



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Conversión de materia oscura a materia del Modelo Estándar vía una dispersión inelástica profunda en el proceso $\nu_s P \rightarrow \nu_a X$

Tesis presentada al

Posgrado en Física Aplicada
de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias (Física Aplicada)

presenta

José Miguel Pérez Fernández

asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco
Dra. Azucena Bolaños Carrera

Puebla, Pue.

Septiembre, 2022

COMITÉ

Dr. J. Jesús Toscano Chávez
Presidente

Dr. Héctor Novales Sánchez
Secretario

Dr. J. Lorenzo Díaz Cruz
Vocal

Dr. Gilberto Tavares Velasco
Asesor

Dra. Azucena Bolaños Carrera
Asesora

*Dedicado a
mi familia, a
toda ella.*

Índice general

Índice general	IV
1. La Materia Oscura en el Universo	3
1.1. Algo de historia del Universo	3
1.2. Evidencias de la MO	5
1.2.1. Evidencias a la escala de las galaxias	5
1.2.2. Evidencias a la escala de los clústeres de galaxias	7
1.2.3. Evidencias a escalas cosmológicas	8
1.3. Posibles candidatos a MO	11
1.4. Propiedades de la MO	12
1.4.1. Propiedades generales	13
1.4.2. Modelos de MO	14
2. Neutrinos Estériles como MO	17
2.1. ¿Por qué la necesidad de NE?	17
2.1.1. Anomalías en los datos de mediciones de neutrinos	18
2.1.2. El concepto de neutrino estéril y su inclusión a nivel de lagrangiana	19
2.2. Conversión de NE de MO a Neutrinos Activos	21
3. Dispersión Inelástica Profunda	25
3.1. El modelo partónico	26
3.1.1. Funciones de estructura	27
3.1.2. Funciones de distribución partónicas	30
3.2. Secciones eficaces de procesos de DIP	32
3.2.1. Variables de Mandelstam hadrónicas	34
3.2.2. Integración de las secciones eficaces diferenciales y su convolución con las FDP's	35
4. DIP para el proceso $\nu_s\mathbf{P} \rightarrow \nu_a\mathbf{X}$	37
4.1. Cálculo a nivel partónico	38

4.1.1. Obtención de la amplitud cuadrada de probabilidad en términos de las variable de Mandelstam partónicas . . .	40
4.2. Cálculo a nivel hadrónico	41
4.2.1. Obtención de la sección eficaz diferencial en términos de las variables de Mandelstam hadrónicas y su convolución con las FDPs	41
4.3. Resultados del cálculo	43
5. Experimentos actuales para detección de MO	48
5.1. IceCube	48
5.2. Katrin	51
5.2.1. TRISTAN.	51
6. Conclusiones	54
A. Física de un bosón de norma Z' pesado	55
A.1. Sobre los modelos	55
A.2. Anchura de decaimiento y vida media del bosón de norma Z' pesado	58
B. Líneas de código utilizadas en los programa	60
B.1. Líneas de código en Mathematica	60
B.2. Líneas de código en Python.	61
Bibliografía	65

Introducción

Desde los primeros instantes del ser humano en la Tierra, este se ha destacado por su curiosidad, su capacidad de asombro, en algunos casos su persistencia y, sobre todo, por su capacidad de adaptación y desarrollo al mostrar una *inteligencia* que supera a la de cualquier otra especie. Ciertamente, dejando de lado el antropocentrismo, la idea de que el ser humano está llamado a ser la mayor creación del universo u otras aseveraciones más que criticables basadas en las características que recién hemos mencionado, esto podría deberse simplemente a una consecuencia del instinto de supervivencia que muchos seres vivos poseen, ya que podríamos considerar la agricultura, la medicina e incluso el desarrollo de sociedades una muestra de este. Lo destacable de todo esto que hemos mencionado es que, ciertamente, el ser humano ha sido la única especie conocida que se ha planteado preguntas y que ha realizado todo lo posible por contestarlas. Uno de los ejemplos que podemos tomar es, para conveniencia de este trabajo y basados en las capacidades resaltadas anteriormente, el asombro que ha representado el universo desde tiempos inmemoriales para nosotros, llevándonos a realizarnos preguntas y, por consiguiente, a buscar persistentemente respuestas; todo esto, hasta hace relativamente poco, dentro de este mismo planeta. Sin embargo, la cantidad de respuestas que podemos obtener basados en nuestros sentidos naturales es, para bien o para mal, muy limitada, por no mencionar que muchas veces tampoco ha ayudado el hecho de encontrarnos reclusos en estos pocos kilómetros de Tierra a los que tenemos acceso. Fruto de estas limitantes físicas y haciendo gala de nuestra ambición, nos hemos visto forzados a desarrollar tecnologías que nos faciliten o incluso que nos den la capacidad de realizar observaciones que han llevado a descubrimientos sin precedentes tanto a gran como a pequeña escala, dos ejemplos íntimamente relacionados, los cuales nuevamente tomo a conveniencia de este trabajo, son el universo y las partículas subatómicas.

Con una edad de unos 13,700 millones de años y una longitud aproximada de 93,000 millones de años luz para el *Universo observable*, podemos asegurar que este es, en última instancia, el laboratorio más grande del que dispone-

mos los humanos para la comprensión, no solo de los fenómenos que ocurren en el Universo, sino de él mismo.

De entre los muchos misterios y sorpresas que alberga el Universo para nosotros quizás uno de los más llamativos, interesantes y, sin duda alguna, de uno del que se desprenden más preguntas sin respuesta en la actualidad, muy posiblemente sea el de un tipo de materia que representa aproximadamente el 80% de la misma en el universo. Nos referimos, claro está, a la Materia Oscura, tema en el que nos centraremos a lo largo de toda esta tesis, así como en sus interacciones con núcleos atómicos y con unas de las partículas más escurridizas que se han encontrado en el Universo y que han resultado ser más relevantes y útiles para la comprensión del mismo de lo que muchos podrían haber llegado a creer, nos referimos a los **neutrinos**.

Si los neutrinos resultaron difíciles de detectar debido tanto a su pequeña masa, tan pequeña que en sus inicios se planteaba que carecían de ella, como a que interactúan débilmente con la materia¹, la materia oscura es aún más difícil de detectar debido que no podemos «verla», ya que la definición más sencilla de esta es la de aquella materia que no interactúa electromagnéticamente, es decir, con la luz; condición la cual, evidentemente, hace que la gran mayoría de los experimentos que se tienen actualmente, no sean de mucha ayuda para detectarla.

¹Esto último en la jerga tanto coloquial como en la de la física de partículas

Capítulo 1

La Materia Oscura en el Universo

1.1. Algo de historia del Universo

Para comenzar a hablar sobre la Materia Oscura (MO) es necesario primero tener un contexto tanto de cómo es que fue propuesta en su momento, los motivos por lo que es viable su existencia y algunas de sus generalidades. Para ello debemos comenzar indagando un poco en la historia del Universo. Una publicación adecuada para ello es *Particle dark matter: evidence, candidates and constraints* [1].

Nuestra descripción del Universo temprano está basada en una extrapolación de la física conocida hasta el momento a la *Época de Planck* que es cuando el Universo tenía solo una edad de $t = 10^{-43}$ s, o equivalentemente cuando el mismo tenía una energía suficientemente alta como para que la interacción gravitacional fuese muy fuerte (del orden de una masa de Planck $M_{Pl} = 10^{19}$ GeV). Comenzando en esta época podemos hacer un rápido resumen de la historia del Universo.

- $T \sim 10^{16}$ GeV.

Se piensa que a esta escala algún (aún desconocido) gran grupo de unificación, G, rompió su simetría a los grupos de norma del Modelo Estándar (ME) $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Se sabe muy poco sobre esta transición.

- $T \sim 10^2$ GeV.

El grupo de simetría del ME se rompe a $SU(3)_C \otimes U(1)_Q$. Esta transición, llamada ruptura de la simetría electrodébil, pudo haber sido el origen de la bariogénesis [3] y, posiblemente, de los campos magnéticos primordiales [2].

- $T \sim 0.3 \text{ GeV}$.
Ocurrieron las transiciones de fase de la Cromodinámica Cuántica (QCD¹), lo que condujo al confinamiento de los quarks y gluones al interior de los hadrones.
- $T \sim 1 \text{ MeV}$.
Ocurre el *freeze-out* para los neutrones.
- $T \sim 100 \text{ KeV}$.
Se lleva a cabo la nucleosíntesis: los protones y los neutrones se fusionan en elementos ligeros (³He, ⁴He, Li, etc.). La nucleosíntesis estándar del Big Bang (BBN²) provee, por mucho, las constricciones más rigurosas para tanto la teoría del Big Bang como para predicciones que encajan sorprendentemente bien con las observaciones.
- $T \sim 1 \text{ eV}$.
La densidad de materia se vuelve igual a la de la radiación, permitiendo que se lleve a cabo la formación de estructuras.
- $T \sim 0.4 \text{ eV}$.
El desacoplamiento de los fotones produce el fondo de radiación cósmica.
- $T = 2.7\text{K} \sim 10^{-4} \text{ eV}$.
El presente.

El Universo tiene, como todo, una historia y a la gente que se dedica a “re-cavar” dicha historia se les conoce como cosmólogos. Los cosmólogos, como cualquier otro físico, necesitan un marco teórico en el cual desarrollar sus ideas, para ello fue creado algo conocido como *El Modelo Cosmológico*³, el cual no es único y además, como todo en la física, sufre cambios conforme se realizan nuevos descubrimientos.

La definición de Modelo Cosmológico Estándar evoluciona con el tiempo, sin embargo la mayoría de los cosmólogos están de acuerdo en el escenario llamado *Big-Bang*, el cual describe al universo como un sistema que evoluciona desde un estado altamente comprimido que existió alrededor de hace 10^{10} años.

¹Por sus siglas en inglés Quantum Chromodynamics

²Por sus siglas en inglés Big Bang Nucleosynthesis.

³En particular en este trabajo nos referiremos al “modelo estándar” de la cosmología, el modelo Λ CDM

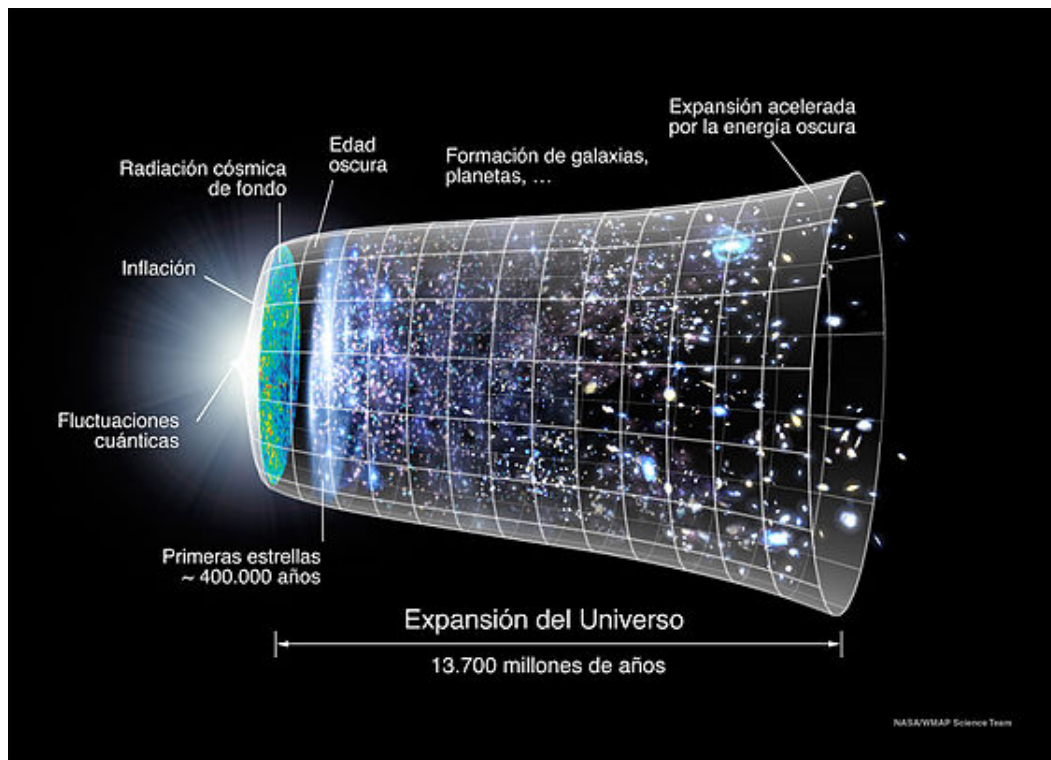


Figura 1.1: Imagen ilustrativa de la evolución del Universo en el modelo cosmológico Λ CDM.

1.2. Evidencias de la MO

Entre los muchos descubrimientos que han contribuido al refinamiento del modelo cosmológico, dos de los más importantes son el descubrimiento del *Fondo de Radiación Cósmico de Microondas* y el hecho de que observamos en grandes objetos astrofísicos algunas anomalías que solo pueden ser explicadas ya sea por medio de asumir la existencia de grandes cantidades de materia no visibles (MO) o bien, asumiendo que existe una desviación alarmante de las leyes de la gravitación y de la teoría de la Relatividad General (RG).

1.2.1. Evidencias a la escala de las galaxias

A continuación abundaremos un poco sobre las anomalías en las velocidades de rotación de las estructuras galácticas. Las pruebas más convincentes sobre la existencia de la M.O. a escalas galácticas provienen de la observación de las curvas de rotación de las galaxias,

las cuales usualmente presentan un comportamiento característico plano a distancias muy grandes.

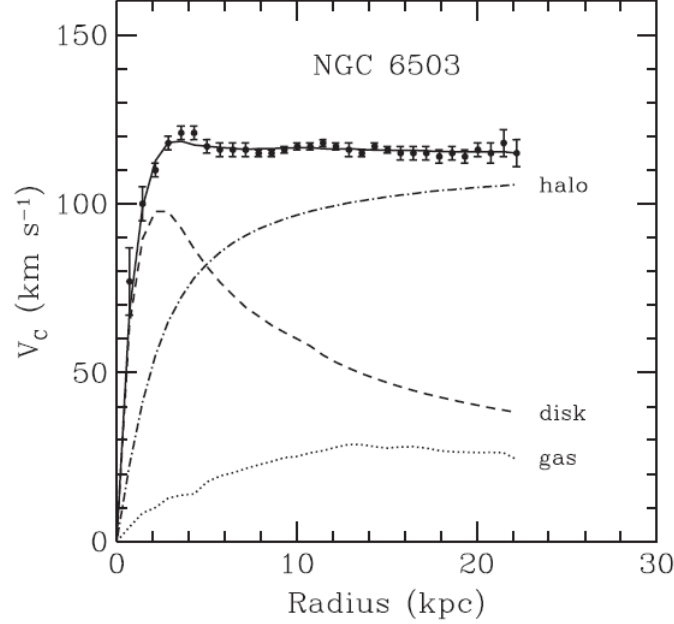


Figura 1.2: Curva de rotación de NGC 6503. La línea punteada, discontinua y punteada-discontinua representan las contribuciones de gas, disco y MO respectivamente.

K.G. Begeman, A.H. Broeils, R.H. Sanders, MNRAS 249 (1991) 523.

Bajo la dinámica Newtoniana la velocidad circular se espera que sea

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}, \quad (1.1)$$

donde, como es usual

$$M(r) \equiv 4\pi \int \rho(r)r^2 dr, \quad (1.2)$$

en la cual $\rho(r)$ es el perfil de densidad de masa, que debería decaer $\propto \frac{1}{\sqrt{r}}$ más allá del disco óptico de la galaxia. El hecho de que $v(r)$ es aproximadamente constante implica la existencia de un halo con $M(r) \propto r$ y $\rho \propto \frac{1}{r^2}$. Sin embargo existen también otros argumentos que sostienen la existencia de la MO.

- Modulación leve de fuertes lentes gravitacionales alrededor de galaxias elípticas masivas individuales. Esto provee evidencia [5] [6] de subestructuras a escalas de $\sim 10^6 M_\odot$.

- La llamada *discrepancia de Oort* infiere la existencia de materia aún no observada por parte de la inconsistencia entre el número de estrellas u otros *trazadores* en el vecindario solar y el potencial gravitacional que implica su distribución.
- Lentas gravitacionales débiles de distintas galaxias por estructuras de primer plano [7].
- La velocidad de dispersión de galaxias enanas esferoidales la cual implica proporciones de *mass-to-light* mayores a las observadas en nuestro vecindario “local”. Mientras que los perfiles de galaxias enanas individuales muestran dispersión, no queda duda acerca de del contenido de M.O. en general.
- La velocidad de dispersión de las galaxias espirales satelitales sugiere la existencia de halos oscuros alrededor de las galaxias espirales, similares a la nuestra.

1.2.2. Evidencias a la escala de los cústeres de galaxias

Las primeras pruebas sobre la existencia de la MO (en un sentido moderno) en cústeres de galaxias [4] fue dada en 1933 por Fritz Zwicky quien, debido a mediciones de las velocidades de dispersión de las galaxias realizadas en el cúster de Coma, infirió una razón de *mass-to-light* de alrededor de 400 masas solares por luminosidad solar, ello excedía la razón en el vecindario solar por dos órdenes de magnitud. La masa de un cúster puede ser determinada mediante varios métodos, incluyendo la aplicación del teorema del virial a la distribución de velocidades radiales observada, mediante lentes gravitacionales débiles y mediante el estudio del perfil de emisión de rayos X, el cual brinda un patrón de la distribución de emisión de gas caliente en cústeres.

