores_mutados3

# GENERAR GENERACIONES
def crear_generaciones(self):
    # Elite
    n_elitismo = 2
    self.numeroGeneraciones = int(n_gen)
    probabilidad_de_mutacion = 0.05

    # Arreglo para almacenar los mejores individuos de cada generación
    self.historia_mejores_individuos = np.repeat(None, self.numeroGeneraciones)
    self.historia_individuos = []
    self.funcionObjPromedio = []
    elementosporgen = []

    # Contadores de mesetas
    rep = 1
    generacion_i = 1
    rep2 = 0
    rep3 = []
    mu_vs_mcr = []
    vu_vs_vcr = []
    w_concreto = []

    eje_y = [] # para realizar la grafica

    # hacer las generaciones una por una
    while generacion_i <= self.numeroGeneraciones:

```

```

individuosRestantes = self.numeroIndividuos
individuos_nuevos = []
print("-----")
print("GENERACION: " + str(generacion_i))

# Poner la elite en la generación actual
if n_elitismo > 0:
    # Array para ordenar los individuos de acuerdo a su función objetivo
    array_fitness = np.repeat(None, self.numeroIndividuos)
    for individuo_i in np.arange(self.numeroIndividuos):
        array_fitness[individuo_i] =
copy.deepcopy(self.individuos[individuo_i].probabilidadDeSeleción())
        rank = np.flip(np.argsort(array_fitness))

    # Se evita que los individuos de la elite se repitan
    contadorElite = 0
    individuoSiguiente = 1
    individuoActual = 0
    while contadorElite < n_elitismo - 1:

        if individuoSiguiente == 1:
            elite = copy.deepcopy(self.individuos[rank[individuoActual]])
            individuos_nuevos.append(elite)

            # print(individuos_nuevos[x].texto_de_indi())
            if array_fitness[rank[individuoActual]] !=
array_fitness[rank[individuoSiguiente]]:
                elite = copy.deepcopy(self.individuos[rank[individuoSiguiente]])
                individuos_nuevos.append(elite)

            contadorElite += 1
            # print(individuos_nuevos[x].texto_de_indi())
            individuoActual = individuoSiguiente

        individuoSiguiente += 1
    individuosRestantes -= n_elitismo

# Los individuos restantes se cruzan y mutan
individuo_i = 0
while individuo_i <= individuosRestantes:
    self.cruzar_individuos(rep)
    descendencia = copy.deepcopy(self.descendencia)
    auxi3 = descendencia.valores_mutados2
    auxi4 = descendencia.valores_mutados3
    auxi = self.desc_valores_mutados
    ij = 0
    while ij < 6:
        # Despues del cruce se elige una mutación de acuerdo con las mesetas
        if rep >= 4 and rep <= 6:
            mutara = np.random.choice([True, False], 1, True,

```

```

        [probabilidad_de_mutacion, 1 - probabilidad_de_mutacion])
    if mutara == True:
        descendencia.mutaaa = "SI"
        descendencia.caracteristicas[ij] = auxi[ij]

    elif rep > 6:
        descendencia.caracteristicas[ij] = auxi4[ij]
    else:
        descendencia.caracteristicas[ij] = auxi3[ij]

    ij = ij + 1
    individuos_nuevos.append(descendencia)
    individuo_i += 1
j = 0

# Propiedades de la losa para hacer graficas
valores_espesor_capa = []
valores_altura = []
valores_base = []
valores_bw1 = []
valores_bw2 = []
califi = 0
while j < int(n_ind):
    self.individuos[j] = individuos_nuevos[j]
    califi = califi + individuos_nuevos[j].funcionObjetivo()
    valores_espesor_capa.append(self.individuos[j].caracteristicas[0])
    valores_altura.append(self.individuos[j].caracteristicas[1])
    valores_base.append(self.individuos[j].caracteristicas[2])
    valores_bw1.append(self.individuos[j].caracteristicas[4])
    valores_bw2.append(self.individuos[j].caracteristicas[5])
    j = j + 1
valores_elementos = [valores_espesor_capa, valores_altura, valores_base,
valores_bw1, valores_bw2]

# Almacenar los mejores individuos de cada generaci3n
self.funcionObjPromedio.append(califi / int(n_ind))
self.evaluacion()
print(self.funcionObjPromedio[generacion_i - 1])
self.historia_mejores_individuos[generacion_i - 1] = self.mejorIndividuo

# Se identifican las mesetas
if 1 < generacion_i < self.numeroGeneraciones:
    if self.historia_mejores_individuos[generacion_i - 2].funObjet ==
self.historia_mejores_individuos[
    generacion_i - 1].funObjet:
        rep = rep + 1
    else:
        if rep >= 3:
            rep = rep
        else:

```

```

        rep = 1
    if rep >= 6 + rep2:
        rep2 = rep2 + 2
        if rep2 == 8:
            rep2 = 0
        rep = 1
    print(rep)

    rep3.append(rep)

    # Graficas de los mejores individuos y sus propiedades
    ejej.append(self.mejorIndividuo.funObjet)
    mu_vs_mcr.append(self.mejorIndividuo.eficienciaProm)
    vu_vs_vcr.append(self.mejorIndividuo.efc_cort)
    w_concreto.append(self.mejorIndividuo.Wlosa)

    # Ordenamiento de las listas para poder graficar
    elementos = []
    v = 0
    while v < 5:
        numero_de_elementos = []
        w = 0
        while w <= self.individuos[0].limites_sup[v] - self.individuos[0].limites_inf[v]:
            numero_de_elementos.append(valores_elementos[v].count(self.individuos[0].limites_inf[v]
+ w))
            w = w + 1
        elementos.append(numero_de_elementos)
        v = v + 1
    elementosporgen.append(elementos)
    generacion_i = generacion_i + 1
    j = 0

    # Se identifica el mejor individuo de todas las generaciones y se imprime
    self.individuos = []
    while j < self.numeroGeneraciones:
        self.individuos.append( self.historia_mejores_individuos[j])
        j = j + 1
    print(
        "-----"
    )
    print("EL MEJOR INDIVIDUO: ")
    self.evaluacion()
    self.excel(ejej, self.funcionObjPromedio, rep3)

    # Se realizan las graficas correspondientes
    plt.style.use('ggplot')
    plt.plot(ejej)
    plt.plot(self.funcionObjPromedio)
    plt.xlabel('Generacion')

```

```

plt.ylabel('Funcion objetivo')
plt.title('FUNCION OBJETIVO')
plt.show()

#FUNCIÓN PARA PASAR A EXCEL
def excel(self,fobj,fobjpro,cong):

    gen=[]
    i = 0
    while i < int(n_gen):
        gen.append(i)
        i += 1

    col1 = "Generación"
    col2 = "Funcion obj"
    col3="Funcion obj Pro"
    col4="Rep"
    data = pd.DataFrame({col1: gen, col2: fobj,col3:fobjpro,col4:cong})

    data.to_excel(r"D:\Universidad\Servicio S\datosg.xlsx", sheet_name='Sheet1',
index=False)

