



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA



FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA

**TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE LICENCIATURA EN INGENIERÍA
MECATRÓNICA**

**ANÁLISIS Y SIMULACIÓN DINÁMICA DEL MODELO MATEMÁTICO DE UN VEHÍCULO
TERRESTRE DE DOS RUEDAS**

PRESENTA

SANTIAGO CAMPOS ZALDÍVAR

MATRICULA: 201535870

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Germán Ardul Muñoz Hernández

ASESOR DE TESIS

Dr. Ernesto Castellanos Velasco

PUEBLA, PUE. AGOSTO DE 2022

Contenido

Capítulo 1. Descripción, Objetivos, Justificación y contenido	6
1.1 Introducción.....	6
1.2 Justificación	7
1.3 Objetivos.....	8
Capítulo 2. Dinámica y control de vehículos.	9
2.1 Dinámica de vehículos de caminos	9
2.1.1 Historia, objetivos y requerimientos	9
2.2 Control de dinámica de vehículos.....	12
2.3 Control integrado de dinámica de vehículos	12
2.4 Control de Movimiento	13
2.5 Simulaciones por computadora	14
2.5.1 Algoritmos de simulación básicos.....	15
2.5.2 Control del tamaño de paso en integración temporal de ecuaciones diferenciales ordinarias	18
2.6 Dinámica de vehículos.....	19
2.7 Metodología de modelado	20
2.7.1 Modelo en espacio de estados.....	20
2.8 Análisis dinámico del vehículo	21
2.8.1 Momentos y fuerzas	21
Capítulo 3. Desarrollo de la plataforma de simulación.....	24
3. 1 Desarrollo y simulación de la plataforma	24
3.1.1 Desarrollo	24
3.2 Simulación.....	26
3.2.1 Primer escenario de simulación.....	27
3.2.2 Segundo escenario de simulación	31
3.2.3 Tercer escenario de simulación.....	33
Capítulo 4. Análisis de resultados	40
4.1 Resultados escenario 1	40
4.2 Resultado Escenario 2	43
4.3 Resultado Escenario 3	47
4.4 Computabilidad vs Realidad.....	56
Conclusiones y trabajo a futuro	58

Anexos.....	59
Tablas	59
Tabla 1. Parámetros del modelo.	59
Programa para calcular variables de estado	60
Función S implementada.....	61
Bibliografía.....	63

Agradecimientos

A mi madre, por su apoyo y dedicación, por brindarme la oportunidad de una educación superior y prepararme para el mundo actual, porque el trabajo de padre muchas veces es el menos pagado, pero en definitiva es la profesión que mayor impacto logra tener.

A mi padrastro, por mostrarme que los lazos de sangre se pueden cortar, pero el amor incondicional y apoyo puede venir de quién menos se espera.

A mis abuelos maternos, porque tanto en vida como en la muerte hicieron de mí la persona que soy hoy en día, sus enseñanzas siempre marcarán las bases de quién soy.

A mis asesores, por la paciencia, las horas extra de trabajo, consultas, asesoría profesional y a veces personal, correcciones y la atención a los detalles para hacer que este documento vea la luz en la mejor presentación posible.

A mis profesores de la Facultad de la Ciencias de la Electrónica por siempre ayudarme a desarrollarme y crecer como ingeniero, por sus exigencias que en su momento parecían exageradas pero que en última instancia probaron ser valiosas al enseñarme el valor de la resiliencia y su importancia en este campo.

Una disculpa si he omitido a alguien, existen tantas personas que me han apoyado en este camino profesional que culmina con este documento, sus aportaciones y nombres siempre estarán presentes en mí y una página no sería suficiente para expresar lo mucho que agradezco a cada uno de ellos por sus contribuciones.

Introducción

La dinámica de vehículo resulta un tema de particular interés en la época actual en la que gracias a la tecnología disponible al día de hoy es posible desarrollar modelos complejos y simularlos con un alto grado de precisión, a su vez, esta simulación es posible incorporarla a etapas posteriores como la implementación en tecnología de emulación actual como Hardware in the Loop, o en el diseño de un controlador posterior que puede integrarse a la simulación, pues las condiciones de la dinámica de vehículo no cambiarían, y sería posible reutilizarse el modelo para que sin la necesidad de construir un dispositivo se pueda estimar el comportamiento, respuesta y costos de producción, así como su viabilidad y poder diseñar estrategias más adecuadas para el problema que se desee resolver desde el punto de vista de la dinámica del vehículo.

Este trabajo se centra en esas simulaciones dinámicas que ayudan a comprender mejor el comportamiento de un vehículo, así como poder aterrizar cuáles son las magnitudes que se pueden analizar de un modelo, proveer un contexto para el entendimiento de lo que una simulación puede lograr y hacer su respectiva comparativa con lo que en la realidad se puede observar para entender cuál es el papel de la simulación y cuál es su uso en el hoy.

Capítulo 1. Descripción, Objetivos, Justificación y contenido

Este capítulo describe el trabajo realizado, presenta los objetivos planteados sobre el mismo, así como la justificación y el contenido que se podrá encontrar a lo largo del documento. Se presenta la introducción al tema y también se plantea aquello que se busca resolver mediante este trabajo.

1.1 Introducción

A nivel global, la industria de los vehículos y la estructura del mercado experimentaron un cambio sin precedentes en los años 1990s. Ha habido un incremento en la demanda de la seguridad en los vehículos, protección medioambiental y control inteligente. Por tanto, las tecnologías avanzadas como la tecnología en computación, realidad virtual y algoritmos inteligentes han sido ampliamente utilizados en la industria de los vehículos. La dinámica de los vehículos juega un rol predominante en el desarrollo de la industria de los vehículos. Las primeras investigaciones sobre la dinámica de los vehículos se concentraron en diversas condiciones de trabajo y prestaciones de servicio bajo excitación externa [1].

En la década de 1930, los investigadores comenzaron a centrarse en la dirección, la mecánica de la suspensión y la estabilidad de la conducción. Lanchester Maurice y Segel estudiaron los efectos del entorno externo (como la rugosidad de la superficie de la carretera, el flujo de aire, los neumáticos y el conductor) en la dinámica del vehículo y la interacción de acoplamiento de estas condiciones [2]. En 1993 Segel [3] presentó un resumen exhaustivo sobre los logros de la dinámica de los vehículos de vehículos antes de 1990 en las Actas de la Institución de Ingenieros Mecánicos. En las décadas siguientes, la investigación sobre el confort de marcha y la estabilidad de la conducción de los vehículos ha sido se han investigado ampliamente. La dinámica de la conducción se ocupa de la dinámica lateral o transversal del vehículo, que se refiere principalmente la estabilidad de manejo del vehículo, el deslizamiento lateral del vehículo causado por la fuerza lateral de los neumáticos, la guiñada y el movimiento de balanceo. La investigación de la dinámica de manejo del vehículo pasó por de los estudios experimentales al análisis teórico, desde el análisis teórico, desde el bucle abierto hasta el lazo cerrado.

Dentro de las monografías que describen la dinámica de manejo vehículos se pueden mencionar: "Vehicle Handling Dynamics Theory and Application" de Abe [4], "Vehicle Handling Dynamics Theory" de Guo [5] . La dinámica de conducción del vehículo se puede dividir en dinámica longitudinal y dinámica vertical, que incluye la conducción, el frenado y el confort de marcha. El problema del deslizamiento de la conducción y del deslizamiento de la frenada se resuelve mediante el estudio de la fuerza longitudinal de los neumáticos del vehículo, que también puede mejorar la

eficiencia de la conducción y la frenada. El confort de conducción se centra en la vibración del vehículo y el movimiento de cabeceo causado por la fuerza vertical de los neumáticos. Las monografías representativas son "Vehicle Dynamics and Control", escrita de Rajamani [6], "Vehicle Dynamics Theory and Applications" escrito por Zhang [7]. El campo de la investigación de la dinámica del vehículo también incluye la fuerza longitudinal del neumático cuando los vehículos aceleran o frenan y la vibración del vehículo causada por el motor en funcionamiento, etc. En la dinámica de vehículos, la carrocería del vehículo (masa amortiguada) el componente de la suspensión (muelle y amortiguador) y el neumático (masa no suspendida) son partes esenciales del sistema. El acoplamiento vehículo-carretera es otro aspecto importante de la dinámica del vehículo [8].

1.2 Justificación

Los sistemas lineales invariantes en el tiempo son formas matemáticas de representar sistemas reales con base en las magnitudes y condiciones que los afectan para de este modo comprender de manera más profunda cuáles son las condiciones en las que operan normalmente, definir rangos de seguridad adecuados para su implementación, así como de obtener información relacionada con las pautas adecuadas para un diseño apropiado en la aplicación en la que se vaya a utilizar este sistema. Los vehículos terrestres no son la excepción a esta facilidad de poder representarlos mediante ecuaciones que describan adecuadamente el comportamiento temporal que tienen en los entornos a los que se someten, a saber, esto es aquello que se conoce como dinámica de un sistema, por lo que a través de esta abstracción es posible un conocimiento sólido del comportamiento.

Los modelos que se emplean para estudiar la dinámica de un sistema pueden variar de caso a caso, por ello es por lo que se emplean restricciones o condiciones que se asumen, para poder simplificar el modelo y de ese modo ser capaz de entender los términos importantes, sin perder resolución al tiempo que se obtiene una precisión adecuada para los análisis posteriores que se deseen conocer. Los vehículos terrestres pueden considerarse como una masa uniforme, de modo que su movimiento es más comprensible y existen diversidad de situaciones en las que esta suposición no representa un caso aislado, sino que es posible encontrarse en esta situación de análisis y por lo tanto es representativo de situaciones en las que se puede encontrar un análisis interesante y un entorno completo que describa las cuestiones importantes.

Los entornos de simulación actuales son capaces de incorporar sistemas complejos y resolver las ecuaciones que uno les alimente, de modo que esto ha facilitado el desarrollo de sistemas más complejos y permite que actualmente se puedan generar plataformas que emulen sistemas físico sin inconvenientes pues ya no

representan, hasta cierto grado de complejidad, un inconveniente para estos entornos de resolver estas ecuaciones, esto ha permitido que se puedan obtener plataformas de distintos sistemas para los cuales es posible obtener un modelo matemático adecuado.

Es por esta razón que el presente trabajo plantea contribuir al análisis dinámico de los vehículos, haciendo uso de una plataforma desarrollada con el propósito de proveer una herramienta capaz de generar resultados que se puedan incorporar al estudio de la dinámica de un vehículo de dos ruedas, el que podrán incorporarse simulaciones de entornos con una considerable complejidad y que permitirán obtener una perspectiva más amplia del comportamiento del vehículo sometido a distintas influencias, así como poder extraer resultados a fases posteriores de estudio que requieran de tener resultados confiables y fácilmente legibles.

1.3 Objetivos

General: Diseñar conceptualmente el modelo de un auto como una masa uniforme en movimiento para estudiar la dinámica lateral del vehículo bajo distintos perfiles de conducción y velocidad longitudinal.

Objetivos Específicos.

- Identificar las magnitudes necesarias para el estudio de la dinámica de un vehículo terrestre en el entorno donde se desempeñe.
- Formular un modelo matemático y su síntesis que contenga las características necesarias para un análisis de la dinámica de un vehículo.
- Establecer pruebas de trabajo para someter a la plataforma a entornos estandarizados y demostrar su uso.
- Analizar la respuesta dinámica del sistema y distinguir las diferencias bajo distintos parámetros y escenarios, explicando las diferencias entre los diferentes resultados que se obtienen de la plataforma.

Capítulo 2. Dinámica y control de vehículos.

Este capítulo presenta una revisión del campo de la dinámica de vehículos, así como el control integrado a lo largo del campo y la historia de su desarrollo desde sus orígenes hasta el estado actual, recalcando las implicaciones que este desarrollo ha tenido en la industria automotriz y los acontecimientos destacables que han logrado el nivel actual tecnológico exhibido en la mayoría del mercado de vehículos actuales. Se presenta además lo más remarcable de las investigaciones realizadas tanto en el ámbito académico como en la industria.

2.1 Dinámica de vehículos de caminos

El curso CISM “Dinámica de vehículos de coches modernos para pasajeros” publicado en [9] provee un entendimiento básico de coches para pasajeros incluyendo aspectos sobre modelado, características del neumático, estrategias de optimización, sistemas de control y técnicas de simulación. Sin embargo, la dinámica de vehículos de caminos no está restringida a coches de pasajeros. Vehículos agricultores, vehículos comerciales, vehículos para sitios de construcción y cualquier tipo de vehículo de oruga pueden conducirse en la carretera también.

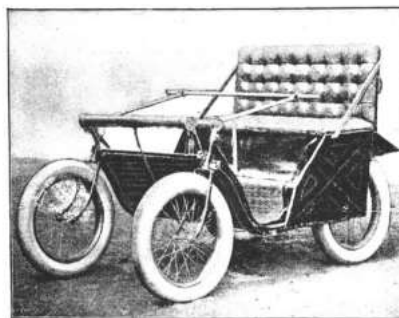
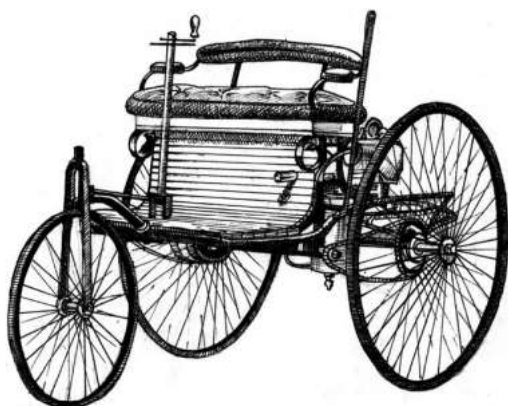
Tal como los coches para pasajeros implican neumáticos como elementos de contacto al camino, la atención se centra en vehículos equipados con neumáticos, en particular en coches para pasajeros y camionetas que representan el tipo de vehículo más común en los caminos [10].

2.1.1 Historia, objetivos y requerimientos

Poco después de que Karl Benz patentara el primer automóvil en 1886 [10], diversas compañías pusieron vehículos motorizados en el mercado (Figura 2.1). El diseño de los primeros automóviles era extraño. Las llantas y los neumáticos, si estaban presentes, se asemejaban a aquellas utilizadas para las bicicletas, y los sistemas de dirección eran poco convencionales y a menudo no eran diseñados apropiadamente.

Para poder lograr y constantemente mejorar la velocidad, seguridad y comodidad en particular, la dinámica de los vehículos debe ser estudiada cuidadosamente. Comenzando con pruebas de campo y los bancos de prueba, las simulaciones por computadora actuales juegan un rol importante en la actual mejora de la dinámica de vehículos. Desde 1985, cuando se inauguró el primer simulador de manejo [12], las simulaciones en tiempo real se han vuelto un aspecto importante también. El enfoque de un sistema compuesto de varios cuerpos (multibody) forma la plataforma para todo tipo de modelos de vehículos aplicados hoy en día [13].

*Speed, Safety, Comfort and Economy
Combined.*



VICTORIA
With 4 H. P., 4 Cylinder Kaul's-Pennington Engine.

Write for Prices and further particulars to

RACINE MOTOR VEHICLE CO.,
RACINE, WISCONSIN.

Figura 2.1. Dibujo del primer automóvil (patentado por Karl Benz en 1886) y el anuncio histórico tomado de una reimpresión de la época sin caballos. Véase [11]

El primer modelo, llamado erróneamente como modelo bicicleta fue publicado en 1940 por Riekert y Schunk [14]. Realmente éste no representaba un modelo compuesto de varios cuerpos ya que el vehículo completo era considerado como un solo cuerpo rígido moviéndose en un plano horizontal. Aún siendo simple y lineal, sigue sirviendo como una base para desarrollar y mejorar estrategias de control. Hoy en día es usualmente extendido a un modelo de cuatro ruedas [15] y/o suplementado por un volante de dirección en la parte trasera [16]. Incluso es posible evaluar la resistencia a las curvas de los vehículos si se tienen en cuenta las no-linealidades geométricas [17 y 18].

Manfred Mitschke publicó en 1972 el primer libro sobre dinámica de vehículos de camino [19]. Un conjunto de principalmente modelos de sistema compuesto de varios cuerpos (multibody) – desde osciladores de una sola masa sobre diversos modelos planares hasta un modelo tridimensional – es utilizado para analizar, evaluar y mejorar la comodidad de viaje para autos de pasajeros.

Por cuestiones de practicidad, el modelo general del vehículo es usualmente separado en distintos subsistemas que lo componen [20]. Un modelo genérico consiste en un marco y subsistemas para el sistema de dirección y el tren de transmisión. El marco del vehículo incluye al menos el módulo del chasis y módulos para los sistemas de suspensión de la rueda-eje. La mayoría de los sistemas de suspensión de la rueda-eje pueden ser descritos a través de un sistema multibody tal como cuerpos rígidos, eslabones, juntas y elementos de fuerza. Modelos analíticos de algunos sistemas típicos de suspensión en autos pueden ser encontrados en [17] y [21].

El marco del vehículo opcionalmente puede ser reemplazado por módulos para la carga, un motor suspendido elásticamente, y modelos de pasajero/asiento. Monturas hidráulicas sofisticadas que generan altas fuerzas dinámicas no lineales son comúnmente utilizadas como monturas de motor para poder solucionar problemas que surgen del conflicto entre las vibraciones mecánicas y acústicas. En el caso de vehículos comerciales o camionetas, un marco flexible debe ser tomado en cuenta. El modo torsional tiene influencia sobre las propiedades de manejo de una camioneta en particular. Puede ser considerado razonable por un sistema de una masa simple agrupada que consiste en una parte delantera y una trasera [22].

Los sistemas mecánicos de dirección que consisten en al menos el volante, un eje flexible de dirección, y la caja de dirección, aún se encuentran en uso. Hoy en día, la asistencia de potencia la provee un motor eléctrico. Sumado a esto, algunos fabricantes instalan engranajes de anulación para poder entregar una amplificación de dirección variable y abrir la puerta a los sistemas de dirección por cable.

Un modelo genérico de tren motriz toma en cuenta diferenciables bloqueables, y combina tracción trasera, tracción delantera y tracción integral [23]. El tren motriz es reemplazado por un módulo que describe el torque del motor. Puede ser modelado de forma simple por una ecuación diferencial de primer orden o por módulos mejorados de torque de motor. Las fuerzas en los neumáticos y los torques tienen una influencia dominante en la dinámica de vehículos. Usualmente, modelos semi-empíricos de neumáticos son utilizados para el análisis de manejo de vehículos. Estos combinan un rendimiento razonable en tiempo de ejecución de computadora con una precisión suficiente del modelo.

Modelos complejos de neumáticos son válidos incluso para altas frecuencias (mayores a 50/60Hz) y en caminos difíciles. Pero estos consumen demasiado tiempo computacional y por lo tanto son utilizados en investigaciones especiales únicamente. La prueba de desempeño para modelo de neumático (TMPT) [24] y el reciente Coloquio Neumático [25] proveen mucha información respecto la eficiencia y los problemas del modelado de neumáticos y parametrización, así como la integración en códigos de programas estándar de sistemas multibody. El neumático provee además la interfaz con la superficie. Los caminos se caracterizan por sus propiedades de aspereza y fricción. El proyecto open-source OpenCRG [26] aplica una grid regular curvada para modelar perfiles arbitrarios de caminos y representa un ejemplo estándar para interfaces neumático/camino. La dinámica de caminos off-road requiere de modelos apropiados de superficies que incorporen las deformaciones de la superficie.

Aunado a todo, un modelo de conductor que controle al menos la entrada de dirección y el torque es necesario para operar el vehículo. La sección 'Control avanzado de chasis y conducción automática' en [27] provee estrategias básicas de

control para dirección activa frontal y trasera (AFS, ARS), dirección por cable (SBW), control directo del movimiento yaw (DYC), sistemas de control de cruce adaptativo (ACC) y sistemas de asistencia de mantenimiento de línea (LKAS).

2.2 Control de dinámica de vehículos

Para hacer frente a las complicadas condiciones de funcionamiento y mejorar la seguridad y comodidad de los vehículos, varios sistemas de control activo (tales como el sistema de frenado ABS, 4WS, ESP y suspensiones semi/activas y activas, etc.) se equiparon en los vehículos uno tras otro desde finales de los 1970s [28].

El control de automóviles es uno de los campos donde la teoría del control automático tiene su mayor exposición pública. Los sistemas de control de la dinámica de vehículos (VDC por sus siglas en inglés *Vehicle Dynamics Control*) son un punto para considerar en una venta para muchas empresas manufactureras. En la industria automotriz, el control automático es una tecnología un poco menos escondida que en otros campos. La industria llegó a este punto a través de un largo proceso que inició en 1971 con el sistema antiskid Sure Brake propuesto por Chrysler y Bendix [29] y de ahí en adelante, encontrando un destino cambiante, se ha llegado al estado actual del VDC avanzado.

La coexistencia de varios subsistemas de control puede causar dos problemas principales. Primero, el diseño del software y hardware se vuelve más complicado debido al drástico incremento de sensores y cables de señales. Segundo, porque el posible funcionamiento se vea traslapado entre estos sistemas, conflictos en sus objetivos de control y acciones que inevitablemente ocurrirán. Si no existiese coordinación, el desempeño dinámico de estos sistemas podría ser peor que aquel presentado por un solo sistema en solitario o incluso peor que un sistema pasivo sin un control activo [28].

