



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

---

Contribuciones del Axión a los Momentos Dipolares  
Eléctrico y Magnético del Muón

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**LICENCIADO EN FÍSICA**

por

Bogart Rodríguez Fuentes

Asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco y Dr. Alan Ignacio Hernández Juárez

Puebla Pue.  
6 de julio de 2023



**Título:** Contribuciones del Axión a los Momentos Dipolares Eléctrico y Magnético del Muón

**Estudiante:** BOGART RODRÍGUEZ FUENTES

COMITÉ

---

Dr. Héctor Novales Sánchez  
Presidente

---

Dr. Arturo Fernández Tellez  
Secretario

---

Dr. Cupatitzio Ramírez Romero  
Vocal

---

Guillermo Tejeda Muñoz  
Vocal

---

Dr. Gilberto Tavares Velasco  
Asesor

---

Dr. Alan Ignacio Hernández Juárez  
Asesor



# Índice general

<b>1. Agradecimientos</b>	<b>1</b>
<b>2. INTRODUCCIÓN AL MODELO ESTÁNDAR</b>	<b>3</b>
2.1. Partículas Elementales . . . . .	3
2.1.1. Experimento de Joseph J. Thompson . . . . .	3
2.1.2. Experimento de Scattering de Rutherford . . . . .	3
2.1.3. Modelo de Niels Bohr . . . . .	4
2.1.4. Modelo de Chadwick . . . . .	4
2.1.5. Fotón . . . . .	4
2.1.6. Quarks . . . . .	5
2.1.7. Leptones . . . . .	5
2.1.8. Leptones Neutrinos . . . . .	5
2.1.9. Bosones . . . . .	5
2.1.10. Fuerzas fundamentales . . . . .	6
2.2. Teoría de Grupos en el Modelo Estándar . . . . .	6
2.2.1. $U(1)$ . . . . .	6
2.2.2. $SU(2)$ . . . . .	6
2.2.3. $SU(3)$ . . . . .	7
2.3. Simetrías . . . . .	7
2.3.1. Simetrías C, P, T y CP . . . . .	8
2.3.2. Transformaciones Globales y Locales . . . . .	10
2.4. Modelo Estándar y sus elementos . . . . .	10
2.4.1. Lagrangiano de Gauge . . . . .	10
2.4.2. Lagrangiano de Fermiones . . . . .	11
2.4.3. Lagrangiano de Higgs . . . . .	11
2.4.4. Lagrangiano de Yukawa . . . . .	12
2.4.5. Lagrangianos de Ghost y Lagrangiano fijo de Gauge . . . . .	12
<b>3. INTRODUCCIÓN AL AXIÓN, MODELOS DE AXIONES Y GENERALIZACIÓN DEL LAGRANGIANO QUE INVOLUCRA LA INTERACCIÓN ENTRE UN FERMIÓN Y UN AXIÓN</b>	<b>13</b>
3.1. Introducción al Axión . . . . .	13
3.2. ALP's considerados como Bosones impares CP . . . . .	13
3.2.1. Historia . . . . .	13
3.2.2. Lagrangiano . . . . .	14
3.2.3. Rango de masas . . . . .	14
3.3. ALP's considerados como partículas de spín 0 . . . . .	14
3.3.1. Historia . . . . .	14
3.3.2. Lagrangiano . . . . .	15
3.3.3. Rango de masas . . . . .	15

3.4.	Interacción Bosón, Fotón, Muón . . . . .	15
3.4.1.	Historia . . . . .	15
3.4.2.	Lagrangiano . . . . .	15
3.5.	Sector Oscuro . . . . .	15
3.5.1.	Historia . . . . .	15
3.5.2.	Lagrangiano . . . . .	16
3.6.	Generalización del Lagrangiano para la Interacción entre un Leptón y un Axión . . . . .	16
<b>4.</b>	<b>CÁLCULO DE CONTRIBUCIONES DEL AXIÓN AL MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO Y ELÉCTRICO DEL FERMIÓN A NIVEL DE UN LAZO</b>	<b>17</b>
4.1.	Momentos Dipolares Magnético y Eléctrico . . . . .	17
4.2.	Identidad de Gordon y variante . . . . .	17
4.3.	Planteamiento . . . . .	18
4.3.1.	Diagrama del problema . . . . .	18
4.4.	Definición de condiciones cinemáticas . . . . .	18
4.5.	Cálculo de la Amplitud . . . . .	19
4.6.	Procedimiento . . . . .	21
4.6.1.	Separación de términos . . . . .	21
4.6.2.	Denominador . . . . .	22
4.6.3.	Numerador . . . . .	23
<b>5.</b>	<b>CÁLCULO Y ANÁLISIS NUMÉRICOS</b>	<b>33</b>
5.1.	Momento Dipolar Magnético Anomalo del Muón . . . . .	33
5.2.	Gráficas de Contorno del Aporte al Momento Dipolar Magnético del Muón . . . . .	35
5.2.1.	Casos Individuales . . . . .	35
5.2.2.	Casos Globales . . . . .	38
5.2.3.	Comparación de Casos Globales . . . . .	41
5.3.	Gráficas de Región para Valores permitidos de Constantes de Acoplamiento para el Momento Dipolar Magnético del Muón . . . . .	46
5.4.	Ordenes de magnitud permisibles para las constantes de acoplamiento según la discrepancia del Momento Magnético Anomalo del Muón . . . . .	48
5.4.1.	Ordenes de magnitud para el Caso 1 . . . . .	48
5.4.2.	Ordenes de magnitud para el Caso 2 . . . . .	48
5.4.3.	Ordenes de magnitud para el Caso 3 . . . . .	49
5.4.4.	Análisis de ordenes de magnitud . . . . .	49
5.5.	Gráficas de función de aporte al Momento Magnético con respecto de la masa del Axión . . . . .	49
5.5.1.	Gráficas del punto 1 . . . . .	49
5.5.2.	Gráficas del punto 2 . . . . .	54
5.5.3.	Gráficas del punto 3 . . . . .	58
5.6.	Gráficas de Contorno de Aportes al Momento Dipolar Eléctrico del Muón . . . . .	63
5.6.1.	Gráficas de Aportes individuales . . . . .	63
5.6.2.	Gráficas de Aportes Globales . . . . .	71
5.7.	Gráficas de función del aporte al momento dipolar eléctrico del muón con respecto de la masa del Axión . . . . .	73
5.7.1.	Punto 1 . . . . .	73
5.7.2.	Punto 2.1 . . . . .	77
5.7.3.	Punto 3 . . . . .	81
5.8.	Relación entre el Momento Eléctrico y el rompimiento de la simetría CP . . . . .	85
5.9.	Valores específicos para aportes a los momentos dipolares magnético y Eléctrico del Muón . . . . .	86
5.9.1.	Caso 2 - Punto 1 . . . . .	86

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	VII
5.9.2. Caso 2 - Punto 2 y Punto 2.1 . . . . .	86
5.9.3. Caso 2 - Punto 3 . . . . .	86
<b>6. CONCLUSIONES</b>	<b>87</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>89</b>



# Capítulo 1

## Agradecimientos

Quiero empezar este trabajo agradeciendo primordialmente a mis padres Angeles Fuentes Isidoro y Arturo Rodríguez Torres, por permitirme estudiar lo que yo quería, y darme una educación básica que me sirviera para ingresar a esta institución. A mis amigos y colegas de carrera, en especial a mis colegas Marco Antonio García Márquez y Jorge Dettle Meza Dominguez, por inspirarme a seguir adelante en algunos momentos relevantes. A mis asesores de tesis, Dr. Gilberto Tavares Velasco y Dr. Alan Ignacio Hernández Juárez, por los cuales fui capaz de realizar este trabajo y auxiliarme en cada duda sobre este mismo, inclusive dudas que no eran relevantes para este trabajo, pero si para mi formación, también por el apoyo que me brindaron en el tiempo que tardé realizando este trabajo. A mis hermanos Ivonne Rodríguez Fuentes y Angel Arturo Rodríguez Fuentes, por haber crecido conmigo y darme herramientas para poder resolver algunos problemas, aún sin saberlo. A mi novia Sally Janelly Camargo Aguilar por haberme dado apoyo cuando lo necesitaba. A mis profesores de carrera, Dr. Javier Miguel Hernández López, Dr. Gilberto Silva Ortigoza, Dr. Alberto Cordero Dávila, Dr. Arturo Fernández Téllez, Dr. Hector Novales Sanchez, Dr. Cupatitzio Ramírez Romero, Dr. Gerardo Francisco Torres Del Castillo, Dr. Gustavo Rodríguez Zurita, Dr. Gilberto Tavares Velasco y Dr. Jorge Velázquez Castro, ya que gracias a ellos y a mi es el conocimiento obtenido. Gracias a todos ellos ya que sin ellos este trabajo no sería como lo es actualmente.



## Capítulo 2

# INTRODUCCIÓN AL MODELO ESTÁNDAR

El Modelo Estándar es el modelo de la física más reconocido y completo, que utiliza conceptos como Campos, Simetrías, Grupos, etc..., para describir como interactúa (casi toda) la materia (visible y no visible, tangible y no tangible), en su nivel más fundamental. El Modelo Estándar, a través de ciertas reglas de origen físicas y matemáticas, describe con bastante precisión a los fenómenos que suceden en la naturaleza. Empezaremos explicando un poco de la historia que dio inicio a este modelo y también al inicio de la rama de la física denominada física de partículas, entre ellos el descubrimiento de cada elemento que compone las interacciones del Modelo Estándar o las conocidas “Partículas Elementales” (Electrón, Neutrino del Electrón, Muón, Neutrino del Muón, Tau, Neutrino del Tau, Quarks Up, Down, Charm, Strange, Top, Bottom, Bosones Fotón, Gluón, Z, W, y de Higgs).

### 2.1. Partículas Elementales

Las partículas elementales son los componentes más básicos de la materia. Actualmente se ha comprobado la existencia de 17 partículas elementales. El evento que revolucionó la física y dio inicio a la rama conocida como física de partículas, fue el descubrimiento del electrón.

#### 2.1.1. Experimento de Joseph J. Thompson

En 1897 el físico británico Joseph John Thompson, a través de observaciones realizadas en un experimento que involucra rayos catódicos, pudo deducir la existencia de partículas más livianas y pequeñas que el hidrógeno, lo cual dio a lugar al descubrimiento del electrón, Thompson sabía que un filamento caliente podía producir una cantidad de rayos catódicos que después podrían ser deflectados por la interacción de un campo magnético. Aunque fue Thompson quien descubrió el electrón, quien le dio el nombre fue George Johnstone Stoney, él introdujo este término para referirse a la unidad de carga fundamental.

#### 2.1.2. Experimento de Scattering de Rutherford

Thompson imaginaba que el átomo se constituía de una pasta pesada de carga positiva y los electrones suspendidos en esta misma, pero el modelo de Thompson fue criticado por Ernest Rutherford, físico Británico famoso por el experimento de scattering, el cual muestra que la mayor parte de la masa y la carga positiva se encuentra en un pequeño punto del átomo, Rutherford realizó experimentos disparando haces de partículas hacia una lámina delgada de oro, las partículas se

habrían desviado en su mayoría si el átomo fuera como lo pensaba Thompson, pero, la mayor parte de los haces de partículas no sufrían desviación significativa, lo cual encaja mejor con el modelo propuesto por Rutherford. Como dato adicional fue Rutherford quien nombró como “Protón” al núcleo del átomo más ligero (el hidrógeno).

### 2.1.3. Modelo de Niels Bohr

Niels Bohr, Físico Danés, fue reconocido por su modelo atómico propuesto en 1914, para el hidrógeno el cual consistía en un único electrón orbitando a un protón, permaneciendo en órbita a causa de sus cargas opuestas. Utilizando una versión primitiva de teoría cuántica, Bohr pudo calcular el espectro de hidrógeno, obteniendo un resultado sorprendente, este hecho daba fuerza al modelo, así que era natural pensar que átomos más pesados que el hidrógeno tendrían más protones unidos, pero, el siguiente átomo (helio) tiene dos electrones, pesa cuatro veces más que el hidrógeno, y el litio, el cual debería poseer 3 electrones pesa 7 veces el peso del hidrógeno y así sucesivamente, lo cual no concuerda con el modelo planteado por Niels.

### 2.1.4. Modelo de Chadwick

En 1932, James Chadwick un físico Inglés descubrió un nuevo tipo de partícula, el “Neutrón”, un gemelo del protón, pero eléctricamente neutro, lo cual resuelve el misterio del peso extra en el modelo de Niels, entonces cada átomo tenía aproximadamente el mismo número de neutrones que de protones. El descubrimiento del neutrón, puso final a lo que nosotros llamamos la era clásica en física de partículas elementales, ya que el modelo propuesto ofrece una respuesta simple y satisfactoria a la pregunta “¿De qué está hecha la materia”, en 1932 la respuesta era solo, de protones, neutrones y electrones.

### 2.1.5. Fotón

Es difícil o imposible decir con exactitud cuando y quien descubrió el fotón, pero las etapas de su evolución están bastante definidas. Una de las primeras contribuciones fue hecha por Max Planck (físico de origen Alemán) en el año 1900, él trataba de explicar el fenómeno del espectro de cuerpo negro para la radiación que emite un objeto caliente. Ya que resultados mediante física estadística no tenían mucho sentido, principalmente por la conocida “catástrofe del violeta”, la cual arrojaba valores infinitos para la potencia total de radiación. Planck pudo obtener resultados coherentes, suponiendo que la radiación electromagnética estaba cuantizada en pequeños paquetes de energía ( $E = h\nu$ ), caracterizados por la constante  $h$  y la frecuencia de radiación  $\nu$ , él no sabía porque la radiación electromagnética estaba cuantizada, pensaba que se debía a un proceso en la emisión de la radiación. Einstein (físico de origen Alemán), propuso que la cuantización era una propiedad del campo electromagnético, independiente del mecanismo de emisión, a partir de esta idea y de la fórmula de Planck, Einstein explicó de manera precisa el efecto foto-eléctrico (cuando una superficie metálica es bombardeada por radiación electromagnética, la superficie irradia electrones). Einstein sugirió que cuando la superficie metálica es bombardeada por un cuanto de luz, este pierde su energía asociada  $h\nu$ , lo cual excita a un electrón, el cual es capaz de liberarse de la placa metálica, perdiendo una energía  $w$  en el proceso, por lo tanto el electrón se libera con una energía total de  $E \leq h\nu - w$ , esta fórmula aunque es fácil de deducir, implica un hecho extraordinario. La energía máxima del electrón es independiente de la intensidad de radiación, y solo depende de su frecuencia, claramente entre más intensidad la cantidad de electrones desprendidos será mayor, pero su energía será la misma. A diferencia de la teoría de Planck, la visión de Einstein no fue bien recibida, durante 20 años la visión de los cuantos de luz tuvieron una lenta batalla, ya que la mayoría repudiaba la idea de que la luz era de naturaleza corpuscular, como antes lo había descrito Newton. En 1916 Robert Andrews Millikan, físico Estadounidense, realizó un exhaustivo estudio

sobre el efecto foto-eléctrico, y se vió obligado a informar que la ecuación de Einstein, aparecía en todos los casos para explicar los valores experimentales observados.

### 2.1.6. Quarks

No mucho tiempo después, en 1963 dos físicos estadounidenses, Murray Gell-Mann y George Zweig, propusieron independientemente la existencia de partículas fundamentales que componían a los hadrones, las cuales denominaron como “Quarks”, fueron descubiertas en 1968 en el Acelerador Lineal de Standford (SLAC). Originalmente el modelo de Gell-Mann y Zweig consistía de solo 3 diferentes sabores de quarks (Up, Down y Strange), pero en la decada de 1970, se descubrieron 3 sabores de quarks más (Charm, Top, y Bottom). El quark charm, fué descubierto en 1974, por dos equipos independientes, un equipo liderado por Samuel Ting en Brookhaven National Laboratory y otro equipo liderado por Burton Richter en SLAC. El quark bottom, fué descubierto en 1977, por Leon Lederman y sus colegas en el Fermi National Accelerator Laboratory (Fermilab). El quark top, fué descubierto en 1995, en una colaboración entre Collider Detector at Fermilab (CDF) y DZero ( $D\emptyset$ ).

### 2.1.7. Leptones

El “Muón”, partícula bastante parecida al electrón, pero, más pesada, fué descubierta en 1938 a través de observaciones de rayos cósmicos, realizadas por el físico Carl David Anderson. El “Tau”, partícula leptónica más pesada, fué descubierta por el físico Martin Perl en investigaciones realizadas en SLAC.

### 2.1.8. Leptones Neutrinos

Los 3 leptones descubiertos requieren de la existencia de 3 partículas neutras en la teoría, formando duplas con cada una, denominadas “Neutrinos” (Neutrino del Electrón, Neutrino del Muón, Neutrino del Tau), cumpliendo con los 6 leptones. Wolfgang Pauli, propuso originalmente la idea del neutrino en 1930, a través de observaciones realizadas al experimento de decaimiento  $\beta$ , posteriormente se descubrieron el neutrino del muón en 1961 y el neutrino del tau en el 2000. El neutrino del muón, por un grupo de científicos liderado por Melvin Schwartz, Leon Lederman y Sack Steinberger. Finalmente, el neutrino del tau, fué descubierto en el Fermilab en el 2000.

### 2.1.9. Bosones

Las partículas denominadas “Bosones” son todas aquellas que obedecen la estadística de Bose-Einstein, estas partículas son el “Fotón”, el “Gluón”, los Bosones “W” y “Z”, y el “Bosón de Higgs”. Estas son las partículas que componen el Modelo Estándar actual.

### 2.1.10. Fuerzas fundamentales

El modelo estándar tiene bien caracterizadas 3 de las 4 fuerzas fundamentales del universo, la fuerza electromagnética (mediador fotón), la fuerza nuclear fuerte (mediador gluón), y la fuerza nuclear débil (mediadores bosones W y Z), la fuerza gravitacional (mediador gravitón) aún no está bien definida en el modelo estándar, a continuación se presenta una pequeña tabla con características de las 4 fuerzas

Tipo de Fuerza	Alcance	Intensidad relativa	Partícula asociada	Magnitud
Gravitación	$\infty$	x1	Gravitón	Masa
Electromagnetismo	$\infty$	$\times 10^{38}$	Fotón	Carga
Nuclear Fuerte	$10^{-15}\text{m}$	$\times 10^{40}$	Gluón	Color
Nuclear Débil	$10^{-18}\text{m}$	$\times 10^{15}$	Bosones W <sup>+</sup> /W <sup>-</sup> /Z	Sabor

Figura 2.1: Fuerzas fundamentales del universo

## 2.2. Teoría de Grupos en el Modelo Estándar

Es requerida la teoría de grupos y sus propiedades para describir algunos aspectos del Modelo Estándar, principalmente los grupos SU(3), SU(2) y U(1).

### 2.2.1. U(1)

El grupo U(1) hace referencia a todas las matrices unitarias 1x1, esto es, todos los términos que pueden ser expresados de la forma

$$M = re^{i\theta} \tag{2.1}$$

tal que M sea unitaria o en todo caso

$$MM^\dagger = M^\dagger M = \|M\|^2 = \|re^{i\theta}\|^2 = r^2\|e^{i\theta}\|^2 = r^2 = 1 \tag{2.2}$$

ya que

$$1 = \|M\|^2 = r^2 \tag{2.3}$$

la relación se cumple si

$$r = \pm 1 \tag{2.4}$$

Por último las matrices del grupo U(1) se pueden escribir de la forma

$$M = \pm e^{i\theta} \tag{2.5}$$

### 2.2.2. SU(2)

El grupo SU(2) es el conjunto de matrices de 2x2 unitarias y con determinante igual a 1, de tal forma que

$$UU^\dagger = U^\dagger U = \mathbb{1} \tag{2.6}$$

y también

$$U = \begin{pmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

con la condición

$$aa^* + bb^* = \|a\|^2 + \|b\|^2 = 1 \quad (2.8)$$

la condición de la ecuación 1.6 puede ser fácilmente comprobada como se sigue

$$UU^\dagger = \begin{pmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{pmatrix}^\dagger = \begin{pmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a^* & -b \\ b^* & a \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

$$\begin{pmatrix} aa^* + bb^* & -ab + ba \\ -b^*a^* + a^*b^* & b^*b + a^*a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathbb{1} \quad (2.10)$$

podemos corroborar también que

$$U^\dagger U = (UU^\dagger)^\dagger = \mathbb{1}^\dagger = \mathbb{1} \quad (2.11)$$

Resumiendo las matrices del grupo SU(2) tienen la forma de la ecuación (1.7) y como condición la ecuación (1.8).

### 2.2.3. SU(3)

El grupo SU(3) es caracterizado por todas las matrices unitarias de 3x3, con determinante igual a +1, para poder expresar las matrices del grupo SU(3) necesitamos expresar los generadores  $S_i$  mediante las matrices de Gell-Mann ( $\lambda_i$ ) de la siguiente forma

$$S_i = \frac{1}{2}\lambda_i \quad (2.12)$$

con

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Y sus constantes de estructura  $F_{abc}$  diferentes de 0, son las siguientes

$$F_{123} = 1, \quad F_{147} = F_{165} = F_{246} = F_{257} = F_{345} = F_{376}, \quad F_{458} = F_{678} \quad (2.14)$$

las cuales cumplen la propiedad

$$[S_a, S_b] = iF_{abc}S_c \quad (2.15)$$

## 2.3. Simetrías

En física de partículas es importante saber sobre el concepto de simetrías. Una observable tiene simetría con respecto de una transformación, si al aplicar dicha transformación a la observable (transformación local o global), esta permanece invariante.

Por ejemplo, consideremos el lagrangiano más básico del modelo electromagnético

$$L(F_{\mu\nu}) = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (2.16)$$

donde  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  es el tensor de Maxwell para el modelo electromagnético, el cual forma parte de la matriz de Maxwell

$$[F_{\mu\nu}] = \begin{pmatrix} 0 & E^1 & E^2 & E^3 \\ -E^1 & 0 & -B^3 & B^2 \\ -E^2 & B^3 & 0 & -B^1 \\ -E^3 & -B^2 & B^1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

la cual contiene información de los campos magnético y eléctrico del sistema que se esté estudiando. Ahora consideremos que aplicamos una transformación de Gauge de la forma

$$T : A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \chi \quad (2.18)$$

y también

$$\begin{aligned} T : F_{\mu\nu} \rightarrow F'_{\mu\nu} &= (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)' = \partial_\mu A'_\nu - \partial_\nu A'_\mu = \partial_\mu (A_\nu + \partial_\nu \chi) - \partial_\nu (A_\mu + \partial_\mu \chi) \\ F'_{\mu\nu} &= \partial_\mu A_\nu + \partial_\mu \partial_\nu \chi - \partial_\nu A_\mu - \partial_\nu \partial_\mu \chi = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = F_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (2.19)$$

ya que se tiene de la ecuación 1.16 que

$$F'_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}$$

bajo la transformación de gauge, entonces se puede deducir que  $F_{\mu\nu}$  es invariante de gauge y también

$$\begin{aligned} T : L(F_{\mu\nu}) \rightarrow L(F_{\mu\nu})' &= \left(-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}\right)' = -\frac{1}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} (g^{\lambda\mu} g^{\rho\nu} F_{\lambda\rho})' \\ L(F_{\mu\nu})' &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} g^{\lambda\mu} g^{\rho\nu} F'_{\lambda\rho} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} g^{\lambda\mu} g^{\rho\nu} F_{\lambda\rho} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = L(F_{\mu\nu}) \\ L(F_{\mu\nu})' &= L(F_{\mu\nu}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

de lo cual podemos concluir que el lagrangiano del modelo electromagnético, es simétrico con respecto al conjunto de transformaciones de gauge anteriormente definidas.

### 2.3.1. Simetrías C, P, T y CP

#### Simetría C

La simetría C, hace alusión a las transformaciones de carga que conservan la misma forma de un estado. Involucran el cambio de carga de una partícula o de otra forma, convierte a cualquier partícula en su antipartícula, por ejemplo: Consideremos a los kaones neutros  $K^0$ , los cuales cumplen las siguientes reglas, ante la transformación de conjugación de carga C:

$$C|K^0\rangle \rightarrow (|K^0\rangle)' = |\bar{K}^0\rangle \quad C|\bar{K}^0\rangle \rightarrow (|\bar{K}^0\rangle)' = |K^0\rangle \quad (2.21)$$

Ahora veamos al estado  $|K_1\rangle$  el cual está dado a través de los estados de kaones de la siguiente forma:

$$|K_1\rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad (2.22)$$

Seguindo las reglas de la ecuación 2.21, podemos observar que

$$C|K_1\rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(C|K^0\rangle - C|\bar{K}^0\rangle) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(|\bar{K}^0\rangle - |K^0\rangle) = -\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) = -|K_1\rangle \quad (2.23)$$

En resumen, el estado  $|K_1\rangle$  no permanece igual después de sufrir la transformación de conjugación de carga, por lo tanto no cumple simetría C.

### Simetría P

La simetría P o de paridad, involucra la inversión del espacio. Un estado es simétrico ante P, si al realizar una transformación de inversión espacial, permanece en el mismo estado. Por ejemplo, considerando nuevamente el ejemplo anterior sobre los kaones neutros  $K^0$ , estos cumplen las siguientes reglas ante inversión espacial:

$$P|K^0\rangle \rightarrow (|K^0\rangle)' = -|K^0\rangle \qquad P|\bar{K}^0\rangle \rightarrow (|\bar{K}^0\rangle)' = -|\bar{K}^0\rangle \quad (2.24)$$

Ahora el estado  $|K_1\rangle$  se puede transformar ante P, de la siguiente forma:

$$P|K_1\rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(P|K^0\rangle - P|\bar{K}^0\rangle) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(-|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) = -\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) = -|K_1\rangle \quad (2.25)$$

Lo cuál muestra que el estado  $|K_1\rangle$ , no es simétrico ante inversión del espacio, y que por lo tanto no cumple con simetría P.

### Simetría T

La simetría T hace alusión a la inversión temporal de un proceso o estado, si un proceso es simétrico ante transformaciones de inversión temporal, se dice que es simétrico ante T.

### Simetría CP

La simetría CP, es la composición de dos simetrías, la simetría C (de conjugación de carga) y la simetría P (de paridad). Por ejemplo, considerando, a los kaones neutros nuevamente " $K^0$ ", los cuáles cumplen las reglas ante las transformaciones de "C" y de "P":

$$C|K^0\rangle \rightarrow (|K^0\rangle)' = |\bar{K}^0\rangle \qquad C|\bar{K}^0\rangle \rightarrow (|\bar{K}^0\rangle)' = |K^0\rangle \quad (2.26)$$

$$P|K^0\rangle \rightarrow (|K^0\rangle)' = -|K^0\rangle \qquad P|\bar{K}^0\rangle \rightarrow (|\bar{K}^0\rangle)' = -|\bar{K}^0\rangle \quad (2.27)$$

y que por lo tanto también cumplen las siguientes reglas:

#### Regla 1

$$C[P|K^0\rangle] = C[-|K^0\rangle] = -C|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad (2.28)$$

$$P[C|K^0\rangle] = P[|\bar{K}^0\rangle] = -|\bar{K}^0\rangle \quad (2.29)$$

$$C[P|K^0\rangle] = P[C|K^0\rangle] = CP|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad (2.30)$$

#### Regla 2

$$C[P|\bar{K}^0\rangle] = C[-|\bar{K}^0\rangle] = -C|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle \quad (2.31)$$

$$P[C|\bar{K}^0\rangle] = P[|K^0\rangle] = -|K^0\rangle \quad (2.32)$$

$$C[P|\bar{K}^0\rangle] = P[C|\bar{K}^0\rangle] = CP|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle \quad (2.33)$$

Como conclusión podemos resumir estas dos reglas como:

$$CP|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \qquad CP|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle \quad (2.34)$$

Que serían las reglas para la inversión de carga y paridad en una sola transformación que es la composición de las transformaciones de paridad y de carga, ahora considerando de nuevo el estado  $|K_1\rangle$ , podemos aplicar las transformaciones de CP de la siguiente forma:

$$CP|K_1\rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(CP|K^0\rangle - CP|\bar{K}^0\rangle) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(-|\bar{K}^0\rangle + |K^0\rangle) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) = |K_1\rangle \quad (2.35)$$

Lo cual muestra que aunque  $|K_1\rangle$  no es simétrico ante transformaciones de C o de P por separado, lo es ante transformaciones de CP, o de otra forma  $|K_1\rangle$  cumple simetría CP.

### 2.3.2. Transformaciones Globales y Locales

Una transformación se puede clasificar de acuerdo a la manera en la que transforma la función original, de forma local o global.

Una transformación global transforma de igual forma a todos los valores de la función, y una transformación local puede transformar de diferente forma para cada punto de la función (depende de la misma función directa o indirectamente).

Por ejemplo: Una transformación global para la función  $\Theta(x)$  es:

$$T : \Theta(x) \rightarrow \Theta(x)' = e^{i\alpha}\Theta(x) \quad (2.36)$$

donde  $\alpha$  es un número real cualquiera, pero no es una función que depende de  $x$ . Por otro lado, una transformación local para la misma función puede ser:

$$T : \Theta(x) \rightarrow \Theta(x)' = e^{i\beta(x)}\Theta(x) \quad (2.37)$$

donde  $\beta(x)$  es una función de la misma variable de la cuál depende nuestra función original  $\Theta$ , como podemos ver en esta transformación local, cada valor de nuestra función  $\Theta$  en  $x$  tiene asociada una transformación diferente que depende de la misma variable  $x$ , de esta manera podemos explicar la diferencia entre transformaciones globales y locales.

## 2.4. Modelo Estándar y sus elementos

El lagrangiano del Modelo Estándar está compuesto por lagrangianos de varios modelos (lagrangiano de Gauge, lagrangiano de Fermiones, lagrangiano de Higgs, lagrangiano de Yukawa, lagrangiano fijo de Gauge, el lagrangiano Ghost), sumados de la siguiente forma

$$L_{ME} = L_G + L_F + L_H + L_Y + L_{FG} + L_{GHOST} \quad (2.38)$$

Para poderlo entender de mejor manera tenemos que comprender cada uno de sus componentes, empezando por el lagrangiano de Gauge.

### 2.4.1. Lagrangiano de Gauge

A continuación se presenta el lagrangiano de gauge

$$L_G = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (2.39)$$

El lagrangiano de gauge está compuesto por los campos  $G$ ,  $W$  y  $B$ , de los cuáles a continuación presentaremos sus formas completas,

Empezando por,

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - \eta_s g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c \quad (2.40)$$

donde  $f^{abc}$  son las constantes de estructura del grupo  $SU(3)$  y  $\eta_s = \pm 1$ , reflejando los dos símbolos usuales de la literatura.

Ahora en el grupo de  $SU(2)$ ,

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - \eta g \epsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c \quad (2.41)$$

donde la representación fundamental para  $SU(2)$  se escribe mediante  $T^a = \tau^a/2$ , donde  $\tau^a$  son las matrices de Pauli.

Por último en el grupo  $U(1)$ ,

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (2.42)$$

El cuál es muy parecido al tensor de Maxwell.

### 2.4.2. Lagrangiano de Fermiones

Ahora presentaremos el lagrangiano de Fermiones,

$$L_F = \sum_{quarks} i\bar{q}\gamma^\mu D_\mu q + \sum_{\psi_L} i\bar{\psi}_L\gamma^\mu D_\mu\psi_L + \sum_{\psi_R} i\bar{\psi}_R\gamma^\mu D_\mu\psi_R \quad (2.43)$$

en donde las derivadas covariantes  $D_\mu$  son obtenidas mediante las ecuaciones

$$D_\mu q = (\partial_\mu + i\eta_s g_s G_\mu^a T^a)q \quad (2.44)$$

$$D_\mu\psi_L = [\partial_\mu + i\eta\frac{g}{\sqrt{2}}(\tau^+ W_\mu^+ + \tau^- W_\mu^-) + i\eta_e e Q A_\mu] \psi_L \quad (2.45)$$

$$+ i\eta\frac{g}{\cos\theta_W}\left(\frac{\tau_3}{2} - Q\sin^2\theta_W\right)\eta_Z Z_\mu] \psi_L \quad (2.46)$$

$$D_\mu\psi_R = [\partial_\mu + i\eta_e e Q A_\mu - i\eta\frac{g}{\cos\theta_W}Q\sin^2\theta_W\eta_Z Z_\mu] \psi_R \quad (2.47)$$

### 2.4.3. Lagrangiano de Higgs

El lagrangiano de Higgs se ve de la siguiente forma

$$L_H = (D_\mu\Phi)^\dagger D_\mu\Phi + \mu^2\Phi^\dagger\Phi - \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2 \quad (2.48)$$

con las relaciones

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \frac{v+H+i\varphi_Z}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

$$D_\mu\Phi = [\partial_\mu + i\eta\frac{g}{\sqrt{2}}(\tau^+ W_\mu^+ + \tau^- W_\mu^-) + i\eta_e e Q A_\mu] \Phi \quad (2.50)$$

$$+ i\eta\frac{g}{\cos\theta_W}\left(\frac{\tau_3}{2} - Q\sin^2\theta_W\right)\eta_Z Z_\mu] \Phi \quad (2.51)$$

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

$$v^2 = \frac{\mu^2}{\lambda} \quad (2.53)$$

$$m_h^2 = 2\mu^2 \quad (2.54)$$

$$\lambda = \frac{g^2}{8} \frac{m_h^2}{m_W^2} \quad (2.55)$$

### 2.4.4. Lagrangiano de Yukawa

El lagrangiano de Yukawa es muy importante en el Modelo Estándar ya que involucra el concepto del rompimiento espontáneo de la simetría, y el proceso de como el bosón de Higgs brinda masa a los fermiones con los que interactúa, tiene la siguiente forma

$$L_Y = -\bar{L}_L Y_l \Phi l_R - \bar{Q}'_L Y_d \Phi d'_R - \bar{Q}'_L Y_u \tilde{\Phi} u'_R + h.c. \quad (2.56)$$

en la que una suma de generadores está implícita por la notación de matrices.  $L_L(Q'_L)$  son los dobletes izquierdos de quarks y

$$\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \frac{v+H-i\phi_Z}{\sqrt{2}} \\ -\phi \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

También  $Y_l$ ,  $Y_d$  y  $Y_u$  son las matrices 3x3 generales complejas en el espacio de sabor, para que los quarks estén dentro de la base de masa,  $Y_d$  y  $Y_u$  deben ser diagonalizados mediante las transformaciones

$$\bar{u}'_L = \bar{u}_L U^\dagger_{uL}, \quad \bar{d}'_L = \bar{d}_L U^\dagger_{dL} \quad (2.58)$$

$$u'_R = U_{uR} u_R \quad d'_R = U_{dR} d_R$$

de tal manera que

$$\frac{v}{\sqrt{2}} U^\dagger_{uL} Y_u U_{uR} = M_u = \text{diag}(m_u, m_c, m_t) \quad (2.59)$$

$$\frac{v}{\sqrt{2}} U^\dagger_{dL} Y_d U_{dR} = M_d = \text{diag}(m_d, m_s, m_b)$$

en esta nueva base la cupla de Higgs se vuelve diagonal:

$$-L_H = \left(1 + \frac{h^0}{v}\right) [\bar{u} M_u u + \bar{d} M_d d] \quad (2.60)$$

### 2.4.5. Lagrangianos de Ghost y Lagrangiano fijo de Gauge

Los dos últimos lagrangianos explicados en el pequeño resumen de los elementos que componen el Modelo Estándar, no se mencionaran con detalle, ya que no son de gran relevancia en este trabajo y son muy extensos.

## Capítulo 3

# INTRODUCCIÓN AL AXIÓN, MODELOS DE AXIONES Y GENERALIZACIÓN DEL LAGRANGIANO QUE INVOLUCRA LA INTERACCIÓN ENTRE UN FERMIÓN Y UN AXIÓN

### 3.1. Introducción al Axión

El “Axión”, en varios modelos extendidos del Modelo Estándar, surge del problema conocido como “CP Fuerte”, sobre el rompimiento de la simetría CP en la interacción fuerte y las escasas fuentes de contribución al rompimiento de la simetría CP, lo cuál sugiere la existencia de partículas que cumplan con este proceso y no hayan sido observadas antes. Teniendo esto en cuenta, se presentarán algunos modelos de axiones y sus respectivos lagrangianos, con el fin de hallar una generalidad en la interacción que involucra al axión.