Centrémonos en la temperatura de emisión de estos cústeres ricos en gas de hidrógeno. Consideremos la ecuación de equilibrio hidrostático para un sistema esféricamente simétrico

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = -a(r), \quad (1.3)$$

donde P , ρ y a son, respectivamente, la presión, densidad y aceleración gravitacional del gas para un radio dado r . Para un gas ideal esto puede ser reescrito en términos de la temperatura, T , y del peso molecular promedio, $\mu \approx 0.6$

$$\frac{d \log \rho}{d \log(r)} + \frac{d \log(T)}{d \log(r)} = -\frac{r}{T} \left(\frac{\mu m_p}{k} \right) a(r), \quad (1.4)$$

donde m_p es la masa del protón. La temperatura de estos clústeres es aproximadamente constante fuera de sus núcleos y el perfil de densidad del gas observado para radios grandes sigue, aproximadamente, una ley de potencias con un índice de entre -2 y -1.5. Se puede encontrar que la temperatura debería obedecer la relación

$$kT \approx (1,3 - 1,8)KeV \left(\frac{M_r}{10^{14}M_\odot} \right) \left(\frac{1Mpc}{r} \right), \quad (1.5)$$

para la masa bariónica de un clúster típico, donde M_r es la masa encerrada por el radio r . La desviación entre la temperatura obtenida utilizando (2.5) y la temperatura observada $T \approx 10 KeV$, donde M_r es identificada con la masa bariónica, sugiere que existe una cantidad substancial de MO en los clústeres.

1.2.3. Evidencias a escalas cosmológicas

Hasta el momento hemos hablado sobre evidencias de la aparente existencia de MO a escalas de galaxias y de clústeres, cosa que bien podría no ser más que una coincidencia fortuita o incluso fruto de un análisis desde un paradigma cuestionable. Sin embargo, incluso considerando que no sea el caso para ninguna de las dos posibilidades previamente mencionadas, las observaciones discutidas a escalas galácticas y de clústeres no nos permiten determinar la cantidad total de MO en el universo. Para ello se tiene que recurrir a la existencia del Fondo de Radiación Cósmica de Microondas (CMB por sus siglas en inglés), el cual fue predicho por George Gamow y sus colaboradores en 1948 e inadvertidamente descubierto por Arno Penzias y Robert Wilson en 1965. Después de muchas décadas de esfuerzos experimentales ahora sabemos que este CMB es isotrópico a partir de la escala 10^{-5} y que sigue con extraordinaria precisión el espectro de un cuerpo negro correspondiente a una temperatura $T=2.726K$.

Hoy en día el análisis de las anisotropías del CMB nos permite probar con alto grado de precisión modelos cosmológicos y brinda constricciones rigurosas sobre parámetros cosmológicos.

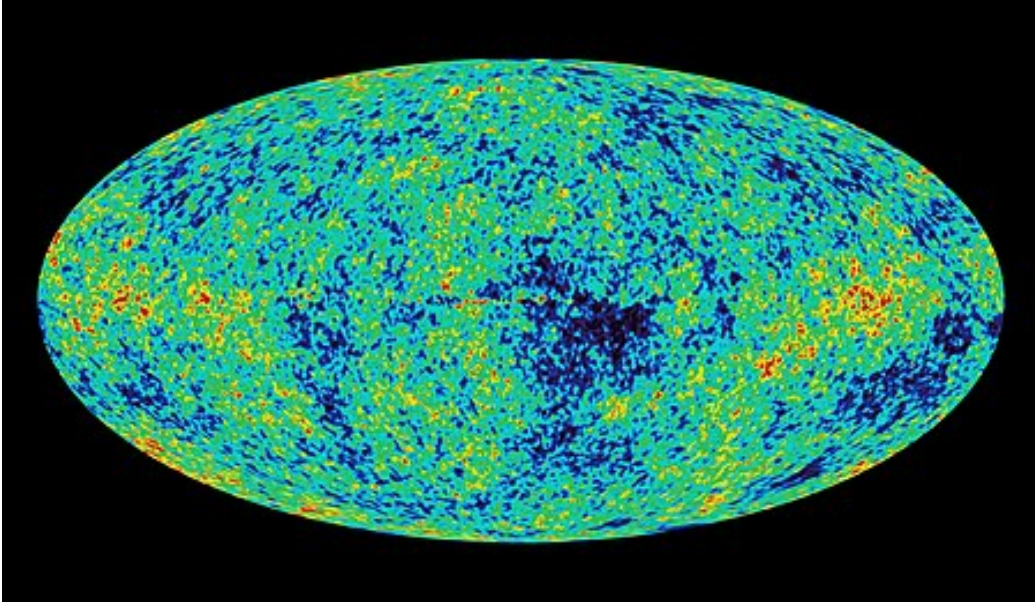


Figura 1.3: Fluctuaciones de temperatura en el CMB. [8]

Las anisotropías observadas en la temperatura suelen expandirse como

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \phi) = \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi), \quad (1.6)$$

donde $Y_{lm}(\phi, \theta)$ son los armónicos esféricos.

Asumiendo fluctuaciones de T gaussianas, la información contenida en el CBM puede ser condensada en un espectro de potencias, dando un comportamiento de la varianza de a_{lm} , C_l , como función de l^4 .

$$C_l \equiv \langle |a_{lm}|^2 \rangle \equiv \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l |a_{lm}|^2. \quad (1.7)$$

⁴Normalmente la gráfica suele ser para $l(l+1) \frac{C_l}{2\pi}$ (ver figura 2.4)

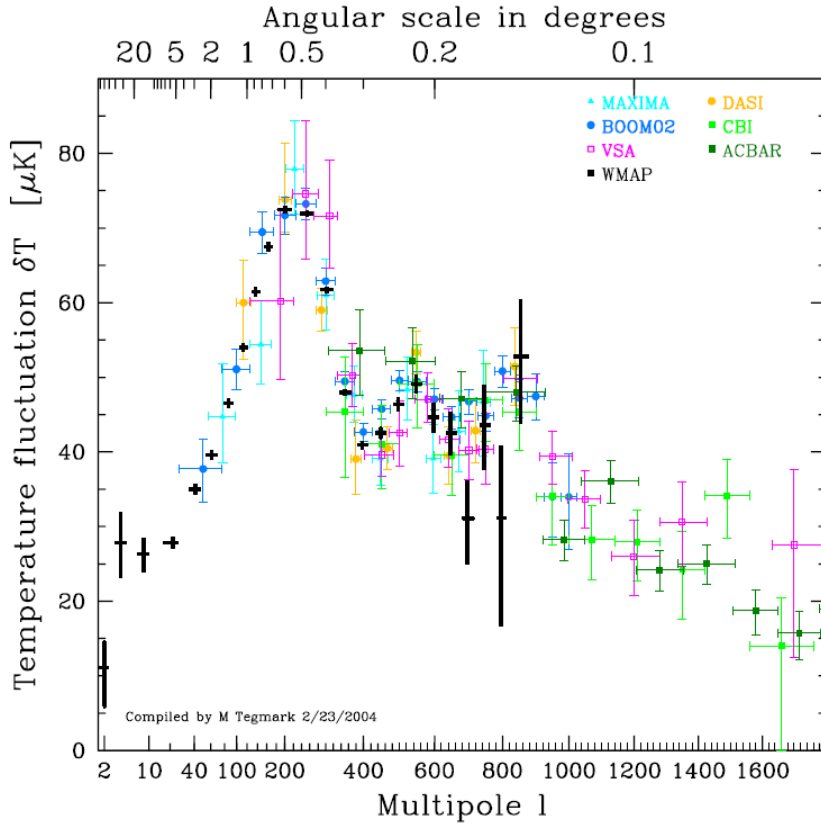


Figura 1.4: Espectro de potencias observado en las anisotropías del CMB.
Home page of Max Tegmark: <http://www.hep.upenn.edu/~max/main.html>.

La metodología para extraer información de los mapas de anisotropías del CMB es sencilla, al menos en principio. Comenzando con un modelo cosmológico con un número de parámetros bien ajustados (normalmente 6 o 7) el mejor ajuste de ellos es determinado por el pico de una superficie N-dimensional. Del análisis exclusivo de estos datos se encuentran los siguientes valores para abundancia de bariones y materia en el universo

$$\Omega_b h^2 = 0,024 \pm 0,001, \quad \Omega_M h^2 = 0,14 \pm 0,02. \quad (1.8)$$

Con este análisis realizado a lo largo de los años por muchos físicos y otros colaboradores, actualmente podemos hacernos una buena idea del contenido de materia en el Universo, el cual podemos ver representado en la siguiente figura.

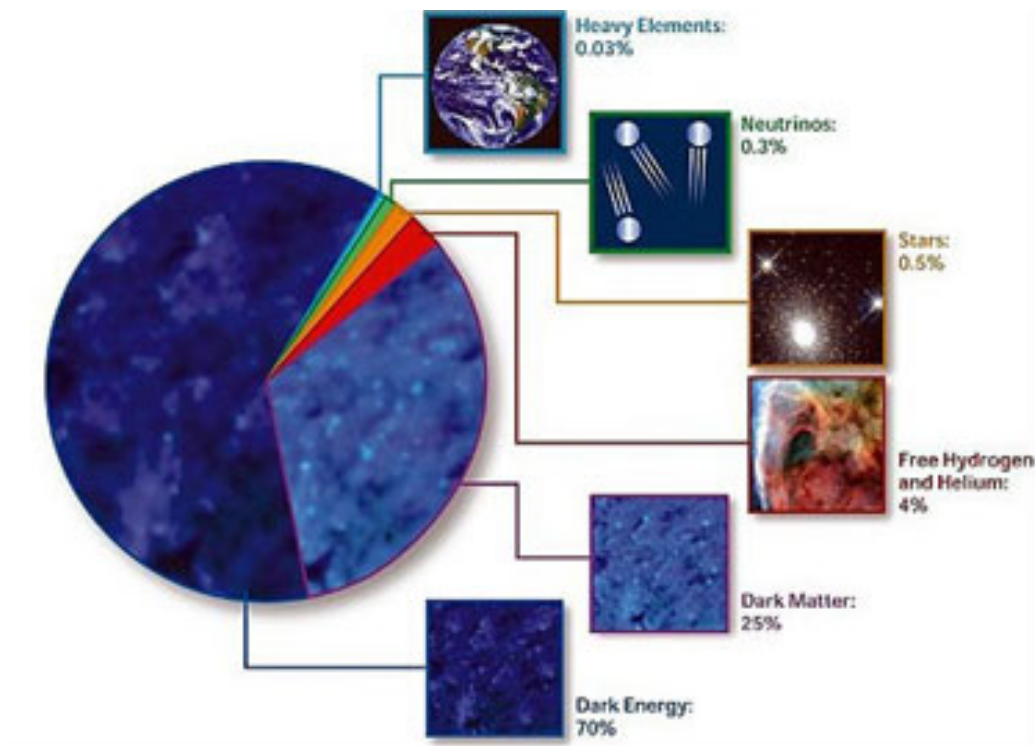


Figura 1.5: Gráfica de los componentes de la densidad del universo.

Cabe mencionar que la gran mayoría de la MO en el Universo es fría (CDM⁵), es decir, que sus momentos asociados son los suficientemente “pequeños” como para formar estructuras a escalas galácticas.

1.3. Posibles candidatos a MO

Como ya hemos visto en secciones anteriores de este trabajo la cantidad de evidencia sobre la existencia de MO es abrumadora llegados a este punto. Es entonces natural el preguntarnos ¿de qué está hecha la MO? En esta sección nos permitiremos dar una lista de los candidatos de los que más se discute en la literatura [1].

⁵Por sus siglas en inglés Cold Dark Matter.

- Neutrinos estériles.
Estas partículas hipotéticas son similares a los neutrinos del ME, pero con la excepción de que no interactúan vía la fuerza débil más allá de la mezcla de sabores. Fueron propuestos en 1993 como MO por Dodelson y Widrow [9]. Rigurosas constricciones tanto cosmológicas como astrofísicas sobre los neutrinos estériles provienen del análisis de su abundancia cosmológica.
- Axiones.
- Candidatos supersimétricos
 - Neutralinos.
 - Sneutrinos.
Las parejas súper simétricas de los neutrinos del ME han sido durante mucho tiempo considerados como posibles candidatos a MO. Se ha mostrado que los sneutrinos tendrían una densidad de vestigio interesante si su masa se encontrase en el rango de 550-2300 GeV . Sin embargo su sección eficaz con un núcleo es fácilmente calculable y es mucho mayor que los límites encontrados por experimentos de detección directa de MO [10].
 - Gravitinos.
 - Axinos.
- MO escalar ligera.
- MO de modelos de Little Higgs.
- Estados de Kaluza-Klein.
- MO súper pesada.
- Agujeros negros primordiales.

1.4. Propiedades de la MO

Por lo general en la mayoría de las disciplinas suelen aplicarse a los conceptos u objetos importantes ciertas características para darles una notoriedad o destacarlos entre un conglomerado más grande de objetos con los que también comparten algunas cosas en común. En física, lejos de ser una excepción, esta caracterización de objetos resulta de suma importancia, puesto que es

a menudo gracias a las *sutiles*⁶ diferencias en los conceptos, que se obtienen los cambios más grandes en la imagen final de la teoría que se desarrolla. Puntualmente en la física de partículas estas caracterizaciones son relevantes debido a que tienen un impacto directo en la interpretación que damos al comportamiento de la materia a esta escala. Es por ello que en esta sección nos dedicaremos a ahondar en las propiedades que, al menos de momento, se cree que caracterizan a este tipo tan exótico de materia.

1.4.1. Propiedades generales

Como hemos mencionado en la introducción de este trabajo, la MO por definición, a diferencia de la materia ordinaria, no interactúa de ninguna forma con la fuerza electromagnética. Esto quiere decir que no absorbe, refleja o emite luz, logrando de esta forma que sea extremadamente difícil de detectar por medios *comunes*⁷; es decir, en pocas palabras, la MO debe ser en primer lugar lo que se denomina eléctricamente neutra. De hecho, y como ya hemos mencionado de forma implícita en el capítulo anterior, los investigadores han sido capaces de inferir la existencia de la MO solo gracias a sus efectos gravitacionales sobre materia ordinaria.

Otras características relevantes para las candidatas a MO anteriormente mencionadas recaen igualmente en la forma en que interactúan con el resto de la materia ordinaria. Algunas características esperadas en su comportamiento es que, por ejemplo, la naturaleza de la gran mayoría debe ser no-bariónica, es decir, no se agrupa en hadrones como los quarks y no comparte las características que destacan a los leptones del ME. Además la gran mayoría de MO en el Universo debe ser fría ya que, de ser de otro modo, no existirían las estructuras a nivel cosmológico que conocemos actualmente. Con esto queremos decir, en palabras sencillas, que sus velocidades medias de propagación en la dinámica de las estructuras cosmológicas deben ser relativamente bajas. Por otro lado resulta lógico intuir que su interacción con la materia ordinaria debe ser, preferiblemente para la teoría, débil⁸.

Finalmente otra característica que se espera de la MO, debido a la falta de evidencia experimental de este tipo de materia hasta este momento, es que sus autointeracciones sean prácticamente nulas.

⁶Desde el punto de vista de otras disciplinas.

⁷Para los estándares de la física experimental actual.

⁸Con esto nos referimos tanto a su interpretación tanto en la jerga común (una interacción sutil, a penas perceptible) como en la de la física fundamental (interacción fundamental débil).

1.4.2. Modelos de MO

A continuación es necesario abordar el concepto de modelo en física para poder hacernos una idea de con qué vamos a trabajar y cómo es que debe ser trabajado. La física, a este nivel, suele ser más bien abstracta, es por ello necesario crear modelos que nos den una idea del comportamiento que podrían tener los fenómenos de interés. Un modelo podemos entenderlo como un esbozo de una realidad más profunda, la cual, por algún motivo, no alcanzamos a comprender o resulta muy difícil expresar en toda su extensión. Particularmente en física los modelos suelen llevarse acabo mediante el concepto de funciones o densidades lagrangianas las cuales, por decirlo de una forma simplificada, se componen de dos partes; los términos cinéticos del fenómeno a estudiar y el potencial al que se ven sometidos (con el que interactúan) dichos fenómenos.

$$\mathcal{L} = T - \mathcal{V}, \quad (1.9)$$

en donde T son los términos cinéticos del fenómeno y \mathcal{V} el potencial con el que interactúa. Dicha lagrangiana da cuenta, puntualmente en la física de partículas, de las interacciones de los campos en juego, así como de *qué tan fuerte* se llevan acabo dichas interacciones entre ellos.

Términos lagrangianos de interacción

De momento hemos abordado conceptos importantes para esta area de la física como lo son los tipos de M.O. teorizadas, sus características generales e incluso la forma en la que representamos a los campos asociados a esta M.O. y la forma en que interaccionan mediante el concepto de lagrangiana. Ahora, sin embargo, es necesario recurrir a algunos ejemplos de lagrangianas de interacción para la M.O. y así tener una idea más clara de a qué nos referimos con interacción y la forma en la que se llevan acabo los cálculos necesarios en esta área de la física.

Comencemos por definir el campo asociado a la M.O. de nuestro interés, a este le denominaremos, de momento, χ y algunos términos de interacción de interés con campos de fermiones del M.E. (representados por f y \bar{f} para el campo y su conjugado respectivamente) son mostradas a continuación⁹:

- Interacción Escalar: Podemos definir a un escalar como aquel objeto que, bajo cualquier tipo de transformación aplicada sobre él mismo,

⁹Por comodidad en estos ejemplos solo comentaremos las características principales de cada tipo de interacción, haciendo énfasis en el número de componentes en juego y el espín correspondiente a cada bosón mediador (teóricamente esperado) para el tipo de interacción dado.

permanece invariante, inalterable; el espín del bosón mediador sería nulo y el número de componentes en juego, al ser un escalar (número), sería uno. El tipo de acoplamiento viene dado por

$$\mathcal{L}_I = \frac{G_s}{\sqrt{2}} \bar{\chi} \chi \bar{f} f, \quad (1.10)$$

en donde G_s es una constante aún por determinar que indica el acoplamiento para la interacción escalar entre estos dos tipos de materia.

- **Interacción Pseudoescalar:** Podemos definir a un pseudoescalar como aquel objeto al que aplicarle una transformación de paridad únicamente cambiará de signo; nuevamente el espín asociado al bosón mediador sería nulo y la cantidad de componentes en juego es nuevamente uno. El tipo de interacción viene dado por

$$\mathcal{L}_I = \frac{G_p}{\sqrt{2}} \bar{\chi} \gamma^5 \chi \bar{f} \gamma_5 f, \quad (1.11)$$

en donde G_p es una constante aún por determinar que indica el acoplamiento para la interacción pseudoescalar entre estos dos tipos de materia y γ_5 es la matriz de Dirac encargada de dotar de sus propiedades a este tipo de interacción.

