



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

**“El concepto de función en un conjunto de libros
de texto de nivel secundaria”**

**Tesis para obtener el grado de:
Licenciada en Matemáticas**

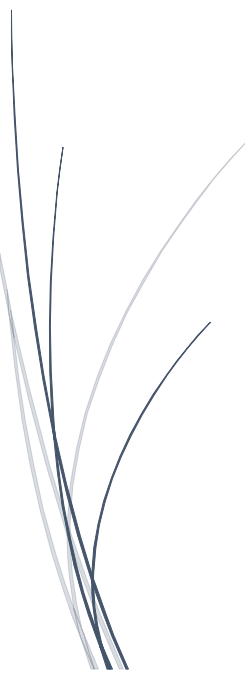
Presenta:

Sahian Ivette Uscanga Alvarez

Directora de tesis

Dra. Lidia Aurora Hernández Rebollar

Noviembre 2024



Resumen

Este trabajo muestra cómo se presenta el concepto de función en algunos libros de texto gratuitos de secundaria, que fueron avalados por la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG) para ser utilizados en el ciclo escolar 2022-2023 en México y que se basan en el modelo educativo de 2017. Se eligieron los libros de dos editoriales que contenían, cada una, los libros de Matemáticas 1, Matemáticas 2 y Matemáticas 3.

Se presenta un análisis de contenido de las dos sagas de libros, el cual consiste en identificar los aspectos de la relación funcional del modelo 3UV y las características de la función que se emplean a lo largo de todas las secciones de cada libro. El análisis se divide en cinco categorías, la primera categoría se refiere a la ubicación y selección de lecciones donde se consideró que se desarrolla el pensamiento funcional. En la segunda, se analiza cada problema, solución y definición para identificar qué aspectos de la relación funcional se ponen en práctica y si su presentación se corresponde con el desarrollo histórico del concepto función. En la tercera categoría se analiza la fenomenología que se utiliza cuando se aborda la relación funcional. En las últimas tres categorías se especifica cómo se presenta la relación funcional en los sistemas de representación, en los medios digitales y en las formas de evaluación.

Índice

Introducción	9
Capítulo 1. Planteamiento del problema	11
1.1. Antecedentes	11
1.2. Pregunta de investigación	11
1.3. Objetivo de investigación	12
1.4. Justificación del estudio	12
Capítulo 2. Marco conceptual.....	13
2.1. Libro de texto	13
2.2. La investigación de los libros de texto.....	14
2.3. Plan de estudios	15
2.4. Concepto de función	16
2.4.1 Relación funcional.....	17
2.4.2. La relación funcional desde el Punto de vista del modelo 3UV.....	18
2.4.3. Características de la función.....	19
Capítulo 3. Metodología de la investigación.....	21
3.1. Modelo de análisis	21
3.1.1. Análisis de contenido.....	21
3.1.2. Instrumento para el análisis	22
3.2 Población	23
Capítulo 4. Análisis	26
4.1. Ubicación y estructura de la relación funcional en el texto.....	26
4.2. Aspectos conceptuales	31
4.2.1. Desarrollo histórico	31
4.2.2. Cómo se presenta la relación funcional.....	39
4.2.3. Tipos de problemas.....	41
4.2.4 Tipos de soluciones.....	89
4.2.5. Aparición de definiciones	95
4.3. Aspectos fenomenológicos	96
Matemáticas 1. Infinita secundaria.....	97
Matemáticas 2. Infinita secundaria.....	97

Matemáticas 3. Infinita secundaria	97
Matemáticas 1. Interacciones	97
Matemáticas 2. Interacciones	97
Matemáticas 3. Interacciones	97
4.4. Sistemas de representación	98
4.5. Tecnologías de la información y la comunicación	104
4.5.1. Tecnología en la saga infinita secundaria	104
4.5.2. Tecnología en la saga Interacciones	106
4.6. Evaluación	111
4.6.1. Evaluaciones en la saga Infinita secundaria	111
4.6.2. Evaluaciones en la saga Interacciones.....	117
Conclusiones.....	129

Índice de Tablas

TABLA 1. CATEGORÍAS PARA EL ANÁLISIS Y SU COMPOSICIÓN	22
TABLA 2. CONCENTRADO DE LIBROS DE TEXTO ANALIZADOS.....	24
TABLA 3. LECCIONES CON TEMA PRINCIPAL FUNCIÓN EN LA SAGA DE INFINITA SECUNDARIA	26
TABLA 4. LECCIONES CON TEMA PRINCIPAL FUNCIÓN EN LA SAGA INTERACCIONES	27
TABLA 5. CONTENIDO DISTINTO A FUNCIÓN, SAGA INFINITA SECUNDARIA	27
TABLA 6. CONTENIDO DISTINTO A FUNCIÓN, SAGA INTERACCIONES	29
TABLA 7. LOS SIGNIFICADOS PARCIALES DE LA FUNCIÓN POR BLOQUES	31
TABLA 8. VÍNCULOS DE LOS TEMAS CON LA RELACIÓN FUNCIONAL	39
TABLA 9. TIPOS DE SOLUCIONES	90
TABLA 10. DEFINICIONES PRESENTADAS	95
TABLA 11. REPRESENTACIONES DE LA RELACIÓN FUNCIONAL	98
TABLA 12. CONTENIDO DE LA EVALUACIÓN EN INFINITA SECUNDARIA	113
TABLA 13. CONCENTRADO DE EVALUACIÓN POR LECCIÓN, SAGA INTERACCIONES	119

Índice de Figuras

FIGURA 1. SAGA INFINITA SECUNDARIA	24
FIGURA 2. SAGA INTERACCIONES	25
FIGURA 3. ESTRUCTURA DE LAS SAGAS ANALIZADAS	26
FIGURA 4. TABLA DE PROPORCIONALES	32
FIGURA 5. REPRESENTACIÓN GRÁFICA	32
FIGURA 6. ACTIVIDAD CON CORRESPONDENCIA ARBITRARIA.	32
FIGURA 7. TABLA DE OPERACIONES	33
FIGURA 8. GRAFICAR A PARTIR DE EXPRESIONES.....	33
FIGURA 9. TABLA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS.....	33
FIGURA 10. VALORES DE UNA FÓRMULA.....	34
FIGURA 11. ANÁLISIS POR INTERVALOS	34
FIGURA 12. APLICACIÓN DEL TEOREMA DE PITÁGORAS.....	34
FIGURA 13. DEDUCCIÓN DE EXPRESIÓN ALGEBRAICA.....	35
FIGURA 14. VERIFICAR LA EXPRESIÓN	35
FIGURA 15. GRÁFICA PROPORCIONAL	36
FIGURA 16. TABLA DE CONSTANTE DE PROBABILIDAD	36
FIGURA 17. CORRESPONDENCIA DE VALORES.....	36
FIGURA 18. GRÁFICA DE PROPIEDAD FÍSICA	37
FIGURA 19. EXPRESIÓN ALGEBRAICA DE ÁREA Y PERÍMETRO	37
FIGURA 20. MODELO DE UNA SITUACIÓN	37
FIGURA 21. ANÁLISIS DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS.....	38
FIGURA 22. TABLA DE EQUIVALENCIA FRACCIÓN-DECIMAL	42
FIGURA 23. TABLA DE NÚMEROS OPUESTOS.....	42
FIGURA 24. SITUACIÓN PESO DE PAQUETES DE PAPEL	43
FIGURA 25. ANÁLISIS DE GRÁFICA PROPORCIONAL.....	43
FIGURA 26. CALCULAR EL PORCENTAJE	43
FIGURA 27. PROBLEMA VERBAL VUELTAS DE UNA LLANTA POR KILÓMETRO.....	44
FIGURA 28. PROMEDIO GENERAL DE LORENA	44
FIGURA 29. ANÁLISIS DE GRÁFICA DUAL.....	45
FIGURA 30. COMPARACIÓN DE GRAFICAS DE TARIFAS DE INTERNET.....	45
FIGURA 31. TABLA BASADA EN EL ANÁLISIS POR INTERVALO DISTANCIA TIEMPO.....	45
FIGURA 32. ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE GRÁFICAS	46
FIGURA 33. MEDIDOR DE FLUJO CONTANTE	46
FIGURA 34. REPRESENTACIÓN DE LOS OCÉANOS GRÁFICA CIRCULAR.....	47
FIGURA 35. ANÁLISIS DE LA PROBABILIDAD DE UN EVENTO	47
FIGURA 36. TABLA DE ÁREAS CORRESPONDIENTES.....	47
FIGURA 37. RELACIÓN ENTRE DIFERENTES FIGURAS.....	48
FIGURA 38. TABLA DE RELACIÓN ENTRE PRODUCTOS Y DIVISIONES.....	48
FIGURA 39. EL VOLUMEN CON POTENCIAS	49
FIGURA 40. TABLA DE RELACIÓN DE LA RAÍZ CUADRADA.....	49
FIGURA 41. TABLA DE RELACIÓN ÁNGULOS INTERIORES Y EXTERIORES DE UN POLÍGONO	50
FIGURA 42. TABLA DE CONVERSIÓN DE UNIDADES	50

FIGURA 43. TABLA PARA LA CREACIÓN DE UNA REPRESENTACIÓN GRÁFICA.	50
FIGURA 44. VARIACIÓN CONJUNTA EN TABLAS DE PROPORCIONALIDAD	51
FIGURA 45. TABLA DEL DESARROLLO DEL REPARTO	51
FIGURA 46. PUNTOS EVALUACIONES EN EXPRESIONES ALGEBRAICAS	52
FIGURA 47. PROBLEMÁTICAS CON SISTEMAS DE ECUACIONES	52
FIGURA 48. ANÁLISIS DE SITUACIONES CON EXPRESIONES	52
FIGURA 49. LA MASA DE UN MATERIAL	53
FIGURA 50. COMPLETAR TABLA SEGÚN LAS LITERALES	53
FIGURA 51. TABLA DE MEDIDAS DE ALGUNOS CÍRCULOS.....	53
FIGURA 52. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE UNA GRÁFICA	54
FIGURA 53. REGLA DE UNA SUCESIÓN	54
FIGURA 54. PERÍMETRO DE FIGURA COMPUESTA.....	55
FIGURA 55. APLICACIÓN DEL VOLUMEN.....	55
FIGURA 56. APLICACIÓN DEL VOLUMEN DEL CILINDRO	55
FIGURA 57. PROBABILIDAD TEÓRICA DE EVENTOS.....	56
FIGURA 58. EXPRESIONES ALGEBRAICAS DE MÚLTIPLOS Y DIVISORES.....	56
FIGURA 59. TABLA DE MCM Y MCD	57
FIGURA 60. REPLICAS DE POLÍGONOS.....	57
FIGURA 61. APLICACIÓN DE POLÍGONOS SEMEJANTES	57
FIGURA 62. COMPARACIÓN DE GRÁFICAS.....	58
FIGURA 63. OPERACIONES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS	58
FIGURA 64. RELACIÓN FUNCIONAL Y ECUACIONES	59
FIGURA 65. APLICACIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS	59
FIGURA 66. VARIACIÓN Y ECUACIÓN CUADRÁTICA	59
FIGURA 67. DESCRIPCIÓN DE GRÁFICAS	60
FIGURA 68. APLICACIÓN DE LA PARÁBOLA	60
FIGURA 69. COMPARACIÓN DE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS	61
FIGURA 70. GRÁFICAR A PARTIR DE LA EXPRESIÓN ALGEBRAICA.....	61
FIGURA 71. APLICACIÓN DEL TEOREMA DE PITÁGORAS.....	62
FIGURA 72. MODELADO CON RAZONES TRIGONOMÉTRICAS	62
FIGURA 73. PROBABILIDAD DE UNIÓN DE EVENTOS	63
FIGURA 74. CORRELACIÓN ENTRE FRACCIÓN Y NÚMERO DECIMAL	63
FIGURA 75. CONVERSIÓN DE MONEDA	64
FIGURA 76. VALOR FALTANTE	64
FIGURA 77. PERÍMETRO CON LITERALES	65
FIGURA 78. LONGITUD DE CIRCUNFERENCIA	65
FIGURA 79. REGLA GENERAL.....	65
FIGURA 80. VALOR ABSOLUTO	66
FIGURA 81. PERÍMETRO DEL RECTÁNGULO	66
FIGURA 82. REGLA DE UNA SITUACIÓN.....	67
FIGURA 83. CORRELACIÓN ENTRE PORCENTAJE, FRACCIÓN Y DECIMAL	67
FIGURA 84. PROBLEMÁTICA CON GRÁFICAS CIRCULARES.....	68
FIGURA 85. DEDUCCIONES DE UNA GRÁFICA	68
FIGURA 86. PENDIENTE NEGATIVA.....	69

FIGURA 87. SITUACIONES CON SUCESIONES	69
FIGURA 88. CÁLCULO DEL VOLUMEN DE PRIMA COMPUESTO	70
FIGURA 89. VOLUMEN Y CAPACIDAD	70
FIGURA 90. PROPIEDADES DE LA MEDIA Y MEDIANA	71
FIGURA 91. PROBABILIDAD FRECUENCIAL	72
FIGURA 92. PROPORCIÓN DE FIGURAS	72
FIGURA 93. COMPLETAR LA REGLA	73
FIGURA 94. TABLA DE PROPORCIÓN DE UNA SITUACIÓN	73
FIGURA 95. ÁREA DE FIGURAS COMPUESTAS	74
FIGURA 96. RELACIÓN ENTRE ÁNGULOS INTERIORES, ÁNGULO CENTRAL Y ÁNGULO INTERIOR.....	74
FIGURA 97. POLÍGONOS INSCRITOS EN UNA CÍRCULO	75
FIGURA 98. TABLA CON INTERVALOS.....	75
FIGURA 99. APROXIMACIÓN A LA RAÍZ CUADRADA.....	75
FIGURA 100. REPARTO PROPORCIONAL	76
FIGURA 101. SOLUCIÓN DE ECUACIÓN DE MANERA GRÁFICA	76
FIGURA 102. PERÍMETRO Y ÁREA DE COMPOSICIONES GEOMÉTRICAS	77
FIGURA 103. CONVERSIÓN DE UNIDADES.....	77
FIGURA 104. PERÍMETRO Y ÁREA DE FIGURAS REGULARES.....	78
FIGURA 105. VALOR ABSOLUTO Y ANÁLISIS DE LA MEDIA	78
FIGURA 106. TABLA DE CONVERSIÓN ENTRE VARIAS MONEDAS	79
FIGURA 107. OPERACIONES DE CONVERSIÓN	79
FIGURA 108. APLICACIÓN DE PROPIEDAD FÍSICA	80
FIGURA 109. APLICACIÓN DEL PROPIEDADES DE LAS CIRCUNFERENCIAS	80
FIGURA 110. FÓRMULA GENERAL DEL VOLUMEN DE UN CILINDRO	81
FIGURA 111. PROBABILIDAD TEÓRICA	81
FIGURA 112. ELEMENTOS DE DEL RANGO DE UNA SUCESIÓN	82
FIGURA 113. EVALUACIÓN DE MCM Y MCD.....	82
FIGURA 114. ANÁLISIS DE EXPRESIONES	83
FIGURA 115. CORRESPONDENCIA ENTRE FIGURAS SEMEJANTES	83
FIGURA 116. SITUACIONES CONBASADAS EN ECUACIONES	84
FIGURA 117. GRAFICA POR PARTES	84
FIGURA 118. IDENTIFICAR SI ES FUNCIÓN O ECUACIÓN	85
FIGURA 119. ÁREA DE COMPOSICIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS	85
FIGURA 120. ANÁLISIS DE UNA FUNCIÓN	86
FIGURA 121. APLICACIÓN DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS	87
FIGURA 122. APLICACIÓN DE MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL Y DISPERSIÓN	87
FIGURA 123. PROBABILIDAD CLÁSICA Y GRÁFICA.....	87
FIGURA 124. DEFINICIÓN DE FUNCIÓN	96
FIGURA 125. EJEMPLO DE SECCIÓN “CONOCE MÁS” Y “MATEMÁTICAS PRÁCTICAS”	104
FIGURA 126. EJEMPLO DE LA SECCIÓN APRENDE CON TECNOLOGÍA EN LA SAGA INTERACCIONES	106
FIGURA 127. EJEMPLO DE CUADRO FLOTANTE “TIC”	106
FIGURA 128. EJEMPLO DE LA SECCIÓN “LO QUE APRENDÍ”	111
FIGURA 129. EJEMPLO DE SECCIÓN “CONVIVO”	112
FIGURA 130. SECCIÓN EVALUACIÓN	112

FIGURA 131. EJEMPLO DE PRIMERA FASE DE EVALUACIÓN	117
FIGURA 132. EJEMPLO DE MIDE TU DESEMPEÑO.....	117
FIGURA 133. EJEMPLO DE LA SECCIÓN EVALUACIÓN	118
FIGURA 134. EJEMPLO DE MIDE TU AVANCE.....	118
FIGURA 135. EJEMPLO DE TERCERA FASE DE EVALUACIÓN	118
FIGURA 136. MIDE TU AVANCE, PERIODO 1, MATEMÁTICAS 1	120
FIGURA 137. MIDE TU AVANCE, PERIODO 2, MATEMÁTICAS 1	121
FIGURA 138. MIDE TU AVANCE, PERIODO 3, MATEMÁTICAS 1	122
FIGURA 139. MIDE TU AVANCE, PERIODO 1, MATEMÁTICAS 2	122
FIGURA 140. MIDE TU AVANCE, PERIODO 2, MATEMÁTICAS 2	123
FIGURA 141. MIDE TU AVANCE, PERIODO 3, MATEMÁTICAS 2	124
FIGURA 142. MIDE TU AVANCE, PERIODO 1, MATEMÁTICAS 3	125
FIGURA 143. MIDE TU AVANCE, PERIODO 2, MATEMÁTICAS 3	125
FIGURA 144. MIDE TU AVANCE, PERIODO 3, MATEMÁTICAS 3	126

Introducción

Los libros de texto se han considerado como una base de la educación en México, apuntando a una educación uniforme y abarcadora, por ser gratuitos (Blanco y Moreno, 2022). Es tanta su importancia que es crucial analizar, investigar e indagar sobre sus estructuras, sus contenidos y la forma en la que los estudiantes interactúan con ellos (Fan, 2013). En diversos países, en el área de Educación Matemática, se han hecho análisis de libros de texto, tanto en niveles básicos como superiores, estudiando diferentes conceptos matemáticos con una variedad de metodologías, como la idoneidad didáctica (Castillo et al., 2022). Por ejemplo, Blanco y Moreno (2022) analizan la clasificación de cuadriláteros en los libros de texto de cuarto grado de educación primaria de México, vigentes entre el 2014 y 2021, por medio de unidades de análisis propuestas por Blanco (2018). Por su parte, Cabrera et al. (2023) con base en el desarrollo Pylvar analizan el pensamiento y lenguaje variacional en libros de texto gratuitos de los seis grados de primaria del ciclo escolar 2021-2022. También, hay investigaciones que estudian libros de texto de primaria y secundaria, como la de Amaro (2017), donde se analiza la ubicación y el tratamiento del tema de proporcionalidad con base en la investigación de Gómez (2002), teniendo como resultado que la proporcionalidad en ese conjunto de libros está presente como contenido aritmético y es tratada de varias formas en el mismo tipo de problema.

Los libros de matemáticas en secundaria utilizados en el ciclo escolar 2022-2023 cumplían con la propuesta de ser lanzados por editoriales externas a la Secretaría de Educación (SEP), seleccionados con base en los estatutos de la CONALITEG y apegados al plan de estudios vigente, aprobándose hasta tres libros de algunas editoriales, uno por grado. En este trabajo se realizó un análisis de contenido de libros de texto de matemáticas de los tres grados de secundaria, con el objetivo de conocer cómo se presenta el concepto de la función.

La importancia de un tema como las funciones en el nivel secundaria recae en su aplicación para entender el entorno, también al enfocarse en las relaciones entre fenómenos crea un vínculo entre las matemáticas y otras disciplinas (Vargas, 2023). En las mismas matemáticas, este tema es conocido como parteaguas del estudio de diferentes áreas y un trampolín para temas más complejos como el cálculo integral y diferencial, transformándose en una herramienta crucial (Vargas et al., 2016). En Educación Matemática se han desarrollado trabajos como los de Borges et al. (2010) que analizan el proceso de aprendizaje del concepto de función de estudiantes de economía. Vargas et al. (2016) analizan las herramientas matemáticas utilizadas para la modelación de una situación con base en los conceptos de función y variación, por otra parte, el de Morales et al. (2018), que al estar enfocado en los niveles básicos, no abarca la función sino las relaciones funcionales como la correspondencia y la covariación en estudiantes de 6 años.

Los orígenes del estudio de la función datan de la época antigua, no con la definición usada en la actualidad, sino en versiones más simplistas, aludiendo al estudio de la relación entre conjuntos finitos y pequeños (Hoff y Lützen, 2015). Considerando sus orígenes y que la función en nivel secundaria es introducida por primera vez como uno de los temas principales en el plan de estudios 2017 (SEP, 2017), se diseñó un instrumento para el análisis de los libros centrados en el pensamiento funcional. Se tomó como base los trabajos de Martínez et al. (2015), Amaro (2017), Rico et al. (2008) y Monterrubio y Ortega (2012), concretando el análisis en cinco categorías: aspectos conceptuales,

fenomenología, sistemas de representación, implementación de medios digitales y formas de evaluación.

El análisis se hizo bajo el modelo 3UV, para estudiar cómo se presentan las variables en los problemas, cómo se refieren a ellas en las definiciones o en diferentes recursos presentados. Se clasificaron si estaban siendo tratadas como relación funcional y en caso de no serlo si se acercaban a la definición de función.

Este trabajo se desarrolla a lo largo de cuatro capítulos, en el primero se plantea el problema a tratar, donde se desglosa el objetivo, la pregunta de investigación, la justificación y los antecedentes que sustentan la relevancia de hacer este análisis. El segundo capítulo lleva como nombre marco conceptual, ahí se detalla la terminología, considerando desde qué es un libro de texto hasta qué aspectos del modelo 3UV son claves para el estudio. La metodología de la investigación se expone en el tercer capítulo, detallando la construcción del instrumento con el que se analizaron los libros y especificando la población a la que se le aplicó este instrumento. El cuarto capítulo es el análisis, el cual se divide en cinco secciones correspondientes a las categorías del instrumento diseñado.

En las conclusiones se responde a la pregunta de investigación, se destacan los aspectos de la relación funcional que más se emplean en los libros, como los del modelo 3UV, el desarrollo histórico, los objetivos del plan de estudios y la definición de función.

Capítulo 1. Planteamiento del problema

1.1. Antecedentes

Los libros de texto de matemáticas del ciclo escolar 2022-2023 incluyen actividades enfocadas en el tema de función. Como se muestra en SEP (2017), en el plan de estudios se describen aprendizajes esperados sobre la noción de función. Por ejemplo, en primero de secundaria se propone que los estudiantes analicen y comparen situaciones de variación lineal (SEP, 2017).

Las funciones sirven como un caso ilustrativo de una formalización más general (Mesa, 2004) que desata un tipo de pensamiento, el cual permite a los estudiantes comprender ideas matemáticas esenciales, entre ellas, *la estructura, el cambio, la covariación o la relación matemática* (Blanton et al., 2015; Stephens et al., 2017, como se citó en Pang et al., 2022). Sin embargo, las tareas utilizadas para enseñar o medir el pensamiento funcional no han recibido mucha atención en comparación con su importancia (Pang et al., 2022).

Cuando se incorporó la definición teórica de conjuntos a las matemáticas escolares, se estimuló a los investigadores en Educación Matemática a investigar la conexión entre la definición "unificadora" y las dificultades que enfrentan los estudiantes cuando intentan usar esa definición (Mesa, 2004). Así que debe tratarse con cuidado cómo se va a presentar el concepto de función ya que pueden desencadenar conflictos para los alumnos.

Con la esperanza de inspirar a más investigadores a desarrollar tareas para medir el pensamiento funcional y verificar su idoneidad, Pang et al. (2022) realizaron un análisis de diversas tareas relacionadas con los diferentes modos de pensamiento y relaciones funcionales. También, proponen algunas tareas para medir cuatro tipos de pensamiento: recursivo, covariable, de correspondencia particular y de correspondencia general. Esta investigación estuvo centrada en alumnos de tercer grado de primaria en Corea del Sur, tanto de áreas metropolitanas, como medias y rurales.

Un libro de texto cuenta con problemas que el docente puede asignar como tareas al estudiante y con esto ser capaz de identificar si se ha creado cierto conocimiento de un tema. En el caso de los trabajos de Martínez et al. (2015) y Amaro (2017) se busca el tratamiento dado al tema de proporcionalidad en los libros de texto. La primera investigación fue hecha sobre libros de los últimos tres niveles de secundaria en España y la otra sobre libros de educación básica en México. Ambos trabajos proponen su propio instrumento de análisis basados en los mismos focos de investigación como lo son los sistemas de representación, los tipos de problemas de proporcionalidad, así como los métodos y técnicas para su resolución.

Mesa (2004) centra su análisis en la Educación Media Superior y, a comparación de los otros dos autores, hace una investigación internacional, contemplando libros de texto de 15 países. Analizó ejercicios y problemas contenidos en 24 libros de texto de enseñanza media en cinco idiomas diferentes, centrándose en las referencias a funciones, funciones lineales, gráficas en dos coordenadas, gráficas en el plano cartesiano, tablas y patrones o relaciones.

1.2. Pregunta de investigación

¿Cómo se presenta el concepto de función a lo largo de los libros de textos de matemáticas de primer, segundo y tercer grado de secundaria?

1.3. Objetivo de investigación

La investigación que se realiza pretende mostrar cómo se presenta el concepto de función matemática a lo largo de los libros de primero, segundo y tercer grado de secundaria.

1.4. Justificación del estudio

En México los libros de texto son distribuidos por parte de la CONALITEG sin que las escuelas intervengan en el proceso, pero si es necesario en el sitio web de la CONALITEG se puede acceder a cualquier libro, de manera gratuita. Es por ello que docentes y alumnos pueden tener acceso a ejemplares diferentes a los recibidos en sus instituciones. Cabe destacar que no necesariamente llegan los libros de las mismas editoriales en cada ciclo escolar, por lo cual el alumno en primero, segundo y tercero de secundaria puede llevar libros de diferentes editoriales.

El análisis del contenido de los libros de texto de secundaria es una herramienta que le facilita a los docentes identificar los libros que mejor se adecuen al proceso de aprendizaje de ciertos temas, ya que destacan el manejo y empleo de ellos. Lo cual puede ser decisivo para la incorporación de estos libros como material o recurso que refuerce el acompañamiento del estudiante.

Esta investigación considera importante conocer cómo se construye el concepto de función en los libros de texto para que los profesores cuenten con información objetiva que les permita tomar decisiones sobre la selección del material bibliográfico. También, para motivar a investigadores de Educación Matemática a indagar las mejores maneras de presentar este tema en los libros de texto, así como el impacto, que dichas maneras de presentarlo pueden tener en el aprendizaje de los estudiantes.

La herramienta que se utiliza en este estudio se considera basta para el análisis del concepto de función y podría emplearse en una cantidad mayor o menor de libros de texto de cualquiera de los tres grados escolares de nivel secundaria. Incluso modificando algunos indagadores es posible aplicarse al análisis de otros conceptos, llegando a identificar con mayor precisión la relación entre diversos temas y a saber encaminar ciertos ejercicios a temas más complejos.

La elección de los libros de los tres grados de secundaria de solo dos de las editoriales aprobadas por la CONALITEG se debió a que solo estas dos contaban con un libro para cada uno de los grados. El resto de las editoriales se descartó porque solo presentaban uno o dos libros de alguno de los grados.

Capítulo 2. Marco conceptual

2.1. Libro de texto

Desde el origen de los sistemas educativos nacionales a principios del siglo XIX, los libros escolares, con sus diferentes formatos, características y contenidos, han ocupado un lugar privilegiado en las aulas de todos los países (Ghizoni, 2015). En ese entonces el término texto escolar por lo general se aceptaba como equivalente a los términos: manual escolar, libro de texto, libro guía, libro escolar, entre otros (Torres & Moreno, 2008).

Hoy en día, existe multitud de definiciones para libro de texto, algunas más precisas que otras (Fernández et al., 2017). Para definirlo es necesario delimitar conceptualmente el término con respecto a otros géneros literarios diferentes (García, 2011). Fernández et al. (2017) reúnen las distinciones hechas por autores, como Hamilton (1990), Johnsen (1996), Alzate, Gómez y Romero (1999), entre el libro de texto y el libro escolar, coincidiendo en que los libros escolares pueden ser utilizados en las escuelas para ampliar información acerca de un tema del currículo y que los libros de texto se basan en el currículo. Algunos ejemplos de libros escolares son las biografías, libros especializados, informes de investigación, documentación oficial, etc. (Torres & Moreno, 2008).

Entonces, se le denomina libro de texto a los libros producidos bajo las orientaciones y exigencias de asignaturas y contenidos formalmente establecidos por las autoridades educativas, ya que el término aparece en Inglaterra en el contexto de un sistema escolar estructurado (Torres & Moreno, 2008). Desempeñando un papel esencial en la articulación de las exigencias curriculares nacionales con la praxis educativa (Schmidt et al., 1996). De cierta forma, los libros de texto sí pueden ser libros escolares, pero no se permite lo contrario.

El libro de texto se considera un instrumento en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Fernández et al., 2017) y debe responder a principios didáctico-pedagógicos (Occelli & Valeiras, 2013). Además, una lección de este libro puede ser contemplada como un proceso de instrucción potencial o planificado por el autor del libro, que sirve de apoyo al docente para diseñar e implementar un proceso de instrucción efectivo (Castillo et al., 2022), siendo una guía, que dirige la enseñanza en buena parte de las aulas (Fernández et al., 2017). Impone el ritmo al maestro, y en consecuencia al alumno, pero no puede sustituir al profesor en ningún caso (Fernández et al., 2017).

De forma general, los profesores utilizan este recurso como componente sustantivo de la planificación (Amaro, 2017) y los estudiantes lo utilizan para apoyar su aprendizaje con contenido apropiado y actividades en el aula en las que pueden participar individualmente o en grupos (Chieh & Muthia, 2017).

Dado que en varios países los libros de texto son adquiridos de forma independiente, directo de una empresa editorial, responden a principios educativos y comerciales (Occelli & Valeiras, 2013).

Los libros de texto también se destacan como producto de una red de conexiones culturales, económicas y políticas que conforman un cuerpo de conocimientos legitimado para ser utilizado por maestros y profesores en sus aulas, es decir, representan y materializan la cultura y el conocimiento que se consideran necesarios. De esta manera, los libros de texto contienen una dimensión ideológica (Occelli & Valeiras, 2013).

Considerando la extensa investigación hecha por Fernández et al. (2017) en este análisis se retoma la siguiente definición de libro de texto de matemáticas: “libro, ya sea impreso en papel o en cualquier otro formato, editado con el fin de servir de guía para enseñar Matemáticas en un determinado curso/nivel educativo perteneciente a un plan de estudios” (p. 205).

Los libros de texto están interesando a los investigadores en didáctica de la matemática, ya que son un instrumento indispensable en el desarrollo de la práctica docente. Al ser uno de los materiales didácticos de mayor uso en la planificación, preparación y desarrollo de las clases de matemáticas (González & Sierra, 2004). Algunos llegan a opinar que son recursos curriculares vitales para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las aulas de todo el mundo. Es necesario realizar una revisión crítica de estos para conseguir un uso eficaz encaminado a mejorar la enseñanza y el aprendizaje (Amaro, 2017).

2.2. La investigación de los libros de texto

El objetivo fundamental de cualquier investigación educativa es producir nuevos conocimientos para la mejora de la educación (Fan, 2013). Las investigaciones en Educación Matemática centradas en la revisión y análisis del contenido de los libros de texto se focalizan especialmente en la discusión y el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Chieh & Muthia, 2017).

Al inicio, el campo de estudio de la investigación de libros de texto estuvo circunscrito a obras individuales referidas a la historia y al contenido de los libros (Fernández et al., 2017). La investigación histórica fue, durante mucho tiempo, descuidada y no surgió hasta finales de la década de 1970 (Ghizoni, 2015). Durante las décadas siguientes, la investigación sistemática aumentó considerablemente dando lugar a una vasta bibliografía que da cuenta de las definiciones, dimensiones y campos de investigación que conforman el universo de los textos escolares (Fernández et al., 2017).

El propósito de la investigación en libros de texto es abordar temas de investigación específicos donde se identifiquen y se establezca una comprensión común de lo que constituyen temas fundamentales y significativos, y en qué sentido, es esencial para el avance de todo el campo de la investigación de libros de texto (Fan, 2013), es decir, puede ayudar a comprender lo que se requiere en términos de enseñanza y desarrollo curricular (Chieh & Muthia, 2017).

Estas investigaciones han recibido bastante atención en la comunidad internacional de investigación de la Educación Matemática en las últimas décadas (Fan, 2013) y han sido objeto de investigación desde múltiples perspectivas (Occelli & Valeiras, 2013). Por ejemplo, las investigaciones que van enfocadas para que los docentes puedan elegir con mayor asertividad el libro a utilizar en sus aulas. Castillo et al. (2022) por medio de la idoneidad didáctica crearon un instrumento de utilidad en la toma de decisiones fundamentadas sobre el uso de la lección de un libro de texto en el aula, como recurso para apoyar el proceso de enseñanza y aprendizaje de algún contenido matemático motivados por la idea que el análisis de libros de texto debe ser una de las competencias contempladas en la formación de profesores.

Otras perspectivas las muestran Occelli y Valeiras (2013), quienes establecieron cuatro categorías según la estructura (de validaciones metodológicas, centrado en el contenido científico, centrado en el contenido didáctico o de revisiones teóricas). De esta investigación podemos notar una lista amplia de revistas en las cuales ya se hacen presentes artículos, desde el 2010, con investigaciones que

cuadran en alguna de las categorías: Journal of science education and technology, Science Education, International Journal of Science education, Journal in science Teaching, Researcha in Science Education, Ensenanza de las ciencias, Añambique, Revista electrónica de enseñanza de las ciencias, Revista Eureka sobre Ensenanza y Divulgación de las ciencias, Ciência & Educação, Ensaio-Pesquisa Educação em Ciência, Investigações em Ensino de Ciências.

Las investigaciones de libros de texto han sido presentadas en varios congresos importantes. Fan (2013) hace hincapié en el 10º Congreso Internacional sobre Educación Matemática (ICME-10), donde dedicó un Grupo de Discusión a libros de texto siendo el primero en su tipo y siguió replicándose en el pasar de los años en otras emisiones lo cual incluye otros países. Otras conferencias a las que hace referencia se han llevado a cabo en la Cooperación Económica Asia-Pacífico (APEC) y en la Conferencia Internacional sobre Tecnologías de Materiales Inteligentes (ICSMT), en esta última se hizo una importante presentación titulada "Conferencia internacional sobre libros de texto escolares de matemáticas (ICSMT 2011)", indicando claramente el interés internacional entre los profesores de matemáticas en los libros de texto escolares de matemáticas.

La conferencia académica más importante y completa en el campo de la investigación internacional de libros de texto de matemáticas es la Conferencia Internacional sobre Investigación y Desarrollo de Libros de Texto de Matemáticas (ICMT), la cual se celebra cada dos o tres años en diferentes regiones del mundo, siendo la más reciente el 14 de noviembre de 2022 en la Universidad Normal de Beijing. Se enfoca en muchos campos de investigación importantes de la investigación de libros de texto de matemáticas, y también tuvo un impacto positivo en la investigación y el desarrollo de libros de texto en otras disciplinas (Jie, 2022).

Actualmente ya existen centros dedicados para este tipo de investigaciones específicas. Castillo et al. (2022) resaltan el Centro de Investigaciones en Manuales Escolares (MANES), y ponen la atención en dos perspectivas de investigación, una de ella relacionada con el análisis del contenido de los textos y la otra enfocada en el contexto de producción y uso de los libros.

Como menciona Fernández et al. (2017) el estudio de los libros de texto como fuente de aprendizaje sigue siendo un apasionante mundo por descubrir y un enclave en la calidad de nuestro sistema educativo.

2.3. Plan de estudios

El plan de estudios de una escuela determina la estructura y el contenido de los materiales que se enseñan para que la respuesta del alumno se adapte típicamente a las necesidades de las experiencias del proceso de enseñanza y a las necesidades tanto de los alumnos como de los profesores (Schmidt et al., 1997, citado Chieh & Muthia, 2017).

El libro Aprendizajes Claves (SEP, 2017) es un material dirigido a las educadoras, los educadores, las maestras, los maestros, las madres y los padres de familia de educación preescolar, primaria y secundaria, en él se puede consultar el Plan y programas de estudio para la educación básica en México conforme a las modificaciones establecidas a la reforma educativa en el año 2016. Los libros de texto que se analizan en esta investigación están basados en el plan de estudios antes mencionado.

En nivel secundaria, la materia de matemáticas se muestra dividida en tres ejes temáticos:

- **Número, Álgebra y Variación.** Busca que los estudiantes aprendan álgebra a través de sus elementos fundamentales como números generales, incógnitas y variables en expresiones algebraicas, ecuaciones y situaciones de variación en su expresión simbólica, así como en su representación por medio de tablas y gráficas cartesianas.
- **Forma, Espacio y Medida.** Se interesa en que los estudiantes puedan validar lo que afirman con argumentos en los que se establecen asociaciones, apropiándose paulatinamente de un vocabulario geométrico que les permita comunicar sus anticipaciones y sus validaciones. Brindando experiencias dentro del ámbito geométrico y métrico que ayuden a los alumnos a comprender, describir y representar el entorno en el que viven, así como resolver problemas y desarrollar gradualmente el razonamiento deductivo.
- **Análisis de datos.** El propósito es propiciar que los estudiantes adquieran conocimientos y desarrollen habilidades propias de un pensamiento estadístico y probabilístico. El estudio de la probabilidad como método para tratar con la incertidumbre y en estadística para pasar de lo específico a lo general mediante el cálculo de medias, índices, medidas de variación, etc. Otra de las líneas a trabajar en este eje son las medidas de tendencia central y algunas medidas de dispersión de datos.

Cada eje cuenta con una cantidad determinada de temas, el eje **Número, álgebra y variación** abarca siete temas y uno de ellos es el tema función (siendo este eje el único que lo incluye).

A continuación, se describen los objetivos que cubre, según el grado de secundaria, el tema de función:

1º secundaria. Analiza y compara situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con estos tipos de variación.

2º secundaria. Analiza y compara situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con este tipo de variación, incluyendo fenómenos de la física y otros contextos.

3º secundaria. Analiza y compara diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica, que resultan de modelar situaciones y fenómenos de la física y de otros contextos.

2.4. Concepto de función

La noción de función es muy importante, debido a su naturaleza unificante y modelizadora (Pino-Fan et al., 2019). Llegar a la noción de función que hoy en día se considera ha tomado varios años. Con el paso del tiempo las civilizaciones fueron cambiando y con ellas fueron surgiendo nuevas necesidades. Más de una vez se tuvo que reestructurar el concepto de función, ya que era insuficiente para resolver las nuevas problemáticas.

Numerosos estudios evidencian la complejidad de este concepto tanto en su génesis como en la construcción personal que de él debe hacer cualquier estudiante (Porras, 2018). Pino-Fan et al. (2019) determinaron bajo un estudio histórico-epistemológico, que la noción de función tiene al menos seis significados parciales:

- a) **Como correspondencia:** Se entenderá por correspondencia aquello que asocia elementos entre dos conjuntos.