# Se llaman a las funciones a utilizar
Pobl = Poblacion()
Pobl.evaluacion()
Pobl.crear_generaciones()

# Se finaliza el tiempo de ejecución y se imprime
end = time.time()
print("")
print("Tiempo de ejecucion en segundos")
hora = round(end - start, 0)
print(hora)

```

## ANEXO 2: VARILLAS DE ACERO CORRUGADAS

*Tabla A1. Varillas de acero corrugadas comerciales en México.*

Varilla Número	Diámetro		Peso kg/m	Área cm <sup>2</sup>	Perímetro cm
	In	mm			
<b>3</b>	3/8	9.5	0.559	0.71	2.98
<b>4</b>	1/2	12.7	0.993	1.27	3.99
<b>5</b>	5/8	15.9	1.552	1.98	5
<b>6</b>	3/4	19	2.235	2.85	6
<b>8</b>	1	25.4	3.973	5.07	7.98
<b>9</b>	1 1/8	28.6	5.028	6.41	8.99
<b>10</b>	1 1/4	31.8	6.207	7.92	9.99
<b>12</b>	1 1/2	38.1	8.938	11.4	11.97

### ANEXO 3: EJEMPLOS DE LAS GRÁFICAS DE LOS PROCESOS DEL ALGORITMO GENÉTICO

#### Proceso del algoritmo genético

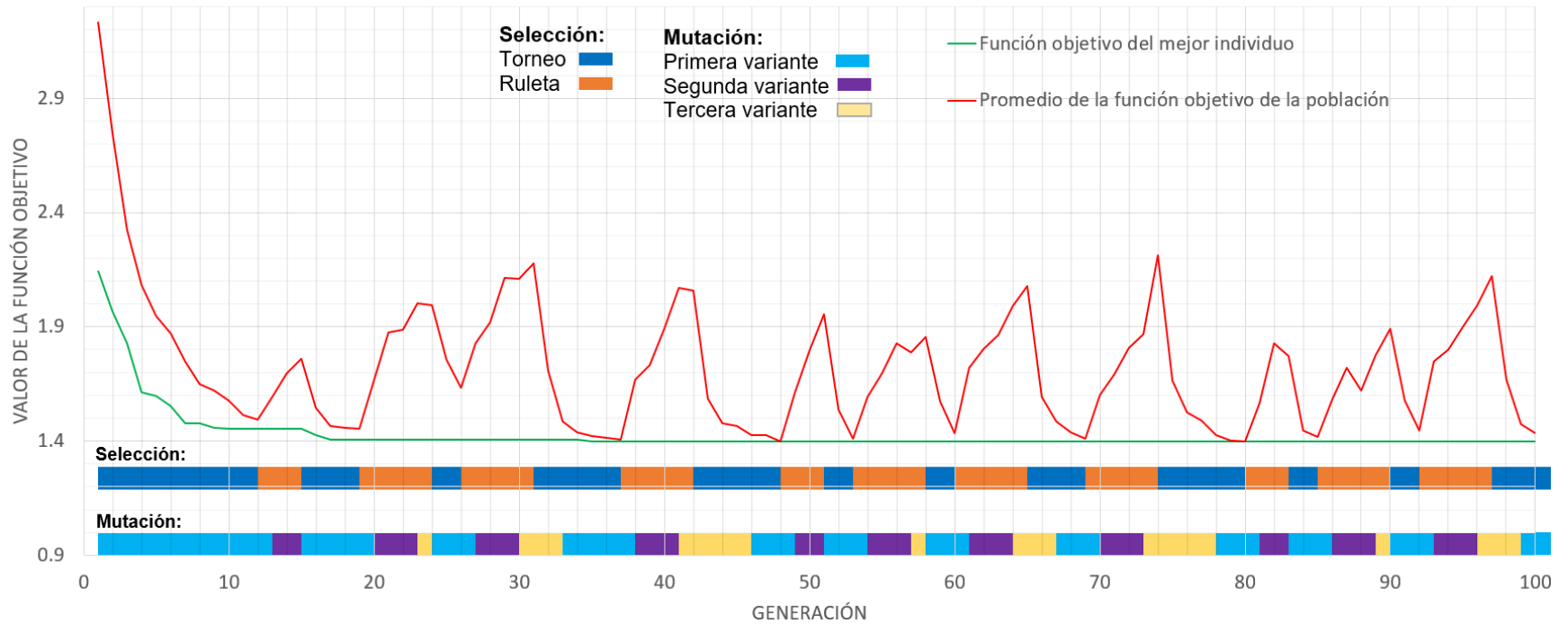


Figura A1. Ejemplo del proceso del algoritmo genético de una losa de 3.5 por 5.5 m con  $C_{v, \text{máx}}$  igual a 190 kg/m<sup>2</sup>. Elaborada con hoja electrónica.

## Proceso del algoritmo genético

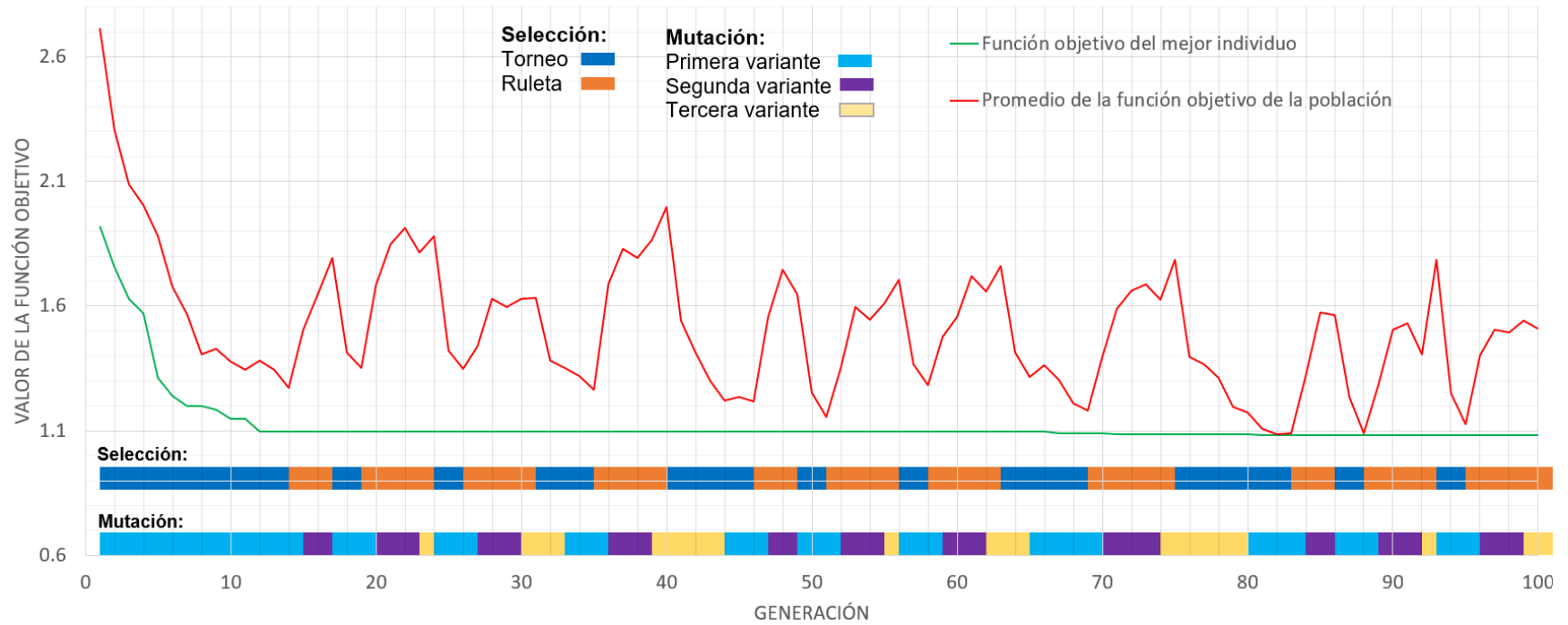


Figura A2. Ejemplo del proceso del algoritmo genético de una losa de 4.0 por 6.0 m con  $C_{v, \text{máx}}$  igual a 250 kg/m<sup>2</sup>. Elaborada con hoja electrónica.

## Proceso del algoritmo genético

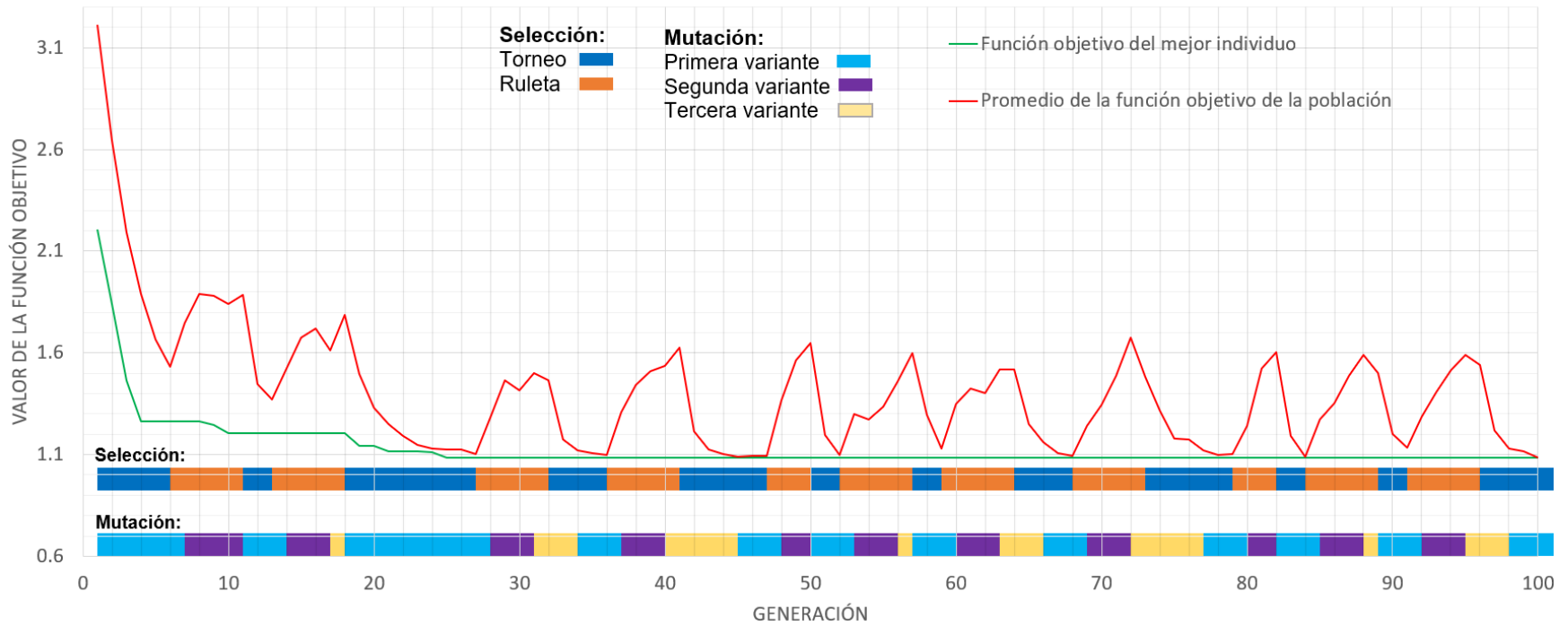


Figura A3. Ejemplo del proceso del algoritmo genético de una losa de 4.5 por 5.5 m con  $C_{v, \text{máx}}$  igual a 350 kg/m<sup>2</sup>. Elaborada con hoja electrónica.

## ANEXO 4: GRÁFICAS DE CADA CARACTERÍSTICA POR CADA CARGA

### A.4.1. Carga viva máxima de 190 kg/m<sup>2</sup>.

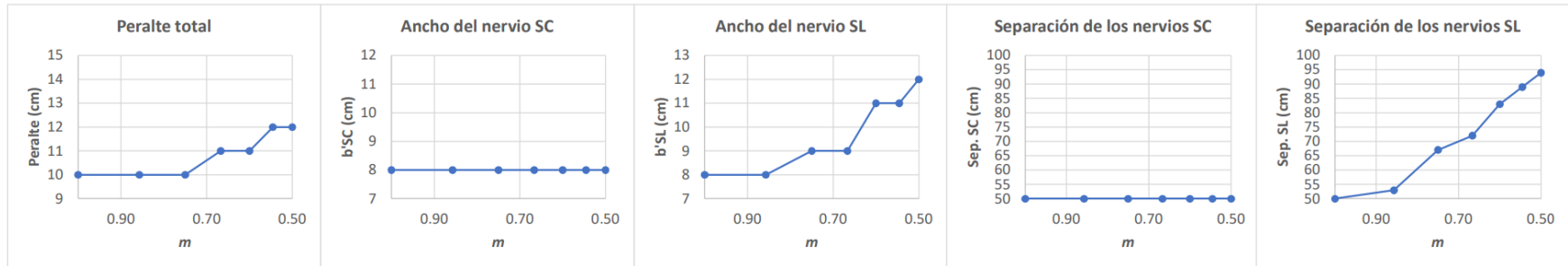


Figura A4. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 3.0m, variando el valor de “m”.

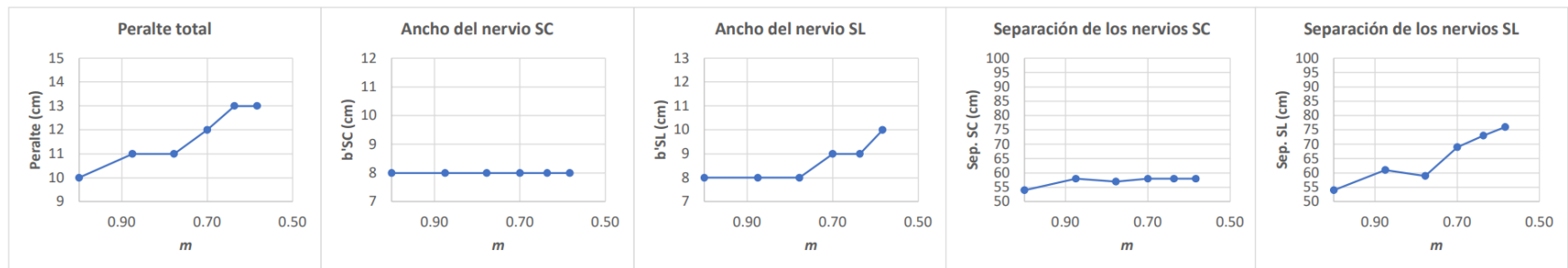


Figura A5. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 3.5m, variando el valor de “m”.

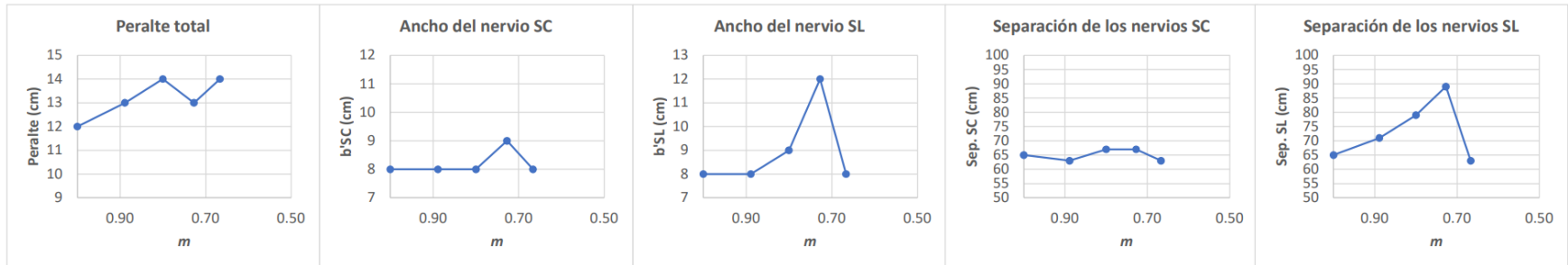


Figura A6. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 4.0m, variando el valor de “m”.

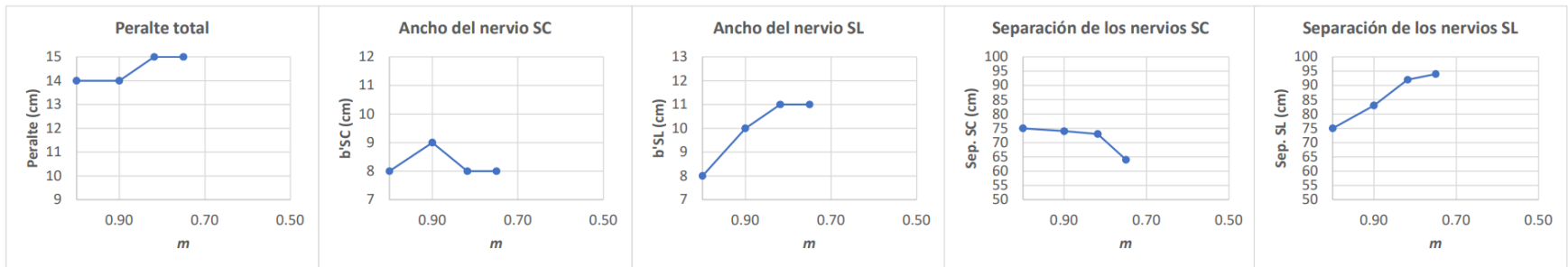


Figura A7. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 4.5m, variando el valor de “m”.

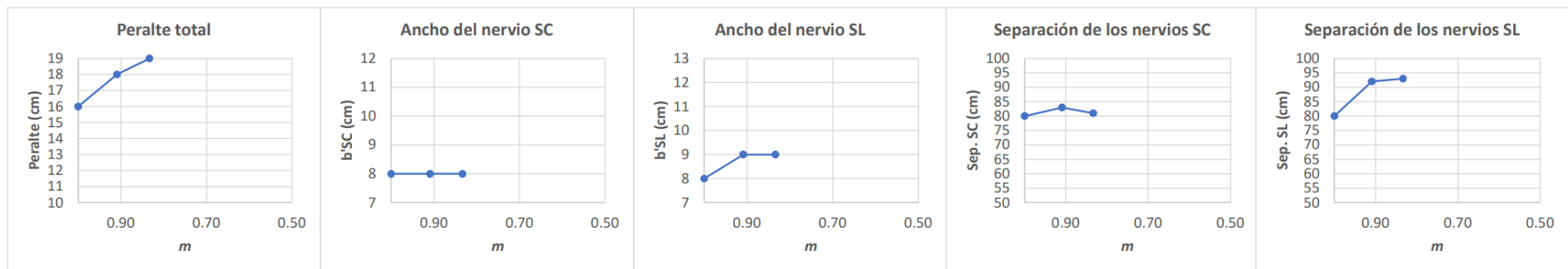


Figura A8. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 5.0m, variando el valor de “m”.

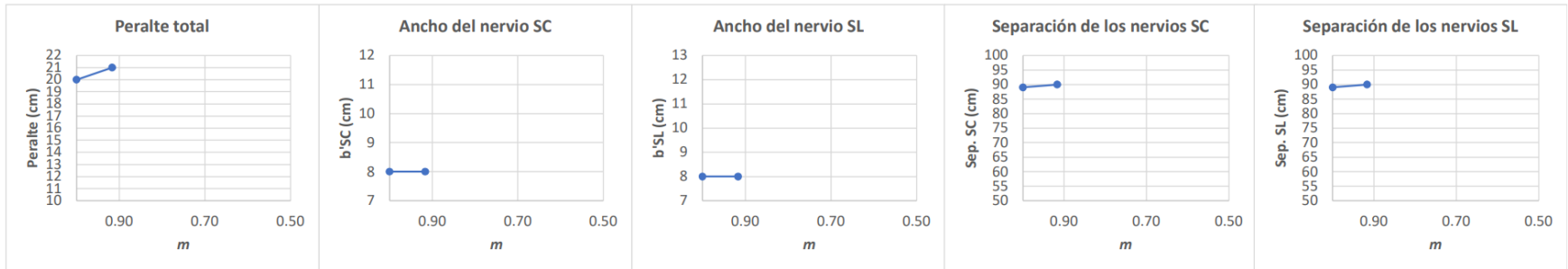


Figura A9. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 5.5m, variando el valor de "m".

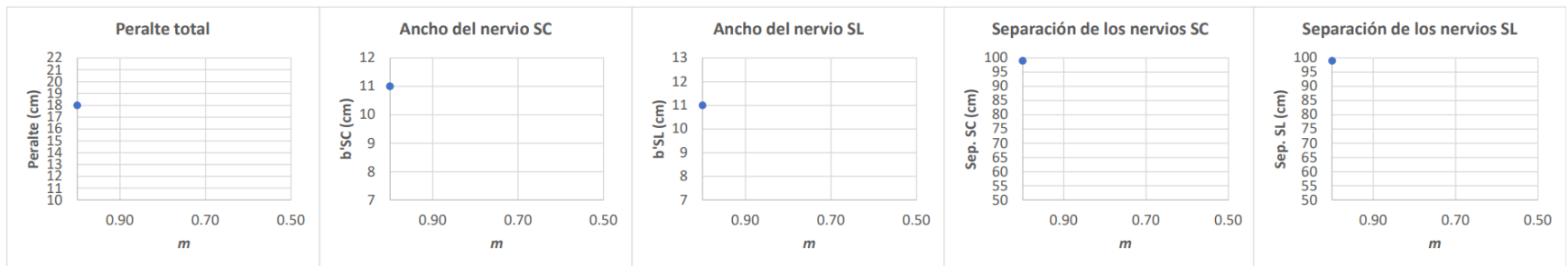


Figura A10. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 6.0m, variando el valor de "m".

#### A.4.2. Carga viva máxima de 250 kg/m<sup>2</sup>.

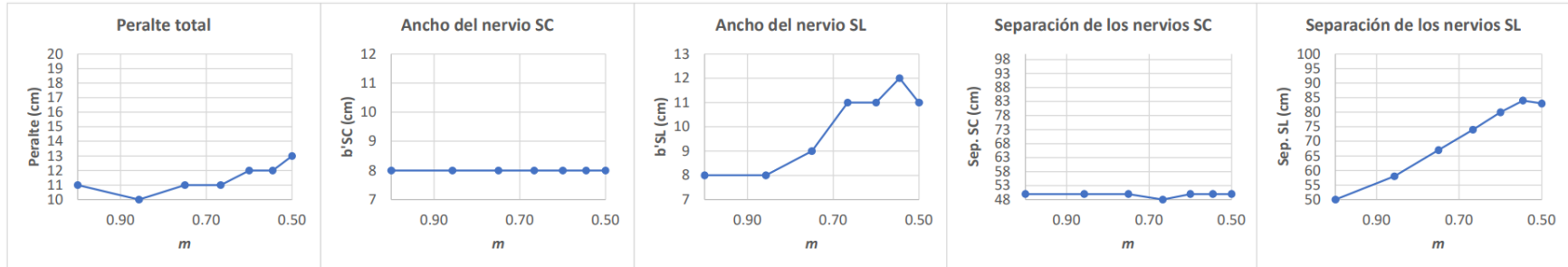


Figura A11. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 3.0m, variando el valor de "m".

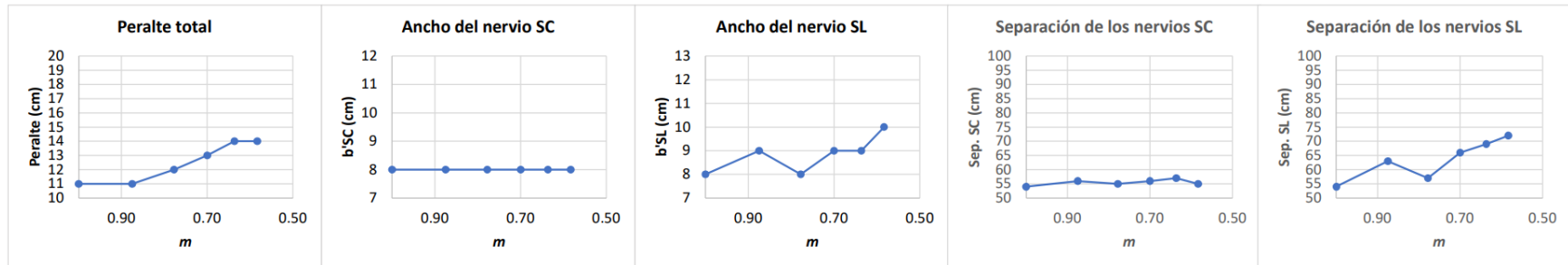