- **Interacción Vectorial:** En particular podemos definir a la interacción vectorial como aquella cuyo objeto cambia de signo al aplicarle el operador de paridad, es decir

$$\vec{r} \xrightarrow{\hat{P}} -\vec{r}. \quad (1.12)$$

El espín del bosón asociado a este tipo de interacción tendría un valor de uno y el número de componentes en juego es de cuatro. El tipo de interacción viene dado por

$$\mathcal{L}_I = \frac{G_v}{\sqrt{2}} \bar{\chi} \gamma^\mu \chi \bar{f} \gamma_\mu f, \quad (1.13)$$

en donde G_v es una constante aún por determinar que indica el acoplamiento para la interacción vectorial entre estos dos tipos de materia y γ^μ es la matriz de Dirac encargada de dotar de sus propiedades a este tipo de interacción.

- **Interacción Axial-Vector:** Para definir este tipo de interacción nuevamente podemos fijarnos en qué le sucede a un objeto adecuado al que

le aplicamos el *operador de paridad*. En este caso el objeto queda nuevamente inalterado, es decir

$$\vec{L} \xrightarrow{\hat{P}} \vec{L}. \quad (1.14)$$

El espín del bosón asociado a este tipo de interacción tendría un valor de uno y el número de componentes en juego es de cuatro. El tipo de interacción viene dado por

$$\mathcal{L}_I = \frac{G_a v}{\sqrt{2}} \bar{\chi} \gamma^\mu \gamma^5 \chi \bar{f} \gamma_\mu \gamma_5 f, \quad (1.15)$$

en donde $G_a v$ es una constante aún por determinar que indica el acoplamiento para la interacción vectorial entre estos dos tipos de materia y $\gamma^\mu \gamma^5$ son las matrices de Dirac encargadas de dotar de sus propiedades a este tipo de interacción.

Capítulo 2

Neutrinos Estériles como MO

Puesto que en el capítulo anterior hemos mencionado diversos candidatos a MO, debemos comenzar a sentar las bases con aquel candidato que decidimos escoger para este trabajo de tesis, puesto que sería poco práctico tratar de abarcar todos los mencionados. En este trabajo de tesis el candidato a M.O. que decidió estudiarse son los neutrinos estériles (NE). A continuación realizaremos un análisis sobre el qué son, por qué se propusieron y algunas formalidades matemáticas sobre ellos.

2.1. ¿Por qué la necesidad de NE?

Podría ser válido el que uno se cuestione cuál es la necesidad de un tipo de neutrino tan exótico como este. Para responder este tipo de preguntas es necesario comprender cómo es que se han realizado los avances en física históricamente hablando.

Por lo general los grandes descubrimientos en el campo de la física han sido o bien por accidente o tras proponer una gran cantidad de hipótesis y modelos para reproducir lo que se mide experimentalmente y, con algo de suerte, predecir nuevos fenómenos que pueda indicar el modelo en el que se trabaja. Puesto que es poco práctico esperar a que la casualidad nos favorezca durante el desarrollo de nuestros experimentos, resulta natural que se recurra a construir gran cantidad de modelos para, al menos, tener una ruta a seguir. Ahora, como actualmente existen mediciones experimentales de los neutrinos que discrepan bastante de lo predicho por las teorías y modelos existentes resulta normal buscar nuevas alternativas que representen más fielmente los fenómenos naturales que observamos. A continuación realizaremos una breve exposición de los motivos por los cuales se ha propuesto en particular la existencia de neutrinos estériles y el porqué son buenos candidatos a materia

oscura fría.

2.1.1. Anomalías en los datos de mediciones de neutrinos

La motivación que se encuentra detrás de proponer un estado de neutrino estéril es fundamentada por la existencia de algunas anomalías en los datos obtenidos de las mediciones de los neutrinos, las cuales no pueden explicarse con solo el modelo de tres generaciones de neutrinos con valores en la diferencia del cuadrado de sus masas dados por

$$\Delta m_{12}^2 \cong 7,5 \times 10^{-5} eV^2, \quad (2.1)$$

$$|\Delta m_{12}^2| \cong 2,5 \times 10^{-3} eV^2. \quad (2.2)$$

Existen dos grupos correspondientes a anomalías conocidas como *aparición* y *desaparición* de neutrinos.

Aparición y desaparición de neutrinos

Los datos de *aparición* incluyen observaciones por parte de las colaboraciones LSND y MiniBooNE.

LSND observó un exceso de $\bar{\nu}_e$ en su estudio de decaimientos $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ [11]. La energía promedio de los neutrinos fue de alrededor de 30 MeV. La significancia estadística de este exceso fue de unas tres desviaciones estándar. MiniBooNE, con un rayo de ν_μ con una energía de 600 MeV y la misma $\frac{L}{p}$ que en LSND, observó un exceso de ν_e y $\bar{\nu}_e$ con una significancia estadística de unas 4.8 desviaciones estándar [12].

Los datos de *desaparición* incluyen un déficit del 13% de ν_e y $\bar{\nu}_e$ por parte de las fuentes de calibración de los experimentos SAGE y GALLEX y un déficit de $\bar{\nu}_e$ del 6% en reactores al ser comparados con las predicciones teóricas.

Interpretación de las anomalías dentro del marco teórico de las oscilaciones de neutrinos

Si estas anomalías se intentan interpretar debido a las oscilaciones de neutrinos entonces los parámetros

$$\Delta m^2 \cong (1 - 2)eV^2, \quad (2.3)$$

$$\sin^2(2\theta) \cong (0,1 - 0,2), \quad (2.4)$$

¹Proporción entre la distancia de la fuente de neutrinos al detector y el momento lineal de los neutrinos emitidos.

son la mejor forma de describir estas observaciones. Sin embargo dichos parámetros no se ajustan dentro del marco teórico de tres generaciones de neutrinos dados por (2.1) y (2.2).

Una extensión directa al sector leptónico del ME la cual consta de añadir un doblete extra de leptones es imposible debido a las anchuras de decaimiento medidas para los bosones W^\pm y Z^0

$$\Gamma(W^\pm \rightarrow all) = (2085 \pm 2,1)MeV, \quad (2.5)$$

$$\Gamma(Z^0 \rightarrow all) = (2495 \pm 2,3)MeV. \quad (2.6)$$

Cada nuevo neutrino (con una masa mucho menor a $\frac{m_Z}{2}$) del doblete $SU(2)_L$ agregaría a las respectivas anchuras las siguientes contribuciones

$$\Gamma(W^\pm \rightarrow l\nu) \cong 226MeV, \quad (2.7)$$

$$\Gamma(X^0 \rightarrow \bar{\nu}\nu) \cong 166MeV, \quad (2.8)$$

lo que las haría mucho mayores que las incertidumbres experimentales en (2.5) y (2.6).

2.1.2. El concepto de neutrino estéril y su inclusión a nivel de lagrangiana

La mejor forma de incorporar un estado de neutrino estéril es agregar al ME un campo de neutrino sin agregar el cuarto campo con quiralidad izquierda correspondiente a la “siguiente” generación de leptones. Para explicar esto recordemos cómo es que surgen las masas de los fermiones de Dirac en el ME. Una idea fundamental en el ME es la necesidad de invarianza de norma de su lagrangiana bajo una simetría particular, $SU(2)_L \times U(1)$. Todos los fermiones en el ME carecen de masa debido a que el término correspondiente a la masa no es invariante de norma.

Para ejemplificar esta afirmación consideremos primero el término de masa de solo una generación de los leptones cargados

$$- m(\bar{l}_L l_R + h.c.), \quad (2.9)$$

esta expresión no es invariante de norma debido a que los campos quirales izquierdos y derechos tienen distintas propiedades de transformación con respecto de los grupos de simetría $SU(2)_L \times U(1)$ y $U(1)$ del ME.

Las masas de los fermiones son adquiridas vía las interacciones de Yukawa de un campo escalar con dos campos de fermiones. Originalmente esta interacción fue propuesta para explicar el potencial atractivo de dos núcleos

interactuando entre ellos mediante el intercambio de un campo escalar masivo, el pión. En el ME la misma terminología es usada para describir las interacciones de fermiones con el único campo escalar fundamental del modelo, el campo de Higgs ϕ . El término de Yukawa en la lagrangiana para leptones cargados es

$$\mathcal{L}_Y = -\lambda (\bar{\nu}_L \quad \bar{l}_L) \begin{pmatrix} 0 \\ \phi \end{pmatrix} l_R + h.c., \quad (2.10)$$

al reemplazar $\phi \rightarrow v + \frac{\chi}{\sqrt{2}}$, con v el Valor Esperado de Vacío (VEV) del campo de Higgs, genera la masa del término (2.9) con $m=\lambda v$ y un término que describe una interacción de fermiones con una excitación χ del campo de Higgs sobre el VEV

Las masas de los neutrinos son ahora generados de forma similar al reemplazar

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \phi \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -\phi^c \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

y reemplazando l_R por ν_R en donde ϕ^c es el campo conjugado en carga del campo de Higgs. El neutrino derecho no interactúa con el W^\pm ni con el Z^0 y por lo tanto a menudo es llamado “*estéril*”, más adelante mencionaremos el porqué.

Sin embargo este no es el campo estéril que se requiere para interpretar las anomalías en los datos obtenido de los neutrinos que mencionamos anteriormente.

Para generalizar estas consideraciones sobre las generaciones de leptones se deben agregar tres campos de quiralidad derecha de leptones cargados $l_{eR}, l_{\mu R}, l_{\tau R}$ y sus tres respectivos campos para neutrinos derechos $\nu_{eR}, \nu_{\mu R}, \nu_{\tau R}$. La lagrangiana de Yukawa más general da como resultado términos no diagonales para leptones cargados y neutrinos

$$- m_{\alpha\beta}^l (\bar{l}_{\alpha L} l_{\beta L} + h.c.) - m_{\alpha\beta}^\nu (\bar{\nu}_{\alpha L} \nu_{\beta R} + h.c.), \quad (2.12)$$

en donde m^l y m^ν son matrices no diagonales con elementos de matriz $m_{\alpha\beta}^l$ y $m_{\alpha\beta}^\nu$ respectivamente.

Ambos términos en la expresión (2.12) deben ser diagonalizados para poder ser interpretados como términos de masa. La diagonalización puede ser realizada con ayuda de cuatro matrices $U_L^l, U_R^l, U_L^\nu, U_R^\nu$, rotando l_L, l_R, ν_L, ν_R respectivamente, donde $l^T = (e, \mu, \tau)$ y $\nu^T = (\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$

Con respecto al término “*estéril*” utilizado anteriormente, en efecto, notemos que, en la extensión más simple al ME que acepta masas de neutrinos, estos

tienen las siguientes interacciones y términos de masa

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \left[\frac{g}{2} (\bar{\nu}_{\alpha,L} \gamma^\rho e_{\alpha,L} W_\rho^+ + h.c.) + \frac{g}{2 \cos(\theta_W)} \bar{\nu}_{\alpha,L} \gamma^\rho \nu_{\alpha,L} Z_\rho \right] + \\ & - \sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau} (m_{\alpha\beta} \bar{\nu}_{\alpha,L} \nu_{\beta,R} + h.c.), \end{aligned} \quad (2.13)$$

a pesar de que esto significa agregar nuevos grados de libertad al ME, no hay nuevas partículas (o nuevos autoestados de masa), el agregar el neutrino de quiralidad derecha, ν_R , solo tiene como consecuencia la existencia de nuevos estados de espín para los neutrinos y antineutrinos ligeros. Notemos que, como mencionamos hace un poco, el término de masa del segundo miembro de la ecuación (2.11) es en general no diagonal, es decir, $m_{\alpha\beta}$ puede ser distinto de cero incluso si $\alpha \neq \beta$. Esto quiere decir que los autoestados de sabor o autoestados de interacción ν_α , ($\alpha=e,\mu,\tau$) no tienen una masa definida. El agregar un neutrino estéril ν_s como un singulete fermiónico del ME a esta lagrangiana tiene su efecto en que dicho campo solo aparece en el término de masa, pero no en la interacción débil, es decir, el término de masa pasa a ser

$$- \sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau} (m_{\alpha\beta} \bar{\nu}_{\alpha,L} \nu_{\beta,R} + h.c.) \rightarrow - \sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau,s} (m_{\alpha\beta} \bar{\nu}_{\alpha,L} \nu_{\beta,R} + h.c.). \quad (2.14)$$

La matriz de masa, m , con entradas $m_{\alpha\beta}$ puede ser diagonalizada, como mencionamos anteriormente, mediante una transformación biunitaria

$$m = U m_D V^\dagger, \quad (2.15)$$

en donde m_D es una matriz diagonal tal que $m_D = \text{diag}(m_1, m_2, m_3, m_4)$ y U , V son matrices unitarias. Además, la lagrangiana (2.12) en la que se realiza la sustitución (2.13), puede ser expresada en términos de los autoestados de masa si se recurre a expresar a los autoestados de sabor en términos de los de masa vía

$$\nu_{j,L} \equiv \sum_{\alpha} U_{\alpha j}^* \nu_{\alpha,L}, \quad (2.16)$$

$$\nu_{j,R} \equiv \sum_{\alpha} U_{\alpha j} \nu_{\alpha,R}. \quad (2.17)$$

2.2. Conversión de NE de MO a Neutrinos Activos

Como sabemos hasta la fecha existen únicamente tres tipos de neutrinos detectados, el neutrino del electrón (ν_e), el neutrino de muón (ν_μ) y le

neutrino del tau (ν_τ), a los que denominaremos Neutrinos Activos (NA). La existencia de un cuarto tipo de neutrino, el neutrino estéril, es un concepto que cambiaría radicalmente el entendimiento de nuestro Universo.

Si bien existen trabajos en los que se incluyen desde una generación de neutrinos hasta tres de ellas, en este trabajo de tesis nos centraremos en la inclusión de un único neutrino estéril. Por motivos pedagógicos recurriremos primeramente a recordar conceptos básicos de la física de neutrinos que son aceptados actualmente por el ME para, posteriormente, incluir y mostrar los cambios que suceden al considerar la existencia de otro tipo de neutrino.

Sabemos que los estados de neutrinos que detectamos en los experimentos pertenecen a la base de los autoestados de sabor, es decir, estos autoestados resultan ser la combinación lineal de una base alternativa conocida como base de autoestados de masa, los cuales son compuestos por los neutrinos de tipo 1,2 y 3 (ν_1, ν_2, ν_3). Para ejemplificar a continuación expresamos al neutrino de primera generación, ν_e , en términos de sus autoestados de masa

$$|\nu_e\rangle = \sum_{i=1}^3 C_{1i} |\nu_i\rangle = C_{11} |\nu_1\rangle + C_{12} |\nu_2\rangle + C_{13} |\nu_3\rangle, \quad (2.18)$$

en donde los coeficientes C_{1i} representan las entradas de una matriz llamada matriz de mezcla.

La forma más general para la mezcla que considera a las tres generaciones de neutrinos detectadas viene dada por la forma

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

de tal forma que para incluir, bajo este esquema, nuevos neutrinos, lo único que debemos realizar es aumentar la matriz de mezcla de tal forma que, por ejemplo, para tres nuevos neutrinos, se tendría que

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \\ \nu_{s1} \\ \nu_{s2} \\ \nu_{s3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \\ \nu_4 \\ \nu_5 \\ \nu_6 \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

por lo que ahora el auto estado de sabor para un neutrino del electrón tendría la forma aumentada

$$\begin{aligned}
|\nu_e\rangle &= \sum_{i=1}^3 C_{1i} |\nu_{Ai}\rangle + \sum_{i=4}^6 C_{1i} |\nu_{Si}\rangle \\
&= \underbrace{C_{11} |\nu_1\rangle + C_{12} |\nu_2\rangle + C_{13} |\nu_3\rangle}_{\text{Autoestados de masa estándar}} + \\
&\quad + \underbrace{C_{14} |\nu_4\rangle + C_{15} |\nu_5\rangle + C_{16} |\nu_6\rangle}_{\text{Contribución estéril de autoestados de masa}}. \quad (2.21)
\end{aligned}$$

Es importante notar que entonces el neutrino estéril que estamos mencionando en esta sección pertenece a los autoestados de sabor directamente, no a un autoestado de masa.

De esta forma, una vez llevada acabo esta superficial explicación sobre la adición de uno o varios neutrinos estériles al ME abordaremos el cómo puede llevarse acabo la transformación de un neutrino estéril de MO a uno activo del ME.

Debido a que en esta tesis se está trabajando con neutrinos ultraenergéticos, es natural recurrir al mejor y principal laboratorio de creación de estos; nos referimos a los objetos astronómicos, capaces de, en sus momentos más dinámicos y explosivos, ser las fuentes más energéticas del universo. En particular, por motivos pedagógicos, hablaremos sobre la conversión de neutrinos estériles a activos en procesos que suceden en supernovas, a los que se les conoce como procesos-r o procesos de captura rápida de neutrón, en los que se ven involucrados campos magnéticos aleatorios (r.m.f. por sus siglas en inglés) [13].

Conversión de NE a NA en presencia de intensos campos magnéticos aleatorios

La ecuación de movimiento que gobierna a un sistema de un neutrino activo y uno estéril propagándose en presencia de un campo magnético intenso y aleatorio puede ser escrito en términos de los autoestados débiles como

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_s \\ \nu_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{ss} & H_{sa} \\ H_{sa} & H_{aa} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_s \\ \nu_a \end{pmatrix}, \quad (2.22)$$

en donde las cantidades de esta hamiltoniana de evolución vienen dadas por

$$H_{aa} = \frac{(c^2 m_1^2 + s^2 m_2^2)}{2q} + V_{as} + A_{as}, \quad (2.23)$$

$$H_{sa} = cs\Delta, \quad (2.24)$$

$$H_{ss} = \frac{(s^2 m_1^2 + c^2 m_2^2)}{2q}, \quad (2.25)$$

en donde V_{as} y A_{as} denotan las contribuciones vector y axial del potencial del neutrino que describirán las conversiones de activo a estéril

$$V_{as} \approx 4 \times 10^{-6} \rho_{14} (3Y_e + 4Y_{\nu_e} - 1) \text{ MeV}, \quad (2.26)$$

$$A_{as}(q, B) = V_{axial} \frac{q_z}{q}, \quad (2.27)$$

aquí q es el momento del neutrino, m_1 y m_2 son las masas de los neutrinos, el término V_{axial} es producido por la corriente axial promedio y es proporcional a la magnetización del plasma en el campo magnético externo, para el cual se asume un sistema de referencia en el que apunta en dirección al eje z al interior de un dominio dado, $\Delta = \frac{\Delta m^2}{q^2}$, $c = \cos(\theta)$, $s = \sin(\theta)$, con θ el ángulo de mezcla. Adicionalmente Y 's denota a la abundancia de partículas y ρ_{14} la densidad en unidades de $10^{14} \frac{g}{cc}$.