- b) **Como relación entre variables:** Todas las situaciones ligadas con los fenómenos naturales en que intervienen magnitudes físicas variables son las situaciones que movilizan esta acepción de la noción de función.
- c) **Como representación gráfica:** Esta noción surge de la intención de representar la relación de variación entre magnitudes físicas por medio de gráficas.
- d) **Como expresión analítica:** “Según Euler, una función asumida como una expresión analítica se obtiene mediante una clase de operaciones aritméticas, las potencias y raíces. A ellas adjuntó las funciones trascendentes elementales: e^z , $\ln z$ y las funciones trigonométricas” (Ruiz Higuera, 1998 citado en Pino-Fan et al., 2019, p. 207).
- e) **Como correspondencia arbitraria:** Esta noción de función es definida ampliamente por Gustav Lejeune Dirichlet. “Si una variable y está relacionada con otra variable x de tal manera que se atribuye un valor numérico a x hay una regla según la cual queda determinado un único valor de y , entonces se dice que y es una función de la variable dependiente x ” (Gustav Lejeune Dirichlet, 1837, citado en Boyer, 1986, p. 687, citado por Pino-Fan et al., 2019, p. 208).
- f) **Desde un punto de vista conjuntista:** “La influencia de la teoría conjuntista, permite establecer la definición formal de la función. Sean X y Y dos conjuntos no vacíos, una función f definida en un conjunto X y con valores en Y es una ley mediante la cual se hace corresponder a cada elemento de X un único elemento de Y . Se dice también que f es una aplicación de X en Y . Para un elemento genérico $x \in X$ denotaremos habitualmente por $f(x)$ el elemento Y correspondiente a ese x , y se dirá también que $f(x)$ es el valor de la función f en x , esto se expresa a veces mediante la igualdad $y = f(x)$ ” (Pino-Fan et al., 2019, p. 208).

Cada “significado parcial” como lo nombra Pino-Fan et al. (2019), no hace referencia a que el concepto de función tiene varias definiciones, realmente, solo se cuenta con una definición la cual se fue construyendo a través de cada uno de los incisos anteriores. Este avance progresivo se toma como referencia para determinar si los libros que se analizan construyen el concepto de la misma forma.

2.4.1 Relación funcional

Porras (2018) hace un análisis sobre la evolución del concepto de función, identificando las variaciones del concepto a lo largo del tiempo que llevaron a la configuración actual. Cada una de las antiguas variaciones tiene ciertas características de acuerdo con la época y con ello aspectos que limitaba su utilidad con el paso del tiempo. Durante los tres periodos temporales que contempla Porras, la noción nombra que nombra Relación funcional (RF) fue sufriendo varias modificaciones.

Durante Época Antigua (2000 A.C - 500 D.C) menciona como precursor inmediato de RF, la **Noción de cambio y de relación (NCR)**. Noción ajena a las matemáticas, pero presente en el pensamiento griego como idea muy primitiva de función. Se expresa como una “noción de cambio y relación entre magnitudes variables” (Ruiz, 1998, p. 108, citado por Porras, 2018).

Dado a que era insuficiente para la descripción de fenómenos en la Edad Media (476 D.C – 1453 D.C) la **Relación Funcional** se empezó a considerar, básicamente, como una relación cualitativa causa-efecto en la que se muestra claramente cómo están relacionados los cambios en lo que ahora llamaríamos variable dependiente con los cambios en lo que ahora llamaríamos la variable independiente (Porras, 2019).

En el Periodo Moderno (desde finales del siglo XVI), se puntualizan dos transformaciones, la **Relación funcional expresada cuantitativamente (RFC)** donde se expresa como una relación

funcional causa-efecto expresada cuantitativamente, verificables mediante la observación y la medición (Porras, 2019).

Por último, Porras, resalta a la **Función como relación funcional (FCRF)**:

“Let E and F be two sets, which may or may not be distinct. A relation between a variable element x of E and a variable element y of F is called a functional relation in y if, for all $x \in E$, there exists a unique $y \in F$ which is in the given relation with x . We give the name of function to the operation which in this way associates with every element $x \in E$ the element $y \in F$ which is in the given relation with x ; y is said to be the value of the function at the element x , and the function is said to be determined by the given functional relation. Two equivalent functional relations determine the same function.” (Bottazzini, 1986, p. 7 citado por Kleiner, 1989).

Esta última concepción estancó durante muchos siglos el concepto de función dándole lugar al concepto de ecuación y encubriendo aspectos de la variación continua (Porras, 2018). Es por eso por lo que en la tesis se trata a la relación funcional como un concepto que motiva al concepto de función, pero no se consideran conceptos equivalentes.

2.4.2. La relación funcional desde el Punto de vista del modelo 3UV

La llegada de la combinación álgebra-geometría posibilita predicciones operacionales para las relaciones funcionales, superando algunos obstáculos epistemológicos y generando unos nuevos, como considerar como funciones aquellas que pudieran expresarse algebraicamente (Porras, 2018).

La mayoría de los estudiantes tiene serias dificultades para desarrollar una comprensión adecuada del uso de las letras en álgebra (Ursini et al., 2005). Generalmente, el estudiante al momento de aparecer una expresión algebraica la asocia a una ecuación (Olvera, 2018). El modelo **3UV** busca que, en la escuela secundaria, se desarrollen capacidades que permitan resolver exitosamente problemas y ejercicios que involucren los distintos usos de la variable, ya sea como incógnita específica, como número general o en una relación funcional (Ursini et al., 2005).

En la comprensión de la variable como relación funcional, hay que distinguir cantidades cuyos valores están en una relación (Olvera, 2018).

Los aspectos que caracterizan a la variable en una relación funcional son:

- **F1.** Reconocer la correspondencia entre variables relacionadas, independientemente de la representación utilizada (tablas, gráficas, problemas verbales, expresiones analíticas).
- **F2.** Determinar los valores de la variable dependiente, dados los valores de la independiente.
- **F3.** Determinar los valores de la variable independiente, dados los valores de la dependiente.
- **F4.** Reconocer la variación conjunta de las variables involucradas en una relación funcional, independientemente de la representación utilizada (tablas, gráficas, problemas verbales y expresiones analíticas).
- **F5.** Determinar los intervalos de variación de una de las variables, dado el intervalo de variación de la otra.
- **F6.** Simbolizar una relación funcional, con base en el análisis de los datos de un problema.

(Ursini et al., 2005).

Cabe resaltar que este modelo está analizando únicamente el papel de la variable y no engloba todas las características para que se trate de la definición de función, al menos desde el enfoque conjuntista no se está contemplado el hecho de que se relaciona un valor del dominio únicamente con un valor del rango. En esta tesis, se toman los aspectos de la relación funcional antes descritos como los principales rubros para clasificar los problemas.

2.4.3. Características de la función

Las funciones se caracterizan principalmente por tener dos tipos de variables, la independiente cuyo valor puede variar libremente y la dependiente en la cual su valor está en función de la variable independiente. Además de dos conjuntos importantes, el Dominio y el Rango. El primero es el conjunto de valores para los que se está definida la función, es decir, los valores que toma la variable independiente. El segundo conjunto de los valores que toma la variable dependiente.

Otra característica de la función es la forma en la que es presentada, como menciona Bocco (2010) puede variar entre:

- Una tabla acompañada de una explicación donde se puede observar en la primera columna los elementos del dominio y, en la segunda columna, los elementos del rango.
- Un gráfico en el sistema de coordenadas cartesianas donde el eje horizontal, es llamado eje de las abscisas o eje x , se representa la variable independiente, y en el eje vertical, que se llama eje de las ordenadas o eje y , la variable dependiente.
- Una fórmula que la define, identificado las variables relacionadas y otorgarle representantes para expresar la asociación de elementos numéricos. Estas permiten construir tablas y gráficos, además se pueden usar para explicar comportamientos pasados y extrapolar tendencias futuras.

Bocco (2010) asimismo destaca algunos aspectos de las formas de representación, como:

- Los puntos de corte con los ejes cartesianos es decir si existen puntos de la forma $(x,0)$ o $(0,y)$, con “ x ” en el dominio y “ y ” en el rango.
- La simetría, considerando función par si para valores de x positivos o negativos, pero de igual valor absoluto la función toma el mismo valor. También podría ser función impar si para valores de x positivos o negativos, pero de igual valor absoluto pero la función toma valores de signo distinto.
- El crecimiento y decrecimiento es decir el comportamiento de las relaciones por intervalos, si un su gráfico "sube" a medida que se incrementan los valores de la variable independiente la función es creciente en el intervalo. Si en un intervalo su gráfico "baja" a medida que se incrementan los valores de la variable independiente es una función es decreciente.
- Extremos relativos y absolutos, para un máximo absoluto se analiza de manera general si existe un valor en el dominio que al ser evaluado su valor del rango es mayor o igual a cuál otra evaluación y para el mínimo absoluto el valor del rango debe ser menor o igual a cualquier otra evaluación. Para máximos y mínimos relativos el análisis debe ser por intervalos.
- La continuidad, si se puede dibujar de un solo trazo la gráfica sin levantar el lápiz del papel.

Estas características también se toman en el análisis como aspectos diferenciadores entre problemas. Además, se mide la presencia de los métodos de representación.

Capítulo 3. Metodología de la investigación

3.1. Modelo de análisis

Las líneas de investigaciones se pueden enfocar en el análisis específico de una lección o tema en concreto, en el análisis de tareas, representaciones, los razonamientos, la detección de errores o en aspectos afectivos, todas ellas bajo diversos modelos teóricos (Castillo et al., 2022). El principal problema es conseguir el instrumento de evaluación con el cual iniciar la investigación.

Monterrubio y Ortega (2012) señalan la importancia de los organizadores del currículo de Matemáticas propuestas por Rico (2007) para la elaboración de trabajos encaminados a diseñar instrumentos de evaluación de libros de texto, contemplando organizadores como:

- La ubicación y el tratamiento de cada uno de los tópicos que se consideran en el currículo del Ministerio y de la comunidad autónoma correspondiente
- la organización de los contenidos matemáticos
- el análisis fenomenológico de los conocimientos matemáticos
- los modelos y representaciones
- los errores y dificultades
- los materiales y recursos
- el desarrollo histórico del tópico
- la elaboración de una bibliografía básica.

Monterrubio y Ortega (2012) también exponen algunos de los *Trabajos basados en Rico (2008) para evaluar textos escolares de Matemáticas*. Bodí y Valls (2002) analizaron el bloque curricular de números con los organizadores Conceptos, Procedimientos, Errores, Sistemas de Representación, Análisis Fenomenológico, Evolución Histórica, Material y Sistemas de Representación del Número Real, y hacen una valoración cuantitativa. Otro trabajo es Martín (2002) donde se analiza el bloque de contenidos de Estadística y Probabilidad en los manuales escolares, atendiendo a elementos de carácter general con elementos de observación como Contenidos del currículo, Errores y dificultades, Materiales y recursos, Sistemas de representación y modelos, Análisis fenomenológico y aplicaciones y Análisis histórico.

3.1.1. Análisis de contenido

Rico et al. (2008) presentan el Análisis de Contenido como una herramienta técnica para establecer y estudiar la diversidad de significados de los contenidos de las Matemáticas Escolares. Siendo parte del Análisis Didáctico, que configura un conjunto de procedimientos necesarios para llevar a cabo el diseño y planificación de unidades didácticas. En el mismo artículo incluido en la revista Suma, plantean un método muy completo para ayudar a los docentes en la selección del libro de texto ideal enfocado en la enseñanza de los números naturales.

Basados en la herramienta propuesta por Rico et al. (2008), Amaro (2017) realizó un análisis de contenido en un grupo de libros de texto con el concepto de proporcionalidad, donde considera cuatro puntos de investigación:

- Ubicación y estructura de la proporcionalidad en el texto.
- La estructura conceptual: es el sistema organizado de conceptos y procedimientos que contempla tres niveles para el conocimiento conceptual (hechos, conceptos y estructuras); y otros tres para el conocimiento procedimental (destrezas, razonamientos y estrategias).

- Aspectos fenomenológicos: incluye aquellas situaciones y contextos que dan origen a la estructura conceptual, y que también dotan de sentido a ésta.
- Sistemas de representación: son todas aquellas expresiones, signos, símbolos o gráficos a través de los cuales se hace presente un contenido matemático, permitiendo la comunicación de ideas matemáticas.

Monterrubio y Ortega (2012) crearon sus propios organizadores, los cuales constituyen una agrupación de categorías que versan sobre una especificidad y se basa en las consideraciones de Rico sobre las características que debe tener un organizador y en el modelo de Ortega, por ser específico del área de Matemáticas. Dos de ellos los describen como:

- Tecnologías de la información y la comunicación: es necesario incluir el uso de herramientas informáticas en el aula para conseguir la competencia básica curricular de Tratamiento de la información y competencia digital y, en consecuencia, también es preciso analizar cómo la tratan los manuales escolares, examinar sus propuestas acerca del uso de la calculadora y del ordenador e Internet con el manejo de diferentes programas, lo que permite trabajar sobre situaciones concretas y variadas y prepara al alumno para que, posteriormente, pueda realizar abstracciones.
- Evaluación: es preciso prestar atención a su tratamiento en los manuales escolares. Por ejemplo, se valorará si se propone algún momento concreto para realizar la evaluación, si se presenta algún instrumento de evaluación y si se plantea que el alumno pueda autoevaluarse.

3.1.2. Instrumento para el análisis

Esta investigación es del tipo cualitativa de modo descriptiva. Se utiliza el pensamiento hermenéutico, realizando un análisis sistemático de los libros de texto a través de la triangulación de fuentes. La población es de dos colecciones de libros, cada una contiene el libro de texto del primer, segundo y tercer grado de secundaria de la misma editorial. Las colecciones pertenecen al plan de estudios 2017 y fueron utilizados en el periodo escolar 2022-2023.

El estudio realizado es un análisis de libros de texto centrado en el contenido, orientado por Rico et al. (2008) y tomando como base los organizadores propuestos por Amaro (2017). Los organizadores, como se muestran en la Tabla 1, fueron adaptados al tema de relación funcional (RFC) y se incluyeron dos categorías extras, Evaluación y Tecnologías de la información y la comunicación, como lo propone Monterrubio y Ortega (2012).

Se contempló dos colecciones completas con el objetivo de ver cómo es presentado el concepto de función a lo largo de los tres grados del nivel secundaria, ya que estar basados en el mismo plan de estudio no impide que el contenido sea tratado de diferente manera según la editorial y los autores.

Tabla 1. *Categorías para el análisis y su composición*

Categorías de análisis	
1. Ubicación y estructura de la relación funcional en el texto	
2. Aspectos conceptuales	2.1. Relación con los antecedentes históricos
	2.2. Vínculos con la relación funcional
	2.3. Tipos de problemas
	2.4. Tipos de soluciones

	2.5. Aparición de definiciones
3. Aspectos fenomenológicos	Situaciones y contextos de los problemas
4. Sistemas de representación	Recursos como tabular algebraico, simbólico, numérico, algebraico funcional, gráfico, tabular numérico, textual y cartesiano utilizados en los problemas.
5. Tecnologías de la información y la comunicación	Herramientas informáticas y manejo de diferentes programas en internet que se emplean para el desarrollo del tema.
6. Evaluación	Momentos en los que se realizan la evaluación, qué instrumentos se utilizan y si se promueve la autoevaluarse.

Nota. Elaboración propia con información de Amaro (2017) y Monterrubio y Ortega (2012).

3.2 Población

Para este análisis se consideraron libros dispuestos por la CONALITEG a las escuelas secundarias públicas en la república mexicana en el ciclo escolar 2022-2023. Se contemplan 6 libros de texto, pertenecientes a dos sagas con editoriales diferentes. Como se muestra en la Tabla 2, cada saga se conforma por un libro de matemáticas de primer grado, segundo grado y tercer grado escolar de secundaria.

Estos seis libros fueron tomados como población por dos razones principales. La primera es que al tratar con sagas podemos analizar el seguimiento del tema de función con la gradualidad empleada en cada editorial. Cabe aclarar que no todas las editoriales cuentan con libros aprobados para los tres grados de secundaria. La otra razón es que al contar solo dos sagas se puede hacer una comparación de la gradualidad y forma en la que presentan el concepto a lo largo de los tres niveles secundaria de manera detallada. No se contempla una tercera saga para que el análisis de los libros sea minucioso y el contenido no sea excesivo. Las sagas las identificaremos como saga Infinita secundaria (Figura 1) y saga Interacciones (Figura 2).

En ambas sagas se analizaron todas las lecciones presentes sin importar el eje al que pertenecieran. Así se consideró para el análisis de Infinita secundaria 22 lecciones de Matemáticas 1, 24 lecciones de Matemáticas 2 y 18 lecciones de Matemáticas 3. Por otro lado, en los ejemplares Matemáticas 1 y Matemáticas 2 de Interacciones se tomaron las 22 lecciones de cada uno y las 12 lecciones de Matemáticas 3 para el estudio.

En la saga Infinita secundaria se toma para el estudio de la categoría Aspectos conceptuales los tres momentos de cada lección, inicio, desarrollo y cierre, incluyendo en el cierre la sección “Piensa y sé crítico”. Además de las secciones de apoyo “Glosario”, “Informáticas” y “Notación”. Las únicas secciones que no se abarcan en el análisis son las secciones de apoyo “Portafolio” e “Infografía”, así como la sección final “Formulario”. Abarcando casi en su totalidad cada libro, en los cuales se analizó un total de 638 actividades en Matemáticas 1, 526 actividades en Matemáticas 2 y 430 actividades en Matemáticas 3.

Para el análisis de la saca Interacciones solo se dejó fuera del análisis la sección complementaria Bibliografía. Todas las demás secciones se estudiaron, por ejemplo, en la categoría de Aspectos conceptuales se consideraron las secciones “Reflexiona y discute”, “Planteamiento detonador”, “Aprende y aplica”, “Aprende de los errores” y “Tarea”. Además, en la categoría de Evaluación se puntualizó el análisis en “Crea y evalúate” y en “Evaluación por periodo”. El total de actividades analizadas con base en los aspectos de la relación funcional del modelo 3UV y las características de la función son 627 en Matemática 1, 638 en Matemáticas 2 y 430 en Matemáticas 3.

Cabe destacar que no todas las actividades analizadas desarrollan el concepto de función, en primera instancia se analizan esas actividades para clasificar los problemas que en ellas que presentan algún aspecto de la relación funcional con base en el modelo 3UV o con alguna característica de la función. Después de esta clasificación se puntualiza la investigación en detallar cómo se presentan la relación funcional en esos problemas.

Tabla 2. *Concentrado de libros de texto analizados*

Título de la colección	Editorial	Año de la edición	Autores
Matemáticas 1. Infinita secundaria	Castillo	2018	Bosch, C., Meda, A., & Gómez.
Matemáticas 2. Infinita secundaria	Castillo	2019	Bosch, C., & Meda, A.
Matemáticas 3. Infinita secundaria	Castillo	2021	Bosch, C., & Meda, A.
Interacciones. Matemáticas 1	Pearson Educación de México	2018	Mancera, E, & Basurto E.
Interacciones. Matemáticas 2	Pearson Educación de México	2019	Mancera, E, & Basurto E.
Interacciones. Matemáticas 3	Pearson Educación de México	2021	Mancera, E, & Basurto E.

Nota. Elaboración propia.

Figura 1. *Saga infinita secundaria*



Nota. Portada de los libros Matemáticas 1, 2, 3 de la editorial Castillo.

Figura 2. *Saga interacciones*



Nota. Portada de los libros Matemáticas 1, 2, 3 de la editorial Pearson Educación de México.

Capítulo 4. Análisis

En este capítulo se presenta el análisis realizado, en primer lugar, se muestra la ubicación y estructura del tema de relación funcional en los libros de texto, seguido de aspectos conceptuales, los sistemas de representación, tecnología de la información y comunicación y por último exponemos la evaluación.

4.1. Ubicación y estructura de la relación funcional en el texto

Los libros de la saga Infinita secundaria están conformados por tres bloques (unidad 1, unidad 2 y unidad 3). Cada unidad está dividida en secuencias, las cuales tienen un objetivo general y lo desarrollan por medio de subunidades llamadas lecciones. Hay de una a cuatro lecciones en cada secuencia y todas tratan del mismo tema.

La estructura de los libros de texto de la editorial Pearson, saga Interacciones, está conformada por periodos y lecciones. Los periodos son los bloques de cada libro y las lecciones son lo equivalente a una secuencia de la otra editorial.

Figura 3. Estructura de las sagas analizadas



Como el contenido de cada libro de texto está basado en el plan de estudios 2017, las divisiones de cada bloque tienen un tema principal el cual pertenece a un eje particular. Estas especificaciones son puntualizadas en cada libro, ya sea en la parte superior del título de la lección (saga interacciones) o en una tabla de contenido del libro de texto (saga infinita secundaria).

A continuación, se presentan las lecciones cuyo eje es **Número, álgebra y variación (NAV)** y objetivo principal es el tema de función según las especificaciones de cada libro. En la Tabla 3 se muestran las secuencias que cubren el objetivo “Analizar y comparar situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpretar y resolver problemas que se modelan con estos tipos de variación, incluyendo fenómenos de la física y otros contextos”. De igual forma en la Tabla 4 se presentan las lecciones de Interacciones que cubre el mismo objetivo.

Tabla 3. Lecciones con tema principal función en la saga de infinita secundaria

Libro	Ubicación	
	Bloque	Secuencia
Matemáticas 1. Infinita secundaria	Unidad 3	16. Situaciones de variación proporcional
		17. Pendiente de una recta y razón de cambio
		18. Análisis y comparación de situaciones de variación lineal
	Unidad 2	14. Variación lineal y proporcionalidad inversa

Matemáticas Infinita secundaria	2.	15. Modelos de variación lineal y proporcionalidad inversa
Matemáticas Infinita secundaria	3.	11. Características de la variación
	Unidad 2	12. Análisis de la variación cuadrática
		13. Variaciones diversas

Nota. Elaboración propia con información de Gómez (2018), Gómez (2019) y Flores (2019).

Tabla 4. Lecciones con tema principal función en la saga Interacciones

Libro		Ubicación	
		Bloque	Lección
Matemáticas Interacciones	1.	Periodo III	16. Situaciones de variación lineal.
			17. Razón de cambio y pendiente de una recta.
Matemáticas Interacciones.	2.	Periodo III	19. Gráficas de proporcionalidad indirecta.
Matemáticas Interacciones.	3.	Periodo II	6. Gráficas.

Nota. Elaboración propia con datos extraídos de Vázquez y Pérez (2018), Vázquez (2018) y Zamora (2019).

De acuerdo con los datos presentados en las Tablas 3 y 4, el conjunto de libros de la editorial Interacciones reúne cuatro lecciones expresadas curricularmente como tema de interés la función, las cuales en los dos primeros libros están concentradas al final del ciclo en el tercer periodo y en Matemáticas 3 en el segundo periodo. El grupo de libros de la editorial Infinita secundaria contempla más de 5 lecciones enfocadas abiertamente a la función. En el libro de Matemáticas 1 se presentan en la unidad 3 y en los otros dos libros están ubicados en la unidad 2.

Como no solo en las lecciones cuyo objetivo específico es el tema de función se desarrollan aspectos de la relación funcional, del modelo 3UV, se empleó la búsqueda de la presencia de la relación funcional o características de la función en las demás lecciones, considerando otros ejes y otros temas. En la Tabla 5 se presenta el desglose de secuencias de la saga infinita secundaria que en su contenido como los problemas, definiciones, evaluaciones y recursos tecnológicos abarcan la relación funcional. Así mismo en la Tabla 6 se muestra el resultado de la misma investigación con las lecciones de la saga Interacciones.

Tabla 5. Contenido distinto a función, saga infinita secundaria

Libro	Ubicación	
	Bloque	Secuencia
Matemáticas 1. Infinita secundaria	Unidad 1	1. De fracciones decimales a notación decimal y viceversa
		3. Resuelve problemas que

		impliquen sumas y restas
		4. Multiplicación con números fraccionarios y decimales
		5. Resolución de problemas de división con decimales
	Unidad 2	9. Resolución de problemas con valor faltantes
		10. Porcentajes
		11. Perímetros y áreas
		14. Medidas de tendencia central
		15. Moda, media aritmética y mediana
	Unidad 3	19. Sucesiones y expresiones algebraicas
		22. Gráficas circulares
		23. El azar y la probabilidad frecuencial
Matemáticas 2. Infinita secundaria	Unidad 1	1. Multiplicación de fracciones y decimales positivos
		2. Multiplicación y división con fracciones y decimales positivos
		3. Multiplicación y división de números positivos y negativos
		5. Potencias con exponente entero
		3. Raíces cuadradas
		6. Propiedades de polígonos
		8. Conversación de unidades del SI y del sistema inglés
		9. Histogramas, polígonos de frecuencias y gráficas de línea
	Unidad 2	10. Proporcionalidad directa e inversa
		11. Reparto proporcional
		12. Sistemas de Ecuaciones lineales con dos incógnitas
		13. Métodos algebraicos de solución de sistemas de ecuaciones
		16. Perímetro y área de polígonos regulares
		17. Área del círculo
		18. Medidas de tendencia central, rango y desviación media
	Unidad 3	19. Sucesiones y equivalencia de expresiones
		20. Figuras geométricas y equivalencia de expresiones
		21. Volumen de prismas rectos
		22. Volumen de cilindros rectos
		24. Probabilidad teoría
		1. múltiplos y divisores

Matemáticas 3. Infinita secundaria	Unidad 1	2. Números primos
		4. Polígonos semejantes
		5. Criterios de semejanza de triángulos
		6. medidas de tendencia central y de dispersión
	Unidad 2	7. ecuaciones cuadráticas
		8. Resolución de ecuaciones cuadráticas
		9. Relación entre variación y ecuación cuadrática
		10. Características de la variación
	Unidad 3	14. expresiones algebraicas de ecuaciones y funciones
		15. Expresiones algebraicas de ecuaciones y funciones
		16. Teorema de Pitágoras
		17. Razones trigonométricas (seno, coseno y tangente).
		18. Resolución de triángulos rectángulos

Nota. Elaboración propia con información de Gómez (2018), Gómez (2019) y Flores (2019).

Tabla 6. *Contenido distinto a función, saga interacciones*

Libro	Ubicación	
	Bloque	Lección
Matemáticas 1. Interacciones	Periodo 1	1. Conversión entre fracciones y decimales
		3. Multiplicación de fracciones y decimales
		4. División de decimales
		5. Valor faltante en proporcionalidad directa
		6. Perímetros y áreas
		7. Longitud de una circunferencia
		8. Sucesiones
	Periodo 2	9. Problemas aditivos y negativos
		10. Jerarquía de operaciones
		11. Ecuaciones lineales
		12. Porcentajes
		15. gráficas circulares
	Periodo 3	16. situaciones de variación lineal
		18. En búsqueda del término enésimo termino
		19. Cálculo del volumen
		20. capacidad y Volumen
		21. Moda, media, mediana
		22. Resultados de experimentos aleatorios
Matemáticas 2. Interacciones	Periodo 1	1. Hacia la división de fracciones
		2. Entre negativos y positivos

		3. Multiplicación del mismo factor
		4. Relaciones de proporcionalidad
		5. Literales, figuras y sucesiones
		6. Polígonos regulares
		7. Construcción de polígonos regulares
		8. Recolectando información
	Periodo 2	9. Operaciones con enteros y fracciones
		11. Repartos proporcionales
		12. Dos incógnitas, dos ecuaciones
		13. Expresiones equivalentes
		14. Diferentes sistemas de medida
		15. Área de polígonos irregulares y regulares
		16. Medidas de tendencia central y de dispersión
	Periodo 3	17. Multiplicar y dividir decimales
		18. Notación científica
		20. Área del círculo
		21. Volumen de primas y cilindros
		22. probabilidad teórica
Matemáticas 3. Interacciones	Periodo 1	1. criterios de divisibilidad
		2. Mínimo común múltiplo y máximo común divisor
		3. Ecuaciones de segundo grado
		4. Figuras semejantes
	Periodo 2	5. Ecuaciones de segundo grado
		7. funciones, ecuaciones y expresiones algebraicas
		8. Teorema de Pitágoras
	Periodo 3	9. Gráficas y Funciones
		10. Razones trigonométricas
		11. Medidas de tendencia central
		12. Eventos mutuamente excluyentes

Nota. Elaboración propia con datos extraídos de Vázquez y Pérez (2018), Vázquez (2018) y Zamora (2019).

En las Tablas 5 y 6 se incluyen las secuencias o lecciones que cuentan con algún tipo de problema, una definición o un recurso que promueva la relación funcional. Según los resultados hay más presencia en las lecciones y secuencias que pertenecen al eje *número, álgebra y variación*, en lecciones cuyos temas son números y ecuación. El segundo eje donde se encuentra más el desarrollo del pensamiento funcional es en el *análisis de datos*. Siendo el eje *forma espacio y medida* el que menos cuenta con incentivos para este tipo de pensamiento.

Las lecciones con temas como sucesiones y proporcionalidad son las que presentan más aspectos que se relacionan con el pensamiento funcional. Los detalles de esta clasificación se especifican en siguiente apartado.

Concretando, se presenta algún apesto de la relación funcional o característica de la función en 14 de las 22 lecciones de Matemáticas 1, 22 de las 24 lecciones de Matemáticas 2 y casi en todas lecciones, a excepción de una las 18, de Matemáticas 3, esto en los ejemplares de la saga Infinita secundaria.

En los libros de la saga Interacciones se destaca que en su totalidad las 12 lecciones de Matemáticas 3 se vinculan de alguna manera con la relación funcional. Además, 20 lecciones de las 22 en Matemáticas 2 presentan algún problema, definición o recurso que motiva la relación funcional y 17 de las 22 lecciones de Matemáticas 1, hacen lo mismo.

4.2. Aspectos conceptuales

En esta sección se presenta el análisis de contenido según la estructura presentada, Tabla 1, comenzando con los antecedentes históricos, pasando por el vínculo con la relación funcional, los tipos de problemas, tipos de soluciones, para concluir con la aparición de definiciones.

4.2.1. Desarrollo histórico

El objetivo de esta subsección es ver si la forma en la que se está construyendo el concepto de función en los libros de texto lleva un desarrollo similar al desarrollo histórico-epistemológico. El análisis se basa en la información de los significados parciales de Pino-Fan (2019) y las características de la relación funcional a través de los tiempos de Porras (2018).

Se observaron los ejercicios, sus soluciones y los recursos matemáticos para determinar dos puntos importantes, los tópicos en los que se desenvuelven y cómo se está presentando la relación funcional, es decir, cómo **correspondencia (C)**, **relación entre variables (RV)**, **representación gráfica (RG)**, **expresión analítica (EA)**, **correspondencia arbitraria (CA)** o **desde un punto de vista conjuntista (VC)**. Teniendo en cuenta que el orden de estos significados parciales está dado por la forma en la que se fue construyendo la definición actual de función. Por ello, se agruparon las observaciones por lecciones y se contrastaron con la cronología para determinar si los libros tratan el tema de acuerdo con el desarrollo histórico.

Por la forma en la que se estructuran los libros, al ubicar las lecciones en la línea del tiempo se determina si los problemas en cada bloque están cumpliendo con el desarrollo histórico. En la Tabla 7, se incluyen qué significados parciales se ven en cada bloque y un ejemplo de un problema que emplee uno de esos significados.

Tabla 7. *Los significados parciales de la función por bloques*

Libro	Aspectos histórico-epistemológicos	Ejemplos
-------	------------------------------------	----------

Unidad 1. En las primeras secuencias se recurre al uso de tablas donde se ve la relación entre conjuntos (C) como tablas donde se relaciones un número fraccionario con un número decimal. Conforme avanzan las lecciones se inicia el estudio de la relación entre variables (RV), ya sea por medio de problemáticas planteadas o tablas de relación, por ejemplo, se destaca que tanto el kilo de limones como el precio puede variar (Figura 4). De manera escasa al final de la unidad hay presencia de algunos ejercicios con gráficas, pero no se basan en ellas para la solución (RG).

Unidad 2. Al inicio de esta secuencia se muestran en el análisis de situaciones proporcionalmente directas algunos problemas recurriendo a representaciones gráficas (RG) ilustrativas de la relación entre las variables (RV), como se muestra en la Figura 5. Las demás secuencias son con problemas situacionales que buscan la expresión algebraica que represente una problemática o generalice una propiedad (EA).

Unidad 3. En esta unidad ya no se centra en problemas donde solo es la correspondencia entre dos conjuntos sino ahora los problemas investigan cómo se comporta la variación, tomando en cuenta que unos valores dependen de otros (CA). Se utilizan gráficas (RG), tablas y expresiones algebraicas (EA) para analizar una variación, como en la Figura 6. También se analizan los componentes de la gráfica de variación (CA). Después hay ejercicios que piden determinar la expresión analítica de una regla general para predecir un término de una función (EA).

Figura 4. *Tabla de proporcionales*

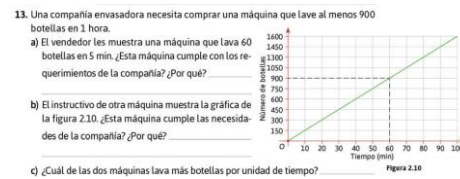
Cantidad de limones (kg)	Costo (pesos)
0.750	
1.750	
2.750	
1.500	
2.750	

Tabla 1.18



Nota. Actividad de secuencia 2.

Figura 5. *Representación gráfica*



Nota: Actividad de secuencia 9.

Figura 6. *Actividad con correspondencia arbitraria.*

b) Completen las tablas y tracen en el plano cartesiano con colores diferentes las rectas que corresponden a cada expresión.

Recta C: $y = 2x - 4$	
Abscisas	Ordenadas
-1	
0	
1	-2
2	

Tabla 3.21

Recta D: $y = 3x - 4$	
Abscisas	Ordenadas
-1	
0	
1	-1
2	

Tabla 3.22

Nota: Actividad de secuencia 18.

Unidad 1. Las primeras secuencias de este libro comienzan con problemas de correspondencia (C) basados en tablas de datos proporcionales, así como problemas situacionales de proporcionalidad y de covariación (RV). A pesar de contar con tablas como la de la Figura 7 no se presentan problemas de expresión analítica (EA), solo se quedan en otorgarle valores a las variables y operar entre ellas (RV).

Unidad 2. Las actividades de esta unidad ya cuentan con expresiones analíticas (EA) propuestas por los problemas las cuales se utilizan para el análisis de la relación entre las variables (RV). También se incluye la representación gráfica (RG), sigue recurriendo al uso de tablas de correspondencia (C) para la graficar o el análisis, como se muestra en la Figura 8

Unidad 3. Esta unidad se centra en modelar situaciones analizando la relación entre las variables (RV), para representar de manera tabular, gráfica (RG) y algebraica (EA) las relaciones obtenidas. Indagando un poco más en el comportamiento de las variables dependientes e independientes. También, hay problemas de correspondencia (C) y correspondencia arbitraria (CA) donde se establecen reglas generales (EA) como se muestra en la Figura 9 y problemas de relacionar conjuntos como los eventos de un experimento aleatorio y los números de su probabilidad (VC).

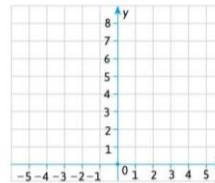
Figura 7. *Tabla de operaciones*

Tabla 1.3. Información de factores aplicados a la animación		
a	b	$a \times b$
5		$\frac{5}{4}$
	0.4	$\frac{2}{25}$
	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{15}$
0.625		$\frac{5}{7}$

Nota. Actividad de la secuencia 2.

Figura 8. *Graficar a partir de expresiones*

- a) Consideren las ecuaciones: $y = x + 4$, $y = 4 - x$.
- ¿Qué tipo de ecuaciones son? _____
 - Completen la tabla 2.26 y grafiquen ambas ecuaciones.



Nota: Actividad de la secuencia 14.

Figura 9. *Tabla de expresiones algebraicas*

6. Reúnanse en equipo. Escriban en la tabla 3.17 dos expresiones equivalentes para calcular el perímetro de cada figura.

Tabla 3.17			
Figura	Expresiones	Figura	Expresiones

Nota: Actividad de la secuencia 20.

Unidad 1. Los problemas al comienzo van desde la correspondencia (C) hasta la prueba de unas expresiones algebraicas (EA) que modele una situación, por en ejemplo, la Figura 10 donde también se establece la relación entre variables en conjuntos específicos como los números naturales del 0 al 39 y los números primos (RV). También inicia el análisis profundo en las expresiones algebraicas de segundo grado (EA) y la representación gráfica (RG) de esta relación.

Unidad 2. El estudio de la relación entre variables (RV) se intensifica con varios problemas situacionales los cuales se acompañan de preguntas indagadoras y gráficas que modelan la situación (RG). La distinción es que las gráficas no presentan relaciones comunes como las antes presentadas sino describen un comportamiento diferente por intervalos como se muestra en la figura 10, lo cual también propicia por medio de preguntas un análisis exhaustivo de la correspondencia arbitraria (CA) tanto puntual como en intervalos. No se presentan casi expresiones analíticas (EA).

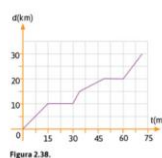
Unidad 3. Esta unidad tiene problemas de expresiones algebraicas (EA) tanto de ecuaciones como funciones, se destacan problemas situacionales que detallan la relación entre variables (RV) y se solicitan algunas gráficas (RG). La vista conjuntista aparece al final con el análisis de eventos disjuntos, singulares o equiprobables (VC) y también se presenta la correspondencia por medio de problemas del teorema de Pitágoras donde basta aplicar la regla explicada (C), dando hincapié a las razones y las funciones trigonométricas (VC), que por medio de la calculadora es evaluada. En la Figura 12 se debe completar la tabla con el valor del ángulo que está evaluado para que obtener esos resultados por medio de calculadora (RV).

Figura 10. Valores de una fórmula

b) Comprueben que la fórmula $f = n^2 + n + 41$ devuelve valores primos cuando n toma valores desde 0 a 39, pero no para $n = 40$. Comprueben para algunos valores de n entre 0 y 39, también para $n = 40$. Usen calculadora.

Nota: Actividad de la secuencia 2

Figura 11. Análisis por intervalos



5. Analiza la situación y responde en tu cuaderno.
La gráfica de la figura 2.38 muestra la relación entre la distancia recorrida por un ciclista y el tiempo que tardó en el trayecto.
a) Describe el recorrido del ciclista.
b) ¿Qué distancia recorrió entre los minutos 15 y 30?
c) ¿En qué intervalo tardó menos tiempo para recorrerlo? Explica cómo lo determinaste.
d) ¿En qué momentos el ciclista detuvo su marcha? ¿Cuánto tiempo descansó en total? ¿En cuál intervalo el ciclista fue más rápido: entre los 0 y 15 minutos o entre los 60 y 75 minutos? Justifica tus respuestas.

Nota: Actividad de la secuencia 12.

Figura 12. Aplicación del teorema de Pitágoras

Tabla 3.12			
Ángulo α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$
	0.515038	0.857167	0.600861
	0.529919	0.848048	0.624869
	0.544639	0.838671	0.649408
	0.559193	0.829038	0.674509
	0.573576	0.819152	0.700208

Nota: Actividad de la secuencia 15.

Periodo 1. Este periodo comienza con problemas de correspondencia, mayormente por medio de preguntas que por tablas (C). Algunos son problemas situacionales de proporcionalidad directa y otros son de completar la sucesión (C). Los problemas de sucesiones por medio de las preguntas piden hallar la regla de la sucesión, pero “en función” de la posición anterior lo cual empieza a estrechar relaciones entre variables (CA). Con respecto a lo mismo, en toda la unidad solo hay un problema que abarcar un tema de eventos físicos del cual se pide analizar el comportamiento para hallar un valor faltante (RV). Ningún ejercicio se involucra con alguna gráfica, pero si hay ejercicios que empiezan a meter la literales para la conjetura de una regla. Como se muestra en la Figura 13 de un análisis se pide una expresión algebraica para la expresión una sucesión y por medio de la pregunta se pide una expresión que convierta la regla en algo general (EA).

Periodo 2. Hay varios problemas de situaciones que buscan un valor faltante, centrándose en encontrar la correlación y algunas veces completar tablas de valores (C). Algunos de esos problemas piden el planteamiento de una ecuación que modele la situación descrita o el mismo problema da la expresión algebraicamente (EA) para analizar la solución y comportamiento, como en la Figura 14 Las únicas gráficas presentes son de pastel que representan una tabla de frecuencia absoluta y relativa (C). También se presentan ejercicios con el uso del valor absoluto y ser evaluada (CA).

Figura 13. Deducción de expresión algebraica

2. Completen la tabla para determinar la expresión algebraica de la sucesión de hexágonos. Consideren a n como el número de cualquier término. Observen el ejemplo.