Figura A12. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 3.5m, variando el valor de "m".

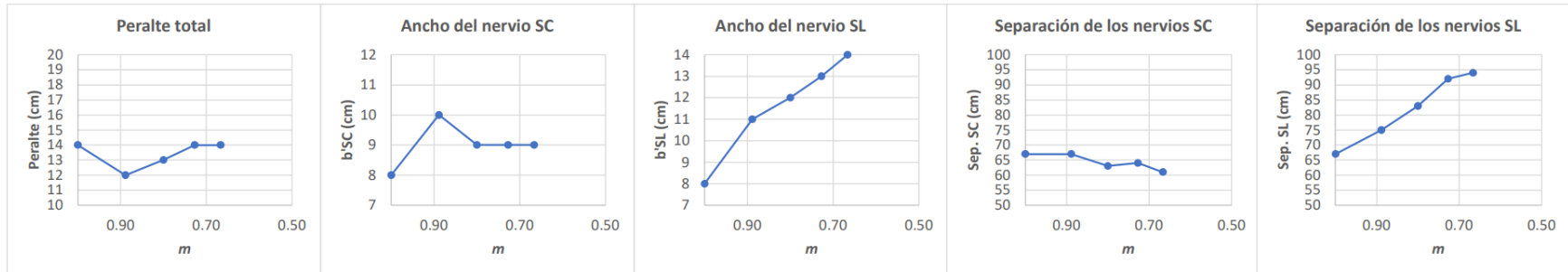


Figura A13. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 4.0m, variando el valor de "m".

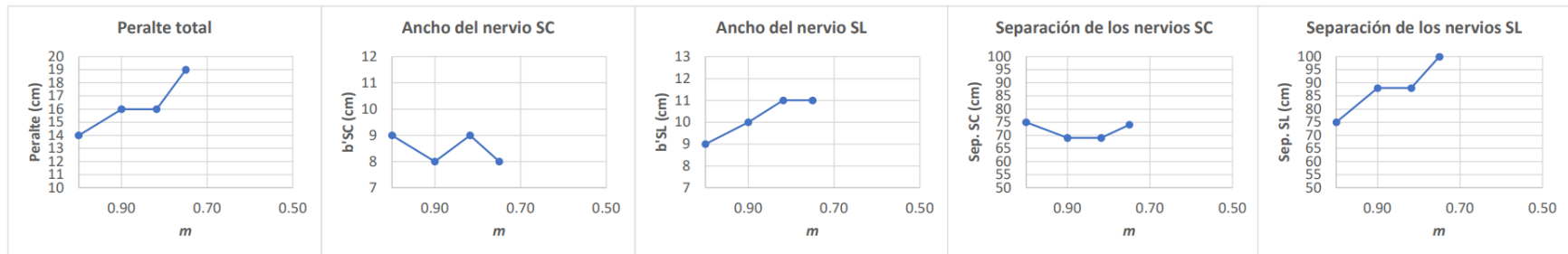


Figura A14. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 4.5m, variando el valor de "m".

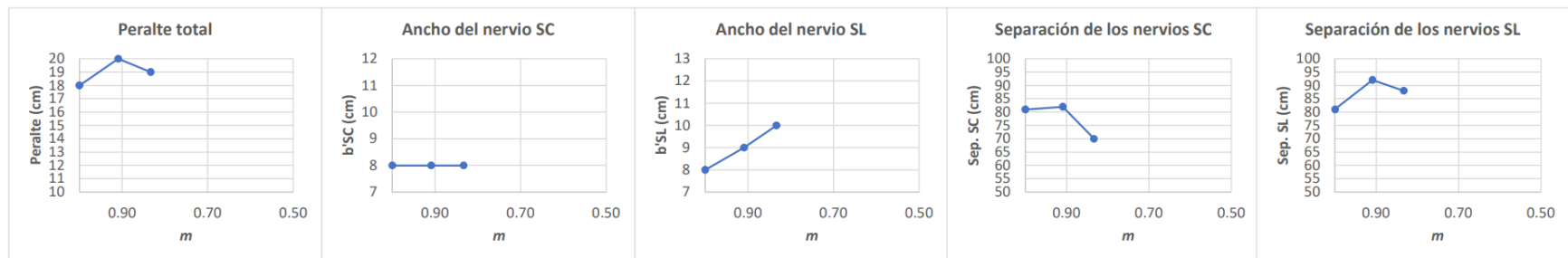


Figura A15. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 5.0m, variando el valor de "m".

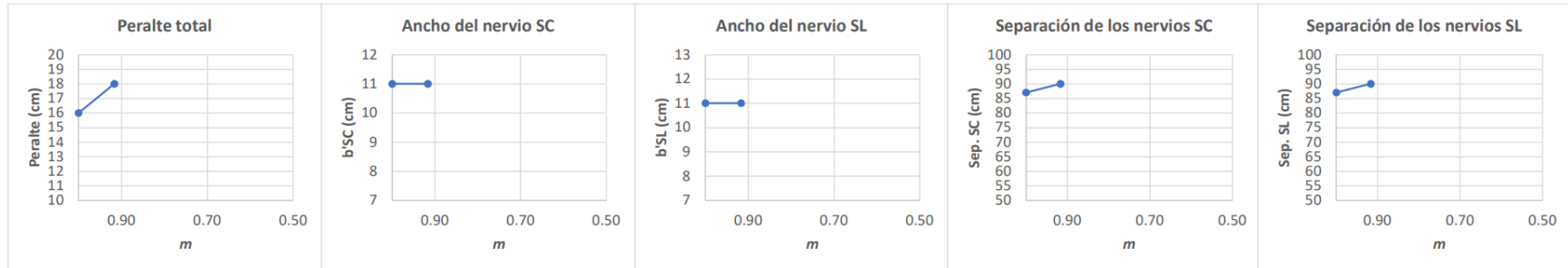


Figura A16. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 5.5m, variando el valor de “m”.

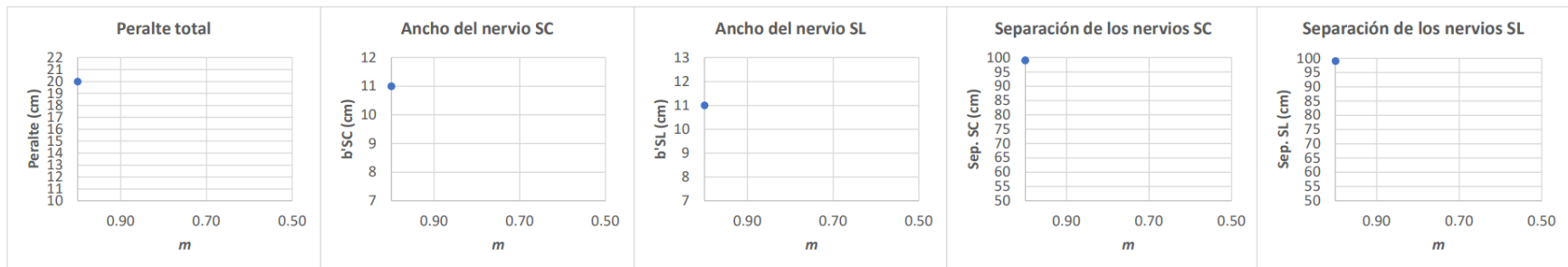


Figura A17. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 6.0m, variando el valor de “m”.

### A.4.3. Carga viva máxima de 350 kg/m<sup>2</sup>.

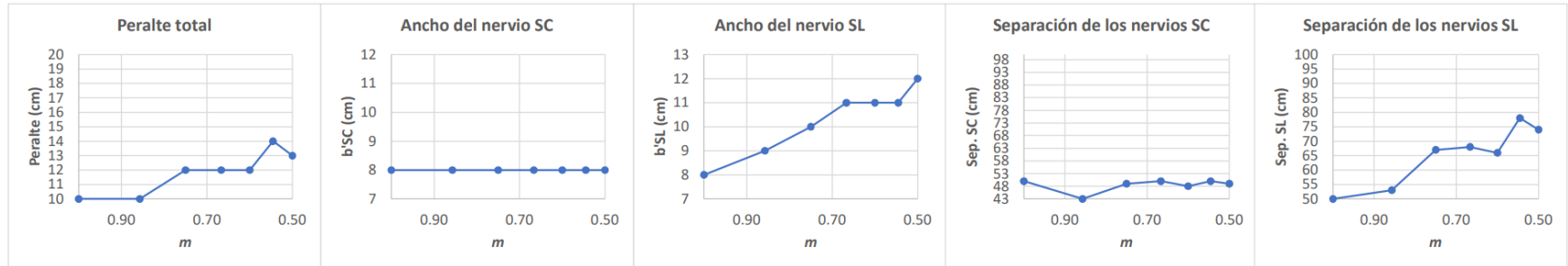


Figura A18. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 3.0m, variando el valor de "m".

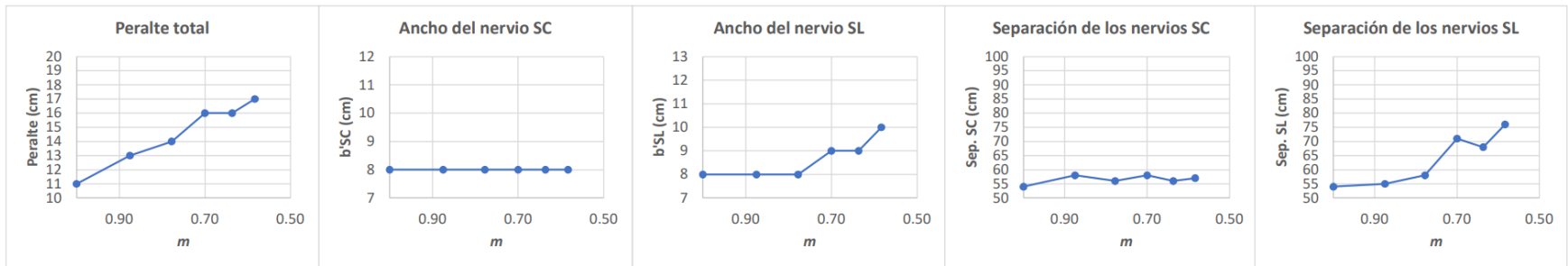


Figura A19. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 3.5m, variando el valor de "m".

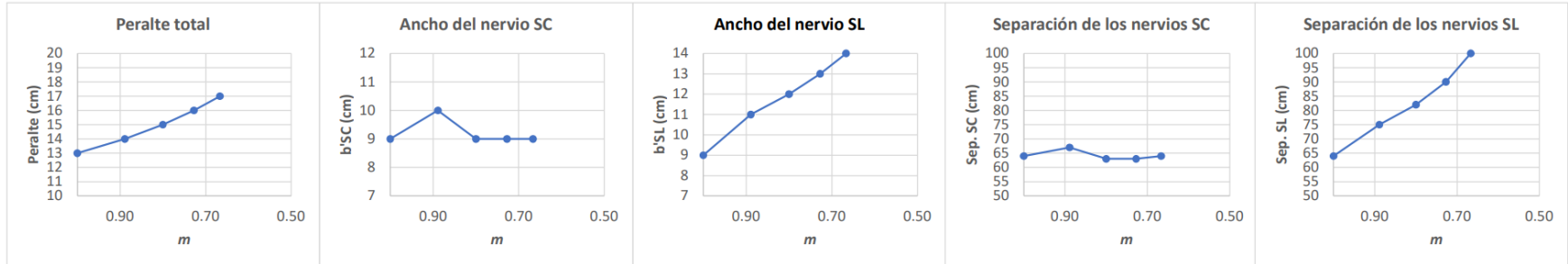


Figura A20. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 4.0m, variando el valor de “m”.

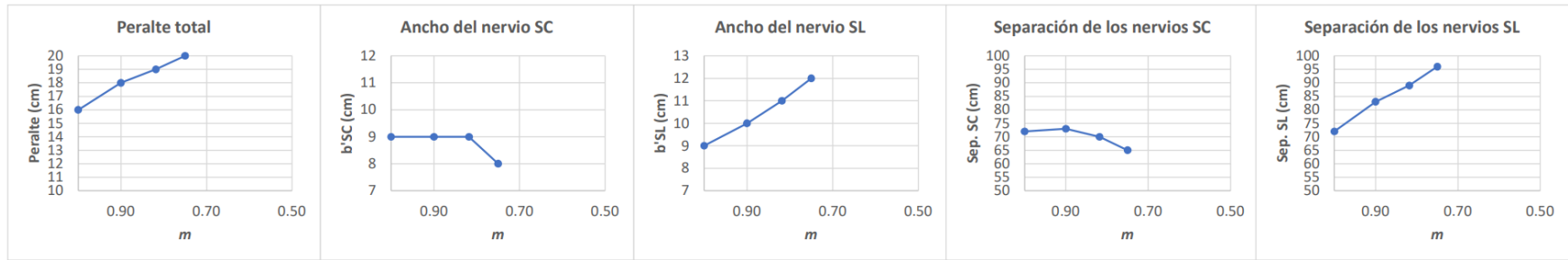


Figura A21. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 4.5m, variando el valor de “m”.

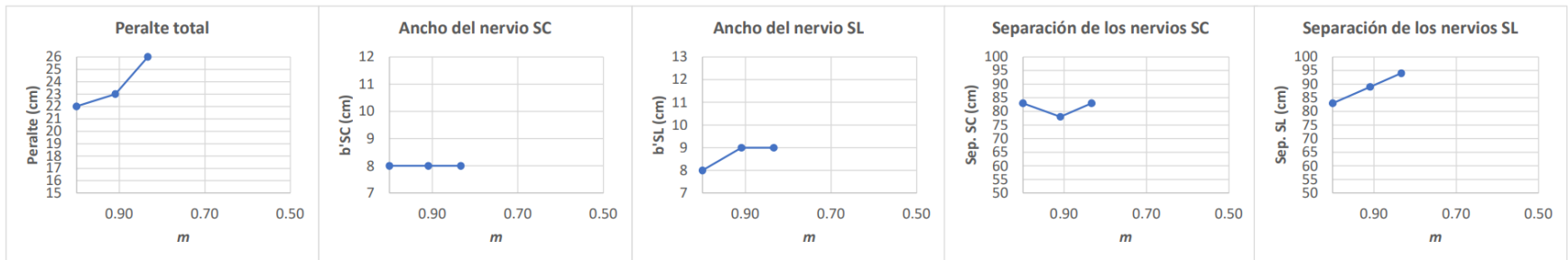


Figura A22. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 5.0m, variando el valor de “m”.

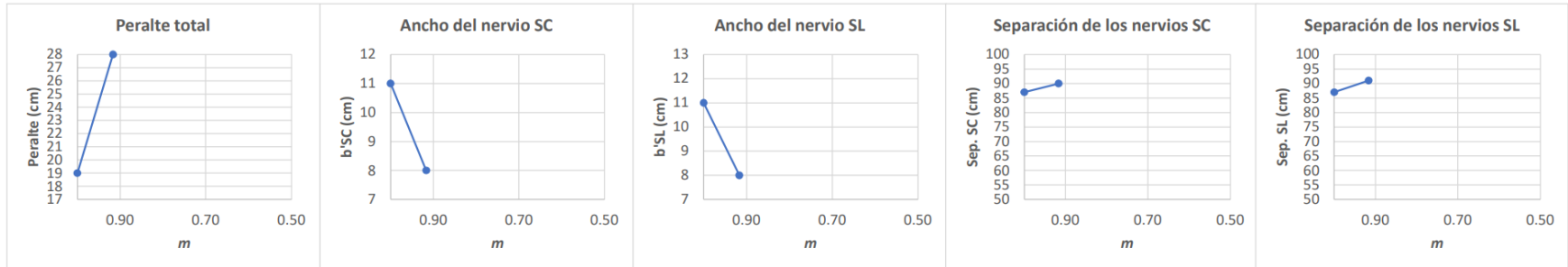


Figura A23. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 5.5m, variando el valor de "m".

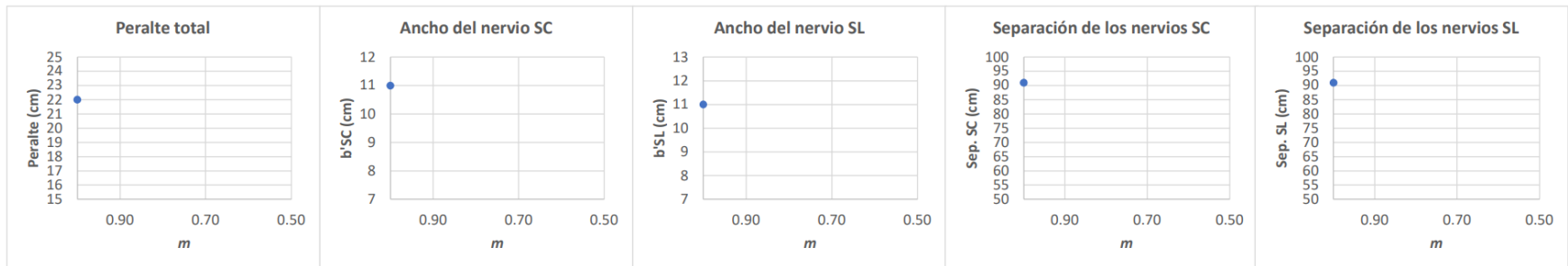


Figura A24. Gráficas de cada característica para un tablero con  $a_1$  igual a 6.0m, variando el valor de "m".

## ANEXO 5: DESPEJES DE LAS EXPRESIONES SIMPLIFICADAS DE DISEÑO

Despeje de la ecuación obtenida en la figura 26.

$$\begin{aligned}\frac{W_{losa}}{W_{losa\ macz}} &= 2.4377 h^{-0.646} \\ W_{losa\ macz} &= 2.4377 h^{-0.646} \cdot (h \cdot \gamma_{crr}) \\ W_{losa} &= 2.4377 h^{0.354} \cdot \gamma_{crr}\end{aligned}\quad (5.1)$$

Se obtuvo  $W_{módulo}$  a partir de la ecuación 3.4.

$$W_{losa} = \frac{W_{módulo}}{Sep.S_C \cdot Sep.S_L} \quad (3.4)$$

$$W_{módulo} = W_{losa} \cdot Sep.S_C \cdot Sep.S_L$$

Se obtuvo  $W_{módulo}$  con respecto a la suma de los pesos individuales de cada elemento.

$$W_{módulo} = V_{capa} \cdot \gamma_{crs} + V_{nervios} \cdot \gamma_{crr} + V_{casetón} \cdot \rho_{casetón}$$

donde:

$$V_{capa} = Sep.S_C \cdot Sep.S_L \cdot t \quad (3.1)$$

$$V_{nervios} = (b'S_C \cdot Sep.S_L + b'S_L \cdot Sep.S_C - b'S_C \cdot b'S_L) \cdot (h - t) \quad (3.2)$$

$$V_{casetón} = (Sep.S_C - b'S_C) \cdot (Sep.S_L - b'S_L) \cdot (h - t) \quad (3.3)$$

Se igualaron las ecuaciones correspondientes de  $W_{módulo}$  y se despejó  $W_{losa}$ .