De la ecuación (2.22) es fácil obtener la probabilidad $P_{\nu_a \rightarrow \nu_s}(t)$ de conversión de neutrinos activos emitidos por la supernova a estériles. Para un campo magnético intenso y aleatorio se puede obtener que

$$P_{\nu_a \rightarrow \nu_s}(B, t) \approx \frac{\Delta^2 \sin^2(2\theta)}{2\Delta_m^2} \left(1 - e^{-\frac{\Delta_m^2 t}{2\Gamma}} \right), \quad (2.28)$$

la cual describe el comportamiento aperiódico de la conversión de neutrino activo a estéril. El tiempo de relajación queda definido como

$$t_{relax} = \frac{2\Gamma}{\Delta_m^2} = \langle \Delta_B^2 \rangle \frac{L_0}{\Delta_m^2}, \quad (2.29)$$

depende del parámetro del valor esperado del campo magnético al cuadrado

$$\langle \Delta_B^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = \frac{|\mu_{eff}| \langle B^2 \rangle^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{3}}, \quad (2.30)$$

en donde L_0 es el tamaño del dominio en el que el campo magnético es tomado como uniforme y constante. La cantidad Δ_m está dada por

$$\Delta_m = [(V_{as} - \Delta \cos(2\theta))^2 + \Delta^2 \sin^2(2\theta)]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.31)$$

la cual es la frecuencia de oscilación estándar en el medio de la supernova.

Capítulo 3

Dispersión Inelástica Profunda

Por lo general, de los cursos básicos de física, estamos acostumbrados a trabajar con ejercicios que, más que nada, son un pobre esbozo de la realidad en la que vivimos y que presume de ser bastante más compleja en sus fenómenos. Ejercicios de cinemática despreciando la fricción con el medio con el que se encuentra en contacto nuestra “*partícula puntual*”, resolución de ecuaciones diferenciales asociadas a sistemas unidimensionales y sistemas conservativos son solo unos pocos ejemplos los cuales, aunque muy útiles en algunos casos, no dejan de pecar de ser más que casos muy particulares, bajo asunciones muy restrictivas. De la misma forma que en los ejemplos anteriores, las colisiones elásticas entre partículas no son siempre la forma correcta de abordar el problema en el que se está trabajando. Puntualmente en física de partículas, dependiendo del rango de energías en los que se esté llevando a cabo una colisión y si alguna de las partículas es de naturaleza no fundamental, estas pueden pasar a ser inelásticas. De ser el caso en el que trabajásemos con partículas fundamentales bastaría con una descripción para un fenómeno elástico, sin embargo, cuando se trabaja con hadrones, es decir, partículas con una estructura interna, el rango de energía de la colisión juega un rol importante, ya que el hadrón podría llegar a “fracturarse” al momento de la colisión, es decir, el electrón no solo puede interactuar con el protón, sino con los quarks al interior de este. Es por ello que, para estos casos, es necesario llevar a cabo un tratamiento más refinado y cuidadoso del fenómeno. En las siguientes secciones detallaremos tanto el proceso matemático como el razonamiento físico tras él.

3.1. El modelo partónico

Como mencionamos hace poco las partículas con estructura interna que participan en colisiones muy energéticas pueden llegar a “romper” su estructura interna durante el fenómeno.

Supongamos una colisión a baja energía entre un protón (partícula con estructura interna) y un electrón (partícula fundamental). En esta dispersión elástica el electrón no tiene suficiente energía como para “fragmentar” al nucleón y, por lo tanto, el estado final de la colisión está compuesto por el electrón y el protón en retroceso.

En cambio, cuando el electrón tiene una energía más alta (un intercambio de q^2 mayor), puede “penetrar” la estructura interna del protón (quarks) y “fragmentarlo”, produciendo así un estado final en el que se tengan el electrón y uno o más hadrones debido a las propiedades de confinamiento y libertad asintótica de los quarks.

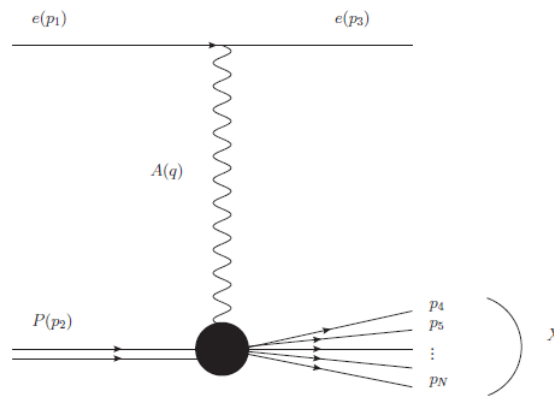


Figura 3.1: Diagrama de una dispersión inelástica entre un electrón y un protón, mostrando del lado inferior derecho el conjunto de posibles hadrones resultantes.

La Dispersión Inelástica Profunda (DIP) en general provee evidencia experimental de la existencia de los llamados *partones* al interior de los hadrones. Más precisamente los partones pueden ser catalogados en dos clases; la primera serían los quarks “físicos” o *de valencia*, la segunda serían los gluones y quarks/antiquarks virtuales, conocidos como el *mar de partículas*, los cuales son producidos por las interacciones de los quarks de valencia. Para el desarrollo del análisis de este tipo de colisiones no es necesario que se detecten los hadrones finales, ya que el estudio de la energía y el ángulo de dispersión del electrón final brindará información sobre la estructura del protón.

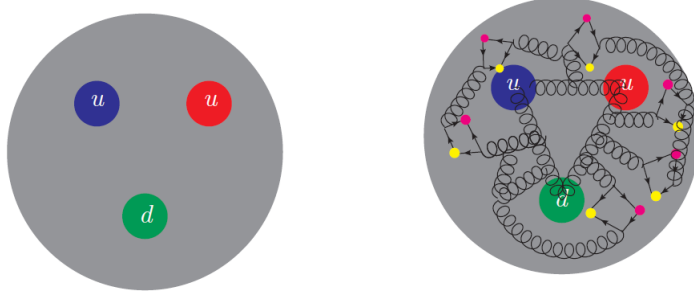


Figura 3.2: Representación gráfica de los quarks de valencia (lado izquierdo) y las partículas del mar (lado derecho).

A continuación llevaremos a cabo un análisis similar al que se realiza en el caso de una dispersión elástica electrón-protón.

3.1.1. Funciones de estructura

En analogía con el proceso elástico, escribimos la amplitud cuadrada para cada estado final particular X_i como

$$|M|^2 = \frac{e^4}{q^4} L_{\mu\nu} K^{\mu\nu}. \quad (3.1)$$

Para obtener la sección eficaz es necesario llevar a cabo la siguiente integral

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^2 |M|^2}{4\sqrt{(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)^2 - (m_1 m_2)^2}} \delta^4(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{P}) \prod_{i=3}^n \frac{d^3 \mathbf{p}_i}{2(2\pi)^3 E_i}, \quad (3.2)$$

en donde $\mathbf{P} = \mathbf{p}_4 + \dots + \mathbf{p}_n$ es el 4-momento final del estado X. Al sustituir (3.1) en (3.2) obtenemos

$$d\sigma = \frac{4\pi M e^4 L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}}{4\sqrt{(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)^2 - (m_1 m_2)^2}} \frac{d^3 p_3}{2(2\pi)^3 E_3}, \quad (3.3)$$

en donde

$$W^{\mu\nu} = \frac{(2\pi)^4}{4\pi M} \int \prod_{i=4}^n K^{\mu\nu} X \delta^4(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{P}) \frac{d^3 \mathbf{p}_i}{2(2\pi)^3 E_i} \quad (3.4)$$

Ahora, para una dispersión de un electrón con un protón de masa M , al despreciar la masa del electrón, se tiene que $\mathbf{p}_1 = E(1, \hat{p})$, $\mathbf{p}_3 = E'(1, \hat{p}')$, con

$\hat{p} \cdot \hat{p}' = \cos(\theta)$, por lo tanto en coordenadas esféricas se tiene que el elemento diferencial de volumen es

$$d^3\vec{p}_3 = |\vec{p}_3|^2 d|\vec{p}_3| d\Omega = (E')^2 dE' d\Omega, \quad (3.5)$$

en consecuencia

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha^2 E'}{q^4 E} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}. \quad (3.6)$$

No está demás recalcar el hecho de que asumimos, por motivos de simetría, que el tensor $W^{\mu\nu}$ tiene la forma

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{1}{M^2} [W_2 p^\mu p^\nu + W_3 q^\mu q^\nu + W_4 (p^\mu q^\nu + q^\mu p^\nu)], \quad (3.7)$$

en donde $W_i(E', \theta)$ son llamados factores de forma y parametrizan nuestra ignorancia sobre la estructura del protón.

De la identidad de Ward sabemos que

$$W^{\mu\nu} q_\mu = W^{\mu\nu} p_\nu = 0, \quad (3.8)$$

de donde se desprende que

$$W^{\mu\nu} q_\mu = -W_1 q^\nu + \frac{1}{M^2} [W_2 p^\nu p \cdot q + W_3 q^2 q^\nu + W_4 (p^\nu q^2 + q^\nu p \cdot q)] = 0, \quad (3.9)$$

tras separar adecuadamente la expresión apelando a la independencia lineal de las componentes de los 4-vectores p y q y resolver adecuadamente el sistema de ecuaciones resultante, encontramos que solo dos de los factores de forma son linealmente independientes, es decir

$$W_4 = -\frac{q \cdot p}{q^2} W_2, \quad W_3 = \frac{M^2}{q^2} W_1 + \left(\frac{q \cdot p}{q^2}\right)^2 W_2, \quad (3.10)$$

por lo que a W_1 y W_2 las llamaremos ahora funciones de estructura.

Ahora podemos escribir

$$W^{\mu\nu} = \frac{W_1}{q^2} \left(q^\mu q^\nu - q^2 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{m^2} \left(p^\mu - \frac{q \cdot p}{q^2} q^\mu \right) \left(p^\nu - \frac{q \cdot p}{q^2} q^\nu \right) \right). \quad (3.11)$$

Posteriormente a realizar mucha álgebra, podemos escribir a (3.6) como

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \left(\frac{\alpha}{2E \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)^2 \left(2W_1 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + W_2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right), \quad (3.12)$$

en donde nuestras funciones de estructura dependen de q^2 y $q \cdot p$ o de E' y θ . Ahora, del caso de la dispersión elástica se tiene que

$$q \cdot p = -\frac{q^2}{2}, \quad (3.13)$$

sin embargo, en el caso de la dispersión inelástica esto ya no se cumple. En lugar de dicha relación debemos recurrir al uso de la variable

$$x = -\frac{q^2}{2q \cdot p}. \quad (3.14)$$

No es difícil mostrar que

$$q^2 = -4EE' \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad q \cdot p = M(E - E'), \quad (3.15)$$

por lo que, al sustituir las relaciones (3.15) en (3.14) se tiene que

$$x = -\frac{q^2}{2p \cdot q} = \frac{2EE' \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{M(E - E')}. \quad (3.16)$$

Notemos que podemos recuperar la fórmula de Rosenbluth para la dispersión elástica si pedimos que las funciones de estructura tengan la forma

$$W_{1,2}(q^2, x) = -\frac{K_{1,2}(q^2)}{2Mq^2} \delta(x - 1). \quad (3.17)$$

Para una partícula de comportamiento puntual basta con pedir que $K_1 = -q^2$ y $K_2 = 4M^2$.

A pesar de que las funciones de estructura dependen tanto de q^2 como de x , Bjorken predijo que a muy altas energías, dependerían únicamente de x . El escalamiento de Bjorken implica que las funciones de estructura permanecen sin cambios cuando el 4-momento de las partículas cambia por un factor de escala, esto es,

$$W_{1,2}((kq)^2) = W_{1,2}(q^2). \quad (3.18)$$

Además Bjorken predijo también que a muy altas energías

$$MW_1(q^2, x) \rightarrow F_1(x), \quad -\frac{q^2}{2Mx} W_2(q^2, x) \rightarrow F_2(x). \quad (3.19)$$

Posteriormente a estos desarrollos Grossman y Callan sugirieron que estas funciones de estructura F_i podrían estar relacionadas en la forma

$$2xF_1(x) = F_2(x). \quad (3.20)$$

A pesar de que a altas energías el electrón “rompe” la estructura del protón y se comporta como una partícula de Dirac libre, en realidad el electrón lo que hace es llevar a cabo una dispersión con uno de los quarks del protón, por lo que el proceso que necesitamos estudiar es, de momento, $eq \rightarrow eq'$. Para una dispersión de un electrón y un quark con sabor i debemos recurrir a las funciones de estructura correspondientes a una partícula puntual, esto es

$$W_1^i(q^2, x_i) = \frac{Q_i^2}{2m_i} \delta(x_i - 1), \quad (3.21)$$

$$W_2^i(q^2, x_i) = -\frac{2m_i Q_i^2}{q^2} \delta(x_i - 1), \quad (3.22)$$

en donde $x_i = \frac{q^2}{2p_i \cdot q}$ y m_i , p_i y Q_i la masa, momento y carga del quark q_i .

3.1.2. Funciones de distribución partónicas

Como mencionamos en la sección anterior el modelo partónico asume que los hadrones están realmente compuestos por pequeñas partículas de comportamiento puntual llamadas partones, las cuales ahora identificamos como quarks y gluones. En la figura se han mencionado los quarks, no solo de valencia, sino a las partículas de *el mar* en general. A continuación ahondaremos un poco más en este tema antes de pasar explicar un poco sobre las funciones de distribución partónicas (FDP).

A parte de los tres quarks de valencia que posee el protón ($2U_v$ y d_v), permitámonos asumir que a las partículas del mar también se les puede asignar tres “sabores”, a los que denotaremos por

$$u_m + \bar{u}_m, \quad d_m + \bar{d}_m, \quad s_m + \bar{s}_m, \quad (3.23)$$

ya que estas partículas del mar se presentan en pares partícula-antipartícula. Denotemos por $u(x)$ y $d(x)$ a las F.D.P.'s para los quarks u y d , ya sean tanto de valencia o pertenecientes al mar. Para que tengan ($u(x)$ y $d(x)$) una fracción x del 4-momento del protón

$$u(x) = u_v(x) + u_m(x), \quad d(x) = d_v(x) + d_m(x), \quad (3.24)$$

En este modelo un i -ésimo partón lleva consigo una porción z_i del 4-momento total p del protón, es decir

$$p_i = z_i p, \quad (3.25)$$

esto, de cualquier forma, al “molesto” resultado de que la masa del quark es variable ya que podemos definir

$$m_i = z_i M, \quad (3.26)$$

con $0 < z_i < 1$.

Definimos una densidad de probabilidad $f_i(z_i)$ de que el i -ésimo partón lleve consigo una fracción z_i del 4-momento. En consecuencia, la suma de probabilidades de que cada partón lleve consigo una fracción z_i del 4-momento total es

$$\sum_i \int_0^1 f_i(z_i) dz_i = 1, \quad (3.27)$$

estas densidades de probabilidad son determinadas de forma experimental en procesos DIP.

Para el i -ésimo parton tenemos que, por la relación (3.14)

$$x_i = -\frac{q^2}{2p_i \cdot q} = -\frac{q^2}{2z_i p \cdot q} = \frac{x}{z_i}, \quad (3.28)$$

y es fácilmente demostrable que, por la propiedad principal de la distribución delta de Dirac, se cumple la relación

$$\delta\left(\frac{x}{z_i} - 1\right) = z_i \delta(x - z_i). \quad (3.29)$$

En consecuencia, las funciones de estructura para el i -ésimo partón pueden ser reescritas como

$$W_1^i(q^2, x) = -\frac{Q_i^2}{2M} \delta(x - z_i), \quad (3.30)$$

$$W_2^i(q^2, x) = -\frac{2z_i^2 M Q_i^2}{q^2} \delta(x - z_i). \quad (3.31)$$

Lo que resta ahora es integrar sobre z_i y sumar sobre todos los quarks para obtener las funciones de estructura del protón

$$W_1(q^2, x) = \sum_i \int_0^1 \frac{Q_i^2}{2M} \delta(x - z_i) f_i(z_i) dz_i = \frac{1}{2M} \sum_i Q_i^2 f_i(x), \quad (3.32)$$

$$W_2(q^2, x) = -\sum_i \int_0^1 \frac{2z_i^2 M Q_i^2}{q^2} \delta(x - z_i) f_i(z_i) dz_i = -\frac{2Mx^2}{q^2} \sum_i Q_i^2 f_i(x), \quad (3.33)$$

tras rearrreglar las expresión podemos escribir

$$MW_1(q^2, x) = \frac{1}{2} \sum_i Q_i^2 f_i(x) = F_1(x), \quad (3.34)$$

$$-\frac{q^2}{2Mx} W_2(q^2, x) = x \sum_i Q_i^2 f_i(x) = F_2(x) = 2xF_1(x), \quad (3.35)$$

lo cual es conocido, como mencionamos anteriormente, como el escalamiento de Bjorken.

3.2. Secciones eficaces de procesos de DIP

De momento hemos mostrado la utilidad de las funciones de estructura y las funciones de distribución partónicas en el contexto de las dispersiones inelásticas. Sin embargo aún queda formalismo matemático por revisar para poder llevar a cabo la integración de las secciones eficaces en procesos inelásticos de forma adecuada.

Consideremos ahora una DIP en el marco de referencia del protón en reposo.