2.3 Control integrado de dinámica de vehículos

El periodo entre 1980 y 1990 es el período del inicio del control de dinámica de vehículos integrado (IVDC) [28, 29]. Tentativamente la mayoría de las investigaciones fueron inicialmente realizadas por empresas manufactureras japonesas. En 1985 en la exhibición internacional del auto en Tokio, Nissan presentó su coche prototipo ARC-X, en el cual los subsistemas fueron capaces de lograr funciones integradas de comunicación y coordinación [30]. En 1987, el auto prototipo FXV-II presentado por Toyota, integraba suspensiones activas de aire, 4WS, control de motor, control del ratio de la caja de cambios, 4WD y ABS [31]. En 1991, el modelo Sorarer de Toyota coordinaba 4WS, ABS y TCS [32, 33]. En 1992 AVEC [34], el Profesor Wallentowiz señaló que un sistema de control integrado debería incluir tres partes: la integración del hardware, integración de funciones e integración de investigación.

Desde mediados de los 1990s cuando el ESP fue desarrollado, en los posteriores diez años ha sido el periodo de un acelerado desarrollo del IVDC [28]. Se han alcanzado varios logros tanto en el campo académico como en la industria. En 2002, GM (General Motors) adoptó el Sistema de Control Integrado de Chasis Delphi en su Cadillac Seville, en el cual el sistema de estabilidad basado en el frenado y el amortiguado regulable continuo están integrados [28]. El buen rendimiento de la comodidad de la marcha puede ser logrado en circunstancias normales, mientras que el desempeño mejorado en la maniobrabilidad puede ser obtenido en casos de emergencia al sacrificar desempeño en la marcha.

En 2006, Toyota adoptó un concepto de seguridad a profundidad en su Lexus 460 [28]. En el lado del hardware, las unidades de control son clasificadas en cuatro grupos ECU (i.e. control de potencia de transmisión, control de seguridad, control del cuerpo y control multimedia). Por el lado del software, el Lexus 460 utiliza sistemas de administración de dinámica integrados para manejar el ABS, el control de tracción, la intervención activa de frenada y el sistema de dirección congruente.

2.4 Control de Movimiento

Para vehículos normales, los movimientos son controlados por el conductor de éste. El movimiento lateral, yaw y de rotación son generados por la dirección del conductor sobre el volante o mecanismo de dirección y dependen de sus características dinámicas. Esto no significa que el conductor dirija el vehículo sin propósito. El conductor está constantemente mirando al camino que se encuentra enfrente, ya sea siguiendo un camino objetivo o fijando un nuevo curso a seguir [35]. El conductor se encuentra atento a varias cosas, tal como la posición actual del vehículo en referencia a la trayectoria que tiene como objetivo y el movimiento del vehículo. El conductor debe predecir también el comportamiento inminente del vehículo. Basado en esta información, el conductor toma una decisión y toma el cambio de acción adecuado sobre la dirección. De esta manera, el vehículo genera su movimiento con relación a una trayectoria objetivo que sea proporcionada o un camino fijado por el conductor. La figura 2.2 muestra la relación del movimiento del vehículo y control en un diagrama de bloques [35].

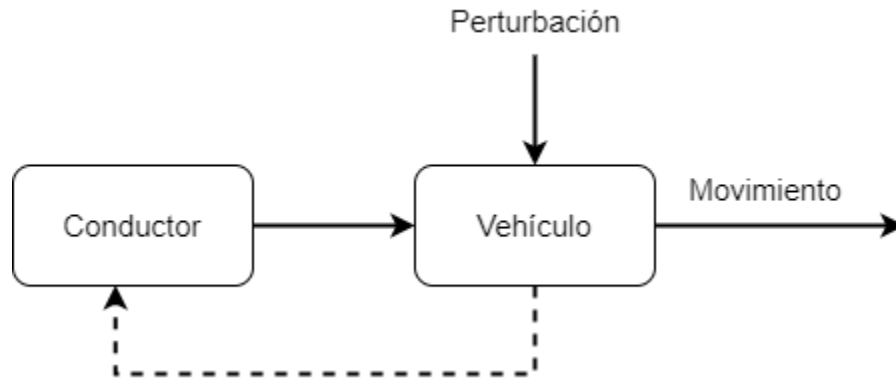


Figura 2.2. Control de conductor y vehículo

2.5 Simulaciones por computadora

En la dinámica de vehículos, el comportamiento mecánico de los vehículos y los componentes del vehículo y sus interacciones con componentes hidráulicos, dispositivos electrónicos y estructuras de control es de un gran interés. Debido a esto es que la simulación basada en computadora en la dinámica de vehículos ha estado conectada de forma muy cercana al progreso en los métodos y técnicas de simulación de dinámica multibody por más de tres décadas [28]. A finales de 1980, la simulación dinámica de sistemas mecánicos acotados o, de forma más general, la integración temporal de ecuaciones diferenciales algebraicas (DAEs), se volvió de interés en las matemáticas y problemas numéricos en la dinámica de vehículos fueron estudiados a detalle, véase [29].

A finales de 1990, todos los métodos numéricos en dinámica de sistemas multibody y dinámica de vehículos había alcanzado un cierto nivel de madurez. La monografía [30] publicada en 1998 fue la primera forma sistematizada de lidiar con esos métodos numéricos enfocándose en su aplicación en la dinámica de vehículos. Una aplicación y una revisión orientada a software de este campo fue presentada por W. Schiehlen en una conferencia en el Congreso Internacional de la Mecánica para el Nuevo Milenio ICTAM 2000 [31].

Hoy en día los métodos avanzados de integración temporal DAE de los años 1990s son la tecnología estándar de configuración de solución (solver en inglés) en los paquetes de simulación industrial de sistemas multibody. Además, existe una variedad de programas multibody de propósito especial que hacen uso de la estructura particular de la clase de problema para la que están diseñados para ajustar y diseñar técnicas de simulación numérica para el desempeño más alto posible. Un ejemplo destacado es el software de simulación de rodamientos paquete Beast [32].

En la dinámica de vehículos, todos los componentes mecánicos del vehículo son descritos por un modelo de sistema de cuerpos rígidos o flexibles [28, 33-35]. En su forma más simple, las ecuaciones de movimiento de un sistema multibody están

dimensión moderada que puede ser resuelta numéricamente por métodos clásicos de integración temporal ODE. La estructura de las ecuaciones del modelo se complica más si el sistema multibody tiene lazos cinemáticos cerrados [36, 37]. Modelos de sistemas multibody de suspensiones de ruedas son un típico ejemplo de simulación en vehículos. La compleja cinemática puede ser modelada por restricciones, el modelo resultante de ecuaciones son DAEs de segundo orden.

Los métodos robustos y eficientes de integración en el tiempo de DAE (Ecuaciones diferenciales algebraicas) constituyen la base de los software de simulación de sistemas multibody más moderno. Otra cuestión importante en la dinámica de vehículos es el manejo de controladores discretos que están más allá del mundo clásico de la mecánica en tiempo continuo.

Todas esas técnicas de simulación clásica están diseñadas para simulación de escritorio (off-line) y podrían fallar en aplicaciones en tiempo real como en experimentos de *hardware in the loop* en cabinets de pruebas. Un número de técnicas especializadas en tiempo real han sido desarrolladas en este campo de aplicación [38-44].

Los paquetes de simulación avanzados para sistemas multibody han estado disponibles para aplicaciones multidisciplinarias por un largo tiempo. El enfoque clásico a la integración de sistemas hidráulicos y eléctricos en modelos multibody son elementos de fuerza especiales con variables de estado internas en tiempo continuo o en tiempo discreto [30-32]. De manera alternativa, el modelado novel y las técnicas de simulación para sistemas técnicos heterogéneos podría ser utilizada en aplicaciones multidisciplinarias más complejas. Aquí el aspecto multidisciplinario es considerado por lenguajes de modelado universal como Modelica [45, 46] o por la unión de varios paquetes de simulación de una sola disciplina en un entorno de co-simulación [47, 48].

2.5.1 Algoritmos de simulación básicos.

En la dinámica de vehículos, todos los componentes mecánicos del vehículo son modelados como sistemas mecánicos multibody [28-34]. Un sistema multibody consiste en un número finito de cuerpos (flexibles o rígidos) y sus uniones; se supone que la masa del sistema está concentrada en los cuerpos de tal manera que todos los elementos de conexión se idealizan como objetos sin masa. En el modelo de sistema multibody, los cuerpos pueden conectarse mediante uniones que restringen el movimiento relativo de los cuerpos entre sí y por elementos de fuerza

que representan por ejemplo muelles, resortes, amortiguadores, fuerzas de contacto o fuerzas de actuador de componentes del sistema de control.

La configuración del sistema multibody está descrita a través de la posición y orientación de todos los cuerpos y los correspondientes términos de velocidad. Las ecuaciones de movimiento derivan de los principios de la mecánica clásica, y en general forman una DAE de segundo orden que puede ser reducida a una ODE de segundo orden equivalente si se usa un conjunto mínimo de coordenadas generalizadas [33, 49-51]. Para sistemas multibody sin cadenas cinemáticas cerradas, este conjunto de coordenadas está dado por las coordenadas de las uniones que representan los grados de libertad en todas las uniones del sistema.

Dentro de los algoritmos básicos de simulación se puede encontrar aplicaciones en análisis estático, e integración temporal de ODEs, para estos algoritmos es necesario primero contar con un conjunto de ecuaciones que describan el movimiento, estas ecuaciones se compondrán de un grupo mínimo de coordenadas generalizadas y las respectivas matrices que describan los elementos del movimiento en el sistema [40]. Una vez que se cuenta con las ecuaciones de movimiento, es posible linealizar con el uso del Jacobiano [52].

El cálculo de un criterio de estabilidad estático es usualmente el primer paso en el análisis del modelo de un sistema multicuerpo [52]. Para el análisis se define un punto de trabajo para su linearización y se provee de valores iniciales para la simulación dinámica. En este análisis es posible resolver el conjunto de ecuaciones mediante el método de Newton [53] el cual está disponible de forma gratuita en un número de implementaciones que cumplen con la demanda de robustez y eficiencia en aplicaciones de ingeniería, como los resultados del proyecto MINPACK (<http://www.netlib.org/minpack/>).

La integración en el tiempo al punto de equilibrio de un sistema necesita de mayor tiempo de computación que el método de Newton, pero en aplicaciones críticas usualmente es el enfoque más robusto [52]. El método de Newton requiere de una buena suposición de los valores iniciales para iniciar la iteración, de otro modo el proceso falla en converger. En aplicaciones a larga escala, generalmente no hay una forma de obtener tal valor inicial. En mecánica estructural los métodos de seguimiento de trayectoria (métodos de análisis de homotopía) son utilizados para este propósito [54] y también en dinámica de multicuerpo este método otorga buenos resultados [29]. Los métodos de homotopía se mostraron útiles, así como el análisis de bifurcación de oscilaciones no lineales en dinámica de trenes [55].

Un sistema que se describa mediante un espacio de estados puede ser integrado por cualquier solucionador estándar de ecuaciones diferenciales ordinarias [51].

Empezando por los valores iniciales hasta la solución numérica se obtiene en los pasos del tiempo de un determinado tamaño de paso.

Para la solución de estas ecuaciones diferenciales ordinarias el método más simple se remonta a Euler quien propuso una sustitución en una derivada temporal para un instante determinado a través de una aproximación por diferencias [51], el método explícito de Euler y su modificación en forma semi-implícita, son métodos robustos y fáciles de implementar. Sin embargo, su uso práctico está restringido a aplicaciones con requerimientos de baja precisión. En un intervalo finito de tiempo la aproximación de diferencias de primer orden en cada paso resulta en un error global que es proporcional al tamaño máximo de paso [51].

Como una consecuencia práctica, el máximo paso del método explícito de Euler tiene que ser reducido por un factor de 10 para poder ganar únicamente un dígito adicional en la precisión. Con 10 veces más tiempo de cómputo, el error global se ve reducido solamente por un factor de 10 [51]. Para evitar este alto esfuerzo numérico, se debe utilizar información adicional sobre la ecuación diferencial ordinaria en cada paso. Los métodos de mayor orden implícitos Runge-Kutta obtienen esta información de evaluaciones adicionales en algunos nodos intermedios [51]. Como una alternativa, los métodos lineales de multi paso reutilizan la información de previos pasos para mejorar la precisión.

Uno de los métodos más utilizados de orden superior implícitos de Runge-Kutta es el método de Dormand y Prince de quinto orden [56], un método con 6 etapas que cuenta con un error global de $\epsilon = Ch^5$ con la constante $C > 0$. Una reducción en el paso de un factor de 4 resultará en una reducción del error de un factor de $4^5 \approx 1,000 = 10^3$. Tres dígitos más de precisión pueden ser obtenidos con un tiempo de computo incrementado por solo un factor de 4.

DOPRI5 es una implementación gratis en FORTRAN del método de quinto orden de Dormand y Prince [57]. El método de quinto orden de Dormand y Prince se encuentra disponible también como un solucionador por default de ecuaciones diferenciales ordinales en MATLAB como ode45 [58]. En ambas implementaciones, el paso se adapta automáticamente para poder cumplir con las tolerancias definidas por el usuario.

Los métodos de multipaso lineal del tipo Adams son una alternativa a los métodos implícitos de orden superior de Runge-Kutta. Estos incorporan una combinación lineal ponderada de los valores de la función en los distintos intervalos de tiempo. Se eligen unos pesos para poder garantizar la convergencia.

El esfuerzo numérico por paso es sustancialmente menor que en los métodos de orden superior de Runge-Kutta. Por otro lado, el reusar la información de previos

pasos podría causar problemas si existen discontinuidades. En una implementación práctica, el método explícito de Adams es utilizado solamente para obtener una suposición inicial (predictor) para el computo iterativo de la solución numérica en el correspondiente método implícito de Adams (corrector). Para usos prácticos, este método de predictor-corrector se combina con tamaños de paso sofisticados y algoritmos de control de orden para adaptar el tamaño de paso y orden al comportamiento de la solución y los límites de error definidos por el usuario [57]. Una implementación gratuita en FORTRAN se encuentra disponible en el paquete LSODE en <http://www.netlib.org/odepack/opkdmmain.f>, el respectivo solucionador en MATLAB es ode113.

2.5.2 Control del tamaño de paso en integración temporal de ecuaciones diferenciales ordinarias

Los algoritmos de control de tamaño de paso en la integración temporal de ecuaciones diferenciales ordinarias están diseñados para obtener una solución numérica con mínimo esfuerzo numérico que se aproxime a la solución hasta errores ligados a las tolerancias A_{TOL} y R_{TOL} para tolerancia absoluta y relativa, respectivamente, definidas por el usuario. Bajo supuestos leves de regularidad, el error global $\epsilon = \max_{0 \leq n \leq N} |x_n - x(t_n)|$ en la integración temporal de ecuaciones diferenciales ordinarias es proporcional al error local máximo, i.e. al máximo error en un solo paso $t_n \rightarrow t_{n+1}$ [51]. Por lo tanto, todos los algoritmos comunes de control de tamaño de paso proceden de forma escalonada y ajustan el tamaño de paso h_n para mantener el error local del paso sobre el que se encuentre por debajo de los límites establecidos por el usuario [57, 59].

La mayoría de los integradores soportan una definición de componentes A_{TOL_i} , R_{TOL_i} de los límites del error. Al final de cada paso $t_n \rightarrow t_{n+1}$ un indicador del error

$$E_n := \left(\frac{1}{n_x} \sum_{i=1}^{n_x} \left(\frac{err_{n,i}}{A_{TOL_i} + R_{TOL_i} \cdot |x_{n,i}|} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.1)$$

Es evaluado que compara un error estimado $\mathbf{err} = (err_{n,i})_{i=1}^{n_x}$ con los límites del error definido por el usuario [51,57].

La prueba del error se considera satisfactoria si $E_n \leq 1.0$. En dicho caso, el paso $t_n \rightarrow t_{n+1}$ con el tamaño de paso h_n en ese instante se acepta y la integración temporal puede continuar con el siguiente paso.

Si el indicador del error excede el valor crítico de 1.0, el tamaño de paso h_n es muy grande para cumplir con los requisitos de precisión definidos por el usuario. El actual

paso $t_n \rightarrow t_{n+1}$ es rechazado y debe repetirse con un tamaño de paso menor $h_n^{new} < h_n$ [51].

No obstante, es de importancia mencionar que no existe una relación cuantitativa directa entre los parámetros de tolerancia A_{TOL} , R_{TOL} y el error observado. Deben ser tomados como cantidades de control que desempeñan un rol cualitativo de “alta” o “baja” precisión más que un umbral para el error resultante.

El uso de tamaños de paso variables h_n que son automáticamente ajustados al comportamiento cambiante de la solución durante el tiempo de integración ha sido el estado del arte en la simulación técnica por más de una década (Veáse discusión en Sección 4.1.5 en [30]). La justificación teórica de un tamaño de paso estándar y algoritmos de control de orden se apoya en suposiciones de suavidad en las ecuaciones del modelo que son usualmente violadas en complejos modelos para dinámica de vehículos.

En las aplicaciones de larga escala, el uso óptimo de solucionadores con un tamaño de paso y orden variable requiere de conocimiento especializado basado en previa experiencia práctica y un esfuerzo adicional para ajustar las configuraciones de las tolerancias.

2.6 Dinámica de vehículos

Para que sea posible analizar la dinámica de un vehículo es importante definir en un principio cuáles serán las magnitudes que son de interés para el análisis, de este modo se facilita el desarrollo de un modelo que satisfaga adecuadamente los requerimientos del estudio planteado; además de las magnitudes que se desean analizar, es necesario incorporar aquellas suposiciones que en determinado momento pueden apoyar a la simplificación del modelo, sin que esto necesariamente tenga un impacto negativo en la calidad del estudio que se está planteando, pero que sí pueden mejorar significativamente la implementación de estos modelos en un entorno de simulación y de ese modo reducir los recursos necesarios para hacer el computo que se requiere para resolver el modelo.

En el caso del modelo que se utiliza de base para realizar el desarrollo de la plataforma, el modelo se encuentra descrito en [63], y se parte de la suposición de un cuerpo rígido en un movimiento planar, además se menciona que este modelo es aplicable en situaciones donde las velocidades laterales, frontal y yaw son importantes y suficientes para analizar el comportamiento del vehículo.

El desarrollo de un modelo de la dinámica de vehículo se puede realizar desde distintos enfoques, y esto depende en gran medida de las herramientas que se deseen utilizar, el resultado esperado y el tipo de modelo que se desee implementar, incluso es importante considerar si el modelo es suficiente desde una perspectiva

lineal o si en caso de que no se cuente con toda la resolución, usar un modelo no lineal, todas estas consideraciones son importantes puesto que permiten definir la base sobre la cual se parte y es posible que en caso de errores se identifiquen mejor el punto de inicio y hacer las correcciones pertinentes.

2.7 Metodología de modelado

La metodología implementada para el trabajo aquí presentado parte de analizar en un principio las fuerzas y velocidades presentes, a partir de ahí se derivan ecuaciones que relacionen estas magnitudes y una vez realizado esto, se procede a incorporar esto en un modelo descrito mediante un espacio de estados, de este modo este modelo representa finalmente al sistema como un sistema con entradas y salidas, de donde es posible extraer la información relacionada con las magnitudes que son de interés a respuesta de las excitaciones a las que se le someta.

2.7.1 Modelo en espacio de estados

El modelo del cual se desarrolla este trabajo está representado mediante un sistema lineal en espacio de estados [9], la cual es una representación que posibilita integrar en un mismo “bloque” a más de una entrada y más de una salida al mismo tiempo, sin tener que redefinir el sistema para cada magnitud que pudiese resultar importante conocer, de ese modo al estar incorporadas múltiples entradas/salidas es factible aplicar más de una señal de excitación y observar múltiples respuestas, así como incorporar un análisis más exhaustivo dentro del mismo bloque.

Finalmente, el sistema en espacio de estados es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_\beta}{mv_x} & \frac{C_r}{m} - v_x \\ \frac{D_\beta}{I_z v_x} & \frac{D_r}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_\delta}{m} \\ \frac{D_\delta}{I_z} \end{bmatrix} \delta$$

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{C_{\alpha f} + C_{\alpha r}}{mv_x} & \frac{-a_1 C_{\alpha f} + a_2 C_{\alpha r}}{mv_x} - v_x \\ \frac{-a_1 C_{\alpha f} - a_2 C_{\alpha r}}{I_z v_x} & \frac{-a_1^2 C_{\alpha f} + a_2^2 C_{\alpha r}}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_{\alpha f}}{m} \\ \frac{a_1 C_{\alpha f}}{I_z} \end{bmatrix} \delta \quad (3.1)$$

De acuerdo con la definición formal de un modelo en espacio de estados [70], el sistema descrito en (3.1) no cuenta con la estructura básica de un sistema descrito mediante espacio de estados, la cual es:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (3.2)$$

De modo que al solo contar con la primer parte de la estructura, el modelo necesita complementarse con la segunda parte de la estructura de espacio de estados, para

realizar esto se procede a utilizar una matriz identidad para C y dejar a D en cero puesto que en este punto no se cuenta con condiciones iniciales que se deseen incorporar, “feedforward”.