$$\begin{aligned}W_{losa} \cdot Sep.S_C \cdot Sep.S_L &= V_{capa} \cdot \gamma_{crs} + V_{nervios} \cdot \gamma_{crr} \\ W_{losa} &= t \cdot \gamma_{crs} + \left( \frac{b'S_C}{Sep.S_C} + \frac{b'S_L}{Sep.S_L} - \frac{b'S_C \cdot b'S_L}{Sep.S_C \cdot Sep.S_L} \right) \cdot (h - t) \cdot \gamma_{crr} + 1\end{aligned}\quad (5.2)$$

Se considero una condición ideal del 100% para cada eficiencia de cortante.

$$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}} = \frac{\left(\frac{a_1}{2} - d\right) \left(0.95 - 0.5 \frac{a_1}{a_2}\right) W_U \cdot 1.15 \cdot Sep.S_C}{0.5 F_R d \sqrt{f_c''} b'S_C} = 100 \%$$

$$\frac{V_{U,SL}}{V_{CR,SL}} = \frac{\left(\frac{a_1}{2} - d\right) \left(0.95 - 0.5 \frac{a_1}{a_2}\right) W_U \cdot 1.15 \cdot Sep.S_L}{0.5 F_R d \sqrt{f_c''} b'S_L} = 100 \%$$

Igualando y despejando las ecuaciones anteriores, se obtuvo la siguiente ecuación.

$$\frac{Sep.S_C}{b'S_C} = \frac{Sep.S_L}{b'S_L}$$

O expresado de otra forma se consiguió la ecuación 5.3.

$$\frac{b'S_C}{Sep.S_C} = \frac{b'S_L}{Sep.S_L} \quad (5.3)$$

Reemplazando la igualdad anterior en la ecuación 5.2, se realizaron los siguientes despejes, consiguiendo una ecuación cuadrática que se resolvió con fórmulas generales de algebra.

$$W_{losa} = t \cdot \gamma_{crs} + \left(2 \cdot \frac{b'S_C}{Sep.S_C} - \left(\frac{b'S_C}{Sep.S_C}\right)^2\right) \cdot (h - t) \cdot \gamma_{crr} + 1$$

$$\frac{W_{losa} - t \cdot \gamma_{crs} - 1}{(h - t) \cdot \gamma_{crr}} = 2 \cdot \frac{b'S_C}{Sep.S_C} - \left(\frac{b'S_C}{Sep.S_C}\right)^2$$

$$\frac{b'S_C}{Sep.S_C} = 1 - \sqrt{1 - \frac{W_{losa} - t \cdot \gamma_{crs} - 1}{(h - t) \cdot \gamma_{crr}}}$$

Se reemplazo  $W_{losa}$  con lo obtenido en la ecuación 5.1.

$$\frac{b'S_C}{Sep.S_C} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2.4377 h^{0.354} \cdot \gamma_{crs} - t \cdot \gamma_{crr} - 1}{(h - t) \cdot \gamma_{crr}}}$$

Retomando la eficiencia ideal de cortante en uno de los sentidos, se despejo de la siguiente manera obteniendo la ecuación 5.6.

$$\frac{V_{U,SC}}{V_{CR,SC}} = \frac{\left(\frac{a_1}{2} - d\right) \left(0.95 - 0.5 \frac{a_1}{a_2}\right) W_U \cdot 1.15 \cdot Sep.S_C}{0.5 F_R d \sqrt{f_c''} b'S_C} = 100\%$$

$$\frac{0.5 F_R \sqrt{f_c''}}{1.15 \left(0.95 - 0.5 \frac{a_1}{a_2}\right)} \cdot 100 \% = \frac{1}{\left(\frac{b'S_C}{Sep.S_C}\right)} \cdot \frac{W_U}{d} \cdot \left(\frac{a_1}{2} - d\right) \quad (5.6)$$

donde:

$$W_U = F_{CM} W_{CM} + F_{CV} W_{CV} \quad (5.7)$$

$$W_{CM} = 2.4377 h^{0.354} \cdot \gamma_{crr} + (t - 4)\gamma_{crs} + W_{acab} + 40 \frac{kg}{m^2} \quad (5.8)$$

De la ecuación 1.16, se reorganizo con el fin de encontrar valores conocidos, como lo es Sep. entre b, que es el inverso de la ecuación 5.5. De esta forma, se desea conocer el acero necesario, sin saber los valores exactos de la separación entre nervaduras y el ancho del nervio, pues se supone que la ecuación 5.5 se cumple.