### 3.2. ALP’s considerados como Bosones impares CP

#### 3.2.1. Historia

Las partículas tratadas en este modelo son ALP’s (axion-like particles), las cuales son una generalización de los axiones de QCD (Quantum Chromodynamics) propuestos para resolver el problema de la fuerza fuerte sobre la simetría CP, son partículas neutras pseudo-escalares del rompimiento de simetría global a gran escala, sus masas son naturalmente pequeñas comparadas con el rompimiento de escala  $\Delta$ . En algunos de los escenarios de frontera del Modelo Estándar se predice la existencia de estas. También el axión en este modelo se considera un bosón impar CP (un singlete en el grupo de Gauge).

# INTRODUCCIÓN AL AXIÓN, MODELOS DE AXIONES Y GENERALIZACIÓN DEL LAGRANGIANO QUE INVOLUCRA LA INTERACCIÓN ENTRE UN FERMIÓN Y UN AXIÓN

## 3.3 ALP's considerados como partículas de espín 0

### 3.2.2. Lagrangiano

El modelo<sup>1</sup> es descrito a través del lagrangiano efectivo del sector electrodébil, como se muestra a continuación

$$L_{eff}^{D \leq 5} = \frac{1}{2}(\partial_\mu a)(\partial^\mu a) - \frac{m_a^2 a^2}{2} + \frac{\partial^\mu a}{f_a} \sum_{\psi=Q_L, Q_R, L_L, L_R} \bar{\psi} \gamma_\mu X_\psi \psi - c_{\tilde{W}} W_{\mu\nu}^a \tilde{W}^{a\mu\nu} \frac{a}{f_a} - c_{\tilde{B}} B_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu} \frac{a}{f_a}. \quad (3.1)$$

En donde  $W_{\mu\nu}^a$  y  $B_{\mu\nu}$  son los tensores de los campos  $SU(2)_L$  y  $U(1)_Y$ , y  $c_{\tilde{W}}$  y  $c_{\tilde{B}}$  son las constantes de acoplamiento correspondientes. También  $X_\psi$  son las matrices hermitianas en el espacio de sabor. Luego del rompimiento de simetría electrodébil, el lagrangiano se vuelve de la siguiente forma

$$L_{eff}^{D \leq 5} = \frac{1}{2}(\partial_\mu a)(\partial^\mu a) - \frac{m_a^2 a^2}{2} + i a g_{a\psi} \sum_{\psi=Q, L} m_\psi^{diag} \bar{\psi} \gamma_5 \psi - \frac{1}{4} g_{a\gamma\gamma} a F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} g_{a\gamma Z} a F_{\mu\nu} \tilde{Z}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} g_{aZZ} a Z_{\mu\nu} \tilde{Z}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} g_{aWW} a W_{\mu\nu} \tilde{W}^{\mu\nu}, \quad (3.2)$$

donde

$$g_{a\gamma\gamma} = \frac{4}{f_a} (c_\theta^2 c_{\tilde{B}} + s_\theta^2 c_{\tilde{W}}) \quad (3.3)$$

$$g_{aZZ} = \frac{4}{f_a} (s_\theta^2 c_{\tilde{B}} + c_\theta^2 c_{\tilde{W}}) \quad (3.4)$$

$$g_{a\gamma Z} = \frac{4}{f_a} s_{2\theta} (c_{\tilde{W}} - c_{\tilde{B}}) \quad (3.5)$$

$$g_{aWW} = \frac{4c_{\tilde{W}}}{f_a}. \quad (3.6)$$

También  $F_{\mu\nu}$ ,  $Z_{\mu\nu}$  y  $W_{\mu\nu}$  son los tensores de campo del fotón, bosón Z y W, respectivamente.

### 3.2.3. Rango de masas

En este modelo el rango de masas para el axión, se divide en axiones ligeros (por debajo del MeV) y para axiones relevantes (cientos de GeV en adelante), el rango de masas considerado en el modelo es de 5 GeV a 70 GeV

## 3.3. ALP's considerados como partículas de espín 0

### 3.3.1. Historia

En este modelo<sup>2</sup> se tratan las partículas antes mencionadas ALP's, como partículas escalares y pseudo-escalares de espín 0, que provienen de extensiones del Modelo Estándar, principalmente se pueden entender a partir de su naturaleza como pseudo-bosón de Goldstone, y por consecuencia se relaciona con el rompimiento de alguna simetría.

<sup>1</sup>Chong-Xing Yue, Shuo Yang, Han Wang, Nan Zhang, "Prospects for detecting axion-like particles via the decay  $Z \rightarrow aff$  at future Z factories", 2022.

<sup>2</sup>W.J. Marciano, A. Masiero, P. Paradisi, M. Passera, "Contributions of axion-like particles to lepton dipole moments", 2016.

INTRODUCCIÓN AL AXIÓN, MODELOS DE AXIONES Y GENERALIZACIÓN  
DEL LAGRANGIANO QUE INVOLUCRA LA INTERACCIÓN ENTRE UN  
FERMIÓN Y UN AXIÓN

3.4 Interacción Bosón, Fotón, Muón

---

### 3.3.2. Lagrangiano

El lagrangiano que describe el modelo tratado, se escribe como a continuación:

$$L = \frac{1}{4}g_{a\gamma\gamma}aF_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} + iy_{a\psi}a\bar{\psi}\gamma^5\psi \quad (3.7)$$

El cuál describe la interacción de una partícula ALP pseudo-Escalar  $a$  con un fotón  $\gamma$  y un fermión  $\psi$ , donde  $a\gamma\gamma$  es una constante de acoplamiento dimensional,  $F_{\mu\nu}$  y  $\tilde{F}^{\mu\nu}$  son el tensor electromagnético y su tensor dual, respectivamente, y  $y_{a\psi}$  es una constante de acoplamiento dimensional de Yukawa.

Para el caso de la interacción de una partícula ALP escalar  $s$ , con un fotón  $\gamma$  y un fermión  $\psi$ , el lagrangiano se puede parametrizar como:

$$L = \frac{1}{4}g_{s\gamma\gamma}sF_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + y_{s\psi}s\bar{\psi}\psi \quad (3.8)$$

### 3.3.3. Rango de masas

En el modelo tratado se toma en cuenta un rango de masas para los ALP's, de los 100 MeV a los 1 GeV.

## 3.4. Interacción Bosón, Fotón, Muón

### 3.4.1. Historia

En este modelo<sup>3</sup> se describira la interacción entre un bosón escalar y pseudo-escalar cualquiera, un fotón y un muón, con el fin de hallar contribuciones de cualquier tipo al momento magnético de la interacción antes mencionada, el lagrangiano presentado a continuación es parametrizado después del rompimiento de simetría de  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  a  $U(1)_{QED}$ .

### 3.4.2. Lagrangiano

El lagrangiano que describe la interacción del modelo puede ser parametrizado de la siguiente forma:

$$L_{int}^{FS} = [\bar{F}(C_S + C_P\gamma_5)\mu S^\dagger + h.c.] + Q_F e \bar{F} \not{A} F + iQ_S e (S^\dagger \partial_\mu S - S \partial_\mu S^\dagger) A^\mu, \quad (3.9)$$

donde  $C_S$  y  $C_P$  son las constantes de tipo escalar y pseudo-Escalar, respectivamente,  $Q_F$  y  $Q_S$  denotan las cargas eléctricas del fermión y el bosón escalar.

## 3.5. Sector Oscuro

### 3.5.1. Historia

Este modelo<sup>4</sup> introduce un nuevo sector extendiendo el Modelo Estándar, llamado “Sector Oscuro”, el cuál tiene sus propias fuerzas y partículas, las cuales en su mayoría están desacopladas del Modelo Estándar, el sector oscuro podría interactuar de forma débil con el conocido “Sector Visible” del Modelo Estándar, a través del denominado “Portal”, el cuál existe en ambos sectores

---

<sup>3</sup>Bingrong Yu, Shun Zhou, “General Remarks on the One-loop Contributions to the Muon Anomalous Magnetic Moment”, 2022.

<sup>4</sup>Chien-Yi Chen, Hooman Davoudiasl, William J. Marciano, Cen Zhang, “Implications of a Light “Dark Higgs” Solution to the  $g_\mu - 2$  Discrepancy”, 2016.

# INTRODUCCIÓN AL AXIÓN, MODELOS DE AXIONES Y GENERALIZACIÓN DEL LAGRANGIANO QUE INVOLUCRA LA INTERACCIÓN ENTRE UN FERMIÓN Y UN AXIÓN

## 3.6 Generalización del Lagrangiano para la Interacción entre un Leptón y un Axión

el objetivo del modelo es explicar la discrepancia del momento magnético del muón, a través de una partícula escalar que reside en el sector oscuro, la cuál puede contribuir en el momento magnético de la interacción entre un leptón y un fotón, a través del rompimiento de  $U(1)_d$  en el sector oscuro.

### 3.5.2. Lagrangiano

El lagrangiano involucrado en este modelo es:

$$L_{\phi ll} = -\phi \bar{l}(\lambda_S^l + i\lambda_P^l \gamma_5)l \quad (3.10)$$

donde  $\phi$  es la partícula escalar del sector oscuro,  $l$  toma lugar de los leptones  $l = e, \mu, \tau$  y  $\lambda_S^l$  y  $\lambda_P^l$ , son las constantes de acoplamiento oscuras de Yukawa.

## 3.6. Generalización del Lagrangiano para la Interacción entre un Leptón y un Axión

Como hemos visto en los modelos estudiados anteriormente, se puede notar una característica general en cada uno, la interacción que involucra al acoplamiento de una partícula “fermión” con un axión de tipo escalar, se puede describir mediante la siguiente regla de interacción simple

$$S \bar{f}_j C_s f_i \quad (3.11)$$

donde  $C_s$  es un tipo de constante de acoplamiento para el axión Escalar. Y de otra forma la interacción que involucra al acoplamiento de una partícula “fermión” con un axión de tipo pseudo-escalar, se puede describir mediante la regla de interacción

$$S \bar{f}_j C_p \gamma_5 f_i \quad (3.12)$$

donde  $C_p$  es un tipo de constante de acoplamiento para el axión pseudo-escalar. Finalmente para interacciones que involucren mezclas de acoplamientos tanto escalares como pseudo-escalares del axión con un fermión, pueden ser descritas mediante una mezcla de las reglas de interacción anteriores, ecuaciones (3.11) y (3.12), de la siguiente forma:

$$L_{s,p} = S \bar{f}_j C_s f_i + S \bar{f}_j C_p \gamma_5 f_i = S \bar{f}_j (C_s + C_p \gamma_5) f_i \quad (3.13)$$

Finalmente se puede proponer la siguiente regla de acoplamiento para la interacción entre un fermión y un axión de tipo escalar y pseudo-escalar:

$$L_{lA_{sp}} = S \bar{f}_j [(C_s + C_p \gamma_5)] f_i \quad (3.14)$$

donde  $C_s$  y  $C_p$  son las constantes de acoplamiento para el axión tipo escalar y pseudo-escalar, respectivamente,  $f_i$  y  $f_j$  son los fermiones que se involucran en la interacción y  $S$  es el axión.

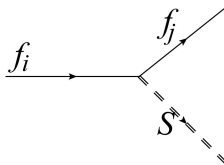


Figura 3.1: Interacción de un fermión  $f_i$  con un axión

## Capítulo 4

# CÁLCULO DE CONTRIBUCIONES DEL AXIÓN AL MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO Y ELÉCTRICO DEL FERMIÓN A NIVEL DE UN LAZO

### 4.1. Momentos Dipolares Magnético y Eléctrico

Lo que queremos calcular de la interacción son los aportes del axión a los momentos dipolares magnético y eléctrico del fermión  $f_i$ , por lo que podemos utilizar la relación entre la amplitud y los momentos magnético y eléctrico:

$$\mathcal{M}^\mu = \bar{u}(P_2)(-ieQ_{f_j}\Gamma^\mu)u(P_1) \quad (4.1)$$

luego

$$\Gamma^\mu = \gamma^\mu F_1 + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{m}\hat{\mu} - \frac{\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{m}\gamma_5\hat{d} \quad (4.2)$$

donde  $\hat{\mu}$  es el momento magnético,  $\hat{d}$  el momento eléctrico y  $F_1$  es una función que está relacionada con la carga eléctrica, la cual no nos interesa en nuestro cálculo.

### 4.2. Identidad de Gordon y variante

También tendremos que utilizar la Identidad de Gordon

$$\bar{u}(P_2)\gamma^\mu u(P_1) = \bar{u}(P_2)\left[\frac{(P_1 + P_2)^\mu}{2M_{f_j}} + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2M_{f_j}}\right]u(P_1) \quad (4.3)$$

tomando en cuenta que  $P_1 = P_2 - q$  podemos modificar un poco la Identidad de Gordon de tal forma que

$$\bar{u}(P_2)\gamma^\mu u(P_1) = \bar{u}(P_2)\left[\frac{(P_2 - q + P_2)^\mu}{2M_{f_j}} + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2M_{f_j}}\right]u(P_1) = \bar{u}(P_2)\left[\frac{(2P_2 - q)^\mu}{2M_{f_j}} + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2M_{f_j}}\right]u(P_1) \quad (4.4)$$

# CÁLCULO DE CONTRIBUCIONES DEL AXIÓN AL MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO Y ELÉCTRICO DEL FERMIÓN A NIVEL DE UN LAZO

## 4.3 Planteamiento

debido a que dejaremos la expresión en terminos de  $P_2$  requeriremos modificar un poco esta relación al final del cálculo de la siguiente forma

$$\bar{u}(P_2)P_2^\mu u(P_1) = \bar{u}(P_2)[M_{f_j}\gamma^\mu - \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2} + \frac{q^\mu}{2}]u(P_1) \quad (4.5)$$

### 4.3. Planteamiento

#### 4.3.1. Diagrama del problema

Para poder encontrar las contribuciones del axión a los momentos dipolares magnético y eléctrico, necesitamos el Diagrama de Feynman a nivel de un lazo que se puede observar en la figura 4.1

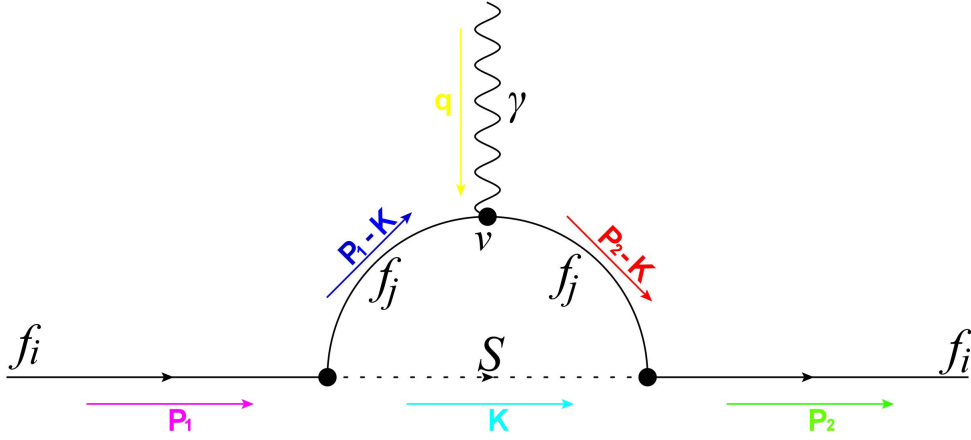


Figura 4.1: Diagrama de Feynman a nivel de un lazo que contribuye al momento magnético y eléctrico del fermión  $f_i$

Donde  $P_1$ ,  $P_2$  y  $q$ , son los cuadrimomentos externos, del fermión entrante, fermión saliente ( $f_i$ ) y fotón, respectivamente,  $P_1 - K$ ,  $P_2 - K$  y  $K$ , son los cuadrimomentos internos, de los fermiones del lazo ( $f_j$ ) y axión, respectivamente. Las letras  $f_i$ ,  $f_j$ ,  $S$  y  $\gamma$ , representan las partículas que interactúan, fermión externo, fermión interno, axión y fotón, respectivamente.

### 4.4. Definición de condiciones cinematicas

Para poder realizar calculos a profundidad, necesitamos primero definir las condiciones cinematicas de nuestra interacción, para los cuadrimomentos externos  $P_1$ ,  $P_2$  y  $q$ , tenemos las condiciones

$$P_1^2 = M_{f_i}^2, \quad P_2^2 = M_{f_i}^2, \quad P_1 = P_2 - q, \quad q^2 = 0, \quad P_2 \cdot q = 0. \quad (4.6)$$

## 4.5. Cálculo de la Amplitud

Para calcular el cuerpo de la amplitud principal del diagrama mostrado anteriormente, es necesario definir las reglas de Feynman para la interacción entre las partículas involucradas, de la siguiente forma:

1. Fermión entrante ( $f_i$ ), figura 4.2

$$u(P_1) \tag{4.7}$$

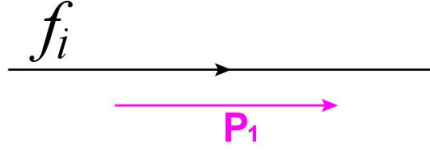


Figura 4.2: Fermión entrante

2. Vértice fermión entrante ( $f_i$ ), fermión interno 1 ( $f_j$ ), axi3n, figura 4.3

$$i(C_s + C_p\gamma_5) \tag{4.8}$$

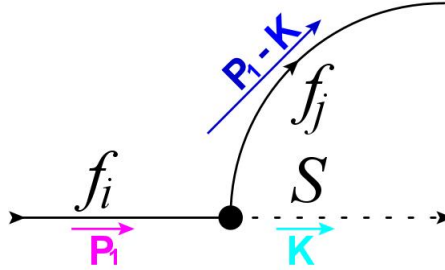


Figura 4.3: Vertice 1

3. Propagador del fermión interno 1 ( $f_j$ ) (vértice a vértice), figura 4.4

$$i \frac{\not{P}_1 - \not{K} + M_{f_j}}{(P_1 - K)^2 - M_{f_j}^2} \tag{4.9}$$

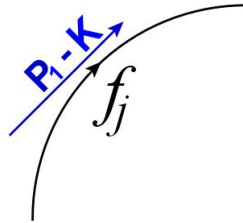


Figura 4.4: Propagador fermión interno 1

**CÁLCULO DE CONTRIBUCIONES DEL AXIÓN AL MOMENTO DIPOLAR  
MAGNÉTICO Y ELÉCTRICO DEL FERMIÓN A NIVEL DE UN LAZO**  
4.5 Cálculo de la Amplitud

---

4. Propagador del axión, figura 4.5

$$\frac{i}{K^2 - M_S^2} \quad (4.10)$$

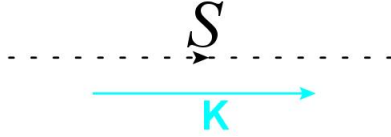


Figura 4.5: Propagador axión

5. Vértice fermión interno 1 ( $f_j$ ), fotón, fermión interno 2 ( $f_j$ ), figura 4.6

$$-ieQ_{f_j}\gamma^\nu \quad (4.11)$$

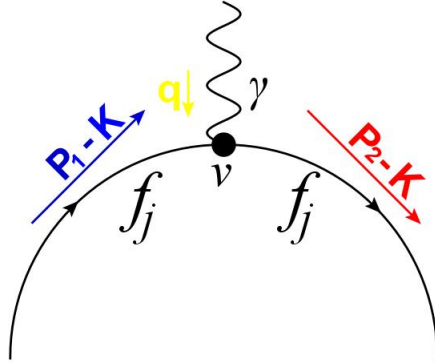


Figura 4.6: Vértice  $\nu$

6. Vértice fermión interno 2 ( $f_j$ ), axión, fermión externo  $f_i$ , figura 4.7

$$i(C_s^* - C_p^*\gamma_5) \quad (4.12)$$

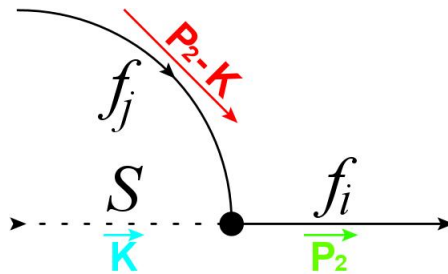


Figura 4.7: Vértice 2

7. Propagador del fermión saliente  $f_i$ , figura 4.8

$$\bar{u}(P_2) \tag{4.13}$$

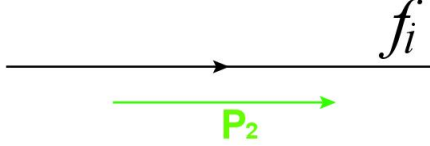


Figura 4.8: Propagador fermión externo

Para calcular la amplitud de la interacción hay que realizar una integral con respecto del cuadrimomento desconocido lo cual representa una suma, esta integral será de dimensión  $D$ , para luego utilizar el método de regularización dimensional tal que  $D \rightarrow 4$ .

La amplitud principal se puede escribir como a continuación

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^\mu = & \int \frac{d^D K}{(2\pi)^D} \bar{u}(P_2) [i(C_s^* - C_p^* \gamma_5)] [i \frac{\not{P}_2 - \not{K} + M_{f_j}}{(P_2 - K)^2 - M_{f_j}^2}] \times \\ & \times [-ieQ_{f_j} \gamma^\mu] [i \frac{\not{P}_1 - \not{K} + M_{f_j}}{(P_1 - K)^2 - M_{f_j}^2}] [i(C_s + C_p \gamma_5)] [\frac{i}{K^2 - M_S^2}] U(P_1) \mu^{4-D} \end{aligned} \tag{4.14}$$

siguiendo las reglas de Feynman término a término.

## 4.6. Procedimiento

Para llevar a cabo el cálculo de los aportes a los momentos dipolares magnético y eléctrico se utilizarán algunas manipulaciones algebraicas y la paquetería FeynCalc de Wolfram Mathematica.

### 4.6.1. Separación de términos

El primer paso será escribir separadamente las constantes, numerador y denominador del integrando y los espinores, de la siguiente forma.

$$-(i^6 e Q_{f_j}) \int \frac{d^D K}{(2\pi)^D} \bar{u}(P_2) \frac{(C_s^* - C_p^* \gamma_5)(\not{P}_2 - \not{K} + M_{f_j}) \gamma^\mu (\not{P}_1 - \not{K} + M_{f_j})(C_s + C_p \gamma_5)}{[(P_1 - K)^2 - M_{f_j}^2][(P_2 - K)^2 - M_{f_j}^2][K^2 - M_S^2]} u(P_1) \mu^{4-D} \tag{4.15}$$

donde podemos identificar por separado las constantes

$$Constantes = \mathcal{C} = -i^6 e Q_{f_j} \tag{4.16}$$

numerador del integrando sin espinores

$$Num.Int = \mathcal{N}^\mu = (P_2)(C_s^* - C_p^* \gamma_5)(\not{P}_2 - \not{K} + M_{f_j}) \gamma^\mu (\not{P}_1 - \not{K} + M_{f_j})(C_s + C_p \gamma_5) \tag{4.17}$$

y denominador del integrando.

$$Den.Int = \mathcal{D} = [(P_1 - K)^2 - M_{f_j}^2][(P_2 - K)^2 - M_{f_j}^2][K^2 - M_S^2]^{-1} \tag{4.18}$$

**CÁLCULO DE CONTRIBUCIONES DEL AXIÓN AL MOMENTO DIPOLAR  
MAGNÉTICO Y ELÉCTRICO DEL FERMIÓN A NIVEL DE UN LAZO**

4.6 Procedimiento

### 4.6.2. Denominador

Primero trabajamos con el denominador del integrando, utilizando el método de parametrización de Feynman

$$\frac{1}{ABC} = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^1 dz \delta(x+y+z-1) \frac{2}{D^3} \quad (4.19)$$

con

$$D = Ax + By + Cz \quad (4.20)$$

En nuestro caso hacemos las siguientes relaciones

$$A = (P_1 - K)^2 - M_{f_j}^2, \quad B = (P_2 - K)^2 - M_{f_j}^2, \quad C = K^2 - M_S^2. \quad (4.21)$$

Entonces obtenemos una expresión para el denominador del integrando en la forma en la que está puesto en la amplitud

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &= \frac{1}{[(P_1 - K)^2 - M_{f_j}^2][(P_2 - K)^2 - M_{f_j}^2][K^2 - M_S^2]} = \\ &= \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^1 dz \delta(x+y+z-1) \frac{2}{D^3} \end{aligned} \quad (4.22)$$

con

$$D = [(P_1 - K)^2 - M_{f_j}^2]x + [(P_2 - K)^2 - M_{f_j}^2]y + [K^2 - M_S^2]z \quad (4.23)$$

Utilizando la propiedad de la Delta de Dirac podemos obtener

$$\mathcal{D} = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{2}{D^3(z=1-x-y)} = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{2}{D'^3} \quad (4.24)$$

donde

$$D(z=1-x-y) = D' = [(P_1 - K)^2 - M_{f_j}^2]x + [(P_2 - K)^2 - M_{f_j}^2]y + [K^2 - M_S^2](1-x-y) \quad (4.25)$$

Ahora trabajaremos con  $D'$ , primero reduciremos la expresión un poco de tal forma que

$$D' = P_1^2 x - 2P_1 \cdot Kx + K^2 x - M_{f_j}^2 x + P_2^2 y - 2P_2 \cdot Ky + K^2 y - M_{f_j}^2 y + K^2(1-x-y) - M_S^2(1-x-y) \quad (4.26)$$

Recordando las condiciones cinemáticas

$$P_1^2 = M_{f_i}^2, \quad P_2^2 = M_{f_j}^2, \quad P_1 = P_2 - q, \quad q^2 = 0, \quad P_2 \cdot q = 0. \quad (4.27)$$

obtenemos

$$\begin{aligned} D' &= M_{f_i}^2 x - 2(P_2 - q) \cdot Kx + K^2 x - M_{f_j}^2 x + M_{f_i}^2 y - 2P_2 \cdot Ky + K^2 y - \\ &\quad - M_{f_j}^2 y + K^2 - K^2 x - K^2 y - M_S^2 + M_S^2 x + M_S^2 y \\ D' &= K^2 - 2(x+y)K \cdot P_2 + 2xK \cdot q - M_{f_j}^2(x+y) + M_{f_i}^2(x+y) + M_S^2(x+y) - M_S^2 \\ D' &= K^2 - 2(x+y)K \cdot P_2 + 2xK \cdot q + (x+y)[M_{f_i}^2 + M_S^2 - M_{f_j}^2] - M_S^2 \end{aligned} \quad (4.28)$$

Nosotros podemos identificar un término que puede ser cuadrático de la forma

$$\begin{aligned} l^2 &= [K - (x+y)P_2 + xq]^2 = K^2 - 2(x+y)K \cdot P_2 + 2xK \cdot q + (x+y)^2 P_2^2 - 2x(x+y)P_2 \cdot q + x^2 q^2 \\ l^2 &= K^2 - 2(x+y)K \cdot P_2 + 2xK \cdot q + (x+y)^2 M_{f_i}^2 \end{aligned} \quad (4.29)$$

también

$$l^2 - (x+y)^2 M_{f_i}^2 = K^2 - 2(x+y)K \cdot P_2 + 2xK \cdot q \quad (4.30)$$

**CÁLCULO DE CONTRIBUCIONES DEL AXIÓN AL MOMENTO DIPOLAR  
MAGNÉTICO Y ELÉCTRICO DEL FERMIÓN A NIVEL DE UN LAZO**

4.6 Procedimiento

Entonces podemos comparar la ecuación 4.28 y 4.30 y ver que

$$D' = l^2 - (x + y)^2 M_{f_i}^2 + (x + y)[M_{f_i}^2 + M_S^2 - M_{f_j}^2] - M_S^2 \quad (4.31)$$

simplificando

$$D' = l^2 + (x + y)[M_{f_i}^2 + M_S^2 - M_{f_j}^2 - (x + y)M_{f_i}^2] - M_S^2$$

$$D' = l^2 + (x + y)[M_{f_i}^2(1 - x - y) + M_S^2 - M_{f_j}^2] - M_S^2 \quad (4.32)$$

es mejor para nuestro cálculo que la expresión anterior se vea de la siguiente forma

$$D' = l^2 - (x + y)[M_{f_i}^2(x + y - 1) + M_{f_j}^2] + M_S^2(x + y - 1) \quad (4.33)$$

podemos identificar el término de la ecuación (4.33) que contiene a  $x$  y a  $y$  como una función que nombraremos  $\Delta(x, y)$ , pero con un signo menos a conveniencia de un cálculo posterior, de la siguiente forma

$$D' = l^2 - \Delta \quad (4.34)$$

con

$$\Delta = (x + y)[M_{f_i}^2(x + y - 1) + M_{f_j}^2] - M_S^2(x + y - 1) \quad (4.35)$$

teniendo todo esto en cuenta podemos escribir el denominador del integrando de la siguiente forma:

$$\mathcal{D} = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{2}{[l^2 - \Delta]^3} \quad (4.36)$$

### 4.6.3. Numerador

Ahora trabajaremos un poco con el numerador sin los espinores extremos,

$$\mathcal{N}^\mu = (C_s^* - C_p^* \gamma_5)(\not{P}_2 - \not{K} + M_{f_j})\gamma^\mu(\not{P}_1 - \not{K} + M_{f_j})(C_s + C_p \gamma_5) \quad (4.37)$$

utilizaremos el programa FeynCalc de Wolfram Mathematica para hacer manipulaciones sobre el numerador debido a la complejidad del cálculo involucrado, por ejemplo podemos expandir el numerador con la función de FeynCalc DotExpand para ver que forma tiene y aplicamos también una condición para el cálculo  $P_1 = P_2 - q$ , como se puede observar en la figura 4.9

```

In[3]:= amp11 = (Gs* - Gp* GA5) . (GSD[P2] - GSD[K] + m) . (GAD[v]) . (GSD[P1] - GSD[K] + m) . (Gs + Gp GA5) /. {P1 -> -q + P2} // DotExpand
Out[3]= m Gp (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . K) . \gamma^5 + m Gp (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . K) . \gamma^5 - m Gp (G2)^\gamma^5 . (\gamma . K) . \gamma^5 - m Gp (G2)^\gamma^5 . (\gamma . K) . \gamma^5 + m G2 (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . K) + m G2 (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . K) . \gamma^5 -
Gp (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . K) . \gamma^5 + Gp (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . P2) . \gamma^5 + Gp (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . K) . \gamma^5 + Gp (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . P2 - q) . \gamma^5 - Gp (G2)^\gamma^5 . (\gamma . K) . \gamma^5 + G2 (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . P2 - q) . \gamma^5 +
Gp (G2)^\gamma^5 . (\gamma . P2) . \gamma^5 + G2 (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . K) + Gp (G2)^\gamma^5 . (\gamma . K) . \gamma^5 - G2 (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . K) . \gamma^5 - m^2 Gp \gamma^5 . \gamma^5 (Gp)^\gamma^5 + m^2 Gp \gamma^5 . \gamma^5 (G2)^\gamma^5 -
m^2 G2 \gamma^5 . \gamma^5 (Gp)^\gamma^5 - m Gp (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . P2) . \gamma^5 - m Gp (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . P2 - q) . \gamma^5 + m Gp (G2)^\gamma^5 . (\gamma . P2 - q) . \gamma^5 - m G2 (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . P2 - q) + m Gp (G2)^\gamma^5 . (\gamma . P2) . \gamma^5 -
m G2 (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . P2) . \gamma^5 - Gp (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . P2) . \gamma^5 + Gp (G2)^\gamma^5 . (\gamma . P2) . \gamma^5 - G2 (Gp)^\gamma^5 . (\gamma . P2) . \gamma^5 - m G2 (G2)^\gamma^5 . (\gamma . K) - m G2 (G2)^\gamma^5 . (\gamma . K) . \gamma^5 -
G2 (G2)^\gamma^5 . (\gamma . K) . \gamma^5 . (\gamma . P2 - q) - G2 (G2)^\gamma^5 . (\gamma . P2) . \gamma^5 . (\gamma . K) + G2 (G2)^\gamma^5 . (\gamma . K) . \gamma^5 + m^2 \gamma^5 G2 (G2)^\gamma^5 + m G2 (G2)^\gamma^5 . (\gamma . P2 - q) + m G2 (G2)^\gamma^5 . (\gamma . P2) . \gamma^5 + G2 (G2)^\gamma^5 . (\gamma . P2 - q)

```

Figura 4.9: Numerador calculado mediante FeynCalc

Para empezar a manipular el numerador necesitamos poner el mismo en términos de la nueva variable  $l = K - (x + y)P_2 + xq$ , esto lo hacemos escribiendo a  $K$  en términos de  $l$  como

$$K = l + (x + y)P_2 - xq \quad (4.38)$$

Pero escribiremos en el programa una contracción de los cuádrimomentos de tal forma que

$$\not{K} = L\not{l} + (x + y)\not{P}_2 - x\not{q} = L\not{l}\gamma_\mu + (x + y)P_2^\mu\gamma_\mu - xq^\mu\gamma_\mu \quad (4.39)$$

**CÁLCULO DE CONTRIBUCIONES DEL AXIÓN AL MOMENTO DIPOLAR  
MAGNÉTICO Y ELÉCTRICO DEL FERMIÓN A NIVEL DE UN LAZO**

4.6 Procedimiento

$$\begin{aligned}
 \text{In}[i] &= \text{Desp} = L \text{GSD}[1] - \underbrace{(\text{Coefficient}[\text{den1}, \text{SPD}[K, P2]] / 2)}_{\text{coeficiente}} \text{GSD}[P2] - \underbrace{(\text{Coefficient}[\text{den1}, \text{SPD}[K, q]] / 2)}_{\text{coeficiente}} \text{GSD}[q] \\
 \text{Out}[i] &= L \gamma \cdot l - (-x - y) \gamma \cdot P2 - x \gamma \cdot q
 \end{aligned}$$

Figura 4.10: Desplazamiento

con  $L$  como un identificador para eliminar términos posteriores, es nuestro desplazamiento o nueva variable como se muestra en la figura 4.10.