Paso	Hexágonos añadidos	Total de hexágonos	Hexágonos
1	$7 + 0$	$7 + 5(1 - 1) = 7 + 5 - 5$	7
2	$7 + 5$	$7 + 5(2 - 1) = 7 + 10 - 5$	12
3	$7 + 5 + 5$	$7 + 5(3 - 1) = 7 + 15 - 5$	
4			
5			
n			

a) ¿Cuál es la expresión general de la sucesión de mosaicos al usar n para expresar el número mosaicos en cualquier paso?

Nota. Actividad de la lección 3.

Figura 14. Verificar la expresión

1. Ximena tiene 33 años, que es igual a 3 veces la edad de su hija más 9 años. Esta situación se puede representar con la ecuación: $3x + 9 = 33$, donde la incógnita representa la edad de la hija de Ximena.

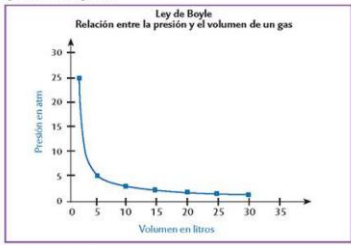
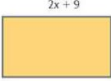
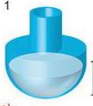
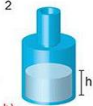
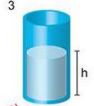
a) En la ecuación $3x + 9 = 33$, si del lado derecho restan 9, ¿qué tienen que hacer del lado izquierdo para mantener la igualdad?

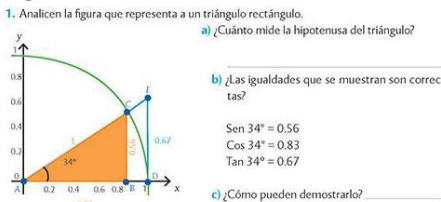
b) ¿Cuál es la nueva expresión?

c) ¿Qué tienen que hacer para dejar a x sola del lado izquierdo?

Nota. Actividad de la Lección 11.

	Periodo 3. La mayoría de los problemas tienen que ver con una relación lineal, se analiza por medio de gráficas hechas por los alumnos o dadas por el libro (RG), así como ser expresar algebraicamente (EA). Se empieza a profundizar en el papel de las variables (CA) y modelar temas físicos (RV). Hay ejercicios que abordan la correspondencia entre el volumen y la capacidad (C). En los últimos problemas se pide conjeturar el volumen de primas y expresar el enésimo término de una sucesión (EA). En la Figura 15 se expone una de las gráficas con las que se pieza a tratar en este periodo.	Figura 15. Gráfica proporcional 1. Héctor contrató el servicio de internet de alta velocidad por día para poder trabajar desde su casa. Él paga una cantidad fija más una tarifa por hora de uso. La siguiente grafica mues- tra cuánto paga en un cierto día.																														
		Nota. Actividad de la Lección 17.																														
Matemáticas 2. Interacciones	Periodo 1. Es poca la cantidad de problemas que piden el modelo algebraico, solo recurren a ellos en los problemas de sucesiones (EA), se centran más en encontrar la constante de proporcionalidad y ver su correspondencia (C) como en la Figura 16. Por medio de gráficas (RG) se piden encontrar los valores faltantes de las tablas y analizar la relación entre las variables (CA). Los problemas con temas de física siguen siendo escasos.	Figura 16. Tabla de constante de probabilidad 3. Completen la siguiente tabla. Después, respondan lo que se pide. <table><tr><th>Cantidad original</th><th>Factor de proporcionalidad</th><th>Operación y resultado</th><th>Factor de proporcionalidad que regresa a la cantidad original</th><th>Operación y resultado</th></tr><tr><td>15</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>389</td><td>7</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>25</td><td>$\frac{2}{5}$</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>86</td><td>$\frac{3}{7}$</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>128</td><td>$\frac{7}{8}$</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	Cantidad original	Factor de proporcionalidad	Operación y resultado	Factor de proporcionalidad que regresa a la cantidad original	Operación y resultado	15	5				389	7				25	$\frac{2}{5}$				86	$\frac{3}{7}$				128	$\frac{7}{8}$			
	Cantidad original	Factor de proporcionalidad	Operación y resultado	Factor de proporcionalidad que regresa a la cantidad original	Operación y resultado																											
	15	5																														
389	7																															
25	$\frac{2}{5}$																															
86	$\frac{3}{7}$																															
128	$\frac{7}{8}$																															
Periodo 2. Los problemas comienzan con situaciones de hallar valores correlacionados (C) como en la Figura 17, y factores de proporcionalidad. Después hay problemas de analizar las gráficas o graficar (RG). También se pide expresar estas relaciones de forma algebraica (EA). La mayoría son ecuaciones y búsqueda de la o las soluciones (RV), por diferentes sistemas de ecuaciones.	Figura 17. Correspondencia de valores 2. Ahora ya sabemos la cantidad total en litros de pintura que necesitará Juan; sin embargo, al llegar a la tienda se enfrenta con un nuevo reto, ya que la pintura no la venden por litro, sino en latas de un cuarto de galón (gal), medio galón o galones enteros. El encargado de la tienda le dice a Juan que las latas de $\frac{1}{4}$ de galón tienen casi un litro, pues contienen 0.946 litro.																															
		Nota. Actividad de la Lección 14																														

	Periodo 3. Hay lecciones de solo problemas de correlación (C), algunas piden expresiones algebraicas (EA). Después, se incluyen problemas de analizar la gráfica y los datos de la proporcionalidad inversa de manera puramente matemática (CA) y también con problemas de física (RV) como en el ejemplo de la Figura 18. En el cálculo de la probabilidad teórica de eventos se ocupa la notación conjuntistas para la evaluación de un evento en la probabilidad (VC).
Matemáticas 3. Interacciones	Figura 18. Gráfica de propiedad física 3. La ley de Boyle establece la relación entre la presión (P) de un gas y su volumen (V) a temperatura y masa constante. Cuando los valores de P en atm (atmósferas) se grafican en función de V (es importante que la temperatura y masa sean constantes), se obtiene una gráfica como la siguiente:  Así tenemos que: $PV = k$, donde k es una constante cuyo valor se conoce si la temperatura y la masa del gas son constantes. Nota. Actividad de la Lección 19.
	Figura 19. Expresión algebraica de área y perímetro 3. Encuentra la expresión algebraica para el área y perímetro de cada una de las siguientes figuras:  $P = \underline{\hspace{2cm}}$ $A = \underline{\hspace{2cm}}$  $P = \underline{\hspace{2cm}}$ $A = \underline{\hspace{2cm}}$  $P = \underline{\hspace{2cm}}$ $A = \underline{\hspace{2cm}}$ Nota. Actividad de la Lección 2.
	Figura 20. Modelo de una situación 1. Las siguientes gráficas representan el llenado con un flujo constante de cuatro recipientes conforme varía la altura que va alcanzando el líquido con relación al tiempo. Asocia cada recipiente con la gráfica que corresponde a su llenado. Justifica tu postura.  a)   b)   c)   d)  Nota. Actividad de la Lección 6.

Periodo 3. En este periodo ya se definir las variables para establecer una función (CA), analizar la forma de la gráfica y su comportamiento como los máximos, el dominio (CA). Se ocupa la notación conjuntista de aplicarle la función a un valor (VC). Después se analizan las partes de la expresión algebraica y que determina en la relación entre las variables. Se presenta al seno, coseno y tangente como funciones las cuales se evalúan en puntos conocidos y hacen aplicaciones (VC). También, se calcula la probabilidad teórica de uniones de eventos, determinando el espacio muestral y la forma en la que se calcula (VC).	Figura 21. Análisis de las razones trigonométricas  1. Analicen la figura que representa a un triángulo rectángulo. a) ¿Cuánto mide la hipotenusa del triángulo? b) ¿Las igualdades que se muestran son correctas? Sen $34^\circ = 0.56$ Cos $34^\circ = 0.83$ Tan $34^\circ = 0.67$ c) ¿Cómo pueden demostrarlo? Nota. Actividad de la lección 10.
--	--

Nota. Elaboración propia con imágenes de Bosch et al (2018), Bosch y Meda (2019), Bosch y Meda (2021), Mancera y Basurto (2018), Mancera y Basurto (2019) y Mancera y Basurto (2021).

En Infinita secundaria Matemáticas 1 el avance de cada unidad es similar al desarrollo histórico, se presentan casi todos los significados parciales, el único que no se incluye es el conjuntista (VC). En los primeros bloques no se expresan resultados de forma general, solo la búsqueda de valores puntuales (C). A través de problemas situacionales se analizan las relaciones entre variables (RV). Luego, se presenta un análisis profundo del procedimiento sin expresar nada en forma analítica, pero recurriendo a las gráficas como apoyo visual de las problemáticas (RG). Al final del libro se ve la presencia de relaciones funcionales establecidas con álgebra y geometría (EA).

En el libro de Infinita secundaria Matemáticas 2 se desarrolla de manera apegada a la historia ya que en las primeras dos unidades se analiza la relación entre variables (RV), las representaciones gráficas (RG) y después las expresiones analíticas (EA). El avance de la relación funcional es orgánico, primero siendo evaluada como correspondencia, después como correspondencia arbitraria y en la última unidad se recurre de manera más específica a la presentación conjuntista.

En Infinita secundaria Matemáticas 3 los problemas relacionados con el concepto de función directamente se presentan en la última unidad, después de un análisis más profundo de la composición de gráficas y de relaciones entre variables más complejas. Se apeg a al desarrollo histórico parcialmente ya que desde la unidad uno se trata de manera directa EA y en la unidad dos se va dando RG con diversos tipos de variaciones no convencionales, es decir, variaciones que no son lineales ni cuadráticas. En donde alteró el orden histórico en la secuencia de problemas de Pitágoras, donde se trabaja a lo mucho en expresar algebraicamente la relación entre los catetos e hipotenusa, después de las secuencias donde se grafican funciones y se indaga en sus características, para después ser retomado con razones trigonométricas, presentando la evaluación de las funciones trigonométricas, y a las inversas.

En Interacciones Matemáticas 1 se comienza con el análisis por correspondencias y el uso de literales que llevan expresar analíticamente las correspondencias y generalizar reglas (EA). Algunas preguntas indagadoras al generar las reglas detallan que la relación debe estar en función de algo

(CA). No se tocan temas físicos donde se profundice el análisis entre variables y se recurre al uso de gráficas hasta el último periodo (RG), incluyendo el termino función lineal, entonces no se apega al desarrollo histórico ya que es un libro que le da más importancia a las expresiones algebraicas y correspondencia arbitraria que a las gráficas.

La relación entre variables empieza a tomar mucho más valor para la saga Interacciones en Matemáticas 2, se presentan más situaciones donde se debe revisar la interacción entre lo que se defina como variable e incluso modelando situaciones físicas. En este libro se empiezan a utilizar las gráficas más que solo un recurso visual sino incluso como método de solución a ecuaciones (RG). En el último periodo de este libro se encuentra la primera aplicación conjuntista incluyendo hasta la notación de evaluación. En general este libro se apega de mejor manera al desarrollo histórico, pero no en su totalidad ya que hay una que otra lección de únicamente correspondencia que aparece entre lecciones que trabajan con representación gráfica (RG) o correspondencia arbitraria (CA).

El libro de Matemáticas 3 de Interacciones empieza a considerar las funciones desde el segundo periodo, pero se muestra un análisis más algebraico (EA) determinando expresiones como las ecuaciones cuadráticas y analizando cómo se presentan las variables (EA), mientras que en el tercer periodo aborda la función cuadrática (VC), se analiza desde la problemática que representa hasta la forma gráfica. El teorema de Pitágoras se conserva en el segundo periodo solo hablando de la relación entre los catetos y en el tercer periodo se centra en las razones y funciones trigonométricas (VC), como las menciona el mismo libro, y su uso para solución de problemas. El análisis de gráficas es más profundo (RG), por ejemplo, los problemas de proporcionalidad definen nuevas variables aleatorias (VC). De los tres libros de interacciones este último es el más apegado al desarrollo histórico.

4.2.2. Cómo se presenta la relación funcional

En esta sección se tomó como fuente de estudio el contenido matemático en los problemas, soluciones, definiciones y justificaciones que conforman una lección y presentan algún aspecto de la relación funcional, esto con el fin de saber cuál es el vínculo que hay entre el contenido matemático y el desarrollo del tema función.

El análisis se basa en ubicar los temas matemáticos que son relaciones, relaciones funcionales, funciones o que se empleen de ellas en su contenido. El análisis muestra un argumento con definiciones, deducciones y ejemplos fuera de lo planteado en los libros de texto. Además de los aspectos de la relación funcional con el que más aparecen.

Tabla 8. *Vínculos de los temas con la relación funcional*

Temas y vínculos	Aspectos
Un modelo matemático es la representación simplificada de la realidad, mediante <u>el uso de funciones que describen su comportamiento</u> , o de ecuaciones que representan sus relaciones (Figura 67, Figura 82).	F1, F4, F6.
En el área, perímetro y volumen se establecen relaciones. Por ejemplo, en el perímetro P de un cuadrado de lado d <u>es función de la medida de su lado</u> . Para la superficie S de un cuadrado de lado d es <u>función de la medida de su</u>	F1, F2, F3, F4, F6.

lado. Y el volumen V de un cubo de arista d también <u>es función de la medida de su arista</u> (Figura 55, Figura 110).	
Las razones son <u>la relación entre dos magnitudes</u> surge ante la imposibilidad de medir todas las magnitudes (surge la idea de la incommensurabilidad) (Figura 115).	F1, F2, F3.
Desde la idea variacional la noción de proporción es <u>la relación que se mantiene constante</u> entre dos magnitudes, además “el razonamiento proporcional supone un tipo de razonamiento en un sistema de dos variables entre las que existe <u>una relación funcional lineal</u> que permite obtener conclusiones sobre una situación o fenómeno que puede ser caracterizado por una razón constante” (KARPLUS; PULOS; STAGE, 1983, p. 192), (Figura 61).	F1, F2, F3, F4, F6.
Se considera proporcionalidad directa si a medida que aumenta una magnitud, la otra también aumenta de manera proporcional. Además, <u>la razón entre los pares de valores de las magnitudes</u> se mantiene constante $y \cdot x = k$ (Figura 25).	F2, F3, F6.
El porcentaje es una <u>función de proporcionalidad directa</u> (Figura 83, Figura 84).	F2, F4, F6.
La proporcionalidad inversa cumple que a medida que aumenta una magnitud, la otra disminuye siempre y cuando la constante de proporcionalidad sobre la cual se trabaje sea positiva. Además, el producto entre los pares de valores de las magnitudes se mantiene constante $y \cdot x = k$ (Figura 18).	F1, F2, F6.
La sucesión de números naturales <u>es una función</u> cuyo dominio es el conjunto de los números naturales y su rango es el conjunto de los reales, es decir, a cada $n \in \mathbb{N}$, le corresponde un número real a_n , el cual se le llama el término (Figura 112).	F1, F6.
La función valor absoluto es <u>la función</u> que asigna a cada valor de la variable independiente x su valor absoluto, y escribimos $f(x) = x $, está representada por la fórmula $f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$, (Figura 80).	F2
La función exponencial es <u>una función f de los $\mathbb{R}$ a los $\mathbb{R}$</u> que verifica que $f(x) = a^x$ donde $a > 0$ y $a \neq 1$ es un número real; además los valores obtenidos como imagen no mantienen ninguna relación de proporcionalidad (Figura 93).	F2, F3.
La función exponencial de base decimal <u>está expresada</u> $f(x) = 10^x$.	F2.
La función raíz cuadrada es <u>una función</u> con dominio los números reales positivos o cero, y su rango son también los números reales positivos o cero. Esta función es la relación inversa de la relación cuadrada siempre y cuando se limite el dominio de la función cuadrada (Figura 40).	F1, F2, F3.

La trigonometría, que etimológicamente significa medida de ángulos de un triángulo, estudia las <u>relaciones entre los lados y ángulos</u> de un triángulo. Entonces se relaciona ángulos con números reales (Figura 72). Las siguientes funciones son de $\mathbb{R}$ a los $\mathbb{R}$: La función seno del ángulo t asigna a cada ángulo t el valor de la ordenada del punto P donde el lado final del ángulo interseca a la circunferencia unidad. La función coseno del ángulo t asigna a cada ángulo t el valor de la abscisa del punto P donde el lado final del ángulo interseca a la circunferencia unidad. La función tangente se define como $tg(t) = \frac{\text{sen}(t)}{\text{cos}(t)}$.	F1, F2.
La medida de probabilidad o simplemente probabilidad es una función de conjunto definida sobre la σ-álgebra de conjuntos de sucesos, que a cada uno de ellos le asocia un valor numérico, entre 0 y 1, que exprese la mayor o menor probabilidad o posibilidad o certidumbre de producirse cuando se realiza el experimento (Figura 111). Esta definición de probabilidad se suele expresar diciendo que la probabilidad del suceso es el cociente del número de casos favorables (el cardinal de A) dividido por el número de casos posibles (el número total de resultados o cardinal del espacio muestral Ω) o simplemente casos favorables partido por los casos posibles. Es importante indicar que la función de probabilidad en una variable aleatoria discreta también es llamada función de masa de probabilidad o distribución de probabilidad.	F1, F2
Las medidas de tendencia central y dispersión están ampliamente vinculadas, debido a que ambas se utilizan para describir un conjunto de datos. Las medidas de <u>dispersión, variación o variabilidad</u> pretenden evaluar en qué medida los datos analizados difieren entre sí. Esto significa que nos muestran lo esparcidos que se encuentran los datos, cuál es la distancia que existe entre estos y el valor central y en qué sector se concentran más (Figura 52).	F2.

Elaboración propia con información de Bocco (2010) y Nivel secundario para adultos módulo de enseñanza semipresencial: matemática funciones (2007).

4.2.3. Tipos de problemas

Para esta sección se estudiaron los problemas que motivan el uso o tienen la presencia de las relaciones funcionales. Se identifican por medio del modelo 3UV considerando los aspectos de la relación funcional al que corresponden. En algunos casos donde los problemas iban más allá del uso de la variable se recurrió a la definición y características de la relación funcional y función.

Por cada libro se especifica las secuencias o lecciones donde se presentan los aspectos de la relación funcional y se incluye de manera general de qué forma aparecen y cuales aspectos son. En caso de recurrir a las características de la función se detalla y da un ejemplo de cómo aparece. Los ejemplos de los aspectos de la relación funcional se indicarán en algunas secuencias o lecciones como representante de ese tipo de problema que desarrolla ese tipo de aspecto.

Matemáticas 1. Infinita secundaria

Secuencia 1: Se muestran algunas tablas de equivalencia, centrándose en la conversión de fracciones a decimales y viceversa. Partiendo de preguntas indagadoras que permitan distinguir la correspondencia entre los datos mostrados en las columnas (F1). También se muestran tablas donde se explica la correspondencia y se busca aplicar el procedimiento (“la regla”) para completar las celdas con sus equivalencias decimales (F2, F3). Se empujan F1, F2 y F3. Por ejemplo, la Figura 22 es una actividad donde se pide completar la tabla, basándose en la relación que hay entre un número y una fracción decimal.

Figura 22. *Tabla de equivalencia fracción-decimal*

11. Completa la tabla.

Número decimal	Número con letra	Fracción decimal
	Cincuenta y dos centésimos	
0.102		
		$\frac{9}{10}$
	Veintitrés milésimos	
		$\frac{321}{100}$
1.2		

Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 20), por Bosch et al., (2018), Editorial Castillo.

Secuencia 3: Los problemas son de aplicar “números opuestos o simétricos” o “Valor absoluto” a valores dados (F2). En la Figura 23 se muestra el ejemplo de una actividad de completar la tabla con el número opuesto de cada valor solicitado (F2), esta actividad esta inmediatamente después de la definición de números opuesto o simétricos del libro por lo que solo se aplicó la regla.

Figura 23. *Tabla de números opuestos.*

3. Responde.

a) Escribe el opuesto de cada número.

Número	Opuesto
+8	
-4	
-6	
-34	

Tabla 1.11

Número	Opuesto
+10	
+3	
-0.1	
$+\frac{2}{5}$	

Tabla 1.12

Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 43), por Bosch et al., (2018), Editorial Castillo.

Secuencia 5: Problemas situacionales de proporcionalidad (F1, F2). La actividad que se muestra en la Figura 24 es un ejemplo de problemas verbales presentes en esta secuencia, en este caso se busca

la relación entre un paquete de papel y su peso (F1), en el proceso se recurre a otra proporción (F2) para verificar el planteamiento propuesto.

Figura 24. *Situación peso de paquetes de papel*

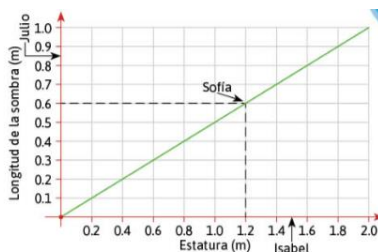
- a) Seis paquetes de papel pesan 1.8 kg. ¿Cuánto pesa cada paquete?
- Escriban la operación que deben realizar para resolver el problema. _____
 - ¿Cuánto pesan los 60 paquetes de papel que contiene una caja? _____
 - A partir de su respuesta anterior escriban la operación para calcular el peso de un paquete de papel. _____
 - Resuelvan la operación. ¿Cuánto pesa cada paquete de papel? _____
 - ¿Cuál es la respuesta al inciso a? _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 63), por Bosch et al., (2018), Editorial Castillo.

Secuencia 9: Hay actividades de calcular valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con constante natural, fracción o decimal (incluyendo tablas de variación), (F1, F2, F3). La actividad de la Figura 25 es un ejemplo de los problemas de esta secuencia que abordan el análisis de una situación por medio de una gráfica. En este caso, la gráfica describe la relación entre la estatura de una persona y la longitud de la sombra que produce a las cuatro de la tarde de un día particular. Se ubica en la gráfica un punto que describe la situación particular de Sofía y con base en esto y ayuda de valores dependientes (sombra de Julio) e independientes (altura de Isabel) se ubican nuevos puntos en la gráfica (F2, F3).

Figura 25. *Análisis de gráfica proporcional*

2. La gráfica representa la relación entre la estatura de Sofía, Isabel y Julio y sus correspondientes sombras a las cuatro de la tarde de un día soleado. Obsérvenla en equipos y contesten.
- a) Sofía mide 1.20 m y su sombra, 0.60 m. Si la estatura de Isabel es 1.50 m, ¿cuánto mide la longitud de su sombra? _____
- b) La sombra de Julio tiene una longitud de 0.85 m. ¿Cuál es su estatura? _____



Nota. Captura de la página 103, *Matemáticas 1* de Bosch et al (2018).

Secuencia 10: Problemas de cálculo de porcentajes, de tanto por ciento y de la cantidad base (F1, F2). En la Figura 26 se muestra la actividad inicial de la lección 2 de esta secuencia. El objetivo de la pregunta es que se analicen las tres situaciones y se comparen entre sí, evaluando el porcentaje (F2) y convirtiendo de fracciones a porcentajes (F1).

Figura 26. *Calcular el porcentaje*

1. Observa los anuncios.



- ¿Cuál es la mejor oferta si todas las llantas son del mismo tipo y marca?
- Compara tu respuesta con la de tus compañeros y argumenten por qué su elección es la mejor.

Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 112), por Bosch et al., (2018), Editorial Castillo.

Secuencia 11: Los problemas son de calcular el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando, aplicando fórmulas (F1, F2, F6). La actividad en la Figura 27 es un ejemplo de los problemas verbales en esta secuencia, en el cual se requiere de evaluar el perímetro (F2) para identificar la relación entre la distancia recorrida y las vueltas de las llantas (F1).

Figura 27. Problema verbal vueltas de una llanta por kilómetro

- Una rueda de bicicleta está formada por un buje central donde se enganchan los rayos. El otro extremo de los rayos se sujetan a un aro metálico donde se coloca la llanta (figura 2.31). Considera que el diámetro de la llanta es de 71.12 cm.

- ¿Qué distancia recorre la bicicleta cuando la llanta da una vuelta completa?
- ¿Qué distancia recorre si las llantas dan diez vueltas completas?
- ¿Cuántas vueltas deben dar las llantas para recorrer un kilómetro?



Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 123), por Bosch et al., (2018), Editorial Castillo.

Secuencia 14: Son problemas de aplicar e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos, y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión (F1, F2, F3). En el ejemplo de la Figura 28 se muestra una tabla de datos la cual se toma de base para la obtención de su promedio (F2) y se analiza la relación que hay entre las calificaciones y el promedio (F1).

Figura 28. Promedio general de Lorena

- Revisa la boleta de calificaciones de Lorena.

- ¿Cuánto suman todas las calificaciones?

Asignatura	Unidad		
	I	II	III
Español I	10	9	8
Segunda lengua I	9	8	7
Matemáticas I	8	8	10
Ciencia y tecnología I	9	8	10
Historia I	8	10	8
Formación cívica y ética I	8	7	9
Educación física	8	9	10
Artes	8	10	7

Figura 2.52

- Calcula el promedio general de aprovechamiento.

- Sustituye todas las calificaciones de Lorena por el valor de su promedio. Suma de nuevo todas las calificaciones y anota el resultado.

- Compara los resultados anteriores. ¿Qué observas?

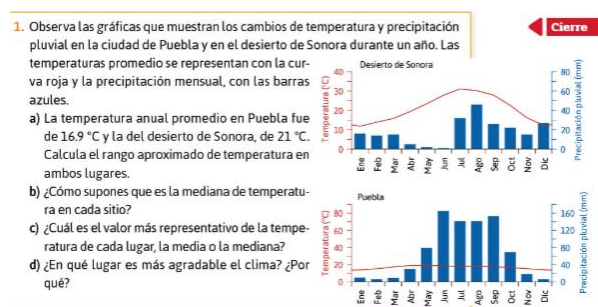
- Comparte en grupo tus respuestas y con apoyo del profesor expliquen por qué el promedio o media aritmética es un valor que representa un conjunto de datos.

Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 146), por Bosch et al., (2018), Editorial Castillo.

Secuencia 15: La mayoría de los problemas planteados en esta secuencia se basan en calcular las medidas de tendencia central dada una lista de datos (F1, F2, F3). En la Figura 29 se motiva la lectura

y el análisis de una gráfica dual de barras y de línea (F4), donde se extrae información nueva, así como la media, mediana y el rango.

Figura 29. Análisis de gráfica dual



Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 155), por Bosch et al., (2018), Editorial Castillo.

Secuencia 16: En esta secuencia se encuentran problemas de variación proporcional en sus diferentes representaciones (tabular, gráfica y expresión algebraica) (F1, F2, F3, F6). Un ejemplo de problema donde se determine si es una variación proporcional o no, es la actividad de la Figura 30 donde se comparan dos gráficas y de la relación encontrada entre costos y datos (F1) se determina cuál es la gráfica de variación proporcional.

Figura 30. Comparación de graficas de tarifas de internet

2. Contesten en equipo.

a) Las gráficas indican la tarifa de internet de dos compañías telefónicas.

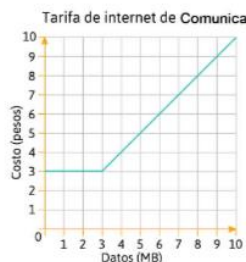


Figura 3.4

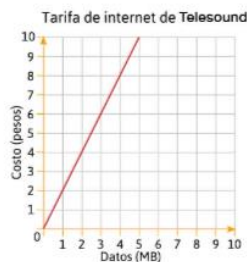


Figura 3.5

• ¿Cuál de las dos compañías tiene una tarifa inicial de 3 pesos por los primeros 3 MB? _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 175), por Bosch et al., (2018), Editorial Castillo.

Secuencia 17: La mayoría de los problemas consisten en el análisis de las gráficas y situaciones de variación lineal (F1, F5, F6). Un ejemplo de lo últimos tipos de problemas es el de la Figura 31 donde con anterioridad se presentan dos gráficas que muestran la relación distancia-tiempo de dos autos diferentes y con solo el análisis de la gráfica se debe completar la tabla fijándose en los intervalos de tiempo marcados (F5).

Figura 31. Tabla basada en el análisis por intervalo distancia tiempo

- a) Completen la tabla 3.13 para el automóvil A a partir de la gráfica.
b) ¿En qué posición (en metros) el automóvil A comenzó su recorrido?

	Automóvil A		
	Incremento del tiempo (s)	Incremento de la distancia (m)	Razón de cambio (distancia entre tiempo)
Del segundo 0 al segundo 1			
Del segundo 1 al segundo 2			
Del segundo 0 al segundo 2			
Del segundo 1 al segundo 3			

Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 184), por Bosch et al., (2018), Editorial Castillo.

Secuencia 18: Las actividades de esta secuencia consisten en graficar y analizar relaciones lineales basándose en su expresión analítica (F2, F4, F6). En la Figura 32 se muestra un ejemplo de las actividades contextualizadas de esta secuencia que se basan en la gráfica para obtener nueva información, la serie de preguntas es más extensa de lo que se muestra llegando a indagar si algunos valores en específicos pertenecerían al dominio o el rango de las relaciones graficadas.

Figura 32. *Análisis y comparación de gráficas*

2. En parejas resuelvan lo siguiente.

- a) La gráfica de la figura 3.25 muestra la temperatura atmosférica, en grados Celsius, respecto a la altitud, en kilómetros, medida sobre la corteza terrestre en dos días distintos (no se consideran alturas negativas).

- ¿Las situaciones representadas en las gráficas son de variación proporcional o de variación lineal? ¿Por qué?

- ¿Qué representa la ordenada al origen en estas situaciones?

- Escriban las expresiones algebraicas respectivas de ambas rectas. _____

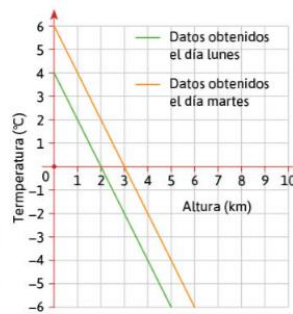


Figura 3.25

Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 197), por Bosch et al., (2018), Editorial Castillo.

Secuencia 19: Hay problemas de formular expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utiliza para analizar propiedades de la sucesión que representa. (F1, F2, F3, F6). Como se muestra en el ejemplo de la Figura 33, partiendo del análisis de una situación visual se pretende que se encuentre la relación entre el tiempo y la cantidad de litros (F1) para después completar la tabla evaluando la regla en esos puntos (F2).

Figura 33. *Medidor de flujo contante*

3. Realicen lo siguiente de acuerdo con las lecturas que cada minuto se hicieron para medir la cantidad de agua que sale de una presa con un flujo constante.



- a) Completen la tabla.

Minuto en el cual se tomó la lectura	2	5	10	20	30	40	50
Cantidad de litros que han salido							

Tabla 3.40

- b) Escriban una expresión algebraica que indique el número de litros que cada minuto salen de la presa. _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 208), por Bosch et al., (2018), Editorial Castillo.

Secuencia 22: Los problemas consisten en recolectar, registrar y leer los datos en gráficas circulares (F1, F2, F3, F4). La Figura 34 es un ejemplo de problemas situacionales donde se requiere representar la información en una gráfica circular.

Figura 34. Representación de los océanos gráfica circular

8. La tabla 3.60 muestra la distribución de la superficie de los océanos.

Océano	Antártico	Ártico	Atlántico	Índico	Pacífico
Superficie	5.1%	3.1%	27%	18.7%	46.1%

Tabla 3.60



a) Representa la información en una gráfica circular.

Nota. Captura de la página 245, *Matemáticas 1* de Bosch et al (2018).

Secuencia 23: Son problemas de realiza experimentos aleatorios y registra los resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial (F1, F2). Por ejemplo, en la Figura 35 se muestra una actividad donde por medio de preguntas se analiza la probabilidad funcional (F1) y se calcula la probabilidad de dos eventos distintos.

Figura 35. Análisis de la probabilidad de un evento

2. En equipos analicen los siguientes eventos y respondan.

- Si lanzan un dado 100 veces, ¿en cuántas ocasiones piensan que saldría el evento "un número mayor que cero y menor que 7"? _____
- ¿Cuál sería su probabilidad frecuencial? _____
- Si lanzan una moneda 500 veces, ¿cuántas veces piensan que saldría el evento "la moneda quedó flotando en el aire"? _____
- ¿Cuál sería su probabilidad frecuencial? _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 256), por Bosch et al., (2018), Editorial Castillo.

Matemáticas 2. Infinita secundaria

Secuencia 1: Cuenta con problemas situacionales que involucran el hallazgo de un valor faltante a partir de una relación ya dada (F1, F2). En la Figura 36 se busca que con base en los datos de la tabla y el conocimiento del cálculo de áreas se pueda encontrar los terrenos que son los mismos pero sus medidas están expresadas de diferente forma, fraccionaria y decimal (F1).

Figura 36. Tabla de áreas correspondientes

Saúl es dueño de tres terrenos y ha solicitado a dos ingenieros en distintas ocasiones que midieran sus dimensiones para calcular sus áreas. Recibió la información de dos maneras como se muestra en la tabla 1.1, ya que un ingeniero tomó en cuenta partes del total y otro medidas decimales. ¿Cómo puede saber qué medidas corresponden al mismo terreno?

Tabla 1.1					
Ingeniero 1			Ingeniero 2		
Terreno	Lado 1 (km)	Lado 2 (km)	Lado 1 (km)	Lado 2 (km)	Terreno
1	$\frac{9}{10}$	$\frac{3}{4}$	1.25	0.125	A
2	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{8}$	1.6	0.35	B
3	$\frac{8}{5}$	$\frac{7}{20}$	0.9	0.75	C

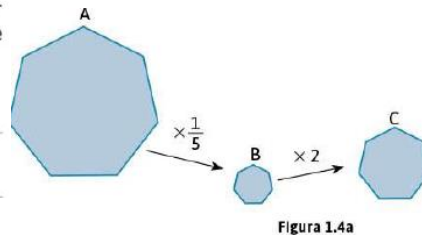
- a) Acuerden la estrategia y el procedimiento para calcular las áreas.
b) Individualmente calcula las áreas y determina la correspondencia entre terrenos.

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 17), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 2: La mayoría son problemas situacionales de dos tipos, los problemas de reconocer la correspondencia entre variables (F1, F4) y los que tienen la relación ya es conocida. En algunos casos se busca determinar los valores de la variable dependiente o independiente (F2, F3) por medio de preguntas indagadoras o de completar tablas. El ejemplo de la Figura 37 busca que a partir del análisis de las dimensiones de dos figuras con una misma se pueda establecer una relación entre ellas (F4) sin necesidad de recurrir a la tercera.

Figura 37. Relación entre diferentes figuras

- a) A las medidas de los lados del heptágono A (figura 1.4a) se le aplica un factor de $\frac{1}{5}$ y se obtiene el polígono B. Luego, a éste se le aplica un factor de 2 y se obtiene el heptágono C.
- ¿Qué factor permite obtener directamente la figura C a partir de la figura A? _____
 - ¿Qué factor permite obtener directamente la figura A a partir de la C? _____
 - ¿Cómo son los factores anteriores? ¿Por qué?



Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 21), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 3: Algunos problemas son contextualizados. En ellos se debe encontrar la relación mediante preguntas indagadoras y con los datos proporcionados en tablas o descripciones (F1, F2). En la Figura 38 se muestra un ejemplo de las actividades con tablas de operaciones, en primera instancia se debe estudiar cómo se conforma el producto de dos números reales para encontrar las divisiones que están relacionadas con dicha operación, después por medio de preguntas estudiar las divisiones encontradas y establecer reglas de la operación dependiendo el tipo de números operados (F1).

Figura 38. Tabla de relación entre productos y divisiones

Tabla 1.9 Algunos productos y sus divisiones relacionadas					
Producto	Divisiones relacionadas		Producto	Divisiones relacionadas	
$5 \times 1.25 = 6.25$			$5 \times -1.25 = -6.25$		
$5.2 \times 3 = 15.6$			$-5.2 \times 3 = -15.6$		
$1.2 \times 5.8 = 6.96$			$1.2 \times (-5.8) = -6.96$		
$\frac{12}{5} \times 3 = \frac{36}{5}$			$-\frac{12}{5} \times 3 = -\frac{36}{5}$		
$2 \times \frac{5}{8} = \frac{10}{8}$			$2 \times -\frac{5}{8} = -\frac{10}{8}$		
$\frac{3}{4} \times \frac{5}{8} = \frac{15}{32}$			$\frac{3}{4} \times -\frac{5}{8} = -\frac{15}{32}$		
$-4 \times -5 = 20$			$-0.4 \times -0.2 = 0.08$		

b) ¿Qué relación observan entre los resultados de dividir números positivos y los de dividir números con signo contrario?

c) ¿Qué relación observan entre los resultados de dividir números positivos y los de dividir números negativos?

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 33), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

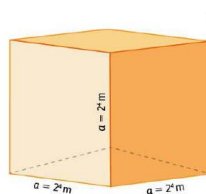
Secuencia 4: Son problemas de potencias con exponente entero (F1, F6). En la Figura 39 se muestra un caso donde se ocupa la relación conocida como volumen para ayudar a la conjetura del producto de potencias con la misma base.

Figura 39. *El volumen con potencias*

9. Considera la figura 1.11. Haz lo que se pide.

a) Escribe un procedimiento para calcular el volumen

b) Escribe una expresión para calcular el volumen como una potencia de potencias.



Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 47), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 5: Son problemas de raíces cuadradas y potencias con exponente entero (F1, F2, F3). En la Figura 40 se muestra un ejemplo de los problemas de completar tabla evaluando los números en la regla algebraica dada (F2) y en las preguntas se indaga de la relación entre los valores y la regla aplicada, analizando el vínculo entre ambas variables (F1).

Figura 40. *Tabla de relación de la raíz cuadrada*

6. Individualmente completa la tabla 1.23. Luego, reúnanse en equipo y respondan lo que se pide. Discutan sus ideas.

Tabla 1.23							
a	16	36	64	100	144	169	225
$b = \sqrt{a}$	4						
b^2	$4^2 = 16$						
$(\sqrt{a})^2$	$(4)^2 = 16$						

a) ¿Cómo son los resultados del primero y tercer renglón?

b) ¿Cómo es b^2 con respecto a a ?

c) ¿Cómo son los resultados del tercero y cuarto renglón?

d) ¿Cómo es $(\sqrt{a})^2$ con respecto a b^2 ?

e) Escribe una expresión que relacione a a con $(\sqrt{a})^2$. Considera que a es un número positivo.

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 60), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 6: Los problemas de deducir y usar las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares (F1, F4, F6). Por ejemplo, el análisis entre el ángulo exterior y un ángulo central de un polígono, basándose en la tabla donde se desglosan las características de diversos polígonos regulares y se ve la relación entre los triángulos interiores, los ángulos internos y número de diagonales como se muestra en la Figura 41.

Figura 41. *Tabla de relación ángulos interiores y extriores de un polígono*

Tabla 1.36					
Polígono	Número de lados n	Número de diagonales d desde un vértice	Número de ángulos interiores	Número de triángulos que se forman en el polígono	Suma de ángulos interiores
Triángulo					
Cuadrilátero					
Pentágono					
Hexágono					
Heptágono					
Octágono					

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 60), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 8: Los problemas de esta secuencia son de conversión de unidades del SI y del sistema inglés (F2, F3). Un ejemplo se muestra en la Figura 42 donde se expresa la equivalencia de una unidad, se busca el factor de conversión y visibilizar el procedimiento para obtener la conversión de una cantidad de una unidad en otra.

Figura 42. *Tabla de conversión de unidades*

Tabla 1.48				
Conversión	Equivalencia	Factor de conversión	Operación	Resultado
15 m a yd	1 yd = 0.9144 m	$\frac{1 \text{ yd}}{0.9144 \text{ m}}$		
30 gal a L				
5.8 ft a m				
3.6 kg a lb				

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 105), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 9: Los problemas de recolectar, registrar y leer datos de histogramas, polígonos de frecuencias y graficas lineales (F1, F2) En la Figura 43 se muestra una tabla de la cual se debe determinar el tipo de gráficas adecuada para representar la información (F1), relacionando el año y porcentaje de nacimientos con madres jóvenes.

Figura 43. Tabla para la creación de una representación gráfica.

