



# BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS

**“Comparación de diferentes modelos empleados para describir curvas de barrido en  $Z$  para medios ópticos no lineales para cualquier espesor”**

**TESIS PRESENTADA AL  
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICA APLICADA**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

**DOCTOR EN CIENCIAS  
(FÍSICA APLICADA)**

PRESENTA:

**Israel Severiano Carrillo**

ASESOR:

**Dra. Marcela Maribel Méndez Otero**

Enero de 2014

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi asesor:

Dra. Marcela Maribel Méndez Otero

Por el tiempo dedicado a mi persona y e especialmente a la elaboración de este trabajo de tesis.

Al Dr. David Iturbe Castillo por su apoyo en el desarrollo de este trabajo de tesis.

A mi familia por apoyarme en los momentos difíciles en el desarrollo de este trabajo de tesis.

A los miembros del jurado, por aceptar ser parte del jurado de este trabajo de tesis.

A la facultad de ciencias físico matemáticas de la BUAP por permitir desarrollarme profesionalmente.

Al CONACYT por la beca otorgada para mis estudios de doctorado.

## RESUMEN

La técnica de barrido en Z es uno de los métodos más utilizados en óptica para determinar si un material presenta un índice de refracción dependiente de la intensidad incidente de un haz de luz. En particular esta técnica permite determinar el signo y la magnitud del índice de refracción no lineal ( $n_2$ ) que exhibe el material.

Esta técnica ha sido ampliamente estudiada tanto teórica, numérica y experimentalmente. De manera numérica se han propuesto diversos modelos para describirla. Uno de estos modelos hace uso de ideas de la óptica geométrica para describir la respuesta no lineal del medio. Lo que permite obtener una expresión muy simple que describe la transmitancia normalizada de la técnica para medios delgados. El trabajo de tesis que aquí se presenta se basa en este modelo. Sin embargo, existen varios modelos, con diferentes grados de complejidad en su deducción, que calculan también la transmitancia de la técnica. Por lo que inicialmente se hace una comparación, de algunos de estos modelos, en sus predicciones de transmitancia para un medio delgado que presenta una respuesta puramente Kerr. Posteriormente se hace una comparación de modelos que se han desarrollado para medios con una respuesta puramente térmica.

En el caso de un medio ópticamente grueso, no es posible obtener una expresión para la transmitancia de la técnica de barrido en z utilizando las ideas de la óptica geométrica. Sin embargo, es posible calcularla de manera numérica y por tanto comparar con otros modelos existentes. Lo anterior es parte de lo que se realizó también en este trabajo de tesis.

Los modelos considerados para la comparación entre medios delgados con respuesta óptica no lineal puramente Kerr son: Sheik-Bahae, Bing Gu, García-Ramirez, Magni, Pálfalvi y Zang. Los modelos para medios delgados con respuesta óptica no lineal puramente térmica son: lente térmica y lente térmica aberrante. Los modelos para medios gruesos con respuesta puramente Kerr son: Magni, Pálfalvi y Zang. Todos los modelos anteriores se comparan con el modelo basado en ideas de la óptica geométrica propuesto por Reynoso-Lara.

Las comparaciones realizadas fueron tanto en la diferencia de transmitancia entre el pico y el valle, la separación entre el pico y el valle, así como la forma general de la curva para diferentes parámetros. Obteniendo que los modelos presentan similitudes y diferencias ante ciertos valores. Sin embargo el modelo basado en óptica geométrica resulta ser el más versátil ya que permite predecir el comportamiento de medios con diferentes mecanismos físicos en la respuesta óptica no lineal.

---

**Índice**

<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	6
1.1 Introducción .....	6
1.2 Técnica de barrido en Z .....	6
1.3 Objetivo general .....	8
1.4 Estructura de la tesis .....	8
<b>CAPÍTULO II</b>	
<b>CONCEPTOS BÁSICOS</b> .....	9
2.1 Introducción .....	9
2.2 Propagación de un rayo y haces Gaussianos .....	9
2.3 Propagación de un campo electromagnético en medios lineales y no lineales .....	14
<b>CAPÍTULO III</b>	
<b>MODELOS PROPUESTOS PARA LA TÉCNICA DE BARRIDO EN Z</b> .....	18
3.1 Introducción .....	18
3.2 Descripción de la técnica de barrido en Z .....	18
3.3 Modelo de Reynoso Lara para medios delgados .....	21
3.4 Extensión del modelo de Reynoso Lara para medios gruesos .....	24
3.5 Modelo de García Ramírez .....	26
3.6 Modelo de Bing Gu .....	28
3.7 Modelo de lente térmica .....	30
3.8 Modelo de lente térmica aberrante .....	34
3.9 Modelo de Zang .....	40
3.10 Modelo de Magni .....	41
3.11 Modelo de Pálfalvi .....	43
<b>CAPÍTULO IV</b>	
<b>COMPARACIÓN DE LOS MODELOS DE MEDIO DELGADO</b> .....	46
4.1 Introducción .....	46
4.2 Comparación de modelos de medios delgados .....	46
4.2.1 Modelo de Reynoso Lara .....	46
4.2.2 Modelo de García Ramírez .....	47
4.2.3 Modelo de Sheik-Bahae .....	48
4.2.4 Modelo de Bing Gu .....	48
4.2.5 Modelo de Magni .....	49
4.2.6 Modelo de Pálfalvi .....	49
4.2.7 Comparación numérica de los modelos para medios delgados .....	50
4.3 Comparación de modelos de medios delgados para una no linealidad térmica .....	52
4.3.1 Modelo de lente térmica .....	52
4.3.2 Modelo de lente térmica aberrante .....	52
4.3.3 Comparación numérica de los modelos para medios delgados para una no linealidad térmica .....	53
4.4 Conclusiones .....	54
<b>CAPÍTULO V</b>	
<b>COMPARACIÓN DE LOS MODELOS DE MEDIO GRUESO</b> .....	56

---

---

5.1 Introducción .....	56
5.2 Extensión del modelo de barrido en Z para el modelo de Reynoso Lara para medios gruesos ..	56
5.3 Modelo de Magni .....	60
5.4 Modelo de Pálfalvi .....	61
5.5 Modelo de Zang .....	61
5.6 Comparación de los modelos de medios gruesos .....	62
5.7 Conclusiones .....	63
CAPÍTULO VI	
CONCLUSIONES .....	64
REFERENCIAS .....	65
APÉNDICES .....	69

# CAPÍTULO I

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 Introducción

La óptica no lineal se encarga de estudiar aquellos fenómenos donde la luz al propagarse en un medio modifica las propiedades ópticas de este [1]. Los estudios en esta área de la óptica se vieron incrementados con el desarrollo de los sistemas láser. El primer fenómeno no lineal observado, utilizando un laser de rubí, fue la generación de segundo armónico, realizado por Franken et al. en 1961. Dependiendo de las características del medio óptico y de la magnitud de la intensidad del campo óptico incidente en él, es posible generar diferentes fenómenos como: generación de armónicos, amplificación paramétrica, oscilación paramétrica, conjugación de fase, auto-enfocamiento y auto-desenfocamiento, etc.

Diversas técnicas han sido desarrolladas para la medición de propiedades ópticas no lineales como: interferometría no lineal [2], mezcla degenerada de cuatro ondas [3], mezcla cuasi-degenerada de tres ondas [4], rotación elíptica [5] y mediciones de distorsión en frentes de onda [6]. Algunos de estos métodos requieren de arreglos experimentales con sistemas láser de alta energía y varios componentes ópticos y electrónicos. En el caso particular de materiales que presentan un índice de refracción dependiente de la intensidad se ha popularizado el uso de la técnica conocida como de barrido en Z (Z-scan en inglés). La cual permite extraer de una forma simple tanto el signo como la magnitud del cambio de índice de refracción experimentado por una muestra al ser iluminada por un haz enfocado. Su aceptación también se ha debido a la simplicidad de su implementación experimental. Esta técnica ha sido utilizada en la caracterización de la respuesta óptica no lineal de materiales como: semiconductores [7], dieléctricos [8], vidrios [9], moléculas orgánicas [10], cristales líquidos [11], líquidos [12] y nano partículas [13].

### 1.2 Técnica de Barrido en Z

La técnica de barrido en Z está basada en el principio de distorsión espacial del haz, obtenida a campo lejano, después de atravesar una muestra de un material óptico no lineal colocado cerca de la cintura de este del haz generada por una lente. Un fotodetector con una apertura circular, colocado a campo lejano, registra la potencia transmitida a través del medio como función de la posición de la muestra (ver Figura 1.1). Esta técnica fue descrita por primera vez numéricamente y experimentalmente por M. Sheik-Bahae et al. [14]. Más tarde Chapple et al. [15] analizó detalladamente la técnica de barrido en Z, tanto analíticamente como experimentalmente describiendo la influencia de algunos parámetros experimentales de la técnica (como son la calidad del haz, el tamaño de la apertura y el espesor de la muestra entre otros) en la forma de las curvas obtenidas con ella.

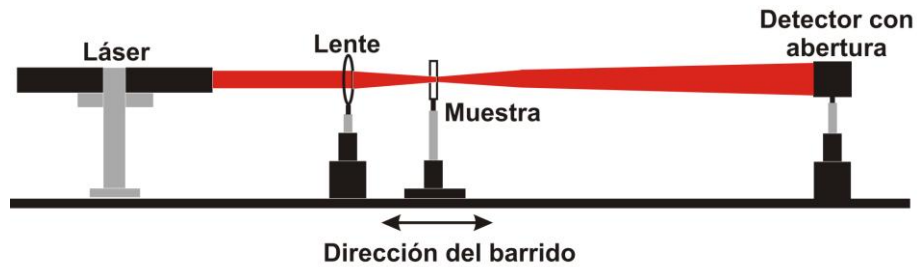


Figura 1.1. Arreglo experimental de la técnica de barrido en z.

Varias modificaciones a la técnica de barrido en Z han sido propuestas con el fin de incrementar su sensibilidad. Una de estas modificaciones consiste en medir con dos colores [16], otra modificación es el llamado barrido en Z eclipsado [17] el cual consiste en reemplazar la apertura a campo lejano, usada en el tradicional arreglo de la técnica de barrido en Z, con un disco obscuro que bloquee la mayoría del haz. Algunos más proponen poner la apertura a campo lejano fuera de eje [18], H. Maillotte et al. [19] propone reemplazar la apertura del fotodetector a campo lejano por una cámara de CCD de disparo simple de dos dimensiones, otra modificación a la técnica es la llamada técnica de modulación de barrido en Z basada en la modulación de un campo eléctrico aplicado externamente, esto nos permite la caracterización en amplitud, velocidad de crecimiento y propiedades de polarización del cambio en el índice de refracción foto inducido [20], la utilización de luz blanca continua en el arreglo de la técnica de barrido en Z mide la caracterización de la absorción no lineal degenerada y la refracción espectral [21]. Dos diferentes métodos llamados barrido en Z polarimétrico y barrido en Z de polarización modulada fueron obtenidos de una simple modificación de la clásica técnica de barrido en Z y estos son usadas para birrefringencia circular no lineal y dicroísmo circular de dos fotones [22].

La técnica de barrido en Z, originalmente desarrollada para haces Gaussianos, se ha visto también modificada en el tipo de haz utilizado. Existen propuestas con distribuciones tipo: Haces no Gaussianos [23], haces de sombrero de copa [24], haces con simetría circular [25], haz elíptico Gaussiano [26], haces cercanos a Gaussiano [27], haz Gaussiano astigmático [28], haces cuasi-unidimensionales de apertura [29] y haces arbitrarios [30].

Teóricamente existen varios enfoques de obtener el tipo de curvas obtenidas con la técnica de barrido en Z. Uno de los más utilizados es la descomposición Gaussiana [31, 36] que permite obtener una expresión analítica para la transmitancia normalizada. Samad et al. [32] usó el principio de Huygens-Fresnel para obtener el campo eléctrico sobre eje y a campo lejano, este modelo permite considerar cambios de fase grandes al igual que el modelo propuesto por Kwak et al. [33], donde una fórmula analítica para la transmitancia es obtenida empleando la aproximación de un haz Gaussiano libre de aberración. Otros enfoques usan teoría de difracción Fresnel-Kirchhoff [34] o el fenómeno de difusión térmica [35].

La mayoría de los modelos que describen las curvas de barrido en Z son para medios que presentan una no linealidad tipo Kerr y unos pocos para medios con una no linealidad tipo

térmico. Sin embargo el modelo propuesto por E. Reynoso Lara et al. [37] considera diferentes orígenes para la respuesta no lineal. Por otro lado, recientemente E. V. García Ramírez et al. [38] propuso un modelo para medios delgados con una respuesta espacial local o no local.

Los modelos mencionados anteriormente de la técnica de barrido en  $z$  son para medios delgados (donde el espesor del medio es mucho menor a la distancia de Rayleigh). Un primer modelo para describir las curvas de barrido en  $z$  para los medios no delgados (gruesos), fue propuesto por el mismo grupo que desarrollo la técnica [39]. Magni et al. [40] usando la teoría de menos aberración (mínima aberración en el frente de onda del haz dentro del medio) de auto enfocamiento y matrices ABCD, propuso una matriz no lineal para describir la propagación del haz Gaussiano en materiales con una no linealidad tipo Kerr. Pálfalvi et al. [41] propuso dividir la muestra gruesa en rebanadas delgadas, donde cada rebanada fue considerada como un medio con índice gradiente. Thiang et al. [42] haciendo uso de la descomposición Gaussiana y el modelo de lente distribuida analizaron la técnica de barrido en  $Z$  para medios ópticos gruesos no lineales, obteniendo una expresión para la transmitancia a campo lejano.

Ante tanta variedad en modelos tanto en el caso delgado como grueso para describir las curvas obtenidas con la técnica de barrido en  $Z$  se hace necesario un estudio que permita determinar similitudes y diferencias entre ellos y determinar cual presenta mayor versatilidad.

### **1.3 Objetivo general**

El objetivo principal de este trabajo de tesis consiste en realizar una comparación entre varios modelos propuestos para describir las curvas obtenidas con la técnica de barrido en  $Z$ , tanto en medios ópticamente delgados como gruesos. Además de extender, al caso de medio ópticamente grueso, el modelo propuesto por Reynoso Lara. Permitiendo determinar similitudes y diferencias, así como ventajas y desventajas entre los diferentes modelos. Los modelos a comparar son los que han sido propuestos para medios que presentan una no linealidad de tipo puramente refractivo. Eso es que su índice de refracción no lineal sea puramente real.

### **1.4 Estructura de la tesis**

La tesis consta de 6 capítulos, el capítulo I es la introducción donde se habla de la técnica de barrido en  $Z$ , en el capítulo II se presentan algunos conceptos básicos utilizados en los modelos empleados para describir la técnica de barrido en  $Z$ , en el capítulo III se describen los diferentes modelos utilizados tanto para medios delgados como para medios gruesos, en los capítulos IV y V se presentan las comparaciones de los modelos descritos en el capítulo III, primero para medios delgados (capítulo IV) y después para medios gruesos (capítulo V) y por ultimo en el capítulo VI se presentan las conclusiones generales del trabajo de tesis.

## CAPÍTULO II CONCEPTOS BÁSICOS

### 2.1 Introducción

Formalmente los procesos ópticos no lineales tienen que ser descritos utilizando teorías cuánticas para caracterizar la respuesta de los materiales a un campo incidente. Algunos fenómenos no requieren de tal formalidad y pueden ser caracterizados utilizando teorías más simples. Esto último es el caso de la técnica de barrido en  $z$ , que puede ser descrita en términos de las leyes de la óptica geométrica. Sin embargo no todos los modelos utilizados para describir la técnica utilizan teorías tan simples.

En este capítulo de tesis presentamos una revisión de aquellos conceptos que consideramos básicos para comprender y describir los diferentes modelos a comparar en este trabajo. En la siguiente sección se presentan las leyes en las que se fundamenta la óptica geométrica, posteriormente describiremos a los haces Gaussianos. Finalmente, presentamos la descripción de la óptica no lineal basada en términos del efecto de un campo eléctrico sobre la polarización de un material.

### 2.2 Propagación de un rayo y haces Gaussianos

La óptica geométrica considera que la luz es una onda electromagnética con una longitud de onda despreciable comparada con la dimensión del objeto donde se propaga. Entonces un rayo de luz representa la dirección en que se propaga la energía de esa onda. Cualquier medio transparente está caracterizado por una cantidad  $n \geq 1$ , llamado índice de refracción, que es la razón entre la velocidad de la luz en el espacio libre ( $c_0$ ) y la velocidad de la luz en el medio ( $c$ ). Por tanto, el tiempo que le toma a la luz viajar de un punto  $A$  a otro punto  $B$  en un medio homogéneo o inhomogéneo está dado por:

$$t = \frac{1}{c} \int_A^B n ds \quad (2.1)$$

donde  $ds$  es el elemento diferencial a lo largo de la trayectoria. En un medio homogéneo la trayectoria que sigue un rayo es recta.

Cuando un rayo incide a un cierto ángulo con respecto a la normal a la frontera entre dos medios caracterizados por índices de refracción diferentes entonces parte del rayo es reflejada y parte transmitida (ver figura 2.1). La primera ley de reflexión dice que el rayo incidente y el rayo reflejado y la normal a la frontera entre los medios están en un plano común. La segunda ley de reflexión dice que el ángulo de incidencia en magnitud es igual al ángulo de reflejado. La primera ley de refracción dice que el rayo incidente, el transmitido o refractado y la normal a la frontera entre los medios están en un plano común. La segunda ley de refracción o ley de Snell se puede escribir como:

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t. \quad (2.2)$$

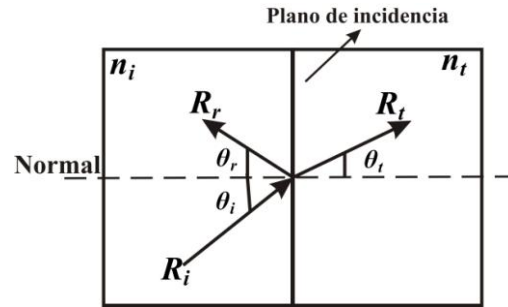


Figura 2.1 Reflexión y refracción en la frontera entre dos medios.

Las leyes anteriores permiten describir la propagación de un rayo que atraviesa diferentes elementos ópticos. Llamaremos un sistema óptico al conjunto de componentes ópticos colocados entre dos planos transversales en  $z_1$  y  $z_2$ , referido como los planos de entrada y salida, respectivamente (ver figura 2.2). El sistema es caracterizado completamente por su efecto sobre un rayo entrante de posición arbitraria y dirección  $(y_i, \theta_i)$ , el rayo es dirigido a una nueva posición y dirección  $(y_t, \theta_t)$  en el plano de salida.

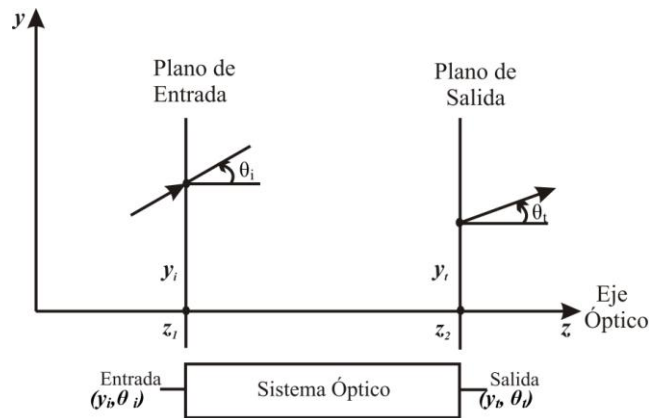


Figura 2.2. Un rayo entra a un sistema óptico en la posición  $y_i$  y ángulo  $\theta_i$  y sale en la posición  $y_t$  y ángulo  $\theta_t$ .

Si consideramos que los ángulos son suficientemente pequeños tal que  $\text{sen}\theta \approx \theta$ , entonces la relación entre  $(y_t, \theta_t)$  y  $(y_i, \theta_i)$  es lineal (aproximación paraxial) y puede ser escrita de manera general de la forma:

$$y_t = Ay_i + B\theta_i \tag{2.3}$$

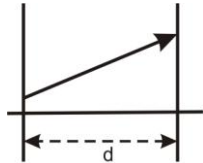
$$\theta_t = Cy_i + D\theta_i \tag{2.4}$$

donde  $A, B, C$  y  $D$  son números reales. Las Ecuaciones (2.3) y (2.4) se pueden representar de la forma:

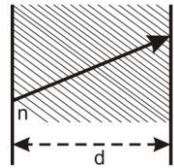
$$\begin{bmatrix} y_t \\ \theta_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i \\ \theta_i \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

Por lo que si se conoce la matriz ABCD del sistema, la altura y ángulo a la que incide un rayo al sistema entonces es posible conocer su altura y ángulo a la salida.

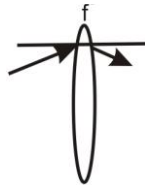
Las matrices para diferentes elementos ópticos simples se muestran a continuación:



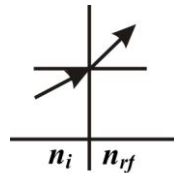
$$M = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$



$$M = \begin{bmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$



$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$



$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_i/n_r \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Un medio puede presentar un índice de refracción que varía transversalmente conforme el rayo óptico se propaga en el medio, conocido como material con índice gradiente (GRIN), esto es que su índice de refracción esta dado como:

$$n_{Grin} = n_e - \frac{1}{2} n_\rho \rho^2. \quad (2.10)$$

donde  $n_\rho$  es un parámetro que indica la razón de cambio del índice de refracción,  $n_e$  es el índice designado sobre el eje óptico y  $\rho$  es la distancia desde el eje óptico.

Se puede demostrar que la matriz ABCD para un medio de espesor  $d$  que presenta un índice de refracción tipo grin está dada por H. Kogelnik et al. [43]:

$$\begin{bmatrix} \cos\left[\sqrt{\frac{n_\rho}{n}}z\right] & \sqrt{\frac{n}{n_\rho}}\operatorname{sen}\left[\sqrt{\frac{n_\rho}{n}}z\right] \\ -\sqrt{\frac{n_\rho}{n}}\operatorname{sen}\left[\sqrt{\frac{n_\rho}{n}}z\right] & \cos\left[\sqrt{\frac{n_\rho}{n}}z\right] \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

Considerar que la luz se propaga en forma de rayos no permite explicar todos los fenómenos que ocurren en óptica. Una descripción más completa y cercana a la realidad de cómo se propaga la luz es considerando haces de luz. Los cuales tienen la característica de que no se extienden hasta el infinito. El haz más simple de describir es el haz Gaussiano.

El haz Gaussiano es descrito por su amplitud compleja  $E(\vec{r})$ , expresada de la siguiente forma:

$$E(\vec{r}) = A_0 \frac{\omega_0}{W(z)} \exp\left[-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right] \exp\left[-ikz - ik\frac{\rho^2}{2R(z)} + i\xi(z)\right], \quad (2.12)$$

donde:

$$W(z) = \omega_0 \left[1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right]^{1/2}, \quad (2.13)$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2\right], \quad (2.14)$$

$$\xi(z) = \tan^{-1} \frac{z}{z_0}, \quad (2.15)$$

$$\omega_0 = \left(\frac{\lambda z_0}{\pi}\right)^{1/2}. \quad (2.16)$$

Donde  $A_0 = A_1/iz_0$  definido por conveniencia,  $A_1$  es una constante,  $W(z)$  es el radio del haz,  $R(z)$  es el radio de curvatura del frente de onda en  $z$ ,  $\xi(z)$  es el retardo de fase relativo de Gouy con respecto al plano de la onda,  $\omega_0$  es el radio de la cintura del haz y  $z_0$  es la distancia de Rayleigh.

La intensidad para un haz Gaussiano  $I(\rho) = |E(\rho)|^2$  es una función de las distancias axial  $z$  y radial  $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$ ; como se muestra a continuación:

$$I(\rho, z) = I_0 \left[\frac{\omega_0}{W(z)}\right]^2 \exp\left[-\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right], \quad (2.17)$$

donde  $I_0 = |A_0|^2$ . En cada valor de  $z$  la intensidad es una función Gaussiana.

La intensidad en eje ( $\rho=0$ ) de este tipo de haz ésta dada por:

$$I(0, z) = I_0 \left[ \frac{\omega_0}{W(z)} \right]^2 = \frac{I_0}{1 + (z/z_0)^2}, \quad (2.18)$$

el cual tiene su máximo valor  $I_0$  en  $z=0$  y decae gradualmente (de forma Lorentziana) al incrementar  $z$ .

La potencia total para un haz Gaussiano, dada como la integral de la intensidad óptica sobre un plano transversal (a una distancia  $z$ ), está dada como:

$$P_T = \int_0^\infty I(\rho, z) 2\pi\rho d\rho = \frac{1}{2} I_0 (\pi\omega_0^2), \quad (2.19)$$

la cual es independiente de  $z$ . La potencia del haz es la mitad de la intensidad pico del área del haz, dado que el haz es a menudo descrito por su potencia  $P_T$ , es útil expresar  $I_0$  en términos de  $P_T$  para reescribir (2.17) en la forma:

$$I(\rho, z) = \frac{2P_T}{\pi W^2(z)} \exp \left[ -\frac{2\rho^2}{W^2(z)} \right]. \quad (2.20)$$

Así, la potencia medida dentro de un círculo de radio  $r_a$  en el plano transversal a la posición  $z$  es

$$\frac{1}{P_T} \int_0^{r_a} I(\rho, z) 2\pi\rho d\rho = 1 - \exp \left[ -\frac{2r_a^2}{W^2(z)} \right]. \quad (2.21)$$

La potencia contenida dentro de un círculo de radio  $r_a=W(z)$  es aproximadamente 86% de la potencia total.

La relación que existe entre las matrices ABCD y el haz Gaussiano se da a través del parámetro  $q$ , el cual se define en términos del radio del haz y del radio de curvatura del frente de onda como se observa en la ecuación (2.22).

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi W^2(z)}, \quad (2.22)$$

La propagación de un haz Gaussiano puede ser descrita totalmente con el parámetro  $q$ . Este parámetro complejo tiene 3 propiedades bien definidas [44]. La primera propiedad indica que si se conoce la magnitud del parámetro inicial ( $q_i$ ) en un punto determinado en la

propagación del haz Gaussiano, se puede conocer este parámetro a una distancia  $d$  en un punto posterior ( $q_f$ ), cuando entre estos dos puntos existan en el espacio libre, mediante la relación:

$$q_f = q_i + d. \quad (2.23)$$

La segunda propiedad indica que si se conoce el parámetro  $q_i$  justo antes de una lente de distancia focal  $f$ , entonces se puede conocer  $q_f$  justo después de la lente, mediante la relación:

$$\frac{1}{q_f} = \frac{1}{q_i} - \frac{1}{f}. \quad (2.24)$$

Utilizando estas dos propiedades, es posible describir la propagación de un haz Gaussiano en cualquier sistema óptico. Sin embargo también es posible describir un sistema óptico por medio de las matrices ABCD, estas matrices están relacionadas directamente con la tercer propiedad del parámetro  $q$ , a través de la relación vista en la ecuación (2.25), siendo esta relación general en la propagación de haces Gaussianos, donde conociendo las características del haz en una posición dada ( $q_i$ ), es posible conocer las características de este haz en una posición posterior ( $q_f$ ), conociendo únicamente la matriz ABCD correspondiente al sistema óptico.

$$q_f = \frac{Aq_i + B}{Cq_i + D}. \quad (2.25)$$

### 2.3 Propagación de un campo electromagnético en medios lineales y no lineales

Tanto la óptica geométrica como la de haces no describen de manera completa a la luz y su interacción con un medio material. Como sabemos la luz esta formada por campos eléctricos y magnéticos oscilantes. Ambos campos son descritos como campos vectoriales que son funciones de la posición y el tiempo. Estas funciones deben de satisfacer un conjunto de ecuaciones acopladas que se conocen como las ecuaciones de Maxwell.