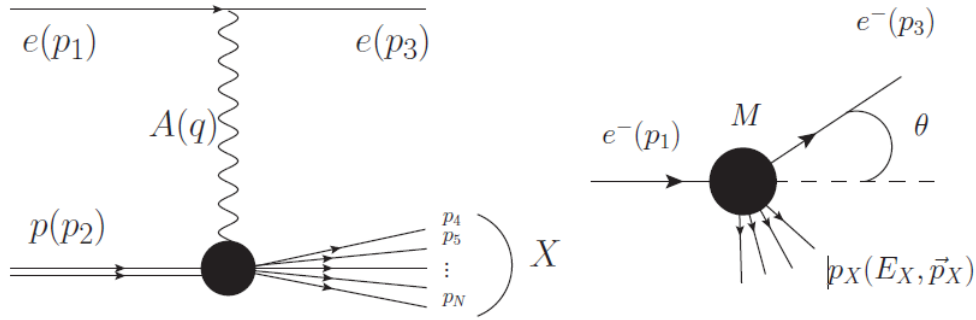


Figura 3.3: Diagrama de Feynman del proceso de D.I.P. $e^-p \rightarrow e^-X$ (lado derecho) y esquema de la cinemática del mismo.

Es fácil comprobar que las variables cinemáticas se pueden escribir como

$$p \equiv p_2 = (M, 0), \quad p_3 = E'(1, \hat{p}), \quad \hat{p} \cdot \hat{p}' = \cos(\theta), \quad (3.36)$$

$$q = p_1 - p_3, \quad k \equiv p_1 \cong E(1, \hat{p}). \quad (3.37)$$

Se puede mostrar que la sección eficaz diferencial para este proceso tiene la forma

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \left(\frac{\alpha}{E \sin(\frac{\theta}{2})} \right)^2 \frac{F_1(x)}{2M} \left(1 + \frac{2EE'}{(E - E')} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right). \quad (3.38)$$

Ahora, en lugar de recurrir a E' y θ es conveniente utilizar la variable x previamente descrita en la sección anterior (3.14) y definir una nueva variable tal que

$$y = \frac{q \cdot p}{k \cdot p}. \quad (3.39)$$

En términos de E' y θ se tiene que las invariantes cinemáticas relevantes

toman la forma

$$q^2 = p_1^2 + p_3^2 - 2p_1 \cdot p_3 = -2EE'(1 - \cos(\theta)) = -4EE' \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (3.40)$$

$$q \cdot p = p_1 \cdot p_2 - p_2 \cdot p_3 = EM - E'M = M(E - E'), \quad (3.41)$$

$$k \cdot p = ME, \quad (3.42)$$

en consecuencia se tiene que las variables x & y se escriben como

$$x = -\frac{q^2}{2q \cdot p} = \frac{2EE' \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{M(E - E')}, \quad y = \frac{q \cdot p}{k \cdot p} = \frac{E - E'}{E}. \quad (3.43)$$

Con estos resultados calculemos ahora el elemento diferencial de área mediante

$$dxdy = \det\left(\frac{\partial(x, y)}{\partial(E', \theta)}\right) d\theta dE', \quad (3.44)$$

en donde el determinante de la matriz jacobiana viene dado por

$$\det\left(\begin{array}{cc} \frac{\partial x}{\partial E'} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial E'} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{array}\right) = -\frac{\partial x}{\partial \theta} \frac{\partial y}{\partial E'} = \frac{2E' \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{M(E - E')} = \frac{E' \sin(\theta)}{M(E - E')}, \quad (3.45)$$

en consecuencia se obtiene de manera natural que

$$dxdy = \frac{E' \sin(\theta)}{M(E - E')} dE' d\theta = \frac{E'}{2\pi MEy} dE' d\Omega, \quad (3.46)$$

en otras palabras

$$dE' d\Omega = \frac{2\pi MEy}{E'} dxdy. \quad (3.47)$$

De esta forma la sección eficaz diferencial queda ahora expresada en la forma

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} \longrightarrow \frac{E'}{2\pi MEy} \frac{d\sigma}{dxdy}, \quad (3.48)$$

por lo que la sección eficaz para la dispersión protón-electrón queda escrita como

$$\frac{d\sigma}{dxdy} = \frac{\alpha^2}{E^2 \frac{Mxy}{2E'}} \frac{F_1(x)}{2M} \left[1 + \frac{2E'}{Ey^2} \left(1 - \frac{Mxy}{2E'} \right) \right], \quad (3.49)$$

o, simplificando, como

$$\frac{d\sigma}{dxdy} = \frac{2\pi\alpha^2}{EMxy^2} \left[y^2 + \left(2\frac{E'}{E} - \frac{Mxy}{E} \right) \right] F_1(x). \quad (3.50)$$

Sin embargo esta expresión sigue dependiendo de E' , debemos notar que, con base en la ec. (3.39), podemos escribir a E' como

$$E' = E(1 - y), \quad (3.51)$$

en consecuencia ahora sí tenemos una expresión que depende únicamente de las variables x & y

$$\frac{d\sigma}{dxdy} = \frac{2\pi\alpha^2}{EMxy^2} \left[y^2 + \left(2(1 - y) - \frac{Mxy}{E} \right) \right] F_1(x). \quad (3.52)$$

Ahora es conveniente introducir las variables

$$s = 2ME, \quad Q^4 = (-q^2)^2 = 4(MExy)^2, \quad (3.53)$$

para finalmente obtener

$$\frac{d\sigma}{dxdy} = \frac{4xs\pi\alpha^2}{Q^4} \left[y^2 + \left(2(1 - y) - \frac{Mxy}{E} \right) \right] F_1(x). \quad (3.54)$$

3.2.1. Variables de Mandelstam hadrónicas

Si bien de momento hemos trabajado con las variables de Mandelstam más conocidas (a nivel partónico), ahora es conveniente introducir una variación de ellas para que puedan ser utilizadas en este tipo de procesos, ya que es nuestra finalidad en este trabajo el realizar cálculos a nivel hadrónico. Comencemos por introducir la base de estas variables, las cuales, de momento, corresponderán con las variables que ya conocemos, es decir,

$$\hat{s} = (p_1 + p_2)^2 \cong 2p_1 \cdot p_2, \quad (3.55)$$

$$\hat{t} = (p_3 - p_1)^2 \cong -2p_1 \cdot p_3 = q^2, \quad (3.56)$$

de tal forma que, al igual que sus homónimas a nivel partónico, cumplen que

$$\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 0, \quad (3.57)$$

en consecuencia es posible obtener la sección eficaz en términos de estas variables de Mandelstam hadrónicas, como veremos más adelante.

Por el momento denotemos, para el proceso hadrónico $l(k)p(p) \rightarrow e(k')X(Px)$, en el cual el leptón está denotado por $l(k)$, a las variables de Mandelstam

$$s = (k + p)^2 \cong 2k \cdot p, \quad (3.58)$$

$$t = (k' - k)^2 = q^2. \quad (3.59)$$

Ahora consideremos que el quark q del protón lleva consigo una fracción x del 4-momento total, es decir,

$$p_2 = xp, \quad (3.60)$$

$$p_1 = k, \quad (3.61)$$

en consecuencia se tiene que

$$\hat{s} \cong 2p_1 \cdot p_2 = 2xk \cdot p = xs, \quad (3.62)$$

y ya que anteriormente hemos definido a las variables de Bjorken como (3.14) y (3.39), entonces podemos expresar a la variable \hat{t} como

$$\hat{t} = q^2 = -2xyk \cdot p \approx -xys = -y\hat{s}. \quad (3.63)$$

Notemos que

$$\frac{\hat{t}}{\hat{s}} = -y, \quad (3.64)$$

ahora lo único que resta es sustituir estas variables en la sección eficaz diferencial de nuestro interés.

3.2.2. Integración de las secciones eficaces diferenciales y su convolución con las FDP's

Para llevar acabo la integración de la sección eficaz diferencial en términos de estas nuevas variables de Mandelstam hadrónicas es necesario primeramente establecer el rango de valores que pueden tomar cada una de ellas. Para integrar sobre una región definida entre $0 < \theta < \pi$, debemos trasladar dicha región a un intervalo de \hat{t} . Para esto es conveniente darnos cuenta que dicha variable puede ser escrita como

$$\hat{t} \approx -2p_1 \cdot p_3 = -2(E_1 E_3 - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_3) = -\frac{\hat{s}}{2} (1 - \cos(\theta)) = -y\hat{s}, \quad (3.65)$$

en consecuencia la región de integración se convierte en

$$0 \leq \hat{t} \leq -\hat{s}, \quad (3.66)$$

o

$$0 \leq y \leq 1. \quad (3.67)$$

Al tomar un diferencial de \hat{t} se tiene que

$$d\hat{t} = -\hat{s}dy, \quad (3.68)$$

por lo que la sección eficaz puede ser expresada como

$$\hat{\sigma}(lq \rightarrow lq)(\hat{s}) = \int_0^1 \frac{d\hat{\sigma}}{dx dy} dy, \quad (3.69)$$

la cual nos indica que es la sección eficaz para el proceso partónico evaluado en una fracción $\hat{s} = xs$ de la energía del centro de masas del proceso hadrónico ($lp \rightarrow lX$).

Finalmente lo único que resta es multiplicar la sección eficaz obtenida con las funciones de distribución partónicas del quark q con una fracción x del 4-momento total, sumar sobre todos los quarks de valencia y del mar y llevar acabo la integral sobre todos los posibles valores de x . Esto se puede expresar en una única ecuación como se muestra a continuación

$$\sigma(lP \rightarrow lX) = \sum_q \int_0^1 f_q(x) \hat{\sigma}(lq \rightarrow lq)(\hat{s}) dx. \quad (3.70)$$

Capítulo 4

DIP para el proceso $\nu_s P \rightarrow \nu_a X$

Como deseamos trabajar un proceso de conversión de MO a materia del ME podemos llevar acabo el cálculo de una Dispersión Inelástica Profunda (DIP) entre una partícula de MO y un nucleón, en el cual será un NE el que juegue el rol de MO para posteriormente convertirse en un NA el cual será uno de los contemplados por el ME. Para ello se ha escogido, como se menciona en el título de este capítulo, el proceso $\nu_s P \rightarrow \nu_a X$.

Es importante recordar, como ya hemos mencionado en secciones anteriores correspondientes al formalismo matemático, que para este tipo de dispersiones se debe trabajar a dos niveles; el primero a nivel partónico, es decir, considerar la interacción de dos *partículas puntuales*, en este caso el NE y un partón del hadrón con el que se trabaja y el segundo, y más complejo, a nivel hadrónico del cual hablaremos más adelante. El diagrama de interacción, a nivel hadrónico, en el que nos centraremos en este trabajo de tesis sobre la conversión de NE de MO a NA del ME es el siguiente

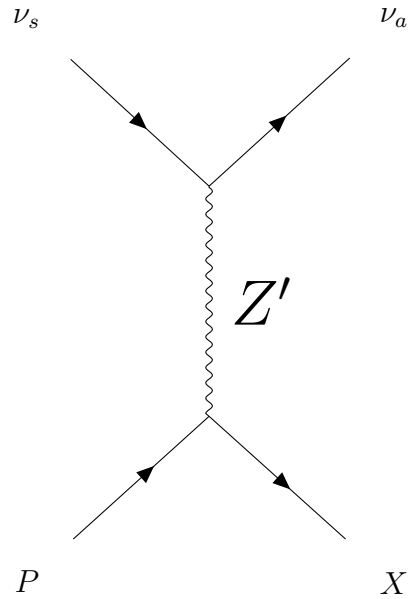


Figura 4.1: Diagrama de Feynman correspondiente al proceso de DIP entre un NE y un nucleón.

En donde el bosón mediador Z' no es el descrito por el ME, sino un bosón pesado de nueva física, el cual es necesario para el proceso que deseamos estudiar y más adelante, en el apéndice A, se abordará su naturaleza.

4.1. Cálculo a nivel partónico

Para llevar acabo de forma correcta el cálculo primero debemos resolver el proceso partónico asociado, cuyo diagrama es mostrado en la figura [4.2]. A este nivel del cálculo, como ya hemos mencionado anteriormente, estamos considerando la interacción de dos *partículas de comportamiento puntual*, con todas las consecuencias que ello conlleva. Dicho diagrama debe leerse de izquierda a derecha como: un NE que se acerca a un quark del ME, entre ambos interaccionan vía el intercambio de el bosón de norma Z' pesado, el cual puede cambiar de sabor a las partículas involucradas que sientan la interacción débil, es decir, estamos en presencia de un proceso de corrientes neutras (Z') que cambian el sabor de algunas de las partículas involucradas ($\nu_e \rightarrow \nu_a$), el cual, por sus siglas en inglés se conocen como (FCNC), posteriormente a esta interacción el NE de MO, no considerado por el ME, ha cambiado de sabor a un NA el cual ya es uno de los que están contemplados por el ME.

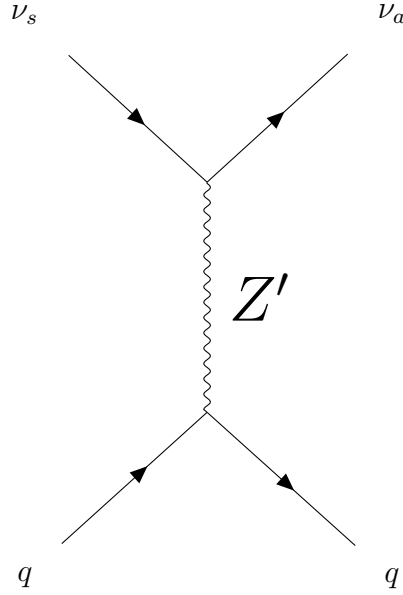


Figura 4.2: Diagrama de Feynman correspondiente al proceso de dispersión entre un NE y un partón del nucleón.

Las reglas de Feynman del modelo que se trabajara son las siguientes

- Para el acoplamiento del bosón de norma Z' pesado con los quarks:

$$\begin{array}{c} q \\ \swarrow \\ Z' \text{ wavy line} \\ \searrow \\ q \end{array} = \frac{I g_{Z'}}{2} (g_V^{qqZ'} \mathbb{I} - g_A^{qqZ'} \gamma^5) \gamma^\mu, \quad (4.1)$$

- Para el acoplamiento del bosón de norma Z' pesado con los neutrinos:

$$\begin{array}{c} \nu_s \\ \swarrow \\ Z' \text{ wavy line} \\ \searrow \\ \nu_a \end{array} = I g_{\nu_s \nu_a Z'} \frac{(\mathbb{I} - \gamma^5)}{2} \gamma^\nu, \quad (4.2)$$

en donde $g_{\nu_s \nu_a Z'}$ es una constante aún por determinar.

- Para el propagador del bosón de norma Z' pesado:

$$\text{wavy line} = \frac{I}{M_{Z'}^2 - q^2} \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_{Z'}^2} \right) \quad (4.3)$$

Los valores de los acoplamientos y las constantes, así como la forma en la que se calculan los primeros se muestran en el apéndice A.

4.1.1. Obtención de la amplitud cuadrada de probabilidad en términos de las variable de Mandelstam partónicas

Del diagrama [4.2] obtenemos la amplitud de probabilidad, la cual está dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \frac{IG_{Z'\nu_s\nu_a}}{4(q^2 - M_{Z'}^2)} \bar{u}(p_3, m_q) (g_{VqqZ'} \mathbb{I} - g_{AqqZ'} \gamma^5) \gamma^\mu u(p_1, m_q) \times \\ &\times \left(g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{M_{Z'}^2} \right) \bar{u}(p_2, m_s) (\mathbb{I} - \gamma^5) \gamma^\nu u(p_4, m_a), \end{aligned} \quad (4.4)$$

expresión en la cual el valor de las constantes $G_{Z'\nu_s\nu_a}$, $g_{VqqZ'}$ y $g_{AqqZ'}$ queda aún por definir puesto que depende del modelo para el Z' que se trabaje.

Es ahora cuando recurriremos a todo el formalismo matemático mostrado en los capítulos anteriores, puesto que se calculará la amplitud cuadrada para poder encontrar la sección eficaz diferencial en términos de las variables de Mandelstam para posteriormente escribir la expresión en términos de la relación existente entre las variables de Bjorken y las variables de Mandelstam hadrónicas y, finalmente, convolucionar dicha expresión con las funciones de distribución partónicas. Debido a la cantidad de trabajo que representa todo el procedimiento, se recurrió a software especializado para realizar dichos cálculos. Por medio del software Wolfram Mathematica se calculó la expresión para la amplitud cuadrada de probabilidad sumada sobre espines

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{1}{4} N_c \sum_{\text{espines}} MM^\dagger, \quad (4.5)$$

en donde $N_c = \frac{2}{3}$ es el número de color de los quarks.

Se encuentra que la amplitud cuadrada de probabilidad sumada sobre los espines [4.5] es

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{G_{Z'}^2 G_{\nu_s\nu_a Z'}^2 2g_{AqqZ'} g_{VqqZ'} (u^2 - s^2)}{6(M_{Z'}^2 - t)^2} + \\ &+ \frac{G_{Z'}^2 G_{\nu_s\nu_a Z'}^2 (g_{AqqZ'}^2 + g_{VqqZ'}^2) (s^2 + u^2)}{6(M_{Z'}^2 - t)^2}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

en donde es conveniente reescribir a la variable de Mandelstam, u , en términos de s y de t . Esto es posible ya que

$$s + t + u = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2, \quad (4.7)$$

por lo general, sin embargo en este caso hemos despreciado las masas de las partículas en cuestión por ser muy pequeñas. Esto nos permite escribir

$$s + t + u = 0 \rightarrow u = -(s + t) \quad (4.8)$$

Con todo esto es sencillo encontrar la sección eficaz diferencial

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{16\pi s^2 |\vec{P}_1|}, \quad (4.9)$$

obteniendo

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} = \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{16\pi s^2} &= \frac{G_{Z'}^2 G_{\nu_s \nu_\alpha Z'}^2 2g_{AqqZ'} g_{VqqZ'} [(-s-t)^2 - s^2]}{96\pi s^2 (M_{Z'}^2 - t)^2} + \\ &+ \frac{G_{Z'}^2 G_{\nu_s \nu_\alpha Z'}^2 g_{AqqZ'}^2 [s^2 + (-s-t)^2]}{96\pi s^2 (M_{Z'}^2 - t)^2} + \\ &+ \frac{G_{Z'} [2] G_{\nu_s \nu_\alpha Z'}^2 g_{VqqZ'}^2 [s^2 + (-s-t)^2]}{96\pi s^2 (M_{Z'}^2 - t)^2}. \end{aligned} \quad (4.10)$$

4.2. Cálculo a nivel hadrónico

De momento hemos realizado un cálculo estándar en la física de partículas, en el que, a grandes rasgos, hemos considerado la interacción de dos *partículas puntuales* y obtenido la sección eficaz diferencial en términos de las variables de Mandelstam partónicas. A continuación lo que se realizará es obtener dicha sección eficaz en términos de las variables de Mandelstam hadrónicas, para lo que recurriremos al escalamiento de Bjorken y posteriormente poder realizar la convolución con las FDPs, es decir, estaremos dando el salto de considerar la interacción de dos partículas puntuales a la interacción de una partícula puntual con otra que se comporta como una colección de partículas puntuales.