De este modo, el sistema completo queda descrito como

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{C_{\alpha f} + C_{\alpha r}}{mv_x} & \frac{-a_1 C_{\alpha f} + a_2 C_{\alpha r}}{mv_x} - v_x \\ \frac{-a_1 C_{\alpha f} - a_2 C_{\alpha r}}{I_z v_x} & \frac{-a_1^2 C_{\alpha f} + a_2^2 C_{\alpha r}}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_{\alpha f}}{m} \\ \frac{a_1 C_{\alpha f}}{I_z} \end{bmatrix} \delta$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ r \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Al introducir esta matriz identidad, el sistema se encuentra completo en su forma de espacio de estados, y es ahora admisible describir este modelo en un software con las capacidades de simular sistemas en espacio de estados, tal es el caso de MATLAB, donde existe la facilidad de trabajar con estos bloques de forma nativa, y observar su respuesta a diferentes señales de entrada.

2.8 Análisis dinámico del vehículo

El modelo que se ha descrito hasta este punto describe la dinámica de un vehículo de dos ruedas, el cual cuenta con la capacidad de poder analizarse a la velocidad lateral del vehículo y además la razón de cambio en el Yaw rate del vehículo, es decir cómo cambia el vehículo al moverse alrededor del eje z; ambos parámetros son influenciados por la forma en cómo se maneja el vehículo, lo que significa que el volante modificará la respuesta que se obtenga en estos dos parámetros, ya sea al girar a la izquierda del conductor, a la derecha o mantener el volante en línea recta.

Lo que este modelo indica es que entonces al realizar cambios de dirección será el momento en el que se podrán apreciar los cambios en los dos parámetros mencionados anteriormente, se tiene un cierto conocimiento *a priori* de lo que sucedería en estos escenarios, derivados de las experiencias previas que cualquier conductor tiene al manejar un vehículo, tal es el caso que un conductor conoce que al girar a la izquierda es probable que el cuerpo del vehículo se gire hacia la izquierda, si se gira a la derecha, el cuerpo sigue este camino, esto es el yaw rate, de forma que existe ya experiencias previas que ayudan a conocer mejor el análisis dinámico que se presenta.

2.8.1 Momentos y fuerzas

Al tratarse de giros, existen fuerzas y momentos que se presentan en el comportamiento dinámico, a continuación, se enumeran los que se encuentran presente en un vehículo en un espacio tridimensional [68]:

- F_x , es la fuerza longitudinal, la fuerza que se presenta a lo largo del cuerpo del vehículo, cuando la fuerza longitudinal del vehículo es mayor a cero, es debido a que el vehículo está acelerando, así mismo, si la fuerza longitudinal es menor a cero, se dice que el vehículo está siendo frenado, ya sea a través de un mecanismo propio de freno, presente en el vehículo o por la acción externa. A la fuerza longitudinal también se le conoce como fuerza frontal o fuerza de tracción.
- F_y , es la fuerza lateral, esta fuerza será el resultado de un cambio de dirección o la influencia de un volante, y esta será la razón principal para generar un momento en yaw.
- F_z , es la fuerza normal. Es una fuerza vertical y también se le conoce como carga del vehículo.
- M_x , momento roll, este momento se presenta cuando el cuerpo gira sobre el eje x, y también se le conoce como torque de inclinación o momento de sobregiro. Si este momento es mayor a cero se dice que el vehículo ha girado sobre el eje x, este sería un escenario de una volcadura o un escenario de riesgo puesto que lo ideal es que el vehículo se encuentre en superficie en todo momento.
- M_y , momento pitch. Este momento será mayor a cero cuando el vehículo gire sobre el eje "y" y mueva la parte frontal o cabeza hacia abajo. Este tipo de momento se puede presentar en escenarios de frenado agresivo o una aceleración en un periodo corto, pues la misma inercia del cuerpo causa que este se incline sobre el eje "y".
- M_z , momento yaw; si este momento es mayor a cero esto implica que los neumáticos tienden a girar sobre el eje z, lo que se causa debido principalmente a una influencia del volante, este momento es conocido también como momento de alineación.

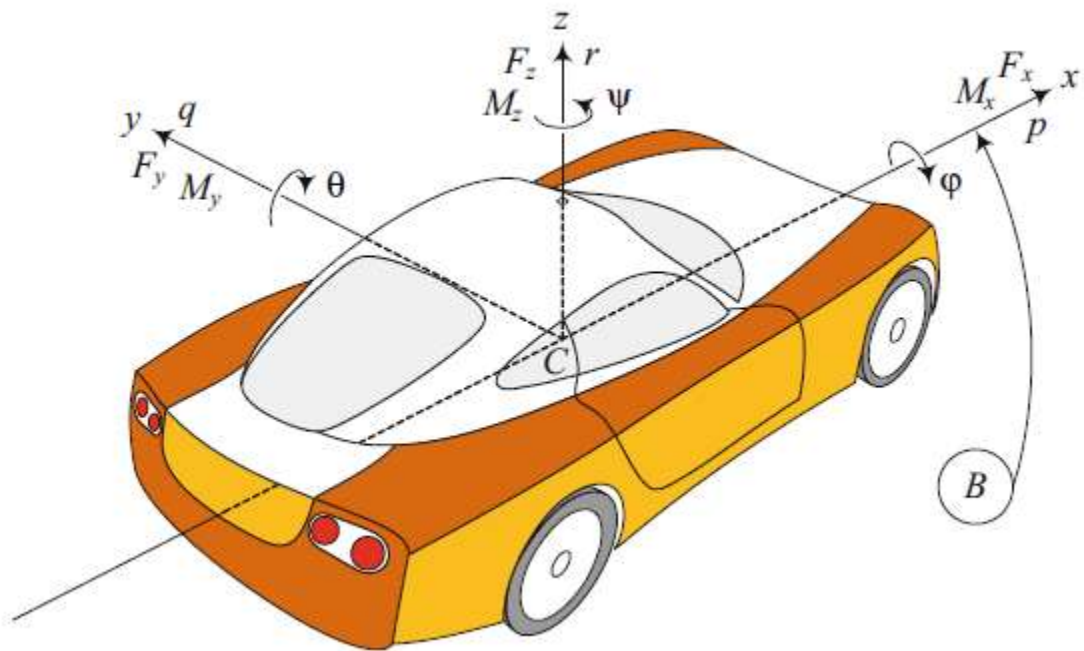


Figura 2.3 Diagrama de cuerpo libre del vehículo. Imagen tomada de: "Springer International Publishing AG 2017

R.N. Jazar, *Vehicle Dynamics*, DOI 10.1007/978-3-319-53441-1 9"

Capítulo 3. Desarrollo de la plataforma de simulación.

El Capítulo 3 es una descripción del desarrollo de trabajo, se explica la forma en qué se desarrolló la plataforma, el modelo sobre el cual se toma de base, el tipo de plataforma que se tiene, así como las herramientas que se utilizaron para crear este entorno, y al final proporciona una descripción sobre el tipo de pruebas que se desarrollaron para su posterior análisis, explicando los parámetros y la trayectoria generada y su interpretación física.

3. 1 Desarrollo y simulación de la plataforma

3.1.1 Desarrollo

Inicialmente la plataforma se desarrolla tomando de base el espacio de estados descrito anteriormente, salvo una ligera modificación, en el espacio de estados que se describe en capítulos anteriores, solamente se cuenta con una entrada, la cual es el ángulo del volante, o el “steering” que es el encargado de desplazar lateralmente al vehículo, o moverlo en una cierta dirección, pero un parámetro que es igualmente interesante de considerar en distintos escenarios es aquel encargado de proporcionar al vehículo de su velocidad longitudinal, pues este es igualmente importante para que el vehículo se pueda desplazar, sin velocidad no importa el ángulo en el volante, siempre habrá un movimiento neto de cero.

De modo que al ser interesante la velocidad longitudinal, que como se mencionó anteriormente, es el parámetro v_x (véase Tabla 1), siendo así es que se procedió a desarrollar una plataforma en el entorno de simulación de Simulink, con estas consideraciones, dado que se agregó un parámetro más de entrada, ahora se cuenta con un sistema de dos entradas y dos salidas; este sistema ahora será capaz de responder no solo a los cambios que se tengan en la dirección del vehículo pero permitirá que se incorporen escenarios distintos en los cuales la velocidad a la que se mueve el vehículo puede variar, mantenerse constante, etc., lo que permite simular entornos más complejos y variados a diferencia de aquellos donde solamente se incorpora una velocidad constante y el análisis queda restringido a solamente la respuesta basada en los cambios de dirección.

Inicialmente se procedió por realizar un bloque en función S, que estaría encargado de realizar la función de representar al espacio de estados, de acuerdo con el sitio oficial de MathWorks, la descripción de una función S es la siguiente:

Las funciones S son mecanismos que proveen de herramientas para la descripción de un sistema mediante el lenguaje de computadora dentro de un bloque en el entorno de Simulink, esta función puede ser escrita en MATLAB, C, C++ o Fortran. Esta función S es compilada en un archivo ejecutable compatible con el motor de MATLAB; de una forma generalizada estas funciones pueden usarse para describir sistemas continuos, discretos e híbridos. (MathWorks, R2021a documentación

oficial, para más información véase <https://www.mathworks.com/help/simulink/sfg/what-is-an-s-function.html>).

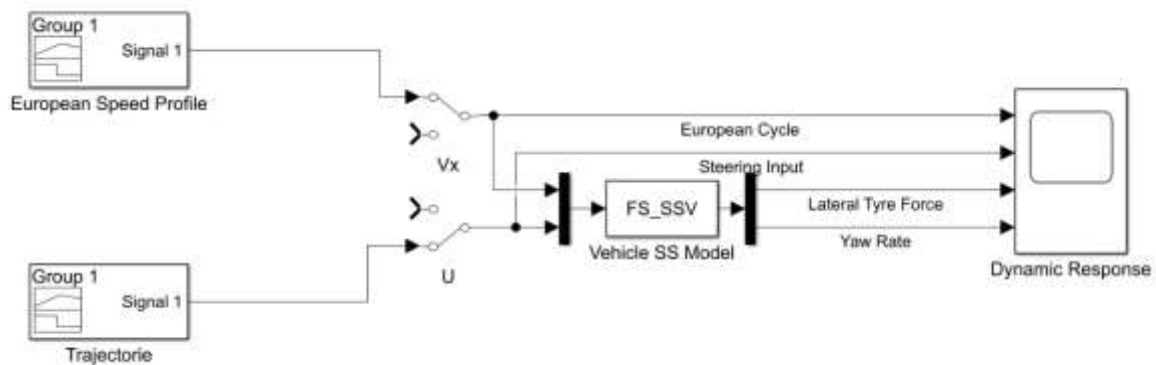


Figura 3.1 Diagrama a bloques del sistema a simular mediante el uso de un bloque de Función S. Se utilizan interruptores para poder utilizar la señal a voluntad, en caso de querer aislarse exclusivamente una entrada se pueden desactivar.

La función S para este caso se implementa con un modelo híbrido, puesto que inicialmente se toman entradas y se despliegan salidas continuas, pero internamente, el sistema se convierte a forma discreta, y después se convierte a continuo para poder desplegar correctamente las salidas, la función S tiene dentro del bloque diferentes “funciones” que son llamadas por etapas para ejecutarse durante la simulación, estas funciones internas incluyen lo siguiente:

- Inicialización, en este punto se describen los parámetros con los que cuenta la función S, las entradas y salidas, que se deben definir igualmente en los parámetros del bloque de función S, para eso se da click derecho y al desplegarse un cuadro de texto se selecciona la opción Block parameters, una vez ahí se definen los parámetros que vayan a trabajarse en la función S, esto sirve para que el mismo Simulink y la función S lleven registro de los parámetros y en caso de omitir alguno se mostrará un error indicando que hace falta o no se ha definido algún valor. Las variables deben ser dadas de alta en el bloque S-Function de simulink tanto en "S-function parameters" como en "Edit mask".
- Derivadas, es la parte del programa que se encarga de como su nombre lo indica, realizar el cálculo numérico de aquellas operaciones que requieran de una derivación.
- Actualización, dado que el programa trabaja por pasos, aunque muy diminutos, estos pasos requieren que una vez se haya el cálculo para ese instante, se actualicen los valores en memoria y se proceda a realizar un nuevo cálculo con estos valores, y de este modo el siguiente paso esté correctamente computado.

- Salidas, este fragmento de la función S es el que se encarga de tomar los valores que se vayan generando en la actualización e irlos desplegando a las salidas que se tengan asignadas del bloque, aquí es donde se obtienen los valores que se podrán utilizar para desplegar las respuestas obtenidas a través de las distintas excitaciones a las que se ha sometido al sistema.
- Obtener tiempo para el siguiente paso, regresa el tiempo para la próxima entrada a este bloque "S-Function".
- Finalización, es el punto donde si se desea es posible realizar alguna acción a la salida, esto dependerá del tipo de actividades que se deseen ejecutar a las salidas, en caso de que no sea deseable alguna actividad, simplemente esta sentencia se quedará asignada a un vector vacío.

Los puntos anteriores corresponden a la estructura básica que sigue la definición de una función S, añadido a esto, se realizó un programa extra, una función definida en un programa de extensión ".m" que está en el apartado de Actualización, y este programa se encarga de realizar el cálculo del sistema en variables de estado, al tomar los valores que se obtienen de la función S, en este programa se capturan los valores y se procede a realizar inicialmente el cálculo en variables de estado continuas, para posteriormente realizar una conversión de continuo a discreto y enviar este resultado de vuelta a la función S para que internamente trabaje con lo que el programa le ha proporcionado (véase Anexos para los códigos utilizados).

3.2 Simulación

Una vez que se tenía un programa para calcular el espacio de estados incorporado dentro de la función S como una subrutina llamada dentro de la actualización, el siguiente paso a implementar era una máscara, las máscaras permiten que se asignen valores constantes a variables que la función S, internamente está utilizando, para este caso los valores que deberían estar presentes en la máscaras son los coeficientes de contacto del neumático con el vehículo, el tiempo de muestro pues es un sistema que está trabajando de forma discreta en varias partes, la masa del vehículo, el momento de inercia en Z, y las distancias desde el centro de gravedad hacia los ejes delantero y trasero respectivamente.

Teniendo una máscara, parámetros definidos, y estructura completa, la función S se encuentra lista para ser usada dentro del entorno Simulink, una vez incorporado el bloque dentro del entorno de simulación era necesario realizar las conexiones pertinentes, de señales de entrada y lecturas a la salida, para llevar un registro gráfico de las respuestas obtenidas un bloque Scope de Simulink es suficiente, es importante recalcar que por motivos de dimensiones la lectura debe descomponerse

en sus dos magnitudes, para esto un bloque de demux a la salida y un bloque mux a la entrada realizaban esta tarea.

Una vez acopladas las entradas y salidas correctamente con las dimensiones en las que trabaja la simulación, se procedió a construir las señales de entrada que se utilizarían para las pruebas a la plataforma, eran necesarias dos señales construidas, una tendría que ser la velocidad del vehículo y otra debería ser el ángulo de volante que toma durante el recorrido que se haya propuesto, en este caso se trabajaron siempre situaciones simuladas de 300 s, para tener un rango amplio de movimientos y respuestas, así como la capacidad de un escenario más completo en el que se pudieran realizar distintos recorridos a diferentes velocidades.

Parámetro	Valor
Tiempo de Muestreo t_s	0.01 s
Coeficiente de eje frontal C_{af}	60000 N/rad
Coeficiente de eje trasero C_{ar}	60000 N/rad
Masa del vehículo m	1000 kg
Momento de inercia en z I_z	1650 N-m
Longitud eje frontal al centro de masa a_1	1.0 m
Longitud del eje trasero al centro de masa a_2	1.5 m

Tabla 3.1 Parámetros utilizados en la simulación

3.2.1 Primer escenario de simulación.

Con la intención de estandarizar los resultados, se procedió a utilizar un perfil de velocidad probado, este perfil de velocidad se conoce como ciclo Europa, el perfil de velocidad se encuentra escalado a 30 km/h [3], el sistema trabaja con m/s, cuyo equivalente sería un máximo de 8.33 m/s. Este ciclo de trabajo se compone de 4 cambios de amplitud, o aumentos de velocidad, cada uno llegando a un valor máximo distinto, lo que permite conocer el comportamiento del vehículo a distintos cambios, pero además a distintos valores de velocidad, además cada ciclo tiene una duración distinta lo que permite también que el vehículo experimente distintas excitaciones por distintos periodos, lo cual genera una perspectiva más amplia de la respuesta que se obtiene. En la Figura se observa el ciclo de velocidad descrito anteriormente.

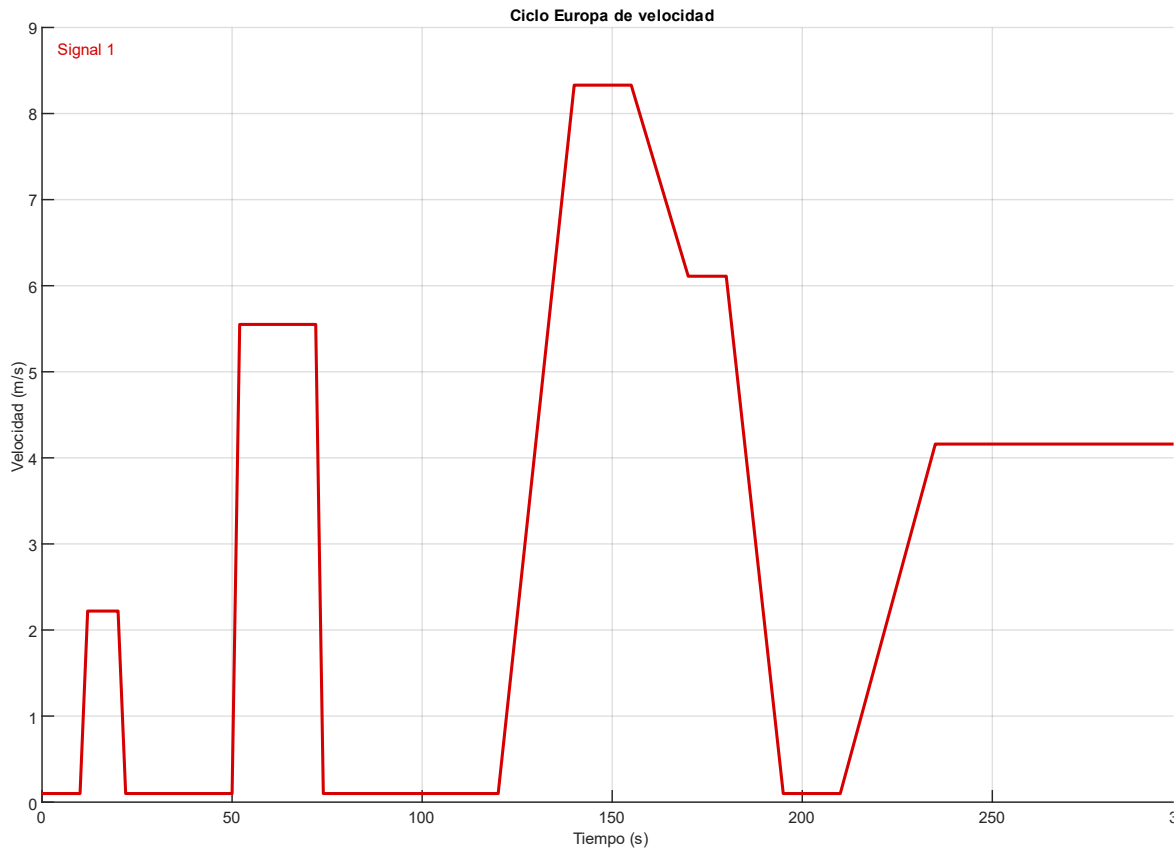


Figura 3.2 Ciclo Europa de velocidad.

El perfil de velocidad abre la posibilidad de tener resultados comparables con aquellos trabajos que existen puesto que establece una misma base sobre la cual es posible analizar los resultados obtenidos así como consultar documentación que ayuda a identificar mejor los escenarios posibles a los cuales se puede someter la plataforma, es valioso notar que en ningún momento los valores en el perfil de velocidad llegan al cero, esto es debido a que como se describió el modelo de espacio de estados anteriormente, la velocidad longitudinal se encuentra en el denominador, lo que haría indeterminado que una división se realizara con un denominador igual a cero, es por ello que los valores se aproximan a cero pero jamás llegan a él.

Para el caso del ángulo de volante se tiene en principio dos escenarios bajo los cuales cambia significativamente el estudio, ya que en un escenario se cuenta con cambios de dirección menos agresivos, lo que denota un escenario relacionado a una conducción tranquila y recorridos suaves, mientras que en el otro caso los cambios presentes en el ángulo de volante son más pronunciados y agresivos, escenario más representativo de una conducción más orientada a lo deportivo y al desempeño del vehículo, ambos escenarios se encuentran acompañados del

mismo perfil de velocidad, sin embargo estas diferencias en el estilo de manejo permiten contar con más de un caso de análisis para poder determinar los diferentes comportamientos que puede presentar el vehículo bajo la influencia de los cambios de dirección en distintas circunstancias.