En un medio en el cual no hay portadores de carga libres o corrientes es necesario definir dos campos vectoriales más: la densidad de flujo eléctrico y la densidad de flujo magnético. Las ecuaciones de Maxwell para un medio son

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.26)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.27)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (2.28)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.29)$$

donde:  $\vec{E}$  es el campo eléctrico,  $\vec{H}$  es el campo magnético,  $\vec{D}$  es la densidad de polarización y  $\vec{B}$  es la densidad de flujo magnético.

Las propiedades eléctricas del medio permiten relacionar la densidad de flujo eléctrico con el campo eléctrico, de la misma manera se relaciona la densidad de flujo magnético y el campo eléctrico y las ecuaciones que nos ayudan a estas relaciones son

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (2.30)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}. \quad (2.31)$$

en el cual  $\vec{P}$  es la densidad de polarización, a estas ecuaciones se les conoce como relaciones constitutivas, la ecuación (2.31) representa al medio cuando se le considera no magnético, en caso contrario se debe considerar la densidad de polarización  $\vec{M}$ .

Por otra parte si el medio es dieléctrico, homogéneo, lineal, no dispersivo e isotrópico la relación entre el vector de campo eléctrico  $E$  y la polarización  $P$  se puede reducir a considerarla de la forma:

$$P = \epsilon_0 \chi E, \quad (2.32)$$

donde la constante escalar  $\chi$  es llamada la susceptibilidad eléctrica y  $\epsilon_0$  es la permitividad eléctrica.

Si el medio dieléctrico es considerado como no lineal entonces se acostumbra a representar la relación entre  $P$  y  $E$  por una serie de potencias para el campo  $E$  de la forma:

$$P = \epsilon_0 \chi E + \frac{1}{2} \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2 + \frac{1}{6} \epsilon_0 \chi^{(3)} E^3 + \dots, \quad (2.33)$$

donde  $\chi^{(2)}$  y  $\chi^{(3)}$  son coeficientes que describen las contribuciones a segundo y tercer orden, respectivamente.

La ecuación de onda general para cualquier tipo de medio, obtenida utilizando las ecuaciones de Maxwell (2.26-2.31) está dada por:

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}. \quad (2.34)$$

Es conveniente escribir la densidad de polarización en la ecuación (2.34) como una suma de partes lineales y no lineales:

$$P = \varepsilon_0 \chi E + P_{NL}, \quad (2.35)$$

$$P_{NL} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2 + \frac{1}{6} \varepsilon_0 \chi^{(3)} E^3 + \dots \quad (2.36)$$

Usando (2.35), con la relación  $c=c_0/n$ ,  $n^2=1+\chi$  y  $c_0=1/(\varepsilon_0\mu_0)^{1/2}$  proporcionada en  $c_0=1/(\varepsilon_0\mu_0)^{1/2}$ , nos permite escribir a (2.34) como

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\delta, \quad (2.37)$$

donde

$$\delta = -\mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2}. \quad (2.38)$$

Para medios centrosimétricos, la no linealidad dominante es de tercer orden, dada por

$$P_{NL} = \frac{1}{6} \chi^3 E^3. \quad (2.39)$$

Este tipo de materiales es conocido como medio tipo Kerr.

La respuesta de un medio no lineal de tercer orden a un campo óptico monocromático  $E(t) = \text{Re}\{E(\omega) \exp(j\omega t)\}$  es una polarización no lineal  $P_{NL}(t)$  que contiene una componente en frecuencia  $\omega$  y otra en la frecuencia  $3\omega$ ,

$$P_{NL}(\omega) = 3\chi^{(3)} |E(\omega)|^2 E(\omega), \quad (2.40)$$

$$P_{NL}(3\omega) = \chi^{(3)} E^3(\omega). \quad (2.41)$$

**El efecto Kerr óptico:** La componente de polarización a la frecuencia  $\omega$  en la ecuación (2.40) contribuye a un incremento en la susceptibilidad  $\Delta\chi$  a la frecuencia  $\omega$  dada por

$$\varepsilon_0 \Delta\chi = \frac{P_{NL}(\omega)}{E(\omega)} = 3\chi^{(3)} |E(\omega)|^2 = 6\chi^{(3)} \eta I, \quad (2.42)$$

donde  $I = |E(\omega)|^2 / 2\eta$  es la intensidad óptica de la onda inicial y  $\eta$  es la impedancia de un medio dieléctrico. Si  $n_0^2 = 1 + \chi$ , esto es equivalente a un incremento en el índice de refracción  $\Delta n = (\partial n / \partial \chi) \Delta\chi = \Delta\chi / 2n_0$ , de modo que

$$\Delta n = \frac{3\eta}{\varepsilon_0 n_0} \chi^{(3)} I = n_2 I. \quad (2.43)$$

Así, el cambio en el índice de refracción es proporcional a la intensidad óptica. Por lo tanto, el índice de refracción general es una función lineal de la intensidad óptica

$$n(I) = n_0 + n_2 I, \quad (2.44)$$

donde

$$n_2 = \frac{3\eta_0}{\epsilon_0 n^2} \chi^{(3)}. \quad (2.45)$$

$n_0$  es el índice de refracción lineal,  $n_2$  es el índice de refracción no lineal,  $\eta_0$  es la impedancia del espacio libre e  $I$  es la intensidad óptica, el efecto Kerr óptico es un efecto auto inducido en el cual la velocidad de fase de la onda depende de la intensidad de la propia onda.

La tabla 2.1 muestra los valores del índice de refracción no lineal  $n_2$  (en  $\text{cm}^2/\text{W}$ ), originado por algunos procesos físicos que producen un cambio no lineal:

$n_2$ ( $\text{cm}^2/\text{W}$ )	Mecanismo
$10^{-16}$	Polarización electrónica
$10^{-14}$	Orientación molecular
$10^{-14}$	Electrosticción
$10^{-10}$	Absorción saturable
$10^{-6}$	Efectos térmicos

Tabla 2.1. Magnitud del coeficiente  $n_2$  originado por algunos procesos físicos.

## CAPÍTULO III

### MODELOS PROPUESTOS PARA LA TÉCNICA DE BARRIDO EN Z

#### 3.1 Introducción

En este capítulo se describen los modelos propuestos para describir la técnica de barrido en Z de forma analítica para medios delgados y medios gruesos, algunos de los métodos para medios delgados y gruesos aquí descritos ocupan descomposición Gaussiana, como son los métodos propuestos por: Sheik-Bahae et al.[45], Bing Gu et al. [46] y Wei Ping Zang et al.[42], otros modelos propuestos ocupan matrices ABCD y el parámetro q para describir la propagación del haz Gaussiano en el medio, estos métodos son: el de lente fotoinducida propuesto por E. Reynoso et al. [37], el modelo de V. Magni et al. [40] que fue hecho para una matriz que representa a un medio tipo Kerr y el método propuesto por L. Pálfalvi et al. [41] considerando al medio no lineal como un medio con índice gradiente. Recientemente, E. V. García [38] propuso un modelo para materiales locales y no locales, Gordon et al. [47] propuso el modelo de lente térmica y S. J. Sheldon et al. [48] propuso el modelo de lente térmica aberrante.

#### 3.2 Descripción de la Técnica de barrido en Z

La técnica de barrido en Z, propuesta por Sheik-Bahae et al. [45], es una de las técnicas más utilizadas para la caracterización de materiales no lineales, debido a su fácil implementación experimental. Esta técnica permite obtener tanto el signo de la no linealidad así como la magnitud del índice de refracción no lineal ( $n_2$ ). Por estas razones es una de las técnicas más analizadas tanto analíticamente como experimentalmente. Curvas características obtenidas con la técnica de barrido en Z se presentan en la figura 3.1, estas dan información del signo de la no linealidad (pico seguido de un valle, la no linealidad es negativa; valle seguido de un pico, la no linealidad es positiva). La diferencia de transmitancia entre el pico y el valle,  $\Delta T_{p-v}$ , se utiliza para calcular la magnitud del índice de refracción no lineal, a través de la ecuación:

$$n_2 = \frac{\Delta T}{0.406 \left[ k I_0 \frac{1 - \exp(\alpha L)}{\alpha} \right]}. \quad (3.1)$$

donde:  $\Delta T = T_{max} - T_{min}$ ,  $k = 2\pi/\lambda$  es el vector de onda,  $L$  es el espesor del medio,  $\alpha$  es el coeficiente de absorción y  $I_0$  es la intensidad con que se está iluminando a la muestra.

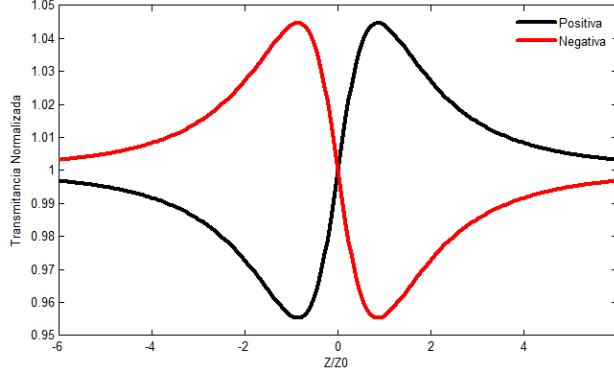


Figura 3.1. Curva típica para la técnica de barrido en Z, signo de la no linealidad para: Positiva (negra), Negativa (roja) con un  $\Delta\Phi=0.2$  rad.

De manera analítica Sheik-Bahae et al. [45], realiza su análisis para una no linealidad cubica donde el índice de refracción es expresado en términos del índice no lineal  $n_2$  por:

$$n = n_0 + \frac{n_2}{2}|E|^2. \quad (3.2)$$

donde  $n_0$  es el índice de refracción lineal,  $E$  es el campo eléctrico para un haz Gaussiano de radio mínimo  $\omega_0$  viajando en la dirección  $+z$  e  $I$  es la intensidad con que está siendo iluminada la muestra.

Considerando el criterio de muestra delgada ( $L \ll z_0$ ), la refracción no lineal ( $\Delta\phi$ ) y  $n_2$ , estos últimos determinados de manera experimental, y considerando la amplitud  $\sqrt{I}$  así como la fase del campo eléctrico  $\phi$  en función de  $z'$  serán gobernadas por la aproximación de envolvente lenta (SVEA) a través de las siguientes ecuaciones:

$$\frac{d\Delta\phi}{dz'} = \Delta n(I)k, \quad (3.3)$$

y

$$\frac{dI}{dz'} = -\alpha(I)I. \quad (3.4)$$

Donde  $z'$  es la profundidad de propagación en la muestra y  $\alpha(I)$  incluye los términos de absorción lineal y no lineal. Note que  $z'$  no debe ser confundida con la posición de la muestra en  $z$ . En el caso de una no linealidad cubica y no tomando en cuenta la absorción no lineal, las ecuaciones (3.3) y (3.4) son resueltas para dar el cambio de fase  $\Delta\Phi$  a la salida de la muestra, la cual se limitara a seguir la variación radial de la irradiancia incidente en una posición dada de la muestra en  $z$ . Esto es:

$$\Delta\Phi(z, \rho) = \Delta\Phi_0(z) \exp\left(-\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right), \quad (3.5)$$

con

$$\Delta\Phi_0(z) = \frac{\Delta\Phi_0}{1 + z^2 / z_0^2}. \quad (3.6)$$

$\Delta\Phi_0$  es el cambio de fase sobre eje en el foco, definido como

$$\Delta\Phi_0 = k\Delta n_0 L_{eff}. \quad (3.7)$$

donde  $L_{eff} = (1 - e^{-\alpha L}) / \alpha$ , siendo  $L$  la longitud de la muestra y  $\alpha$  el coeficiente de absorción lineal. Aquí,  $\Delta n_0 = \gamma I_0$  con  $I_0$  siendo la intensidad sobre eje en el foco ( $z=0$ ).

El campo eléctrico complejo que sale de la muestra  $E_e$  ahora contiene la distorsión de fase no lineal

$$E_e(\rho, z) = E(z, \rho) e^{-\alpha L/2} e^{i\Delta\Phi(z, \rho)}. \quad (3.8)$$

Empleando "Descomposición Gaussiana" (GD) método dado por Weaire et al. [49] donde el campo eléctrico es dado a través de una apertura plana, en el límite de cambios de fase no lineales pequeños ( $\Delta\Phi_0 \ll \pi$ ), la transmitancia normalizada de barrido en Z puede ser escrita como

$$T(z, \Delta\Phi_0) \cong 1 + \frac{4\Delta\Phi_0 x}{(x^2 + 9)(x^2 + 1)}, \quad (3.9)$$

donde  $x = z/z_0$ .

La figura 3.2 muestra la curva de barrido en Z obtenida con la ecuación (3.9).

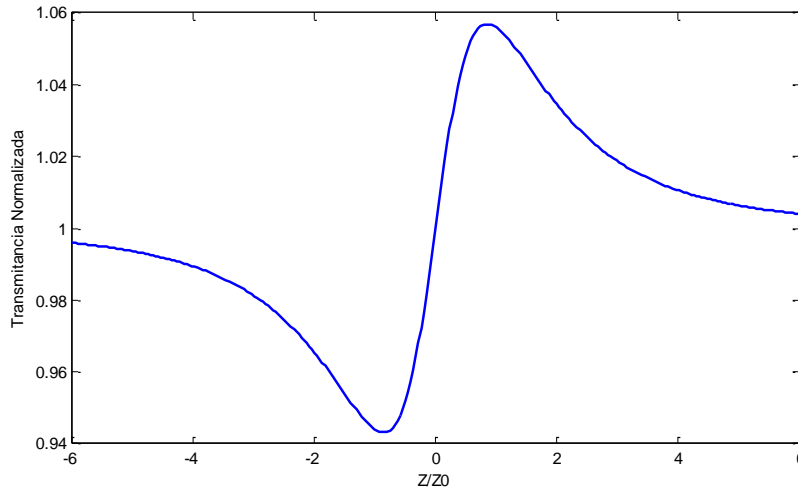


Figura 3.2. Modelo de Sheik-Bahae para curvas de la técnica de barrido en Z para un  $\Delta\Phi_0 = 0.28 \text{ rad}$ ,  $\lambda = 532 \text{ nm}$  y  $\omega_0 = 8.9 \mu\text{m}$ .

A continuación se muestra el modelo de Reynoso Lara propuesto para medios delgados, este modelo es ampliado a medios gruesos:

### 3.3 Modelo de Reynoso Lara para medios delgados

Se describe el modelo de Reynoso Lara et al. [37] parte importante en este trabajo de tesis, donde al medio no lineal delgado es considerado como una lente delgada con una longitud focal  $f$  dada como una constante que contiene todos los parámetros del material, multiplicada por el radio del haz elevado a una cierta potencia, esta potencia nos indicará el tipo de no linealidad que tiene el material.

El modelo considera un haz Gaussiano con un radio mínimo  $\omega_0$  conocido, para el análisis de la técnica sólo se basa en las aproximaciones de detección de la irradiancia en eje ( $r_a \approx 0$ ), y posición del fotodetector a campo lejano  $L_F \gg z_0$ ; donde  $z_0$  es la distancia de Rayleigh dada por  $z_0 = \pi\omega_0^2/\lambda$ , con  $\lambda$  la longitud de onda del haz, ver figura 3.3.

La propagación del haz se realiza utilizando la ley ABCD y tomando en cuenta que la muestra puede ser modelada como una lente de longitud focal  $f$  localizada a una distancia  $z$  de la cintura mínima.

La matriz ABCD se obtiene al multiplicar las matrices correspondientes a cada uno de los elementos ópticos que atraviesa al haz, obteniéndose

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L_F - z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

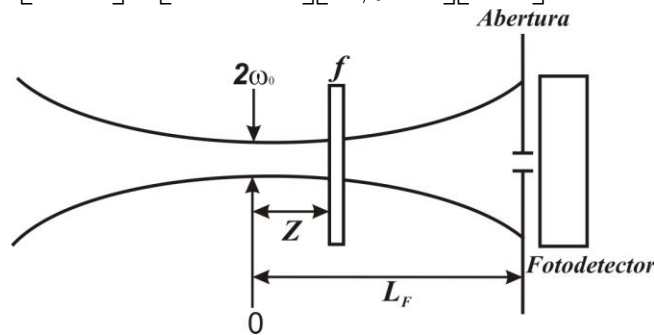


Figura 3.3. Modelo utilizado de la técnica de barrido en Z empleando matrices ABCD.

resultando los siguientes elementos de la matriz:

$$A = 1 - \frac{1}{f}(L_F - z), \quad (3.11)$$

$$B = L_F + \frac{z}{f}(z - L_F), \quad (3.12)$$

$$C = -\frac{1}{f}, \quad (3.13)$$

Y

$$D = 1 - \frac{z}{f}. \quad (3.14)$$

De la teoría de haces Gaussianos, sabemos que el parámetro  $q$  está definido como en la ecuación (2.22). Si conocemos a  $q$  en un punto, podemos calcularlo después de un sistema óptico caracterizado por su matriz ABCD mediante la tercera propiedad del haz Gaussiano dada en la ecuación (2.25), teniendo para el modelo  $q_i = iz_0$  y  $q_f$  es el parámetro  $q$  en la posición del fotodetector. Entonces el inverso de  $q_f$  estaría relacionado con (2.22) mediante

$$\frac{1}{q_f} = \frac{(BD + z_0^2 AC)}{B^2 + (z_0 A)^2} - i \frac{z_0 (AD - BC)}{B^2 + (z_0 A)^2}. \quad (3.15)$$

Igualando la parte real con la parte real y la parte imaginaria con la parte imaginaria de las ecuaciones 2.22 y 3.15, obtenemos

$$\frac{1}{R(z)} = \frac{(BD + z_0^2 AC)}{B^2 + (z_0 A)^2}, \quad (3.16)$$

y

$$\frac{\lambda}{\pi W_f^2(z)} = \frac{z_0 (AD - BC)}{B^2 + (z_0 A)^2}, \quad (3.17)$$

En la ecuación (3.17) se observa que  $1/W_f^2(z)$  es directamente proporcional con la intensidad detectada sobre eje por lo que al sustituir el conjunto de las ecuaciones 3.11-3.14 y al hacer las aproximaciones de campo lejano  $L_F \gg z$  y  $z_0 \ll L_F$  obtenemos

$$\frac{1}{W_f^2(z)} = \left( \frac{\pi \omega_0}{\lambda L_F} \right)^2 \frac{f^2}{z_0^2 + (f - z)^2}. \quad (3.18)$$

Es típico presentar las curvas de barrido en  $z$  como una transmitancia normalizada  $T(z)$ , esta la obtenemos al dividir la ecuación 3.18 entre el inverso del radio del haz cuando no hay medio no lineal obteniendo la siguiente relación

$$T(z) = \frac{f^2}{z_0^2 + (f - z)^2}. \quad (3.19)$$

Esta ecuación es válida para cualquier tipo de material modelado como una lente de longitud focal  $f$ . Se propondrá una forma funcional de esta longitud focal  $f$  basándose en el tipo de  $f$  obtenido para un medio Kerr y uno térmico.

La ecuación general de la longitud focal es obtenida de analizar las expresiones de la longitud focal para un medio Kerr y longitud focal para un medio térmico mostradas a continuación:

$$f_{Kerr}(z) = \frac{\pi}{8n_2LP} W^4(z), \quad (3.20)$$

donde  $n_2$  es el índice de refracción no lineal,  $L$  es el espesor del medio y  $P$  es la potencia total es observada una dependencia del radio del haz a la cuarta potencia.

Para la longitud focal para un medio térmico se tiene:

$$f_{Ther}(z) = \frac{\pi\kappa}{P_{abs}(dn/dT)} W^2(z), \quad (3.21)$$

en donde  $P_{abs}$  es la potencia absorbida,  $\kappa$  es la conductividad térmica,  $(dn/dT)$  es el cambio del índice de refracción con la temperatura y es observada una dependencia del radio del haz al cuadrado.

Observando las anteriores ecuaciones la longitud focal de la muestra no lineal vista como una lente delgada es expresada de forma general como [37]:

$$f(z) = a_r W^r(z). \quad (3.22)$$

donde  $a_r$  es la constante con unidades adecuadas que representan a los parámetros del material, así como del haz incidente,  $W^r(z)$  es el radio del haz y  $r$  supondremos por simplicidad como número entero.

Se presentan las curvas obtenidas con este modelo considerando diferentes valores para  $r$  y  $a$  (figura 3.4), se considera una longitud de onda  $\lambda=532 \text{ nm}$  y un  $\omega_0= 8.9 \mu\text{m}$ .

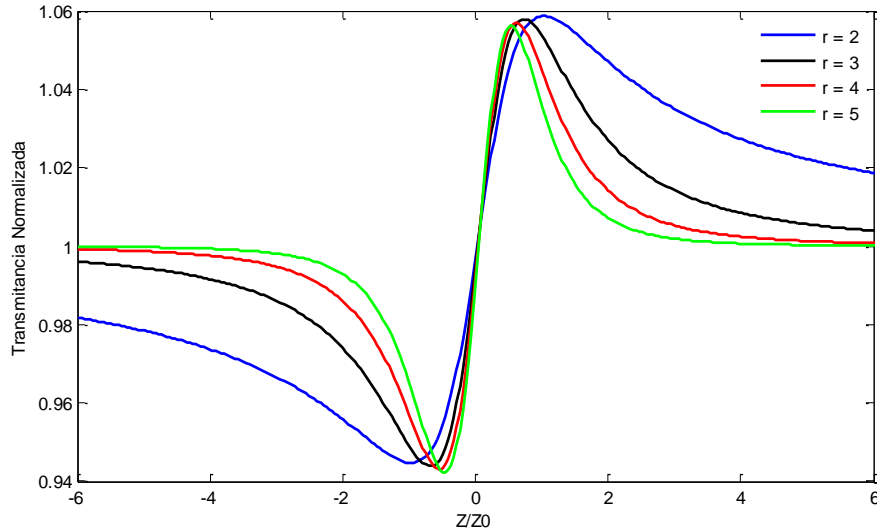


Figura 3.4. Modelo de Reynoso Lara para la obtención de curvas de la técnica de barrido en Z para diferentes valores de  $r$ :  $r=2$ ,  $a_2=1 \times 10^6$  (azul),  $r=3$ ,  $a_3=8.64 \times 10^8$  (negro),  $r=4$ ,  $a_4=8.19 \times 10^{11}$  (rojo),  $r=5$ ,  $a_5=8.11 \times 10^{14}$  (verde).

### 3.4 Extensión del modelo de Reynoso Lara a medios gruesos

Como una parte importante de este trabajo de tesis es la extensión del modelo de Reynoso Lara de medio delgado a medio grueso, esto es debido a que en la literatura hay pocos trabajos para describir a los medios gruesos no lineales y además que este modelo sea válido para describir medios delgados y gruesos no importando su tipo de no linealidad.

Al igual que en el modelo de Reynoso Lara para medios delgados se utilizó la teoría de haz Gaussiano, parámetro  $q$  y matrices ABCD para describir el modelo de Reynoso Lara en la técnica de barrido en Z, se consideró un haz Gaussiano que tiene una cintura  $2\omega_0$  (figura 3.5), el parámetro  $q$  es utilizado para describir la propagación del haz Gaussiano a través del medio grueso y hasta el fotodetector el cual tiene colocada una abertura, después es utilizado la teoría de haces Gaussianos para obtener la potencia a través de una abertura.

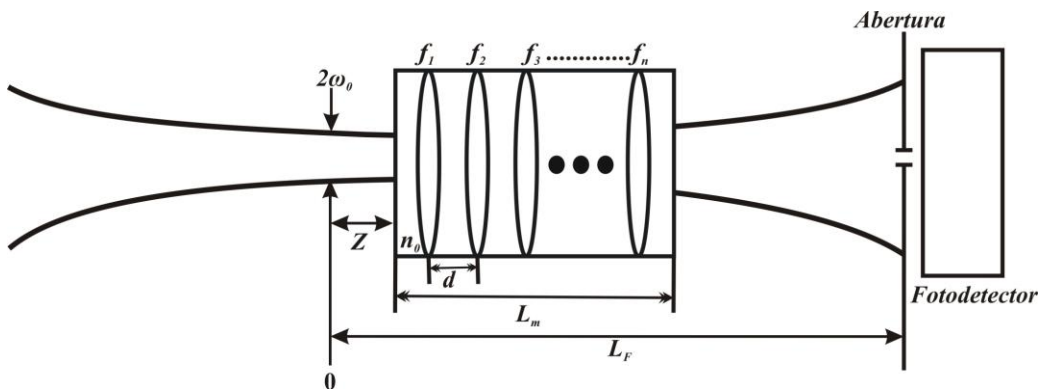


Figura 3.5. Modelo utilizado en la técnica de barrido en Z por el parámetro  $q$  para un medio grueso.

La extensión se realizó considerando al medio grueso como un conjunto de lentes delgadas separadas una distancia  $d$ , sumergidas en un medio con índice de refracción lineal ( $n_0$ ), las lentes son creadas por la propagación del haz Gaussiano en el medio, la longitud focal  $f$  para cada una de estas lentes se verá afectada debido a las propiedades de propagación del haz Gaussiano dentro del material, debido a que el haz no tendrá la misma intensidad a la entrada y salida de cada lente fotoinducida (ver figura 3.6) viéndose así reflejado en la intensidad del haz a campo lejano.

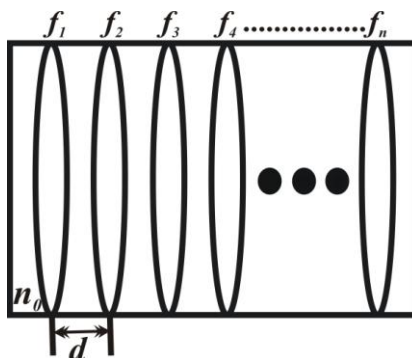


Figura 3.6. Medio Grueso.

Para el medio grueso se consideran las condiciones del sistema mencionadas anteriormente como: conjunto de lentes fotoinducidas, separación entre ellas y que el espesor del medio sea  $Lm$ . Para determinar el número de particiones ( $np$ ) en que fue dividido el medio, se dividió el espesor del medio entre el radio mínimo del haz ( $Lm/\omega_0$ ), donde cada una de estas secciones está formado por un espacio libre y una lente como se muestra en la figura 3.6 [39].