Tabla 1.57. Porcentaje de nacimientos con madres adolescentes			
Año	Porcentaje	Año	Porcentaje
1995	16.5	2006	17.2
1996	16.4	2007	17.8
1997	16.3	2008	18.3
1998	16.5	2009	18.8
1999	16.9	2010	18.8
2000	17.1	2011	19.2
2001	17.2	2012	19.4
2002	17.2	2013	19.4
2003	16.8	2014	19.2
2004	17.2	2015	18.2
2005	17.4	2016	17.8

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 122), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 10: Esta secuencia contiene problemas de proporcionalidad directa e inversa (F1, F2, F3, F4). Por ejemplo, en la Figura 44 se plantea una situación donde están variando 3 datos y se busca determinar el tipo de variación proporcional que existe entre ellas (F4), para poder modelar y completar la tabla, ya sea dando los valores del lado para encontrar el área (F2), dando algún lado para encontrar el área y el otro lado (F2, F3) o dando un lado y el área para encontrar el lado faltante (F3).

Figura 44. Variación conjunta en tablas de proporcionalidad

3. Analiza la situación. Responde lo que se pide.
Una compañía desarrolladora de viviendas fracciona un terreno amplio en porciones de 600 m² cada una, con las dimensiones de la figura 2.2.

a) Si se consideran otras dimensiones de terreno con la misma área, ¿cuáles serían? Hagan una propuesta. _____

b) Comparen las dimensiones de su propuesta de terreno con las de la figura. ¿Cuál dimensión creció y cuál disminuyó? _____

Largo	Ancho	Área
1		600
3	200	
6	100	
	40	
20		
60		

Nota. Captura de la página 137, *Matemáticas 2* de Bosch y Meda (2019).

Secuencia 11: Hay problemas de situaciones de reparto proporcional (F1, F2). La Figura 45 muestra un tipo de ejercicio donde se da una situación y por medio de la tabla se desglosa el procedimiento para llegar al reparto solicitado en el texto.

Figura 45. Tabla del desarrollo del reparto

Tabla 2.21. Reparto de dinero a tres hijos						
Hijo	Edad	Inverso multiplicativo	Común denominador	Fracción por común denominador	Operación	Cantidad que recibe cada hijo
Liliana						
Lucía						
Julio						
Total						

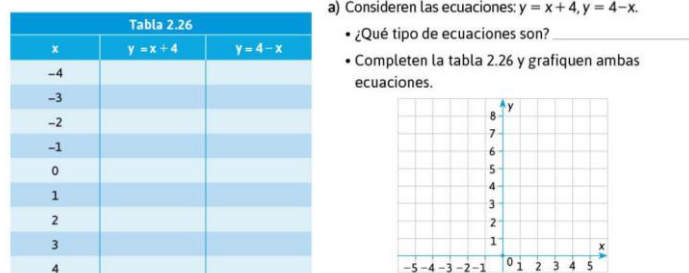
• ¿Se cumple de esta manera el objetivo del padre de familia? ¿Por qué? _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 148), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 12: Problemas de formulación y solución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas (F1, F2, F6). En la Figura 46 se ejemplifica la triada presente en muchos problemas, la

cual se conforma en distinguir el tipo de ecuación que representa la expresión algebraica (F1), evaluarla en puntos específicos en una tabla (F2) y ubicar la pareja ordenada en el plano.

Figura 46. Puntos evaluaciones en expresiones algebraicas



Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 154), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 13: Los problemas de métodos algebraicos de soluciones de sistemas de ecuaciones (F1, F2, F6). En la Figura 47 se muestra del análisis de una situación (F1) se plantea una expresión algebraica que represente la ecuación.

Figura 47. Problemáticas con sistemas de ecuaciones

Analiza la situación. Contesta lo que se te pide.

El gerente de un teatro sabe que se vendieron 900 boletos en total para la función del domingo. Los boletos del primer piso se vendieron en \$300.00 cada uno y los del segundo en \$200.00. ¿Cuántos boletos se vendieron de cada nivel si en la caja hay \$230 000.00?

- a) Denota por x el número de boletos vendidos del primer piso y por y el número de boletos vendidos del segundo piso. Escribe una ecuación que represente el total de boletos vendidos: _____
- b) Escribe otra ecuación que indique el total de dinero que hay en la caja: _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 166), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 14: Los problemas de analizar y comparar situaciones de variación lineal y proporcional inversa (F1, F2, F4, F5). En la Figura 48 se plantean tres situaciones que relacionan el costo con la distancia recorrida y se busca su análisis a partir de diferentes formas de representación (F1). Se completan tablas evaluando las relaciones en los mismos puntos (F2) y juntos a preguntas indagadoras obtener la comparación de las relaciones.

Figura 48. Análisis de situaciones con expresiones

En algunas ciudades, el servicio de taxi lo prestan compañías que cobran de manera distinta. Hay empresas que cobran una cantidad fija inicial, lo que se conoce como "banderazo", y luego otra cantidad por la distancia recorrida, sea por kilómetro o fracción de éste. Una ciudad cuenta con tres compañías de servicio de taxi: La cotorra, que cobra \$13.50 el banderazo y \$3.50 por kilómetro. El volador, que usa la expresión $c = 3d + 16$ para su tarifa, donde c es el costo en pesos y d el número de kilómetros recorridos. El acompañante, que cobra \$4.00 por kilómetro sin banderazo.

Nota. Captura de la página 168, *Matemáticas 2* de Bosch y Meda (2019).

Secuencia 15: Los problemas que modelan situaciones de proporcionalidad inversa y de variación lineal (F1, F2, F3, F4, F5, F6). En el ejemplo de la Figura 49 se describe una situación de la cuál se busca hallar la relación entre las variables propuestas (F1), encontrar un valor específico (F3) y se culmina representando la situación de manera tabular, gráfica y algebraicamente (F6).

Figura 49. *La masa de un material*

La masa de un material se puede obtener multiplicando la **densidad** de ese material por el volumen que ocupa. Un cuerpo de 3 kg/m^3 de densidad ocupa un volumen de 0.8 m^3 , otro cuerpo con densidad de 5 kg/m^3 tiene la misma masa que el anterior.

- Escribe la relación entre la densidad y el volumen para el segundo cuerpo.
- ¿Qué volumen tiene el segundo cuerpo?
- Realiza en tu cuaderno las representaciones tabular, gráfica y algebraica de esta situación.

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 179), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 16: Los problemas consisten en encontrar el perímetro y área de polígonos regulares (F1, F2, F3, F4). En la Figura 50 se busca completar la tabla con los valores de los polígonos mostrados y establecer la relación de los elementos de los triángulos que conforma un polígono regular y los elementos del mismo polígono (F2, F4), así mismo expresar el área del polígono con base en el área de los triángulos (F6).

Figura 50. Completar tabla según las literales

Tabla 2.38								
Respecto a los triángulos que componen el polígono					Respecto a los elementos del polígono			
Número (n)	Base (l)	Altura (h)	Área de cada uno	Área total	Número (n)	Perímetro ($P = n \times l$)	Apotema (a)	$P \times a$
5					5			

- Escribe una expresión algebraica para calcular el área de los polígonos con base en los triángulos que los componen. _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 186), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 17: Los problemas principalmente se buscan la construcción y análisis de la fórmula del área y perímetro del círculo (F1, F2, F3, F4, F6). En la Figura 51 donde se deben completar los valores faltantes de la tabla (F2, F3) ya conociendo cómo se comporta la relación entre el diámetro, el radio y la circunferencia (F4).

Figura 51. Tabla de medidas de algunos círculos

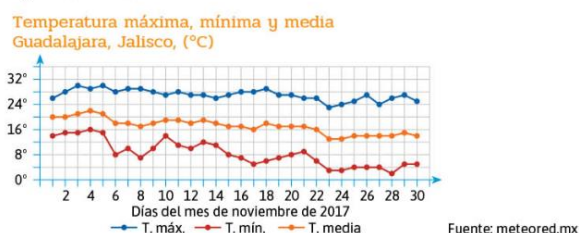
Tabla 2.39. Medida de la circunferencia de algunos círculos		
Radio	Diámetro	Circunferencia
7 m		
	15 cm	
		75.3982 cm
5 dm		

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 190), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 18: La mayoría son problemas basados en una situación que se describe de manera verbal o de forma gráfica en dónde se busca calcular las medidas de tendencia central, los valores de dispersión (rango y desviación media) de manera puntual o por intervalos (F2, F3, F5). En la Figura 52 a partir de una gráfica que describe tres relaciones distintas entre las mismas variables se busca los valores máximos y mínimos de las relaciones así como la interpretación de los puntos en la situación (F1) y el cálculo de la media, mediana y moda (F2).

Figura 52. *Análisis estadístico de una gráfica*

En la gráfica se muestran las temperaturas máxima, mínima y media diarias en la ciudad de Guadalajara, durante noviembre 2017, de acuerdo con los reportes del Servicio Meteorológico Nacional.



- Construye una tabla en la que registres los datos de la gráfica.
- ¿Qué significa la temperatura media? Explica cómo se obtiene.

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 196), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 19: Los problemas son de verificar algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado formuladas a partir de sucesiones (F1, F2, F3, F6). En la Figura 53 se plantea una situación que relaciona las semanas y el dinero ahorrado (F1), las preguntas van dirigidas a determinar cuáles de las expresiones generales que representan a esa sucesión (F6) y dado el valor que se pone como meta se determina se pregunta la semana en la que se cumple la meta (F3).

Figura 53. *Regla de una sucesión*

Pablo está ahorrando para comprarse una tablet cuyo precio es \$13 000.00. Ya tiene \$2 500.00 y planea ahorrar \$420.00 cada semana.

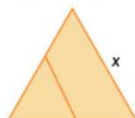
- ¿Con cuáles reglas puede calcular el dinero que tendrá en cualquier semana?
 $420(n + \frac{2}{3})$ $20(21n + 125)$ $420n + 2500$ $420n - 2500$
- ¿Por qué puede expresar su plan de ahorro por medio de reglas generales para sucesiones?
- ¿En cuántas semanas habrá llegado a su meta?

Nota. Captura de la página 223, *Matemáticas 2* de Bosch y Meda (2019).

Secuencia 20: Los problemas de formular expresiones de primer grado para representar el perímetro y área de figuras geométricas (F1, F4, F6). El problema de la Figura 54 mediante preguntas propone la obtención del perímetro del triángulo menor mediante el análisis del perímetro del triángulo mayor y la relación entre los lados del triángulo mayor y menor (F4).

Figura 54. Perímetro de figura compuesta

- ¿Cuál expresión algebraica permite obtener el perímetro del triángulo mayor?
- ¿Qué expresión es la que describe el lado del triángulo menor?
- ¿Cuál es la expresión algebraica para obtener el perímetro del triángulo menor?
- Describe tus procedimientos para obtener dichas expresiones.



Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 231), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 21: Los problemas de esta secuencia se centran en el estudio de la fórmula para calcular el volumen de primas (F1, F2, F3, F6). En la Figura 55 se plantea una situación que involucra una construcción conformada por dos primas, uno encima del otro, con el mismo tipo de base y con valores dados de elementos de la torre de abajo. Se pide determinar el volumen del prisma que sostiene la construcción (F2) para después con dada la proporción entre ambos prismas determinar el volumen del prisma que denominan Linterna (F4).

Figura 55. Aplicación del volumen

En la figura 3.13a y 3.13b aparecen la vista de la Torre del Santo Sepulcro y su bóveda respectivamente. Esta torre se localiza en el poblado de Torres del Río, en Navarra, España. La torrecita superior sobre el cuerpo principal se llama linterna y ambas tienen la misma forma. Un visitante preguntó a un guía de turistas algunos datos de la estructura. El guía contestó: La altura total es de 17.70 m, en la torre principal, los lados miden 4 m con una apotema de 4.82m, además la bóveda está a una altura de 10.55 m.

- ¿Qué forma tienen la torre principal y la linterna? _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 236), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 22: Los problemas son de formular y calcular el volumen de cilindros (F1, F2, F3, F4), En la Figura 56 se pide obtener el volumen o algunas dimensiones de los silos con datos ya dados (F2, F3) y analizar la relación de la altura de un cilindro y su volumen (F1). También, se plantea el análisis de la relación del volumen de los silos con la capacidad de granos que pueden almacenar para poder completar la tabla (F4, F2).

Figura 56. Aplicación del volumen del cilindro

Tabla 3.22				
Diámetro (m)	Radio (m)	Altura (m)	Volumen (m³)	Peso del grano (kg)
9	4.5	12.5	795.2	
	5		206.4	
10		10	412.8	
	7.5			885620
		17.5		934626

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 243), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Secuencia 24: Los principales problemas se basan en calcular la probabilidad teórica de un experimento aleatorio (F1, F2). En la siguiente figura se muestra un ejemplo de problemas que consisten en completar la tabla calculando la probabilidad de ciertos eventos (F2).

Figura 57. Probabilidad teórica de eventos

Evento	Casos favorables	Casos totales	Probabilidad teórica
Obtener 5 en un dado de 6 caras			
Escoger a un compañero del salón que traiga zapatos blancos			
Elegir un as de una baraja			
Que la última cifra del número de alumnos de la escuela sea mayor que 7			
Sacar el 13 en una urna con bolas numeradas del 1 al 20			
Elegir a un compañero cuyo apellido empiece con F			

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 255), por Bosch y Meda, (2019), Editorial Castillo.

Matemáticas 3. Infinita secundaria

Secuencia 1: Los problemas en esta secuencia son de determinar los criterios de divisibilidad y aplicar técnicas para determinar el mcm y MCD (F1, F2, F6). En la Figura 58 se muestra un problema del primer tipo donde se hace análisis de la relación entre los componentes de una división F1 y se pide que se exprese algebraicamente la situación F6.

Figura 58. Expresiones algebraicas de múltiplos y divisores

1. Reúnanse en parejas. Escriban una expresión algebraica que represente cada situación. Consideren que a y b son números naturales.
 - a) b es múltiplo de a . _____
 - b) a es divisor de b . _____
 - c) a es un número par y b es un número impar. _____
 - d) a es divisible entre b . _____
 - e) La suma de dos números. _____
 - f) La suma de dos múltiplos de 2. _____
 - g) La suma de dos múltiplos de 5 es divisible entre 5. _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 30), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Secuencia 2: En esta secuencia tienen problemas de encontrar el MCD y mcm, de una lista de valores o de datos obtenidos en una situación planteada, para conjeturar de Forma algebraica la relación entre MCD y mcm (F1, F2, F6). En la Figura 59 se muestra un problema de completar la tabla aplicando el mcm y MCD de una pareja de números (F2) y otras operaciones para análisis por medio de preguntas el análisis (F1) y la expresión algebraica (F6) de la relación entre mcm y MCD.

Figura 59. *Tabla de mcm y MCD*

Tabla 1.7				
Números a y b	MCD (a, b)	mcm (a, b)	MCD (a, b) $\times$ mcm (a, b)	$a \times b$
12, 18				
24, 34				
49, 84				

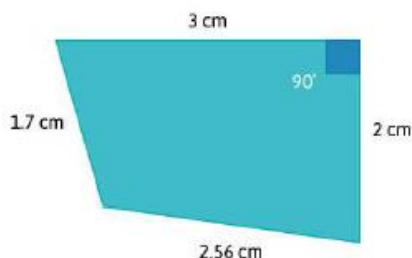
- a) Comparen los resultados de la cuarta y quinta columnas de la tabla 1.7. ¿Qué observan? _____
- b) Escriban una expresión algebraica que relacione el MCD y el mcm de dos números naturales. _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 50), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Secuencia 4: Los problemas de esta secuencia son de análisis de polígonos semejantes (F1, F2, F3). En la siguiente figura se propone la construcción de un polígono semejante con respecto a las medidas de los lados de la figura base y una proporción establecida (F2).

Figura 60. *Replica de polígonos*

A Ernesto le han dado un esquema de su terreno en sus escrituras (figura 1.21), pero quiere trazar otro semejante con el doble de tamaño para dibujar en él las regiones destinadas a casa, jardín, etcétera.



Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 56), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Secuencia 5: Problemas situacionales del análisis de polígonos semejantes F4 y determinar la medida de lados en particular (F2, F3) como se muestra en la siguiente figura.

Figura 61. *Aplicación de polígonos semejantes*

2. Intercambien parejas. Analicen la situación y respondan.
Andrea es ingeniera y quiere calcular la longitud de un lago con base en un diagrama que le han enviado a su teléfono celular (figura 1.33).

- a) Indiquen en la figura los triángulos semejantes que se forman.
Expliquen qué criterio usan para determinar la semejanza.

- b) Calculen la longitud del lago. Describan su procedimiento. _____

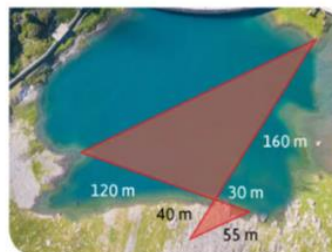


Figura 1.33. Vista aérea de un lago.

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 69), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Secuencia 6: Problemas de calcular la media aritmética, la mediana y la moda a partir de datos dados o recompilados y comprarlos con la dispersión del conjunto de datos (F1, F2, F3). En la Figura 62 se muestra una gráfica que está acompañada de preguntas indagadores para el análisis del conjunto de datos (F1), calcular la media aritmética (F2), obtener el rango y desviación media de cada gráfica (F1).

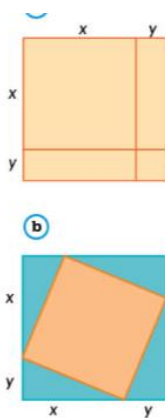
Figura 62. Comparación de gráficas



Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 86), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Secuencia 7. La mayoría de los problemas son de formular expresiones de segundo grado para representar propiedades de figuras geométricas como el área (F1, F2, F4, F6). Como en la Figura 63 que busca calcular el área de los cuadrados a partir de las medidas de las figuras que lo componen y como se relacionan sus áreas entre sí (F4).

Figura 63. Operaciones con expresiones algebraicas



5. Reúnanse en parejas. Analicen la situación y respondan.
Alma ha trazado dos cuadrados con las mismas medidas de los lados y los ha dividido en otros polígonos (figura 2.6).
- a) ¿Qué área del cuadrado en la figura **a** corresponde a qué área del cuadrado en la figura **b**? _____
- b) Consideren el cuadrado **a**. Calculen el área del cuadrado con lados $x + y$ y la suma de las áreas de las figuras que lo componen. Escriban la equivalencia que encontraron. _____
- c) Consideren el cuadrado **b**. Usen la equivalencia que encontraron en el inciso b) para calcular el área del cuadrado central. _____
- d) Coloreen en el cuadrado **a** el área que corresponde al cuadrado central del cuadrado **b**. ¿Coincide con lo que contestaron en el inciso c)? Expliquen. _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 104), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

SECUENCIA 8: Se incluyen problemas situacionales que deben ser modelados con expresiones algebraicas (F6), distinguir sus componentes (determinar variable dependiente e independiente) y encontrar los valores de las variables según ciertos datos (F3, F2). También, hay problemas de analizar situaciones (F1) así como plantear ecuaciones (F6) o gráficas para encontrar sus raíces (F2, F3). Otro tipo de problemas son basados en el análisis de las gráficas de forma puntual y por intervalos (F5), completando con esos datos tablas de coordenadas y viceversa (F1). En la Figura 64 a partir de una relación funcional expresada algebraicamente se busca encontrar la solución a diferentes ecuaciones, esto de manera gráfica, marcando intersecciones de rectas con la gráfica.

Figura 64. *Relación funcional y ecuaciones*

2. María ha graficado la relación funcional $y = x^2 - 8x + 15$ para resolver las siguientes ecuaciones:
- $x^2 - 8x + 15 = -2$
 - $x^2 - 8x + 15 = -1$
 - $x^2 - 8x + 15 = 0$
 - $x^2 - 8x + 15 = 1$
 - $x^2 - 8x + 15 = 2$

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 121), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Secuencia 9: Problemas de encontrar la solución de ecuaciones cuadráticas planteadas o del modelado de una situación (F1, F2, F3, F6, rango). Por ejemplo en la Figura 65 se da la expresión algebraica y se destaca el papel de sus variables, después por preguntas se indaga en la relación para obtener valores dependientes e independientes.

Figura 65. *Aplicación de ecuaciones cuadráticas*

10. Un proyectil es lanzado verticalmente y la expresión $h(t) = 512t - 16t^2$ describe la altura h de su posición después de t segundos.
- a) ¿Qué altura alcanza después de 6 segundos? _____
 - b) ¿El proyectil alcanza la altura de 3520 m? Si es así, ¿en qué tiempo? _____
 - c) ¿En qué momento alcanza la altura de 5500 m? _____
 - d) ¿En cuánto tiempo regresará a la tierra? _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 132), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Secuencia 10: En esta secuencia hay problemas centrados en el análisis entre la variación y la ecuación cuadrática (FR1, F2, F3, F5, gráficas concavas hacia arriba o abajo, máximos o mínimos). En la Figura 66 es situacional expresando la variación de forma algebraica y por medio de preguntas indagar el papel de cada variable, su gráfica, si crece o disminuye y su evaluación en puntos.

Figura 66. *Variación y ecuación cuadrática*

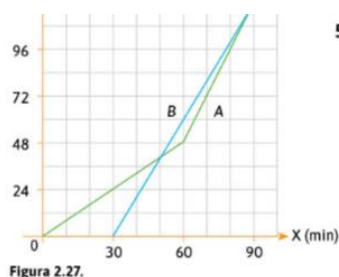
Las toxinas son sustancias tóxicas que pueden ser producidas en el cuerpo de los seres vivos por la acción de los microorganismos. La concentración de una toxina se mide en microgramos por decilitro. Un médico ha encontrado que, para cierta toxina, el organismo la desecha diariamente según la variación cuadrática $y = 200 - 2x^2$.

- ¿Qué representa cada variable?
- Haz una gráfica que represente la concentración de toxinas.
- ¿La concentración de toxinas aumenta o disminuye? ¿Cuánto tiempo tarda un organismo en eliminarlas?
- ¿Qué nivel de toxinas tiene el día 5? ¿Qué día tendrá la mitad de las iniciales?

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p.145), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Secuencia 11: En esta secuencia se incluye problemas situacionales de diferentes tipos de variaciones que deben expresarse gráficamente y analizar sus características (F1, F5, creciente o decreciente, acotada o no acotada, dominio). Por ejemplo en la siguiente figura el análisis de las gráficas se extiende a establecer la razón de cambio por intervalos y el dominio según la problemática planteada

Figura 67. Descripción de gráficas



- Reúnanse en equipo. Analicen la gráfica que aparece en la figura 2.27, la cual describe el movimiento de dos automóviles. Respondan en su cuaderno.
 - Describan el movimiento de los automóviles.
 - ¿En cuánto tiempo hizo el recorrido cada automóvil?
 - ¿A qué velocidad promedio debe viajar un automóvil para recorrer 120 km en 90 minutos? Expliquen y tracen la gráfica correspondiente sobre la gráfica de la figura.
 - ¿Qué significa que ambas gráficas coincidan al final?
 - ¿Cuál automóvil fue el más veloz en el recorrido? ¿Por qué?

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 148), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Secuencia 12: En esta secuencia los problemas son del análisis de la variación cuadrática a partir de todas sus representaciones (F1, F2, F3, F6, la intersección de los ejes, los vértices, el máximo o mínimos, la simétrica, el rango, el dominio). En la Figura 68 se presenta la primera mitad de una actividad donde se da la expresión matemática de una situación y se indica el papel de variable, por medio de preguntas se busca el vértice de la variación expresada y la solución de ecuaciones asociada a la expresión. La segunda mitad consiste en evaluar la expresión y con ello completar la tabla para después graficarse y por preguntas contextualizadas de distinguir características de la gráfica como punto máximo y el dominio apegado a la situación.

Figura 68. Aplicación de la parábola

c) Un proyectil sale disparado al aire y sigue la trayectoria descrita por la expresión $y = -x^2 + 18x$, donde x es la distancia recorrida por el proyectil y y es la altura que alcanza, ambas cantidades están en metros.

- ¿Cuál es el vértice de la parábola que corresponde a la expresión? Explica cómo lo obtienes. _____

- ¿Cuáles son las soluciones de la ecuación asociada a la expresión? ¿Qué representan en la situación? _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 171), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Secuencia 13: La mayoría de los problemas en esta secuencia son de análisis de situaciones a través de gráficas ya dadas o por graficar con variaciones diversas (F1, F5, F6, máximos o mínimos, continuidad, dominio, creciente, decreciente y continua). Por ejemplo en la Figura 69 por medio de preguntas se pide comparar las gráficas, analizando puntualmente y por intervalos el tipo de variación, determinando si crece o decrece. Además de al estar la relación en porcentaje se pide la la conversión a su representación numérica.

Figura 69. Comparación de graficas estadísticas

La gráfica de la figura 2.49 muestra el porcentaje de obesidad por país, entre algunas naciones miembros de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE).

- ¿Cuándo se hicieron las primeras mediciones de obesidad por parte de la OCDE en México?
- ¿Qué porcentaje de obesidad había en México en el año 2012?
- Describan cómo ha sido la variación de la obesidad en México.
- ¿En qué país creció más el porcentaje de 2000 a 2012?
- ¿En qué país creció menos el porcentaje de obesidad de 2000 a 2012?

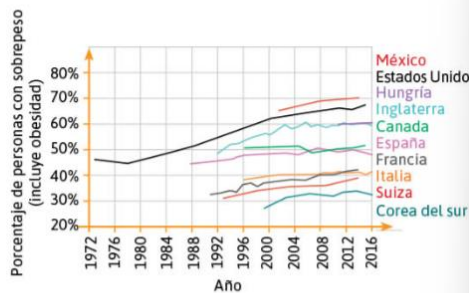


Figura 2.49. Porcentaje de obesidad por país (Fuente: Obesity Update 2017, encuesta de la OCDE).

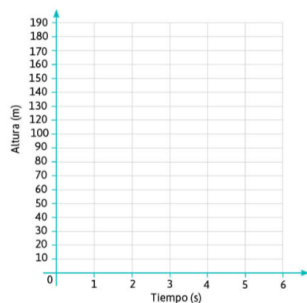
Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 187), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Secuencia 14: La mayoría de los problemas situacionales se basan en expresar algebraicamente ecuaciones y funciones (F1, F2, dominio o rango basados en el contexto). En la Figura 69 se muestra la segunda parte de una actividad de esta secuencia, en la primera parte el problema da una expresión base para que se analice y se adapte a la situación planteada, pidiendo determinar la variable independiente y dependiente. Lo que se muestra en la figura es la parte de evaluar la expresión encontrada y su gráfica, con notas que delimitan el dominio por el contexto planteado. Se acompaña de preguntas indagadoras de características de función, evaluaciones puntuales y si elementos pertenecen al dominio.

Figura 70. Graficar a partir de la expresión algebraica

b) Consideremos sólo la mitad de la gráfica para que tenga sentido en la situación antes descrita. Completen la tabla 3.5 y grafiquen.

Tabla 3.5	
Tiempo (s)	Altura (m)
1	
1.5	
2	
2.5	
3	
3.5	
4	
4.5	
5	
5.5	
6	



c) Con base en la tabla y en la gráfica, ¿hay dos valores distintos de la variable t que arrojen el mismo valor de h ? Expliquen.

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 206), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Secuencia 15: La mayoría de los problemas en estas secuencias son de encontrar y analizar la relación de los lados de un triángulo rectángulo, la hipotenusa y los catetos (F1, F2, F3, F4, F6). En la siguiente figura se pide expresar algebraicamente la relación de los lados del triángulo rectángulo (F6) y evaluarlo según los datos presentados en las situacionales (F2, F3).

Figura 71. Aplicación del teorema de Pitágoras

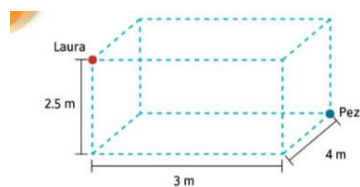


Figura 3.20.

7. Reúnanse en equipo. Analicen la situación y respondan.

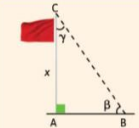
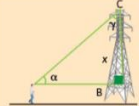
Laura está de vacaciones en el mar y un amigo le está enseñando a disparar con arpón. Él ha puesto un pez de plástico a cierta distancia de Laura para que practique (figura 3.20). ¿Cuál es la distancia mínima entre Laura y el pez?

- Tracen en la figura 3.20 la distancia mínima entre Laura y el pez de plástico al que tiene que disparar.
- ¿Cómo pueden calcular esta distancia? Escriban en su cuaderno una estrategia de solución.
- Calculen la distancia con base en su planteamiento. ¿Cuál es?
- En grupo, con la guía de su profesor, comparen sus respuestas y procedimientos. Analicen los triángulos que se forman al plantear una estrategia de solución.

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 224), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Secuencia 16 y Secuencia 17: Los problemas son de encontrar la relación entre las razones que se forman con las medidas de los catetos y la hipotenusas y aplicar las razones trigonométricas (F1, F2, F3, F4). En la Figura 72 se presenta una tabla que debe ser completada con las expresiones algebraicas necesarias para el planteamiento del seno, coseno y tangente en una situación (F1, F6).

Figura 72. Modelado con razones trigonométricas

Tabla 3.13			
Imagen	Planteamiento con seno	Planteamiento con coseno	Planteamiento con tangente
			
			

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 238), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Secuencia 18: Problemas de analizar los eventos y calcular la probabilidad de unión de eventos y eventos mutuamente excluyentes ($F1$, $F2$). Algunos problemas son de completar tablas donde se presenten eventos sus probabilidades ($F2$), así como la unión de eventos y la probabilidad de ello ($F1$, $F2$), como se muestra en la Figura 73.

Figura 73. Probabilidad de unión de eventos

Tabla 3.20. Uniones de eventos						
Evento A	Elementos de A	P(A)	Evento B	Elementos de B	P(B)	P(A ∪ B)
Que sea par.			Que sea múltiplo de 4.			
Que sea primo.			Que sea múltiplo de 5.			
Que sea múltiplo de 3.			Que sea múltiplo de 7.			
Que sea par.			Que sea impar.			
Que sea 15.			Que sea 5.			
Que sea menor que 6.			Que sea mayor que 12.			

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 255), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Matemáticas 1. Interacciones

Lección 1. Los problemas de esta lección se centran en analizar la relación entre fracciones y números decimales ($F1$, $F2$). En la Figura 74 se pide completar la tabla para la conversión de una fracción a decimal ($F2$) pero detallando el cálculo de la división).

Figura 74. Correlación ente fracción y número decimal

Zona	Cantidad de insecticida a repartir en cada zona en toneladas (t)	Cantidad para cada agrupación, como número decimal	Cantidad para cada agrupación, como fracción decimal
1	7	0.7	
2	34		$\frac{34}{10}$
3	286		
4	3 591		
5	23 056		

Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 15), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 3. En esta lección se incluyen problemas de calcular valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, incluyendo tablas de variación (F2, F4). En la Figura 75 se muestra un ejemplo de problemas de completar la tabla con la conversión de una unidad, en este caso el cambio de moneda (F2) donde se analiza estas relaciones.

Figura 75. *Conversión de moneda*

2. La tabla muestra el valor de algunas monedas del mundo comparadas con el peso mexicano. Calculen y anoten los valores que faltan.

Moneda	Valor en pesos	Cotización
Yen (Japón)	1 yen = \$0.16	428.6 yenes = pesos
Real (Brasil)	1 real = \$5.44	28.35 reales = pesos
Franco (Suiza)	1 franco = \$18.66	42.75 francos = pesos

N Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 38), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 4. Problemas de aplicar la conversión de unidades y de encontrar el valor faltante (F2, F3). En la siguiente Figura 76 se pide hallar el valor del lado faltante con la relación conocida del área del rectángulo y del triángulo y sus lados (F3).

Figura 76. *Valor faltante*

3. Observen las figuras y resuelvan la siguiente actividad.



a) ¿Podrían realizar una operación con números naturales para determinar los valores que faltan? ¿Por qué?

Nota. Captura de la página 42, *Matemáticas 1* de Mancera y Basurto (2018).

Lección 6. Los problemas de esta lección son de calcular el perímetro de polígonos y área de figuras geométricas aplicando y desarrollando fórmulas (F1, F2, F3, F4, F6). En la Figura 77 se muestra un problema de esta lección que consiste en completar una tabla con el cálculo por medio de una suma o multiplicación del perímetro de polígonos regulares (F2) cuyo lado es una literal y por medio de preguntas indagadoras profundizar en la relación entre los procesos (F1), el cálculo con valores numéricos (F2) y la generalización del cálculo del perímetro de polígonos regulares (F6).

Figura 77. Perímetro con literales

1. Analicen las medidas que se muestran en cada polígono regular y calculen su perímetro de dos maneras diferentes.



Polígono	Perímetro como una suma	Perímetro con una multiplicación
Triángulo		
Pentágono		
Hexágono		
Octágono		

Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 63), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 7. Los primeros problemas de esta lección se centran en analizar la variación entre figuras relacionadas con las propiedades conocidas (F1, F2, F4, F6). En la Figura 78 se pide completar una tabla que relaciona el diámetro de una circunferencia y la longitud de esta (F2) y mediante preguntas indagadoras se presentan literales para que se exprese algebraicamente esta relación y la del radio con la longitud de la circunferencia (F6). Además, se cuestiona si esta relación inversa (F1).

Figura 78. Longitud de circunferencia

b) Calcula la longitud de las circunferencias anteriores.

Diámetro (cm)	Longitud de la circunferencia (cm)
4	
13	

Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 75), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 8. Esta lección tiene problemas de analizar sucesiones de figuras o números (F1), establecer una regla y calcular el término de ciertas posiciones (F1, F2, F4, F6). En la Figura 79 se muestra un ejemplo de las tablas que desglosan la relación y el proceso para obtener los términos (F1), así como preguntas para determinar la expresión general (F6) y evaluarla en posiciones específicas.

Figura 79. Regla general

2. Completen la tabla para determinar la **expresión algebraica** de la sucesión de hexágonos. Consideren a n como el número de cualquier término. Observen el ejemplo.

Paso	Hexágonos añadidos	Total de hexágonos	Hexágonos
1	$7 + 0$	$7 + 5(1 - 1) = 7 + 5 - 5$	7
2	$7 + 5$	$7 + 5(2 - 1) = 7 + 10 - 5$	12
3	$7 + 5 + 5$	$7 + 5(3 - 1) = 7 + 15 - 5$	
4			
5			
n			

- a) ¿Cuál es la expresión general de la sucesión de mosaicos al usar n para expresar el número mosaicos en cualquier paso? _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 80), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 9. Los problemas presentes en esta lección son del análisis (F1) y aplicación de la regla valor absoluto (F2). Además, de calcular el opuesto de números dados (F2). En la Figura 80 se muestra una lista de preguntas para el análisis de la relación valor absoluto (F1).

Figura 80. *Valor absoluto*

3. Analicen los valores absolutos de los números involucrados en las operaciones.
- a) Si se suman dos números con el mismo signo, ¿qué relación hay entre los valores absolutos de los sumandos y el del resultado? ¿Qué relación hay entre los signos?

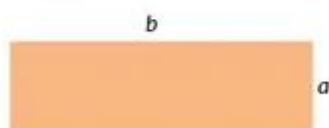
Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 100), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 10. Los problemas de esta lección incluyen expresiones algebraicas para ser analizadas (F1) y evaluadas en puntos específicos (F2). En la Figura 81 se analiza la fórmula para calcular el perímetro de un rectángulo e identificar si otra expresión también modela lo mismo (F1). Además de asignarle valores a las literales para calcular el valor de P .

Figura 81. *Perímetro del rectángulo*

Ahora, analicemos la fórmula para calcular el perímetro de un rectángulo. El perímetro de la figura es: $P = 2a + 2b$.



a) Describan el orden en que deben realizar las operaciones.

b) Si las medidas del rectángulo fueran $a = 5$ y $b = 7$, escriban completo el cálculo que

deben realizar para obtener el perímetro: _____

c) La expresión: $2(a + b)$, ¿también es adecuada para calcular el perímetro del rectángulo? Justifiquen su respuesta.

Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 112), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 11. Los problemas de esta lección son de plantear y resolver ecuaciones lineales (F1, F2, F3, F6, dominio, rango). La Figura 82 muestra un problema situacional en el cual se proponen valores para la variable dependiente y busca el valor independiente que le corresponde (F3), además de proponer analizar la relación (F1) y modificarla para que se adecue a un rango en específico (rango).

Figura 82. Regla de una situación

1. Durante una función de teatro, un ilusionista pasó al escenario a una persona y le planteó la siguiente situación: "Piense un número, súmele 5 y réstele 9. Ahora diga el resultado". Acto seguido, el mago se dispuso a adivinar el número pensado por la persona.

a) Discutan cómo pudo acertar el mago el número pensado. Mencionen qué operaciones se deben realizar para adivinarlo.

b) Por ejemplo, si un amigo piensa un número y al hacer lo que el mago dice obtiene 13,

¿qué número pensó? ¿Cómo obtuvieron el resultado? _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 116), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 12. En los problemas de esta lección se analiza la relación entre elementos de un conjunto de datos con el mismo conjunto o el cálculo del porcentaje de un número, su representación y la aplicación de ellos en varias situaciones (F1, F2, F3, F4). Un ejemplo de las tablas donde se completa la equivalencia entre el porcentaje, su decimal y su fracción está en la Figura 83 primero se plantea una situación y un valor total del cual se pide la relación de otros datos con él (F4) y representarlo en su versión fraccionaria, decimal y porcentual (F2, F3).

Figura 83. Correlación entre porcentaje, fracción y decimal

Tendencias		Porcentaje	Fracción	Decimal
Arturo Jiménez	30 %			
Elena García	0.27			
Leonor Méndez	$\frac{1}{5}$			
Javier Ortega	6 %			
Indecisos	0.08			
Abstenciones	9 %			

Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 132), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 15. En esta lección hay problemas de analizar la gráfica circular, recolectar y registrar la información (F1, F2, F3, F4). En la Figura 84 se muestran dos gráficas circulares que se acompaña de preguntas para comparar los datos de ambas gráficas (F1) y analizar la relación entre el ángulo de representación y el porcentaje (F1).

Figura 84. Problemática con gráficas circulares



Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 163), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 16. Problemas de analizar e interpretar las gráficas de variación lineal (F1, F2, dominio, rango, creciente o decreciente, la intersección con los ejes, F6). En la Figura 85 se muestra un ejercicio de analizar por medio de preguntas indagadoras las graficas y comprarlas, iterrogando sobre la relación entre variables, los puntos maximos y su comportmaiento constante o proporcional (F1).

Figura 85. Deducciones de una gráfica



a) ¿Qué variables intervienen en la situación? ¿Cómo se relacionan entre ellas?

Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 184), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 17. Se incluyen problemas de analizar gráficas de variación lineal e interpretar modelos de situaciones con este tipo de variación (F1, F2, F3, F4, F5, F6). La Figura 86 muestra un problema de identificar una relación a partir de su gráfica, evaluarla en puntos específicos (F3, F2) y ver su comportamiento por intervalos (F5).

Figura 86. Pendiente negativa



Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 196), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 18. Los problemas de esta lección son del análisis e identificación de la expresión general de una situación dada y de encontrar los valores faltantes de sucesiones (F2, F3, F6). En la Figura 87 se muestran preguntas indagadoras sobre una problemática planteada para determinar reglas generales para esta situación y la obtención del valor dependiente (F3).

Figura 87. Situaciones con sucesiones

2. En un refugio para perros se están esterilizando perros para evitar su sobrepoblación y para ofrecerlos en adopción a familias que los quieran. El primer día se esterilizaron 12 perros. Los siguientes días se esterilizarán 4 animales al día.

a) Encuentra y escribe de dos maneras distintas la regla que determine el número de esterilizaciones realizadas en cierto número de días. _____

b) ¿En cuántos días se habrán realizado 80 esterilizaciones? _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 203), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

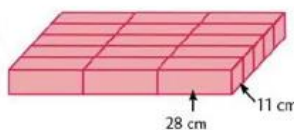
Educación de México.