En el primer caso, como ya se mencionó anteriormente, el trazado del volante es más suave, cambios menos bruscos y sin correcciones, lo que indica que el conductor se encuentra maniobrando de forma cauta y pausada, un escenario que se encuentra mayormente en el día a día durante recorridos en ciudad, calles, etc., en este escenario se describe inicialmente una vuelta a la izquierda, de forma gradual y progresiva hasta llegar a un ángulo de volante de 1 rad, se mantiene en ese valor por un corto periodo y posteriormente regresa a su posición inicial de 0, pasado un tiempo ahora el volante se gira hacia la derecha, de la misma forma gradual y progresiva y llegando igualmente a 1 rad en dirección hacia la derecha, se mantiene y después regresa a una posición inicial de 0, este escenario se repite dos veces, es decir dos vueltas a la izquierda y dos vueltas a la derecha, siendo la vuelta a la izquierda la primer vuelta que se toma e intercalando por cada vuelta a la izquierda la siguiente es una vuelta a la derecha.

Los intervalos de tiempo en los que se realizan los cambios de dirección se seleccionaron de forma que se pudieran sincronizar con los cambios de velocidad, de modo que esto permitiría tener una perspectiva completa, puesto que los cambios de dirección que no vinieran acompañados de cambios de velocidad son escenarios demasiado simples y no proveen una visión más completa de las respuestas que son obtenidas en el modelo.

En la Figura se puede apreciar el escenario descrito anteriormente, y se puede notar que en efecto los cambios de dirección buscan coincidir con los cambios de velocidad que tiene el perfil descrito en párrafos anteriores.

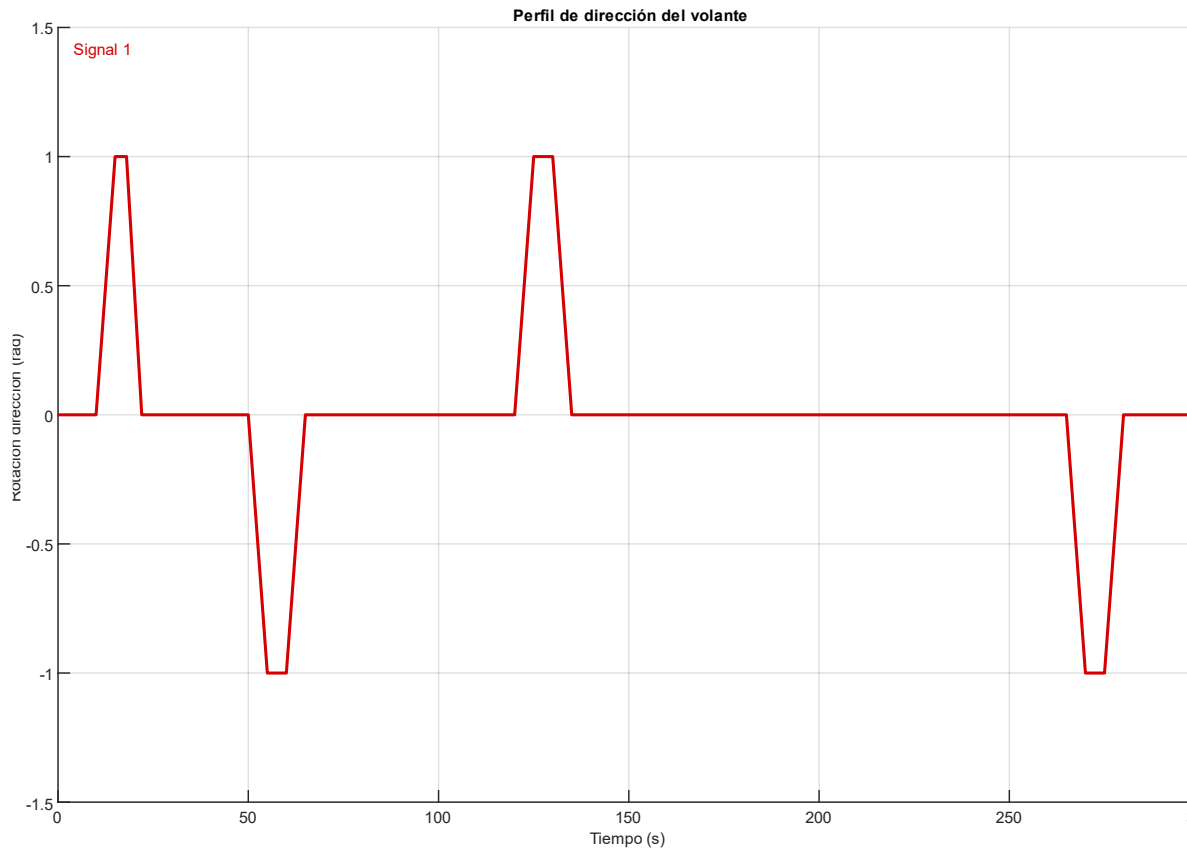


Figura 3.3 Conducción 1 con cambios de dirección suaves y graduales.

Al tener una señal de conducción construida de este modo se genera un escenario más completo en el que además de realizar cambios de dirección es posible tener uno en el que el vehículo acelere, desacelere, se quede parado y demás, lo cual enriquece la calidad de los resultados que se pueden tener y amplía las posibilidades bajo las cuales se pueden introducir análisis de mayor complejidad, esto a su vez impacta en que los resultados no solamente serán de mayor calidad, sino que además estarán con mayor apego a condiciones que se pueden encontrar en el día a día, ya sea en entornos de investigación como en entornos cotidianos, ya que un escenario con velocidades constantes está muy limitado.

El que los cambios de dirección además estén alineados en cierta medida con los cambios de velocidad obedece a una tendencia normal de conducción, puesto que, en una conducción cotidiana, los conductores no realizan cambios de dirección sin hacer cambios en la velocidad del vehículo, ejemplo al incorporarse en una intersección, dar una vuelta en un semáforo, arribar a un destino, etc., estos son casos en los que se aprecia que por lo regular un cambio de dirección se acompaña de cambios en la velocidad que el vehículo lleva.

No solo el hecho de llevarlo a escenarios más realistas es la única ventaja que se encuentra en tener un modelo que puede tomar valores cambiantes tanto en velocidad como dirección, además, esta incorporación de dos entradas amplía la capacidad de estudio de los resultados, pues de esta se reduce la complejidad de comprender mejor qué es lo que tiene mayor influencia en las salidas, y además en qué medida tiene esta influencia, si es de forma general, circunstancial o una mezcla de ambas, este hecho es de interés puesto que los análisis que se pueden extraer de este modelo tendrán información más clara a la hora de poder generar algún tipo de diseño para vehículos, ya sea en el ámbito mecánico o en la misma dinámica del vehículo.

3.2.2 Segundo escenario de simulación

Para el segundo escenario el enfoque es un poco distinto, en el primer escenario se contaba con cambios pequeños y no se especificaba sobre que tipo de superficie se encontraba el vehículo, para el caso del escenario se utiliza un escenario descrito a más detalle que permite generar distintos cambios y además aprovechar las pausas en la velocidad para que esto se apegue más a una situación donde se toman en cuenta indicadores de tráfico como el uso de semáforos.

Para este escenario se propone, utilizando el mismo perfil de velocidad europeo utilizado anteriormente, lo descrito a continuación:

Se inicia esperando en un semáforo, a que cambie su indicador a verde, que significa que el vehículo se pone en marcha, llegado este punto el vehículo avanza y gira a la derecha tomando dirección en una calle angosta, se mantiene en este curso hasta llegar al siguiente semáforo, este llega a verde y el vehículo toma una vuelta nuevamente hacia la derecha hasta llegar a un stop, posterior a esto se realiza un giro a la izquierda, el vehículo se incorpora a una avenida y realiza un rebase para después de esto llegar al reposo, en última instancia el vehículo toma una vuelta hacia la derecha en donde se incorpora hacia una calle principal.

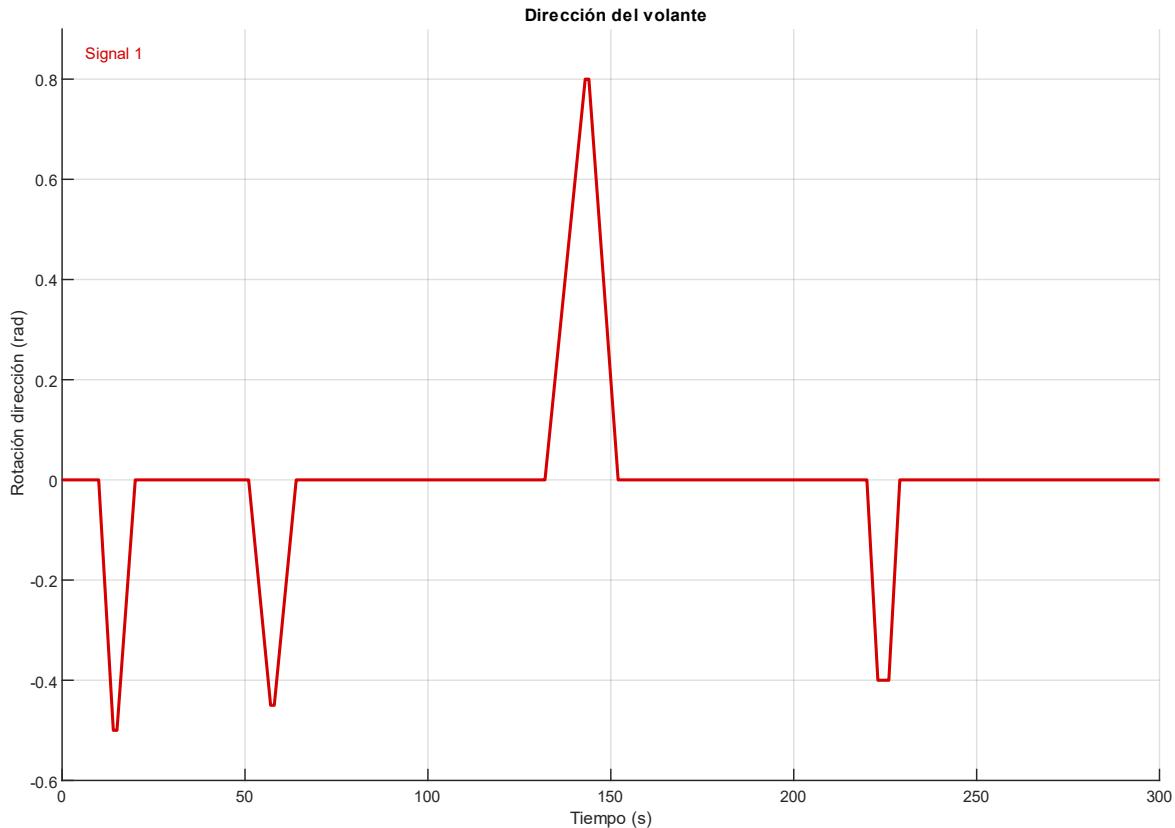


Figura 3.4 Escenario 2 de conducción

Al igual que el escenario 1, se mantuvo el tiempo de simulación en 300s, esto permite que los resultados que se obtengan se puedan comparar con el primer escenario pues se establece una base común de tiempo de simulación y permite generar escenarios dentro del mismo espacio temporal, lo que estandariza en cierta medida el tipo de simulaciones que se puedan incorporar.

Es de importancia notar como en el primer escenario se mantenía la dirección de giro por un pequeño pero significativo período de tiempo, en este segundo escenario no se mantiene la dirección salvo por el último cambio donde se puede apreciar que el volante se mantiene en esa posición, además de este punto, no existen otros instantes donde el volante se haya mantenido en la dirección hacia la que se cambió, esto es importante porque en el caso de no mantener una dirección y cambiar, los resultados deberán confirmar en efecto que los momentos y velocidades laterales no se asientan en puntos, sino que constantemente muestran un comportamiento cambiante.

Un aspecto a recalcar de igual manera son las amplitudes o valores que se llegan a tomar en el volante, en el escenario 1 se lograba apreciar como los valores máximos que llegaba a tocar eran de 1 rad, mientras que para este escenario no se

toman siempre 1, sino que se está utilizando un rango de valores, y en cada tramo donde se genera un cambio, el valor máximo es distinto a aquel que le precede, esto diversifica de mejor manera los cambios de dirección y amplía el estudio, pues ya no se trata de un valor al que siempre se llega, sino que por cada cambio se toma un valor distinto, lo que crea un espectro más amplio.

Al contar con un mayor rango de valores para los cuales someter al vehículo es posible obtener resultados de distintos comportamientos que exhibe el vehículo, de este modo es posible analizar más de un escenario que ocurre en el vehículo, por lo cual se provee de mayor perspectiva y elementos para poder estudiar con mayor detalle la dinámica del vehículo, lo que a su vez provee de una herramienta que es capaz de generar distintas condiciones y obtener resultados con mayor detalles como el qué sucede cuando se hace un cambio ascendente en la velocidad, qué sucede al incrementar por intervalos la velocidad, qué sucede si se incrementa y después se mantiene, etc, escenarios que son posibles de observar en una conducción cotidiana en la cual el vehículo se ve sometido a condiciones cambiantes, parar en un semáforo, transitar por vías rápidas, estacionarse, tráfico, embotellamientos, etc. Todos estos escenarios contienen más de un cambio en la velocidad y la dirección que se debe tomar, por lo que el poder analizarlo desde varias circunstancias permite entender mejor al vehículo a medida que se le aproxima a lo que se puede encontrar día a día.

3.2.3 Tercer escenario de simulación.

Para el tercer escenario de simulación se optó por una colección de cambios más agresivos tanto en dirección como en velocidad, en los primeros dos escenarios el escenario únicamente presentaba variaciones en el perfil del conductor, puesto que ambos utilizaban el ciclo Europa como perfil de velocidad esto permitía compararlos relativamente punto a punto con la uniformidad de la velocidad que utilizaban, esta puede ser una ventaja a la hora de analizar los diferentes trayectos o direcciones que puede tomarse con un mismo perfil de velocidad, así como analizar la respuesta obtenida a partir de establecer un estándar para su comparativa.

Con el propósito de no encasillar el estudio a un solo cambio en el perfil de conducción se decidió ampliar un escenario en el que se utilizara un perfil de velocidad distinto a los dos escenarios anteriores, complementado con un perfil de conducción distinto, esto permitirá explorar de mejor manera tanto a la plataforma como el comportamiento dinámico del vehículo, lo que proporciona a su vez de un punto de vista diferente para ayudar al entendimiento de la influencia de las entradas en la respuesta dinámica del vehículo, saber qué parámetro carga mayor capacidad de modificar el comportamiento es importante a la hora de mejorar o realizar controles para un vehículo por lo que un entendimiento a mayor detalle de la

dinámica del vehículo es importante y por lo tanto un escenario que amplie el estudio es importante pues aporta más datos e información.

El sistema se compone igualmente de la misma topología mostrada en la Figura 3.1, las diferencias se encuentran en las señales de entrada de dirección y velocidad, y como era de esperarse, en la salida, además de eso la función implementada, los bloques y el flujo sigue siendo el mismo utilizado en los dos escenarios anteriormente descritos, esto es para poder utilizar el mismo sistema y obtener un resultado que sea comparable, puesto que de cambiarse el bloque utilizado, esto impactaría en el modelo y la forma en que deberá procederse al análisis de resultados.

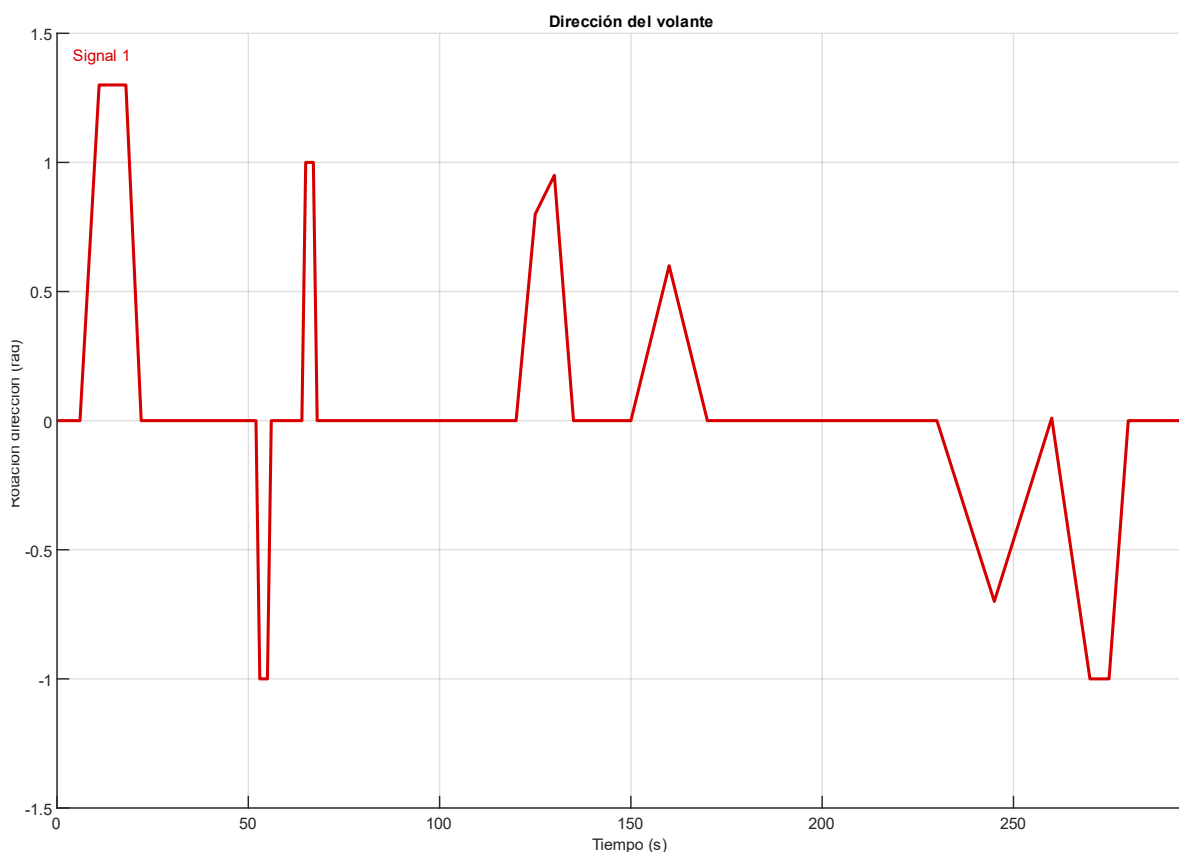


Figura 3.5 Tercer Escenario de conducción.

El Tercer escenario de conducción comienza con un giro en sentido a la izquierda hasta llegar a una magnitud de 1.3 rad aproximadamente, mayor a cualquier cambio de dirección que se ha observado hasta ahora en los escenarios anteriores, claramente con una conducción con mayores cambios y magnitudes, una vez generado este primer cambio de dirección hacia la izquierda, se mantiene en este punto por aproximadamente 7 segundos, lo cual es un tiempo a tomar en cuenta dado que en los anteriores escenarios no se mantenían por este periodo, esto tiene

un efecto que después deberá analizarse sobre la velocidad lateral y el momento ejercido sobre el cuerpo. Una vez terminado este intervalo, se regresa a la posición inicial en 0 rad, este cambio toma aproximadamente 4 segundos, lo que es un tiempo menor al mantenido, por lo que el retorno a la posición se realiza más rápido que lo que se mantuvo el primer cambio de dirección.

Se mantiene la posición en cero, o posición inicial durante un lapso hasta los 52 segundos, es decir medio minuto en el que no se generaron cambios de dirección, una vez llegado este instante se realiza un giro hacia la derecha con magnitud de 1 rad, este cambio se produce de forma brusca, puesto que toma lugar en 1 segundo llegar de la posición inicial a 1rad en giro hacia la derecha, este es un cambio de dirección apresurado, que se puede considerar como aquel en el que un conductor se encuentra alguna imperfección en el camino, realiza un adelantamiento, o alguna maniobra agresiva que requiere de un cambio de este tipo en la conducción, una vez llegado a 1rad hacia la derecha, este no se mantiene por mucho tiempo, aproximadamente 2 segundos para posteriormente realizar el regreso a la posición cero en el mismo tiempo que se llegó a 1 rad.

Una vez retornado a la posición cero, se permanece durante 8 segundos hasta que llega el siguiente cambio de dirección, este cambio de dirección es hacia la izquierda en esta ocasión y vuelve a tomar 1 segundo hasta llegar a 1 rad, es un cambio similar al anterior pero con un cambio de sentido, en lugar de girar hacia la derecha es hacia la izquierda, igualmente se mantiene el cambio por 2 segundos y se regresa a la posición cero en 1 segundo, como se mencionaba anteriormente, este tipo de maniobras son agresivas pero pueden observarse en distintos escenarios (evadir un obstáculo, realizar un rebase, esquivar un bache o imperfección en el camino, evitar una colisión, etc.).

Se mantiene entonces la posición cero durante 52 segundos, casi un minuto, en este punto llega un cambio de dirección hacia la izquierda, progresivo pues toma 5 segundos y llega a 0.8 rad, en este punto no se detiene el cambio de dirección sino que se corrige un poco en esa dirección, tomando nuevamente 5 segundos para pasar de 0.8 rad hasta 0.95 rad, esto representa un cambio de dos tiempos, inicialmente partiendo de la posición cero, llegando a los 0.8 pero una vez en esa magnitud realizando un giro aún mayor hasta los 0.95 rad, todo esto en un total de 10 segundos, por lo que es un cambio menos agresivo que los anteriores pero que se exhibe en un comportamiento compuesto, una vez llegado a los 0.95 rad entonces toma 5 segundos para regresar a la posición cero.