Para describir de una manera más simple al medio grueso se considera una sola sección del medio (ver figura 3.7), empleando las propiedades del parámetro  $q$  y matrices ABCD para describir la propagación del haz Gaussiano en esta ésta sección, obteniendo así un valor para la  $q$  al final del pedazo. Este procedimiento se repite tantas veces como se divide al medio, las lentes fotoinducidas no serán iguales ya que al propagarse el haz Gaussiano en el medio grueso vera modificado su perfil de intensidad ( $W$ ), y al formar una nueva lente fotoinducida el perfil de intensidad cambiara obteniéndose una nueva longitud focal donde se encuentra el ancho del haz elevado a una cierta potencia  $W^r(z)$ , el valor de la constante  $r$  no severa afectada, es por esto que las lentes no son las mismas ver figura 3.6, también por esta razón no es posible encontrar una expresión para la transmitancia como en el modelo de Reynoso Lara para medios delgados, este modelo se realizo de forma numérica, el programa se muestra en el apéndice.



Figura 3.7. Descripción de un pedazo de medio Grueso.

Para la normalización entre el modelo de Reynoso Lara para medios para medios gruesos es que para esta normalización se considero al medio grueso sin dividir (figura 3.8), esto se debió a que el espesor de la muestra modifica al perfil del haz Gaussiano.

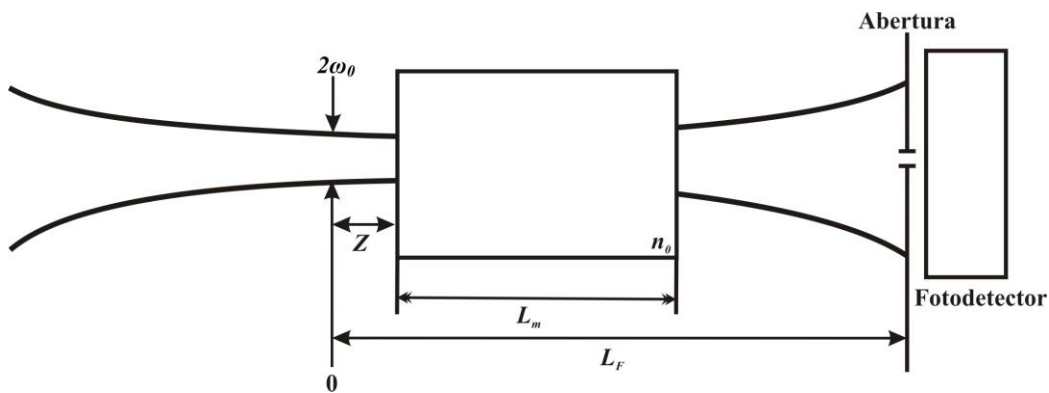


Figura 3.8. Modelo utilizado en la técnica de barrido en Z por el parámetro  $q$  para un medio grueso sin dividir.

Para realizar la normalización se procede a determinar el radio del haz en la posición de  $2\omega_0$  al detector, ver figura 3.8. El análisis se inicia de manera similar a cuando el medio grueso es dividido.

### 3.5 Modelo de García Ramírez

En el modelo propuesto por E.V. García et al. [38] desarrollado para materiales no lineales locales (el cambio de fase no lineal sigue la distribución de la intensidad y, a continuación la respuesta del material es considerada como local) y no locales (es cuando el cambio de fase no lineal se extiende más allá de la distribución de la intensidad incidente o el cambio de fase no lineal es más estrecho que la distribución de intensidad).

Para describir la técnica de barrido en Z en este modelo se consideró un haz Gaussiano de cintura  $\omega_0$  y una longitud de onda  $\lambda$  con  $z_0 = \pi\omega_0^2/\lambda$ , propagándose en la dirección  $+z$ , y con una amplitud expresada como en la ecuación (2.12), a una distancia  $z$  de la cintura, el haz ilumina a una muestra óptica no lineal de espesor  $L$ , la muestra es considerada como delgada ( $L \ll z_0$ ) que presenta un índice de refracción dependiente de la intensidad incidente,

es aceptado que cuando un haz Gaussiano ilumina dicha muestra el campo de salida puede ser expresado como [38]:

$$E_{out} = E(\rho, z) \exp(-i\Delta\phi(\rho)), \quad (3.23)$$

donde se consideró por simplicidad que la muestra no presenta absorción no lineal.  $E(\rho, z)$  es la amplitud del campo del haz Gaussiano a la entrada de la muestra dado por la ecuación (2.12),  $\rho$  es la coordenada radial y  $\phi(\rho)$  es el cambio de fase no lineal. Con el fin de obtener esta aproximación es necesario considerar que la amplitud del haz incidente no cambia dentro del medio, se propuso que el cambio de fase no lineal puede ser aproximadamente:

$$\Delta\phi(\rho) = \Delta\phi_0(z, m) \exp(-m\rho^2 / \omega(z)^2), \quad (3.24)$$

donde

$$\Delta\phi_0(z, m) = \frac{\Delta\Phi_0}{(1 + (z/z_0)^2)^{m/2}}. \quad (3.25)$$

Aquí  $\Delta\Phi_0$  es el máximo cambio de fase fotoinducido del haz sobre eje después del medio no lineal localizado en  $z=0$  y  $s$  puede ser un número real positivo. La técnica de barrido en Z y la auto modulación de fase requieren la detección a campo lejano. En este caso la distribución del campo en un plano puede ser calculado de la integral de Fraunhofer usando a la ecuación (3.23) como el campo de entrada.

En la figura 3.9 se presentan las curvas obtenidas numéricamente con el modelo de García Ramírez [38] para medios no locales y locales.

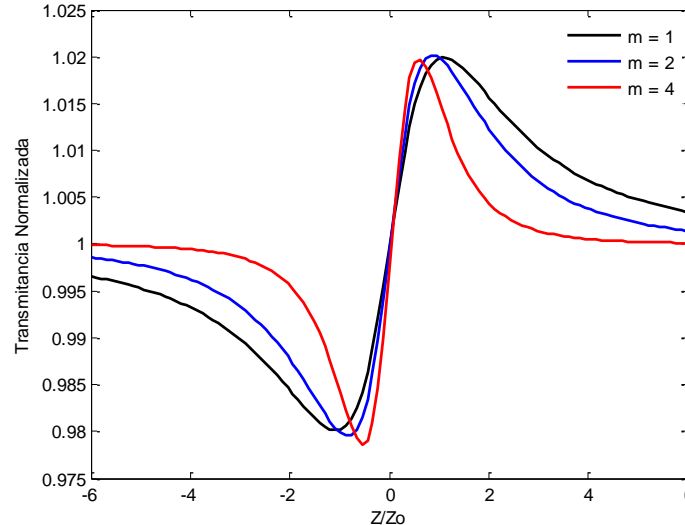


Figura 3.9. Modelo de García Ramírez para curvas de la técnica de barrido en Z para diferentes  $m$ : 1,  $\Delta\Phi_0 = 0.07$  rad (negro), 2,  $\Delta\Phi_0 = 0.1$  rad (azul) y 4,  $\Delta\Phi_0 = 0.2$  rad (rojo),  $\lambda = 532$  nm y  $\omega_0 = 8.9$   $\mu$ m.

### 3.6 Modelo de Bing Gu

Bing Gu et al. [46] considera un haz Gaussiano propagándose en el eje  $z$  dentro de un medio con un coeficiente de absorción lineal  $\alpha$ , un coeficiente de absorción de dos fotones  $\beta$ , un coeficiente de refracción no lineal de tercer orden  $\gamma_1$ , coeficiente de refracción no lineal de quinto orden  $\gamma_2$  y considerando las aproximaciones de medio delgado y envolvente lenta, las ecuaciones que describen la propagación del campo eléctrico dentro del medio no lineal son:

$$\frac{d\Delta\Phi(\rho, z)}{dz'} = k[\gamma_1 I(\rho, z) + \gamma_2 I^2(\rho, z)], \quad (3.26)$$

$$\frac{dI(\rho, z)}{dz'} = -\alpha I(\rho, z) - \beta I^2(\rho, z), \quad (3.27)$$

donde  $z'$  es la distancia de propagación dentro de la muestra.

Al resolver las ecuaciones (3.26) y (3.27), el campo complejo en el plano de salida está dado en términos de  $E(\rho, z)$  en el plano de entrada de la muestra:

$$E_e(\rho, z) = E(\rho, z) \exp(-\alpha L/2) [1 + \psi(\rho, z)]^{i \frac{k\gamma_1 - i \frac{k\alpha\gamma_2}{\beta^2} - 1}{2}} \\ \times \exp \left\{ i \frac{k\alpha\gamma_2}{\beta^2} \left[ 1 + \frac{\psi(\rho, z)}{\alpha L_{eff}^{(1)}} \right] \frac{\psi(\rho, z)}{1 + \psi(\rho, z)} \right\}, \quad (3.28)$$

siendo  $\psi(\rho, z) = \beta I(\rho, z) L_{eff}^{(1)}$ ,  $L_{eff}^n = [1 - \exp(-n\alpha L)] / n\alpha$  es la longitud efectiva del medio relacionado a  $(2n+1)$  para la  $n$ -ésima no linealidad (para  $n=1$  y  $n=2$  corresponde a la tercera y quinta no linealidades, respectivamente), y  $L$  es la longitud real de la muestra.  $\psi(\rho, z)$  se puede reescribir como  $\psi(\rho, z) = \Psi_0 / [1 + (z/z_0)^2]$ , donde  $\Psi_0 = \beta I_0 L_{eff}^{(1)}$  indica el cambio de fase de la absorción no lineal sobre eje debido a la absorción de dos fotones en el foco.

Por simplicidad, para el caso de la contribución de la refracción no lineal los efectos del tercero y quinto orden, implican que  $\beta \rightarrow 0$ . La ecuación (3.28) se reduce a

$$E_e(\rho, z) = E(\rho, z) \exp(-\alpha L/2) \exp[i\Delta\Phi_1(\rho, z) + i\Delta\Phi_2(\rho, z)], \quad (3.29)$$

con

$$\Delta\Phi_n(\rho, z) = k\gamma_n I^n(\rho, z) L_{eff}^{(n)} = \Phi_n(z) \exp[-2n\rho^2 / W^2(z)], \quad (3.30)$$

$$\Phi_n(z) = \Phi_{0n} / [1 + (z/z_0)^2]^n. \quad (3.31)$$

Aquí  $\Phi_{0n} = k\gamma_n I_0^n L_{eff}^{(n)}$  es el cambio de fase de refracción no lineal sobre eje relacionado a el  $(2n+1)$  enésima no linealidad en el foco.

Considerando al medio no lineal solo con refracción no lineal enésima  $(2n+1)$  es obtenido:

$$E_e(\rho, z) = E(\rho, z) \exp(-\alpha L/2) \exp[i\Delta\Phi_n(\rho, z)]. \quad (3.32)$$

Al ocupar descomposición Gaussiana como en el modelo de Sheik Bahae et al. la transmitancia normalizada para la técnica de barrido en Z causada por la  $(2n+1)$  del enésimo-orden de refracción no lineal a través de la abertura es

$$T_n(z, s, \Phi_{0n}) = \sum_{m, m'=0}^{\infty} \frac{i^{(m-m')}}{m!m'!} \Phi_{0n}^{m+m'} P_{mm'}(z) S_{mm'}(z, s), \quad (3.33)$$

donde

$$P_{mm'}(z) = \frac{1}{[1 + (z/z_0)^2]^{mn+m'n}} \frac{g^2 + d^2/d_0^2}{(g + id/d_m)(g - id/d_{m'})}, \quad (3.34)$$

$$S_{mm'}(z, s) = \frac{1 - \exp[A_{mm'}(z) \ln(1-s)]}{A_{mm'}(z)s}, \quad (3.35)$$

$$A_{mm'}(z) = \frac{(mn + m'n + 1)[1 + (z/z_0)^2]}{[z/z_0 + i(2mn + 1)][z/z_0 + i(2m'n + 1)]}. \quad (3.36)$$

$S_{mm'}$  es el efecto de la apertura en la traza de barrido en Z.

Para el caso de apertura pequeña ( $s \rightarrow 0$  pero  $s \neq 0$ ) la ecuación (3.33) se reduce a

$$T_n(x, \Phi_{0n}) = \sum_{m, m'=0}^{\infty} \frac{i^{(m-m')}}{m!m'!} \Phi_{0n}^{m+m'} \frac{x^2 + 1}{(x^2 + 1)^{mn+m'n} [x + i(2mn + 1)][x - i(2m'n + 1)]} \quad (3.37)$$

donde:  $x = z/z_0$

Bajo la aproximación de segundo orden la transmitancia normalizada debe ser

$$T_n(x, \Phi_{0n}) = 1 + \frac{4nx\Phi_{0n}}{(x^2 + 1)^n [x^2 + (2n + 1)^2]} + \frac{4n^2 [3x^2 - (4n + 1)] \Phi_{0n}^2}{(x^2 + 1)^{2n} [x^2 + (2n + 1)^2] [x^2 + (4n + 1)^2]}. \quad (3.38)$$

Para un efecto refractivo no lineal de tercer orden ( $n=1$ ) la transmitancia normalizada es:

$$T_1(x, \Phi_{01}) = 1 + \frac{4x\Phi_{01}}{(x^2+1)(x^2+9)} + \frac{4(3x^2-5)\Phi_{01}^2}{(x^2+1)^2(x^2+9)(x^2+25)}. \quad (3.39)$$

donde  $x=z/z_0$ .

### 3.7 Modelo de lente térmica

El primero en observar el efecto de lente térmica fue Gordon et al. [47] demostrando que cuando un haz láser pasa a través de una celda con líquido en  $t=0$ , una lente efectiva se desarrolla en el líquido de acuerdo a:

$$\frac{1}{f} = \frac{P_{abs} \left( \frac{dn}{dt} \right)}{\pi k W^2 \left( 1 + \frac{t_c}{2t} \right)}. \quad (3.40)$$

donde:  $f$  es la longitud focal de la lente térmica, en unidades de  $cm$ ;  $P_{abs}$  es la potencia absorbida por el líquido,  $watts$ ;  $\kappa$  es la conductividad térmica del líquido,  $watts/cm^\circ C$ ;  $W$  es el radio del haz en  $cm$ ; y  $t_c = \omega_0 \rho c_{es} / 4\kappa$ , donde  $\rho_d$ =densidad,  $g/cm^3$  y  $c_{es}$ =calor específico,  $joule/g^\circ C$ .

Otro fenómeno observado a altos niveles de potencia es la aberración esférica, donde Akhmanov et al. [50] y Dabby et al. [51] sugieren que la aberración a campo lejano es causada por la interferencia de rayos para diferentes regiones del perfil del haz. Por esto la aberración, en el centro del haz, debe ser insignificante si el ángulo máximo de deformación inducida térmicamente  $\theta_{max}$  [51] es más pequeña que el ángulo de difracción inicial

$$\theta_{max} \approx P_{abs} (dn/dT) / 1.6\pi k W < \lambda / \pi \omega_0, \quad (3.41)$$

reescribiendo la ecuación (3.41)

$$P_{abs} < 1.6\lambda k / (dn/dT), \quad (3.42)$$

donde,  $W$  es asumido para ser aproximadamente igual al mínimo del radio del haz  $\omega_0$ . Dado que la diferencia en longitud del camino óptico en  $\rho=0$  y  $\rho=W$  es

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= [P_{abs} (dn/dT) / 2\pi k] \int_0^\omega (1 - e^{-2\rho^2/\omega^2}) (d\rho/\rho) \\ &\approx (4/9\pi) P_{abs} (dn/dT) / k \end{aligned} \quad (3.43)$$

La ecuación (3.42) puede ser escrita como  $\Delta\Phi < 0.22\lambda$ .

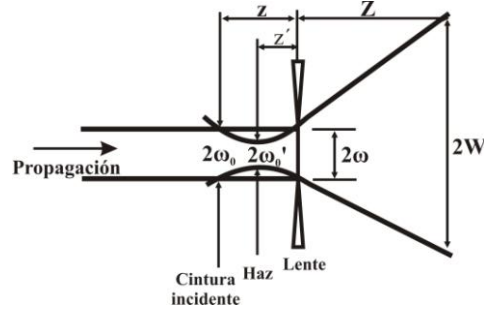


Figura 3.10. Expansión del haz láser por una lente delgada.

En la figura 3.10 se observa una lente delgada de longitud focal  $f$ , es puesta en el camino del haz en una posición donde el radio del haz es  $W$  y el radio de curvatura del frente de onda es  $R_0$ , inmediatamente después de la lente el radio del haz es aún  $W$  pero el radio de curvatura llega a ser  $R$  donde  $1/R=1/R_0-1/f$ . Este haz desenfocado es equivalente a uno que tiene un radio mínimo del haz  $\omega_0'$  a una distancia  $z'$  a la izquierda de la lente,  $\omega_0'$  y  $z'$  están dados por la referencia [52]:

$$\omega_0'^2 = W^2 / [1 + (\pi W^2 / \lambda R)^2], \quad (3.44)$$

y

$$z' = R / [1 + (\lambda R / \pi W^2)^2]. \quad (3.45)$$

Si elegimos a  $W$  para que a campo lejano tenga el máximo cambio debido a la lente y a una distancia  $Z$  de la lente, donde  $W^2 \gg \omega_0'^2$ , el radio del haz es

$$W = \lambda(Z + z') / \pi \omega_0'. \quad (3.46)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.44) y (3.45) en la ecuación (3.46), y asumiendo  $Z^2 \gg z'^2$ ,

$$\begin{aligned} W^2 &\approx \lambda^2 Z(Z + 2z') / \pi^2 \omega_0'^2 \\ &= (\pi^2 / Z) W^2 / [Z\lambda^2 + 2W^4 \pi^2 (1 + Z/R) / R]. \end{aligned} \quad (3.47)$$

Teniendo en cuenta que  $1/R = (1/R_0) - [\lambda\theta / \pi W^2 (1 + t_c/2t)]$ , se encuentra

$$\begin{aligned} W^2(t = \infty) / W^2(t = 0) &= 1 - \{ [2\theta\lambda\pi W^2 (1 + Z/R_0) + \theta^2 Z\lambda^2] / \\ &[Z\lambda^2 + \pi^2 (\omega_0'^2 / R_0) (2W^2 + ZW^2 / R_0)] \}. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Diferenciando el lado derecho con respecto a  $W^2$  revela que el cambio en  $W^2$  es mayor cuando  $R_0 = 2\pi W^2 / \lambda$ , cuando la lente se encuentra a una distancia focal detrás de la cintura del haz  $\theta \ll 1$  y  $W \gg \omega_0'$ .  $\theta$  puede ser pequeño o no, siempre y cuando  $R_0 = 2\pi W^2 / \lambda$ , la ecuación (3.48) será

$$W^2(t = \infty)/W^2(t = 0) = 1 - \theta + \theta^2 / 2. \quad (3.49)$$

La ecuación (3.49) es para valores pequeños de  $\theta$ . De la discusión inmediatamente después de la ecuación (3.43) es claro que  $\theta$  puede ser mayor que la unidad sin tener aberración; como resultado el término  $\theta^2$  en la ecuación (3.49) puede ser significativo. La probabilidad de que el tamaño del haz de campo lejano pueda ser controlado por la medición de la intensidad de la luz en el centro del haz  $I_{bc}$ . Puesto que  $I_{bc} = 2P/\pi W^2$ , la ecuación (3.49) puede escribirse como

$$I_{bc}(t = 0)/I_{bc}(t = \infty) = 1 - \theta + \theta^2 / 2. \quad (3.50)$$

para  $\theta \ll 1$ , la ecuación (3.50) se convierte en

$$b = -[\Delta I_{bc} / I_{bc}(t = \infty)] \lambda k / Pl(dn/dT), \quad (3.51)$$

dónde  $\Delta I_{bc} \equiv I_{bc}(t = 0) - I_{bc}(t = \infty)$ .

Este método de medición no requiere el conocimiento del radio del haz en la celda u otros parámetros ópticos, pero requiere que la celda se coloque a una distancia confocal detrás de la cintura del haz.

Para un arreglo parecido al de la técnica de barrido en Z,  $I_{bc}(t)$  es dado por [53]:

$$I_{bc}(t) = I_{bc}(0) \left[ 1 - \frac{\theta}{(1 + t_c/2t)} + \left( \frac{\theta}{2(1 + t_c/2t)} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (3.52)$$

C. A. Carter y J. M. Harris [54] tomaron la ecuación (3.52) de la referencia [53] y de manera explícita consideraron la dependencia de la posición de la muestra:

$$I(t) = I(0) \left[ 1 + \frac{\theta}{(1 + t_c/2t)} \left( \frac{2x}{1 + x^2} \right) + \left( \frac{\theta}{1 + t_c/2t} \right)^2 \left( \frac{1}{1 + x^2} \right) \right]^{-1}. \quad (3.53)$$

donde:  $x = z/z_0$ ,  $z_0$  es la distancia de Rayleigh y  $\theta = -(dn/dT)\alpha PL_{eff} / \lambda \kappa$  es el cambio de fase sobre eje,  $(dn/dT)$  coeficiente termo-óptico del medio,  $\alpha$  coeficiente de absorción de la muestra,  $L_{eff} = [1 - \exp(-\alpha L)]/\alpha$  es la longitud efectiva,  $L$  es la longitud de la muestra,  $\kappa$  es la conductividad térmica y  $\lambda$  es la longitud de onda del láser,  $t_c$  es la del tiempo de difusión térmica.

F. L. S. Cuppo et al. [55] toma la expresión dependiente del tiempo para el campo lejano de transmitancia en el eje dada por C. A. Carter y J. M. Harris [54] ecuación (3.53) y teniendo para  $t_c$ :

$$t_c = \frac{W^2}{4D_t}, \quad (3.54)$$

donde:  $W = \omega_0 \sqrt{1+x^2}$  es la cintura del haz,  $D_t = \kappa / C_{es}$  es la difusividad térmica,  $C_{es}$  es el calor específico por volumen en la constante de presión, y  $\kappa$  es la conductividad térmica. El cambio de fase sobre eje está dado por

$$\theta = \frac{\alpha_0 P d}{\lambda \kappa} \frac{\partial n}{\partial T}, \quad (3.55)$$

donde  $\alpha_0$  es el coeficiente de absorción lineal,  $P$  es la potencia del haz Gaussiano, y  $T$  es la temperatura.

Asumiendo que el cambio de fase no lineal  $\theta \ll 1$ , el segundo término en el denominador de la ecuación (3.53) puede ser ignorado, y la transmitancia a campo lejano es

$$T(z, t) \cong \frac{1}{1 + \left( \frac{\theta}{1 + t_c / 2t} \right) \frac{2x}{1+x^2}}. \quad (3.56)$$

La ecuación (3.56) por lo tanto da la transmitancia normalizados  $T_N^{TLM}(z, t)$  sobre el eje como una función de la posición de la muestra  $z$  y el tiempo  $t$ . Se señala que el tiempo térmico de difusión es la posición dependiente. Resulta que

$$t_c = \frac{\omega_0^2 (1+x^2)}{4D} = t_{co} (1+x^2), \quad (3.57)$$

dónde  $t_{co} = \omega_0^2 / 4D$ . La transmitancia normalizada después, con dependencia en la posición de la muestra explícitamente, es

$$T(z, t) = \left\{ 1 + \left( \frac{\theta}{1 + (1+x^2)t_{co} / 2t} \right) \frac{2x}{1+x^2} \right\}^{-1}. \quad (3.58)$$

En el tiempo  $t \gg t_c$ , se ha alcanzado el estado estacionario, entonces

$$T(x) = \left( 1 + \theta_T \frac{2x}{1+x^2} + \theta_T^2 \frac{1}{1+x^2} \right)^{-1}. \quad (3.59)$$

donde:  $x = z/z_0$ ,  $z_0$  es la distancia de Rayleigh y  $\theta_T = -(dn/dT) \alpha P L_{eff} / \lambda \kappa$  es el cambio de fase sobre eje,  $(dn/dT)$  coeficiente termo-óptico del medio,  $\alpha$  coeficiente de absorción de la muestra,  $L_{eff} = [1 - \exp(-\alpha L)] / \alpha$  es la longitud efectiva,  $L$  es la longitud de la muestra,  $\kappa$  es la conductividad térmica y  $\lambda$  es la longitud de onda del láser.

### 3.8 Modelo de lente térmica aberrante

S. J. Sheldon et al. [48], propuso la obtención de un nuevo modelo llamado lente térmica aberrante donde utiliza los componentes del experimento de lente térmica (figura 3.11). El haz pasa a través de una lente convergente, generando una cintura  $\omega_0$ , la cual se considera ubicada en el origen a lo largo del eje  $z$ . Una celda de longitud  $L$  se encuentra en  $z_1$ , y un fotodetector sobre eje a la distancia  $z_1 + z_2$ , la apertura del fotodetector es más pequeña en comparación con el diámetro del haz. El efecto de lente en la celda provoca un ligero descenso en la intensidad del haz que es detectada por el fotodetector.

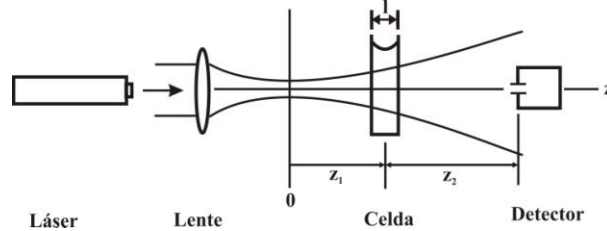


Figura 3.11. Componentes del experimento de lente térmica.

La variación de temperatura se toma como radial debido a que la celda se considera mayor que el diámetro del haz, otras consideraciones son la absorción y el ángulo de divergencia del haz que son pequeños, permitiendo que la potencia del haz  $P$  y el radio del haz  $W$  puedan ser tomadas como constantes dentro de la celda.

De la ecuación del calor de estado no estacionario para el cambio de temperatura en la muestra como una función del radio y el tiempo  $\Delta T(\rho, t)$  es:

$$c\rho \frac{\partial}{\partial t} [\Delta T(r, t)] = \dot{Q}(r) + k\nabla^2 [\Delta T(r, t)]; \quad (3.60)$$

con  $\rho < \infty$  y  $\Delta T(\rho, 0) = 0$ .

$\dot{Q}(\rho)$  es el flujo de energía en una unidad de tiempo a una distancia  $\rho$  desde el eje. El cambio en la intensidad del láser a medida que pasa a través del medio absorbente es escrita como

$$\Delta I(\rho) = I_0(\rho) - I(\rho) \cong I_0(\rho)\alpha L, \quad (3.61)$$

donde  $I_0(\rho)$  es la intensidad del haz entrante en la muestra en  $\rho$ ,  $I(\rho)$  es la intensidad del haz de salida,  $\alpha$  es la absorción y  $L$  es la longitud de la celda.