$$p = \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot Mu}{F_R b d^2 f_c''}}\right) \frac{f_c''}{f_y} \quad (1.16)$$

donde:

$$M_U = constante \cdot coef. M \cdot Sep$$

$$constante = 10^{-4} W_U a_1^2 \quad (1.4)$$

coef.  $M$  = coeficiente correspondiente que se indica en el apartado 2.5.

entonces:

$$p = \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot \text{constante} \cdot \text{coef. } M \cdot \text{Sep}}{F_R b d^2 f_c''}} \right) \frac{f_c''}{f_y}$$

$$p = \left( 1 - \sqrt{1 - 2 \left( \frac{\text{Sep}}{b} \right) \frac{\text{constante} \cdot \text{coef. } M}{F_R d^2 f_c''}} \right) \frac{f_c''}{f_y} \quad (5.9)$$

## ANEXO 6: HOJAS DE CÁLCULO CON EJEMPLOS

### A.6.1. Ejemplo 1

#### Datos del concreto

$f_c'$	=	250	kg/cm <sup>2</sup>
$f_c''$	=	212.5	kg/cm <sup>2</sup>
$\beta_1$	=	0.850	(NTCDyCEC 2017, sección 3.5.1)

#### Datos del acero

$f_y$	=	4200	kg/cm <sup>2</sup>
-------	---	------	--------------------

#### Factores de resistencia

(NTCDyCEC 2017, sección 3.7)

$F_R(\text{Flexion})$	=	0.9
$F_R(\text{cortante})$	=	0.75

#### Dimensiones

$a_1$	=	5.5	m
$a_2$	=	5.5	m

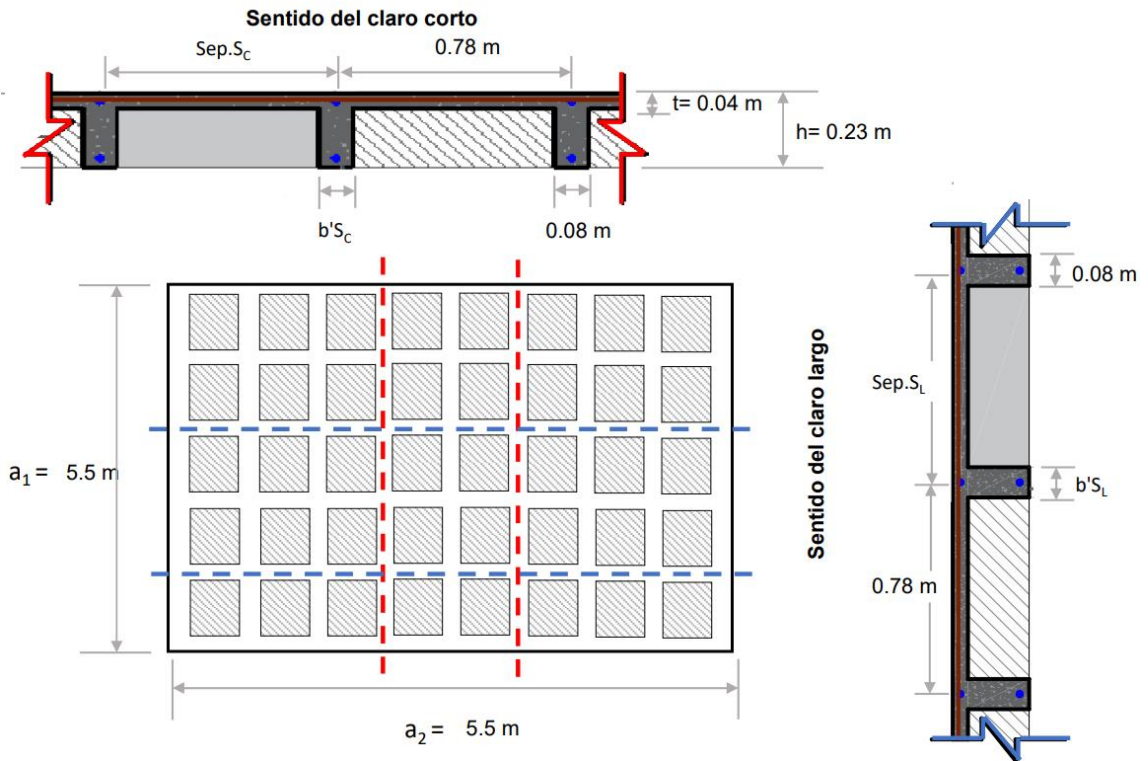
#### PREDIMENSIONAMIENTO

$t$ (m)	$h$ (m)	$b'S_c$ (m)	$b'S_L$ (m)	$Sep.S_c$ (m)	$Sep.S_L$ (m)
0.04	0.23	0.08	0.08	0.78	0.78

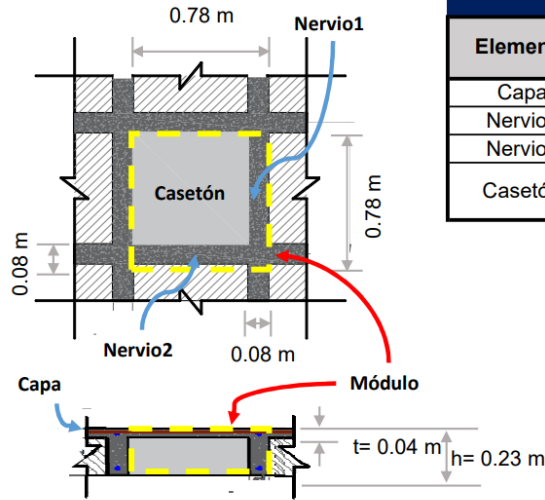
(NTCDyCEC 2017, sección 7.5.4)

$Sep.S_c$ máx (m)	$Sep.S_L$ máx (m)
0.92	0.92

Cumple                  Cumple



**CARGAS**



PESO PROPIO					
Elemento	Espesor (m)	Largo (m)	Ancho (m)	$\gamma$ (kg/m <sup>3</sup> )	p/real (kg)
Capa	0.04	0.78	0.78	2200	53.54
Nervio1	0.19	0.74	0.08	2400	27.00
Nervio2	0.19	0.74	0.08	2400	27.00
Casetón	0.19	0.7	0.7	20	1.86

$W_{\text{módulo}} = 109.39$

Módulo	→	0.78	*	0.8	→	109.39
				1 m <sup>2</sup>	→	$W_{\text{losa}}$

$$W_{\text{losa}} = \frac{W_{\text{módulo}}}{\text{Sep. } S_C * \text{Sep. } S_L} = \underline{179.80} \text{ Kg/m}^2$$

ACABADOS DE ENTREPISO			
Cargas permanentes	Espesor m	P. Vol. kg/m <sup>3</sup>	Peso kg/m <sup>2</sup>
Piso ceramico	0.015	2200	33
Mortero	0.015	2000	30
Aplanado y pasta	0.02	1500	30
Norma (NTCCADEE 2017, sección 5.1.2)			40

$W_{\text{acab}} + \text{Norma} = 133$

CARGA VIVA (NTCCADEE 2017, tabla 6.1.1)  
**DESTINO:** d Comunicación para peatones

$W_m = \underline{350} \text{ Kg/m}^2$

$W_a = \underline{150} \text{ Kg/m}^2$

$W = \underline{40} \text{ Kg/m}^2$

$W_{CM} = \underline{312.80} \text{ Kg/m}^2$

$W_s = \underline{662.80} \text{ Kg/m}^2$

**Comprobación del peralte mínimo**

h (m)	r		d		d <sub>min</sub> (m)
	SC (m)	SL (m)	SC (m)	SL (m)	
0.23	0.025	0.025	0.205	0.205	0.13

Cumple con el dmin

**FACTORIZACIÓN DE CARGAS**

Grupo tipo: **B**

**Factores de carga**

Para CM= 1.3

Para CV= 1.5

$W_{CM} = \underline{312.80} \text{ Kg/m}^2$

$W_{CV} = \underline{350.00} \text{ Kg/m}^2$

$W_U = \underline{931.64} \text{ Kg/m}^2$

**MOMENTOS**

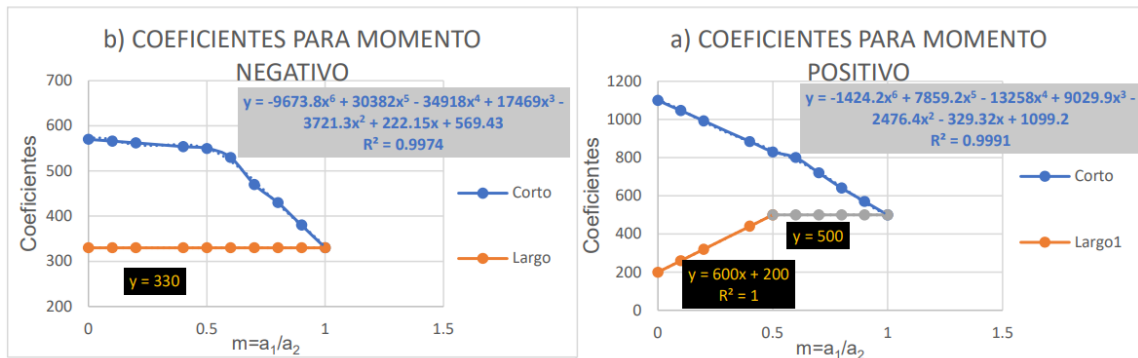
$$m = \frac{a_1}{a_2}$$

$$\text{constante} = 0.0001 * W_U * a_1^2$$