Se mantiene por 15 segundos la posición cero, hasta que en el instante de los 150 segundos se produce el siguiente cambio de dirección, en esta ocasión es un cambio hacia la izquierda, este cambio de dirección se genera de forma más lenta que todos los anteriores, tomando un tiempo de 10 segundos, para llegar a los 0.6

rad, un cambio con una magnitud menor que todos los anteriores, pero a tener en cuenta que toma más tiempo que todos los anteriores en su primer cambio, en este caso no se mantiene el cambio de dirección, ya que inmediatamente después de llegar a los 0.6 rad, se regresa a la posición cero, tomando otros 10 segundos, este tipo de cambios lentos pero constantes sin mantenerse en una dirección por un cierto lapso son maniobras que se pueden encontrar cuando un vehículo se desplaza por vías como autopistas en las que debe tomar una salida, y lo realiza a una velocidad constante, así como en ciertas vías o avenidas amplias que cuentan con ciertas curvas que se prolongan por un cierto tiempo, lo que exige que se realice un cambio de dirección para posterior regresar a la posición cero, sin la posibilidad de mantener este cambio de dirección puesto que no es necesario.

Durante un minuto entero no sucede ningún cambio, hasta que en el instante de los 230 segundos ocurre un cambio de dirección a la derecha, es en este punto que se genera el cambio más longevo de todos los anteriores, ya que durante 15 segundos el vehículo gira hacia la derecha, hasta una magnitud de 0.7 rad, magnitud menor que la máxima hasta ahora observada, pero importante de considerar que este cambio es demasiado lento a comparación de los anteriores, se produce entonces y no se mantiene en ningún punto la magnitud pues al igual que el cambio anterior, inmediatamente posterior a la llegada de los 0.7 rad, este regresa a la posición cero en 15 segundos nuevamente, en total este cambio consume un total de medio minuto, marcando definitivamente el cambio más lento en todo el recorrido simulado.

Al llegar a la posición cero en 260 segundos, esta vez no ocurre un periodo de mantenerse en esa posición puesto que en ese mismo instante ocurre un último cambio de dirección hacia la derecha nuevamente pero con mayor magnitud que el anterior pues este llega hasta 1 rad, y además el tiempo es distinto, este cambio se produce en un menor tiempo que el anterior, ya que este cambio toma 10 segundos, esta dirección se mantiene por 5 segundos para posteriormente regresar a la posición inicial en cinco segundos, por lo que este cambio no es simétrico, en el sentido de que toma más tiempo al iniciar el cambio de dirección que al regresar de esa posición hacia la posición cero, finalmente los últimos segundos del trayecto se mantiene en la posición cero para completar el trayecto de los 300 segundos que se ha mantenido en todos los escenarios hasta ahora.

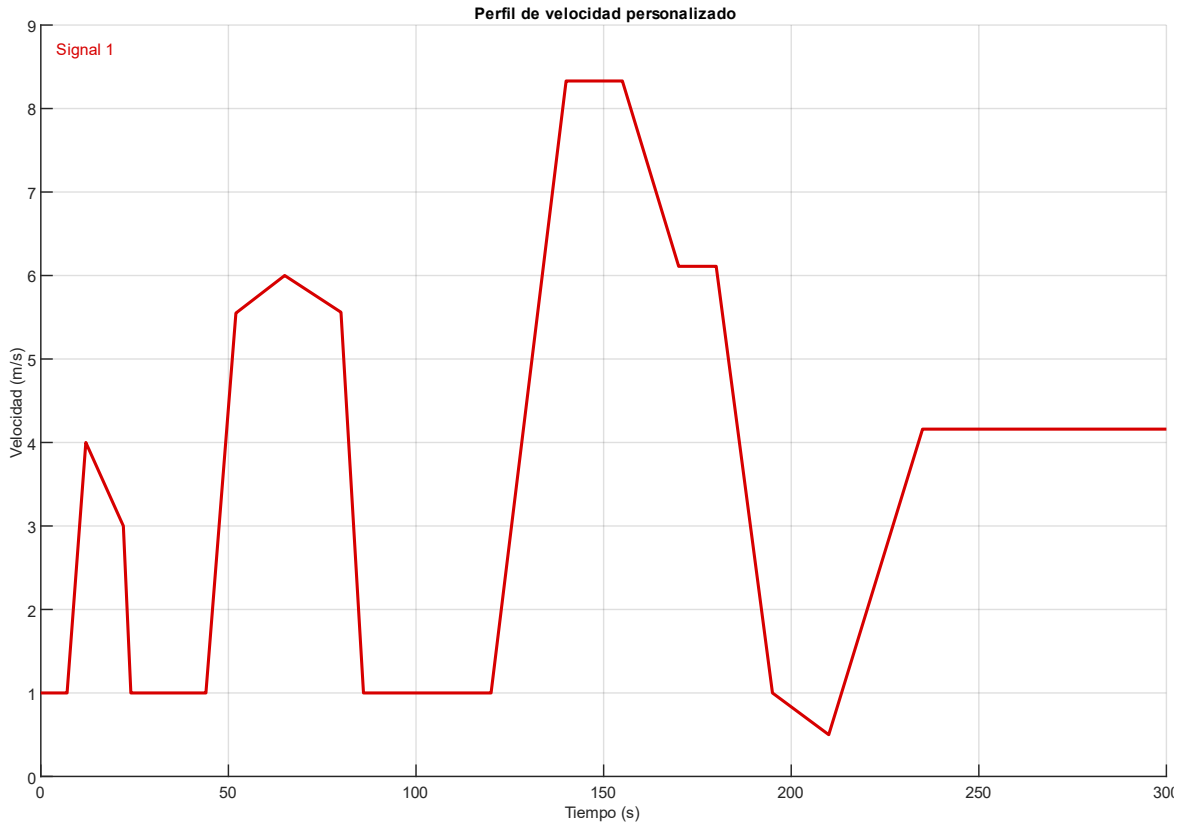


Figura 3.6. Ciclo de velocidad para el tercer escenario.

Como se mencionó unos párrafos atrás, el perfil de velocidad para este escenario ya no es el ciclo Europa, sino que se utiliza un ciclo de velocidad personalizado, con el objetivo de tener un escenario con menos restricciones y con posibilidades de expandirlo aún más en el estudio dinámico del vehículo.

El ciclo de velocidad está pensando para mantener una similitud con el ciclo Europa, por lo que es posible que resulte familiar a la vista cuando se le observa, sin embargo este ciclo cuenta con diferencias importantes como velocidades que aún después de alcanzar una magnitud no se mantienen en ella sino que hacen otro cambio, ascendente o descendente, la segunda mitad del ciclo de velocidad no cuenta con tantas diferencias con respecto al ciclo Europa, por lo que es posible que se piense que se está utilizando ese perfil de velocidad pero esto no es así, el perfil de velocidad de este escenario además está pensado para aprovechar los cambios de dirección que el vehículo presenta, mientras que en los escenarios anteriores esto era de manera inversa, se intentaba aprovechar el ciclo Europa para incorporar cambios de velocidad donde pudieran presentar relevancia, de ese modo tenemos un perfil de velocidad que va más de la mano de un perfil de conducción, como suele suceder con un vehículo cotidiano en el que el conductor maniobra y

realiza cambios de dirección acompañados de una conciencia de la velocidad que este lleva.

Otra diferencia para destacar se encuentra en el estado “inicial” ya que el ciclo Europa se encontraba cercano a 0, como ya se ha mencionado, por una restricción del modelo en el que el término de velocidad se encuentra en denominador, este no puede ser 0 para evitar indeterminaciones, pero el ciclo que se utiliza en este caso tiene una magnitud de 1 m/s (3.6 km/h). Esto asegura que en todo momento el vehículo se encuentra en movimiento, aún a velocidades bajas, lo que además permite mantener un cierto nivel de inercia sobre el cuerpo, lo que vuelve interesante la influencia que puede llegar a tener una velocidad de este tipo sobre el vehículo.

Así pues, entonces en el segundo 7 se incrementa la velocidad durante 5 segundos para pasar de 1 m/s a 4 m/s (aproximadamente 14.4 km/h), una vez llegado a los 4 m/s el vehículo reduce su velocidad durante 10 segundos, en los que pasa de 4 m/s a 3 m/s (10.8 km/h), llegado este punto entonces el vehículo reduce completamente su velocidad durante 2 segundos hasta llegar a la velocidad inicial de 1 m/s, una reducción importante en cuestión del tiempo, que puede encontrarse en una situación de frenada agresiva.

Una vez pasado este primer cambio el vehículo se mantiene en su velocidad de 1 m/s durante 20 segundos, momento en el cual incrementa nuevamente su velocidad de 1m/s hasta 5.55 m/s (19.8 km/h) en un tiempo de 8 segundos, una subida no tan rápida como la mostrada en el intervalo anterior, una vez llegado a los 5.5 m/s, el vehículo no mantiene su velocidad sino que la incrementa un poco más pasando de 5.5 m/s a 6 m/s (21.6 km/h) en un tiempo de 13 segundos, lo que significa que este aumento de velocidad toma aún más tiempo que lo que le tomó al vehículo incrementar inicialmente de 1 m/s a 5.5 m/s, una vez que llega al pico de 6 m/s regresa a los 5.5 m/s en 15 segundos, una diferencia de 2 segundos del cambio anterior, lo que hace que este aumento de velocidad sea asimétrico, es decir, no lleva el mismo tiempo incrementar la velocidad que lo que le toma reducirla, pues la reducción es más lenta, una vez llegado a 5.5 m/s en la reducción, se vuelve a reducir la velocidad del vehículo durante 6 segundo hasta alcanzar 1 m/s otra vez.

El vehículo mantiene su velocidad de 1m/s durante 32 segundos, un poco más de medio minuto, una vez llegados los 120 segundos el vehículo comienza a incrementar progresivamente su velocidad con una pendiente mucho menor que las vistas anteriormente, tomando un tiempo de 20 segundos para pasar de 1m/s hasta 8.33 m/s (29.98 km/h), esta velocidad se mantiene por aproximadamente 15 segundos, momento en el cual entonces el vehículo reduce un poco su velocidad para pasar de 8.33 m/s a 6.11 m/s (21.99 km/h) consumiendo un tiempo de 15 segundos, un tiempo lento considerando que los cambios anteriores tomaban ese

tiempo para regresar hasta 1m/s, lo cual representa que el vehículo redujo su velocidad de forma muy gradual, sin presentar una frenada fuerte o una pendiente muy pronunciada en la curva de la velocidad observada, el vehículo mantiene esta velocidad de 6.11 m/s durante 10 segundos, instante en el cual entonces reduce su velocidad por segunda vez hasta 1 m/s tomando un tiempo de otros 15 segundos, este es el mismo tiempo que tomó el vehículo de reducir de 8.33 m/s a 6.11 m/s, como se mencionaba ese cambio había sido muy gradual mientras que este fue más notable, llegado al 1m/s el vehículo reduce su velocidad una vez más pasando de 1m/s a 0.5 m/s (1.8 km/h), en un tiempo de 15 segundos nuevamente, este es el cambio más suave hasta ahora puesto que considerando una reducción de únicamente 0.5 m/s este cambio toma un tiempo similar al que han tomado cambios de mayores magnitudes.

Una vez en el punto más bajo de velocidad registrado hasta ahora el vehículo entonces incrementa una última vez su velocidad para pasar de 0.5 m/s a 4.16 m/s (14.97 km/h), un cambio que toma un aproximado de 25 segundos, por mucho el cambio más tardado hasta ahora, lo que significa que el vehículo mantiene este incremento por periodo más prolongado que los demás cambios que se han mencionado, una vez llegado a esta velocidad, el vehículo se mantiene en ella para finalmente terminar los 300 segundos de simulación.

Es con estas dos entradas como el tercer escenario se crea y por lo tanto presenta un escenario completamente diferente, al no contar con espacios de paro, y además al realizar cambios de velocidad en un mayor número de ocasiones, esto se verá en la sección de análisis de resultados para corroborar cuál es el impacto e influencia de las dos entradas.

Capítulo 4. Análisis de resultados

Este capítulo explica los resultados obtenidos y analiza lo que se obtuvo a partir de las simulaciones realizadas, así como mostrar las diferencias que existen para distintos escenarios, realizar una comparación entre los mismos y poner en foco las cualidades destacables de la plataforma así como realizar la aclaración sobre el tipo de resultados obtenibles en esta plataforma, al igual que proveer una discusión sobre la calidad de los resultados que son obtenibles y cuáles son algunos cuidados a tener al trabajar con este tipo de plataformas.

4.1 Resultados Escenario 1

A partir de la simulación del primer escenario en el cual se tomaba un perfil de conducción suave, con cambios de dirección al mismo máximo/mínimo de 1 rad, se obtienen dos respuestas como lo describe el espacio de estados, como ya se mencionaba en secciones pasadas, la lectura de estas salidas se obtiene directamente de la salida del bloque de la función S, y estas salidas se observan gráficamente en un scope de Simulink para llevar un registro punto a punto de todos los cambios que se presentan sobre las magnitudes de las salidas.

A continuación, se muestra en una figura las 2 señales de entrada descritas en el escenario 1 y a su lado las dos respuestas obtenidas en la simulación.

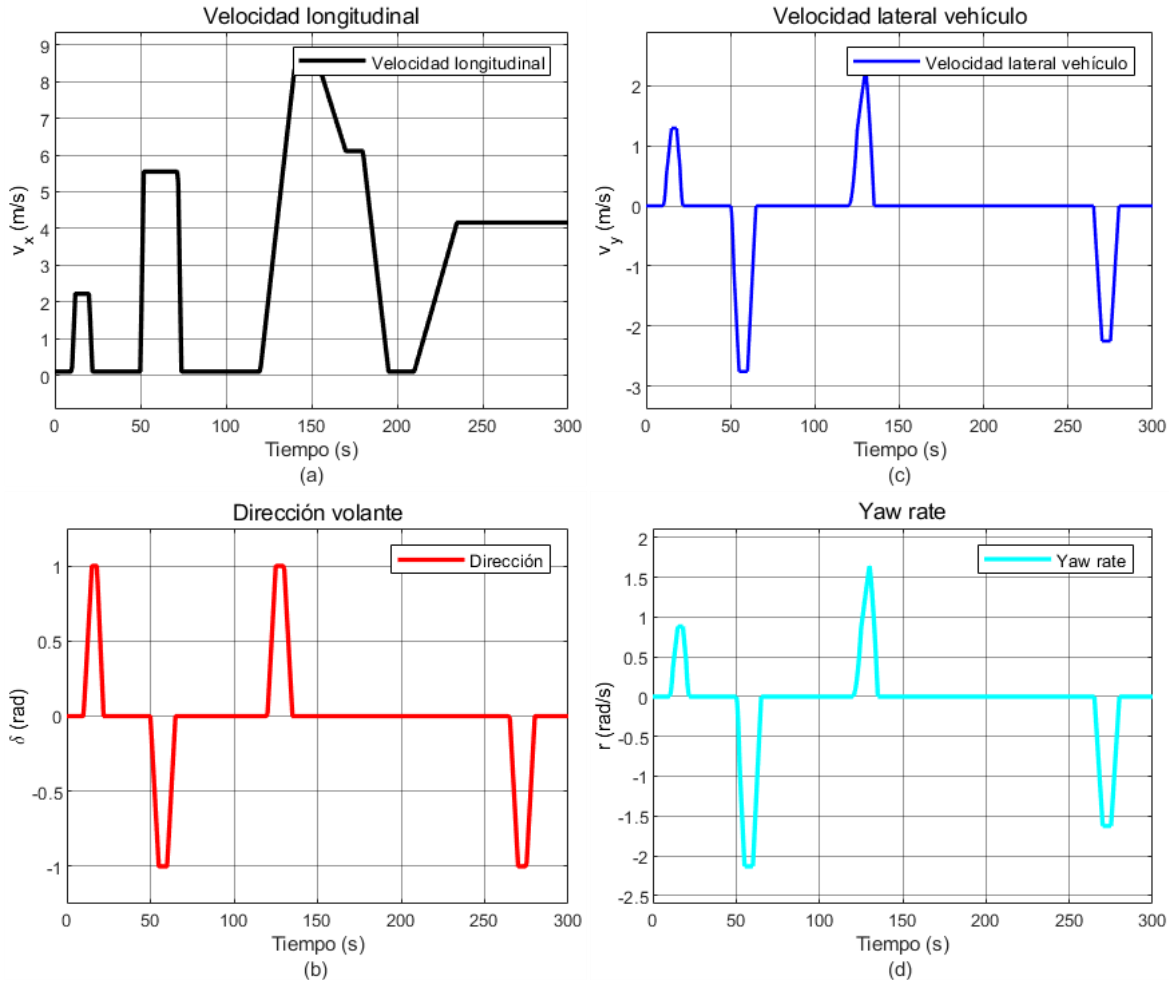


Figura 4.1 Respuestas obtenidas del primer escenario de conducción. A) Velocidad longitudinal del vehículo. B) Dirección del volante. C) Velocidad lateral del vehículo. D) Yaw rate del vehículo

En la Figura 4.1 se puede apreciar ambas respuestas (Figuras 4.1c y 4.1d) así como las señales de entrada (Figuras 4.1a y 4.1b) que están siendo introducidas al modelo, es notable que tanto la velocidad lateral (Figura 4.1c) como la razón de cambio en yaw (Figura 4.1d), son muy similares, tanto en las amplitudes que toman así como el instante en el que toman dichos valores, lo cual en un principio puede indicar una fuerte correlación y codependencia el uno del otro, esto no es un comportamiento extraño; recordando el significado de cada término, es comprensible que cualquier cambio de dirección que vaya acompañado de una velocidad distinta de 0 m/s, tendrá influencia en el comportamiento lateral del vehículo así como en el momento yaw, puesto que este se encuentra asignado al eje de referencia Z, que es normal al vehículo.

Se pueden notar diferencias respecto a los valores máximos que llegan a tocar ambas respuestas, por un lado la velocidad lateral (Figura 4.1c) excede el valor de 1 m/s en el primer cambio que tiene, mientras que el yaw rate (Figura 4.1d) se

mantiene por debajo de 1 rad/s, en el segundo cambio se aprecia que la velocidad lateral excede el valor de 2 m/s y se acerca a 3 m/s, mientras que el yaw rate ligeramente se encuentra por encima de 2 rad/s, en el tercer cambio la velocidad lateral excede claramente los 2 m/s, y el yaw rate está solamente un poco por arriba de 1.5 rad/s, finalmente en el cuarto y último cambio se nota que la velocidad lateral excede a 2 m/s y el yaw rate se queda marginalmente pasando el valor de 1.5 rad/s, es importante aclarar que el hecho de que se presenten valores negativos obedece más bien al sentido o dirección de la magnitud, no necesariamente que estos valores reduzcan por debajo de un valor de 0 (rad/s o m/s), simplemente es por el sentido hacia el cual se orientan las magnitudes.

Como se puede notar en todos los cambios presentes durante la simulación realizada, los cambios, sea el sentido que sea, toman valores de mayor magnitud en la velocidad lateral (Figura 4.1c) que en el yaw rate (Figura 4.1d), esto se debe en principio a que el yaw rate está relacionado con la forma en como el cuerpo rígido, en este caso el vehículo y su masa generan ese momento sobre z y que tan rápido lo hacen, por lo tanto el movimiento de una masa y su giro serán menores debido a que para giros pequeños como los que se están realizando en el escenario 1, no se apreciaría que el cuerpo necesitaría realizar giros tan bruscos, de ahí que los valores que tome el yaw rate sean menores a los de la velocidad lateral.

Los valores de la velocidad lateral son mayores en principio porque estos llevan una relación directa con la forma en como el vehículo se desplaza, de modo que cualquier cambio, se reflejaría inmediatamente, aun por pequeño que sea en la dirección, ya que los neumáticos serán los encargados de llevar a cabo este cambio de dirección y por lo tanto serán sujetos a transferir esta velocidad lateral que ejerce el cuerpo que se apoya sobre ellos al moverse; de este modo es claro la razón por la cual la velocidad lateral se le observa tomar valores mayores a aquellos que tiene el yaw rate, siendo que uno es meramente un efecto del cuerpo inmediato y el otro (la velocidad lateral) lleva consigo acumulado además de la velocidad longitudinal, el cuerpo que se apoya en los neumáticos.

Otro resultado interesante que se extrae de la simulación del primer escenario es la realización sobre lo que se mencionaba en capítulos anteriores referentes a que se generaría una fuerza en y, o fuerza lateral como el resultado de un cambio de dirección en el volante además que esto sería la principal razón para generar un momento en yaw, lo cual es posible apreciar del escenario planteado, pues se observa que incluso aunque hay puntos donde que la velocidad longitudinal toma valores distintos de cero o aumenta de forma gradual, ni la velocidad lateral ni el yaw rate se inmutan ante estos cambios, no es hasta que se genera un cambio de dirección hacia cualquiera dirección, que tanto la velocidad lateral como el yaw rate

se muestran sensibles a estos cambios y responden variando sus magnitudes a medida que los cambios de dirección suceden.

De este escenario además otro resultado a recalcar es el hecho de necesitar forzosamente una velocidad distinta de cero, puesto que estos cambios no se mostrarían en las salidas de no ser porque en cada cambio de dirección viene acompañado de un valor en la velocidad distinto de cero, como es el caso de la última parte de la simulación, en la que la velocidad se estabiliza en un valor constante, valor distinto de cero, aún en este caso, los cambios en la dirección son notados a la salida.