4.2.1. Obtención de la sección eficaz diferencial en términos de las variables de Mandelstam hadrónicas y su convolución con las FDPs

Posteriormente se recurre a las variables de Bjorken

$$x = -\frac{q^2}{2q \cdot p}, \quad y = \frac{q \cdot p}{k \cdot p}, \quad (4.11)$$

de las cuales escribiremos la relación que tienen con las variables de Mandelstam hadrónicas \hat{s} y \hat{t}

$$\hat{t} = -ys, \quad \hat{s} = xs, \quad (4.12)$$

para finalmente obtener la amplitud de probabilidad en términos puramente de las variables de Mandelstam hadrónicas

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dxdy} = \frac{\langle |M|^2 \rangle}{16\pi s^2} &= \frac{G_{Z'}^2 G_{\nu_s \nu_a Z'}^2 2g_{AqqZ'} g_{VqqZ'} 2y(y-2)}{96\pi (M_{Z'}^2 + \hat{s}xy)^2} + \\ &+ \frac{G_{Z'}^2 G_{\nu_s \nu_a Z'}^2 g_{AqqZ'}^2 [y(y-2) + 2]}{96\pi (M_{Z'}^2 + \hat{s}xy)^2} + \\ &+ \frac{G_{Z'}^2 G_{\nu_s \nu_a Z'}^2 g_{VqqZ'}^2 [y(y-2) + 2]}{96\pi (M_{Z'}^2 + \hat{s}xy)^2}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Una vez obtenida de dicha manera la sección eficaz se procede a convolucionarla con las funciones de distribución partónicas

$$\sigma(\nu_s P \rightarrow \nu_a X) = \sum_q \int_0^1 f_q(x) \hat{\sigma}(\nu_s q \rightarrow \nu_a q) dx. \quad (4.14)$$

Sobre las funciones de distribución partónicas

Llegados a este punto puede resultar natural el cuestionarse de dónde se obtienen estas funciones de distribución partónicas. Debido a la naturaleza de los componentes partónicos, los quarks del mar y los de valencia, resulta imposible el obtener la información correspondiente a ellos de forma teórica por muchos motivos, por lo que, en consecuencia, el único camino plausible es obtenerla por medios experimentales. Estas funciones se obtienen tras realizar muchas colisiones entre hadrones en experimentos como el LHC.

Distintas colaboraciones y experimentos obtienen cada uno sus propias funciones de distribución partónicas con base en la sensibilidad y precisión de sus detectores para posteriormente ponerlas a disposición de la comunidad científica en <https://lhapdf.hepforge.org/pdfsets.html>. En consecuencia, las distintas FDP describen la misma física con más o menos un nivel de precisión equivalente.

4.3. Resultados del cálculo

A continuación podemos observar, a modo de comprobación de esta aseveración, uno de los resultados fuertes de este trabajo de tesis; una gráfica en la que se muestra la sección eficaz del proceso hadrónico estudiado, en donde se ha realizado la convolución de la sección eficaz diferencial con distintos conjuntos de FDP. Dichas gráficas, así como las que se presentan posteriormente, corresponden a los modelos Secuencial y otros modelos en general, de los cuales de ahonda un poco más en el apéndice A.

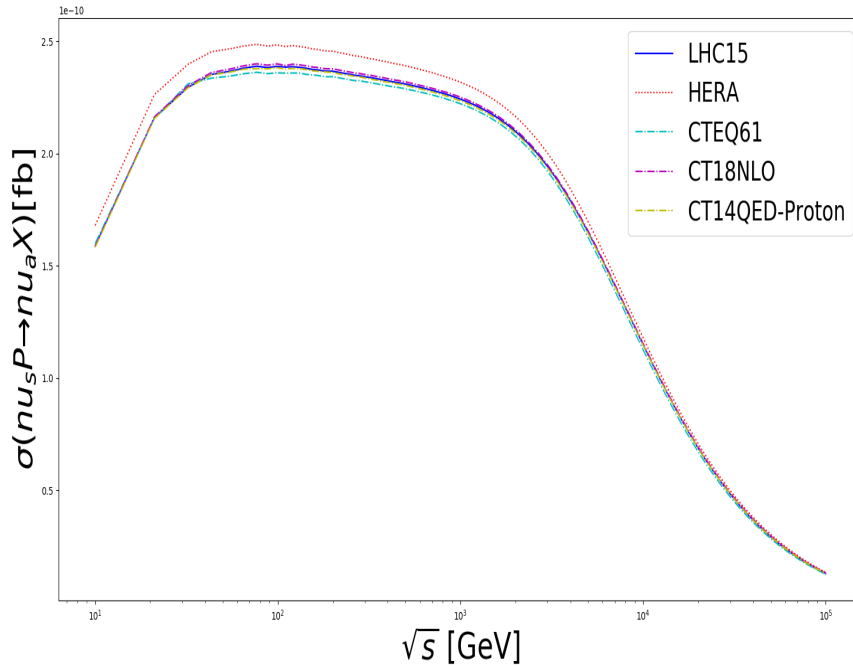


Figura 4.3: Sección eficaz de la dispersión $\nu_s P \rightarrow \nu_a X$ en función de la energía del centro de masa de la colisión considerando $m'_Z = 2 \text{ TeV}$ y distintas funciones de distribución partónicas para el modelo Z_{LR} .

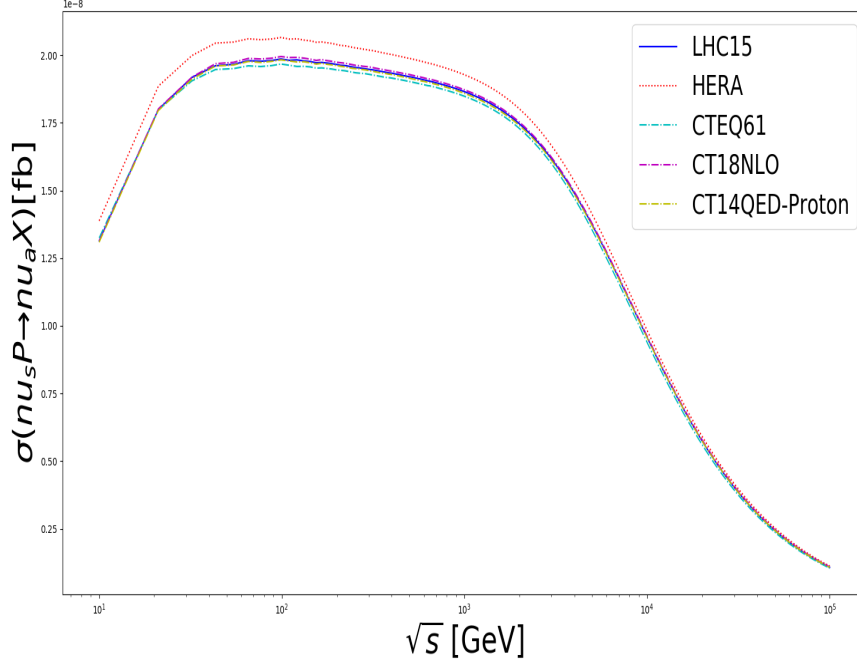


Figura 4.4: Sección eficaz de la dispersión $\nu_s P \rightarrow \nu_a X$ en función de la energía del centro de masa de la colisión considerando $m_{Z'}=2 TeV$ y distintas funciones de distribución partónicas para el modelo secuencial.

Con tal evidencia visual se puede concluir fácilmente que, en efecto, las FDP provistas por los diferentes experimentos y colaboraciones, están bastante de acuerdo en los datos obtenidos experimentalmente con un grado de precisión bastante apegado los unos a los otros. También podemos notar que la gráfica, a primera vista, es correcta debido a que a altas energías la sección eficaz decrece dramáticamente.

Notemos también que la sección eficaz del proceso que estamos estudiando en este trabajo es considerablemente pequeña, puesto que es del orden de $10^{-8} fb$, en donde es importante recordar la equivalencia $1 fb=10^{-39} cm^2$. Por otro lado, se consideró también obtener la gráfica anterior para distintos valores de la masa del bosón de norma Z' pesado, cuyo resultado es el siguiente

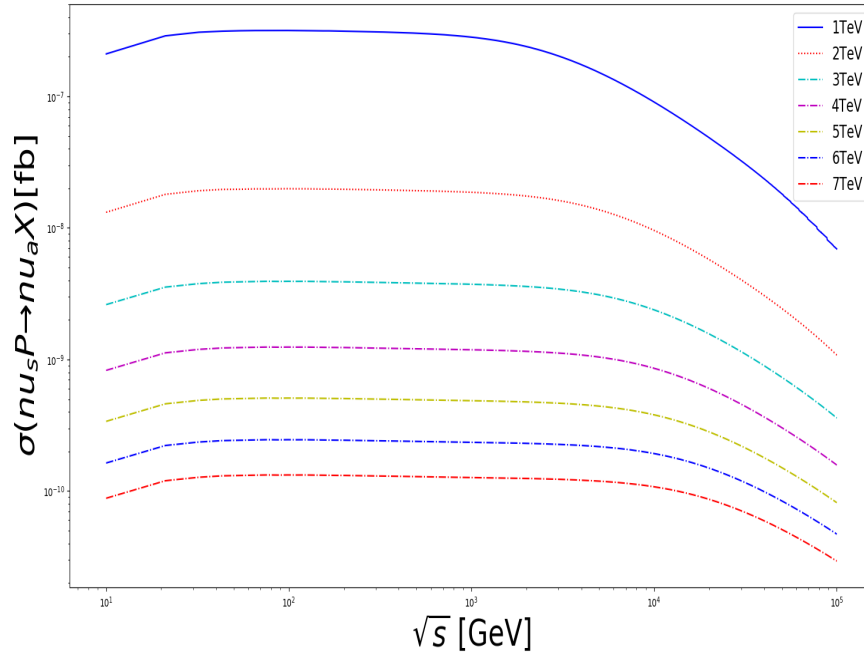


Figura 4.5: Sección eficaz de la dispersión $\nu_S P \rightarrow \nu_A X$ en función de la energía del centro de masa de la colisión considerando diversos valores para la masa del bosón mediador bajo el modelo Secuencial.

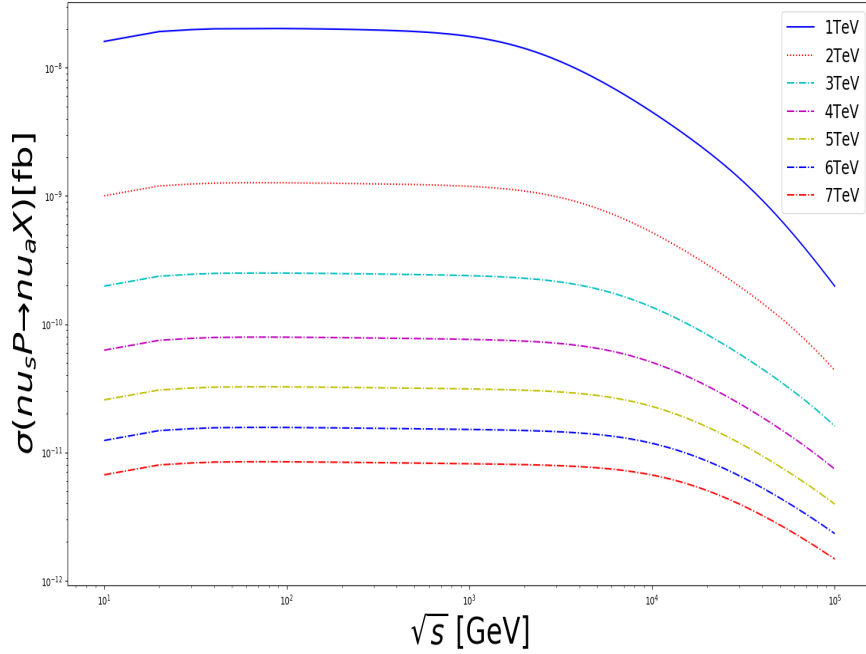


Figura 4.6: Sección eficaz de la dispersión $\nu_S P \rightarrow \nu_A X$ en función de la energía del centro de masa de la colisión considerando diversos valores para la masa del bosón mediador bajo el modelo Z_{LR} .

Podemos observar que en estas gráficas se ha recurrido a la escala log-log para que pueda apreciarse el comportamiento de las curvas graficadas, ya que, de haber graficado como en las figuras (4.3) y (4.4), las curvas más inferiores se perdían y se mostraban casi rectas. Es importante notar el cambio en la longitud del segmento más recto de la curva en cada una de ellas ya que nos habla de un comportamiento un tanto más constante de la sección eficaz cuanto mayor es la masa del bosón de norma Z' pesado.

Además se ha considerado oportuno el mostrar una comparación de la variación de la sección eficaz del proceso en función de los dos modelos que se utilizaron para el bosón de norma Z' pesado

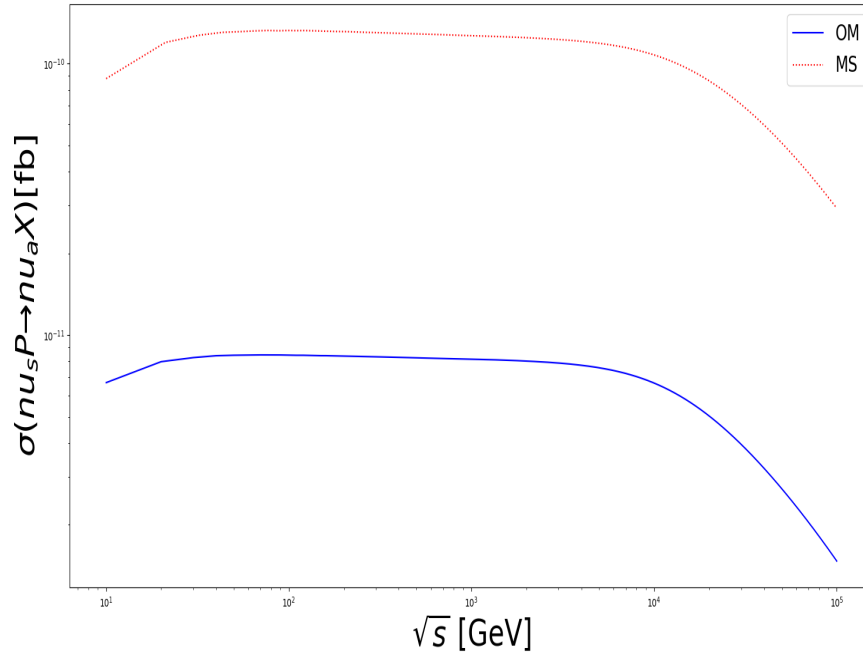


Figura 4.7: Comparación de la sección eficaz de la dispersión $\nu_s P \rightarrow \nu_a X$ en función de la energía del centro de masa de la colisión considerando diversos valores para la masa del bosón mediador bajo los modelos Z_{LR} y secuencial.

Capítulo 5

Experimentos actuales para detección de MO

Si bien resultan interesantes y estimulantes los cálculos a nivel teórico también es cierto que, sobre todo en ciencias como lo es la física, debemos siempre tratar de aterrizarlos a cosas tangibles, medibles, de tal forma que la física ejerza todo su poder, no solo descriptivo, sino predictivo. En esta sección se abordaran los posibles experimentos en los que podría detectarse MO dando una descripción del funcionamiento de los mismos, su locación y generalidades técnicas.

5.1. IceCube

El resumen presentado en esta sección está basado en la información disponible en la página oficial del experimento [14].

IceCube, el observatorio de neutrinos del Polo Sur, es un detector de partículas de un kilómetro cúbico hecho de hielo antártico y situado cerca de la estación Amundsen-Scott del Polo Sur. Está enterrado bajo la superficie, extendiéndose hasta una profundidad de unos 2.500 metros. Un conjunto de superficie, IceTop, y un subdetector interior más denso, DeepCore, mejoran significativamente las capacidades del observatorio, convirtiéndolo en una instalación polivalente.

IceCube es el primer detector de neutrinos de un gigatón que se ha construido y fue diseñado principalmente para observar los neutrinos procedentes de las fuentes astrofísicas más violentas de nuestro universo. Los neutrinos pueden viajar desde sus fuentes hasta la Tierra sin apenas atenuación ni desviación por los campos magnéticos.

El componente en hielo de IceCube consiste en 5.160 módulos ópticos digi-

tales (DOM), cada uno con un tubo fotomultiplicador de diez pulgadas y la electrónica asociada. Los DOM están fijados a “cuerdas” verticales, congeladas en 86 perforaciones, y dispuestas a lo largo de un kilómetro cúbico desde 1.450 metros hasta 2.450 metros de profundidad. Los cordones se despliegan en una cuadrícula hexagonal con una separación de 125 metros y contienen 60 DOM cada uno. La separación vertical de las DOM es de 17 metros.

Ocho de estos cordones en el centro del conjunto se desplegaron de forma más compacta, con una separación horizontal de unos 70 metros y una separación vertical de los DOM de 7 metros. Esta configuración más densa forma el subdetector DeepCore, que reduce el umbral de energía de los neutrinos a unos 10 GeV , creando la oportunidad de estudiar las oscilaciones de los neutrinos.