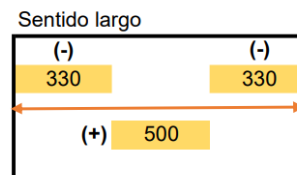
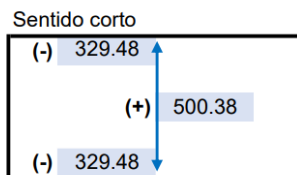
$m = \underline{1}$        $\text{constante} = \underline{2.818}$

Coefficientes para un tablero aislado monolítico con sus apoyos

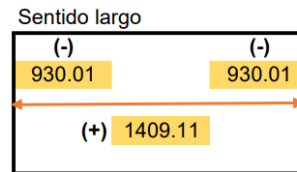
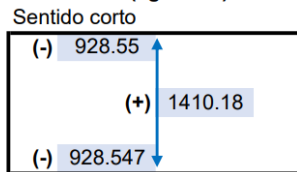
m	Positivo		Negativo	
	S <sub>C</sub>	S <sub>L</sub>	S <sub>C</sub>	S <sub>L</sub>
0	1100	200	570	330
0.1	1046	260	566	330
0.2	992	320	562	330
0.4	884	440	554	330
0.5	830	500	550	330
0.6	800	500	530	330
0.7	720	500	470	330
0.8	640	500	430	330
0.9	570	500	380	330
1	500	500	330	330



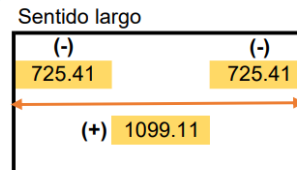
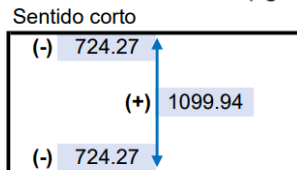
Coefficientes



Momentos por metro de ancho (kg · m/m)



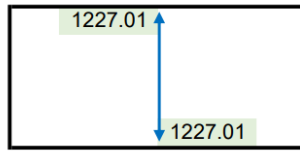
Momentos por nervio o momentos últimos (kg · m/nervio)



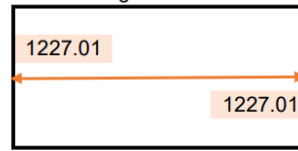
## CORTANTES

### Cortantes por metro de ancho (kg/m)

Sentido corto

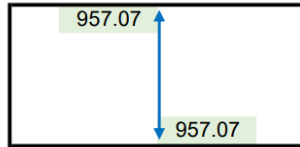


Sentido largo

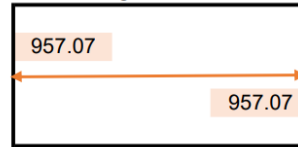


### Cortantes por nervio o cortantes últimos (kg/nervio)

Sentido corto



Sentido largo



## REVISIÓN DE LA RELACIÓN DE ESBELTEZ

Sentido corto

$$\frac{h}{b'S_c} = 2.875 \leq 6$$

Cumple con la revisión

Sentido largo

$$\frac{h}{b'S_L} = 2.875 \leq 6$$

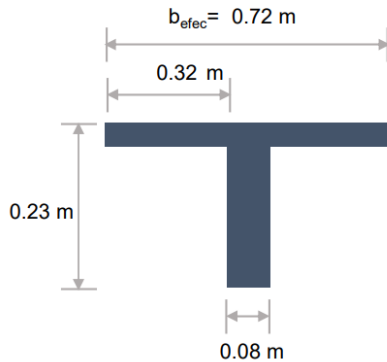
Cumple con la revisión

## ANCHOS EFECTIVOS DEL PATÍN (NTCDyCEC 2017, sección 5.1.1.2)

Sentido corto

- $\frac{1}{8}a_2 + \frac{1}{2}b'S_c = 0.73$  cm
- $\frac{Sep.S_c}{2} - \frac{b'S_c}{2} = 0.35$  cm
- $8h = 0.32$  cm

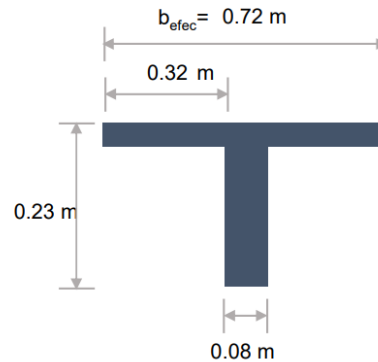
Rige 0.32 m



Sentido largo

- $\frac{1}{8}a_1 + \frac{1}{2}b'S_L = 0.73$  cm
- $\frac{Sep.S_L}{2} - \frac{b'S_L}{2} = 0.35$  cm
- $8h = 0.32$  cm

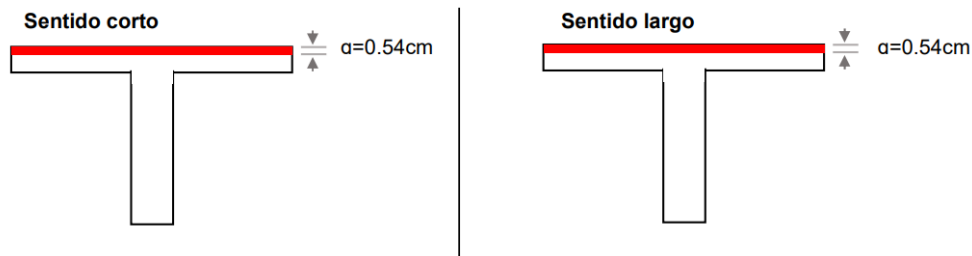
Rige 0.32 m



## REFUERZO A FLEXIÓN

Momento	$p_{nec} =$	$A_{s, \text{calculado}}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s, \text{min}}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s, \text{nec}}$ (cm <sup>2</sup> )	Varillas propuestas			$A_{s, \text{máx}}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s, \text{prop}} < A_{s, \text{máx}}$	$A_{s, \text{prop}} > A_{s, \text{nec}}$
					Cantidad	#	$A_{s, \text{prop}}$ (cm <sup>2</sup> )			
(-) $S_C$	0.0061	0.994	0.432	1.322	1	5	1.98	3.734	CUMPLE	CUMPLE
(-) $S_L$	0.0061	0.996	0.432	1.325	1	5	1.98	3.734	CUMPLE	CUMPLE
(+) $S_C$	0.0010	1.433	0.432	1.906	1	5	1.98	3.734	CUMPLE	CUMPLE
(+) $S_L$	0.0010	1.432	0.432	1.905	1	5	1.98	3.734	CUMPLE	CUMPLE

## PROFUNDIDAD DEL BLOQUE A COMPRESIÓN



$a < t$ , por lo tanto utilizar la sección 5.1.3.a. (NTCDyCEC 2017) para el momento resistente

## MOMENTOS RESISTENTES Y EFICIENCIAS

Momento	$q$	$M_R$ (kg · m)	$M_U$ (kg · m)	$M_U / M_R$
(-) $S_C$	0.2385	1049.80	724.27	69%
(-) $S_L$	0.2385	1049.80	725.41	69%
(+) $S_C$	0.0265	1141.73	1099.94	96%
(+) $S_L$	0.0265	1141.73	1099.11	96%

Promedio= **83%**