Este escenario de conducción como se muestra en esta sección, es bastante ilustrativo pues muestra los efectos de los cambios de dirección cuando la velocidad se estabiliza en un valor distinto de cero, cuando la velocidad presenta cambios, cuando la velocidad es casi nula, en todos estos puntos se tiene un señal construida de modo que se pueda apreciar cuál será la respuesta cuando se combinan estas dos entradas en el comportamiento que sea, y cuál será el efecto que se observe en las salidas. Esto permite conocer de mejor manera los comportamientos dinámicos del vehículo bajo la acción de casos diversos, no solamente en la presencia de una señal simple y una velocidad fija, abriendo entonces la posibilidad a realizar análisis más exhaustivos que sean de interés sobre la dinámica del vehículo.

4.2 Resultado Escenario 2

Para el escenario 2 en el cual el perfil de conducción es un poco más variado, con valores máximos y mínimos distintos además de giros de distinta magnitud para cada cambio de dirección que se hace, los resultados obtenidos se muestran a continuación, se utiliza el mismo formato de representación gráfica que en el primer escenario para facilidad de comparación, así como tener un estilo de representación igualitario para ambos casos.

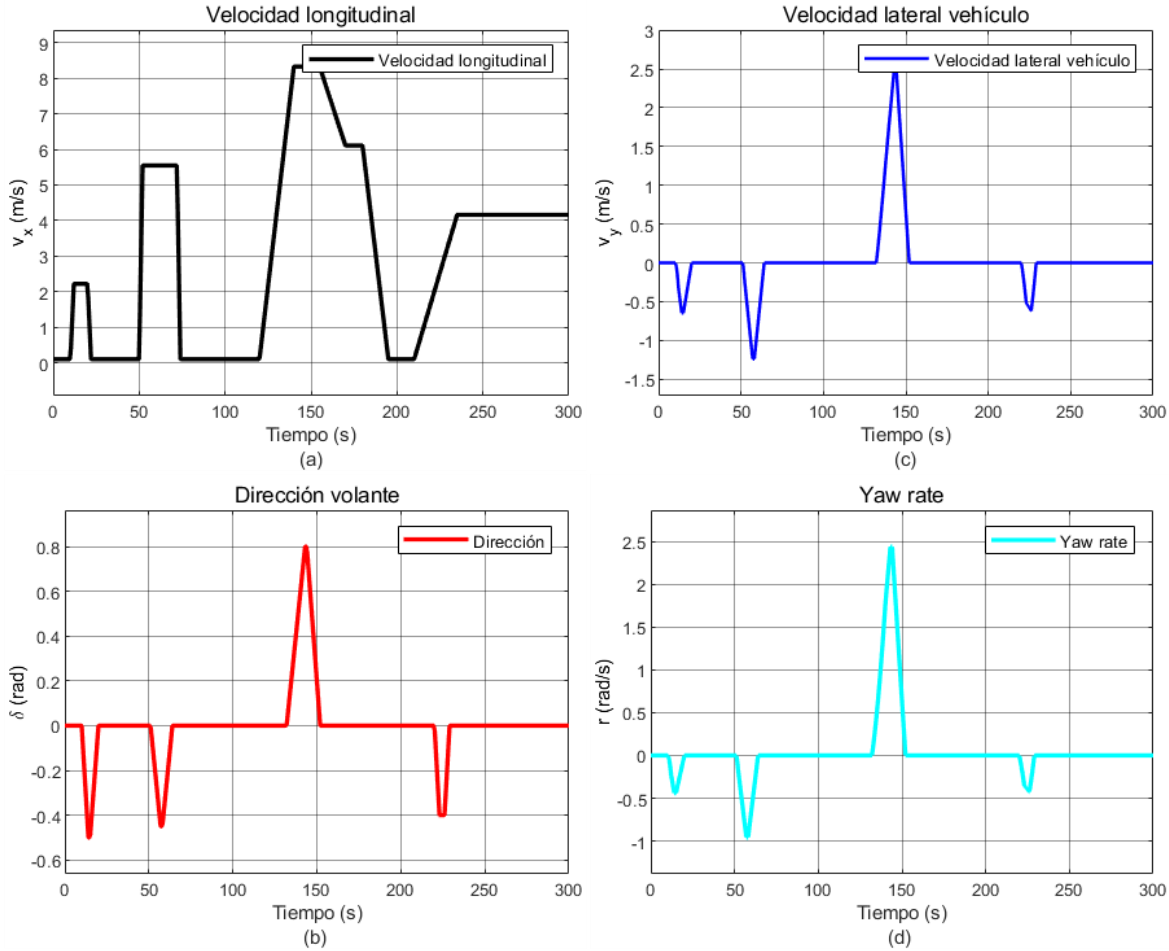


Figura 4.2 Resultados obtenidos del segundo escenario. A) Velocidad longitudinal del vehículo. B) Dirección del volante. C) Velocidad lateral del vehículo. D) Yaw rate del vehículo

Se puede notar como en los primeros dos cambios de dirección, las respuestas tienen magnitudes pequeñas (Figuras 4.2c y 4.2d), comparadas con el primer escenario donde se alcanzaban en ambas salidas valores cercanos o mayores al 1, en este caso la velocidad lateral (Figura 4.2c) ligeramente se encuentra por encima de 0.5 m/s, lo que indica una velocidad lateral pequeña, resultado de un cambio de dirección que no es tan pronunciado como lo era en el primer escenario, el yaw rate (Figura 4.2d), igualmente siendo dependiente de cuánto se gire el vehículo se muestra por debajo de 0.5 rad/s, otro punto a destacar es que esto se debe en igual medida al hecho de que la velocidad longitudinal que se toma en este cambio de dirección está ligeramente por encima de 2m/s, la cual es una velocidad baja como para generar velocidades laterales y momentos significativamente mayores aun cuando existan cambios de dirección, pues el vehículo no lleva la velocidad longitudinal suficiente para girar con tanta energía.

Pasando al siguiente cambio de dirección, se muestra un resultado interesante, puesto que este cambio de dirección es de menor valor que el anterior, sin embargo,

la respuesta en ambas magnitudes es de mayor magnitud que en el punto anterior, la velocidad lateral (Figura 4.2c) es mayor a 1 m/s y el yaw rate (Figura 4.2d) se acerca a 1 rad/s, esto en principio no tendría sentido si en el punto anterior se ha mencionado que el cambio de dirección era más pronunciado, no obstante, como se mencionó, la velocidad longitudinal con la que el vehículo se mueve era de bajo valor, para este punto, el vehículo lleva una velocidad longitudinal mayor, por lo que este cambio de dirección, aunque menor, se magnifica y genera que en consecuencia los valores sean mayores pues al tener una mayor velocidad longitudinal, el vehículo tiene una mayor capacidad de ser susceptible a este cambio de dirección y por tanto responder con mayor magnitud en estos parámetros.

Para el tercer giro que es un giro de izquierda, se encuentra cercano al 0.8 rad, pero coincide que en este punto el vehículo lleva la velocidad longitudinal máxima que alcanza durante este perfil de velocidad que es de 8.33 m/s, la cual es considerablemente mayor que el primer valor cercano a los 2 m/s, esto tiene una gran influencia en que tanto la velocidad lateral como el yaw rate se exhiban de mayor magnitud en este punto, llegando a superar ambos los valores de 2 (m/s y rad/s), la velocidad lateral incluso se sitúa por encima de 2.5 m/s, esto es de recalcar porque si se compara con los resultados del primer caso, en el primer caso, a pesar de haber seguido el mismo perfil y además de haber tomado valores angulares mayores, no se obtenía en ningún punto una respuesta superior a 2.5 (m/s o rad/s dependiendo que respuesta se analice), lo máximo fue superior a 2 (m/s en el caso de la velocidad lateral), en el punto de máxima velocidad longitudinal y eso con un ángulo de 1 rad.

Se debe tener en cuenta aquel detalle que se mencionó anteriormente, en el primer caso, aunque llegaba el valor a 1 rad para la dirección, se mantenía, esto quiere decir que, en ese punto, la capacidad para generar la velocidad lateral o el yaw rate se ven reducidas, puesto que estas dependen en gran medida del cambio, no tanto del valor que se tome, como se puede apreciar en el segundo caso, en el cual se observa que a pesar de ser menores los valores pero no llegar a mantenerse sino que al llegar a su punto máximo este no mantiene su magnitud sino que retorna a un valor de 0 rad, esto crea que estos cambios se aprecien en la respuesta obtenida, la velocidad longitudinal es igualmente importante ya que de no existir esta velocidad longitudinal, este valor mayor a 2.5 m/s mostrado en la velocidad lateral no sería posible.

Para el último tramo del trayecto se muestra un cambio de dirección que es el menor de todos en magnitud, este cambio coincide con un punto en el que el vehículo se acerca a una velocidad longitudinal, pero una vez llegado a un valor ligeramente superior a los 4 m/s, se mantiene constante, esto es interesante porque hasta ahora se ha analizado en puntos donde la velocidad longitudinal es cambiante al igual que

la dirección en el volante, pero este punto es uno en el que la velocidad longitudinal se muestra cambiante pero después se estabiliza en un valor distinto de 0 m/s, en este punto se observa como la respuesta en ambas salidas tiene su valor más pequeño, de todo el trayecto, (claro sin contar aquellos puntos donde no hay cambios de dirección) en el cual se aprecia que la velocidad lateral solamente llega a estar por encima de 0.5 m/s, y el yaw rate por debajo de 0.5 rad/s.

En este último punto, claramente hay una diferencia significativa con el primer escenario, puesto que, en ese escenario, ambas magnitudes de las salidas (Figuras 4.2c y 4.2d) se mostraban superando el 1.5 (m/s para la velocidad lateral y rad/s para el yaw rate), la velocidad lateral incluso supera los 2 m/s, y surge la pregunta de ¿Por qué pasa esto?, la respuesta a esta pregunta si bien no es sencilla, tiene una explicación que se ha mencionado ligeramente en puntos anteriores, los resultados de las salidas dependen de una mezcla de la velocidad longitudinal que el vehículo lleve y los cambios de dirección que este pueda tomar, por lo que si el vehículo lleva una velocidad longitudinal que se encuentra incrementando pero no realiza un cambio de dirección, entonces ni la velocidad lateral ni el yaw rate se verán afectados por esto, a pesar de que una velocidad longitudinal alta le dota al vehículo de la capacidad de generar velocidades laterales y yaw rate más elevados, incluso si son realizados con cambios de dirección poco pronunciados, como se apreció en el segundo escenario en el punto de velocidad longitudinal máxima.

Si por otro lado, el vehículo se encuentra en una velocidad longitudinal baja y el vehículo toma un cambio de dirección pronunciado, el vehículo no cuenta con la capacidad, por la energía que lleva, de generar momentos y velocidades laterales significativas, que es algo que se pudo apreciar en el escenario 1 cuando el cambio de dirección primario se realizaba, el vehículo no contaba con una alta velocidad longitudinal, de modo que la respuesta no era de valores elevados, al igual que el escenario 2, en el que el primer cambio de dirección es el segundo en orden de magnitud, pero al estar en ese tramo donde la velocidad longitudinal es pequeña, los valores obtenidos a la salida son igualmente pequeño.

Por último, si el vehículo se encuentra en una velocidad longitudinal constante, este tiene capacidad de generar momentos y velocidades laterales pero esto dependerá en gran medida de qué tan pronunciado sea el cambio de dirección, ya que como se muestra en el primer escenario, en el último tramo de velocidad longitudinal constante el cambio de dirección es cercano a 1, y en consecuencia las respuestas lo muestran en valores elevados, sin embargo en el escenario 2, el cambio de dirección es pequeño y a pesar de que el vehículo tiene la velocidad longitudinal suficiente para poder generar estas velocidades laterales, no se exhiben debido a que el cambio de la dirección es pequeño.

El punto en el que el vehículo será por tanto más capaz de generar velocidades laterales y momentos de magnitudes considerables será en esos puntos donde se combine una buena velocidad longitudinal y además, como se vio en el escenario 2, un cambio de dirección que no se mantenga constante en ningún punto, esta combinación de condiciones producirá las velocidades laterales y momentos de mayor magnitud, por lo que se entiende que en un escenario donde un vehículo se mueva a gran velocidad longitudinal y se genere un cambio de dirección, este resultará en velocidades laterales y momentos elevados, que en la vida real podrían desencadenar algún incidente o falla de seguridad.

4.3 Resultado Escenario 3

Para el tercer escenario se tiene un perfil de velocidad completamente distinto a los dos primeros escenarios, como se ilustra en la Figura 4.3, el perfil de conducción ha sido distinto para los 3 escenarios, mientras que en este caso el contar con una velocidad distinta presenta resultados interesantes.

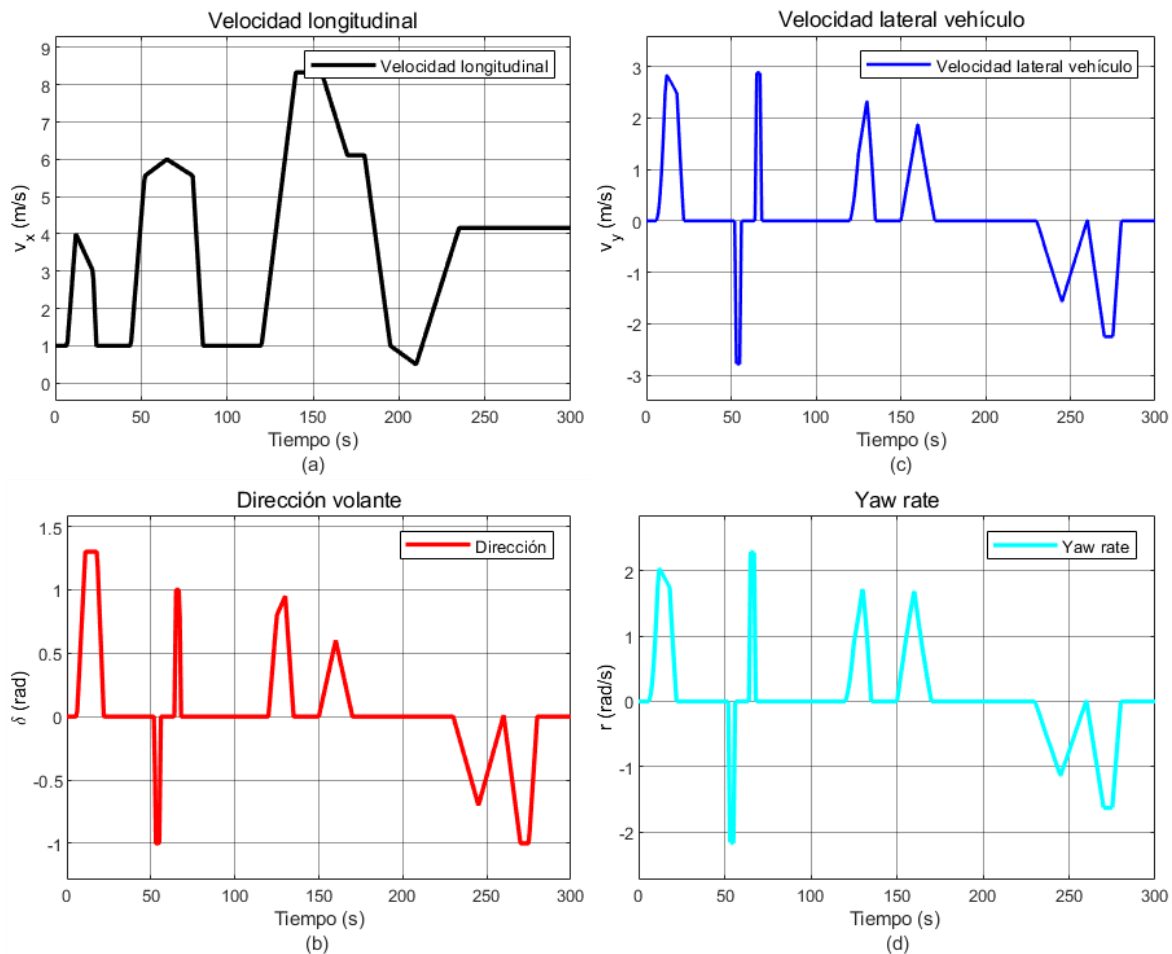


Figura 4.3. Respuesta obtenida del tercer escenario. A) Velocidad longitudinal del vehículo. B) Dirección del volante. C) Velocidad lateral del vehículo. D) Yaw rate del vehículo

Empezando por una inspección visual, se puede notar que tanto la respuesta de la velocidad lateral (Figura 4.3c) como el yaw rate (Figura 4.3d) del vehículo presentan comportamiento que podría catalogarse como similar, sin embargo es de notar las magnitudes que alcanzan a tomar, esta similitud se aprecia simplemente en la forma de la señal obtenida, no en los valores, y esto es un aspecto importante a recalcar puesto que en los dos anteriores escenarios, en los cuales la velocidad longitudinal (Figura 4.1a y 4.2a) era de un perfil similar, esta condición se apreciaba de igual manera, ambas respuestas se formaban en un aspecto visual de la misma manera.

En un principio podría pensarse que debido a que el vehículo mantiene en todo momento una velocidad longitudinal (Figura 4.3a) distinta de cero, los resultados indicarían que las velocidades laterales y momentos deberían mostrarse significativamente distintos, esto puede bien deberse al hecho de que esta aproximación no considera los efectos a baja escala que se puedan presentar en un vehículo, así como velocidades laterales o momentos generados por agentes externos al vehículo, dicho estudio de aquellas condiciones queda fuera del área de trabajo de este documento.

Inicialmente el vehículo cuenta con un cambio de dirección (Figura 4.3b) hacia la izquierda que sobrepasa 1 rad como se describió en el escenario, en esta mezcla con la velocidad longitudinal que tiene en ese punto, el yaw rate se muestra que tiene un aumento inicial de forma “suave” puesto que se aprecia una subida en una curva que comienza ascender lo que significa que el vehículo comienza a moverse en esta dirección generando este momento, para que unos instantes después aumente significativamente con una pendiente pronunciada, logrando alcanzar valores cercanos a 2 rad/s, un valor que en el escenario 2 únicamente se había alcanzado con la mayor velocidad longitudinal del trayecto, sin embargo, al ahora encontrarse en una mezcla de velocidad longitudinal y un cambio de dirección pronunciado, el vehículo fácilmente genera un momento en el yaw rate, esto sería un comportamiento esperado porque a pesar de no estarse moviendo a una velocidad longitudinal mayor que la que se encuentra en todo el recorrido sí es de notar que el cambio de dirección generado en la señal de entrada de volante es de la mayor magnitud en todo el recorrido, esto explica que aunque el vehículo pueda llevar una velocidad longitudinal de baja magnitud, un cambio agresivo en la dirección generará un momento de giro considerable. Es de interés señalar esto puesto que en muchos escenarios cotidianos un cambio de dirección agresivo puede resultar en que este momento sea tal que cuente con la capacidad de generar una volcadura o una inestabilidad de tal magnitud que resulte prácticamente imposible para el conductor mantener el control del vehículo.

En el siguiente cambio se tiene que el yaw rate alcanza un valor aproximado a 2.2 rad/s, en sentido hacia la derecha, puesto que en este cambio la dirección que se

toma es ésta, en este punto el cambio de dirección con el que el vehículo realiza la maniobra es menor que en el instante anterior, sin embargo se observa que el yaw rate es mayor, esto sucede en esta combinación debido a que la velocidad longitudinal con la que el vehículo hace el cambio de dirección es mayor que en el punto anterior, lo que magnifica que cualquier cambio de dirección genere un momento de mayor magnitud, esto se puede observar en los escenarios cotidianos en los que en un vehículo al ir a una velocidad longitudinal alta, un cambio de dirección repercute gravemente en las fuerzas que se ejercen sobre el vehículo, cualquier conductor podrá constatar este hecho si alguna vez ha tenido que realizar una maniobra de cambio de dirección en vialidades donde la velocidad longitudinal es alta.

Este cambio en el yaw rate se repite en el siguiente cambio, mostrando así un comportamiento simétrico con respecto al eje horizontal, puesto que el cambio se genera en un punto similar de velocidad pero exactamente igual de dirección solo que con sentido opuesto, de ahí que el yaw rate se muestre con dos formas idénticas pero en sentidos opuestos, la diferencia se encuentra en la magnitud ya que en este tercer cambio, la velocidad longitudinal llega a un pico y a partir de ahí comienza un descenso lento, lo que significa que el vehículo al llevar más velocidad longitudinal cuenta con mayor capacidad para generar un momento mayor, y esto se nota al observar que el máximo valor de este cambio en el yaw rate es más cercano a 2.5 rad/s que en el anterior.

Este es el valor más grande que se registra en todo el recorrido sobre el yaw rate del vehículo, a pesar de que en otros puntos el vehículo cuenta con mayor velocidad longitudinal, los cambios de dirección son de menor magnitud, lo cual como se ha visto hasta ahora es una combinación necesaria para que el vehículo lleve el mayor momento posible.

Estos dos cambios en el yaw rate poseen una forma particular pues aunque es verdad que son de los que cuentan con las mayores magnitudes también destacan por su duración, ya que el primer yaw rate que se generaba tenía un ascenso suave, después descendía levemente para finalmente terminar en cero después de un último cambio de mayor pendiente, pero en estos dos momentos generados se observa que su duración es muy corta, son momentos que vertiginosamente aumentan pero descienden de la misma forma, lo cual se puede expresar en que el momento exhibe un comportamiento casi de un pulso, se genera rápidamente pero no se mantiene, reduce rápidamente también.