Por consiguiente,

$$\dot{Q}(\rho) = \frac{\Delta I(\rho)}{l} = I_0(\rho)\alpha. \quad (3.62)$$

Para un haz Gaussiano la intensidad de entrada  $I_0(\rho)$  es

$$I_0(\rho) = \frac{2(0.24P)}{\pi W^2} \exp(-2\rho^2/W^2). \quad (3.63)$$

combinando las ecuaciones (3.62) y (3.63) el termino de la fuente es

$$\dot{Q}(\rho) = \frac{2(0.24P)\alpha}{\pi W^2} \exp(-2\rho^2/W^2). \quad (3.64)$$

Whinnery [56] mostró que la solución a la ecuación (3.60) es

$$\Delta T(\rho, t) = \frac{2(0.24P)\alpha}{\pi c \rho W^2} \int_0^t \left( \frac{1}{1+2t'/t_c} \right) \exp\left( \frac{-2r^2/W^2}{1+2t'/t_c} \right) dt', \quad (3.65)$$

donde:

$$t_c = \frac{W^2 c \rho}{4k} = \frac{W^2}{4\kappa}. \quad (3.66)$$

$t_c$  es la constante de tiempo y es la acumulación característica del tiempo de la lente térmica.

La integral exponencial, puede ser escrita en su forma de serie como

$$\Delta T(\rho, t) = \frac{0.24Pb}{4\pi k} \left\{ \ln\left(1 + \frac{2t}{t_c}\right) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-2\rho^2/W^2)^m}{mm!} \times \left[ 1 - \left( \frac{1}{1+2t/t_c} \right)^m \right] \right\} \quad (3.67)$$

Las ecuaciones (3.65) y (3.67) son las expresiones deseadas para el cambio de temperatura en la muestra. En la aproximación parabólica sólo el primer término de la serie de la ecuación (3.67) se utiliza.

El índice de refracción como una función del radio y el tiempo se puede obtener mediante la sustitución de la ecuación (3.65) o (3.67) para  $\Delta T(\rho, t)$  en la expresión

$$n(\rho, t) = n_0 - \frac{dn}{dT} \Delta T(\rho, t), \quad (3.68)$$

donde  $n_0$  es el índice de refracción lineal en la temperatura inicial. La ecuación (3.68) asume un decremento en el índice de refracción con el incremento de temperatura, y  $dn/dT$  es un valor absoluto.

Para determinar el efecto que tiene el índice de refracción en la intensidad del haz para puntos sobre el eje más allá de la celda es empleada la teoría de la difracción de

aberraciones la cual inicia con el principio de Huygens, y ésta se escribe como la integral de difracción [57]

$$\bar{E}_{bc}(t) = \frac{i}{\lambda} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \bar{E}_i(\rho, t) \left( \frac{1 + \cos \mathcal{G}}{2} \right) \times \frac{\exp[-i(2\pi/\lambda)|z_2 - \rho|]}{|z_2 - \rho|} \rho d\rho d\theta, \quad (3.69)$$

$\bar{E}_i(\rho, t)$  es la fase compleja y amplitud de las ondas en el plano de entrada y salida de la celda. La segunda cantidad en la integral es el factor de inclinación, y la tercera cantidad es la fase y atenuación de la onda después de atravesar una distancia  $|z_2 - \rho|$ .  $\bar{E}_{bc}(t)$  es la fase compleja y amplitud de las ondas en el eje o el centro del haz en el plano de salida donde se ubica el detector.

Realizando algunas aproximaciones simplificadoras en la ecuación (3.69). Puesto que las dimensiones transversales del haz son  $\ll z_2$ ,

$$|z_2 - \rho| \cong z_2, \quad (3.70)$$

y

$$\frac{1 + \cos \mathcal{G}}{2} \cong 1, \quad (3.71)$$

para la exponencial

$$\frac{2\pi}{\lambda} |z_2 - \rho| \cong \frac{2\pi}{\lambda} \left( z_2 + \frac{\rho^2}{2z_2} \right). \quad (3.72)$$

bajo estas consideraciones la integral queda como:

$$\bar{E}_{bc}(t) = A_1 \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \bar{E}_i(\rho, t) \exp\left(-i \frac{\pi}{\lambda} \frac{\rho^2}{z_2}\right) \rho d\rho d\theta, \quad (3.73)$$

donde todas las constantes son representadas por  $A_1$ .

Una expresión para  $\bar{E}_i(\rho, t)$  es encontrada pero primero ignoramos los efectos de lente en el medio y supondremos que el haz está compuesto de ondas esféricas con un radio de curvatura  $R$  y una distribución de amplitud Gaussiana. El factor de amplitud es

$$|\bar{E}_i| = B_1 \exp(-\rho^2 / W^2), \quad (3.74)$$

donde  $B_1$  es una constante y  $W$  es el radio del haz. La fase en los puntos sobre el plano de entrada son

$$\frac{2\pi}{\lambda}L = \frac{2\pi}{\lambda}(R^2 + \rho^2)^{1/2}, \quad (3.75)$$

y

$$\cong \frac{2\pi}{\lambda}(R + \rho^2 / 2R). \quad (3.76)$$

La aproximación es válida en este caso ya que el haz se limita a una región estrecha en torno al eje óptico, de manera que  $R \gg \rho$ . El retardo de fase de distribución o fase relativa es por lo tanto

$$(\pi\rho^2)/(\lambda R). \quad (3.77)$$

Siguiendo a Born y Wolf [58] el efecto del medio de lente es considerado como una aberración, el cual se incluye como una pequeña perturbación en la forma de un retardo de fase adicional para el término de fase de la onda esférica, (ecuación (3.77)). Las ondas esféricas emergen de la celda en el plano de entrada ligeramente distorsionadas. Una expresión para este retardo de fase adicional se encuentra considerando el problema desde el punto de vista de la longitud de camino óptico en el medio. Inicialmente, la longitud del camino óptico es

$$\Phi_0 = n_0 L. \quad (3.78)$$

la variación de la longitud del camino óptico sobre el eje se escribe como:

$$\Phi(\rho, t) = l[n(\rho, t) - n(0, t)]. \quad (3.79)$$

Sustituyendo la ecuación (3.68) a (3.79) por  $n$  y multiplicando ambos lados por  $2\pi/\lambda$  da

$$\frac{2\pi}{\lambda}\Phi(\rho, t) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{dn}{dT} l[\Delta T(0, t) - \Delta T(\rho, t)], \quad (3.80)$$

que es la expresión deseada para el retardo de fase adicional.

Con (3.74), (3.77), y (3.80) se obtiene para la fase compleja y la amplitud en el plano de entrada

$$\vec{E}_i(\rho, t) = B_1 \exp(-\rho^2 / \omega^2) \exp(-i(\pi/\lambda)(\rho^2 / R + 2\Phi)). \quad (3.81)$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación (3.73), y por cambio de variable  $u = \rho^2/\omega^2$  e integrando en  $\theta$  da

$$\bar{E}_{bc}(t) = C_1 \int_0^\infty \exp \left\{ u + i \left[ \frac{2\pi}{\lambda} \Phi(u, t) + \frac{\pi\omega^2}{\lambda} \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{z_2} \right) u \right] \right\} du, \quad (3.82)$$

la siguiente sustitución puede ser hecha para  $R$  y  $W$  en el factor de fase [44]

$$W(z_1) = \omega_0 [1 + (z_1 / z_0)^2]^{1/2}, \quad (3.83)$$

y

$$R(z_1) = \frac{1}{z_1} (z_1^2 + z_0^2), \quad (3.84)$$

donde

$$z_0 = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}. \quad (3.85)$$

$z_0$  es llamado el parámetro confocal del haz Gaussiano, y  $\omega_0$  es el tamaño del radio del haz en la cintura ( $z=0$ ). Con esto el tercer término en la integral es

$$i \left[ \frac{z_1}{z_0} + \frac{z_1}{z_2} \left( \frac{z_1}{z_0} + \frac{z_0}{z_1} \right) \right] u. \quad (3.86)$$

Si el detector es colocado a campo lejano, se tiene que  $z_2 \gg z_1$  todos los términos en (3.86) relacionados con  $z_2$  se pueden quitar,  $z_1$  y  $z_0$  son generalmente del mismo orden.

Realizando la siguiente aproximación

$$\exp[-i(2\pi/\lambda)\Phi] \cong 1 - i \frac{2\pi}{\lambda} \Phi, \quad (3.87)$$

donde es asumido que  $(2\pi/\lambda)\Phi \ll 1$ . Esta condición es conocida en los experimentos de lente térmica. Con estas modificaciones la integral de difracción llega a ser

$$\bar{E}_{bc}(t) = C_1 \int_0^\infty \left( 1 - i \frac{2\pi}{\lambda} \Phi \right) \exp[-(1+ix)u] du, \quad (3.88)$$

donde  $x = z_1/z_0$ .

Sustituyendo la ecuación (3.65) en (3.80) da

$$\frac{2\pi}{\lambda} \Phi(u, t) = \frac{\theta}{t_c} \int_0^t \tau [1 - \exp(-2\tau u)] dt', \quad (3.89)$$

para el retardo de fase adicional, donde

$$\theta = \frac{0.24PL}{\lambda} \frac{\alpha}{\kappa} \frac{dn}{dT}, \quad (3.90)$$

y

$$\tau(t') = \frac{1}{1 + 2t'/t_c}. \quad (3.91)$$

Como lo sugiere la ecuación (3.89), la aproximación (3.87) es aplicada cuando  $\theta$  es suficientemente pequeña. En más experimentos de lente térmica los parámetros que intervienen en la expresión (3.90) dan un  $\theta$  del orden de 0.1 o menos.

Con la sustitución de la ecuación (3.89) la integral de difracción se convierte finalmente en

$$\bar{E}_{bc}(t) = C_1 \int_0^\infty \left\{ 1 - i \frac{\theta}{t_c} \int_0^t \tau [1 - \exp(-2\pi u)] dt' \right\} \times \exp[-(1 + i\zeta)u] du. \quad (3.92)$$

La integración se lleva a cabo primero para  $u$  y luego para  $t$ .

En la búsqueda de la variación de la intensidad  $I_{bc}(t) = |\bar{E}_{bc}(t)|^2$  todos los términos de orden  $\theta^2$  son ignorados, y una forma conveniente para las ecuaciones es el cambio de intensidad fraccional,  $[I(t) - I(\infty)]/I(\infty)$ , así el resultado es

$$\frac{I(t) - I(\infty)}{I(\infty)} = \frac{1 - \theta \tan^{-1} \left[ \frac{2x}{3 + x^2 + (9 + x^2)(t_c/2t)} \right]}{1 - \theta \tan^{-1} \left( \frac{2x}{3 + x^2} \right)} - 1. \quad (3.93)$$

El cambio de intensidad fraccional total encontrada estableciendo  $t = 0$  es

$$\frac{I(0) - I(\infty)}{I(\infty)} = \frac{1}{1 - \theta \tan^{-1} \left( \frac{2x}{3 + x^2} \right)} - 1. \quad (3.94)$$

A través de la dependencia de  $t_c$  en  $W(z_l)$  [vea ec. (3.66)] y la dependencia de  $[I(0) - I(\infty)]/I(\infty) = T(x)$  en  $z_l$ , tanto la magnitud y la dependencia del tiempo del efecto de lente térmica son sensibles a la ubicación de la celda  $z_l$  con respecto a la cintura.

C. A. Carter y J. M. Harris [54] y Leila Sarkhosh et al. [59] tomaron la ecuación (3.94) de la referencia [48] para no linealidades térmicas que utilizan el efecto de lente térmica aberrante, la transmitancia normalizada para la técnica de barrido en Z viene dada por

$$T(x) = \left[ 1 + \frac{\theta_{TA}}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2x}{3+x^2} \right) \right]^2 + \left[ \frac{\theta_{TA}}{4} \ln \left( \frac{1+x^2}{9+x^2} \right) \right]^2. \quad (3.95)$$

donde:  $x=z/z_0$ ,  $z_0$  es la distancia de Rayleigh y  $\theta_{TA} = -(dn/dT)\alpha PL_{eff} / \lambda\kappa$  es el cambio de fase sobre eje,  $(dn/dT)$  coeficiente termo-óptico del medio,  $\alpha$  coeficiente de absorción de la muestra,  $L_{eff}=[1-\exp(-\alpha L)]/\alpha$  es la longitud efectiva,  $L$  es la longitud de la muestra,  $\kappa$  es la conductividad térmica y  $\lambda$  es la longitud de onda del láser.

### 3.9 Modelo de Zang

De la expresión obtenida por Sheik-Bahae en la sección 3.2 ecuación (3.9) la transmitancia normalizada de una apertura cerrada para un medio delgado no lineal con un pequeño cambio de fase sobre eje puede ser escrito como

$$T = 1 + \frac{4\Delta\varphi_0(t)x}{(x^2+1)(x^2+9)} + O[\Delta\varphi_0(t)^2], \quad (3.96)$$

donde  $\Delta\varphi_0(t)=k\Delta n_0(t)L_{eff}$  es el cambio de fase no lineal sobre eje en el foco,  $L_{eff} = (1-e^{-\alpha L})/\alpha$  es la longitud efectiva del medio,  $x=z/z_0$ , y  $z$  es la coordenada longitudinal.

Aplicando el modelo de lente distribuida, el medio grueso actúa como un conjunto de rebanadas de medio delgado, y el haz láser viaja a través de cada rebanada de medio delgado secuencialmente. Omitiendo el acoplamiento de no linealidades entre las rebanadas, la transmitancia normalizada para un medio no lineal grueso a campo lejano puede ser escrito como

$$T = \prod_{i=1}^n \left[ 1 + \frac{4\Delta\varphi_{0i}x_i}{(x_i^2+1)(x_i^2+9)} \right] \cong \exp \left[ \sum_{i=1}^n \frac{4\Delta\varphi_{0i}x_i}{(x_i^2+1)(x_i^2+9)} \right], \quad (3.97)$$

donde  $x_i=z_i/z_0$ ,  $\Delta\varphi_{0i}(t)=k\Delta n_0(t)L_i=\Delta\varphi_R(t)\Delta x_i$  con  $\Delta\varphi_R(t)=k\Delta n_0(t)z_0$ ,  $z_0$  es la distancia de Raleigh del haz láser,  $z_i$  es la posición del enésimo medio delgado, y  $L_i$  es la distancia del enésimo medio delgado. Permitiendo a  $L_i \rightarrow 0$  y representa la posición de la cara frontal del medio grueso, se obtiene

$$T = \left\{ \frac{[(x+l)^2+1] \times (x^2+9)}{[(x+l)^2+9] \times (x^2+1)} \right\}^{\Delta\varphi_R(t)/4}, \quad (3.98)$$

donde  $x = z/z_0$ ,  $l=L/z_0$  y  $L$  es la longitud del medio.

En un régimen de alta potencia se sustituye  $\Delta\varphi_R(t)$  en la ecuación (3.98) por una función de corrección  $C_\varphi[\Delta\varphi_R(t), x, l]$  para incluir el efecto de acoplamiento entre las rebanadas. La función de corrección  $C_\varphi[\Delta\varphi_R(t), x, l]$  se puede expresar como  $C_\varphi[\Delta\varphi_R(t), l]$ . Por lo tanto la función de corrección tiene las siguientes características: cuando la refracción no lineal o la

longitud del medio es pequeño,  $C_\varphi[\Delta\varphi_R(t), l]$  debe ser igual a  $\Delta\varphi_R(t)$ ; cuando el tamaño del medio es lo suficientemente grande, la saturación de la transmitancia normalizada ocurrirá, y los efectos del tamaño del medio desaparecen. A través de una comparación de la ecuación (3.98), la función de corrección puede ser expresada como:

$$C_\varphi(t) \cong \Delta\varphi_R(t) + \tanh(l/3) \times [[\Delta\varphi_R(t)]^2/4 + [\Delta\varphi_R(t)]^3/16]. \quad (3.99)$$

Por consiguiente la transmitancia normalizada puede ser escrita como [42]

$$T = \left\{ \frac{[(x+l)^2 + 1] \times (x^2 + 9)}{[(x+l)^2 + 9] \times (x^2 + 1)} \right\}^{C_\varphi(t)/4}. \quad (3.100)$$

donde:  $l = L/z_0$ ,  $L$  es la longitud del medio,  $x = z/z_0$ ,  $\Delta\varphi_R(t) = k\Delta n_0(t)z_0$ .

### 3.10 Modelo de Magni

De la teoría de menos aberración se tiene: El campo eléctrico con polarización lineal, propagándose a lo largo del eje  $z$  y variando en el tiempo es:

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \{E_0 \exp[i(\omega t - kz)] + c.c.\}, \quad (3.101)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia angular,  $k = n_0\omega/c$  ( $c$  es la velocidad de la luz en el vacío y  $n_0$  es el índice de refracción lineal),  $E_0$  es la amplitud del campo complejo variando lentamente con  $z$ , y  $c.c.$  es el complejo conjugado.

La expresión para el índice de refracción para un medio Kerr es descrito por la ecuación (3.2).

De la aproximación paraxial de la teoría de difracción, la propagación de el haz es descrita por la ecuación de la referencia [44]

$$\nabla_T \bar{E} - 2ik \frac{\partial \bar{E}}{\partial z} + k^2 \frac{n_2}{n_0} |\bar{E}|^2 \bar{E} = 0, \quad (3.102)$$

donde  $\nabla_T$  es el laplaciano transversal que actúa sobre las coordenadas ortogonales a el eje  $z$ . Un numero de soluciones numéricas y aproximaciones analíticas para la ecuación (3.102) han sido discutidas en la literatura [60-62], ha sido demostrado que las soluciones similares existen, que conservan una forma constante a excepción de un factor de escala que varia con  $z$ . Para no linealidades moderadas el perfil de la solución fundamental se aproxima a una función Gaussiana [61]. El propósito es considerar la propagación de un haz Gaussiano con simetría cilíndrica y con la aproximación de que el perfil Gaussiano es mantenido durante la propagación, descrita como

$$\bar{E}(\rho, z) = (E_0/\omega) \exp\left[-(\rho/\omega)^2 - ik\rho^2/2R + i\phi\right], \quad (3.103)$$

donde  $\rho$  es la distancia del eje  $z$ ,  $E_0$  es un factor de amplitud constante real, mientras el tamaño del spot  $W$ , el radio de curvatura  $R$ , y el cambio de fase  $\phi$  son funciones de  $z$ . La amplitud  $E_0$  es una constante para la conservación de la energía de la potencia del haz  $P$ , la cual es dada por  $P = \pi c \epsilon_0 n_0 U^2 / 4$ .

Para resolver la ecuación (3.102) se aproxima el termino no lineal  $|\bar{E}|^2$  a una parábola

$$|\bar{E}|^2 \cong \frac{3}{4} \frac{E_0 U^2}{W^2} \left(1 - \frac{2\rho^2}{3W^2}\right). \quad (3.104)$$

Esta aproximación es similar a la que es usada en la teoría de menos aberración de auto enfocamiento [60], si insertamos la ecuación (3.103) y (3.104) en la ecuación (3.102) son obtenidas cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias, una de las ecuaciones está relacionada a la conservación de la energía, las otras tres pueden ser resueltas por  $W(z)$ ,  $R(z)$  y  $\phi(z)$ .

La solución puede ser escrita como

$$W^2(z) = W_1^2 \left[ \left(1 + \frac{z}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\lambda z}{\pi n_0 W_1^2}\right)^2 \left(1 - \frac{P}{P_c}\right) \right]. \quad (3.105)$$

$$\frac{1}{R(z)} = \left(\frac{W_1}{W(z)}\right)^2 \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{z}{R_1^2} + z \left(\frac{\lambda}{\pi n_0 W_1^2}\right)^2 \left(1 - \frac{P}{P_c}\right) \right]. \quad (3.106)$$

$$\phi(z) - \phi_1 = \frac{1 - 3P/2P_c}{\sqrt{1 - P/P_c}} \left[ \arctan\left(\frac{\pi n_0 W^2(z)}{\lambda R(z) \sqrt{1 - P/P_c}}\right) - \arctan\left(\frac{\pi n_0 W_1^2}{\lambda R_1 \sqrt{1 - P/P_c}}\right) \right] \quad (3.107)$$

donde  $W_1$ ,  $R_1$ , y  $\phi_1$  son los valores iniciales para  $z=0$  y  $\lambda$  es la longitud de onda en el vacío.

El parámetro  $P_c$  es la potencia crítica para el auto enfocamiento y está dada por

$$P_c = c \epsilon_0 \lambda^2 / (2\pi n_2). \quad (3.108)$$

para  $n_2=0$  (para  $P_c=\infty$ ) las ecuaciones (3.105-3.107) se reducen a las expresiones para la propagación de un haz Gaussiano en un medio homogéneo de índice de refracción  $n_0$  [63]. Las ecuaciones (3.105) y (3.106), las cuales dan el tamaño del spot y el radio de curvatura, pueden también ser obtenidas, siguiendo el formalismo de la referencia [64], de las expresiones para la propagación en espacio libre después de multiplicar el término  $\lambda/(\pi n_0 \omega_1^2)$ , que es la parte imaginaria del parámetro  $q$  ecuación (2.22), por el factor de

escala  $\sqrt{1-P/P_c}$ . En este factor de escala cuando  $P > P_c$  el tamaño del spot puede desaparecer después de una cierta distancia de propagación, la cual depende de las condiciones iniciales  $W_I$  y  $R_I$ . Si  $P = P_c$  y la curvatura inicial del frente de onda es plana ( $R_I = \infty$ ).

Dando una nueva forma a las ecuaciones (3.105), (3.106) para un haz Gaussiano de tamaño de spot  $W$  y radio de curvatura  $R$  en un material de índice de refracción  $n_0$  definido como el radio de curvatura complejo,  $q$ , como en la ecuación (2.22) y si  $q_1$  es el radio complejo en la entrada de un sistema óptico lineal caracterizado por una matriz de rayos ABCD, el radio complejo,  $q_2$ , en la salida es dado por la tercera propiedad del parámetro  $q$  expuestas en la ecuación (2.25).

Si se considera un sistema óptico hecho de un material no lineal de longitud  $L$  con caras planas perpendiculares al eje  $z$  rodeado por un medio con índice de refracción igual a 1 y se toma en cuenta la refracción en interfaces multiplicando el radio de curvatura por  $n_0$  en la entrada y dividiéndolo por  $n_0$  en la salida. La transformación del radio complejo, calculado usando las ecuaciones (3.105) y (3.106), puede ser puesto en forma consistente con la ley ABCD, por definición la matriz de transferencia de rayos de un medio Kerr queda:

$$M = \sqrt{1-\gamma} \begin{bmatrix} 1 & d_e \\ -\gamma/[(1-\gamma)d_e] & 1 \end{bmatrix} \quad (3.109)$$

donde:  $d_e = L/n_0$  es la longitud efectiva del medio y  $\gamma$  es el tamaño del spot en el centro del medio definido como:

$$\gamma = \left[ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{2\pi W_c^2}{\lambda d_e} - \frac{\lambda d_e}{2\pi \omega_0} \right)^2 \right]^{-1} \frac{P}{P_c}. \quad (3.110)$$

$W_c$  es el ancho del haz en el centro del medio y  $\omega_0$  es el tamaño del spot en la cintura del haz,  $P$  es la potencia incidente del haz, y  $P_c$  es la potencia crítica para auto enfocamiento. Esta matriz es válida solo para  $\gamma < 1$ . Note que cuando  $P/P_c$  tiende a cero la matriz se reduce a la propagación de haz Gaussiano en un medio homogéneo de índice de refracción  $n_0$ .

### 3.11 Modelo de Pálfalvi

Modelo propuesto por Pálfalvi et al. [41] para describir la técnica de barrido en Z, obtuvo la normalización a campo lejano sobre el eje de intensidad contra la posición de la muestra, se consideró al haz del plano de entrada del material hasta donde se encuentra puesto el fotodetector a campo lejano, entonces la propagación del haz Gaussiano pudo ser descrita por matrices ABCD. Si la absorción no es considerada, la intensidad sobre eje debe satisfacer:

$$I_0 \omega_0^2 = I(0, z) W^2(z). \quad (3.111)$$

Dado que durante las mediciones de barrido en Z solo la intensidad en eje es observada, es conveniente usar una aproximación paraxial en el perfil de intensidad:

$$I(\rho, z) = I(0, z) \times e^{-\frac{2\rho^2}{W^2(z)}} \approx I(0, z) \left( 1 - \frac{2\rho^2}{W^2(z)} \right). \quad (3.112)$$

El índice de refracción para medios no lineales es dado por la ecuación (3.2), si se sustituye la ecuación (3.112) en la ecuación (3.2) se tiene:

$$n(\rho, z) \approx n_0 + n_2 I(0, z) \left( 1 - \frac{2\rho^2}{W^2(z)} \right) = n(0, z) \left( 1 - \frac{2n_2 I(0, z)}{n(0, z)} \times \frac{\rho^2}{W^2(z)} \right), \quad (3.113)$$

se observa la dependencia de  $\rho$  en (3.113) como

$$n(\rho) = n_0 \left( 1 - \frac{\rho^2}{2I^2} \right). \quad (3.114)$$

La dependencia de  $\rho$  es parecida a la del índice de refracción de un medio de índice Grin ecuación (2.10). Para poner la ecuación (3.113) de la misma forma que (3.114) es introducida una longitud efectiva  $l_{ef}$  como sigue:

$$l_{ef}^2(z) = \frac{n(0, z)W^2(z)}{4n_2 I(0, z)}. \quad (3.115)$$

Expresando a  $I(0, z)$ , sustituyendo la ecuación (3.111) en (3.115), y usando la ecuación (3.2) se obtiene:

$$l_{ef}^2(z) = \frac{n_0 W^4(z) + n_2 I_0 \omega_0^2 W^2(z)}{4n_2 I_0 \omega_0^2}. \quad (3.116)$$

Mientras que para un medio Grin  $L$  es una constante,  $l_{ef}$  depende de  $z$ . Esto es porque, en orden para describir la propagación del haz dentro de una muestra con longitud  $L$ , se tiene que dividir en  $N$  piezas de rebanadas delgadas al medio. Si  $N$  es lo suficientemente grande, que en una rebanada con una longitud de  $lm=L/N \ll z_0$  (condición para medio delgado), la variación del radio del haz puede ser ignorada. Bajo estas circunstancias, la matriz ABCD del medio con longitud grin  $lm$  [65] es:

$$M = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) & l_{ef} \cdot \text{sen}\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) \\ -\frac{1}{l_{ef}} \cdot \text{sen}\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) & \cos\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) \end{bmatrix}, \quad (3.117)$$

donde  $lm$  es el espesor del medio no lineal,  $n_p$  es el número de secciones en los que se ha dividido el medio no lineal y  $l_{ef}$  es la longitud efectiva definida como la ecuación (3.116).

## CAPITULO IV COMPARACIÓN DE LOS MODELOS DE MEDIO DELGADO

### 4.1 Introducción

La técnica de barrido en Z a la fecha ha sido estudiada tanto analítica como experimentalmente, debido a la sencillez de la técnica en su arreglo experimental, por tal motivo es necesario contar con modelos teóricos numéricos para poder ajustar o reproducir resultados experimentales y así caracterizar materiales ópticos no lineales. En la literatura se encuentran reportados diversos modelos numéricos basados en diferentes teorías, para el análisis de curvas de barrido en Z.