Lección 19. En esta lección los problemas se centran en identificar la variación entre los elementos y propiedades de figuras compuestas para el cálculo de volumen de prismas rectos (F2, F4, F6). En la Figura 88 que analizar la relación entre el volumen de las cajas chicas con la caja grande (F1) y los lados de la caja pequeña con el área de la caja grande (F4), el cálculo de la base de la caja grande con respecto a los lados de la caja pequeña (F2) y el cálculo de la altura de la caja grande con respecto al volumen total de la caja grande (F3).

Figura 88. *Cálculo del volumen de prima compuesto*

2. En una caja con forma de prisma rectangular se guardan cajas con forma de prisma cuadrangular que contienen perfumes. La siguiente imagen muestra el número de cajas chicas que caben en la base de la caja y las medidas de cada una.

- a) ¿Cuánto mide el área de la base de la caja grande? _____
 b) Si el volumen de la caja grande es de $355\,740\text{ cm}^3$, ¿qué expresión algebraica permite conocer el número de cajas que caben a lo alto?



- c) ¿Cuál es la altura de la caja? _____
 d) ¿Cuántas cajas caben a lo alto? _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 213), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

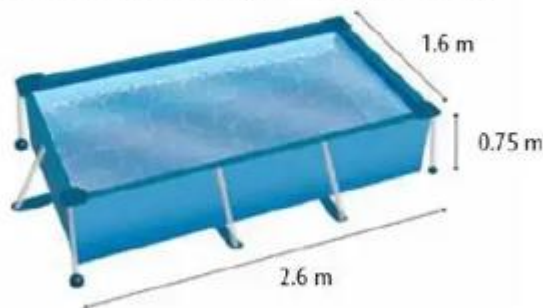
Educación de México.

Lección 20. Los problemas situacionales de esta lección se basan en la aplicación de las fórmulas para sacar el volumen y su capacidad, convirtiendo unidades y aplicando fórmulas (F1, F2, F3, F4). En el ejemplo de la Figura 89 se plantean la capacidad a cierta altura de una alberca para ser analizada (F1) y por medio de preguntas indagadoras se pide el calculo del volumen (F2) y la capacidad total (F2). También, se propone la conversión entre unidades (F2)y el análisis de la relación entre un litro y un metro cubico (F1).

Figura 89. *Volumen y capacidad*

Durante el verano, en casa de la familia González compraron una alberca de plástico como la que se muestra en la imagen.

En las especificaciones de la alberca mencionan que, por seguridad, debe llenarse hasta 70 cm de altura; y se necesitan 2 912 L de agua para llenarla a ese nivel.



1. Responde con base en la información anterior.

a) ¿Cuál es el volumen total de la alberca? _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 216), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 21. En esta lección se presentan problemas situacionales de interpretación de medidas de tendencia central (F1, F2). En la Figura 90 se presenta un problema situacional que por medio de las preguntas pide que se establezca los resultados de la media y mediana (F2) al modificar los valores analizados, además de pedir el cálculo de la desviación de los datos.

Figura 90. *Propiedades de la media y mediana*

2. El contador afirma que la media del salario de los trabajadores se ve afectada por el sueldo del director que es de \$125 000, algo que no sucede con la mediana.

a) ¿Qué piensas de la opinión del contador? ¿Qué pasa con la media y la mediana si se elimina el salario más alto? _____

b) Calculen la **desviación** de cada dato respecto a la media, es decir, resten a cada dato del conjunto el valor de la media y después sumen los resultados. ¿Qué resultado obtuvieron? _____

c) De acuerdo con lo anterior, si se agregan dos salarios, uno \$2 500 mayor que la media, ¿cuál debe ser el otro salario para conservar la misma media? _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 228), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 22. En esta lección se presentan problemas basados en experimentos aleatorio, algunos problemas son de completar tablas de frecuencia absoluta y relativa de ciertos eventos, así como calcular la probabilidad de eventos dados (F2, F3). En la Figura 91 se pide completar las tablas que relacionan la predicción y la probabilidad frecuencial de diferentes eventos (F2) con diferentes

repeticiones del experimento, por medio de preguntas indagadoras se pide el análisis de la probabilidad frecuencial con respecto al número de repeticiones del experimento (F1).

Figura 91. Probabilidad frecuencial

1. Lancen el dado las veces que indican las tablas. Antes de realizar el experimento, registren las veces que esperan que suceda cada evento, en la columna Predicción.
- a) Realicen el experimento y registren los resultados en la columna Probabilidad frecuencial. Consideren los 50 primeros lanzamientos para realizar el experimento 100 veces.

50 lanzamientos			100 lanzamientos		
Número	Predicción	Probabilidad frecuencial	Número	Predicción	Probabilidad frecuencial
1			1		
2			2		
3			3		
4			4		
5			5		
6			6		

Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 238), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

Matemáticas 2. Interacciones

Lección 1. En esta lección hay problemas situacionales de establecer una relación según el contexto y analizar las operaciones necesarias para aplicar la regla a valores en específico (F1, F2). También, hay problemas de encontrar la relación entre figuras, sus propiedades y elementos (F4). En la Figura 92 se muestra un ejercicio que da el factor de proporcionalidad entre el área de dos cuadrados, con el cual se debe calcular el área del cuadrado más grande (F2) y calcular el recíproco del factor (F2). Además, incentivar al análisis de los resultados (F1).

Figura 92. Proporción de figuras

4. A la medida del área del cuadrado se le aplicó el factor de proporcionalidad que se muestra. Determinen la medida del área de la reproducción; después, determinen el factor recíproco que permite volver a la misma área del cuadrado original.



- a) Al aplicar un factor de proporcionalidad (incremento o reducción) a un número, ¿qué sucede al aplicar al número resultante el recíproco del factor de proporcionalidad?

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 21), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 3. Los problemas de esta lección son de analizar una situación para establecer una relación (F1) o analizar propiedades ya establecidas (F1) para expresarlas como reglas. También hay problemas donde se evalúan las reglas (F2) para contestar preguntas o completar tablas. En otros problemas se pide plantear una situación donde se aplique alguna de las reglas encontradas (F1). En unos incisos de actividades de esta lección se pide encontrar la potencia a la que está elevado un número según los datos planteados (F3) como se muestra en la siguiente figura.

Figura 93. Completar la regla

1. Escribe el exponente que corresponde para obtener el resultado que se indica.
 - a) $2^{\square} = 64$
 - b) $4^{\square} = 64$
 - c) $3^{\square} = 27$
 - d) $5^{\square} = 625$
2. Completa las siguientes igualdades para que sean correctas.
 - a) $2^5 = 2^2 + \square = 2^2 \times 2^{\square}$
 - b) $5^9 = 5^{\square} + 5 = 5^{\square} \times 5^5$
3. Escribe la potencia que resulta al considerar los siguientes productos de potencias.
 - a) $3^3 \times 3^5 = \underline{\hspace{2cm}}$
 - b) $9^2 \times 9^7 = \underline{\hspace{2cm}}$
 - c) $25^9 \times 25^6 = \underline{\hspace{2cm}}$

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 39), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 4. En esta lección hay problemas de completar tablas de proporcionalidad (F2) y explicar el tipo de proporcionalidad y cómo se da su relación (F1, F3, F6). En la Figura 94 se muestra un ejemplo de las actividades que incluyen ejercicios de completar tablas (F2), preguntas indagadoras sobre el tipo de relación (F1) y el planteamiento de una ecuación (F6).

Figura 94. Tabla de proporción de una situación

- a) Completen la siguiente tabla para determinar lo que le corresponde pagar a cada persona, si fuera ese el número de los que habitan la casa.

Número de personas	1	2	3	4	5	6	7	8
Pago por persona (\$/personas)	8 200							

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 47), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 5. En esta lección se incluyen problemas de representar de distintas formas las reglas de las sucesiones y expresarla a partir de modelos geométricos (F2, F3, F4, F6). La tabla que se muestra en

la Figura 95 es un ejemplo de relacionar el área de una figura con los elementos de figuras más pequeñas que lo conformen (F4) y presentar la representación algebraica (F6).

Figura 95. Área de figuras compuestas

3. Considera las medidas del siguiente cuadrado y rectángulo, con ellos se construyeron las figuras de la tabla. Escribe de dos maneras diferentes el área de cada figura.

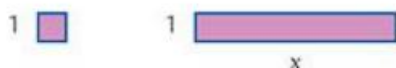


Figura	Expresión 1	Expresión 2

Nota. Captura de la página 54, Matemáticas 2 de Mancera y Basurto (2019).

Lección 6. Los problemas en esta lección son de deducir y usar relaciones entre los polígonos en la construcción de polígonos regulares (F2, F3, F4, F6). En la Figura 96 se muestra un análisis entre componentes de figuras geométrías regulares por medio de una Tabla (F4) y la conjetura de expresiones algebraicas que modelen estas relaciones por medio de preguntas indagadoras (F6).

Figura 96. Relación entre ángulos interiores, ángulo central y ángulo interior

Polígono regular	Medida de un ángulo central (°)	Suma de los ángulos interiores (°)	Medida de cada ángulo interior (°)
Triángulo equilátero			
Cuadrado			
Pentágono			
Hexágono			
Heptágono			
Octágono			
Nonágono			
Decágono			

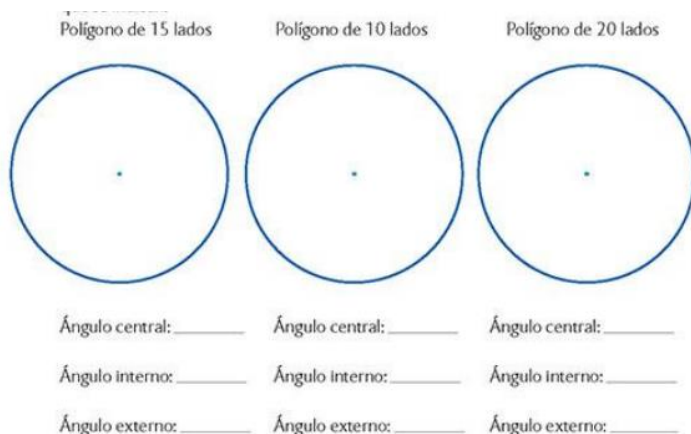
Nota. Adaptado de Matemáticas 2 (p. 65), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 7. En los problemas de esta lección se plantean encontrar la relación entre figuras geométricas y sus componentes (F1, F2, rango), el ejemplo del problema en la Figura 97 es de

inscribir una figura regular en una circunferencia e identificar las medidas de los ángulos de las figuras inscritas (F1, F2).

Figura 97. *Polígonos inscritos en una círculo*



Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 71), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 8. Problemas de analizar y recolectar datos de histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas de línea (F1, F2, F5, rango). En la Figura 98 se muestra una actividad con problemas de clasificar y analizar los datos por intervalos (F1, rango) para poder hacer el histograma, al principio se analiza el rango y cómo se va a dividir.

Figura 98. *Tabla con intervalos*

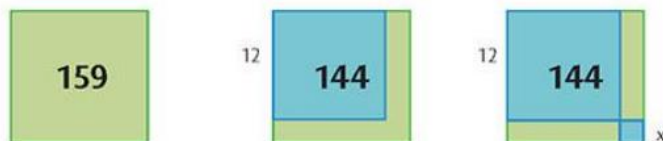
Clase	Intervalo (cm)	Marca de clase (cm)	Frecuencia
1	[10,)		
2	[,)		
3	[,)		
4	[,)		
5	[, 45)		

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 84), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 10. Los problemas de esta lección son de analizar, aplicar y aproximar las relaciones de elevar un número al cuadrado y la raíz cuadrada de un número. (F1, F2, F4). Por ejemplo, en la Figura 99 se muestra un problema acompañado del método de aproximación el cual es resolver una ecuación (F3).

Figura 99. *Aproximación a la raíz cuadrada*



Así, el cuadrado original es igual a un cuadrado de área 144, dos rectángulos de lados 12 y x , es decir, su área es igual a $12x$; además de un cuadrado de lados igual a x .

Como el cuadrado que vale x tiene un área muy pequeña se puede despreciar, es decir, omitirse para calcular el valor aproximado de la raíz de 159. Así se obtiene la ecuación:

$$144 + 24x = 159$$

a) Resuelvan la ecuación: _____

b) Así, la raíz cuadrada de 159 será aproximadamente: $12 + \text{_____} = \text{_____}$.

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 111), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 11. Los problemas presentes en esta lección se centran en el reparto proporcional (F1, F2, F3, F4). En la Figura 100 se muestra un problema situacional donde se plantean diferentes relaciones proporcionales que deben evaluarse según los datos para completar la tabla (F2) y contestar preguntas que indagan en la relación de los resultados con el total (F1, F2).

Figura 100. Reparto proporcional

4. Ahora, consideren que Juan y Pedro invitaron a Felipe a invertir en un nuevo juego. En esta ocasión, Felipe aportó \$10 000; Juan, \$4 000 y Pedro, \$6 000, para instalar el juego. Obtienen ganancias promedio de \$50 000 mensuales con este nuevo juego.

a) Completen la tabla a partir de la información anterior, consideren que las ganancias las reparten de manera proporcional a lo que cada uno aportó.

Tiempo	Ingreso total (\$)	Ganancia de Pedro (\$)	Ganancia de Juan (\$)	Ganancia de Felipe (\$)
Un año				
Dos años y medio				
Tres años años				
Cuatro años y tres meses				

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 117), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 12. En esta lección hay problemas para resolver mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones literales en sus diferentes representaciones (F1, F2, F3, F4). La actividad de la Figura 101 presenta una situación con el plantemiento de las relaciones dada, las cuales deben ser graficadas y analizadas (F1), por medio de preguntas indagadoras evaluando las relacion en diferentes puntos (F2) y resolviendo la problemática (F3).

Figura 101. Solución de ecuación de manera gráfica

2. En una tienda de ropa se vendieron 332 camisas de manga corta y manga larga, de las cuales, el número de camisas de manga larga vendidas fue el triple que la venta de camisas de manga corta. ¿Cuántas camisas de cada tipo se vendieron?

a) Realicen una gráfica para cada una de las dos relaciones que se establecen.

- Camisas de manga corta vendidas + camisas de manga larga vendidas = 332
- Camisas de manga corta vendidas = triple de camisas de manga larga vendidas.

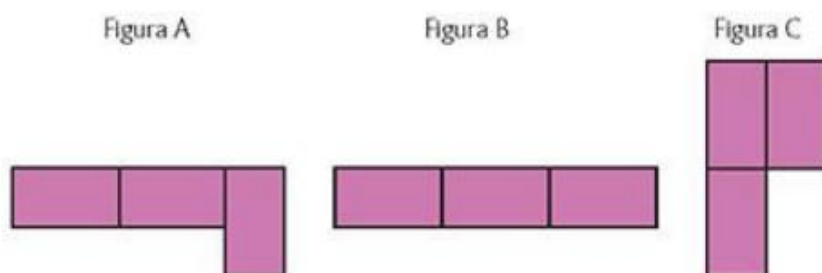
Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 124), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 13. Hay problemas de formular expresiones de primer grado para representar el área y perímetro de figuras geométricas (F1, F2, F3, F4). En la Figura 102 se debe completar una tabla con el valor del área y perímetro (F2) de figuras a partir del valor de los elementos de los rectángulos que los conforman (F4). Después de esa tabla se propone llenar otra con literales que representen los datos del rectángulo menor.

Figura 102. *Perímetro y área de composiciones geométricas*

1. Estas construcciones se hicieron con un rectángulo, cuyos lados miden 4 cm y 8 cm.



a) Escribe las operaciones y calcula el área y perímetro de las figuras A, B y C.

Figura	A	B	C
Propiedad			
Perímetro (cm)			
Área (cm ²)			

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 140), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 14. Los problemas de esta lección son de diferentes sistemas de medidas para su conversión (F1, F2, F3). Se pueden presentar en tablas o por medio de preguntas como en la siguiente figura.

Figura 103. *Conversión de unidades*

- a) A partir del peso en kg de la categoría paja, ¿cómo pueden determinar la equivalencia entre libras y kilogramos? _____
- b) ¿Cuántos kilogramos equivalen a 1 lb? _____
- c) ¿Cuántas libras equivalen a 1 kg? _____

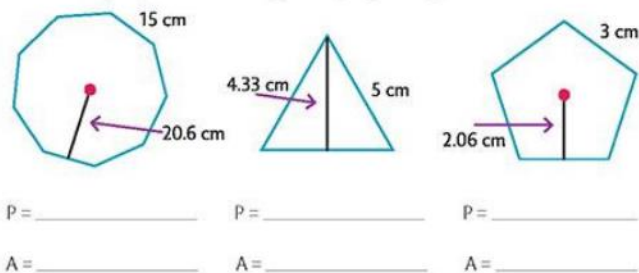
Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 148), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 15. En esta lección se pide analizar y plantear una fórmula general para calcular el área o perímetro de cualquier polígono regular (F1, F2, F6). En la Figura 104 se pide calcular el área y perímetro de diferentes figuras dado algunos datos (F2).

Figura 104. *Perímetro y área de figuras regulares*

1. Calcula el área y el perímetro de los siguientes polígonos regulares.



Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 159), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 16. Los problemas de esta lección son de calcular la media, moda y mediana de datos planteados por una situación o recolectados (F1), así como en análisis de la relación entre ellas (F1, F2, F4). La actividad en la Figura 105 desglosa el análisis de la media con los datos evaluados (F2) por medio de la tabla y preguntas indagadoras (F1), así mismo se aplica el valor absoluto (F2).

Figura 105. *Valor absoluto y análisis de la media*

3. Obtengan el valor absoluto de las diferencias con la media y súmenlos.

Dato	Dato – media	Valor absoluto	Dato	Dato – media	Valor absoluto
4	$4 - 5 = -1$	1	4	$4 - 5 = -1$	
4			4		
4			5		
4			5		
6			5		
6			5		
6			6		
6			6		
Total:			Total:		

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 166), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 17. En esta lección hay problemas situacionales con relaciones conocidas y que se piden se evaluar en un punto dado (F2). En algunos problemas se pide la conversión de diferentes monedas e incluso completar tablas (F2), destacando la relación como se muestra en la Figura 106. En otros problemas se pide hallar la relación según la situación planteada (F1) donde se busca la solución a una problemática con datos ya establecidos (F3).

Figura 106. *Tabla de conversión entre varias monedas*

Considera: 1 USD = 17.25 MXN = 566.35 CR = 31.07 NIO = 3.6 PEN.

Moneda	MEX	PEN	CR	NIO	USD
De MXN a...	18450.75	3 850.59			
De PEN a...	1 1772.1	2 456.80			
De CR a...			450 657.99		
De NIO a...				57 987.05	
De USD a...					3 500.25

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 179), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 18. En los problemas de esta lección se pide la conversión entre unidades y la expresión de números en su notación científica. Hay tablas donde se le aplican cierta operación a una lista de valores (F2) y preguntas donde busca el valor original al que se le aplicó cierta regla (F3). En la Figura 107 se muestran preguntas donde se pide encontrar la operación para convertir un número en otro (F3).

Figura 107. *Operaciones de conversión*

2. Con operaciones como las que se han resuelto en la sección anterior es sencillo realizar algunos cambios en los números o cifras, u operar con ellos.

a) ¿Con qué operaciones podrían convertir 12 345,6789 a 12 345 678,9 y a 12.3456789?

b) ¿Cómo expresarían 123 400 000 000 como una multiplicación de 123,4 por otra cantidad? ¿Cómo lo harían usando potencias de 10? _____

c) ¿Cómo se puede pasar del número 23,58 al número 0,02358 y al número 0,000002358?

d) Resuelvan lo anterior con potencias de 10: _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 189), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson Educación de México.

Lección 19. En esta lección hay problemas de analizar la variación lineal y la proporcionalidad inversa y sus diferentes representaciones (F2, F3, F5, F6, rango, dominio). En la Figura 108 se muestra un problema con la expresión algebraica general y se pide encontrar la expresión algebraica correspondiente a la situación (F6), graficar y tabular puntos (F1).

Figura 108. *Aplicación de propiedad física*

1. En la física y muchos campos de la ciencia las relaciones de proporcionalidad inversa son muy frecuentes. Por ejemplo, la relación entre la velocidad (v), la distancia (d) y el tiempo (t), está dada por la expresión: $v \times t = d$.

a) ¿Cómo pueden determinar el tiempo a partir de la expresión anterior? _____

b) Si se conoce el tiempo y la distancia, ¿cómo pueden determinar la velocidad a partir de la expresión anterior? _____

c) Un móvil tiene que recorrer una distancia de 12 km en línea recta a una velocidad constante. Elaboren una tabla que relacione la velocidad con el tiempo.

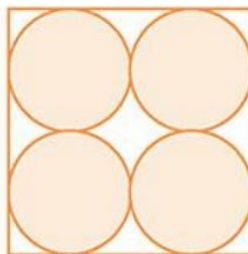
Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 196), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson Educación de México.

Lección 20. Se incluyen tablas de la aplicación del área y perímetro de figuras con medidas dadas (F2), también calcular el área de figuras compuestas encontrando la relación entre sus elementos (F2, F4). Otros problemas son de calcular el perímetro de figuras a partir de otras figuras (F2, F5) y de analizar la relación entre el perímetro de un círculo y el radio (F1). En la Figura 109 se presenta una figura compuesta y mediante preguntas se pide indagar la relación entre las figuras (F5) y calcular el área con base en los valores dados (F2).

Figura 109. *Aplicación de propiedades de las circunferencias*

1. Un productor de mermelada elaboró cajas para acomodar cuatro frascos en cada una como se muestra, y desea saber cuánto miden las botellas porque quiere aprovechar el espacio entre ellas para llenarlo con viruta de madera.

a) Si el diámetro de la base de cada frasco mide 14 cm, ¿cuál es el área de la base de la caja? Explica tu respuesta.



Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 213), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 21. Los problemas de esta lección son de calcular el volumen de prismas (F2) sin descomponer en otras figuras y establecer la fórmula general para calcular el volumen de prismas rectos con base cualesquiera de polígonos regulares (F6). También hay problemas que analiza los elementos de un cilindro y el cálculo de su volumen para terminar escribiendo una regla general (F6) como se muestra en la siguiente figura.

Figura 110. *Fórmula general del volumen de un cilindro*

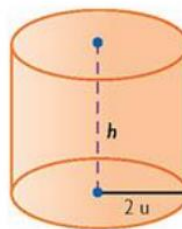
4. Aplicando la regla que escribieron en la actividad anterior, calculen el volumen del siguiente cilindro.

a) Si el radio mide 2 u, ¿cuánto mide el área de la base del cilindro? _____

b) ¿Cuál es su volumen si $h = 5.4$ u? _____

c) ¿Cuál es el volumen de un cilindro si su base mide 3.5 u de radio y tiene una altura de 6 u? _____

5. ¿Cómo puedes relacionar la fórmula para calcular el área del círculo, con la altura (h) de un cilindro recto, para generar una fórmula para calcular su volumen?



Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 221), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 22. En esta lección se presentan problemas de analizar eventos y calcular su probabilidad frecuencial y teórica (F2). Algunos problemas son de encontrar la frecuencia absoluta a partir de la frecuencia relativa y representarlo en tablas (F1, F2). También hay problemas de analizar la diferencia entre la probabilidad y los resultados de realizar un experimento aleatorio (F1). En la Figura 111 se presentan preguntas sobre la probabilidad teórica de eventos y analizar la diferencia entre la probabilidad de los diferentes eventos (F1).

Figura 111. *Probabilidad teórica*

d) Determinen la probabilidad teórica de que al realizar una extracción la pelota sea de cada color.

$P(R) = \underline{\hspace{2cm}}$ $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$ $P(V) = \underline{\hspace{2cm}}$

$P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ $P(N) = \underline{\hspace{2cm}}$



Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 230), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson Educación de México.

Matemáticas 3. Interacciones

Lección 1. Los problemas de esta lección se centran en analizar la relación entre la división y multiplicación de números enteros, para determinar los criterios de divisibilidad, así como problemas son de analizar sucesiones, identificar su regla (F1, F2, F6, dominio, rango). En la Figura 112 se presenta un ejemplo de comprobar si los números dados pertenecen a una sucesión (rango) previamente conjeturada (F1).

Figura 112. Elementos de del rango de una sucesión

	1. ^a posición	2. ^a posición	5. ^a posición	11. ^a posición	20. ^a posición
Número de puntos:	3				
Operación:	3×1				

Números	46	51	64	76	93	109	138
¿Está en la sucesión de puntos?							
Operación para demostrar la posición en la sucesión:							

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 17), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson Educación de México.

Lección 2. Los problemas son de hallar el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de dos, tres o cuatro valores, también se pide la descomposición en primos (F2, F3, dominio). En la Figura 113 se muestra una actividad donde se aplica el mínimo común múltiplo y máximo común divisor a una pareja de números (F2).

Figura 113. Evaluación de mcm y MCD

Resuelve las siguientes actividades.

1. Calcula el mcm y MCD de los siguientes números:

a) 14 y 16 mcm: _____ MCD: _____ b) 15 y 27 mcm: _____ MCD: _____

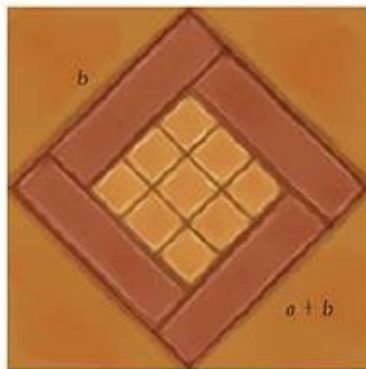
c) 36 y 100 mcm: _____ MCD: _____ d) 98 y 120 mcm: _____ MCD: _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 42), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson

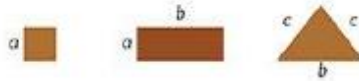
Educación de México.

Lección 3. Los problemas de perímetros y áreas están presentes en esta lección, se pide la expresión (F6) para calcular el perímetro y área polígonos regulares (F2) y de figuras compuestas a partir de elementos de otras figuras (F4, F2) como se muestra en la siguiente figura.

Figura 114. *Análisis de expresiones*



2. Con el diseño que se muestra a la izquierda, se cubrirá una pared y debe calcularse la cantidad de material que se requerirá para colocar el mismo diseño en varias partes; cabe señalar que las dimensiones de cada parte pueden cambiar, aunque se consideran las mismas proporciones de acuerdo con los siguientes requerimientos:



a) ¿Qué expresión algebraica corresponde al área que cubre el diseño de la izquierda?

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 51), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 4. En esta lección la mayoría de los problemas son de analizar e identificar la relación entre los ángulos y lados de figuras semejantes (F1, F2, F3). En la Figura 115 se pide trazar un triángulo semejante a otro triángulo y presentar la medida de los lados congruentes (F2), la constante de proporcionalidad utilizada y destacar la relación entre los ángulos y los lados faltantes (F1).

Figura 115. *Correspondencia entre figuras semejantes*

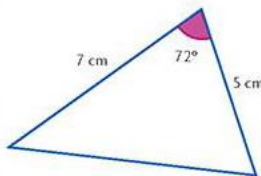
5. En el triángulo de abajo se indica la medida de dos lados y la del ángulo comprendido entre ellos.

- a) Tracen dos triángulos, en su cuaderno, que tengan dos lados proporcionales a 7 cm y 5 cm, y que el ángulo entre ellos siga siendo de 72° .
b) ¿Cuánto miden los lados correspondientes a los lados de 7 cm y 5 cm en las dos figuras?

c) ¿Qué proporciones guardan con respecto al triángulo original?

d) ¿Qué relación encuentran entre los ángulos de los tres triángulos?

e) Midan con su regla el tercer lado de cada triángulo. ¿Los lados correspondientes son proporcionales? ¿Por qué?



Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 75), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 5. Los problemas de esta lección se centran en analizar las ecuaciones y sus soluciones (F1, F2, F6). Otros problemas son de calcular y expresar algebraicamente el área de figuras compuestas conforme a los elementos de las figuras que lo componen (F2, F4, F6). En la siguiente figura se muestra un problema que pide el planteamiento ecuaciones que satisfaga con ser cuadradas, tener una respectiva cantidad de soluciones y la relación de discriminante de la expresión algebraica con el planteamiento de estas (F1).

Figura 116. *Situaciones conbasadas en ecuaciones*

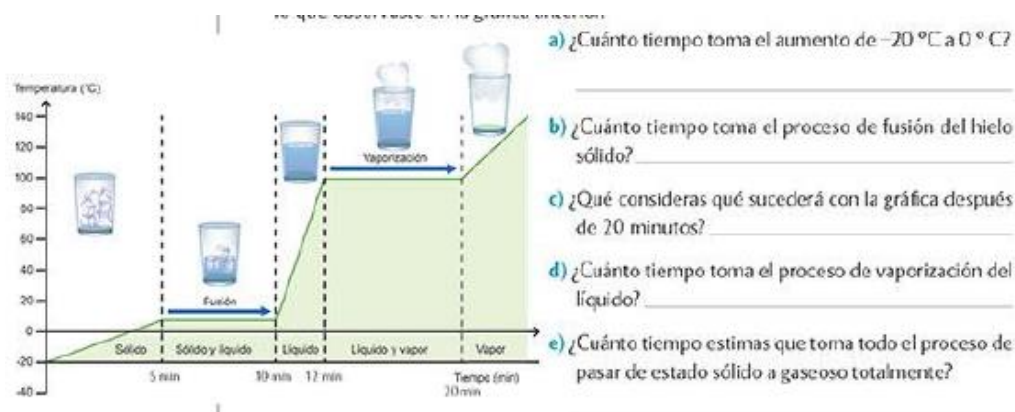
2. Plantea tres ecuaciones de segundo grado: una sin solución; otra, con una sola solución; y una tercera, con dos raíces diferentes. No es necesario tener el valor de las raíces adapta valores para el discriminante.
Comprueba que las ecuaciones que planteas tienen esas características.

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 107), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 6. En esta lección se presentan problemas con las gráficas ya dadas (F1, F5) para analizar y determinar cómo se comporta la curva, definir la expresión algebraica y encontrar los valores (F2, F3), también clasificar el tipo de expresión algebraica y de gráfica que representa la relación, así como analizar la relación por intervalos (F5) como en la Figura 117.

Figura 117. *Gráfica por partes*



Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 110), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson Educación de México.

Lección 7. Hay problemas de analizar las gráficas, de analizar la expresión de una función cuadrática, determinar, de identificar cuáles son ecuaciones y cuáles son funciones y establecer la entre la ecuación con la incógnita y entre la función y la variable (F1, F5, dominio, rango). En la Figura 118 se presenta un problema con una relación descrita y la propuesta de una expresión algebraica que resuelve la problemática por medio de preguntas se pide identificar si está bien la representación algebraica, si la expresión es una función o una ecuación y qué representa la literal. También se pide graficar los valores de la tabla y especificar con respecto a la situación qué representan los ejes.

Figura 118. Identificar si es función o ecuación

Pero como el artista requiere cubrir áreas de diferente tamaño, necesita una estrategia para decidir las dimensiones que deben tener los distintos rectángulos y así cubrir el área deseada. Un amigo matemático le dice que, si revisa lo que sucede con $y = x(20 - x)$, podrá resolver su situación.

a) ¿Es correcta la fórmula que le da el amigo al artista? Argumenten su respuesta.

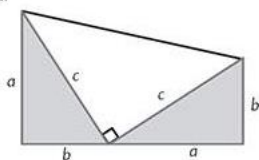
Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 133), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 8. En algunos problemas de esta lección se pide analizar y encontrar la relación entre lados de figuras dadas como de un triángulo rectángulo, justificando y usando el teorema de Pitágoras, (F1, F2, F3, F4). En la Figura 119 se pide calcular el área del cuadrilátero por medio de los datos de los triángulos que lo componen (F4) y motivando el análisis de la relación entre los lados de esos triángulos.

Figura 119. Área de composición de triángulos rectángulos

3. Dada la siguiente figura, utilicen sus conocimientos de álgebra para calcular su área de dos maneras, según se indica.



- a) Considerando toda la figura: _____
- b) Como la suma del área de los tres triángulos que la forman: _____
- c) Las dos expresiones anteriores representan la misma área. Iguálenlas y simplifiquen. Discutan a partir de la expresión final qué relación numérica existe entre los catetos a y b y la hipotenusa c .

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 141), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 9. En esta lección hay problemas situacionales de encontrar la relación y evaluarla en diferentes puntos, así como escribir una expresión que la modele, que defina bien a las variables y encontrar el valor de la variable independiente para un valor del rango dado (F3). Otros problemas son de completar la tabla con valores faltantes (F2, F3) y dada la relación o parejas ordenadas graficar. Por medio de preguntas indagadoras se pide la determinación de características de las ciertas gráficas, si es creciente o decreciente, si hay máximos o mínimos, donde corta a los ejes, si es simétrica de serlo encontrar el eje de simetría y para cuales valores está definida según la descripción, además de pedir la comparación entre varias relaciones. Algunos problemas dan la expresión algebraica con la cual se solicita completar la tabla y extenderla (F2) y graficar con solo la expresión. Por ultimo, se encuentra en esta lección los problemas donde se pide el estudio de la expresión de la función cuadrática, lo que representan los coeficientes de la relación para la graficación y dados valores determinar si pertenecen al dominio o al rango. En la Figura 120 se presenta un problema situacional de donde se debe establecer la relación, hacer una tabla de valores, graficarlos y contestar las preguntas indagadoras sobre el punto máximo y encontrar el valor de la variable independiente cuando el proyectil regresa al número original (F3).

Figura 120. *Análisis de una función*

1. Se desea conocer la altura que alcanza un proyectil lanzado verticalmente con una velocidad inicial de 20 m/s después de 1, 2 y 4 segundos. Considerando que se lanza desde una posición inicial igual a cero.
- a) En tu cuaderno, elabora una tabla y una gráfica en la que se represente la situación.
- b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el proyectil? _____
- c) ¿Cuánto tiempo tarda en caer el proyectil a la posición inicial? _____

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 181), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 10. Los primeros problemas en esta lección son de análisis y aplicación de las razones trigonométricas (F1, F2, F3). También se piden las evaluaciones de las funciones trigonométricas en ciertos ángulos y por medio de preguntas indagadoras ver la relación entre el seno y coseno de 30 y

60 así como seno y coseno de 45. En la Figura 121 se presenta un ejemplo de problemas con aplicación de las razones trigonométricas.

Figura 121. Aplicación de las razones trigonométricas



3. Resuelvan los problemas a partir de lo analizado hasta este momento. Si lo requieren, consulten las tablas de las razones trigonométricas que están al final del libro. La siguiente imagen representa la sombra que proyecta una antena de comunicación cuando el sol se eleva sobre el horizonte con un ángulo de 60° de inclinación.

a) ¿Respecto al ángulo de 60° , la sombra de 35 m es cateto opuesto o adyacente?

b) ¿Respecto al ángulo de 60° , la sombra de 35 m es cateto opuesto o adyacente?

c) ¿Respecto al ángulo de 60° , la sombra de 35 m es cateto opuesto o adyacente?

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 194), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 11. Los problemas de esta lección son problemas situacionales con tabla de datos de los cuales se pide calcular su moda, mediana, media, rango y desviación estandar (F2). Un ejemplo de las situaciones planteadas se muestra en la siguiente figura.

Figura 122. Aplicación de medidas de tendencia central y dispersión

2. Los conjuntos de datos muestran las llamadas hechas por dos empleados de un centro telefónico de ventas que fueron calificadas satisfactoriamente durante 14 días. Los dos empleados compiten por un nuevo puesto dentro de la empresa.

	Número de llamadas hechas por día													
Empleado 1	15	15	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	45	45
Empleado 2	15	15	20	30	30	30	30	30	40	40	40	40	40	45

Al corporativo le representa un beneficio mayor quedarse con el empleado que fue más consistente en su número de llamadas calificadas satisfactoriamente.

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 200), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson

Educación de México.

Lección 12. Los problemas de esta lección son de estipular cómo calcular y calcular la probabilidad teórica de eventos mutuamente excluyentes, eventos singulares, eventos compuestos, eventos equiprobables y unión de eventos, así como el análisis de las características de cada tipo de eventos. Algunos problemas piden la descripción del espacio muestral de un experimento aleatorio, el análisis de la probabilidad con reemplazo. También hay problemas donde se completan la tabla con datos según la descripción y otros donde se calcula la probabilidad frecuencial. Al final se presentan problemas que involucran gráficas, tanto de representar según una tabla de frecuencias como de analizar una ya dada. En la Figura 123 se presenta una tabla de frecuencia de un experimento aleatorio realizado y se motiva a la comparación con la probabilidad clásica del mismo evento.

Figura 123. Probabilidad clásica y gráfica

En la gráfica, pueden observar que la frecuencia relativa de "águila" varía cerca de 0.5, que es un valor que se espera para una moneda, porque considerando la probabilidad clásica, la probabilidad de obtener águila al lanzar una moneda es 0.5.

Suponiendo que las frecuencias relativas acumuladas son las que se muestran en la siguiente tabla, respondan las preguntas.

Lanzamientos	1 a 5	1 a 10	1 a 15	1 a 20	1 a 25	1 a 30	1 a 35
Águila	0.6	0.7	0.667	0.7	0.68	0.7	0.511

c) Reflexionen y concluyan. ¿Es este el comportamiento que se espera de una moneda

legal? ¿Por qué? _____



Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 221), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson

Educación de México.

Observaciones saga Infinita secundaria

La saga se divide en promedio en dos lecciones por secuencia, comenzando en ocasiones con problemas numéricos y seguidos de problemas de aplicación del tema en desarrollo.

En el libro de *Matemáticas 1*, los aspectos predominantes del modelo 3UV son F1 y F2. Las secuencias se centran en la correspondencia y cuentan con las tablas como recursos principales. Cuando se presentan estas actividades aparecen tanto F2 como F1, ya que en su mayoría las tablas muestran unos valores relacionados de los cuales se debe extraer la regla (F1) y luego evaluar esa regla para completar la tabla (F2). Por otro lado, F4 y F5 aparecen en menos secuencias, el análisis en los primeros libros suele ser puntual por lo cual no se ve el comportamiento de la relación por intervalos y solo en problemas de semejanza se distingue la covariación. Las expresiones analíticas (F6) se distinguen en las secuencias que presentan los tipos de variaciones y la conjetura de fórmulas para el área, el perímetro o el término de una sucesión. El aspecto F3 es utilizado como reafirmador de las relaciones, en su mayoría están presente en las tablas de valores faltantes y aparece poco en las preguntas, además que las tablas con valores faltantes también suelen recurrir a F2. Así que F2 suele aparecer en los mismos problemas que F3. La aparición de graficas se focaliza en el análisis de la relación entre variables y ubicación de puntos.

En el segundo libro de interacciones se empieza aplicar las relaciones desarrolladas en el primer libro como herramientas para la solución de problemas. La presencia del aspecto F6 aparece en más problemas a comparación del primer libro, gracias a que hay más problemas que dan la relación a través de una expresión y por la aplicación de tablas que desglosan el procedimiento para la obtención del valor de la variable dependiente. El aspecto F1 sigue predominando en este libro, pero ahora con el análisis de más sistemas de representación y se mantiene la mancuerna de F2 y F3.

La covariación es impulsada (F4) gracias a los problemas de analizar gráficas y la proporcionalidad de figuras semejantes y el cálculo de sus áreas o perímetros. Los intervalos de variación siguen siendo los menos presentes, pues aparecen solo en problemas con gráficas, pero no en las hechas por el alumno. Las gráficas se acompañan de una tabla, el análisis sigue siendo puntual por lo que son escasos los problemas que cumplen el aspecto F5.

El libro de Matemáticas 3 de Infinita secundaria tiene mucha más presencia de F5 ya que hay más secuencias que solo presentan problemas contextuales con una gráfica de apoyo, en la cual se debe analizar la relación entre las variables. Unas gráficas son de relaciones conocidas y otras son el modelado de situaciones que principalmente tiene comportamientos no continuos o gráfica está dada por partes. Al tener secuencias donde el tema principal son ecuaciones y funciones, se desarrollan características de la función como los puntos máximos, mínimos, el dominio o el rango. También hay problemas para determinar la diferencia entre una función y una ecuación donde se debe deducir el método gráfico para la identificación de gráficas de funciones. A su vez, se toman más características algebraicas para la representación de relaciones cuadráticas (F6) y métodos de solución de ecuaciones de segundo grado. Con respecto a trigonometría, el libro muestra primero el cálculo del seno, coseno y tangente de ángulos específicos, después el valor de estas funciones para números reales y por último la aplicación de las funciones trigonométrica inversa, pero únicamente con la calculadora.