Estos dos cambios son importantes puesto que un momento que se genera y desaparece en tan poca duración puede generar diversos efectos, como fallas en la estructura, debido a un sobrepaso en la rigidez del cuerpo, daños a los elementos de contacto con la superficie, debido que este momento exigirá a dichos elementos

a cargar con el peso del vehículo en un cambio demasiado abrupto, o puede ser el caso de incluso una pérdida del control del vehículo pues si algún sistema fuera a compensar este tipo de comportamientos, la respuesta del mismo podría ser demasiado agresiva para contrarrestar los efectos de este momento que la misma acción del control contribuiría a una magnificación de dicha inestabilidad.

Durante el siguiente lapso no se observa ningún cambio a pesar de que el vehículo lleva una velocidad longitudinal distinta de cero, como se mencionó, pueden existir distintos factores que generen momentos o velocidades laterales en el vehículo, pero ese no es el propósito de este trabajo y queda fuera de lo analizado.

Llega el siguiente cambio de dirección hacia la izquierda y este cambio de dirección se produce en un punto en el que el vehículo se encuentra aumentando progresivamente su velocidad longitudinal, es el punto en el que el vehículo llegará a su velocidad longitudinal máxima en todo el recorrido, este cambio entonces produce un yaw rate con una forma interesante ya que cuenta con tres pendientes distintas, la primera menos pronunciada que contribuye a la mitad del ascenso del yaw rate, la segunda una pendiente más pronunciada que lleva al yaw rate a alcanzar un valor poco mayor de 1.5 rad/s, lo cual se podría traducir con un momento que inicia de una forma y a la mitad del recorrido se aumenta, esto se hace más evidente, una vez llegado al valor máximo entonces desciende en una pendiente constante pero más pronunciada que aquella con la que el vehículo inició el trayecto.

En este punto se mezclan casi sucesivamente al vehículo dos yaw rate de magnitud similar, en este punto vale la pena hacer notar este hecho pues como se puede apreciar, los momentos no parten de las mismas entradas, es posible apreciar que para el segundo yaw rate, no cuenta con un cambio de dirección de igual magnitud que el anterior, sin embargo también debe notarse la velocidad longitudinal con la que el vehículo en este cambio de dirección se encuentra moviéndose, esto atañe a que mientras el vehículo incrementa su velocidad longitudinal no deberá ser explícitamente necesario un cambio de dirección considerable para generar yaw rate similares, eso se puede notar con la velocidad longitudinal, entre mayor velocidad longitudinal lleve el vehículo los cambios de dirección no tendrán por qué ser tan pronunciados para tener la capacidad de incidir de este modo en el comportamiento dinámico del vehículo, si por otro lado el vehículo no cuenta con una velocidad longitudinal considerable, deberá provenir de un cambio de dirección pronunciado para que este momento en yaw rate se exprese de forma notable.

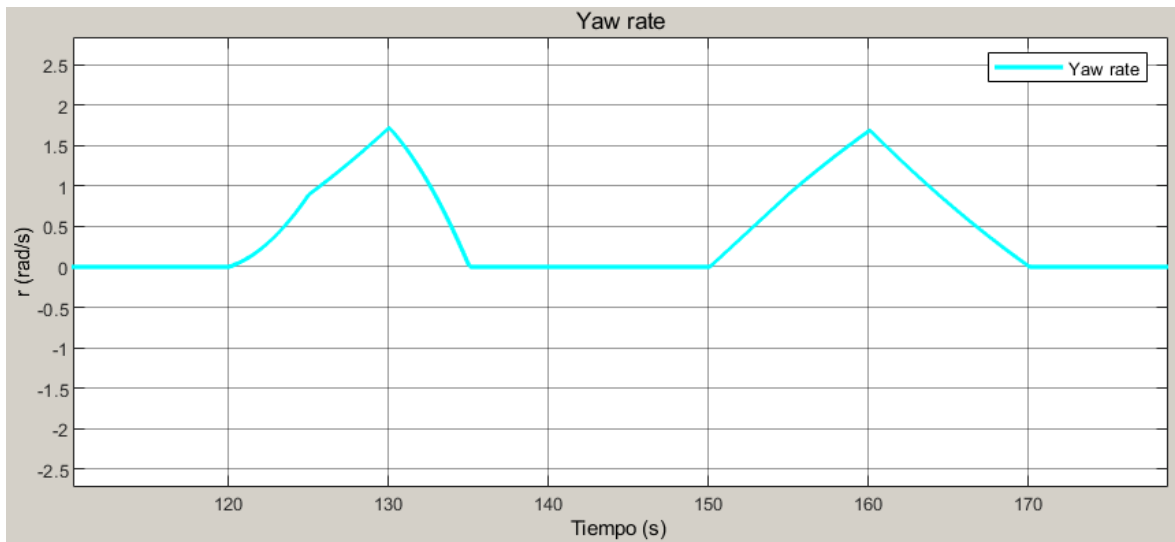


Figura 4.4 Acercamiento a un par de momentos yaw rate similares. Acercamiento de la Figura 4.3d a los 120s-180s.

En este punto cercano a los 160 s aproximadamente, el yaw rate alcanza una magnitud cercana a su anterior rondando 1.5 rad/s, las diferencias con respecto al previo yaw rate se pueden observar en la forma en que ambos se generan, por un lado el primero se muestra en etapas, iniciando una forma suave y comenzando un ascenso hasta 0.8 rad/s aproximadamente y posterior a eso cambiando la velocidad longitudinal a la que se genera el momento, a pesar de que en ese punto el cambio de dirección se va generando con una pendiente menor pero el vehículo en ese punto se encuentra incrementando su velocidad longitudinal, de modo que esto contribuye a que ese cambio de 0.8 rad/s a 1.5 rad/s aproximadamente se genere con una mayor duración para la pendiente observada, como se puede apreciar en la figura 4.4, el retorno hacia 0 rad/s en el primer caso es asimétrico con respecto a la forma en como inicia mientras que en el segundo momento, el ascenso y descenso es de forma simétrica, resultado de la forma en que se generan los cambios de dirección para cada momento respectivamente.

Un aspecto más a destacar en la figura 4.4, que muestra un acercamiento a este par de momentos es la diferencia en su duración, siendo el primer momento más corto que el segundo, lo cual no se explica solamente por los cambios de dirección en ese instante ya que para ambos casos la duración del cambio de dirección son bastante similares, para poder entender este resultado debe tomarse en cuenta el comportamiento de velocidad longitudinal que en esos puntos lleva el vehículo mientras que para el primer caso el vehículo se encuentra en pleno ascenso y se estanca en su punto máximo, para el segundo momento yaw rate el vehículo se encuentra en un descenso por parte lo que significa que en este instante del segundo momento yaw rate, inicia con la velocidad longitudinal máxima a la que ha llegado el vehículo por lo que cuenta con una gran capacidad de generar momento

aún con cambios de dirección menor, posterior a esto el vehículo desciende su velocidad pero no completamente al punto inicial de 1 m/s sino que toma un valor cercano a 6 m/s, considerablemente el segundo punto de velocidad longitudinal más alto del recorrido y por lo tanto el vehículo en este instante al estar bajo la influencia de un cambio de dirección tiene la capacidad de seguir generando momento a pesar que este cambio de dirección ya se encuentra en camino a regresar a la posición inicial, de modo que la velocidad longitudinal permite que este yaw rate se pueda prolongar un poco más hasta que el vehículo reduzca su velocidad hasta un punto en el que ya no cuenta con la misma capacidad de generar momento como en el inicio del cambio de velocidad.

El siguiente yaw rate generado toma lugar en un instante en el que el vehículo se encuentra acelerando para llegar a una velocidad longitudinal estable que será aquella con la que terminará el recorrido, en este caso se aprecia que el cambio de dirección es hacia la derecha, por lo tanto el yaw rate se genera de igual manera en esa dirección, este yaw rate alcanza una magnitud ligeramente por encima de 1 rad/s, este yaw rate se muestra simétrico en el sentido de que en la forma y pendiente con la que inicia hasta llegar a su punto máximo, así mismo lo hace en su descenso hacia 0 rad/s, este yaw rate es el más longevo de todos, lo que significa que en este punto es cuando el vehículo experimenta por mayor tiempo un momento en su dinámica lateral, lo que puede ser bastante notorio por la “base” que tiene este triángulo, este momento es tal además por la influencia de que la velocidad longitudinal se encuentra en un inicio aumentando, lo que dota al vehículo de la capacidad de generar momento como se discutió anteriormente y además el vehículo en este caso no desciende su velocidad longitudinal sino que se mantiene con esta velocidad longitudinal (mayor que con la que inició el cambio de dirección) durante todo este tiempo en el que se cambia de dirección hacia la derecha y se regresa a la posición inicial.

El último yaw rate que se genera es el único en el cual el vehículo mantiene su velocidad longitudinal durante todo el cambio de dirección, lo cual es interesante ya que hasta ahora todos los yaw rate se encontraban en instantes donde había un cambio entre la dirección y velocidad, en este caso solamente la dirección se muestra cambiante y esto permite entender mejor la dinámica lateral del vehículo pues se puede apreciar que a velocidades longitudinales constantes, la dinámica lateral depende únicamente del tipo de influencia de factores laterales como lo es el cambio de dirección, esto se puede apreciar no necesariamente en la magnitud del yaw rate para este punto pero sí en la forma de la salida, la cual se muestra teniendo ascensos y descensos iguales a como lo tiene la dirección para ese instante, esto ayuda a entender que la dinámica lateral tenderá a verse más influenciada por efectos laterales como la dirección y que si bien la velocidad longitudinal permite obtener comportamientos distintos pues contribuye a la capacidad de generar

fuerzas y momentos no es esta entrada la que lleva el control total sobre la dinámica lateral del vehículo, como sería esperado ya que de no contarse con cambios de dirección, idealmente el vehículo no presentaría yaw rate ni velocidades laterales aun cuando la velocidad se encuentre cambiando.

Pasando a analizar la velocidad lateral del vehículo, el trayecto inicia y el vehículo al primer cambio de dirección reacciona teniendo un aumento en la velocidad lateral resultado de este cambio de dirección, se puede notar que la magnitud en este punto es mayor que lo que se podía notar en el yaw rate, llegando para este caso aproximándose a 3 m/s, en este punto la velocidad lateral toma una gran magnitud en parte debido al cambio tan pronunciado en magnitud, puesto que en este instante el vehículo no cuenta necesariamente con la velocidad longitudinal para poder generar esa velocidad lateral y es entonces que aún con baja velocidad, el cambio de dirección de tal magnitud resulta en una velocidad lateral de la magnitud que se mencionaba anteriormente rondando los 3 m/s, debido a que este es el instante en el que el vehículo toma el cambio de dirección de mayor magnitud, la velocidad lateral se puede comparar con aquellos instantes donde los cambios de dirección eran menos pronunciados pero contaban con mayor velocidad longitudinal.

Llegado el segundo instante en dicho punto el vehículo no hace un giro tan pronunciado como el caso anterior, sin embargo el vehículo cuenta con una mayor velocidad longitudinal por lo que resulta en que el vehículo tenga una respuesta de similar magnitud (un poco mayor, cercano igual a los 3 m/s), aquí existe un par de cambios de dirección que ocurren mientras el vehículo se encuentra en una transición de aumento-descenso de la velocidad longitudinal, puesto que el primero de este par de cambios ocurre mientras el vehículo aún alcanza la velocidad longitudinal máxima de este instante, el resultado es que la velocidad lateral de este punto es ligeramente menor que la del segundo de este par ya que en el caso del segundo cambio el vehículo está en un instante en el cual lleva la velocidad longitudinal máxima, debido a esto la velocidad lateral será mayor, a pesar de que el cambio de dirección se produce en la misma magnitud, esto demuestra que para cambios similares de dirección la velocidad longitudinal es de especial interés para que el vehículo pueda obtener una mayor velocidad lateral en los neumáticos. Este segundo del par de cambios de dirección resulta en una velocidad lateral mayor que el primer cambio de dirección de todo el trayecto, a pesar de que este cambio de dirección no es igualmente pronunciado pero la velocidad longitudinal es sustancialmente mayor, dotando al vehículo de una mayor posibilidad de que una velocidad lateral de mayor magnitud tome lugar.

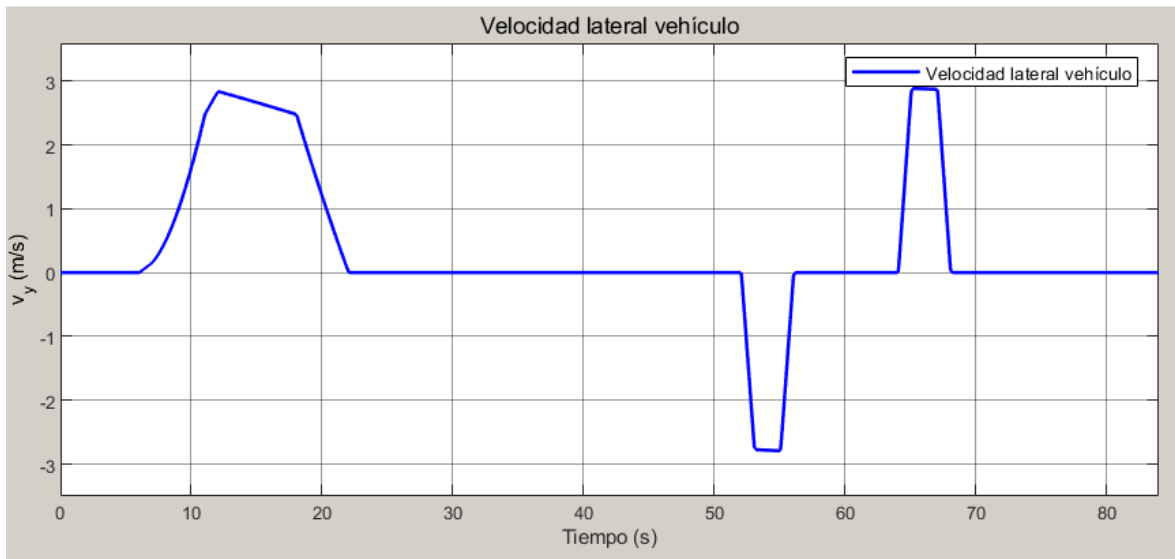


Figura 4.4. Comparación de dos velocidades laterales similares producidas por distintas velocidades longitudinales y cambios de dirección. Acercamiento a la Figura 4.3c en los 0s-85s aproximadamente.

A pesar de que las velocidades laterales son similares en magnitud, no lo son en el tiempo que toman, puesto que el primer caso se extiende por más de 10 segundos, mientras que en el par de siguiente cambios estos no sobrepasan esta marca ni siquiera se acercan, este resultado indica que para el primer cambio de dirección el vehículo se encuentra sometido por mayor tiempo a la acción de la velocidad lateral sobre el vehículo, lo cual puede resultar en mayor desgaste, o en un neumático que pueda desprenderse de su montura o armazón (Rin), en casos en los que la velocidad lateral puede ser similar en magnitud pero la duración de la acción de dicha velocidad lateral se extienda a un punto en el que fatigue los elementos que sostienen y mantienen en lugar al vehículo o sus elementos de contacto.

En el caso del segundo par de instantes donde se generan velocidades laterales mayores que el primero, un aspecto a destacar de igual manera es la simetría con la que se generan y se termina, puesto que la pendiente con la que inicia esta respuesta es la misma con la que termina, esto indica que la velocidad lateral aumenta al mismo ritmo que descende haciendo que esta velocidad lateral presente un comportamiento más homogéneo.

En el siguiente cambio de dirección, se destaca un aspecto importante con relación al yaw rate en ese instante, para el yaw rate en este caso el cuerpo contaba con suficiente capacidad para replicar en el segundo cambio un yaw rate de similar magnitud, a pesar de no haberse realizado un cambio de dirección de igual magnitud, sin embargo esto no sucede para el caso de la velocidad lateral del vehículo, se puede observar como para el primer cambio de dirección la velocidad lateral es mayor, además que la respuesta se muestra en diferentes pendientes dependiendo el instante en el que se encuentre el cambio de dirección, todo esto

mientras que el vehículo no ha alcanzado en principio la velocidad longitudinal máxima, esto sucede en el pico del cambio de dirección, no obstante para el segundo cambio de dirección que le sucede el vehículo a pesar de estarse encontrando cercano a la misma velocidad longitudinal no genera la misma velocidad lateral, esto se puede explicar debido a la notable diferencia en la magnitud del cambio de dirección, a saber aunque el vehículo entonces cuente con suficiente velocidad longitudinal, estará limitado en su dinámica lateral por los efectos que pueda contribuir directamente un factor lateral como el cambio lateral por lo que aunque la velocidad longitudinal sea casi similar para estos dos instantes, el cambio de dirección de distinta magnitud marca la diferencia en el tipo de respuesta que se obtiene.

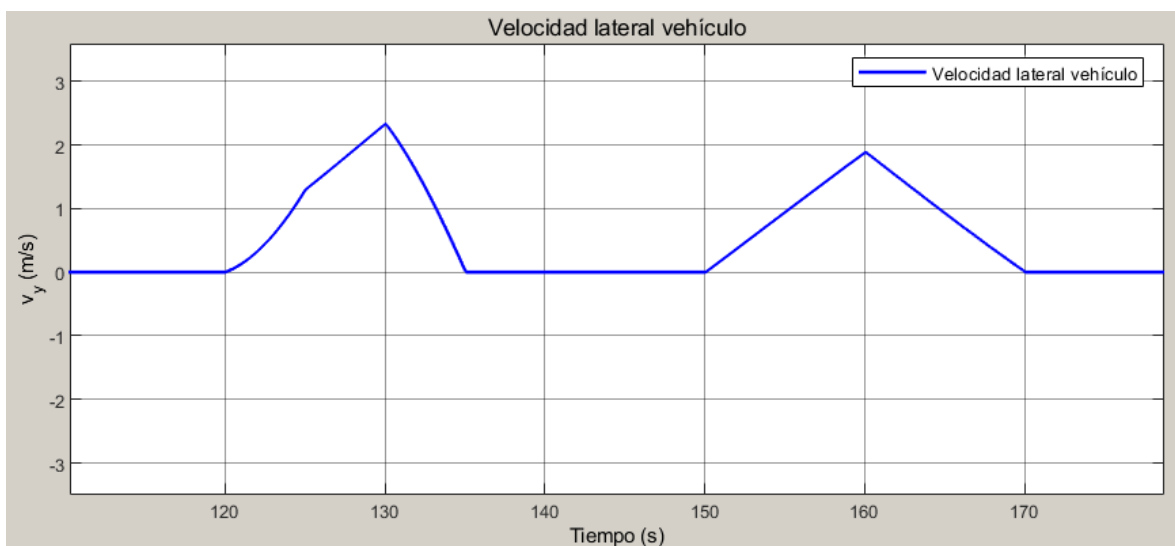


Figura 4.5. Comparación entre dos instantes de distintas entradas. Acercamiento a Figura 4.3c en los 110s-180s aproximadamente.

Un aspecto a destacar que es igualmente importante es la duración de la velocidad lateral, aunque de este par el primero sea el de mayor magnitud, este es de menor duración, significando que el vehículo está sometido a una mayor velocidad lateral pero por un menor tiempo, de modo tal que aunque este tenga mayor magnitud no significa que el siguiente será menos significativo puesto que al exponer durante una periodo más prolongado al vehículo a estas velocidades laterales, esto puede resultar en un acumulado mayor de desgaste, incomodidad de manejo, etc.

El segundo tiene una duración aproximada de 20s mientras que el primero no logra pasar de los 15s, esta velocidad lateral, por lo tanto, además de estar acompañada de la duración también es en un momento donde el vehículo cuenta con una velocidad longitudinal considerable de modo que, si se prolongara un poco más, podría notarse como esta velocidad lateral influye más en el comportamiento lateral por el acumulado de su participación a diferencia del que sea mayor en su magnitud pero dure menos.

Por último se llega al final del recorrido y al igual que el yaw rate se muestra que en estos instantes donde el vehículo se comienza a estabilizar en una velocidad longitudinal constante, el efecto que puede contribuir una velocidad longitudinal cambiante se minimiza y es por tanto el efecto de la dirección, el cual es un factor directo de la dinámica lateral, el que mostrará la mayor influencia en la respuesta que tendrá el vehículo en la velocidad lateral, es decir, que en esta velocidad longitudinal constante, la respuesta tiene una forma muy similar a la que se observa en la señal de entrada de la dirección.

Lo que se obtiene es entonces, una velocidad lateral que pasa de los 1.5 m/s, no se mantiene, al igual que la dirección, para entonces regresar al punto 0 m/s, y enseguida llegar a pasar los 2 m/s, manteniéndose por menos de 10 s para finalmente regresar al punto 0 m/s, como se decía en el párrafo anterior, siguiendo exactamente la misma forma que la señal de la dirección, demostrando así que cuando un efecto lateral como la dirección está ejerciéndose a la par que un efecto longitudinal constante como la velocidad longitudinal, será el efecto lateral el que llevará la mayor contribución a la dinámica lateral del vehículo.