Ahora nosotros queremos remplazar a  $K$  por  $l$  de tal forma que nuestra variable  $K$  tiende a este desplazamiento, lo cuál se traduce como un cambio de variable

$$\mathcal{N}^\mu = \mathcal{N}^\mu [K^\mu \gamma_\mu \rightarrow Ll^\mu \gamma_\mu + (x + y)P_2^\mu \gamma_\mu - xq^\mu \gamma_\mu] \quad (4.40)$$

En nuestro programa FeynCalc realizamos la función como se muestra en la figura 4.11

```

In[ ]:= amp12 = amp11 /. {GSD[K] -> Desp} // DotExpand
Out[ ]:= (G2)^\gamma \cdot \gamma^\delta G_p m^2 - (G_p)^\gamma \cdot \gamma^\delta G_p m^2 - (G_p)^\gamma \cdot \gamma^\delta G_2 m^2 + (G_2)^\gamma \cdot \gamma^\delta G_2 m^2 + (G_2)^\gamma \cdot \gamma^\delta (y \cdot (P2 - q))^\gamma G_p m -
(G_2)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_p m + (G_2)^\gamma (y \cdot P2) \gamma^\delta G_p m - (G_2)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_p m -
(G_p)^\gamma \gamma^\delta \cdot (y \cdot (P2 - q))^\gamma G_p m + (G_p)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_p m - (G_p)^\gamma \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta G_p m +
(G_p)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_p m + (G_2)^\gamma \gamma^\delta \cdot (y \cdot (P2 - q))^\gamma G_2 m - (G_2)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_2 m + (G_2)^\gamma (y \cdot P2) \gamma^\delta G_2 m -
(G_2)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_2 m + (G_2)^\gamma \gamma^\delta \cdot (y \cdot (P2 - q))^\gamma G_2 m + (G_p)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_2 m - (G_p)^\gamma \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta G_2 m +
(G_p)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_2 m + (G_2)^\gamma (y \cdot P2) \gamma^\delta \cdot (y \cdot (P2 - q))^\gamma G_2 m - (G_2)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_2 m -
(G_2)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_2 m + (G_2)^\gamma ((y \cdot l) \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta L^2 - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta L - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta L -
(-x - y) \gamma^\delta (y \cdot P2) \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta L - x \gamma^\delta (y \cdot q) \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta L + (-x - y) \gamma^\delta (y \cdot P2) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta + x (-x - y) \gamma^\delta (y \cdot P2) \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta + x (-x - y) \gamma^\delta (y \cdot q) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta + x^2 (y \cdot q) \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_p -
(G_p)^\gamma \gamma^\delta \cdot (y \cdot (P2 - q))^\gamma \cdot (y \cdot (P2 - q))^\gamma G_p + (G_p)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_p +
(G_p)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_p -
(G_p)^\gamma (\gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta L^2 - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta L - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta L - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta L - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta L +
(-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta + x (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta + x (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta + x^2 \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_p + (G_2)^\gamma (y \cdot P2) \gamma^\delta \cdot (y \cdot (P2 - q))^\gamma G_2 -
(G_2)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_2 - (G_2)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_2 +
(G_2)^\gamma ((y \cdot l) \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta L^2 - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta L - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta L - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta L - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta L +
(-x - y) \gamma^\delta (y \cdot P2) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta + x (-x - y) \gamma^\delta (y \cdot P2) \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta + x (-x - y) \gamma^\delta (y \cdot q) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta + x^2 \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_2 - (G_p)^\gamma \gamma^\delta \cdot (y \cdot (P2 - q))^\gamma G_2 +
(G_p)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_2 + (G_p)^\gamma (L \cdot \gamma \cdot (y - l) \gamma^\delta - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_2 -
(G_p)^\gamma (\gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta L^2 - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta L - x \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta L - (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta L -
x \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta \cdot (y \cdot l) \gamma^\delta L + (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta + x (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta + x (-x - y) \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta \cdot (y \cdot P2) \gamma^\delta + x^2 \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta \cdot (y \cdot q) \gamma^\delta) G_2

```

Figura 4.11: Cambio de variable

Luego del cambio de variable, utilizaremos la función Calc de FeynCalc, para ordenar de manera correcta la información de nuestra amplitud, también tomaremos en cuenta la relación  $L \rightarrow 0$  y  $L^2 \rightarrow 1$ , ya que como podemos ver en la figura 4.11 los términos que involucran a  $L$  contienen ordenes impares del cuadrimomento  $l$  y los términos que involucran a  $L^2$  contienen ordenes pares del cuadrimomento  $l$ , los términos de ordenes impares del cuadrimomento  $l$  se eliminan debido a que al realizar la integral dimensional con respecto al cuadrimomento  $l$ , estos se eliminan, y los términos de ordenes pares del cuadrimomento no, según las siguientes dos relaciones

$$\int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} \frac{l^\mu}{D^3} = 0 \quad (4.41)$$

$$\int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} \frac{l^\mu l^\nu}{D^3} = \int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} \frac{\frac{1}{4} g^{\mu\nu} l^2}{D^3} \quad (4.42)$$



# CÁLCULO DE CONTRIBUCIONES DEL AXIÓN AL MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO Y ELÉCTRICO DEL FERMIÓN A NIVEL DE UN LAZO

4.6 Procedimiento

para poder expandir el numerador con la función Calc y expresarlo en términos de lo que queremos, se puede observar como se realizan las funciones en el programa mediante la imagen 4.14

```

In[ ]:= amp15 = DiracSimplify[amp14 /. {q -> P2 - P1}] // Calc
Out[ ]:= (Gp)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gp m^2 + (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gp m^2 + (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gz m^2 + (Gp)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gz m^2 -
2 M (Gp)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gp m + 2 x (Gp)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P1' Gp m - 2 x (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) P1' Gp m +
2 y (Gp)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P2' Gp m - 2 y (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) P2' Gp m + 2 M (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gz m -
2 x (Gz)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P1' Gz m + 2 x (Gp)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) P1' Gz m - 2 y (Gz)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P2' Gz m +
2 y (Gp)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) P2' Gz m + M^2 (Gp)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gp - M^2 x^2 (Gp)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gp -
2 M^2 x y (Gp)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) Gp - M^2 (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gp - M^2 x^2 (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gp -
M^2 y^2 (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gp + 2 M^2 x (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gp + 2 M^2 y (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gp -
2 M^2 x y (Gz)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) Gp + 2 (Gp)^(phi(P2, M)) . phi . l . phi(P1, M) l' Gp + 2 (Gz)^(phi(P2, M)) . phi . l . phi(P1, M) l' Gp +
2 M x^2 (Gp)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P1' Gp - 2 M x (Gp)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P1' Gp + 2 M x y (Gp)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P1' Gp -
2 M x^2 (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) P1' Gp + 2 M x (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) P1' Gp + 2 M x y (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) P1' Gp +
2 M y^2 (Gp)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P2' Gp - 2 M y (Gp)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P2' Gp + 2 M x y (Gp)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P2' Gp +
2 M y^2 (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) P2' Gp - 2 M x y (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) P2' Gp - 2 M x y (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) P2' Gp -
(Gp)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) l^2 Gp - (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) l^2 Gp + M^2 (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gz - M^2 x^2 (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gz -
M^2 y^2 (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gz - 2 M^2 x y (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gz - M^2 (Gp)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gz -
M^2 x^2 (Gp)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) Gz - M^2 y^2 (Gp)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gz + 2 M^2 x (Gp)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gz +
2 M^2 y (Gp)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) Gz - 2 M^2 x y (Gp)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) Gz + 2 (Gz)^(phi(P2, M)) . phi . l . phi(P1, M) l' Gz +
2 (Gp)^(phi(P2, M)) . phi . l . phi(P1, M) l' Gz + 2 M x^2 (Gz)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P1' Gz - 2 M x (Gz)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P1' Gz +
2 M x y (Gz)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P1' Gz - 2 M x^2 (Gp)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) P1' Gz + 2 M x (Gp)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) P1' Gz +
2 M x y (Gp)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) P1' Gz + 2 M y^2 (Gz)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P2' Gz - 2 M y (Gz)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P2' Gz +
2 M x y (Gz)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P2' Gz + 2 M y^2 (Gp)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P2' Gz - 2 M y (Gp)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P2' Gz -
2 M x y (Gp)^(phi(P2, M)) . phi(P1, M) P2' Gz - (Gz)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) l^2 Gz - (Gp)^(phi(P2, M)) . gamma . phi(P1, M) l^2 Gz

```

Figura 4.14: Simplificaciones de Dirac

La expresión contiene funciones espinoriales  $\varphi$  de  $P_1$  y  $P_2$ , ahora utilizaremos la función  $Spinor[Momentum[P, D], M, 1] \rightarrow 1$  para poder aproximar las funciones espinoriales de la expresión a 1, ya que no utilizaremos los espinores para nuestro cálculo, como se observa en la figura 4.15

```

In[ ]:= amp16 = amp15 /. {Spinor[Momentum[P2, D], M, 1] -> 1, Spinor[Momentum[P1, D], M, 1] -> 1, P1 -> P2 - q} // Calc // FCE
Out[ ]:= (Gz)^(gamma) . gamma . Gp m^2 + (Gp)^(gamma) . gamma . Gp m^2 + (Gp)^(gamma) . gamma . Gz m^2 + (Gz)^(gamma) . gamma . Gz m^2 + 2 x (Gp)^(gamma) . P2' Gp m + 2 y (Gp)^(gamma) . P2' Gp m - 2 x (Gp)^(q) . Gp m -
2 x (Gz)^(gamma) . P2' Gp m - 2 y (Gz)^(gamma) . P2' Gp m + 2 x (Gz)^(q) . Gp m - 2 M (Gp)^(gamma) . gamma . Gp m - 2 x (Gz)^(gamma) . P2' Gz m - 2 y (Gz)^(gamma) . P2' Gz m +
2 x (Gz)^(q) . Gz m + 2 x (Gp)^(gamma) . P2' Gz m + 2 y (Gp)^(gamma) . P2' Gz m - 2 x (Gp)^(q) . Gz m + 2 M (Gz)^(gamma) . gamma . Gz m - M^2 (Gz)^(gamma) . gamma . Gp -
M^2 x^2 (Gz)^(gamma) . gamma . Gp - M^2 y^2 (Gz)^(gamma) . gamma . Gp + 2 M^2 x (Gz)^(gamma) . gamma . Gp + 2 M^2 y (Gz)^(gamma) . gamma . Gp - 2 M^2 x y (Gz)^(gamma) . gamma . Gp +
2 (Gz)^(gamma) . phi . l . phi(P1, M) l' Gp + 2 M x^2 (Gp)^(gamma) . P2' Gp + 2 M y^2 (Gp)^(gamma) . P2' Gp - 2 M x (Gp)^(gamma) . P2' Gp - 2 M y (Gp)^(gamma) . P2' Gp + 4 M x y (Gp)^(gamma) . P2' Gp -
2 M x^2 (Gp)^(q) . Gp + 2 M x (Gp)^(q) . Gp - 2 M x y (Gp)^(q) . Gp - 2 M x^2 (Gz)^(gamma) . P2' Gp + 2 M y^2 (Gz)^(gamma) . P2' Gp +
2 M x (Gz)^(gamma) . P2' Gp - 2 M y (Gz)^(gamma) . P2' Gp + 2 M x^2 (Gz)^(q) . Gp - 2 M x (Gz)^(q) . Gp - 2 M x y (Gz)^(q) . Gp +
M^2 (Gp)^(gamma) . gamma . Gp - M^2 x^2 (Gp)^(gamma) . gamma . Gp - M^2 y^2 (Gp)^(gamma) . gamma . Gp - 2 M^2 x y (Gp)^(gamma) . gamma . Gp + 2 (Gp)^(gamma) . l' . gamma . l . Gp - (Gz)^(gamma) . gamma . l^2 Gp -
(Gp)^(gamma) . l^2 Gp - M^2 (Gp)^(gamma) . gamma . Gz - M^2 x^2 (Gp)^(gamma) . gamma . Gz - M^2 y^2 (Gp)^(gamma) . gamma . Gz + 2 M^2 x (Gp)^(gamma) . gamma . Gz + 2 M^2 y (Gp)^(gamma) . gamma . Gz -
2 M^2 x y (Gp)^(gamma) . gamma . Gz + 2 (Gp)^(gamma) . phi . l . phi(P1, M) l' Gz + 2 M x^2 (Gz)^(gamma) . P2' Gz + 2 M y^2 (Gz)^(gamma) . P2' Gz - 2 M x (Gz)^(gamma) . P2' Gz - 2 M y (Gz)^(gamma) . P2' Gz +
4 M x y (Gz)^(gamma) . P2' Gz - 2 M x^2 (Gz)^(q) . Gz + 2 M x (Gz)^(q) . Gz - 2 M x y (Gz)^(q) . Gz - 2 M x^2 (Gp)^(gamma) . P2' Gz + 2 M y^2 (Gp)^(gamma) . P2' Gz +
2 M x (Gp)^(gamma) . P2' Gz - 2 M y (Gp)^(gamma) . P2' Gz + 2 M x^2 (Gp)^(q) . Gz - 2 M x (Gp)^(q) . Gz - 2 M x y (Gp)^(q) . Gz +
M^2 (Gz)^(gamma) . gamma . Gz - M^2 x^2 (Gz)^(gamma) . gamma . Gz - M^2 y^2 (Gz)^(gamma) . gamma . Gz - 2 M^2 x y (Gz)^(gamma) . gamma . Gz + 2 (Gz)^(gamma) . l' . gamma . l . Gz - (Gp)^(gamma) . gamma . l^2 Gz - (Gz)^(gamma) . gamma . l^2 Gz

```

Figura 4.15: Eliminación de funciones espinoriales (espinores)

Ya que el resultado queda de la forma

$$\mathcal{N}^\mu = \mathcal{N}^\mu(\gamma^\mu, \gamma^\mu \gamma_5, P_2^\mu, P_2^\mu \gamma_5, q^\mu, q^\mu \gamma_5)$$

$$\mathcal{N}^\mu = A\gamma^\mu + B\gamma^\mu \gamma_5 + CP_2^\mu + DP_2^\mu \gamma_5 + Eq^\mu + Fq^\mu \gamma_5 \quad (4.44)$$

## CÁLCULO DE CONTRIBUCIONES DEL AXIÓN AL MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO Y ELÉCTRICO DEL FERMIÓN A NIVEL DE UN LAZO

### 4.6 Procedimiento

En el programa utilizaremos de forma conveniente solo el término que involucra a  $P_2^\mu$ , ya que utilizando la Identidad de Gordon que modificamos (4.5), en la ecuación (4.44), podemos obtener

$$\begin{aligned} \mathcal{N}^\mu &= A\gamma^\mu + B\gamma^\mu\gamma_5 + C(M_{f_j}\gamma^\mu - \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2} + \frac{q^\mu}{2}) + D(M_{f_j}\gamma^\mu - \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2} + \frac{q^\mu}{2})\gamma_5 + Eq^\mu + Fq^\mu\gamma_5 \\ \mathcal{N}^\mu &= (A + M_{f_j}C)\gamma^\mu + (B + M_{f_j}D)\gamma^\mu\gamma_5 - C(\frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2}) - D(\frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2})\gamma_5 + (E + \frac{C}{2})q^\mu + (F + \frac{D}{2})q^\mu\gamma_5 \end{aligned} \quad (4.45)$$

aprovechando que queremos que el término  $\frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2M_{f_j}}$  aparezca en nuestra expresión podemos hacer la siguiente manipulación

$$\begin{aligned} \mathcal{N}^\mu &= (A + M_{f_j}C)\gamma^\mu + (B + M_{f_j}D)\gamma^\mu\gamma_5 - M_{f_j}C(\frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2M_{f_j}}) - M_{f_j}D(\frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2M_{f_j}})\gamma_5 + \\ &\quad + (E + \frac{C}{2})q^\mu + (F + \frac{D}{2})q^\mu\gamma_5 \end{aligned} \quad (4.46)$$

Nuestro numerador aún no tiene la forma que queremos, pero utilizaremos la Identidad de Ward de tal forma que el coeficiente de  $q^\mu$  tiende a 0 (esto debido a propiedades simétricas de la integral con respecto a  $x$  y  $y$ ), entonces nuestro numerador ahora queda como

$$\begin{aligned} \mathcal{N}^\mu &= (A + M_{f_j}C)\gamma^\mu + (B + M_{f_j}D)\gamma^\mu\gamma_5 - M_{f_j}C(\frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2M_{f_j}}) - M_{f_j}D(\frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2M_{f_j}})\gamma_5 \\ \mathcal{N}^\mu &= \mathcal{N}^\mu(\gamma^\mu, \gamma^\mu\gamma_5, i\sigma^{\mu\nu}q_\nu, i\sigma^{\mu\nu}q_\nu\gamma_5) \end{aligned} \quad (4.47)$$

Lo cual se parece mucho a la forma que le queremos dar a nuestro resultado.

También el coeficiente que acompaña a  $\gamma^\mu\gamma_5$ , osea  $(B + M_{f_j}D)$  se vuelve igual a 0 una vez realizado el cálculo.

Procedemos a identificar el término que involucra a  $P_2^\mu$  y a  $P_2^\mu\gamma_5$  en nuestra ecuación (4.44) con la letra  $C$  y  $D$  respectivamente, con la función Coefficient de FeynCalc, la cual arroja el coeficiente asociado a la variable que se introduce en la segunda entrada, en este caso  $P_2^\mu$  y  $P_2^\mu\gamma_5$

$$\text{Coefficient}[\text{Num.Int4}, P_2^\mu](\gamma_5 \rightarrow 0) = C \quad (4.48)$$

$$\text{Coefficient}[\text{Num.Int4}, P_2^\mu] - C = D \quad (4.49)$$

Como se puede observar en la figura 4.16 y 4.17

```
In[1]:= g2 = Coefficient[amp110, FVD[P2, v]] /. {GA[5] -> 0} // Simplify
Out[1]:= 2(x+y)(G_p(G_p)^m(m+M(x+y-1)) - G_z(G_z)^m(m-M(x+y-1)))
```

Figura 4.16: Aportación del momento magnético

```
In[21]:= g3 = Coefficient[amp110, FVD[P2, v]] - g2 /. {GA[5] -> 1} // FullSimplify
Out[21]:= 2G_z(G_p)^m(m(x+y) - M(x-y)(x+y-1)) - 2G_p(G_z)^m(m(x+y) + M(x-y)(x+y-1))
```

Figura 4.17: Aportación del momento eléctrico

Nosotros podemos identificar el término que involucra solo a  $P_2^\mu$  con una aportación del momento magnético, y al término que involucra a  $P_2^\mu\gamma_5$  con una aportación del momento eléctrico.

**CÁLCULO DE CONTRIBUCIONES DEL AXIÓN AL MOMENTO DIPOLAR  
MAGNÉTICO Y ELÉCTRICO DEL FERMIÓN A NIVEL DE UN LAZO**

4.6 Procedimiento

Ahora recapitulando la expresión completa de la amplitud sin los espinores extremos nosotros podemos identificar

$$\mathcal{M}^\mu = -(i^6 e Q_{f_j}) \int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} \int_0^1 dx \int_0^1 dy \mathcal{N}^\mu \frac{2}{[l^2 - \Delta]^3} \mu^{4-D} \quad (4.50)$$

ya que la parte de  $\mathcal{N}^\mu$  que nos importa

$$\mathcal{N}_{MD}^\mu = -M_{f_j} C\left(\frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2M_{f_j}}\right) - M_{f_j} D\left(\frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2M_{f_j}}\right) \gamma_5 \quad (4.51)$$

no depende del cuadrimomento  $l$ , nosotros podemos escribir de otra forma la contribución de la amplitud que involucra los momentos magnético y eléctrico, de la siguiente forma

$$\mathcal{M}_{MD}^\mu = -2(i^6 e Q_{f_j}) \int_0^1 dx \int_0^1 dy \mathcal{N}_{MD}^\mu \int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} \frac{1}{[l^2 - \Delta]^3} \mu^{4-D} \quad (4.52)$$

Utilizando la formula

$$\int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} \frac{1}{[l^2 - \Delta]^m} = \frac{i(-1)^m \pi^{D/2}}{(2\pi)^D \Delta^{m-D/2}} \frac{\Gamma(m - D/2)}{\Gamma(m)} \quad (4.53)$$

Y utilizando regularización dimensional, en el caso  $D \rightarrow 4+2\epsilon$ , y luego aproximando  $\epsilon \rightarrow 0$  llegamos a la expresión

$$\int \frac{d^{D \rightarrow 4+2\epsilon} l}{(2\pi)^{D \rightarrow 4+2\epsilon}} \frac{1}{[l^2 - \Delta]^3} \mu^{4-D \rightarrow 4+2\epsilon} = \frac{i(-1)^3 \pi^{2+\epsilon}}{(2\pi)^4 \Delta^{1-\epsilon}} \frac{\Gamma(1-\epsilon)}{\Gamma(3)} \mu^{-2\epsilon} = -\frac{i}{(4\pi)^2 \Delta} \frac{1}{2} \quad (4.54)$$

y entonces la amplitud se puede reescribir como

$$\mathcal{M}_{MD}^\mu = -2(i^6 e Q_{f_j}) \int_0^1 dx \int_0^1 dy \mathcal{N}_{MD}^\mu \frac{-i}{(4\pi)^2 \Delta} \frac{1}{2} \quad (4.55)$$

simplificando

$$\mathcal{M}_{MD}^\mu = \frac{(i^7 e Q_{f_j})}{(4\pi)^2} \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{\mathcal{N}_{MD}^\mu}{\Delta} \quad (4.56)$$

pero de la relación entre la amplitud y la función vértice que vimos anteriormente en la ecuación (4.1) podemos deducir que

$$\mathcal{M}_{MD}^\mu = -ie Q_{f_j} \Gamma_{MD}^\mu \quad (4.57)$$

donde

$$\Gamma_{MD}^\mu = \hat{\mu} \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{M_{f_j}} - \hat{d} \frac{\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{M_{f_j}} \gamma_5 \quad (4.58)$$

y también de las ecuaciones (4.56) y (4.57)

$$\Gamma_{MD}^\mu = -\frac{(i^6)}{(4\pi)^2} \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{\mathcal{N}_{MD}^\mu}{\Delta} \quad (4.59)$$

simplificando

$$\Gamma_{MD}^\mu = \frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{\mathcal{N}_{MD}^\mu}{\Delta} \quad (4.60)$$

Utilizando la relación que tenemos en la ecuación (4.51) obtenemos

$$\begin{aligned} \Gamma_{MD}^\mu &= -M_{f_j} \frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{C\left(\frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2M_{f_j}}\right) + D\left(\frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2M_{f_j}}\right) \gamma_5}{\Delta} \\ \Gamma_{MD}^\mu &= -M_{f_j} \frac{1}{32\pi^2} \left( \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{C}{\Delta} \right) \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{M_{f_j}} - i M_{f_j} \frac{1}{32\pi^2} \left( \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{D}{\Delta} \right) \frac{\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{M_{f_j}} \gamma_5 \end{aligned} \quad (4.61)$$

**CÁLCULO DE CONTRIBUCIONES DEL AXIÓN AL MOMENTO DIPOLAR  
MAGNÉTICO Y ELÉCTRICO DEL FERMIÓN A NIVEL DE UN LAZO**

4.6 Procedimiento

De la ecuación (4.58) y la ecuación (4.61) podemos identificar a  $\hat{\mu}$  y a  $\hat{d}$

$$\hat{\mu} = -M_{f_j} \frac{1}{32\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{C}{\Delta} \quad (4.62)$$

$$\hat{d} = iM_{f_j} \frac{1}{32\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{D}{\Delta} \quad (4.63)$$

Para la realización de las integrales requerimos hacer un cambio de variables de tal forma que  $(x, y) \rightarrow (u, v)$  con  $u = x + y$  y  $v = x$ , de tal forma que podemos expresar las expresiones anteriores como

$$\hat{\mu} = -M_{f_j} \frac{1}{32\pi^2} \int_0^1 du \int_0^u dv \frac{C}{\Delta}(x = v, y = u - x = u - v) \quad (4.64)$$

$$\hat{d} = iM_{f_j} \frac{1}{32\pi^2} \int_0^1 du \int_0^u dv \frac{D}{\Delta}(x = v, y = u - x = u - v) \quad (4.65)$$

Ya que anteriormente se obtuvieron los coeficientes  $C$  y  $D$  mediante la paquetería FeynCalc, podemos realizar cierta parte del cálculo que se requiere para obtener las aportaciones de los momentos magnético y eléctrico, el resultado queda en terminos de una sola integral con respecto a  $u$  de la forma siguiente:

$$\hat{\mu} = \int_0^1 du f(u) \quad (4.66)$$

$$\hat{d} = \int_0^1 du g(u) \quad (4.67)$$

donde  $f(u)$  y  $g(u)$  son los valores obtenidos en el programa despues de integrar con respecto a  $v$  desde 0 a  $u$  respectivamente

$$f(u) = -M_{f_j} \frac{1}{32\pi^2} \int_0^u dv \frac{C}{\Delta}(u, v) \quad (4.68)$$

$$g(u) = iM_{f_j} \frac{1}{32\pi^2} \int_0^u dv \frac{D}{\Delta}(u, v) \quad (4.69)$$

podemos ver su valor, definiendo  $\Delta$  en el programa de la siguiente forma:

```
In[6]= Δ = -den1 + (Coefficient[den1, SPD[K, P2]] / 2) ^2 SPD[P2, P2] + (Coefficient[den1, SPD[K, q]] / 2) ^2 SPD[q, q] /.
      [coeficiente
      {K -> 0} // Simplify
      [simplifica
Out[6]= (x + y) (m^2 + M^2 (x + y - 1)) - ms^2 (x + y - 1)
```

Figura 4.18: Definición de la función Delta

# CÁLCULO DE CONTRIBUCIONES DEL AXIÓN AL MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO Y ELÉCTRICO DEL FERMIÓN A NIVEL DE UN LAZO

4.6 Procedimiento

y seguidamente realizar la integral requerida respectivamente, como se ve en la figura 4.19 para  $f(u)$

```

In[24]= Denominador = 1 / Δ
Out[24]=  $\frac{1}{(x+y)(m^2+M^2(x+y-1))-m^2(x+y-1)}$ 

In[33]= MomentoMagnetico1 = MomentoMagnetico Denominador
Out[33]=  $\frac{2(x+y)(G_p(G_p)^m(m+M(x+y-1))-G_z(G_z)^m(m-M(x+y-1)))}{(x+y)(m^2+M^2(x+y-1))-m^2(x+y-1)}$ 

In[34]= MomentoMagnetico2 = MomentoMagnetico1 /. {y -> u - x}
Out[34]=  $\frac{2u(G_p(G_p)^m(m+M(u-1))-G_z(G_z)^m(m-M(u-1)))}{u(m^2+M^2(u-1))-m^2(u-1)}$ 

In[35]= MomentoMagnetico3 = Integrate[MomentoMagnetico2, {x, 0, u}]
Out[35]=  $\frac{2u^2(G_p(G_p)^m(m+M(u-1))-G_z(G_z)^m(m-M(u-1)))}{u(m^2+M^2(u-1))-m^2(u-1)}$ 

In[36]= MomentoMagnetico4 = -m MomentoMagnetico3 / (32 π^2) // Simplify
Out[36]=  $-\frac{m u^2 (G_p(G_p)^m(m+M(u-1))-G_z(G_z)^m(m-M(u-1)))}{16 \pi^2 (u(m^2+M^2(u-1))-m^2(u-1))}$ 

```

Figura 4.19: Función  $f(u)$

y para  $g(u)$  como se ve en la figura 4.20

```

In[37]= MomentoElectrico1 = Denominador MomentoElectrico
Out[37]=  $\frac{2G_z(G_p)^m(m(x+y)-M(x-y)(x+y-1))-2G_p(G_z)^m(m(x+y)+M(x-y)(x+y-1))}{(x+y)(m^2+M^2(x+y-1))-m^2(x+y-1)}$ 

In[38]= MomentoElectrico2 = MomentoElectrico1 /. {y -> u - x}
Out[38]=  $\frac{2G_z(G_p)^m(mu-M(u-1)(2x-u))-2G_p(G_z)^m(mu+M(u-1)(2x-u))}{u(m^2+M^2(u-1))-m^2(u-1)}$ 

In[39]= MomentoElectrico3 = Integrate[MomentoElectrico2, {x, 0, u}]
Out[39]=  $\frac{2m u^2 G_z(G_p)^m}{u(m^2+M^2(u-1))-m^2(u-1)} - \frac{2m u^2 G_p(G_z)^m}{u(m^2+M^2(u-1))-m^2(u-1)}$ 

In[40]= MomentoElectricoCompleto = (-m / (32 π^2)) MomentoElectrico3 // Simplify
Out[40]=  $-\frac{m^2 u^2 (G_p(G_p)^m - G_z(G_z)^m)}{16 \pi^2 (u(m^2+M^2(u-1))-m^2(u-1))}$ 

```

Figura 4.20: Función  $g(u)$

De tal forma que podemos escribir

$$\begin{aligned}
 f(u) &= -\frac{M_{f_j} u^2 (C_p C_p^* (M_{f_j} + M_{f_i}(u-1)) - C_s C_s^* (M_{f_j} - M_{f_i}(u-1)))}{16\pi^2 (u(M_{f_j}^2 + M_{f_i}^2(u-1)) - M_S^2(u-1))} \\
 f(u) &= -M_{f_j}^2 u^2 \frac{(C_p C_p^* - C_s C_s^*)}{16\pi^2 (u(M_{f_j}^2 + M_{f_i}^2(u-1)) - M_S^2(u-1))} - \\
 &\quad - M_{f_j} M_{f_i} u^2 (u-1) \frac{(C_p C_p^* + C_s C_s^*)}{16\pi^2 (u(M_{f_j}^2 + M_{f_i}^2(u-1)) - M_S^2(u-1))} \quad (4.70)
 \end{aligned}$$

y

$$g(u) = i \frac{M_{f_j}^2 u^2 (C_s C_p^* - C_p C_s^*)}{16\pi^2 (u(M_{f_j}^2 + M_{f_i}^2(u-1)) - M_S^2(u-1))} \quad (4.71)$$

**CÁLCULO DE CONTRIBUCIONES DEL AXIÓN AL MOMENTO DIPOLAR  
MAGNÉTICO Y ELÉCTRICO DEL FERMIÓN A NIVEL DE UN LAZO**

4.6 Procedimiento

Quedando entonces los momentos magnético y eléctrico, de la forma explícita

$$\hat{\mu} = -\frac{M_{f_j}^2 (C_p C_p^* - C_s C_s^*)}{16\pi^2} \int_0^1 \frac{u^2}{u(M_{f_j}^2 + M_{f_i}^2(u-1)) - M_S^2(u-1)} du -$$

$$-\frac{M_{f_j} M_{f_i} (C_p C_p^* + C_s C_s^*)}{16\pi^2} \int_0^1 u^2 \frac{(u-1)}{u(M_{f_j}^2 + M_{f_i}^2(u-1)) - M_S^2(u-1)} du \quad (4.72)$$

$$\hat{d} = i \frac{M_{l_j}^2 (C_s C_p^* - C_p C_s^*)}{16\pi^2} \int_0^1 \frac{u^2}{u(M_{l_j}^2 + M_{l_i}^2(u-1)) - M_S^2(u-1)} du \quad (4.73)$$

Ya que podemos hacer las siguientes relaciones

$$C_p C_p^* = \|C_p\|^2 \quad (4.74)$$

$$C_s C_s^* = \|C_s\|^2 \quad (4.75)$$

$$C_s C_p^* - C_p C_s^* = (\|C_s\| e^{i\theta})(\|C_p\| e^{-i\beta}) - (\|C_p\| e^{i\beta})(\|C_s\| e^{-i\theta})$$

$$C_s C_p^* - C_p C_s^* = \|C_s\| \|C_p\| e^{i(\theta-\beta)} - \|C_s\| \|C_p\| e^{-i(\theta-\beta)}$$

$$C_s C_p^* - C_p C_s^* = 2i \|C_s\| \|C_p\| \text{sen}(\theta - \beta) = 2i \|C_s\| \|C_p\| \quad (4.76)$$

donde  $\text{sen}(\theta - \beta)$  toma el valor de 1 ya que requerimos de un valor máximo para nuestros cálculos futuros. Entonces podemos expresar finalmente a los momentos dipolares magnético y eléctrico como

$$\hat{\mu} = -\frac{M_{f_j}^2 (\|C_p\|^2 - \|C_s\|^2)}{16\pi^2} \int_0^1 \frac{u^2}{u(M_{f_j}^2 + M_{f_i}^2(u-1)) - M_S^2(u-1)} du -$$

$$-\frac{M_{f_j} M_{f_i} (\|C_p\|^2 + \|C_s\|^2)}{16\pi^2} \int_0^1 u^2 \frac{(u-1)}{u(M_{f_j}^2 + M_{f_i}^2(u-1)) - M_S^2(u-1)} du \quad (4.77)$$

$$\hat{d} = i \frac{M_{f_j}^2 (2i \|C_s\| \|C_p\|)}{16\pi^2} \int_0^1 \frac{u^2}{u(M_{f_j}^2 + M_{f_i}^2(u-1)) - M_S^2(u-1)} du$$

$$\hat{d} = -\frac{M_{f_j}^2 \|C_s\| \|C_p\|}{8\pi^2} \int_0^1 \frac{u^2}{u(M_{f_j}^2 + M_{f_i}^2(u-1)) - M_S^2(u-1)} du \quad (4.78)$$

Ya que las integrales son complicadas de realizar directamente, su cálculo se realizará de forma numérica, lo cuál se verá en el próximo capítulo.



## Capítulo 5

# CÁLCULO Y ANÁLISIS NUMÉRICOS

Una vez realizado el cálculo de forma extensa en el capítulo anterior, se procede a seguir con el cálculo de forma numérica convenientemente, para que así se pueda estudiar a detalle la información que nos puede proporcionar cada caso y analizar esta información. A continuación se realizará el cálculo numérico para el caso de diferentes valores para las masas del axi3n y diferentes combinaciones de sus respectivas constantes de acoplamiento, para el caso del momento magnético para así comparar valores medidos experimentalmente con las aportaciones que puede causar el axi3n, para entrar un poco más en contexto sobre valores que pueden ser de vital importancia para el estudio y comparación de los datos obtenidos en el cálculo, se realizará una pequeña introducción a la discrepancia entre el valor teórico y experimental del momento magnético del mu3n, en este tipo de interacciones estudiadas en el anterior capitulo.

### 5.1. Momento Dipolar Mágnetico Anomalo del Mu3n

Nosotros queremos calcular la aportación al momento magnético y eléctrico, que provoca una partícula hipotetica como el axi3n, así que una forma buena para hacer esto sería acotar nuestros resultados a valores que cumplan con ciertos resultados observados en experimentos, como la discrepancia del valor experimental del momento magnético del mu3n y el valor teórico del momento magnético del mu3n según el Modelo Estándar, el cual convencionalmente está dado como

$$\Delta a_\mu = (25,1 \pm 5,9) \times 10^{-10} \quad (5.1)$$

Este valor está dado a través de la forma de la función vertice convencional

$$\Gamma^\mu(q^2) = \gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{m} \frac{a_\mu}{2} - \frac{\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{m} \gamma_5 \frac{d_\mu}{2} \quad (5.2)$$

Ya que para nuestro calculo hemos utilizado la relación

$$\Gamma^\mu(P_2, P_1) = \gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{m} \hat{\mu} - \frac{\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{m} \gamma_5 \hat{d} \quad (5.3)$$

Podemos hallar que

$$\frac{a_\mu}{2} = \hat{\mu} \quad (5.4)$$

y que por lo tanto

$$\frac{\Delta a_\mu}{2} = \frac{a_\mu^{EXP} - a_\mu^{MS}}{2} = \frac{a_\mu^{EXP}}{2} - \frac{a_\mu^{MS}}{2} = \hat{\mu}^{EXP} - \hat{\mu}^{MS} = \Delta \hat{\mu} \quad (5.5)$$

por lo que trabajaremos con el valor experimental para nuestro aporte, como:

$$\Delta\hat{\mu} = \frac{(25,1 \pm 5,9) \times 10^{-10}}{2} = (12,55 \pm 2,95) \times 10^{-10} \quad (5.6)$$

y la condición para las gráficas de rangos permitidos para las constantes de acomplamiento, que realizaremos será la siguiente

$$0 < \hat{\mu} < 12,55 \times 10^{-10} \quad (5.7)$$

cabe recalcar que la condición de  $0 < \hat{\mu}$ , es impuesta debido a la naturaleza de la discrepancia entre la teoría y los experimentos

$$\hat{\mu}^{EXP} > \hat{\mu}^{MS} \quad (5.8)$$

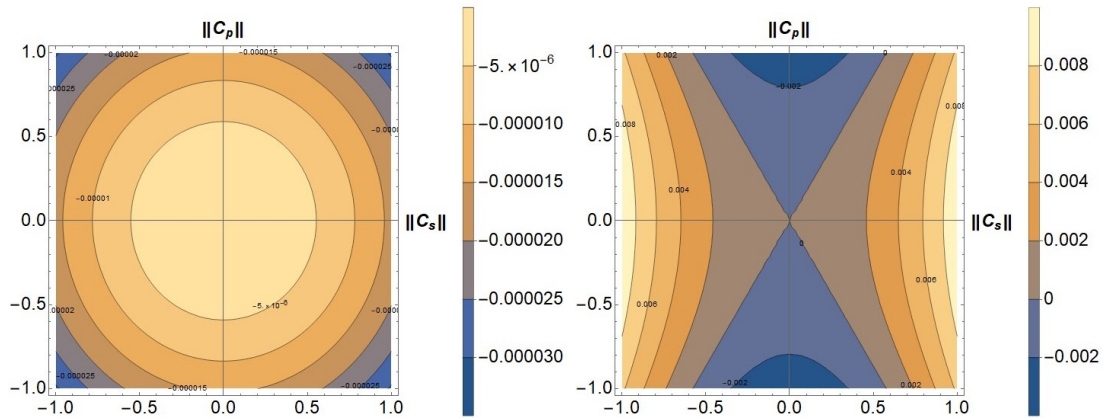
ya que nuestra contribución sería hacia el valor teórico, para conseguir que la discrepancia disminuya, el valor de nuestro aporte debe de ser positivo.