En este capítulo se muestran comparaciones numéricas de algunos modelos para medios delgados, presentados en el capítulo 3. Esta comparación se realiza a través de los parámetros  $\Delta T_{p-v}$  y  $\Delta z_{p-v}/z_0$ . Los modelos a comparar son los siguientes: Sheik-Bahae et al. [45], Bing Gu et al. [46], Reynoso Lara [37], Magni et al. [40], L. Pálfalvi et al. [41], García Ramírez [38], Gordon et al. [47] y Sheldon et al. [48].

### 4.2 Comparación de modelos de medios delgados

A continuación se muestran únicamente los modelos propuestos para la técnica de barrido en Z para medios delgados variando la fase: Reynoso Lara [37], García Ramírez [38], Sheik-Bahae [45], Bing Gu [46], Magni [40] y L. Pálfalvi [41] donde para los modelos de Reynoso Lara y Pálfalvi se emplea una expresión que relaciona la longitud focal con  $\Delta\Phi_0$  para el caso del modelo de Reynoso Lara [37] y  $n_2$  con  $\Delta\Phi_0$  para el modelo de Pálfalvi, para el modelo de Magni se varía el parámetro P, el resto de los modelos se varía la fase  $\Delta\Phi_0$  para obtener las curvas características de la técnica de barrido en Z.

#### 4.2.1 Modelo de Reynoso Lara

El modelo de Reynoso Lara es una parte fundamental en la extensión de medio delgado a medio grueso, basado en la teoría del haz Gaussiano, matrices ABCD y el parámetro  $q$ , para describir la propagación del haz Gaussiano en la muestra y a campo lejano (en el fotodetector).

La relación obtenida para el modelo de longitud focal de la transmitancia normalizada  $T(z)$ , es:

$$T(z) = \frac{f^2}{z_0^2 + (f - z)^2}. \quad (4.1)$$

Esta ecuación es válida para cualquier tipo de material modelado como una lente de longitud focal  $f$ , a continuación se describe la forma de  $f$  para un medio con una no linealidad tipo Kerr expresada de la siguiente forma:

$$f_{Kerr}(z) = \frac{\pi}{8n_2LP}W^4(z), \quad (4.2)$$

donde  $n_2$  es el índice de refracción no lineal,  $L$  es el espesor del medio y  $P$  es la potencia total es observada una dependencia del radio del haz a la cuarta potencia.

De manera general la longitud focal de la muestra no lineal vista como una lente delgada es expresada como [37]:

$$f(z) = a_r W^r(z). \quad (4.3)$$

donde  $a_r$  es la constante con unidades adecuadas que representan a los parámetros del material, así como del haz incidente,  $W^r(z)$  es el radio del haz y  $r$  supondremos por simplicidad como número entero.

En el modelo de longitud focal [37] se da una relación de  $\Delta\Phi_0$  con el parámetro  $f(z)$  (ecuación 4.3) dada como

$$\Delta\Phi_0 = \frac{z_0}{2f(z)}. \quad (4.4)$$

donde  $z_0$  es la distancia de Rayleigh y  $f(z)$  es dada por la ecuación (4.3), con esta expresión es posible obtener el valor de la constante  $a_r$  para diferentes valores de  $\Delta\Phi_0$ .

De la ecuación (4.4) se obtiene la equivalencia del valor de  $a_4$  para diferentes valores de  $\Delta\Phi_0$  (rad):

$a_4$	$\Delta\Phi_0$ (rad)
$2.3 \times 10^{12}$	0.1
$1.15 \times 10^{12}$	0.2
$5.74 \times 10^{11}$	0.4
$3.82 \times 10^{11}$	0.6
$2.86 \times 10^{11}$	0.8
$2.27 \times 10^{11}$	1

## 4.2.2 Modelo de García Ramírez

El modelo de García Ramírez está desarrollado para materiales no lineales locales ó no locales. En este modelo se considera un haz Gaussiano que se propaga en la dirección  $z$ , el cual ilumina a una muestra óptica no lineal delgada, el campo de salida se expresa como [38]:

$$E_{out} = E(\rho, z) \exp(-i\Delta\phi(\rho)). \quad (4.5)$$

donde  $E(\rho, z)$  es la amplitud del campo del haz Gaussiano en la entrada de la muestra dado por la ecuación (2.12),  $\rho$  es la coordenada radial y  $\Delta\phi_0$  es el cambio de fase no lineal.

Al considerar que la amplitud del haz incidente no cambia dentro del medio, se propuso que el cambio de fase no lineal es:

$$\Delta\phi(\rho) = \Delta\phi_0(z, m) \exp(-m\rho^2 / \omega(z)^2), \quad (4.6)$$

donde

$$\Delta\phi_0(z, m) = \frac{\Delta\Phi_0}{(1 + (z/z_0)^2)^{m/2}}. \quad (4.7)$$

Aquí  $\Delta\Phi_0$  es el máximo cambio de fase fotoinducido del haz sobre eje después del medio no lineal localizado en  $z=0$  y  $m$  puede ser un número real positivo. La técnica de barrido en  $Z$  y la auto modulación de fase requieren la detección a campo lejano, para esto es usada la integral de Fraunhofer usando a la ecuación (4.5) como el campo de entrada.

### 4.2.3 Modelo de Sheik-Bahae

El modelo de Sheik-Bahae es propuesto para muestras delgadas con una no linealidad cubica, siguiendo un tratamiento aplicable a haces con entradas Gaussianas llamado descomposición Gaussiana método dado por Weaire et al. [49], es obtenida la transmitancia normalizada para la técnica de barrido en  $Z$ , obteniéndose la siguiente expresión:

$$T(z, \Delta\Phi_0) \cong 1 - \frac{4\Delta\Phi_0 x}{(x^2 + 9)(x^2 + 1)}. \quad (4.8)$$

donde  $x = z/z_0$ .

### 4.2.4 Modelo de Bing Gu

En este modelo consideraron un haz Gaussiano en dirección del eje  $z$  y dentro de un medio, y considerando la aproximación de medio delgado, la aproximación de envolvente lenta, y haciendo uso de descomposición Gaussiana, es obtenida la transmitancia normalizada para la técnica de barrido en  $Z$  a través de la abertura colocada a campo lejano:

$$T_1(x, \Phi_{01}) = 1 + \frac{4x\Phi_{01}}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)} + \frac{4(3x^2 - 5)\Phi_{01}^2}{(x^2 + 1)^2(x^2 + 9)(x^2 + 25)}. \quad (4.9)$$


---

donde  $x=z/z_0$ .

#### 4.2.5 Modelo de Magni

El modelo Magni propone una matriz de transferencia de rayos para medios con una no linealidad tipo Kerr, no importando su espesor, la cual es obtenida de la teoría de menos aberración, la aproximación paraxial de la teoría de difracción y matrices ABCD, esta matriz se muestra a continuación:

$$M = \sqrt{1-\gamma} \begin{bmatrix} 1 & d_e \\ -\gamma/[(1-\gamma)d_e] & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

donde:  $d_e=L/n_0$  es la longitud efectiva del medio y  $\gamma$  es el tamaño del spot en el centro del medio definido como:

$$\gamma = \left[ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{2\pi W_c^2}{\lambda d_e} - \frac{\lambda d_e}{2\pi \omega_0} \right)^2 \right]^{-1} \frac{P}{P_c} \quad (4.11)$$

$W_c$  es el ancho del haz en el centro del medio y  $\omega_0$  es el tamaño del spot en la cintura del haz,  $P$  es la potencia incidente del haz, y  $P_c$  es la potencia crítica para auto enfocamiento. Esta matriz es válida solo para  $\gamma < 1$ . Note que cuando  $P/P_c$  tiende a cero la matriz se reduce a la propagación de haz Gaussiano en un medio homogéneo de índice de refracción  $n_0$ .

#### 4.2.6 Modelo de Pálfalvi

Utilizando el parámetro  $q$  para describir la propagación de un haz Gaussiano en la técnica de barrido en Z, Pálfalvi propuso que el medio no lineal se comporta como un material con índice gradiente, en donde el medio tiene un espesor  $L$  y es dividido en  $N$  piezas de rebanadas delgadas, el espesor de cada rebanada delgada es dado como:  $lm=L/N$ , donde  $lm$  debe cumplir con la condición de medio delgado ( $lm \ll z_0$ ), la matriz ABCD del medio con longitud Grin es:

$$M = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) & l_{ef} \cdot \text{sen}\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) \\ -\frac{1}{l_{ef}} \cdot \text{sen}\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) & \cos\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) \end{bmatrix}, \quad (4.12)$$

donde  $n_p$  es el número de secciones en los que se ha dividido el medio no lineal y  $l_{ef}$  es la longitud efectiva definida como:

---

$$I_{ef}^2(z) = \frac{n_0 W^4(z) + n_2 I_0 \omega_0^2 W^2(z)}{4n_2 I_0 \omega_0^2}. \quad (4.13)$$

En el modelo de Pálfalvi se puede relacionar  $n_2$  con  $\Delta\Phi_0$  por la siguiente ecuación

$$n_2 = \frac{\Delta\Phi_0}{kI_0 L_{ef}}. \quad (4.14)$$

donde  $\Delta\Phi_0$  es la variación de fase,  $k=2\pi/\lambda$  es el número de onda,  $I_0$  es la intensidad en el foco sobre eje y  $L_{ef}=(1-\exp(-\alpha L))/\alpha$  es la longitud efectiva de la muestra,  $\alpha$  coeficiente de absorción de la muestra,  $L$  es la longitud de la muestra y  $\lambda$  es la longitud de onda del láser.

### 4.2.7 Comparación numérica de los modelos para medios delgados

Se presentan las curvas obtenidas para la variación de  $\Delta\Phi_0$  y  $P$  en los modelos antes mencionados, los parámetros utilizados son: longitud de onda  $\lambda=532 \text{ nm}$  y un radio mínimo del haz  $\omega_0= 8.9 \mu\text{m}$  con una profundidad de foco de  $z_0= 0.468 \text{ mm}$ , estos datos son sacados de un artículo publicado por Chapple et al. [66] para  $\text{CS}_2$  y una fuente doblada de Nd:YAG a 6.5 ns. Para la comparación de los modelos se vario  $\Delta\Phi_0=0.1 - 1 \text{ rad}$ , se ocupo un valor de  $m=2$  (medio local) en el modelo de García, para el modelo de Reynoso Lara es considerado un material con una no linealidad tipo Kerr ( $r=4$ ), para el modelo de Pálfalvi se considero un espesor del medio de  $0.1z_0$  y para Magni un espesor del medio de  $1.4z_0$  con  $P=0.1$  a  $0.9$ , debido a que los modelos a comparar están basados en una no linealidad tipo Kerr.

La forma de obtener las graficas para el modelo de Magni es el siguiente: utilizando el modelo de Sheik-Bahae y los parámetros mencionados en éste, se obtiene una curva, la cual es sobrepuesta con la obtenida empleando el modelo Magni donde se varia únicamente el valor de  $P$  para un espesor del medio de  $1.4z_0$  hasta encontrar un valor en el cual las graficas sean lo más parecidas. Con estos valores se obtienen las graficas de las figuras 4.1 y 4.2.

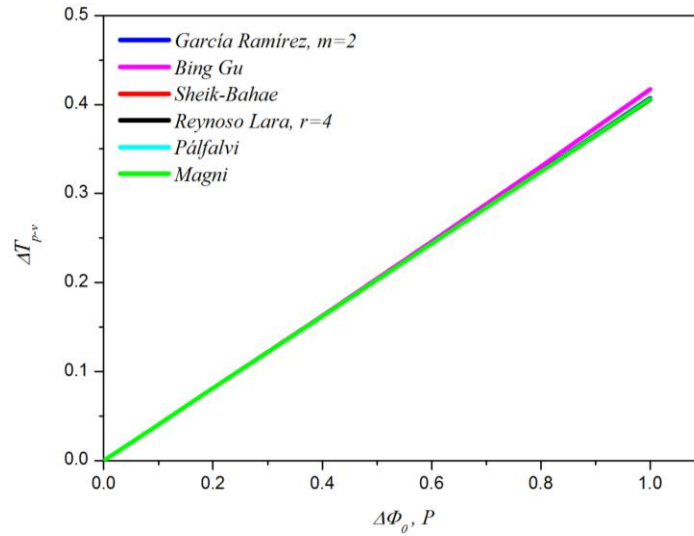


Figura 4.1. Resultados numéricos para  $\Delta T_{p-v}$  para los modelos de: Sheik-Bahae ,Reynoso Lara  $r=4$  (medio Kerr), García Ramírez con  $m=2$  (medio local), Bing Gu, Pálfalvi y Magni con diferentes valores para  $\Delta\Phi_0$  y  $P$ .

En la figura 4.1 se muestra el comportamiento de la diferencia  $\Delta T_{p-v}$  contra  $\Delta\Phi_0$  y  $P$  para todos los modelos, observando que la variación de transmitancia ( $\Delta T_{p-v}$ ) aumenta linealmente, mostrándose una pequeña diferencia en el modelo de Bing Gu (magenta) para cambios de fase mayores a  $\Delta\Phi_0 = 0.6 \text{ rad}$ .

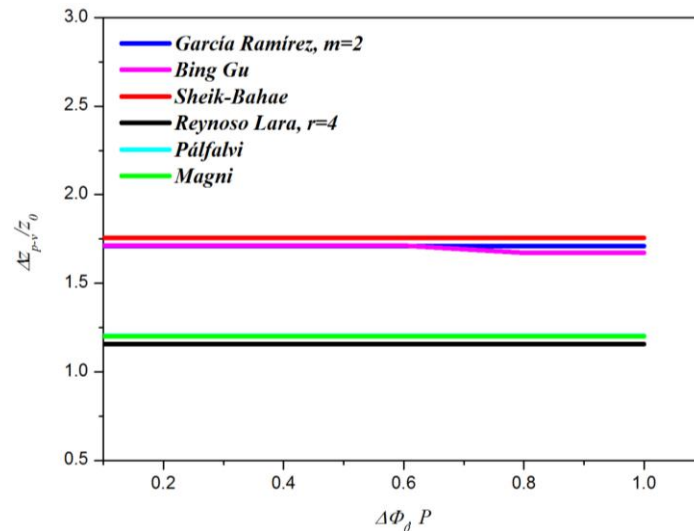


Figura 4.2. Resultados numéricos para  $\Delta z_{p-v}/z_0$  vs  $\Delta\Phi_0$  para los modelos de: Sheik-Bahae ,Reynoso Lara con  $r=4$  (medio Kerr), García Ramírez con  $m=2$  (medio loca), Bing Gu, Pálfalvi y Magni con diferentes valores para  $\Delta\Phi_0$  y  $P$ .

En la figura 4.2 se muestra el comportamiento de la diferencia  $\Delta z_{p-v}/z_0$  contra  $\Delta\Phi_0$ , en el modelo de Sheik-Bahae se observa un mayor valor en la diferencia de posición con respecto al modelo de Reynoso Lara, Pálfalvi, Magni y una diferencia menor con respecto a los modelos de García Ramírez y Bing Gu. Los modelos que presentan un mismo valor en

la diferencia de  $\Delta z_{p-v}/z_0$  son el modelo de García Ramírez y el de Bing Gu para valores de  $\Delta\Phi_0 \leq 0.6 \text{ rad}$  así como los modelos de Pálfalvi y Magni

### 4.3 Comparación de modelos de medios delgados para una no linealidad térmica

A continuación se muestran los modelos propuestos para la técnica de barrido en Z para medios delgados para una no linealidad térmica variando la fase: lente térmica [47] y lente térmica aberrante [48] donde para el modelo de Reynoso Lara [37] se emplea una expresión que relaciona la longitud focal con  $\theta$ , el resto de los modelos se varía la fase  $\theta$  para obtener las curvas características de la técnica de barrido en Z.

#### 4.3.1 Modelo de lente térmica

Gordon en 1964 dio las bases para el modelo de lente térmica, después en 1984 Carter y Harris retoman los resultados dados por Gordon en los cuales se describen los efectos de calentamiento por la intensidad de un haz Gaussiano a campo lejano, para establecer una diferencia entre los modelos de lente térmica y lente térmica aberrante, mas tarde dicho estudio es considerado por Cuppo para reproducir resultados de la técnica de barrido en Z en cristales líquidos, utilizando la expresión:

$$T(x) = \left( 1 + \theta_T \frac{2x}{1+x^2} + \theta_T^2 \frac{1}{1+x^2} \right)^{-1}, \quad (4.15)$$

con  $x=z/z_0$ , donde  $z_0$  es la distancia de Rayleigh y  $\theta_T = -(dn/dT)\alpha PL_{eff} / \lambda k_{eff}$  que es el cambio de fase sobre eje,  $(dn/dT)$  coeficiente termo-óptico del medio,  $\alpha$  coeficiente de absorción de la muestra,  $L_{eff} = [1 - \exp(-\alpha L)]/\alpha$  es la longitud efectiva de la muestra,  $L$  es la longitud de la muestra,  $\kappa$  es la conductividad térmica y  $\lambda$  es la longitud de onda del láser.

#### 4.3.2 Modelo de lente térmica aberrante

Sheldon considero que el modelo de lente térmica no describe totalmente al medio, es por esto que propuso la obtención de un modelo mejorado de lente térmica, llamado modelo de lente térmica aberrante, mas tarde Leila Sarkhosh lo usaría para el arreglo de barrido en Z cuya expresión se muestra a continuación:

$$T(x) = \left[ 1 + \frac{\theta_{TA}}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2x}{3+x^2} \right) \right]^2 + \left[ \frac{\theta_{TA}}{4} \ln \left( \frac{1+x^2}{9+x^2} \right) \right]^2, \quad (4.16)$$

donde:  $x=z/z_0$ ,  $z_0$  es la distancia de Rayleigh y  $\theta_{TA} = -(dn/dT)\alpha PL_{eff} / \lambda k_{eff}$  como el cambio de fase sobre eje,  $(dn/dT)$  coeficiente termo-óptico del medio,  $\alpha$  coeficiente de absorción de la muestra,  $L_{eff}=[1-exp(-\alpha L)]/\alpha$  es la longitud efectiva,  $L$  es la longitud de la muestra,  $\kappa$  es la conductividad térmica y  $\lambda$  es la longitud de onda del láser.

### 4.3.3 Comparación numérica de los modelos para medios delgados para una no linealidad térmica

Para graficar el comportamiento de  $\Delta T_{p-v}$  y  $\Delta z_{p-v}/z_0$  en función de  $\theta/\pi$ , modelado por el modelo de lente térmica, lente térmica aberrante y Reynoso Lara, se consideraron los siguientes parámetros:  $\lambda=532 \text{ nm}$  y  $\omega_0= 8.9 \mu\text{m}$  con  $z_0= 0.468 \text{ mm}$ . Para la comparación de los modelos se varió  $\theta/\pi=0.01$  a  $3 \text{ rad}$ , para el modelo de Reynoso Lara es considerado un material con una no linealidad térmica ( $r=2$ ).

La forma de obtener las graficas siguientes es: utilizando el modelo de Reynoso Lara con  $r=2$  y la expresión (4.3) que nos permite relacionar  $f(z)$  con variaciones de fase y los parámetros antes mencionados, se obtiene una curva, la cual es sobrepuesta con la obtenida empleando los modelos de lente térmica y lente térmica aberrante donde se varia únicamente el valor de  $\theta/\pi$  hasta encontrar un valor en el cual las graficas sean lo más parecidas. Con estos valores se obtienen las graficas de las figuras 4.3 y 4.4.

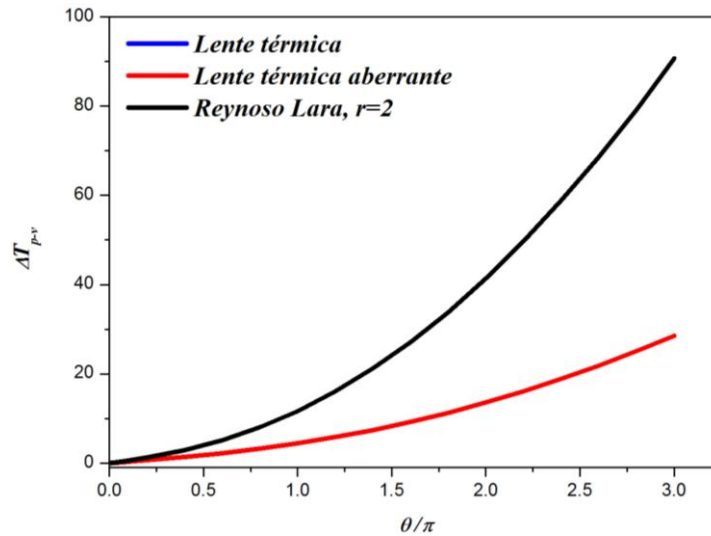


Figura 4.3. Resultados numéricos para  $\Delta T_{p-v}$  para el modelo de lente térmica, lente térmica aberrante y Reynoso Lara para diferentes valores de  $\theta$ .

En la figura 4.3 se muestran los resultados numéricos para  $\Delta T_{p-v}$  contra  $\theta/\pi$ , obtenidos para tres diferentes modelos (lente térmica, lente térmica aberrante y Reynoso Lara), observando el mismo comportamiento para los modelos de lente térmica y Reynoso Lara, mientras que el modelo de lente térmica aberrante se observan valores diferentes para la  $\Delta T_{p-v}$  a partir de  $0.25 \text{ rad}$  hasta  $3 \text{ rad}$ , sin embargo no hay que olvidar que las curvas dadas por el modelo de lente térmica y lente térmica aberrante son obtenidas variando la fase directamente y la otra curva es por el modelo de longitud focal fotoinducida en la cual se considera la variación de

la fase producida por las propiedades del material representadas por  $a_r$ , quien a su vez modifica  $f(z)$ .

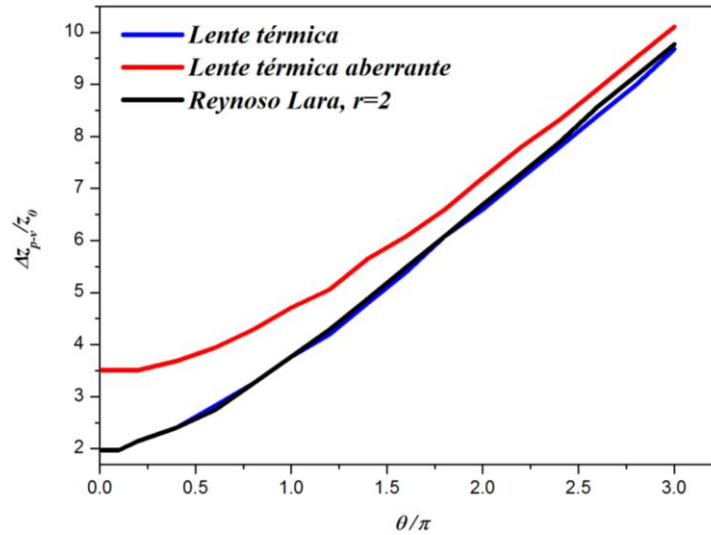


Figura 4.4. Resultados numéricos para  $\Delta z_{p-v}/z_0$  para el modelo de lente térmica, lente térmica aberrante y Reynoso Lara para diferentes valores de  $\theta$ .

En la figura 4.4 se muestran los resultados numéricos para  $\Delta z_{p-v}/z_0$  contra  $\theta/\pi$ , solo observando una pequeña diferencia para los modelos de lente térmica y Reynoso Lara mientras que para el modelo de lente térmica aberrante es observado valores diferentes para  $\Delta z_{p-v}/z_0$ .

#### 4.4 Conclusiones

Es posible obtener el mismo valor para la diferencia  $\Delta T_{p-v}$  para los modelos de Reynoso Lara, Sheik-Bahae, Bing Gu, Magni, Pálfalvi planteados para una no linealidad tipo Kerr y para el modelo de García Ramírez planteado para medios locales.

La diferencia  $\Delta z_{p-v}/z_0$  para los modelos de Reynoso Lara, Magni y Pálfalvi muestran un valor menor en magnitud comparado con los modelos de Sheik-Bahae, Bing Gu, y García Ramírez.

Es arriesgado asegurar que los modelos antes mencionados para una no linealidad tipo Kerr puedan reproducir curvas para medios locales y no locales solo observando  $\Delta T_{p-v}$  y  $\Delta z_{p-v}/z_0$  obtenidos por el modelo de García Ramírez, ya que también hay que considerar otras características de las curva obtenidas por la técnica de barrido en Z como: el ancho de los picos o de los valles y la pendiente entre pico-valle, entre otros.

Para la comparación entre los modelos de Reynoso Lara con  $r=2$  y lente térmica se observa una buena correspondencia para la diferencia  $\Delta T_{p-v}$  y  $\Delta z_{p-v}/z_0$  en general.

En la comparación entre los modelos de Reynoso Lara con  $r=2$  y lente térmica aberrante se observa que se obtienen los mismos valores de  $\Delta T_{p-v}$  hasta valores de 0.25 rad después se

obtienen diferentes valores para  $\Delta T_{p-v}$  mientras que para la diferencia de  $\Delta z_{p-v}/z_0$  no se obtienen los mismos valores obtenidos para el modelo de Reynoso Lara ni para el modelo de lente térmica comparados con el modelo de lente térmica aberrante, esto podría ser debido a que el modelo de lente térmica fue desarrollado considerando los efectos de borde debidos al formase la lente así como algunos efectos de aberración.

Se observa que el modelo de Reynoso Lara trabaja para valores pequeños de fase como valores de fase grandes como los utilizados en la comparación de los modelos de lente térmica y lente térmica aberrante.

Se ha mostrado la versatilidad del modelo de Reynoso Lara mostrando que es posible obtener buena concordancia en los valores de  $\Delta T_{p-v}$  y  $\Delta z_{p-v}/z_0$  para diferentes tipos de modelos y no linealidades. Para los modelos de lente térmica y lente térmica aberrante se observo que el parámetro  $\theta$ , aunque es definido de la misma manera las curvas obtenidas son diferentes tanto en la diferencia  $\Delta T_{p-v}$  como para la diferencia  $\Delta z_{p-v}/z_0$ .

## CAPITULO V

### COMPARACIÓN DE LOS MODELOS DE MEDIO GRUESO

#### 5.1 Introducción

El primer modelo propuesto que describe curvas de barrido en Z para medios gruesos fue para una no linealidad tipo Kerr por Banarjee [67], después se reportaron otros modelos empleando la aproximación de aberración libre, reportados en las referencias [40] y [39]. Otro modelo propuesto consideró el efecto termo-óptico en presencia de la absorción lineal y no lineal, presentado en la referencia [41]. Zang et al. [42] propuso un modelo, usando el método de descomposición Gaussiana y el método de lente distribuida, para analizar la técnica de barrido en Z para medios ópticos no lineales gruesos con refracción no lineal y absorción. Pálfalvi et al. [68] presentó una teoría basada en la solución de la ecuación de onda paraxial no lineal y el principio de Huygens-Fresnel, esta teoría es válida para algunas muestras gruesas y no linealidades grandes incluyendo refracción y absorción no lineal.

En base a estos trabajos publicados en este capítulo, se presenta una comparación de algunos de estos modelos con el modelo propuesto de Reynoso Lara para medios gruesos, para describir la técnica de barrido en Z en medios gruesos.