4.4 Simulación vs Realidad

Existe una diferencia entre resultados que son posibles obtenerse a través de una plataforma como la que se ha mostrado, en principio, la plataforma está equipada para realizar los cálculos numéricos que se le solicite realizar, sin embargo, esto no quiere decir que la plataforma cuente con la capacidad de poder identificar aquellos casos donde apliquen las leyes físicas correctas, o las restricciones ideales para el tipo de estudio al que se le vaya a someter, salvo por aquellas singularidades, la plataforma será capaz de computar estos resultados, es por ello que vale la pena aclarar que aunque sea posible generar diversos resultados en la plataforma, esto no implica una fiabilidad ciega, ya que será tarea de aquel usuario que incorpore la plataforma para estudios, de realizar un estudio previo sobre el tipo de señales a construir, así como su representación física real, para que estos al ser introducidos en la plataforma arrojen en efecto resultados que puedan servir para respaldar un análisis de calidad.

Esto presenta un paso previo a la plataforma, pues implica que se debe realizar un análisis de las señales que se vayan a construir, así como una evaluación de las reglas físicas que puedan aplicar y las restricciones que deban considerarse, todo este proceso asegurará que el estudio al que se vaya a someter a la plataforma pueda tomarse con mayor fiabilidad y eliminar resultados que, aunque sean posibles computacionalmente, no serán representativos o útiles para un análisis en el que los resultados sean utilizados para su posterior referencia.

Teniendo estas consideraciones en cuenta, es entonces necesario que previo a que esta plataforma sea utilizada deberá tenerse en cuenta el tipo de estudio que se

planea realizar, las interpretaciones físicas reales de lo que se puede obtener, y enmarcar correctamente el problema a resolver, para que de ese modo se puedan implementar señales correctas y planteadas con sentido, lo que permitirá que los resultados obtenidos ya puedan contar con un mayor grado de fiabilidad de aquellos casos donde las señales introducidas no hayan pasado por este proceso de reflexión, esto no implica que los resultados obtenidos tomando en cuenta dicha reflexión deban tomarse como última prueba de trabajo, lo que se obtenga de la plataforma aún deberá someterse a su interpretación física y a probarlo con aquellas leyes físicas que apliquen para saber si en efecto estos resultados son consistentes con lo que se pudiera esperar.

Conclusiones y trabajo a futuro

Los estudios de la dinámica de un vehículo actualmente permiten conducir estudios detallados, y de gran profundidad, así como diseñar pruebas que se apeguen a un marco de realidad física, lo que a su vez posibilita estudios que coadyuvan en un análisis que no requiere de una construcción física de un prototipo, haciendo más accesible y económicamente viable realizar estudios y pruebas detalladas sobre prototipos que puedan abstraerse a entornos de simulación cada vez más equipados con capacidades de computabilidad elevados y recursos diversos para incorporar aquellas leyes, restricciones y/o condiciones que deban tomarse en cuenta al diseñar un experimento y de ese modo encontrar respuestas cualitativas.

El desarrollo presentado en este trabajo ha permitido realizar simulaciones complejas y con una diversidad de escenarios que, como ha sido posible observar, proporcionan resultados claros. Estos resultados permiten conocer las respuestas dinámicas en todo punto de la trayectoria diseñada, lo que facilita su interpretación como un todo, en lugar de tener que recurrir a algún análisis que hile los resultados de cada punto. Además, cada salida que se desee explorar puede conocerse de forma separada, por lo que el análisis se puede realizar sobre la magnitud que se desee, esto permite ampliar las capacidades del estudio a un orden superior, sin perder la capacidad de simulación. Un punto además a destacar sobre los resultados es que no solo se encuentran en una forma gráfica, estos resultados son guardados en un archivo que si se desea es posible extraerse en una forma de serie histórica de datos para su análisis posterior, de modo que los resultados que se obtienen cuentan con la capacidad de expansión debido al formato con el que son desplegados.

Estos resultados a su vez, pueden ser llevados a una fase posterior del estudio, como lo puede ser un estudio en el que se busque determinar cuáles son las mejores estrategias de control, diseño o mejoras a la seguridad que pueden realizarse al vehículo, pues las pruebas que se quieran introducir al vehículo pueden tomar una gran cantidad de configuraciones y escenarios, por lo que la plataforma proporciona una herramienta capaz de poder extender los resultados a estudios complementarios que tomen como base los que se hayan obtenido de este trabajo.

De igual manera es posible que en algún punto este trabajo deje su faceta de plataforma computacional *standalone* para poderse implementar en sistemas que trabajen bajo la metodología HIL, y de este modo incorporar modelos en hardware que permite una aplicación física con la que se pueden realizar mayores trabajos y más extensos, a la vez que será posible que en el caso de que esto se lleve a cabo, incluyan sistemas de monitoreo físico reales que podrían llevarse a una fase de prototipo en algún punto.

Anexos.

Tablas

Tabla 1. Parámetros del modelo.

Término	Significado
$C_{\alpha f}$	Coeficiente de deslizamiento para el eje frontal.
$C_{\alpha r}$	Coeficiente de deslizamiento para el eje trasero.
m	Masa del vehículo.
v_x	Velocidad longitudinal del vehículo.
a_1	Distancia desde el centro de gravedad del cuerpo hasta el eje frontal.
a_2	Distancia desde el centro de gravedad del cuerpo hasta el eje trasero.
I_z	Momento de inercia en el eje z.
r	Yaw rate.
v_y	Velocidad lateral del vehículo.

Programa para calcular variables de estado

El código presentado realiza el cálculo de las matrices correspondientes al espacio de estados del modelo, a este cálculo se le alimenta de las constantes presentes en el sistema, como coeficientes de curva, masa, momento de inercia, así como la velocidad longitudinal del vehículo que es cambiante a lo largo de la simulación y el perfil de volante, a partir de estas entradas se realiza el cálculo en espacio de estados continuos para posteriormente realizar una conversión hacia un espacio de estados en tiempo discreto que se alimentará a la función S y esta pueda proceder con el proceso de simulación, este bloque únicamente calcula el espacio de estados.

```
1  function [Az,Bz,Cz,Dz]=  
    Calculo_SS(vx,Ts,Caf,Car,m,Iz,a1,a2)  
2  a11 = -(Caf+Car)/(m*vx);  
3  a12 = (((-a1*Caf)+(a2*Car))/(m*vx))-vx;  
4  a21 = -((a1*Caf)-(a2*Car))/(Iz*vx);  
5  a22 = -((a1^2*Caf)+(a2^2*Car))/(Iz*vx);  
6  b11 = Caf/m;  
7  b22 = (a1*Caf)/Iz;  
8  A = [a11 a12; a21 a22];  
9  B = [b11; b22];  
10 C = [1 0; 0 1];  
11 D=[0; 0];  
12 S_s=ss(A,B,C,D);  
13 S_z= c2d(S_s,Ts);  
14 [Az,Bz,Cz,Dz]=ssdata(S_z);
```

Función S implementada

El Código de la función S, es el encargado de realizar la simulación dinámica completa del vehículo previamente modelado, en el cual con la ayuda el programa para calcular el espacio de estados se realiza una simulación dinámica y se obtiene la respuesta de los dos parámetros de interés para el estudio, en este caso la velocidad lateral del vehículo y el yaw rate del vehículo.

```
1  function [sys,x0,str,ts] =  
    FS_SSV(t,x,u,flag,s_time,Caf,Car,m,Iz,a1,a2)  
2  switch flag,  
3  case 0,  
4  [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes();  
5  case 1,  
6  sys=mdlDerivatives();  
7  case 2,  
8  sys=mdlUpdate(t,x,u,s_time,Caf,Car,m,Iz,a1,a2);  
9  case 3,  
10 sys=mdlOutputs(t,x,u);  
11 case 4,  
12 sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u,s_time);  
13 case 9,  
14 sys=mdlTerminate(t,x,u);  
15 otherwise  
16 error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);  
17 end  
18 function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes()  
19 sizes = simsizes;  
20 sizes.NumContStates = 0;  
21 sizes.NumDiscStates = 2;  
22 sizes.NumOutputs = 2;  
23 sizes.NumInputs = 2;  
24 sizes.DirFeedthrough = 1;  
25 sizes.NumSampleTimes = 1;  
26 sys = simsizes(sizes);  
27 x0 = [0];  
28 str = [];  
29 ts = [-2 0];  
30 function sys=mdlDerivatives()  
31 sys = [];  
32 function sys=mdlUpdate(t,x,u,s_time,Caf,Car,m,Iz,a1,a2)  
33 persistent vx_ant Xs Az Bz Cz Dz;
```

```

34 if t==0
35 Az = [0 0;0 0];
36 Bz = [0;0];
37 Cz = eye(2);
38 Dz=[0;0];
39 Xs=[0;0];
40 vx_ant=0;
41 end
42 if u(1)~=vx_ant
43 [Az,Bz,Cz,Dz]=
    Calculo_SS(u(1),s_time,Caf,Car,m,Iz,a1,a2);
44 end
45 Xs_d=Az*Xs+Bz*u(2);
46 Xs=[Xs_d(1,1);Xs_d(2,1)];
47 Y =Cz*Xs;
48 x(1)=Y(1,1);
49 x(2)=Y(2,1);
50 vx_ant=u(1);
51 sys = x;
52 function sys=mdlOutputs(t,x,u)
53 sys = x;
54 function sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u,s_time)
55 sys = t + s_time;
56 function sys=mdlTerminate(t,x,u)
57 sys = [];

```

Bibliografia

- [1] Manfred MMM (2009) Henning Wallentowitz. *Vehicle system dynamics*. Tsinghua University Press, Beijing.
- [2] Dave C, Yu F (2004) *Vehicle system dynamics and control*. China Communications Press, Beijing
- [3] Segel L (1993) *An overview of developments in road vehicle dynamics: past, present and future*. In: Proceedings of IMechE conference on vehicle ride and handling, London, pp 1–12.
- [4] Abe M (2009) *Vehicle handling dynamics: theory and application*. Butterworth Heinemann, Oxford
- [5] Guo KH (2011) *Vehicle handling dynamics theory*. Jiangsu Science and Technology Press, Nanjing
- [6] Rajesh R (2005) *Vehicle dynamics and control*. Springer-Verlag, New York.
- [7] Zhang LJ, He H (2011) *Vehicle dynamics theory and application*. National Defense Industry Press, Beijing
- [8] Yang, S., Lu, Y. & Li, S. An overview on vehicle dynamics. *Int. J. Dynam. Control* 1, 385–395 (2013). <https://doi.org/10.1007/s40435-013-0032-y>
- [9] Lugner, P. (ed.): *Multibody Systems and Simulation Techniques*. CISM International Centre for Mechanical Sciences, vol. 582. Springer, Berlin (2019)
- [10] Bruni, S., Meijaard, J.P., Rill, G. et al. State-of-the-art and challenges of railway and road vehicle dynamics with multibody dynamics approaches. *Multibody Syst Dyn* 49, 1–32 (2020). <https://doi.org/10.1007/s11044-020-09735-z>
- [11] Clymer, F.: *The horseless age*. Reprint of the first issue (1895)
- [12] Drosdol, J., Käding, W., Panik, F.: The Daimler-Benz driving simulator. *Veh. Syst. Dyn.* 14(1–3), 86–90 (1985). <https://doi.org/10.1080/00423118508968804>
- [13] Blundell, M., Harty, D.: *The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics*, 2nd edn. Elsevier, London (2014)
- [14] Riekert, P., Schunck, T.E.: Zur Fahrmechanik des gummibereiften Kraftfahrzeugs. *Ing.-Arch.* 11, 210–224 (1940). <https://doi.org/10.1007/BF02086921>
- [15] Kiencke, U., Nielsen, L.: *Automotive Control Systems*, 2nd edn. Springer, Berlin (2005). <https://doi.org/10.1007/b137654>
- [16] Castro, A., Rill, G., Weber, H.I.: Development of a robust integrated control system to improve the stability of road vehicles. In: Carvalho, J.C.M., Simoni, R.,

Martins, D., Simas, H. (eds.) Proceedings of the MUSME-Conference Held in Florianopolis, Brazil, October 24–28, 2017. Mechanisms and Machine Science, vol. 54, pp. 506–516. Springer, Cham (2018)

[17] Rill, G.: Road Vehicle Dynamics – Fundamentals and Modeling. Taylor & Francis, Boca Raton (2011)

[18] Rill, G.: Reducing the cornering resistance by torque vectoring. In: X International Conference on Structural Dynamics, EUROODYN 2017, Rome, Italy. Procedia Engineering, Elsevier (2017)

[19] Mitschke, M.: Dynamik der Kraftfahrzeuge. Springer, Berlin (1972). <https://doi.org/10.1007/978-3-662-11585-5>

[20] Rauh, J.: Virtual development of ride and handling characteristics for advanced passenger cars. Veh. Syst. Dyn. 40(1–3), 135–155 (2003)

[21] Schramm, D., Hiller, M., Bardini, R.: Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen, 3rd edn. Springer, Berlin (2018). <https://doi.org/10.1007/978-3-662-54481-5>

[22] Rill, G.: Fahrdynamik von Nutzfahrzeugen im Daimler-Benz Fahrsimulator. In: Berechnung im Automobilbau, VDI-Bericht 613. VDI-Verlag, Düsseldorf (1986)

[23] Rill, G.: Vehicle modeling by subsystems. J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng. XXVIII(4), 431–443 (2006)

[24] Lugner, P., Plöchl, M.: Tyre model performance test: first experiences and results. Veh. Syst. Dyn. 43, 48–62 (2005)

[25] Gruber, P., Sharp, R.S. (eds.): Proceedings of the 4th International Tyre Colloquium: Tyre Models for Vehicle Dynamics Analysis (open access) University of Surrey, Guildford (2015)

[26] VIRESS Simulationstechnologie: Open file formats and open source tools for the detailed description, creation and evaluation of road surfaces. www.opencrg.org

[27] Lugner, P. (ed.): Multibody Systems and Simulation Techniques. CISM International Centre for Mechanical Sciences, vol. 582. Springer, Berlin (2019)

[28] Fan Yu, Dao-Fei Li and D.A. Crolla, "Integrated Vehicle Dynamics Control — state-of-the art review," *2008 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, 2008, pp. 1-6, doi: 10.1109/VPPC.2008.4677809

[29] M. Corno, G. Panzani and S. M. Savaresi, "Single-Track Vehicle Dynamics Control: State of the Art and Perspective," in *IEEE/ASME Transactions on*

Mechatronics, vol. 20, no. 4, pp. 1521-1532, Aug. 2015, doi: 10.1109/TMECH.2014.2382717.

- [30] Tokuda T. Cars in the 90s as a humanware. SAE Paper 885049, 1988
- [31] Kizu R., Harada H., Minabe H. Electronic control of car chassis present status and future perspective. International Congress on Transportation Electronics, Convergence88, Detroit, USA, 1988, pp. 173 – 188
- [32] Sato S., Inoue H., Tabata M. Integrated chassis control system for improved vehicle dynamics. Proc. AVEC92, Yokohama, Japan, 1992, pp. 413-418
- [33] Tanaka H., Inoue H., Iwata H. Development of a vehicle integrated control system. SAE Paper 925049, 1992
- [34] Roppenecher G., Wallentowitz H. Integration of chassis and traction control systems: What is possible - what makes sense - what is under development. J. Vehicle System Dynamics, Vol. 22, 1993, pp. 283-298
- [35] Abe, M. (2015). *Vehicle handling dynamics: theory and application*. Butterworth-Heinemann. P. Popp and W. Schiehlen, Ground Vehicle Dynamics, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010
- [36] W. Schiehlen, Multibody system dynamics: Roots and perspectives, Multibody Syst. Dyn. 1 (1997), pp. 149–188.
- [37] A. Shabana, Computational Dynamics, 2nd ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 2001.
- [38] G. Rill, Simulation von Kraftfahrzeugen, Fundamentals and Advances in the Engineering Sciences, Vieweg, Braunschweig Wiesbaden, 1994.
- [39] J. García de Jalón and E. Bayo, Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems: The Real-time Challenge, Springer-Verlag, New York, 1994.
- [40] A. Eichberger and W. Rulka, Process save reduction by macro joint approach: The key to real time and efficient vehicle simulation, Veh. Syst. Dyn. 41 (2004), pp. 401–413.
- [41] G. Rill, *A modified implicit Euler algorithm for solving vehicle dynamic equations*, Multibody Syst. Dyn. 15 (2006), pp. 1–24.
- [42] B. Esterl, T. Butz, B. Simeon, and B. Burgermeister, *Real-time capable vehicle–trailer coupling by algorithms for differential-algebraic equations*, Veh. Syst. Dyn. 45 (2007), pp. 819–834.

- [43] M. Arnold, B. Burgermeister, and A. Eichberger, *Linearly implicit time integration methods in real-time applications: DAEs and stiff ODEs*, Multibody Syst. Dyn. 17 (2007), pp. 99–117.
- [44] J. Cuadrado, D. Dopico, M.A. Naya, and M. Gonzalez, *Real-time multibody dynamics and applications*, in *Simulation Techniques for Applied Dynamics*, M. Arnold and W. Schiehlen, eds., Springer, Wien, New York, 2009, pp. 247–311
- [45] M. Tiller, *Introduction to Physical Modeling with Modelica*, Kluwer Academic Publishers, Boston, Dordrecht, London, 2001.
- [46] P. Fritzson, *Principles of Object-oriented Modeling and Simulation with Modelica 2.1*, Wiley, Hoboken, NJ, IEEE Press, 2004.
- [47] A. Veitl, T. Gordon, A. van Sand, M. Howell, M. Valásek, O. Vaculín, and P. Steinbauer, *Methodologies for Coupling Simulation Models and Codes in Mechatronic System Analysis and Design*, Proceedings of the 16th IAVSD – Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks, Supplement to Vehicle System Dynamics, Vol. 33, Swets & Zeitlinger, 1999, pp. 231–243.
- [48] R. Kübler and W. Schiehlen, *Two methods of simulator coupling*, Math. Comput. Modell. Dyn. Syst. 6 (2000), pp. 93–113.
- [49] R. Roberson and R. Schwertassek, *Dynamics of Multibody Systems*, Springer–Verlag, Berlin Heidelberg, New York, 1988.
- [50] A. Shabana, *Dynamics of Multibody Systems, 2nd ed.*, Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
- [51] W. Schiehlen and P. Eberhard, *Multibody systems and applied dynamics*, in *Simulation Techniques for Applied Dynamics*, M. Arnold and W. Schiehlen, eds., Springer, Wien, New York, 2009, pp. 1–20
- [52] Arnold, M., Burgermeister, B., Führer, C., Hippmann, G., & Rill, G. (2011). *Numerical methods in vehicle system dynamics: state of the art and current developments*. Vehicle System Dynamics, 49(7), 1159–1207. doi:10.1080/00423114.2011.582953
- [53] C. Kelley, *Solving Nonlinear Equations with Newton's Method*, SIAM, Philadelphia, 2003
- [54] S. Krenk, *Non-linear Modeling and Analysis of Solids and Structures*, Cambridge University Press, Cambridge, 2009.
- [55] H. True and C. Kaas-Petersen, *A bifurcation analysis of nonlinear oscillations in railway vehicles*, in *The Dynamics of Vehicles on Roads and on Tracks*, Proc. of

the 8th IAVSD Symposium, J. Hedrick, ed., Supplement to Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger B.V., Lisse, 1984, pp. 655–665.

[56] J. Dormand and P. Prince, *A family of embedded Runge–Kutta formulae*, J. Comput. Appl. Math. 6 (1980), pp. 19–26.

[57] E. Hairer, S. Nørsett, and G. Wanner, *Solving Ordinary Differential Equations. I. Nonstiff Problems*, 2nd ed., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1993.

[58] C. Moler, *Numerical Computing with MATLAB*, SIAM, Philadelphia, 2004

[59] U. Ascher and L. Petzold, *Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential-algebraic Equations*, SIAM, Philadelphia, 1998.

[60] W. Kortüm and W. Schiehlen, General purpose vehicle system dynamics software based on multibody formalisms, Veh. Syst. Dyn. 14 (1985), pp. 229–263.

[61] B. Simeon, C. Führer, and P. Rentrop, Differential-algebraic equations in vehicle system dynamics, Surv. Math. Ind. 1 (1991), pp. 1–37.

[62] E. Eich-Soellner and C. Führer, *Numerical Methods in Multibody Dynamics*, Teubner-Verlag, Stuttgart, 1998.

[63] W. Kortüm, W. Schiehlen, and M. Arnold, Software tools: From multibody system analysis to vehicle system dynamics, in *Mechanics for a New Millennium*, H. Aref and J. Phillips, eds., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001, pp. 225–238.

[64] L. Stacke and D. Fritzson, Dynamic behaviour of rolling bearings: Simulations and experiments, Proc. Inst. Mech. Eng. J, J. Eng. Tribol., 215 (2001), pp. 499–508.

[65] W. Schiehlen (ed.), *Multibody Systems Handbook*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1990.

[66] W. Kortüm and P. Lugner, *Systemdynamik und Regelung von Fahrzeugen*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1994.

[67] P. Popp and W. Schiehlen, *Ground Vehicle Dynamics*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010

[68] Jazar, R. N. (2017). *Vehicle dynamics: theory and application*. Springer.

[69] Amaya-Trinidad, P., Guerrero-Castellanos, J. F., Munoz-Hernández, G. A., Mino-Aguilar, G., & Saynes-Torres, J. (2012). Modelado, control y simulacion de un vehiculo eléctrico. In *Memorias del Congreso Nacional de Control Automático (October 2012)*, Cd. del Carmen, Campeche, México.

[70] Nykamp, Duane. "State space definition". Math Insights. Retrieved 17 November 2019.