## 5.2. Gráficas de Contorno del Aporte al Momento Dipolar Magnético del Muón

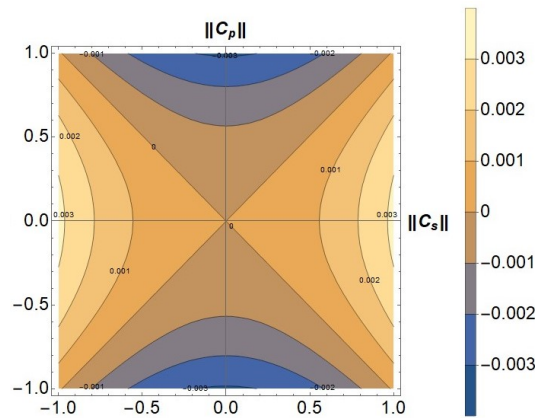
### 5.2.1. Casos Individuales

Teniendo esto en mente, podemos hacer gráficas de contorno para el caso de variar el valor numérico del aporte al momento magnético de forma individual en el lazo, del electrón, muón y tau, en función de los valores reales involucrados en las constantes de Acoplamiento, ( $\|C_s\|$ ,  $\|C_p\|$ ) variandolas de -1 a 1. A continuación se muestran algunas gráficas interesantes en casos individuales (Electrón (a), Muón (b), Tau (c)), ordenados de menor a mayor masa propuesta para el axiÓN.

**Aportes individuales al Momento Magnético para una masa de 1 eV para el AxiÓN**



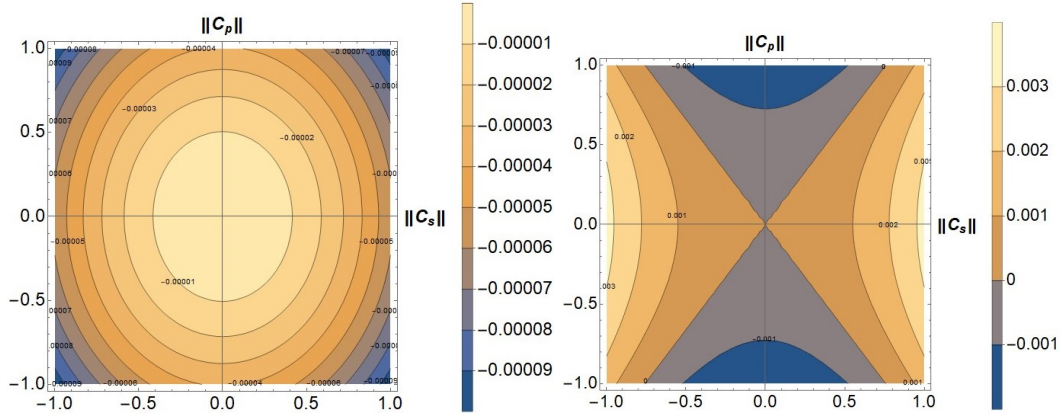
(a) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético - Electrón - 1 eV (b) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético - Muón - 1 eV



(c) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético - Tau - 1 eV

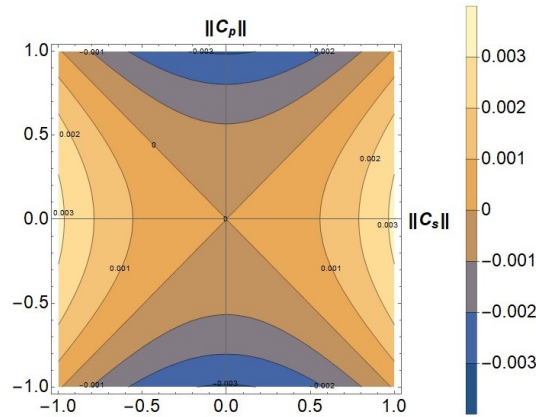
Figura 5.1: Aportes al momento magnético individuales, Electrón (a), Muón (b) y Tau (c), respectivamente, en el caso de una masa del AxiÓN de 1 eV

Aportes individuales al Momento Magnético para una masa de 100 MeV para el Axión



(a) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético - Electrón - 100 MeV

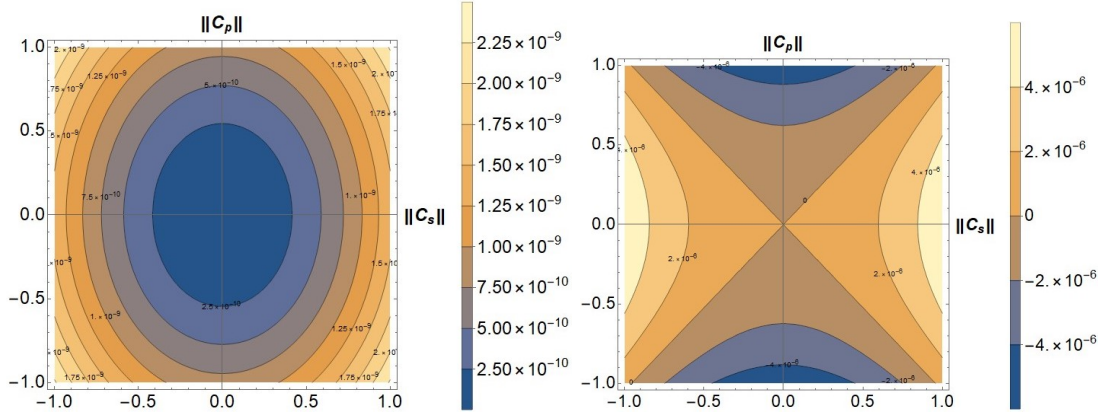
(b) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético - Muón - 100 MeV



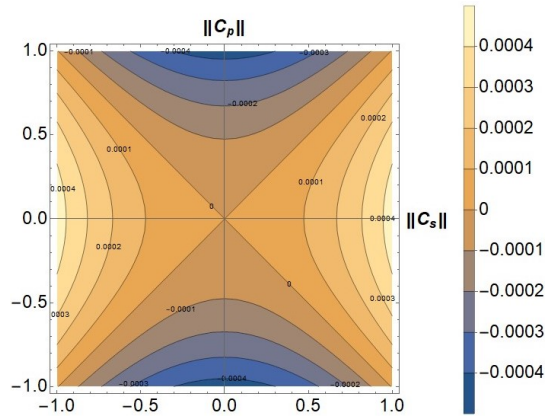
(c) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético - Tau - 100 MeV

Figura 5.2: Aportes al momento magnético individuales, Electrón (a), Muón (b) y Tau (c), respectivamente, en el caso de una masa del Axión de 100 MeV

**Aportes individuales al Momento Magnético para una masa de 10 GeV para el Axión**



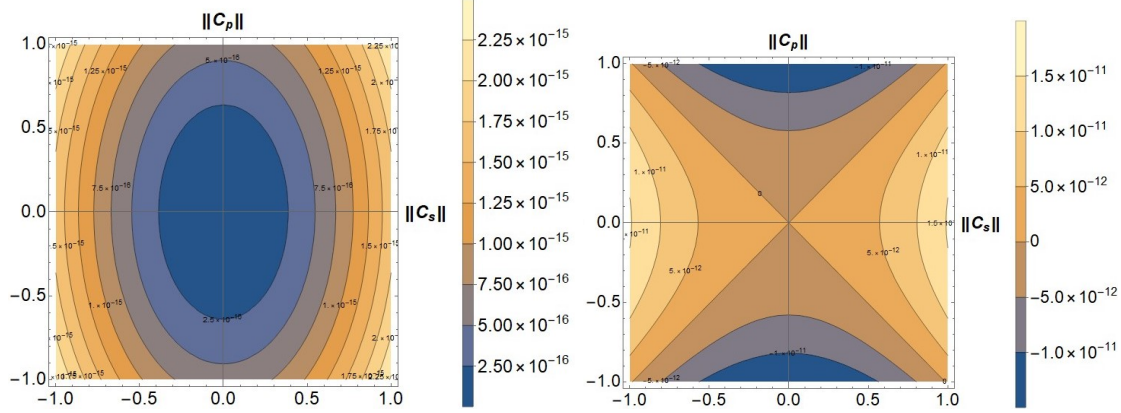
(a) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético - Electrón - 10 GeV      (b) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético - Muón - 10 GeV



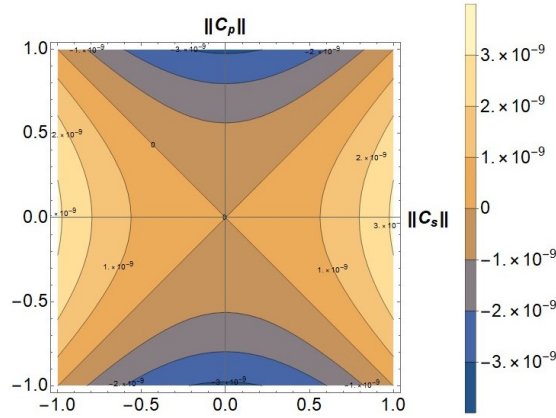
(c) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético - Tau - 10 GeV

Figura 5.3: Aportes al momento magnético individuales, Electrón (a), Muón (b) y Tau (c), respectivamente, en el caso de una masa del Axión de 10 GeV

Aportes individuales al Momento Magnético para una masa de 10 TeV para el Axión



(a) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético - Electrón - 10 TeV (b) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético - Muón - 10 TeV



(c) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético - Tau - 10 TeV

Figura 5.4: Aportes al momento magnético individuales, Electrón (a), Muón (b) y Tau (c), respectivamente, en el caso de una masa del Axión de 10 TeV

Como podemos observar, el valor de cada aporte al momento magnético del muón, para rangos en los cuales los valores reales de las constantes de acoplamiento varían entre -1 y 1, va siendo de orden cada vez menor mientras que la masa del axión aumenta, lo cuál sugiere que sea de forma muy similar en el caso de el aporte total mientras aumentamos de masa.

5.2.2. Casos Globales

Para poder realizar un cálculo de forma más realista, se requiere de la suma de los tres aportes individuales (Electrón, Muón y Tau) hacia el lazo, con constantes de acoplamiento diferentes,  $||C_s||^{Electron}$  y  $||C_p||^{Electron}$  para la contribución del electrón,  $||C_s||^{Muon}$  y  $||C_p||^{Muon}$  para la contribución del muón y  $||C_s||^{Tau}$  y  $||C_p||^{Tau}$  para la contribución del tau, se utilizarán 3 casos particulares, para los cuáles las constantes de acoplamiento de cada aporte individual dependen de diferente forma, esto es, se toma una constante de acoplamiento individual y se ponen las otras dos constantes de acoplamiento en función de la constante principal, como por ejemplo:  $||C_s||^{Electron} = 0,5 ||C_s||^{Muon} = 0,1 ||C_s||^{Tau}$ , para denotar que la mayor contribución pertenece a

la interacción del tau, y la menor del electrón.

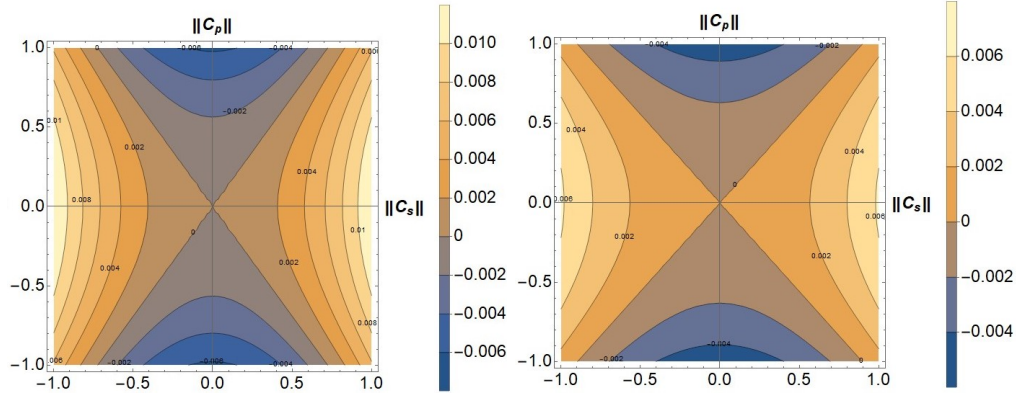
**Caso 1**

Se consideran las siguientes relaciones:

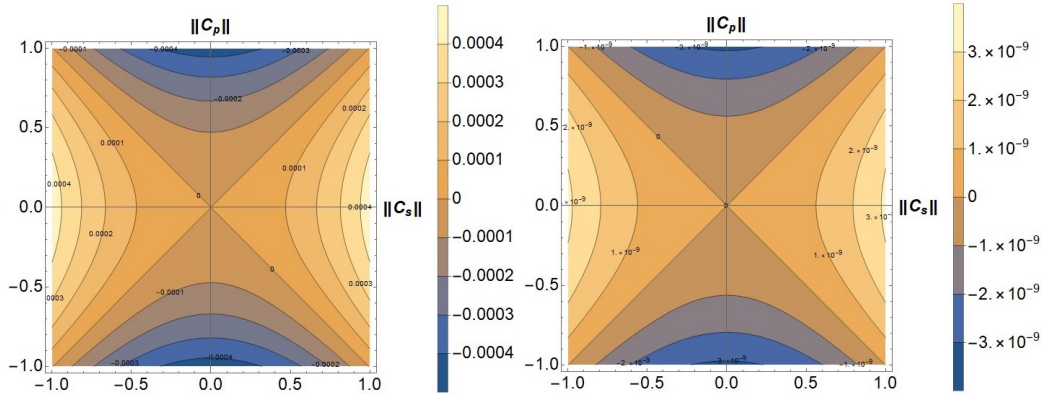
$$\|C_s\| = \|C_s\|^{Tau} = 0,96 \|C_s\|^{Muon} = 0,6 \|C_s\|^{Electron} \quad (5.9)$$

$$\|C_p\| = \|C_p\|^{Tau} = \|C_p\|^{Muon} = 0,775 \|C_p\|^{Electron} \quad (5.10)$$

con  $\|C_s\|$  y  $\|C_p\|$  como las constantes principales, las cuáles se toman como la unidad. Estas relaciones son tomadas de un promedio específico, de algún caso individual para el rango de constantes de acoplamiento permisibles. Lo cuál, nos lleva a las siguientes gráficas de contorno interesantes:



(a) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - 1 eV - Caso 1      (b) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - 100 MeV - Caso 1



(c) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - 10 GeV - Caso 1      (d) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - 10 TeV - Caso 1

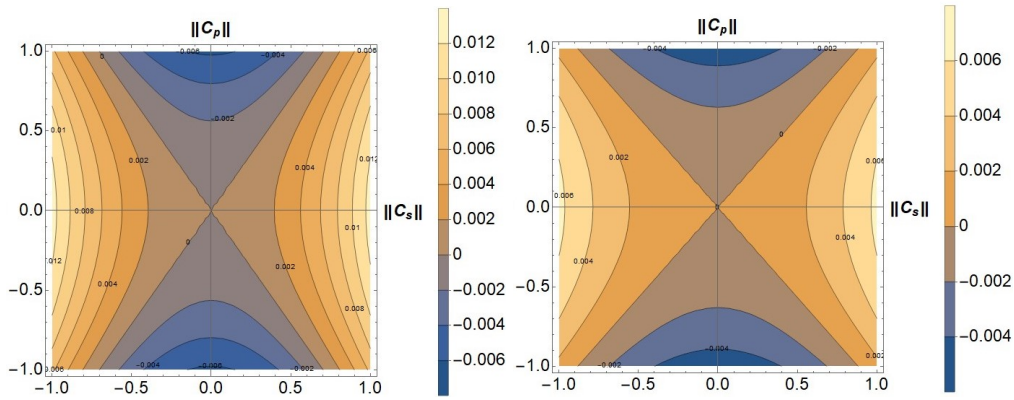
Figura 5.5: Aporte al Momento Magnético total, en el caso 1, con diferentes masas, 1 eV (a), 100 MeV (B), 10 GeV (c) y 10 TeV (d)

Caso 2

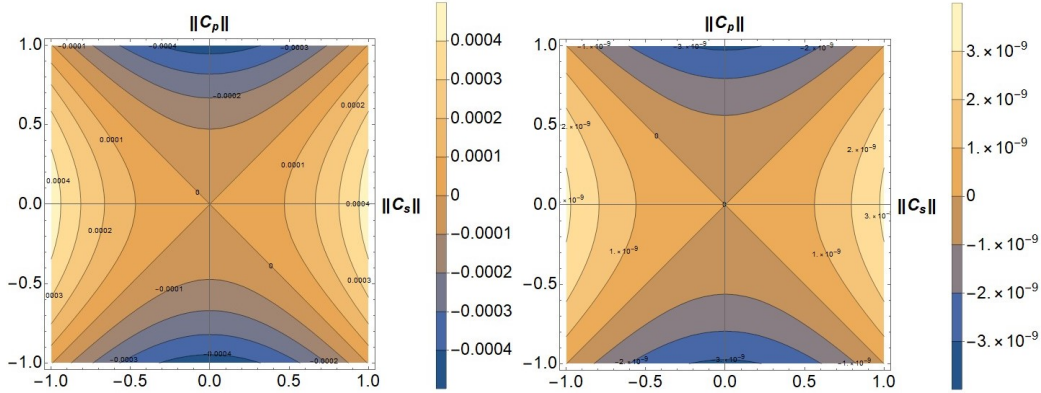
Suponiendo que cada aporte individual al momento magnético tiene como valores de sus propias constantes de acoplamiento, el mismo valor (Interactúan de la misma forma), (ecuación 5.11)

$$\|C_s\|^{Electron} = \|C_s\|^{Muon} = \|C_s\|^{Tau} = \|C_s\|, \quad \|C_p\|^{Electron} = \|C_p\|^{Muon} = \|C_p\|^{Tau} = \|C_p\| \quad (5.11)$$

podemos obtener las siguientes gráficas de contorno interesantes



(a) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - 1 eV - Caso 2 (b) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - 100 MeV - Caso 2



(c) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - 10 GeV - Caso 2 (d) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - 10 TeV - Caso 2

Figura 5.6: Aporte al Momento Magnético total, en el caso 2, con diferentes masas, 1 eV (a), 100 MeV (B), 10 GeV (c) y 10 TeV (d)

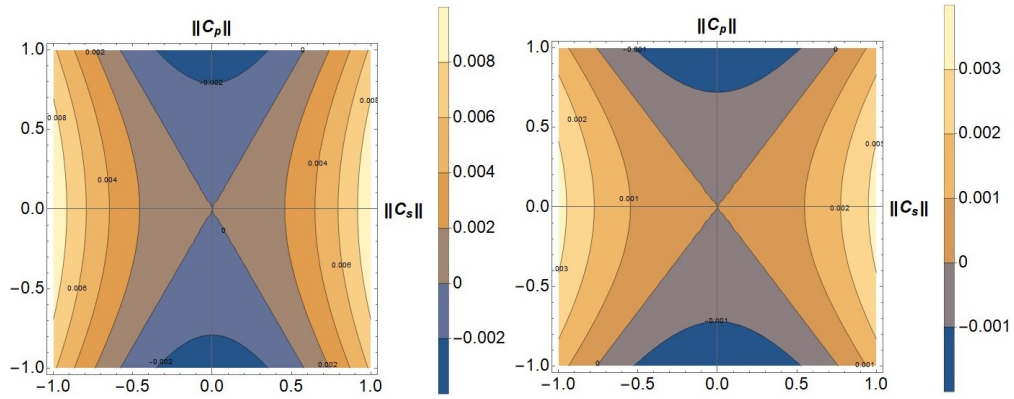
**Caso 3**

Podemos utilizar una suposición para las constantes de acoplamiento, observando los ordenes de la mayoría de los aportes individuales, en este caso, podemos ver que el aporte del muón predomina en la mayoría de los casos, así que haremos suposiciones basadas en las proporciones de la siguiente forma:

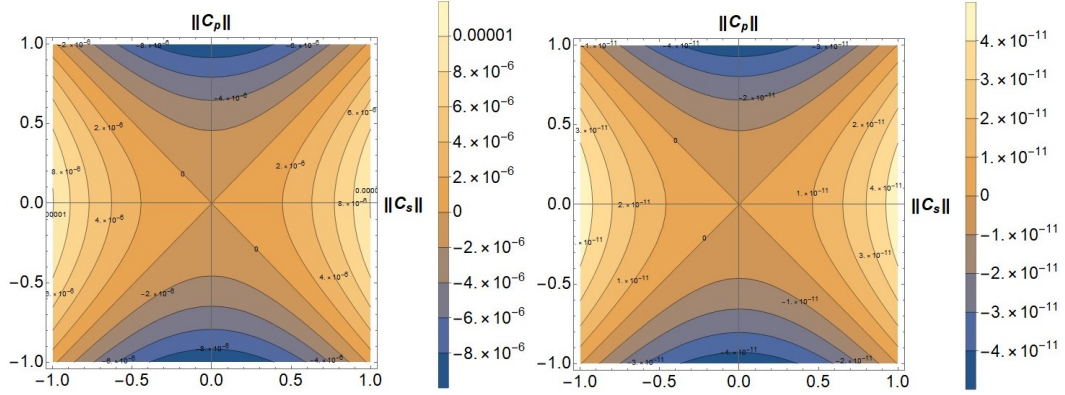
$$\|C_s\|^{Electron} = 0,01 \|C_s\|^{Muon}, \quad \|C_s\|^{Tau} = 0,1 \|C_s\|^{Muon}, \quad \|C_s\|^{Muon} = \|C_s\| \quad (5.12)$$

$$\|C_p\|^{Electron} = 0,01 \|C_p\|^{Muon}, \quad \|C_p\|^{Tau} = 0,775 \|C_p\|^{Electron}, \quad \|C_p\|^{Muon} = \|C_p\| \quad (5.13)$$

de lo cual podemos realizar las siguientes gráficas de contorno para el aporte al momento magnético



(a) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - 1 eV - Caso 3 (b) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - 100 MeV - Caso 3



(c) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - 10 GeV - Caso 3 (d) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - 10 TeV - Caso 3

Figura 5.7: Aporte al Momento Magnético total, en el caso 3, con diferentes masas, 1 eV (a), 100 MeV (B), 10 GeV (c) y 10 TeV (d)

Lo cual reafirma lo que habíamos sospechado, el orden del aporte al momento magnético disminuye cuando aumenta la masa del axiÓN, tomando en cuenta el rango de valores para las constantes de acoplamiento de -1 a 1.

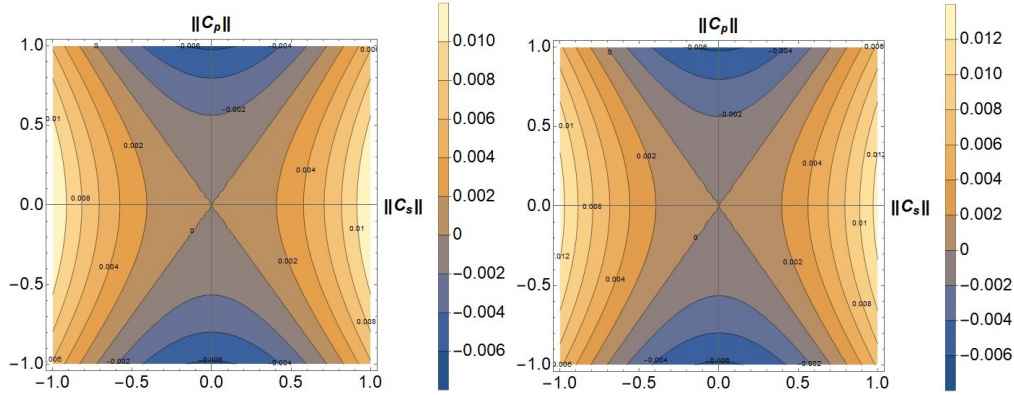
**5.2.3. Comparación de Casos Globales**

Ya hemos visto como se comporta un solo caso global cuando va aumentando la masa hipotética del AxiÓN, algo interesante sería ver también como cambia cada caso en la suposición de la misma

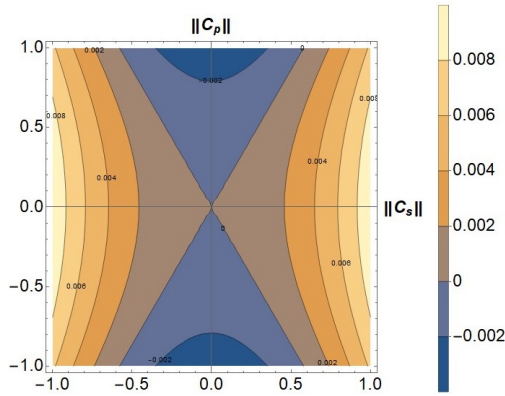
masa, para eso solo presentaremos de forma ordenada, los aportes al Momento Magnético con respecto a los casos que hemos visto

**Comparación de Casos para Masa del Axión 1 eV**

Las siguientes gráficas de contorno son para comparar los 3 casos que hemos visto, en la posibilidad de tener una masa para el axión establecida como 1 eV



(a) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - Caso 1 (b) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - Caso 2

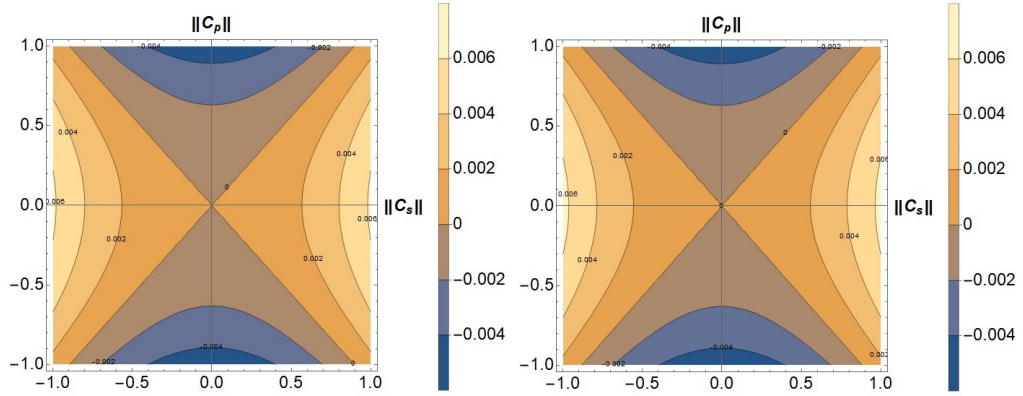


(c) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - Caso 3

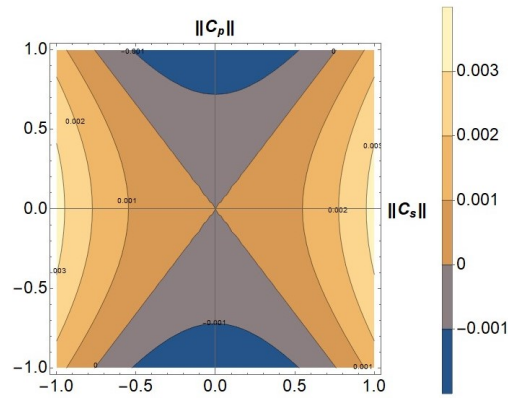
Figura 5.8: Comparación del aporte al momento magnético total por casos, a una masa de 1 eV para el Axión, Caso 1 (a), Caso 2 (b) y Caso 3 (c)

### Comparación de Casos para Masa del Axión 100 MeV

Las siguientes gráficas de contorno son para comparar los 3 casos que hemos visto, en la posibilidad de tener una masa para el axión establecida como 100 MeV



(a) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - Caso 1  
(b) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - Caso 2

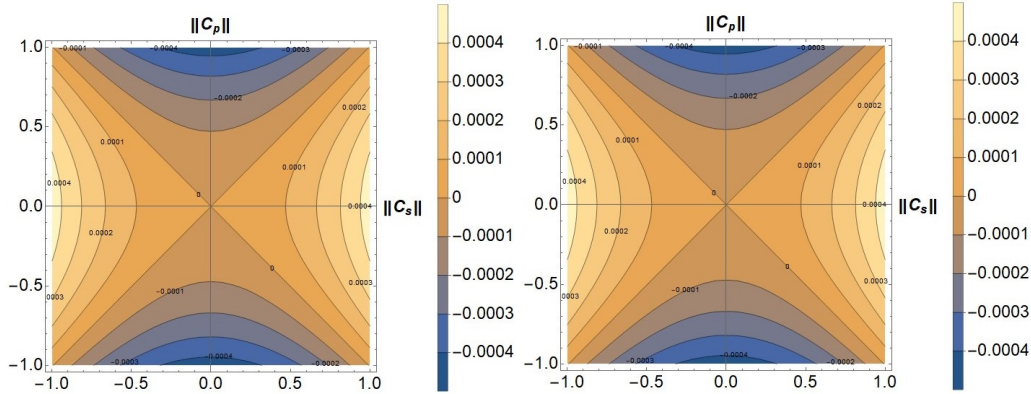


(c) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - Caso 3

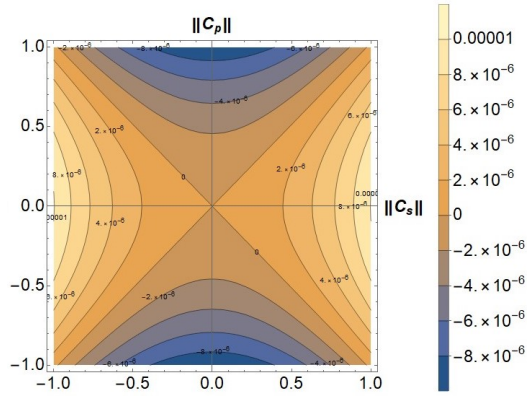
Figura 5.9: Comparación del aporte al momento magnético total por casos, a una masa de 100 MeV para el Axión, Caso 1 (a), Caso 2 (b) y Caso 3 (c)

Comparación de Casos para Masa del Axión 10 GeV

Las siguientes gráficas de contorno son para comparar los 3 casos que hemos visto, en la posibilidad de tener una masa para el axión establecida como 10 GeV



(a) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - Caso 1  
 (b) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - Caso 2

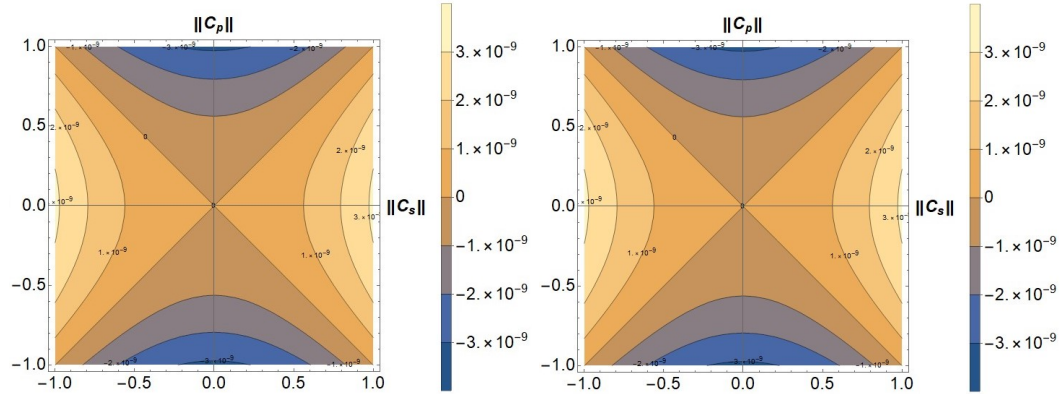


(c) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - Caso 3

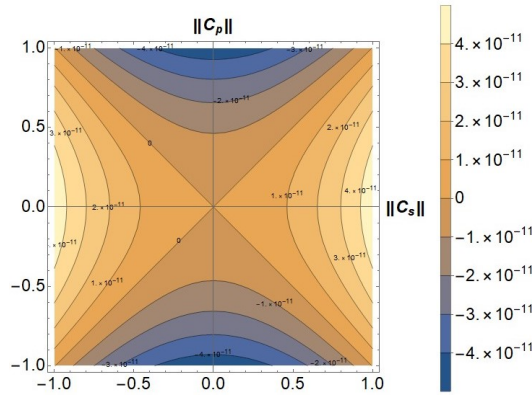
Figura 5.10: Comparación del aporte al momento magnético total por casos, a una masa de 10 GeV para el Axión, Caso 1 (a), Caso 2 (b) y Caso 3 (c)

Comparación de Casos para Masa del Axión 10 TeV

Las siguientes gráficas de contorno son para comparar los 3 casos que hemos visto, en la posibilidad de tener una masa para el axión establecida como 10 TeV



(a) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - Caso 1  
 (b) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - Caso 2



(c) Gráfica de Contorno - Aporte Magnético Total - Caso 3

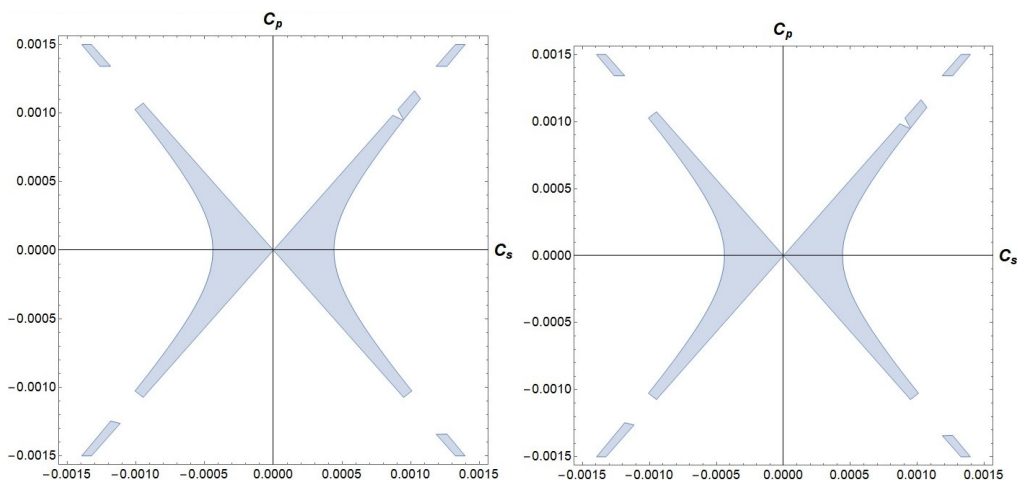
Figura 5.11: Comparación del aporte al momento magnético total por casos, a una masa de 10 TeV para el Axión, Caso 1 (a), Caso 2 (b) y Caso 3 (c)

Como podemos observar, el caso que logra tener un orden mayor entre los rangos de -1 a 1 para las constantes de acoplamiento, es el Caso 2, y el de menor orden es el caso 3.

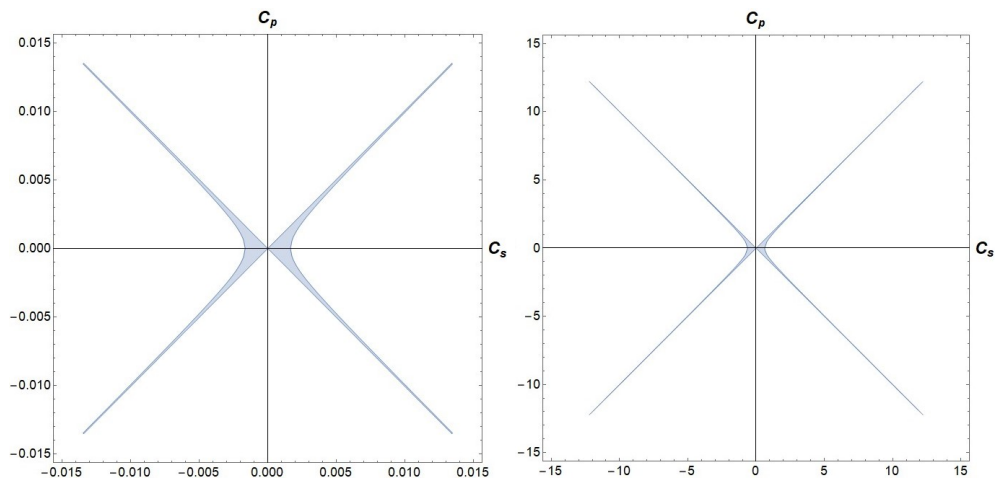
A continuación se mostrarán algunas gráficas interesantes para el Caso 2 (el caso en el que el orden del aporte al momento magnético es mayor), de rangos permitidos para las constantes de acoplamiento en los cuales se cumple la condición mostrada en la ecuación (5.7).