#### 5.2 Extensión del modelo de barrido en Z para el modelo de Reynoso Lara para medios gruesos

Para obtener las curvas de barrido en Z de medios gruesos con refracción no lineal e iluminados con haces Gaussianos, consideramos a la muestra gruesa como en el método de lente distribuida referencia [39], donde la longitud física de la muestra  $L$  fue dividida en  $l$  unidades consistentes de una lente delgada, con una longitud focal dada por la ecuación (3.23), y un medio lineal con índice de refracción  $n_0$  y longitud  $d=L/l$ . Conociendo la cintura del haz del haz Gaussiano incidente al medio y utilizando matrices ABCD para cada unidad, es posible calcular, numéricamente, la transmitancia normalizada de la técnica de barrido en Z. Es importante mencionar que en este caso no es posible obtener una fórmula analítica para la transmitancia normalizada o una matriz ABCD simple para los medios gruesos.

El comportamiento obtenido para las curvas de barrido en Z con este modelo para diferentes espesores de medios se muestran en las figuras 5.1-5.3. En la Figura 5.1, una lente con longitud focal fotoinducida con  $r=4$  e índice de refracción  $n=1.63$  fue considerado. La fuente de luz fue un haz Gaussiano con  $\omega_0=8.9\mu m$  con  $\lambda = 532 nm$  ( $z_0=0.46 mm$ ). En las figuras 5.2 y 5.3, se considera una lente con longitud focal fotoinducida con  $r=2$  y  $r=5$  y el resto de los parámetros fueron iguales a los utilizados en la figura 5.1.

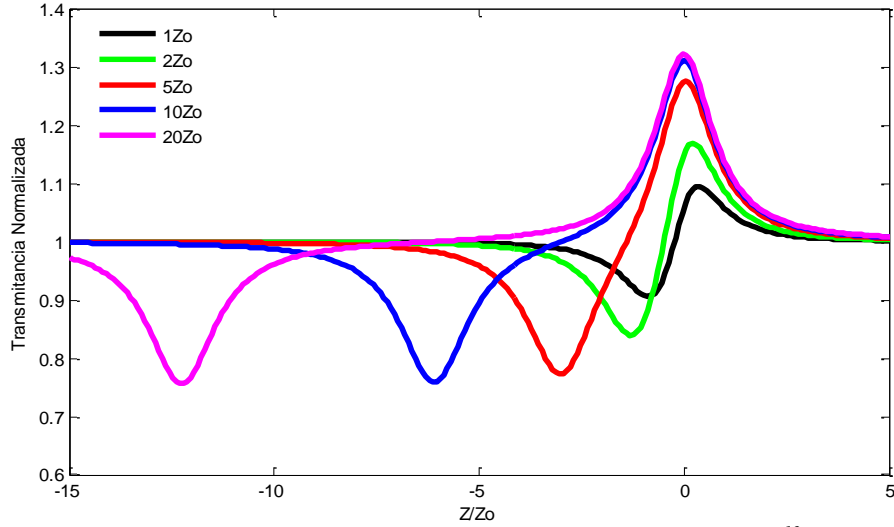


Figura 5.1. Curvas numéricas de barrido en Z para una muestra con  $r=4$  ( $a_4=2.6 \times 10^{13}$ ) y  $n=1.63$ , iluminada con un haz Gaussiano de  $\omega_0=8.9 \mu\text{m}$  y  $\lambda=532\text{nm}$  y espesores de muestra de:  $z_0$  (línea negra),  $2z_0$  (línea verde),  $5z_0$  (línea roja),  $10z_0$  (línea azul) y  $20z_0$  (línea magenta).

La Figura 5.1 muestra las curvas de barrido en Z para  $r=4$ . La diferencia de posición picovalle  $\Delta z_{p-v}$ , aumentó a medida que el espesor de la muestra aumenta; el pico se acercó al origen y el valle se aleja de éste. La  $\Delta z_{p-v}$  para espesores mayores que  $2Z_0$  está dado aproximadamente por la longitud de la celda dividida por  $n$ . La amplitud del pico aumenta para tamaños de la muestra menores a  $10z_0$ , para muestras gruesas la amplitud del pico no cambia. Un comportamiento similar fue observado para el valle. El ancho del pico (valle) fue más pequeño que  $1.5z_0$ , dando lugar a una región, entre el pico y el valle, con la transmitancia normalizada cerca de uno para la muestra más grande.

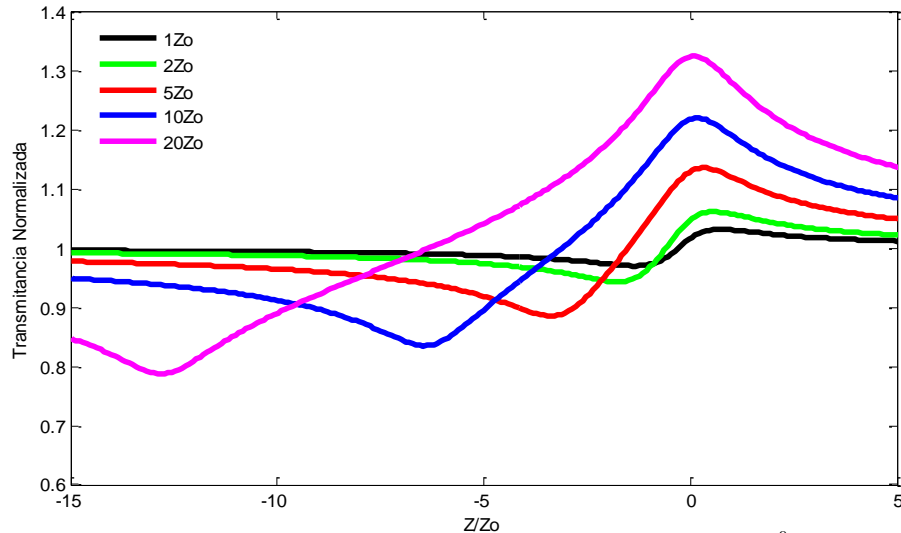


Figura 5.2. Curvas numéricas de barrido en Z para una muestra con  $r=2$  ( $a_2=1 \times 10^8$ ) y espesor de muestra de:  $z_0$  (línea negra),  $2z_0$  (línea verde),  $5z_0$  (línea roja),  $10z_0$  (línea azul) y  $20z_0$  (línea magenta). Los otros parámetros son iguales a los considerados en la figura 5.1.

En la Figura 5.2, se presentan las curvas de barrido en Z para  $r=2$ . En general, se observa un comportamiento similar al obtenido con  $r=4$ , sin embargo, surgen dos diferencias principales. La amplitud del pico (valle) aumentó a medida que el espesor de la muestra aumenta. El ancho del pico (valle) es más grande que  $4z_0$ , y existe una región entre el pico y el valle donde la transmitancia normalizada cambia linealmente con la posición.

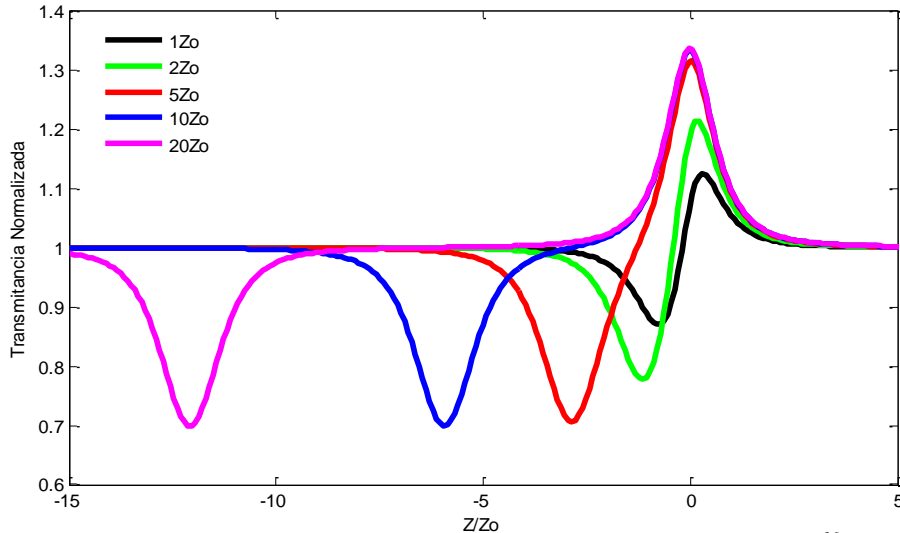


Figura 5.3. Curvas numéricas de barrido en Z para una muestra con  $r=5$  ( $a_5=1.9 \times 10^{16}$ ) y espesor de la muestra de:  $z_0$  (línea negra),  $2z_0$  (línea verde),  $5z_0$  (línea roja),  $10z_0$  (línea azul) y  $20z_0$  (línea magenta). Los otros parámetros son iguales a los considerados en la figura 5.1.

En la figura 5.3 se obtuvieron las curvas de barrido en Z para  $r=5$ . Podemos observar que presentan un comportamiento parecido a las obtenidas con  $r=4$ . Sin embargo, hay diferencias en los anchos del valle y el pico; estos son más delgados que los obtenidos en la figura 5.1, la amplitud del pico aumentó para longitudes de la muestra más pequeñas que  $5z_0$ , y para las muestras más grandes la amplitud del pico no cambia. Un comportamiento similar fue observado en el valle.

En la Figura 5.4 se grafica la diferencia  $\Delta T_{p-v}$  como una función del ancho de la muestra para diferentes valores de  $r$  ( $r=2$  y  $a_2=1 \times 10^8$ ,  $r=3$  y  $a_3=4.2 \times 10^{10}$ ,  $r=4$  y  $a_4=2.6 \times 10^{13}$ , y  $r=5$  y  $a_5=1.9 \times 10^{16}$ ). Un índice de refracción de  $n=1.63$  fue considerado, el resto de los parámetros son iguales a los considerados en las figuras anteriores. Es observado que a medida que aumenta  $r$ ,  $\Delta T_{p-v}$  alcanza un valor constante rápidamente. Para muestras delgadas, otro punto a observar es que al inicio todas las curvas tienen amplitudes similares, pero al incrementar la longitud los valores más pequeños de  $r$  producen curvas con mayor amplitud.

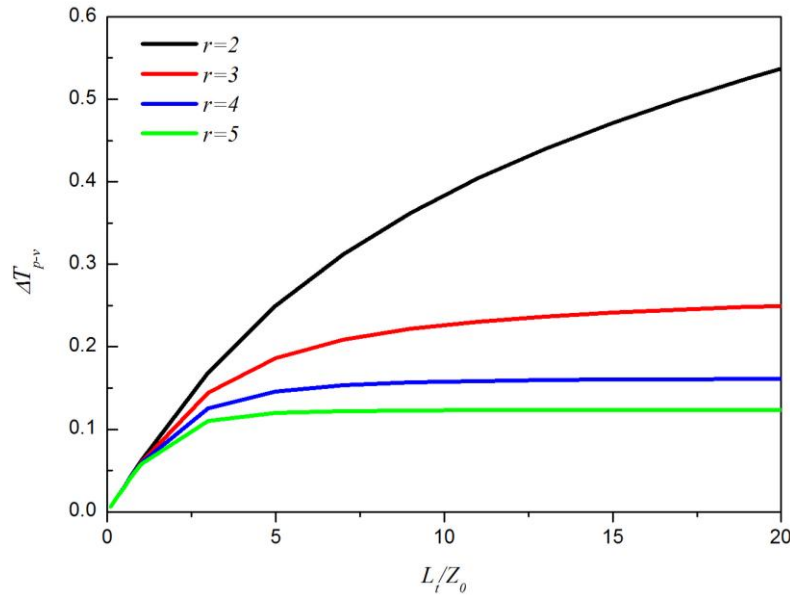


Figura 5.4. Diferencia numérica de transmitancia pico-valle como una función de la longitud de la celda ( $L_i$ ) para diferentes valores de  $r$ . Los otros parámetros son iguales a los considerados en la figura 5.1.

Con el fin de ver las diferencias debidas a diferentes valores de  $r$  para la misma longitud de la celda, en la Figura 5.5 se muestran las curvas de barrido en  $Z$  obtenidas para una celda de longitud  $20z_0$  y para diferentes valores de  $r=2, 3, 4$ , y  $5$ . La magnitud de  $a_r$  fue elegida de tal manera que se obtuviera la misma amplitud para el pico. Como se mencionó anteriormente, el ancho del pico aumentó cuando  $r$  disminuye. La posición del pico es casi en  $z/z_0=0$ , sin embargo, la posición del valle depende de  $r$  y  $\Delta z_{p-v}$  aumentó a medida que  $r$  disminuye. Este comportamiento es muy similar al que se obtiene para una muestra delgada y diferentes valores de  $r$  [37].

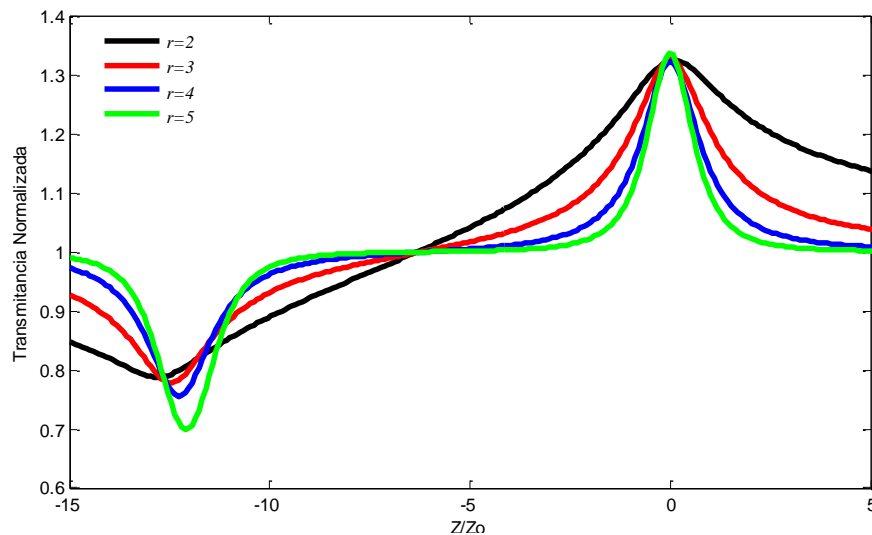


Figura 5.5. Curvas numéricas de barrido en  $Z$  para una muestra de espesor  $20z_0$  para diferente  $r$ :  $r=2$  con  $a_2=1 \times 10^8$  (línea negra),  $r=3$ ,  $a_3=4.2 \times 10^{10}$  (línea roja),  $r=4$ ,  $a_4=2.6 \times 10^{13}$  (línea azul) y  $r=5$ ,  $a_5=1.9 \times 10^{16}$  (línea verde). Los otros parámetros son iguales a los considerados en la figura 5.1.

Finalmente, es importante mencionar que el mismo comportamiento es observado cuando la no linealidad es negativa pero con una diferencia en la amplitud de la curva, tal como se observa en la Figura 5.6, donde dos curvas de barrido en Z fueron obtenidas para la misma magnitud de  $a_r$ , el mismo valor de  $r$  y el mismo espesor de celda. Se observa que la curva para una no linealidad positiva tiene un  $\Delta T$  más grande que el de una no linealidad negativa, mientras que la posición del pico y el valle en los dos casos es prácticamente la misma.

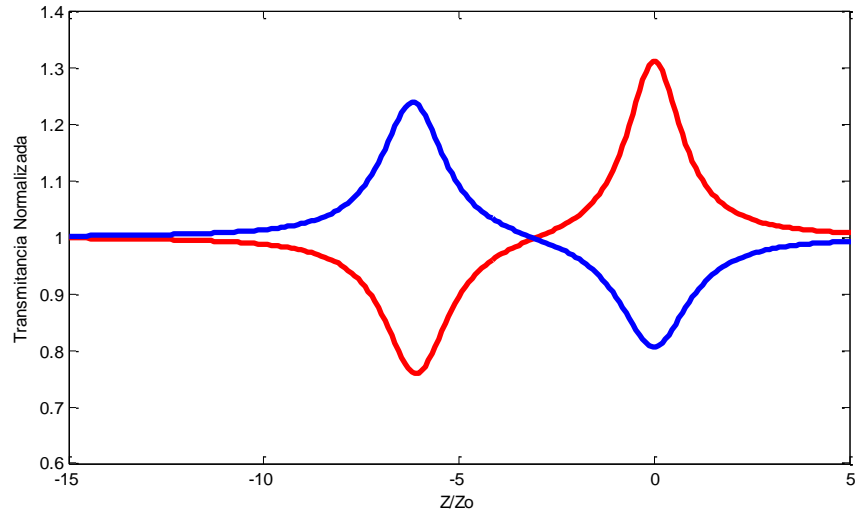


Figura 5.6. Curvas numéricas de barrido en Z para una muestra con  $r=4$  y  $n=1.63$ , iluminada con un haz Gaussiano de  $\omega_0= 8.9 \mu\text{m}$  con  $\lambda=532\text{nm}$  y espesor de la muestra de  $10z_0$  con:  $a_4=2.6 \times 10^{13}$  (línea roja) y  $a_4=-2.6 \times 10^{13}$  (línea azul).

Los modelos propuestos en otros trabajos de barrido en Z para medios gruesos emplean una no linealidad tipo Kerr. Sin embargo el modelo de Reynoso Lara para medios gruesos cambiando la magnitud de  $r$  permite variar la forma de la curva de barrido en Z. En la siguiente sección se muestra cómo el modelo es comparado con otros modelos propuestos.

### 5.3 Modelo de Magni

Solo se describirán los modelos utilizados para la comparación con el modelo de longitud focal fotoinducida para medios gruesos ya que en el capítulo 3 de este trabajo se abordan estos modelos:

El modelo propuesto por Magni está basado en la aproximación de libre aberración, donde la propagación del haz Gaussiano en el medio Kerr de longitud  $L$  es obtenido con la siguiente matriz ABCD:

$$M = \sqrt{1-\gamma} \begin{bmatrix} 1 & d_e \\ -\gamma/[(1-\gamma)d_e] & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

donde  $d_e=L/n_0$  quien es la longitud efectiva del medio,  $n_0$  es el índice de refracción del medio y  $\gamma$  es definido como:

$$\gamma = \left[ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{2\pi W_c^2}{\lambda d_e} - \frac{\lambda d_e}{2\pi \omega_0} \right)^2 \right]^{-1} \frac{P}{P_c}. \quad (5.2)$$

Donde  $W_c$  es el radio del haz en el centro del medio,  $\omega_0$  es el radio del haz en la cintura del haz,  $P$  es la potencia incidente del haz, y  $P_c$  es la potencia crítica por auto-enfocamiento. Esta matriz es válida solo para  $\gamma < 1$ . Note que cuando  $P/P_c$  tiende a 0 la matriz se reduce a la propagación de un haz Gaussiano en un medio homogéneo de índice de refracción  $n_0$ .

### 5.4 Modelo de Pálfalvi

Este modelo fue propuesto por Pálfalvi en el cual divide al medio grueso en capas delgadas y compara cada capa con un material con índice gradiente. La propagación del haz Gaussiano incidente es obtenido considerando la siguiente matriz ABCD:

$$M = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) & l_{ef} \cdot \text{sen}\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) \\ -\frac{1}{l_{ef}} \cdot \text{sen}\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) & \cos\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

donde  $lm$  es el espesor del medio no lineal,  $n_p$  es el número de capas en que es dividido el medio y  $l_{ef}$  es la longitud efectiva definida como:

$$l_{ef}^2(z) = \frac{n_0 W^4(z) + n_2 I_0 \omega_0^2 W^2(z)}{4n_2 I_0 \omega_0^2}. \quad (5.4)$$

donde  $n_2$  es el índice de refracción no lineal del medio,  $I_0$  es la intensidad sobre eje del haz incidente,  $n_0$  es el índice de refracción del medio,  $\omega_0$  es el radio de haz en la cintura y  $W(z)$  es el radio del haz en la posición de la cara de entrada del medio.

### 5.5 Modelo de Zang

Usando el método de descomposición Gaussiana y el modelo de lente distribuida Zang obtiene una fórmula para la transmitancia normalizada para la técnica de barrido en Z dada por:

$$T = \left\{ \frac{[(x+l)^2 + 1] \times [(x^2 + 9)]}{[(x+l)^2 + 9] \times [(x^2 + 1)]} \right\}^{C\varphi(r)/4}, \quad (5.5)$$

donde:

$$C_\varphi(t) \cong \Delta\varphi_R(t) + \tanh(l/3) \times [[\Delta\varphi_R(t)]^2 / 4 + [\Delta\varphi_R(t)]^3 / 16] \quad (5.6)$$

y  $l=L/z_0$  es la longitud del medio,  $x=z/z_0$  y  $\Delta\varphi_R(t)=k\Delta n_0(t)z_0$  es el cambio de fase no lineal sobre eje en el foco.

## 5.6 Comparación de los modelos de medios gruesos

En la figura 5.7 se muestran los resultados obtenidos con el modelo de Reynoso Lara para medios gruesos y los obtenidos con los modelos de Magni, Pálfalvi, y Zang para un medio con no linealidad tipo Kerr y con espesores para la muestra de  $1z_0$ ,  $2z_0$ ,  $5z_0$ ,  $10z_0$ , y  $20z_0$ , los demás parámetros son los mismos empleados en los capítulos previos.

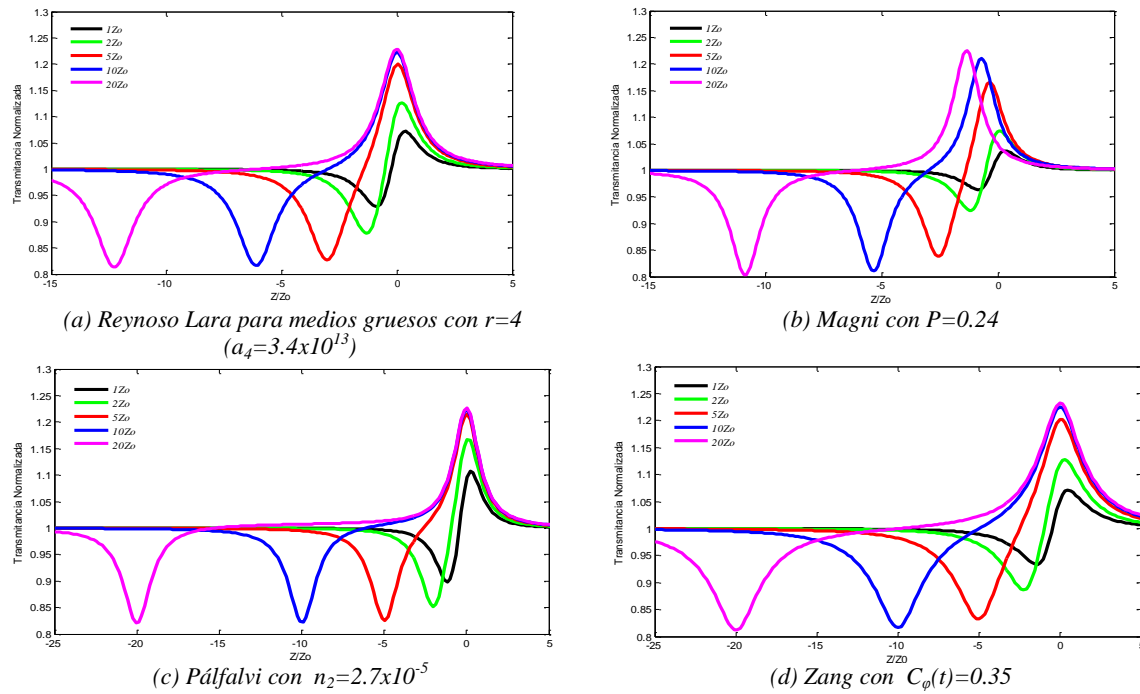


Figura 5.7. Curvas numéricas de barrido en Z para los modelos antes mencionados con  $n=1.63$  e iluminados con un haz Gaussiano de  $\omega_0=8.9\mu\text{m}$  con  $\lambda=532\text{nm}$  y espesor de la muestra de:  $1z_0$  (línea negra),  $2z_0$  (línea verde),  $5z_0$  (línea roja),  $10z_0$  (línea azul) and  $20z_0$  (línea magenta).

Haciendo una comparación entre las curvas de barrido en Z obtenidas con el modelo de Reynoso Lara para medios gruesos (Figura 5.7(a)) y con el modelo de Magni (Figura 5.7(b)) se observan diferencias en la posición y el ancho del pico y del valle.

La posición del pico obtenida en las curvas de barrido en Z para los modelos de Pálfalvi (Figura 5.7(c)) y el modelo de Zang (Figura 5.7(d)) es muy similar a la obtenida con el modelo de Reynoso Lara para medios gruesos, sin embargo, la posición de los valles es diferente. El ancho del pico y el valle de las curvas obtenidas con el modelo presentado por

Pálfalvi es más pequeño que el obtenido con el modelo de Zang y Reynoso Lara para medios gruesos.

Para longitudes de las muestras de  $5z_0$ ,  $10z_0$ , y  $20z_0$ , el pico y el valle de la transmitancia de las curvas de barrido en Z obtenidas con el modelo de Reynoso Lara para medios gruesos y los modelos Magni, Pálfalvi, y Zang son muy parecidas. Presentándose diferencias importantes para longitudes de muestras de  $1z_0$  y  $2z_0$  en todos los modelos. Es importante mencionar que los parámetros seleccionados para el cálculo de las curvas de barrido en Z fueron los mismos que se utilizaron experimentalmente en [66]. Cabe resaltar que los resultados reportados por el modelo longitud focal fotoinducida para medios gruesos reproducen con muy buena concordancia los resultados reportados en la referencia [66].

## 5.7 Conclusiones

El modelo de Reynoso Lara para medios delgados extendido a medios gruesos para obtener curvas de barrido en Z con diferentes no linealidades demostró, que algunas características de la curva dependían del parámetro  $r$ . Este modelo se comparó con otros modelos propuestos para describir la técnica de barrido en Z para medios gruesos, obteniendo que el modelo que se propuso, cuando el parámetro  $r$  toma el valor de 4, da aproximadamente el mismo comportamiento que se obtiene en base a la descomposición Gaussiana para un medio local. Esta aproximación se puede utilizar para describir curvas de barrido en Z de medios gruesos que presentan una respuesta no lineal donde el origen físico de este comportamiento es desconocido.

## CAPÍTULO VI CONCLUSIONES

Se ha demostrado que el modelo de Reynoso el cual considera la respuesta no lineal de un medio delgado no lineal como una lente con una longitud focal dependiente de una potencia real  $r$  del radio del haz da resultados similares a los obtenidos para un medio no local no lineal.

Se ha demostrado que el modelo de Reynoso Lara da resultados similares a los obtenidos para una respuesta no lineal térmica.

Este modelo fue empleado para obtener curvas de barrido en  $Z$  en medios gruesos para diferentes no localidades, demostrando que algunas características de la curva dependen del parámetro  $r$ .