## CORTANTES DEL CONCRETO RESISTENTE Y EFICIENCIAS

Sentido	$V_U$ (kg)	$V_{CR}$ (kg)	$V_U / V_{CR}$	$\frac{V_U}{V_{CR}} \leq 103\%$
$S_C$	957.07	972.40	98%	Cumple
$S_L$	957.07	972.40	98%	Cumple

Promedio= **98%**

## A.6.2. Ejemplo 2

### Datos del concreto

$$f_c' = \frac{250}{\text{kg/cm}^2}$$

$$f_c'' = \frac{212.5}{\text{kg/cm}^2}$$

$$\beta_1 = \frac{0.850}{\text{(NTCDyCEC 2017, sección 3.5.1)}}$$

### Datos del acero

$$f_y = \frac{4200}{\text{kg/cm}^2}$$

### Factores de resistencia

(NTCDyCEC 2017, sección 3.7)

$$F_R(\text{Flexion}) = \frac{0.9}{\text{---}}$$

$$F_R(\text{cortante}) = \frac{0.75}{\text{---}}$$

### Dimensiones

$$a_1 = \frac{3.0}{\text{m}}$$

$$a_2 = \frac{6.0}{\text{m}}$$

### PREDIMENSIONAMIENTO

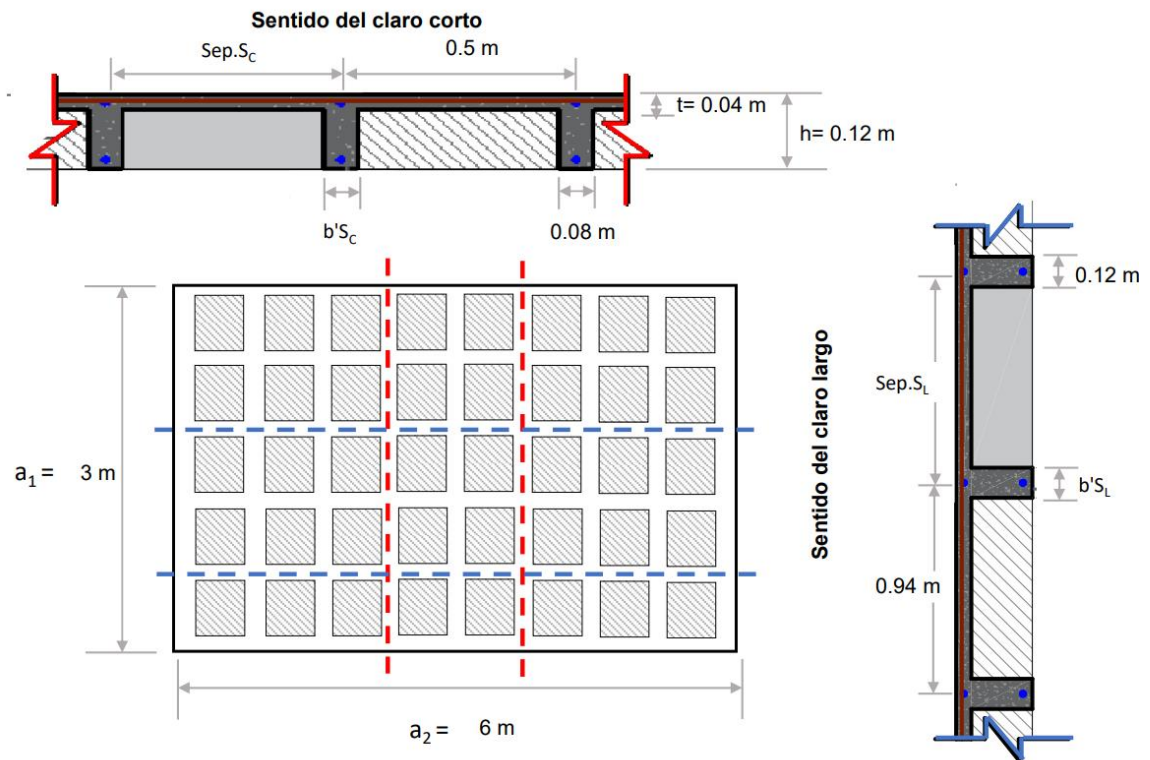
(NTCDyCEC 2017, sección 7.5.4)

$t$ (m)	$h$ (m)	$b'S_c$ (m)	$b'S_L$ (m)	$Sep.S_c$ (m)	$Sep.S_L$ (m)
0.04	0.12	0.08	0.12	0.5	0.94

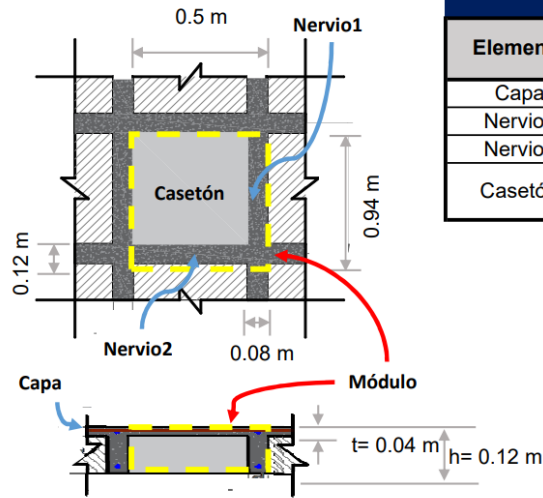
$Sep.S_c$ máx (m)	$Sep.S_L$ máx (m)
0.50	1.00

Cumple

Cumple



## CARGAS



PESO PROPIO					
Elemento	Espesor (m)	Largo (m)	Ancho (m)	$\gamma$ (kg/m <sup>3</sup> )	p/real (kg)
Capa	0.04	0.5	0.94	2200	41.36
Nervio1	0.08	0.88	0.08	2400	13.52
Nervio2	0.08	0.46	0.12	2400	10.60
Casetón	0.08	0.82	0.42	20	0.55
					$W_{\text{módulo}} = 66.03$

	metros	Kilogramos
Módulo →	0.5 * 0.9	→ 66.03
	1 m <sup>2</sup>	→ $W_{\text{losa}}$

$$W_{\text{losa}} = \frac{W_{\text{módulo}}}{\text{Sep. } S_C * \text{Sep. } S_L} = \underline{140.48} \text{ Kg/m}^2$$

ACABADOS DE ENTREPISO			
Cargas permanentes	Espesor m	P. Vol. kg/m <sup>3</sup>	Peso kg/m <sup>2</sup>
Piso ceramico	0.015	2200	33
Mortero	0.015	2000	30
Aplanado y pasta	0.02	1500	30
Norma (NTCCADEE 2017, sección 5.1.2)			40
$W_{\text{acab}} + \text{Norma} =$			133

CARGA VIVA (NTCCADEE 2017, tabla 6.1.1)  
**DESTINO:** a Viviendas, dormitorios, cuartos de hotel y similares

$$W_m = \underline{190} \text{ Kg/m}^2$$

$$W_a = \underline{100} \text{ Kg/m}^2$$

$$W = \underline{80} \text{ Kg/m}^2$$

$$W_{CM} = \underline{273.48} \text{ Kg/m}^2$$

$$W_s = \underline{463.48} \text{ Kg/m}^2$$

### Comprobación del peralte mínimo

h (m)	r		d		$d_{\text{min}}$ (m)
	SC (m)	SL (m)	SC (m)	SL (m)	
0.12	0.025	0.025	0.095	0.095	0.09

Cumple con el  $d_{\text{min}}$

## FACTORIZACIÓN DE CARGAS

Grupo tipo: **B**

### Factores de carga

Para CM= 1.3  $W_{CM} = 273.48 \text{ Kg/m}^2$

Para CV= 1.5  $W_{CV} = 190.00 \text{ Kg/m}^2$

$$W_U = \underline{640.53} \text{ Kg/m}^2$$

## MOMENTOS

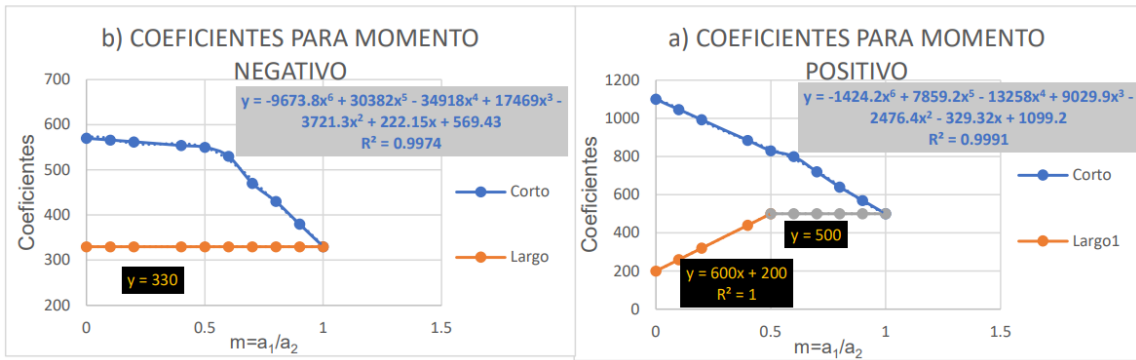
$$m = \frac{a_1}{a_2}$$

$$\text{constante} = 0.0001 * W_U * a_1^2$$

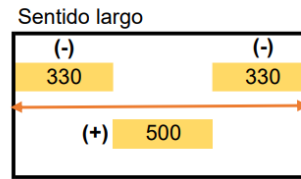
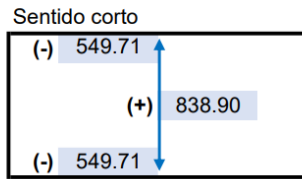
$m = \underline{0.5}$      $\text{constante} = \underline{0.576}$

Coefficientes para un tablero aislado monolítico con sus apoyos

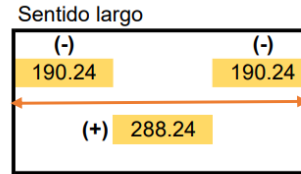
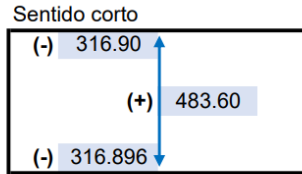
m	Positivo		Negativo	
	S <sub>C</sub>	S <sub>L</sub>	S <sub>C</sub>	S <sub>L</sub>