### 5.3. Gráficas de Región para Valores permitidos de Constantes de Acoplamiento para el Momento Dipolar Magnético del Muón

Ya que es de nuestro interés acotar de cierta forma regiones para las cuales las constantes de acoplamiento que se proponen concuerden con la discrepancia del momento magnético del muón, realizar gráficas de región con esas condiciones nos puede dar una idea de que rangos se esperan que sean estas constantes, por ello se muestran las siguientes gráficas,



(a) Gráfica de Región - Valores Permitidos para Constantes de Acoplamiento - 1 eV (b) Gráfica de Región - Valores Permitidos para Constantes de Acoplamiento - 100 MeV

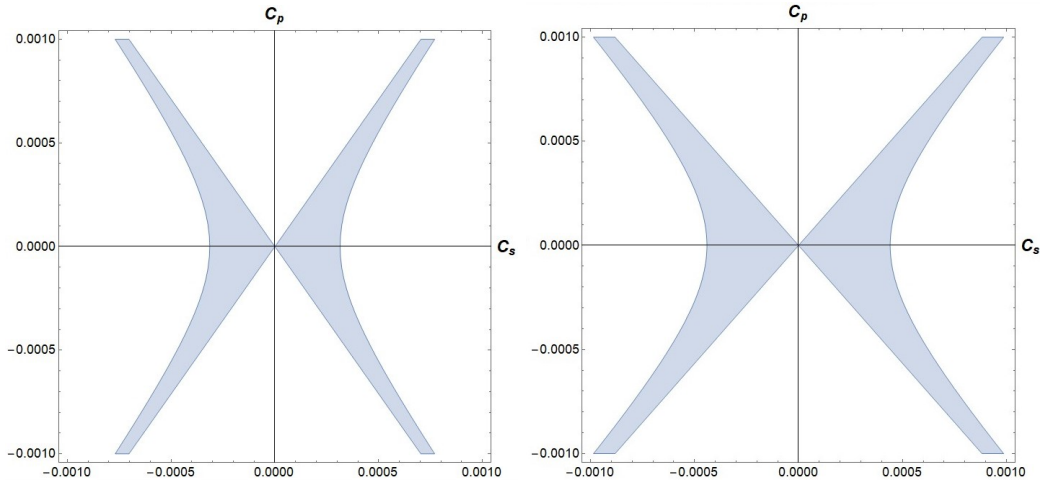


(c) Gráfica de Región - Valores Permitidos para Constantes de Acoplamiento - 10 GeV (d) Gráfica de Región - Valores Permitidos para Constantes de Acoplamiento - 10 TeV

Figura 5.12: Gráficas de Región para Valores permitidos de Constantes de Acoplamiento para el Momento Magnético ordenadas con respecto a las masas dadas del Axión, 1 eV (a), 100 MeV (b), 10 GeV (c), 10 TeV (d)

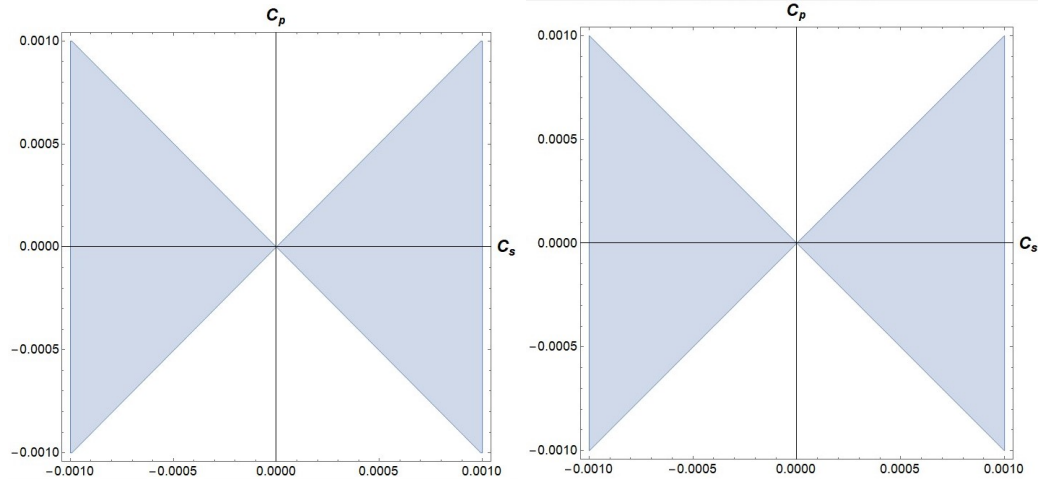
5.3 Gráficas de Región para Valores permitidos de Constantes de Acoplamiento para el Momento Dipolar Magnético del Muón

Debido a que no se observa notoriamente la diferencia entre las gráficas anteriormente presentadas, también se realizarán acercamientos, en las siguientes imagenes



(a) Gráfica de Región - Valores Permitidos para Constantes de Acoplamiento - 1 eV Acercamiento

(b) Gráfica de Región - Valores Permitidos para Constantes de Acoplamiento - 100 MeV - Acercamiento



(c) Gráfica de Región - Valores Permitidos para Constantes de Acoplamiento - 10 GeV - Acercamiento

(d) Gráfica de Región - Valores Permitidos para Constantes de Acoplamiento - 10 TeV - Acercamiento

Figura 5.13: Acercamiento de Gráficas

Lo cual sugiere que los valores permitidos para cumplir nuestra condición, tienen menos restricciones entre más masa tenga el axi3n.

## 5.4. Ordenes de magnitud permisibles para las constantes de acoplamiento según la discrepancia del Momento Magnético Anomalo del Muón

Ya que hemos obtenido algunas gráficas que involucran los valores permisibles en diferentes casos, podemos analizar los rangos de ordenes en los cuales se encuentran la mayor parte de los valores permisibles, en forma de tabla, para comparar.

### 5.4.1. Ordenes de magnitud para el Caso 1

La siguiente tabla de ordenes de magnitud para los acoplamientos permisibles para el aporte total al momento magnético del muón en función de la masa del axi3n, se basa en el caso 1, visto anteriormente

Masa Axi3n	Orden $  C_s  $	Orden $  C_p  $
1 eV	$\pm 7 \times 10^{-4}$	$\pm 9 \times 10^{-4}$
10 eV	$\pm 7 \times 10^{-4}$	$\pm 9 \times 10^{-4}$
100eV	$\pm 7 \times 10^{-4}$	$\pm 9 \times 10^{-4}$
1 KeV	$\pm 7 \times 10^{-4}$	$\pm 9 \times 10^{-4}$
10 KeV	$\pm 7 \times 10^{-4}$	$\pm 9 \times 10^{-4}$
100 KeV	$\pm 7 \times 10^{-4}$	$\pm 9 \times 10^{-4}$
1 MeV	$\pm 8 \times 10^{-4}$	$\pm 1 \times 10^{-3}$
10 MeV	$\pm 9 \times 10^{-4}$	$\pm 1,1 \times 10^{-3}$
100 MeV	$\pm 1,1 \times 10^{-3}$	$\pm 1,1 \times 10^{-3}$
1 GeV	$\pm 3,5 \times 10^{-3}$	$\pm 3,5 \times 10^{-3}$
10 GeV	$\pm 1,4 \times 10^{-2}$	$\pm 1,4 \times 10^{-2}$
100 GeV	$\pm 1,3 \times 10^{-1}$	$\pm 1,3 \times 10^{-1}$
1 TeV	$\pm 1,3 \times 10^0$	$\pm 1,3 \times 10^0$
10 TeV	$\pm 1,3 \times 10^1$	$\pm 1,3 \times 10^1$
100 TeV	$\pm 1,4 \times 10^2$	$\pm 1,4 \times 10^2$

### 5.4.2. Ordenes de magnitud para el Caso 2

La siguiente tabla de ordenes de magnitud para los acoplamientos permisibles para el aporte total al momento magnético del mu3n en funci3n de la masa del axi3n, se basa en el caso 2, visto anteriormente

Masa Axi3n	Orden $  C_s  $	Orden $  C_p  $
1 eV	$\pm 1 \times 10^{-3}$	$\pm 1,3 \times 10^{-3}$
10 eV	$\pm 1 \times 10^{-3}$	$\pm 1,3 \times 10^{-3}$
100eV	$\pm 1 \times 10^{-3}$	$\pm 1,3 \times 10^{-3}$
1 KeV	$\pm 1 \times 10^{-3}$	$\pm 1,3 \times 10^{-3}$
10 KeV	$\pm 1 \times 10^{-3}$	$\pm 1,3 \times 10^{-3}$
100 KeV	$\pm 1 \times 10^{-3}$	$\pm 1,3 \times 10^{-3}$
1 MeV	$\pm 1,05 \times 10^{-3}$	$\pm 1,4 \times 10^{-3}$
10 MeV	$\pm 1,2 \times 10^{-3}$	$\pm 1,5 \times 10^{-3}$
100 MeV	$\pm 1,5 \times 10^{-3}$	$\pm 1,5 \times 10^{-3}$
1 GeV	$\pm 3 \times 10^{-3}$	$\pm 3 \times 10^{-3}$
10 GeV	$\pm 1,4 \times 10^{-2}$	$\pm 1,4 \times 10^{-2}$
100 GeV	$\pm 8 \times 10^{-2}$	$\pm 8 \times 10^{-2}$
1 TeV	$\pm 1,15 \times 10^0$	$\pm 1,15 \times 10^0$
10 TeV	$\pm 1,25 \times 10^1$	$\pm 1,25 \times 10^1$
100 TeV	$\pm 8 \times 10^1$	$\pm 8 \times 10^1$

### 5.4.3. Ordenes de magnitud para el Caso 3

La siguiente tabla de ordenes de magnitud para los acoplamientos permisibles para el aporte total al momento magnético del muón en función de la masa del axión, se basa en el caso 3, visto anteriormente

Masa Axión	Orden $  C_s  $	Orden $  C_p  $
1 eV	$\pm 1 \times 10^{-3}$	$\pm 1,7 \times 10^{-3}$
10 eV	$\pm 1 \times 10^{-3}$	$\pm 1,7 \times 10^{-3}$
100eV	$\pm 1 \times 10^{-3}$	$\pm 1,7 \times 10^{-3}$
1 KeV	$\pm 1 \times 10^{-3}$	$\pm 1,7 \times 10^{-3}$
10 KeV	$\pm 1 \times 10^{-3}$	$\pm 1,7 \times 10^{-3}$
100 KeV	$\pm 1 \times 10^{-3}$	$\pm 1,7 \times 10^{-3}$
1 MeV	$\pm 1 \times 10^{-3}$	$\pm 1,7 \times 10^{-3}$
10 MeV	$\pm 1,2 \times 10^{-3}$	$\pm 2 \times 10^{-3}$
100 MeV	$\pm 2 \times 10^{-3}$	$\pm 3 \times 10^{-3}$
1 GeV	$\pm 4 \times 10^{-3}$	$\pm 4 \times 10^{-3}$
10 GeV	$\pm 5 \times 10^{-2}$	$\pm 5 \times 10^{-2}$
100 GeV	$\pm 5 \times 10^{-1}$	$\pm 5 \times 10^{-1}$
1 TeV	$\pm 5 \times 10^0$	$\pm 5 \times 10^0$
10 TeV	$\pm 5 \times 10^1$	$\pm 5 \times 10^1$
100 TeV	$\pm 5 \times 10^2$	$\pm 5 \times 10^2$

### 5.4.4. Análisis de ordenes de magnitud

Los ordenes de magnitud empiezan aproximadamente desde el mismo punto de partida, pero el rango que más crece de estos tres casos es el del caso 3, mostrando así que se alcanza una menor constricción en este caso, y el caso que mayor constricción tiene es el caso 2.

## 5.5. Gráficas de función de aporte al Momento Magnético con respecto de la masa del Axión

Para ver de forma directa como cambia el aporte con respecto a la masa se puede dejar fijo un punto permisible de las constantes de acoplamiento y variar el aporte en función de la masa del axión, haremos gráficas en 3 puntos en específico, uno que esté cerca del origen de una gráfica, otro que esté cerca de la frontera de la región de valores permisibles y otro que esté lejos del origen.

### 5.5.1. Gráficas del punto 1

Tomaremos en cuenta la gráfica de valores permisibles del caso 2, con una masa de 1 eV (5.3), como primer punto fijo, tomaremos en cuenta los valores para las constantes de acoplamiento

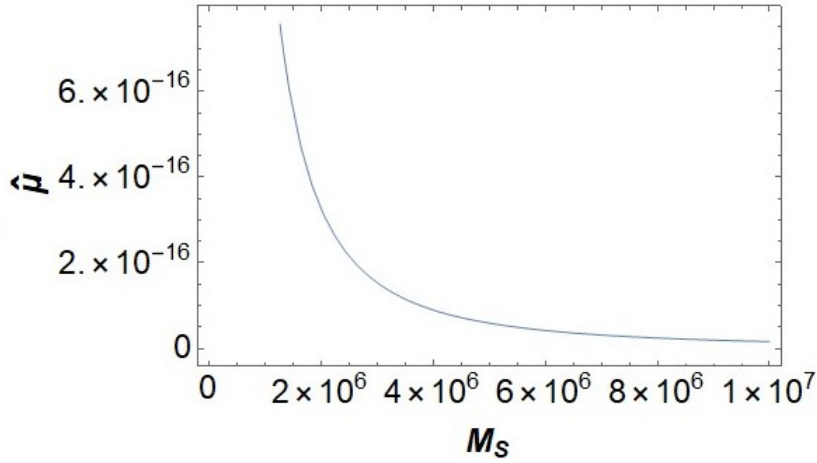
$$||C_s|| = -0,0001 \qquad ||C_p|| = 0,00007 \qquad (5.14)$$

Para el cuál hemos obtenido las siguientes gráficas

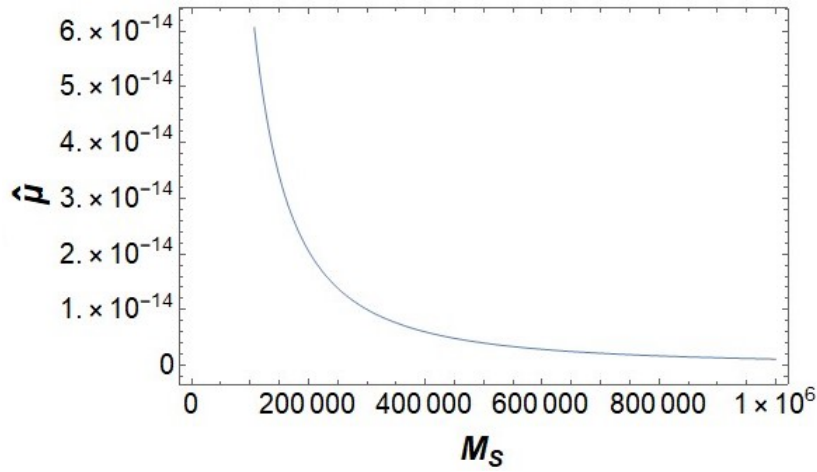
CÁLCULO Y ANÁLISIS NUMÉRICOS

5.5 Gráficas de función de aporte al Momento Magnético con respecto de la masa del Axión

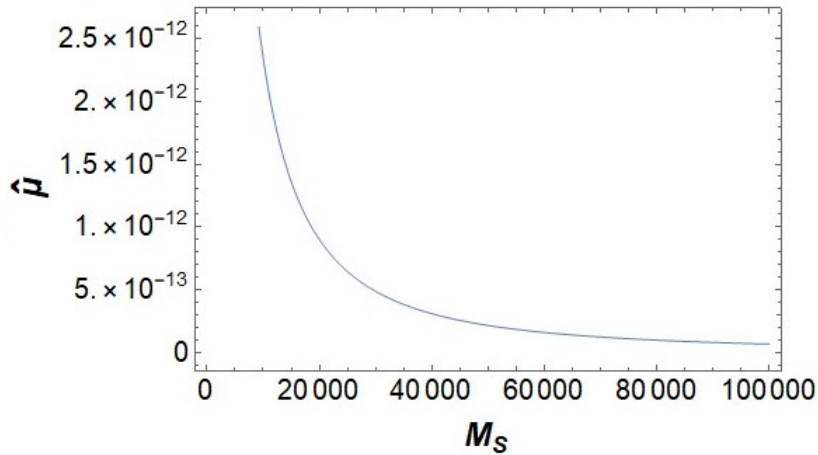
---



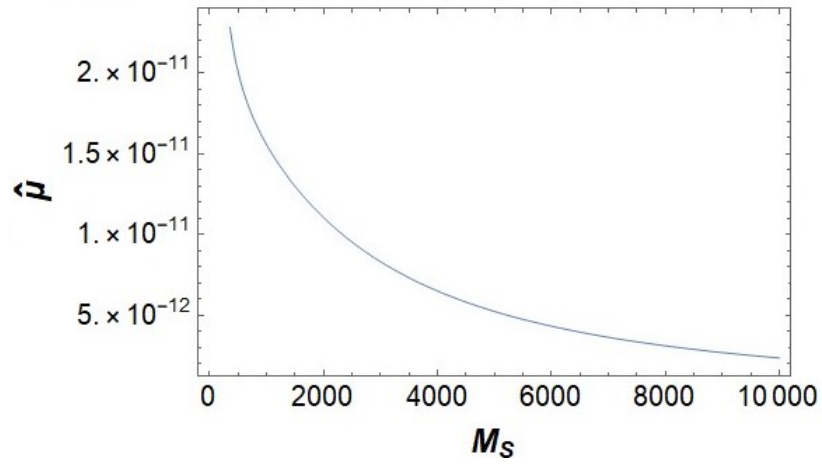
(a) Gráfica de Rango de 0 a 10 TeV de masa



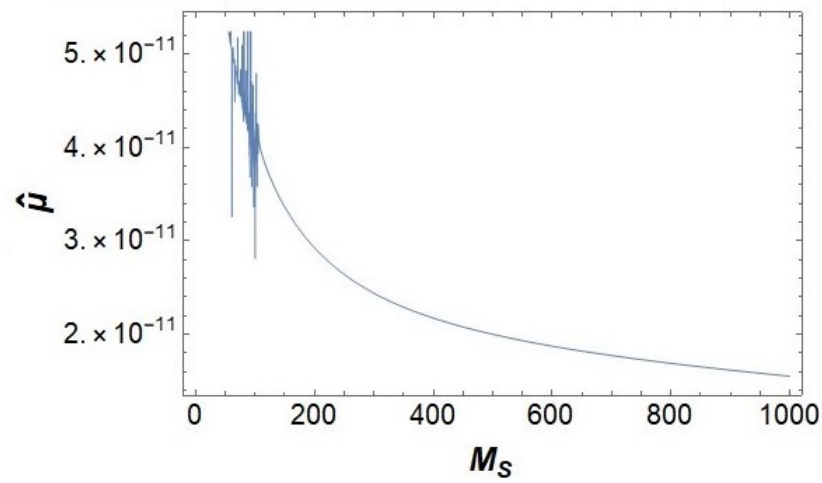
(b) Gráfica de Rango de 0 a 1 TeV de masa



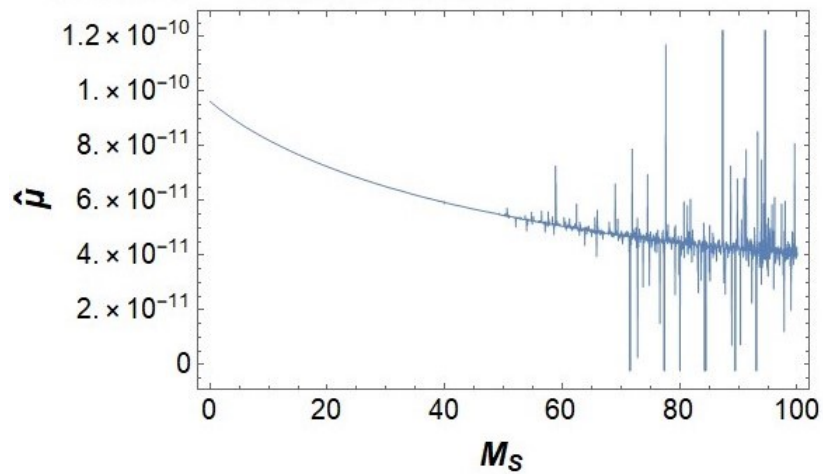
(c) Gráfica de Rango de 0 a 100 GeV de masa



(d) Gráfica de Rango de 0 a 10 GeV de masa



(e) Gráfica de Rango de 0 a 1 GeV de masa

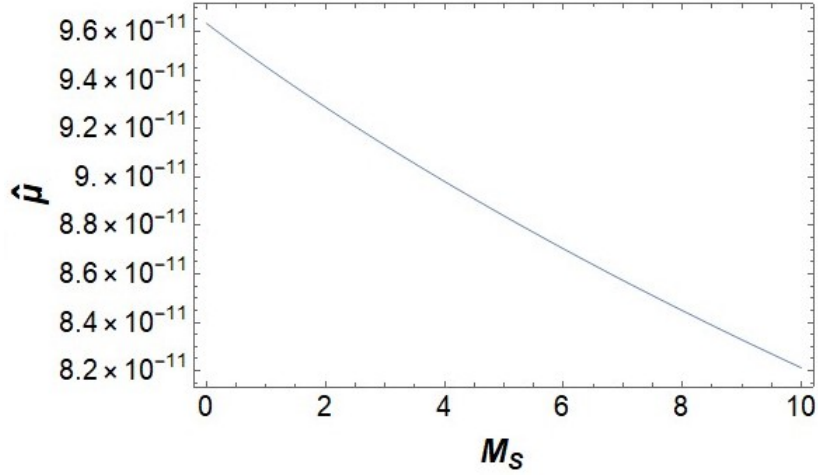


(f) Gráfica de Rango de 0 a 100 MeV de masa

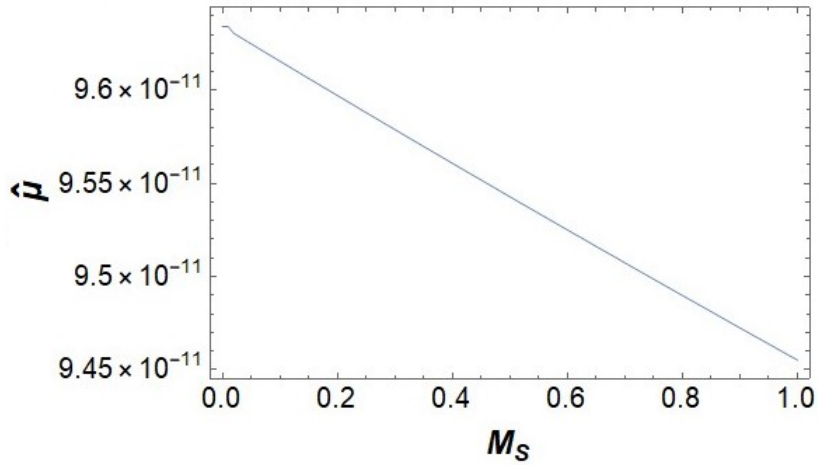
## CÁLCULO Y ANÁLISIS NUMÉRICOS

### 5.5 Gráficas de función de aporte al Momento Magnético con respecto de la masa del Axión

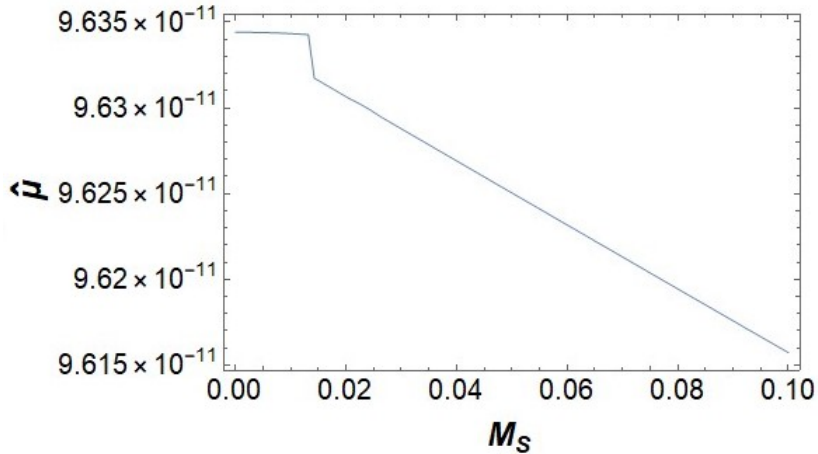
---



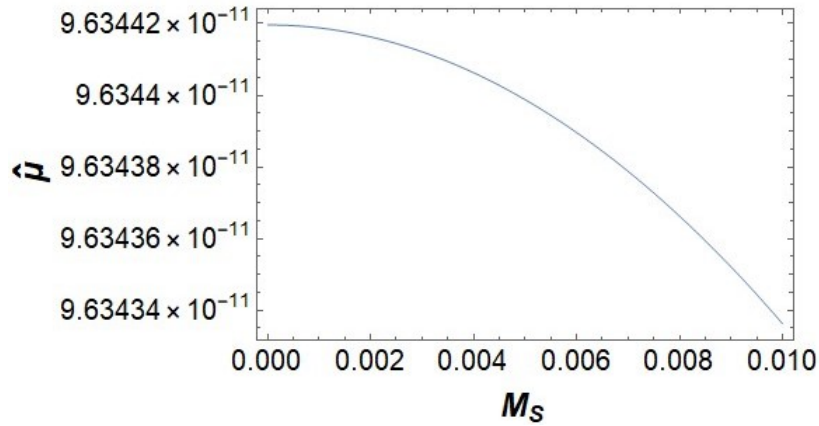
(g) Gráfica de Rango de 0 a 10 MeV de masa



(h) Gráfica de Rango de 0 a 1 MeV de masa



(i) Gráfica de Rango de 0 a 100 KeV de masa



(j) Gráfica de Rango de 0 a 10 KeV de masa

Figura 5.14: Gráficas del Aporte Magnético en función de la masa del Axión en el Punto 1, para los rangos 0 a 10 TeV (a), 0 a 1 TeV (b), 0 a 100 GeV (c), 0 a 10 GeV (d), 0 a 1 GeV (e), 0 a 100 MeV (f), 0 a 10 MeV (g), 0 a 1 MeV (h), 0 a 100 KeV (i) y 0 a 10 KeV (j)

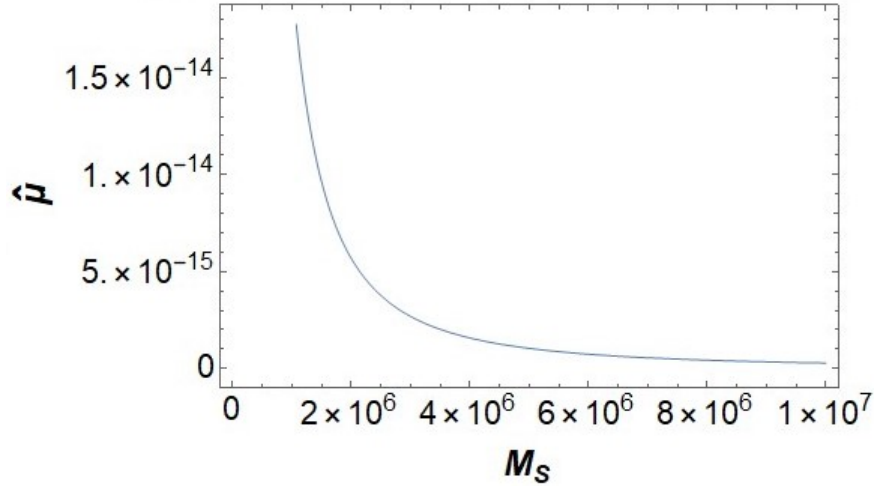
Primeramente podemos observar que el comportamiento del Aporte al momento magnético es como lo esperabamos, crece mientras más chica sea el valor de la masa del axión, tendiendo a un límite cuando el valor de la masa del axión tiende a 0, este límite tiende a llegar casi al orden de  $10^{-10}$ , pero inclusive en algunos puntos de acercamiento de la gráfica, se pueden encontrar valores irregulares como se puede observar en las gráficas e y f, llegando a las variaciones del orden de  $10^{-10}$  para el valor del aporte al momento magnético.

5.5.2. Gráficas del punto 2

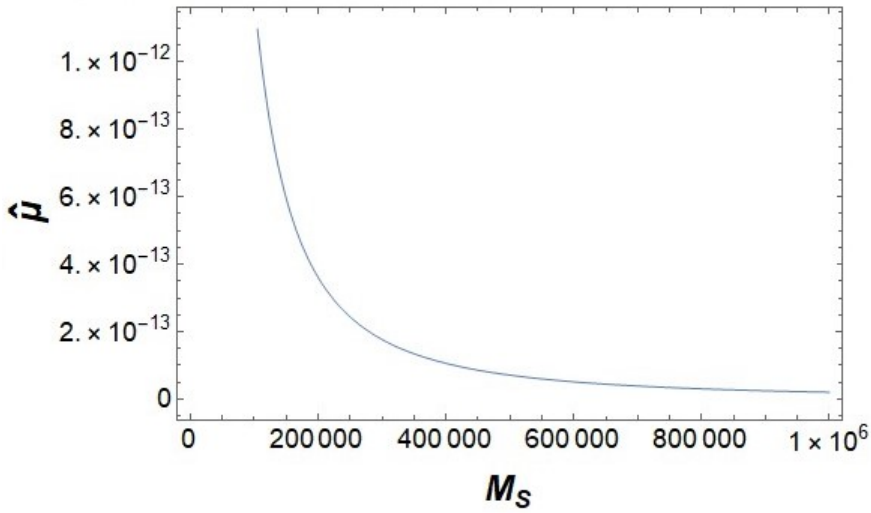
Como segundo punto fijo, tomaremos en cuenta los valores para las constantes de acoplamiento

$$\|C_s\| = -0,0003 \qquad \|C_p\| = 0 \qquad (5.15)$$

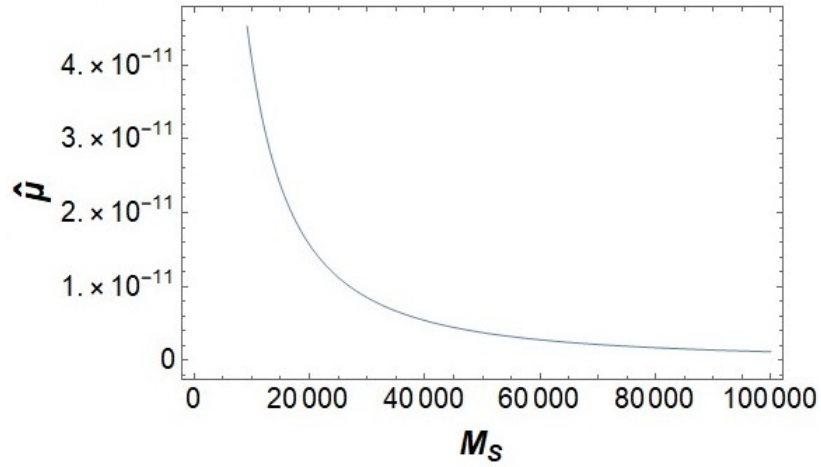
Para el cuál hemos obtenido las siguientes gráficas



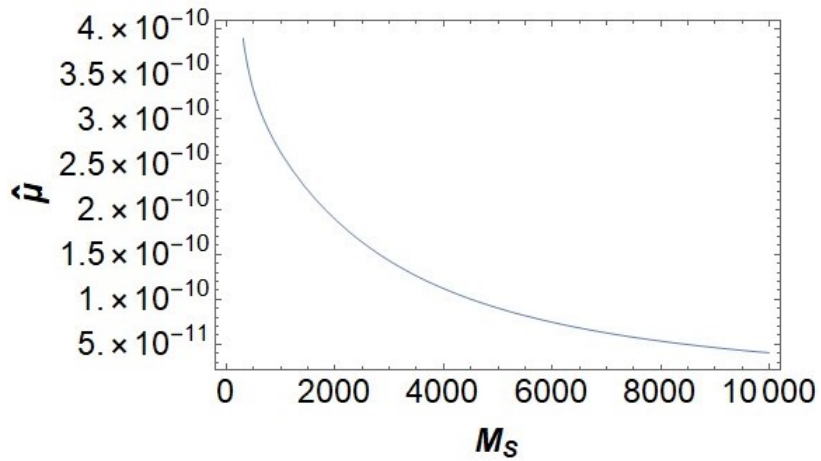
(a) Gráfica de Rango de 0 a 10 TeV de masa - 2



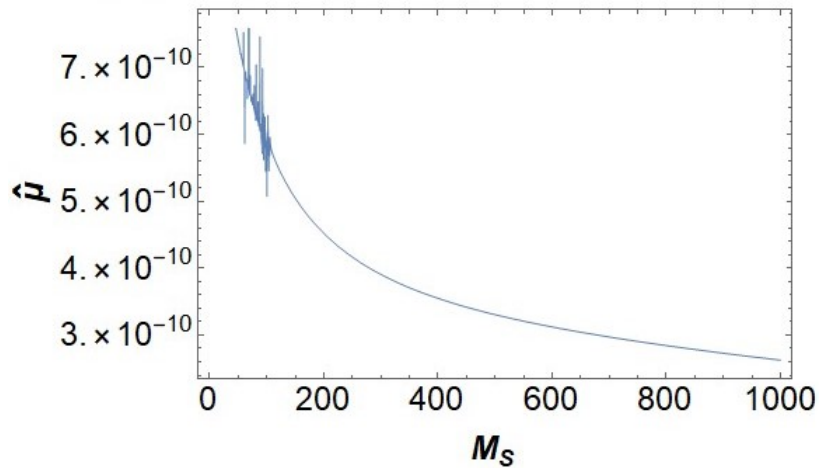
(b) Gráfica de Rango de 0 a 1 TeV de masa - 2



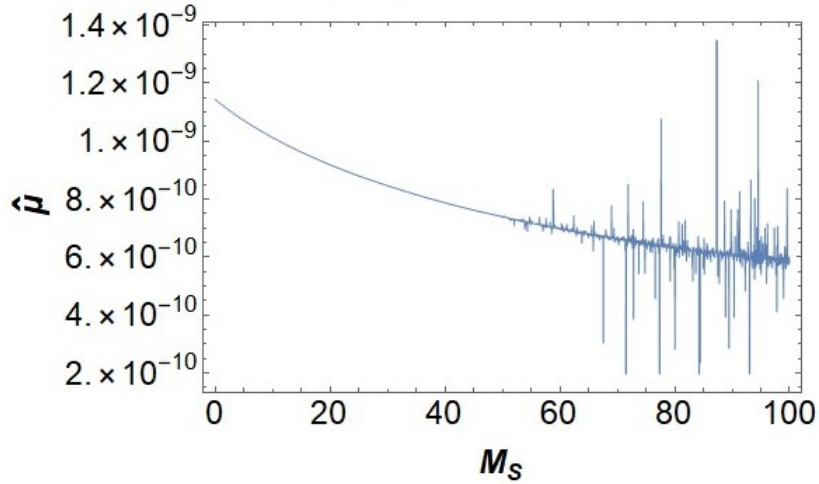
(c) Gráfica de Rango de 0 a 100 GeV de masa - 2



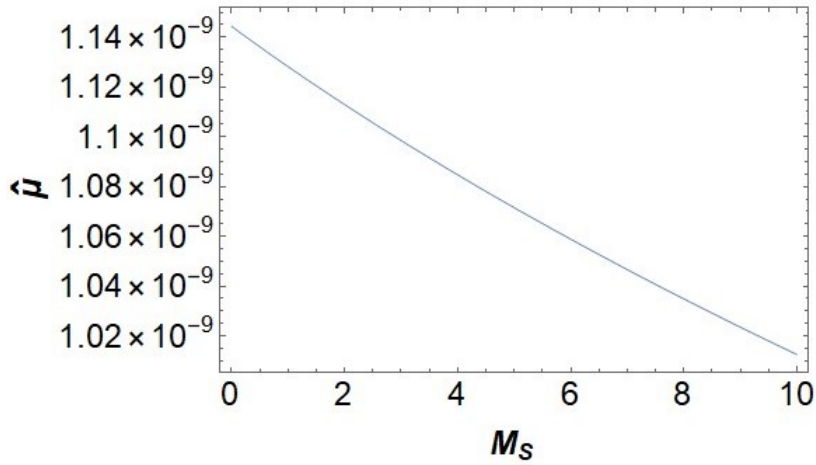
(d) Gráfica de Rango de 0 a 10 GeV de masa - 2



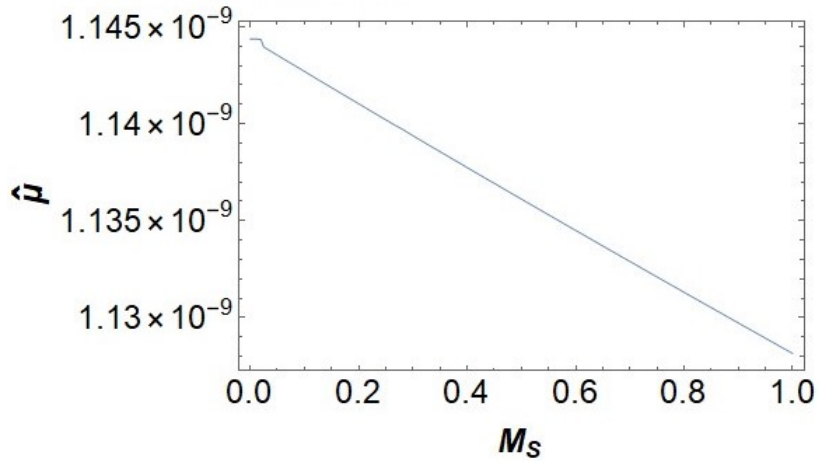
(e) Gráfica de Rango de 0 a 1 GeV de masa - 2



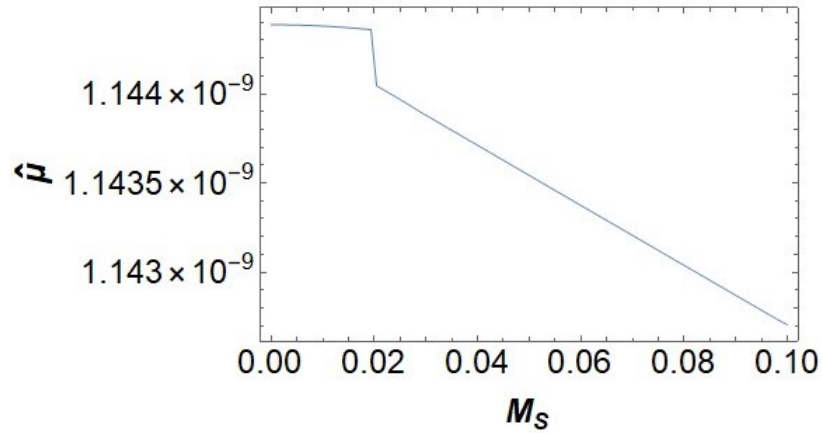
(f) Gráfica de Rango de 0 a 100 MeV de masa - 2



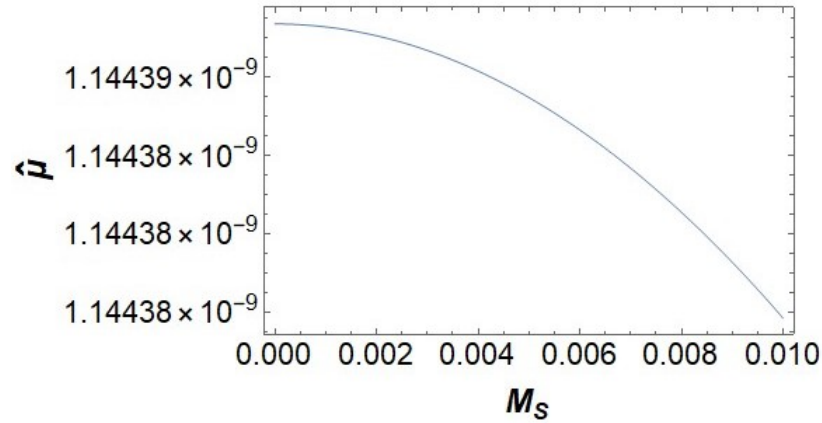
(g) Gráfica de Rango de 0 a 10 MeV de masa - 2



(h) Gráfica de Rango de 0 a 1 MeV de masa - 2



(i) Gráfica de Rango de 0 a 100 KeV de masa - 2



(j) Gráfica de Rango de 0 a 10 KeV de masa - 2

Figura 5.15: Gráficas del Aporte Magnético en función de la masa del Axión en el Punto 2, para los rangos 0 a 10 TeV (a), 0 a 1 TeV (b), 0 a 100 GeV (c), 0 a 10 GeV (d), 0 a 1 GeV (e), 0 a 100 MeV (f), 0 a 10 MeV (g), 0 a 1 MeV (h), 0 a 100 KeV (i) y 0 a 10 KeV (j)

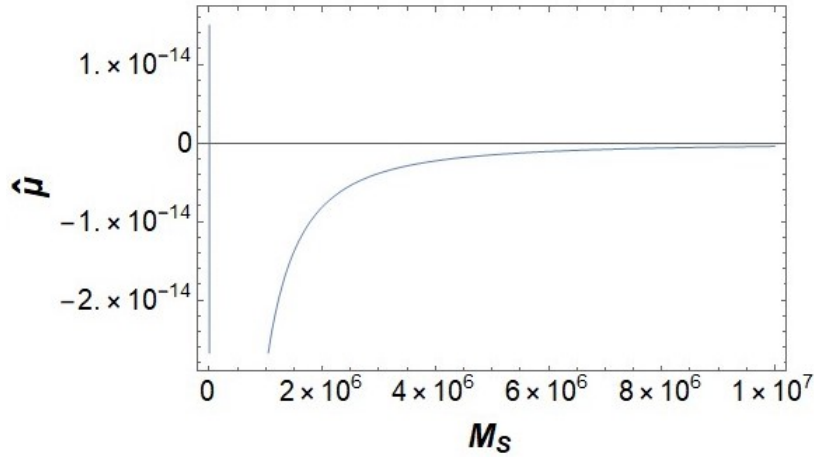
El comportamiento del aporte al momento magnético en el punto 2, parece tener la misma forma que en el punto 1, pero el límite al que tiende cuando la masa del axi3n se acerca a 0 es del orden de  $10^{-9}$ , e inclusive sus irregularidades llegan a ser un poco mayores en el orden de  $10^{-9}$ .