Este modelo fue comparado con otros modelos usados para describir la técnica de barrido en  $Z$  para medios gruesos, obteniendo que el modelo propuesto, cuando el parámetro  $r$  toma el valor de 4, da aproximadamente el mismo comportamiento como el modelo basado en descomposición Gaussiana para un medio local.

Ésta aproximación puede ser usada para describir curvas de barrido en  $Z$  de medios gruesos que presenten una respuesta no local no lineal donde el origen físico de este comportamiento es desconocido.

---

**REFERENCIAS**

- [1] Robert W. Boyd. *Nonlinear Optics*, Academic Press, INC. Tercera Edición.
  - [2] M. J. Moran, C. Y. She y R. L. Carman, "Interferometric measurement of nonlinear refractive index coefficient relative CS<sub>2</sub> in laser-system-related materials." *IEEE J. Quantum Electron.*, **11**, 259, (1975).
  - [3] S. R. Friberg y P. W. Smith. "Nonlinear optical glasses for ultrafast optical switches." *IEEE J. Quantum Electron.*, **23**, 2089, (1987).
  - [4] R. Adair L.L. Chase y S. A. Payne. "Nonlinear refractive-index measurements of glasses using three-wave frequency mixing." *J. Opt. Soc. Am. B*, **4**, 875, (1987).
  - [5] A. Owyong. "Ellipse rotation studies in laser host materials." *IEEE J. Quantum Electron.*, **9**, 1064, (1973).
  - [6] W. E. Williams, M. J. Soileau y E. W. Van Stryland. "Optical Switching and n<sub>2</sub> measurements in CS<sub>2</sub>." *Opt. Comm.*, **50**, 256, (1984).
  - [7] K. Y. Tseng, K. S. Wong, and G. K. L. Wong, "Femtosecond Time-resolved Z-scan investigations of optical nonlinearities in ZnSe." *Opt. Letters*, **21**, 180-182, (1996).
  - [8] R. F. Haglund, Jr., L. Yang, R. H. Magruder III, J. E. Wittig, K. Becker and R. A. Auhr, "Picosecond nonlinear optical response of a Cu:silica nanocluster composite." *Opt. Letters*, **18**, 373-375, (1993).
  - [9] R. DeSalvo, M. Sheik-Bahae, A. A. Said, D. J. Hagan, and E. W. Van Stryland, "Z-scan measurements of the anisotropy of nonlinear refraction and absorption in crystals." *Opt. Letters*, **18**, 194-196, (1993).
  - [10] Lazaro A. Padilha, Gero Nootz, Mihaela Balu, David J. Hagan, Eric W. Van Stryland, S Zheng, Stephen Barlow and Seth R. Marder, "Nonlinear Optical Characterization of Organic Molecules Using a White-Light Continuum Z-scan." *Frontiers in Optics*, San Jose, California, (2007).
  - [11] R. Porras Aguilar, J. C. Ramirez San Juan, O. Baldovino Pantaleon, D. May Arrijoja, M. L. Arroyo Carrasco, M. D. Iturbe Castillo, D. Sanchez de la Llave and R. Ramos Garcia, "Polarization controlled contrasted images using dye-doped nematic liquid crystals." *Opt. Exp.* **17**, 3417-3423, (2009).
  - [12] M. D. Iturbe Castillo, J. J. Sanchez Mondragon and S. I. Stepanov, "Peculiarities of the z-scan technique in liquids with thermal nonlinearity (steady state regime)." *Optik*, **100**, 49-56, (1995).
  - [13] Jae Tae Seo, Qiguang Yang, Wan-Joong Kim, Jinhwa Heo, Seong-Min Ma, Jasmine Austin, Wan Soo Yun, Sung Soo Jung, Sang Woo Han, Bagher Tabibi, and Doyle Temple, "Optical nonlinearities of Au nanoparticles and Au/Ag coreshells." *Opt. Letters*, **34**, 307-309, (2009).
  - [14] M. Sheik-Bahae, A.A. Said and E.W. Van Stryland, "High-sensitivity, single-beam n<sub>2</sub> measurements." *Optics Letters*, **14**, 955, (1989).
  - [15] P. B. Chapple, J. Staromlynska, J. A. Hermann and T. J. McKay, "Single-Beam Z-scan: Measurement techniques and analysis." *Journal of Nonlinear Optical Physics and Materials*, **6**, 251-293, (1997).
  - [16] Sheik-Bahae, J. Wang, R. DeSalvo, D. J. Hagan, E. W. Van Stryland, "Measurement of nondegenerate nonlinearities using a two-color Zscan." *Optics Letters*, **17**, 258, (1992).
  - [17] T. Xia, D. J. Hagan, M. Sheik-Bahae, E. W. Van Stryland, "Eclipsing Z-scan measurement of  $\lambda/104$  wave-front distortion." *Optics Letters*, **19**, 317, (1994).
  - [18] Jian-Guo Tian, Wei-Ping Zang, Guangyin Zhang, "Two modified Z-Scan methods for determination of nonlinear-optical index with enhanced sensitivity." *Optics Communications*, **107**, 415-419, (1994).
  - [19] Marcano O., H. Maillotte, D. Gindre, D. Metin, "Picosecond nonlinear refraction measurement in single-beam open Z scan by charge-coupled device image processing." *Optics Letters*, **21**, 101 (1996).
  - [20] P. A. Marquez Aguilar, J. J. Sanchez-Mondragon, S. Stepanov, "Modulation Z-scan technique for characterization of photorefractive crystals." *Optics Letters*, **21**, 1541, (1996).
-

- 
- [21] Mihaela Balu, Joel Hales, David J. Hagan, Eric W. Van Stryland, "White-light continuum Z-scan technique for nonlinear materials characterization." *Optics Express*, **12**, 3820-3826, (2004).
- [22] Przemyslaw P. Markowicz, Marek Samoc, John Cerne, Paras N. Prasad, Andrea Pucci and Giacomo Ruggeri, "Modified Z-scan techniques for investigations of nonlinear chiroptical effects." *Optics Express*, **12**, 5209-5214, (2004).
- [23] Robert E. Bridges, George L. Fischer, Robert W. Boyd, "Z-scan measurement technique for non-Gaussian beams and arbitrary sample thicknesses." *Optics Letters*, **20**, 1821 (1995).
- [24] W. Zhao and p. Palffy-Muhoray, "Z-Scan technique using top-hat beams." *Appl. Physics Lett.*, **63**, 1613, (1993).
- [25] Bum Ku Rhee, Jin Seob Byun, E. W. Van Stryland, "Z scan using circularly symmetric beams." *JOSA B*, **13**, 2720, (1996).
- [26] Wei-Ping Zang, Jian-Guo Tian, Zhi-Bo Liu, Wen-Yuan Zhou, Chun-ping Zhang, Guang-Yin Zhang, "Variational Analysis of z Scan of Thick Medium with an Elliptic Gaussian Beam." *Applied Optics*, **42**, 2219, (2003).
- [27] G. Tsigaridas, M. Fakis, I. Polyzos, M. Tsibouri, P. Persephonis, V. Giannetas, "Z -scan analysis for near-Gaussian beams through Hermite-Gaussian decomposition." *JOSA B*, **20**, 670, (2003).
- [28] Yong-Liang Huang, Chi-Kuang Sun, "Z-scan measurement with an astigmatic Gaussian beam." *JOSA B*, **17**, 43, (2000).
- [29] Bing Gu, Jun Yan, Qin Wang, Jing-Liang He, Hui-Tian Wang, "Z-scan technique for characterizing third-order optical nonlinearity by use of quasi-one-dimensional slit beams." *JOSA B*, **21**, 968 (2004).
- [30] Wei-Ping Zang, Jian-Guo Tian, Zhi-Bo Liu, Wen-Yuan Zhou, Feng Song, Chun-Ping Zhang, "Local One-Dimensional Approximation for Fast Simulation of Z-Scan Measurements with an Arbitrary Beam." *Applied Optics*, **43**, 4408, (2004).
- [31] D. Weaire, B. S. Wherrett, D. A. B. Miller, and S. D. Smith, "Effect of low-power nonlinear refraction on laser beam propagation in InSb." *Optics Letters*, **4**, 331-333, (1979).
- [32] Ricardo Elgul Samad, Nilson Dias Vieira, "Analytical description of z-scan on-axis intensity based on the Huygens Fresnel principle." *JOSA B*, **15**, 2742 (1998).
- [33] Chong Hoon Kwak, Yeung Lak Lee, Seong Gyu Kim, "Analysis of asymmetric Z -scan measurement for large optical nonlinearities in an amorphous As<sub>2</sub>S<sub>3</sub> thin film." *JOSA B*, **16**, 600 (1999).
- [34] Baoli Yao, Liyong Ren, Xun Hou, "Z-scan theory based on a diffraction model." *JOSA B*, **20**, 1290 (2003).
- [35] S. Alves, A. Bourdon, A. M. Figueiredo Neto, "Generalization of the thermal lens model formalism to account for thermodiffusion in a single-beam Z -scan experiment: determination of the Soret coefficient." *JOSA B*, **20**, 713, (2003).
- [36] Wei-Ping Zang, Jian-Guo Tian, Zhi-Bo Liu, Wen-Yuan Zhou, Feng Song, Chun-Ping Zhang, Jing-Jun Xu, "Accurate determination of nonlinear refraction and nonlinear absorption by a single Z-scan method." *JOSA B*, **21**, 349, (2004).
- [37] Edmundo Reynoso Lara, Zulema Navarrete Meza, M. David Iturbe Castillo, Carlos G. Treviño Palacios, Erwín Martí Panameño, and M. Luis Arroyo Carrasco. "Influence of the photoinduced focal length of a thin nonlinear material in the Z-scan technique." *Optics Express*, **15**, 2517-2529, (2007).
- [38] E. V. Garcia Ramirez, M. L. Arroyo Carrasco, M. M. Mendez Otero, E. Reynoso Lara, S. Chavez Cerda and M. D. Iturbe Castillo, "Z-scan and spatial self-phase modulation of a Gaussian beam in a thin nonlocal nonlinear media." *J. Opt.* **13**, 085203, (2011).
-

- 
- [39] Mansoor Sheik-Bahae, Ali A. Said, D. J. Hagan, M. J. Soileau, Eric W. Van Stryland, "Nonlinear refraction and optical limiting in thick media." *Optical Engineering*, **30**, 1228-1235, (1991).
- [40] Vittorio Magni, Giulio Cerullo and Sandro De Silvestri, "ABCD matrix analysis of propagation of gaussian beams through Kerr media." *Optics Communications*, **96**, 348-355, (1993).
- [41] L. Pálfalvi and J. Hebling, "Z-scan study of the thermo-optical effect." *Appl. Phys. B*, **78**, 775-780, (2004).
- [42] Wei-Ping Zang, Jian-Guo Tian, Zhi-Bo Liu, Wen-Yuan Zhou, Feng Song and Chun-Ping Zhang, "Analytic solutions to Z-scan characteristics of thick media with nonlinear refraction and nonlinear absorption." *J. Opt. Soc. Am. B*, **21**, 63-66, (2004).
- [43] H. Kogelnik and T. Li, "Lasers beams and Resonators." *Applied Optics*, **5**, 1550-1567, (1966).
- [44] Amnon Yariv; *Quantum Electronics. Third Edition*; by John Wiley & Sons, Inc. Singapore (1989).
- [45] Mansoor sheik-Bahae, Ali A. Said, Tai-Huei Wei, David J. Hagan and E. W. Van Stryland. "Sensitive Measurement of Optical Nonlinearities Using a single Beam." *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **26**, 760-769, (1990).
- [46] Bing Gu, Jing Chen, Ya Xian Fan, Jianping Ding, and Hui-Tian Wang. "Theory of Gaussian beam Z scan with simultaneous third- and fifth-order nonlinear refraction based on a Gaussian decomposition method." *J. Opt. Soc. Am. B*, **22**, 2651-2659, (2005).
- [47] J. P. Gordon, R. C. C. Leite, R. S. Moore, S. P. S. Porto and J. R. Whinnery, "Long-Transient effects in laser with inserted liquid samples." *Jor. Appl. Phy.* **36**, 1, (1965).
- [48] S. J. Sheldon, L. V. Knight and J. M. Thorne, "Laser-induced thermal lens effect: a new theoretical model." *Appl. Opt.* **21**, 1663, (1982).
- [49] D. Weaire, B. S. Wherrett, D. A. B. Miller, and S. D. Smith, "Effect of low-power nonlinear refraction on laser beam propagation in InSb." *Opt. Lett.*, **4**, 331-333, (1979).
- [50] S. A. Akhmanov, D. P. Krindach, A. V. Migulin, A. P. Sukhorukov, and R. V. Khokhlov, "Thermal Self-Actions of Laser Beams." *IEEE J. Quantum Electron*, **4**, 568, (1968).
- [51] F. W. Dabby, T. K. Gustafson, J. R. Whinnery, Y. Kohanzadeh, and P. L. Kelley, "Thermally self-induced phase modulation of laser beams." *Appl. Phys. Lett.* **16**, 362, (1970).
- [52] F. W. Dabby, R. W. Boyko, C. V. Shank, and J. R. Whinnery, "Short time-constant thermal self-defocusing of laser beams." *IEEE J. Quantum Electron*. **5**, 516, (1969).
- [53] Chenming Hu and J. R. Whinnery, "New Thermo optical Measurement Method and Comparison with Other Methods." *Applied Optics*, **12**, 72-79, (1973).
- [54] C. A. Carter and J. M. Harris, "Comparison of models describing the thermal lens effect." *Appl. Opt.* **23**, 476-481, (1984).
- [55] F. L. S. Cuppo, A. M. F. Neto, S. L. Gomez, "Thermal-lens model compared with the Sheik-Bahae formalism in interpreting Z-scan experiments on lyotropic liquid crystals." *J. Opt. Soc. Am. B*, **19**, 1342, (2002).
- [56] J. R. Whinnery, "Laser measurement of optical absorption in liquids." *Acc. Chem. Res.* **7**, 225 (1974).
- [57] A. E. Siegman, "Introduction to Lasers and Masers." McGraw-Hill, New York, 294-295, (1968).
- [58] M. Born and E. Wolf, "Principles of optics." Pergamon, New York, 459-464, (1965).
- [59] Leila Sarkhosh, Hoda Aleali, Rouhollah Karimzadeh, and Nastaren Mansour, "Large thermally induced nonlinear refraction of gold nanoparticles stabilized by cyclohexanone." *Phys. Status solid A*. **207**, 2303-2310, (2010).
- [60] S. A. Akhmanov, R. V. Khokhlov and A. P. Sukhorukov, "in Laser Handbook." eds. F. T. Arecchi and E. O. Schulz-Dubois, North-Holland, Amsterdam, Chap. E3, (1972).
-

- 
- [61]J.H. Marburger, "in: Progress in quantum electronics." eds. J. H. Sanders and S. Stenholm pergamont, Oxford, **4**, 35-110, (1977).
- [62]M. Desaix, D. Anderson and M. Lisak, "Variational approach to collapse of optical pulses." J. Opt. Soc. Am. B, **8**, 2082, (1991).
- [63]H. Kogelnik, Bell System Tech. J. 44, 455, (1965).
- [64]D. Huang, M. Ulman, L. H. Acioli, H. A. Haus and J. G. Fujimoto, "Self-focusing-induced saturable loss for laser mode locking." Optics Lett. **17**, 511-513, (1992).
- [65]J. T. Verdeyen: Laser Electronics (Prentice Hall, NJ 1995).
- [66]Chapple P. B. and Staromlynska J., McDuff R G, "Z-scan studies in the thin- and thick-sample limits." J. Opt. Soc. Am. B. **11**, 975-982, (1994).
- [67]Banerjee P. P., Misra R. M., and Maghraoui M. "Theoretical and experimental studies of propagation of beams through a finite sample of a cubically nonlinear material." J. Opt. Soc. Am. B. **8**, 1072-1080, (1991).
- [68]L. Pálfalvi, B. C. Tóth, G. Almási, J. A. Fülöp and J. Hebling. "A general Z-scan theory." Appl. Phys. B, **97**, 679-685, (2004).
- [69]I. Severiano, M. M. Méndez, M. L. Arroyo and M. D. Iturbe, "Comparison of different models employed to describe the z-scan curves for thick nonlinear optical media." Journal of Modern Optics, **60**, 248-254, (2013).

# APÉNDICES

---

```

Apéndice 1.
Paso a Paso medio grueso
clear all
W0=8.9e-4;
L=532e-7;
Z0=pi*W0.^2./L;
n0=1.63;
r=2;
a2=3.5e13;
Lm=20*Z0;
np=round(Lm/W0);
dlm=Lm/np;
L=100;
ra=0.1;
Zin=-1.5;
Zout=0.5;
puntos=500;
dz=round(Zout-Zin)/(puntos-1);
q=i*Z0;
for k=1:puntos
    z(k)=Zin+dz.*(k-1);
    q1(k)=q+z(k);
    q1mg(1)=q1(k);
    for jj=1:np
        q2(jj)=q1mg(jj)+dlm/n;
        w(jj)=sqrt(-(L./pi)*(1./imag(1./q2(jj))));
        F(jj)=a*w(jj).^r;
        qm(jj)=1./q2(jj)-1./F(jj);
        q1mg(jj+1)=1./qm(jj);
    end
    q3(k)=q1mg(jj+1);
    qf(k)=q3(k)+1-z(k)-lm./n;
    qg(k)=1./qf(k);
    q2l(k)=q1(k)+lm./n;
    q3l(k)=q2l(k)+1-z(k)-lm./n;
    qfi(k)=1./q3l(k);
    Wf(k)=-(pi./L*imag(1./qg(k)));
    Wl(k)=-(pi./L*imag(1./qfi(k)));
    T(k)=(1-exp(-2*ra.^2./Wl(k)))/(1-exp(-2*ra.^2./Wf(k)));
end
plot(z./Z0,T,'k','linewidth',3);
xlabel('Z/Zo');
ylabel('Transmitancia Normalizada');

```

---

## Comparison of different models employed to describe the z-scan curves for thick nonlinear optical media

Israel Severiano Carrillo<sup>a\*</sup>, Marcela Maribel Méndez Otero<sup>a</sup>, Maximino Luis Arroyo Carrasco<sup>a</sup> and Marcelo David Iturbe Castillo<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita, Universidad Autónoma de Puebla, Puebla 72570, México; <sup>b</sup>Departamento de Óptica, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Tonantzintla 72840, México

(Received 17 December 2012; final version received 17 January 2013)

A model that considers a photoinduced lens with a focal length dependent on a real power of the incident beam radius is compared with other reported models employed to describe the z-scan curves for thick media. It is demonstrated that this model is equivalent to that used to describe z-scan curves for thin nonlocal nonlinear media; then an extension is made for thick nonlocal nonlinear media. A comparison is made with other models to obtain z-scan curves for thick media. It is demonstrated that, under the same conditions, remarkable differences can be found in the simulated z-scan curves.

**Keywords:** z-scan; photoinduced focal length; nonlocal nonlinear media

### 1. Introduction

Characterization of the nonlinear optical properties of materials can be done using different methods. The z-scan technique is one of the most used due to its simplicity and accuracy. With this technique it is possible to obtain the sign and magnitude of the nonlinear refractive index,  $n_2$ , of a sample. The technique consists of displacing the sample along the optical axis (z-direction) of a focused laser beam, generally with Gaussian distribution, and detecting the transmitted power at the far field. This technique was first described theoretically and experimentally by Sheik-Bahae et al. [1]. A complete study of the main parameters that affect the technique was made by Chapple et al. [2]. Different modifications have been suggested in order to increase its sensitivity and its use with polarizing materials [3–9]. The z-scan technique is not restricted to implementation with Gaussian beams; other beam intensity distributions can be used [10–17].

There are different approaches to explain theoretically the technique for thin optical media. The first approach [1] was obtained using the Gaussian decomposition method [18], which is limited to samples with small phases. Samad et al. [19] used the Huygens–Fresnel principle to obtain an analytical expression of the on-axis far-field electric field and it was not limited to small phases. Since then, different approaches have been proposed and some of them employ of the

aberration free approximation [20–24]. In [24], the nonlinear optical response of a thin media, under Gaussian illumination, was modeled as a photoinduced lens with a focal length dependent on the incident beam radius to a real power. Characteristics of the z-scan curves, such as peak–valley separation, peak–valley transmittance difference, and transmittance far from the focus, were found to be dependent on this power. The first model to describe the z-scan curves of thick media with Kerr nonlinearity was realized by Banerjee et al. [25]. Other models employing the aberration free approximation were reported in [26] and [27]. A model that considered the thermo-optical effect in the presence of linear and nonlinear absorption was presented in [28]. Zang et al. [29] proposed a model, using the Gaussian decomposition method and the distributed lens method, to analyze the z-scan technique for thick optical nonlinear media with nonlinear refraction and absorption. Pálfalvi et al. [30] presented a theory based on the solution of the nonlinear paraxial wave equation and the Huygens–Fresnel principle; this theory is valid for any sample thickness and large nonlinearities including both nonlinear refraction and absorption.

In this paper, we present an extension of the model of [24]. In the thin case, this model is compared with a nonlocal model to demonstrate their equivalence. The results obtained with this model are compared to those obtained with three other models used to describe the

\*Corresponding author. Email: isevecar@hotmail.com

z-scan technique in thick media. Correspondences and differences are found for the different approaches. In the next section we describe the main results of the focal length model for thin media and its equivalence with a nonlocal model. In Section 3 we present the results obtained for thick media. In Section 4 we present a comparison of this model with the models reported by Magni et al. [26], Pálfalvi et al. [28] and Zang et al. [29], using the experimental parameters reported by Chapple et al. [31]. In Section 5 we present the conclusions of this work.

## 2. Thin media

The photoinduced focal length model was reported by Reynoso et al. [24] for thin media. There, the nonlinear response of the material, when it is illuminate by a Gaussian beam with beam waist  $\omega_0$ , was considered as a photoinduced lens with a focal length  $F$  given by

$$F = a_r \omega^r \quad (1)$$

where  $a_r$  is a constant with the adequate units, that can include some parameters of the material,  $\omega = \omega_0 [1 + (z/z_0)^2]^{1/2}$  is the incident beam radius at the position  $z$ ,  $z_0$  is the Rayleigh distance given by  $z_0 = \pi \omega_0^2 / \lambda$ ,  $\lambda$  is the wavelength of the beam, and  $r$  is a real number that describes the type of nonlinearity of the material [24]. Under these considerations the far field normalized transmittance  $T$  was given by:

$$T = \frac{F^2}{z_0^2 + (F - z)^2}. \quad (2)$$

The main results obtained with this model, for small nonlinearity ( $F > z_0$ ), were that the peak–valley position difference,  $\Delta z_{p-v}$ , given by

$$\Delta z_{p-v} = \frac{2}{\sqrt{r-1}} z_0 \quad (3)$$

and the peak–valley transmittance difference  $\Delta T_{p-v}$ , given by

$$\Delta T_{p-v} = \frac{2 \Delta z_{p-v}}{F_{0r}} \left[ \frac{(r-1)^{r-1}}{r^r} \right]^{1/2} \quad (4)$$

where  $F_{0r} = a_r \omega_0^r$  depended on the value of  $r$ . Another important characteristic of the z-scan curves obtained with this model was that different values of  $r$  produced different behavior of the normalized transmittance with the position. This model was used to fit experimental results with good agreement. Two cases were considered, the first one with  $r = 2$  for a dyed solution sample [32],

and the second one with  $r = 3$  for a dyed doped liquid crystal sample [33].

Recently, a model to describe the z-scan curves for thin nonlocal media was reported [34], where the peak valley position difference and the dependence of the normalized transmittance with position depended on the degree of nonlocality of the sample. Furthermore, the same set of experimental results (dyed solutions and liquid crystals) were fitted to the nonlocal model with good agreement. Thus, both models are equivalent and they can be used to describe nonlinear nonlocal media. This was demonstrated obtaining the z-scan curves under the same conditions but with different degrees of nonlocality [34] for only refractive nonlinearity. The z-scan curves obtained using Equation (1) presented a larger  $\Delta T_{p-v}$  and smaller  $\Delta z_{p-v}$  compared to those obtained in [34] for values of  $r < 3.5$ , whereas the differences were smaller for  $r > 3.5$ , as shown in Figure 1. The magnitude of  $a_r$  was adjusted to reproduce the behavior of samples with an on-axis phase shift,  $\Delta \Phi_0$ , equal to 0.1 rad and it was noted that both parameters are inversely related.

## 3. Z-scan for thick nonlocal media

To obtain the z-scan curves of thick samples with refractive nonlinearity illuminated with Gaussian beams we considered the thick sample as in the distributed-lens method [27]. The physical length of the sample  $L$  was divided in  $l$  units consisting of a thin lens, with a focal length of the type of Equation (1), and a linear media with refractive index  $n$  and length  $d = L/l$ . Knowing the beam waist of the incident Gaussian beam and using ABCD matrices for each unit, it is possible to calculate, numerically, the normalized transmittance of the z-scan technique. It is important to mention that in this case it is not possible to obtain an analytical formula for the normalized transmittance or a simple ABCD matrix for the thick media.

The behavior obtained for the z-scan curves with this model for different thickness samples is shown in Figures 2–4. In Figure 2, a photoinduced focal length lens with  $r = 4$  and refractive index  $n = 1.63$  was considered. The illuminating light was a Gaussian beam with  $\omega_0 = 8.9 \mu\text{m}$  at  $\lambda = 532 \text{ nm}$  ( $z_0 = 0.46 \text{ mm}$ ). In Figures 3 and 4, we considered a photoinduced focal length lens with  $r = 2$  and  $r = 5$  and the rest of the parameters were equal to the ones used in Figure 2. For all the following calculations  $d$  was set equal to  $\omega_0$ .

Figure 2 shows the z-scan curves for  $r = 4$ . The peak–valley position difference,  $\Delta z_{p-v}$ , increased as the thickness of the sample increased; the peak moved close to the origin and the valley away from it. The  $z_{p-v}$  for thicknesses larger that  $2z_0$  is approximately given by the length of the cell divided by  $n$ . The amplitude of the

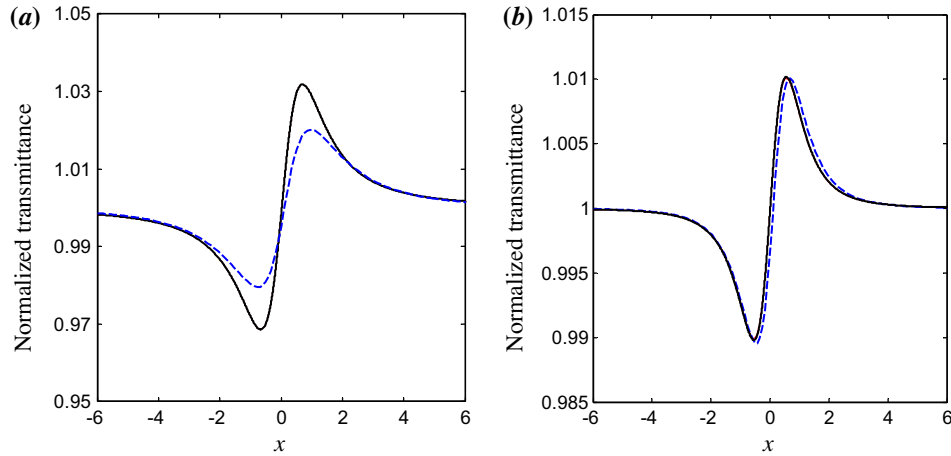


Figure 1. Z-scan curves using Equation (1) (solid line) with: (a)  $r = 3.15$  and  $a_r = 3 \times 10^9$  and (b)  $r = 4.3$  and  $a_r = 3.8 \times 10^{13}$  and z-scan curves using [34] (dashed line) with: (a)  $m = 2$  and  $\Delta\Phi_0 = 0.1$  rad and (b)  $m = 4$  and  $\Delta\Phi_0 = 0.1$  rad. For an incident Gaussian beam with  $\omega_0 = 8.9 \mu\text{m}$  and  $\lambda = 532 \text{ nm}$ . (The color version of this figure is included in the online version of the journal.)