Observaciones saga Interacción

Esta saga se centra en el análisis matemático de los temas que contiene, sí muestra actividades con problemas situacionales, pero no todas las lecciones los tienen. En cuanto al modelo 3UV los aspectos más frecuentes son F1 y F2 en todos los libros. Aunque no muy despegado, el siguiente más frecuente es F6 que desde el primer periodo del primer libro se puede ubicar. Las gráficas también son escasas, pero eso no impide el análisis por intervalos (F5), ya que por medio de preguntas indagadoras este aspecto se visualiza principalmente en los libros de Matemáticas 2 y Matemáticas 3.

El aspecto F4 aparece en múltiples lecciones ya que en los tres libros se proponen problemas de hallar perímetro, área o medidas de figuras a través de figuras que lo componen, lo que provoca la covariación. En cuanto el aspecto F3, se hace presente en varios problemas donde no aparece el aspecto F2, esto incrementa por el alto número de lecciones en las que se presentan problemas de valores faltantes.

Las notaciones toman un papel importante en estos libros ya que desde el segundo libro se incluye la notación $F(x)$ para la evaluación de una relación. Además, desde el primer libro algunos problemas hacen énfasis en encontrar una variable en función de otra. También los libros presentan reglas conocidas, por ejemplo, se puede identificar el valor absoluto y la exponencial de base 10 como funciones, en las cuales se desarrollan principalmente con F2.

Varios ejercicios por medio de preguntas indagan sobre el dominio y rango de las relaciones funcionales presentes, cuestionando si ciertos valores son posibles encontrar como resultados de una aplicación o si se puede evaluar cierto número en la expresión de la relación. Además, los problemas con gráficas abarcaban características de la función como la intersección con los ejes, los puntos máximos que puede tener la gráfica y un poco de continuidad, este último se desglosa de querer predecir el comportamiento de una gráfica con tan solo unos puntos propuestos por una tabla, averiguando cómo unir esos puntos.

4.2.4 Tipos de soluciones

El siguiente análisis agrupa los tipos de procedimientos propuestos en los libros para dar solución a problemas, en los cuales se está aplicando algún aspecto de la relación funcional. En general, a lo largo de las lecciones hay pequeñas descripciones que explican qué son y de qué manera aplicar estas

estrategias. En la Tabla 9 se concentran las estrategias para estos procedimientos y los aspectos de la relación funcional o características de la función que se emplean en su aplicación.

Tabla 9. *Tipos de soluciones*

Libro	Bloque	Estrategias
Matemáticas 1. Infinita secundaria	UNIDAD 1	• Aplicar la constante de proporcionalidad y la conversión de unidades (F2, F3). • Comparar figuras (F2, F3, F4). • Extraer parejas ordenadas de una gráfica (F1). • Identificar valores de la gráfica (rango y dominio). • Ubicar puntos en el plano cartesiano (Identificar tipo variables).
	UNIDAD 2	• Encontrar la razón entre magnitudes (F4). • Convertir en términos semejantes (F2). • Sustituir valores en una expresión algebraica, identificar la pendiente de una recta, determinar la razón de cambio de una gráfica dada y hallar el Inverso multiplicativo (F2, F3). • Aplicar la regla de tres (F3). • Comparación de expresiones algebraicas (F6). • Graficar expresiones algebraicas (dominio, rango, tipo de variable). • Comparación de graficas (pendiente positiva, negativa). • Comparar puntos de las gráficas (creciente, decreciente). • Identificar parejas ordenadas (F1, rango y dominio).
	UNIDAD 3	• Encontrar puntos sobre las gráficas (F1, tipo de variable). • Identificar la intersección de la gráfica con los ejes cardinales (F1). • Identificar los ejes de simetría (F1, simetría). • Calcular la pendiente de la recta y calcular la razón de cambio (F1, F2, F2). • Evaluar las expresiones, la conversión de unidades e identificar el tamaño proporcional a una frecuencia de un total (F2, F3). • Encontrar la diferencia entre dos términos consecutivos de una sucesión (F1). • Probabilidad frecuencial (F2). • identificar la progresión aritmética y comparar ecuaciones (F1, F6). • Interpretación geométrica de expresiones (tipo de variable, F1). • Comparación de puntos de una misma gráfica (F1, F5, positiva, negativa). • Diagramas de árbol (rango).

Matemáticas 2. Infinita secundaria	UNIDAD 1	• Encontrar la constante de proporcionalidad (F1, F2, F3). • Hallar el factor recíproco (F1, F3). • Diagrama de árbol (dominio). • Aproximación de raíz cuadrada, con escuadra y compás, método babilónico para raíz y relacionar la gráfica de línea con un polígono de frecuencia (F1). • Conversión de unidades, hallar el porcentaje de datos y aplicar el factor de conversión (F2, F3). • Tabular los datos de una gráfica (tipo de variable). • Identificar intervalos (dominio, rango). • Identificar el punto máximo o mínimo de la gráfica (F2). • Convertir de porcentaje a frecuencia (F1, F2).
	UNIDAD 2	• Encontrar la constante de proporcionalidad (F1, F2, F3). • Encontrar valores faltantes y encontrar raíces de ecuación (F3). • Convertir una proporción directa a un reparto inverso, comparar parejas de ordenadas y comparar datos de una tabla y relacionar los datos con la media, mediana y moda (F1). • Sustituir valores en una expresión algebraica (F2, F3). • Expresar algebraicamente una gráfica (F6). • Dividir una figura en figuras (F5). • Comparar los puntos en una gráfica (F1, creciente, decreciente, máximo, mínimo, etc.). • Evaluar la variación en valores que se acercan a un punto (continuidad). • Buscar la intersección entre dos rectas a partir de la ecuación de la recta (dominio, rango).
	UNIDAD 3	• Encontrar la diferencia entre términos consecutivos (F1, F2). • Sustituir valores en las expresiones (F1, F3). • Calcular perímetro a partir de otra figura y estimar el volumen con otras figuras (F4). • Calcular valores faltantes (F3). • Comparar expresiones algebraicas (F6). • Comparar probabilidades (F1, F2). • Identificar casos favorables y calcular el espacio muestral (dominio).
Matemáticas 3. Infinita	UNIDAD 1	• Identificar la razón de semejanza (F4). • Aplicar las reglas (F1, F3). • Calcular la media, mediana y moda (F2). • Comparación de valores de tablas (F1). • Comparar gráficas (pendiente, creciente, decreciente, rango).

Matemáticas 1. Interacciones	UNIDAD 2	• Identificar la constante de proporcionalidad, evaluar puntos de la gráfica en ecuación y calcular la razón de cambio (F1, F2). • Evaluar expresiones (F2, F3). • Calcular el área de una figura con otras (F4). • Calcular valor faltante (F3). • Aplicar la fórmula general (F2). • Identificar el discriminante (F2, F6). • Analizar los componentes de la ecuación general (F6). • Graficar puntos (tipo de variable, F6). • Analizar la gráfica por intervalos (F5). • Obtener el vértice con la expresión algebraica (F2, F6). • Comparación de gráficas (pendiente, creciente, decreciente, rango). • Comparar puntos de una gráfica (decreciente, creciente, máximos, mínimo, etc.). • Identificar la recta de simetría (simetría, dominio). • Hallar la intersección de la gráfica con los ejes (rango, dominio).
	UNIDAD 3	• Identificar la expresión de una gráfica (F2, F6). • Aplicar la congruencia de ángulos y Aplicar la suma de probabilidades (F1). • Aplicación del teorema de Pitágoras y aplicación de razones trigonométricas (F2, F3). • Aplicación de tabla trigonométrica (F1, F2). • Calcular la probabilidad de eventos (F2). • Establecer el diagrama de árbol (dominio). • Identificar los datos de una gráfica (F1, tipo de variable). • Descomponer eventos en eventos excluyentes (dominio).
	PERIODO 1	• Calcular el área con otras figuras (F2, F4). • Conversión valores (F2, F3). • Regla de tres simple (F3). • Aplicar la regla del término enésimo de una sucesión aritmética (F1).
	PERIODO 2	• Convertir en ecuaciones equivalentes y comparación de expresiones (F6). • Calcular el porcentaje (F2). • Comparación entre gráficas (pendiente, creciente, decreciente, rango).

	PERIODO 3	• Ubicar puntos en la gráfica (dominio, rango). • Analizar por intervalos con la expresión algebraica (F5). • Comparar gráficas (pendiente, creciente, decreciente, rango). • Identificar la razón de cambio (F1, F2). • Encontrar la diferencia términos consecutivos e identificar la frecuencia absoluta y relativa (F1). • Determinar el volumen de una figura con otra (F4). • Aplicar la regla de tres (F3). • Conversión de unidades (F2, F3). • Calcular la probabilidad frecuencial y Calcular la Media, mediana y rango (F2). • Determinar el espacio muestral (dominio). • Establecer el diagrama de árbol (rango).
Matemáticas 2. Interacciones	PERIODO 1	• Comparar los puntos en las gráficas (creciente, decreciente). • Aplicar o hallar el factor de proporcionalidad (F1, F2). • Aplicar la regla de tres (F3). • Ubicar puntos en un plano (tipo de variable). • Extraer los puntos de una gráfica (F1). • Calcular la pendiente de una gráfica (F1). • Comparar la gráfica por periodos (F5). • Calcular el área de una figura con otras (F6).
	PERIODO 2	• Aplicar la raíz cuadrada, calcular la desviación media, calcular la medida, mediana, moda y rango, aproximaciones de raíz cuadrada por converger al número, aplicar el método de sustitución (F2). • Ubicar puntos en una gráfica (tipo de variable). • Hallar la intersección de la gráfica con los ejes (F1, dominio, rango). • Identificar la intersección entre dos gráficas (dominio, rango). • Calcular el área y perímetro de figuras con otras figuras (F2, F4). • Conversión de unidades (F2, F3). • Hallar valores faltantes (F3). • Comparar datos de gráficas o tablas (F1).
	PERIODO 3	• Calcular el valor faltante (F3). • Conversión de unidades (F2, F3). • Graficar puntos de una tabla (tipo de variable). • Identificar los puntos de intersección con los ejes (dominio, rango). • Hallar la constante de proporcionalidad (F1, F2). • Calcular la probabilidad teórica o frecuencial (F2).

Matemáticas 3. Interacciones	PERIODO 1	• Aplicar los criterios de divisibilidad y evaluar la regla (F2). • Calcular el área y volumen de figuras con otras (F4). • Hallar la constante de proporcionalidad (F1, F2). • Aplicar los criterios de congruencia de figuras (F1). • Calcular el valor faltante (F3).
	PERIODO 2	• Aplicar la fórmula general (F2). • Extraer puntos de una gráfica y aplicar la factorización (F1). • Identificar vértices (F2, F6). • Calcular el área de una figura con otras figuras (F4). • Análisis por intervalos (F5). • Graficar valores de una tabla (tipo de variable). • Hallar la intersección de la gráfica con los ejes (dominio, rango). • Extraer ecuaciones de una función (F6). • Comparar gráficas (F1, creciente, decreciente, máximo, mínimo, etc.). • Identificar la Intersección de gráficas (dominio, rango) • Aplicar el teorema de Pitágoras (F2, F3).
	PERIODO 3	• Comparar los intervalos de una misma función (F5). • Hallar el vértice (F2, F6). • Aplicar las razones trigonométricas, calcular la probabilidad frecuencial, calcular la probabilidad clásica y evaluar la expresión (F2). • Calcular el espacio muestral (dominio). • Comparar gráficas (F1, creciente, decreciente, máximo, mínimo, etc.). • Trazar gráficas (tipo de variable, continuidad). • Graficar puntos (tipo de variable).

Nota. Elaboración propia.

El papel más importante para estas estrategias está dado desde los tipos de problemas. Según lo observado en ambas sagas, en su mayoría los problemas se acompañan con más de tres preguntas indagadoras, las cuales guían para encontrar la solución principal. Estas preguntas guían en el pensamiento funcional, pero evita una solución la aplicación de la relación funcional en las soluciones dejando el desarrollo de los aspectos del modelo 3UV principalmente a los tipos de problemas.

Hay problemas que no tienen una estrategia marcada, donde el alumno ponga en práctica F1 o F4, pero en el momento de analizar lo descrito en la situación y no en la obtención del resultado. Estos resultados son calculados por medio de operaciones completamente numéricas en las cuales influye más algo aritmético que una aplicación de relación funcional, por ejemplo, la conversión de fracciones a decimales. Lo anterior es diferente a la evaluación de reglas o propiedades ya dadas, como las de la Tabla 11, en donde se debe de identificar el papel que tiene cada variable y su variación, por ello ahí sí se desarrolla un pensamiento funcional.

4.2.5. Aparición de definiciones

En esta sección se recopilan las definiciones presentes en los libros que son de ayuda para la explicación de la función y sus características. Cada saga incluye estas definiciones de diferentes formas, en los libros del Editorial Castillo se muestran en una sección de apoyo en forma de rectángulo azul en el margen de las páginas titulado “glosario” y en rectángulos más grandes entre el texto, los cuales resaltan información importante del tema que se está desarrollando. En cuanto a los libros de la Editorial Interacciones se incluyen en la sección flotante llamada “glosario”, los que se identifican como cuadros pequeños a los costados de los ejercicios y cuyo objetivo es facilitar la comprensión con la definición de términos matemáticos recurrentes durante el libro. La otra forma es por medio la sección complementaria “Aprendamos” donde se describen aspectos teóricos. Cabe resaltar que al final de los libros de la saga de Interacciones se concentran las definiciones dadas en todo el libro.

En la siguiente tabla se muestran las definiciones que aparecen en cada lección o secuencia las cuales son importantes para la concepción de la función.

Tabla 10. *Definiciones presentadas*

Libro	Bloque	Por lección/secuencia
Matemáticas 1. Infinita secundaria	Unidad 3	Secuencia 16 Relación funcional , Variable, Constante, Variable dependiente, Variable independiente, Variación proporcional y Expresión algebraica.
		Secuencia 17 Pendiente de una recta, Razón de cambio, Ordenada al origen, Variación lineal, y Rapidez.
		Secuencia 19 Sucesiones crecientes, Sucesiones decrecientes y Regla general.
Matemáticas 2. Infinita secundaria	Unidad 2	Secuencia 14 Gráfica creciente y Gráfica decreciente.
Matemáticas 3. Infinita secundaria	Unidad 2	Secuencia 10 variación cuadrática y vértice de una gráfica.
	Unidad 3	Secuencia 14 Expresión algebraica, Ecuación, Identidad, Variable independiente y Variable dependiente. Función
Matemáticas 1. Interacciones	Periodo 1	Lección 6 Literales.
	Periodo 3	Lección 16 Variable dependiente, Variable independiente y Funciones lineales.

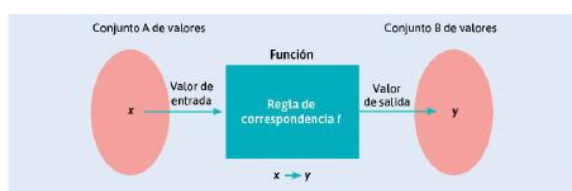
		Lección 17 Ordenada al origen, Razón de cambio y Pendiente de la recta.
Matemáticas 2. Interacciones	Periodo 1	Lección 4 Variables, Constante, Variación proporcional y Constante de proporcionalidad.
		Lección 5 Expresión algebraica.
Matemáticas 3. Interacciones	Periodo 2	Lección 7 Variables y Constante.
	Periodo 3	Lección 9 La notación $f(x)$ y Función cuadrática.

Nota. Elaboración propia

A lo largo de las lecciones se definen funciones como la del valor absoluto o las trigonométricas, pero no se incluyen estos conceptos ya que solo se están contemplando aquellos que contribuyan la definición de función y no el ejemplo de ellas. Al igual que conceptos como la proporcionalidad que son relaciones funcionales y se presentan en muchos problemas, pero no influyen en la sinterización del concepto.

Por parte de la saga infinita secundaria se introduce la definición de función a finales del libro Matemáticas 3, esta definición marca características únicas de la función, un ejemplo y un diagrama que simboliza la idea conjuntista como se muestra en la Figura 123 pero previamente la saga presenta en el libro de Matemáticas 1 la definición de relación funcional.

Figura 124. Definición de función



Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 207), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Por otro lado, la saga interacciones no presenta una definición del concepto de función. Lo que se incluye en el primer libro es la definición de función lineal y en el tercero la definición de función cuadrática a la notación de los valores que se obtienen de una función f de x , es decir $f(x)$, ambas enfocadas en las expresiones algebraicas.

4.3. Aspectos fenomenológicos

Se consideran los temas principales de cada actividad, algunos están enfocados a la vida cotidiana, otro a ciertas disciplinas o en áreas de la ciencia como de la física, biología, química, etc.

Matemáticas 1. Infinita secundaria

Los problemas de este libro se enfocan en diversas situaciones de proporcionalidad directa donde se debe identificar la relación entre los conjuntos que se ponen en análisis por ejemplo la cantidad de pintura y el área que se va a pintar, la carga de un teléfono con el tiempo que tarda, la conversión entre monedas de diferentes países y una situación que se desarrolla en varios problemas es la tarifa de taxi, donde se estudia diferentes situaciones lineales. En cuanto a los temas de física desde el principio se empieza a tratar con problemas que relacionen distancia y tiempo y conforme van avanzando las unidades los problemas empiezan a llamar relaciones de rapidez y de velocidad. También se incluyen temas como dilatación térmica o situaciones alrededor de celdas fotovoltaicas.

Matemáticas 2. Infinita secundaria

En este segundo libro se retoman situaciones con temas vistos en el primer libro como la tarifa de taxis y la velocidad. Se incluyen otros como el estudio de la ley de la demanda y de la observación de una sustancia activa. En cuanto a la física empiezan abarcar temas que incluye el cálculo de Masa. La diversidad de temas disminuye, pero sigue habiendo situaciones de la vida cotidiana como la relación entre pintores y horas de trabajo o la producción de una fábrica.

Matemáticas 3. Infinita secundaria

La mayor cantidad de diversas situaciones está en matemáticas tres. Este libro presenta más de once situaciones de la vida cotidiana las cuales también son representadas por gráficas y tablas. Por el análisis a las expresiones de segundo grado aparecen problemas sobre el disparo de un proyectil y no deja a un lado los problemas de velocidad y desplazamiento. También se incluye el estudio en el área biológica con el crecimiento de bacterias, la preservación de la vaquita marina y la emigración de hormigas.

Matemáticas 1. Interacciones

Las primeras lecciones de este libro se centran en el estudio de propiedades matemáticas como la conversión de fracciones a decimales, números simétricos o áreas de figuras. Conforme pasan los periodos se empiezan a incluir algunos problemas con situaciones de la vida común como ir de compras o el pago de servicios para la aplicación de la proporcionalidad relacionando precio y kilos o precio y litros. También se incluye algunos problemas de cambio de monedas y en cuanto a los temas de física en el último periodo se incluye la velocidad y la presencia de los Kilowatts. Igual en el último periodo se hace un estudio sobre las emisiones del dióxido de carbono.

Matemáticas 2. Interacciones

En cada periodo hay lecciones donde a lo más se plantea una actividad con una situación, la mayoría de los problemas situacionales se concentran en el tercer periodo. En el último periodo destaca la incursión de nuevos conocimientos de física como la ley de Boyle y su estudio a la relación entre las variables. La mayoría de los problemas están relacionados con la obtención de áreas, perímetros o volúmenes.

Matemáticas 3. Interacciones

Las situaciones planteadas en este libro principalmente están dadas por la descripción de una gráfica en el segundo periodo. Se tocan temas como el flujo contante, la velocidad de consumo de gasolina, la variación de estados del agua, el crecimiento poblacional y la modelación del comportamiento de un sonar marítimo.

Observaciones de fenomenológicos

Ambas sagas hacen referencia desde el primer bloque del libro de matemáticas uno a la relación distancia-tiempo, fracciones-decimales y áreas o perímetros, solo que la saga interacciones presenta más problemas con estudios matemáticos y pocos problemas situacionales en los cuales la relación distancia. Tiempo se queda en solo eso hasta el último periodo y en Infinita secundaria en el mismo libro incrementa los problemas con este tópico y transcurre a ser la velocidad para la segunda unidad. La saga infinita secundaria en general tiene varios problemas situacionales por los cuales en cada libro se incluyen temas de diversas ciencias, principalmente de física.

4.4. Sistemas de representación

En esta sección se desglosan los sistemas de representación, ya sean tablas, gráficas, problemas verbales o expresiones analíticas, donde se hace presente la relación funcional. A su vez se detallan las formas en la que se utilizan estas representaciones.

En la Tabla 11 se especifica qué tipo de representaciones hay en cada bloque o unidad y se clasifican en tres vertientes. La primera, son las **tablas** en las cuales se incluyen las de proporcionalidad directa, proporcionalidad inversa, las tablas de datos que relacionan dos conjuntos particulares, las de espacio muestral, de puntos de una gráfica entre otras que se especificaran en el concentrado. La segunda vertiente son las **gráficas**, aquí se engloban las de proporcionalidad directa, proporcionalidad indirecta, las lineales, las cuadráticas, trigonométricas, etc., también aquí se abarcan las gráficas de barra o de círculo. Para finalizar está la vertiente de las **expresiones analíticas**.

En todos los bloques y/o unidades la relación funcional está presente por medio de problemas verbales por lo cual este recurso se dejará fuera de la tabla entendiendo que están presentes en todas las lecciones.

Tabla 11. *Representaciones de la relación funcional*

Libro	Bloque	Representación
Matemáticas 1. Infinita secundaria	1	➤ Tablas El total en esta unidad son veintiuno, la mayoría representan la relación entre dos conjuntos de números.
	2	➤ Tablas Esta unidad cuenta con treinta y nueve tablas. Aunque las primeras son tablas de proporcionalidad directa, gran parte de las tablas se centran en organizar los datos que sirven para la obtención de medidas de tendencia central. ➤ Gráficas En esta unidad se presentan cinco gráficas. En la actividad de cierre de la secuencia quince se muestran dos gráficos combinados (de barra y de línea) los cuales se analizan por medio de preguntas. Las otras tres graficas son lineales, su papel es de apoyo para ubicar puntos según el problema propuesto.
	3	➤ Tablas

Matemáticas 2. Infinita secundaria		Las sesenta y ocho tablas que hay en esta unidad se dividen en prácticamente en dos tipos, de variación proporcional y de sucesiones. En la segunda principalmente relacionando el valor de la sucesión con la posición. ➤ Gráficas Es la unidad de este libro donde más gráficas se muestran, treinta y cuatro, la gran mayoría con respecto a la variación proporcional. Las restantes ocho son gráficas circulares y de barras.
	1	➤ Tablas En esta unidad se presentan cincuenta y nueve, en su mayoría son de temas de proporcionalidad. Las características principales de las tablas en esta unidad es que como parte de su estructura incluyen una columna donde se describe el cálculo realizado. Menos del 10% son tablas que organizan información. ➤ Gráficas En las últimas lecciones de esta unidad es donde se empiezan se concentran las gráficas. Son un total de catorce gráficas, el 50% son gráficas de líneas. El otro 50% incluye una gráfica cuadrática y una de raíz cuadrada, una circular, un histograma y gráficas de barras. ➤ Expresiones analíticas Las expresiones que aparecen son para representar una regla de asociación en las tablas.
	2	➤ Tablas Las cuarenta y siete tablas de esta unidad se distribuyen a lo largo de todas las lecciones. Alrededor del 20% son de evaluaciones a ecuaciones de dos variables. Aproximadamente el 30% son tablas de proporcionalidad, en las cuales se deben calcular los valores faltantes y algunas de ellas también incluyen la columna de procedimientos. El 40% son tablas donde se debe encontrar la relación. El resto es de evaluar las fórmulas de área con diferentes parámetros. ➤ Gráficas Las cuatro gráficas en esta unidad están modelando una situación que debe ser analizada. Hay más planos cartesianos para que el lector sea el que grafique. ➤ Expresiones analíticas Se presentan para expresar ecuaciones lineales de dos incógnitas y explicar fenómenos físicos. Dos para calcular el área de figuras y dos para las explicaciones de medidas de tendencia central.
	3	➤ Tablas El 50% de las tablas en esta unidad están relacionadas con el cálculo de áreas y volúmenes, algunas de ellas incluyen figuras. Casi el 35%

		son tablas donde se evalúan y analizan sucesiones. El resto tiene que ver con la probabilidad, como tablas de comparación de probabilidades o registros de experimentos aleatorios. En total de veintiocho tablas. ➤ Expresiones analíticas Las expresiones se dividen entre la regla de una sucesión y las fórmulas para calcular el área o volumen, Están presentes tanto en tablas como problemas textuales y explicaciones.
Matemáticas 3 infinita secundaria	1	➤ Tablas Son 20 tablas en esta primera unidad, algunas de ellas desglosan el procedimiento para encontrar los valores relacionados, otras solo dan valores para que sea evaluada la regla encontrada. En menor medida hay algunas tablas para calcular la frecuencia por puntos o datos de un censo por intervalos y para calcular las medidas de tendencia central. ➤ Gráficas Las cuatro gráficas que se presentan son de análisis estadísticos, en algunas se compara la frecuencia de dos situaciones. ➤ Expresiones analíticas Solo se incluye una expresión para calcular la desviación media.
	2	➤ Tablas El número de tablas en esta unidad es de 46, las cuales en su 50% son basadas en un problema situacional de proporción o lineal en algunos de ellos para la obtención de valores faltantes. Casi el 22% se enfoca en evaluar expresiones cuadráticas, otro 22% en encontrar soluciones a ecuaciones y el restante en identificar las gráficas. ➤ Gráficas En su mayoría, poco más del 60%, en esta unidad incluye gráficas de variaciones diversas que deben ser analizadas por intervalos y en algunos casos los ejes coordenados no incluyen numeración. Las siguientes gráficas con mayor presencia son de parábolas y muy pocas de estadísticas. Teniendo un total de 79 gráficas. ➤ Expresiones analíticas Se estudia principalmente las expresiones de ecuaciones de segundo grado y la variación cuadrática.
	3	➤ Tablas Las 19 tablas presentes en el último periodo son diversas, algunas son de proporcionalidad o de razones trigonométricas pero su mayoría son del estudio de eventos aleatorios y su comportamiento. Así como el cálculo de la probabilidad de estos. ➤ Gráficas La cantidad de gráficas es de solo 6, cuyo principal objetivo es ser distinguida como una gráfica de una función. También hay espacios para graficar otras relaciones. ➤ Expresiones analíticas

		Aparece principalmente en el cálculo del teorema de Pitágoras
Matemáticas 1. Interacciones	1	➤ Tablas En el primer periodo aparecen un total de 18 tablas en las que el 44% representa tablas de proporcionalidad de proporcionalidad y el demás porcentaje lo constituyen tablas de sucesiones o de relacionar medidas de una figura. ➤ Expresiones analíticas Su presencia inicia en la lección de perímetro de polígonos, generalizando la fórmula.
	2	➤ Tablas De las 13 tablas presentes la mayoría está ligada a un problema situacional, las otras son de porcentaje y el restante se divide en tabla de una sucesión o la organización de información para analizar como por frecuencia. ➤ Gráficas El 80% de las gráficas son lineales, el restante se conforma por gráficas de pastel. ➤ Expresiones analíticas Principalmente se ve en la presentación de ecuaciones lineales.
	3	➤ Tablas Las tablas de este periodo se dividen en tres temas importantes, el volumen de prismas 25%, datos estadísticos 25% y el 50% sobre la probabilidad frecuencial. Juntos en número son 8. ➤ Gráficas Las 20 gráficas que aparecen en esta secuencia son lineales para el estudio de sus componentes principalmente. ➤ Expresiones analíticas Es bastante presente ya que se estudia la expresión de la recta, el enésimo término de una sucesión y la formulación del volumen de diferentes prismas.
Matemáticas 2. Interacciones	1	➤ Tablas En este periodo se presentan 23 tablas de las cuales la más del 40% representa una situación descrita para su análisis y de proporcionalidad. También se incluye un nuevo estudio de datos por intervalos para fines estadísticos con el casi 3%, una tabla de repartición justa y el restante sobre los lados de figuras, así como sus expresiones. ➤ Gráficas Las gráficas de este periodo solo son con fines estadísticos incluyendo nuevas representaciones como los histogramas, en total son 8. ➤ Expresiones analíticas

		Se cuenta con una lección de sucesiones y literales en donde se presentan expresiones y tablas con expresiones para ser evaluadas con la información dada.
	2	➤ Tablas El total de tablas de este periodo son 23 en donde se incluyen tablas para evaluar expresiones como la raíz o expresión cuadradas, se incluyen tablas de conversiones de unidades de diferentes tipos, algunas de cálculo de medidas de tendencia central y las que describen una situación de proporción con casi el 52%. ➤ Gráficas Solo aparecen dos gráficas de barra. ➤ Expresiones analíticas Se presentan principalmente expresiones elevadas al cuadrado y
	3	➤ Tablas En este periodo hay la misma cantidad de tablas sobre equivalencias del peso, expresiones científicas o cálculos multiplicativos. Las tablas de proporcionalidad son el 53% y el segundo porcentaje más alto es por parte de las tablas de frecuencias. ➤ Gráficas Las gráficas de este periodo son de temas físicos que expresan la proporcionalidad inversa. ➤ Expresiones analíticas Se explica por medio de expresiones algebraicas las diferencias y similitudes entre la proporción directa y la proporción inversa.
Matemáticas 3. Interacciones	1	➤ Tablas De las 3 tablas que se presentan en esta secuencia, dos de ellas son de sucesiones y otra descripción situacional. ➤ Expresiones analíticas Se presentan generalizaciones de la regla de algunas sucesiones.
	2	➤ Tablas La mayoría de las tablas tratan de tablas que describen el comportamiento de una relación según el texto. Dos de las 10 tablas son de propiedades físicas equivalentes. Además, se introducen tablas que asocian el valor de x con el valor de y. ➤ Gráficas Las gráficas de esta secuencia se dividen en dos tipos, las lineales 29% y las cuadráticas 71%. Las lineales son ocupadas principalmente como métodos para solucionar un sistema de ecuaciones. ➤ Expresiones analíticas Se plantean expresiones cuadráticas y ecuaciones de primer grado.
	3	➤ Tablas Con un total de 42 tablas este periodo engloba desde tablas proporcionales 29%, hasta tabla de valores de las funciones

		trigonómicas 2%. También se incluyen tablas para el análisis estadístico 21% y otras tablas que relacionan a x con su respectivo $f(x)$. ➤ Gráficas Las principales gráficas son parábolas y le siguen de línea. ➤ Expresiones analíticas Se empiezan a expresar algebraicamente funciones de diferentes tipos.
--	--	--

Nota. Elaboración propia

OBSERVACIONES DE SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN

En algunos de los aspectos del modelo 3UV se hace énfasis en el análisis del papel de la variable independiente de la representación usada, remarcando recursos como tablas, gráficas, problemas verbales y expresiones analíticas. En ambas sagas se emplean todas estas representaciones y se motiva al estudiante al uso de ellas para la resolución de problemas, la modelación de situaciones o la obtención de nueva información.

La saga Infinita secundaria se destaca por su favoritismo hacia las tablas, concentrando un gran número en el libro de Matemáticas 2. La mayoría de las tablas, están hechas para ser completadas con base en una relación ya establecida (Figura 4 y 6) donde se aplica F2 y F3, algunas tienen una particularidad, la cual es incluir columnas donde se desglosa el procedimiento, las relaciones o los datos necesarios para evaluar las variables (Figura 42). El estilo de estas tablas en ocasiones desarrolla el aspecto F1, F4 y F6, ya que deben especificar la relación o variación entre las variables sin una previa indicación y solo analizando los datos previos. Así vez hace más complicado visualizar la relación entre los conjuntos de manera directa.

En la saga interacciones las tablas fueron tomando mayor importancia con el pasar de los grados a pesar de que el libro con mayor número de tablas es Matemáticas 2, el bloque que más gráficas tiene es el tercer periodo de Matemáticas 3. Lo característico de varias tablas de esta saga es que tanto en problemas situacionales como puramente matemático hacen la distinción de las variables que se están relacionando y se distingue su ubicación con los ejes coordenados. Lo anterior va escalando de palabra, a notaciones, de ahí a las relaciones entre “ x ” y “ y ” para en el último libro destacar “ x ” con “ $f(x)$ ”. Las tablas de interacciones trabajan con expresiones algebraicas, ya sea para su evaluación (F1, F2) o para su vínculo con otras expresiones (F1).

Las gráficas en ambas sagas desarrollan los aspectos F1 y F4 analizando su comportamiento o modelando una situación, en ocasiones se prestan unas interrogantes para el uso del aspecto F5 y F6 (Figura 117, Figura 85).

La media del número de gráficas por parte de Interacciones en cada bloque es menor a 10, habiendo en casi todos los libros un periodo donde no se incluyan gráficas de ningún tipo. Incluso el libro con menos gráficas es el de Matemáticas 1. Lo destacable es que a pesar de no incluir estas representaciones en gran medida los problemas si incentivan a su uso y construcción. Hay problemas situacionales que deben ser modelados algebraicamente para luego graficarlos en la libreta o en planos cartesianos presentes en el libro.

En cuanto al número de gráficas, la saga Infinita secundaria se destaca de manera global con un gran número, concentrándose en matemáticas 3 con el estudio de la variación cuadrática y situaciones de

variación diversa tomando un análisis puntual, por intervalos y de forma global aplicando F1 y F5 (Figura 11). Además, muestra ejemplos de histogramas, gráficas de línea, gráficas de barra y de gráficas de pastel necesarios para la solución de problemas planteados, induciendo al análisis de los valores y deducciones de los planteamientos estadísticos a su vez (F1).

Algo que también desarrollan ambas sagas el análisis de situaciones a partir una gráfica sin los ejes enumerados, centrándose en el comportamiento único de la gráfica (Figura 20). Las dos editoriales los presentan en su tercer libro, interacciones incluye algunas más.

En cuanto a las expresiones algebraicas Infinita secundaria se ve más discreta en su uso, pero con forma avanzando los grados se va recurriendo a ellas cada vez más. Incluso comienza sin incluir expresiones y solo por medio de preguntas motiva al estudiante a la construcción de algunas (Figura 33), cuando se incluyen más son para la solución de ecuaciones y la generalización de sucesiones (F2, F3, F6).

En la saga interacciones desde el primer libro pone en práctica las expresiones algebraicas (Figura 13) y algo que es muy recurrente en todos sus libros es el uso expresiones para la medida de los lados de una figura (Figura 19). Esta última editorial recurre al análisis de figuras compuestas para el estudio de varios temas los cuales incluyen una opción del trabajo de literales para desarrollar las expresiones que lo describan (Figura 119) o generalicen lo mostrado en la Figura (F6).

4.5. Tecnologías de la información y la comunicación

Esta sección incluye en análisis de los recursos digitales propuestos por los libros como apoyo o desarrollo de temas que tienen que ver con la relación funcional. Se desglosa en dos partes, una por cada saga y se detalla de qué forma se incluyen estos recursos y qué es lo que se trabaja en ellos.

4.5.1. Tecnología en la saga infinita secundaria

La saga Infinita tiene la sección de apoyo “**conoce más**” (Figura 125) donde pueden aparecer enlaces a páginas electrónicas ya sea para investigar, ejemplificar o para profundizar un tema, se presenta como un rectángulo flotante morado. La sección “**matemáticas prácticas**” (Figura 125) abarca toda la hoja e incluye trabajos con distintas herramientas computacionales las cuales tienen como objetivo reforzar, aplicar y ampliar los temas vistos.

Figura 125. *Ejemplo de sección “conoce más” y “matemáticas prácticas”*

Matemáticas prácticas • Unidad 1

Criterios de semejanza en triángulos

En esta actividad trabajaremos con un programa de geometría dinámica para construir una pareja de triángulos semejantes cuyos ángulos interiores y medidas de sus lados pueden modificarse.

1. Abre el programa de geometría dinámica. En el menú principal selecciona la opción Vista y verifica que esté activada la opción Vista gráfica.
2. Oprime el botón *Segmento de longitud dada* y traza dos segmentos de longitud diferente. También oprime el botón *Deslizador*, elige la opción *Ángulo*, nómbralo como α y cambia los valores de 0° a 180° .
3. Selecciona el botón *Ángulo dada su amplitud* y presiona sobre los extremos de los lados (de derecha a izquierda) de cada segmento y llama a ese ángulo α .
4. Presiona el botón *Segmento* y coloca los lados faltantes de los triángulos.
5. Mide cada ángulo de los dos triángulos con el botón *Ángulo*. Recuerda que los ángulos se denotan en el sentido contrario de las manecillas del reloj.
6. Utiliza el botón *Elige y mueve* para mover los rótulos de los ángulos y ponerlos en un lugar visible.
7. Mueve el punto α en el deslizador. Observa cómo son entre sí la medida de los ángulos de los dos triángulos a medida que cambia el ángulo α . ¿Qué sucede? ¿Son semejantes los triángulos a pesar de tener diferente tamaño? Justifica tu respuesta.
8. En equipo, utilicen la misma aplicación y propongan una actividad para construir un triángulo que sea semejante a otro y cuyos lados midan el doble. Comparen sus procedimientos con los compañeros de grupo.
9. Si no tienen acceso a la aplicación, tracen en su cuaderno un triángulo con ángulos agudos (mayores que 0° y menores que 90°), midan sus ángulos y tracen otro triángulo semejante cuyos lados midan la mitad de los lados del primero. Comparen sus resultados. ¿Qué observan? Anoten sus conclusiones en su cuaderno.

Conoce más

En la siguiente página web encontrarás un programa gratuito de geometría, álgebra y cálculo: www.edutics.mx/wiley. (Consulta: 1 de marzo de 2021).



Editorial Castillo, S. A. de C. V.

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 93), por Bosch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

Matemáticas 1

En algunos problemas se propone el uso de calculadora para realizar una operación. En promedio hay tres enlaces propuestos por la sección conoce más donde principalmente se incluyen páginas de trabajar con conversiones en la primera unidad. Revisar ejemplos y cálculos de proporcionalidad en la segunda unidad y en la tercera unidad el estudio de graficas de proporcionalidad.

En la tercera unidad en la sección matemáticas prácticas se incluye una actividad con el programa de geometría dinámica. Análisis de la variación lineal basándose en su gráfica.

Matemáticas 2

En las primeras dos unidades se cuenta con trece enlaces por parte de la sección “conoce más” y en la tercera solo cinco enlaces. En la unidad 1 son principalmente para estudio de raíces cuadradas, números al cuadrado y equivalencia entre unidades. En la segunda unidad es sobre la variación lineal, la proporcionalidad y cómo graficarlas. En la unidad 3 se incluye calculadora de volumen y páginas para un estudio profundo de la probabilidad teórica y frecuencial.

En cuanto a la sección matemáticas prácticas se prepara una actividad para analizar situaciones de variación inversa desde el programa GeoGebra.

Matemáticas 3

Los enlaces de la sección “conoce más” son quince en promedio por unidad, en la primera unidad la mayoría es sobre el estudio de polígonos semejantes y actividades con ellos incluso en GeoGebra, también información para ser estudiada con estadística. La segunda unidad incluye actividades y

ejemplos de la variación cuadrática, así como aplicaciones y soluciones de ecuaciones. En la tercera unidad se incluye el estudio entre variables y aplicación de la trigonometría.

En cuanto a la sección matemáticas prácticas se estudia la semejanza de triángulos desde GeoGebra y en otra unidad se programa una calculadora de soluciones de ecuaciones cuadráticas en una hoja de cálculo electrónica.

4.5.2. Tecnología en la saga Interacciones

En la saga interacciones aparece como la sección complementaria donde propone usar la tecnología para reforzar, validar o comprobar los conocimientos adquiridos. También se proporcionan recursos digitales por medio de una liga en un cuadro flotante TIC.

En la saga interacciones, al término de cada lección aparece la sección complementaria “**Aprende con tecnología**” (126), donde propone usar la tecnología para reforzar, validar o comprobar los conocimientos adquiridos.