IceTop consta de 81 estaciones situadas encima de otras tantas cadenas de IceCube. Cada estación tiene dos tanques, cada uno de ellos equipado con dos DOM orientados hacia abajo. IceTop, construido como detector de veto y calibración para IceCube, también detecta las lluvias de aire de los rayos cósmicos primarios en el rango de energía de 300 TeV a 1 EeV . El conjunto de superficie mide las direcciones de llegada de los rayos cósmicos en el hemisferio sur, así como el flujo y la composición de los rayos cósmicos.

Los avances en la astronomía de neutrinos han sido impulsados por la búsqueda de las fuentes de rayos cósmicos, lo que condujo en una primera etapa al concepto de un detector de neutrinos de un kilómetro cúbico. Los rayos cósmicos, formados principalmente por protones, son las partículas de mayor energía jamás observadas, con energías más de un millón de veces superiores a las alcanzadas por los actuales aceleradores de partículas en la Tierra.

AMANDA, el Antarctic Muon and Neutrino Detector Array, se construyó como prueba de concepto a mediados de los años 90 y demostró que el hielo antártico, extremadamente claro, era adecuado para detectar neutrinos energéticos. IceCube, el único detector de neutrinos de un kilómetro cúbico construido hasta la fecha, se completó en diciembre de 2010, sólo seis años después del despliegue de la primera cadena en el Polo Sur.

Los neutrinos no se observan directamente, pero cuando interactúan con el hielo producen partículas secundarias cargadas eléctricamente que, a su vez, emiten luz Cherenkov, como resultado de viajar a través del hielo más rápido de lo que la luz viaja en el hielo.

Los sensores de IceCube recogen esta luz, que posteriormente se digitaliza y se marca el tiempo. Esta información se envía a los ordenadores del laboratorio de IceCube en la superficie, que convierte los mensajes de los DOM individuales en patrones de luz que revelan la dirección y la energía de los muones y neutrinos.

CAPÍTULO 5. EXPERIMENTOS ACTUALES PARA DETECCIÓN DE MO50

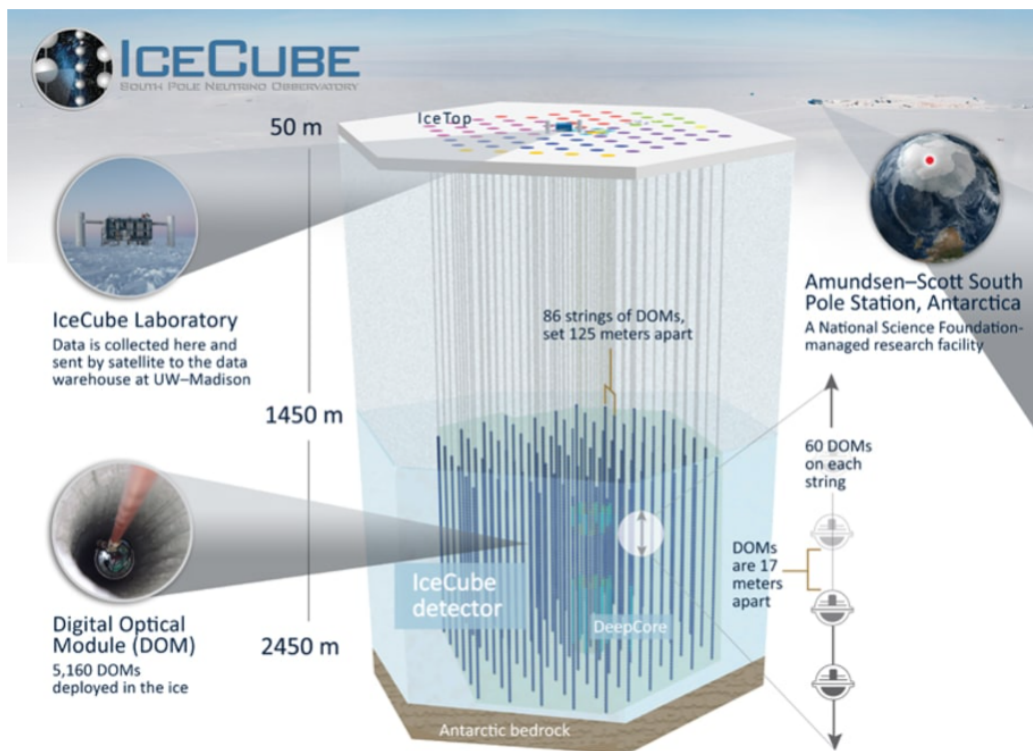


Figura 5.1: Esquema ilustrativo general de la disposición experimental de los detectores en IceCube. <https://icecube.wisc.edu/science/icecube>

5.2. Katrin

De acuerdo con la información provista por el sitio web oficial, el experimento KARlsruhe TRItium Neutrino (KATRIN), que se está llevando a cabo actualmente en el Laboratorio de Tritio de Karlsruhe, en el campus norte del KIT, investiga la cuestión abierta más importante de la física de los neutrinos: *¿Cuál es la escala de masa absoluta de los neutrinos?* Los experimentos predecesores de Mainz y Troitsk pudieron establecer un límite superior para la masa del antineutrino del electrón de $2.3 \text{ eV}/c^2$. KATRIN, utilizando la misma técnica de medición, mejorará este límite en un orden de magnitud hasta $0.2 \text{ eV}/c^2$ (90 % CL) o descubrirá la masa real, si es mayor de $0.35 \text{ eV}/c^2$. Esto requiere una mejora de dos órdenes de magnitud con respecto a los parámetros experimentales clave.

Una forma prometedora de realizar una búsqueda de neutrinos estériles en el laboratorio es a través de la desintegración beta. En una desintegración beta se emite un neutrino de sabor electrónico junto con el electrón beta. El espectro de desintegración beta continuo correspondiente es una superposición de espectros correspondientes a los diferentes estados de masa del neutrino, m_i , que componen el autoestado de sabor del neutrino del electrón. Debido a las pequeñas diferencias de masa de los tres estados propios de masa de neutrinos ligeros, esta superposición no puede resolverse con los experimentos actuales, como el Karlsruhe Tritium Neutrino (KATRIN). Sin embargo, los neutrinos estériles con una masa m_s significativamente más pesada que la masa de los autoestados de masa de neutrinos conocidos m_{1-3} , llevaría a una clara distorsión del espectro de desintegración beta.

5.2.1. TRISTAN.

La idea del proyecto TRISTAN¹ es utilizar la luminosidad sin precedentes de la fuente de tritio del experimento KATRIN para una búsqueda de neutrinos estériles de alta precisión a escala keV , ampliando la configuración experimental con un nuevo detector y sistema de lectura.

El objetivo principal de KATRIN es un sondeo directo de la escala de masa absoluta de los neutrinos a través de una medición precisa de la desintegración beta del tritio cerca de su punto final, donde la huella de la masa del neutrino es máxima. Para ello, KATRIN combina un tritio molecular gaseoso de alta actividad (1011 desintegraciones por segundo) con un espectrómetro de alta resolución ($\Delta E \approx 1 \text{ eV}$). Los electrones beta son guiados a lo largo de líneas de campo magnético desde la llamada fuente de tritio

¹<https://doi.org/10.1088/1361-6471/ab12fe>

CAPÍTULO 5. EXPERIMENTOS ACTUALES PARA DETECCIÓN DE MO_{52}

gaseoso sin ventanas hasta el espectrómetro. Este último funciona como un filtro magnético adiabático de colimación magnética y filtro electrostático, que transmite electrones con energías cinéticas mayores que el potencial de retardo del espectrómetro. Observando el número de electrones transmitidos para diferentes voltajes de filtro U en un rango de aproximadamente $E_0 - 60 \text{ eV} < qU < E_0 + 5 \text{ eV}$ (donde q es la carga del electrón) se obtiene el espectro integral de desintegración beta del tritio. La tasa de electrones se detecta con un detector de plano focal de 148 píxeles situado a la salida del espectrómetro KATRIN. El sistema detector está equipado con un electrodo de post-aceleración (PAE), que aumenta la energía cinética de todos los electrones en una cantidad fija de hasta 20 keV .

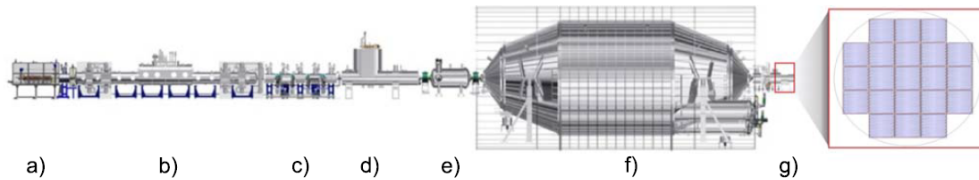


Figura 5.2: La parte izquierda de la figura muestra el aparato KATRIN: (a) sección trasera (b) fuente de tritio gaseoso sin ventana (WGTS), (c) sección de bombeo diferencial (d) sección de bombeo criogénico, (e) preespectrómetro, (f) espectrómetro principal, (g) sección de detectores. Para una descripción detallada de KATRIN. Para el proyecto TRISTAN el detector de plano focal Si-PIN de 148 píxeles será sustituido por un sistema de detector de deriva de silicio de ≈ 3500 píxeles, que se muestra ampliado en la parte derecha de la figura. El diseño de referencia comprende 21 de los llamados módulos detectores, cada uno con 166 píxeles y una longitud lateral de 4 cm . Cada píxel tiene una forma hexagonal y un diámetro de 3 mm . El diámetro total del detector es de unos 20 cm .

La figura (5.2) ofrece una visión general del montaje experimental. El funcionamiento de KATRIN para buscar neutrinos estériles a escala keV requiere ampliar el intervalo de medida para cubrir todo el espectro de desintegración beta del tritio, es decir, ajustar el voltaje del filtro a valores mucho más bajos que en la operación estándar. En este nuevo modo de funcionamiento el número de electrones transmitidos será unos cuantos órdenes de magnitud más alto que en el modo de funcionamiento normal de KATRIN. El actual detector de plano focal de silicio no está diseñado para manejar tasas de recuento tan elevadas. Por consiguiente, el objetivo principal del proyecto TRISTAN es desarrollar un nuevo detector y sistema de lectura, capaz de

CAPÍTULO 5. EXPERIMENTOS ACTUALES PARA DETECCIÓN DE MO53

revelar distorsiones espectrales muy pequeñas, y manejar tasas de hasta 108 cuentas por segundo (cps).

El principal reto de una búsqueda de neutrinos estériles a escala keV es la comprensión precisa del espectro completo en el nivel de partes por millón (ppm), para poder empezar a sondear ángulos de mezcla estéril-activa de interés cosmológico. Para reducir las incertidumbres sistemáticas y evitar señales falsas positivas, se ha previsto una combinación de un modo de medición integral y otro diferencial: el modo integral utiliza el espectrómetro de alta resolución y un detector de recuento (análogo al modo de medición normal de KATRIN). Este modo requiere una tasa de recuento extremadamente estable. En el modo diferencial, el espectrómetro funciona a baja tensión de filtro de forma continua y el propio detector determina la energía de cada electrón. Este modo requiere una excelente resolución energética y un conocimiento preciso de la respuesta del detector, incluso a altas tasas de recuento. Los dos modos de medición son propensos a diferentes incertidumbres sistemáticas y, por lo tanto, permiten una comprobación cruzada entre ellos.

Capítulo 6

Conclusiones

Con este trabajo de tesis se ha encontrado que la sección eficaz de un proceso de conversión de MO a materia del ME vía un proceso de dispersión $\nu_s P \rightarrow \nu_a X$ es considerablemente pequeña, del orden de $10^{-11} fb$, en comparación a dispersiones a altas energías de neutrinos del ME con partones, en las que la sección eficaz es del orden de $10^{-3} fb$. En el proceso estudiado, ν_s representa a la MO como neutrinos estériles y ν_a a neutrinos del ME; el proceso se estudió a nivel hadrónico, es decir, se ha realizado de forma apropiada la convolución de la sección eficaz del proceso a nivel partónico con las FDP, se han mostrado gráficas de esta sección eficaz tanto en función de la energía del centro de masas a para distintas masas del hipotético bosón de norma Z' pesado como en función de las posibles masas del hipotético bosón de norma Z' pesado a distintas energías del centro de masa. De la misma forma se ha mostrado que las FDP brindadas por diversas colaboraciones y experimentos son coherentes entre ellas. Además se han mencionado experimentos cuyo estado actual permitirían la detección de este tipo de procesos o similares, dando una justificación a la búsqueda actual de MO.

Además cabe mencionar que, como perspectiva de trabajo, se puede realizar la convolución de la sección eficaz obtenida en este trabajo con el flujo de neutrinos medido en los experimentos mencionados para así poder obtener el número de eventos en ellos y posteriormente realizar un minimización de los parámetros mediante el procedimiento de χ^2 y con ello observar la correspondencia entre la teoría y el experimento.

Apéndice A

Física de un bosón de norma Z' pesado

En esta sección abordaremos de forma superficial algunos modelos en los que surge un nuevo bosón de norma Z' pesado, así como algunas características propias de la hipotética partícula.

A.1. Sobre los modelos

- Modelos secuenciales:
El bosón secuencial Z_{SM} está definido para tener los mismos acoplamientos a los fermiones que el Z del M.E.
El Z_{SM} no se espera en teorías de norma a menos que tenga acoplamientos diferentes a fermiones exóticos.
- Modelos basados en T_{3R} (simetría para tres generaciones de ν_R) y B-L:

$$SU(2) \otimes U(1)_{3R} \otimes U(1)_{BL}, \quad (\text{A.1})$$

cuyos generadores son

$$T_{3R} \rightarrow \frac{1}{2}(u_R, \nu_R), -\frac{1}{2}(d_R, e_R^-), 0 \forall f_L, \quad (\text{A.2})$$

$$T_{BL} \rightarrow \frac{1}{2}(B - L), \quad (\text{A.3})$$

donde T_{3R} y T_{BL} están relacionados con la hipercarga mediante

$$Y = T_{3R} + T_{B-L}, \quad (\text{A.4})$$

además, T_{3R} ocurre en modelos simétricos derechos-izquierdos basados en el grupo

$$G_{LR} \equiv SU(2)_L \otimes SU(3)_R \otimes U(1)_{BL}. \quad (\text{A.5})$$

Tres generaciones de nuevos neutrinos pueden ser teóricamente verificados con una extensión simple al ME, introducir una simetría de norma extra $U(1)$ y neutrinos derechos que son cargados bajo esta simetría.

Bosones Z' mucho más pesados que la energía del centro de masas en colisiones de este tipo por encima del polo Z podrían manifestarse como nuevas interacciones de 4-fermiones. Las colaboraciones ALEPH, DELPHI, L3 y OPAL en el experimento LEP2 han medido secciones eficaces y distribuciones de momento angular o asimetrías para el proceso

$$e^+e^- \rightarrow (e^+e^-, \mu^+\mu^-, \tau^+\tau^-, \bar{c}c, \bar{b}b), \quad (\text{A.6})$$

así como también secciones eficaces hadrónicas para un centro de masas de hasta $\approx 209\text{GeV}$, sin embargo actualmente las cotas inferiores para la masa de este bosón hipotético son del orden de TeV .

En las siguientes tablas¹ podemos observar algunos modelos relevantes en los que aparece un nuevo bosón de norma Z' pesado así como algunos parámetros importantes del mismo.

Nuevo bosón pesado Z neutro	Modelo	Grupo de norma
Z_h	Z secuencial	$SU_L(2) \otimes U_Y(1) \otimes U'(1)$
Z_{LR}	Simetría izquierda-derecha	$SU_L(2) \otimes SU_R(2) \otimes U_Y(1)$
Z_χ	Gran Unificación	$SO(10) \rightarrow SU(5) \otimes U(1)$
Z_ψ	Inspirado en supercuerdas	$E_6 \rightarrow SO(10) \otimes U(1)$
$Z_\eta \equiv \sqrt{\frac{3}{8}}Z_\chi - \sqrt{\frac{5}{8}}Z_\psi$	Inspirado en supercuerdas	$E_6 \rightarrow$ grupo de rango 5

Cuadro A.1: Tabla de modelos en los que aparece un nuevo bosón de norma neutro con acoplamientos FCNC

¹Hernández-Juárez, A. I., Moyotl, A., & Tavares-Velasco, G. (2021). Contributions to ZZV^* ($V = \gamma, Z, Z'$) couplings from CP violating flavor changing couplings. The European Physical Journal. C, Particles and Fields, 81(4). <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-09093-w>

	Z	$Z_{L,R}$	Z_χ	Z_ψ	Z_η
	secuencial				
Q_L^u	0.3456	-0.08493	$-\frac{1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$-\frac{2}{2\sqrt{15}}$
Q_R^u	-0.1544	0.5038	$\frac{1}{2\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{2}{2\sqrt{15}}$
Q_L^d	-0.4228	-0.08493	$-\frac{1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$-\frac{2}{2\sqrt{15}}$
Q_R^d	0.0772	-0.6736	$-\frac{3}{2\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{\sqrt{24}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{15}}$
Q_L^e	-0.2684	0.2548	$\frac{3}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{15}}$
Q_R^e	0.2316	-0.3339	$\frac{1}{2\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{2}{2\sqrt{15}}$
Q_L^ν	0.5	0.2548	$\frac{3}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{1}{2\sqrt{15}}$

Cuadro A.2: Cargas quirales para los modelos en los que aparece un nuevo bosón pesado neutral.

En particular, para los acoplamientos utilizados en el cálculo presentado en este trabajo de tesis, se recurrió a hallar las constantes de acoplamiento $g_V^{qqZ'}$ y $g_A^{qqZ'}$ en términos de las cargas quirales mostradas en el cuadro (A.2). Es importante mencionar que las constantes de acoplamiento para los *otros modelos* mencionados en las gráficas comparativas, tienen, en general, los mismos valores.