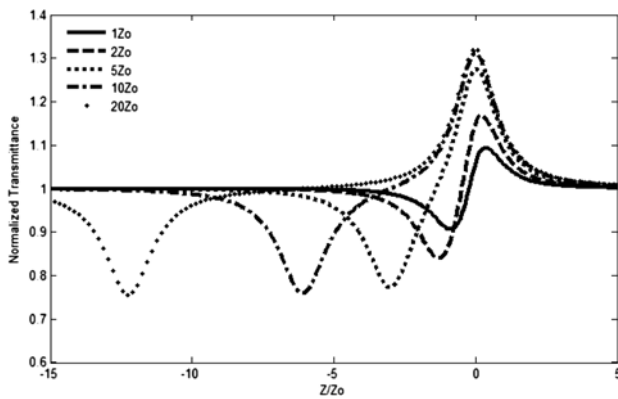


Figure 2. Numerical z-scan curves for a sample with  $r = 4$  ( $a_4 = 2.6 \times 10^{13}$ ) and  $n = 1.63$ , illuminated with a Gaussian beam of  $\omega_0 = 8.9 \mu\text{m}$  at  $\lambda = 532 \text{ nm}$  and sample thickness of:  $z_0$  (line),  $2z_0$  (dashed line),  $5z_0$  (dotted line),  $10z_0$  (dashed-dot line), and  $20z_0$  (point).

peak increased for lengths of the sample smaller than  $10z_0$ , for thicker samples the amplitude of the peak did not change. A similar behavior was observed for the valley. The width of the peak (valley) was smaller than  $1.5z_0$ , giving rise to a region, between the peak and valley, with normalized transmittance close to one for the longest sample.

In Figure 3, the z-scan curves for  $r = 2$  are presented. In general, a similar behavior to that obtained with  $r = 4$  is observed; however, two main differences arise. The amplitude of the peak (valley) increased as the thickness of the sample increased. The width of the peak (valley) is larger than  $4z_0$ , and there is a region between the peak and the valley where the normalized transmittance changes linearly with position.

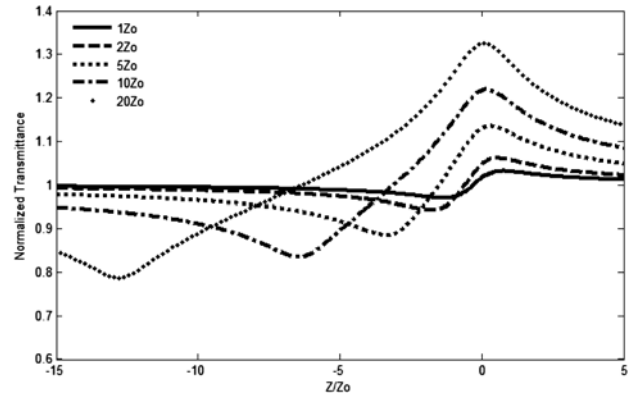


Figure 3. Numerical z-scan curves for a sample with  $r = 2$  ( $a_2 = 1 \times 10^8$ ) and sample thickness of:  $z_0$  (line),  $2z_0$  (dashed line),  $5z_0$  (dotted line),  $10z_0$  (dashed-dot line), and  $20z_0$  (point). The other parameters are the same as for Figure 2.

In Figure 4 we plot the z-scan curves obtained for  $r = 5$ . We can observe that they exhibit a similar behavior to the one obtained with  $r = 4$ . However, there are differences in the widths of the valley and the peak; they are thinner than those obtained in Figure 2. The amplitude of the peak increased for lengths of the sample smaller than  $5z_0$ , and for larger samples the amplitude of the peak did not change. A similar behavior was observed for the valley.

In Figure 5 we plot the peak–valley transmittance difference,  $\Delta T_{p-v}$ , as a function of the width of the sample for different values of  $r$  ( $r = 2$  and  $a_2 = 1 \times 10^8$ ,  $r = 3$  and  $a_3 = 4.2 \times 10^{10}$ ,  $r = 4$  and  $a_4 = 2.6 \times 10^{13}$ , and  $r = 5$  and  $a_5 = 1.9 \times 10^{16}$ ). A refractive index of  $n = 1.63$  was considered, the rest of the parameters were the same as the ones in the previous figures. It can be observed that as  $r$  increased,  $\Delta T_{p-v}$  reached a constant

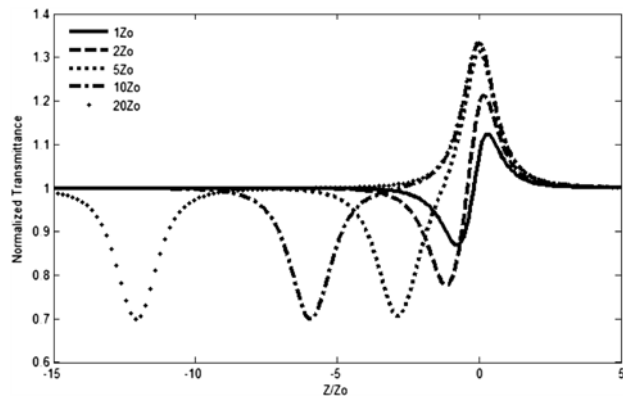


Figure 4. Numerical z-scan curves for a sample with  $r = 5$  ( $a_5 = 1.9 \times 10^{16}$ ) and sample thickness of:  $z_0$  (line),  $2z_0$  (dashed line),  $5z_0$  (dotted line),  $10z_0$  (dash-dot line), and  $20z_0$  (point). The other parameters are the same as for Figure 2.

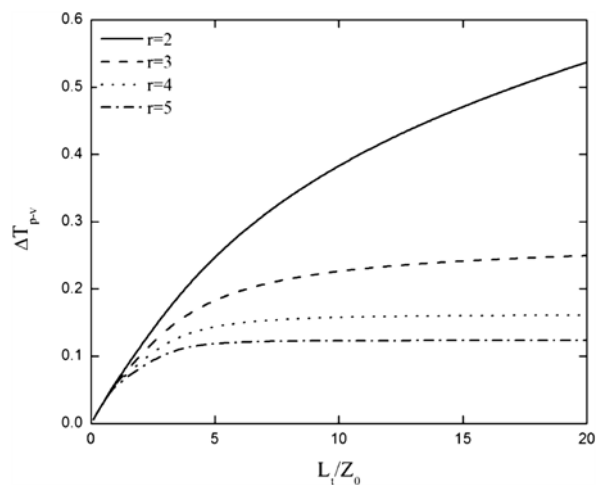


Figure 5. Numerical peak-valley transmittance difference as a function of the cell length ( $L_i$ ) by different values for  $r$ . The other parameters are the same as for Figure 2.

value more rapidly. For thin samples, another point to note is that at the beginning all the curves have similar amplitudes, but as the length increased smaller values of  $r$  produced curves with larger amplitude.

In order to see the differences due to different values of  $r$  for the same cell length, in Figure 6 we plot the z-scan curves obtained for a cell length of  $20z_0$  and values of  $r = 2, 3, 4$ , and  $5$ . The rest of the parameters were the same as the ones employed in Figures 2 to 4. The magnitude of the constant used was chosen to give almost the same peak amplitude. As mentioned previously, the width of the peak increased as  $r$  decreased. The position of the peak is almost at  $z/z_0 = 0$ . However, the position of the valley depended on  $r$ :  $\Delta z_{p-v}$  increased as  $r$  decreased. This behavior is very similar to the one obtained for a thin sample and different values of  $r$  [24].

Finally, it is important to mention that the same behavior is observed when the nonlinearity is negative

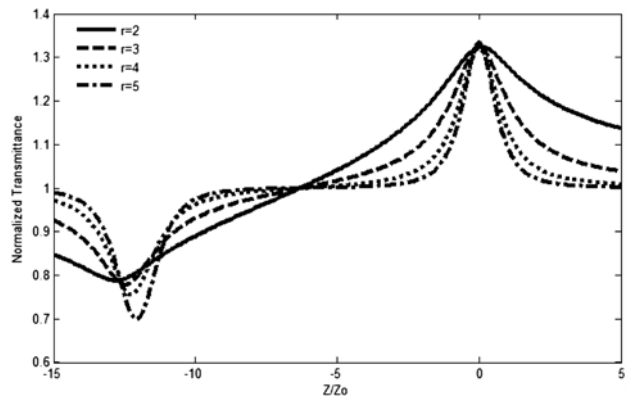


Figure 6. Numerical z-scan curves for a sample thickness of  $20z_0$  for different  $r$ :  $r = 2$  with  $a_2 = 1 \times 10^8$  (line);  $r = 3$ ,  $a_3 = 4.2 \times 10^{10}$  (dashed line);  $r = 4$ ,  $a_4 = 2.6 \times 10^{13}$  (dotted line); and  $r = 5$ ,  $a_5 = 1.9 \times 10^{16}$  (dash-dot line). The other parameters are the same as for Figure 2.

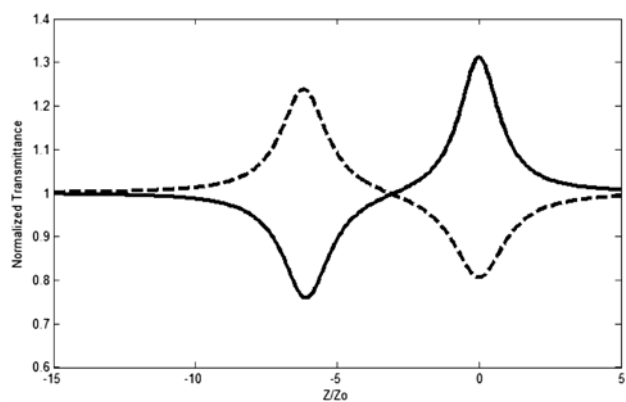


Figure 7. Numerical z-scan curves for a sample with  $r = 4$  and  $n = 1.63$ , illuminated with a Gaussian beam of  $\omega_0 = 8.9 \mu\text{m}$  at  $\lambda = 532 \text{ nm}$  and sample thickness of  $10z_0$  with:  $a_4 = 2.6 \times 10^{13}$  (line) and  $a_4 = -2.6 \times 10^{13}$  (dashed line).

but with a difference in the amplitude of the curve, as is demonstrated in Figure 7, where two z-scan curves were obtained for the same constant magnitude, the same value of  $r$ , and the same cell thickness. It is observed that the curve for positive nonlinearity has a larger  $\Delta T$ , whereas the position of the peak and valley for the two cases is practically the same.

The models proposed in other works for z-scan of thick media are for a local Kerr nonlinearity, the model presented here allows us to adjust different characteristics of the z-scan curve by changing the magnitude of  $r$ . In the next section we show how our model compares with some specific models.

#### 4. Local models

In order to compare the results obtained with our model to the ones obtained with other models reported in the literature, in this section we described three different

approaches employed to describe the z-scan curves of thick media. The first model that we considered was that proposed by Magni et al. [26], the second by Pálfalvi et al. [28], and the third by Zang et al. [29].

#### 4.1. Model 1

The model proposed by Magni et al. [26] is based on the aberration free approximation, where the propagation of the Gaussian beam in the Kerr medium of length  $d$  is obtained with the following ABCD matrix:

$$M = \sqrt{1-\gamma} \begin{bmatrix} 1 & d_e \\ -\gamma/[(1-\gamma)d_e] & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

where  $d_e = d/n_0$  is the effective length of the medium,  $n_0$  is the refractive index of the medium and  $\gamma$  is defined as:

$$\gamma = \left[ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{2\pi\omega_c^2}{\lambda d_e} - \frac{\lambda d_e}{2\pi\omega_0} \right)^2 \right]^{-1} \frac{P}{P_c} \quad (6)$$

where  $\omega_c$  is the spot size at the center of the medium,  $\omega_0$  is the spot size at the beam waist,  $P$  is the incident power of the beam, and  $P_c$  is the critic power for self-focusing. This matrix is valid only for  $\gamma < 1$ . Note that when  $P/P_c$  tends to 0 the matrix reduces to the one for the propagation of a Gaussian beam in a homogeneous medium of refractive index  $n_0$ .

#### 4.2. Model 2

The model proposed by Pálfalvi et al. [28] divides the thick medium in thin slices and compares each slice with a material with a gradient refractive index. The propagation of the incident Gaussian beam is obtained considered the following ABCD matrix:

$$M = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) & l_{ef} \cdot \sin\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) \\ -\frac{1}{l_{ef}} \cdot \sin\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) & \cos\left(\frac{lm}{l_{ef}/n_p}\right) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

where  $lm$  is the thickness of nonlinear medium,  $n_p$  is the number of slices that the medium was divided and  $l_{ef}$  is the effective length defined as:

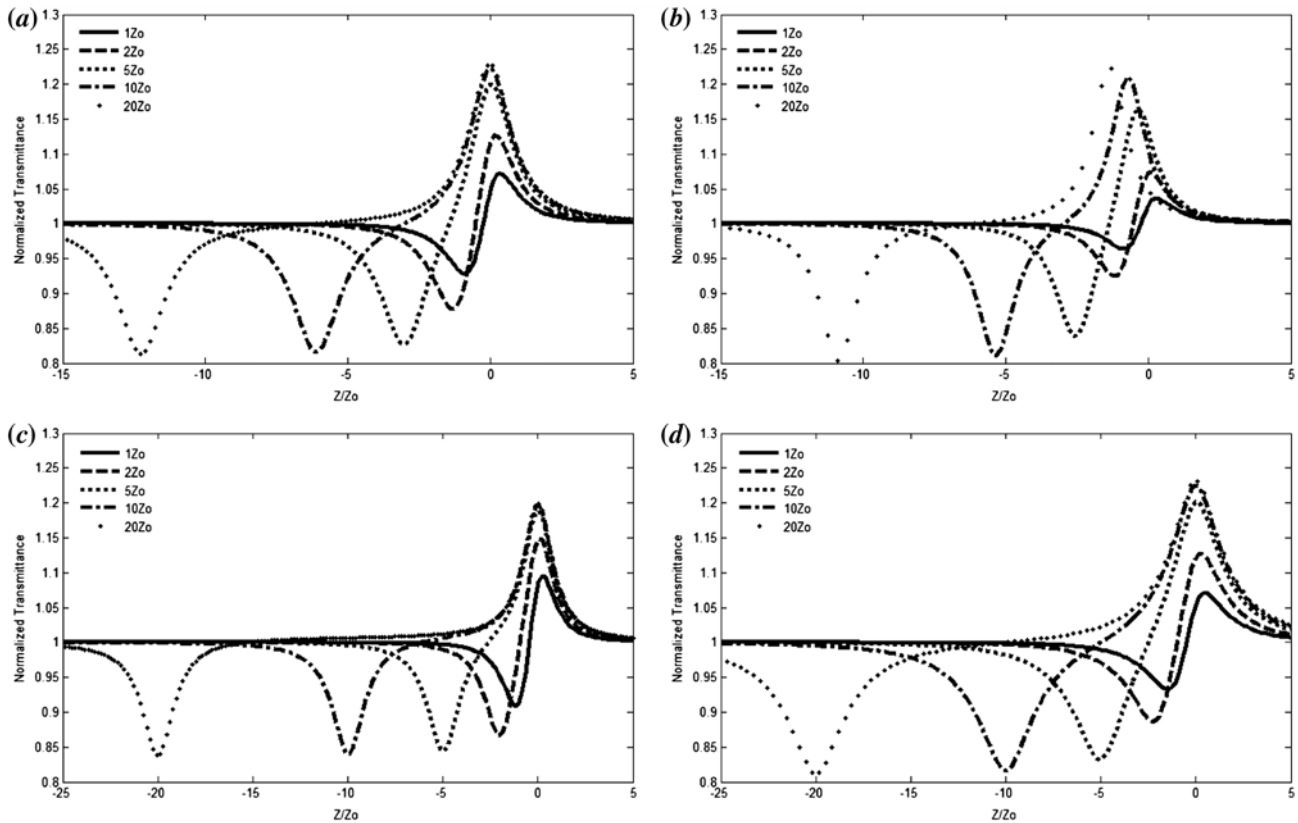


Figure 8. Numerical z-scan curves for the models for Kerr nonlinearity with  $n = 1.63$  and illuminated with a Gaussian beam of  $\omega_0 = 8.9 \mu\text{m}$  at  $\lambda = 532 \text{ nm}$  and sample thickness of:  $1z_0$  (line),  $2z_0$  (dashed line),  $5z_0$  (dotted line),  $10z_0$  (dashed-dot line), and  $20z_0$  (point). (a) Model of focal length with  $r = 4$  ( $a_4 = 3.4 \times 10^{13}$ ); (b) model of Magni et al. [26] with  $P = 0.24$ ; (c) model of Palfalvi et al. [28] with  $n_2 = 2.7 \times 10^{-5}$ ; (d) model of Zang et al. [29] with  $C_\phi(t) = 0.35$ .

$$I_{ef}^2(z) = \frac{n_0\omega^4(z) + n_2I_0\omega_0^2\omega^2(z)}{4n_2I_0\omega_0^2} \quad (8)$$

where  $n_2$  is the nonlinear refractive index of the media,  $I_0$  is the on-axis intensity of the incident beam, and  $\omega(z)$  is the beam radius at the position of the input face of the media.

### 4.3. Model 3

The last model that we consider is in fact a formula for the normalized transmittance of the z-scan technique proposed by Zang et al. [29]. They used the Gaussian decomposition method and a distributed lens model to obtain the following formula for the normalized transmittance  $T$ :

$$T = \left\{ \frac{[(x+l)^2 + 1] \times [(x^2 + 9)]}{[(x+l)^2 + 9] \times [(x^2 + 1)]} \right\}^{C_\varphi(t)/4}, \quad (9)$$

where:

$$C_\varphi(t) \cong \Delta\phi_R(t) + \tanh(l/3) \times [[\Delta\phi_R(t)]^2/4 + [\Delta\phi_R(t)]^3/16] \quad (10)$$

and  $l = L/z_0$  is the length of medium,  $x = z/z_0$  and  $\Delta\phi_R(t) = k\Delta n_0(t)z_0$ .

In Figure 8 we show the results obtained with our model and the ones obtained with the models proposed by Magni et al. [26], Pálfalvi et al. [28], and Zang et al. [29] for a medium with Kerr nonlinearity and sample thicknesses of  $1z_0$ ,  $2z_0$ ,  $5z_0$ ,  $10z_0$ , and  $20z_0$ ; the other parameters are the same as those employed in the previous section.

A comparison of the z-scan curves obtained with our model (Figure 8(a)) with those obtained with the model of Magni et al. [26] (Figure 8(b)) shows differences in the position and width of the peak and the valley; in our model the peak (valley) is wider than the one obtained from [26].

The position of the peak obtained in the z-scan curves for the models of [28] (Figure 8(c)) and [29] (Figure 8(d)) is very similar to the one obtained with our model (Figure 8(a)). However, the position of the valley was different. The width of the peak and the valley for the curves obtained with the model presented in [28] is smaller than the one obtained with the model of [29] and our model.

The peak and valley transmittance of the z-scan curves obtained with our model and that proposed in [26], [28], and [29], for sample lengths of  $5z_0$ ,  $10z_0$ , and  $20z_0$  was very similar for all models. Differences arose for sample lengths of  $1z_0$  and  $2z_0$  in all models. It is important to mention that the parameters selected for the

calculation of the z-scan curves were the same as the ones used experimentally in [31]. We notice that our results reproduced with very good agreement the results reported in that paper.

## 5. Conclusions

In this paper we have demonstrated that a model that considers the nonlinear response of a thin nonlinear media as a lens with a focal length dependent on a real power  $r$  of the beam radius gives similar results to the ones obtained for nonlocal nonlinear media. This model was used to obtain z-scan curves of thick media for different nonlocalities, demonstrating that some characteristics of the curve depended on the  $r$  parameter. This model was compared with other models used to describe the z-scan technique for thick media, obtaining that the model we proposed, when the parameter  $r$  takes the value of 4, gives approximately the same behavior as the one obtained based on the Gaussian beam decomposition for a local media. This approach can be used to describe z-scan curves of thick samples that present a nonlocal nonlinear response where the physical origin of this behavior is unknown.

## Acknowledgements

We gratefully acknowledge the support of the CONACYT.

## References

- [1] Sheik-Bahae, M.; Said, A.A.; Van Stryland, E.W. *Opt. Lett.* **1989**, *14*, 955–957.
- [2] Chapple, P.B.; Staromlynska, J.; Hermann, J.A.; McKay, T.J.; McDuff, R.G. *J. Nonlinear Opt. Phys. Mater.* **1997**, *6*, 251–293.
- [3] Sheik-Bahae, M.; Wang, J.; DeSalvo, R.; Hagan, D.J.; Van Stryland, E.W. *Opt. Lett.* **1992**, *17*, 258–260.
- [4] Xia, T.; Hagan, D.J.; Sheik-Bahae, M.; Van Stryland, E.W. *Opt. Lett.* **1994**, *19*, 317–319.
- [5] Tian, J.-G.; Zang, W.-P.; Zhang, G. *Opt. Commun.* **1994**, *107*, 415–419.
- [6] Marcano, O.; Maillotte, H.; Gindre, D.; Metin, D. *Opt. Lett.* **1996**, *21*, 101–103.
- [7] Aguilar, P.A.; Mondragon, J.J.; Stepanov, S. *Opt. Lett.* **1996**, *21*, 1541–1543.
- [8] Balu, M.; Hales, J.; Hagan, D.J.; Van Stryland, E.W. *Opt. Express.* **2004**, *12*, 3820–3826.
- [9] Markowicz, P.; Samoc, M.; Cerne, J.; Prasad, P.N.; Pucci, A.; Ruggeri, G. *Opt. Express.* **2004**, *12*, 5209–5214.
- [10] Bridges, R.E.; Fischer, G.L.; Boyd, R.W. *Opt. Lett.* **1995**, *20*, 1821–1823.
- [11] Zhao, W.; Palffy-Muhoray, P. *Appl. Phys. Lett.* **1993**, *63*, 1613–1615.
- [12] Rhee, B.K.; Byun, J.S.; Van Stryland, E.W. *J. Opt. Soc. Am. B* **1996**, *13*, 2720–2723.
- [13] Zang, W.-P.; Tian, J.-G.; Liu, Z.-B.; Zhou, W.-Y.; Zhang, C.-P.; Zhang, G.-Y. *Appl. Opt.* **2003**, *42*, 2219–2225.

- [14] Tsigaridas, G.; Fakis, M.; Polyzos, I.; Tsibouri, M.; Persephonis, P.; Giannetas, V.J. *Opt. Soc. Am. B* **2003**, *20*, 670–676.
- [15] Huang, Y.-L.; Sun, C.-K.J. *Opt. Soc. Am. B* **2000**, *17*, 43–47.
- [16] Gu, B.; Yan, J.; Wang, Q.; He, J.-L.; Wang, H.-T. *J. Opt. Soc. Am. B* **2004**, *21*, 968–972.
- [17] Zang, W.-P.; Tian, J.-G.; Liu, Z.-B.; Zhou, W.-Y.; Song, F.; Zhang, C.-P. *Appl. Opt.* **2004**, *43*, 4408–4414.
- [18] Weaire, D.; Wherrett, B.S.; Miller, D.A.B.; Smith, S.D. *Opt. Lett.* **1974**, *4*, 331–333.
- [19] Samad, R.E.; Dias Vieira, N. *J. Opt. Soc. Am. B* **1998**, *15*, 2742–2747.
- [20] Kwak, C.H.; Lee, Y.L.; Kim, S.G.J. *Opt. Soc. Am. B* **1999**, *16*, 600–604.
- [21] Yao, B.; Ren, L.; Hou, X. *J. Opt. Soc. Am. B* **2003**, *20*, 1290–1294.
- [22] Alves, S.; Bourdon, A.; Figueiredo Neto, A.M. *J. Opt. Soc. Am. B* **2003**, *20*, 713–718.
- [23] Zang, W.-P.; Tian, J.-G.; Liu, Z.-B.; Zhou, W.-Y.; Song, F.; Zhang, C.-P.; Xu, J.-J. *J. Opt. Soc. Am. B* **2004**, *21*, 349–356.
- [24] Reynoso Lara, E.; Navarrete Meza, Z.; Iturbe Castillo, M. D.; Treviño Palacios, C.G.; Martí Panameño, E.; Arroyo Carrasco, M.L. *Opt. Express* **2007**, *15*, 2517–2529.
- [25] Banerjee, P.P.; Misra, R.M.; Maghraoui, M. *J. Opt. Soc. Am. B* **1991**, *8*, 1072–1080.
- [26] Magni, V.; Cerullo, G.; De Silvestri, S. *Opt. Commun.* **1993**, *96*, 348–355.
- [27] Sheik-Bahae, M.; Said, A.A.; Hagan, D.J.; Soileau, M.J.; Van Stryland, E.W. *Opt. Eng.* **1991**, *30*, 1228–1235.
- [28] Pálfalvi, L.; Hebling, J. *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **2004**, *78*, 775–780.
- [29] Zang, W.-P.; Tian, J.-G.; Liu, Z.-B.; Zhou, W.-Y.; Song, F.; Zhang, C.-P. *J. Opt. Soc. Am. B* **2004**, *21*, 63–66.
- [30] Pálfalvi, L.; Tóth, B.C.; Almási, G.; Fülöp, J.A.; Hebling, J. *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **2009**, *97*, 679–685.
- [31] Chapple, P.B.; Staromlynska, J.; McDuff, R.G.J. *Opt. Soc. Am. B* **1994**, *11*, 975–982.
- [32] Iturbe Castillo, M.D.; Sánchez-Mondragón, J.J.; Stepanov, S.I. *Optik (Munich, Ger.)* **1995**, *100*, 49–56.
- [33] Porras-Aguilar, R.; Ramirez-San-Juan, J.C.; Baldovino-Pantaleón, O.; May-Arrijoja, D.; Arroyo Carrasco, M.L.; Iturbe Castillo, M.D.; Sánchez-de-la-Llave, D.; Ramos-García, R. *Opt. Express* **2009**, *17*, 3417–3423.
- [34] García Ramirez, E.V.; Arroyo Carrasco, M.L.; Mendez Otero, M.M.; Reynoso Lara, E.; Chavez Cerda, S.; Iturbe Castillo, M.D. *J. Opt. (Bristol, U.K.)* **2011**, *13*, 085203.