0	1100	200	570	330
0.1	1046	260	566	330
0.2	992	320	562	330
0.4	884	440	554	330
0.5	830	500	550	330
0.6	800	500	530	330
0.7	720	500	470	330
0.8	640	500	430	330
0.9	570	500	380	330
1	500	500	330	330



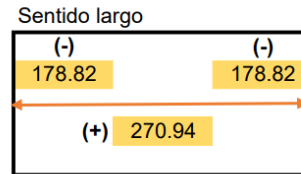
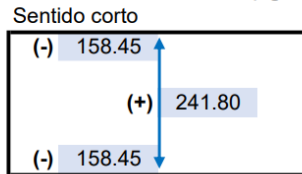
**Coefficientes**



**Momentos por metro de ancho (kg · m/m)**



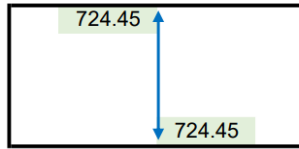
**Momentos por nervio o momentos últimos (kg · m/nervio)**



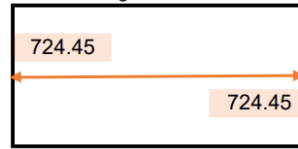
## CORTANTES

### Cortantes por metro de ancho (kg/m)

Sentido corto

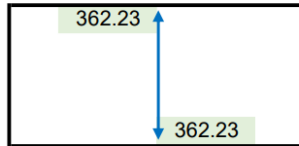


Sentido largo

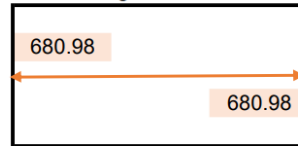


### Cortantes por nervio o cortantes últimos (kg/nervio)

Sentido corto



Sentido largo



## REVISIÓN DE LA RELACIÓN DE ESBELTEZ

Sentido corto

$$\frac{h}{b'S_c} = 1.5 \leq 6$$

Cumple con la revisión

Sentido largo

$$\frac{h}{b'S_L} = 1 \leq 6$$

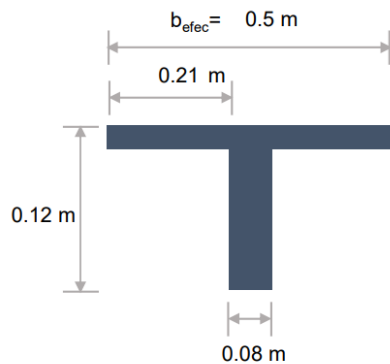
Cumple con la revisión

## ANCHOS EFECTIVOS DEL PATÍN (NTCDyCEC 2017, sección 5.1.1.2)

Sentido corto

- $\frac{1}{8}a_2 + \frac{1}{2}b'S_c = 0.42$  cm
- $\frac{Sep.S_c}{2} - \frac{b'S_c}{2} = 0.21$  cm
- $8h = 0.32$  cm

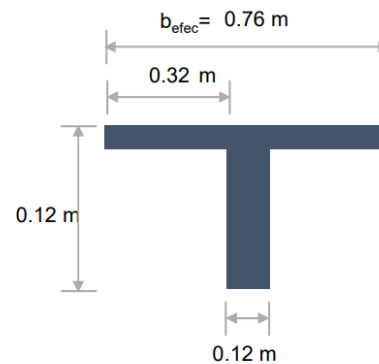
Rige 0.21 m



Sentido largo

- $\frac{1}{8}a_1 + \frac{1}{2}b'S_L = 0.81$  cm
- $\frac{Sep.S_L}{2} - \frac{b'S_L}{2} = 0.41$  cm
- $8h = 0.32$  cm

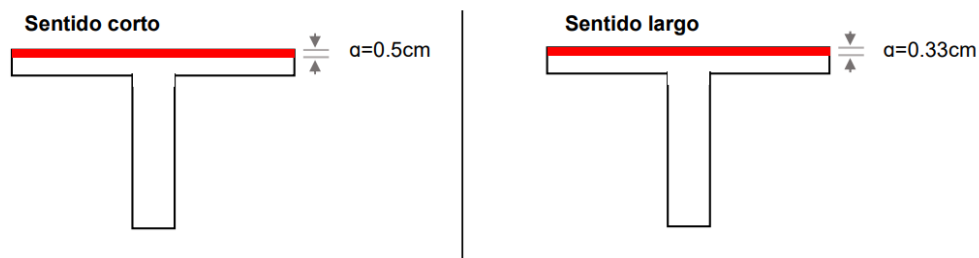
Rige 0.32 m



## REFUERZO A FLEXIÓN

Momento	$p_{nec} =$	$A_{s, \text{calculado}}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s, \text{min}}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s, \text{nec}}$ (cm <sup>2</sup> )	Varillas propuestas			$A_{s, \text{máx}}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s, \text{prop}} < A_{s, \text{máx}}$	$A_{s, \text{prop}} > A_{s, \text{nec}}$
					Cantidad	#	$A_{s, \text{prop}}$ (cm <sup>2</sup> )			
(-) S <sub>C</sub>	0.0062	0.470	0.200	<b>0.625</b>	1	<b>3</b>	<b>0.71</b>	1.730	CUMPLE	CUMPLE
(-) S <sub>L</sub>	0.0046	0.522	0.300	<b>0.694</b>	1	<b>3</b>	<b>0.71</b>	2.596	CUMPLE	CUMPLE
(+) S <sub>C</sub>	0.0014	0.683	0.200	<b>0.908</b>	1	<b>4</b>	<b>1.27</b>	1.730	CUMPLE	CUMPLE
(+) S <sub>L</sub>	0.0011	0.762	0.300	<b>1.014</b>	1	<b>4</b>	<b>1.27</b>	2.596	CUMPLE	CUMPLE

## PROFUNDIDAD DEL BLOQUE A COMPRESIÓN



$\alpha < t$ , por lo tanto utilizar la sección 5.1.3.a. (NTCDyCEC 2017) para el momento resistente

## MOMENTOS RESISTENTES Y EFICIENCIAS

Momento	q	$M_R$ (kg · m)	$M_U$ (kg · m)	$M_U / M_R$
(-) S <sub>C</sub>	0.1853	178.99	158.45	89%
(-) S <sub>L</sub>	0.1235	183.46	178.82	97%
(+) S <sub>C</sub>	0.0527	335.25	241.80	72%
(+) S <sub>L</sub>	0.0347	337.57	270.94	80%

Promedio= **85%**

## CORTANTES DEL CONCRETO RESISTENTE Y EFICIENCIAS

Sentido	$V_U$ (kg)	$V_{CR}$ (kg)	$V_U / V_{CR}$	$\frac{V_U}{V_{CR}} \leq 103\%$
S <sub>C</sub>	362.23	450.62	80%	Cumple
S <sub>L</sub>	680.98	675.94	101%	Cumple

Promedio= **91%**