### 5.5.3. Gráficas del punto 3

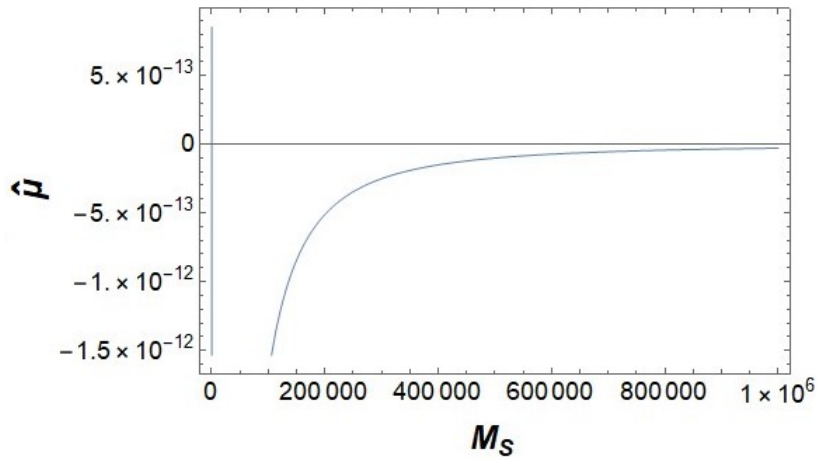
Como tercer punto fijo, tomaremos en cuenta los valores para las constantes de acoplamiento

$$\|C_s\| = -0,0006 \qquad \|C_p\| = 0,0007 \qquad (5.16)$$

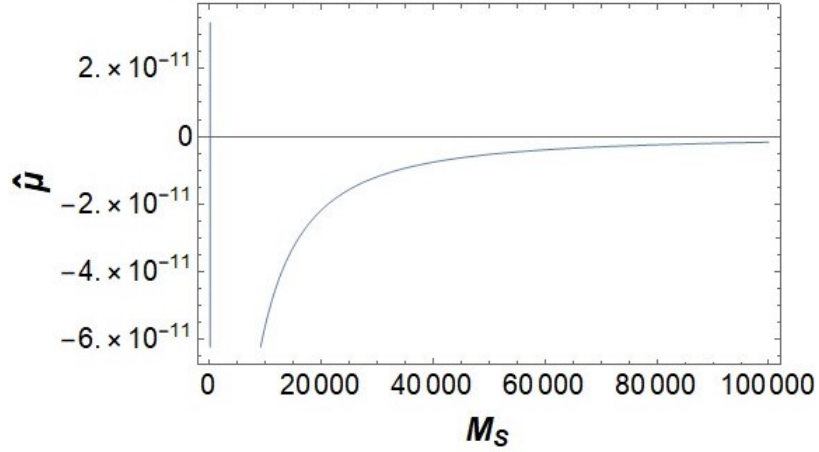
Para el cuál hemos obtenido las siguientes gráficas



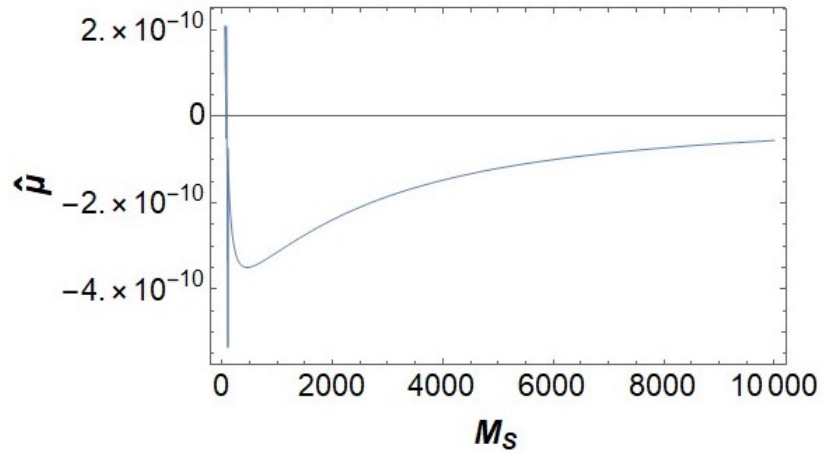
(a) Gráfica de Rango de 0 a 10 TeV de masa - 3



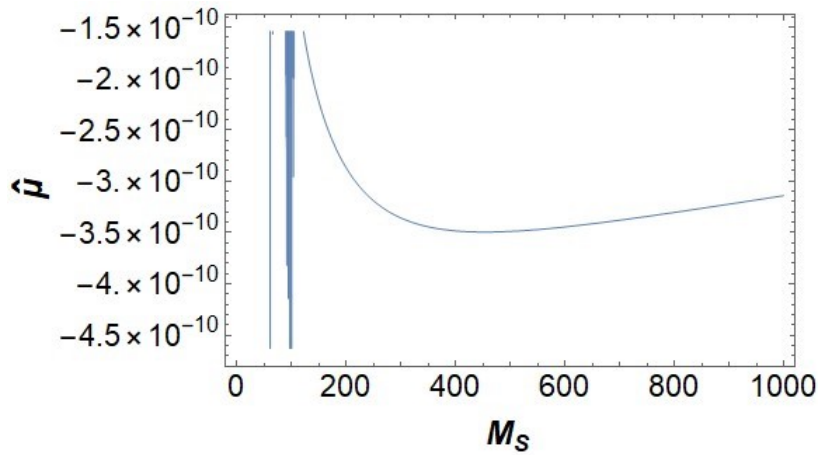
(b) Gráfica de Rango de 0 a 1 TeV de masa - 3



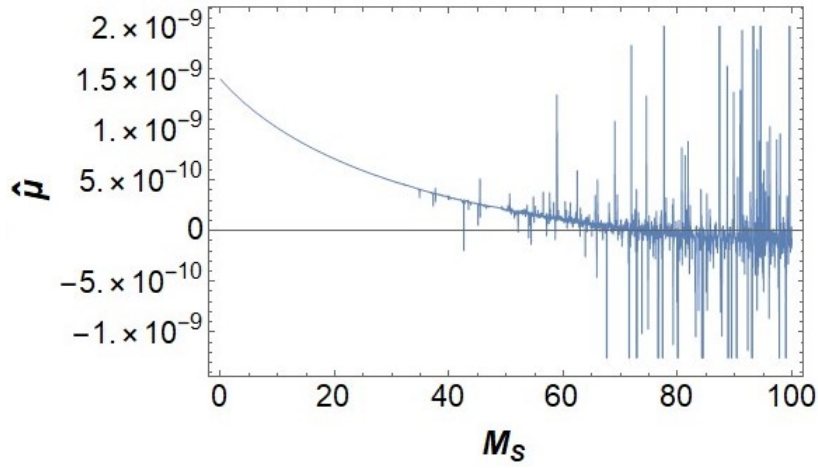
(c) Gráfica de Rango de 0 a 100 GeV de masa - 3



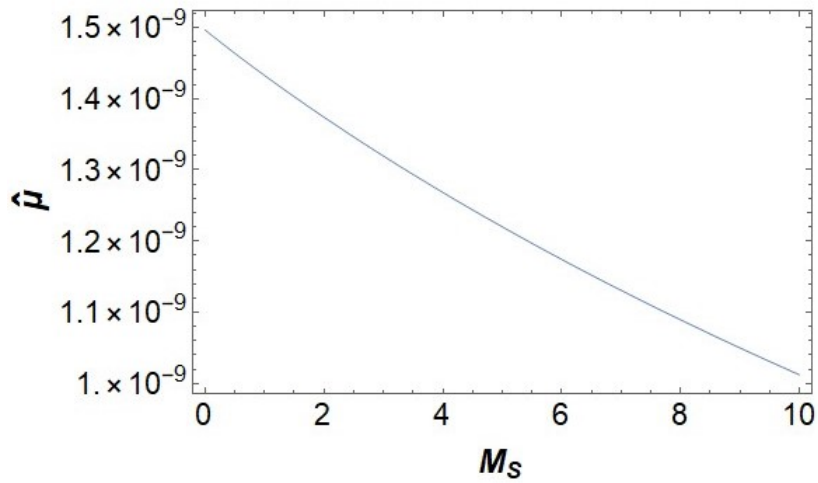
(d) Gráfica de Rango de 0 a 10 GeV de masa - 3



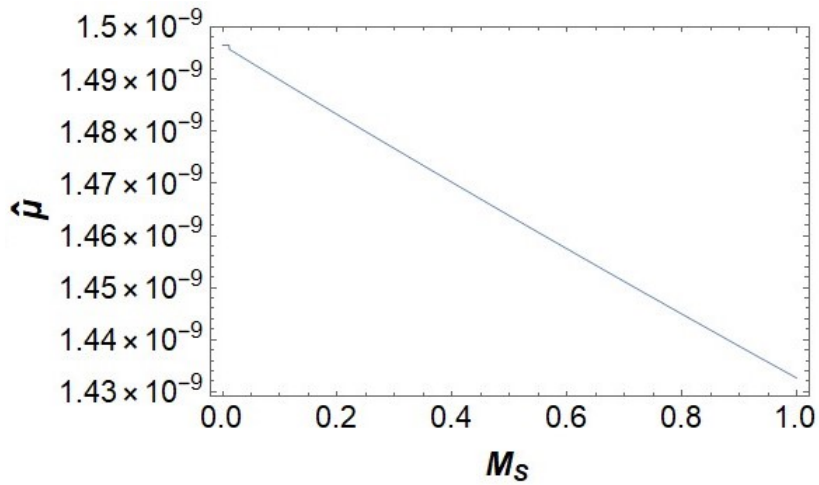
(e) Gráfica de Rango de 0 a 1 GeV de masa - 3



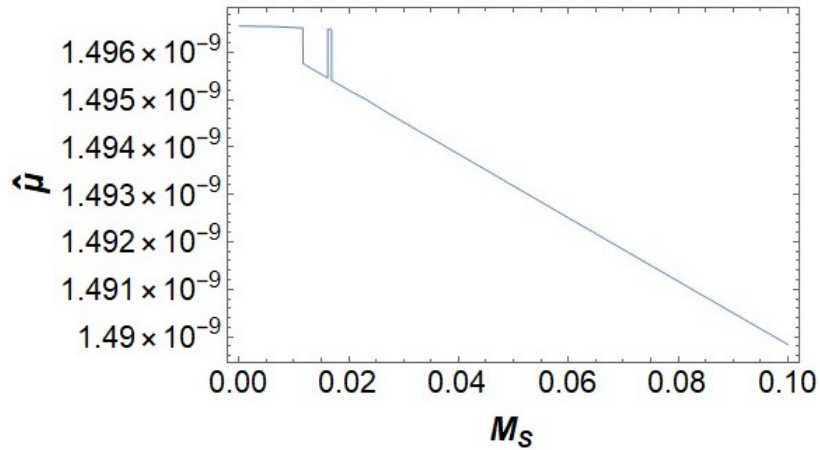
(f) Gráfica de Rango de 0 a 100 MeV de masa - 3



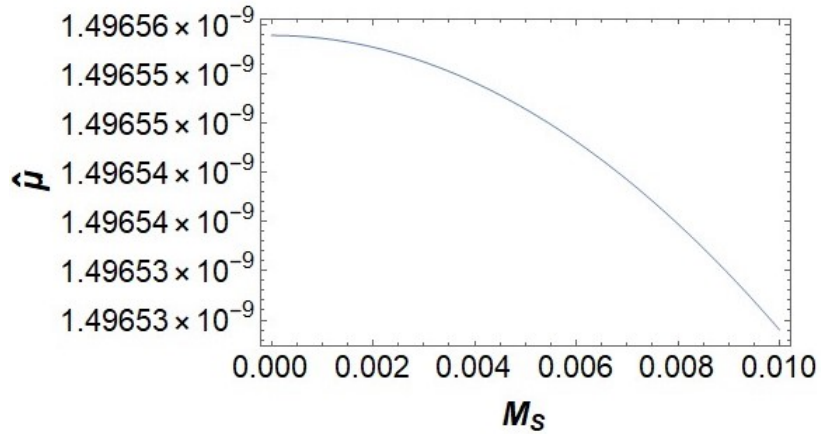
(g) Gráfica de Rango de 0 a 10 MeV de masa - 3



(h) Gráfica de Rango de 0 a 1 MeV de masa - 3



(i) Gráfica de Rango de 0 a 100 KeV de masa - 3



(j) Gráfica de Rango de 0 a 10 KeV de masa - 3

Figura 5.16: Gráficas del Aporte Magnético en función de la masa del Axión en el Punto 3, para los rangos 0 a 10 TeV (a), 0 a 1 TeV (b), 0 a 100 GeV (c), 0 a 10 GeV (d), 0 a 1 GeV (e), 0 a 100 MeV (f), 0 a 10 MeV (g), 0 a 1 MeV (h), 0 a 100 KeV (i) y 0 a 10 KeV (j)

Dividiendo los acercamientos de la gráfica del punto 3 del aporte magnético, observamos que en las primeras 3 gráficas (a, b y c), se tiene un comportamiento decreciente mientras más nos acercamos a valores pequeños de la masa del Axión, pero cuando vamos acercandonos más a valores pequeños de la masa, el comportamiento va cambiando de una forma un poco irregular como se puede observar en las gráficas (d, e y f), al final cuando la masa del axi3n se va acercando más a 0, el comportamiento se vuelve estable de nuevo y tiende a incrementar, alcanzando un límite del orden de  $10^{-9}$ , e inclusive en los valores más altos de las irregularidades de nuestra gráfica se llega a alcanzar un valor de  $2 \times 10^{-9}$ .

## 5.6. Gráficas de Contorno de Aportes al Momento Dipolar Eléctrico del Muón

Ya hemos estudiado con anterioridad el aporte del momento magnético, a continuación se presentarán gráficas en las cuales se toma el aporte al momento eléctrico, como una función de las constantes de acoplamiento antes vistas en el caso 2 (ya que es el caso que nos conviene para maximizar el aporte al momento magnético),

### 5.6.1. Gráficas de Aportes individuales

Ya que será también interesante ver como se comporta cada aporte individual, se presentarán las gráficas más interesantes en lo que sigue

#### Masa de 1 eV - Axión

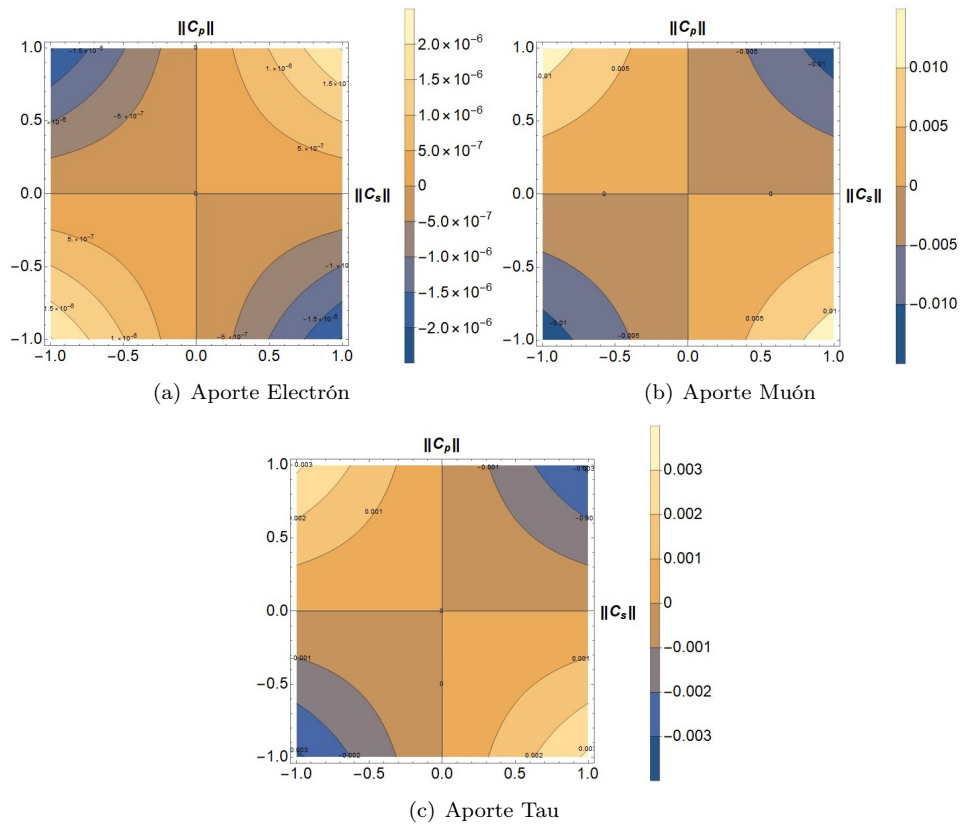
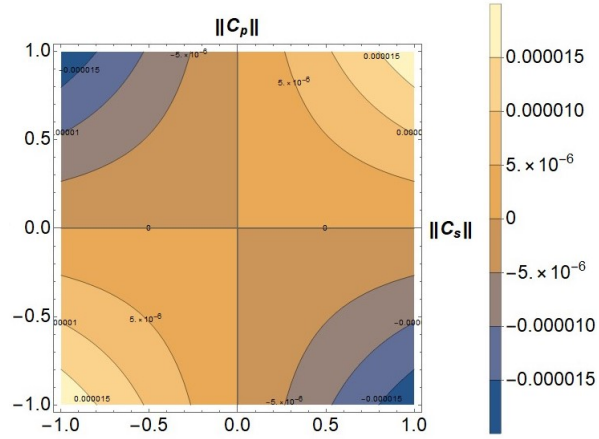
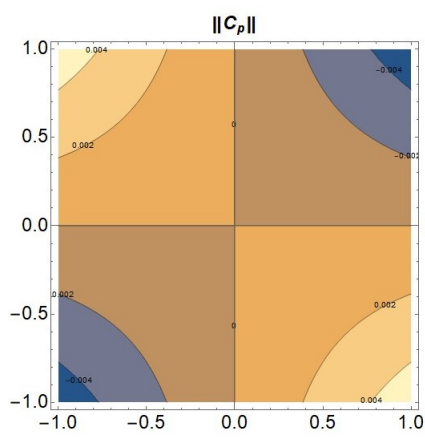


Figura 5.17: Aporte individual a 1 eV de masa para el Axión, Electrón (a), Muón (b) y Tau (c)

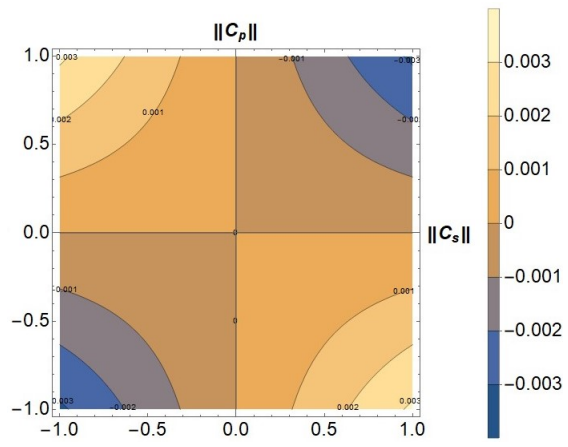
Masa de 100 MeV - Axión



(a) Aporte Electrón



(b) Aporte Muón



(c) Aporte Tau

Figura 5.18: Aporte individual a 100 MeV de masa para el Axión, Electrón (a), Muón (b) y Tau (c)

Masa de 1 GeV - Axión

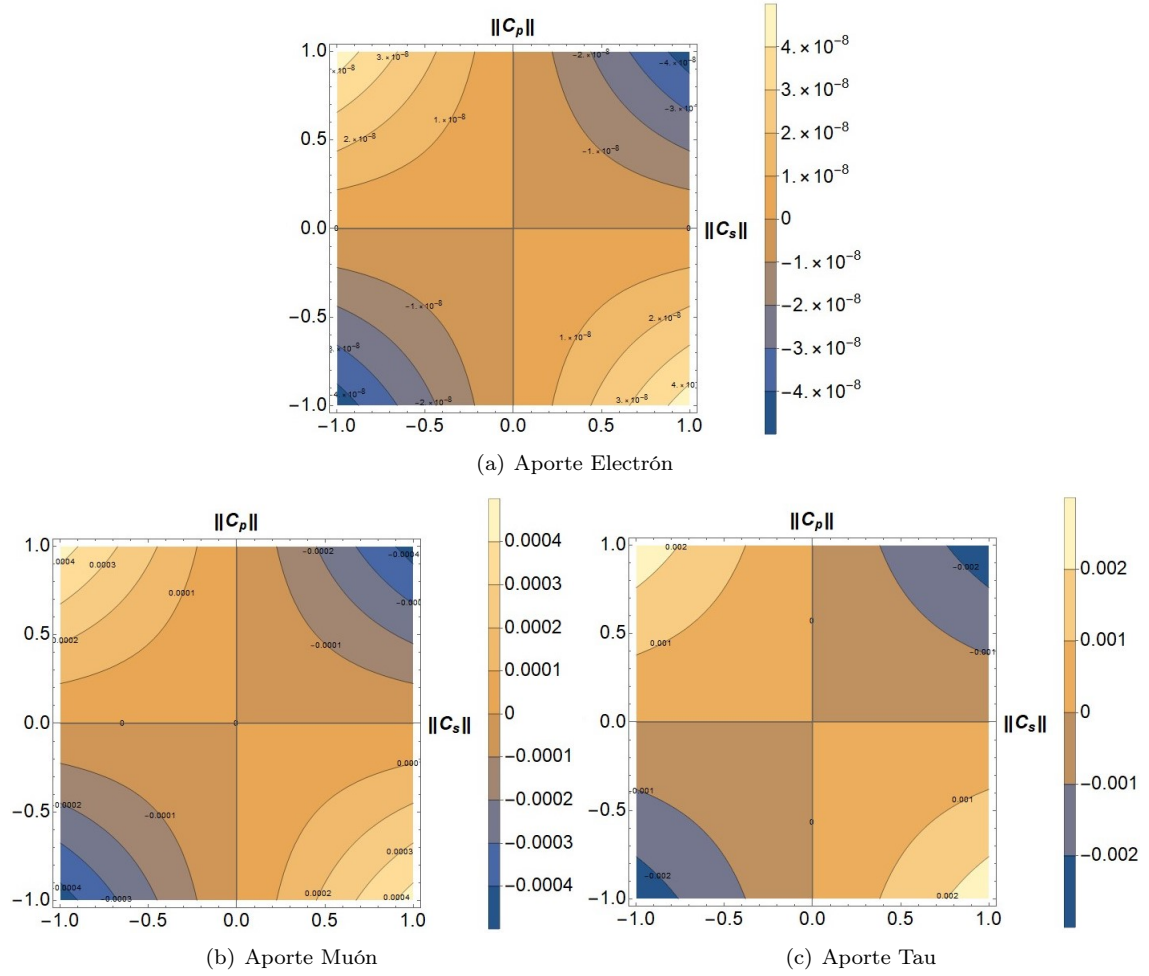


Figura 5.19: Aporte individual a 1 GeV de masa para el Axión, Electrón (a), Muón (b) y Tau (c)

Masa de 10 GeV - Axión

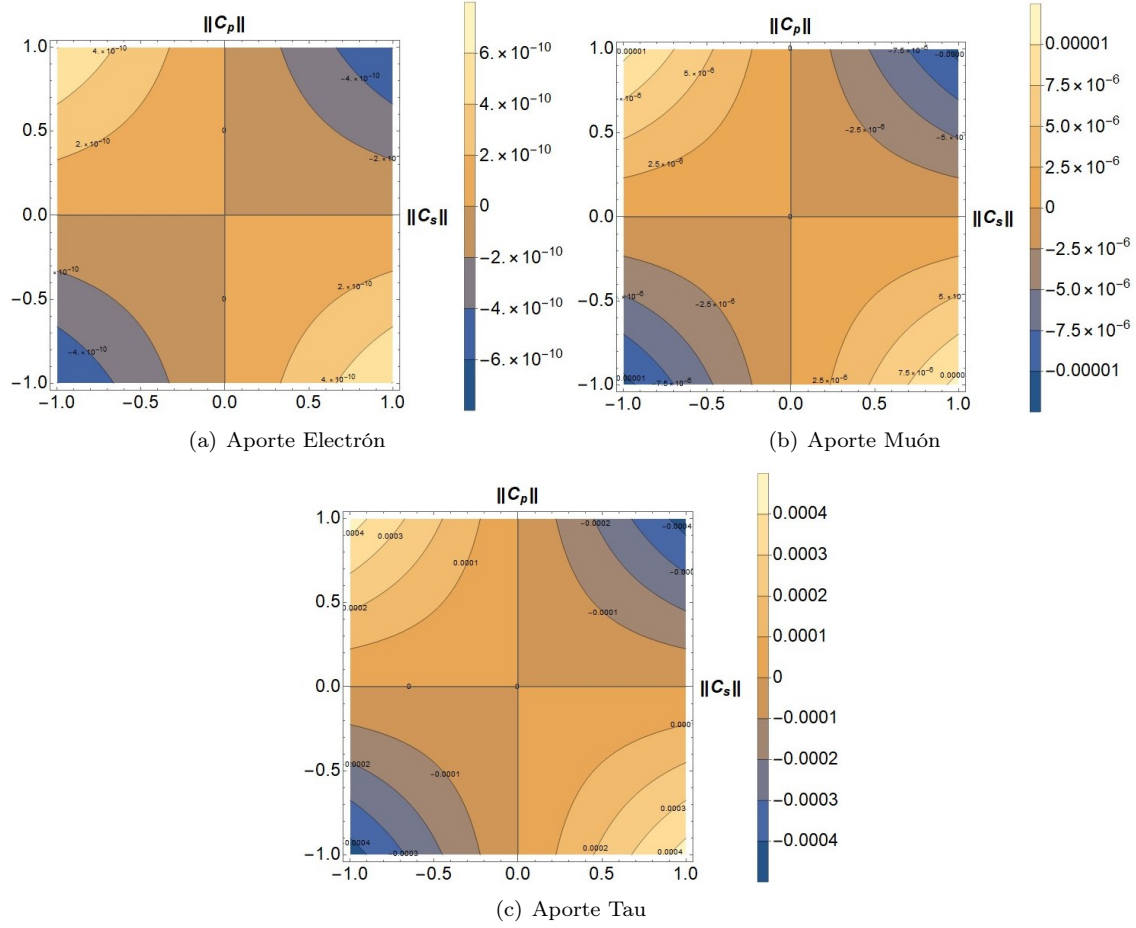


Figura 5.20: Aporte individual a 10 GeV de masa para el Axión, Electrón (a), Muón (b) y Tau (c)

Masa de 100 GeV - Axión

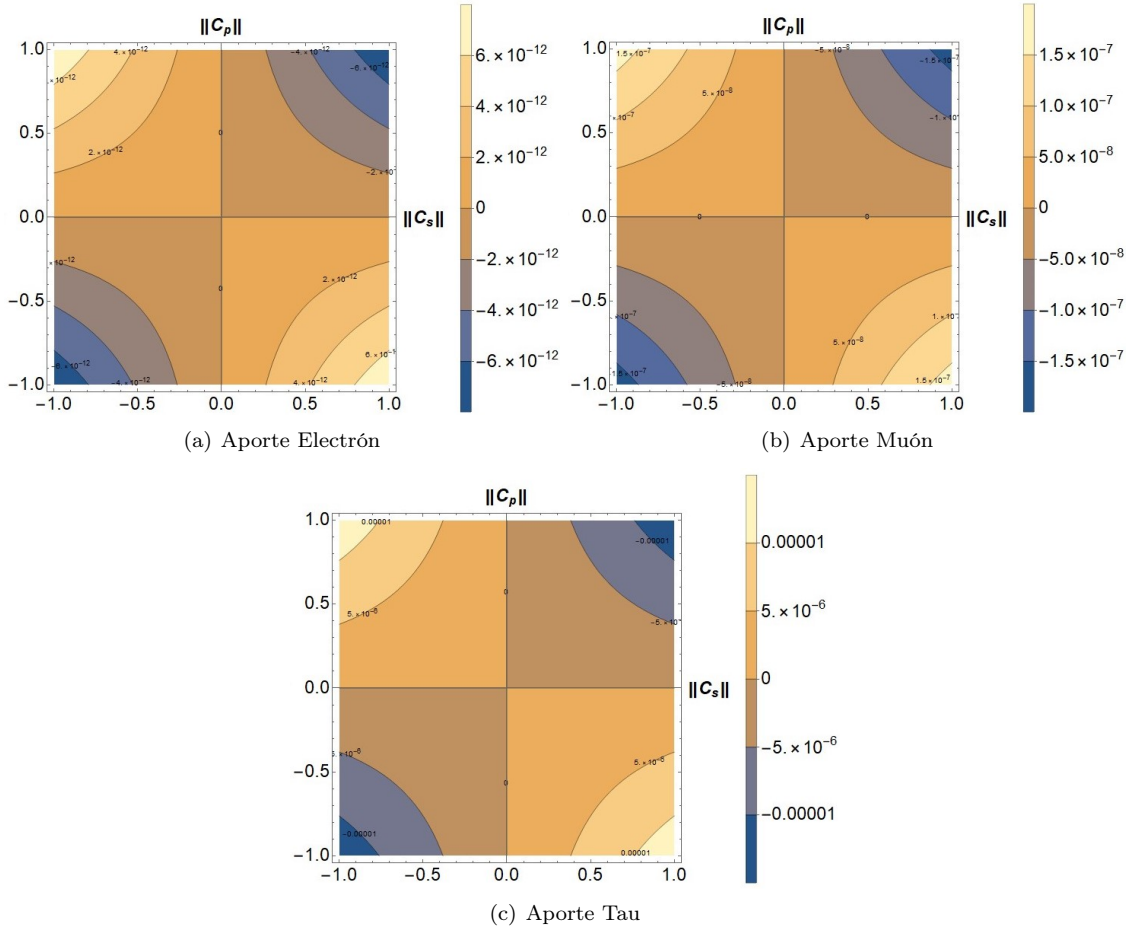


Figura 5.21: Aporte individual a 100 GeV de masa para el Axión, Electrón (a), Muón (b) y Tau (c)