La forma de calcular dichas constantes es

$$g_V^{qqZ'} = g_2 \frac{Q_L^q + Q_R^q}{2}, \quad g_A^{qqZ'} = g_2 \frac{Q_L^q - Q_R^q}{2}, \quad (\text{A.7})$$

en donde q representa el quark con el que se está trabajando, el cual, naturalmente, depende del hadrón en cuestión. En la tabla (A.2) se pueden encontrar los valores de las cargas quirales utilizados para el protón. Además la constante g_2 depende del modelo que se esté trabajando; para el modelo secuencial se tiene que $g_2 = g_1$, siendo g_1 la constante de acoplamiento de la teoría electrodébil para el ME, es decir,

$$g_1 = \frac{e}{\sin(\theta_W) \cos(\theta_W)}, \quad (\text{A.8})$$

mientras que para los otros modelos se tiene que

$$g_2 = \sqrt{\frac{5}{3}} \frac{e}{\cos(\theta_W)}. \quad (\text{A.9})$$

Los valores encontrados para $g_V^{qqZ'}$ y $g_A^{qqZ'}$ fueron, siguiendo un orden para los quarks del hadrón (d,u,d), los siguientes

$$\begin{aligned} g_V &= (-0.25g_2, 0.25g_2, -0.25g_2), \\ g_A &= (-0.1728g_2, 0.0956g_2, -0.1728g_2), \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

expresiones las cuales están listas para ser utilizadas en el modelo secuencial al sustituir el valor adecuado de las constante $g_2 = g_1$. Para el modelo Z_{LR} el cálculo en las ecuaciones (A.7) debe realizarse con las cargas quirales indicadas en la tabla (A.2) para el modelo y la constante indicada g_2 (A.9).

A.2. Anchura de decaimiento y vida media del bosón de norma Z' pesado

Además también es importante mencionar y mostrar la anchura de decaimiento de esta partícula.

La anchura de decaimiento es una magnitud relacionada con la vida media de partículas inestables. Hace referencia a que está en correspondencia con la anchura a media altura del máximo de la curva de la sección eficaz de la desintegración en función de la energía. Por motivos de simplicidad se trabajará directamente con la fórmula de la anchura de decaimiento, es decir, no la deduciremos en este anexo puesto que eso es contenido estándar de un curso de física de partículas.

La fórmula para la anchura de decaimiento de una partícula, en este caso el bosón de norma Z' pesado, a dos partículas sin masa (supongamos neutrinos dentro del ME), en unidades naturales, es

$$\Gamma_{Z'} = \frac{S|M|^2}{16\pi m'_{Z'}}, \quad (\text{A.11})$$

en donde $s = \frac{1}{j!}$ es un factor combinatorio que da cuenta del número de partículas indistinguibles y j representa el número de partículas idénticas en el mismo estado final.

Permitámonos ahora fijarnos en que S es un número conocido, de la misma forma lo son π y, aunque resulte poco intuitivo, $|M|^2$, puesto que tiene que estar evaluado en los 4-momentos de las partículas, los cuales deben seguir la leyes de conservación. De esta forma, a pesar que en principio $m'_{Z'}$ también debe ser un número, este es aún desconocido, por lo que podemos graficar la anchura de decaimiento de esta partícula en función de su masa. Démonos cuenta que bajo este esquema, podemos esperar un comportamiento gráfico de la forma $f(x) = \frac{k}{x}$, donde k es una constante de proporcionalidad. Es decir, podemos esperar una gráfica de la forma

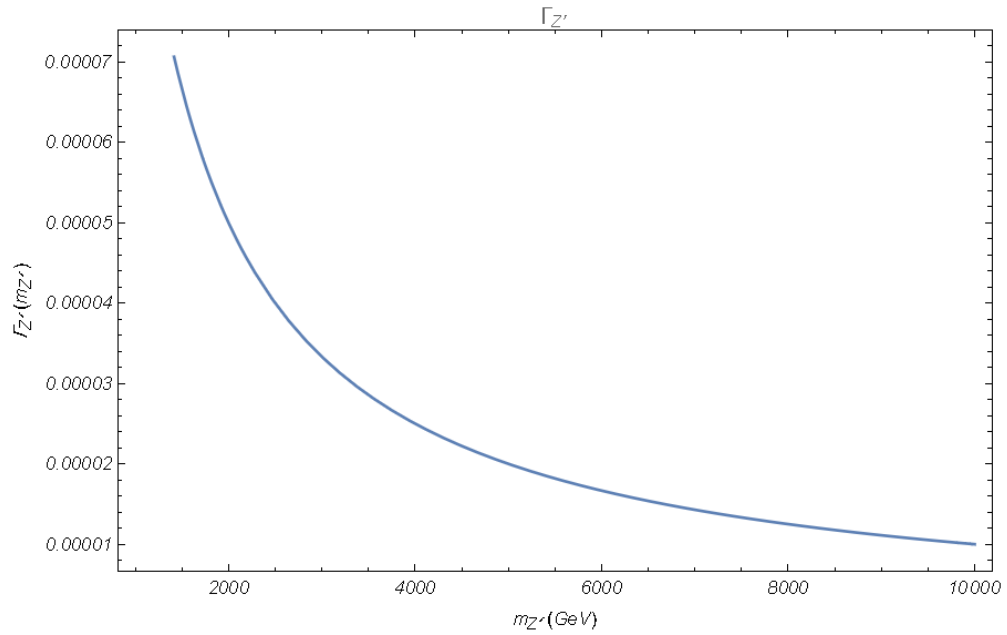


Figura A.1: Representación gráfica de una posible anchura de decaimiento para el bosón de norma pesado Z' , considerando una constante de proporcionalidad k , que incluiría todos los otros valores presentados en la ecuación (A.7), para valores de su masa en el rango de $1 TeV$ - $10 TeV$.

Apéndice B

Líneas de código utilizadas en los programas

B.1. Líneas de código en Mathematica

```
#Cargamos FeynCalc
<<FeynCalc`
#Comenzamos definiendo las variables de Mandelstam.
SetMandelstam[s, t, u, -p1, -p2, p3, p4, mu, ms, ma];
q = p1 - p3;
#Escribimos la amplitud del proceso (Utilizar la notación de FeynCalc, no
la mostrada en la siguiente ecuación).
```

$$M = \frac{IG_{Z\nu_s\nu_a}}{2 \cos^2(\theta_W) (q^2 - M_z^2)} \bar{u}(p_3, m_q) (g_{Vqqz} \mathbb{I} - g_{Aqqz} \gamma^5) \gamma^\mu u(p_1, m_q) \times \\ \times \left(g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{M_z^2} \right) \bar{u}(p_2, m_s) (\mathbb{I} - \gamma^5) \gamma^\nu u(p_4, m_a)$$

```
#Calculamos la autoadjunta.
MC = ComplexConjugate[M]
#Realizamos el producto de ambas matrices y la suma sobre los espines de
las partículas iniciales.
M2 = 1/4 FermionSpinSum[M MC]
M22 = Calc[M2 /. DiracTrace -> Tr] // Simplify
#Como el resultado final depende de potencias muy grandes de las masas,
despreciamos términos de orden mayor o igual a dos e incluimos el Nc (2/3)
de los quarks.
M2F = 2/3 M22 /. {mu^4 ->0, mu^3 ->0, mu^8 ->0, ms^4 ->0, ma^4 ->0, ms^6
```

APÉNDICE B. LÍNEAS DE CÓDIGO UTILIZADAS EN LOS PROGRAMAS 61

```
->0, ms8 ->0, ms5 ->0, mu2 ->0, ms2 ->0, ms3 ->0, mu6 ->0, ma2 ->0, ms  
mu ->0, ma mu ->0} // FullSimplify  
#Sustituimos el resultado de la amplitud cuadrada en la fórmula para la  
sección eficaz en términos de la variable de Mandelstam, t.  
sec = M2F/(16 Pi s2) // FullSimplify  
secst = sec /. {u ->-s - t}  
#A continuación lo único que debemos realizar es la sustitución del valor de  
las variable t & s en términos de x & y.  
secy = secst & = {t ->-(y s)} // FullSimplify  
secxy = secy /. {s ->x S} // FullSimplify
```

B.2. Líneas de código en Python.

```
#Programa para calcular la dispersión inelástica profunda en  
#el proceso  $\nu_s P-Z' \rightarrow \nu_a X$   
#Importación de librerías  
#Comenzamos importando la definición de número pi y las bibliotecas  
#lhpdf  
from math import sqrt  
from math import pi  
import lhpdf  
#Inicializamos las funciones de distribución partónicas con las listas  
#que se obtienen de forma experimental en los aceleradores  
pdf=lhpdf.mkPDF("PDF4LHC15_nlo_100",1)  
#Definiciones  
#Definimos el cuadrado de la amplitud, la cual recibe como argumentos  
#a x (la fracción del cuadrimomento del protón), y  
#& s (variable de Mandelstam del proceso hadrónico)  
#Qmin es el valor de corte para el cuadrimomento para evitar  
#divergencias por si Q aparece en un denominador en producto  
def mcuad(x,y,s,Qmin):  
# Factor de conversión de GeV2 a fb  
facconv=3.8937929E8  
#Definimos las cargas de los partones  
qpart=(-1/3.,2/3.,-1/3)  
#Definimos la constante de acoplamiento para cada quark  
gAq=(-0.5,0.5,-0.5)  
#Masa del nuevo bosón de norma  
mZ=2000  
#Valor de la constante de acoplamiento del nuevo bosón
```

APÉNDICE B. LÍNEAS DE CÓDIGO UTILIZADAS EN LOS PROGRAMA62

```
#de norma (-1.6E-19/(0.46*0.88) es para el M.E. lo estamos utilizando
#de momento como referente)
#GzvsvaZ es el valor de acoplamiento del nuevo Z a los neutrinos estériles
#y activos lo dejamos como 1 de momento
Gz= sqrt(4*pi/137) /(0.46*0.88)
GzvsvaZ=1
#Valor del seno y coseno del ángulo de Weinberg al cuadrado
sw2=0.22
cw2=0.78
#Valor del cuadrimomento al cuadrado transferido
Q2=s*x*y
cons=facconv*GzvsvaZ*Gz**2/(24*pi*cw2**2*(mZ**2+Q2)**2)
#Introducimos el corte en el cudrimomento
if(Q2<Qmin**2):
return 0
#Definimos el contador aux
aux=0
#Incluimos un ciclo for para que para cada quark[i] se realice la
#convolución con las funciones de distribución partónicas
#La función enumerate crea una nueva tupla, en este caso para
#la variable qpart, al primer elemento le asigna el número cero
#y así sucesivamente ((0,-1/3.),(1,2/3.),(2,-1/3.))
for i, q in enumerate(qpart):
#Definimos la gV para cada quark, lleva el índice de cada quark
gVqi=gAq[i]-2*sw2*q
#Aquí definimos la amplitud al cuadrado del proceso
mquad=2*y*(2-y)*gAq[i]*gVqi+(y*(y-2)+2)*gAq[i]**2+(y*(y-2)+2)*gVqi**2
#Agregamos a la función aux la amplitud a la cual le multiplicamos
#la función de distribución partónica correspondiente a cada quark.
#Evalúa la función de distribución partónica para el índice dado en
#el primer argumento, para el valor de x y para el valor de Qš.
#Seguimos la convención de PDG para los índices con los que se
#identifica a los quarks (1=down, 2=up, 3=strange)
aux+=mquad*pdf.xfxQ2(i+1,x,Q2)
#Para los anti-quarks
aux+=mquad*pdf.xfxQ2(-(i+1),x,Q2)
return cons*aux
Ein=10
Efin=100000
nval=9000
Qmin=1.69
```

APÉNDICE B. LÍNEAS DE CÓDIGO UTILIZADAS EN LOS PROGRAMAS 63

```
min=10**(-6)
max=1.0
#Integración
import numpy as np
from scipy.integrate import dblquad
Eval=np.linspace(Ein,Efin,nval,endpoint="True")
sigma=np.zeros(len(Eval))
for i, E in enumerate(Eval):
s=E**2
sigma[i],error=dblquad(mcuad,min,max,lambda x:min,lambda x: max,args=(s,Qmin))
print("%f%f" %(E,sigma[i]))
np.savetxt('PnustoXnuaCT14qedprotonlogsEcuad.dat', np.c_[Eval,sigma])
#Graficación
import matplotlib.pyplot as plt
plt.plot(Eval,sigma,'b-')
plt.xscale('log')
plt.xlabel('E [GeV]')
plt.ylabel('σ(Pνs → νaX) [fb]')
plt.savefig("PnustoXnuaCT14qedprotonlogsEcuad.pdf")
plt.show()
```

Agradecimientos

Este trabajo de tesis es el resultado de la participación de muchas personas importantes, sin ellas, la culminación de esta tesis habría sido mucho más complicada de llevar a cabo.

En primer lugar quiero agradecer a mi familia, a toda ella, por todo el apoyo brindado en todo momento.

En segundo lugar quiero agradecer el apoyo, la comprensión, el tiempo invertido en las explicaciones y toda su ayuda en general a la Maestra en Ciencias Marianne Guiot Lomelí, ya que, particularmente sin su ayuda, este trabajo habría sido mucho más complicado.

En tercer lugar a mis asesores; la Dra. Azucena Bolaños Carrera por haberme realizado correcciones y comentarios adecuados en las sesiones de presentación de avances que mantuvimos a lo largo de los últimos meses, al Dr. Gilberto Tavares Velasco por brindar ayuda y explicaciones ante las dudas que se fueron presentando a lo largo de este trabajo y a su paciencia para llevar a cabo dichas explicaciones.

A mis amigos en general por haber estado ahí para escuchar mis quejas y brindarme apoyo moral, entre ellos y en particular a Gilberto Aguilar Pérez, José Carlos Aguilar Pérez, Gabriel Picazo Camargo, Pedro Díaz, Deryan Ivan Alvarado Morales, José Elías Rodríguez Andrade.

También quiero dedicar mi más profundo agradecimiento a la señorita Aleida Nichdali Ramírez Moreno, mi novia, cuyo apoyo moral, cariño, comprensión y tiempo dedicados a mí ha sido la mejor forma de no fracasar en la última fase de este proceso de titulación.

Finalmente también quiero dedicar un agradecimiento al CONACYT por haber facilitado, por medio del apoyo de la beca otorgada, el cursar este posgrado.

Bibliografía

- [1] Bertone, G., Hooper, D., & Silk, J. (2005). Particle dark matter: evidence, candidates and constraints. *Physics Reports*, 405(56), 279390. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2004.08.031>
- [2] Joyce, M., & Shaposhnikov, M. (1997). Primordial magnetic fields, right electrons, and the abelian anomaly. En arXiv [astro-ph]. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/9703005>
- [3] Affleck, I., & Dine, M. (1985). A new mechanism for baryogenesis. *Nuclear Physics. B*, 249(2), 361380. [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(85\)90021-5](https://doi.org/10.1016/0550-3213(85)90021-5)
- [4] Zwicky, F. (2009). Republication of: The redshift of extragalactic nebulae. *General Relativity and Gravitation*, 41(1), 207224. <https://doi.org/10.1007/s10714-008-0707-4>
- [5] Metcalf, R. B., Moustakas, L. A., Bunker, A. J., & Parry, I. R. (2003). Spectroscopic gravitational Lensing and limits on the dark matter substructure in Q2237+0305. En arXiv [astro-ph]. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0309738>
- [6] Moustakas, L. A., & Metcalf, R. B. (2002). Detecting dark matter substructure spectroscopically in strong gravitational lenses. En arXiv [astro-ph]. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0206176>
- [7] Hoekstra, H., Yee, H., & Gladders, M. (2002). Current status of weak gravitational lensing. En arXiv [astro-ph]. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0205205>
- [8] Nine year microwave sky image. (s/f). Nasa.gov. Recuperado el 30 de junio de 2022, de <https://map.gsfc.nasa.gov/media/121238/index.html>
- [9] Dodelson, S., & Widrow, L. M. (1994). Sterile neutrinos as dark matter. *Physical Review Letters*, 72(1), 1720. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.72.17>

- [10] Falk, T., Olive, K. A., & Srednicki, M. (1994). Heavy sneutrinos as dark matter. En arXiv [hep-ph]. <http://arxiv.org/abs/hep-ph/9409270>
- [11] Aguilar, A., Auerbach, L. B., Burman, R. L., Caldwell, D. O., Church, E. D., Cochran, A. K., Donahue, J. B., Fazely, A., Garvey, G. T., Gunasingha, R. M., Imlay, R., Louis, W. C., Majkic, R., Malik, A., Metcalf, W., Mills, G. B., Sandberg, V., Smith, D., Stancu, I., Yellin, S. (2001). Evidence for neutrino oscillations from the observation of electron anti-neutrinos in a muon anti-neutrino beam. En arXiv [hep-ex]. <http://arxiv.org/abs/hep-ex/0104049>
- [12] Aguilar-Arevalo, A. A., Brown, B. C., Bugel, L., Cheng, G., Conrad, J. M., Cooper, R. L., Dharmapalan, R., Diaz, A., Djurcic, Z., Finley, D. A., Ford, R., Garcia, F. G., Garvey, G. T., Grange, J., Huang, E.-C., Huelsnitz, W., Ignarra, C., Johnson, R. A., Karagiorgi, G., MiniBooNE Collaboration. (2018). Significant excess of electronlike events in the MiniBooNE short-baseline neutrino experiment. *Physical Review Letters*, 121(22), 221801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.121.221801>
- [13] Pastor, S., Semikoz, V., & Valle, J. W. F. (1994). Active sterile neutrino conversions in a supernova with random magnetic fields. En arXiv [hep-ph]. <http://arxiv.org/abs/hep-ph/9410381>
- [14] de los Heros, C. P. (2011). IceCube. *Nuclear Instruments & Methods in Physics Research. Section A, Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 630(1), 119124. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2010.06.042>
- [15] Mertens, S., Alborini, A., Altenmüller, K., Bode, T., Bombelli, L., Brunst, T., Carminati, M., Fink, D., Fiorini, C., Houdy, T., Huber, A., Korzeczek, M., Lasserre, T., Lechner, P., Manotti, M., Peric, I., Radford, D. C., Siegmann, D., Slezák, M., Wüstling, S. (2019). A novel detector system for KATRIN to search for keV-scale sterile neutrinos. *Journal of physics. G, Nuclear and particle physics: an Institute of Physics journal*, 46(6), 065203. <https://doi.org/10.1088/1361-6471/ab12fe>