Figura 126. Ejemplo de la sección Aprende con tecnología en la saga interacciones

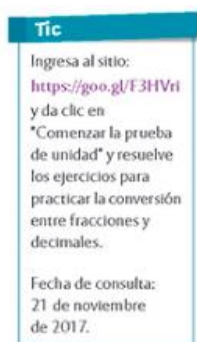


Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 21), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

También, a lo largo de algunas lecciones se proporcionan recursos digitales por medio de un cuadro flotante llamado **TIC** (Figura 127).

Figura 127. Ejemplo de cuadro flotante “TIC”



Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 54), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson

Educación de México.

Matemáticas 1

Periodo 1

Lección 1: Uso de hoja electrónica de cálculo de fracción a decimal con dos dígitos por medio de funciones entre celdas.

Lección 3: Hoja electrónica de cálculo para resolver y representar problemas de proporcionalidad directa.

Lección 6: Hoja de cálculo electrónica para calcular el área de cuadriláteros y trazar en GeoGebra figuras geométricas.

Lección 7: Indagar la relaciones entre el perímetro y el diámetro de una circunferencia por medio de GeoGebra.

Lección 8: Hoja electrónica de cálculo para generar sucesiones aritméticas, determinar la expresión algebraica y completar la tabla con 20 términos de sucesiones establecidas.

Durante este periodo los cuadros flotantes TIC incluyen vínculos a páginas con más ejercicios de sucesiones aritméticas además de páginas para indagar sobre la relación entre el círculo y su diámetro.

Periodo 2

Lección 10: Hoja de cálculo electrónica para verificar si dos expresiones son correctas para obtener el perímetro.

Lección 12: uso de la calculadora para calcular el porcentaje.

Lección 15: hoja de cálculo electrónica para construir gráficas, primero de una tabla construir la gráfica circular.

Los Tics en este periodo son para resolver más ecuaciones, incluida una calculadora paso a paso. También problemas de porcentajes y graficas circulares.

Periodo 3

Lección 16: Hoja de cálculo trazar la gráfica de diferentes funciones lineales.

Lección 17: hoja electrónica de cálculo trazar la grafica a partir de la pendiente y la ordenada al origen de funciones lineales.

Lección 18: Calculadoras gráficas para trabajar sucesiones, en hoja de cálculo o en Geogebra, graficar sucesiones.

Lección 19: Hoja electrónica para calcular el área de la base y el volumen de prismas rectangulares. Cambiar los valores para que se vea cómo varía la relación de los lados con el área y volumen.

Lección 20: Hoja de cálculo electrónica para calcular el volumen de los prismas y realizar conversiones a unidades de capacidad.

Lección 21: Calculadora estadística www.alcula.com/es/calculadoras/estadistica/dispersión/ para calcular las medidas de tendencia central de diferentes grupos de datos.

Lección 22: hoja electrónica de cálculo con diferentes eventos aleatorios.

Las Tics en este periodo incluyen una ruleta como recurso y una gráfica en GeoGebra para manipular la recta para analizar la pendiente.

Matemáticas 2

Periodo 1

Lección 1: hoja de cálculo electrónica para programar la división de fracciones o determinar el valor fraccionario que permite encontrar el valor faltante.

Lección 2: Calculadoras gráficas multilínea y con la probabilidad de cambiar el signo, multiplicación de números positivos y negativos.

Lección 3: Utilizar la hoja de cálculo electrónica para comprender más sobre las potencias y con calculadora multilínea o graficas pueden ayudar a explorar operaciones con potencias diferentes

Lección 4: En una hoja de cálculo realizar tabla de proporcionalidad directa y una de proporcionalidad inversa

Lección 5: Hoja de cálculo de dos reglas de la misma sucesión para comprobar que su equivalencia.

Lección 6: Archivo de GeoGebra, para crear una figura regular de n lados y una tabla de valares resultantes de la suma de los ángulos interiores del polígono y el valor de cada ángulo interior.

Lección 8: Hoja de cálculo electrónica para construir una gráfica de líneas con la información dada o un histograma.

En las Tics hay mayor información sobre la proporcionalidad directa e inversa.

Periodo 2

Lección 9: Calculadora y hojas de cálculo para operar fracciones.

Lección 10: Hoja de cálculo de números al cuadrado y raíces cuadradas para ver la relación entre estas operaciones

Lección 11: Hoja de calculo para resolver problemas de reparto proporconal.

Lección 12: Resolver sistema de ecuaciones transitando entre diversas representaciones por medio de hojas de cálculo o softwares gratuitos como GeoGebra, Gaphmatica o Win plot.

Lección 13: Hoja electrónica de cálculo para comprobar equivalencia entre expresiones algebraicas evaluandola.

Lección 14: Conversión de unidades por medio de tablas de calculadoras científicas. Además de hoja de cálculo electrónica para crear tablas de conversiones de unidades SI al sistema inglés.

Lección 15: Con GeoGebra explorar el área de los polígonos a través las herramientas.

Lección 16: Con GeoGebra obtener gráficamente la dispersión de varios conjuntos.

Periodo 3

Lección 18: Hoja de cálculo electrónica con la notación científica.

Lección 19: Hoja de cálculo electrónica para generar datos que se relacionen como proporcionalidad directa o inversa. Con GeoGebra se pueden utilizar las gráficas para ser analizadas de la proporción inversa.

Las TIC incluyen un simulador de lanzamiento de dados.

Matemáticas 3

Periodo 1

Periodo 1: hoja de cálculo electrónica para generar lista de números que son divisibles

Lección 2: Hojas de cálculo electrónica calcular mcm y MCD.

Las Tics incluyen la calculadora de números divisibles y página de GeoGebra con figuras geometricas para expresar propiedades algebraicas.

Periodo 2

Lección 5: Practicar la factorización con herramientas virtuales y resolver la actividad “Funciones cuadráticas de matemáticas” con hoja de cálculo electrónica la cual el libro referencia de donde adquirirla.

Lección 6: Graficar por medio de hojas de cálculo electrónicas la gráfica de dispersión que se prefiera.

Lección 7: Identificar diferencias y las relaciones entre la expresión como función y como ecuación por el software de GeoGebra.

Lección 8: Trabajar una actividad en GeoGebra, sobre la relación entre los lados de un triángulo rectángulo. Además, en una hoja de cálculo electrónica encontrar el valor que satisfaga el teorema de Pitágoras.

Las TIC en este periodo son enlaces a una calculadora para resolver ecuaciones de segundo grado y a GeoGebra para indagar sobre el teorema de Pitágoras.

Periodo 3

Lección 9: Verificar la influencia de los parámetros de la función cuadrática utilizando GeoGebra.

Lección 10: Encontrar el valor de las de las funciones trigonométricas de un ángulo con el uso de calculadora.

Lección 11: Calcular la media y la desviación mediante una hoja de cálculo ubicando la función promedio en Excel.

Lección 12: Simular eventos aleatorios con GeoGebra.

Observaciones de los recursos tecnológicos

En ambas sagas se pretende la introspección de los conocimientos y habilidades mediante recursos como enlaces de internet, applets o softwares, a los cuales el estudiante puede acudir para leer otra explicación de un tema, realizar más ejercicios similares, resolver nuevos problemas o indagar en simuladores.

Los recursos tecnológicos propuestos por las dos sagas son de interacción directa con los dispositivos, en su mayor parte individuales. El trabajo colaborativo se ve desplazado ya que los recursos indican su uso individual, en especial los de infinita secundaria.

La principal forma en las que se incluyen las TIC en la saga infinita secundaria es por medio de enlaces, los cuales redirigen a los estudiantes a páginas web. En estas páginas se desarrolla el tema de la lección y algunas contienen ejercicios para poner en práctica los temas. Los ejercicios que se presentan en los enlaces son del estilo de pruebas rápidas donde se emplean F1, F2 y F3, ya que se deben analizar situaciones y evaluar las variables según los datos de los problemas. Estos enlaces, son recursos que sin duda promueven la conciencia y responsabilidad hacia con las TIC, pues no son páginas en las que únicamente se manejen el tema de la lección y en ocasiones deben interactuar con los comandos sin una instrucción previa.

A pesar de no aparecer en todas las lecciones de esa forma, también la saga infinita secundaria promueve applets o softwares para simular y representar situaciones donde se emplea la relación funcional, fomentando la manipulación de representaciones dinámicas de conceptos y fenómenos con el uso de los aspectos F1 y F4 ya que se establecen relaciones independientemente de la representación utilizada.

La saga interacciones abandona un poco la idea de los enlaces de información y cuestionarios, sin omitirlos, por la creación de productos con el fin de reforzar los conocimientos adquiridos por lecciones. En general, la saga recurre a softwares como GeoGebra y Excel para desarrollar actividades donde se pone en práctica los temas inmediatamente estudiados en la lección, estas actividades tienen un crecimiento gradual de la complejidad conforme pasan los niveles escolares. En matemáticas 1 se ve como una inducción a los softwares por medio de sus herramientas y su relación matemática, donde se otorga valores según los requieran las relaciones ya establecidas en los programas (F1 y F3). En segundo grado se incorpora la noción híbrida, donde se interactúa con los programas con el fin de contestar problemas y preguntas planteadas en el libro, donde se hace un análisis de situaciones y con ayuda de las herramientas encontrar la solución a la problemática (F1, F2, F3 y F6). Para matemáticas 3, se promueve un dinamismo, donde se ocupan softwares, problemas del libro y enlaces para la obtención de información necesaria para resolver los problemas, dando oportunidad de saltar de un recurso a otro para la realización de una actividad y mejorando el dominio de varios recursos al mismo tiempo, dependiendo la actividad se llegan a ver variaciones, análisis por intervalos, expresiones algebraicas y demás en diferentes representaciones, desarrollando en conjunto todos los aspectos de la relación funcional.

En algunas actividades de las lecciones de la saga interacciones promueven a los estudiantes a compartir sus productos y compararlos entre su grupo, en casos muy escasos se pide realizar las actividades en equipos.

La forma en la que las sagas buscan desarrollar habilidades digitales en los estudiantes es muy distinta una de la otra, pero coinciden en el desarrollo del pensamiento crítico, pensamiento creativo, manejo de información, uso de la tecnología y el automonitoreo. Aunque la gran ventaja de la saga Interacciones, es que, pese a algunas actualizaciones, las actividades en los softwares están disponibles en el libro para recrearse mientras que no todos los enlaces están aún activos y a comparación de un programa depende del cien por ciento del internet.

4.6. Evaluación

En esta sección se describe la forma en que los libros de texto incluyen la evaluación de los temas estudiados. En las tablas se desglosan los temas y problemas que abarcan estas evaluaciones con respecto a la relación funcional.

4.6.1. Evaluaciones en la saga Infinita secundaria

Al final de cada unidad se encuentran tres secciones utilizadas como herramientas para evaluar y poner en práctica los temas que se han visto. Cabe resaltar que al comienzo de cada unidad se incluye una sección con problemas precursores de los temas que se van a trabajar, esta sección no será incluida en el análisis.

La primera sección es “**lo que aprendí**” (Figura 128) que cuenta con un conjunto de actividades que se clasifican en dos partes. Inicia con una pequeña introspección, el alumno debe explicar conceptos o procedimientos y dar ejemplos. La segunda parte es un conjunto de problemas similares a los presentados durante la unidad, en esta sección se incentiva a que entre los estudiantes comparen sus respuestas, dificultades y argumenten entre ellos los ejemplos propuestos.

Figura 128. Ejemplo de la sección “Lo que aprendí”

U2 Lo que aprendí

3. En tu cuaderno haz una tabla como la que se muestra. Explica con tus palabras los siguientes conceptos o procedimientos. Compara tus anotaciones con las de tus compañeros y, junto con tus profesores, verifiquen que están correctas.

Concepto	Mis explicaciones	Ejemplos
Expresiones de segundo grado equivalentes		
Expresiones cuadráticas de forma $ax^2 + bx + c$ y $y = a(x-h)^2 + k$		
Factorización		
Ecuación cuadrática		
Raíces de una ecuación cuadrática		
Factorización de una ecuación cuadrática		
Fórmula general para la solución de una ecuación de segundo grado		
Discriminante de una ecuación de segundo grado		
Variación cuadrática y ecuación cuadrática		
Máximo y mínimo en la gráfica de una variación cuadrática		
Dependencia y razón de cambio		
Representaciones de una variación cuadrática		

2. A partir de la siguiente figura, responde lo que se pide.

a) Escribe una equivalencia de dos expresiones algebraicas para obtener su área.

b) Si el área total es de 22 u^2 , ¿cuáles son sus dimensiones?

c) ¿Cuál es la ecuación que permite resolver la pregunta anterior?

3. Escribe una expresión equivalente simplificada para las que se te dan.

a) $(2x - 3)(x + 2) =$

b) $(1 - x)(1 + x) =$

c) $(3x - 4)^2 =$

4. Considera la expresión $y = 3x^2 - 2x - 3$.

a) ¿hacia dónde abre su gráfica?

b) Si $y = 0$, ¿cuál es la ecuación resultante?

c) ¿Cuántas soluciones tiene?

d) ¿Cuáles son?

e) Factoriza la ecuación que obtuviste en el inciso b).

f) ¿La expresión muestra un máximo o un mínimo?

g) ¿En qué punto tiene su máximo o mínimo?

h) Remarca la gráfica que corresponde a la expresión $y = 3x^2 - 2x - 3$.

5. Compara tus respuestas de toda la sección con las de tus compañeros. ¿Son correctas? ¿Tuvieron dificultades para responder o ejemplificar algún contenido? Compartan sus experiencias, argumenten sus respuestas y expliquen sus ejemplos. Repasen los contenidos que consideren necesarios.

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 190-191), por Basch y Meda, (2021), Editorial Castillo.

La segunda sección es “**convivo**” (Figura 129), la cual presenta una situación en la que se pone en práctica algún tema de la unidad, con el apoyo de estrategias y cuestionamientos que potencializan el empleo de una habilidad asociada a la educación socioemocional.

Figura 129. Ejemplo de sección “Convivo”

U2
Convivo

Derechos humanos y reparto proporcional

La justicia se define con necesidades y con límites. Agustín (Alonso Torralba)

1. Lee lo siguiente.

La justicia es un valor de la sociedad que nos permite vivir en armonía y en paz con los demás. ¿Qué temas que ver la justicia con los matemáticos? Para algunos filósofos parecerá que la justicia se refiere a la equidad proporcional, por ejemplo, Aristóteles decía que la justicia consiste en dar a cada uno lo que es suyo, lo que le corresponde, y debe ser proporcional a su contribución a la sociedad, a sus necesidades y a sus méritos personales. Tomás de Aquino decía que al ser humano le correspondía la vida, el alimento y el vestido. La libertad, entonces, por el sólo hecho de ser humano, está sobre la base de lo que posteriormente se llamarán los derechos humanos.

Resolución de conflictos

En un trabajo o en una comunidad el antagonismo es inevitable: todos tenemos intereses, necesidades y puntos de vista que en ocasiones no coinciden con los demás. Resolver conflictos requiere describir las necesidades de cada uno, argumentarlas y consensuarlas. La resolución de conflictos tiene la finalidad de hacer la solución más justa que implique la satisfacción mutua y el respeto a los derechos de las partes involucradas.

Una estrategia

Para lograr la solución más justa a una situación antagonista se debe identificar el problema, así como sus causas, las necesidades y los costos emocionales.

Es importante situar el problema desde un punto de vista racional a partir del análisis de la situación y sus causas evitando impactos emocionales. Se debe escuchar con atención a las personas para entender sus argumentos y puntos de vista. La solución a un conflicto debe basarse en el consentimiento de los argumentos lógicos y racionales, pero sin perder de vista los valores éticos y sentimientos colectivos.

2. Analiza la situación y responde.

Para los trabajos de limpieza y reforestación de la zona boscosa de un pueblo en el estado de México, el municipio asignó un presupuesto de \$3 400.00 como pago para los trabajadores. Si en la zona participaron 3 habitantes del pueblo, pero uno trabajó 8 días, otro, 6 días, y el tercero sólo 4 días, ¿cómo debe repartirse el presupuesto para que el pago sea justo?

a) Uno de los trabajadores comentó: “Si el dinero debe repartirse en partes iguales, porque así el pago sería equitativo, y si es equitativo, entonces es justo”. Pero otro respondió: “El pago debe hacerse en proporción al trabajo realizado, así si uno trabajó 8 días, ¿cómo reparte el dinero?” ¿Qué opinas?

b) ¿Cómo debe repartirse el pago de manera que sea proporcional al tiempo de trabajo que realizó cada uno?

3. Validen sus respuestas en grupo. Expongan sus opiniones con respecto al tema de la justicia y comenten si en el problema anterior existe un reparto justo.

Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 164), por Bosch et al., (2018), Editorial Castillo.

Por último, la “**evaluación**” (figura 130) está conformada por un conjunto de problemas de opción múltiple que se sugieren que sean evaluadas por medio de coevaluaciones o heteroevaluaciones para reconocer el avance logrado y los temas que se deben reforzar.

Figura 130. Sección evaluación

U3
Evaluación

Nombre: _____ Fecha: _____ Grupo: _____

Subraya la opción correcta.

1. La gráfica muestra dos relaciones de variación proporcional, A y B. ¿Qué podemos concluir acerca de sus constantes de proporcionalidad?

a) La constante de A es igual a la de B.
b) La constante de A es menor que la de B.
c) Una de las constantes es igual a 1.
d) Las dos constantes son menores que 1.

2. ¿En qué valor la recta, cuya expresión algebraica es $y = 4x + 3$, corta al eje y?

a) 4
b) 3
c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{3}$

3. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa la recta que muestra este plano cartesiano?

a) $y = x + 2$
b) $y = 2x + 2$
c) $y = x - 2$
d) $y = -4x + 2$

4. ¿Qué expresión algebraica representa la siguiente sucesión?
7, 16, 25, 34, 43, 52, ...

a) $8n - 1$
b) $8n - 1$
c) $9n - 1$
d) $9n - 1$

5. Observa la imagen. ¿Cuánto mide el ancho del abismo?

a) 22.36 m
b) 30 m
c) 20 m
d) 52.36 m

6. ¿Cuál es el volumen aproximado de la caja de este tráiler?

a) 96.76 m³
b) 78.03 m³
c) 64.85 m³
d) 342.29 m³

7. ¿Cuál será el volumen del cuerpo resultante una vez que se arme este desarrollo plano?

a) 81.0 cm³
b) 129.6 cm³
c) 165.6 cm³
d) 549.0 cm³

8. La tabla muestra las actividades que en su tiempo libre prefieren realizar los estudiantes de primer grado de secundaria. Al representar estos datos en una gráfica circular, ¿cuál será la medida del sector circular correspondiente a Deporte?

Actividad	Deporte	Compras	Ver televisión	Jugar	Otro
Estudiantes	46	39	52	23	17

a) 05.8°
b) 93.6°
c) 79.3°
d) 4.8°

9. Al lanzar 10 veces una moneda, 3 veces cayó sol y el resto fueron águila. La probabilidad frecuencial del águila fue:

a) 7
b) 0.5
c) 0.7
d) 0.3

Indicaciones sobre las evaluaciones

Coevaluación. Reúnete con un compañero para compartir y validar sus respuestas.

Heteroevaluación. Guíados por su maestro, revisen las secuencias que evaluaron en la unidad para identificar cuáles temas comprendieron mejor, y en cuáles tuvieron dificultades. Propongan una estrategia de trabajo para favorecer su aprendizaje.

Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 267-268), por Bosch et al., (2018), Editorial Castillo.

En la Tabla 12 se muestra la forma en las que las evaluaciones abarcan temas y problemas que tienen que ver con la relación funcional. De “lo que aprendí” se incluyen los conceptos que promueven el pensamiento funcional, de los cuales el alumno debe dar una explicación y un ejemplo, y los

problemas subsecuentes en esa sección donde se emplee la relación funcional basandose en el modelo 3UV. Con el mismo modelo se clasificaron los problemas de la “evaluación” y se describen los problemas que tienen que ver con la relación funcional en esa sección. En la sección “convivo” se señalan los aspectos de la relación funcional que se emplean para la solución de la problemática social.

Tabla 12. *Contenido de la evaluación en Infinita secundaria*

Libro	Unidad	Contenido que se refuerza en la evaluación
Primerio de secundaria	1	Lo que aprendí. Conversión de una fracción decimal a notación decimal (F1, F2). Conversión de un número decimal a fracción decimal (F1, F2). Valor absoluto (F1, F2). Problemas de ecuaciones (F1, F2, F3). Convivo. Análisis de la deuda externa de México por medio de una tabla que relaciona el año y la deuda en mdd (F1). Evaluación. Tres problemas, uno de equivalencia entre números (F2, F3), uno de correspondencia entre fracción-representación periódica (F1, F2) y uno de relación entre la cantidad de pintura-área para pintar (F1, F2).
	2	Lo que aprendí. Razón entre dos conjuntos de datos (F1). Constante de proporcionalidad (F1). Tanto por ciento o tasa (F4). Cantidades base y porcentaje (F1). Cálculo de porcentaje (F2, F3). Perímetro de polígonos (F1, F6). Cálculo del perímetro de un círculo (F2). Cálculo del área de un paralelogramo, un triángulo y trapecio (F2, F6). Media aritmética o promedio (F1, F2). Rango mediana y moda de un conjunto de datos (F1, F2) Un problema con tablas de proporcionalidad (F2, F3), uno de porcentajes (F2), uno de aplicación de fórmulas (F1, F2) y uno del cálculo de promedio y rango (F2, F5). Convivo. Reparto proporcional justo basado en los derechos humanos (F1, F2). Evaluación. Tiene cinco problemas, uno de proporción (F2), uno de relación pintura-área por pintar (F1, F2), uno de proporcionalidad distancia-tiempo

		basándose en una gráfica (F1, F3), uno de porcentaje (F2) y por último un problema de promedio y rango basado en una tabla de datos (F2, F5).
	3	Lo que aprendí. Variación proporcional (F1, F2, F4). Razón de cambio (F1). Pendiente de una recta y razón de cambio (F1). Representación tabular de una variación proporcional (F1, F2, F3). Expresión algebraica de una variación proporcional (F1, F6). Progresiones aritméticas (F1). Expresión algebraica de una sucesión (F6). Cálculo del volumen de un prisma recto (F1, F2). Construcción de gráficas circulares (F1, F2). Experimentos aleatorios y deterministas (F1). Espacio muestral (F5). Probabilidad frecuencial (F1, F2). Cuatro problemas, dos problemas de relación entre dos variables (F1, F2), uno de sucesión de figuras (F1, F2, F6) y uno de probabilidad (F1, F2). Convivo. Las apuestas y los juegos de azar, su probabilidad y sus consecuencias (F1, F3). Evaluación. Seis problemas, uno de evaluación de la expresión algebraica de una relación (F1, F6), dos de gráficas en el plano cartesiano (F1, F2), uno de grafica circular (F2), uno de expresar algebraicamente una sucesión (F6) y uno de probabilidad (F2).
Segundo de secundaria	1	Lo que aprendí. Potencia de un número (F1, F2). Diagonal de un polígono y su número total de diagonales (F1). Conversión de unidades del SI al sistema inglés y viceversa (F1, F2, F3). Histogramas (F1). Polígonos de frecuencias y gráficas de línea (F1). Tres problemas, uno de relación kg de harina para un pastel (F1, F2), uno de completar tabla (F2, F1) con una expresión de una sola potencia, por último, uno de graficar basándose en datos de una tabla (F1, F5). Evaluación. Seis problemas, dos de hallar fracciones equivalentes (F1, F6), dos de relacionar galón-litro (F1, F2), uno de millas-kilómetros (F1, F2) y un problema de analizar una gráfica (F1).

Tercero de		
	2	Lo que aprendí. Relación de proporcionalidad directa (F1, F2). Relación de proporcionalidad inversa (F1, F2). Reparto proporcional directo (F1, F2). Reparto proporcional inverso (F1, F2). Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y sus métodos de resolución (F1, F2, F6). Proporcionalidad inversa, expresión y gráfica (F1, F2). Área de un polígono regular (F1, F2, F6). Área de un círculo (F1, F2, F6). Desviación media y su cálculo (F1, F2). Cuatro problemas, uno de relacionar rosas y su precio (F1, F2), uno de trazar una gráfica con la expresión ya dada (F1), uno de evaluar la regla del área (F2) y uno de medidas de tendencia central (F2). Convivo. La variación inversa en un problema de un contratista (F1, F2). Evaluación. Todos los problemas incluidos tienen que ver con la relación funcional, hay desde relacionar el arroz y su precio (F1, F2), el trabajo que un albañil realiza al día (F1, F2), hasta de identificar la gráfica de una relación proporcional (F1, F2, F5) y de un sistema de ecuaciones (F1, F2, F6).
	3	Lo que aprendí. Representación algebraica de la regla general de una sucesión Volumen de primas y cilindros rectos. Probabilidad teórica Relación entre la probabilidad frecuencial y la probabilidad teórica. Todos los problemas tienen que ver con la relación funcional, desde los de sucesión hasta el de probabilidad. Convivo. Estadísticas de la salud en México (F1, F4). Evaluación. Siete problemas, dos de sucesiones (F1, F2, F6), uno de área de un polígono (F1, F2, F6), tres de volumen (F1, F2, F6) y uno de probabilidad (F1, F2, F6).
	1	Lo que aprendí. Mínimo común múltiplo (F1, F2). Máximo común divisor (F1, F2). Moda (F1, F2).

		Media (F1, F2). Mediana (F1, F2). Rango (F1, F2, F5). Desviación media (F1, F2). Un problema de moda, uno de media, uno de mediana, uno de rango y de desviación estándar. Convivo. Medidas de tendencia central y de dispersión empleados en el área de la salud para fomentar el bienestar (F4). Evaluación. Nueve problemas, uno problema de mcm (F2), uno de MCD (F2), dos de identificar dos o más relaciones (F1, F4) y cinco de medidas de tendencia central y dispersión (F2).
	2	Lo que aprendí. Ecuación cuadrática (F1, F2, F6). Un problema de una ecuación cuadrática donde se pide identificar la gráfica (F1). Convivo. Iniciativa personal y variación lineal (F1). Evaluación. Uno de identifica la expresión de una gráfica (F6), cinco problemas identificar y evaluar puntos (F1, F2), identificar una gráfica de acuerdo con el comportamiento (F1), de una tabla identificar cuales datos representan una variación cuadrática (F1, F2), dos de extraer información de una tabla (F1).
	3	Lo que aprendí. Ecuación e identidad (F1, F6). Variables independientes y dependientes (F1). Función (F1, F6). Teorema de Pitágoras (F1, F2, F6). Razón trigonométrica (F1, F2). Seno, coseno y tangente de un ángulo (F1, F2). Razones trigonométricas de ángulos notables (F1, F2). Regla de probabilidad de la suma la unión de eventos (F1, F6). Convivo. La metacognición y el teorema de Pitágoras (F1, F6). Evaluación. Ocho problemas, uno de identificar la gráfica de una función (F1), cinco que involucran el teorema de Pitágoras (F2, F3) y dos de razones trigonométricas (F2, F3).

Nota. Elaboración propia

4.6.2. Evaluaciones en la saga Interacciones

En la saga Interacciones se consideran tres fases de evaluación. La primera fase se ubica inmediatamente al término de cada lección. En esta fase solo hay una sección que se titula “**crea y evalúate**” donde se repasa y se mide lo aprendido por medio de problemas similares a los desarrollados en la lección (Figura 131).

Figura 131. Ejemplo de primera fase de evaluación

Crea y evalúate

CONCLUIMOS

Resuelve los siguientes problemas.

1. Retoma la actividad inicial y realiza lo que se pide.

a) Si el collar mide 75 cm de longitud, ¿cuál debe ser el diámetro del estuche para guardarlo?

b) Si un collar se colocó en un estuche con forma cuadrada, como el que se muestra a la derecha, con lados de 15 cm, ¿cuál es la longitud de collar?

2. El radio de la Tierra es de aproximadamente 6 378 km, tomando en cuenta la máxima circunferencia que se puede trazar sobre su superficie, como se muestra en la imagen.

a) Si se quisiera rodear la Tierra con un cable, ¿cuántos kilómetros de cable se requieren para cubrir el perímetro de la circunferencia máxima?

b) Si el radio de la Tierra fuera un kilómetro más grande, ¿cuántos kilómetros más de cable se necesitarían?



Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 81), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

La segunda fase incluye las secciones “**Evalúate. Mide tu desempeño**”, “**Evaluación**” y “**Mide tu avance**”, todas ubicadas al final de cada parcial y sugiriendo la autoevaluación. Para la primera sección de esta fase se pide haber realizado una actividad de repaso en los temas que sean necesarios y con base en los indicadores propuestos en la tabla (Figura 132), escribir si resultó complicado, si se necesitó apoyo o se resolvió sin apoyo. La segunda sección incluye problemas más complejos, la mayoría con preguntas de opción múltiple (Figura 133). La última sección es el concentrado de la evaluación, donde se anota el resultado según el reactivo y se indica el contenido para repasarlo de ser necesario (Figura 134).

Figura 132. Ejemplo de Mide tu desempeño

Evaluáte. Mide tu desempeño			
Estima tu nivel de desempeño. Antes de la evaluación, regresa a la lección correspondiente de cada indicador. Después, realiza una actividad de repaso en el tema que requieras.			
Indicador	Niveles de desempeño		
	Muy complicado	Un poco complicado	Fácil de resolverlo solo
Represento en tablas, gráficas y algebraicamente relaciones lineales de la forma $y = mx + b$.			
Calculo la razón de cambio de una relación lineal y determino la pendiente de la recta.			
Determino, algebraicamente, el lugar o término que representa un número en una sucesión con progresión aritmética.			
Calculo el volumen de cubos y prismas rectos; además, justifico sus fórmulas.			
Identifico la relación entre unidades de volumen y de capacidad, y realizo conversiones entre ellas.			
Calculo el rango para determinar la dispersión de los datos. Reconozco a la media o la mediana como el valor más representativo de un conjunto de datos. Describo las propiedades de la media y la mediana.			

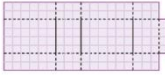
Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 174), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson Educación de México.

Figura 133. Ejemplo de la sección Evaluación

Evaluación. Tercer periodo

Una fábrica elabora todo tipo de cajas de cartón. Para elaboradas, se usan diferentes plantillas de acuerdo con el tipo de caja correspondiente. Estas se hacen sobre una hoja de cartón en la cual se hacen los cortes (donde se indica la línea) que se muestran abajo para poder dibujarlo sobre las líneas punteadas para armar la caja.

1. La siguiente plantilla se usa para elaborar cajas para libros:



a) Si cada cuadrado mide 10 cm de lado, ¿cuáles son las medidas de la caja?

b) ¿Cuál es su volumen en metros cúbicos?

Nota. Adaptado de *Matemáticas 1* (p. 242), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson Educación de México.

Figura 134. Ejemplo de Mide tu avance

Mide tu avance			
Califica tu examen, en grupo, y anota tus resultados en la siguiente tabla.			
En caso de que tu respuesta no haya sido correcta, regresa a la lección y páginas que se sugieren para repasar el contenido.			
Reactivos	Contenido	Frecuencia	Sugerencia
1	Resuelve problemas de proporcionalidad inversa.		Lección 4, página 48
2	Resuelve divisiones de fracciones.		Lección 3, página 24
3	Resuelve problemas de multiplicación y división con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.		Lección 2, página 31
4	Representa de forma equivalente expresiones algebraicas de primer grado formadas a partir de incógnitas.		Lección 5, página 55
5	Resuelve problemas de potencia con exponente entero.		Lección 3, página 42
6	Reconoce y calcula el número de diagonales de un polígono.		Lección 6, página 66
7	Identifico la medida de los ángulos de los polígonos regulares que permiten cubrir un plano.		Lección 7, página 74
8	Interpreto información representada en un histograma y construyo el polígono de frecuencias correspondiente.		Lección 8, página 83

Nota. Adaptado de *Matemáticas 2* (p. 97), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson Educación de México.

La “**evaluación final**” es la única sección de la tercera fase (Figura 135), la cual contiene en promedio 24 preguntas de opción múltiple en las cuales se abordan los temas vistos en todo el libro.

Figura 135. Ejemplo de tercera fase de evaluación

Evaluación final

Lee la información y elige la respuesta correcta en cada pregunta.

1. ¿Cuál de las siguientes fracciones no es equivalente a una fracción decimal?

a) $\frac{5}{16}$ b) $\frac{5}{12}$ c) $\frac{5}{15}$ d) $\frac{9}{12}$

2. ¿Cuál de las siguientes fracciones es equivalente al número periódico $0.0\overline{76}$?

a) $\frac{76}{90}$ b) $\frac{76}{999}$ c) $\frac{76}{990}$ d) $\frac{76}{99}$

3. ¿Qué número decimal está exactamente a la mitad de 1.47 y 1.5?

a) 1.6 b) 1.485 c) 1.595 d) 1.475

4. Manuel tiene un terreno de 126 m^2 de superficie sobre el que va a construir su casa. De la superficie total, $\frac{5}{6}$ los destinará a la construcción de la casa y el resto será jardín. ¿Qué superficie ocupará el comedor si se le destina $\frac{1}{4}$ de la superficie de la casa?

a) 26.25 m^2 b) 31.5 m^2 c) 21 m^2 d) 25 m^2

5. Guillermo compró dos garrafrones de jugo de 1 galón (3.78 l), cada uno, que quiere repartir en botellas de 0.355 ml. ¿qué división permite obtener el resultado de la situación anterior?

a) $756 \div 355$ b) $355 \div 756$ c) $75.6 \div 355$ d) $7\,560 \div 355$

6. Marcelo se tomó una fotografía junto a una estatua y quiere saber su altura. Para ello, imprimió la fotografía. En la imagen, Marcelo mide 3.5 cm y la estatua mide 9.7 cm. Si Marcelo mide 1.78 m, ¿cuál es la altura de la estatua?

a) 4.35 m b) 5.73 m c) 4.93 m d) 5.14 m

7. Un triángulo y un paralelogramo tienen la misma base, pero la altura del triángulo es 1.5 veces la del paralelogramo. ¿Cuántas veces representa el área del triángulo al área del paralelogramo?

a) 0.75 veces b) 3 veces c) 0.5 veces d) 1.25 veces

Nota. Adaptado de *Matemáticas I* (p. 246), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson

Educación de México.

En la Tabla 13 se pueden observar los resultados de cada fase por libro. En la primera fase, se muestran qué tipos de problemas afines con la relación funcional se retoman en la sección “crea y evalúate”. Para la segunda fase, se muestran los indicadores de “evalúate, mide tu desempeño” que promueven el pensamiento funcional y una lista reactivos de la “evaluación” en la cual se señala con qué aspecto de la relación funcional se vincula cada uno, seguido de la tabla de “mide tu avance”, con las cuales se puede completar la retroalimentación. Los resultados están basados en los aspectos de la variable como relación funcional según el modelo 3UV.

Tabla 13. *Concentrado de evaluación por lección, saga interacciones*

Libro	Periodo	Tipos de problemas
Matemáticas 1	1	Primera fase Lección 1: Conversión de fracción a decimal y viceversa (F2, F3) Lección 3: Problemas situacionales de relación entre dos variables (F1, F2) Lección 4: Problemas de analizar y establecer la relación entre dos variables (F1). Lección 5: Problemas de encontrar el valor de proporcionalidad a partir de una situación planteada (F1, F2). Identificación de tablas de variación proporcional (F1). Problemas situacionales de proporcionalidad directa (F2, F3). Llenado de tablas de proporcionalidad directa dada una situación (F2, F3).