Masa de 1 TeV - Axión

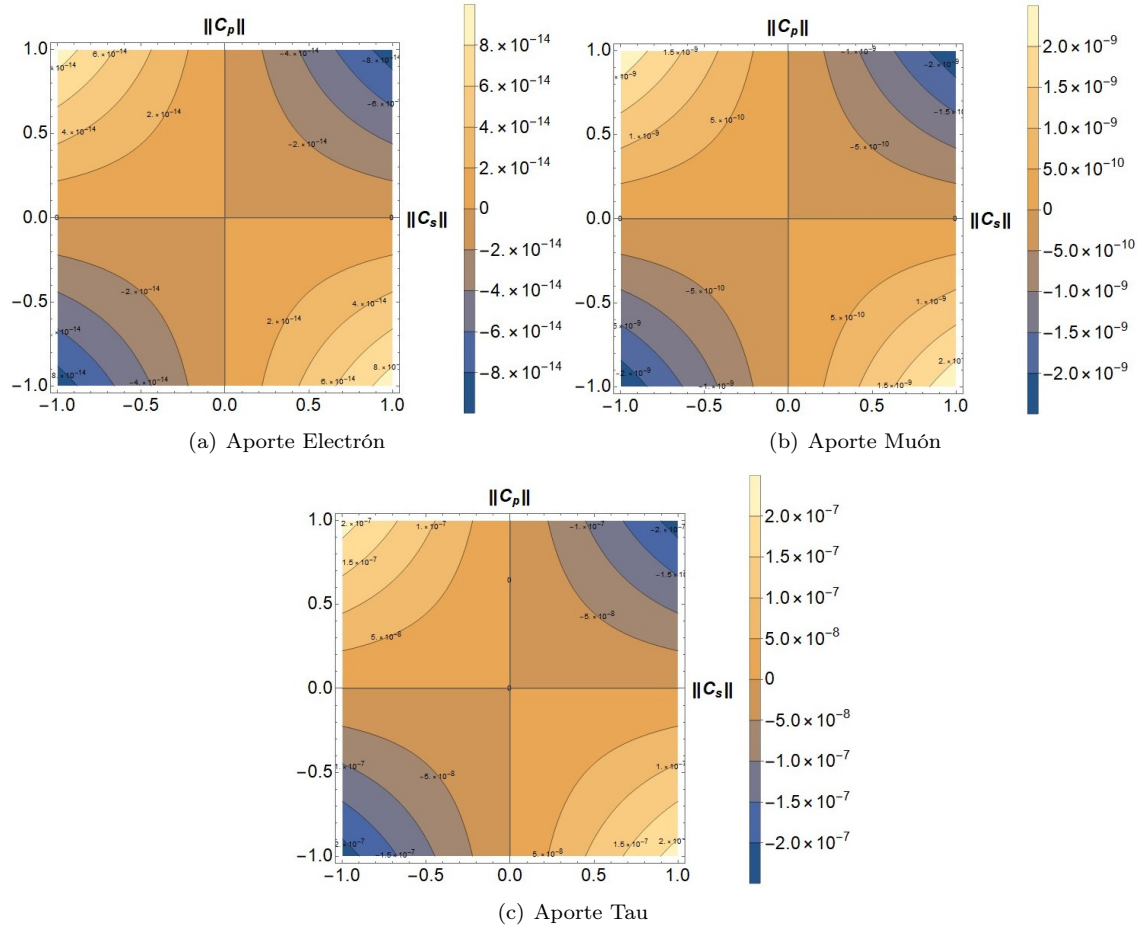


Figura 5.22: Aporte individual a 1 TeV de masa para el Axión, Electrón (a), Muón (b) y Tau (c)

Masa de 10 TeV - Axión

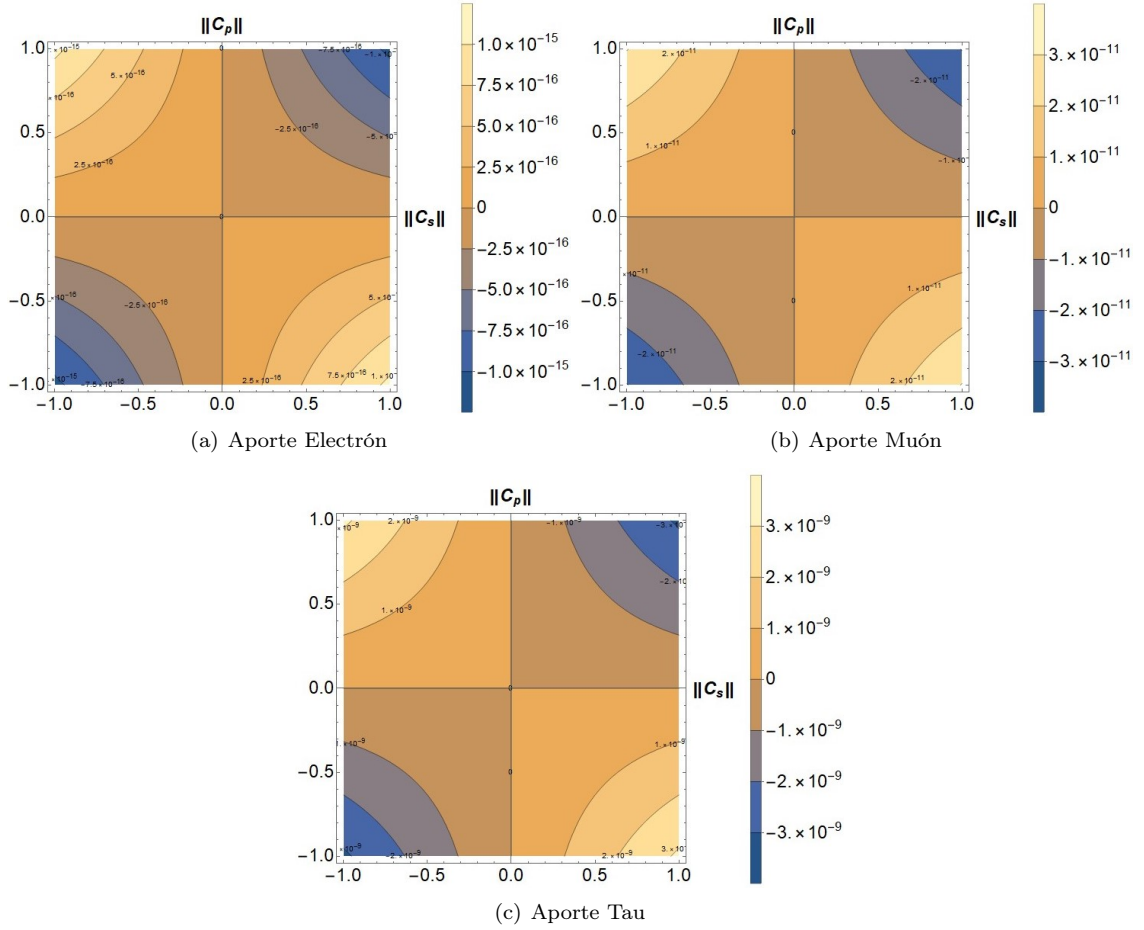


Figura 5.23: Aporte individual a 10 TeV de masa para el Axión, Electrón (a), Muón (b) y Tau (c)

Masa de 100 TeV - Axión

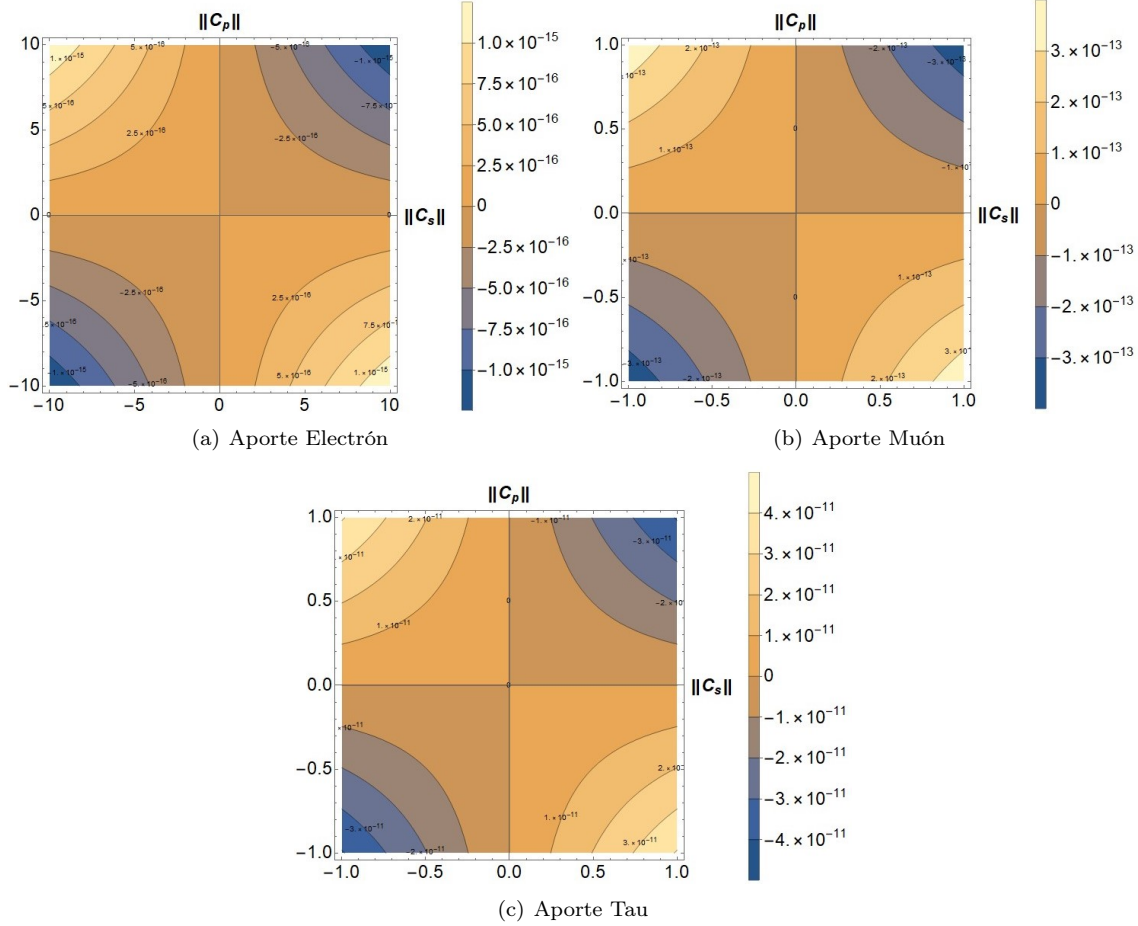
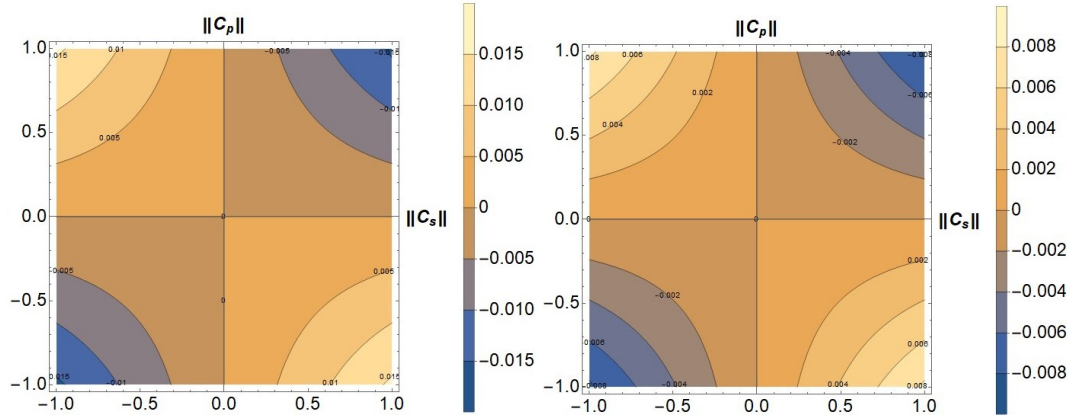


Figura 5.24: Aporte individual a 100 TeV de masa para el Axión, Electrón (a), Muón (b) y Tau (c)

Tomando en cuenta el comportamiento de los aportes individuales con respecto a la masa del axión, podemos interpretar que los ordenes del aporte se reducen mientras aumenta la masa, entre los valores de -1 a 1 para las constantes de acoplamiento, pero la forma de las gráficas es bastante similar entre si, teniendo ceros en los ejes de las gráficas y con forma de hipérbolas, solo cambia el orden, y la forma en la que cambian con respecto a la masa (lo cuál será más relevante en gráficas posteriores).

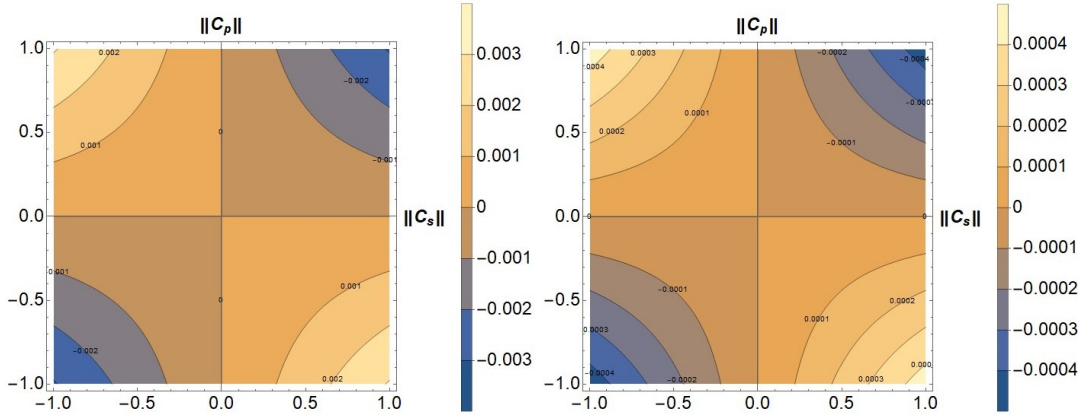
5.6.2. Gráficas de Aportes Globales

A continuación se presentan algunas gráficas interesantes del aporte al momento eléctrico, de forma global para el caso 2 en específico,



(a) Aporte Eléctrico - 1 eV

(b) Aporte Eléctrico - 100 MeV



(c) Aporte Eléctrico - 1 GeV

(d) Aporte Eléctrico - 10 GeV

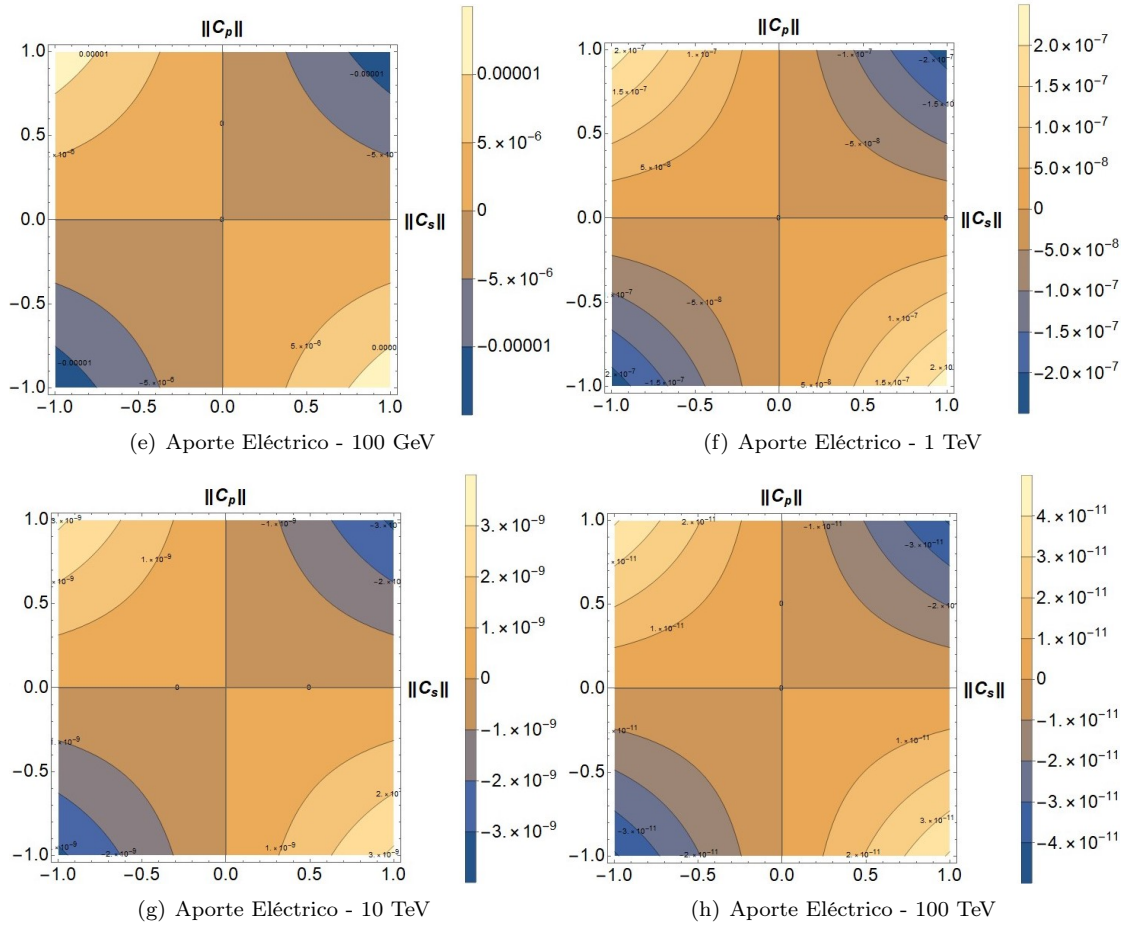


Figura 5.25: Aporte al Momento Eléctrico Total, 1 eV (a), 100 MeV (b), 1 GeV (c), 10 GeV (d), 100 GeV (e), 1 TeV (f), 10 TeV (g) y 100 TeV (h)

5.7 Gráficas de función del aporte al momento dipolar eléctrico del muón con respecto de la masa del Axión

De forma esperada, el caso global es bastante similar a los casos individuales, debido a que los casos individuales se comportan de una forma muy similar, el orden del aporte se va reduciendo cada que la masa del axi3n aumenta, para los valores entre -1 y 1 de los valores reales de las constantes de acoplamiento.

5.7. Gráficas de función del aporte al momento dipolar eléctrico del mu3n con respecto de la masa del Axi3n

Similarmente en el caso del momento magn3tico el momento el3ctrico se puede poner en funci3n de la masa del axi3n, teniendo puntos definidos para sus constantes de acoplamiento, a continuaci3n se presentan funciones en 3 diferentes puntos, los cuales son los mismos que en el caso del momento magn3tico (excepto el punto 2), ya que ser3 un analisis interesante que rangos m3ximos puede alcanzar el momento el3ctrico en los puntos donde el momento magn3tico tambi3n llega a valores cercanos al valor de la discrepancia entre la teor3a y el experimento, en particular valores para el momento el3ctrico que sean mayores al valor te3rico del momento el3ctrico en el Modelo Est3andar, la cu3l est3 dada como

$$d_{MS} = 1,53 \times 10^{-30} \tag{5.17}$$

en nuestro caso tomaremos de forma similar al momento magn3tico el valor experimental se relaciona como

$$\hat{d}_{MS} = \frac{d_{MS}}{2} = \frac{1,53 \times 10^{-30}}{2} = 7,65 \times 10^{-31} \tag{5.18}$$

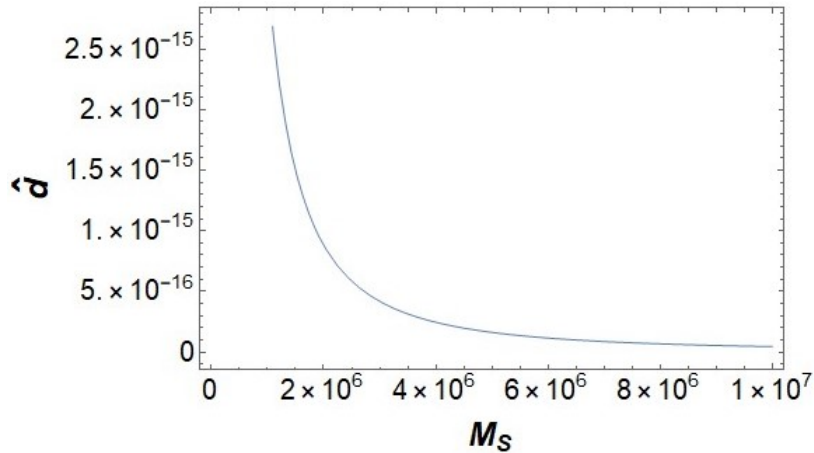
que corresponde a nuestra convenci3n tomada para calcular tanto al momento magn3tico y momento el3ctrico.

5.7.1. Punto 1

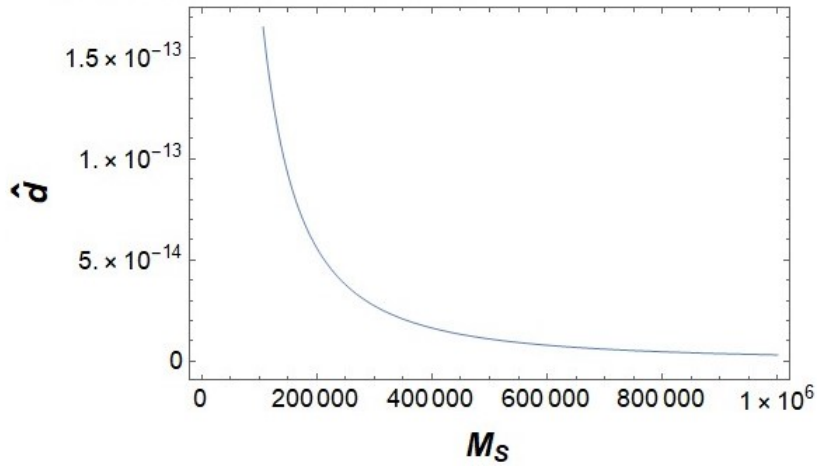
El punto 1 se toma como el mismo en el caso del momento magn3tico:

$$\|C_s\| = -0,0001 \qquad \|C_p\| = 0,00007 \tag{5.19}$$

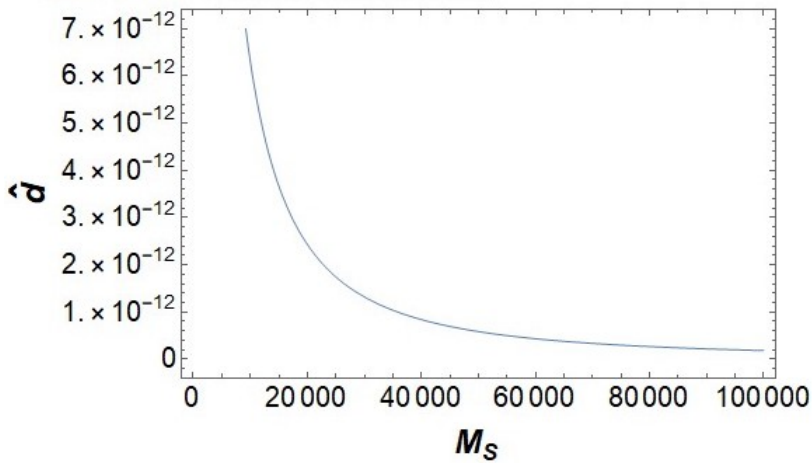
y sus gr3ficas son:



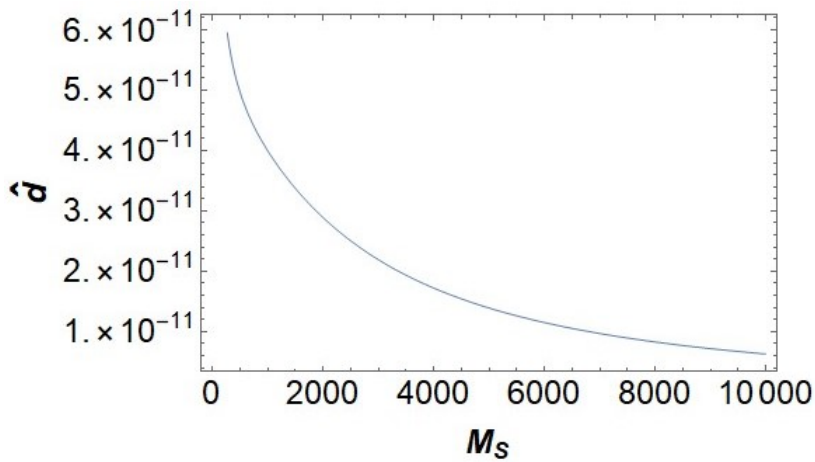
(a) Rango de masa de 0 a 10 TeV



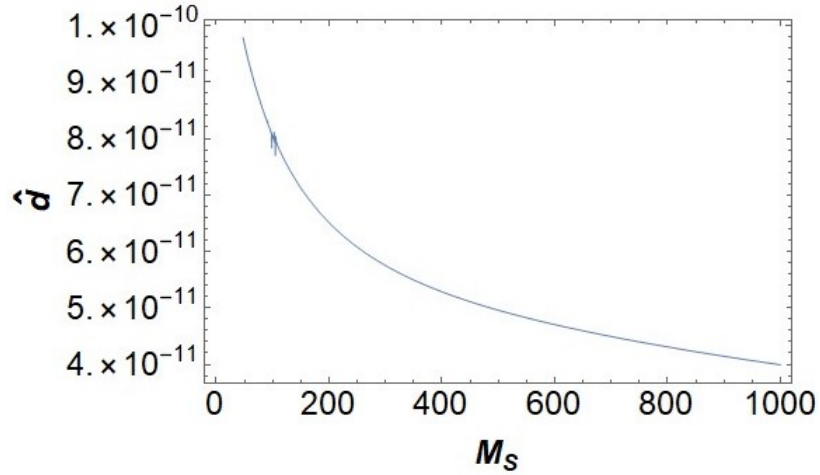
(b) Rango de masa de 0 a 1 TeV



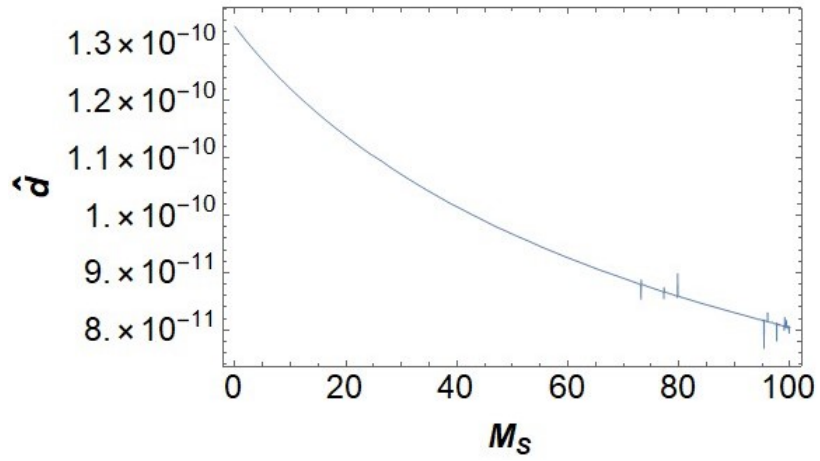
(c) Rango de masa de 0 a 100 GeV



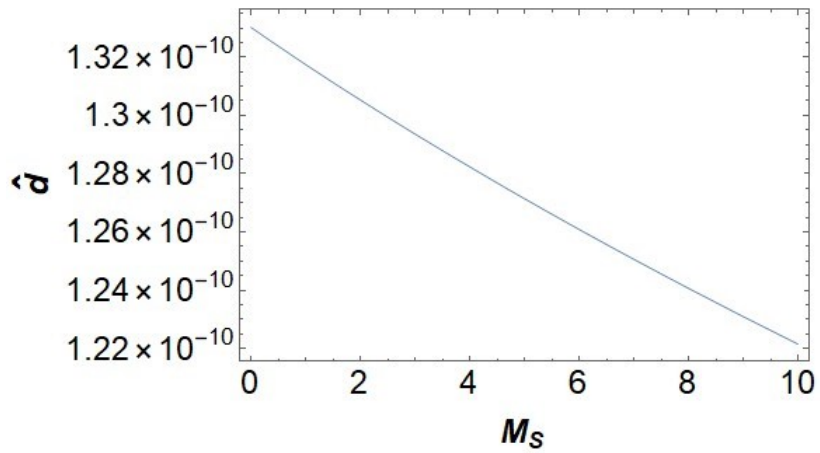
(d) Rango de masa de 0 a 10 GeV



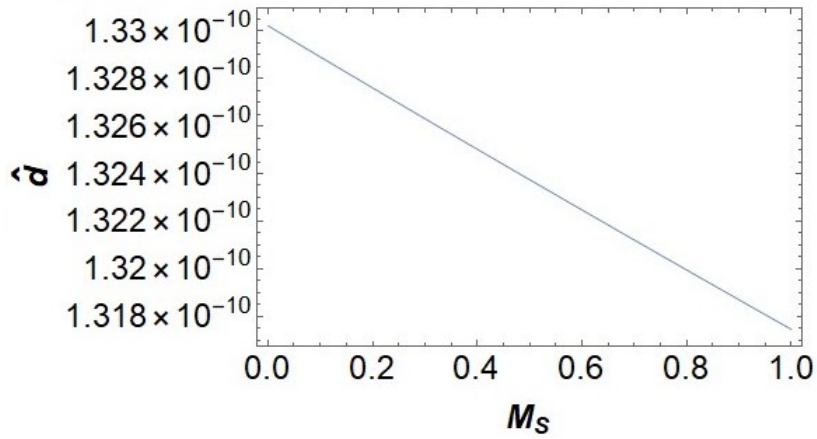
(e) Rango de masa de 0 a 1 GeV



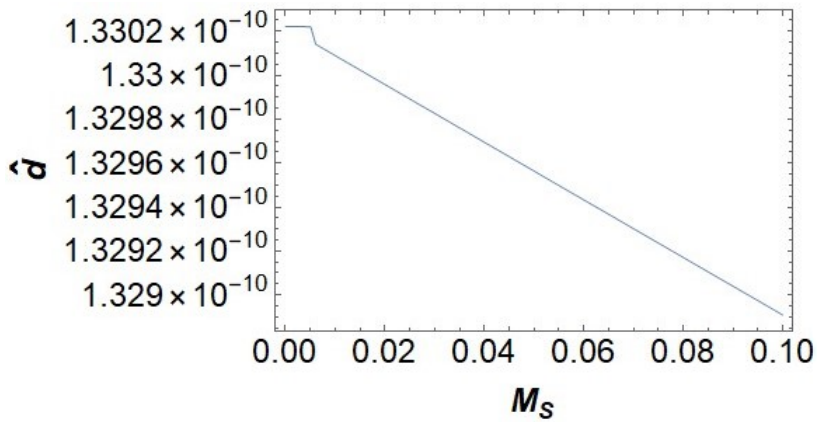
(f) Rango de masa de 0 a 100 MeV



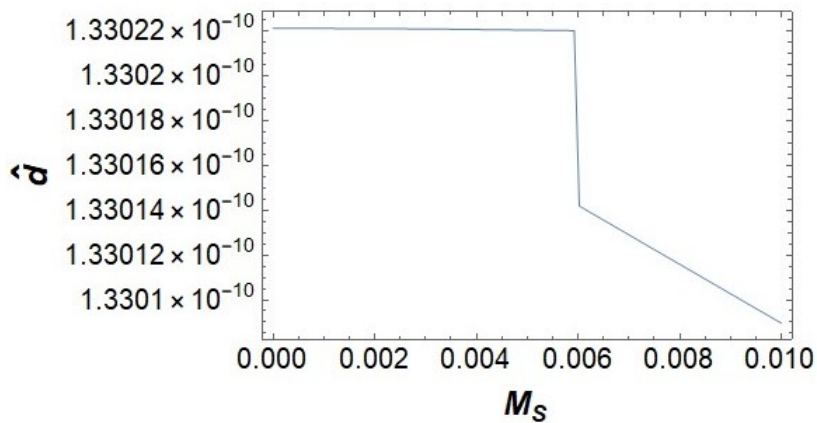
(g) Rango de masa de 0 a 10 MeV



(h) Rango de masa de 0 a 1 MeV



(i) Rango de masa de 0 a 100 KeV



(j) Rango de masa de 0 a 10 KeV

Figura 5.26: Gráficas del aporte al Momento Magnético en función de la masa del Axión en el Punto 1, con rangos de 0 a 10 TeV (a), de 0 a 1 TeV (b), de 0 a 100 GeV (c), de 0 a 10 GeV (d), de 0 a 1 GeV (e), de 0 a 100 MeV (f), de 0 a 10 MeV (g), de 0 a 1 MeV (h), de 0 a 100 KeV (i) y de 0 a 10 KeV (j)

5.7 Gráficas de función del aporte al momento dipolar eléctrico del muón con respecto de la masa del Axión

Los acercamientos muestran el comportamiento del momento eléctrico con respecto al cambio de masa para el axi3n, se puede observar que su comportamiento es creciente conforme la masa del Axi3n disminuye, y alcanza un valor l3mite, el cual se puede observar en la gr3fica (j), el cu3l es del orden de  $10^{-10}$ , lo cu3l supera casi 20 ordenes al valor te3rico del momento el3ctrico. Adicionalmente, se muestra un acercamiento a una irregularidad de la gr3fica

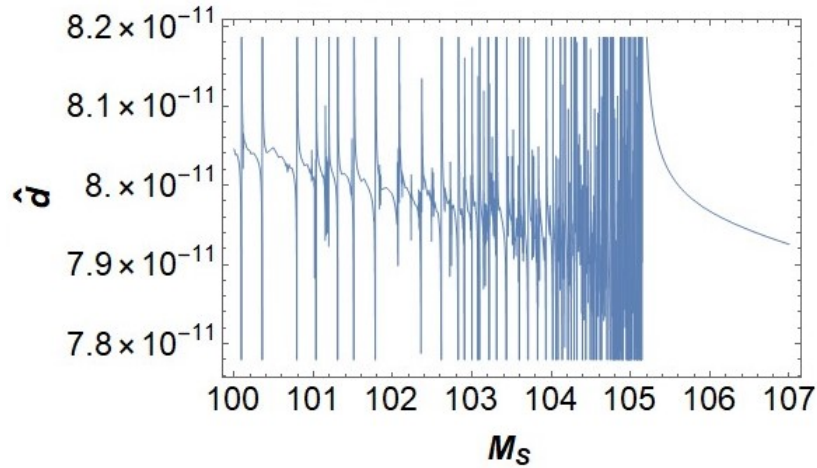


Figura 5.27: Irregularidad en acercamiento de gr3fica de la funci3n

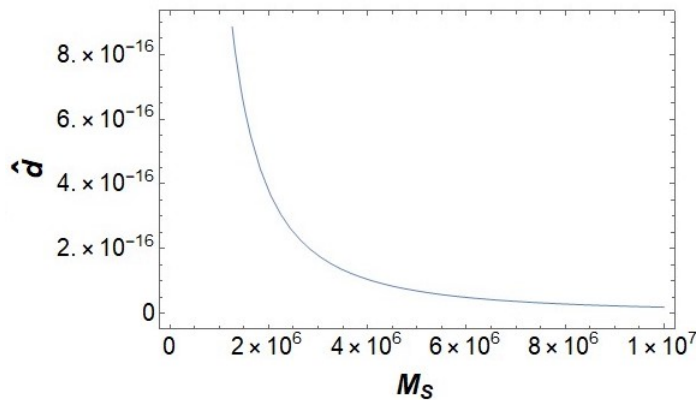
Se puede observar que la irregularidad alcanza ordenes de  $10^{-11}$  en valores considerables de masa para el axi3n.