	Lección 6: Ejercicios de analizar la fórmula del área de diferentes figuras y calcularlas (F2, F6). Lección 7: Problemas situacionales que involucran el análisis del perímetro de una circunferencia (F1, F2). Lección 8: Ejercicios de expresar algebraicamente la regla de una sucesión (F1, F6) y hallar términos de una sucesión según la regla (F1, F2). Segunda fase Los indicadores de interés son: Convierto fracciones decimales a notación decimal y viceversa. Aproximo algunas fracciones no decimales usando la notación decimal. Resuelvo problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales. Calculo valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con conste natural, fraccional o decimal. Calculo el perímetro de polígonos y del círculo y áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando formulas. Formulo expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utilizo para analizar propiedades de la sucesión que representan. Reactivos: 1 (F2), 2 (F2, F3), 3 (F2), 4 (F2), 6 (F3), 7 (F1, F6), 8 (F2), 9 (F1). Figura 136. <i>Mide tu avance, periodo 1, Matemáticas 1</i> <table><tr><th>Reactivo</th><th>Contenido</th><th>Respuesta</th><th>Sugerencia</th></tr><tr><td>1</td><td>Cálculo de valores decimales en problemas de proporcionalidad directa.</td><td></td><td>Lección 5, página 55.</td></tr><tr><td>2</td><td>Resuelvo problemas de multiplicación y división de números decimales.</td><td></td><td>Lecciones 3 y 4, páginas 32 y 45.</td></tr><tr><td>3</td><td>Cálculo de valores fraccionarios en problemas de proporcionalidad directa.</td><td></td><td>Lección 5, página 55.</td></tr><tr><td>4</td><td>Realizo conversiones de fracciones decimales a número decimal.</td><td></td><td>Lección 1, página 17.</td></tr><tr><td>5</td><td>Utilizo la fórmula del área del triángulo para determinar medidas faltantes.</td><td></td><td>Lección 6, página 70.</td></tr><tr><td>6</td><td>Calculo el área de triángulos y cuadriláteros aplicando las fórmulas.</td><td></td><td>Lección 6, página 63.</td></tr><tr><td>7</td><td>Calculo el perímetro de círculos, a partir de cierta información.</td><td></td><td>Lección 7, página 76.</td></tr><tr><td>8</td><td>Formulo expresiones algebraicas a partir de sucesiones.</td><td></td><td>Lección 8, página 78.</td></tr><tr><td>9</td><td>Ordeno y convierto fracciones a número decimal.</td><td></td><td>Lección 2, página 22.</td></tr><tr><td>10</td><td>Ordeno fracciones.</td><td></td><td>Lección 2, página 24.</td></tr></table> <i>Nota.</i> Adaptado de <i>Matemáticas 1</i> (p. 91), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson Educación de México.	Reactivo	Contenido	Respuesta	Sugerencia	1	Cálculo de valores decimales en problemas de proporcionalidad directa.		Lección 5, página 55.	2	Resuelvo problemas de multiplicación y división de números decimales.		Lecciones 3 y 4, páginas 32 y 45.	3	Cálculo de valores fraccionarios en problemas de proporcionalidad directa.		Lección 5, página 55.	4	Realizo conversiones de fracciones decimales a número decimal.		Lección 1, página 17.	5	Utilizo la fórmula del área del triángulo para determinar medidas faltantes.		Lección 6, página 70.	6	Calculo el área de triángulos y cuadriláteros aplicando las fórmulas.		Lección 6, página 63.	7	Calculo el perímetro de círculos, a partir de cierta información.		Lección 7, página 76.	8	Formulo expresiones algebraicas a partir de sucesiones.		Lección 8, página 78.	9	Ordeno y convierto fracciones a número decimal.		Lección 2, página 22.	10	Ordeno fracciones.		Lección 2, página 24.
Reactivo	Contenido	Respuesta	Sugerencia																																										
1	Cálculo de valores decimales en problemas de proporcionalidad directa.		Lección 5, página 55.																																										
2	Resuelvo problemas de multiplicación y división de números decimales.		Lecciones 3 y 4, páginas 32 y 45.																																										
3	Cálculo de valores fraccionarios en problemas de proporcionalidad directa.		Lección 5, página 55.																																										
4	Realizo conversiones de fracciones decimales a número decimal.		Lección 1, página 17.																																										
5	Utilizo la fórmula del área del triángulo para determinar medidas faltantes.		Lección 6, página 70.																																										
6	Calculo el área de triángulos y cuadriláteros aplicando las fórmulas.		Lección 6, página 63.																																										
7	Calculo el perímetro de círculos, a partir de cierta información.		Lección 7, página 76.																																										
8	Formulo expresiones algebraicas a partir de sucesiones.		Lección 8, página 78.																																										
9	Ordeno y convierto fracciones a número decimal.		Lección 2, página 22.																																										
10	Ordeno fracciones.		Lección 2, página 24.																																										
2	Primera fase Lección 9: Propiedades del valor absoluto y aplicaciones (F1, F2, F3). Lección 12: Problemas situacionales del cálculo de porcentajes, analizar situaciones y expresar datos en porcentajes (F1, F2, F3). Lección 15: analizar y crear gráficas circulares basadas en situaciones en problemas o tablas (F4, F2). Segunda fase Los indicadores de interés son:																																												

	Resuelvo problemas de porcentaje: aplico un porcentaje, determino qué porcentaje es una cantidad de otra y porcentajes mayores a 100% Elaboro graficas circulares con información dada, interpreto información dada en gráficas circulares. Reactivos: 1(F1, F2), 3 (F1, F2), 4 (F2), 5 (F2), 6 (F2), 8 (F2),9 (F4), 10 (F2). Figura 137. <i>Mide tu avance, periodo 2, Matemáticas 1</i> <table><tr><th>Reactivo</th><th>Contenido</th><th>Respuesta</th><th>Sugerencia</th></tr><tr><td>1</td><td>Resuelvo sumas de números positivos y negativos.</td><td></td><td>Lección 9, página 94.</td></tr><tr><td>2</td><td>Aplico correctamente la jerarquía de operaciones al resolverlas.</td><td></td><td>Lecciones 10, página 105.</td></tr><tr><td>3</td><td>Resuelvo problemas en los que aplico la jerarquía de operaciones y calculo el porcentaje a una cantidad.</td><td></td><td>Lecciones 10 y 12, páginas 106 y 130.</td></tr><tr><td>4</td><td>Resuelvo problemas que involucran ecuaciones lineales.</td><td></td><td>Lección 11, página 116.</td></tr><tr><td>5</td><td>Resuelvo problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.</td><td></td><td>Lección 12, página 130.</td></tr><tr><td>6</td><td>Resuelvo problemas de cálculo de porcentajes.</td><td></td><td>Lección 12, página 130.</td></tr><tr><td>7</td><td>Identifico la relación entre los ángulos que se forman entre paralelas cortadas por una transversal.</td><td></td><td>Lección 13, página 140.</td></tr><tr><td>8</td><td>Formulo expresiones algebraicas a partir de sucesiones.</td><td></td><td>Lección 11, página 116.</td></tr><tr><td>9</td><td>Recolecto información de gráficas circulares.</td><td></td><td>Lección 15, página 162.</td></tr><tr><td>10</td><td>Registro información en gráficas circulares.</td><td></td><td>Lección 15, página 162.</td></tr></table> <i>Nota.</i> Adaptado de <i>Matemáticas 1</i> (p. 177), por Mancera y Basurto, (2018), Editorial Pearson Educación de México.	Reactivo	Contenido	Respuesta	Sugerencia	1	Resuelvo sumas de números positivos y negativos.		Lección 9, página 94.	2	Aplico correctamente la jerarquía de operaciones al resolverlas.		Lecciones 10, página 105.	3	Resuelvo problemas en los que aplico la jerarquía de operaciones y calculo el porcentaje a una cantidad.		Lecciones 10 y 12, páginas 106 y 130.	4	Resuelvo problemas que involucran ecuaciones lineales.		Lección 11, página 116.	5	Resuelvo problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.		Lección 12, página 130.	6	Resuelvo problemas de cálculo de porcentajes.		Lección 12, página 130.	7	Identifico la relación entre los ángulos que se forman entre paralelas cortadas por una transversal.		Lección 13, página 140.	8	Formulo expresiones algebraicas a partir de sucesiones.		Lección 11, página 116.	9	Recolecto información de gráficas circulares.		Lección 15, página 162.	10	Registro información en gráficas circulares.		Lección 15, página 162.
Reactivo	Contenido	Respuesta	Sugerencia																																										
1	Resuelvo sumas de números positivos y negativos.		Lección 9, página 94.																																										
2	Aplico correctamente la jerarquía de operaciones al resolverlas.		Lecciones 10, página 105.																																										
3	Resuelvo problemas en los que aplico la jerarquía de operaciones y calculo el porcentaje a una cantidad.		Lecciones 10 y 12, páginas 106 y 130.																																										
4	Resuelvo problemas que involucran ecuaciones lineales.		Lección 11, página 116.																																										
5	Resuelvo problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.		Lección 12, página 130.																																										
6	Resuelvo problemas de cálculo de porcentajes.		Lección 12, página 130.																																										
7	Identifico la relación entre los ángulos que se forman entre paralelas cortadas por una transversal.		Lección 13, página 140.																																										
8	Formulo expresiones algebraicas a partir de sucesiones.		Lección 11, página 116.																																										
9	Recolecto información de gráficas circulares.		Lección 15, página 162.																																										
10	Registro información en gráficas circulares.		Lección 15, página 162.																																										
3	Primera fase Lección 16: Problemas situacionales de la relación entre dos conjuntos para representar algebraica y gráficamente (F1, F2, F3). Lección 17: Análisis de gráficas de problemas planteados (F1). Lección 18: Análisis de problemas situaciones de progresión aritmética, encontrando el termino general de una progresión aritmética (F1, F4, F6) Lección 19: Problemas situacionales del cálculo del volumen (F2, F3). Lección 20: Problemas situacionales del cálculo del volumen basándose en su capacidad (F1, F2, F3). Lección 21: Problemas situacionales del cálculo de medidas de dispersión. Segunda fase Los indicadores de interés son: Represento en tablas, gráficas y algebraicamente relaciones lineales de la forma $y=ax+b$. Cálculo la razón de cambio de una relación lineal y determino la pendiente de la recta. Determino, algebraicamente, el lugar o termino que representa un número en una secuencia con progresión aritmética. Calculo el volumen de prismas rectos: además justifico sus fórmulas. Identifico la relación entre unidades de volumen y de capacidad, y realizo conversiones entre ellas. Calculo el rango para determinar la dispersión de los datos. Reconozco la media o la mediana como el valor más representativo de un conjunto de datos. Describo las propiedades de la media y mediana.																																												

	<i>Nota.</i> Adaptado de <i>Matemáticas 2</i> (p. 97), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson Educación de México.																																												
2	Primera fase: Lección 10: Problemas del cálculo de raíces cuadradas (F2, F3), problemas situacionales de dimensiones dada un área (F3), análisis de propiedades de raíces cuadradas (F1). Lección 11: Problemas situacionales de reparto proporcional (F2) Lección 12: Dada una situación completar tabla de relación entre dos variables (F2), graficarla y determinar la expresión algebraica (F1). Ejercicios de resolver un sistema de ecuaciones dada su expresión (F4). Lección 13: problemas situacionales del uso y conversión de diferentes sistemas de medida (F1, F2, F3). Lección 14: Análisis del área de polígonos y obtención de su expresión en función del perímetro, apotema o el área de otra figura (F1, F4). Lección 15: problemas situacionales para el cálculo de medidas de dispersión (F1, F2, rango) Segunda fase: Los indicadores de interés son: Identifico cuadrados perfectos y aproximo raíces cuadradas. Resuelvo problemas de reparto proporcional. Resuelvo sistemas de ecuaciones 2x2 mediante diferentes procedimientos, incluido el gráfico. Identifico y represento expresiones algebraicas equivalentes a partir de métodos geométricos. Realizo conversiones entre unidades del SI y del sistema inglés. Cálculo el área de polígonos regulares y del círculo, aplicando fórmulas correspondientes. Utilizo las medidas de tendencia central, el rango, la desviación media en el análisis de un conjunto de datos. Reactivo: 1 (F1), 2(F2), 3(F2), 4 (F3), 5(F4), 6(F2), 7(F3), 10 (F4). Figura 140. <i>Mide tu avance, periodo 2, Matemáticas 2</i> <table><tr><th>Reactivo</th><th>Contenido</th><th>Respuesta</th><th>Sugerencia</th></tr><tr><td>1</td><td>Resuelvo problemas de reparto proporcional.</td><td></td><td>Lección 11, página 112</td></tr><tr><td>2</td><td>Calculo el perímetro y el área de polígonos regulares.</td><td></td><td>Lección 15, página 152</td></tr><tr><td>3</td><td>Resuelvo problemas de cálculo del perímetro del círculo.</td><td></td><td>Lección 15, página 152</td></tr><tr><td>4</td><td>Resuelvo problemas de sistemas de ecuaciones lineales 2×2.</td><td></td><td>Lección 12, página 118</td></tr><tr><td>5</td><td>Identifico expresiones algebraicas equivalentes para representar el área de figuras geométricas.</td><td></td><td>Lección 13, página 132</td></tr><tr><td>6</td><td>Calculo la desviación media de un conjunto de datos.</td><td></td><td>Lección 16, página 160</td></tr><tr><td>7</td><td>Realizo conversiones entre unidades del SI y del sistema inglés.</td><td></td><td>Lección 14, página 144</td></tr><tr><td>8</td><td>Resuelvo problemas de aproximaciones a raíces cuadradas.</td><td></td><td>Lección 10, página 104</td></tr><tr><td>9</td><td>Resuelvo multiplicaciones de números enteros, fracciones y decimales, positivos y negativos.</td><td></td><td>Lección 9, página 96</td></tr><tr><td>10</td><td>Resuelvo gráficamente un sistema de ecuaciones lineales 2×2.</td><td></td><td>Lección 12, página 100</td></tr></table>	Reactivo	Contenido	Respuesta	Sugerencia	1	Resuelvo problemas de reparto proporcional.		Lección 11, página 112	2	Calculo el perímetro y el área de polígonos regulares.		Lección 15, página 152	3	Resuelvo problemas de cálculo del perímetro del círculo.		Lección 15, página 152	4	Resuelvo problemas de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .		Lección 12, página 118	5	Identifico expresiones algebraicas equivalentes para representar el área de figuras geométricas.		Lección 13, página 132	6	Calculo la desviación media de un conjunto de datos.		Lección 16, página 160	7	Realizo conversiones entre unidades del SI y del sistema inglés.		Lección 14, página 144	8	Resuelvo problemas de aproximaciones a raíces cuadradas.		Lección 10, página 104	9	Resuelvo multiplicaciones de números enteros, fracciones y decimales, positivos y negativos.		Lección 9, página 96	10	Resuelvo gráficamente un sistema de ecuaciones lineales 2×2 .		Lección 12, página 100
Reactivo	Contenido	Respuesta	Sugerencia																																										
1	Resuelvo problemas de reparto proporcional.		Lección 11, página 112																																										
2	Calculo el perímetro y el área de polígonos regulares.		Lección 15, página 152																																										
3	Resuelvo problemas de cálculo del perímetro del círculo.		Lección 15, página 152																																										
4	Resuelvo problemas de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .		Lección 12, página 118																																										
5	Identifico expresiones algebraicas equivalentes para representar el área de figuras geométricas.		Lección 13, página 132																																										
6	Calculo la desviación media de un conjunto de datos.		Lección 16, página 160																																										
7	Realizo conversiones entre unidades del SI y del sistema inglés.		Lección 14, página 144																																										
8	Resuelvo problemas de aproximaciones a raíces cuadradas.		Lección 10, página 104																																										
9	Resuelvo multiplicaciones de números enteros, fracciones y decimales, positivos y negativos.		Lección 9, página 96																																										
10	Resuelvo gráficamente un sistema de ecuaciones lineales 2×2 .		Lección 12, página 100																																										

		<i>Nota.</i> Adaptado de <i>Matemáticas 2</i> (p. 175), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson Educación de México.																																												
	3	Primera fase: Lección 17: Problemas situacionales de la división entre números decimales (F2, F3). Lección 18: Problemas situacionales del uso de notación científica (F2). Lección 19: Problemas de completar tablas, expresar algebraica y graficar la proporcionalidad inversa (F1, F2, F4). Lección 20: Análisis del área y perímetro del círculo (F1, F2, F3). Lección 21: Problemas situacionales de probabilidad teórica (F2). Segunda fase: Los indicadores de interés son: Resuelvo problemas de proporcionalidad inversa de manera tabular, gráfica y algebraica. Resuelvo problemas del cálculo del área del círculo, aplicando la fórmula correspondiente. Cálculo el volumen de prismas poligonales y cilindros rectos. Determino la probabilidad teórica y la contraste con la frecuencial. Reactivo: 1 (f4), 2 (F2), 3 (F2), 4 (F2), 5 (F2), 6 (F2), 7 (F2), 8 (F2), 9 (F2) Figura 141. <i>Mide tu avance, periodo 3, Matemáticas 2</i> <table><tr><th>Reactivo</th><th>Contenido</th><th>Respuesta</th><th>Sugerencia</th></tr><tr><td>1</td><td>Identifico la relación entre la gráfica y la expresión algebraica de una relación de proporcionalidad inversa.</td><td></td><td>Lección 19, página 194</td></tr><tr><td>2</td><td>Calculo el perímetro y el área de polígonos regulares y del círculo.</td><td></td><td>Lección 20, página 208</td></tr><tr><td>3</td><td>Calculo el volumen de cilindros y relaciono unidades de volumen y de capacidad.</td><td></td><td>Lección 21, página 216</td></tr><tr><td>4</td><td>Resuelvo problemas sobre el cálculo del volumen de prismas rectos.</td><td></td><td>Lección 21, página 216</td></tr><tr><td>5</td><td>Calculo la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.</td><td></td><td>Lección 22, página 226</td></tr><tr><td>6</td><td>Calculo la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.</td><td></td><td>Lección 22, página 226</td></tr><tr><td>7</td><td>Represento cantidades muy pequeñas en notación científica.</td><td></td><td>Lección 18, página 186</td></tr><tr><td>8</td><td>Resuelvo problemas que involucran números y decimales.</td><td></td><td>Lección 17, página 178</td></tr><tr><td>9</td><td>Resuelvo problemas que involucran divisiones de números fraccionarios y decimales, positivos y negativos.</td><td></td><td>Lección 17, página 178</td></tr><tr><td>10</td><td>Resuelvo operaciones que involucran fracciones y decimales, positivos y negativos.</td><td></td><td>Lección 17, página 178</td></tr></table> <i>Nota.</i> Adaptado de <i>Matemáticas 2</i> (p. 243), por Mancera y Basurto, (2019), Editorial Pearson Educación de México.	Reactivo	Contenido	Respuesta	Sugerencia	1	Identifico la relación entre la gráfica y la expresión algebraica de una relación de proporcionalidad inversa.		Lección 19, página 194	2	Calculo el perímetro y el área de polígonos regulares y del círculo.		Lección 20, página 208	3	Calculo el volumen de cilindros y relaciono unidades de volumen y de capacidad.		Lección 21, página 216	4	Resuelvo problemas sobre el cálculo del volumen de prismas rectos.		Lección 21, página 216	5	Calculo la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.		Lección 22, página 226	6	Calculo la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.		Lección 22, página 226	7	Represento cantidades muy pequeñas en notación científica.		Lección 18, página 186	8	Resuelvo problemas que involucran números y decimales.		Lección 17, página 178	9	Resuelvo problemas que involucran divisiones de números fraccionarios y decimales, positivos y negativos.		Lección 17, página 178	10	Resuelvo operaciones que involucran fracciones y decimales, positivos y negativos.		Lección 17, página 178
Reactivo	Contenido	Respuesta	Sugerencia																																											
1	Identifico la relación entre la gráfica y la expresión algebraica de una relación de proporcionalidad inversa.		Lección 19, página 194																																											
2	Calculo el perímetro y el área de polígonos regulares y del círculo.		Lección 20, página 208																																											
3	Calculo el volumen de cilindros y relaciono unidades de volumen y de capacidad.		Lección 21, página 216																																											
4	Resuelvo problemas sobre el cálculo del volumen de prismas rectos.		Lección 21, página 216																																											
5	Calculo la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.		Lección 22, página 226																																											
6	Calculo la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.		Lección 22, página 226																																											
7	Represento cantidades muy pequeñas en notación científica.		Lección 18, página 186																																											
8	Resuelvo problemas que involucran números y decimales.		Lección 17, página 178																																											
9	Resuelvo problemas que involucran divisiones de números fraccionarios y decimales, positivos y negativos.		Lección 17, página 178																																											
10	Resuelvo operaciones que involucran fracciones y decimales, positivos y negativos.		Lección 17, página 178																																											
Matemáticas 3	1	Primera fase: Lección 2: Ejercicios y problemas situacionales de mcm y MCD (F2). Lección 3: problemas de expresar algebraicamente la relación entre dos y tres variables (F4). Segunda fase: Los indicadores de interés son: Calculo el mcm y MCD de números naturales.																																												

	Represento expresiones algebraicas que corresponden al área de figuras geométricas. Reactivos: 3 (F2), 5 (F2), 7 (F1). Figura 142. <i>Mide tu avance, periodo 1, Matemáticas 3</i> <table><tr><th>Reactivo</th><th>Contenido</th><th>Respuesta</th><th>Sugerencia</th></tr><tr><td>1</td><td>Uso los criterios de divisibilidad para determinar fracciones equivalentes.</td><td></td><td>Lección 1, página 30</td></tr><tr><td>2</td><td>Aplico los criterios de divisibilidad en la resolución de problemas.</td><td></td><td>Lección 1, página 24</td></tr><tr><td>3</td><td>Resuelvo problemas de cálculo del MCD de dos o más números.</td><td></td><td>Lección 2, página 40</td></tr><tr><td>4</td><td>Identifico triángulos semejantes.</td><td></td><td>Lección 4, página 74</td></tr><tr><td>5</td><td>Resuelvo problemas de cálculo del mcm de dos o más números.</td><td></td><td>Lección 2, página 37</td></tr><tr><td>6</td><td>Resuelvo problemas de semejanza de figuras.</td><td></td><td>Lección 4, página 66</td></tr><tr><td>7</td><td>Formulo expresiones de segundo grado para representar el área de figuras geométricas.</td><td></td><td>Lección 3, página 62</td></tr><tr><td>8</td><td>Verifico equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geoméricamente.</td><td></td><td>Lección 3, página 62</td></tr><tr><td>9</td><td>Uso los criterios de divisibilidad para resolver un problema.</td><td></td><td>Lección 1, página 24</td></tr></table> <i>Nota.</i> Adaptado de <i>Matemáticas 3</i> (p. 87), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson Educación de México.	Reactivo	Contenido	Respuesta	Sugerencia	1	Uso los criterios de divisibilidad para determinar fracciones equivalentes.		Lección 1, página 30	2	Aplico los criterios de divisibilidad en la resolución de problemas.		Lección 1, página 24	3	Resuelvo problemas de cálculo del MCD de dos o más números.		Lección 2, página 40	4	Identifico triángulos semejantes.		Lección 4, página 74	5	Resuelvo problemas de cálculo del mcm de dos o más números.		Lección 2, página 37	6	Resuelvo problemas de semejanza de figuras.		Lección 4, página 66	7	Formulo expresiones de segundo grado para representar el área de figuras geométricas.		Lección 3, página 62	8	Verifico equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geoméricamente.		Lección 3, página 62	9	Uso los criterios de divisibilidad para resolver un problema.		Lección 1, página 24
Reactivo	Contenido	Respuesta	Sugerencia																																						
1	Uso los criterios de divisibilidad para determinar fracciones equivalentes.		Lección 1, página 30																																						
2	Aplico los criterios de divisibilidad en la resolución de problemas.		Lección 1, página 24																																						
3	Resuelvo problemas de cálculo del MCD de dos o más números.		Lección 2, página 40																																						
4	Identifico triángulos semejantes.		Lección 4, página 74																																						
5	Resuelvo problemas de cálculo del mcm de dos o más números.		Lección 2, página 37																																						
6	Resuelvo problemas de semejanza de figuras.		Lección 4, página 66																																						
7	Formulo expresiones de segundo grado para representar el área de figuras geométricas.		Lección 3, página 62																																						
8	Verifico equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geoméricamente.		Lección 3, página 62																																						
9	Uso los criterios de divisibilidad para resolver un problema.		Lección 1, página 24																																						
2	Primera fase: Lección 5: Problemas situacionales sobre la ecuación cuadrática, identificar una relación y expresarla algebraicamente (F1, F2). Lección 6: Problemas situacionales con representación gráfica (F1, F4) Lección 7: Ejercicios de plantear una función basada en los valores dados en una tabla (F4), graficar funciones (F1) y proponer ecuaciones y determinar su solución (F2, F3). Lección 8: Problemas situacionales del teorema de Pitágoras (F1, F2, F3). Segunda fase: Los indicadores de interés son: Resuelvo problemas mediante la formulación de ecuaciones cuadráticas. Represento y analizo funciones de diferentes tipos, algebraica, tabular y gráfica. Diferencio expresiones algebraicas de funciones y ecuaciones. Identifico la relación entre los datos de un triángulo equilátero. Reactivo: 1 (F2), 2 (F1, F2), 3 (F2), 4 (F4), 5 (F4), 6 (F1), 8 (F1), 9 (F4), 10 (F4). Figura 143. <i>Mide tu avance, periodo 2, Matemáticas 3</i>																																								

	<table><tr><th>Reactivo</th><th>Contenido</th><th>Respuesta</th><th>Sugerencia</th></tr><tr><td>1</td><td rowspan="3">Formulo, justifico y uso el teorema de Pitágoras.</td><td></td><td>Lección 8, página 142</td></tr><tr><td>2</td><td></td><td>Lección 8, página 142</td></tr><tr><td>3</td><td></td><td>Lección 8, página 142</td></tr><tr><td>4</td><td rowspan="2">Diferencio las expresiones algebraicas de las funciones y de las ecuaciones.</td><td></td><td>Lección 7, página 130</td></tr><tr><td>5</td><td></td><td>Lección 7, página 130</td></tr><tr><td>6</td><td>Identifico la gráfica que corresponde a una ecuación cuadrática.</td><td></td><td>Lección 5, página 106</td></tr><tr><td>7</td><td rowspan="2">Resuelvo problemas relacionados con ecuaciones cuadráticas.</td><td></td><td>Lección 5, página 104</td></tr><tr><td>8</td><td></td><td>Lección 5, página 104</td></tr><tr><td>9</td><td rowspan="3">Analizo y comparo diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica.</td><td></td><td>Lección 6, página 118</td></tr><tr><td>10</td><td></td><td>Lección 6, página 118</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td>Lección 6, página 118</td></tr></table>	Reactivo	Contenido	Respuesta	Sugerencia	1	Formulo, justifico y uso el teorema de Pitágoras.		Lección 8, página 142	2		Lección 8, página 142	3		Lección 8, página 142	4	Diferencio las expresiones algebraicas de las funciones y de las ecuaciones.		Lección 7, página 130	5		Lección 7, página 130	6	Identifico la gráfica que corresponde a una ecuación cuadrática.		Lección 5, página 106	7	Resuelvo problemas relacionados con ecuaciones cuadráticas.		Lección 5, página 104	8		Lección 5, página 104	9	Analizo y comparo diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica.		Lección 6, página 118	10		Lección 6, página 118	11		Lección 6, página 118
Reactivo	Contenido	Respuesta	Sugerencia																																								
1	Formulo, justifico y uso el teorema de Pitágoras.		Lección 8, página 142																																								
2			Lección 8, página 142																																								
3			Lección 8, página 142																																								
4	Diferencio las expresiones algebraicas de las funciones y de las ecuaciones.		Lección 7, página 130																																								
5			Lección 7, página 130																																								
6	Identifico la gráfica que corresponde a una ecuación cuadrática.		Lección 5, página 106																																								
7	Resuelvo problemas relacionados con ecuaciones cuadráticas.		Lección 5, página 104																																								
8			Lección 5, página 104																																								
9	Analizo y comparo diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica.		Lección 6, página 118																																								
10			Lección 6, página 118																																								
11			Lección 6, página 118																																								
	<i>Nota.</i> Adaptado de <i>Matemáticas 3</i> (p. 161), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson Educación de México.																																										
3	Primera fase: Lección 9: Problemas situacional de una función, donde se analiza (F1, F5), construye la gráfica y se llena una tabla de puntos (F1, F4). Lección 10: Ejercicios del cálculo de razones trigonométricas. Lección 11: Problemas situacionales del análisis de medidas de tendencia central y de dispersión (F1, F2). Lección 12: Problemas situacionales de probabilidad (F2). Segunda fase: Los indicadores de interés son: Identifico y describo gráficas asociadas a diferentes tipos de fenómenos. Modelo geoméricamente para representar expresiones algebraicas cuadráticas. Represento algebraica, tabular y gráficamente funciones cuadráticas. Identifico las relaciones entre los catetos, la hipotenusa y los ángulos de triángulos rectángulos. Utilizo las razones trigonométricas en la resolución de problemas. Comparo conjuntos de datos a partir de las medidas de tendencia central y de dispersión. Calcula la probabilidad de ocurrencia de eventos mutuamente excluyentes y determino cuándo un juego es justo para todos sus participantes. Reactivo: 1 (F2), 2 (F2), 3 (F2), 5 (F2), 6 (F2), 7 (F5), 8 (F4), 9 (F1), 10 (F1). Figura 144. <i>Mide tu avance, periodo 3, Matemáticas 3</i>																																										

Reactivo	Contenido	Respuesta	Sugerencia
1	Resuelvo problemas utilizando las razones trigonométricas.		Lección 10, página 189
2			Lección 10, página 189
3			Lección 10, página 189
4	Determino si un juego de azar es justo o injusto para sus participantes.		Lección 12, página 211
5	Calculo la probabilidad de ocurrencia de dos eventos mutuamente excluyentes.		Lección 12, página 210
6	Analizo y comparo diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica.		Lección 9, página 166
7			Lección 9, página 166
8			Lección 9, página 166
9	Comparo la tendencia central (media, moda y mediana) y dispersión (rango y desviación media) de dos conjuntos de datos.		Lección 11, página 202
10			Lección 11, página 202

Nota. Adaptado de *Matemáticas 3* (p. 234), por Mancera y Basurto, (2021), Editorial Pearson Educación de México.

Nota. Elaboración propia

Observaciones de la evaluación

La mayoría de los problemas de las evaluaciones son similares a los propuestos en las lecciones, pero se diferencian en que los de las evaluaciones son de opción múltiple y los de las lecciones no lo son. En esta sección se utiliza principalmente F2 y F3 ya que en la mayoría de los problemas preguntan por la evaluación de la relación. A su vez, ambas sagas se enfocan poco en la variación por intervalos (F5).

No existe un único modelo para evaluar y esto se ve reflejado en las propuestas de las sagas, ya que cada una incluye más de uno. Infinita secundaria propone como principales formas de evaluar la autoevaluación y la coevaluación, que involucra activamente a los estudiantes en la toma de decisiones. Por otro lado, la saga interacciones se concentra en la autoevaluación por lecciones y en la sección “mide tu avance” incita a la evaluación entre iguales al proponer calificar el examen de manera grupal.

En cuando a diversidad de materiales la saga interacciones le brinda al estudiante más opciones de medir su avance. El acompañamiento de las evaluaciones de esta saga es gradual, ya que mide el aprendizaje por lecciones, por periodos y por libro, revalidando a lo largo de todo el curso los conocimientos adquiridos. A diferencia de infinita secundaria en la que la evaluación solo se aplica al finalizar la unidad.

El contenido de las evaluaciones de la saga Infinita secundaria promueve que el alumno establezca conexiones entre los objetos matemáticos y su significado, desarrollando los aspectos F1 y F2. En la tabla incluida en la sección “lo que aprendí” se le solicita al alumno explicar un concepto con sus palabras, acudiendo a reconocer la correspondencia entre variables relacionadas (F1). También, deben dar un ejemplo de la aplicación del concepto, viéndose obligados en algunas ocasiones a darle valores a la variable independiente con la intención de hallar el valor de la dependiente (F2). Lo anterior favorece la apropiación de los conceptos, reforzando su competencia argumentativa y comunicativa.

La sección “convivo” favorece la comprensión situacional, desarrollando en algunos casos F4 y sobre todo poniendo en práctica los conceptos en problemas sociales.

La saga interacciones valora el error como fuente de aprendizaje, ya que al inicio de la segunda fase con “mide tu desempeño” se promueve la reflexión de los temas y aptitudes que se pudieron desarrollar, considerando los distintos niveles de comprensión y competencia. Además, la sección “mide tu avance” cuenta con una rúbrica en la que el estudiante puede identificar las lecciones que necesita repasar.

En cuanto a la estructura y manejo de recursos, las evaluaciones de la saga interacciones facilitan más la reflexión de los estudiantes ante su aprendizaje que la de la saga infinita secundaria, llegando a la introspección acerca de virtudes y defectos presentados en el desarrollo de las lecciones sobre los temas. Por otro lado, a pesar de que el número de evaluaciones por parte de infinita secundaria es menor al de interacciones, el uso y desarrollo de la relación funcional en cada una de ellas, en conjunto en cada libro se emplean todos los aspectos marcados por el modelo 3UV.

Conclusiones

Los libros analizados incluyen al menos una lección o secuencia y como máximo tres, donde el tema principal es la función, en ellas se presentan problemas que se apegan a los aprendizajes esperados, como lo marca el plan de estudios 2017, centrándose en la variación lineal. Pero no son las únicas que tratan este concepto, se encontraron más lecciones y secuencias en las que se ponen en práctica el pensamiento funcional pero el tema es diferente al de función, por ejemplo, los temas de proporcionalidad y de sucesiones. Estas se identificaron en su mayoría por la manera en la que se presenta la variable en los problemas de cada actividad.

En este trabajo se analizó cada actividad presente en los 6 libros de la población, es decir, 627 actividades en Matemáticas 1, 638 en Matemáticas 2 y 430 en Matemáticas 3 de la saga Infinita secundaria, además de 638 actividades en Matemáticas 1, 526 en Matemáticas 2 y 430 en Matemáticas 3 de la saga Interacciones. Para el análisis se consideraron los aspectos de la relación funcional del modelo 3UV y las características de la función relacionados con el desarrollo histórico del concepto.

Los problemas de las actividades se clasificaron por el aspecto de la relación funcional que promueven. Cada libro se analizó casi en su totalidad, solo dos secciones en promedio de cada saga se dejaron fuera de estudio porque no guardaban relación con el concepto de función. Las demás secciones se adecuan a algunas de las categorías señaladas en la metodología del análisis. Los resultados presentados son de los ejercicios y lecciones donde se ubicó a la relación funcional, si no aparece información sobre alguna secuencia o lección es porque no hay vínculo con el concepto de función.

Entre los resultados del análisis, se destaca que, en la saga Interacciones se promueve el aspecto de la relación funcional F6, ya que incluye varios problemas en los que se le solicita al estudiante representar algebraicamente una relación planteada de manera escrita, gráfica o tabular. Haciendo énfasis en el papel de las literales como variables, la identificación de todas las variables en el planteamiento y en expresar una variable en función de otra.

En cuanto a Infinita secundaria, esta enfatiza en todas las secuencias el modelar y solucionar problemas situados en la vida diaria, en los cuales se recurre a F1, ya que no se plantea la relación de forma algebraica, sino que se pide identificar cómo se relacionan los conjuntos en cada situación.

Infinita secundaria se destaca por su sistema de representación variado, en todos sus libros se presentan tanto tablas como gráficas que acompañan al estudiante en su proceso de aprendizaje. También, cuentan con una definición más apegada a la de función, en términos conjuntistas. En la fenomenología, incursionan en temas de física desde las primeras secuencias, destacando solo la relación entre magnitudes como distancia y tiempo, para después de unos problemas tratarlo como rapidez o velocidad.

La saga Interacción destaca en el acompañamiento al estudiante con las evaluaciones y las herramientas tecnológicas. A pesar de que no hay muchos sistemas de representación visibles, los ejercicios sí proponen su uso y una guía en la práctica de ellos. La fenomenología se desarrolla de manera similar al proceso histórico de la función, conforme se avanza con el estudio se incrementa la necesidad de explicar temas físicos más complejos, los cuales esta saga deja en las últimas lecciones.

En ambas sagas se desarrollan todos los aspectos de la relación funcional como lo marca el modelo 3UV y como lo establece el plan de estudios. Los aspectos más frecuentes en ambos libros son el análisis de las relaciones sin importar su representación (F1) y el encontrar el valor de la variable dependiente dada la independiente (F2).

A pesar de que los aspectos menos frecuentes son F4 y F5, la saga Interacciones, gracias a sus problemas de figuras compuestas, incrementa la presencia de F4 con la covariación. Además, en la solución de problemas que incluyen el análisis de gráficas de variaciones diversas y la construcción de histogramas recurre al estudio por intervalos (F5), esto es más frecuente en esta saga que en la saga Infinita secundaria.

En general, el desarrollo del concepto función en la saga Interacciones se da con base en el tema que se esté tomando en la lección, al dar la definición de función lineal se procede a distinguir la expresión algebraica de esa relación y no todo el constructo del concepto. De la misma manera, en el último libro, después de tratar la variación cuadrática, se hace la distinción de la manera algebraica en la que se construye una función cuadrática, haciendo el estudio algebraico. A pesar de ello, en todos los periodos se incluyen problemas donde se relacionan variables y se recalca la dependencia de una variable con otra.

Por parte de la saga Infinita secundaria, el concepto de función se va construyendo mediante el modelaje de situaciones y su aplicación. Da una definición más formal que la otra saga y desde que empieza a tratar con la relación entre variables destaca su aplicación en problemas comunes y físicos.

Lo positivo de la manera en que los libros desarrollan el concepto de función es que Interacciones hace énfasis en que existen diferentes tipos de funciones. Todos los libros promueven la habilidad para establecer la relación entre los diferentes sistemas de representación (modelos, diagramas, lenguaje hablado y símbolos escritos). Igual, apoyan la comprensión del lenguaje algebraico en el contexto geométrico. Desde las primeras lecciones se trabaja con la relación entre las variables. Incluso por medio de ejemplos, en especial en el tercer libro de ambas sagas, que la propiedad de linealidad o de crecimiento constante no es el comportamiento de cualquier función. Igual contienen secuencias donde enfatizan en la diferencia entre una ecuación y una función.

El aporte de este trabajo va más allá de los resultados obtenidos en el análisis de estos seis libros. El instrumento utilizado para el análisis, el cual es de autoría propia, con aspectos inspirados en Rico (2008), desglosa de manera ordenada y detallada los diferentes aspectos del concepto de función. Así, este instrumento puede utilizarse para analizar el contenido de cualquier libro de texto donde se quiera investigar la forma en la que se presenta la relación funcional. Lo anterior facilita al docente el cotejar el libro que se adecue mejor a sus necesidades.

Además, en el instrumento se toma en cuenta la mayoría de las secciones que puede incluir un libro de texto, ya que este recurso no solo construye el concepto por medio de los problemas, se piensa en el uso y manejo de las demás secciones de apoyo, las cuales se suelen pasar por alto en los salones de clase. Otra característica que incluye el instrumento de análisis es considerar el desarrollo histórico del concepto en la categoría “Aspectos conceptuales”. Esto es importante, pues las nociones matemáticas que se tienen en la actualidad se fueron moldeando con el paso de tiempo, según las necesidades y, al replicarlo en la práctica de problemas, el estudiante va construyendo un tipo de pensamiento y la noción del concepto de manera similar a como lo construyó la humanidad.

Se espera que esta tesis motive a investigar más sobre la importancia de los libros de texto en la construcción de un concepto. Por ejemplo, un tema que queda abierto es la influencia de la forma en la que se presenta el concepto de función en estos libros de texto sobre el aprendizaje de los estudiantes.

Referencias

- Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM Mathematics Education* 45, 765–777.
- Porras Torres, F. (2018). Evolución del concepto de función como respuesta a los problemas de la humanidad. *Praxis, Educación y Pedagogía*, 78-105.
- Amaro Macuil, G. (2017). La proporcionalidad en los libros de textos mexicanos en la educación básica. (*Tesis de licenciatura*). Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla.
- Bocco, M. (2010). Funciones elementales para construir modelos matemáticos. Ministerio de Educación - Instituto Nacional de Educación Tecnológica.
- Bosch, C., & Meda, A. (2019). *Matemáticas 2. Infinita Secundaria*. Ciudad de México: Ediciones Castillo.
- Bosch, C., & Meda, A. (2021). *Matemáticas 3. Infinita secundaria*. Ciudad de México: Ediciones Castillo.
- Bosch, C., Meda, A., & Gómez, C. (2018). *Matemáticas 1. Infinita secundaria*. Ciudad de México: Ediciones Castillo.
- Castillo, M., Burgos, M., & Godino, J. D. (2022). Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la teoría de la idoneidad didáctica. *Educação E Pesquisa*, 48.
- Chieh Chang, C., & Muthia Silalahi, S. (2017). A review and content analysis of mathematics textbooks in educational research. *Problems of Education in the 21st Century*, 235-251.
- Conejo, L., & Ortega, T. (2013). Clasificación de los problemas propuestos en aulas de Educación Secundaria Obligatoria. *Educación Matemática*.
- Fernández Palop, M. P., Caballero García, P. A., & Fernández Bravo, J. A. (2017). El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 201-217.
- García Celis, Z. (2011). Los libros de texto gratuitos en México. Vigencia y perspectivas. *Trabajo presentado en el XI Congreso Nacional de Investigación Educativa en la Universidad Nacional Autónoma de México*. México, D.F.
- Ghizoni Teive, G. M. (2015). Caminhos teórico-metodológicos para a investigação de livros escolares: contribuição do Centro de Investigación MANES. *Revista Brasileira De Educação*, 827–843.
- Gómez Vargas, I. (2018). *Matemáticas 1. Guía para docentes. Infinita Secundaria*. Ediciones Castillo.
- Gómez Vargas, I. (2019). *Matemáticas 2. Guía para docentes Infinita Secundaria*. Ediciones Castillo.
- Flores Martínez, R. C. (2019). *Matemáticas 3. Guía para docentes Infinita Secundaria*. Ediciones Castillo.

Jie, C. (14 de 11 de 2022). *China Net*. Obtenido de http://edu.china.com.cn/2022-11/14/content_78518378.htm?f=pad&a=true

Mancera Martínez, E., & Basurto Hidalgo, E. (2018). *Interacciones. Matemáticas 1*. Ciudad de México: Pearson Educación de México.

Mancera Martinez, E., & Basurto Hidalgo, E. (2019). *Interacciones. Matemáticas 2*. Ciudad de México: Pearson Educación de México.

Mancera Martínez, E., & Basurto Hidalgo, E. (2021). *Interacciones. Matemáticas 3*. Ciudad de México: Pearson Educación de México.

Mesa, V. (2004). Characterizing Practices Associated with Function in Middle School Textbooks: An Empirical Approach. *Educational Studies in Mathematics* 56, 255-286.

Monterrubio Pérez, M. C., & Rincón, T. (2012). Creación y aplicación de un modelo de valoración de textos escolares matemáticos en Educación Secundaria. *Revista de Educación*, 471-496.

Monterrubio, M. C., & Ortega, T. (2012). Creación y aplicación de un modelo de valoración de textos escolares matemáticos en Educación Secundaria. *Revista de Educación*, 471-496.

Nivel secundario para adultos módulo de enseñanza semipresencial: matemática funciones. (2007). Buenos Aires: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación

Occelli, M., & Valeiras, N. (2013). Los libros de texto de ciencias como objeto de investigación: Una revisión bibliográfica. *Revista de investigación y experiencias didácticas*.

Pang, J., Kim, L., & Jin, S. (2022). Task Development to Measure Functional Thinking: Focusing on Third Graders' Understanding. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 351-372.

Pino-Fan, L. R., Parra-Urrea, Y. E., & Castro-Gordillo, W. F. (2019). Significados de la función pretendidos por el currículo de matemáticas chileno. *Revista Internacional de Investigación en Educación*, 201-220.

Rico, L., Marín, A., Luipianez, J. L., & Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los Números Naturales,. *SUMA*, 7-23.

Torres, Y., & Moreno, R. (2008). El texto escolar, evolucion e influencias. *Laurus*, 14(27).

Ursini, S., Escareño, F., Montes, D., & Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del Algebra elemental*. Mexico: Trillas.

Vázquez Sosa, K. I. (2018). *Interacciones. Matemáticas 2. Libro del maestro*. Pearson Educación de México.

Vázquez Sosa, K. I. Pérez (2018). *Interacciones. Matemáticas 2. Libro del maestro*. Pearson Educación de México.

Zamora Erazo, S. (2019). *Interacciones. Matemáticas 3. Guía del maestro*. Pearson Educación de México.