5.7.2. Punto 2.1

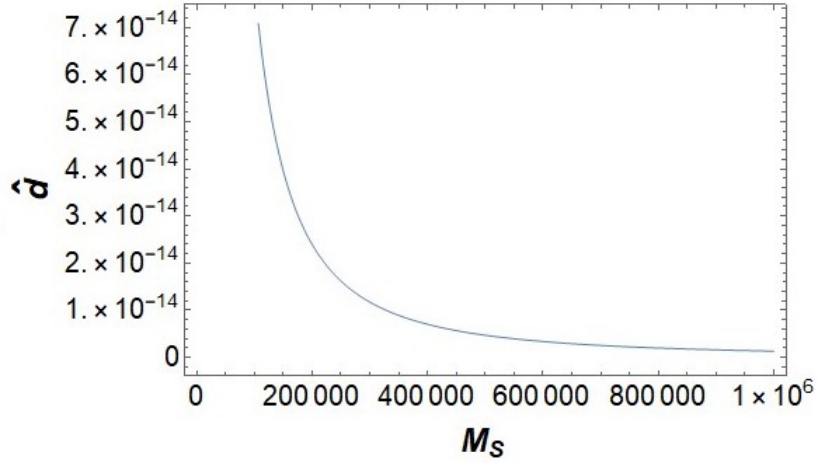
El punto 2.1 se toma de forma diferente al caso del momento magn3tico ya que en el caso de ser 0 alguna constante de acoplamiento, el aporte al momento el3ctrico se vuelve igual a 0, entonces se propone un punto muy cercano

$$\|C_s\| = -0,0003 \qquad \|C_p\| = 0,00001 \qquad (5.20)$$

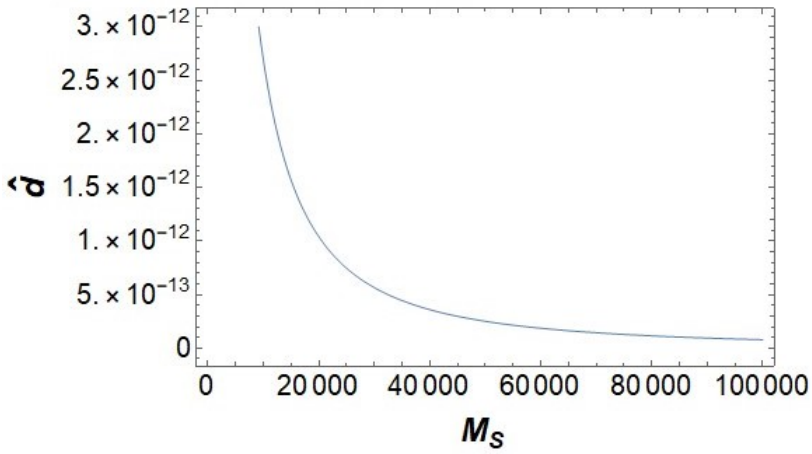
de lo cual podemos obtener las siguientes gr3ficas:



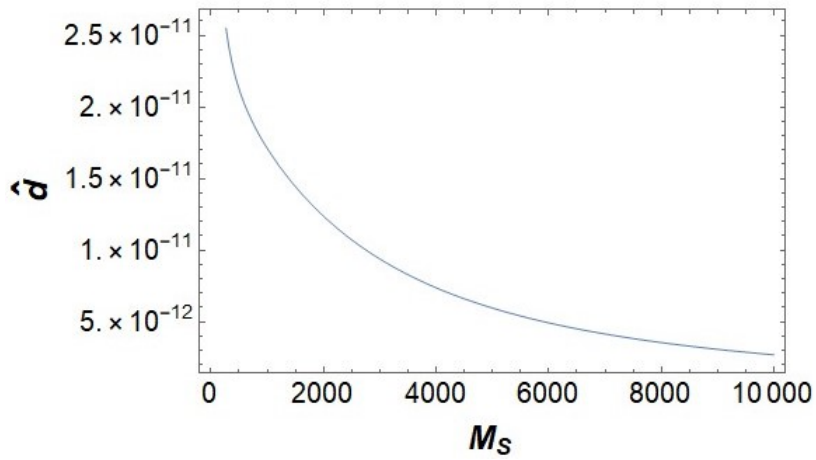
(a) Rango de 0 a 10 TeV



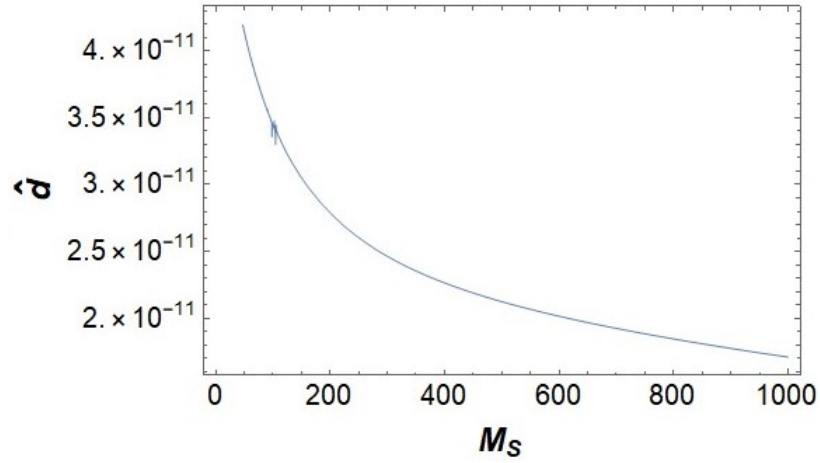
(b) Rango de 0 a 1 TeV



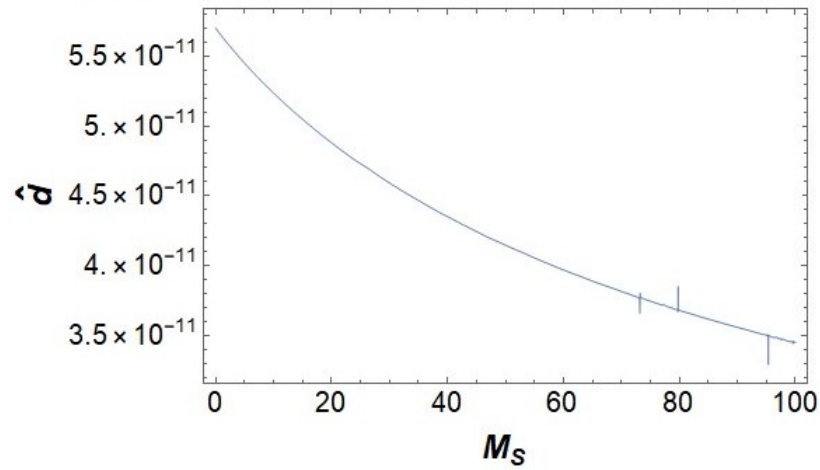
(c) Rango de 0 a 100 GeV



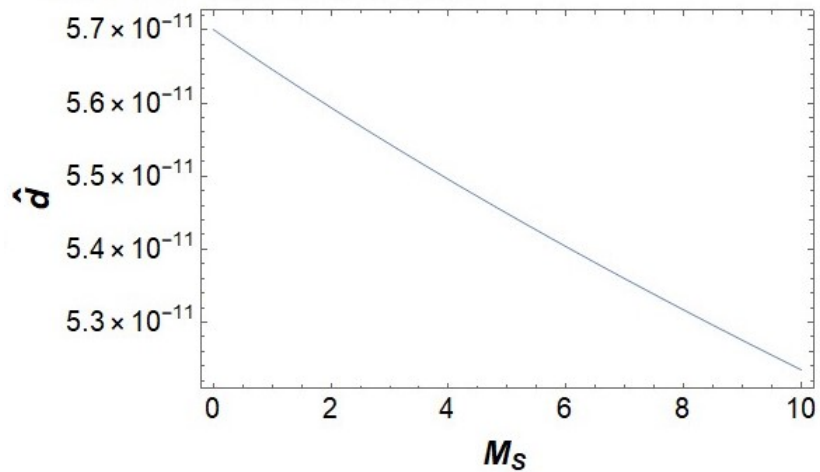
(d) Rango de 0 a 10 GeV



(e) Rango de 0 a 1 GeV



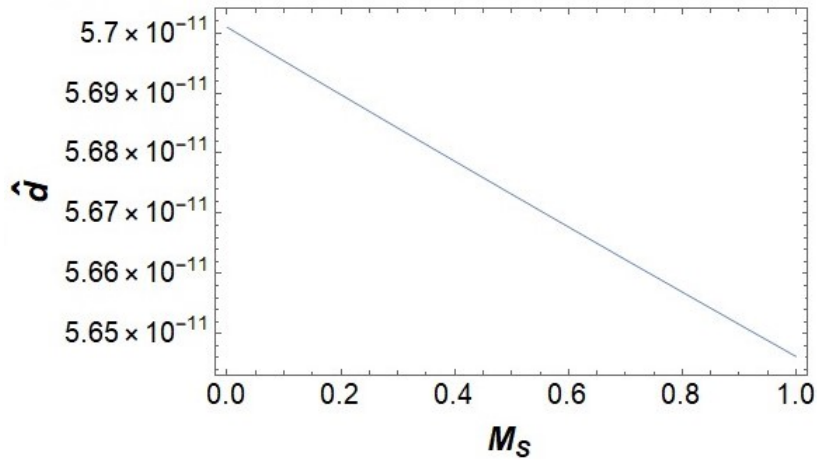
(f) Rango de 0 a 100 MeV



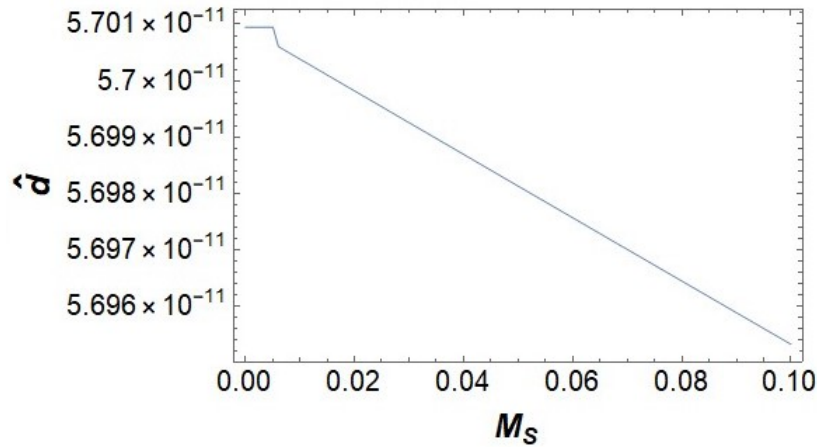
(g) Rango de 0 a 10 MeV

## CÁLCULO Y ANÁLISIS NUMÉRICOS

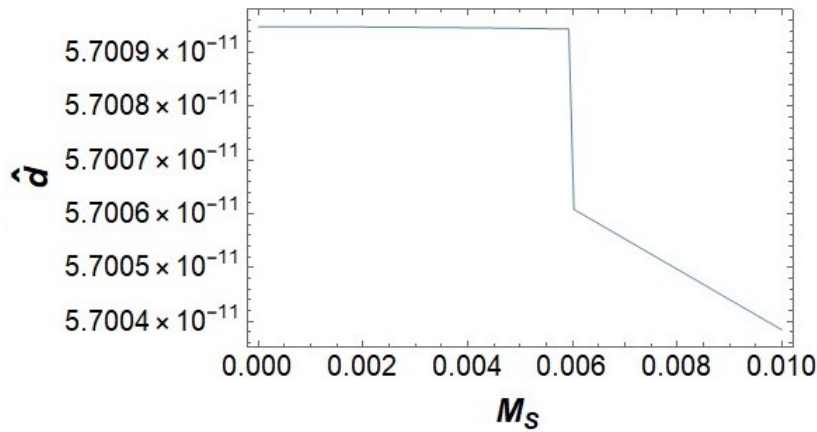
5.7 Gráficas de función del aporte al momento dipolar eléctrico del muón con respecto de la masa del Axión



(h) Rango de 0 a 1 MeV



(i) Rango de 0 a 100 KeV



(j) Rango de 0 a 10 KeV

Figura 5.28: Gráficas del aporte al Momento Magnético en función de la masa del Axión en el Punto 2.1, con rangos de 0 a 10 TeV (a), de 0 a 1 TeV (b), de 0 a 100 GeV (c), de 0 a 10 GeV (d), de 0 a 1 GeV (e), de 0 a 100 MeV (f), de 0 a 10 MeV (g), de 0 a 1 MeV (h), de 0 a 100 KeV (i) y de 0 a 10 KeV (j)

5.7 Gráficas de función del aporte al momento dipolar eléctrico del muón con respecto de la masa del Axión

Las gráficas correspondientes al punto 2.1, muestran un comportamiento muy similar a las correspondientes al punto 1, con diferencias sutiles, como se puede observar, el límite que alcanza la gráfica en valores pequeños de masa del axi3n, es del orden de  $10^{-11}$ , más pequeño comparado con el punto 1, pero de igual forma mucho más grande que el valor teórico. Adicionalmente, un acercamiento de una irregularidad de la gráfica, la cual se puede observar que alcanza un orden de  $10^{-11}$  para el momento eléctrico.

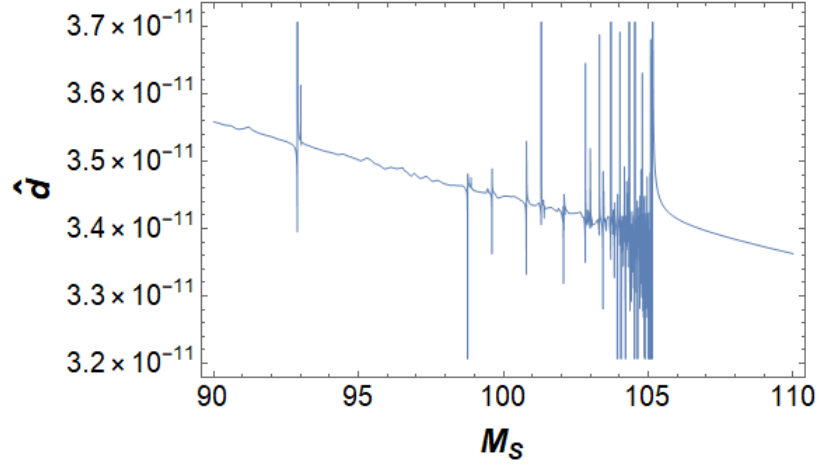


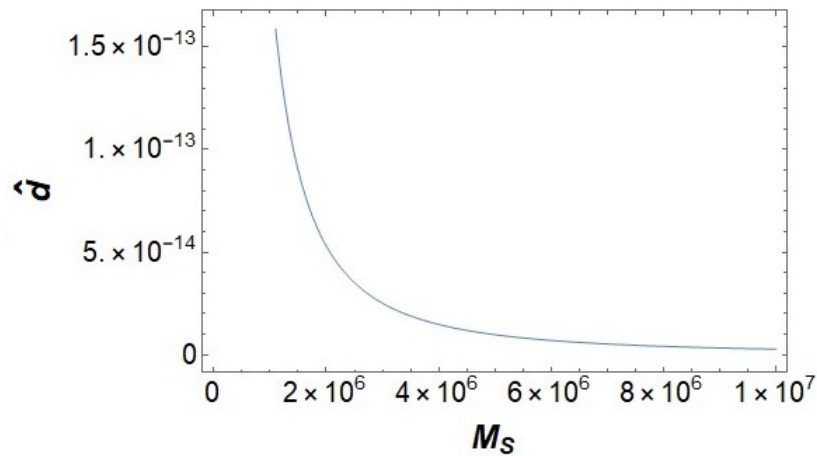
Figura 5.29: Irregularidad de gráfica de función

5.7.3. Punto 3

El punto 3 se toma de la misma forma que para el caso del momento magnético:

$$\|C_s\| = -0,0006 \qquad \|C_p\| = 0,0007 \qquad (5.21)$$

de lo cual podemos obtener las siguientes gráficas:

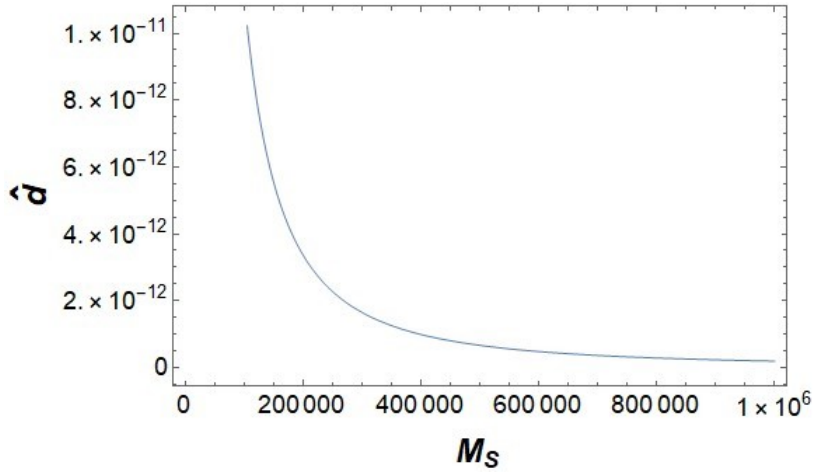


(a) Rango de 0 a 10 TeV

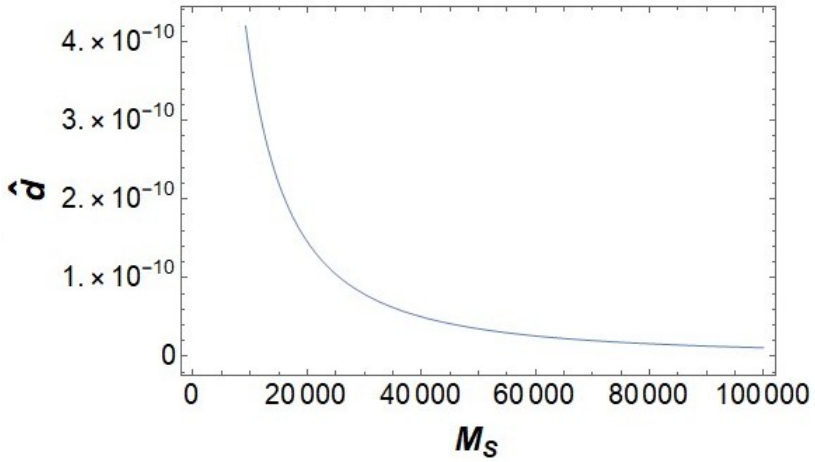
## CÁLCULO Y ANÁLISIS NUMÉRICOS

5.7 Gráficas de función del aporte al momento dipolar eléctrico del muón con respecto de la masa del Axión

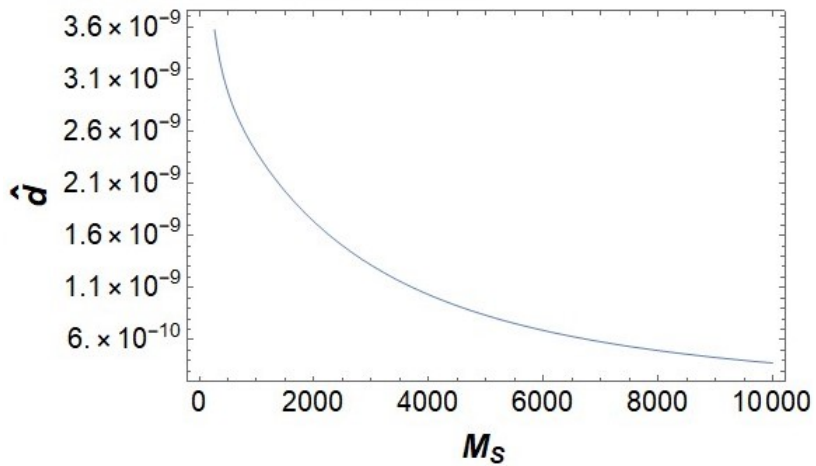
---



(b) Rango de 0 a 1 TeV

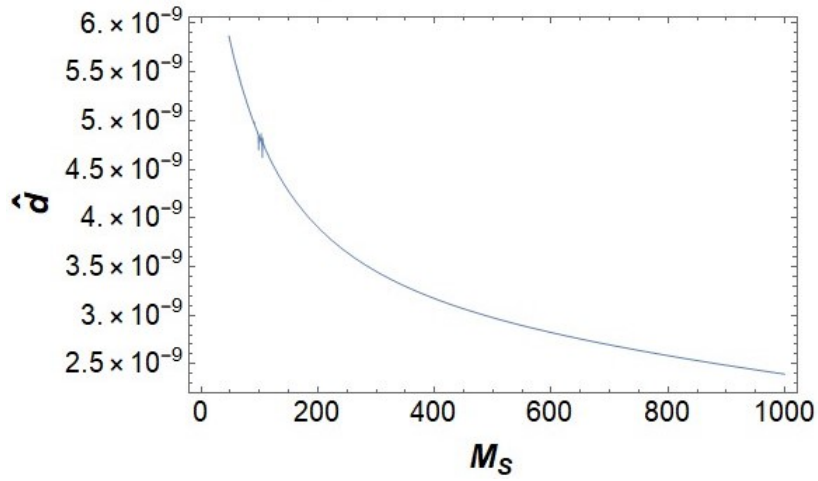


(c) Rango de 0 a 100 GeV

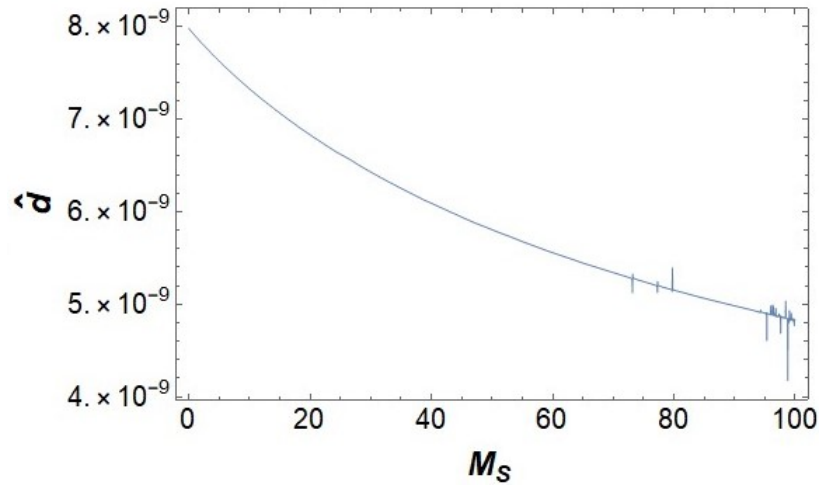


(d) Rango de 0 a 10 GeV

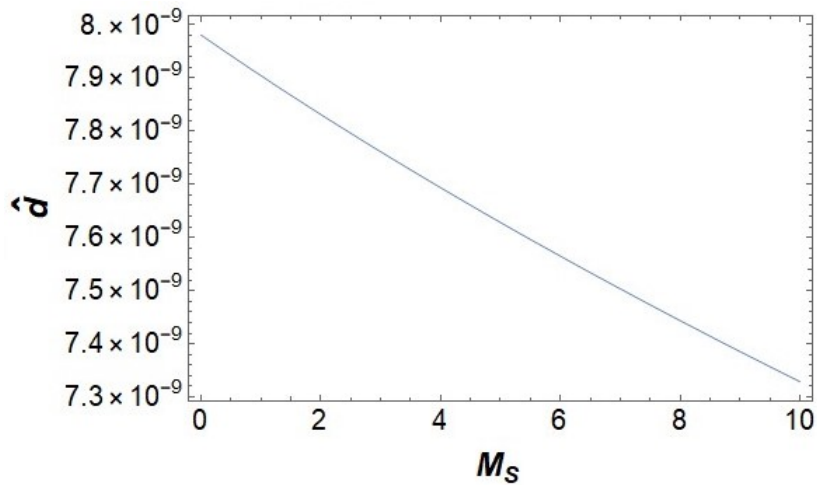
5.7 Gráficas de función del aporte al momento dipolar eléctrico del muón con respecto de la masa del Axión



(e) Rango de 0 a 1 GeV



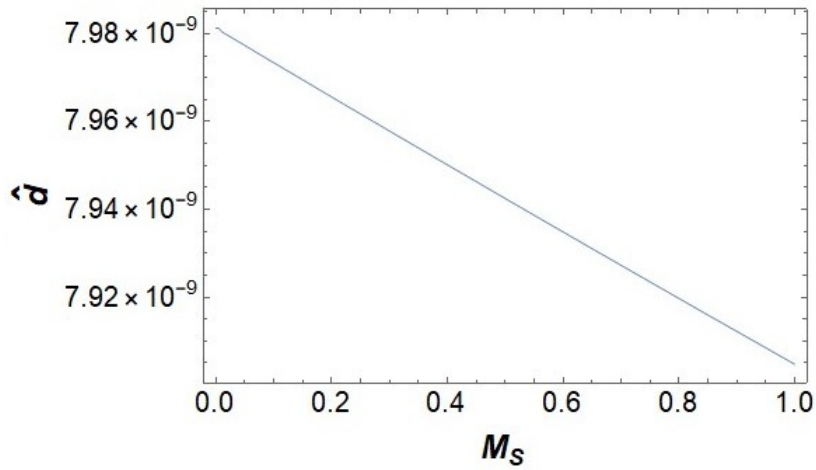
(f) Rango de 0 a 100 MeV



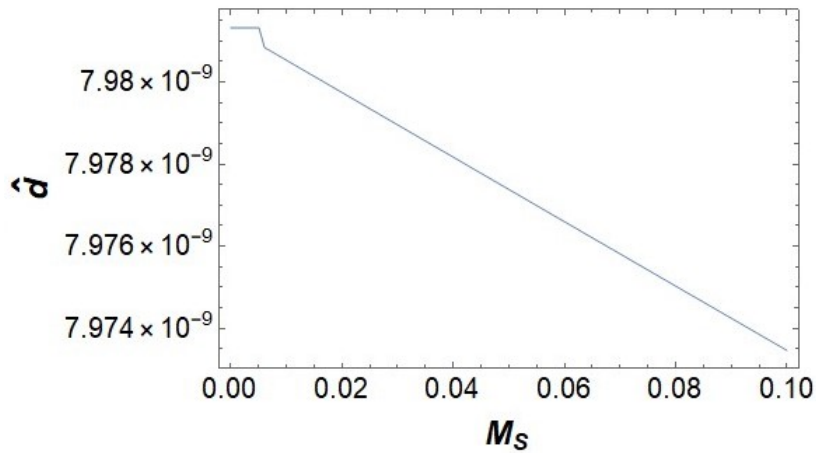
(g) Rango de 0 a 10 MeV

## CÁLCULO Y ANÁLISIS NUMÉRICOS

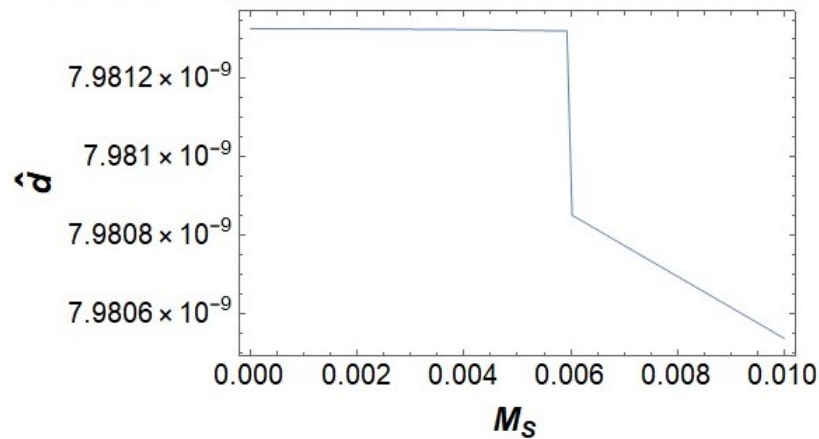
5.7 Gráficas de función del aporte al momento dipolar eléctrico del muón con respecto de la masa del Axión



(h) Rango de 0 a 1 MeV



(i) Rango de 0 a 100 KeV



(j) Rango de 0 a 10 KeV

Figura 5.30: Gráficas del aporte al Momento Magnético en función de la masa del Axión en el Punto 3, con rangos de 0 a 10 TeV (a), de 0 a 1 TeV (b), de 0 a 100 GeV (c), de 0 a 10 GeV (d), de 0 a 1 GeV (e), de 0 a 100 MeV (f), de 0 a 10 MeV (g), de 0 a 1 MeV (h), de 0 a 100 KeV (i) y de 0 a 10 KeV (j)

De forma similar a los puntos anteriores, el comportamiento es bastante similar, pero en el límite alcanzado por el momento eléctrico se puede observar en la gráfica (j) que alcanza un orden de  $10^{-9}$ , lo cuál es más grande que los límites del punto 1 y punto 2.1. Adicionalmente, un acercamiento a una irregularidad en la función, la cuál alcanza ordenes de hasta  $10^{-9}$

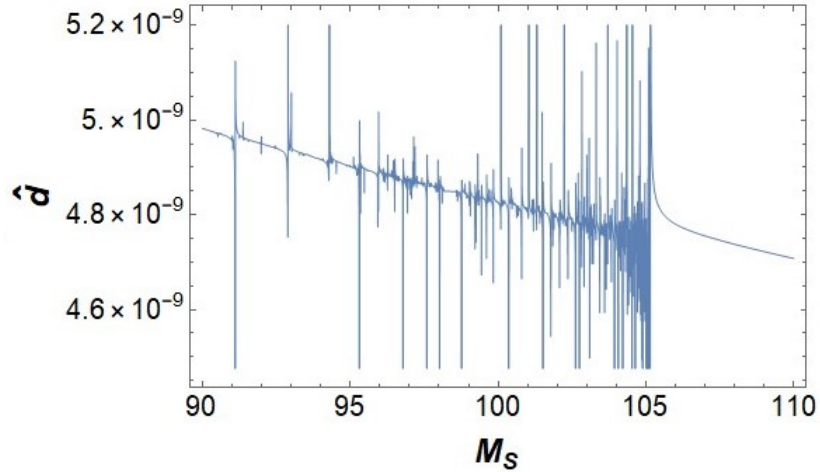


Figura 5.31: Irregularidad, Rango de 90 a 110 MeV

## 5.8. Relación entre el Momento Eléctrico y el rompimiento de la simetría CP

El rompimiento espontáneo de la simetría CP está particularmente relacionado con la existencia del momento dipolar eléctrico de una partícula, ya que para que este exista es necesario que se viole la simetría T (temporal), pero a través del Teorema de CPT, se puede concluir que se requiere también el rompimiento de la simetría CP.

## 5.9. Valores específicos para aportes a los momentos dipolares magnético y Eléctrico del Muón

### 5.9.1. Caso 2 - Punto 1

A continuación se presentarán puntos específicos para los aportes magnético y eléctrico del axión, tomando en cuenta el caso 2 y el punto 1, anteriormente explicados para diferentes masas (1 MeV, 100 MeV, y 10 GeV)

$$\hat{\mu}_1^{1MeV} = 9,4551 \times 10^{-11}, \quad \hat{d}_1^{1MeV} = 1,31745 \times 10^{-10} \quad (5.22)$$

$$\hat{\mu}_1^{100MeV} = 3,99242 \times 10^{-11}, \quad \hat{d}_1^{100MeV} = 8,04562 \times 10^{-11} \quad (5.23)$$

$$\hat{\mu}_1^{10GeV} = 2,34514 \times 10^{-11}, \quad \hat{d}_1^{10GeV} = 6,29582 \times 10^{-12} \quad (5.24)$$

### 5.9.2. Caso 2 - Punto 2 y Punto 2.1

A continuación se presentarán puntos específicos para los aportes magnético y eléctrico del axión, tomando en cuenta el caso 2 y el punto 2, anteriormente explicados para diferentes masas (1 MeV, 100 MeV, y 10 GeV)

$$\hat{\mu}_2^{1MeV} = 1,12816 \times 10^{-9}, \quad \hat{d}_2^{1MeV} = 5,64622 \times 10^{-11} \quad (5.25)$$

$$\hat{\mu}_2^{100MeV} = 5,80914 \times 10^{-10}, \quad \hat{d}_2^{100MeV} = 3,44812 \times 10^{-11} \quad (5.26)$$

$$\hat{\mu}_2^{10GeV} = 4,07852 \times 10^{-11}, \quad \hat{d}_2^{10GeV} = 2,69821 \times 10^{-12} \quad (5.27)$$

### 5.9.3. Caso 2 - Punto 3

A continuación se presentarán puntos específicos para los aportes magnético y eléctrico del axión, tomando en cuenta el caso 2 y el punto 3, anteriormente explicados para diferentes masas (1 MeV, 100 MeV, y 10 GeV)

$$\hat{\mu}_3^{1MeV} = 1,43265 \times 10^{-9}, \quad \hat{d}_3^{1MeV} = 7,9047 \times 10^{-9} \quad (5.28)$$

$$\hat{\mu}_3^{100MeV} = -1,38532 \times 10^{-10}, \quad \hat{d}_3^{100MeV} = 4,82737 \times 10^{-9} \quad (5.29)$$

$$\hat{\mu}_3^{10GeV} = -5,55138 \times 10^{-10}, \quad \hat{d}_3^{10GeV} = 3,77749 \times 10^{-10} \quad (5.30)$$

En estos valores específicos se puede observar que los aportes con mayor orden para los momentos magnético y eléctrico son los correspondientes al punto 3, como ya mencionamos anteriormente.

## Capítulo 6

# CONCLUSIONES

Los “axiones” son partículas provenientes de teorías de extensión del Modelo Estándar, las cuales surgen después del rompimiento de alguna simetría. En general, sus acoplamientos pueden ser de tipo escalar ( $C_s$ ) y pseudoescalar ( $C_p$ ). El estudio de estas nuevas partículas ha sido de gran interés en años recientes, por lo que en este trabajo se revisaron las contribuciones del axión al momento magnético del muón ( $\hat{\mu}$ ). Con este objetivo y usando la discrepancia entre su predicción teórica y el valor experimental, se estudiaron tres diferentes casos para los acoplamientos  $C_s$  y  $C_p$ , en donde encontramos que sus valores permitidos son de orden  $10^{-4} - 10^{-1}$  para masas del axión entre 1 eV y 100 MeV. Por otro lado, se observó que para masas más grandes los acoplamientos pueden ser de orden mayor a la unidad. Esto se debe a que las contribuciones del Axión a  $\hat{\mu}$  decrecen como función de la masa, por lo tanto son necesarios valores más grandes de los acoplamientos para explicar la discrepancia entre  $\hat{\mu}_{\text{Exp}}$  y  $\hat{\mu}_{\text{Teo}}$ . Adicionalmente, se encontró que la contribución del axión a  $\hat{\mu}$  es de orden  $10^{-9} - 10^{-11}$  para algunos valores específicos de los acoplamientos  $C_s$  y  $C_p$ , los cuales concuerdan con las cotas obtenidas en este trabajo.

Por otra parte, se estudiaron también nuevas contribuciones al momento dipolar eléctrico del muón ( $\hat{d}$ ), las cuales pueden ser de orden  $10^{-9} - 10^{-12}$ . Para ambos análisis se usaron masas del axión de hasta 10 TeV y las cotas obtenidas para los acoplamientos  $C_s$  y  $C_p$ . Se observa que nuestros resultados para ( $\hat{d}$ ) son hasta 22 ordenes de magnitud más grande que la predicción del Modelo Estándar ( $\hat{d}_{\text{ME}} \sim 10^{-31}$ ). Por lo tanto, si los modelos con Axión son válidos podrían dar contribuciones relevantes al momento dipolar eléctrico del muón, las cuales podrían ser detectadas mucho más fácilmente que lo predicho por el Modelo Estándar, más aún, la cota experimental reciente ronda el orden de  $10^{-7}$ , lo cual está bastante cerca de los valores obtenidos mediante nuestro modelo ( $\hat{d} \sim 10^{-9}$ ), lo cual puede hacer factible la detección del momento dipolar eléctrico. Recordemos que  $\hat{d}$  está asociado a la violación de la simetría  $CP$ , la cual es necesaria para explicar la invariancia entre la materia y anti-materia en el universo.



# Bibliografía

- Chong-Xing Yue, Shuo Yang, Han Wang, Nan Zhang, “Prospects for detecting axion-like particles via the decay  $Z \rightarrow af\bar{f}$  at future  $Z$  factories”, 2022.
- W.J. Marciano, A. Masiero, P. Paradisi, M. Passera, “Contributions of axion-like particles to lepton dipole moments”, 2016.
- Bingrong Yu, Shun Zhou, “General Remarks on the One-loop Contributions to the Muon Anomalous Magnetic Moment”, 2022.
- Chong-Xing Yue, Hua-Ying Zhang, Han Wang, “Production of axion-like particles via vector boson fusion at future electron-positron colliders”, 2022.
- David Griffiths, “Introduction to elementary particles”, Second Edition, 2008.
- Kim Siang Khaw, Andreas Adelman, Malte Backhaus, Niklaus Berger, Manfred Daum, Massimo Giovannozzi, Klaus Kirch, Andreas Knecht, Angela Papa, Claude Petitjean, Francesco Renga, Mikio Sakurai, Philipp Schmidt-Wellenburg, “Search for the muon electric dipole moment using frozen-spin technique at PSI”, 2022.
- Chien-Yi Chen, Hooman Davoudiasl, William J. Marciano, Cen Zhang, “Implications of a Light “Dark Higgs” Solution to the  $g_\mu - 2$  Discrepancy”, 2016.
- Martin Bauer, Matthias Neubert, Sophie Renner, Marvin Schnubel, Andrea Thamm, “Axion-like particles, lepton-flavor violation and a new explanation of  $a_\mu$  and  $a_e$ ”, 2019.
- Manuel A. Buen-Abad, JiJi Fan, Matthew Reece, Chen Sun, “Challenges for an axion explanation of the muon  $g - 2$  measurement”, 2021.
- B. Lee Roberts, William J. Marciano, “Lepton Dipole Moments”, 2010.
- Michael E. Peskin, Daniel V. Schroeder, “An Introduction to Quantum Field Theory”, 1995.